

# Numerische Untersuchungen zur Transition in der laminaren Ablöseblase einer Tragflügelgrenzschicht

Dissertation  
zur Erlangung der Doktorwürde  
der Ingenieurwissenschaften

vorgelegt von  
**Ulrich Maucher**  
geboren in Bühl/Baden

Institut für Aerodynamik und Gasdynamik der Universität Stuttgart

2002

# Numerische Untersuchungen zur Transition in der laminaren Ablöseblase einer Tragflügelgrenzschicht

Von der Fakultät Luft- und Raumfahrttechnik der Universität Stuttgart  
zur Erlangung der Würde des Doktors der  
Ingenieurwissenschaften Dr.-Ing. genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von **Ulrich Maucher**

geboren in Bühl/Baden

Hauptberichter: Priv. Doz. Dr.-Ing. U. Rist

Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. S. Wagner

2. Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. H. Fasel

Tag der mündlichen Prüfung: 09.04.2001

Institut für Aerodynamik und Gasdynamik der Universität Stuttgart

2002



# Vorwort

## Was lange währt wird endlich gut!

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Institut für Aerodynamik und Gasdynamik in einem wissenschaftlich und menschlich äußerst fruchtbaren Umfeld. Ich möchte allen danken, die Ihren Beitrag dazu geleistet und so direkt oder indirekt zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Herr Dr. Rist hat die Arbeit angestoßen, sie in vielen Diskussionen ständig begleitet und wertvolle Anregungen gegeben. Aus seinen Arbeiten ergaben sich wichtige Hinweise sowie Fragestellungen, die von Anfang an die Richtung der Arbeit beeinflusst und erheblich zu ihrem Gelingen beigetragen haben. Einen ganz besonderen Dank möchte ich zudem für das sehr gute und offene Klima aussprechen, das die Zusammenarbeit mit ihm geprägt hat.

Herrn Prof. Dr. Wagner möchte ich danken, dass er es mir ermöglicht hat, die Arbeit an seinem Institut in großer wissenschaftlicher Freiheit und einem positiven Arbeitsumfeld durchzuführen. Er hat sich stets unmißverständlich hinter das Projekt gestellt, es mit großem Interesse verfolgt und einen Mitbericht übernommen.

Herzlicher Dank gilt auch Herrn Prof. Dr. Fasel. Er ermöglichte einen Forschungsaufenthalt in den USA an der University of Arizona, bei dem sich aus Diskussionen mit ihm und Mitarbeitern seiner Arbeitsgruppe zahlreiche Anstöße für die Arbeit ergaben. Weiterer Dank gilt der Übernahme eines Mitberichtes.

Die Kollegen der Arbeitsgruppe *Transition und Turbulenz* haben mit ihrer offenen Art ebenfalls entscheidend zum Gelingen der Arbeit beigetragen. Aus unzähligen Diskussionen, vielfachen Hinweisen und Anregungen und insbesondere aus konstruktiven Fragen und zielgerichteter Kritik erwachsen wertvolle Ansätze für den Fortgang der Arbeit. Dass die Zusammenarbeit dabei in einem sehr guten, kollegialen, oft ausgesprochen freundschaftlichen Klima erfolgte, gab der Arbeit zusätzlichen Antrieb.

Herr Dr. Bestek hat das Gesicht der Arbeitsgruppe *Transition und Turbulenz* mit seinem Enthusiasmus, seinem großen Wissen und Erfahrung und mit seiner enormen Hilfsbereitschaft wesentlich mitbestimmt. Sein viel zu früher Tod war ein tiefer Schlag. Mein ganz besonderer Dank gilt auch ihm.

Nach dem Verlassen der Universität war noch ein erheblicher Zeitaufwand zum Abschluss der Dissertation erforderlich, so dass Familie und Freunde oftmals zu kurz kamen. Nicht zuletzt meiner Frau Annette und meinen Kindern Jonas und Arne gilt daher besonderer Dank für die Unterstützung und Geduld insbesondere in dieser letzten „heißen,, Phase der Arbeit.

Münchingen, im Januar 2002

Ulrich Maucher

# Inhaltsverzeichnis

<b>Formelzeichen</b>	<b>5</b>
<b>1 Kurzfassung</b>	<b>9</b>
<b>2 Einleitung und Übersicht</b>	<b>13</b>
2.1 Die laminare Ablöseblase . . . . .	13
2.2 Instabilitätsmechanismen und deren Modellierung . . . . .	16
2.2.1 Lineare Instabilität, TS-Instabilität . . . . .	16
2.2.2 Sekundäre Instabilität . . . . .	18
2.2.3 Nichtlineare Interaktionen . . . . .	20
2.3 Stand der Forschung . . . . .	21
<b>3 Absolute Instabilität von Rückströmprofilen</b>	<b>33</b>
3.1 Absolute Anfachungsraten . . . . .	37
3.2 Komplexe Eigenwerte . . . . .	40
3.3 Einfluss von Wand und freier Scherschicht . . . . .	47
3.4 Mehrfach absolut instabile Grundströmungsprofile . . . . .	53
3.5 Eigenfunktionen . . . . .	57
3.6 Einordnung der Ergebnisse . . . . .	65
<b>4 Direkte numerische Simulation: Verfahren</b>	<b>69</b>
4.1 Grundgleichungen . . . . .	70
4.2 Diskretisierung . . . . .	72
4.3 Randbedingungen . . . . .	73
4.3.1 3-D-Randbedingungen . . . . .	73
4.3.2 2-D-Randbedingungen . . . . .	75
4.4 Grenzschichtinteraktionsmodell . . . . .	77
4.4.1 Modellannahmen . . . . .	79
4.4.2 Bereich stromauf der Ablöseblase . . . . .	80
4.4.3 Implementierung . . . . .	85

4.4.4	Validierung . . . . .	86
<b>5</b>	<b>Selbsterregt instationäre DNS</b>	<b>95</b>
5.1	Konvektive TS-Instabilitäten, Nachlauf der Ablöseblase . . . . .	96
5.2	Reduzierung des numerischen Abbruchfehlers . . . . .	102
5.3	Bewertung der selbsterregten Instabilitäten . . . . .	119
<b>6</b>	<b>Zeitliche sekundäre Instabilität</b>	<b>123</b>
6.1	Das Phänomen zeitlich wachsender 3-D-Moden . . . . .	129
6.2	Einfluss der Diskretisierung und der Randbedingungen . . . . .	133
6.3	Absolute 3-D-Instabilitätseigenschaften . . . . .	134
6.4	Analyse der zeitlichen sekundären Instabilität . . . . .	136
6.5	Vergleich sekundärer Instabilitätsmechanismen . . . . .	152
<b>7</b>	<b>Ablöseblase am Tragflügel</b>	<b>155</b>
7.1	Grundströmung . . . . .	157
7.2	Lineare Stabilitätseigenschaften . . . . .	167
7.2.1	Absolute Instabilität . . . . .	167
7.2.2	Konvektive Instabilität . . . . .	170
7.3	Umschlagsszenarien . . . . .	174
7.3.1	Umschlag durch zeitliche, sekundäre Instabilität . . . . .	174
7.3.2	Konvektive sekundäre Instabilität . . . . .	186
7.3.3	Schräger Umschlag . . . . .	191
7.4	Störprofile beim 2-D und schrägen Umschlag . . . . .	200
7.5	Praktische Bedeutung der Umschlagsmechanismen . . . . .	205
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>207</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>212</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>216</b>
<b>A</b>	<b>Identifizierung von Störwellen kleiner Amplitude</b>	<b>225</b>
<b>B</b>	<b>Koeffizienten des Polynoms im Interaktionsmodell</b>	<b>229</b>

# Formelzeichen

## Lateinische Buchstaben

$Q_u$	Matrix zur Berechnung von $u_v$ aus $Q$ ,
$Q_v$	Matrix zur Berechnung von $v_v$ aus $Q$ ,
$L$	Bezugslänge,
$Ma$	Machzahl,
$N_Q$	Anzahl der diskreten Quellen im Interaktionsmodell,
$Q$	Quellverteilung,
$Re$	Reynoldszahl: $Re = \frac{\dot{U}_\infty \hat{L}}{\hat{\nu}}$ ,
$Re_c$	auf die Profiltiefe (chord) bezogene Reynoldszahl,
$Re_{krit}$	kritische Reynoldszahl, Einsetzen der TS-Instabilität,
$Re_{\delta_1}$	auf die Verdrängungsdicke bezogene Reynoldszahl,
$S$	Sehnenlänge eines Profils,
$c_a$	Auftriebsbeiwert,
$c_{ph}$	Phasengeschwindigkeit $\beta/\alpha$ ,
$c_g$	Gruppengeschwindigkeit $\partial\beta/\partial\alpha$ ,
$h_{R,\delta_1}$	Höhe des Rückströmgebietes bezogen auf Verdrängungsdicke,
$p$	Druck,
$t$	Zeitrichtung,
$u$	Geschwindigkeitskomponente in Stromabrichtung,
$u_p$	Potentialanteil der Geschwindigkeitskomponente in Stromabrichtung,
$u_r$	max. Rückströmgeschwindigkeit eine Grundströmungsprofils,
$u_v$	viskoser Anteil der Geschwindigkeitskomponente in Stromabrichtung,
$U_{max}$	Amplitudenmaximum des $u$ -Störprofiles,
$U_\infty$	Bezugsgeschwindigkeit,
$v$	Geschwindigkeitskomponente in wandnormaler Richtung,
$v_p$	Potentialanteil der Geschwindigkeitskomponente in wandnormaler Richtung,
$v_v$	viskoser Anteil der Geschwindigkeitskomponente in wandnormaler Richtung,
$w$	Geschwindigkeitskomponente in Spannweitenrichtung,
$x$	Koordinate in Stromabrichtung,

$y$	Koordinate in wandnormaler Richtung ( $\hat{y}\sqrt{Re/\hat{L}}$ ),
$y_{tr}$	Wandabstand der Trennstromlinie,
$y^*$	Koordinate in wandnormaler Richtung ( $\hat{y}/\hat{L}$ ),
$z$	Koordinate in Spannweitenrichtung.

### Griechische Buchstaben

$\Phi$	Stromfunktion,
$\Theta$	Phasenlage,
$\alpha$	Wellenzahl in Stromabrichtung: $\alpha = 2\pi/\lambda_x$
$\alpha_i$	räumliche Anfachungsrate: $\alpha_i = \frac{\partial}{\partial x}(\ln A - \ln A_0)$ ,
$\beta$	Kreisfrequenz,
$\delta$	Grenzschichtdicke,
$\delta_1$	Verdrängungsdicke der Grenzschicht,
$\delta_2$	Impulsverlustdicke der Grenzschicht,
$\gamma$	Wellenzahl in Spannweitenrichtung: $\gamma = 2\pi/\lambda_z$
$\epsilon$	Verstimmungsfaktor (sekundäre Instabilitätstheorie),
$\nu$	kinematische Viskosität,
$\omega$	Wirbelstärke,
$\xi$	$x$ -Stelle einer Quelle im Interaktionsmodell,
$\zeta$	Hilfsvariable bei der Integration.

### Indizes unten

$0$	Eigenwert mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit; Beginn des Integrationsgebiets ( $x_0$ ),
$D$	Dämpfungszone,
$IA$	Interaktionsmodell,
$OR$	am oberen Rand,
$W$	Wand,
$a$	an der Ablösestelle,
$e$	Ende des Integrationsgebiets ( $x_e, y_e$ ),
$g$	globale Instabilität,
$i$	Imaginärteil einer komplexen Größe,
$p$	Potentialanteil,
$r$	Realteil einer komplexen Größe,
$sek$	sekundäre Instabilitätstheorie,

$tr$  Trennstromlinie,  
 $v$  durch Reibungseffekte verursachter Anteil.

### Indizes oben

$I$  Invertierte Matrix,  
 $T$  Transponierter Vektor,  
 $\sim$  Paar aus Spektralmode und konjugiert komplexem Anteil,  
 $\wedge$  dimensionsbehaftete Größen,  
 $-$  Mittelwert in Spannweitenrichtung und Zeit,  
 $\rightarrow$  Vektor,  
 $'$  1. Ableitung,  
 $'$  Störanteil.

### Abkürzungen

2-D zweidimensionale Welle, oder Simulationslauf ohne 3-D-Störwellen,  
3-D dreidimensionale Welle, oder Simulationslauf mit 3-D-Störwellen,  
DNS direkte numerische Simulation,  
HH Höherharmonische,  
LST parallele, lineare Stabilitätstheorie,  
TS Tollmien-Schlichting,  
rms Schwankungsamplitude,



# Kapitel 1

## Kurzfassung

Die Vorgänge beim Grenzschichtumschlag in laminaren Ablöseblasen, lokalen Rückströmgebieten in der Grenzschicht, wie sie an Laminarprofilen von Segelflugzeugen oder Hochauftriebshilfen von Verkehrsflugzeugen auftreten können, werden mittels direkter numerischer Simulationen untersucht. Um den Besonderheiten von laminaren Ablöseblasen, insbesondere der starken Wechselwirkung der Grenzschicht mit der umgebenden Potentialströmung, Rechnung zu tragen, wurde ein leistungsfähiges Grenzschichtinteraktionsmodell durch die Erweiterung bestehender Modelle entwickelt und in das numerische Verfahren implementiert.

Grundströmungsprofile mit starker Rückströmung sind sehr instabil gegenüber Störungen mit kleiner Amplitude und können zur zeitlichen Anfachung von Störwellen führen (absolute Instabilität). Dann entwickelt sich der Grenzschichtumschlag aus beliebigen Anfangsstörungen unabhängig von stromauf der Ablöseblase schon vorhandenen, in die Ablöseblase konvektierten Störwellen. Mit Hilfe der linearen Stabilitätstheorie (LST) werden zunächst die Rahmenbedingungen untersucht, unter denen Rückströmungsprofile absolut instabil werden, und in Stabilitätsdiagrammen zusammengestellt. In einer DNS wird erstmals gezeigt, dass in Ablöseblasen absolute Instabilität auftreten kann. In diesem Fall ergibt auch die Stabilitätsanalyse der entsprechenden Grundströmungsprofile mit der LST Anfachungsraten an der Grenze zu absoluter Instabilität und eine gute Übereinstimmung der Störprofile mit der DNS. Trotz der Vernachlässigung der starken Nichtparallelität der Grenzschicht im Bereich der Ablöseblase in der LST sind die Abweichungen zwischen den tatsächlichen Anfachungsraten in der DNS und den LST-Ergebnissen klein und die LST ist ein zuverlässiges Werkzeug zur Vorhersage absoluter Instabilität in laminaren Ablöseblasen.

Normalerweise wird der Grenzschichtumschlag jedoch, wie in anliegenden Grenzschichten, auch in laminaren Ablöseblasen durch die räumliche Anfachung stromab schwimmender Störwellen eingeleitet (konvektive Instabilität). In hochaufgelösten DNS werden verschiedene Umschlagsmechanismen untersucht, die sich durch das gezielte Einbringen bestimmter

Kombinationen von zweidimensionalen (2-D) und dreidimensionalen (3-D) Störwellen in die Grenzschicht stromauf und in der Ablöseblase ergeben. Als Randbedingung wird die (gemessene) Potentialgeschwindigkeitsverteilung eines Tragflügelprofils vorgeschrieben, bei dem Ablösung durch einen Turbulator unterbunden war und für das detaillierte experimentelle Untersuchungen zum Grenzschichtumschlag in der Ablöseblase vorliegen. In den DNS kann sich die Geschwindigkeitsverteilung bei der Entstehung der Ablöseblase durch das Interaktionsmodell in dem Experiment entsprechender Weise ändern, wenn dort der Turbulator entfernt wird. Es zeigt sich ein starker Einfluss der Störamplitude aber nur ein relativ schwacher Einfluss des Störspektrums stromauf der Ablöseblase auf die Grundströmung (hier zeitlich gemittelttes Strömungsfeld) in der Ablöseblase. Wenn die Störamplitude vor der Ablöseblase an die im Experiment messtechnisch nicht erfassbare Amplitude angepasst wird, ergibt sich eine hervorragende Übereinstimmung der zeitlich gemittelten Strömungsfelder.

Die Strukturen beim Grenzschichtumschlag werden im Wesentlichen von zwei Mechanismen bestimmt. Die relativ großskaligen Strukturen werden durch die 2-D und 3-D Tollmien-Schlichting (TS)-Wellen vorgegeben, die von stromauf in die Ablöseblase konvektiert werden. Diese Strukturen bestimmen den Nachlauf der Ablöseblase auch noch relativ weit stromab der Ablöseblase. So finden sich bei reinen 2-D TS-Wellen stromauf der Ablöseblase auch stromab der Ablöseblase starke 2-D-Wirbel und im Fall reiner 3-D-Wellen stromauf der Ablöseblase (schräger Umschlag) stromab der Ablöseblase die für diesen Umschlagsmechanismus typischen, starken und langlebigen Längswirbelstrukturen.

Die Generierung feiner 3-D-Strukturen weicht dagegen wesentlich von anliegenden Grenzschichten ab. Dort werden 3-D-Moden im Fall reiner 2-D-Anregung durch konvektive, sekundäre Instabilität angefacht, beim schrägen Umschlag entstehen immer feinere 3-D-Strukturen durch nichtlineare Interaktionen. Wenn die Ablöseblase ausreichend groß ist (große Grenzschichtdicke bzw. starke Rückströmung) erfolgt die Generierung feiner 3-D-Strukturen durch den neu identifizierten Mechanismus zeitlicher, sekundärer Instabilität. Dabei werden im Wiederanlegebereich der Ablöseblase so schnell feinskalige, dreidimensionale Strukturen in einem sehr großen Querwellenzahlbereich generiert, dass die in anliegenden Grenzschichten dominierenden Mechanismen (konvektive, sekundäre Instabilität bzw. nichtlineare Generierung immer feinskaligerer 3-D-Strukturen) bestenfalls eine untergeordnete Rolle spielen. Die durch die TS-Wellen bestimmten großskaligen 2-D- und 3-D-Wirbel zerfallen innerhalb weniger als einer TS-Wellenlänge in feine 3-D-Strukturen, die wiederum in den großskaligen Wirbelstrukturen gehalten werden. Daher werden die zwischen diesen Wirbeln liegenden Bereiche nur langsam von den turbulenten Strukturen ergriffen, und die großskaligen Strukturen sind im Nachlauf der Ablöseblase noch mehrere TS-Wellenlängen lang deutlich vorhanden. Dies beeinflusst durch nichtlineare Wechselwirkungen auch die Grundströmung

stromab der Ablöseblase und somit auch den aerodynamischen Widerstand des Tragflügelprofils. Obwohl das Störspektrum stromauf der Ablöseblase nur einen relativ schwachen Einfluss auf die Größe und Form der Ablöseblase selbst hat, ergibt sich somit ein vergleichsweise starker Einfluss auf den Nachlauf der Ablöseblase, der experimentell schon mehrfach durch die Identifizierung von Längswirbelstrukturen bestätigt wurde, die in der Regel einer Görtlerinstabilität zugeschrieben wurden. Weder die hier vorliegende, noch andere auf DNS beruhende Arbeiten konnten bisher jedoch Görtlerwirbel nachweisen, sondern ergaben deutliche Hinweise auf einen schrägen Umschlag als Ursache der Längswirbelstrukturen im Nachlauf der Ablöseblase.



# Kapitel 2

## Einleitung und Übersicht

### 2.1 Die laminare Ablöseblase

An jedem umströmten Körper bildet sich durch Reibungseinflüsse eine sogenannte Grenzschicht. Sie stellt den Übergang vom haftenden Fluid an der Oberfläche des Körpers zu der von Reibungseinflüssen unabhängigen Potentialströmung in größerem Wandabstand dar. In vielen Fällen ist die Grenzschicht sehr dünn bezogen auf die Körperkontur. Dann ändert sich die Potentialgeschwindigkeit durch die Bildung der Grenzschicht nicht. Wird die Grenzschicht jedoch dicker, so beeinflusst ihre Verdrängungswirkung auch die Potentialgeschwindigkeitsverteilung. Diese entspricht dann ziemlich genau der potentialtheoretischen Umströmung eines gedachten Körpers, der sich aus der eigentlichen Körperkontur zuzüglich der Verdrängungswirkung der Grenzschicht zusammensetzt.

Wie alle reibungsbehafteten Strömungen zeichnen sich Grenzschichten durch zwei grundsätzlich unterschiedliche Zustände aus: den organisierten, geschichteten, laminaren Zustand sowie den chaotischen, turbulenten Zustand. Die laminare Grenzschicht weist eine erheblich geringere Wandreibung auf als eine turbulente. Daher wird beim Tragflügelprofilentwurf für Segelflugzeuge angestrebt, möglichst lange laminare Lauflängen am Tragflügel zu erreichen und so den Reibungswiderstand zu reduzieren. Solche Tragflügelprofile haben ein gegenüber konventionellen Profilen deutlich nach hinten verschobenes Druckminimum, gefolgt von einem vergleichsweise starken Druckanstieg. Wenn eine anliegende, laminare Grenzschicht einem starken Druckanstieg ausgesetzt wird, so neigt sie zu Ablösung. Der Druckanstieg führt insbesondere nahe der Wand zu einer deutlichen Verzögerung der Strömungsgeschwindigkeit, die schließlich im wandnahen Bereich zu Rückströmung führen kann. Die Grenzschicht hebt sich als abgelöste Scherschicht von der Wand.

Die entstehenden Grenzschichtprofile mit Rückströmung weisen einen Wendepunkt auf. Solche Grundströmungsprofile sind sehr instabil gegenüber Störungen, die stromauf der

Ablöseblase durch Geschwindigkeitsschwankungen in der Anströmung mit sehr kleiner Amplitude generiert werden können und dann in der Grenzschicht stromab schwimmen, sogenannte Tollmien-Schlichting (TS) Wellen. Diese wachsen in der freien Scherschicht schnell an, bis sie schließlich eine Amplitude von teilweise weit über 20% der Anströmungsgeschwindigkeit erreichen. Durch komplexe Wechselwirkungen beginnen die Störwellen in feine Strukturen zu zerfallen. Dieser Vorgang wird als laminar-turbulenter Grenzschichtumschlag (oder Transition) bezeichnet. Der Grenzschichtumschlag verursacht einen starken Impulstransfer von der freien Scherschicht in das Rückströmgebiet. Das wandnahe Fluid wird beschleunigt. Die Scherschicht legt sich wieder an und es entsteht ein geschlossenes Rezirkulationsgebiet, die laminare Ablöseblase. Tatsächlich ist der Wiederanlegebereich jedoch stark instationär und eine feste Wiederanlegestelle kann nur für das zeitliche Mittel der Strömung angegeben werden. Stromab der Ablöseblase zerfallen die Störungen in immer feinere Strukturen, bis sich schließlich eine turbulente Grenzschicht gebildet hat. Tritt Turbulenz schon stromauf des Druckanstiegsbereiches am Tragflügel auf, so wird Ablösung in der Regel vermieden, da turbulente Grenzschichten durch den erhöhten Impulsaustausch in der Grenzschicht grundsätzlich einen stärkeren Druckanstieg überwinden können als laminare Grenzschichten.

Der Begriff laminare Ablöseblase bezieht sich hier auf die laminare Ablösung. Bei manchen Autoren wird eine Ablöseblase, wie sie oben beschrieben wurde, als transitionelle Ablöseblase bezeichnet, da im abgelösten Bereich der Grenzschichtumschlag einsetzt. Diese Autoren verwenden den Begriff laminare Ablöseblase nur, wenn auch beim Wiederanlegen die Scherschicht noch laminar ist. Solche Ablöseblasen können bei kleinen Reynoldszahlen und relativ schwachem Druckanstieg entstehen, beispielsweise an der Vorderkante einer stumpfen Platte oder in Ecken.

Laminare Ablöseblasen haben starken Einfluss auf die aerodynamischen Eigenschaften von Tragflügelprofilen. Durch die starke Instabilität der abgelösten Scherschicht verschiebt sich der Grenzschichtumschlag gegenüber einer anliegenden Grenzschicht stromauf. Da beim Grenzschichtumschlag in laminaren Ablöseblasen teilweise andere Mechanismen beteiligt sind als in anliegenden Grenzschichten, kann zudem die Entwicklung der Turbulenz stromab der Ablöseblase beeinflusst werden. Beides wirkt sich auf den Reibungswiderstand des Tragflügels aus. Noch gravierender kann aber die Veränderung des Druckwiderstandes sein. Die starke Aufdickung der Grenzschicht im Bereich der Ablöseblase kann zu einer maßgeblichen Veränderung der Potentialgeschwindigkeitsverteilung führen. Bei großen Ablöseblasen kann sich so die Druckverteilung am gesamten Tragflügel ändern.

Eine besondere Gefahr entsteht, wenn der Impulsaustausch der abgelösten Scherschicht mit dem wandnahen Fluid nicht mehr ausreicht, um ein Wiederanlegen der Grenzschicht zu erzwingen. Diese Situation tritt beim Überziehen des Tragflügels (*dynamic stall*) ein und

führt zum plötzlichen Zusammenbruch des aerodynamischen Auftriebs des Tragflügels.

Viele Stömungsvorgänge werden durch die Reynoldszahl

$$Re = \frac{\hat{U}_\infty \hat{L}}{\hat{\nu}} \quad (2.1)$$

charakterisiert, wobei  $\hat{\phantom{x}}$  dimensionsbehaftete Größen kennzeichnet. Werden alle Variablen mit einer charakteristischen Geschwindigkeit, normalerweise der Anströmgeschwindigkeit  $\hat{U}_\infty$ , einer Bezugslänge  $\hat{L}$ , beispielsweise der Tiefe des Tragflügels (*chord*)  $\hat{c}$ , sowie der kinematischen Viskosität  $\hat{\nu}$  dimensionslos gemacht, so stimmt in dieser dimensionslosen Darstellung der Strömungszustand in Fällen mit gleicher Reynoldszahl überein. Nimmt die auf die Tragflügeltiefe bezogene Reynoldszahl  $Re_c$  zu, so wandert die Position des laminar-turbulenten Grenzschichtumschlags am Tragflügel immer weiter nach vorne, bis er schließlich stromauf des Druckanstiegsbereiches liegt. Die Gefahr der Grenzschichtablösung verringert sich somit bei zunehmender Reynoldszahl  $Re_c$ . Entscheidenden Einfluss hat jedoch auch die Lage des Druckanstiegs auf dem Tragflügelprofil. Beginnt dieser schon weit vorne in der Nähe der Nase des Tragflügels, so liegt selbst bei großen Reynoldszahlen der Grenzschichtumschlag unter Umständen erst im Druckanstiegsbereich und es kann eine Ablöseblase auftreten. Diese Situation findet sich bei Hochauftriebshilfen von Verkehrsflugzeugen, die beim Start und besonders der Landung ausgefahren werden, um auch bei reduzierter Flugeschwindigkeit ausreichenden Auftrieb des Tragflügels zu erzielen. Sie sind stark gegen die Anströmung angestellt. Einem starken Druckabfall folgt daher schon bei etwa 10-15% der Profiltiefe ein starker Druckanstieg. Obwohl die Reynoldszahl bei Hochauftriebshilfen wegen der relativ großen Geschwindigkeit von Verkehrsflugzeugen auch im Landeanflug über  $Re_c = 5 \cdot 10^6$  liegen kann, besteht dennoch die Gefahr der Grenzschichtablösung.

Laminarprofile von Segelflugzeugen haben zwar eine mit Hochauftriebshilfen vergleichbare Flügeltiefe  $c$ , wegen der kleineren Flugeschwindigkeit ist die Reynoldszahl  $Re_c$  jedoch erheblich niedriger ( $Re_c \approx 1$  bis  $1.5 \cdot 10^6$  im Fall großer Auftriebsbeiwerte  $c_a$ , bei denen Ablöseblasen auftreten). Der Druckanstieg beginnt allerdings erst bei deutlich über 50% der Flügeltiefe, und eine mögliche Ablöseblase liegt somit im hinteren Bereich des Flügels. Verwendet man als Referenzlänge nicht die Flügeltiefe sondern die Ablösestelle  $x_a$ , so ergibt sich für Ablöseblasen an Hochauftriebshilfen und an Laminarprofilen von Segelflugzeugen eine vergleichbare Reynoldszahl  $Re_{x_a} \approx 10^6$ . Es zeigt sich, dass die auf die Profiltiefe bezogene Reynoldszahl  $Re_c$  zur Klassifizierung von Ablöseblasen nicht geeignet ist. In beiden Fällen, Hochauftriebshilfe und Laminarprofil, ist die Amplitude der TS-Wellen an der Ablösestelle oft noch klein. Wenn die Grenzschicht ablöst, bedarf es dann trotz des sehr starken Störungswachstums im abgelösten Gebiet eines erheblichen Stromabbereiches, bis die Amplitude der Störwellen schließlich so groß ist, dass der Grenzschichtumschlag eintritt und die Grenzschicht wieder anlegt. Selbst bei relativ hohen Reynoldszahlen können sich daher

noch große Ablöseblasen mit erheblichem Einfluss auf die aerodynamischen Eigenschaften des Flügels bilden.

## 2.2 Instabilitätsmechanismen und deren Modellierung

In diesem Kapitel werden Instabilitätsmechanismen kurz erklärt, die beim Grenzschichtumschlag eine wesentliche Rolle spielen können. Die Mechanismen sind in anliegenden und abgelösten Grenzschichten wirksam, auf ihre Bedeutung beim Grenzschichtumschlag in laminaren Ablöseblasen wird in den späteren Kapiteln intensiv eingegangen.

Bei der Untersuchung von Instabilitäten von Grenzschichten ist es zweckmäßig, das Grenzschichtprofil mit lokalen Referenzwerten zu normieren, da die Instabilitätseigenschaften überwiegend von diesen lokalen Eigenschaften des Grenzschichtprofils abhängen. Als Bezugsgeschwindigkeit wird die Geschwindigkeit am Grenzschichttrand  $u_e$ , als Bezugslänge die Verdrängungsdicke der Grenzschicht

$$\delta_1(x) = \int_y \frac{\bar{u}(x, y)}{u_e(x)} \cdot \left[ 1 - \frac{\bar{u}(x, y)}{u_e(x)} \right] dy \quad (2.2)$$

(oder die Impulsverlustdicke) gewählt, wobei  $\bar{u}$  die zeitlich gemittelte Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung und  $x$  bzw.  $y$  die stromab- und wandnormale Koordinate bezeichnen. In der Normierung mit der lokalen Reynoldszahl  $Re_{\delta_1}$  ergeben sich für Ablöseblasen an Hochauftriebshilfen und an Laminarprofilen vergleichbare Grundströmungen mit ähnlichen Instabilitätseigenschaften.

### 2.2.1 Lineare Instabilität, TS-Instabilität

In der Nähe des Staupunktes an der Vorderkante eines Tragflügels oder einer ebenen Platte ist die Grenzschicht sehr dünn, die Reynoldszahl  $Re_{\delta_1}$  also sehr klein. Solche Grenzschichten sind stabil gegenüber Störwellen. Befinden sich solche in der Grenzschicht, so klingt ihre Amplitude zunächst ab. Mit zunehmendem Abstand von der Vorderkante wächst die Grenzschicht, bis die Reynoldszahl  $Re_{\delta_1}$  einen bestimmten Wert überschreitet, der als kritische Reynoldszahl  $Re_{krit}$  bezeichnet wird. Eine Instabilität der Grenzschicht gegenüber Störwellen, die primäre Instabilität, setzt ein. In Grenzschichten, bei denen die Potentialgeschwindigkeit am Grenzschichttrand in Stromabrichtung zunimmt, sogenannten beschleunigten Grenzschichten, ist die kritische Reynoldszahl größer als bei Grenzschichten, bei denen die Potentialgeschwindigkeit abnimmt, den verzögerten Grenzschichten. Zudem sind im instabilen Gebiet, also weiter stromab bei  $Re > Re_{krit}$ , auch die primären Anfachungsraten der Störwellen in beschleunigten Grenzschichten erheblich geringer als bei verzögerten Grenzschichten.

Zur Untersuchung dieser Instabilität in der linearen Stabilitätstheorie (LST) wird die Stromfunktion  $\phi$  als Überlagerung des zeitlich gemittelten Anteils  $\bar{\phi}$  und eines Störanteils  $\phi'$  behandelt:

$$\phi = \bar{\phi} + \phi'. \quad (2.3)$$

Beim gemittelten Anteil wird das Grenzschichtwachstum vernachlässigt ( $\frac{\partial}{\partial x}\bar{\phi} = 0$ ), so dass dieser lediglich vom Wandabstand abhängt:  $\bar{\phi} = A(y)$ . Der Störanteil wird mit einem Wellenansatz modelliert:

$$\phi'(x, y, t) = F(y) \cdot e^{i(\alpha x + \gamma z - \beta t)} + c.c. \quad (2.4)$$

Die Wellenzahl in Stromabrichtung  $\alpha$  und die Frequenz  $\beta$  sind komplex, die Imaginärteile stellen jeweils eine Anfachungsrate dar, wobei  $\alpha_i < 0$  bzw.  $\beta_i > 0$  exponentielles räumliches bzw. zeitliches Wachstum charakterisieren. Die Wellenzahl in Spannweitenrichtung  $\gamma = 2\pi/\lambda_z$  ist reell und *c.c.* bezeichnet den konjugiert komplexen Anteil. Für eine feste Stromabposition ( $x = const.$ ) setzt man diesen Ansatz in die Navier-Stokes-Gleichungen ein und erhält durch Linearisierung (Produkte aus Störgrößen werden vernachlässigt) die Orr-Sommerfeld-Gleichung (vergl. [62]).

Nach Vorgabe zweier der vier Unbekannten  $\alpha_r, \alpha_i, \beta_r, \beta_i$  können durch Lösung eines Eigenwertproblems, die beiden fehlenden Werte bestimmt werden. Für eine gegebene Querwellenzahl  $\gamma$  wird dabei die Bestimmung der komplexen Frequenz  $\beta$  in Abhängigkeit von  $\alpha$  mit  $\alpha_i = 0$  als zeitliches Problem bezeichnet. Als räumliches Problem bezeichnet man demgegenüber die Bestimmung der komplexen Wellenzahl  $\alpha$  in Abhängigkeit von  $\beta$  mit  $\beta_i = 0$ . Solange die Anfachungsraten klein sind ( $\beta_i \approx 0$ ;  $\beta_i^2$  vernachlässigbar) kann mit Hilfe der Gaster-Transformation aus der praktisch wenig relevanten Anfachungsrate  $\beta_i$  des zeitlichen Problems die räumliche Anfachungsrate  $\alpha_i$  bestimmt werden (Gaster [14]):

$$\alpha_i = -\frac{\partial \beta_r}{\partial \alpha_r} \beta_i. \quad (2.5)$$

Für starke Anfachungsraten, wie sie insbesondere in verzögerten Grenzschichten auftreten, ist die Gaster-Transformation somit nicht zulässig und zur Ermittlung sinnvoller Eigenwerte muss das aufwendigere, räumliche Problem gelöst werden.

Für  $Re \rightarrow \infty$ , also verschwindenden Reibungseinfluss, geht die Orr-Sommerfeld-Gleichung in die Rayleigh-Gleichung über. Aus ihr wird ersichtlich, dass nur Grenzschichtprofile mit Wendepunkt reibungsfrei instabil sind. Wendepunktprofile sind typisch für verzögerte Grenzschichten. Der experimentelle Nachweis von räumlich anwachsenden Störwellen durch Schubauer & Skramstad [64] in einer Blasiusgrenzschicht (konstante Geschwindigkeit am Grenzschichttrand), bei der der Wendepunkt auf die Wand fällt und die somit den Grenzfall der wendepunktfreien Grenzschichtprofile darstellt, bestätigte die von Tollmien & Schlichting durch Lösung der Orr-Sommerfeld-Gleichung getroffene theoretische Aussage, dass auch wendepunktfreie Grenzschichtprofile instabil werden können. Störwellen in

Grenzschichten werden daher auch als Tollmien-Schlichting-Wellen (TS-Wellen) bezeichnet. Obwohl TS-Wellen exponentiell anwachsen, wird die zugrunde liegende Instabilität als lineare Instabilität (bzw. lineare Störungsanfächung) und ihre Modellierung als lineare Stabilitätstheorie (LST) bezeichnet, da sie mit den linearisierten Navier-Stokes-Gleichungen beschrieben werden kann. Auch der Begriff primäre Instabilität ist verbreitet.

Neben Störwellen, die räumlich angefacht werden, während sie von der Grundströmung stromab konvektiert werden, den konvektiven Störwellen, ermöglicht die LST auch die Untersuchung von Grundströmungsprofilen auf absolute Instabilität. Im Bereich absoluter Instabilität wächst eine beliebig kleine Anfangsströrung zeitlich an, und verbleibt dabei am Ort der absoluten Instabilität. Die entsprechende zeitliche Anfachungsrate  $\beta_{0,i}$  kann allerdings nicht einfach dem zeitlichen Problem ( $\alpha_i = 0$ ) entnommen werden, sondern es muss auf beide Einschränkungen  $\alpha_i = 0$  und  $\beta_i = 0$  ganz verzichtet und vollkomplexe Wellenzahlen und Frequenzen berücksichtigt werden, da das Auftreten einer absoluten Instabilität durch verschwindende Gruppengeschwindigkeit  $c_g = \frac{\partial \beta}{\partial \alpha} = 0$  charakterisiert wird. Solche Eigenwerte mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit werden in dieser Arbeit mit dem Index 0 bezeichnet. Betchov *et al.* [4] und Gaster [16] zeigen, dass bei verschwindender Gruppengeschwindigkeit dann absolute Instabilität vorliegt, wenn die entsprechende Frequenz  $\beta_0$  einen positiven Imaginärteil hat ( $\beta_{0,i} > 0$ ).

Allgemein wird davon ausgegangen, dass das Auftreten einer absoluten Instabilität in einer Grenzschicht alleine noch nicht ausreicht um tatsächlich zeitliches Störungswachstum zu ermöglichen. Vielmehr muss sich das Gebiet mit absoluter Instabilität über einen ausreichend großen Stromabereich erstrecken, der zumindest etwa eine Wellenlänge der zeitlich wachsenden Störmode umfasst. Treten in der Grenzschicht zeitlich wachsende Störmoden auf, so sprechen einige Autoren im Gegensatz zur absoluten Instabilität, die auf einer rein lokalen Stabilitätsbetrachtung beruht, von globaler Instabilität (siehe dazu Huerre & Monkewitz [33]). Dort wird auch gezeigt, dass die globale Wachstumsrate nicht der maximalen absoluten Anfachungsrate entspricht, sondern sie wird schwächer ausfallen. Der Begriff globale Instabilität wurde allerdings schon zuvor von Gaster [17] für eine zeitliche Instabilität eingeführt, die sich seiner Ansicht nach aus der Wechselwirkung der Ablöseblase mit der umgebenden Potentialströmung ergeben kann, da eine solche Instabilität in einer lokalen Untersuchung nicht zu identifizieren wäre. In der hier vorliegenden Arbeit wird der Begriff globale Instabilität im ursprünglichen, von Gaster eingeführten Sinn verwendet.

### 2.2.2 Sekundäre Instabilität

Wenn die Amplitude der primär angefachten TS-Welle einen bestimmten Wert überschreitet, treten nichtlineare Interaktionen auf, durch die dreidimensionale (3-D) Störungen angefacht werden. Die ursprünglich zweidimensionalen Wellenfronten der TS-Welle werden

dadurch auch in Spannweitenrichtung zunehmend welliger. Diese Verformungen werden in Stromabrichtung (senkrecht zur 2-D-Wellenfront) zunehmend länger, bis sich schließlich  $\Lambda$ -förmige Wirbelstrukturen bilden, sogenannte  $\Lambda$ -Wirbel. Solange die 3-D-Amplitude klein ist, können die Wechselwirkungen der 3-D-Moden untereinander vernachlässigt werden (schwach nichtlineares Problem). Herbert [26] fand eine theoretische Formulierung dieses Problems für Wandgrenzschichten, die auf der Floquet-Theorie beruht, und die er als Sekundäre Instabilitätstheorie eingeführt hat. In einer lokalen Modellierung wird eine stationäre, parallele Grundströmung  $\bar{\phi}$  und eine monochromatische 2-D-Störwelle  $\phi_{TS}$  vorgegeben. Die Anfachungsrate dieser primären Störung wird als klein gegenüber der sekundären Anfachungsrate angesehen und daher vernachlässigt. Schließlich wird das Koordinatensystem mit der Phasengeschwindigkeit  $c_{ph} = \frac{\beta}{\alpha}$  der 2-D-Welle mitbewegt und es ergibt sich in einer zeitlichen Modellierung der sekundären Störwellen (Index *sek*) folgende Darstellung:

$$\phi = \bar{\phi} + \phi_{TS} + \phi_{sek}, \quad (2.6)$$

$$\phi_{TS} = \tilde{F}_{TS}(y)e^{i(\alpha x')}; \quad x' = x - c_{ph}t; \quad \alpha \in \mathfrak{R}, \quad (2.7)$$

$$\phi_{sek} = e^{\sigma t} e^{i\gamma z} (\tilde{F}_1(y)e^{i\varepsilon \frac{\alpha}{2} x'} + \tilde{F}_2(y)e^{i(2-\varepsilon)\frac{\alpha}{2} x'}); \quad \sigma \text{ komplex.} \quad (2.8)$$

$\tilde{F}$  bezeichnet jeweils ein Wellenpaar aus der Störmode und dem entsprechenden, konjugiert komplexen Anteil. Der Parameter  $\varepsilon$ ,  $0 < \varepsilon < 1$ , wurde von Herbert & Santos [27] eingeführt und kennzeichnet die Verstimmung der sekundären Mode gegenüber der TS-Welle. Der Ansatz (2.6) bis (2.8) wird in die Navier-Stokes-Gleichungen eingesetzt und Produkte der 3-D-Moden untereinander vernachlässigt. Ein Eigenwertproblem liefert schließlich die Eigenfunktionen  $\tilde{F}_1$  und  $\tilde{F}_2$  sowie eine zeitliche sekundäre Anfachungsrate  $\sigma_r$  sowie  $\sigma_i$ , das ein Maß für die Abweichung der Phasengeschwindigkeit der sekundären Mode von der 2-D-Phasengeschwindigkeit darstellt. Sekundäre Instabilität zeichnet sich durch eine Phasenkoppelung der fundamentalen Welle und der generierten 3-D-Moden aus. Die Frequenzen stimmen nahezu überein ( $\sigma_i \approx 0$ ). Daher kann über die Phasengeschwindigkeit aus der sekundären zeitlichen Anfachungsrate direkt die räumliche Anfachungsrate bestimmt werden:

$$\alpha_{i,sek} = -\sigma_r / c_{ph}. \quad (2.9)$$

Für  $\varepsilon = 0$  erhält man den Fall der fundamentalen Resonanz, bei der eine stationäre 3-D-Mode (Längswirbel) und eine laufende 3-D-Welle mit der Frequenz der TS-Welle, der fundamentalen Frequenz, sekundär angefacht wird. Dieses Szenario ist verantwortlich für den K-Umschlagstyp mit dem typischen *Peak-Valley-Splitting* (siehe z.B. [56]). In Spannweitenrichtung finden sich Bereiche mit besonders großer Störampplitude (Peak-Ebene) sowie relativ ruhige Bereiche (Valley-Ebene). In der Peak-Ebene treten mit der Frequenz der TS-Welle  $\Lambda$ -Wirbel auf. Für  $\varepsilon = 1$  erhält man subharmonische Anfachung von dreidimensionalen Störwellen deren Frequenz der Hälfte der TS-Frequenz entspricht. Subharmonische Resonanz liefert ein Umschlagsszenario mit versetzten  $\Lambda$ -Wirbeln.

In freien Scherschichten kann eine weitere Form sekundärer Instabilität auftreten. Dabei verschmelzen jeweils zwei aufeinander folgende Wirbel (2-D-Störwelle mit großer Amplitude) zu einem größeren 2-D-Wirbel. Bei diesem mit Wirbelverschmelzung (engl. *vortex pairing*) bezeichneten Mechanismus werden somit subharmonische 2-D-Moden sekundär angefacht. Nachdem dieser Vorgang zunächst in Experimenten beobachtet wurde (vergl. Winant & Browand [75]), gelang Pierrehumbert & Widnall [52] die theoretische Formulierung dieser Instabilität. Hipp-Kalthoff [29] findet in DNS einer freien Scherschicht diesen Mechanismus ebenfalls. Obwohl die abgelöste Scherschicht in laminaren Ablöseblasen eine starke Ähnlichkeit mit freien Scherschichten hat, wurde Wirbelverschmelzung und das damit verbundene starke Anwachsen der Amplitude subharmonischer 2-D-Moden dort noch nicht beobachtet.

### 2.2.3 Nichtlineare Interaktionen

Aufgrund des nichtlinearen Charakters der Navier-Stokes-Gleichungen werden von jeder Mode ständig weitere Moden generiert, deren Frequenz bzw. Wellenzahl in Stromab- und Spannweitenrichtung Vielfache der generierenden Mode darstellen. Es wurde angesprochen, dass sowohl TS-Wellen als auch durch sekundäre Instabilität generierte 3-D-Moden einem Wellenansatz genügen. Für solche Störungen lassen sich die nichtlinearen Terme somit als Produkt trigonometrischer Funktionen darstellen (hier exemplarisch für die Frequenz):

$$A_1 \sin \beta_1 t \cdot A_2 \sin \beta_2 t = A_1 \cdot A_2 \cdot 0.5 \{ \cos[(\beta_1 - \beta_2)t] - \cos[(\beta_1 + \beta_2)t] \}. \quad (2.10)$$

Dabei stellen  $A_1$  und  $A_2$  die Amplituden zweier Moden und  $\beta_1$  und  $\beta_2$  die Frequenzen dieser Moden dar. Es wird deutlich, dass Moden entstehen, deren Amplitude in der Größenordnung des Produktes der Amplitude der beiden generierenden Moden liegt und dass sich Frequenzen einstellen, die der Summe oder Differenz der Frequenzen der einzelnen Moden entsprechen.

Nichtlinear generierte Moden spielen erst dann eine wesentliche Rolle, wenn die generierenden Moden schon eine große Amplitude erreicht haben. Andernfalls ist das Produkt der Einzelamplituden sehr klein. Neben der Wechselwirkung zweier unterschiedlicher Moden interagiert auch jede einzelne Mode mit sich selbst. Daraus ergibt sich eine stationäre Mode (Veränderung der Grundströmung) sowie eine Mode mit der doppelten Frequenz der generierenden Mode. Durch Wechselwirkungen dieser ersten Höherharmonischen mit der Ausgangsmode entstehen weitere Moden, deren Frequenzen ganzzahlige Vielfache der Ausgangsmode darstellen. Diese werden unter dem Begriff Höherharmonische zusammengefasst. Wenn die Ausgangsmode einmal eine große Amplitude erreicht hat, füllt sich das Frequenzspektrum daher schnell bis hin zu sehr hohen Frequenzen auf. Das Gleiche gilt für

die Querwellenzahl. Ist einmal eine 3-D-Mode mit großer Amplitude vorhanden, so werden sehr schnell immer feinskaligere Moden generiert, bis sich schließlich eine turbulente Grenzschicht entwickelt hat.

2-D-Wellen stellen einen Spezialfall dar. Ihre Querwellenzahl beträgt  $\gamma = 0$ . Auch durch nichtlineare Interaktionen können keine 3-D-Moden entstehen, da auch die Höherharmonischen wieder die Querwellenzahl  $\gamma = 0$  haben. Beim Grenzschichtumschlag, der sich aus einer 2-D TS-Welle entwickelt, müssen daher zuerst 3-D-Moden durch sekundäre Instabilität so weit in der Amplitude anwachsen, bis sich das Querwellenzahlspektrum durch nichtlineare Interaktionen auffüllen kann.

Wenn allerdings von Anfang an 3-D-Moden mit großer Amplitude in der Grenzschicht vorhanden sind, so kann der Grenzschichtumschlag direkt durch nichtlineare Interaktionen erfolgen, ohne dass sekundäre Instabilitäten beteiligt sind. Dieses Szenario wird als schräger Umschlag (*Oblique Breakdown*) bezeichnet und wurde erstmals in einer Überschallgrenzschicht von Thumm [69] nachgewiesen.

Einen weiteren Spezialfall stellt der *By-Pass*-Umschlag dar. Unter diesem sehr allgemeinen Begriff werden alle Szenarien zusammengefasst, die sich ergeben, wenn Störungen mit so großer Amplitude in die Grenzschicht eingebracht werden, dass unmittelbar starke nichtlineare Interaktionen einsetzen und einen sofortigen Grenzschichtumschlag einleiten. Die Phase des linearen Störungswachstums entfällt dabei. Ein *By-Pass*-Umschlag kann beispielsweise als Folge starker Unebenheiten der Körperoberfläche oder eines sehr hohen Turbulenzgrades in der Anströmung auftreten.

## 2.3 Stand der Forschung

Hier soll nur ein grober Überblick über die umfangreiche Literatur zum Thema laminare Ablöseblase gegeben werden. Auf Arbeiten, die in direktem Zusammenhang mit den hier dargestellten Ergebnissen stehen oder zu deren Verständnis beitragen, und auf sehr neue Arbeiten wird genauer eingegangen, ansonsten sei auf den Überblick bei Rist [58] verwiesen.

Wegen ihres starken Einflusses auf die aerodynamischen Eigenschaften eines Tragflügels stehen laminare Ablöseblasen seit ihrer Entdeckung in den frühen 30er Jahren dieses Jahrhunderts im Mittelpunkt vieler experimenteller Forschungsarbeiten. In den frühen Arbeiten wurde durch Vermessung des zeitlich gemittelten Strömungsfeldes versucht, Bedingungen zu bestimmen, die die Bildung einer Ablöseblase ermöglichen sowie den Einfluss von Ablöseblasen auf die Eigenschaften eines Tragflügels zu erfassen. Daneben wurde untersucht, welche Bedingungen beim Überziehen eines Flügels vorliegen.

Die Beobachtung, dass manche Ablöseblasen sich nur lokal auswirken, und dass andererseits manche Blasen die Geschwindigkeitsverteilung in weiten Bereichen eines Tragflügel-

profiles verändern, führte zu der Unterscheidung kurzer Ablöseblasen (*short bubble*) mit nur lokalem Einfluss und langer Ablöseblasen (*long bubble*) mit globalerem Einfluss (Owen & Klanfer [50]). Da sich beim Unterschreiten einer bestimmten Reynoldszahl die Geschwindigkeitsverteilung am gesamten Tragflügel stark ändert, wurde dieses Phänomen als Platzen der Ablöseblase (*bubble bursting*) eingeführt. Young & Horton [78] zeigen rms-Amplituden (*root-mean-square*) in langen und kurzen Blasen und finden in einer langen Blase Maximalwerte von über 27% der Anströmgeschwindigkeit, in einer kurzen Blase ca. 12%. Sie berichten, dass in beiden Fällen der laminar-turbulente Grenzschichtumschlag an einer ähnlichen Position bezogen auf die Wiederanlegestelle eintritt und dass die Ursachen für das Platzen der Ablöseblase vermutlich in Wechselwirkungen der Blase mit der Potentialströmung zu suchen sind.

Gaster [15] erzeugt Ablöseblasen an einer ebenen Platte, indem er oberhalb der Platte einen Verdrängungskörper anbringt und so der Platte einen starken Druckanstieg aufprägt. Er untersucht eine Vielzahl von Ablöseblasen und leitet ein Kriterium in Abhängigkeit des Druckgradienten und der Impulsverlustdicke  $\delta_2$  für die Reynoldszahl her, bei der eine lange Ablöseblase in eine kurze Ablöseblase übergeht. Daneben führt er umfangreiche instationäre Messungen durch und findet in manchen langen Blasen Zeitsignale, in denen sich relativ ruhige Phasen mit Phasen abwechseln, in denen hochfrequente Störungen eine vergleichsweise große Amplitude haben. Er identifiziert die hochfrequenten Störungen als TS-Wellen und führt deren phasenweises Verschwinden auf veränderte Instabilitätseigenschaften der freien Scherschicht aufgrund niederfrequenter Veränderungen der Blasengröße zurück.

Ein solcher Wechsel zwischen ruhigeren Phasen und Phasen mit starken hochfrequenten Fluktuationen beobachten auch Kiya & Sasaki [34] sowie Cherry *et al.* [8] jeweils in einer Ablöseblase an der Vorderkante einer stumpfen Platte. Beim Wechsel zwischen ruhigerer und unruhigerer Phase ändert sich dabei der Ablöswinkel der freien Scherschicht. Kiya & Sasaki beobachten zudem beim Übergang zur unruhigeren Phase das Abgehen eines besonders starken Wirbels. Sie schließen, dass während der ruhigeren Phase die Wirbelstärke in der Ablöseblase zunimmt, wobei die Ablöseblase stark wächst. Schließlich trennt sich der hintere Teil der Ablöseblase als besonders starker Wirbel von der Ablöseblase, und die Größe der Blase verringert sich dadurch plötzlich.

Bis Ende der Sechziger Jahre konnten numerische Untersuchungen keine nennenswerten Erkenntnisse über laminare Ablöseblasen beisteuern. Die Prandtl'schen Grenzschichtgleichungen weisen an der Ablösestelle eine Singularität (Goldstein-Singularität) auf und eine Lösung konnte daher für Grenzschichten mit Ablöseblase nicht ermittelt werden. Mit dem Aufkommen leistungsfähiger Rechner wurde Anfang der 70er Jahre die Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen zur Berechnung von Grenzschichten möglich, und es wurden erste Simulationen von laminaren Ablöseblasen durchgeführt. Briley [6] stellt erstmals Simulations-

ergebnisse vor, die durch die zeitechte Lösung der vollständigen, inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen ermittelt wurden. Dieses Vorgehen wird als direkte numerische Simulation (DNS) bezeichnet. Briley simuliert linear über  $x$  verzögerte Grenzschichten (Howarth-Grenzschicht) bei sehr kleinen Reynoldszahlen (an der Ablösestelle:  $Re_{\delta_{1,a}} \approx 200$ ) bis sich eine stationäre Lösung einstellt. Für DNS des Grenzschichtumschlags bei praktisch relevanten Reynoldszahlen reichte die Leistung der Rechner zu diesem Zeitpunkt jedoch bei weitem noch nicht aus. Daher konzentrierten sich die numerischen Arbeiten in der Folge auf die möglichst gute Reproduktion experimentell bestimmter stationärer Geschwindigkeitsverteilungen. Briley & McDonald [7] versuchen den Einfluss des Grenzschichtumschlags und der resultierenden Turbulenz mit Hilfe eines McDonald-Fish-Turbulenzmodells zu erfassen. Diesem Vorgehen liegt die Vorstellung zugrunde, innerhalb der abgelösten Scherschicht entwickle sich sehr lokal Turbulenz. Nach dieser Idee breitet sich die Turbulenz dann keilförmig nach oben in die laminare Potentialströmung und nach unten in das laminare Rückströmgebiet aus, bis der Keil schließlich die Wand erreicht. Dies wird mit dem Wiederanlegen der Grenzschicht gleichgesetzt.

Der Verdrängungseinfluss der Grenzschicht wird durch ein Grenzschichtinteraktionsmodell erfasst. Dabei wird die Aufdickung der Grenzschicht durch eine (gedachte) Quellverteilung an der Wand modelliert. Es wird davon ausgegangen, dass die von diesen Quellen im Modell induzierte Geschwindigkeit der tatsächlichen Veränderung der Potentialströmung durch Verdrängungseffekte in der Grenzschicht entspricht. Die ursprünglich im Verfahren als Randbedingung vorgegebene Potentialgeschwindigkeitsverteilung wird mit der von der Quellverteilung induzierten Geschwindigkeitsverteilung überlagert. Briley & McDonald erzielen bei der Geschwindigkeitsverteilung gute Übereinstimmung mit einem Experiment von Gault [20]. Der Vergleich der (zeitlich gemittelten) Geschwindigkeitsprofile ist dagegen nicht zufriedenstellend.

Betrachtet man Ergebnisse, die mit vergleichbaren Ansätzen bis in die jüngste Zeit erzielt wurden, so gab es keine substantiellen Verbesserungen. Choi *et al.* [9] erzielen zwar mit einem Baldwin-Lomax Turbulenzmodell auch bei den gemittelten Profilen eine bessere Übereinstimmung mit einem Experiment (Gault [19]) als Briley & McDonald. Allerdings passen sie die Transitionslage, von der an das Turbulenzmodell aktiviert wird, „manuell“ so an die experimentellen Daten an, dass die Übereinstimmung möglichst gut wird.

Inzwischen können mit Grenzschichtverfahren teilweise schon Lösungen ermittelt werden, die einer Lösung der stationären Navier-Stokes-Gleichungen mit Turbulenzmodellierung zumindest ebenbürtig sind. Sie beruhen auf den Prandtl'schen Grenzschichtannahmen und erfordern zur Vermeidung einer Singularität an der Ablösestelle spezielle Modifikationen. Dabei wird für den Grenzschichtumschlag üblicherweise eine feste Position angenommen, die nach der  $e^n$ -Methode bestimmt wird. Bei der  $e^n$ -Methode geht man davon aus,

dass die Amplitude der TS-Wellen, wenn sie um den Faktor  $e^n$  angewachsen sind, nichtlinear wird, und in der Folge der laminar-turbulente Grenzschichtumschlag eintritt. Ein typischer Wert für den n-Faktor ist  $n = 10$ . Das Wiederaanlegen der Grenzschicht wird dann mit groben Annahmen modelliert (Van Ingen [35]). Da die Rechenzeit- und Speicheranforderungen solcher Verfahren sehr gering sind, sind sie beim Profilentwurf immer noch weit verbreitet. Es können ganze Profilpolare relativ schnell und in weiten Bereichen sehr zuverlässig ermittelt werden (zumindest bei zweidimensionaler Anströmung  $\equiv$  senkrecht zur Vorderkante des Flügels). Dies verführt dazu, die entsprechenden Ergebnisse auch beim Auftreten von laminaren Ablöseblasen als relativ verlässlich anzusehen. Tatsächlich zeigt Würz [77] durch den Vergleich verschiedenster Blasenmodelle mit Experimenten jedoch, dass einzelne Modelle unter bestimmten Umständen zwar relativ gute Vorhersagen erlauben, oftmals aber auch versagen. Dies macht deutlich, dass einerseits die Physik laminarer Ablöseblasen noch zu wenig verstanden ist, und dass andererseits viele Vorgänge in laminaren Ablöseblasen einer Modellierung (sei es mit Turbulenzmodellen oder Blasenmodellen) grundsätzlich nicht zugänglich sind. Offensichtlich müssen die instationären Vorgänge in der Ablöseblase berücksichtigt werden.

Gruber [22, 21] implementierte ein Grenzschichtinteraktionsmodell in ein DNS-Verfahren, mit dem Fasel [11] TS-Wellen in einer Blasiusgrenzschicht erfolgreich simuliert hatte und untersuchte damit laminare Ablöseblasen. Durch die lokale Verzögerung einer Blasiusgrenzschicht erzwingt er laminare Ablösung. Der Druckanstieg ist so gewählt, dass die Scherschicht stromab des Bereiches mit Druckanstieg laminar wieder anlegt. Gruber gibt in 2-D-Simulationen am Einströmrand eine periodische Störung vor, die sich als TS-Welle stromab bewegt. Entgegen der Vorstellung eines sich ausbreitenden Turbulenzkeils in der abgelösten Scherschicht zeigen seine Simulationen ein anderes Szenario. Die TS-Wellen werden durch primäre Instabilität besonders im Bereich der Ablöseblase stark angefacht und ihre Amplitude wird schließlich sehr groß. Neben den Höherharmonischen wird nichtlinear auch ein stationärer Störanteil generiert (eine Veränderung des gemittelten Strömungsfeldes). Im von Gruber beschriebenen Fall hat dieser Störanteil überall eine positive Geschwindigkeitskomponente in Stromabrichtung, führt also zu einer Beschleunigung der Grundströmung. Dies vermindert einerseits die Rückströmintensität in der Ablöseblase, erzwingt zudem ein früheres Wiederaanlegen der Scherschicht und erzeugt weiterhin im zeitlichen Mittel stromab der Ablöseblase fülligere Grenzschichtprofile.

Das Wiederaanlegen der Grenzschicht setzt demnach nicht zwingend den Grenzschichtumschlag voraus, sondern es reichen beliebige Störungen aus, wenn ihre Amplitude groß genug ist. Wenn, wie bei Gruber, Dreidimensionalität unterdrückt ist, bilden sich keine feinskaligen Strukturen, sondern die TS-Wellen bewegen sich hinter der Ablöseblase als große Wirbel mit starker Amplitude stromab, die jeweils an der Wand ein mitlaufendes,

kleines Rückströmgebiet induzieren.

In weiteren Untersuchungen erhöhte Gruber den Geschwindigkeitsgradienten und verzichtete dabei auf das Einbringen von Störungen stromauf der Ablöseblase. Ab einem bestimmten Grenzwert für den Geschwindigkeitsgradienten beginnt die Ablöseblase selbsterregt zu oszillieren. Schließlich stellt sich ein Zustand mit periodisch aus der Ablöseblase abgehenden Wirbeln ein. Gruber zeigt, dass es sich auch bei diesen Wirbeln um TS-Wellen mit großer Amplitude handelt. Allerdings macht Gruber keine Angaben zur Quelle dieser TS-Wellen. Vermutlich koppeln numerische (unphysikalische) Schwankungen, die sich entweder aus numerischen Abbruchfehlern oder durch Einflüsse der Randbedingungen, beispielsweise Reflexionen, ergeben, in die Grenzschicht ein und führen so zur fortgesetzten Generierung von TS-Wellen.

Lin *et al.* [38] führen Simulationen eines Eppler-387-Profiles unter  $4^\circ$  Anstellwinkel durch, ohne dabei Störungen in die Grenzschicht einzubringen. Dabei variieren sie die Reynoldszahl entsprechend einem Experiment. Auch unter diesen Bedingungen wird das Wiederanlegen der Grenzschicht durch Wirbel mit großer Amplitude erzwungen. Da es sich wie bei Gruber um 2-D DNS handelt, kann Turbulenz ebenfalls nicht entstehen. In den Simulationen von Lin *et al.* ist die Geschwindigkeitsabnahme am Ende der Ablöseblase besonders bei höheren Profilvernoldszahlen  $Re_c = 100000 \dots 200000$  zwar weniger scharf als im Experiment und sinkt nicht so weit ab, insgesamt stimmt die Geschwindigkeitsverteilung aber recht gut mit den experimentellen Daten überein. Lin *et al.* schließen daraus, dass die Größe und Form der Ablöseblase überwiegend von großskaligen Wirbeln abhängt und die feinskalige Turbulenz bei der Generierung der Ablöseblase nur eine zweitrangige Rolle spielt. Ferner erhalten sie, wie schon Gruber, in Fällen ohne Störungseingabe einen periodischen Wirbelabgang, und beschreiben dessen Frequenz als eine charakteristische Größe. Sie geben als Quelle der instationären Störungen eine reibungsfreie Instabilität der freien Scherschicht an, die sie gegen die von Gruber vermutete TS-Instabilität abgrenzen, ansonsten aber nicht weiter beschreiben. Das Gebiet stromauf der Blase wird von ihnen nicht nach TS-Wellen untersucht. Somit ist keinesfalls ausgeschlossen, dass es sich auch bei den von Ihnen beobachteten Wirbeln um nichtlinear gesättigte TS-Wellen handelt.

Dies zeigt einen wesentlichen Schwachpunkt bei der Untersuchung des sogenannten „natürlichen“ Grenzschichtumschlags in DNS und Experimenten. Im Gegensatz zu kontrollierten Bedingungen, bei denen gezielt Störungen in die Grenzschicht eingebracht werden, wird dabei die Entwicklung des Grenzschichtumschlags untersucht, die sich aus mehr oder weniger zufälligen Störungen entwickelt. In der Regel sind dabei nicht einmal die Fluktuationen in der Anströmung genau bekannt. Weitere Unsicherheiten entstehen durch die Frage, wo und wie diese dann in die Grenzschicht einkoppeln. Das Störspektrum ist daher in der Regel bestenfalls sehr grob bekannt. Der Begriff „natürlicher“ Grenzschichtumschlag für die

Umschlagsentwicklung ohne das gezielte Einbringen von Störungen ist irreführend, da er Allgemeingültigkeit vortäuscht, tatsächlich aber stark von der experimentellen Einrichtung (Motorengeräusche, Schwingungen, Strömungsführung, Konstruktionsprinzip) oder dem numerischen Verfahren (Diskretisierung, Randbedingungen) abhängt.

Der Mechanismus, bei dem Fluktuationen von außerhalb der Grenzschicht in die Grenzschicht einkoppeln, wird als Rezeptivität bezeichnet. Kozlov [37] zeigt, dass durch Rezeptivität in der Grenzschicht generell TS-Wellen generiert werden, unabhängig davon, ob es sich bei der Turbulenz in der Anströmung um Schall oder wirbelartige Störungen handelt.

Das Rezeptivitätsproblem ist Gegenstand intensiver Forschungen und die genauen Mechanismen, die zum Einkoppeln der Fluktuationen in die Grenzschicht führen, sind noch nicht bekannt. Es ist jedoch allgemein anerkannt, dass Grenzschichten mit starken Geschwindigkeitsgradienten  $\partial/\partial x$  besonders rezeptiv sind, also beispielsweise der Nasenbereich eines Flügels oder auch eine Ablöseblase. Dovgal *et al.* [10] zeigen experimentell, dass die relevanten Störungen bei Ablöseblasen an Tragflügeln durch Rezeptivität schon stromauf der Ablöseblase und nicht erst in der Ablöseblase generiert werden. Diese Aussage wird von Stemmer [68] und Rist [58] in DNS bestätigt. Die stromauf der Ablöseblase durch Rezeptivität generierten TS-Wellen werden bis zur Ablöseblase so stark angefacht, dass die in der Ablöseblase neu generierten TS-Wellen trotz einer dort möglicherweise stärkeren Rezeptivität vernachlässigbar gegenüber den schon weiter stromauf in der anliegenden Grenzschicht generierten Wellen sind (anders verhalten sich jedoch Ablösegebiete aufgrund starker Konturänderungen, z.B. hinter einer zurückspringenden Stufe). Bezüglich der Rezeptivität ergeben sich somit durch die Ablöseblase keine wichtigen neuen Fragestellungen, sondern es reicht die Betrachtung der Grenzschicht stromauf der Ablöseblase aus.

Schon früh war bekannt, dass ein erhöhter Turbulenzgrad des Windkanals dämpfend auf die Größe der Ablöseblase wirkt (Gault [20]). Über die Rezeptivität bewirkt dieser eine erhöhte Störungsamplitude in der Grenzschicht. Inzwischen wurde die dämpfende Eigenschaft von TS-Wellen auf die Ablöseblase in Experimenten durch gezielte Anregung von TS-Wellen vor der Ablöseblase genauer untersucht. Kozlov [37] beobachtet in einer Ablöseblase, bei der die Grenzschicht laminar wieder anlegt, dass die Ablöseblase ihre Größe verändert, wenn die TS-Wellen an der Wiederanlegestelle eine Amplitude von ca.  $1\%$  erreichen. Die Änderung der Grundströmung kann dabei um ein Vielfaches größer als die Störungsamplitude der TS-Welle sein, selbst wenn der Grenzschichtumschlag an der Wiederanlegestelle gerade erst beginnt. Durch eine noch größere Störungsamplitude kann die Transitionslage immer weiter nach vorne verschoben werden, bis die Ablöseblase schließlich ganz verschwindet. Selbst kleine Amplitudenänderungen haben dabei massive Auswirkungen auf die Grundströmung. Diese Zusammenhänge wurden inzwischen auch in DNS bestätigt (Rist [58]).

Darüber hinaus wurde der Einfluss der Störfrequenz auf die Ablöseblase untersucht.

Van Dam & Elli [70] regen in drei verschiedenen DNS vor der Ablöseblase jeweils eine TS-Welle mit unterschiedlicher Frequenz, aber jeweils gleicher Amplitude an. In allen Simulationen wachsen die TS-Wellen in der Ablöseblase so stark an, dass die Ablöseblase instationär wird. Durch die unterschiedlichen Anfachungsraten bei den drei Frequenzen erreichen diese an jeweils unterschiedlichen Stromabpositionen stark nichtlineare Amplituden. Dadurch variiert die Größe der Ablöseblase im zeitlichen Mittel zwischen den drei Fällen stark. Neben der Störampplitude hat also auch die Frequenz der Störungen stromauf der Ablöseblase einen starken Einfluss auf die Ablöseblase.

Fitzgerald & Mueller [13] und Hoheisel *et al.* [30] vermessen das zeitlich gemittelte Strömungsfeld in laminaren Ablöseblasen mit der Laser-Doppler-Anemometrie (LDA), die sich zu diesem Zweck besonders gut eignet, da keine Sensoren ins Strömungsfeld eingebracht werden müssen. Die Reynoldszahl ist in beiden Fällen vergleichbar. Dennoch unterscheidet sich das Strömungsfeld in beiden Fällen wesentlich. Bei Fitzgerald & Mueller ist in der gesamten Ablöseblase die Rückströmgeschwindigkeit sehr klein. Demgegenüber finden Hoheisel *et al.* Rückströmgeschwindigkeiten von ca. 10%. In beiden Experimenten wurde das Querwellenzahlspektrum der Störungen nicht untersucht. In DNS des Nachlaufes eines zylindrischen Körpers mit stumpfer Hinterkante an unserem Institut zeigte sich eine Reduzierung der Rückströmgeschwindigkeit mit zunehmendem Einfluss dreidimensionaler Störungen (Schwarz [66]). Dass ein unterschiedliches Gewicht dreidimensionaler Störungen auch in den genannten Experimenten zu den starken Unterschieden bei der Rückströmgeschwindigkeit beiträgt ist zwar durchaus denkbar, kann aber nicht nachgewiesen werden.

Angesichts des starken Einflusses des Störspektrums auf den Grenzschichtumschlag und der Unwägbarkeiten, die aus dem Verzicht auf ein definiertes Störspektrum resultieren, werden qualifizierte Untersuchungen zum Grenzschichtumschlag daher inzwischen überwiegend unter kontrollierten Bedingungen durchgeführt. Eine Ausnahme stellen die Experimente von Würz [77] und Würz *et al.* [76] dar. In einem Windkanal mit sehr niedrigem Turbulenzgrad untersucht Würz sehr detailliert die natürliche Transition in einer Ablöseblase auf der Oberseite eines Tragflügelsegments. Mit Hitzdrahtmessungen zeichnet er Zeitsignale an einer festen Position in Spannweitenrichtung auf und variiert die Stromabposition und den Wandabstand. Somit konnte er quantitativ Störprofile und ihre Frequenzverteilung bestimmen. Es ergeben sich Störungen in einem breiten Frequenzband, das in dem Bereich liegt, in dem nach der linearen Stabilitätstheorie eine Anfachung von TS-Wellen zu erwarten ist. In Voruntersuchungen stellte Würz sicher, dass dominante Frequenzen des Windkanals (z. B. Schallstörungen durch den Antriebsmotor) nicht im angefachten Frequenzband liegen. TS-Wellen aufgrund solcher Störungen sind daher so stark gedämpft, dass sie in der Ablöseblase keinen entscheidenden Einfluss mehr haben. Die Beobachtung eines breiten Frequenzbandes von TS-Wellen in der Ablöseblase steht im Widerspruch zu der Beobachtung einer einzigen,

diskreten Frequenz im Nachlauf der Ablöseblase, die Gruber und Lin *et al.* in (2-D) DNS unter natürlichen Bedingungen beobachten.

Sobald die angefachten TS-Wellen in der Ablöseblase große Amplituden erreichen, beobachtet Würz das Anwachsen eines höherharmonischen Frequenzbandes, ein deutliches Anzeichen für den einsetzenden Grenzschichtumschlag. Er beobachtet kein signifikantes Anwachsen der subharmonischen Frequenzen und schließt daraus, dass subharmonische Sekundärinstabilität in seinem Experiment keinen wesentlichen Beitrag liefert. Da Würz jeweils nur einen Messpunkt erfassen kann, ist es ihm unmöglich, Aussagen über die spektrale Zusammensetzung der Störungen in Spannweitenrichtung zu machen, die eine qualitative und quantitative Interpretation des Transitionsmechanismus ermöglichen würden.

Die gleichzeitige Erfassung mehrerer Messstellen stellt im Experiment im Gegensatz zu numerischen Simulationen nach wie vor ein Problem dar. Flächige Messtechniken wie zum Beispiel die *Particle Image Velocimetry* (PIV), die inzwischen mehr und mehr verfügbar werden, ermöglichen zwar detailliertere Analysen von Strukturen oder beispielsweise die Ermittlung eines Spektrums in Spannweitenrichtung. Demgegenüber haben solche Verfahren den Nachteil, dass in der Strömung normalerweise Teilchen nicht in ausreichendem Maße vorhanden sind und somit eingebracht werden müssen. Meist wird dadurch der Turbulenzgrad der experimentellen Einrichtung verschlechtert. Hoheisel *et al.* [30] berichten von lokalen Geschwindigkeitsveränderungen von bis zu 5% durch die Eingabe von Partikeln in die Strömung bei LDA-Messungen. Zudem erreicht PIV noch nicht die hohe Genauigkeit, die mit der Hitzdrahttechnik möglich ist, und die Frequenzauflösung ist entsprechend schlechter als bei der Hitzdrahttechnik oder LDA-Messungen.

Rist [57], Rist & Maucher [59] und Rist *et al.* [60] haben erstmals die Entwicklung des Grenzschichtumschlags in laminaren Ablöseblasen unter Berücksichtigung der Dreidimensionalität in DNS untersucht. Diese Arbeiten stellen Teilbereiche der umfassenden Untersuchungen in Rist [58] dar. Rist geht analog zu Gruber vor. Eine Blasiusgrenzschicht wird lokal auf 91% der ursprünglichen Geschwindigkeit verzögert, und es bildet sich eine Ablöseblase. Die Verzögerung der Geschwindigkeit am Grenzschichttrand um 9% ist moderat. In Ablöseblasen treten teilweise Verzögerungen über 20% auf.

Rist findet eine gute Übereinstimmung zwischen DNS und den Vorhersagen der linearen Stabilitätstheorie und schließt daraus, dass nichtparallele Effekte auch in der Ablöseblase nur einen schwachen Einfluss haben. Weiterhin geht er der Frage nach, wodurch Dreidimensionalität in laminaren Ablöseblasen entsteht. Aus der LST weiß man, dass 2-D TS-Wellen in abgelösten Scherschichten stärker angefacht sind als 3-D TS-Wellen. Selbst wenn 3-D-Wellen stromauf der Ablösestelle eine ähnliche Amplitude haben wie die 2-D-Welle, fällt ihre Amplitude bei Querwellenzahlen, die typisch für sekundäre Instabilität sind, in der Ablöseblase deutlich gegenüber der 2-D-Welle ab. Die 2-D-Anfachungsraten sind sehr groß und

liegen in der Größenordnung der sekundären Anfachungsraten in anliegenden Grenzschichten. Rist untersucht daher, ob in der Ablöseblase die Mechanismen der Sekundärinstabilität stark genug sind, um dennoch das Wachstum von 3-D-Moden bis auf nichtlineare Amplituden zu ermöglichen und so den Grenzschichtumschlag einzuleiten. Durch gezielte Eingabe von speziellen Kombinationen von 2-D- und 3-D-Störungen schafft er die Voraussetzungen für verschiedene sekundäre und nichtlineare Anfachungsmechanismen bei einer kleinen ( $Re_{\delta_{1,a}} \approx 1200$ ) und einer großen Reynoldszahl an der Ablösestelle ( $Re_{\delta_{1,a}} \approx 2700$ ). Rist zeigt, dass der Mechanismus der sekundären Instabilität, wie er mit der Floquet-Theorie beschrieben werden kann, zwar vorhanden ist, jedoch im Gegensatz zu anliegenden Grenzschichten keine wesentliche Rolle spielt. Sowohl bei der kleinen wie bei der großen Reynoldszahl tritt subharmonische sekundäre Störungsanfachung auf. Bei der kleinen Reynoldszahl finden sich zudem Anzeichen fundamentaler Sekundärinstabilität. In beiden Fällen sind die sekundären Anfachungsraten allerdings zu klein, um ein deutliches Anwachsen der 3-D-Amplitude im Vergleich zur 2-D-TS-Welle zu ermöglichen, die zum Einsetzen der Turbulenz unabdingbar wäre. Zudem bricht die sekundäre Anfachung hinter der Ablöseblase zusammen und die Amplitude der 3-D-Moden nimmt nur noch sehr langsam weiter zu. Die von Rist beobachteten Sekundärinstabilitäten können also nur dann beim Grenzschichtumschlag wichtig werden, wenn 3-D-Störungen schon vor dem Einsetzen der Sekundärinstabilität eine relativ große Amplitude im Vergleich zur 2-D-Welle haben, was angesichts der schwächeren primären Anfachungsrate jedoch unwahrscheinlich ist.

Demgegenüber sind schwach schräglauende 3-D-Wellen schon linear nahezu so stark angefacht wie 2-D-Wellen. Rist untersucht daher auch das Szenario eines schrägen Umschlags (*Oblique Breakdown*). Dabei wird vor der Ablöseblase ein symmetrisches Paar von 3-D-Wellen aber keine 2-D-Welle in die Grenzschicht eingebracht. Nachdem die 3-D-Wellen in der Ablöseblase eine nichtlineare Amplitude erreichen, wird unmittelbar eine Vielzahl Höherharmonischer auch in Spannweitenrichtung generiert. Somit ergibt sich ein sehr schneller Zerfall in feine turbulente Strukturen. Angesichts der relativ schwachen sekundären Instabilität folgert Rist, dass in laminaren Ablöseblasen der Mechanismus des schrägen Umschlags vermutlich eine zentrale Rolle bei der Entwicklung feinskaliger Dreidimensionalität spielt. Beim schrägen Umschlag werden auch stationäre 3-D-Moden (Längswirbel) nichtlinear generiert. Rist führt an, dass Längswirbelmoden, die in Experimenten wiederholt beobachtet wurden, auf einen schrägen Umschlag hinweisen können. Solche Längswirbelmoden wurden bisher in der Regel einer Görtlerinstabilität (vergl. z.B. Saric [61]) im Bereich der Wiederanlegestelle zugeschrieben.

Weiterhin zeigt Rist in DNS und mit der linearen Stabilitätstheorie, dass die von ihm untersuchten Ablöseblasen absolut stabil sind, dass also keine zeitlich wachsenden Moden auftreten. In Untersuchungen mit der linearen Stabilitätstheorie überprüft er die oft

geäußerte Vorstellung, die Instabilität der abgelösten Grenzschicht in der Ablöseblase entspreche weitestgehend der Instabilität einer freien Scherschicht und der Einfluss der Wand sei vernachlässigbar. Rist zeigt, dass die Eigenfunktionen nach der LST für typische Profile in Ablöseblasen neben den für Scherschichten charakteristischen Maxima im Bereich großer Scherung, ein ausgeprägtes Maximum in der Nähe der Wand haben. Die Wand wirkt nach diesen Untersuchungen normalerweise dämpfend auf die Störungsanfachung und die Reduzierung des abgelösten Grundströmungsprofils auf eine freie Scherschicht ist zur zuverlässigen Bestimmung der Instabilitätseigenschaften des Grundströmungsprofils somit nicht zulässig.

Hildings [28] rechnet in einer 2-D-Simulation ein Experiment nach. Im Vergleich mit dem Experiment stößt er auf erhebliche Schwierigkeiten, Randbedingungen so zu bestimmen, dass gleichzeitig die wandnormale Komponente der Potentialgeschwindigkeit sowie die Komponente in Hauptströmungsrichtung mit dem Experiment übereinstimmen. Er untersucht von-Neumann Randbedingungen für die Stromab- bzw. die wandnormale Geschwindigkeitskomponente am oberen Rand des Integrationsgebiets, kann aber auf beide Arten keine zufriedenstellende Übereinstimmung mit dem Experiment erreichen.

In jüngster Zeit wurde in DNS die Entwicklung der Turbulenz stromab der Ablöseblase untersucht, wobei aber auch die Ablöseblase in den DNS berücksichtigt wurde. Wasistho [72] hat in seiner Arbeit mit einem kompressiblen Verfahren DNS von laminaren Ablöseblasen bei einer Machzahl von  $Ma = 0.2$  durchgeführt. In 2-D-Simulationen führt auch bei ihm das Einbringen einer TS-Welle stromauf der Ablöseblase zu einem periodischen Wirbelabgang. Wird die künstliche Störungserzeugung beendet, so wächst die Größe der Blase deutlich an (vergl. Rist [58]). Wasistho führt schließlich eine DNS durch, in der neben der 2-D TS-Welle ein symmetrisches Paar von 3-D-Störungen mit der gleichen Frequenz wie die TS-Welle angeregt wird. Im Wiederanlegebereich tritt dann der laminar-turbulente Grenzschichtumschlag ein. Diese DNS ist allerdings sehr grob aufgelöst und die Ergebnisse nur qualitativ zu bewerten. Der transitionelle Bereich der DNS wird nur sehr grob untersucht. Wasistho schließt aus welligen Isolinienverläufen der Gesamtwirbelstärke an der Wand auf die Anwesenheit von  $\Lambda$ -Wirbeln in der Grenzschicht. Die von ihm gezeigten Wirbelstärke-Momentandaten in der Peak-Ebene geben allerdings keine Hinweise auf  $\Lambda$ -Wirbel und die bei ihrem Zerfall auftretenden Spikes.

Alam & Sandham [3, 2] bringen stromauf der Ablöseblase ein Paar schräglaufer Wellen in die Grenzschicht ein. Wegen der fehlenden 2-D-Störungen ist somit ein schräger Umschlag zu erwarten. Sie erhalten einen Grenzschichtumschlag mit versetzten  $\Lambda$ -Wirbeln [2]. Nach theoretischen Überlegungen spielen Sekundärinstabilitäten beim schrägen Umschlag keine Rolle. Der Grund für das Auftreten von  $\Lambda$ -Wirbeln bei Alam & Sandham lässt sich auch nicht durch Besonderheiten der abgelösten Grenzschicht erklären. Bei Rist treten

nämlich keine  $\Lambda$ -Wirbel auf. Alam gibt einen *By-Pass* Umschlag infolge der Störungsgenerierung als möglichen Grund für das Auftreten der  $\Lambda$ -Wirbel an (Alam [1]). Da laminare Ablöseblasen, außer an der Vorderkante stumpfer Körper, nur bei einem niedrigen Turbulenzgrad auftreten, kann ein *By-Pass* Umschlag, wie er von Alam & Sandham beobachtet wurde, unter realistischen Bedingungen bei Ablöseblasen in der Regel jedoch ausgeschlossen werden.

Spalart & Strelets [67] nutzen in ihrem Verfahren einen Spektralansatz in Hauptströmungsrichtung. Störungen wandern am „Ausströmrand“ in eine Dämpfungszone an deren Ende ihre Amplitude auf moderate Amplituden abgefallen ist. Das Ende der Dämpfungszone stellt gleichzeitig den „Einströmrand“ des Verfahrens dar und zufällige (genau genommen von den Eigenschaften der Dämpfungszone abhängige) 2-D- und 3-D-Störungen werden wieder in die Grenzschicht eingebracht. Spalart & Strelets beobachten eine starke Auf- und Abbewegung der abgelösten Scherschicht, die andere instationäre Phänomene überdeckt. Genauere Aussagen über den Grenzschichtumschlag können daher nicht getroffen werden. Das Flattern der freien Scherschicht erinnert an die Beobachtungen in Ablöseblasen an der Vorderkante stumpfer Körper, ist möglicherweise aber auch auf die numerischen Randbedingungen zurückzuführen (siehe Maucher *et al.* [43]).



# Kapitel 3

## Absolute Instabilität von Rückströmprofilen

Die Grundströmungsprofile in laminaren Ablöseblasen sind stark instabil gegenüber konvektiven TS-Wellen. Deren Amplitude kann in der Ablöseblase um drei bis vier Größenordnungen (Faktor  $10^3$  bis  $10^4$ ) zunehmen. Bei oberflächlicher Betrachtung kann daher der Eindruck entstehen, dass solche TS-Wellen erst in der Ablöseblase generiert werden, zum Beispiel durch absolute Instabilität. In anderen Strömungsfällen mit Rückströmgebiet, beispielsweise in Nachläufen hinter stumpfen Körpern, ist das Phänomen einer absoluten Instabilität schon beobachtet worden. In DNS und begleitenden theoretischen Untersuchungen wurden von Hannemann *et al.* [24] und Schwarz [65] absolute Instabilitäten gefunden, die zur Ausbildung von instationären Nachläufen (Karman'sche Wirbelstraße) führen können. In Fällen, in denen in der DNS eine absolute Instabilität auftrat, konnte eine solche auch mit der linearen Stabilitätstheorie nachgewiesen werden.

Daher werden in diesem Kapitel nun in einer Grundlagenuntersuchung analytisch berechnete Grenzschichtprofile mit Rückströmung, wie sie in laminaren Ablöseblasen auftreten, auf absolute Instabilität untersucht und die physikalischen Eigenschaften der entsprechenden Eigenfunktionen detailliert analysiert. Diese Untersuchung baut auf einer Reihe von Arbeiten anderer Autoren auf, die jeweils spezifische Grundströmungsprofile auf absolute Instabilität analysiert haben.

Gaster [18] fand in einer theoretischen Untersuchung absolute Instabilität für Rückströmgeschwindigkeiten von ca.  $15\% U_\infty$ . Gaster verwendet eine Familie analytischer Profile, bei denen die Rückströmgeschwindigkeit variiert werden kann. Hammond & Redekopp [23] modifizieren die üblicherweise wenig beachteten Falkner-Skan-Rückströmprofile bei Hartree-Parametern zwischen  $\beta_H = 0$  und  $\beta_H = -0.1988$ . Sie geben für  $Re_{\delta_1} = 1000$  einen Wert von ca.  $20\% U_\infty$  als unterste Grenze für absolute Instabilität an. Huerre & Monkewitz [32]

modellieren die freie Scherschicht als  $u(y, R) = 1 + R \tanh(0.5y)$ . Der Parameter  $R$  kann frei gewählt werden. In einer reibungsfreien Untersuchung ( $Re \rightarrow \infty$ ) setzt absolute Instabilität bei  $R = 1.315$  ein, was einer Rückströmung von  $u_r = \frac{1-R}{1+R} = 0.136$  entspricht.

Alam & Sandham [2] untersuchen analytische Profile der Form:

$$u(y) = \tanh(y) - 2A \frac{\tanh(y/B)}{\cosh(y/B)}, \quad (3.1)$$

und geben 15% Rückströmung als Grenze für das Einsetzen absoluter Instabilität bei großen Reynoldszahlen an. Bei  $Re_{\delta_1} = 500$  nennen sie 20% Rückströmung als Grenze zum Einsetzen absoluter Instabilität (mit  $A = 1.16$  und  $B = 1.55$ ). Die verschiedenen Autoren geben also Rückströmgeschwindigkeiten von 15-20% als Voraussetzung für absolute Instabilität an und es zeigt sich ein dämpfender Einfluss der Reibung (kleine Reynoldszahlen). Ein genauerer Vergleich ist nicht möglich, da jeweils unterschiedliche Grundströmungsprofile untersucht wurden.

Hier wird nun in einer umfassenden Parameterstudie mit der linearen Stabilitätstheorie (LST) untersucht, unter welchen Bedingungen Grenzschichtprofile mit Rückströmung absolut instabil werden und entsprechende Stabilitätsdiagramme erstellt. Neben der Rückströmgeschwindigkeit und der Reynoldszahl wird die Höhe des Rückströmgebietes als weiterer Parameter eingeführt, der eine Variation der Form des Grenzschichtprofils bei gleichbleibender Rückströmgeschwindigkeit zulässt. Dies soll eine einfache und wesentlich genauere Abschätzung der absoluten Instabilitätseigenschaften von gemessenen oder numerisch ermittelten Grenzschichtprofilen ermöglichen, als es die bisher von anderen Autoren angeführten, eher pauschalen Aussagen zulassen. Die praktische Relevanz der Klassifizierung von Grenzschichtprofilen anhand der Parameter Rückströmgeschwindigkeit, Reynoldszahl und Höhe des Rückströmgebietes wird durch Vergleiche mit DNS im Laufe dieser Arbeit bestätigt.

Die Grenzschichtprofile werden durch eine analytische Funktion bestimmt, die sowohl eine Variation der Höhe der Ablöseblase als auch der maximalen Rückströmgeschwindigkeit bei einer gegebenen Reynoldszahl zulässt. Auf diese Weise soll eine Einordnung charakteristischer Eigenschaften von abgelösten Grenzschichtprofilen vorgenommen werden und durch die Erstellung von Stabilitätsdiagrammen eine schnelle, möglichst zuverlässige Beurteilung ermöglicht werden, ob ein gegebenes Rückströmprofil absolute Instabilität aufweist.

Eine Tangens-Hyperbolikus-Funktion wird so modifiziert, dass ein abgelöstes Grenzschichtprofil  $u(y)$  entsteht:

$$u(y) = \tanh \{a [y - h_R - (y - h_R)^r]\}, \quad (3.2)$$

wobei  $h_R$  die Höhe des Rezirkulationsgebietes bezeichnet ( $u(h_R) = 0$ ). Sie darf nicht mit der Lage der Trennstromlinie  $y_{tr}$  verwechselt werden, unterhalb derer die Massenbilanz

ausgeglichen ist:  $\int_0^{y_{tr}} u(y)dy = 0$  ). Die maximale Rückströmgeschwindigkeit  $u_r$  wird über die Beziehung

$$a = \frac{1}{2} \frac{\log\left(\frac{1-u_r}{1+u_r}\right)}{(1/r)^{1/(r-1)} - (1/r)^{r/(r-1)}} \quad (3.3)$$

in Gleichung (3.2) festgelegt. Durch Variation des Exponenten  $r$  in Gleichung (3.2) kann schließlich die Form des Grundströmungsprofils variiert werden. Das Verhältnis der Höhe des Rezirkulationsgebietes  $h_R$  wird auf die Verdrängungsdicke bezogen und mit  $h_{R,\delta_1} = h_R/\delta_1$  bezeichnet. Der Exponent  $r$  wird iterativ so festgelegt, dass sich das gewünschte Verhältnis  $h_{R,\delta_1}$  einstellt. Die auf die Verdrängungsdicke bezogene Reynoldszahl  $Re_{\delta_1}$  kann durch die Streckung der Profile in wandnormaler Richtung beliebig gewählt werden.

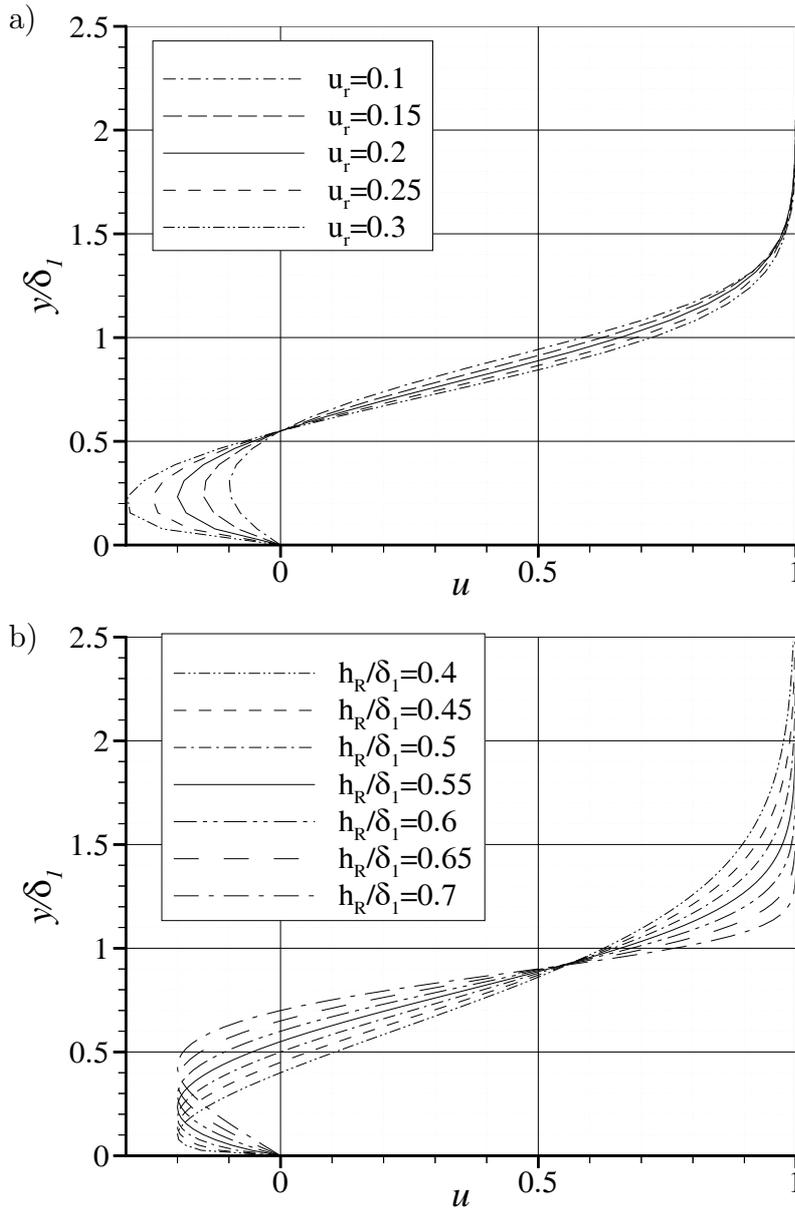
Es werden Profile mit Rückströmgeschwindigkeiten von 10-30%  $U_\infty$  untersucht, um einen Vergleich mit den oben angeführten Arbeiten anderer Autoren zu ermöglichen. Zusätzlich wurde die Reynoldszahl in einem weiten Bereich variiert, der neben den Werten, in dem üblicherweise laminare Ablöseblasen beobachtet werden ( $Re_{\delta_1} < 4000$  an der Ablösestelle), auch den nahezu reibungsfreien Fall bei sehr großen Reynoldszahlen umfasst. Schließlich wurde die Höhe des Rezirkulationsgebietes zwischen  $h_{R,\delta_1} = 0.4$  und  $0.7$  variiert. Abbildung 3.1a zeigt Grundströmungsprofile mit unterschiedlichen Rückströmgeschwindigkeiten bei gleichbleibender Höhe des Rezirkulationsgebietes  $h_{R,\delta_1} = 0.55$ . In Bildteil (b) wird die Höhe des Rezirkulationsgebietes bei einheitlicher maximaler Rückströmgeschwindigkeit von  $u_r = 0.2$  variiert.

Zur Lösung der Orr-Sommerfeld-Gleichung wird ein bewährtes Schießverfahren eingesetzt, das schon seit vielen Jahren in der Forschungsgruppe Transition und Turbulenz des Institutes verwendet wird und durch Vergleiche der konvektiven Störungsanfachung mit unzähligen DNS unterschiedlicher Grenzschichten validiert ist. Die Eigenwerte sind gemäß den Beziehungen:

$$\alpha = \hat{\alpha} \cdot \hat{L}, \quad \beta = \hat{\beta} \frac{\hat{L}}{\hat{U}_\infty}. \quad (3.4)$$

dimensionslos gemacht. Das zur Bestimmung absoluter Instabilität modifizierte Verfahren wurde durch den Vergleich mit einer Untersuchung von Gaster [18] abgesichert (vergl. Abschnitt 3.6). Gaster analysiert ein Profil mit  $u_r = 0.15$ , für das im reibungsfreien Fall gerade absolute Instabilität einsetzt. Unsere Untersuchung wurde bei  $Re_{\delta_1} = 9000$  durchgeführt, was nahezu dem reibungsfreien Zustand entspricht. Darauf wird später bei der Diskussion der Eigenwerte bei 15% Rückströmung noch eingegangen. Tatsächlich stellt sich auch mit dem hier verwendeten Verfahren eine nahezu neutrale Anfachungsrate ein ( $\beta_{0,i}\delta_1 = -0.009$ ) und es reicht aus, die maximale Rückströmgeschwindigkeit um  $\Delta u_r = 0.0064$  zu erhöhen, um ein absolut instabiles Profil zu erhalten.

Durch Variation des Real- und Imaginärteiles der Wellenzahl  $\alpha$  und Bestimmung der entsprechenden Eigenwerte  $\beta_r$  und  $\beta_i$  kann die komplexe Gruppengeschwindigkeit  $c_g = \partial\beta/\partial\alpha$

**Abb. 3.1:**

Analytische Grenzschichtprofile:

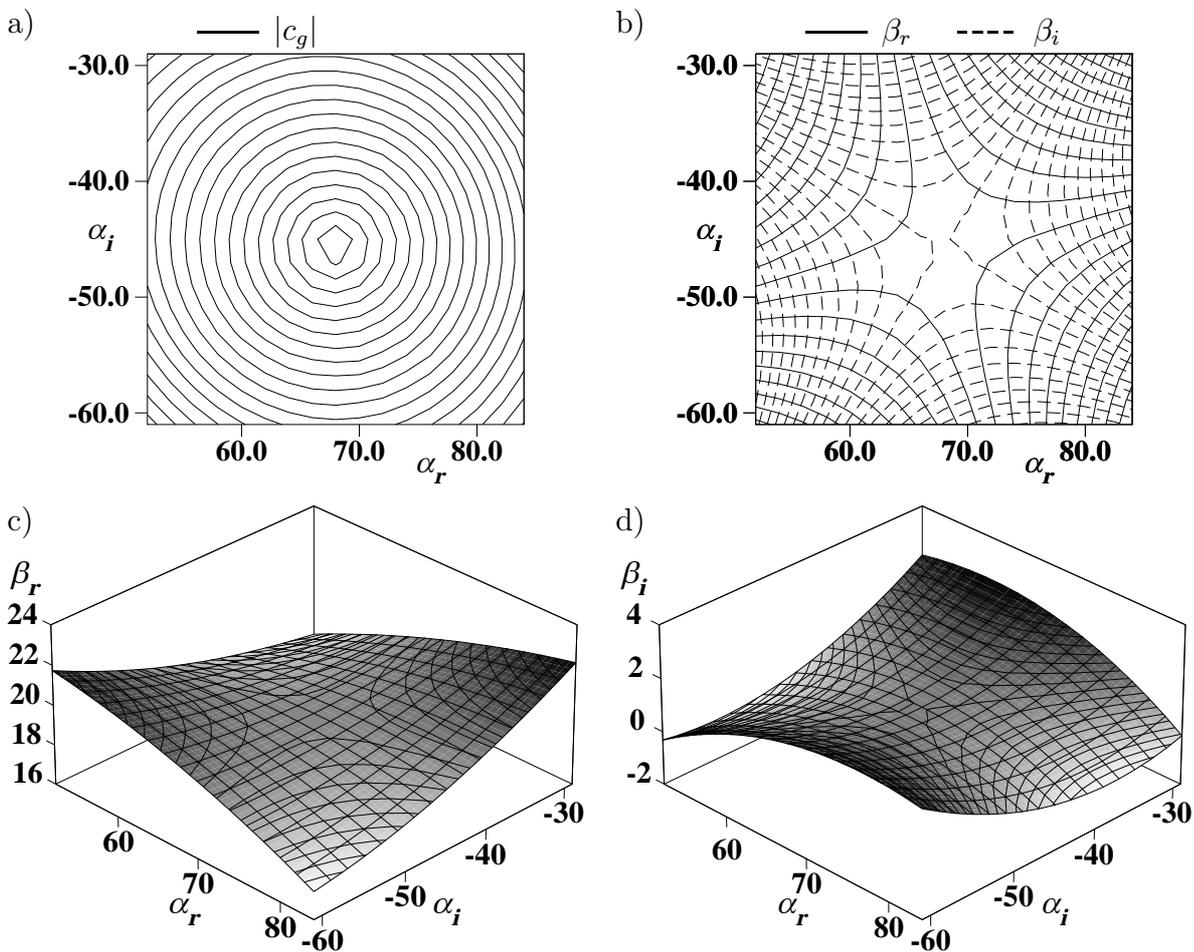
a) Variation der Rückströmgeschwindigkeit bei konstanter Höhe des Rückströmgebietes  $h_R/\delta_1 = 0.55$ ,

b) Variation der Blasenlänge bei konstanter Rückströmung von  $u_r = 0.2$ .

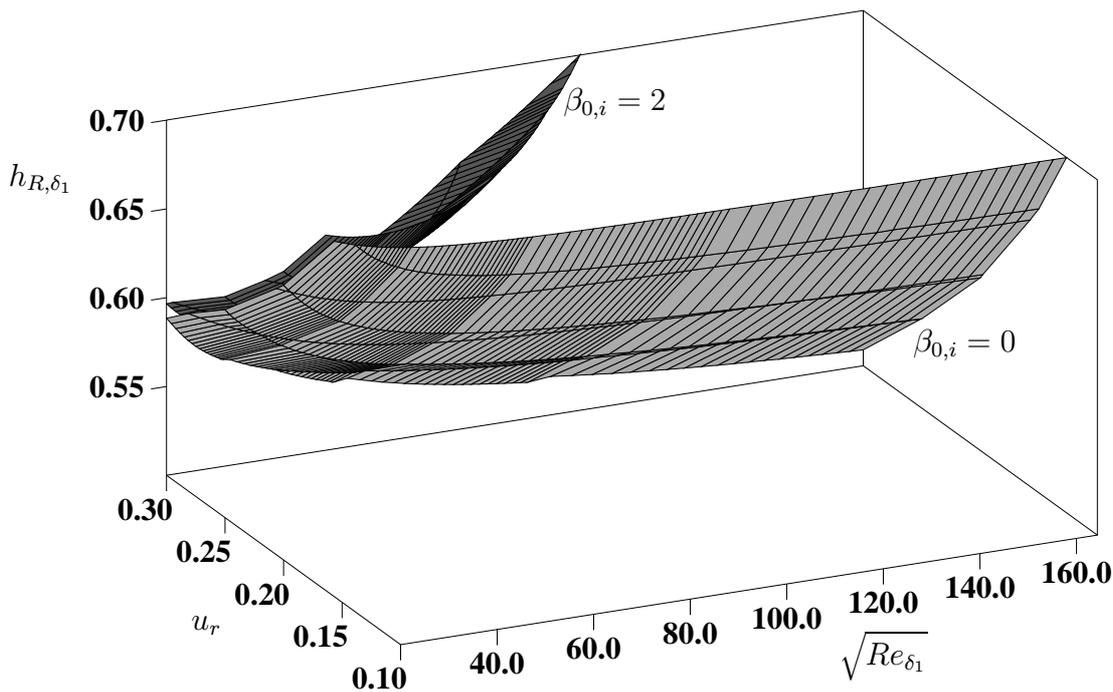
berechnet, und Singularitäten mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit bestimmt werden. In der Umgebung der entsprechenden Wellenzahlen bilden die Isolinien des Betrages der Gruppengeschwindigkeit konzentrische Kreise (Abb. 3.2a). Bildteil 3.2b zeigt Isolinien des Realteils (durchgezogen) und des Imaginärteils der Frequenz (strichliert) in der gleichen Wellenzahlebene. Außer in der Singularität  $\frac{\partial \beta}{\partial \alpha} = 0$  sind sie orthogonal zueinander, vergl. Gaster [16]. Sowohl der Realteil wie der Imaginärteil der Frequenz (Abb. 3.2c bzw. Abb. 3.2d) bilden in der Singularität jeweils einen Sattelpunkt.

### 3.1 Absolute Anfachungsraten

Von zentralem Interesse bei den hier dargestellten Untersuchungen ist eine möglichst verlässliche Aussage, unter welchen Bedingungen das Auftreten einer absoluten Instabilität ausgeschlossen werden kann, beziehungsweise ob andernfalls absolute Instabilitäten bei der Interpretation physikalischer Phänomene in einer Ablöseblase in Betracht gezogen werden müssen. Zu einer ersten groben Abschätzung ist in Abbildung 3.3 die Ebene neutraler absoluter Anfachung  $\beta_{0,i} = 0$  in Abhängigkeit von  $Re_{\delta_1}$  (von links nach rechts), der Rückströmgeschwindigkeit  $u_r$  (nach hinten) und der Höhe  $h_{R,\delta_1}$  (nach oben) aufgetragen. Unterhalb dieser Fläche sind die Grundströmungsprofile absolut stabil ( $\beta_{0,i} < 0$ ), oberhalb ergibt die LST absolute Instabilität. Der Reynoldszahlbereich erstreckt sich von  $Re_{\delta_1} = 400$  bis  $Re_{\delta_1} = 27000$ . Die Werte  $Re_{\delta_1} = 1000, 3000$  und  $9000$  lassen sich auf der neutralen Fläche anhand einer



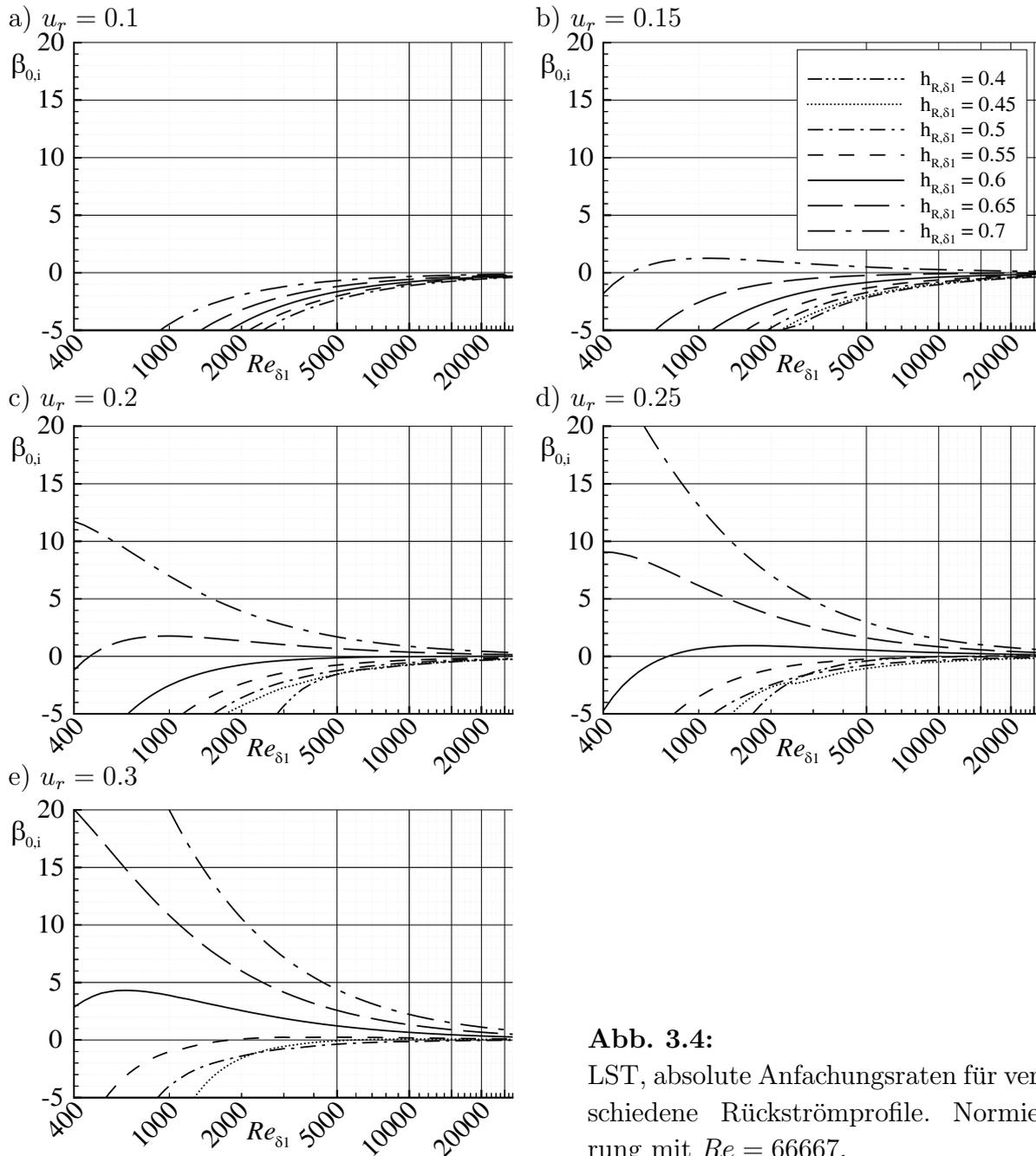
**Abb. 3.2:** LST: Eigenwerte in der Umgebung einer Singularität  $\partial\beta/\partial\alpha = 0$ . ( $Re_{\delta_1} = 1800$ ,  $u_r = 0.25$ ,  $h_R/\delta_1 = 0.6$ ): a) Betrag der Gruppengeschwindigkeit, b) Isolinien der Frequenz  $\beta$ : Realteil durchgezogen, Imaginärteil strichliert, c) Realteil der Frequenz  $\beta_r$ , d) Imaginärteil der Frequenz  $\beta_i$ . Fortsetzung auf nächster Seite.



**Abb. 3.3:** LST: Flächen konstanter absoluter Anfachungsrate  $\beta_{0,i}$  in Abhängigkeit von der Reynoldszahl  $Re_{\delta_1}$ , der maximalen Rückströmungsgeschwindigkeit  $u_r$  und der Höhe des Rezirkulationsgebietes  $h_{R,\delta_1}$ . Neutrale Anfachung ( $\beta_{0,i} = 0.0$ ) und  $\beta_{0,i} = 2.0$ . Oberhalb der neutralen Fläche liegt absolute Instabilität vor.

sprunghaften Vergrößerung des Abstandes der  $Re_{\delta_1}$ -Isolinien erkennen. Während die Zunahme von  $Re_{\delta_1}$  nur bei kleinen Reynoldszahlen einen starken Einfluss hat und die neutrale Fläche bei größeren Reynoldszahlen nur noch schwach von der Reynoldszahl abhängt, wirkt sich die Vergrößerung der Rückströmgeschwindigkeit oder der Höhe des Rückströmgebietes grundsätzlich stark destabilisierend aus.

In Abbildung 3.3 ist neben der neutralen Fläche eine weitere Fläche konstanter absoluter Anfachungsrate eingezeichnet ( $\beta_{0,i} = 2$ ). Sie verdeutlicht, dass starke absolute Anfachungsraten  $\beta_{0,i}$  nur bei kleinen Reynoldszahlen auftreten. Dies ist noch klarer zu erkennen, wenn die absolute Anfachungsrate über der Reynoldszahl aufgetragen wird. In Abbildung 3.4 sind die absoluten Anfachungsraten für alle untersuchten Rückströmprofile dargestellt. Die Reynoldszahl beträgt  $Re = 66666$ . Jedes Teilbild (a) - (e) zeigt dabei Anfachungsraten für die Rückströmprofile mit einheitlicher Rückströmung  $u_r$ . Die verschiedenen Strichlierungen kennzeichnen die Höhe des Rezirkulationsgebietes  $h_{R,\delta_1}$ . Bei  $u_r = 0.1$  (a) bleiben alle Grundströmungsprofile absolut stabil und keine der Kurven erreicht positive Anfachungsraten  $\beta_{0,i} > 0$ . Für große Reynoldszahlen werden die Anfachungsraten sehr klein und nähern sich asymptotisch der Linie  $\beta_{0,i} = 0$ . Mit zunehmender Rückströmgeschwindigkeit Bildteile (b) bis (e) werden zunehmend mehr Profile absolut instabil, wobei die Profile mit den höchsten Rückströmgebieten am instabilsten sind. Die maximalen absoluten An-

**Abb. 3.4:**

LST, absolute Anfachungsraten für verschiedene Rückströmprofile. Normierung mit  $Re = 66667$ .

fachungsraten für eine gegebene Höhe des Rückströmgebietes treten bei relativ niedrigen Reynoldszahlen auf. Bei großen Reynoldszahlen nehmen die Anfachungsraten wieder ab und nähern sich wie die gedämpften Moden  $\beta_{0,i} = 0$ . Bei sehr kleinen Reynoldszahlen sind alle Grundströmungsprofile weiterhin absolut stabil. Dies geht zwar aus Abbildung 3.4 nicht hervor, da Reynoldszahlen  $Re < 400$  nicht untersucht wurden, wird aber in Kapitel 3.2 noch gezeigt. Zudem weisen die Rückströmprofile, die bei  $Re_{\delta_1} = 400$  noch stark absolut instabil sind, eine starke Rückströmgeschwindigkeit und hohe Rückströmgebiete auf, beispielsweise  $u_r = 0.3$  und  $h_{R,\delta_1} = 0.7$  (Bildteil (e) lang strich-punktierte Linie),  $h_{R,\delta_1} = 0.65$

(lang strichliert) und 0.6 (durchgezogen). Sie zeichnen sich durch eine abgelöste Scherschicht mit extremer Scherung aus. Dies würde in realen Grenzschichten jedoch zu einer schnellen Aufdickung der Scherschicht und damit zu einer sofortigen Abnahme von  $h_{R,\delta_1}$  und der Rückströmgeschwindigkeit führen. Das Auftreten solcher Profile ist daher äußerst unwahrscheinlich (allerdings könnten derartige Grundströmungsprofile möglicherweise durch einen Wandstrahl entgegen der Hauptströmungsrichtung generiert werden). Wegen der starken Scherung an der Wand und in der Scherschicht sind bei sehr kleinen Reynoldszahlen zudem große Rückströmgeschwindigkeiten grundsätzlich unwahrscheinlich.

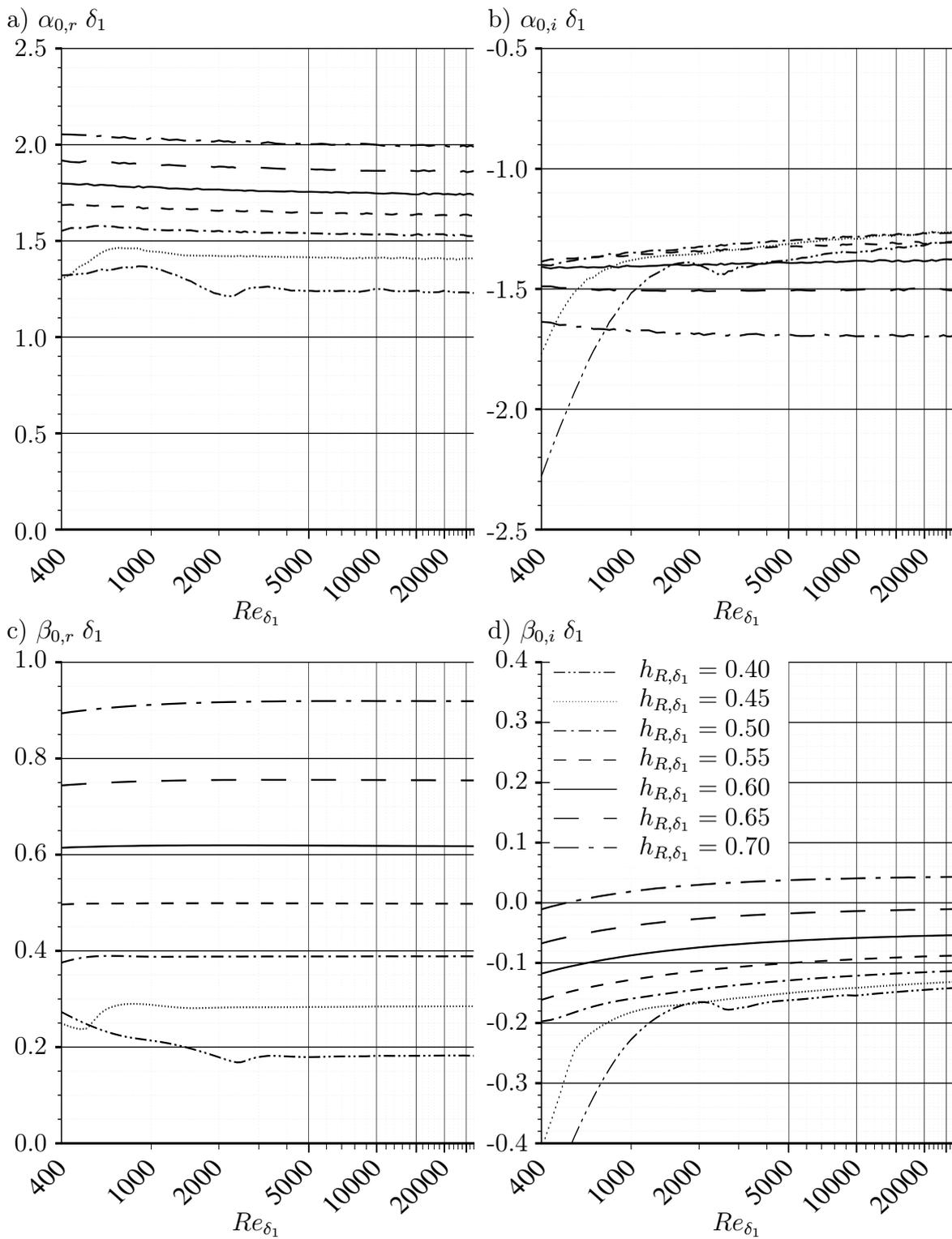
## 3.2 Komplexe Eigenwerte

Wie die absoluten Anfachungsraten nähern sich auch alle anderen Eigenwerte bei großen Reynoldszahlen asymptotisch der Null-Linie an. Durch Normierung der Eigenwerte mit der lokalen Reynoldszahl  $Re_{\delta_1}$  ergibt sich im Bereich großer Reynoldszahlen eine wesentlich übersichtlichere Darstellung (Abb. 3.5). In dieser lokalen Normierung kennzeichnen Änderungen der Eigenwerte den Einfluss von Reibungseffekten. Im Fall einer reibungsfreien Instabilität (z. B. eines Wendepunktprofils oder bei großen Reynoldszahlen) ist somit der Verlauf der Eigenwerte über der Reynoldszahl konstant. Nach Gleichung (3.4) entspricht die Übertragung in die lokale Normierung der Multiplikation der Eigenwerte mit der dimensionslosen Verdrängungsdicke  $\delta_1 = \hat{\delta}_1/\hat{L}$ . Die Umrechnung der Eigenwerte auf Grenzschichtprofile, deren Geschwindigkeit am Grenzschichttrand  $u_e \neq 1$  ist (Index  $mod$ ), erfolgt über folgende Beziehungen:

$$\alpha_{mod} = \frac{\alpha}{u_e}, \quad \beta_{mod} = \frac{\beta}{u_e^2}. \quad (3.5)$$

Mit dieser Umrechnung können die mit der LST bestimmten Eigenwerte auf in Experimenten oder in DNS ermittelte Grundströmungsprofile übertragen werden (veränderliche Reynoldszahl  $Re_{\delta_1}$  bei gleichzeitig variierender Geschwindigkeit  $u_e$ ).

In Abbildung 3.5 sind die Eigenwerte  $\alpha_{0,r}$  (a),  $\alpha_{0,i}$  (b),  $\beta_{0,r}$  (c) und  $\beta_{0,i}$  (d) für  $u_r = 0.15$  gezeigt. Die einzelnen, unterschiedlich strichlierten Linien kennzeichnen wie in Abbildung 3.4 Grundströmungsprofile mit konstanter Höhe des Rückströmgebietes  $h_{R,\delta_1}$ . Außer bei sehr niedrigen Rückströmgebieten (alle Linien außer der strich-punkt-punktierten und der punktierten) haben dabei die Eigenwerte einen sehr glatten Verlauf und hängen nur schwach von der Reynoldszahl ab. Die Vermutung liegt nahe, dass dies auf eine dominant reibungsfreie Instabilität in der abgelösten Scherschicht zurückzuführen ist, die selbst bei kleinen Reynoldszahlen durch Reibungseffekte kaum beeinflusst wird. Beim Realteil der Wellenzahl  $\alpha_{0,r}$  (a) tritt dabei für zunehmende Reynoldszahl eine leichte Abnahme, beim Realteil der Frequenz  $\beta_{0,r}$  (c) eine schwache Zunahme der Eigenwerte auf. Alle Eigenwerte außer  $\alpha_i$  (b)

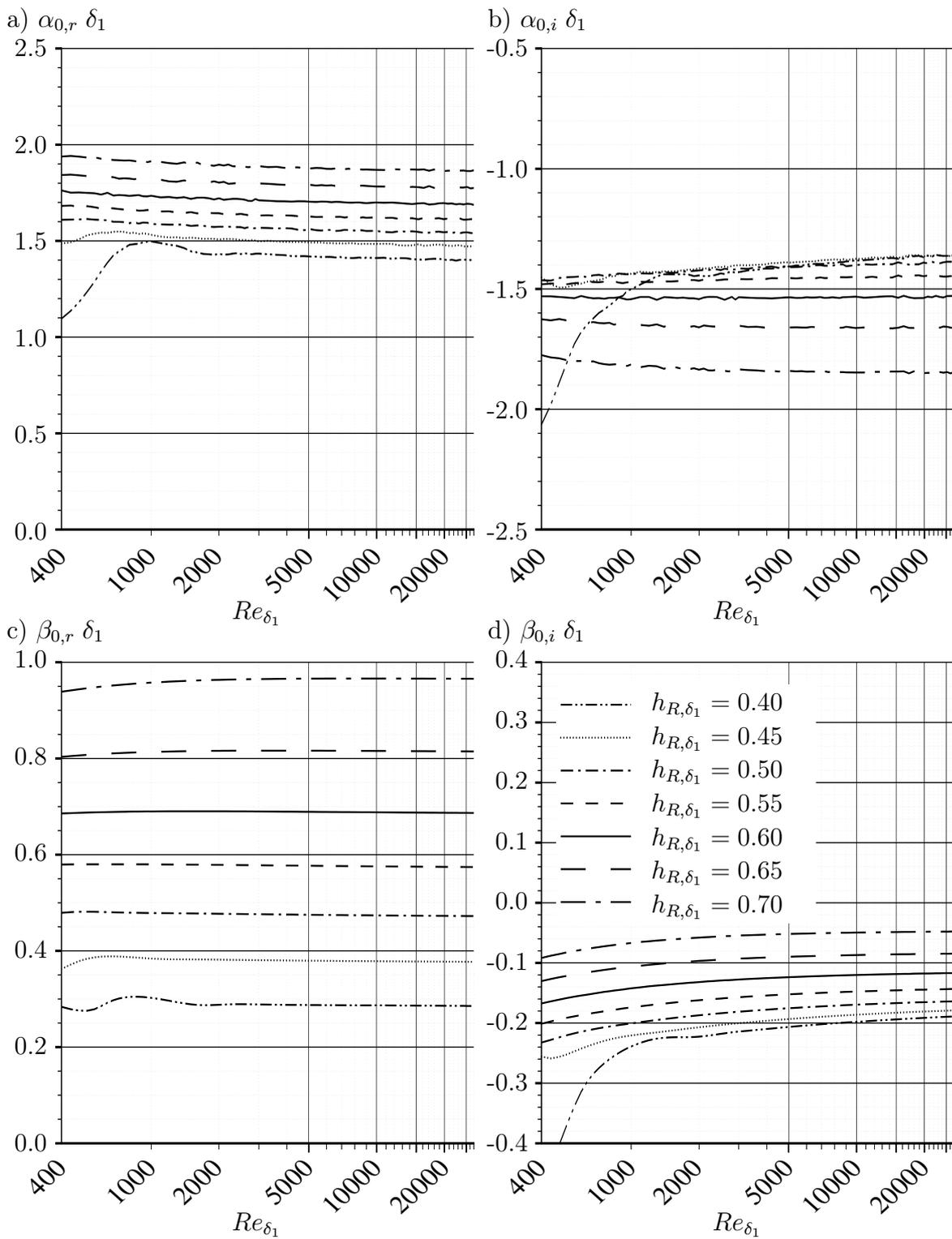


**Abb. 3.5:** LST,  $u_r = 0.15$ : Eigenwerte mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit.  $\alpha_{0,r}$  (a),  $\alpha_{0,i}$  (b),  $\beta_{0,r}$  (c),  $\beta_{0,i}$  (d). Normierung mit  $Re_{\delta_1}$  (lokale Normierung).

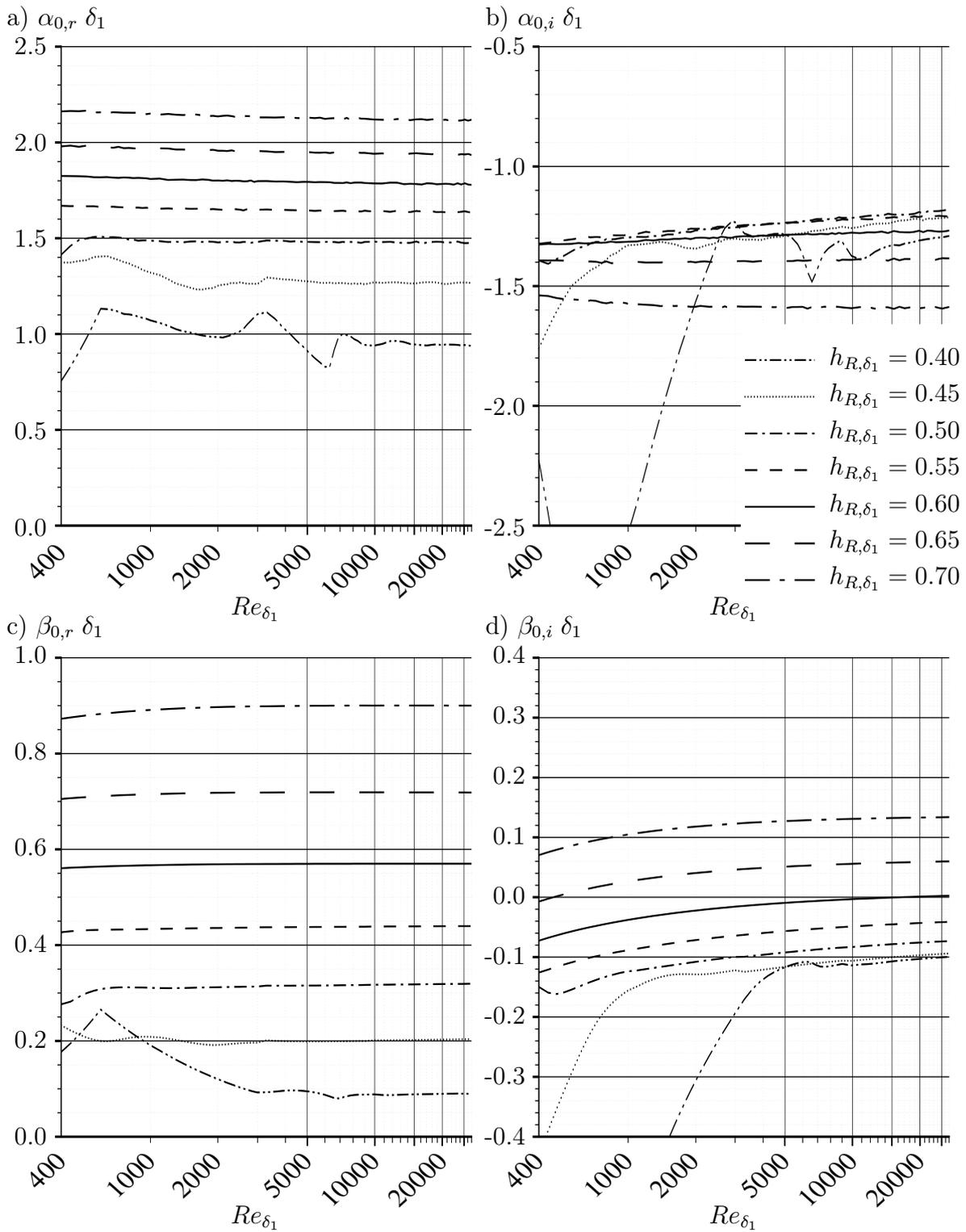
nehmen bei wachsender Höhe des Rückströmgebietes zu (zumindest bei großen Reynoldszahlen  $Re_{\delta_1} > 5000$ ). Sowohl für  $\alpha_{0,r}$  wie  $\beta_{0,r}$  ist diese Zunahme sehr stark (a und c). Bei großen Reynoldszahlen beträgt  $\alpha_{0,r}$  bei den niedrigsten untersuchten Rückströmgebieten  $h_{R,\delta_1}=0.4$  (strich-punkt-punktiert) nur ca. 60% des Wertes in hohen Rückströmgebieten ( $h_{R,\delta_1}=0.7$ , lang strich-punktiert), die Frequenz  $\beta_{0,r}$  liegt im niedrigsten Rückströmgebiet sogar bei nur ca. 20% des Vergleichswertes mit hohem Rückströmgebiet. Die räumliche Anfachungsrate  $\alpha_{0,i}$  (b) ist für  $h_{R,\delta_1} = 0.5$  am größten und nimmt vor allem bei weiter zunehmender Höhe  $h_{R,\delta_1}$  deutlich ab ( $h_{R,\delta_1} = 0.7$ , lang strich-punktiert). Die stärkste Reynoldszahlabhängigkeit aller Eigenwerte zeigen die absoluten Anfachungsraten  $\beta_{0,i}$  in Bildteil (d). Sie nehmen bei kleinen Reynoldszahlen zunächst deutlich zu, oberhalb von  $Re_{\delta_1} \approx 5000$  ändern sie sich dagegen nur noch schwach. Selbst bei sehr hohen Rückströmgebieten mit besonders starker Scherung in der freien Scherschicht gilt diese Aussage. Auch bei solchen Profilen zeigt sich bei kleinen Reynoldszahlen eine deutliche Reynoldszahlabhängigkeit. Auf den ungleichmäßigen Verlauf der Eigenwerte über der Reynoldszahl bei Profilen mit niedrigen Rückströmgebieten (strich-punkt-punktiert und punktiert) wird in Abschnitt 3.3 und 3.4 noch intensiv eingegangen.

In den Abbildungen 3.6 bis 3.9 sind die entsprechenden Eigenwerte bei  $u_r = 0.1, 0.2, 0.25$  und  $0.3$  zusammengestellt. Während bei 10% Rückströmung (Abb. 3.6) schon ab  $Re_{\delta_1} > 2000$  die Eigenwerte auch bei den geringsten Höhen  $h_{R,\delta_1}$  nur eine schwache Reynoldszahlabhängigkeit zeigen, ist dies bei  $u_r = 0.3$  (Abb. 3.9) erst bei  $Re_{\delta_1} > 10000$  und bei niedrigen Rückströmgebieten selbst dann nur eingeschränkt der Fall. Zunehmende Rückströmgeschwindigkeit führt zu komplexen Reynoldszahl-Abhängigkeiten der Eigenwerte in den niedrigen Rückströmgebieten. Diese Profile sind durch besonders starke negative Scherung an der Wand gekennzeichnet, die offensichtlich einen starken Einfluss auf die Eigenwerte hat. Bei 10% Rückströmung (Abb. 3.6) ist nur für  $h_{R,\delta_1} = 0.4$  (strich-punkt-punktiert) bei kleinen Reynoldszahlen eine deutliche Abweichung von den anderen Kurven aufgrund starker Reibungseinflüsse zu beobachten. Bei 30% Rückströmung (Abb. 3.9) zeigen dagegen auch die Eigenwerte bei  $h_{R,\delta_1} = 0.45$  und  $0.5$  solche starken Reibungseinflüsse, die sich zudem über den gesamten Reynoldszahlbereich auswirken (punktierte und strich-punktierte Linien). Auf die mit  $Mode_{if}$  bezeichneten Kurven in Abbildung 3.8 (strich-punkt-punktiert) und in Abbildung 3.9 (dünn punktiert) wird in Abschnitt 3.4 eingegangen. Bei 30% Rückströmung traten für  $h_{R,\delta_1} = 0.4$  (strich-punkt-punktiert) oberhalb von  $Re_{\delta_1} \approx 14000$  Konvergenzprobleme des Orr-Sommerfeld-Lösers auf.

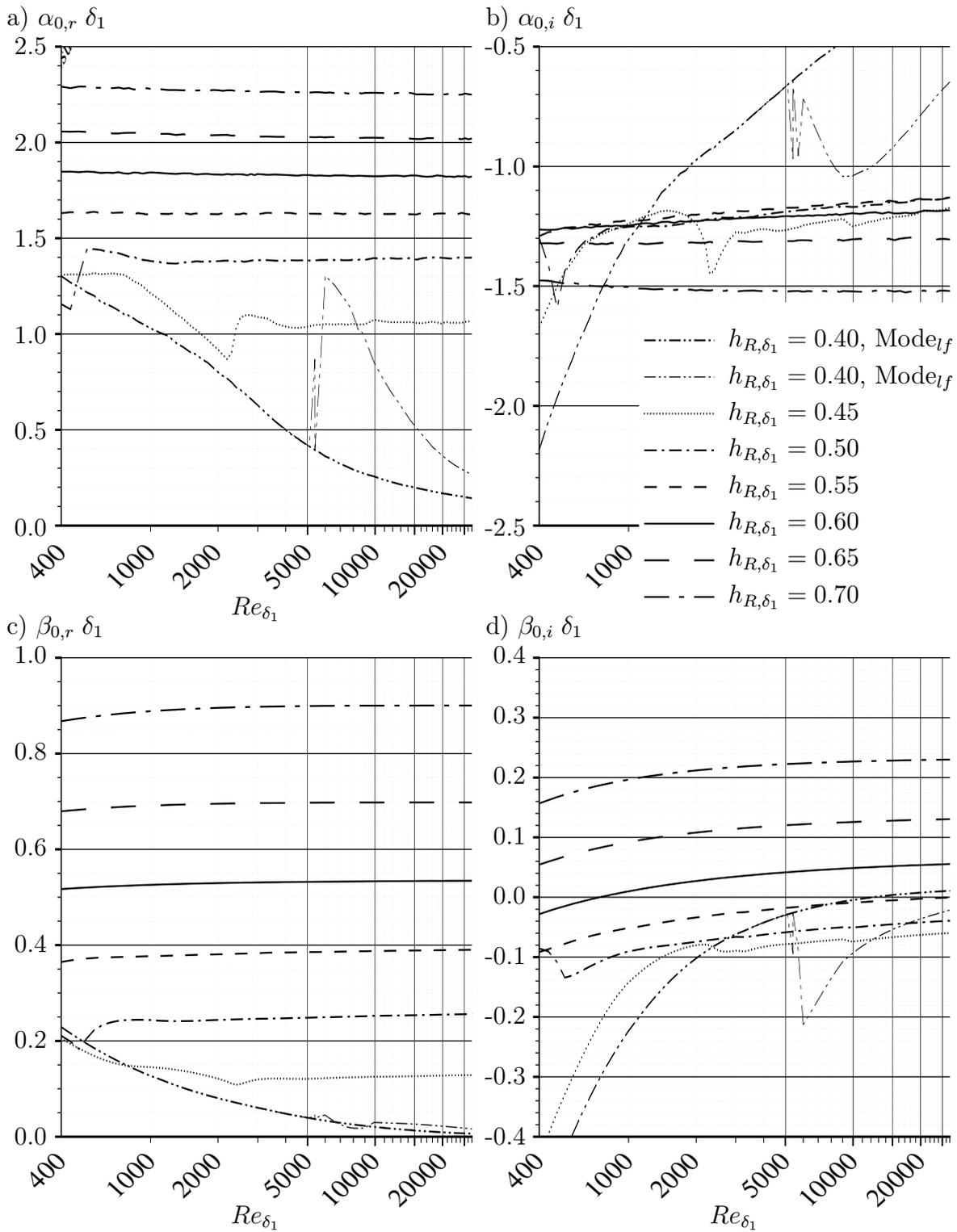
Bei höheren Rückströmgebieten ist, wie für  $u_r = 0.15$  schon beschrieben, der Verlauf der Eigenwerte über der Reynoldszahl auch bei den anderen Rückströmgeschwindigkeiten sehr gleichmäßig. Bei großen Rückströmgeschwindigkeiten (z. B.  $u_r = 0.25$ , Abb. 3.8 und  $u_r = 0.3$ , Abb. 3.9) hängen die Eigenwerte wesentlich stärker von der Höhe des Rückströmge-



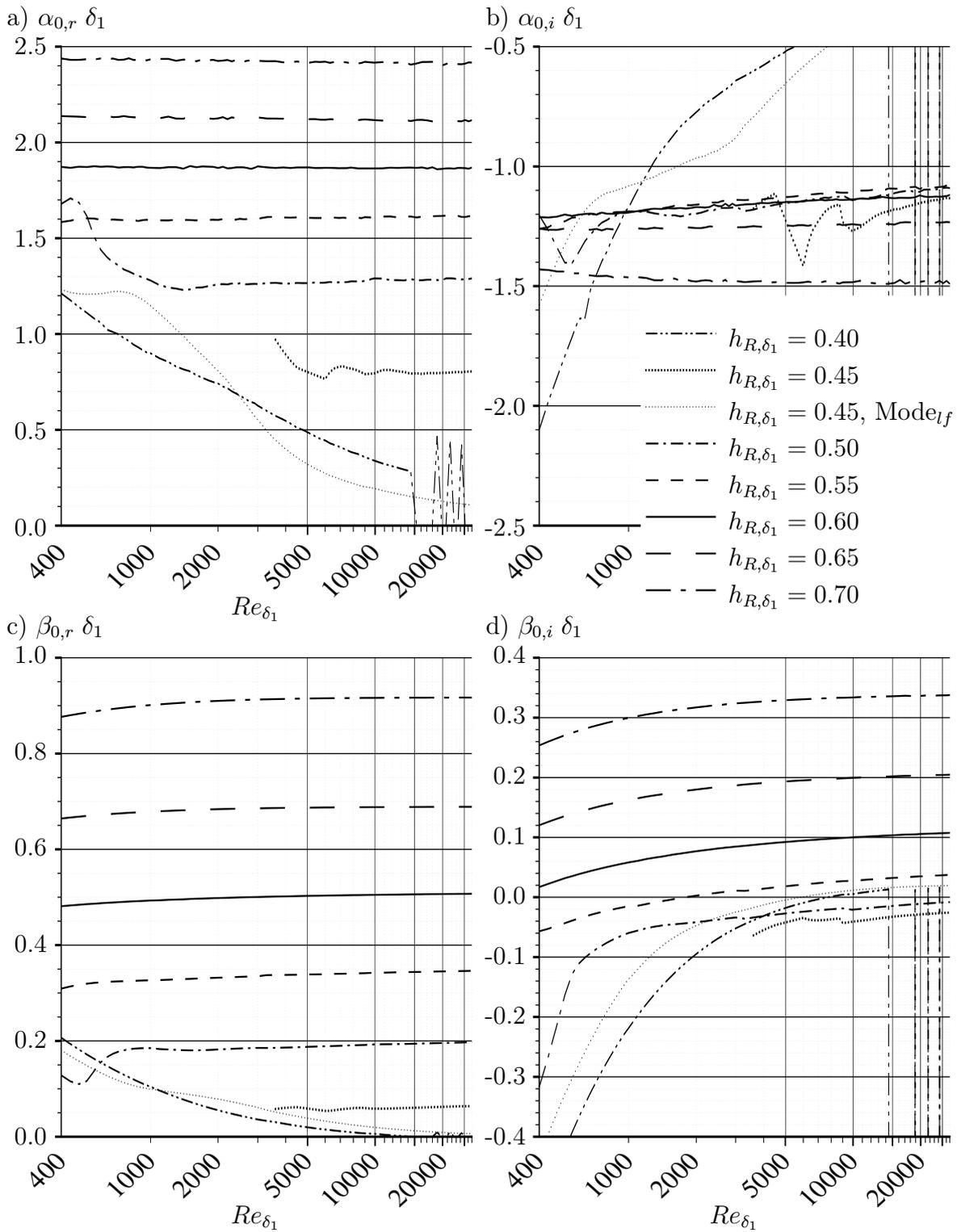
**Abb. 3.6:** LST,  $u_r = 0.10$ : Eigenwerte mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit.  $\alpha_{0,r}$  (a),  $\alpha_{0,i}$  (b),  $\beta_{0,r}$  (c),  $\beta_{0,i}$  (d). Normierung mit  $Re_{\delta_1}$  (lokale Normierung).



**Abb. 3.7:** LST,  $u_r = 0.20$ : Eigenwerte mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit.  $\alpha_{0,r}$  (a),  $\alpha_{0,i}$  (b),  $\beta_{0,r}$  (c),  $\beta_{0,i}$  (d). Normierung mit  $Re_{\delta_1}$  (lokale Normierung).



**Abb. 3.8:** LST,  $u_r = 0.25$ : Eigenwerte mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit.  $\alpha_{0,r}$  (a),  $\alpha_{0,i}$  (b),  $\beta_{0,r}$  (c),  $\beta_{0,i}$  (d). Normierung mit  $Re_{\delta_1}$  (lokale Normierung). Für  $h_{R,\delta_1}$  zwei Moden<sub>lf</sub> dick bzw. dünn strich-punkt-punktiert.



**Abb. 3.9:** LST,  $u_r = 0.30$ : Eigenwerte mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit.  $\alpha_{0,r}$  (a),  $\alpha_{0,i}$  (b),  $\beta_{0,r}$  (c),  $\beta_{0,i}$  (d). Normierung mit  $Re_{\delta_1}$  (lokale Normierung).  $\text{Mode}_{lf}$  für  $h_{R,\delta_1} = 0.45$  dünn punktiert.

bietet ab als bei niedrigeren Rückströmgeschwindigkeiten. Besonders deutlich zeigt sich dies beim Vergleich der Wellenzahl  $\alpha_r$ . Während bei  $u_r = 0.1$  (Abb. 3.6a) die Wellenzahl  $\alpha_r$  überwiegend in einem relativ engen Band zwischen  $1.4 < \alpha_r < 1.95$  liegt, weitet sich dieser Bereich bei  $u_r = 0.3$  (Abb. 3.9a) deutlich auf  $0.1 < \alpha_r < 2.5$  auf. Bei großer Rückströmgeschwindigkeit verschwindet zudem der Realteil der Frequenz für niedrige Rückströmgebiete bei hohen Reynoldszahlen nahezu (Abb. 3.9c). Die entsprechenden Moden weisen auch kleine Wellenzahlen  $\alpha_r$  auf und haben dementsprechend eine sehr große Ausdehnung in Stromabrichtung und oszillieren äußerst langsam. Das Auftreten solcher Moden in einer realen, räumlich begrenzten Ablöseblase ist deshalb unwahrscheinlich.

Die absoluten Anfachungsraten für hohe Rückströmgebiete sind auch bei kleinen Reynoldszahlen noch sehr groß (Abb. 3.9d). Bei abnehmender Reynoldszahl verringern sie sich aber immer schneller. Untersuchungen einiger Rückströmprofile zeigten, dass die absolute Instabilität bei noch kleineren Reynoldszahlen als den hier dargestellten auch bei großer Höhe  $h_{R,\delta_1}$  schließlich zum Erliegen kommt ( $\beta_{0,i} < 0$ ).

Isoflächen der Eigenwerte im  $Re_{\delta_1}-u_r-h_{R,\delta_1}$ -Diagramm (Abb. 3.10) vermitteln einen Gesamteindruck über ihre Abhängigkeit von den drei Einflussparametern. Es sind jeweils zwei Isoflächen von  $\alpha_{0,r}$  (a),  $\alpha_{0,i}$  (b),  $\beta_{0,r}$  (c) und  $\beta_{0,i}$  (d) in der lokalen Normierung dargestellt, deren Niveau so gewählt wurde, dass möglichst im gesamten Parameterbereich die Entwicklung der Eigenwerte zu erkennen ist.

Die Fläche neutraler absoluter Anfachung  $\beta_{0,i} = 0$  (Abb. 3.10d) ist unabhängig von der Normierung und entspricht Abbildung 3.3. Da in Abbildung 3.10 zusätzlich Werte für die niedrigen Rückströmgebiete ( $h_{R,\delta_1} < 0.5$  aufgenommen sind, ist unten eine zweite neutrale Fläche bei hoher Rückströmgeschwindigkeit und niedrigen Rezirkulationsgebieten zu erkennen. Unterhalb dieser Fläche weisen die Grundströmungsprofile ebenfalls absolute Instabilität auf. Aufgrund der Konvergenzprobleme im Bereich großer Reynoldszahlen bei  $h_{R,\delta_1} = 0.4$  und  $u_r = 0.3$  weist die untere neutrale Fläche Lücken auf.

### 3.3 Einfluss von Wand und freier Scherschicht

Zu einer festen komplexen Wellenzahl existieren normalerweise mehrere physikalisch sinnvolle Frequenzen. Über der Wellenzahlebene ergeben sich verschiedene Frequenzflächen, die jeweils die Abhängigkeit einer bestimmten Störmode mit bestimmten physikalischen Eigenschaften von der komplexen Wellenzahl wiedergeben. Bei der Suche nach absoluter Instabilität ist in der Regel nur diejenige dieser Flächen von Interesse, bei der sich die größten Anfachungsraten ergeben. Neben den bisher beschriebenen Singularitäten mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit  $\partial\beta/\partial\alpha = 0$  können auch Singularitäten mit  $\partial\alpha/\partial\beta = 0$  auftreten. Dort ist die Frequenz nicht eindeutig. Wird die Frequenz in Abhängigkeit der Wellenzahl

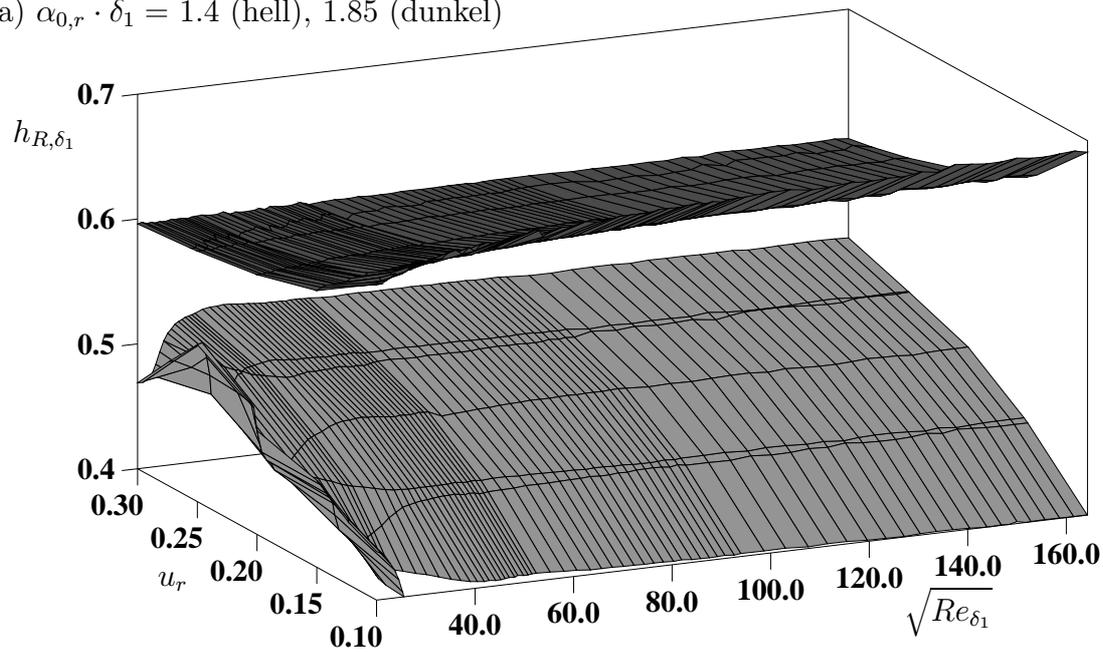
bestimmt (dies entspricht dem Vorgehen in dieser Arbeit), so treten in der Nähe einer solchen Singularität zwangsläufig Konvergenzprobleme bei der Bestimmung der Frequenzen auf und diese können in der Nähe einer solchen Singularität nicht zuverlässig bestimmt werden. Auf die Darstellung einer solchen Singularität muss hier deshalb verzichtet werden. Ihre Eigenschaften können aber auch anhand einer Singularität mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit  $\partial\beta/\partial\alpha = 0$  verdeutlicht werden. In Singularitäten mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit  $\partial\beta/\partial\alpha$  kann die Frequenz zu jeder Wellenzahl bestimmt werden.

Betchov & Criminale [4] zeigen anhand von Isolinien des Real- und Imaginärteils der Wellenzahl in der Frequenzebene erstmals eine Singularität mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit. Die dreidimensionale Darstellung der Wellenzahl  $\alpha$  über der Frequenzebene (Abb. 3.11) ist jedoch wesentlich anschaulicher. Der Realteil der Wellenzahl  $\alpha$  ist als schattierte Fläche dargestellt und mit strichlierten Isolinien zusätzlich verdeutlicht. Der Imaginärteil der Frequenz ist durch durchgezogene Isolinien ebenfalls dargestellt und mit Amplitudenangaben versehen. Außerhalb der Singularität ergeben sich zu jeder komplexen Frequenz zwei komplexe Wellenzahlen, die sich im allgemeinen im Realteil und im Imaginärteil umso stärker unterscheiden, je stärker sich die Frequenz von den singulären Werten unterscheidet. Zudem ist die Fläche so in sich verwunden, dass sich eine Schnittlinie ergibt, auf der bei einem festen Eigenwert  $\alpha_r$  und fester komplexer Frequenz zwei Eigenwerte  $\alpha_i$  existieren. Bei der Darstellung von  $\alpha_i$  als Fläche würde sich eine analoge Schnittlinie mit zwei Werten  $\alpha_r$  zu einem festen  $\alpha_i$  ergeben. Folgt man der  $\alpha$ -Ebene von einer Frequenz  $\beta_1$  zu einer zweiten Frequenz  $\beta_2$  auf verschiedenen Wegen in der Frequenzebene, so erhält man bei  $\beta_2$  unterschiedliche Eigenwerte, wenn die Singularität im einen Fall im Uhrzeigersinn, im anderen Fall entgegen dem Uhrzeigersinn passiert wurde.

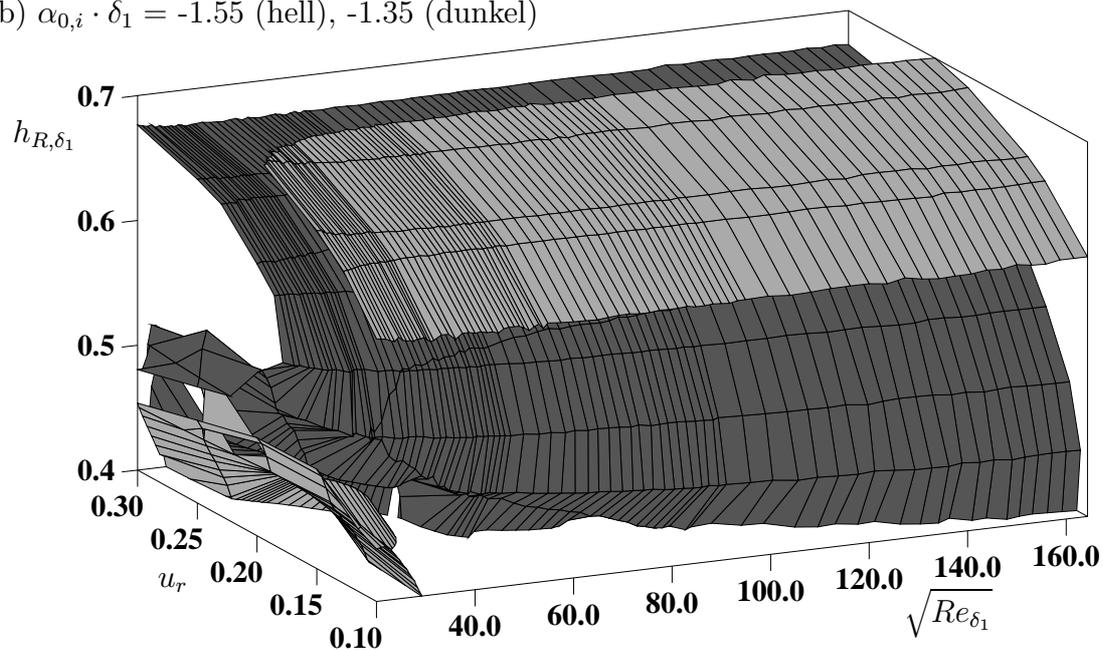
Bewegt man sich in der Wellenzahlebene um eine Singularität  $\frac{\partial\alpha}{\partial\beta} = 0$  gilt dies analog für die Frequenz. Befinden sich solche Singularitäten in der Wellenzahlebene, so ist neben den schon erwähnten Konvergenzproblemen einerseits die Frequenz nicht eindeutig sondern hängt davon ab, ob die Singularität in der Wellenzahlebene im oder entgegen dem Uhrzeigersinn passiert wird. Andererseits kann es passieren, dass der Löser zwischen den Frequenzebenen hin und her springt, die in der Nähe der Singularität eng beieinander liegen. Es soll nun untersucht werden, ob der unregelmäßige Verlauf der Eigenwerte bei starker Rückströmung und niedrigen Rückströmgebieten auf Einflüsse einer Singularität zurückzuführen ist. Dieser Frage wird anhand der plötzlichen Veränderung des Verlaufes der Eigenwerte bei  $Re_{\delta_1} \approx 2500$  für  $u_r = 0.15$  und  $h_{R,\delta_1} = 0.4$  (S. 41, Abb. 3.5a-d, strich-punkt-punktierte Linien) nachgegangen. Die Reynoldszahl bei dieser plötzlichen Veränderung wird mit Grenzreynoldszahl bezeichnet.

In Abbildung 3.12 ist die Amplitude (a) und Phase (b) der entsprechenden Eigenfunktionen ( $u_r = 0.15$ ,  $h_{R,\delta_1} = 0.4$ ) bei verschiedenen Reynoldszahlen aufgetragen. Die strichlierten

a)  $\alpha_{0,r} \cdot \delta_1 = 1.4$  (hell),  $1.85$  (dunkel)



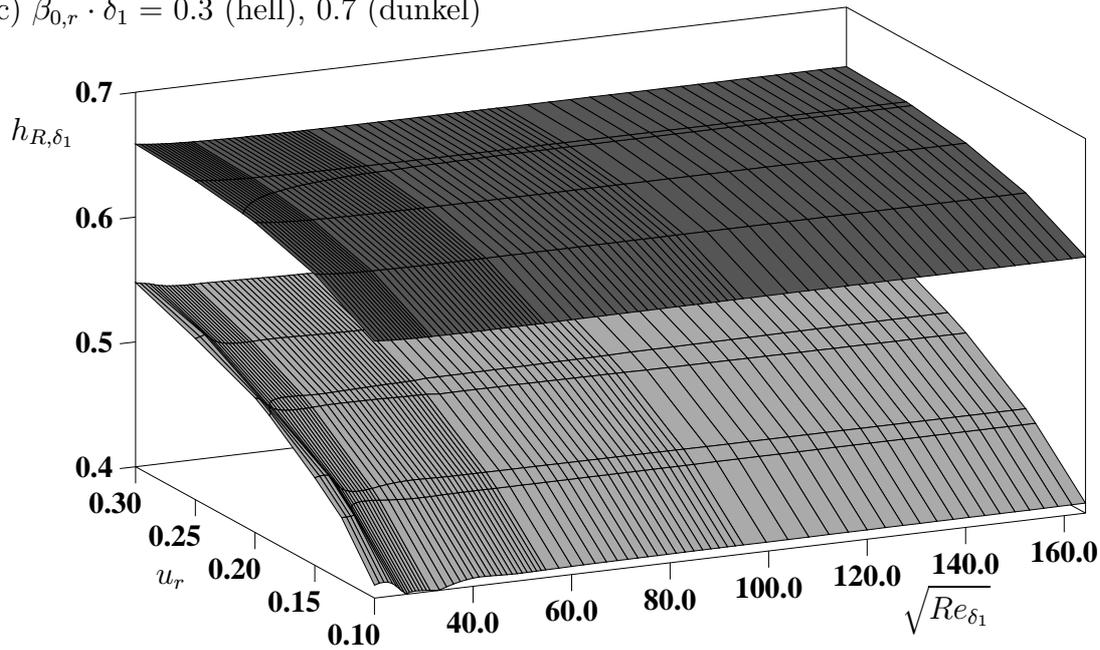
b)  $\alpha_{0,i} \cdot \delta_1 = -1.55$  (hell),  $-1.35$  (dunkel)



**Abb. 3.10:** LST: Eigenwerte mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit. Normierung mit Verdrängungsdicke. Isoflächen von a)  $\alpha_{0,r}$ , b)  $\alpha_{0,i}$ , c)  $\beta_{0,r}$  und d)  $\beta_{0,i}$ .

Linien kennzeichnen Reynoldszahlen, die unterhalb der Grenzreynoldszahl von  $Re_{\delta_1} \approx 2500$  liegen. Größere Werte sind mit durchgezogenen Linien dargestellt, wobei der Grenzfall – der erste Wert oberhalb der Grenzreynoldszahl ( $Re_{\delta_1} = 3000$ ) – durch eine dicke Linie hervorgehoben ist. Es sind Kurven im Reynoldszahlbereich von  $Re_{\delta_1} = 480$  bis  $27000$  aufgetragen wobei das Verhältnis zwischen benachbarten Reynoldszahlen nahezu konstant bei  $Re_{\delta_{1,n}}/Re_{\delta_{1,n-1}} \approx \sqrt[3]{3}$  liegt.

c)  $\beta_{0,r} \cdot \delta_1 = 0.3$  (hell),  $0.7$  (dunkel)



d)  $\beta_{0,i} \cdot \delta_1 = 0.0$  (hell; 2 Flächen),  $0.1$  (dunkel)

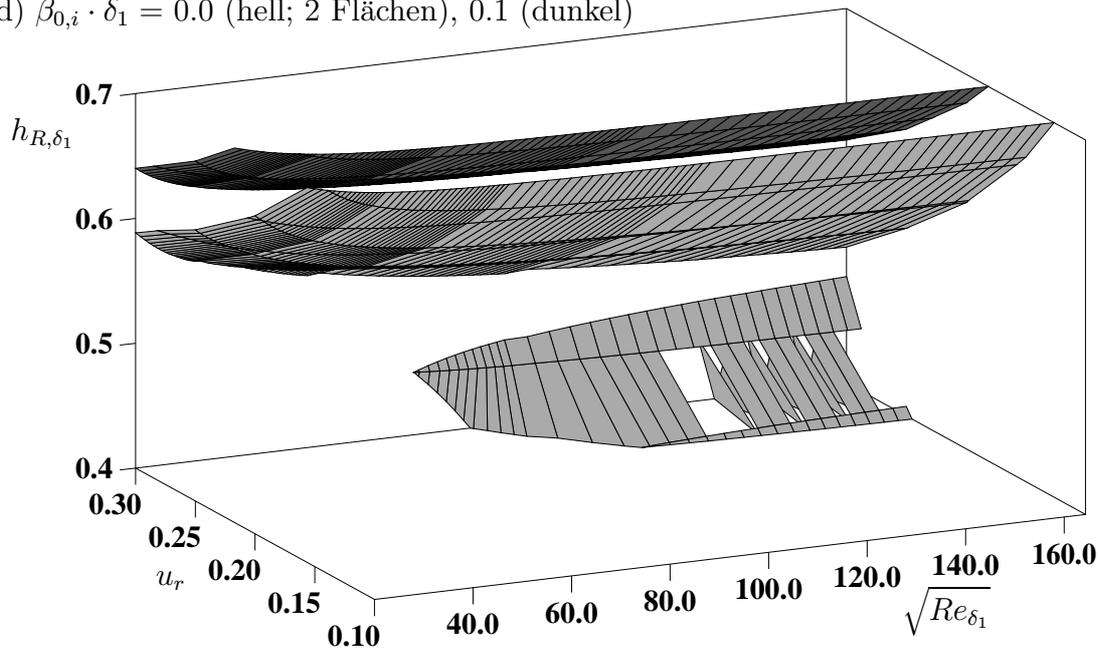
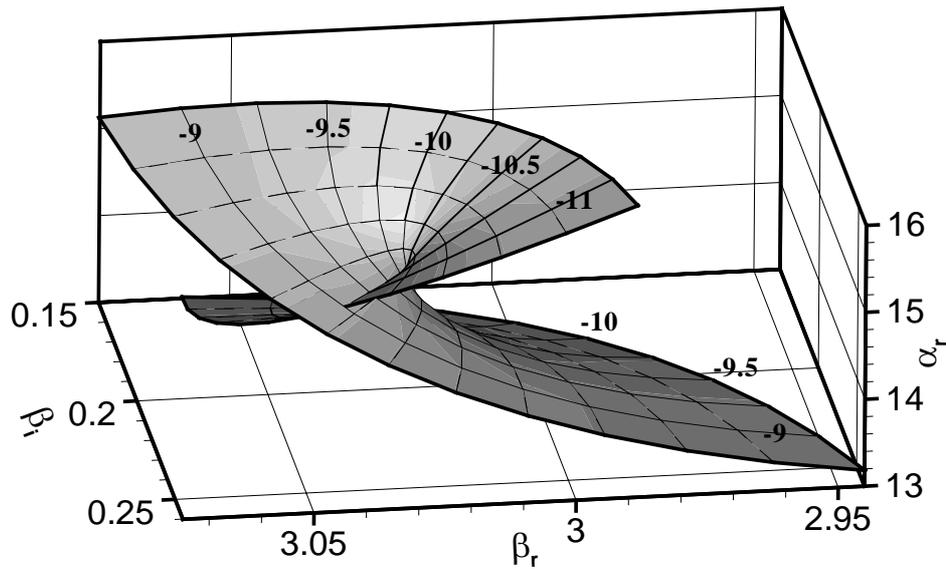
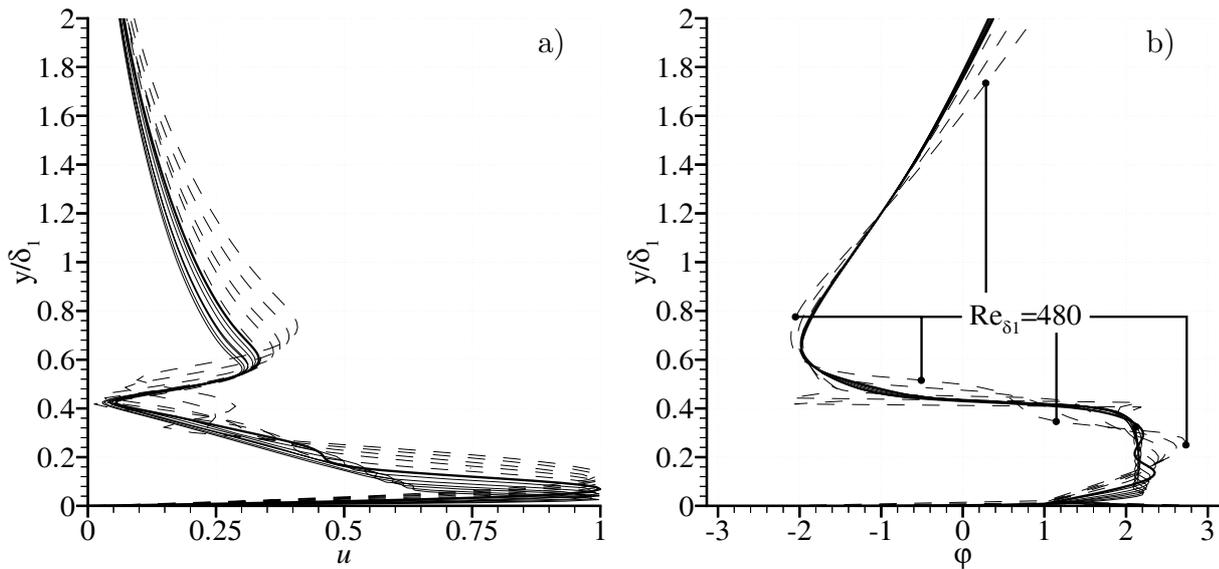


Abb. 3.10: (Fortsetzung von Seite 49, Legende siehe dort).

Das wandnahe Maximum der Eigenfunktionen (Bildteil a) wandert mit zunehmender Reynoldszahl relativ gleichmäßig in Richtung Wand und wird dabei immer spitzer. Im Bereich der Grenzreynoldszahl ergeben sich im wandnahen Bereich  $y/\delta_1 < 0.3$  keine auffälligen Veränderungen. Im Bereich des äußeren Maximums und des Minimums ändert sich die Reynoldszahlabhängigkeit bei der Grenzreynoldszahl deutlich. Oberhalb der Grenzreynoldszahl (durchgezogene Linien) bleibt die Lage des Minimums nahezu konstant und



**Abb. 3.11:** Singularität  $\frac{\partial \beta}{\partial \alpha} = 0$  in der  $\beta$ -Ebene:  $Re_{\delta_1} = 7200$ . Realteil der Wellenzahl  $\alpha_r$  als Fläche mit strichlierten Isolinien. Imaginärteil der Wellenzahl  $\alpha_i$  als durchgezogene Isolinien mit Niveauangaben.



**Abb. 3.12:** LST,  $u_r = 0.15$ ,  $h_{R,\delta_1} = 0.4$ :  
 $Re_{\delta_1} = 480, 680, 1000, 1400, 2100$  (strichliert),  $Re_{\delta_1} = 3000$  (dick, durchgezogen),  $Re_{\delta_1} = 4200, 6300, 9000, 12600, 18900, 27000$  (durchgezogen). a) Amplitude und b) Phase der  $u$ -Eigenfunktionen.

die Amplitudenänderungen im äußeren Maximum sind moderat (durchgezogene Linien). Unterhalb (strichlierte Linien) sind die Amplitudenänderungen im äußeren Maximum wesentlich stärker und das äußere Maximum sowie das Minimum ändern ihre Lage bei unterschiedlichen Reynoldszahlen deutlich. Zudem bildet sich bei sehr kleinen Reynoldszahlen ein weiteres kleines Maximum zwischen dem wandnahen und dem äußeren Maximum. Die

Grenzreynoldszahl, bei der die Eigenwerte einen unstetigen Verlauf zeigen (Abb. 3.5), stellt den Übergang von einer stärkeren Reynoldszahlabhängigkeit bei kleineren Reynoldszahlen zu einer schwächeren Reynoldszahlabhängigkeit bei größeren Reynoldszahlen dar.

Die Phasenverläufe in Bildteil (b) belegen diese Beobachtungen. Bei kleinen Reynoldszahlen sind die Veränderungen im Bereich des äußeren Maximums und des Minimums bis einschließlich des mittleren Maximums sehr stark (strichlierte Linien). Demgegenüber ist der Verlauf oberhalb der Grenzreynoldszahl ( $Re_{\delta_1} > 2500$ ) für  $\delta_1 > 0.2$  nahezu identisch (durchgezogene Linien). Lediglich nahe der Wand bleibt ein schwacher Reynoldszahleinfluss erhalten. Die für  $u_r = 0.15$  und  $h_{R,\delta_1} = 0.4$  beobachtete Grenzreynoldszahl, die sich durch einen ungleichmäßigen Eigenwertverlauf sowie veränderte Sensitivität der Eigenfunktionen bezüglich der Reynoldszahl darstellt, kennzeichnet vermutlich den Übergang von einer überwiegend durch Reibungseffekte in der Nähe der Wand geprägten Mode bei kleiner Reynoldszahl (reibungsdominierte Mode) zu einer Mode bei größeren Reynoldszahlen, bei der ein reibungsfrei instabiler, und damit reynoldszahlunabhängiger Teil im Bereich der abgelösten Scherschicht gegenüber einem viskosen Teil im wandnahen Bereich dominiert. Solche Moden werden daher im Folgenden als *scherschichtdominierte Moden* bezeichnet. Der viskose Einfluss in Wandnähe ist jedoch auch oberhalb der Grenzreynoldszahl weiterhin in einer Reynoldszahlabhängigkeit der Eigenwerte sichtbar (S. 41, Abb. 3.5a–d, strich-punkt-punktierte Linie). Auch bei den scherschichtdominierten Moden nimmt die Amplitude im äußeren Maximum gegenüber dem Wandmaximum bei zunehmender Reynoldszahl weiter ab, obwohl der Reynoldszahleinfluss zurückgeht. Hierauf wird bei der Diskussion der Eigenfunktionen noch genauer eingegangen (ab Seite 57).

Der Verlauf der Eigenwerte für  $u_r = 0.15$  (Abb. 3.5, S. 41) ist für die höheren Rückströmgebiete nahezu parallel zum scherschichtdominierten Bereich bei den niedrigsten Rückströmgebieten  $h_{R,\delta_1}$  ( $Re_{\delta_1} > 2500$ ). Unterhalb dieser Reynoldszahl sind die Verläufe außer für  $h_{R,\delta_1} = 0.4$ , strich-punkt-punktiert) weiterhin parallel zueinander, so dass bei den höheren Rückströmgebieten auch dort von scherschichtdominierten Instabilitätseigenschaften auszugehen ist. Unterhalb von  $Re_{\delta_1} \approx 800$  wird dann der Verlauf der Eigenwerte für  $h_{R,\delta_1} = 0.45$  (punktiert) durch Reibungseinflüsse ungleichmäßiger.

Es soll nun noch einmal auf die Frage zurückgekommen werden, ob der Übergang von einer reibungsdominierten in eine scherschichtdominierte Mode den Sprung zwischen zwei Moden mit einheitlicher komplexer Wellenzahl aber unterschiedlicher Frequenz darstellt (aufgrund einer Singularität  $\frac{\partial \alpha}{\partial \beta} = 0$ ). Sowohl der Verlauf der Eigenfunktionen wie der Eigenwerte sprechen gegen diese Möglichkeit. Der Verlauf der Eigenwerte zeigt keine Sprünge, lediglich die Entwicklung über der Reynoldszahl  $\frac{\partial}{\partial Re}$  ist im Bereich der Grenzreynoldszahl unstetig. Das gleiche gilt für die Eigenfunktionen, bei denen eine sprunghafte Veränderung der Eigenfunktion selbst nicht zu erkennen ist, sondern ebenfalls nur eine Änderung

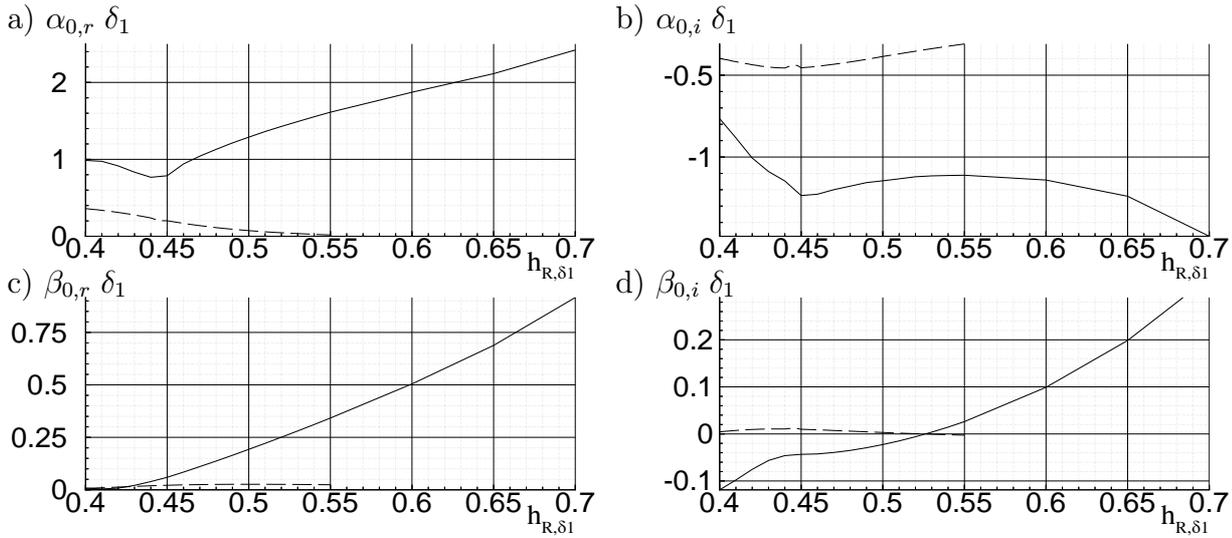
der Reynoldszahlabhängigkeit  $\frac{\partial}{\partial Re}$ . Beim Übergang von einer reibungsdominierten in eine scherschichtdominierte Mode scheinen sich also die physikalischen Eigenschaften einer spezifischen Mode sprunghaft zu ändern. Es gibt dagegen keine Hinweise auf einen sprunghaften Wechsel zwischen zwei unterschiedlichen Moden.

### 3.4 Mehrfach absolut instabile Grundströmungsprofile

Bei großen Rückströmgeschwindigkeiten kann ein Grundströmungsprofil dennoch mehrere Singularitäten  $\frac{\partial \beta}{\partial \alpha} = 0$  mit jeweils positiver Anfachungsrate  $\beta_{0,i}$  aufweisen. Dies wird anhand der Eigenwerte der Grundströmungsprofile mit 30% Rückströmung untersucht (S. 46, Abb. 3.9). Es zeigt sich, dass die Eigenwerte davon abhängen, in welcher Reihenfolge die Reynoldszahl und die Höhe des Rückströmgebietes variiert wird. Geht man bei  $u_r = 0.3$  in zwei Fällen jeweils von der selben Singularität (von einem festen Punkt im Diagramm) bei einer großen Reynoldszahl  $Re_{\delta_1} = 9000$  mit  $h_{R,\delta_1} = 0.55$  aus (S. 46, Abb. 3.9, strichliert), so kann eine Singularität bei der gleichen Reynoldszahl und niedrigen Rückströmungsgebieten  $h_{R,\delta_1}$  bestimmt werden, indem im ersten Fall zuerst die Reynoldszahl reduziert wird (strichlierte Linie wird verfolgt) und anschließend bei  $Re_{\delta_1} = 1000$  die Höhe des Rezirkulationsgebietes reduziert wird. Man erreicht die dünn punktierte Linie für  $h_{R,\delta_1} = 0.45$ . Ausgehend von dieser Singularität wird die Reynoldszahl wieder erhöht, bis schließlich erneut  $Re_{\delta_1} = 9000$  erreicht ist. Im zweiten Fall wird bei  $Re_{\delta_1} = 9000$  direkt die Höhe des Rezirkulationsgebietes reduziert. So erreicht man für  $h_{R,\delta_1} = 0.45$  die dick punktierte Linie, die durch anschließende Variation der Reynoldszahl entsteht. Man erhält im Bereich großer Reynoldszahlen zwei Singularitäten mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit und unterschiedlichen Eigenwerten. Möglicherweise schließen die Pfade im ersten und zweiten Fall eine Singularität  $\partial \alpha / \partial \beta = 0$  ein, so dass sich trotz des gleichen Ausgangspunktes schließlich unterschiedliche Eigenwerte ergeben.

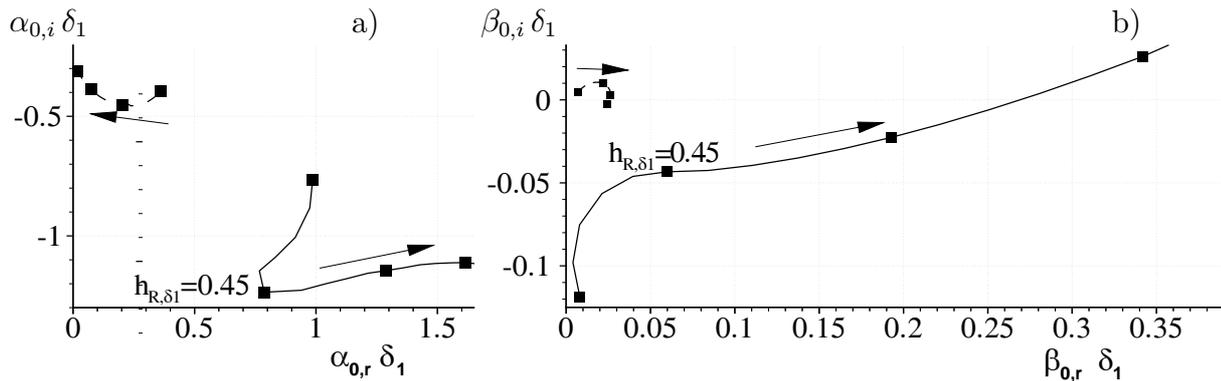
Im zweiten Fall erhält man Moden, deren absolute Anfachungsrate mit zunehmender Höhe des Rückströmgebietes anwächst und die das obere absolut instabile Gebiet (große Höhe  $h_{R,\delta_1}$ ) in Abbildung 3.10d bilden. Bei ihnen ist die absolute Anfachungsrate für große Reynoldszahlen reibungsunabhängig und nimmt mit abnehmender Höhe  $h_{R,\delta_1}$  ab (vergl. Abb. 3.9d, dicke Linien). Es handelt sich dann um scherschichtdominierte Moden. Für  $u_r = 0.3$  und  $h_{R,\delta_1} = 0.45$  wird der Verlauf der Eigenwerte dieser Mode bei kleineren Reynoldszahlen  $Re_{\delta_1} < 10000$  stark unregelmäßig (dick punktiert), bis bei der Verringerung der Reynoldszahl unter  $Re_{\delta_1} = 4500$  keine entsprechende Singularität mehr gefunden wurde.

Dort und bei höheren Reynoldszahlen tritt jedoch eine zweite Mode mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit auf die sich bei der Reduzierung der Höhe des Rückströmge-



**Abb. 3.13:** Vergleich der Eigenwerte der  $Mode_{lf}$  (strichliert) mit den höherfrequenten Moden (durchgezogen) bei  $Re_{\delta_1} = 9000$  und  $u_r = 0.3$ :  $\alpha_{0,r}$  (a),  $\alpha_{0,i}$  (b),  $\beta_{0,r}$  (c),  $\beta_{0,i}$  (d).

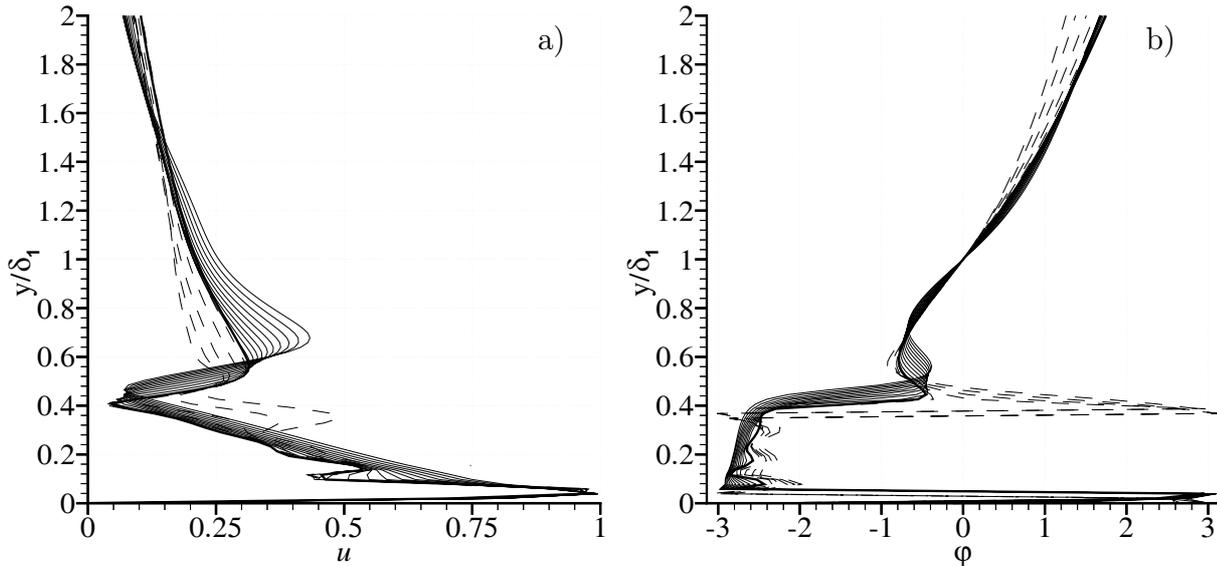
bietes aus scherschichtdominierten Moden ergibt. Sie bilden den unteren, absolut instabilen Bereich in Abbildung 3.10d. Sie führen zur absoluten Anfachung von langwelligen und niederfrequenten Moden und werden daher als  $Mode_{lf}$  (low-frequency Mode) eingeführt. In Abbildung 3.13 geht der niederfrequente Charakter der  $Mode_{lf}$  (strichliert) deutlich aus dem Vergleich der Eigenwerte für  $Re_{\delta_1} = 9000$  und  $u_r = 0.3$  mit den höherfrequenten Moden (durchgezogen) hervor. Die Eigenwerte  $\alpha_{0,r}$  (Bildteil a),  $\alpha_{0,i}$  (b),  $\beta_{0,r}$  (c) und  $\beta_{0,i}$  (d) sind dabei jeweils über der Höhe des Integrationsgebietes aufgetragen. Unter den gegebenen Parametern tritt absolute Instabilität der  $Mode_{lf}$  unterhalb von  $h_{R,\delta_1} \approx 0.525$  auf (Bildteil d), absolute Instabilität der höherfrequenten Moden oberhalb dieses Grenzwertes. Der Vergleich der Realteile der Wellenzahl und der Frequenz der Moden im jeweils angefachten Bereich ergibt für die  $Mode_{lf}$  Werte, die ein bis zwei Zehnerpotenzen niedriger sind als bei den höherfrequenten Moden (Bildteile a und d). Die  $Mode_{lf}$  erreicht auch in ihrem absolut instabilen Bereich maximal Anfachungsraten, die nur schwach positiv sind. Zudem benötigen solche Moden aufgrund ihrer großen Ausdehnung (niedrige Wellenzahl) einen vergleichsweise langen absolut instabilen Bereich, der zumindest eine Wellenlänge der Mode umfassen sollte. Unter diesen Gesichtspunkten ist es eher unwahrscheinlich, dass eine der  $Mode_{lf}$  zuzuordnende Störung absolut angefacht wird. Daher wurde in Abbildung 3.10d auf Seite 49 im Bereich  $h_{R,\delta_1} \geq 0.5$  nicht die  $Mode_{lf}$  aufgetragen, obwohl sie stärkere absolute Anfachung aufweist als die anderen Moden. Wäre jeweils die am stärksten angefachte Mode aufgetragen, dann würden sich der obere und untere absolut instabile Bereich bei  $h_{R,\delta_1} \approx 0.525$  gerade berühren. Zudem soll erwähnt werden, dass für  $u_r = 0.25$  und  $h_{R,\delta_1} = 0.4$  auch bei großen Reynoldszahlen nur Eigenwerte mit sehr niedriger Frequenz und deutlicher Rei-



**Abb. 3.14:** Variation der Höhe des Rückströmgebietes  $h_{R,\delta_1}$ : Singuläre Eigenwerte der  $\text{Mode}_{lf}$  (strichliert) im Vergleich mit den höherfrequenten Moden (durchgezogen) bei  $Re_{\delta_1} = 9000$  und  $u_r = 0.3$  in a) der komplexen  $\alpha$ -Ebene und b) der komplexen  $\beta$ -Ebene.  $h_{R,\delta_1} = 0.4, 0.45, 0.5, 0.55$  durch Symbole markiert. Pfeilrichtung kennzeichnet zunehmendes  $h_{R,\delta_1}$ .

bungsabhängigkeit auftraten. Obwohl ebenfalls zwei unterschiedliche Singularitäten gefunden wurden, sind daher sowohl die dick wie auch die dünn strich-punkt-punktierten Kurven in Abbildung 3.8 auf Seite 45 jeweils der  $\text{Mode}_{lf}$  zuzuordnen.

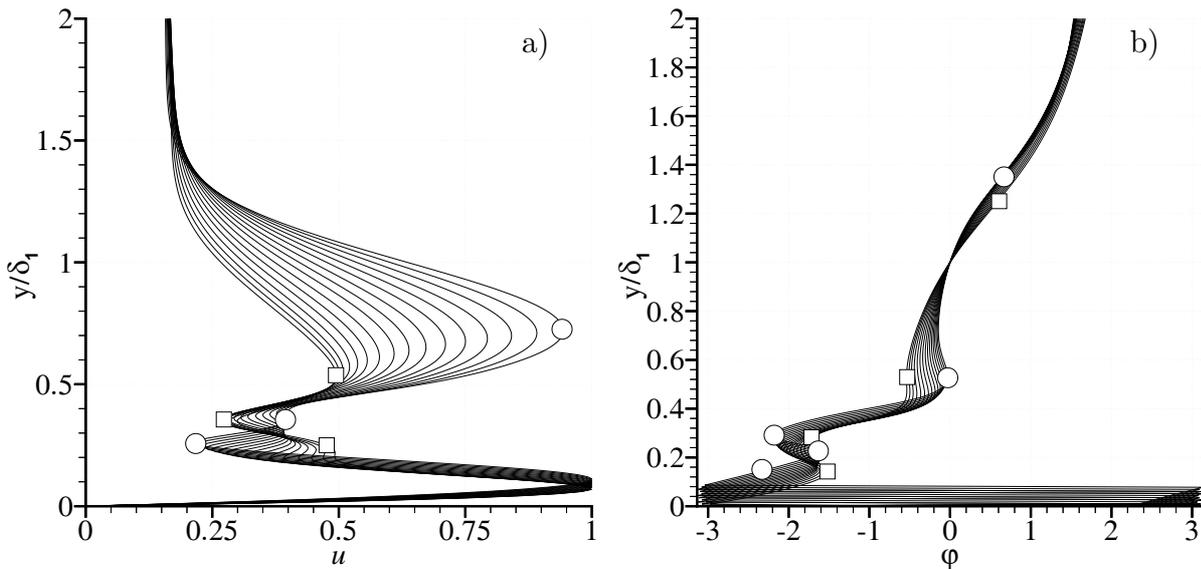
Bei den in üblichen Ablösegebieten zu erwartenden, scherschichtdominierten Moden (durchgezogen in Abb. 3.13) fallen für  $h_{R,\delta_1} \approx 0.45$  allgemein starke Veränderungen der Entwicklung der Eigenwerte auf (Bildteile a,b,d). Diese werden auch bei der Auftragung der Eigenwerte in der komplexen  $\alpha$ -Ebene (Abb. 3.14a) und in der komplexen  $\beta$ -Ebene (b) sichtbar (jeweils durchgezogene Linie). Die Eigenwerte der  $\text{Mode}_{lf}$  sind zu Vergleich strichliert dargestellt. Die Pfeilrichtung gibt zunehmende Höhe des Rückströmgebietes an, die Höhen  $h_{R,\delta_1} = 0.4, 0.45, 0.5$  und  $0.55$  sind durch Symbole gekennzeichnet. Die Eigenfunktionen für unterschiedliche Höhen des Rückströmgebietes von  $h_{R,\delta_1} = 0.4$  bis  $0.55$  (Abbildung 3.15) zeigen, wie die Eigenwerte, eine Veränderung ihrer Abhängigkeit von der Höhe des Rückströmgebietes bei  $h_{R,\delta_1} = 0.45$ . Niedrigere Rückströmgebiete sind durch strichlierte Linien gekennzeichnet, höhere durch durchgezogene Linien und  $h_{R,\delta_1} = 0.45$  ist durch eine stärkere Strichstärke hervorgehoben. Im äußeren Maximum (Bildteil a bei  $y/\delta_1 \approx 0.6$ ) ändert sich die Amplitude bei niedrigen Rückströmgebieten (strichliert) schneller als bei höheren Rückströmgebieten. Gleichzeitig bildet sich bei niedrigen Rückströmgebieten ( $h_{R,\delta_1} < 0.45$ ) sehr schnell ein starkes mittleres Maximum bei  $y/\delta_1 \approx 0.35$ , das eine deutlich größere Amplitude erreicht als das entsprechende äußere Maximum. Der Phasenverlauf (Bildteil b) ändert sich in den höheren Rückströmgebieten ( $h_{R,\delta_1} \geq 0.45$ ) im äußeren Bereich kaum ( $y/\delta_1 > 0.8$ , durchgezogene Linien), wohingegen bei niedrigeren Rückströmgebieten insbesondere im Bereich oberhalb des äußeren Maximums sowie des Phasensprungs bei  $y/\delta_1 \approx 0.4$  eine deutliche Abhängigkeit der Phase von  $h_{R,\delta_1}$  zu erkennen ist. Die schnell-



**Abb. 3.15:** Amplitude (a) und Phase (b) der  $u$ -Eigenfunktion bei Variation der Höhe des Rückströmgebietes  $h_{R,\delta_1}$ :  $0.55 \geq h_{R,\delta_1} \geq 0.46$ : durchgezogen,  $h_{R,\delta_1} = 0.45$ : dicke Linie,  $0.4 \leq h_{R,\delta_1} < 0.45$ : strichliert.  $u_r = 0.3$ ,  $Re_{\delta_1} = 9000$ .

le Verringerung der Amplitude im äußeren Maximum, das Entstehen zusätzlicher wandnaher Maxima, sowie Veränderungen der Phase auch außerhalb des äußeren Maximums bei niedrigen Rückströmgebieten ( $h_{R,\delta_1}$ ) weisen auf die Dominanz von Reibungseinflüssen an der Wand gegenüber reibungsfreien Instabilitäten in der abgelösten Scherschicht hin, die die Abnahme der Frequenz auf für die Mode $_{lf}$  übliche Werte verursacht (vergl. Abb. 3.14b). Demgegenüber führt die Scherschichtdominanz bei großer Höhe zu dem einheitlichen Phasenverlauf oberhalb des äußeren Maximums, den verschwindenden zusätzlichen wandnahen Maxima sowie der Reduzierung der Amplitude im verbleibenden Wandmaximum im Verhältnis zum äußeren Maximum. Die Existenz sowohl reibungsdominierter wie scherschichtdominierter Singularitäten belegen, dass die Kriterien reibungsdominiert und scherschichtdominiert nicht zur Unterscheidung von der Mode $_{lf}$  herangezogen werden kann.

Die Eigenfunktionen der Mode $_{lf}$  sind für  $h_{R,\delta_1} = 0.4$  (Quadrate) bis 0.55 (Kreise) in Abbildung 3.16 dargestellt. Die Änderung mit der Höhe des Rückströmgebietes ist allgemein sehr stark. Dabei erreicht das äußere Maximum schließlich bei  $h_{R,\delta_1} = 0.55$  nahezu die Amplitude des wandnahen Maximums. Auffällig ist die große Amplitude von 0.2 - 0.3 im jeweiligen Minimum bei  $y/\delta_1 \approx 0.25$  (höhere Rückströmgebiete, Kreise) beziehungsweise  $y/\delta_1 \approx 0.3$  (niedrigere Rückströmgebiete, Quadrate). Trotz der starken Amplitudenänderungen in Abhängigkeit von  $h_{R,\delta_1}$  bleibt der Phasenverlauf für unterschiedliche Höhen relativ unbeeinflusst. Insgesamt sind die Eigenfunktionen der Mode $_{lf}$ , insbesondere das ausgeprägte wandferne Maximum bei höheren Rezirkulationsgebieten, sehr ungewöhnlich. Gleiches gilt für die dann nahezu verschwindenden Realteile der Wellenzahl und Frequenz. Sowohl das

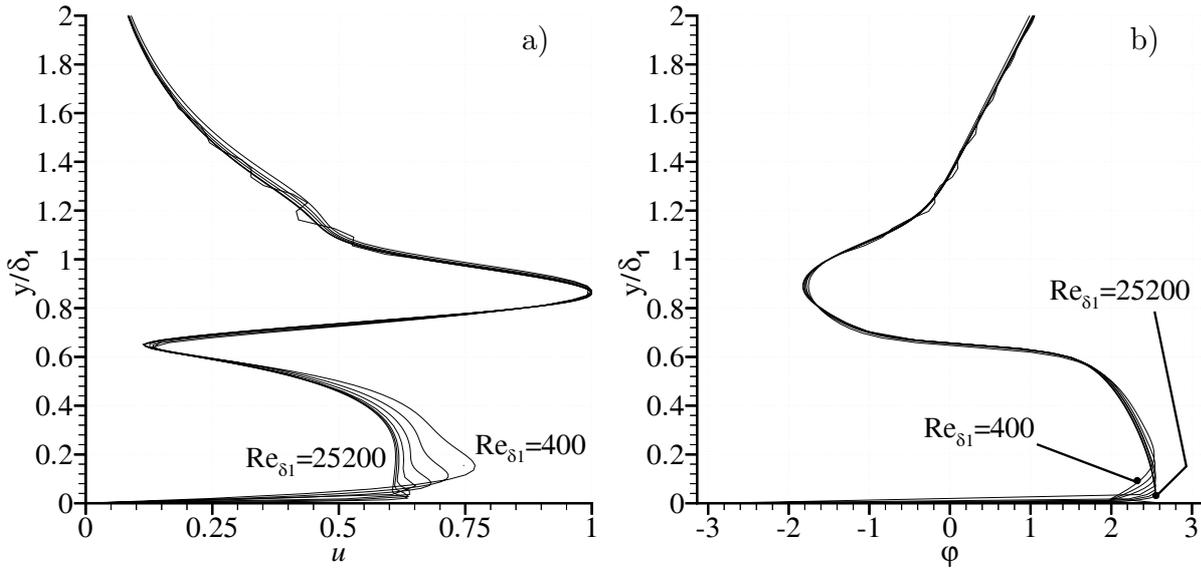


**Abb. 3.16:** Mode<sub>lf</sub>: Amplitude (a) und Phase (b) der  $u$ -Eigenfunktion bei Variation der Höhe des Rückströmgebietes  $h_{R,\delta_1}$ :  $h_{R,\delta_1} = 0.55$  durch Kreise,  $h_{R,\delta_1} = 0.4$  durch Quadrate markiert.  $u_r = 0.3$ ,  $Re_{\delta_1} = 9000$ .

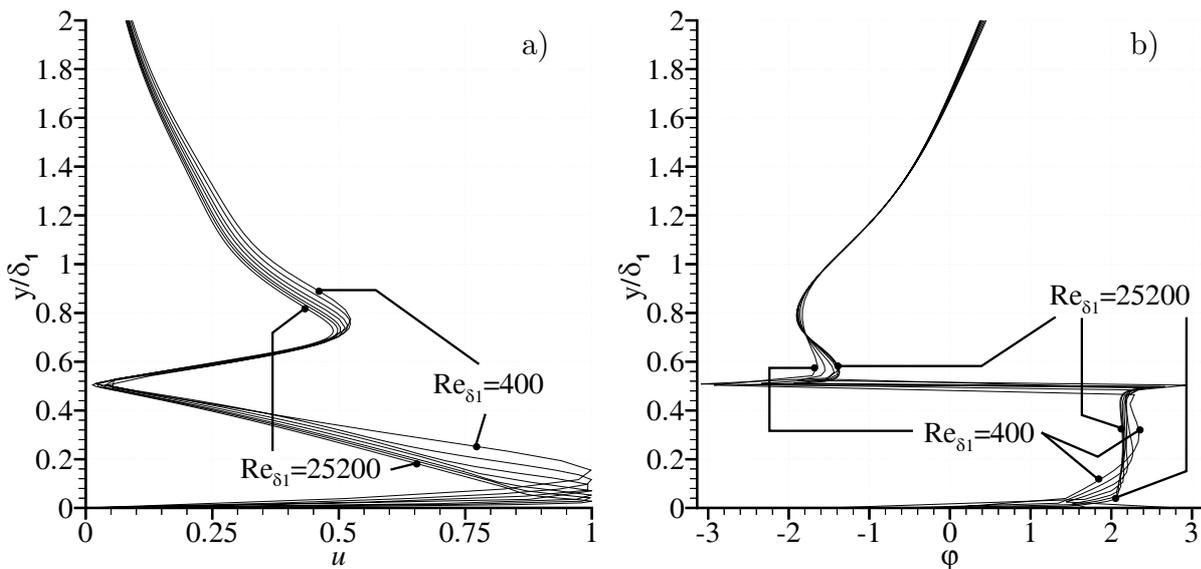
starke Maximum in der Scherschicht, als auch die niedrige Frequenz der Moden erinnert jedoch an das als „Flapping“ bezeichnete und in diversen Experimenten und DNS von Ablösegebieten an unterschiedlichen Geometrien beobachtete Phänomen, bei dem die Höhe der Ablöseblase niederfrequent schwankt und das im Bereich der freien Scherschicht zu ähnlichen Störprofilen wie bei der Mode<sub>lf</sub> führt. Ein Nachweis dieses Zusammenhanges ist jedoch noch nicht erfolgt. Aufgrund der erforderlichen, langen Rückströmgebiete mit starker Rückströmung und niedriger Höhe und der dennoch nur schwachen absoluten Anfachungsraten ist es eher unwahrscheinlich, daß die beobachteten Flapping-Phänomene auf eine absolute Instabilität von niederfrequenten Moden<sub>lf</sub> hindeuten.

### 3.5 Eigenfunktionen

In diesem Kapitel wird die Mode<sub>lf</sub> nicht weiter berücksichtigt. Die Abhängigkeit der Eigenfunktionen der anderen Moden von der Reynoldszahl bei kleiner Höhe  $h_{R,\delta_1}$  wurde schon in Abschnitt 3.3 bzw. Abbildung 3.12 gezeigt. Die **Reynoldszahlabhängigkeit** der Eigenfunktionen mit 20% Rückströmung und  $h_{R,\delta_1} = 0.7$  bzw.  $h_{R,\delta_1} = 0.55$  geht aus den Abbildungen 3.17 bzw. Abbildung 3.18 hervor. Die Reynoldszahl  $Re_{\delta_1}$  variiert zwischen 400 und 25200 und wird von Kurve zu Kurve in etwa verdoppelt. Der gleichmäßige Verlauf der entsprechenden Eigenwerte über der Reynoldszahl (S. 44, Abb. 3.7:  $h_{R,\delta_1} = 0.55$ , strichliert;  $h_{R,\delta_1} = 0.7$ , lang strich-punktiert) belegt, dass für beide Höhen der gesamte Reynoldszahlbereich scherschichtdominiert ist. Dementsprechend ist auch die Reynoldszahl-

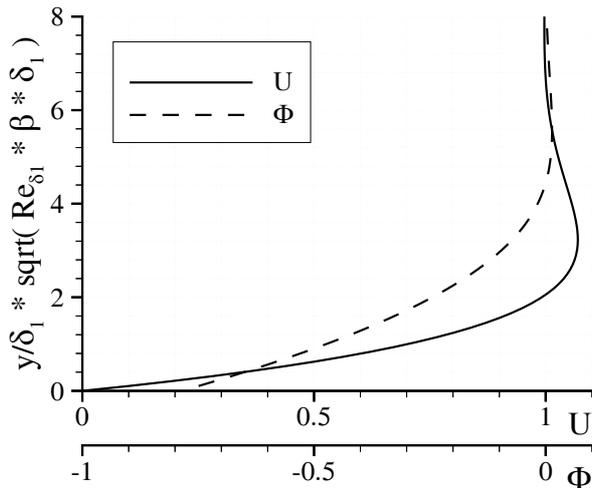


**Abb. 3.17:** LST,  $u_r = 0.2$ ,  $h_{R,\delta_1} = 0.7$ :  
Variation der Reynoldszahl:  $Re_{\delta_1} = 400, 800, 1600, 3300, 6600, 12600, 25200$ .  
Amplitude (a) und Phase (b) der  $u$ -Eigenfunktionen.



**Abb. 3.18:** LST,  $u_r = 0.2$ ,  $h_{R,\delta_1} = 0.55$ :  
Variation der Reynoldszahl:  $Re_{\delta_1} = 400, 800, 1600, 3300, 6600, 12600, 25200$ .  
Amplitude (a) und Phase (b) der  $u$ -Eigenfunktionen.

abhängigkeit der Eigenfunktionen allgemein klein. Bei  $h_{R,\delta_1} = 0.7$  ist eine Abhängigkeit der Eigenfunktionen nur im Bereich des Wandmaximums für  $Re_{\delta_1} \lesssim 4000$  festzustellen. Die Amplitude nimmt dort bei ansteigenden Reynoldszahlen ab (Abb. 3.17). Zudem ist dem breiten Wandmaximum in unmittelbarer Wandnähe ein weiteres kleines Maximum überlagert, das mit zunehmender Reynoldszahl schärfer wird und dessen Lage relativ gut der

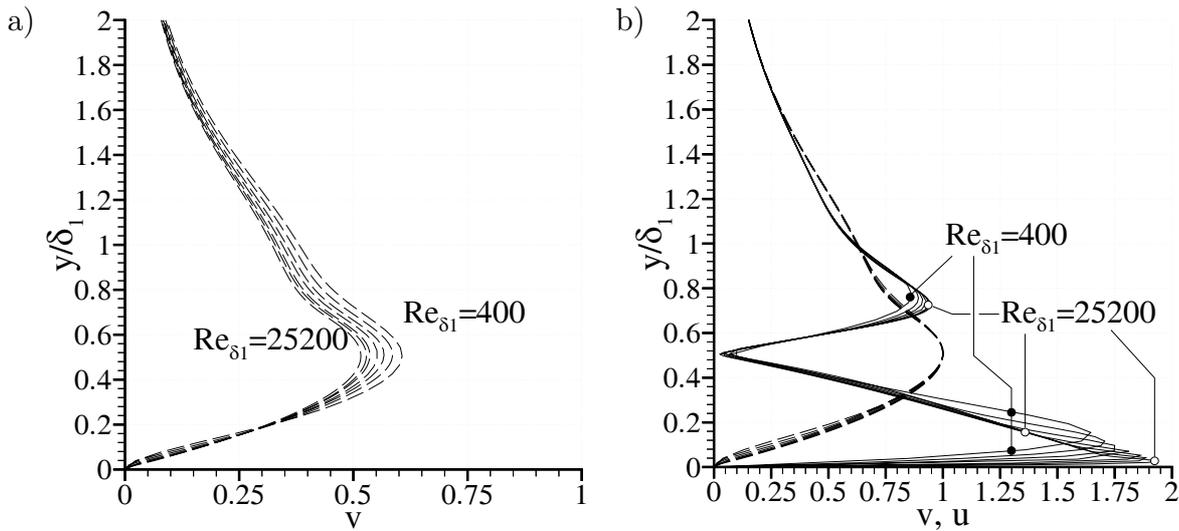
**Abb. 3.19:**

2. Stokes'sches Problem: Schwingende Außenströmung. Amplitude (durchgezogen) und Phase (strichliert).

Beziehung  $y/\delta_1 \propto 1/\sqrt{Re_{\delta_1}}$  genügt.

Dovgal *et al.* [10] vergleichen Eigenfunktionen, die sich nach der konvektiven LST im reibungsfreien Fall und unter Berücksichtigung der Viskosität für ein Grundströmungsprofil mit ca. 5% Rückströmung ergeben. Es zeigen sich bei ihnen nur Abweichungen im wandnahen Bereich, die sie auf eine Stokes-Schicht in unmittelbarer Wandnähe zurückführen. Die reibungsbehafteten Eigenfunktionen bei Dovgal *et al.* entsprechen qualitativ weitgehend den in Abbildung 3.17 gezeigten Eigenfunktionen. Auch jetzt liegt somit die Vermutung nahe, dass das überlagerte kleine Maximum im Wandbereich ebenfalls ein solches Stokes-Profil darstellt. Die Amplitude (durchgezogen) und Phase (strichliert) des Stokes-Profiles mit schwingender Außenströmung (2. Stokes'sches Problem) ist in Abbildung 3.19 dargestellt. Die Amplitude im Maximum beträgt 1.069 mal die Amplitude in der Außenströmung. Setzt man für die Außenströmung die Amplitude des breiten wandnahen Maximums an, die insbesondere bei großen Reynoldszahlen in einem relativ großen wandnormalen Bereich nahezu konstant ist (Abb. 3.17a), so ist die Amplitude in dem kleinen überlagerten Maximum tatsächlich um etwa diesen Betrag höher. Auch der Phasenverlauf im wandnahen Bereich entspricht bei großen Reynoldszahlen relativ gut dem Stokes-Profil. Die wandnormale Koordinate bei der Darstellung des Stokes-Profiles ist mit der lokalen Reynoldszahl  $Re_{\delta_1}$  und der Frequenz  $\beta \cdot \delta_1$  normiert. Der Wandabstand des Amplitudenmaximums in der gewählten Normierung liegt bei  $y/\delta_1 \sqrt{Re_{\delta_1} \beta \delta_1} = 3.22$ . Für alle Reynoldszahlen beträgt die Frequenz der in Abbildung 3.17 gezeigten Eigenfunktionen  $\beta_{0,r} \cdot \delta_1 \approx 0.9$  (Abb. 3.7c, lang strichpunktierte Linie). Für die Reynoldszahlen  $Re_{\delta_1} = 400, 3300$  und  $25200$  liegt somit das Amplitudenmaximum des Stokes-Profiles bei  $y/\delta_1 = 0.17, 0.06$  und  $0.021$ . Dies stimmt bei allen Reynoldszahlen sehr gut mit der Lage des überlagerten kleinen Maximums überein, das demnach auf eine Stokes-Schicht zurückzuführen ist.

Bei etwas niedrigeren Rezirkulationsgebieten  $h_{R,\delta_1} = 0.55$  (Abb. 3.18) ist der Reynoldszahleinfluss bis zu größeren Reynoldszahlen zu erkennen, wenngleich die prinzipiellen Verän-



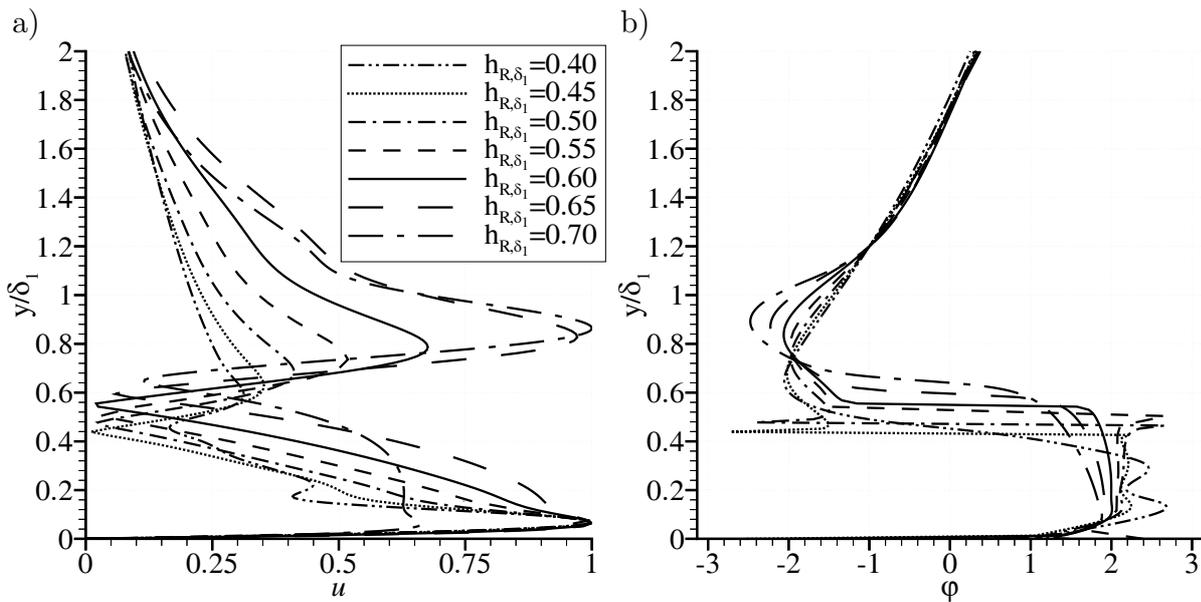
**Abb. 3.20:** LST,  $u_r = 0.2$ ,  $h_{R,\delta_1} = 0.55$ :

Variation der Reynoldszahl:  $Re_{\delta_1} = 400, 800, 1600, 3300, 6600, 12600, 25200$ .  
 a)  $v$ -Eigenfunktion normiert mit  $u$ -Maximum, b)  $u$ -Eigenfunktion (durchgezogen) und  $v$ -Eigenfunktion (strichliert) jeweils normiert mit  $v$ -Maximum.

derungen der Eigenfunktionen eher gering sind. Das wandnahe Maximum wird mit zunehmender Reynoldszahl schärfer und wandert immer näher an die Wand. Obwohl der Wandabstand dieses Maximums, wie bei  $h_{R,\delta_1} = 0.7$ , gut mit der Stokes-Lösung übereinstimmt (wie auch der Phasenverlauf), ist dennoch zumindest bei kleinen Reynoldszahlen kein überlagertes Maximum mehr zu erkennen, das einer Stokes-Schicht zugeschrieben werden könnte. Bei großen Reynoldszahlen tritt zwar ein überlagertes scharfes Maximum an der Wand auf, die Amplitude in diesem Maximum im Vergleich zum fülligeren Rest des Wandmaximums ist allerdings zu groß (ca. das 1.15-fache), um alleine mit einem Stokes-Profil erklärt zu werden.

Bei großen Reynoldszahlen ist die Amplitude im Wandmaximum im Vergleich zum äußeren Maximum größer als bei kleinen Reynoldszahlen. Dieses Verhalten wurde für  $h_{R,\delta_1} = 0.4$  bei 15% Rückströmung ebenfalls beobachtet (S. 51, Abb. 3.12) und ist auf den ersten Blick überraschend, da bei abnehmendem Reibungseinfluss eher eine Abnahme des Wandmaximums zu erwarten wäre, wie sie bei  $h_{R,\delta_1} = 0.7$  ja auch zu sehen ist.

Die Eigenfunktion der wandnormalen Geschwindigkeitskomponente  $v$  (Abb. 3.20a) haben keine so scharfen Maxima wie die  $u$ -Eigenfunktionen. Die Parameter  $u_r = 0.2$  und  $h_{R,\delta_1} = 0.55$  entsprechen Abbildung 3.18. Die Amplitude nimmt im Maximum der  $v$ -Eigenfunktionen mit zunehmender Reynoldszahl ab. Werden die  $u$ -Eigenfunktionen nicht mit dem wenig repräsentativen, scharfen  $u$ -Maximum an der Wand normiert, sondern mit dem breiten  $v$ -Maximum, dann ergibt sich auch im äußeren  $u$ -Maximum der Eigenfunktionen eine Amplitudenzunahme bei großen Reynoldszahlen, die der wachsenden Bedeutung der reibungsfreien Instabilität der abgehobenen Scherschicht zuzuschreiben ist.



**Abb. 3.21:** LST,  $u_r = 0.2$ ,  $Re_{\delta_1} = 3000$ :

Variation der Höhe des Rückströmgebietes:  $h_{R,\delta_1} = 0.4 \dots 0.7$ . Amplitude (a) und Phase (b) der  $u$ -Eigenfunktionen.

Anhand der **Variation der Höhe des Rückströmgebietes**  $h_{R,\delta_1}$  können insbesondere Aussagen zum Verhalten im wandnahen Maximum bei niedrigen Rückströmgebieten hergeleitet werden.

Bei der Reynoldszahl  $Re_{\delta_1} = 3000$  (Abb. 3.21) kann die Abhängigkeit der Eigenfunktionen von der Höhe des Rezirkulationsgebietes im wandnahen Bereich gut interpretiert werden. Bei dem niedrigsten Rezirkulationsgebiet  $h_{R,\delta_1} = 0.4$  (strich-punkt-punktierte Linie) sind im wandnahen Bereich deutlich zwei Maxima zu erkennen, die sich auch im welligen Phasenverlauf widerspiegeln. Bei  $Re_{\delta_1} = 3000$  ist dies zudem die einzige Mode, bei der der Verlauf der Eigenwerte auf einen reibungsdominierten Charakter hinweist (S. 44, Abb. 3.7, strich-punkt-punktiert). Interessanterweise bleibt die Eigenfunktion im wandnahen Maximum im Bereich  $y/\delta_1 < 0.1$  nahezu unverändert, selbst wenn die Höhe des Rückströmgebietes stark vergrößert wird. Für hohe Integrationsgebiete  $h_{R,\delta_1} \geq 0.65$  entspricht die Lage des Wandmaximums gut der des Stokes-Profiles. In den niedrigeren Rückströmgebieten nimmt die Frequenz  $\beta_{0,r}$  stark ab (Abb. 3.7c) und die Stokes-Lösung hat dann ein Maximum in deutlich größerem Wandabstand als die Eigenfunktion des Rückströmprofils.

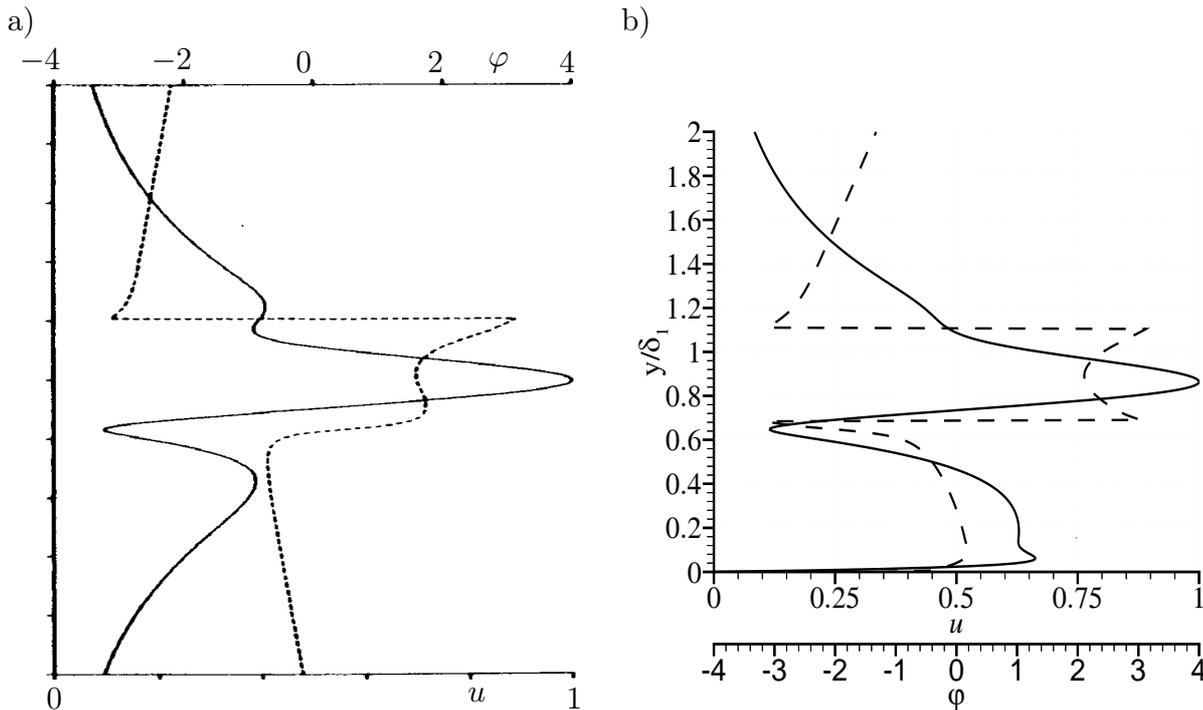
Erst bei  $y/\delta_1 > 0.1$  treten deutliche Veränderungen der Eigenfunktionen mit der Höhe des Rückströmgebietes auf, die zum Verschwinden des zweiten Maximums im Wandbereich und zu einer Verbreiterung des wandnahen Maximums führen. Der abweichende Verlauf bei  $h_{R,\delta_1} = 0.7$  (lang strich-punktiert) erklärt sich daraus, dass das äußere Maximum in diesem Fall eine größere Amplitude als das wandnahe aufweist, und die Eigenfunktion somit mit

der Amplitude im äußeren Maximum normiert wurde.

Der wandnahe Bereich in den niedrigeren Rückströmgebieten kann als Überlagerung der Eigenfunktion einer freien Scherschicht mit einem reibungsdominierten Anteil in Wandnähe interpretiert werden, der einer typischen Eigenfunktion anliegender Grenzsichten mit einem Hauptmaximum sowie einem gegenphasigen zweiten Maximum entspricht. Eine Eigenfunktion mit zwei Maxima im Wandbereich, wie sie für  $h_{R,\delta_1} = 0.4$  auftritt (in Abb. 3.21 strich-punkt-punktiert), stellt sich nach dieser Vorstellung ein, wenn das Hauptmaximum des Reibungsanteils in etwa in Phase mit dem Scherschichtanteil ist. Das Maximum in der überlagerten Eigenfunktion bei  $y/\delta_1 \approx 0.08$  entstünde somit durch das Hauptmaximum des reibungsdominierten Anteils bei eben diesem Wandabstand. Ein gegenphasiges zweites Maximum des Wandanteils bei  $y/\delta_1 \approx 0.16$  würde in der überlagerten Eigenfunktion für ein Minimum sorgen, so dass bei  $y/\delta_1 \approx 0.24$  schließlich ein zweites Maximum entsteht. Da bei niedrigen Rückströmgebieten  $h_{R,\delta_1}$  die Scherung an der Wand im Vergleich zur abgelösten Scherschicht stärker ist als bei größeren Höhen, ist auch die Amplitude des Reibungsanteils im Verhältnis zum Scherschichtanteil größer. Bei einer Zunahme der Höhe des Rückströmgebietes nimmt die Amplitude des Reibungsanteils ab und der Reibungsanteil verändert sich zunehmend in Richtung der passiv mitschwingenden Stokes-Lösung. Der wellige Verlauf der Phase bei niedrigen Rückströmgebieten passt in dieses Erklärungsmodell: wenn der Wandanteil nicht genau in Phase mit dem Scherschichtanteil ist, führt die Überlagerung beider Teile zu einer Phasenmodulation.

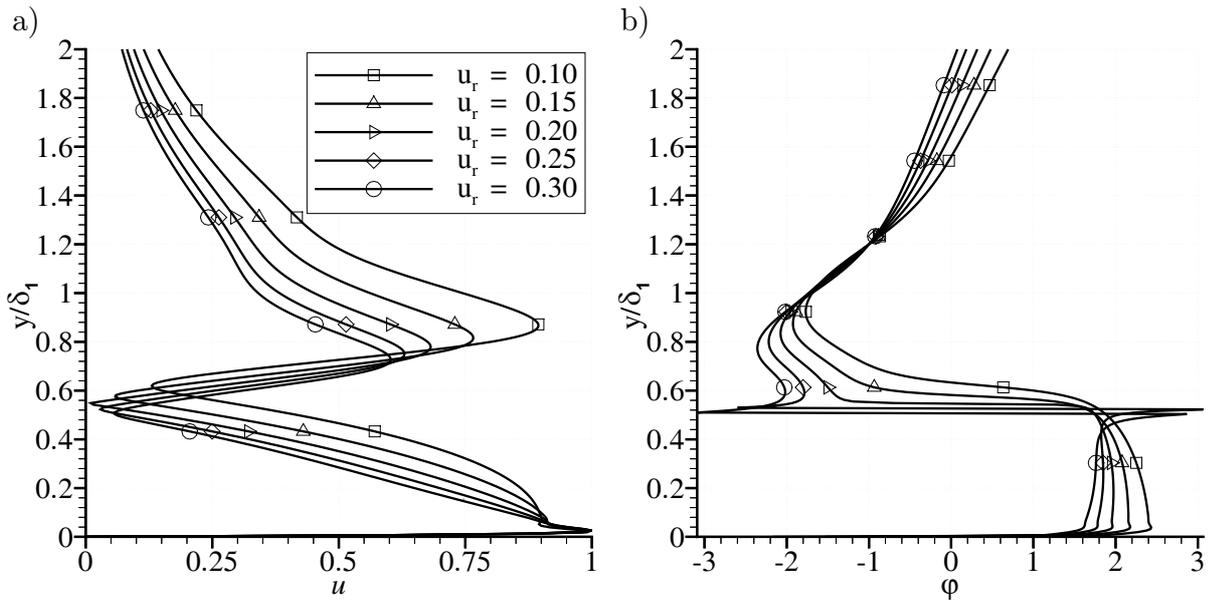
Es gibt deutliche Anzeichen, dass bei reibungsdominierten Moden der wandnahe Bereich die physikalischen Eigenschaften der Störmode dominiert. Die Eigenfunktion hat dann eine Tendenz zu mehreren deutlichen Maxima im wandnahen Bereich. Bei solchen Störmoden schwingt der äußere Teil der Eigenfunktion vermutlich eher passiv mit. Beim Überschreiten einer bestimmten Reynoldszahl oder einer bestimmten Höhe des Rezirkulationsgebietes kehrt sich dieses Verhalten um, und die Instabilität wird durch die freie Scherschicht bestimmt, wobei in der Nähe der Wand ein passiver Wandanteil überlagert ist. Der Wandanteil entwickelt sich bei zunehmender Reynoldszahl bzw. Höhe des Rückströmgebietes in Richtung des Stokes-Profiles. Diese Vorstellung würde die gleichmäßige Entwicklung der Eigenwerte unterhalb und oberhalb einer Grenzreynoldszahl beim Übergang von reibungsdominierten zu scherschichtdominierten Eigenschaften einer Mode erklären, wohingegen bei der Grenzreynoldszahl selbst eine plötzliche Änderung der Entwicklung eintritt (S. 51, Abb. 3.12, dicke Linie). Das gleiche gilt für die Abhängigkeit von der Höhe des Rückströmgebietes (S. 56, Abb. 3.15).

Pruett [53] gibt eine Eigenfunktion für eine asymmetrische freie Scherschicht an, die er mit der räumlichen linearen Stabilitätstheorie ermittelt hat (Abbildung 3.22a). Dieser ist in Bildteil (b) die Eigenfunktion bei  $Re_{\delta_1} = 3000$  und  $h_{R,\delta_1} = 0.7$  gegenübergestellt. Während



**Abb. 3.22:** LST, a) Eigenfunktion der räumlichen Theorie in einer asymmetrischen freien Scherschicht (aus [53]):  $u$ -Amplitude (durchgezogen) und Phase (strichliert). b) Eigenfunktion mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit bei  $Re_{\delta_1} = 3000$ ,  $h_{R,\delta_1} = 0.7$ ,  $u_r = 0.2$ .

das Grundströmungsprofil einer freien Scherschicht in größerem Wandabstand weitgehend einem Rückströmprofil entspricht, unterscheiden beide sich in Wandnähe deutlich. Dementsprechend stimmt sowohl die Amplitude (durchgezogen) wie die Phase der Eigenfunktionen (strichliert) in größerem Wandabstand relativ gut und in Wandnähe schlechter überein. Das kleine Maximum oberhalb des Hauptmaximums in der freien Scherschicht (a) ist in Ansätzen auch in den Eigenfunktionen der abgelösten Wandgrenzschicht bei  $y/\delta_1 \approx 1.2$  zu erkennen (b). Auch die kontinuierliche Zunahme der Phase sowohl bei nach unten wie nach oben zunehmendem Abstand von der Scherschicht ( $y/\delta_1 > 1.1$  bzw.  $y/\delta_1 < 0.6$ ) entspricht der von Pruetz gezeigten Phasenverteilung (a). Die Amplitude im Wandmaximum unterscheidet sich dagegen deutlich von der freien Scherschicht. Dies bezieht sich nicht nur auf die dünne Stokes-Schicht in unmittelbarer Wandnähe, sondern das wandnahe Maximum ist insgesamt wesentlich fülliger als bei der freien Scherschicht. Augenscheinlich hat die gegenüber der freien Scherschicht veränderte Form des Grundströmungsprofils in Wandnähe ( $\partial \bar{u} / \partial y < 0$ ) nicht nur in unmittelbarer Wandnähe (in der Stokes-Schicht) einen maßgeblichen Einfluss. Es ist daher selbst in Fällen, in denen die Instabilität eines Rückströmprofils durch reibungsfreie Instabilitäten geprägt ist, irreführend, von der Instabilität einer freien Scherschicht zu sprechen.



**Abb. 3.23:** LST,  $h_{R,\delta_1} = 0.6$ ,  $Re_{\delta_1} = 27000$ :  
Variation der Rückströmgeschwindigkeit:  $u_r = 0.1 \dots 0.3$ . Amplitude (a) und Phase (b) der  $u$ -Eigenfunktionen.

Bei kleineren Reynoldszahlen als  $Re_{\delta_1} = 3000$  ergeben sich durch Reibungseinflüsse in der Nähe der Wand bis zu drei noch ausgeprägtere Maxima als bei  $Re_{\delta_1} = 3000$  (Abb. 3.21), bei größeren Reynoldszahlen verlieren diese wandnahen Maxima auch bei niedrigen Ablöseblasen an Gewicht.

Schließlich ist in der Abbildung 3.23 die **Abhängigkeit der Eigenfunktionen von der Rückströmgeschwindigkeit** bei  $h_{R,\delta_1} = 0.6$  für  $Re_{\delta_1} = 27000$  (Abb. 3.23) zusammengestellt.

Die Untersuchung der absoluten Anfachungsraten hat gezeigt, dass kleine Rückströmgeschwindigkeiten und hohe Rückströmgebiete scherschichtdominierte Moden fördern. Reibungsdominierte Moden treten vor allem bei großer Rückströmung und niedrigen Rückströmgebieten auf, da beides eine starke Scherung an der Wand mit sich bringt. Die Eigenfunktionen entsprechen dieser Beobachtung und eine Verringerung der Rückströmgeschwindigkeit hat ähnliche Auswirkungen auf die Eigenfunktionen wie eine Vergrößerung der Höhe des Rückströmgebietes. Bei der Verringerung der Rückströmgeschwindigkeit dickt sich das wandnahe Maximum demnach ausgehend von  $u_r = 0.3$  (Kreise) auf. Gleichzeitig nimmt die Amplitude des äußeren Maximums zu. Im Gegensatz zur Variation der Höhe des Rückströmgebietes hat die Veränderung der Rückströmgeschwindigkeit allerdings einen deutlichen Einfluss auf den Verlauf der Phase im wandfernen Bereich. Bei kleiner Rückströmgeschwindigkeit ( $u_r = 0.1$ , Quadrate) wächst die Phase dabei mit zunehmendem Wandabstand deutlich stärker als bei größerer Rückströmgeschwindigkeit (z.B.  $u_r = 0.3$ ,

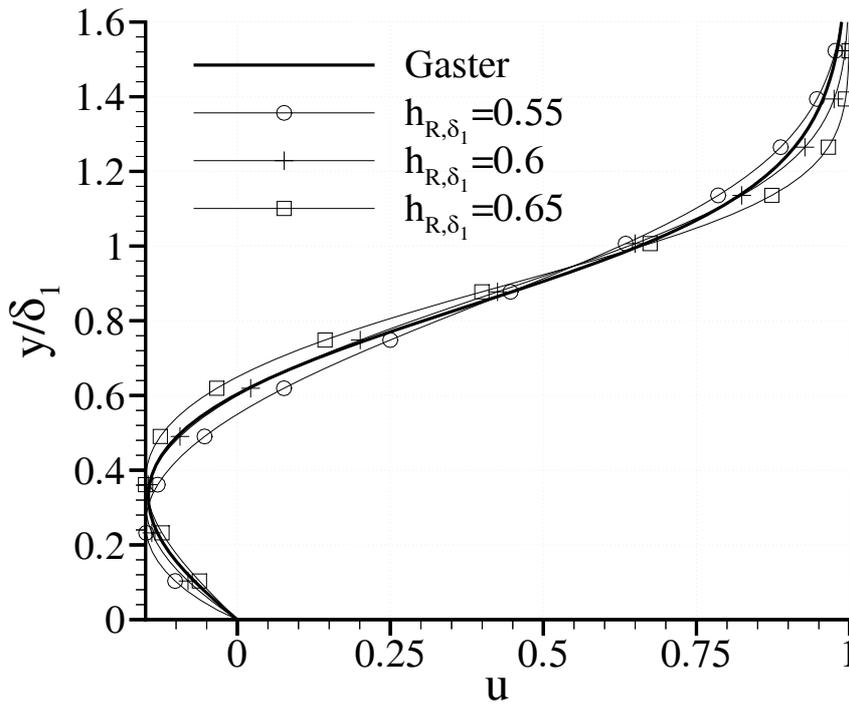
Kreise). Selbst bei der hier betrachteten, sehr großen Reynoldszahl  $Re_{\delta_1} = 27000$  (nahezu reibungsfrei) ist die Amplitude bei der untersuchten Höhe des Rückströmgebietes von  $h_{R,\delta_1} = 0.6$  im überlagerten scharfen Maximum bei allen Rückströmgeschwindigkeiten noch größer als beim Stokes-Profil. Erst bei noch höheren Rückströmgebieten ergibt sich also eine echte Stokes-Schicht in Wandnähe.

### 3.6 Einordnung der Ergebnisse

Eine Charakterisierung der Instabilitätseigenschaften von Rückströmungsprofilen anhand der Reynoldszahl  $Re_{\delta_1}$  und der Rückströmgeschwindigkeit  $u_r$  reicht nicht aus, sondern die Form des Grundströmungsprofils (hier charakterisiert durch die Höhe des Rückströmgebietes  $h_{R,\delta_1}$ ) hat einen maßgeblichen Einfluss auf das Einsetzen absoluter Instabilität. Im quasi reibungsfreien Fall ( $Re_{\delta_1} = 27000$ ) wird schon ab 13% Rückströmung in den höchsten Rückströmgebieten ( $h_{R,\delta_1} = 0.7$ ) absolute Instabilität beobachtet, wohingegen bei  $h_{R,\delta_1} = 0.5$  erst bei 30% Rückströmung absolute Instabilität auftritt (Kapitel 3.1). Da auch für die reibungsfreie tanh-Scherschicht 13.6% die Grenze zum Auftreten absoluter Instabilität darstellt, kann bei kleineren Rückströmgeschwindigkeiten absolute Instabilität vermutlich ausgeschlossen werden. Wird die Reynoldszahl auf in laminaren Ablöseblasen relevante Werte reduziert ( $Re_{\delta_1} \lesssim 6000$ ), so ist noch etwas stärkere Rückströmung erforderlich.

Bei Gaster [18] stellt ein Profil mit  $u_r = 0.145$  die Grenze zum Einsetzen absoluter Instabilität dar. Abbildung 3.24 zeigt einen Vergleich zwischen diesem Profil von Gaster (dicke Linie) und den hier verwendeten Profilen mit 15% Rückströmung und  $h_{R,\delta_1} = 0.55$  (Kreise), 0.6 (Kreuze) und 0.65 (Quadrate). Das Profil mit  $h_{R,\delta_1} = 0.6$  stimmt dabei bei Weitem am besten mit dem Profil von Gaster mit  $h_{R,\delta_1} = 0.603$  überein. Die Höhe des Rückströmgebietes  $h_{R,\delta_1}$  ist offensichtlich ein geeignetes Maß zur Charakterisierung von Rückströmprofilen. Trotz der sehr guten optischen Übereinstimmung unterscheiden sich die Stabilitätseigenschaften. Das Profil mit  $h_{R,\delta_1} = 0.6$  ist bei  $Re_{\delta_1} = 9000$  im Gegensatz zu Gasters nahezu neutral absolut stabilem Profil ( $\delta_1\beta_{0,i} = -0.009$ ) noch etwas stärker absolut stabil ( $\delta_1\beta_{0,i} = -0.059$ ). Um absolute Instabilität zu erhalten, müsste die Rückströmung auf ca.  $u_r = 0.19$  oder die Höhe des Rückströmgebietes auf ca.  $h_{R,\delta_1} = 0.66$  erhöht werden. Dieser Vergleich zeigt, dass sich die Stabilitätseigenschaften auch scheinbar sehr ähnlicher Profile stark unterscheiden können. Auch bei der Abschätzung der absoluten Stabilitätseigenschaften eines Rückströmungsprofils anhand der Parameter  $u_r$  und  $h_{R,\delta_1}$  muss also eine Wertetoleranz von zumindest  $\Delta u_r = 0.04$  oder  $\Delta h_{R,\delta_1} = 0.06$  berücksichtigt werden.

Dennoch ermöglicht der neben der Rückströmgeschwindigkeit und der Reynoldszahl hier neu eingeführte Parameter  $h_{R,\delta_1}$  eine wesentlich genauere Einordnung von Rückströmpro-



**Abb. 3.24:**  
Gasters Grundströmungsprofil ( $C=0.6$ , siehe Gaster [18]) im Vergleich mit Profilen dieser Arbeit.

filen und damit eine wesentlich verbesserte Abschätzung der Instabilitätseigenschaften. In Abschnitt 7.2.1 und in Kapitel 5 ab Seite 113 wird die Genauigkeit dieser Abschätzung der Instabilitätseigenschaften von in DNS ermittelten Grundströmungsprofilen anhand der Parameter  $u_r$ ,  $h_{R,\delta_1}$  und  $Re_{\delta_1}$  noch vertiefend untersucht.

In den meisten Ablöseblasen ist die Wahrscheinlichkeit einer absoluten Instabilität als relativ niedrig einzustufen. Es können zwar durchaus Rückströmgeschwindigkeiten von  $u_r > 0.1$  auftreten, allerdings ist die Höhe des Rückströmgebietes  $h_{R,\delta_1}$  in der Regel relativ klein, so dass die Grundströmungsprofile dann deutlich absolut stabil sind, selbst wenn eine solche Aussage allein an der Rückströmgeschwindigkeit nicht festgemacht werden könnte. In Kapitel 5 wird jedoch eine DNS gezeigt, die deutliche Anzeichen einer absoluten Instabilität aufweist. Dies belegt, dass absolute Instabilitäten in laminaren Ablöseblasen unter gewissen Bedingungen durchaus möglich sind.

Die physikalischen Eigenschaften, die die Singularitäten mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit kennzeichnen, und die als reibungsdominiert und scherschichtdominiert eingeführt wurden (Kapitel 3.3), sind wie die Eigenwerte selbst sicherlich nicht unabhängig von der genauen Form der Grundströmungsprofile. Auch hier ist jedoch anzunehmen, dass die einzelnen Phänomene möglicherweise bei etwas veränderten Parametern  $Re_{\delta_1}$ ,  $u_r$  und  $h_{R,\delta_1}$  auftreten, die qualitative Abhängigkeit von diesen Parametern jedoch allgemein gültig ist. Diese Aussage gilt auch für das Auftreten zweier Singularitäten mit unterschiedlichen Eigenwerten bei dem gleichen Grundströmungsprofil. Zur Unterscheidung von den von starker Scherung in der freien Scherschicht dominierten Moden wurden die niederfrequenten Moden,

die in niedrigen Ablösegebieten auftreten können, als  $\text{Mode}_{lf}$  eingeführt. Wie später gezeigt wird, können in Ablöseblasen im Bereich der stärksten Rückströmung durchaus Reynoldszahlen  $Re_{\delta_1} > 5000$  auftreten, die also in dem Bereich liegen, für den zwei Singularitäten in den theoretischen Untersuchungen gefunden wurden ( $Re_{\delta_1} > 4500$ , Kapitel 3.4). Allerdings sind die Rückströmgeschwindigkeiten, bei denen zwei absolut instabile Moden beobachtet wurden, so groß, dass ihr Auftreten in laminaren Ablöseblasen nahezu ausgeschlossen ist.

Demgegenüber ist durchaus denkbar, dass solche Moden bei anderen Konfigurationen (zurückspringende Stufe, Nachlauf stumpfer Körper, Wandstrahl) einen Einfluss haben können. Beispielsweise beobachtet Schwarz [65] im Nachlauf rotationssymmetrischer Körper eine deutliche Diskrepanz zwischen den von der parallelen linearen Stabilitätstheorie vorhergesagten und den in direkten numerischen Simulationen tatsächlich beobachteten absoluten Instabilitäten. Die Wellenzahl und Frequenz in der DNS ist wesentlich niedriger als von der LST vorhergesagt. Möglicherweise ist in der DNS bei Schwarz eine andere absolute Mode dominant gegenüber der mit der LST identifizierten Mode. Andererseits führt Schwarz starke Nichtparallelitäten im gemittelten Strömungsfeld sowie ein relativ kurzes absolut instabiles Gebiet an. Beides schränkt die Verlässlichkeit der LST ein.



# Kapitel 4

## Numerisches Verfahren zur Lösung der vollständigen Navier-Stokes-Gleichungen

Das numerische Verfahren, mit dem die direkten numerischen Simulationen (DNS) in dieser Arbeit durchgeführt wurden, beruht auf einem ursprünglich von Fasel [11] entwickelten Verfahren, das im Laufe der Jahre ständig weiterentwickelt wurde (z.B. Rist [56], Kloker [36]). In den genannten Arbeiten wird ein Verfahren in *Störgrößenformulierung* angewendet. Dabei wird zuerst eine Grundströmung als Lösung der stationären Navier-Stokes-Gleichungen ermittelt. In der Direkten Numerischen Simulation wird nur noch der Störanteil direkt simuliert. Die DNS von kleinen Ablöseblasen (bei kleinen Reynoldszahlen oder/und relativ schwachem Druckanstieg) kann in der Regel mit einer solchen Störgrößenformulierung erfolgen. Störgrößenformulierungen haben den Vorteil, dass auch ein stationärer Störanteil bestimmt wird (*mean flow distortion*), der beispielsweise die Verformung der Ablöseblase durch die einsetzende Turbulenz kennzeichnet. Zudem wurden sehr gute Randbedingungen entwickelt. Insbesondere am oberen Rand kann eine sehr flexible Behandlung von Störwellen gewährleistet werden indem geeignete von-Neumann-Randbedingungen angesetzt werden.

Dann ergeben sich am oberen Rand auch Störanteile, deren zeitlicher Mittelwert eine Veränderung der Potentialgeschwindigkeitsverteilung darstellt. Physikalisch bedeutet dies eine Wechselwirkung zwischen Potentialströmung und der Verdrängungswirkung der Grenzschicht (Grenzschichtinteraktion). Diese kann somit ohne spezielle Modellierung teilweise vom Verfahren erfasst werden, hängt allerdings von den Randbedingungen am oberen Rand ab, die in der Regel auf die möglichst genaue Behandlung von Tollmien-Schlichting-Wellen abgestimmt werden.

Es wurde schon angesprochen, dass in vielen Fällen die Grenzschicht in laminaren

Ablöseblasen nur durch die einsetzende Turbulenz wiederanlegt, da die laminare Grenzschicht den Druckanstieg nicht mehr überwinden kann. Dann existiert auch keine stationäre Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen mit Ablöseblase und das Verfahren zur Lösung der stationären Navier-Stokes-Gleichungen bei der Berechnung der Grundströmung konvergiert nicht mehr. Zudem können im Laufe des Iterationsverfahrens physikalisch instabile Störungen (TS-Wellen) so stark anwachsen, dass selbst in Fällen, in denen eine Lösung der stationären Navier-Stokes-Gleichungen noch besteht, diese nicht mehr ermittelt werden kann. DNS müssen in solchen Fällen daher in einer Gesamtgrößenformulierung durchgeführt werden. Dabei wird am Anfang der DNS eine mehr oder weniger beliebige Grundströmung vorgegeben, im Rahmen dieser Arbeit meist eine Blasiusgrenzschicht, der am oberen Rand die gewünschte Potentialgeschwindigkeitsverteilung aufgeprägt wird. Am Einströmrand wird die Anfangslösung festgehalten. In einer Einschwingphase bildet sich die Ablöseblase, und schließlich stellt sich ein Zustand aus einem zeitlich gemittelten Strömungsfeld mit dem gewünschten Druckgradienten ein, das durch instationäre Störwellen überlagert ist.

Beim Übergang auf eine Gesamtgrößenformulierung ist eine gesonderte Behandlung des Störanteils am oberen Rand nicht mehr ohne weiteres möglich, da bei Gesamtgrößen nicht zwischen Grundströmung und Störanteil unterschieden werden kann. Mit der Kontinuitätsgleichung kann zwar aus der in unserem Verfahren am oberen Rand vorgeschriebenen Potentialgeschwindigkeitsverteilung in Stromabrichtung  $u$  eine von-Neumann-Bedingung für die wandnormale Geschwindigkeitskomponente  $v$  formuliert werden und die Potentialströmung kann nach oben ausweichen, wenn sich eine Ablöseblase bildet. Die  $u$ -Geschwindigkeitsverteilung liegt am oberen Rand aber fest. Damit ist einerseits Grenzschichtinteraktion nur sehr eingeschränkt möglich, andererseits ist die Randbedingung ungeeignet zur Behandlung von Störwellen. Durch die Entwicklung und Implementierung eines verbesserten und den vorliegenden Rahmenbedingungen angepassten Grenzschichtinteraktionsmodells können beide Probleme überzeugend gelöst werden (Kapitel 4.4).

## 4.1 Grundgleichungen

Die vollständigen, inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen in Wirbelstärke-Geschwindigkeits-Formulierung werden in einem rechteckigen Integrationsgebiet gelöst (Abbildung 4.1). Die dimensionsbehafteten Koordinaten in stromab-, wandnormaler und spannweitischer Richtung  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$ ,  $\hat{z}$  und die entsprechenden Geschwindigkeitskomponenten  $\hat{u}$ ,  $\hat{v}$ ,  $\hat{w}$  werden mit einer Bezugslänge  $\hat{L}$  und der Anströmgeschwindigkeit  $\hat{U}_\infty$  dimensionslos gemacht ( $\hat{\cdot}$  bezeichnet dimensionsbehaftete Größen). Die Größen in wandnormaler Richtung werden mit  $\sqrt{Re}$

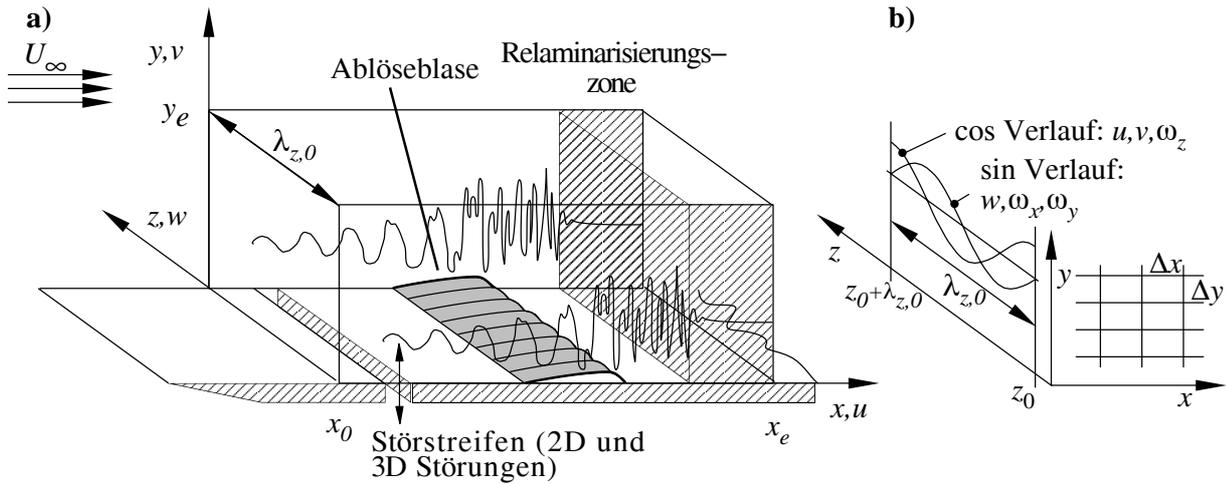


Abb. 4.1: a) Integrationsgebiet und b) Diskretisierung.

gestreckt (Reynoldszahl  $Re = \hat{U}_\infty \hat{L} / \hat{\nu}$ ;  $\hat{\nu}$  ist dabei die kinematische Viskosität):

$$x = \frac{\hat{x}}{\hat{L}}, \quad y = \sqrt{Re} \frac{\hat{y}}{\hat{L}}; \quad z = \frac{\hat{z}}{\hat{L}}, \quad u = \frac{\hat{u}}{\hat{U}_\infty}, \quad v = \sqrt{Re} \frac{\hat{v}}{\hat{U}_\infty}, \quad w = \frac{\hat{w}}{\hat{U}_\infty}. \quad (4.1)$$

Damit ergeben sich die dimensionslosen Komponenten der Wirbelstärke  $\omega$  zu:

$$\begin{aligned} \omega_x &= \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y}, \\ \omega_y &= \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z}, \\ \omega_z &= \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{1}{Re} \frac{\partial v}{\partial x}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Die Wirbeltransportgleichungen mit einem modifizierten Laplaceoperator

$$\tilde{\Delta} = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (4.3)$$

ergeben sich zu:

$$\frac{\partial \omega_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} (v \omega_x - u \omega_y) + \frac{\partial}{\partial z} (w \omega_x - u \omega_z) = \tilde{\Delta} \omega_x, \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial \omega_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u \omega_y - v \omega_x) + \frac{\partial}{\partial z} (w \omega_y - v \omega_z) = \tilde{\Delta} \omega_y, \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial \omega_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u \omega_z - w \omega_x) + \frac{\partial}{\partial y} (v \omega_z - w \omega_y) = \tilde{\Delta} \omega_z. \quad (4.6)$$

Zur Bestimmung der Geschwindigkeitskomponenten werden aus den Wirbelstärkedefinitionen mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4.7)$$

drei Poissongleichungen hergeleitet:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -\frac{\partial \omega_y}{\partial z} - \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y}, \quad (4.8)$$

$$\tilde{\Delta} v = \frac{\partial \omega_x}{\partial z} - \frac{\partial \omega_z}{\partial x}, \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{\partial \omega_y}{\partial x} - \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial z}. \quad (4.10)$$

Entscheidenden Einfluss auf die Güte der Simulationsergebnisse hat die exakte Bestimmung der Wirbelstärkekomponenten an der Wand. Folgende Gleichungen haben sich als besonders geeignet erwiesen:

$$\frac{\partial^2 \omega_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial z^2} = -\frac{\partial^2 \omega_y}{\partial y \partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \tilde{\Delta} v \quad (4.11)$$

$$\omega_y = 0 \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial \omega_z}{\partial x} = \frac{\partial \omega_x}{\partial z} - \tilde{\Delta} v \quad (4.13)$$

Die Komponente  $\omega_y$  ist wegen der Haftbedingung an der Wand per Definition null.

In jedem Zeitschritt werden zuerst die drei Transportgleichungen (4.4–4.6) im gesamten Integrationsgebiet außer an der Wand gelöst. Anschließend kann die wandnormale Geschwindigkeitskomponente  $v$  durch die iterative Lösung der Poissongleichung (4.9) mit einem Mehrgitterverfahren ermittelt werden. Die Poissongleichungen für die stromab- und spannweite Geschwindigkeitskomponente (Gleichungen (4.8) und (4.10)) sind in wandnormaler Richtung voneinander entkoppelt und können daher auf Linien mit konstantem Wandabstand direkt gelöst werden. Die Wirbelstärkekomponente  $\omega_x$  an der Wand wird mit der Poissongleichung (4.11) analog zu den Gleichungen (4.8) und (4.10) bestimmt und schließlich die noch fehlende Wirbelstärkekomponente  $\omega_z$  an der Wand mit Hilfe der Gleichung (4.13) in Stromabrichtung integriert.

## 4.2 Diskretisierung

Die Gleichungen werden mit einem expliziten Zeitintegrationsverfahren gelöst (Runge-Kutta  $\mathcal{O}4$ ). Die räumliche Diskretisierung in  $x$ - und  $y$ -Richtung erfolgt mit zentralen Finiten Differenzen der Genauigkeitsordnung  $\mathcal{O}4$ . Lediglich an den Rändern werden einseitige Differenzen je nach spezifischen Anforderungen höherer (z. B. an der Wand) oder niedrigerer Genauigkeit verwendet (am oberen Rand des Integrationsgebietes). Eine weitere Besonderheit stellt die Behandlung der  $x$ -Ableitungen der nichtlinearen Terme der Wirbeltransportgleichungen dar. Während der Runge-Kutta-Zwischenschritte erfolgt die Ableitung dieser Terme abwechselnd mit 3-Punkt-Vorwärts- (v) und -Rückwärtsdifferenzen (r), so dass sich über

den gesamten Zeitschritt ein Schema v-r-r-v bzw. im nächsten Zeitschritt r-v-v-r usw. ergibt. Insgesamt beträgt bei diesem Vorgehen die Genauigkeit  $\mathcal{O}4$  in Raum und Zeit. In Spannweitenrichtung kommt ein Spektralansatz zum Einsatz. Jede Strömungsvariable  $f$  wird in Spannweitenrichtung in Spektralmoden  $F_k$  zerlegt:

$$f(x, y, z, t) = \sum_{k=-K}^K F_k(x, y, t) \cdot \exp(ik\gamma_0 z) \quad (4.14)$$

Die Basisquerwellenzahl  $\gamma_0$  definiert dabei die Breite des Integrationsgebietes  $\lambda_{z,0} = 2\pi/\gamma_0$ .

Betrachtet man nur symmetrische Störformen, das heißt 2-D-Wellen und Paare schräglaufer Wellen mit gleich großem, aber entgegengesetztem Schräglaufwinkel, so genügt die Betrachtung der Spektralmoden von  $k = 0$  (2-D) bis  $k = K$ , da dann Moden  $+k$  und  $-k$  konjugiert komplex zueinander sind. Der Rechenaufwand halbiert sich dadurch nahezu. Bezüglich des Mittelschnittes  $z = 0$  nehmen  $u$ ,  $v$  und  $\omega_z$  einen kosinusförmigen Verlauf an,  $w$ ,  $\omega_x$  und  $\omega_y$  sind sinusförmig (siehe Abb. 4.1b). Die einzelnen  $k$ -Spektralmoden sind lediglich durch die nichtlinearen Terme gekoppelt. Ansonsten ist eine unabhängige Berechnung der einzelnen Moden möglich, was eine sehr effiziente Parallelisierung des Verfahrens auf vektor-parallelen Architekturen ermöglicht. Neben den positiven numerischen Eigenschaften eines Spektralansatzes, insbesondere dem verschwindenden Abbruchfehler, spiegelt er zudem den Charakter von Tollmien-Schlichting Wellen wieder und ist daher besonders geeignet zur Darstellung solcher Störwellen.

Zudem ermöglicht der Spektralansatz in Spannweitenrichtung für den zweidimensionalen (2-D) Anteil der Strömung andere Randbedingungen und Gleichungen vorzuschreiben als für dreidimensionale (schräglaufernde) Strömungsbestandteile. Die Grundgleichungen, die für die 2-D und 3-D-Anteile verwendet werden unterscheiden sich lediglich bei der Berechnung der  $u$ -Geschwindigkeit. Während für 3-D Anteile ( $k > 0$ ) die Poissongleichung (4.8) zum Einsatz kommt, wird der 2-D Anteil aus der Kontinuitätsgleichung in Stromabrichtung integriert:

$$u(x) = u_{x_0} - \int_{x_0}^x \frac{\partial v}{\partial y} d\zeta. \quad (4.15)$$

## 4.3 Randbedingungen

### 4.3.1 3-D-Randbedingungen

Da die Grundströmung zweidimensional ist, bestehen die schräglaufernden Anteile ( $k > 0$ ) ausschließlich aus Störgrößen und es können aus Störformulierungen bekannte und bewährte Randbedingungen direkt übernommen werden. Am **Einströmrand** wird stationäre, zweidimensionale Zuströmung angenommen. Alle 3-D-Felder sind auf den ersten beiden Gitterlinien am Einströmrand daher zu null gesetzt. Außer im Störstreifen, in dem durch wandnor-

males Ausblasen und Absaugen Störungen in die Grenzschicht eingebracht werden können ( $v \neq 0$ ), gilt an der **Wand** (W) die Haftbedingung ( $u_W = v_W = w_W = \omega_{y,W} = 0$ ). Die Randbedingung am **Ausströmrand** (AR) wird aus einem Wellenansatz hergeleitet (siehe Kloker [36] für Details):

$$f(x, y, z) = A(y) \cdot \exp(i\alpha_{AR}x + i\gamma z). \quad (4.16)$$

Dabei wird die Wellenzahl  $\alpha_{AR}$  am Anfang der Simulation mit einem Wert belegt, der als typisch für die Störwellen am Ausströmrand angesehen wird. Dem eigentlichen Ausströmrand ist eine Relaminarisierungszone vorgeschaltet, in der die Wirbelstärke kontinuierlich zu null gedämpft wird (im englischsprachigen Raum als *buffer domain* oder *fringe region* eingeführt). Dadurch klingen auch die Geschwindigkeitskomponenten bis zum Ausströmrand nahezu vollständig ab, was die dortige, relativ einfache Annahme rechtfertigt und Reflexionen verhindert.

Der **obere Rand** (OR) ist üblicherweise so weit von der Wand entfernt, dass Reibung keine Rolle spielt und die Wirbelstärke verschwindet ( $\omega_{OR} = 0$ ). In der  $v$ -Poissongleichung (4.9) wird am oberen Rand eine kompakte Differenz für  $\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \Big|_{OR}$  angesetzt, die die Berücksichtigung des Geschwindigkeitsgradienten  $\frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{OR}$  ermöglicht. Für die wandnormale Geschwindigkeitskomponente  $v$  wird exponentielles Abklingen in wandnormaler Richtung angesetzt, so dass sich eine gekoppelte Randbedingung für den Geschwindigkeitsgradienten  $\frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{OR}$  und die wandnormale Geschwindigkeitskomponente  $v_{OR}$  mit der Beziehung:

$$\frac{\partial v_{3D}}{\partial y} \Big|_{OR} = -\frac{\alpha_k^*}{\sqrt{Re}} v_{3D} \Big|_{OR} \quad (4.17)$$

ergibt. Dabei kennzeichnet  $\alpha_k^* = \sqrt{\alpha_e^2 + \gamma_k^2}$  eine für die entsprechende  $k$ -Spektralmode mit der Querwellenzahl  $\gamma_k$  und der Wellenzahl  $\alpha_e$  in Stromabrichtung charakteristische Wellenzahl (Fasel *et al.* [12]). Die Wellenzahl der TS-Wellen ändert sich in Stromabrichtung nur mäßig, so dass es ausreicht  $\alpha_e(x) = \alpha_e$  am gesamten oberen Rand konstant anzusetzen und im Vorfeld der DNS mit der linearen Stabilitätstheorie abzuschätzen. In der Potentialströmung erhält man mit diesem Ansatz die exakte Lösung für TS-Wellen mit der Wellenzahl  $\alpha_e$ . Dieser Ansatz reduziert den Einfluss des oberen Randes auf TS-Wellen weitgehend, so dass sehr niedrige Integrationsgebiete, die lediglich etwas mehr als eine Grenzschichtdicke umfassen, ausreichend sind.

Es hat sich gezeigt, dass in manchen Simulationen laminarer Ablöseblasen selbst in vergleichsweise hohen Integrationsgebieten infolge des schnellen Grenzschichtwachstums hinter der Ablöseblase einzelne Wirbel den oberen Rand erreichen können. Es treten dann starke Reflexionen auf und das Verfahren kann instabil werden. Dies kann verhindert werden, indem in solchen Simulationen die wandnormalen Ableitungen in den Wirbeltransportgleichungen in der Nähe des oberen Randes gedämpft werden. So wird erreicht, dass Wirbel

die auf den oberen Rand zulaufen, diesen nicht erreichen, sondern ihre Bahn ändern und schließlich entlang des oberen Randes schwimmen und dabei durch die  $x$ - und  $z$ -Dissipation nach und nach verschwinden. Reflexionen werden so vermieden.

### 4.3.2 2-D-Randbedingungen

Der 2-D-Anteil des Strömungsfeldes ( $k = 0$ ) setzt sich aus Grundströmung und Störanteil zusammen. Daraus ergeben sich in der Gesamtgrößenformulierung teilweise von den 3-D-Randbedingungen abweichende Bedingungen, auf die jetzt eingegangen wird.

Am **Einströmrand** wird stationäre Zuströmung vorgeschrieben. Dazu wird die Anfangsbedingung (z.B. eine Blasius- oder Falkner-Skan-Grenzschicht) auf den vordersten beiden Gitterlinien während der gesamten Simulation festgehalten.

Am **oberen Rand** wird die gewünschte Potentialgeschwindigkeitsverteilung  $u_p$  der Grenzschicht vorgegeben. Über die Kontinuitätsgleichung (4.7) wird damit der wandnormale Geschwindigkeitsgradient von  $v$  definiert:

$$\left. \frac{\partial v}{\partial y} \right|_{OR} = -\frac{d(u_p + u_v)}{dx}. \quad (4.18)$$

und wie beim 3-D-Anteil über eine kompakte Differenz für  $\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$  in der  $v$ -Poissongleichung berücksichtigt. Mit Hilfe der Geschwindigkeitskomponente  $u_v$  können viskose Effekte, die sich während der Simulation einstellen, in einem Grenzschichtinteraktionsmodell berücksichtigt werden (Kapitel 4.4). Ohne Grenzschichtinteraktionsmodell liegt  $u$  am oberen Rand fest ( $u_v = 0$ ; Dirichlet Randbedingung) und sowohl Verdrängungseinflüsse der zeitlich gemittelten Grenzschicht (Grenzschichtinteraktion) als auch Störwellen werden am oberen Rand auf einen wandnormalen Geschwindigkeitsanteil beschränkt. Dies kann, insbesondere wenn starke Interaktionseffekte oder Störwellen mit großer Amplitude auftreten, zu einer Verfälschung der physikalischen Ergebnisse führen. Dann ist der Einsatz eines Grenzschichtinteraktionsmodells ratsam.

In Maucher *et al.* [42, 43] werden mögliche Bedingungen am **oberen Rand** des Integrationsgebietes bei direkten numerischen Simulationen laminarer Ablöseblasen diskutiert. Dabei wird ausführlich auf die Motivation eingegangen, die zur Implementierung der hier verwendeten Randbedingungen in Verbindung mit einem Grenzschichtinteraktionsmodell geführt hat. Neben Erfahrungen aus Störformulierungen spielten dabei Erkenntnisse unter anderem von Hsiao & Pauley [31] eine wichtige Rolle. Sie untersuchen den Einfluss einer Dirichlet- und einer von-Neumann-Randbedingung für die wandnormale Geschwindigkeitskomponente  $v$  am oberen Rand eines Navier-Stokes-Verfahrens bei der Berechnung stationärer Ablöseblasen und vergleichen diese Ergebnisse mit den Resultaten eines Grenzschichtverfahrens bei dem die Grenzschichtinteraktion modelliert wurde. Die Dirichlet-Randbedingung für

die wandnormale Geschwindigkeitskomponente  $v$  (Werte werden festgehalten) erlaubt eine Veränderung von  $u$  am oberen Rand. Da die Potentialströmung nicht nach oben ausweichen kann, ergibt sich eine deutliche Beschleunigung der Potentialströmung über der Ablöseblase und die Ablöseneigung verringert sich. Dieser Effekt schwächt sich ab, wenn sehr hohe Integrationsgebiete eingesetzt werden, da dann ein größerer Querschnitt (Abstand von der Wand zum oberen Rand) zur Verfügung steht, durch den das von der Ablöseblase verdrängte Fluid abfließen kann.

Eine wesentliche Verbesserung finden Hsiao & Pauley beim Vergleich mit dem Grenzschichtverfahren, wenn eine von-Neumann-Randbedingung mit vorgegebenem  $\frac{\partial v}{\partial y}$  eingeführt wird. Über die Kontinuitätsgleichung liegt dann  $u$  am oberen Rand fest. Um gute Übereinstimmung mit dem Grenzschichtverfahren zu erreichen, muss die Rechnung jedoch auch dann in hohen Integrationsgebieten durchgeführt werden.

Die in der hier vorgestellten Arbeit eingesetzte Randbedingung am oberen Rand kommt der von-Neumann-Randbedingung für  $v$  bei Hsiao & Pauley sehr nahe, wenngleich der Gradient  $\frac{\partial v}{\partial y}$  nicht direkt als Randbedingung vorgegeben, sondern über eine kompakte Differenz berücksichtigt wird. Dementsprechend wurden die Beobachtungen von Hsiao & Pauley in eigenen DNS bestätigt. In hohen Integrationsgebieten bildet sich im Bereich der Ablöseblase am Grenzschichttrand das typische Plateau in der Stromabkomponente der Geschwindigkeit. In niedrigen Integrationsgebieten (wenige Grenzschichtdicken) kann sich dieses Plateau dagegen nur wesentlich schwächer ausbilden. Dies steht im Zusammenhang mit Potentialgeschwindigkeitsverteilungen  $u_p(x)$  mit starken Gradienten  $\frac{\partial u_p(x)}{\partial x}$  in Stromabrichtung, die wiederum zu Gradienten der Potentialgeschwindigkeit in wandnormaler Richtung führen. Die Potentialgeschwindigkeit am oberen Rand  $u_p(y_{OR})$  muss in solchen Fällen bei der Veränderung der Höhe des Integrationsgebietes  $y_{OR}$  angepasst werden. Wenn die Kontur des Tragflügelprofils bekannt ist, kann die entsprechende Geschwindigkeitsverteilung mit Hilfe einer Potentialrechnung im Vorfeld der DNS ermittelt werden.

Nochmals deutlich kritischer sind in diesem Zusammenhang Fälle, in denen die Potentialverteilung durch Verdrängungseffekte der Grenzschicht (Grenzschichtinteraktion z.B. durch eine Ablöseblase) stark beeinflusst ist. Dann muss die Auswirkung dieser Verdrängungseffekte auf die Geschwindigkeitsverteilung am oberen Rand, die sich erst als Ergebnis der Simulation ergibt, schon vor Beginn der DNS abgeschätzt und bei der Definition der Randbedingung festgeschrieben werden. Eine Verfälschung der DNS durch die Randbedingung wird damit jedoch nicht ausgeschlossen und die Größe und Bedeutung der Fehler kann nicht ermittelt werden. Selbst wenn eine passende Geschwindigkeitsverteilung am oberen Rand des Integrationsgebietes bekannt ist (beispielsweise aus einem Experiment), ist diese nur gültig, wenn sich im Experiment und in der DNS genau gleich große Ablöseblasen bilden. Da der Grenzschichtumschlag entscheidenden Einfluss auf Form und Größe der Ablöse-

blase hat, wirken sich Unterschiede im Anfangsspektrum der Störungen auch stark auf die Potentialgeschwindigkeitsverteilung und somit auf die erforderliche Randbedingung am oberen Rand aus. Die Untersuchung unterschiedlicher Umschlagsmechanismen erfordert somit jeweils eine eigene Randbedingung, so dass hier auch experimentell ermittelte Geschwindigkeitsverteilungen nicht entscheidend weiterhelfen.

Vielmehr ist es wünschenswert, Verdrängungseinflüsse durch die Grenzschicht im numerischen Verfahren selbst zu berücksichtigen. Dies kann mit einem sogenannten Grenzschichtinteraktionsmodell erfolgen. Ein Grenzschichtinteraktionsmodell bietet die Möglichkeit, der Grenzschicht einen Geschwindigkeitsgradienten aufzuprägen, gleichzeitig aber während der Simulationen Veränderungen von  $u$  und  $v$  am oberen Rand zuzulassen. Erst dies ermöglicht Aussagen, wie sich die Ablöseblase und die an ihrer Ausbildung beteiligten Umschlagsmechanismen auf die Potentialströmung auswirken. Da die Veränderung der Potentialströmung durch Grenzschichtinteraktion wiederum einen starken Einfluss auf die Instabilität der Grenzschicht stromauf der Ablöseblase hat, wird das Störungswachstum und in der Folge wiederum der Grenzschichtumschlag beeinflusst. Zudem wird von einem Grenzschichtinteraktionsmodell eine wesentlich verbesserte Randbedingung für 2-D-Störwellen (TS-Wellen) erwartet, da hierfür ebenfalls eine instationäre Randbedingung für  $u$  und  $v$  erforderlich ist. Ohne geeignete Randbedingung für Störwellen ist ein sehr hohes Integrationsgebiet nötig, und es treten die weiter oben angesprochenen Probleme bei der Bestimmung einer geeigneten Potentialgeschwindigkeitsverteilung am oberen Rand auf, wenn diese nicht unabhängig von der wandnormalen Richtung ist.

## 4.4 Grenzschichtinteraktionsmodell

Seit den 70er Jahren wurden Grenzschichtinteraktionsmodelle zur numerischen Berücksichtigung der Verdrängungseffekte der Grenzschicht auf die Potentialströmung zuerst für Grenzschichtverfahren entwickelt (z. B. Veldman [71]). Briley & McDonald [7] wendeten ein Grenzschichtinteraktionsmodell in einem Verfahren zur Ermittlung einer stationären Lösung der Navier-Stokes Gleichungen mit Turbulenzmodellierung an. Gruber [21] hat schließlich ein solches Modell an seinen DNS-Code angepasst und in Simulationen der zweidimensionalen Störungsentwicklung in laminaren Ablöseblasen in Grenzschichten mit kleiner Grenzschichtdicke eingesetzt. Alle angesprochenen Modelle beruhen auf der Theorie dünner Profile [63], die voraussetzt, dass die Dicke des Tragflügels sehr klein gegenüber seiner Stromabausdehnung ist. Für Grenzschichtinteraktionsmodelle ergibt sich daraus die Forderung, dass die Höhe des Integrationsgebietes sehr klein im Vergleich zu seiner Länge sein muss. Die Grundidee von Grenzschichtinteraktionsmodellen ist, die Aufdickung der Grenzschicht als Modifikation der Profilkontur anzusehen. Diese Modifikation wird durch

eine Quell-Senkenverteilung modelliert. Es wird davon ausgegangen, dass die durch diese Quellverteilung induzierte Geschwindigkeit außerhalb der Grenzschicht gerade der Veränderung der Potentialströmung durch die Verdrängungs- bzw. Reibungseffekte der Grenzschicht entspricht. Damit kann der Verdrängungseinfluss am oberen Rand des Integrationsgebietes bestimmt und die obere Randbedingung beim Auftreten einer starken Grenzschichtaufdickung, zum Beispiel durch eine Ablöseblase, angepasst werden. Die Grenzschichtdicke wird als klein gegenüber der Höhe des Integrationsgebietes angesehen. Dann kann die Quell-/Senkenverteilung an der Wand angesetzt werden.

Üblicherweise wird die Quellverteilung  $q(x)$  aus der Verdrängungsdicke  $\delta_1(x)$  bestimmt:

$$q(x) = \frac{d}{dx}(u_p \delta_1). \quad (4.19)$$

Die durch Verdrängungseffekte induzierte viskose Stromabgeschwindigkeitskomponente  $u_v$  wird anschließend aus dieser Quellverteilung berechnet:

$$u_v(x) = \frac{1}{\pi} \oint_{x_1}^{x_2} \frac{q(\xi)}{x - \xi} d\xi. \quad (4.20)$$

und schließlich zur ursprünglichen Potentialgeschwindigkeitsverteilung  $u_p$  addiert. Bei  $\xi = x$  tritt eine Singularität auf, deren Berücksichtigung jedoch keine Schwierigkeiten bereitet [21].

Gruber wählt einen etwas anderen Weg und vermeidet dabei die direkte Bestimmung der Verdrängungsdicke. Von der momentanen, wandnormalen Geschwindigkeitskomponente am oberen Rand  $v_{OR}$  wird der Potentialanteil  $v_{p,OR}$  abgezogen, um am oberen Rand den Geschwindigkeitsanteil  $v_v$  zu bestimmen, der Reibungseinflüssen zuzuschreiben ist:

$$v_v(x, t) = v_{OR}(x, t) - v_{p,OR}(x). \quad (4.21)$$

Im Gegensatz zur Stromabgeschwindigkeitskomponente kann sich die wandnormale Komponente am oberen Rand durch die von-Neumann-Randbedingung frei einstellen und reagiert daher unmittelbar auf Verdrängungseinflüsse im Integrationsgebiet. Für die Stromabkomponente des Potentialanteils wird angenommen, dass er unabhängig vom Wandabstand ist  $u_p(x, y) = u_p(x)$ . An der Wand verschwindet der wandnormale Potentialanteil:  $v_p(x, y = 0, t) = 0$ . Aus der Kontinuitätsgleichung ergibt sich damit

$$v_{p,OR}(x) = - \int_0^{y_{OR}} \frac{du_p(x)}{dx} dy = -y_{OR} \frac{du_p(x)}{dx}. \quad (4.22)$$

Setzt man Gl. (4.22) in Gl. (4.21) ein so erhält man:

$$v_v(x, t) = v_{OR}(x, t) + y_{OR} \frac{du_p(x)}{dx}. \quad (4.23)$$

Nach der Theorie dünner Profile gilt:

$$q(x) = 2v_v(x) \quad (4.24)$$

und Gleichung (4.20) liefert bei Gruber schließlich den viskosen Stromabgeschwindigkeitsanteil  $u_v(x)$  am oberen Rand, der dem Potentialanteil  $u_p(x)$  überlagert wird.

Durch die kleinen Reynoldszahlen bei Gruber (an der Ablösestelle:  $Re_{\delta_1,a} \approx 600$ ) sind seine Integrationsgebiete sehr niedrig und die Grundannahmen der Theorie dünner Profile sind erfüllt. Nun werden aber laminare Ablöseblasen bei wesentlich größeren Reynoldszahlen untersucht ( $Re_{\delta_1,a} = 2000 \dots 3000$ ), die in der Praxis besondere Bedeutung haben. Für DNS solcher Ablöseblasen wird ein ungleich höheres Integrationsgebiet benötigt. Es hat sich gezeigt, dass dann die Vereinfachungen, die der Theorie dünner Profile zugrunde liegen, nicht mehr zulässig sind, und die auf ihr beruhenden Modelle ergeben einen zu starken Verdrängungseinfluss, der mit zunehmendem Abstand des oberen Randes von der Wand zu einer Verkleinerung der Ablöseblase führt.

Ein weiteres Problem tritt bei solchen Simulationen deutlicher hervor als bei kleineren Reynoldszahlen. Stromab der Ablöseblase treten Störwellen mit großer Amplitude und entsprechend starken *instationären* Verdrängungseffekten auf, die ebenfalls durch das Interaktionsmodell erfasst und modelliert werden. Durch die Vereinfachungen bei der Modellierung entstehen Fehler in der modellierten Quellverteilung, die am Ort ihrer Entstehung vernachlässigt werden können, da Ihre Amplitude im Vergleich zu den sie generierenden, physikalischen Störwellen klein ist. Die Amplitude der TS-Wellen ist in diesem Bereich gleichbleibend groß (bis zu 20%  $U_\infty$ ), wohingegen Stromaufeinflüsse der Quellen im Modell (einschließlich möglicher Fehler) proportional  $1/x$  abklingen (vergl. Gleichung 4.20) und daher auch an den benachbarten  $x$ -Positionen keine Rolle spielen. Im Bereich stromauf und in der Ablöseblase wachsen dagegen die TS-Wellen sehr schnell (exponentiell) an, deutlich stärker als der Einfluss der modellierten Quellen auf die Potentialverteilung abklingt. Fehler im Modell (am oberen Rand des Integrationsgebietes) können stromauf der Ablöseblase, wo die TS-Amplitude sehr klein ist, noch eine wesentlich größere Amplitude haben, als die TS-Wellen an der gleichen Stelle (vergl. Rist [58]). Die Schwingungen am oberen Rand (im Interaktionsmodell) können dann wiederum neue TS-Wellen in der Grenzschicht generieren, und wenn keine geeigneten Maßnahmen im Interaktionsmodell ergriffen werden, kann die gesamte Simulation aufgrund dieses Rückkopplungsmechanismus unbrauchbar werden (siehe Abschnitt 4.4.2).

#### 4.4.1 Modellannahmen

Das Interaktionsmodell wurde so weiterentwickelt, dass es ohne die Vereinfachungen aus der Theorie dünner Profile auskommt, und gleichzeitig unphysikalische Rückkopplungseffekte in den Bereich vor der Ablöseblase möglichst minimiert werden, ohne die Grenzschichtinteraktion dort ganz zu unterdrücken. Die wandnormale viskose Geschwindigkeitskomponente  $v_v$  wird an jeder  $\Delta n_{IA}$ -ten der insgesamt  $N$  Gitterlinien in  $x$ -Richtung im Bereich zwischen

$n_{ia,1}$  in der Nähe des Einströmrandes und  $n_{ia,2}$  kurz vor der Relaminarisierungszone am Ausströmrand durch insgesamt  $N_Q = 1 + (n_{ia,2} - n_{ia,1})/\Delta n_{IA}$  Quellen modelliert. Die durch eine einzelne Quelle  $Q$  an der Wand bei  $x = \xi$  induzierten Geschwindigkeitskomponenten betragen:

$$u_{v,\xi}(x) = \frac{1}{\pi} \frac{\xi - x}{(x - \xi)^2 + \frac{1}{Re} y_{OR}^2} Q(\xi), \quad (4.25)$$

$$v_{v,\xi}(x) = \frac{1}{\pi} \frac{y_{OR}}{(x - \xi)^2 + \frac{1}{Re} y_{OR}^2} Q(\xi). \quad (4.26)$$

Die viskosen Geschwindigkeitskomponenten ergeben sich aus:

$$\vec{u}_v(x, t) = \mathbf{Q}_u \vec{Q}^T(t), \quad (4.27)$$

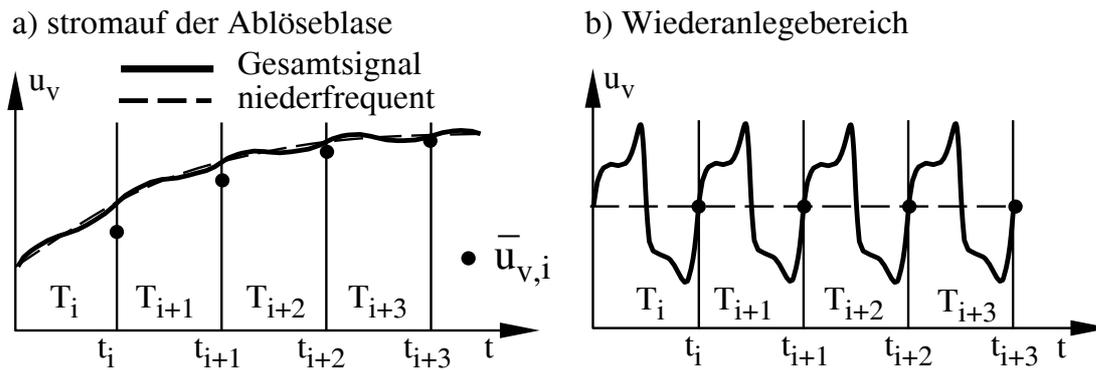
$$\vec{v}_v(x, t) = \mathbf{Q}_v \vec{Q}^T(t). \quad (4.28)$$

Die Koeffizienten der  $N_Q \times N_Q$  Matrix  $\mathbf{Q}_v$  in der  $i$ -ten Spalte und  $j$ -ten Zeile werden entsprechend Gleichung (4.26) mit  $x = x_{ia} + (i - 1)\Delta x_{ia}$  und  $\xi = x_{ia} + (j - 1)\Delta x_{ia}$  bestimmt.  $x_{ia}$  und  $\Delta x_{ia}$  kennzeichnen die Lage der vordersten Quelle und den Abstand zwischen den einzelnen Quellen.

Wird die Matrix  $\mathbf{Q}_v$  am Anfang der Simulation einmal invertiert, so kann mit der Inversen  $\mathbf{Q}_v^I$  die gesuchte Quellverteilung  $\vec{Q}(t)$  mit sehr kleinem Rechenaufwand bestimmt werden. In hohen Integrationsgebieten ist die Matrix  $\mathbf{Q}_v$  zunehmend schlechter konditioniert. Dann muss der Abstand zwischen den einzelnen Quellen  $\Delta x_{ia}$  deutlich größer als die Schrittweite des Rechengitters in Stromabrichtung  $\Delta x$  gewählt werden ( $\Delta n_{IA} > 1$ ), was gleichzeitig die Gesamtzahl der verwendeten Quellen verringert. Ist die Quellverteilung ermittelt, so kann schließlich mit der  $(1 + n_{ia,2} - n_{ia,1}) \times N_Q$  Matrix  $\mathbf{Q}_u$ , deren Koeffizienten sich aus Gleichung (4.25) ergeben, der viskose Stromabgeschwindigkeitsanteil  $\vec{u}_v(x, t)$  ermittelt und zum Potentialanteil addiert werden.

#### 4.4.2 Bereich stromauf der Ablöseblase

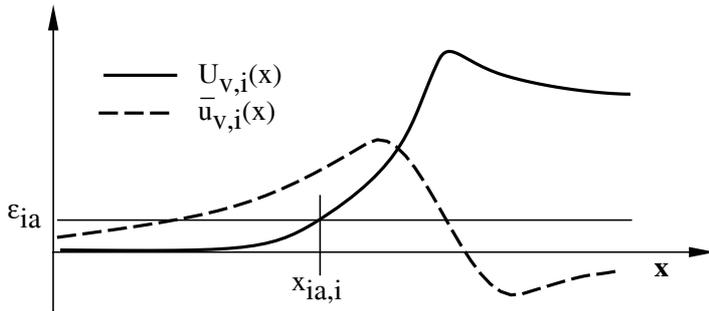
Es zeigte sich, dass das Grenzschichtinteraktionsmodell auch für Störwellen, deren Amplitude am oberen Rand noch groß im Vergleich zum Amplitudenmaximum in der Grenzschicht ist, eine hervorragende Randbedingung darstellt (siehe weiter unten in Abschnitt 4.4.4). Zudem wird auch der zeitlich gemittelte Verdrängungseinfluss sehr gut erfasst. Allerdings stellt der Stromaufeinfluss der starken Oszillationen, denen die Quellverteilung dabei unterworfen ist, bei DNS des Grenzschichtumschlags in laminaren Ablöseblasen ein erhebliches Problem dar. Auf der Basis theoretischer Überlegungen kann jedoch eine Strategie entwickelt werden, die den Stromaufeinfluss von Modellierungsfehlern minimiert. TS-Wellen mit kleiner Amplitude haben insgesamt keinen Verdrängungseffekt. Die Verdrängungswirkung durch das



**Abb. 4.2:** Schematische Darstellung der  $u$ -Komponente am oberen Rand des Integrationsgebietes: a) stromauf der Ablöseblase b) im Wiederanlegebereich

Wandmaximum wird durch das zweite Maximum kompensiert, und in großem Wandabstand verschwindet die wandnormale Geschwindigkeitskomponente. Demgegenüber kann das Interaktionsmodell nur Verdrängungseinflüsse bis zum oberen Rand des Integrationsgebietes berücksichtigen, der Rest wird vernachlässigt. Somit wird TS-Wellen, deren Amplitude am oberen Rand noch nicht vollständig abgeklungen ist, ein Verdrängungseffekt zugeschrieben, der stromauf der Ablöseblase sehr schädlich sein kann. Der zeitliche Mittelwert dieser Fehler ist allerdings sehr klein. Wenn die Amplitude der modellierten TS-Welle im linearen Bereich liegt, verschwindet dieser Fehler im zeitlichen Mittel sogar vollständig. Demgegenüber wird der Einfluss der Verdrängungseffekte der Grenzschicht, insbesondere durch eine Ablöseblase, auf die Instabilitätseigenschaften der Grenzschicht auch im zeitlichen Mittel voll erfasst.

Dies führte zu der Idee, im Bereich stromauf der Ablöseblase am oberen Rand nur die zeitlich gemittelten Verdrängungseffekte zu modellieren und die hochfrequenten Anteile durch einen speziellen Tiefpass-Filter zu unterdrücken. In diesem Bereich ist die Grenzschichtdicke noch klein und die TS-Wellen sind bis zum oberen Rand des Integrationsgebietes schon nahezu vollständig abgeklungen, so dass eine instationäre Randbedingung für die schwachen hochfrequenten Schwingungen dort nicht erforderlich ist. Niederfrequente Änderungen des Strömungsfeldes (in Abb. 4.2a beispielhaft strichliert dargestellt) dominieren das Gesamtsignal (durchgezogene Linie). Auf das Interaktionsmodell kann aber auch im vorderen Bereich nicht ganz verzichtet werden, da schon eine relativ schwache Veränderung der gemittelten Geschwindigkeitsverteilung einen erheblichen Einfluss auf die Anfachung von TS-Wellen hat. Daher werden zwei Bereiche im Interaktionsmodell unterschieden. Der vordere Bereich, in dem nur niederfrequente Änderungen der Verdrängungseffekte  $u_v(x)$  approximiert werden, um die davon abhängigen Instabilitätseigenschaften der Grenzschicht richtig zu erfassen, und der Bereich weiter stromab, in dem die obere Randbedingung mit den Momentanwerten aktualisiert wird, um eine passende Randbedingung auch für Störwellen mit großer Amplitude zu erhalten (entsprechendes Zeitsignal schematisch in Abb. 4.2b).

**Abb. 4.3:**

Schematische Darstellung des instationären (durchgezogen) und stationären Anteils (strichliert) der durch Verdrängung induzierten Geschwindigkeit.  $\epsilon_{ia}$ : Amplitudengrenze bei deren Überschreiten im Interaktionsmodell Momentandaten berücksichtigt werden.

Um diese beiden Bereiche zu unterscheiden und die Grenze zwischen ihnen während der DNS an den Strömungszustand automatisch anzupassen, wird jeweils in Zeitintervallen der Länge einer typischen TS-Periode  $T_0$  eine Fourieranalyse der im Grenzschichtinteraktionsmodell induzierten Stromabgeschwindigkeit  $u_v(x, t)$  durchgeführt. Im  $i$ -ten Intervall  $T_i$  erhält man eine Verteilung des zeitlichen Mittelwerts  $\bar{u}_{v,i}(x)$  über  $x$ , in Abbildung 4.3 exemplarisch als strichlierte Linie dargestellt, und der Amplitude  $U_{v,i}(x)$  (durchgezogen) der induzierten Geschwindigkeit. Anschließend wird die  $x$ -Stelle  $x_{ia,i}$  ermittelt, an der die Amplitude  $U_{v,i}(x)$  im Intervall  $i$  einen bestimmten Grenzwert  $\epsilon_{ia}$  überschreitet. Der Grenzwert  $\epsilon_{ia}$  wird vor Beginn der DNS festgelegt und orientiert sich an der am oberen Rand verbleibenden Amplitude von TS-Wellen mit nichtlinearer Amplitude in der Grenzschicht. Somit hängt  $\epsilon_{ia}$  von der Höhe des Integrationsgebietes und von der Grenzschichtdicke ab, da diese einen starken Einfluss auf die Ausdehnung von TS-Wellen in wandnormaler Richtung hat. Stromab von  $x_{ia,i}$  werden die vom Interaktionsmodell bestimmten Momentanwerte als obere Randbedingung angesetzt, stromauf der zeitliche Mittelwert approximiert. Dazu wird für jede  $x$ -Stelle eine Polynomfunktion  $f_{ia}(x, t)$  angesetzt. Stromab von  $x = x_{ia}$  schließt sich eine kurze Zone an, in der durch Gewichtung des Polynoms und der Momentandaten mit einer Funktion, die bis zu den zweiten  $x$ -Ableitungen stetig ist, ein glatter Übergang zwischen den beiden Bereichen ermöglicht wird.

Wenn sich die  $x$ -Stelle  $x_{ia}$  an der die Amplitude  $U_{v,i}(x)$  die Schranke  $\epsilon_{ia}$  überschreitet, von einem Intervall  $i$  zum nächsten Intervall  $i + 1$  ändert ( $x_{ia,i+1} \neq x_{ia,i}$ ), wird die Position  $x_{ia}(t)$  im darauf folgenden Intervall zeitabhängig so verschoben, dass die zeitliche Änderung der Position  $x_{ia}$  bis zur 2. Ableitung stetig ist.

Zu Beginn des jeweils folgenden Intervalles  $i+1$  der Dauer  $T_0$  werden die Koeffizienten der Polynome  $f_{ia}(x, t)$  an allen  $x$ -Stellen aktualisiert. Es hat sich gezeigt, dass die Verwendung eines Polynoms hoher Ordnung zu starken Oszillationen am oberen Rand führt. Um eine zeitliche Entwicklung am oberen Rand sicherzustellen, die stetig bis zur zweiten Zeitab-

leitung ist, muss jedoch ein Polynom zumindest 3. Ordnung verwendet werden:

$$f_{ia}(x, t^*) = c_{ia,i+1,0}(x) + c_{ia,i+1,1}(x)\tau + c_{ia,i+1,2}(x)\tau^2 + c_{ia,i+1,3}(x)\tau^3. \quad (4.29)$$

Führt man  $\tau = t - t_i$  ein, wobei  $t_i = i \cdot T_0$  den Zeitpunkt am Ende des abgelaufenen Zeitintervalls  $T_i$  darstellt, dann ergeben sich drei der notwendigen vier Randbedingungen zur Bestimmung der vier Koeffizienten  $c_{ia,i+1,0}(x)$ ,  $c_{ia,i+1,1}(x)$ ,  $c_{ia,i+1,2}(x)$  und  $c_{ia,i+1,3}(x)$  des Polynoms  $f_{ia}$  im neuen Zeitintervall  $T_{i+1}$  aus dem Funktionswert, der 1. und 2. Zeitableitung des Polynoms zum Zeitpunkt  $t_i$ :

$$c_{ia,i+1,0} = f_{ia}(x, t_i), \quad (4.30)$$

$$c_{ia,i+1,1} = \frac{\partial}{\partial t} f_{ia}(x, t_i), \quad (4.31)$$

$$c_{ia,i+1,2} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} f_{ia}(x, t_i). \quad (4.32)$$

Es verbleibt noch eine Bedingung, um die (unbekannte) weitere zeitliche Entwicklung der Verdrängungswirkung, die als Zielfunktion  $f_z(t)$  bezeichnet wird, bei der Bestimmung der Koeffizienten des Polynoms zu extrapolieren.

Dazu wird der Koeffizient  $c_{ia,i+1,3}$  nach der Beziehung

$$c_{ia,i+1,3} = -\frac{1}{36T_0^3} \left( 6 + 12 \frac{\partial}{\partial t} - 11 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) (f_{ia}(x, t_{i+1}) - f_{z,i}(x, t_{i+1})) \quad (4.33)$$

festgelegt. In Anhang B wird gezeigt, dass eine Zielfunktion  $f_z$ , die sich als Polynom zweiter Ordnung darstellen lässt, bei beliebigen Anfangswerten des Polynoms  $f_{ia}$  nach insgesamt drei Intervallen der Dauer  $T_0$  mit stetiger 1. und 2. Zeitableitung exakt erreicht wird, wenn die Koeffizienten entsprechend den Gleichungen (4.30)-(4.33) nach jedem Intervall aktualisiert werden (vergl. Abb. 4.4) und der Funktionswert der Zielfunktion  $f_{z,i}$  und die entsprechende 1. und 2. Zeitableitung ( $\frac{\partial}{\partial t} f_{z,i}$  bzw.  $\frac{\partial^2}{\partial t^2} f_{z,i}$ ) am Ende jedes Intervalles  $i$  bestimmt werden können. In der DNS kann die niederfrequente Änderung der Verdrängungswirkung durch Grenzschichtinteraktion durch die zeitliche Entwicklung der Mittelwerte  $\bar{u}_{v,i}$ ,  $\bar{u}_{v,i-1}$ ,  $\dots$ ,  $\bar{u}_{v,i-n}$  in den zurückliegenden Intervallen  $T_i$ ,  $T_{i-1}$ ,  $\dots$ ,  $T_{i-n}$  beschrieben und der weitere zeitliche Verlauf aus diesen Werten extrapoliert werden.

Auch hier zeigte sich jedoch, dass es nicht sinnvoll ist, die Zielfunktion  $f_z$  als Polynomfunktion höherer Ordnung anzusetzen, da dies zum Überschwingen des Polynoms  $f_{ia}$  und somit zu einer reduzierten Dämpfung der Schwingungen am oberen Rand führen kann. Daher wird die Zielfunktion für das Intervall  $i + 1$  als Polynom 0-ter Ordnung angesetzt und demnach ein konstanter Wert vorgegeben:  $f_z(x, t) = \bar{u}_{v,i}(x)$ . Die Zeitableitungen der Zielfunktion in Gleichung (4.33) werden zu null. Da mit dem Verfahren Strömungsfälle untersucht werden, in denen sich im zeitlichen Mittel schließlich ein nahezu stationäres

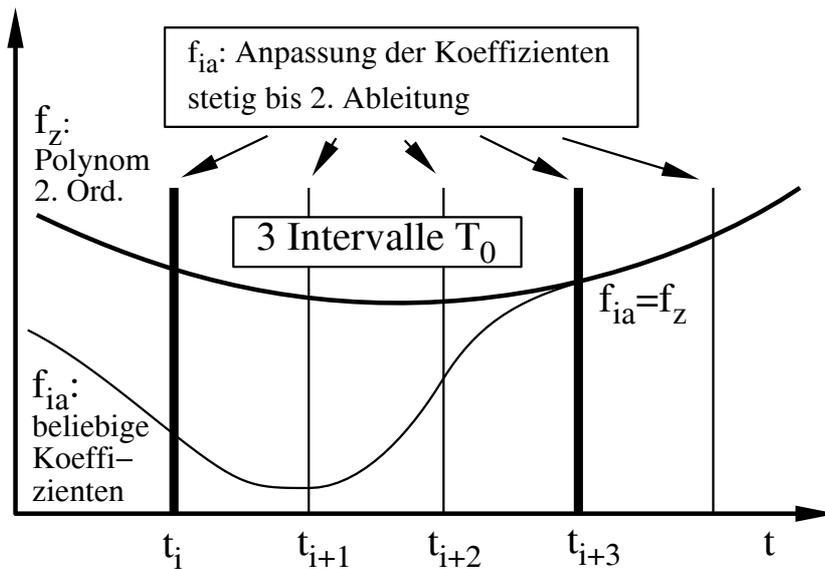


Abb. 4.4:

Interaktionsmodell: prinzipielle Darstellung der zeitlichen Approximation einer Polynomfunktion 2. Ordnung  $f_z$  im Interaktionsmodell durch die Funktion  $f_{ia}$  mit beliebigen Startwerten bei  $t = t_i$ .

Strömungsfeld einstellt (Lage und Größe der Ablöseblase ändern sich nicht mehr), ändert sich nach einer Einschwingphase, in der sich die Ablöseblase bildet, auch die zeitlich gemittelte, induzierte Geschwindigkeit nicht mehr von einem Intervall zum nächsten, so dass die Vorgabe eines stationären Zielwertes hier sinnvoll ist.

Für (im Rahmen dieser Arbeit nicht mit Interaktionsmodell durchgeführte) DNS, in denen Phänomene in (niederfrequent) instationären Ablöseblasen untersucht werden sollen, müsste ein Kompromiss zwischen der Dämpfung von Oszillationen und möglichst genauer Abbildung der zeitlichen Entwicklung des Verdrängungseinflusses großskaliger Strukturen gefunden werden. Dann könnte eine genauere Extrapolation der Zielfunktion  $f_z(x, t)$  unter Umständen sinnvoll sein.

Bei den in dieser Arbeit mit Interaktionsmodell durchgeführten DNS war demgegenüber die weitestgehende Dämpfung unphysikalischer Stromaufwirkungen durch das Interaktionsmodell notwendig. Für DNS mit sehr kleinen TS-Amplituden ( $U_{TS} \lesssim 10^{-5}$ ) war selbst die Dämpfung bei der Verwendung des Polynoms  $f_{ia}$  stromauf der Ablöseblase noch nicht ausreichend. Im chaotischen Bereich entstehender Turbulenz stromab der Ablöseblase entwickelt sich kein periodischer Strömungszustand mehr und die vom Interaktionsmodell modellierte Quellverteilung verliert ebenso ihren streng periodischen Charakter. Dementsprechend schwankt auch der zeitliche Mittelwert  $\bar{u}_{v,i}(x)$  von einem Intervall zum nächsten, so dass die Zielfunktion  $f_z$  ebenfalls leicht schwankt. Selbst nach langer Zeit stellt sich stromauf der Ablöseblase kein periodischer Zustand ein. Niederfrequente Schwankungen mit einer Amplitude in der Größenordnung von bis zu  $10^{-3} \times U_\infty$  haben zwar nur noch einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Instabilität der Grenzschicht, können jedoch die Bestimmung der wesentlich kleineren TS-Amplitude stromauf der Ablöseblase unmöglich machen oder im ungünstigsten Fall sogar zur Generierung von TS-Wellen führen. Um niederfre-

quente Schwankungen im Interaktionsmodell zusätzlich zu dämpfen, wird eine Schranke  $\varepsilon_{poly}$  eingeführt. Liegt der Wert des Polynoms  $f_{ia}(x, t)$  am Ende eines Intervalles  $i$  innerhalb dieser Schranke um den zeitlichen Mittelwert in diesem Intervall  $\bar{u}_{v,i}(x)$ , so wird im folgenden Intervall nicht  $\bar{u}_{v,i}(x)$  als Zielwert  $f_z(x)$  vorgeschrieben sondern es erfolgt eine starke Unterrelaxation bei der Anpassung des Zielwertes  $f_z(x)$ :

$$|\bar{u}_{v,i}(x) - f_{ia}(x, T_i)| \begin{cases} \geq \varepsilon_{poly} & : f_z(x) = \bar{u}_{v,i}(x) \\ < \varepsilon_{poly} & : rf = \left( \frac{|\bar{u}_{v,i}(x) - f_{ia}(x, T_i)|}{\varepsilon_{poly}} \right)^{1.5}; \\ & f_z(x) = f_{ia}(x, T_i) + rf [\bar{u}_{v,i}(x) - f_{ia}(x, T_i)] \end{cases} . \quad (4.34)$$

Im Falle einer solchen Unterrelaxation mit dem Relaxationsfaktor  $rf$  wird der Mittelwert  $\bar{u}_{v,i}(x)$  zwar selbst dann nicht mehr exakt erreicht, wenn er von Intervall zu Intervall unverändert bleibt, die Funktion  $f_{ia}(x, t)$  liegt dann aber im Intervall  $\varepsilon_{poly}$ , das so klein gewählt wird, dass die Stabilitätseigenschaften der Grundströmung nicht unzulässig verfälscht werden. Erst diese zusätzliche Dämpfung von Fehleranteilen im Interaktionsmodell stromauf der Ablöseblase ermöglicht in DNS mit sehr kleinen TS-Amplituden stromauf der Ablöseblase eine verlässliche Bestimmung des Störspektrums der TS-Wellen, das dem späteren Grenzschichtumschlag zugrunde liegt.

### 4.4.3 Implementierung

Das Grenzschichtinteraktionsmodell ist in das iterative Lösungsschema der  $v$ -Poisson-Gleichung integriert. Jeweils nach einem durchlaufenen V-Zyklus des Mehrgitterverfahrens wird der momentane viskose Geschwindigkeitsanteil  $u_v(x, t)$  mit dem Interaktionsmodell bestimmt und damit die von-Neumann-Bedingung am oberen Rand des Integrationsgebietes in der  $v$ -Poisson-Gleichung (4.18) aktualisiert. Dies führt zu einer starken Erhöhung der Defekte  $DEF = \tilde{\Delta}v - RS_v$  ( $RS_v$ : rechte Seite der  $v$ -Poisson-Gleichung) im Bereich des oberen Randes. Testrechnungen haben gezeigt, dass diese Defekte von V-Zyklus zu V-Zyklus oszillieren und in Abhängigkeit der Höhe des Integrationsgebietes nur langsam abklingen oder in hohen Integrationsgebieten sogar anwachsen und schließlich zum Zusammenbruch der Simulation führen können. Führt man allerdings eine deutliche Unterrelaxation bei der Aktualisierung der viskosen Stromabkomponente  $u_v^i$  ( $i$ : aktueller Multigridzyklus) ein:

$$u_v(x, t)^i = u_v(x, t)^{i-1} + RF_{IA}(u_{IA}(x, t)^i - u_v(x, t)^{i-1}), \quad (4.35)$$

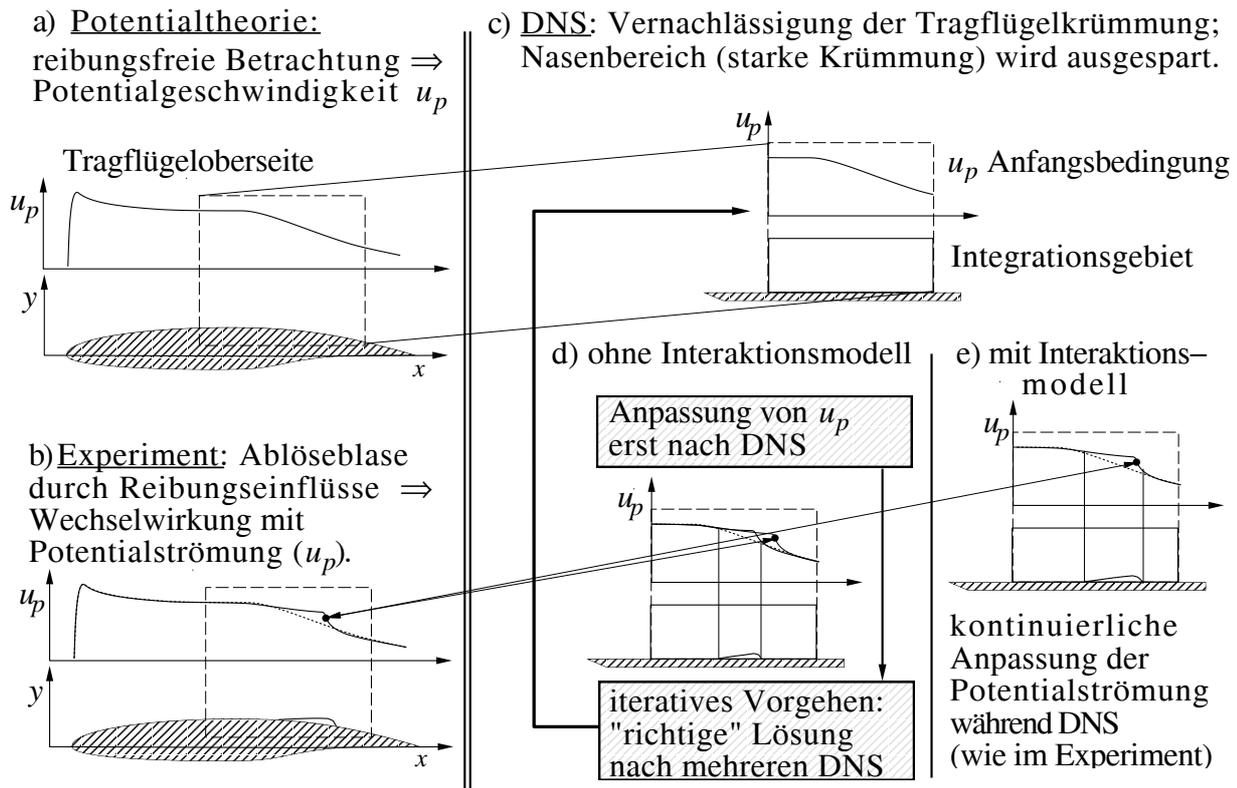
wobei  $u_{IA}(x, t)$  die aus dem  $v$ -Geschwindigkeitsfeld mit dem Interaktionsmodell ermittelte viskose Stromabkomponente und  $RF_{IA}$  einen Relaxationsfaktor kennzeichnet, so wird die Konvergenzgeschwindigkeit in den ersten V-Zyklen im Vergleich zum Verfahren ohne Interaktionsmodell kaum beeinflusst. Ragab & Nayfeh [54] lösen in einem iterativen Verfahren zuerst die Grenzschichtgleichungen und korrigieren die Druckverteilung anschließend mit

einem Interaktionsmodell. Sie verwenden dabei eine starke Unterrelaxation mit einem Relaxationsfaktor von 0.1. Demgegenüber haben sich im hier vorgestellten Verfahren Relaxationsfaktoren  $RF_{IA} \approx 0.55$  als optimal für eine möglichst schnelle Konvergenz des Verfahrens herausgestellt. Wenn die verbliebenen Defekte schon sehr klein sind ( $DEF \lesssim 10^{-4}$ ), klingen sie aber auch bei einer deutlichen Unterrelaxation nicht mehr weiter ab. Daher wird in den späteren Zyklen ( $i > 3$ ) auf eine Neuberechnung und Aktualisierung von  $u_v$  ganz verzichtet. Angesichts der Modellannahmen im Interaktionsmodell ist eine genauere Berechnung der viskosen Verteilung auch nicht sinnvoll. Auf diese Weise kann in 8 V-Zyklen ein maximaler Defekt in der  $v$ -Poissongleichung von  $DEF \approx 10^{-10}$  erreicht werden. Somit kann sowohl der instationäre viskose Geschwindigkeitsanteil mit ausreichender Genauigkeit bestimmt werden und der Stromaufeinfluss durch Defekte in der Poissongleichung minimiert werden. Es ist noch anzumerken, dass diese Unterrelaxation nur im hinteren Bereich angewandt wird, da im vorderen Bereich die Verteilung  $u_v(x, t)$  als Polynom  $f_{ia}(x, t)$  analytisch vorgeschrieben wird.

#### 4.4.4 Validierung

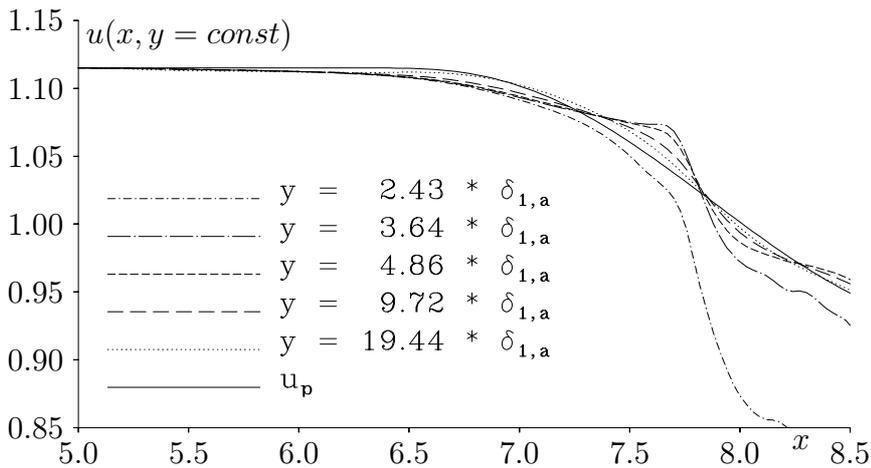
Bei Tragflügelprofilen wird die Ablösung nicht direkt durch die konvexe Krümmung der Profilloberfläche verursacht. Die Grenzschicht löst also nicht deshalb ab, weil sie durch Trägheitskräfte der Wand nicht mehr folgen kann, sondern die Form des Profils hat vor allem einen mittelbaren Einfluss auf die Ablöseblase, indem sie die potentialtheoretische Geschwindigkeitsverteilung bestimmt (skizziert in Abb. 4.5a), die wiederum weitgehend mit der tatsächlichen, reibungsbehafteten Verteilung am Tragflügel übereinstimmt, wenn Ablösung, beispielsweise durch einen Turbulator stromauf der Ablösestelle unterdrückt wird. In der DNS wird daher nicht die tatsächliche Form des Tragflügels modelliert, sondern die Oberflächenkrümmung wird zu Gunsten einer höheren Genauigkeitsordnung des Verfahrens vernachlässigt und die entsprechende Potentialgeschwindigkeitsverteilung wird an einer ebenen Platte als obere Randbedingung vorgeschrieben (Abb. 4.5c).

Die Grenzschichtdicke beträgt selbst in der Ablöseblase nur ca. 1% der Tragflügeltiefe. Die Höhe des Integrationsgebietes umfasst nur wenige Grenzschichtdicken und ist daher in  $x$ -Richtung sehr stark gestreckt, die vernachlässigten Krümmungsterme sind relativ klein. Am Tragflügel verändert sich die Potentialgeschwindigkeitsverteilung durch Verdrängungseffekte der Ablöseblase (Abb. 4.5b, durchgezogen) gegenüber der potentialtheoretischen Verteilung (punktiert). Die Größe und Form der Ablöseblase hängt dabei vom (in der Regel unbekanntem) Spektrum der Störungen stromauf der Ablöseblase ab (experimentelle Rahmen- oder Randbedingungen). In der DNS liegt auch der obere Rand in dem Bereich der Potentialströmung, der sich noch stark durch die entstehende Ablöseblase ändert. Um die passende obere Randbedingung ohne Interaktionsmodell in einer DNS zu bestimmen,



**Abb. 4.5:** Schematische Darstellung eines Tragflügels: a) Potentialtheorie, b) Experiment (mit Ablöseblase), c) Modellierung in der DNS und Lösungsstrategie d) ohne und e) mit Interaktionsmodell.

muss daher nach jeder DNS eine neue Potentialgeschwindigkeitsverteilung berechnet werden, bei der die Verdrängungseffekte der Ablöseblase berücksichtigt werden und die dann als neue obere Randbedingung in der nächsten DNS vorgeschrieben wird (siehe Abb. 4.5d). Erst nach einem aufwendigen iterativen Prozess kann so die passende obere Randbedingung bestimmt werden. Mit einem geeigneten Grenzschichtinteraktionsmodell erfolgt dieser Prozess in der DNS analog zum Experiment interaktiv mit der Entstehung der laminaren Ablöseblase. Die Geschwindigkeitsverteilung am oberen Rand berücksichtigt zu jedem Zeitpunkt die aktuelle Größe der Ablöseblase (Abb. 4.5e). Der iterative Prozess entfällt. Diese Aussage muss für das in dieser Arbeit verwendete Interaktionsmodell auf die sogenannten „kurzen“ Ablöseblasen beschränkt werden, die nur lokal die Geschwindigkeitsverteilung am Tragflügelprofil beeinflussen ohne beispielsweise den Staupunkt an der Profilnase zu verschieben. Bei den seltener auftretenden „langen“ Ablöseblasen oder im Fall des Überziehens (kein Wiederanlegen der Grenzschicht) muss der gesamte Tragflügel auch außerhalb des Bereiches mit Ablösung zumindest potentialtheoretisch mit betrachtet werden, und ein wesentlich komplexeres Verfahren zur Ermittlung der Grenzschichtinteraktionseinflüsse wird

**Abb. 4.6:**

Verlauf der Stromabgeschwindigkeitskomponente  $u$  auf Linien mit konstantem Wandabstand. ( $y_{OR} = 19.44 \delta_{1,a}$ ).

erforderlich.

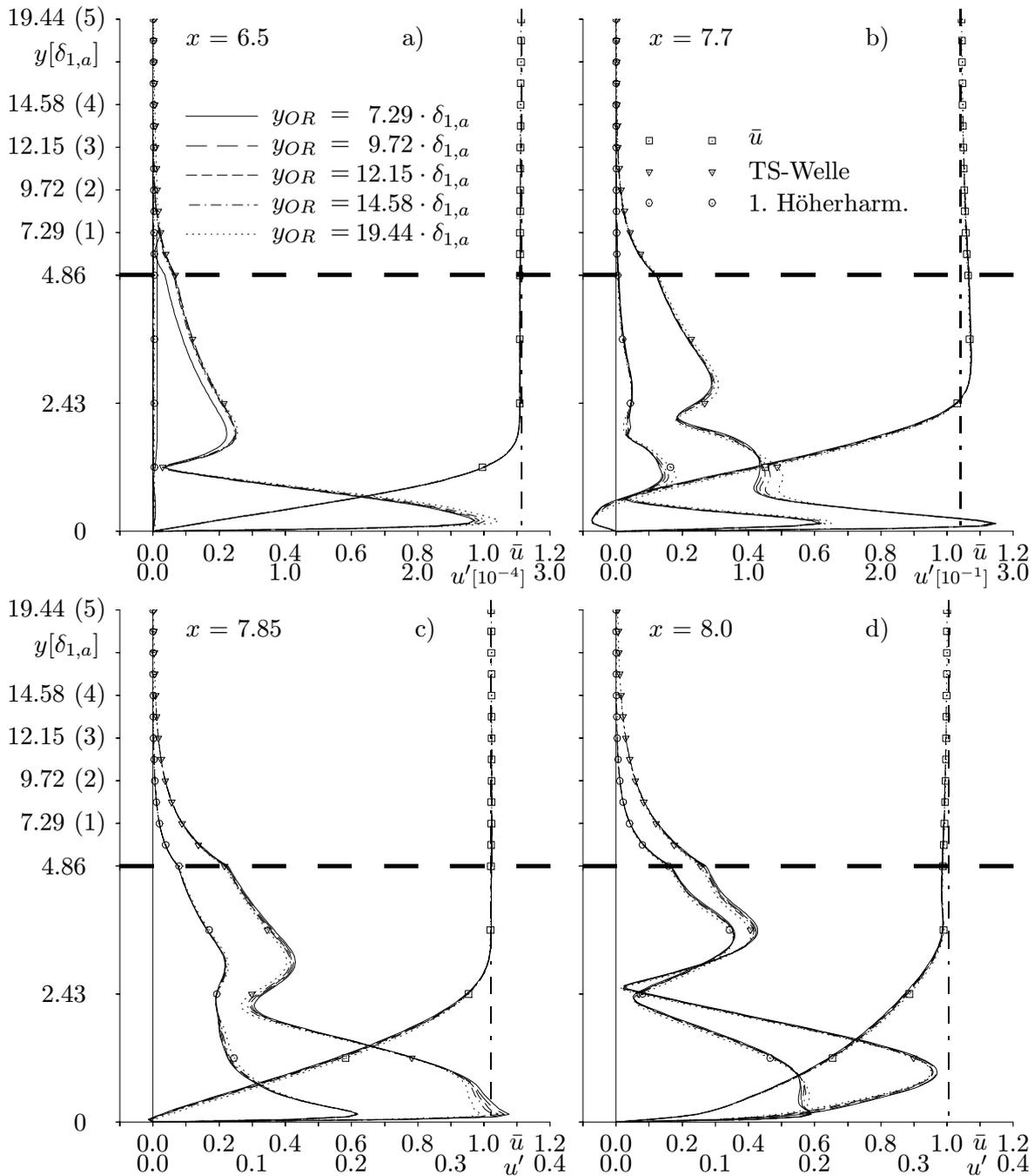
Die Auswirkung der Verdrängungswirkung der Ablöseblase nimmt mit zunehmendem Wandabstand ab. In Abbildung 4.6 ist die  $u$ -Geschwindigkeitsverteilung in einer DNS mit Interaktionsmodell am oberen Rand eines hohen Integrationsgebietes punktiert gezeigt ( $y_{OR} = 19.44 \delta_{1,a}$ ;  $\delta_{1,a}$ : Verdrängungsdicke an der Ablöselinie). Sie weicht nur mäßig von der im Interaktionsmodell vorgeschriebenen Potentialverteilung  $u_p$  (Linie) ab, die in einem Experiment an einem Tragflügelsegment bestimmt wurde, bei dem Ablösung durch einen Turbulator verhindert wurde (Würz [77, 76]). Auf dieses Experiment wird in Kapitel 6 und 7 noch detailliert eingegangen. Bei der Annäherung an den Grenzschichttrand wird die Abweichung der Geschwindigkeitsverteilung von der Potentialverteilung  $u_p$  auf Linien mit konstantem Wandabstand dann immer stärker, und schließlich bildet sich am Grenzschichttrand ein deutliches Geschwindigkeitsplateau (z.B.  $y = 4.86 \delta_{1,a}$ , kurz strichliert). Die zwei wandnächsten Verteilungen (lang und kurz strich-punktiert) liegen teilweise schon in der Grenzschicht. Zur Validierung des Grenzschichtinteraktionsmodelles wird nun untersucht, ob sich in Integrationsgebieten unterschiedlicher Höhe jeweils die passende Geschwindigkeitsverteilung am oberen Rand einstellt, so dass die Verteilung am Grenzschichttrand übereinstimmt. In allen DNS wird jeweils die gleiche, in Abbildung 4.6 als Linie eingetragene Potentialgeschwindigkeitsverteilung vorgeschrieben. Bei geeigneter Formulierung des Interaktionsmodelles, muss sich eine weitgehend von der Höhe des Integrationsgebietes unabhängige Lösung ergeben. Erst wenn das Integrationsgebiet so hoch wird, dass sich die durch die Krümmung der Tragflügeloberfläche bestimmte Potentialverteilung unabhängig von Interaktionseinflüssen nennenswert von der Verteilung in der Nähe der Grenzschicht unterscheidet (in sehr großem Abstand von der Wand verschwindet der Krümmungseinfluss schließlich ganz ( $u_p(x) = U_\infty$ )), muss die Potentialverteilung am oberen Rand der Höhe des Integrationsgebietes angepasst werden [ $u_p = f(x, y)$ ]. Es ist dann nicht mehr zulässig eine einheitliche Geschwindigkeitsverteilung in unterschiedlich hohen Integrationsgebieten vorzuschreiben. Daher kann durch den Vergleich von DNS in unterschiedlich hohen Inte-

grationsgebieten mit der gleichen Bedingung am oberen Rand auch abgeschätzt werden, ab welcher Höhe des Integrationsgebietes Krümmungseffekte der Tragflügeloberfläche berücksichtigt werden müssen.

In den unterschiedlich hohen Integrationsgebieten werden zweidimensionale (2-D) DNS durchgeführt. Auf die Berücksichtigung von dreidimensionalen (3-D) Störwellen kann verzichtet werden, da es hier ausschließlich um die Validierung des Interaktionsmodelles geht, das sich nur auf den zweidimensionalen (in Spannweitenrichtung konstanten) Strömungsanteil auswirkt.

Es wurden Simulationen in fünf Integrationsgebieten durchgeführt (1) – (5) deren Höhe zwischen  $y_{OR} = 7.29 \cdot \delta_{1,a}$  (1) und  $y_{OR} = 19.44 \cdot \delta_{1,a}$  (5) variiert. In Abbildung 4.7 werden an vier charakteristischen Stromabpositionen jeweils die zeitlich gemittelten Grenzschichtprofile (Quadrate), sowie eine in der Nähe des Einströmrandes im Störstreifen an der Wand angeregte TS-Welle (Dreiecke) und ihre erste Höherharmonische (Kreise) für alle fünf Integrationsgebiete verglichen.

Unterhalb der horizontalen, dick strichlierten Linie ist in allen Teilbildern ein feinerer Maßstab für die wandnormale ( $y$ ) Koordinate gewählt, um einen detaillierteren Einblick in den wandnahen Bereich zu ermöglichen. Durch diese Darstellung ergibt sich beim Wechsel zwischen den Skalierungen ein Knick in den Geschwindigkeitsprofilen. Die vordersten Profile ( $x = 6.5$ ; a) liegen in dem Bereich des Interaktionsmodelles, in dem das Zeitverhalten am oberen Rand durch die Polynomfunktion  $f_{ia}$  beschrieben wird, jedoch nur wenig stromauf der Position  $x_{ia}$ , an der der Übergang zu Momentandaten im Interaktionsmodell erfolgt. Das Profil der TS-Welle im niedrigsten Integrationsgebiet (1, durchgezogene Linie) weicht von den Profilen in den höheren Gebieten ab. In den höheren Integrationsgebieten ist die TS-Amplitude bis zum oberen Rand nahezu vollständig abgeklungen und das Fehlen einer geeigneten Randbedingung für hochfrequente Störungen verfälscht die Profile in der Grenzschicht daher nicht. Die Profile in den Simulationen mit höheren Integrationsgebieten (2) – (5) unterscheiden sich daher kaum voneinander. Die Höherharmonische verschwindet gegenüber der TS-Welle nahezu. Im niedrigsten Integrationsgebiet hat die TS-Welle in der Nähe des oberen Randes noch eine vergleichsweise große Amplitude im Vergleich zum Amplitudenmaximum in der Grenzschicht (ca.  $2\%$ ). Die fehlende Randbedingung für hochfrequente Störanteile führt zu einer Verformung des Profils der TS-Welle in der Nähe des oberen Randes, die sich auch im äußeren Maximum des TS-Profils noch deutlich auswirkt. Zudem wird eine schwache Höherharmonische generiert. Diese Abweichungen sind jedoch verschwindend klein im Vergleich zu den Oszillationen am oberen Rand, die entstehen, wenn die momentan im Interaktionsmodell berechneten induzierten Geschwindigkeiten auch vor der Ablöseblase ohne Tiefpass-Filter (durch die Funktion  $f_{ia}$ ) als Randbedingung vorgeschrieben werden. Im Hauptmaximum der TS-Welle in den verschiedenen Simulatio-



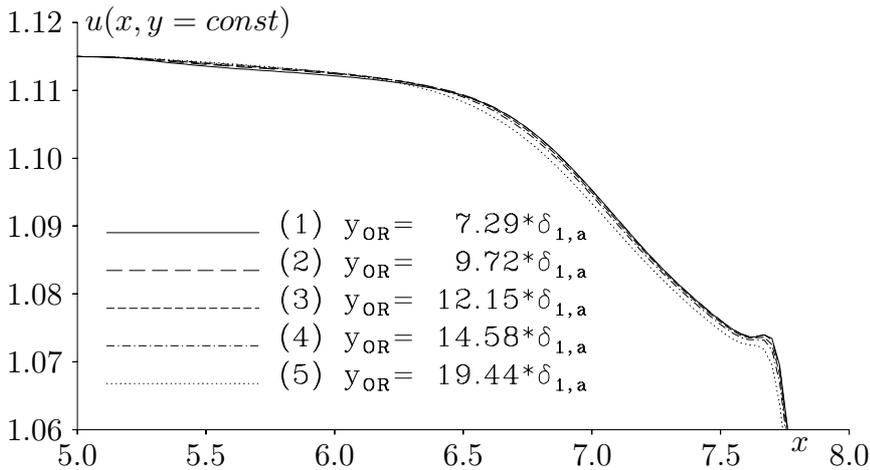
**Abb. 4.7:** Vergleich der Simulationen in Integrationsgebieten unterschiedlicher Höhe (1) – (5) anhand der gemittelten Profile  $\bar{u}$  (Quadrate), einer TS-Welle (Dreiecke) und ihrer ersten Höherharmonischen (Kreise) an verschiedenen  $x$ -Positionen: a)  $x = 6.5$ : weit vor der Blase; b)  $x = 7.7$ : in der Blase; c)  $x = 7.85$ : an der Wiederanlegestelle der gemittelten Strömung; d)  $x = 8.0$ : hinter der Blase. Jeweils senkrecht strich-strich-punktiert: Potentialgeschwindigkeit  $u_p(x)$ .

nen nimmt die Amplitude mit zunehmender Höhe des Integrationsgebietes leicht zu und ist im Gebiet (5) am größten (punktierte Linie). Die Amplitude im Gebiet (1) fällt in diesem Zusammenhang nicht besonders auf. Die Abweichungen am oberen Rand im Gebiet (1) wirken sich im Hauptmaximum der TS-Welle schon nicht mehr erkennbar aus.

An allen anderen  $x$ -Positionen (b-d) werden im Interaktionsmodell die Momentanwerte der induzierten Geschwindigkeit vorgeschrieben. Die Position  $x = 7.7$  (b) liegt in der Ablöseblase, was am gemittelten Geschwindigkeitsprofil leicht zu sehen ist. Im Maximum am Grenzschichtrand ( $y \approx 3.27 \cdot \delta_{1,a}$ ) ist die Geschwindigkeit größer als der Potentialwert  $u_p(x = 7.7)$  (strich-strich-punktierte Linie) und nimmt oberhalb wieder in Richtung des Potentialwertes ab. Im wandnächsten Maximum der TS-Welle stimmt die Amplitude in allen fünf Integrationsgebieten überein, das 2. Maximum der TS-Wellen hat in den höheren Integrationsgebieten eine größere Amplitude, was auf Unterschiede der zeitlich gemittelten Profile im Bereich der abgelösten Scherschicht, die im entsprechenden Wandabstand liegt, und deren Einfluss auf die Eigenfunktionen zurückzuführen ist. Die gleichen Aussagen können für die 1. Höherharmonische getroffen werden, die aufgrund der großen TS-Amplitude (ca. 28 %) nichtlinear generiert wird und über 50% der TS-Amplitude erreicht. Die Fehler, die im niedrigsten Gebiet (1) stromauf der Ablöseblase am oberen Rand auftraten, sind vollständig abgeklungen. Sie haben keinen Einfluss auf die weitere Störungsentwicklung.

Unmittelbar stromauf der Wiederanlegestelle ( $x = 7.85$ , c) hat sich die Abhängigkeit der TS-Amplitude von der Höhe des Integrationsgebietes umgekehrt. Nun weisen die DNS in den niedrigeren Gebieten eine etwas höhere Amplitude auf, als in höheren Gebieten. Die TS-Amplitude beträgt etwa 35 %. Die gemittelte Geschwindigkeit außerhalb der Grenzschicht ist an der Wiederanlegestelle nahezu konstant.

Der 2-D-Sättigungszustand, der sich hinter der Ablöseblase einstellt ( $x = 8.0$ , d), hängt nicht mehr von der Höhe des Integrationsgebietes ab, und die Profile der TS-Welle und der ersten Höherharmonischen stimmen in allen Fällen nahezu überein. Die sehr gute Übereinstimmung der Störprofile auch in großem Wandabstand verdeutlicht, dass das Interaktionsmodell auch die instationären Geschwindigkeitsanteile der Störwellen richtig erfasst, deren Amplitude im niedrigsten Integrationsgebiet am oberen Rand immerhin noch ca. 5 %  $U_\infty$  bzw. ca 13 % der Amplitude im Hauptmaximum des TS-Profiles beträgt. Dennoch unterscheidet sich das Profil auch am oberen Rand des niedrigsten Gebietes (1) bei  $y = 7.29 \cdot \delta_{1,a}$  nicht von den TS-Profilen in den höheren Integrationsgebieten. Selbst für die erste Höherharmonische findet sich dieses sehr günstige Verhalten. In den hier gezeigten DNS in den Gebieten (1) und (2) wurden etwa 10 Quellen pro TS-Wellenlänge und dementsprechend 5 Quellen für die erste Höherharmonische verwendet, in den Gebieten (3) – (5) sogar nur 5 Quellen pro TS-Wellenlänge bzw. weniger als 3 Quellen für die Höherharmonische. Dies zeigt, dass schon eine geringe Anzahl von Quellen eine sehr gute Modellierung hochfrequen-

**Abb. 4.8:**

Verlauf der Strom-  
abgeschwindigkeits-  
komponente in der  
Nähe des Grenz-  
schichtrandes in den  
Integrationsgebieten  
(1) – (5):  $y = 3.24 \cdot \delta_{1,a}$ .

ter Störungen ermöglicht.

Der Vergleich der Stromabgeschwindigkeitsverteilung  $u(x, y)$  aller fünf DNS (1) – (5) in einem konstanten Abstand von der Wand in der Nähe des Grenzschichtrandes bei  $y = 3.24 \delta_{1,a}$  (Abbildung 4.8) ergibt schwache Unterschiede. Der Druckanstieg setzt in den höheren Gebieten, insbesondere im Gebiet (5), punktierte Linie, früher ein als in den niedrigeren Gebieten und die zeitlich gemittelte Geschwindigkeit unterscheidet sich in den verschiedenen Integrationsgebieten um bis zu 1%. Die Höhe des Integrationsgebietes (5) liegt schon in dem Bereich, in dem die Potentialgeschwindigkeitsverteilung nicht mehr als unabhängig von der  $y$ -Koordinate angesehen werden darf, und eine von der Höhe des Gebietes  $y_{OR}$  abhängige Geschwindigkeitsverteilung  $u_p(x, y_{OR})$  muss vorgeschrieben werden. In den niedrigeren Integrationsgebieten (1) - (4) ist diese Abhängigkeit jedoch noch so gering, dass sie bei der Definition der Randbedingung vernachlässigt werden kann. Die schwachen Unterschiede von nur 1% bei den gemittelten Geschwindigkeiten am Grenzschichtrand im Integrationsgebiet (5) ändern die Instabilitätseigenschaften der Grenzschichtprofile so stark, dass sich Unterschiede bei der TS-Amplitude von bis zu 10% ergeben, obwohl deren Anfangsamplitude im Störstreifen bei allen fünf Simulationen gleich ist. Dazu genügen schon Unterschiede von einigen Promille bei den Anfachungsraten.

Um starke Einflüsse der oberen Randbedingung auf die Umschlagsentwicklung zu verhindern, wird angestrebt, den oberen Rand möglichst nahe an die Wand zu legen und so den Einfluss von wandnormalen Geschwindigkeitsgradienten in der Potentialströmung zu minimieren. Dann ist aber ein geeignetes Grenzschichtinteraktionsmodell sowohl zur Erfassung der Verdrängungswirkung der Ablöseblase auf die Grenzschicht sowie als Randbedingung für Störwellen erforderlich. Da die Grenzschicht im Gebiet (1) in der Nähe des Ausströmrandes nahezu den oberen Rand erreicht, stellt das Gebiet (1) die untere Grenze für die erforderliche Höhe des Integrationsgebietes dar. Um ein stärkeres Grenzschichtwachstum aufgrund der entstehenden Turbulenz zu ermöglichen, werden die 3-D DNS (2-D-Grundströmung mit 2-D und 3-D-Störungen) mit der gleichen Potentialgeschwindigkeitsverteilung nicht im Gebiet

(1) sondern in dem etwas höheren Gebiet (2) durchgeführt (Kapitel 6 und 7).

Der gesamte Rechenaufwand für das Interaktionsmodell ist kleiner als bei dem ursprünglichen Modell, das auf der Theorie dünner Profile beruht, da schon eine kleine Anzahl  $N_Q$  von Quellen zu einer sehr guten Modellierung der gesuchten Geschwindigkeitsverteilung führt. Bei dem ursprünglichen Modell ist zwar nur eine Matrix-Vektor-Multiplikation erforderlich, bei dem neuen sind es zwei, durch die reduzierte Anzahl von Quellen wird dies aber mehr als ausgeglichen (kleinere Matrizen).

Weitere Untersuchungen zum Einfluss der Grenzschichtinteraktion auf die Ablöseblase finden sich in Maucher *et al.* [42]. Dabei werden 2-D DNS mit und ohne Interaktionsmodell bei ansonsten gleichen Randbedingungen verglichen. Es zeigt sich, dass die Berücksichtigung der Grenzschichtinteraktion einen sehr starken Einfluss hat. Ohne Interaktionsmodell ergibt sich eine vergleichsweise kurze Ablöseblase mit starker Rückströmung. Unter Berücksichtigung der Grenzschichtinteraktion wird die Ablöseblase größer, die Wiederanlegestelle wandert deutlich in Stromabrichtung und die maximale Rückströmung ist schwächer. Die typische Geschwindigkeitsverteilung mit einem Plateau im Bereich der Ablöseblase ist ausgeprägter und der Geschwindigkeitsabfall im Wiederanlegebereich schärfer. Diese Unterschiede bei den zeitlich gemittelten Strömungsfeldern wirken sich auch stark auf die TS-Instabilität und das Wachstum der Störungen aus. Daher muss davon ausgegangen werden, dass die Grenzschichtinteraktion auch einen starken Einfluss auf den Grenzschichtumschlag und die Turbulenz stromab der Ablöseblase haben kann.

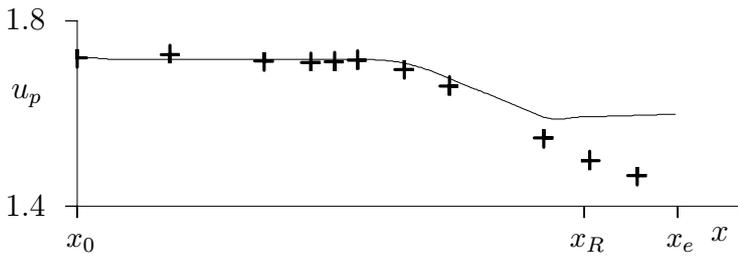


# Kapitel 5

## Selbsterregt instationäre DNS

In den Experimenten im Laminarwindkanal unseres Institutes, die dieser Arbeit zugrunde liegen, wurde die „natürliche“ Umschlagsentwicklung untersucht, es wurden also keine Störungen gezielt in die Grenzschicht eingebracht. Trotz der sehr guten Auflösungseigenschaften der im Experiment verwendeten Hitzdrahttechnik, zeigt sich die Auflösungsgrenze der Messtechnik als Problem. So können die Fluktuationen in der Anströmung zwar noch erfasst werden und so beispielsweise der Turbulenzgrad des Windkanals ermittelt werden, die Amplitude der in der Grenzschicht generierten Störungen ist jedoch nochmals deutlich kleiner und beträgt lediglich einige Prozent der Amplitude der Turbulenz in der Anströmung und ihr Frequenzspektrum ist unbekannt. Daher wurden Versuche mit DNS ohne gezielte Störungsanregung durchgeführt, die zeigen sollten, ob solche, hier mit selbsterregt instationär bezeichneten Bedingungen in der DNS mit Experimenten in etwa vergleichbar sind.

Alle DNS zur selbsterregten Störungsentwicklung sind 2-D. Nach der Auswertung der Simulationen stellte sich heraus, dass die Einströmrandbedingung bei allen in Kapitel 5 vorgestellten DNS einen schwachen Fehler aufweist:  $\frac{\partial u}{\partial y} \neq \omega_{z,Wand}$ . Durch die Integration der Wirbelstärke  $\omega_z$  in  $x$ -Richtung, ergeben sich Fehler bei den Wandwirbelstärkewerten. Da eine Wiederholungs-DNS des bezüglich der Instabilitätsmechanismen und Störungswechselwirkungen besonders komplexen Falles **s2** mit korrigierter Einströmrandbedingung qualitativ und quantitativ das gleiche Ergebnis lieferte, konnte auf die Wiederholung der Auswertungen verzichtet werden. Zudem wurden die Ergebnisse durch vielfältige Vergleiche mit der LST auf ihre Plausibilität untersucht und abgesichert. Ein geeignetes Grenzschichtinteraktionsmodell stand zum Zeitpunkt, als diese DNS durchgeführt wurden, noch nicht zur Verfügung. Im Experiment tritt der Grenzschichtumschlag ein, bevor die Grenzschicht ablöst. In einer DNS, die hier mit **s1** bezeichnet, und die teilweise in Maucher *et al.* [47] vorgestellt wird, ist die Verzögerung der Grenzschicht gegenüber dem Experiment (Abb. 5.1, +) nochmals reduziert (Linie). Trotzdem bildet sich in der DNS eine Ablösebla-

**Abb. 5.1:**

Potentialgeschwindigkeitsverteilung  $u_p$ : Experiment (+) und Verlauf mit reduziertem Druckanstieg in der Simulation **s1** (aus [47]).

se, da die Anfangsamplitude der Störungen, die im numerischen Verfahren generiert werden, weit unterhalb der Amplitude liegt, die die Anfangsstörungen im Experiment haben. Der Grenzschichtumschlag verschiebt sich in der DNS somit stromab. Zwischen DNS und Experiment vergleichbare Bedingungen können nur hergestellt werden, wenn in der DNS Störungen erzwungen werden, die eine ähnliche Anfangsamplitude wie die TS-Wellen im Experiment haben. *Um die „natürliche“ Turbulenzentstehung im Experiment mittels DNS zu untersuchen, sind also kontrollierte Bedingungen in der DNS notwendig.* Wenig sinnvoll ist dagegen, Störwellen mit ähnlicher Amplitude wie im Experiment durch die Vergrößerung der numerischen Fehler im Verfahren, beispielsweise durch eine gröbere Diskretisierung, zu erzeugen, da sich dann gleichzeitig die Qualität des numerischen Ergebnisses drastisch verschlechtert und einen Vergleich sinnlos macht. Zudem besteht die Gefahr, dass selektiv bestimmte Frequenzen im Strömungsfeld verstärkt werden. Auf diesen Punkt wird weiter unten noch intensiv eingegangen.

Die Aussagen zur Vergleichbarkeit von selbsterregt instationären DNS und Experimenten müssen auf Fälle eingeschränkt werden, die durch konvektive Instabilitäten geprägt sind. Wenn eine absolute Instabilität in der Ablöseblase vorliegt, sind die Anfangsstörungen unerheblich. Es wird sich nach einer kurzen Einschwingphase mit zeitlich anwachsenden Störungen im Bereich der absoluten Instabilität die Mode durchsetzen, die die stärksten absoluten Anfachungsraten aufweist, selbst wenn sie anfänglich eine wesentlich kleinere Amplitude als andere, schwächer absolut angefachte Moden hat.

## 5.1 Konvektive TS-Instabilitäten, Nachlauf der Ablöseblase

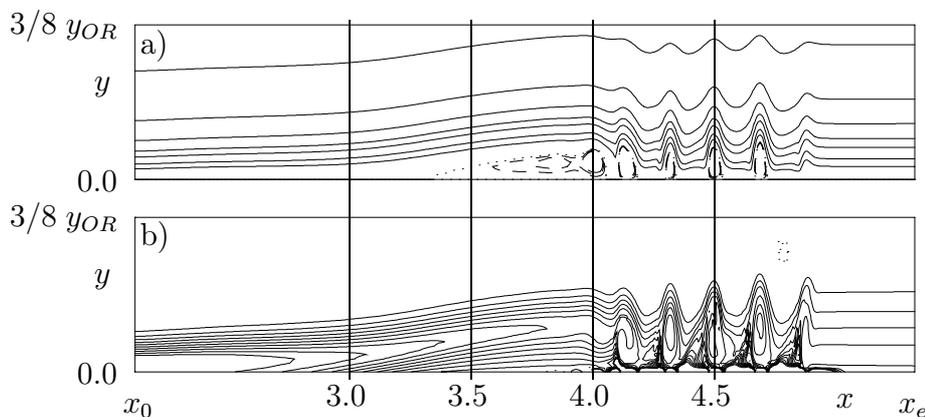
Auch wenn ein aussagekräftiger Vergleich selbsterregt instationärer DNS mit Experimenten in der Regel also nicht möglich ist, können solche DNS durch Vergleiche mit der linearen Stabilitätstheorie dennoch Aussagen über Instabilitätseigenschaften von Grenzschichten mit Ablöseblase ermöglichen. Bei minimiertem Störhintergrund stellt sich zudem schließlich die Lösung der stationären Gleichungen ein, wenn eine solche existiert. Andernfalls können mit selbsterregt instationären DNS die Instabilitätsmechanismen untersucht werden, die eine

stationäre Lösung verhindern.

In der DNS ergibt sich mit der Reynoldszahl  $Re = 150000$ , der Anströmgeschwindigkeit  $\hat{U}_\infty = 30.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  und der kinematischen Viskosität  $\hat{\nu} = 15 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$  eine Referenzlänge von  $\hat{L} = 7.4 \text{ cm}$ . Das Integrationsgebiet umfasst 642 Punkte in der Stromabrichtung  $x$  mit einer Schrittweite von  $\Delta x = 0.00503$ , wobei eine typische TS-Wellenlänge mit ca. 30 Gitterpunkten aufgelöst ist. Der Einströmrand liegt bei  $x_0 = 2.153$ . Die Höhe des Integrationsgebietes beträgt 17.5 Verdrängungsdicken  $\delta_1$  am Einströmrand mit der auf die Verdrängungsdicke bezogenen Reynoldszahl  $Re_{\delta_1} = 1244$ . Bei 97 äquidistanten Gitterpunkten in wandnormaler Richtung ergibt sich somit eine Schrittweite von  $\Delta y = 0.502$ . Der leichte Geschwindigkeitsanstieg in der Nähe des Ausströmrandes in der DNS in Abbildung 5.1 für  $x > x_R$  ist auf die Verwendung einer beschleunigten Falkner-Skan-Grenzschicht als stationäre Lösung in der Relaminarisierungszone zurückzuführen. Die  $v$ -Poissongleichung (4.9) wird in vier Mehrgitterzyklen gelöst.

In Abbildung 5.2 sind momentane Stromlinien (a) und Isolinien der Wirbelstärke (b) (aus der Simulation **s1**) gezeigt. Die Höhe des dargestellten Bereiches umfasst ein Drittel des gesamten Integrationsgebietes mit der Höhe  $y_{OR}$ . Die punktiert eingetragene Trennstromlinie (a) zeigt deutlich die Ausbildung einer Ablöseblase, von der sich regelmäßig Wirbel lösen, die stromab schwimmen. Die ursprünglich anliegende Scherschicht hebt sich im Bereich der Ablöseblase von der Wand und stromab der Ablöseblase sind auch im Wirbelstärkefeld Wirbel mit großer Amplitude zu sehen (b). Am Ausströmrand ist die Wirkung der Relaminarisierungszone zu sehen, die zu einer sehr gleichmäßigen, stationären Strömung führt.

Das Frequenzspektrum der Wandwirbelstärke (Abb. 5.3) zeigt, dass das Strömungsfeld streng periodisch ist. Schon nahe am Einströmrand ( $x = 2.75$ , Kreise) ist ein deutliches Maximum bei der Frequenz  $\beta_{s1}$  vorhanden, mit der die selbsterregten Wirbel im Nachlauf der Ablöseblase abgehen. Allerdings ist die Amplitude der Wandwirbelstärke dort extrem niedrig und beträgt lediglich etwas mehr als  $10^{-8}$ . Für die  $u$ -Amplitude der Störwellen bedeutet



**Abb. 5.2:**  
Fall **s1**: Momentanbilder der Stromlinien (a) und der Wirbelstärke (b) (aus [47]).

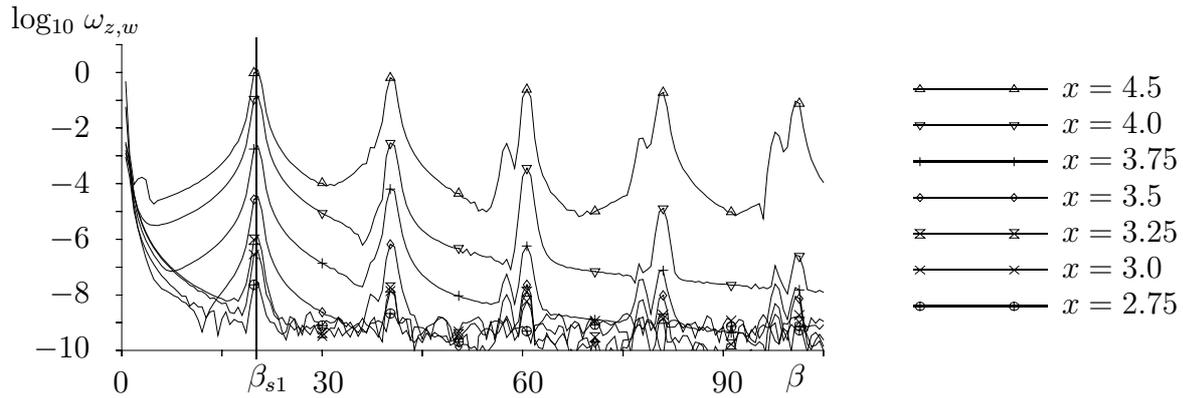


Abb. 5.3: Fall s1: Amplitudenspektrum der Wandwirbelstärke (aus [47]).

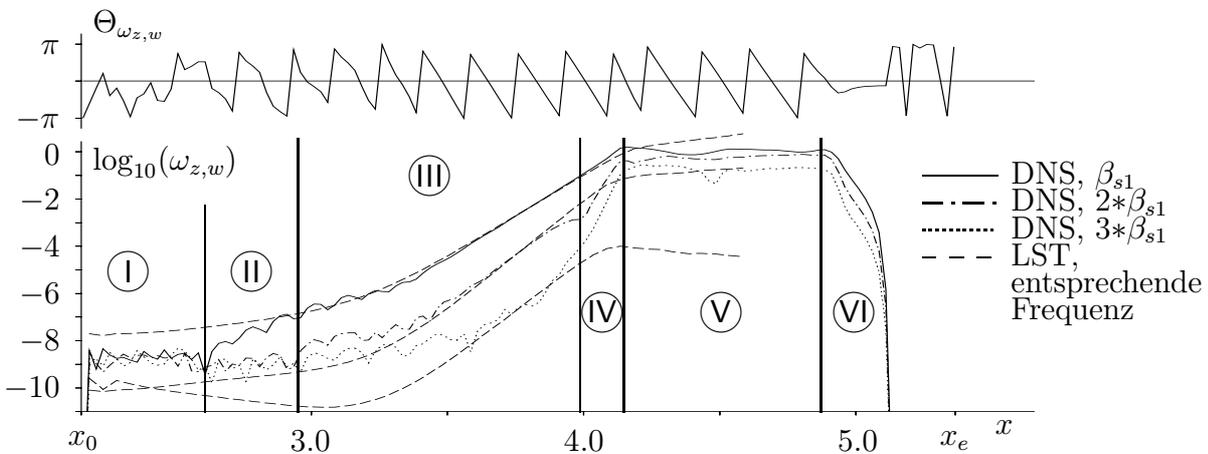


Abb. 5.4: Wandwirbelstärke im Fall s1: Phase  $\Theta$  (oben) und Vergleich der Amplitude mit der LST (aus [47]).

dies nochmals etwas kleinere Werte. Die scharfen Maxima bei Vielfachen der selbsterregten Frequenz kennzeichnen höherharmonische Anteile, die umso deutlicher hervortreten, je größer die Amplitude der selbsterregten Störung ist. Sie beruhen nicht auf einer Instabilität des Strömungsfeldes sondern werden direkt nichtlinear generiert. In der Ablöseblase (oberste drei Linien bei  $x = 3.75, 4.0$  und  $4.5$ ) treten die Frequenzen bis zur vierten Höherharmonischen deutlich hervor.

Der untere Teil von Abbildung 5.4 zeigt die Entwicklung der Amplitude der selbsterregten Welle (durchgezogen) ihrer ersten (strich-punktiert) und zweiten Höherharmonischen (punktiert) über  $x$ . Zu allen Frequenzen ist die Amplitudenentwicklung nach der räumlichen LST strichliert mit angegeben. Dazu wurde eine räumliche Stabilitätsanalyse der zeitlich gemittelten Grenzschichtprofile aus der DNS durchgeführt und die entsprechenden Anfachungsraten über  $x$  integriert. Im oberen Teil des Bildes ist die Entwicklung der Phase  $\Theta$  für die die selbsterregten Störungen dominierende Frequenz  $\beta_{s1}$  aufgetragen. Es können sechs charakteristische Bereiche I–VI unterschieden werden. In Zone III stimmt das Wachstum der Störungen in der DNS und nach der LST für die dominierende Frequenz sehr gut überein

(unterer Bildteil). Es handelt sich also um einen Bereich mit TS-Wellen. Auch die „Höherharmonischen“ entwickeln sich in Zone III unabhängig von der Welle mit der dominierenden Frequenz  $\beta_{s1}$  und wachsen im hinteren Teil der Zone III ebenfalls entsprechend der LST. In dieser Zone handelt es sich also nicht um echte Höherharmonische sondern um TS-Wellen mit größerer Frequenz.

In [47] wird gezeigt, dass auch die Eigenfunktionen der selbsterregten TS-Welle in Zone III sehr gut mit der LST übereinstimmen. In Zone IV hat die selbsterregte Welle eine so große Amplitude erreicht, dass die Amplituden der Höherharmonischen nichtlinear stark anwachsen, ehe die Amplitude aller Moden in Zone V in Sättigung geht. In der Relaminarisierungszone wird die Wirbelstärke stationär (VI). Die Entwicklung in den Zonen III bis V ist typisch für konvektiv angefachte TS-Wellen. Die Zonen I und II weichen von diesem Verhalten ab. Während in Zone I der unregelmäßige Phasen- wie Amplitudenverlauf auf numerisches Rauschen hinweist und noch keine Hinweise auf TS-Wellen zu erkennen sind, stellt sich in Zone II die Frage, warum die Amplitude in der DNS deutlich stärker wächst, als die LST erwarten lässt. Die Generierung von Störungen aufgrund eines Rezeptivitätsmechanismus könnte dieses starke Wachstum erklären. Tatsächlich beginnt sich in Zone II ( $2,6 < x < 3,0$ ) die Scherschicht von der Wand abzuheben, so dass die maximale Scherung bei  $x = 3,0$  nicht mehr an der Wand auftritt (Abb. 5.2b). Dabei werden die Gradienten  $\partial/\partial x$  in der Grenzschicht wesentlich größer und die Rezeptivität der Grenzschicht gegen äußere Störungen nimmt entsprechend zu. In Zone II beginnt eine kontinuierliche Abnahme der Phase der selbsterregten Welle (oberer Bildteil). Dies belegt, dass dort konvektive Wellen entstehen und dann als TS-Wellen stromab schwimmen.

Die hier beobachtete Generierung von TS-Wellen stromauf der Ablöseblase stimmt mit den in der Einleitung dieser Arbeit erwähnten Untersuchungen von Dovgal *et al.* [10] überein. Es bleibt jedoch die maßgebliche Frage, wie in der DNS das Hintergrundrauschen entsteht, das in Zone II in die Grenzschicht einkoppelt. Da in Zone I die Amplitude des Rauschens zu niedrig ist, um als Quelle für die TS-Wellen in Betracht zu kommen, wurde von Maucher *et al.* [47] vermutet, dass Fluktuationen im Wiederanlegebereich zu Schwankungen des Strömungsfeldes auch stromauf der Ablöseblase führen, die über einen Rezeptivitätsmechanismus in Zone II wieder in die Grenzschicht einkoppeln. Eine solche Rückkoppelung würde die Dominanz einer einzelnen Frequenz erklären. Im Rahmen intensiver Untersuchungen konnte ein Einfluss der Diskretisierung in  $x$ - und  $y$ -Richtung sowie der Randbedingungen ausgeschlossen werden.

Ein streng periodischer Wirbelabgang im Nachlauf der Ablöseblase, wie er hier beobachtet wird, ist aus selbsterregt instationären DNS von verschiedenen Autoren bekannt. Gruber [22] zeigt, dass selbst in „stationären“ laminaren Ablöseblasen TS-Wellen vorhanden sind. Ihre Amplitude ist allerdings um Größenordnungen kleiner als die Anströmgeschwin-

digkeit  $U_\infty$ . Daher sind sie beispielsweise in einer Visualisierung der Stromlinien nicht zu erkennen. Die Bezeichnung „stationärer Fall“ setzt also gemeinhin nicht das vollständige Fehlen von Störwellen voraus. Die von Kozlov angegebene Grenze von  $1\%$  für die Amplitude in laminaren Ablöseblasen, oberhalb derer sich ein starker Einfluss auf das zeitlich gemittelte Strömungsfeld zeigt, liegt allerdings nicht weit unterhalb der Störamplitude, die in einer Visualisierung noch zu erkennen ist. In erster Näherung kann daher auch die Unterscheidung zwischen stationärem Fall, der unabhängig von den auftretenden Störwellen ist, und instationärem Fall, in dem die Störwellen sich auch auf das gemittelte Strömungsfeld auswirken, anhand von Visualisierungen des instationären Strömungsfeldes erfolgen. Mit einer anderen, selbsterregt instationären DNS kann Gruber belegen, dass es sich bei den Wirbeln hinter der Ablöseblase um TS-Wellen mit großer Amplitude handelt. Er schließt auf ein konvektives Anfachungsverhalten der Störungen, ohne jedoch die Existenz von TS-Wellen im Bereich vor der Ablöseblase nachzuweisen.

Pauley *et al.* [51], Lin & Pauley [38] und Ripley & Pauley [55] beobachten in selbsterregten DNS instationärer Ablöseblasen ebenfalls einen periodischen Wirbelabgang. In einem Rückblick bezeichnen Wilson & Pauley [74] die in den gerade genannten Arbeiten beobachteten Ablöseblasen als stark instationäre Ablöseblase mit abgehenden Wirbeln (*highly unsteady separation bubble with vortex shedding*) wohingegen sie die Ablöseblasen in den Untersuchungen von Gruber *et al.* [22] dem Einsetzen der Instationarität (*onset of unsteadiness*) zuordnen, ohne jedoch anzugeben, worin sie die Unterschiede sehen (Gruber nutzt andere Darstellungen des Strömungsfeldes als die genannten Autoren).

Pauley *et al.* [51] schließen aus der Visualisierung des Strömungsfeldes, dass der vordere Teil der Ablöseblase stationär sei. Sie sehen die periodisch abgehenden Wirbel als Folge einer nicht genauer beschriebenen reibungsfreien Instabilität (*inviscid instability*) der abgelösten Scherschicht. Die sehr vagen Aussagen bei Pauley *et al.* und Wilson & Pauley [74] lassen Spielraum für Interpretationen. Es muss allerdings davon ausgegangen werden, dass ihre Interpretation als Umschreibung einer absoluten Instabilität zu verstehen ist. Tatsächlich legt das Auftreten einer einzelnen dominierenden Frequenz diese Vermutung nahe. Durch alle Veröffentlichungen der Gruppe um Pauley zieht sich die Bestimmung einer charakteristischen Strouhalzahl (dimensionslose Frequenz) bezogen auf die Impulsverlustdicke  $\delta_{2,a}$  und Potentialgeschwindigkeit  $u_{e,a}$  an der Ablösestelle

$$St_{\delta_{2,a}} = \frac{\beta \delta_{2,a}}{2\pi u_{e,a}}, \quad (5.1)$$

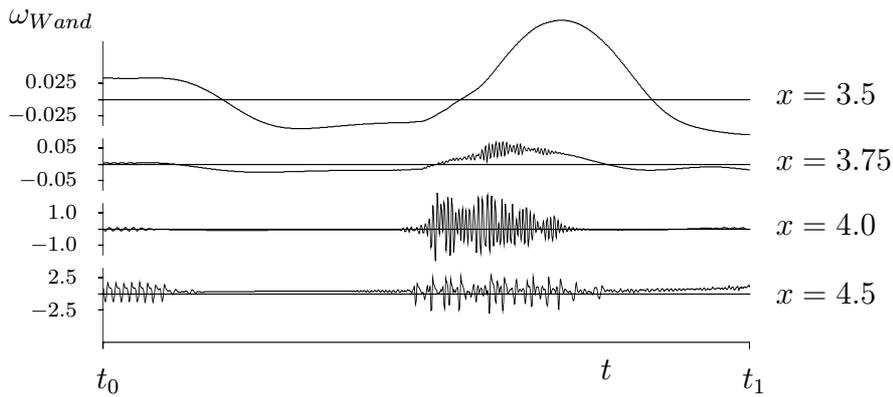
die die von ihnen vermutete Instabilität der abgelösten Scherschicht kennzeichnet. Sie wird als unabhängig von der Reynoldszahl und nur schwach abhängig vom Druckanstieg beschrieben, also indirekt auch von der ebenfalls von diesen Parametern abhängigen Größe und Form der Ablöseblase. Die Stabilitätsdiagramme für die Frequenz der absolut instabi-

len Moden für verschiedene Rückströmgeschwindigkeiten (Abb. 3.6c bis 3.9c, S. 43f) zeigen aber eine sehr starke Abhängigkeit der Frequenz von der Höhe des Rückströmgebietes (verschiedene Kurven). Gleichermäßen ist ein deutlicher Einfluss der Rückströmgeschwindigkeit zu erkennen (jeweils gleiche Strichlierungen in den Abbildungen 3.6c bis 3.9c).

Diese Aussagen der LST sprechen gegen das Auftreten einer einheitlichen, von dem Grenzschichtprofil an der Ablösestelle geprägten Strouhalzahl für unterschiedliche Ablöseblasen als Folge einer absoluten Instabilität, da dieses keine Aussage über die Größe und vor allem die Form der Ablöseblase sowie die Rückströmgeschwindigkeit in der Ablöseblase zulässt. Diese lokalen Eigenschaften der Grenzschichtprofile in der Ablöseblase sind aber entscheidend für das Auftreten absoluter Instabilität, sowie die Frequenz der absolut instabilen Moden. Die Beobachtung einer einheitlichen Strouhalzahl spricht demnach dagegen, dass die Strömungsphänomene in den DNS der genannten Autoren auf absolute Instabilität zurückzuführen sind.

Hein [25] untersucht die Störungsentwicklung in laminaren Ablöseblasen mit einem auf den parabolisierten Stabilitätsgleichungen (PSE) beruhenden Verfahren. Diese ermöglichen ausschließlich die Erfassung konvektiver Phänomene. Hein zeigt in Untersuchungen der Grundströmungen von Rist & Maucher [59] und Briley [6] dass die Frequenz, bei der die maximalen konvektiven Anfachungsraten auftreten, in beiden Fällen sehr gut der Beziehung (5.1) entspricht. Demnach scheint Gleichung (5.1) eher für eine konvektive TS-Instabilität in einer laminaren Ablöseblase charakteristisch zu sein als für eine absolute Instabilität. Hein findet weiterhin sehr gute Übereinstimmung der 2-D und 3-D-Störungsentwicklung zwischen PSE und einer DNS von Rist *et al.* [60]. Trotz der Rückströmung der Grundströmung in der Ablöseblase verhalten sich alle Störungen rein konvektiv.

Auch in den Arbeiten der Arbeitsgruppe um Pauley gibt es deutliche Anzeichen, dass konvektive TS-Wellen dominieren. In Pauley *et al.* [51] wird der Druckanstieg in der Grenzschicht langsam erhöht, bis eine „stationäre“ Ablöseblase instationär wird. Sie bezeichnen eine Ablöseblase als „instationär“, wenn die Wiederanlegelinie in Visualisierungen instationär ist. Dabei werden momentane Wandschubspannungsverläufe für zwei „stationäre“ Fälle und den Fall, der gerade „instationär“ ist, gezeigt. In allen Fällen ist der Schubspannungsverlauf im zeitlich gemittelten Strömungsfeld hinter der Ablöseblase stark wellig. Dies spricht auch in den „stationären“ Fällen bei Pauley *et al.* für die Anwesenheit von Störwellen mit relevanter Amplitude im Nachlauf der Ablöseblase. Die Wandschubspannung wird in den „stationären“ Fällen nur schwach negativ, was auf eine sehr kleine Ablöseblase mit sehr schwacher Rückströmung schließen lässt. Nach den Ergebnissen der linearen Stabilitätstheorie (siehe Kapitel 3) ist absolute Instabilität in solchen Ablöseblasen auszuschließen. Dies bedeutet aber, dass schon in den „stationären“ Fällen mit großer Wahrscheinlichkeit konvektive TS-Wellen vorhanden sind, die bei zunehmender Größe der Ablöseblase immer

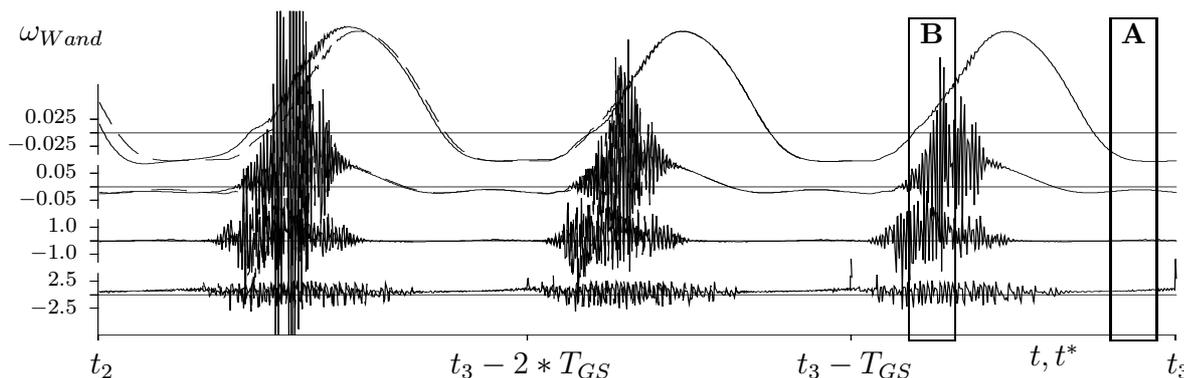
**Abb. 5.5:**

Übergang vom Fall **s1** zum Fall **s2** nach Erhöhung der numerischen Genauigkeit zum Zeitpunkt  $t_0$ . Zeitsignale der Wandwirbelstärke.

stärker anwachsen und schließlich zu einem instationären Nachlauf der Ablöseblase führen. Die Darstellungen des Strömungsfeldes in den Veröffentlichungen von Pauley *et al.* entsprechen qualitativ weitgehend dem Fall **s1** (Abb. 5.2). Aus den Visualisierungen ergeben sich somit ebenfalls keine Hinweise auf einen von konvektiver TS-Instabilität abweichenden Instabilitätsmechanismus.

## 5.2 Reduzierung des numerischen Abbruchfehlers

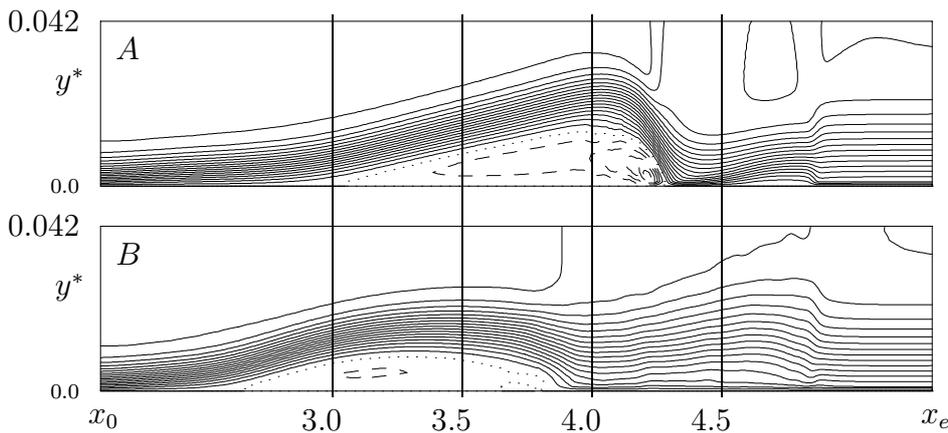
Falls Rezeptivität eine wesentliche Rolle bei der Generierung der TS-Wellen spielt, dann muss die Reduzierung des numerischen Rauschens einen Einfluss auf die Ergebnisse der DNS haben. Im numerischen Verfahren wird die  $v$ -Poissongleichung iterativ gelöst. Neben der Diskretisierung hat insbesondere die Güte der iterativen Lösung einen wesentlichen Einfluss auf das numerische Rauschen. Die Fehler können reduziert werden, indem pro Zeitschritt mehr Mehrgitterzyklen durchlaufen werden. Daher wird die Zahl der Zyklen in einer Simulation **s2** von vier auf acht verdoppelt. Der Einfluss auf das Strömungsfeld wird anhand der Zeitsignale der Wandwirbelstärke an vier  $x$ -Positionen in Abbildung 5.5 gezeigt. Nach der Verringerung der numerischen Fehler zum Zeitpunkt  $t_0$  zeigt das Zeitsignal insbesondere an der am weitesten stromab liegenden Position ( $x = 4.5$ , unterste Kurve) zunächst noch die strenge Periodizität, da die in Zone II vor dem Zeitpunkt  $t_0$  generierten TS-Wellen das Integrationsgebiet noch durchlaufen. Nach etwa 8 Perioden der selbsterregten Schwingung nimmt die Amplitude der TS-Wellen schließlich auch bei  $x = 4.5$  deutlich ab und die Fluktuationen verschwinden. Da gleichzeitig auch die stabilisierende Wirkung auf die Ablöseblase entfällt, setzt ein deutliches Wachstum der Ablöseblase ein, das durch die Abnahme der Wandwirbelstärke an den weiter vorne liegenden Positionen gekennzeichnet wird. Nach einer Phase, in der im gesamten Integrationsgebiet keine hochfrequenten Fluktuationen mit großer Amplitude zu beobachten sind, treten diese plötzlich wieder auf (bei  $x = 3.75, 4.0$  und  $4.5$ ). Gleichzeitig nimmt die Wandwirbelstärke im vorderen Bereich wieder zu; die Ablöseblase wird durch die stabilisierende Wirkung der Störwellen also



**Abb. 5.6:** Fall **s2**: Zeitsignale bei  $x = 3.5, 3.75, 4.0, 4.5$  (von oben nach unten). Strichliert: Zeitsignal um  $\Delta t = -T_{GS}$  verschoben.

wieder kleiner. Schließlich verschwinden die hochfrequenten Fluktuationen ganz und die erneut einsetzende Abnahme der Wandwirbelstärke kennzeichnet das erneute Wachstum der Ablöseblase. Dieser DNS-Fall **s2** mit niederfrequenten Schwankungen der Grundströmung (bzw. der Größe der Ablöseblase) sowie hochfrequenten Fluktuationen unterscheidet sich vom Fall **s1** lediglich durch die Verringerung der Abbruchfehler bei der iterativen Lösung der  $v$ -Poissongleichung bei ansonsten identischer Diskretisierung und Randbedingungen. Abbruchfehler in der  $v$ -Poissongleichung ergeben im Verfahren schallartige Störungen im gesamten Integrationsgebiet, die über einen Rezeptivitätsmechanismus vor der Ablöseblase stromauf der Ablöseblase wieder in die Grenzschicht einkoppeln können. Auf diese Weise werden im Fall **s1** stromauf der Ablöseblase ständig Störwellen mit der stromab der Ablöseblase dominanten Frequenz generiert und schließlich dominieren eine diskrete Frequenz und ihre Höherharmonischen die DNS. Ein solcher Mechanismus ist auch in den Arbeiten von Gruber und in der Gruppe um Pauley denkbar, da in den entsprechenden Verfahren ebenfalls eine Poisson-Gleichung iterativ gelöst wird (außer von Wilson & Pauley [74], die die Poissongleichung direkt lösen, dann aber auch keine dominante, diskrete Frequenz beobachten).

Der Fall **s2** wird schließlich periodisch bezüglich der niederfrequenten Schwankungen der Grundströmung mit einer Periodendauer von  $T_{GS}$ . Um dies zu zeigen sind die Zeitsignale des Falles **s2** für diesen periodischen Zustand in Abbildung 5.6 an den gleichen  $x$ -Positionen wie in Abbildung 5.2 als durchgezogene Linien in einem Zeitintervall  $t_2$  bis  $t_3$  dargestellt. Zudem sind die gleichen Zeitsignale strichliert für  $t^* = t - T_{GS}$  aufgetragen. Während für  $t < t_3 - 2 \cdot T_{GS}$  noch leichte Abweichungen von der Periodizität festzustellen sind (durchgezogene und strichlierte Linie weichen voneinander ab) fallen die niederfrequenten Schwankungen zwischen  $t_3 - 2 \cdot T_{GS} < t < t_3 - T_{GS}$  nahezu aufeinander. In Maucher *et al.* [46] wurde eine DNS vorgestellt, bei der sich der vorgeschriebene Geschwindigkeitsverlauf am oberen Rand nur schwach vom Fall **s1** unterscheidet, die aber wie im Fall **s1** mit der schlechter ausiterierten



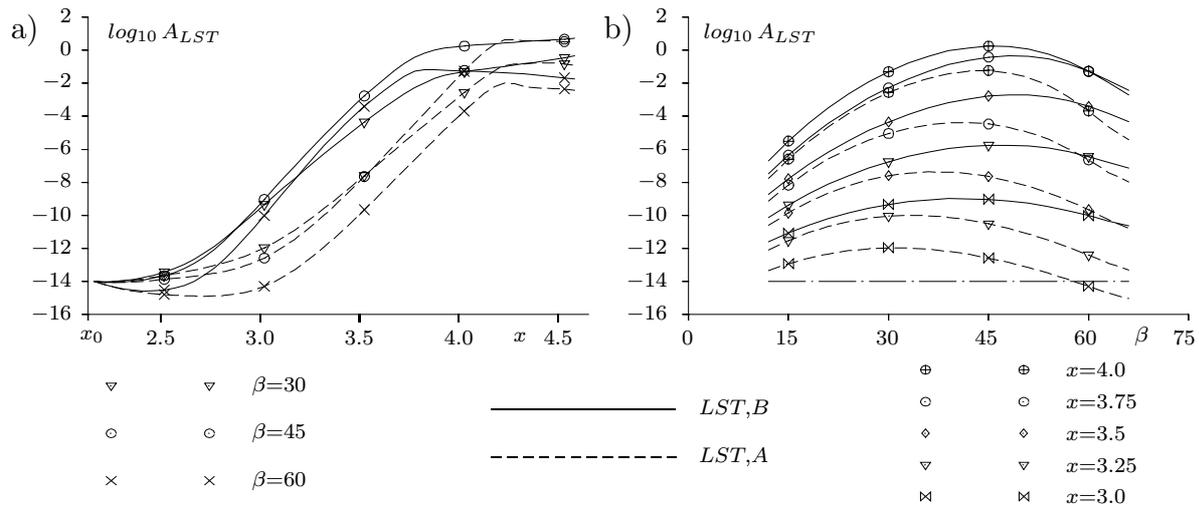
**Abb. 5.7:**  
Fall **s2**: Zeitliches  $u$ -Mittel in der laminaren Phase **A** (keine TS-Wellen) und der instationären Phase **B**.  $u = -0.5, -0.4 \dots 1.7$ .

$v$ -Poissongleichung ermittelt wurde. Es stellte sich ein dem Fall **s2** vergleichbarer Zustand mit einer niederfrequent schwankenden Grundströmung und hochfrequenten Oszillationen mit schwankender Amplitude ein. Maucher *et al.* zeigen, dass es sich bei den hochfrequenten Oszillationen um TS-Wellen mit einem breiten Frequenzband handelt. Die TS-Wellen sind im Nachlauf der Ablöseblase als ungleichmäßig verteilte Wirbel unterschiedlicher Amplitude sichtbar.

Über ähnliche niederfrequente Schwankungen in einer Grenzschicht mit laminarer Ablöseblase hat erstmals Gaster [15] in einer experimentellen Untersuchung berichtet.

Ein ähnliches Phänomen wird von verschiedenen Autoren in Ablösegebieten an der Vorderkante einer stumpfen ebenen Platte beobachtet (beispielsweise Cherry & Hillier [8]). Auch dort kann eine niederfrequente Schwankung der Grundströmung auftreten, die mehrere Perioden einer höherfrequenten Oszillation umfasst. Der Fall **s2** wird nun detaillierter untersucht, um Anhaltspunkte über mögliche Ursachen einer solchen niederfrequenten Schwingung der Grundströmung zu finden. Es sei hier nochmals angemerkt, dass der direkte Vergleich mit Experimenten, also auch den gerade angesprochenen, wegen der sehr unterschiedlichen Störampplituden äußerst schwierig ist und hier nicht angestrebt wird.

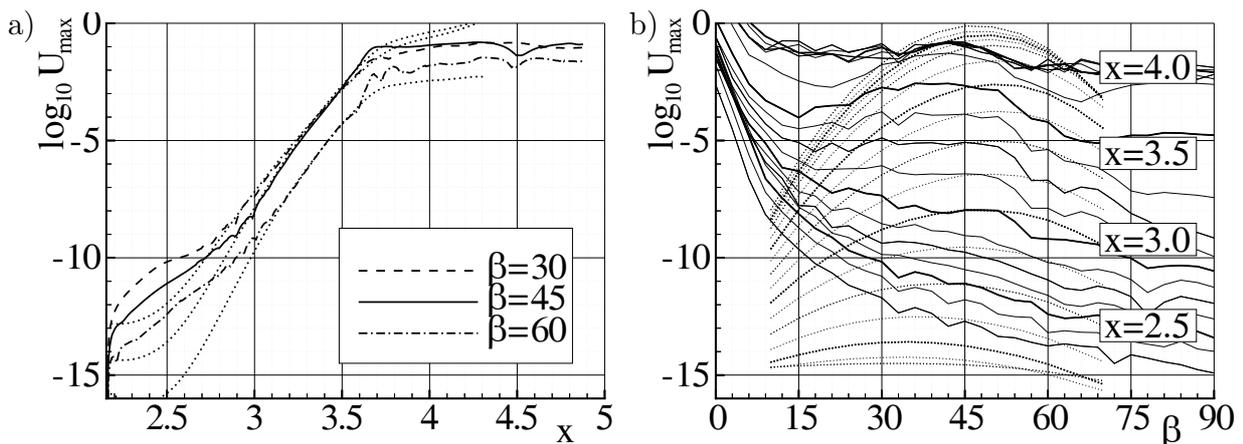
In Abbildung 5.6 sind zwei Zeitintervalle durch Rahmen markiert. Im Intervall **A** sind auch im Nachlauf der Ablöseblase nur schwache hochfrequente Oszillationen zu beobachten. Dieses Intervall wird daher als *laminare Phase* eingeführt. Im Intervall **B** treten hochfrequente Störungen mit großer Amplitude auf. Es wird mit *instationäre Phase* bezeichnet. Abbildung 5.7 zeigt die zeitlich gemittelte Stromabgeschwindigkeitskomponente  $u$  in beiden Phasen. Die wandnormale Koordinate  $y^* = \hat{y}/\hat{L}$  ist im Gegensatz zu  $y$  nicht mit  $\sqrt{Re}$  normiert. In der laminaren Phase **A** ist die Ablöseblase deutlich größer, sie liegt weiter stromab und weist eine sehr starke Rückströmgeschwindigkeit nahe der Wiederanlegestelle auf. Da in dieser Phase keine hochfrequenten Störungen vorhanden sind, entspricht das gemittelte Strömungsfeld auch weitgehend einem Momentanbild. In der instationären Phase ist dies anders und im Nachlauf der Ablöseblase befinden sich Wirbel mit großer Amplitu-



**Abb. 5.8:** Fall **s2**: Störungswachstum nach der LST in Phase **A** (strichliert) und **B** (durchgezogen).

de, die auch im gemittelten Strömungsfeld zu einem leicht welligen Verlauf der Stromlinien führen.

Entsprechend der sehr unterschiedlichen Lage und Größe der Ablöseblase unterscheidet sich auch das Instabilitätsverhalten in den beiden Phasen **A** und **B** deutlich. In Abbildung 5.8a ist das Störungswachstum nach der LST in der laminaren Phase **A** für drei Frequenzen strichliert eingetragen. Die Verläufe für die gleichen Frequenzen in der instationären Phase **B** sind durch durchgezogene Linien gekennzeichnet. Am Einströmrand ist die Amplitude für alle Fälle auf  $10^{-14}$  gesetzt. Durch die weiter stromauf liegende Ablöseblase setzt in Phase **B** wesentlich früher eine starke Instabilität ein als in der laminaren Phase **A**. Im Wiederanlegbereich des gemittelten Strömungsfeldes nimmt die Störungsanfächung stark ab, für hohe Frequenzen ( $\beta = 60$ ,  $\times$ ) sind TS-Wellen dann sogar gedämpft. Auch dieser Effekt ist durch die weiter stromauf liegende Ablöseblase in der Phase **B** entsprechend weiter stromauf zu beobachten. Das nach der LST zu erwartende Störungswachstum liegt in beiden Phasen bei ungefähr 14 Dekaden, was einem  $n$ -Faktor ( $e^n$ ) von etwa 32 (!) entspricht. Im Bildteil 5.8b findet sich die Amplitude über der Frequenz, die sich ausgehend von der Anfangsamplitude von  $10^{-14}$  am Einströmrand (strich-punktiert) in den beiden Phasen **A** (strichliert) und **B** (durchgezogen) bis zu bestimmten Stromabpositionen (markiert durch verschiedene Symbole) nach der LST einstellt. Es wird deutlich, dass das Amplitudenmaximum an den einzelnen  $x$ -Stellen in der laminaren Phase (strichliert) bei niedrigeren Frequenzen liegt als in der instationären Phase (durchgezogen). Die letzte eingetragene  $x$ -Position ( $x = 4.0$ ,  $\oplus$ ) liegt in Phase **B** schon im Bereich reduzierter Anfächung wohingegen die Amplitude in Phase **A** noch stark zunimmt und weiter stromab ähnliche Werte wie in der instationären Phase erreicht.



**Abb. 5.9:** Fall **s2**, Intervall **B**: Anfachungskurve (a) und Spektrum (b). LST jeweils punktiert. Anfangsamplitude in LST  $A_{0,LST}$  in Bildteil (a) für jede Frequenz angepasst; in Bildteil (b):  $A_{0,LST} = 10^{-14.5}$ . Im Bildteil (b) sind Verläufe für  $x = 2.5, 3.0, 3.5$  und  $4.0$  durch dicke Linien gekennzeichnet.

Ein Vergleich der Amplitudenentwicklung in der DNS in der instationären Phase **B** mit der linearen Stabilitätstheorie wird in Abbildung 5.9 gezeigt. Bildteil (a) zeigt einen Vergleich des Störungswachstums für drei Frequenzen  $\beta = 30$  (strichliert),  $\beta = 45$  (durchgezogen) und  $\beta = 60$  (strich-punktiert) mit der linearen Stabilitätstheorie (punktiert). Im Bereich  $3 < x < 3.6$  entspricht das Störungswachstum bei allen drei Frequenzen der LST. Die Anfangsamplitude am Einströmrand ist in der LST für jede Frequenz so gewählt, dass der Verlauf der Kurve im Bereich guter Übereinstimmung mit der DNS möglichst nahe an der Kurve aus der DNS liegt, um den Vergleich der Kurven zu erleichtern. Wären die DNS-Anfachungskurven auch im vorderen Teil des Integrationsgebietes ( $x < 3.0$ ) auf konvektive TS-Wellen zurückzuführen, dann müsste auch in diesem Bereich der Verlauf der Amplitude in der DNS und nach der LST übereinstimmen. Tatsächlich weichen die Verläufe aber stark ab. Die Kurven aus der DNS sind durch die niederfrequente Änderung der Grundströmung stark verfälscht, die bei der Fourieranalyse durch die Unstetigkeit des Zeitsignals einen Frequenzbeitrag zu allen Frequenzen liefert, obwohl eine sehr genaue Methode zur Frequenzanalyse verwendet wurde und so niederfrequente Anteile weitgehend unterdrückt wurden (siehe Anhang A). Die Amplitude der TS-Wellen konnte in diesem Bereich daher nicht ermittelt werden. Somit sind auch verlässliche Aussagen über den Ursprung der TS-Wellen, die weiter stromab beobachtet werden, nicht möglich. Untersuchungen von Rist [58] und Stemmer [68] zur Rezeptivität mit einem verwandten numerischen Verfahren zeigten, dass der Einströmrand stark rezeptiv gegenüber Druckschwankungen im Strömungsfeld ist. Falls die TS-Wellen in der Simulation **s2** am Einströmrand generiert werden, liegt ihre Anfangsamplitude entsprechend den LST-Kurven für die jeweilige Frequenz bei  $10^{-13}$  für  $\beta = 30$  bis  $10^{-16}$  für  $\beta = 60$ . Werden die TS-Wellen nicht wie im Fall **s1** am Einströmrand sondern

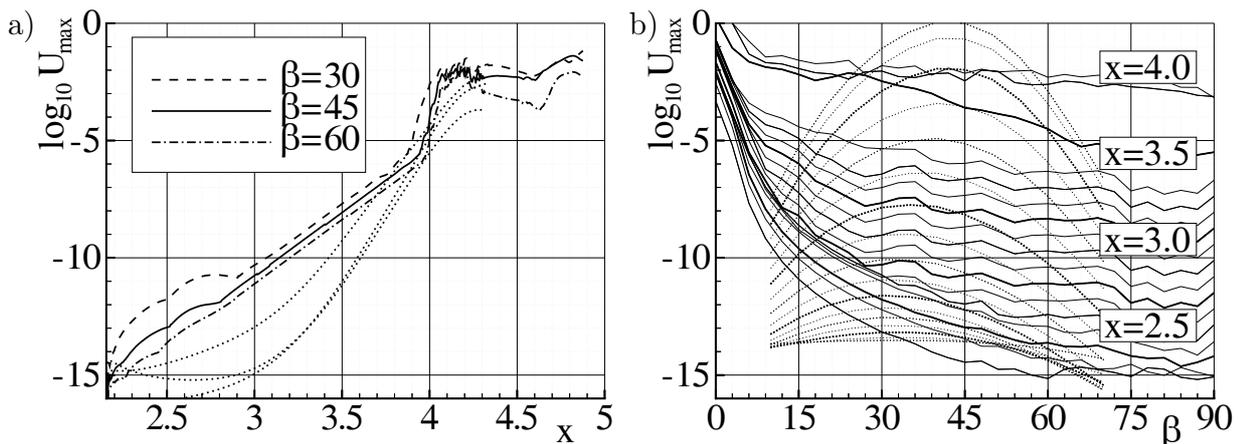
erst etwas weiter stromab in dem Bereich generiert, wo starke Gradienten im gemittelten Strömungsfeld auftreten, ist ihre Anfangsamplitude entsprechend größer. Im Extremfall könnte die Generierung der TS-Wellen erst bei  $x \approx 3$  stattfinden und die Anfangsamplituden lägen dann bei  $10^{-9}$  bis  $10^{-12}$  für die verschiedenen Frequenzen. Noch weiter stromab zeigt die gute Übereinstimmung mit der LST, dass in der DNS bereits konvektive TS-Wellen vorhanden sind. Diese schon eingangs des Kapitels erwähnte Übereinstimmung zwischen DNS und LST belegt, dass die am Einströmrand verfälschte Wirbelstärkerandbedingung keinen Einfluss auf die Instabilitätseigenschaften der Grenzschicht hat.

Bei  $x \approx 3.6$  beginnt der Amplitudenverlauf in der DNS von der Theorie abzuweichen. Die Amplitude der TS-Wellen ist dann so groß, dass nichtlineare Effekte einen starken Einfluss erlangen. Dieser ist besonders deutlich bei der Mode  $\beta = 60$  (strich-punktiert) an dem über die LST hinausgehenden Wachstum zu erkennen. Diese Mode wird hier als Höherharmonische der TS-Welle  $\beta = 30$  nichtlinear generiert.

Im Frequenzspektrum in Bildteil 5.9b sind die Verläufe in der DNS (durchgezogen) und für die LST (punktiert) an verschiedenen Stromabpositionen eingetragen. Die Verläufe für  $x = 2.5, 3.0, 3.5$  und  $4.0$  sind dabei durch dickere Linien hervorgehoben und beschriftet. In der DNS ist das Spektrum im Bereich nahe des Einströmrandes nicht aufgelöst ( $x \lesssim 2.5$ ). Der gleichmäßige Abfall der Amplitude für zunehmende Frequenzen ist auf die weiter oben angesprochenen Fehler bei der Frequenzanalyse infolge der niederfrequenten Schwingung des Strömungsfeldes zurückzuführen. Ab  $x = 2.5$  wachsen die Amplituden im Frequenzband  $\beta \approx 30 \dots 45$  stärker als bei anderen Frequenzen, so dass sich bei  $x = 3.5$  ein deutliches Maximum gebildet hat. Die Untersuchung der Anfachungskurven für Störungen in diesem Frequenzband hat gezeigt, dass es sich dabei um TS-Wellen handelt. Ab  $x = 3.5$  wachsen auch die höherharmonischen Störungen ( $\beta = 60 \dots 90$ ) nichtlinear stark an und das Frequenzspektrum füllt sich schließlich durch nichtlineare Wechselwirkungen bei allgemein großen Amplituden auf ( $x = 4.0$ ).

Die Amplitude in der LST wurde ausgehend von einer am Einströmrand für alle Frequenzen einheitlichen Amplitude von  $10^{-14.5}$  integriert. Nach der LST ergibt sich das Amplitudenmaximum bei größeren Frequenzen ( $\beta \gtrsim 45$ ) als in der DNS. In der DNS werden demnach im vorderen Teil des Integrationsgebietes niederfrequenter TS-Wellen mit größerer Amplitude als bei höheren Frequenzen generiert. Da im Bereich, in dem die TS-Wellen generiert werden, die Frequenzanalyse von niederfrequenten Phänomenen dominiert und höherfrequente Anteile nicht aufgelöst sind, können weitergehende Aussagen zu den Gründen dieser unterschiedlichen Anfangsamplituden nicht getroffen werden.

Obwohl das Strömungsfeld in der laminaren Phase **A** nur von einer langsamen, niederfrequenten Veränderung der Grundströmung geprägt zu sein scheint (Abb. 5.6), zeigt die Anfachungskurve in Abbildung 5.10a schon in der Ablöseblase bei  $x > 4.0$  relativ große



**Abb. 5.10:** Fall **s2**, Intervall **A**: Anfachungskurve (a) und Spektrum (b). Anfangsamplitude in LST  $A_{0,LST}$  in Bildteil (a) für jede Frequenz angepasst; in Bildteil (b):  $A_{0,LST} = 10^{-13.5}$ . Im Bildteil (b) sind Verläufe für  $x = 2.5, 3.0, 3.5$  und  $4.0$  durch dicke Linien gekennzeichnet.

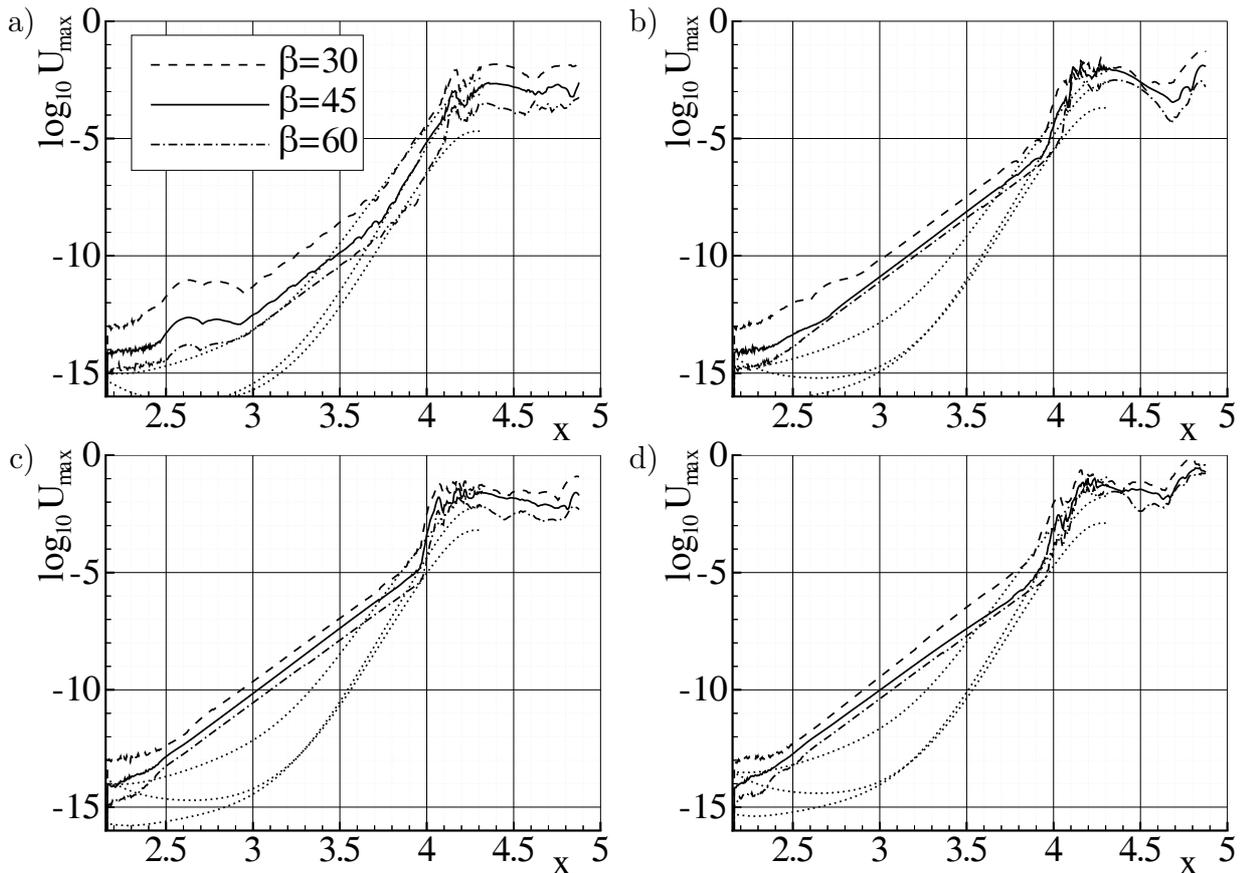
Störampplituden von ca.  $1\% U_{\infty}$ . Analog zu Abbildung 5.9 sind Amplitudenverläufe für die Frequenzen  $\beta = 30, 45$  und  $60$  in der DNS sowie Vergleichskurven nach der LST aufgetragen. Die Amplitudenentwicklung in der DNS zeigt im gesamten Stromabbereich ein grundsätzlich von der LST abweichendes Verhalten. Die DNS Kurven sind somit nirgends auf TS-Wellen zurückzuführen, sondern werden durch andere Störungen verursacht. Im Bereich  $x < 3.9$  wächst die Amplitude exponentiell (Geraden in der halblogarithmischen Darstellung), ehe bei  $x = 3.9$  ein sprunghafter Anstieg der Amplitude zuerst für  $\beta = 30$ , bei  $x = 4.0$  auch für  $\beta = 45$  und  $60$ , zu beobachten ist. Die Anfangsamplituden für die LST-Kurven sind so gewählt, dass die LST-Verläufe die DNS-Anfachungskurve gerade berühren (bei  $x \approx 4$ ). TS-Wellen können nirgends eine größere Amplitude als die LST-Kurven aufweisen, da sie andernfalls weiter entsprechend der LST anwachsen und dabei bei  $x \approx 4$  die DNS-Amplitude übertreffen würden. Am Einströmrand liegt die Amplitude der TS-Wellen somit bei maximal  $10^{-15}$  bis  $< 10^{-16}$ . Die DNS wurde in IEEE 64-Bit-Zahlendarstellung durchgeführt. Dabei liegen die Abbruchfehler bei etwa  $10^{-17}$ . Die maximal mögliche TS-Amplitude am Einströmrand liegt also nur unwesentlich oberhalb der numerischen Abbruchfehler. Es ist jedoch nicht ausgeschlossen, dass weiter stromab TS-Wellen mit größerer Amplitude generiert werden, die jedoch, wie gerade erläutert, keinen Einfluss haben.

Im Frequenzspektrum (Abb. 5.10b) unterscheiden sich die beiden Bereiche  $x < 3.9$  und  $x > 3.9$  ebenfalls deutlich. Im Bereich  $x < 3.9$  haben die Spektren an verschiedenen  $x$ -Positionen einen nahezu identischen Verlauf und können durch eine Verschiebung in Amplitudenrichtung (nach oben bzw. unten) ineinander überführt werden. Der davon abweichende Verlauf bei niederen Frequenzen - ein gleichmäßiger Abfall der Amplitude - kennzeichnet wiederum die Auflösungsgrenze der Frequenzanalyse. Der parallele Verlauf der Amplitude

an verschiedenen  $x$ -Stellen über der Frequenz und die kontinuierlicher Amplitudenzunahme (in der logarithmischen Darstellung) von einer  $x$ -Stelle zur nächsten belegt, dass die Amplitude im Bereich  $x < 3.9$  selbst bei sehr hohen Frequenzen exponentiell anwächst. Im Spektrum bei  $x = 4.0$  sind dann plötzlich deutliche Unterschiede zum gesamten stromauf liegenden Bereich festzustellen. Die Amplitude nimmt im gesamten Frequenzbereich sprunghaft zu. Besonders auffällig ist dabei die deutliche Amplitudenzunahme bei relativ niedrigen Frequenzen ( $\beta = 10 \dots 30$ ). Hierbei handelt es sich nicht um Fehler in der Frequenzanalyse aufgrund noch niedrigerer Frequenzanteile, da dann die charakteristische, gleichmäßige Amplitudenabnahme hin zu höheren Frequenzen festzustellen wäre. Der Vergleich der Spektren mit der räumlichen LST ergibt, wie der Vergleich der Anfachungskurven, keine Hinweise, die zur Erklärung der plötzlichen Amplitudenzunahme bei  $x = 4.0$  beitragen könnten. Das in der LST dominierende Frequenzband  $\beta = 25 \dots 50$  fällt in der DNS an keiner  $x$ -Position auf. Insbesondere die starke Amplitudenzunahme bei niedrigen Frequenzen im Bereich  $x \approx 4$  lässt sich mit konvektiver Anfachung nicht erklären. Die Amplitudenzunahme bei hohen Frequenzen ist vermutlich auf Höherharmonische zurückzuführen. Im jetzt untersuchten, „stationären“ Intervall **A** muss ein von konvektiver TS-Anfachung abweichender Mechanismus wirksam sein, der zum plötzlichen Wachstum von instationären Störungen führt.

Im Gegensatz zum Fall **s1** existiert im Fall **s2** keine einheitliche charakteristische Frequenz im TS-Frequenzbereich. Es wird hier dennoch eine Frequenz  $\beta_{s2} = 30$  eingeführt, deren Periodendauer  $T_{s2}$  als Zeitmaß für die instationären Vorgänge im Fall **s2** dient.  $\beta_{s2}$  liegt zwischen den im Intervall **A** und Intervall **B** beobachteten dominanten Frequenzbereichen und wird somit als repräsentativ für den gesamten niederfrequenten Zyklus angesehen. Dieser dauert etwa 72 Perioden  $T_{s2}$ , die Intervalle **A** und **B** dauern jeweils  $10 T_{s2}$ . Bei stark nichtperiodischen Vorgängen werden in Intervallen der Dauer  $10 T_{s2}$  einzelne Strömungsphänomene, wenn sie nicht im gesamten Intervall gleichmäßig auftreten, durch andere Phänomene im Rest des Intervalls teilweise überdeckt und in einer Fourieranalyse nur abgeschwächt wiedergegeben. Daher wurden für das Intervall **A** Fourieranalysen in Teilintervallen der Länge  $2 T_{s2}$  durchgeführt. Damit wird zwar die Frequenzauflösung der Fourieranalyse sehr grob und ein aussagekräftiges Spektrum kann nicht mehr angegeben werden. Demgegenüber können aber auch kurzfristig auftretende Phänomene und ihre zeitliche Entwicklung identifiziert werden. Abbildung 5.11 zeigt Anfachungskurven in vier solchen Teilintervallen. Das erste Teilintervall (Bildteil a) kennzeichnet den Zustand  $3 T_{s2}$  vor Beginn des Intervalles **A** (Dauer des Teilintervalles von  $4 T_{s2}$  bis  $2 T_{s2}$  vor Beginn des Intervalles **A**), die weiteren Teilintervalle liegen im Intervall **A** und zeigen den Zustand  $T_{s2}$  (b),  $5 T_{s2}$  (c) bzw.  $9 T_{s2}$  (d) nach Beginn des Intervalles **A**.

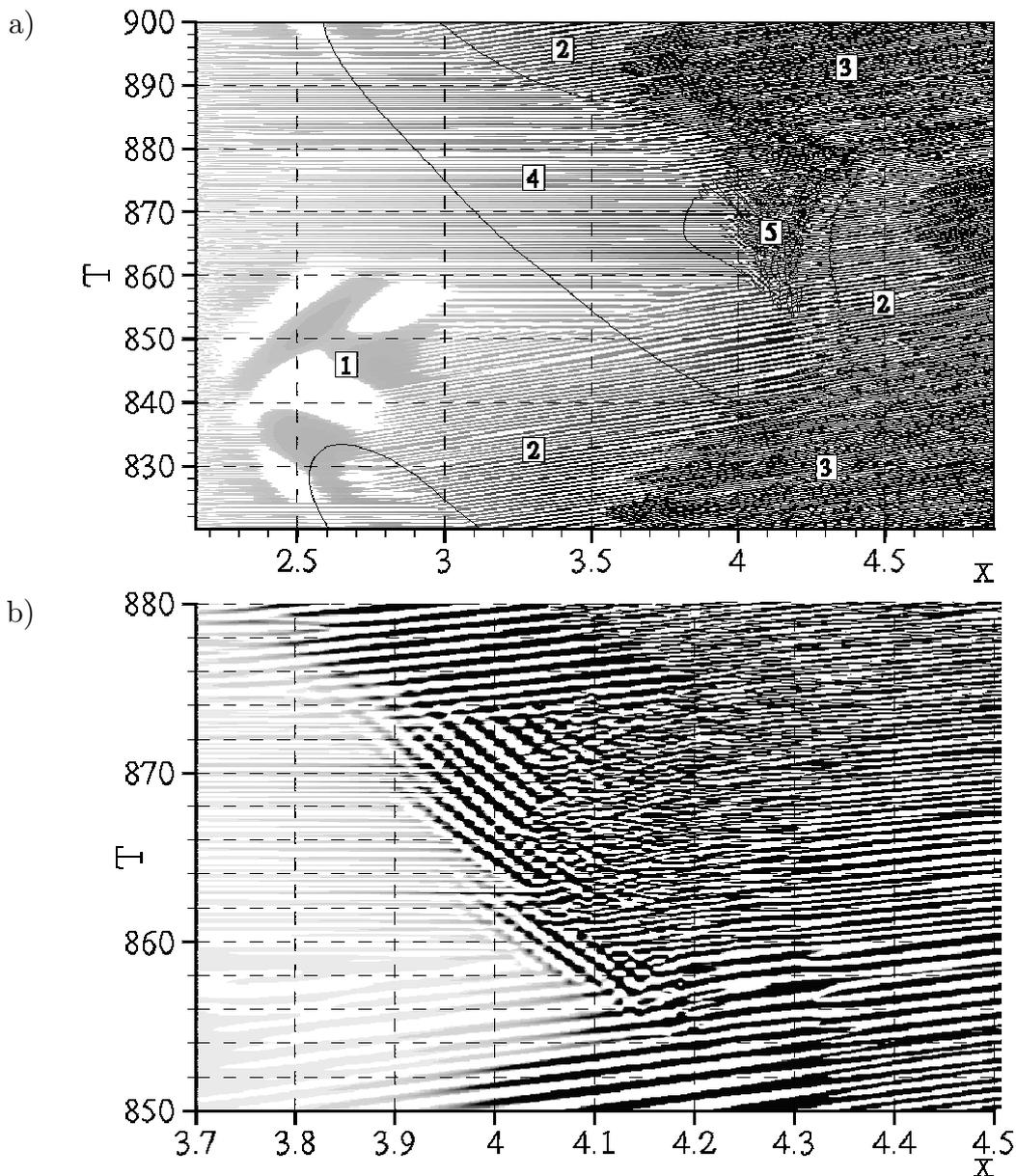
Im Teilintervall  $3 T_{s2}$  vor Beginn des Intervalles **A** (a) ist noch ein kurzer Bereich  $3.7 < x < 4.1$  zu erkennen, in dem die Amplitudenentwicklung in der DNS gut mit der LST



**Abb. 5.11:** Fall **s2**: Anfachungskurven in Intervallen der Dauer  $2 \cdot T_{s2}$ : (a)  $3 \cdot T_{s2}$  vor dem Beginn des Intervalles **A**, und (b)  $T_{s2}$ , (c)  $5 \cdot T_{s2}$  und (d)  $9 \cdot T_{s2}$  nach Beginn des Intervalles **A**. Punktiert: LST.

übereinstimmt. Zu diesem Zeitpunkt sind also zumindest in einem begrenzten Stromabbereich noch TS-Wellen zu beobachten. Stromauf dieses Bereiches stimmt die Amplitudenentwicklung jedoch schon weitgehend mit der Entwicklung im Gesamtintervall **A** (Abb. 5.10) überein. Vier Perioden  $T_{s2}$  später (b) ist der Bereich konvektiver TS-Wellen vollständig verschwunden und es zeigt sich qualitativ im gesamten Stromabbereich die gleiche Amplitudenentwicklung wie im Gesamtintervall **A**. Bei etwa  $x = 4.1$  springt die Amplitude bei den dargestellten Frequenzen dabei jeweils auf ca. 0.01. Wiederum vier Perioden  $T_{s2}$  später hat sich die Amplitude im Bereich  $x \approx 4$  nahezu verzehnfacht, obwohl keine Anzeichen für konvektive Störwellen stromauf dieses Bereiches zu finden sind. Somit ist unwahrscheinlich, dass stromauf generierte TS-Wellen für diese Amplitudenzunahme verantwortlich sind. Vielmehr ist ein zeitliches Störungswachstum zu erkennen. Nochmals vier Perioden  $T_{s2}$  danach (d) hat die Amplitude nochmals etwas zugenommen und ist bei  $x = 4.15$  für  $\beta = 30$  deutlich größer als 0.1.

In Abbildung 5.12 wird die räumlich-zeitliche Entwicklung der hochfrequenten Störungen im Fall **s2** in einem Schnitt mit  $y = 0.016 = \text{const}$  untersucht. Im  $x$ - $t$ -Diagramm sind



**Abb. 5.12:** Fall s2:  $u$ -Momentandaten im  $x$ - $t$ -Diagramm.

- a) 4. Zeitableitung bei  $y^* = \text{const.} = 0.016$ . Ablöselinie  $\omega_{z,W} = 0$  durchgezogen. Niederfrequente Oszillation [1], TS-Wellen [2], TS-Wellen mit großer Amplitude [3], Schall [4] und Bereich mit stromaufflaufenden Störungen [5].  
 b): Zone [5]:  $u$ -Momentandaten im Detail (6. Zeitableitung).

Zeitableitungen der  $u$ -Geschwindigkeitskomponente aufgetragen. Positive Amplituden sind in einer logarithmischen Grautonskala aufgetragen: kleine Geschwindigkeiten sind als helle Grautöne, große Geschwindigkeiten dunkel aufgetragen. Negative Werte sind grundsätzlich weiß dargestellt. Störungen sind in der Darstellung als grau-weißes Streifenmuster erkennbar, wobei die Störungsausbreitung bei fortschreitender Zeit (nach oben) durch die Richtung der Streifen gekennzeichnet wird. Wie schon weiter oben erwähnt, werden durch die Bildung

von Zeitableitungen hochfrequente Störungen gegenüber niederfrequenteren Fluktuationen, also insbesondere dem langsamen Pulsieren der Ablöseblase, verstärkt. Daher können auch weit stromauf der Ablöseblase hochfrequente Störungen sichtbar gemacht werden, selbst wenn deren Amplitude deutlich unter  $10^{-10}$  liegt (vergl. Anhang A).

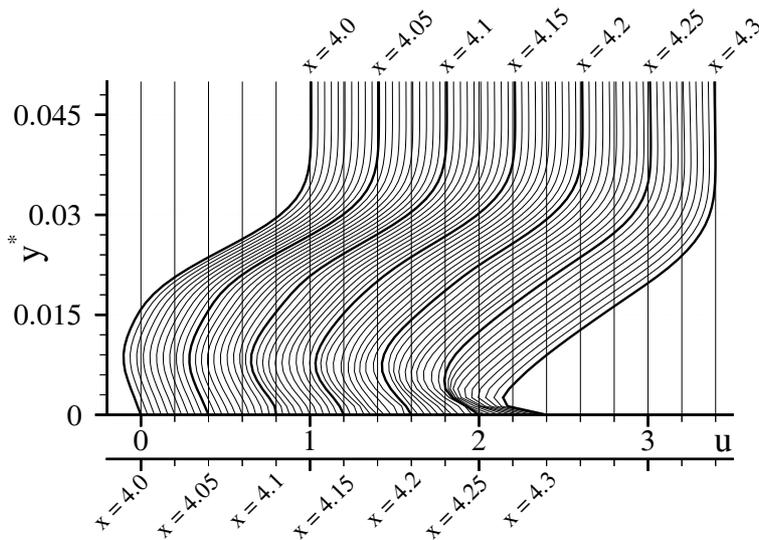
Abbildung 5.12a umfasst 80 Perioden  $T_{s_2}$  der typischen TS-Frequenz  $\beta_{s_2}$ . Der niederfrequente Zyklus (ca. 72 Perioden  $T_{s_2}$ ) ist somit vollständig enthalten. Die durchgezogenen Linien zeigen den zeitlichen Verlauf der Ablöse- und Wiederanlegestellen anhand des Kriteriums verschwindender Wirbelstärke an der Wand  $\omega_{z,W} = 0$ . Zu Beginn des dargestellten Zeitraumes (am unteren Bildrand) ist die Ablöseblase klein und liegt weit stromauf. Ablösung tritt bei  $x \approx 2.6$  auf, Wiederanlegen bei  $x \approx 3.1$ . Mit fortschreitender Zeit wandert die Ablöseblase noch etwas weiter nach vorne und verschwindet bei  $t \approx 834T_{TS}$ . Etwa zum gleichen Zeitpunkt entsteht weiter stromab bei  $x \approx 4$  eine neue Ablöseblase. Die Ablösestelle wandert stromauf. Die Wiederanlegestelle ist instationär und als Linie bei  $x \approx 4.3$  im Zeitraum von  $t = 845T_{s_2}$  bis  $t \approx 880T_{s_2}$  zu erkennen. In diesem Zeitraum nimmt die Länge der Ablöseblase kontinuierlich zu. Ab  $t \approx 854T_{s_2}$  tauchen in der Ablöseblase weitere Ablöse- und Wiederanlegelinien im Bereich zwischen  $x = 3.8$  und  $4.2$  auf, die auf Wirbel in der Ablöseblase zurückzuführen sind, die gegenläufig zum Drehsinn der Ablöseblase rotieren und bei großer Rückströmgeschwindigkeit an der Wand entstehen. Ab  $t = 880T_{s_2}$  wandert auch die Wiederanlegelinie stromauf, so dass die Ablöseblase wieder kürzer wird und schließlich bei  $t = 900T_{s_2}$  nur noch eine weit stromauf liegende, kleine Ablöseblase vorhanden ist.

In der Abbildung werden verschiedene Zonen mit typischen Störformen eingeführt. Zone **1** zeigt niederfrequente Störungen. Trotz der Verwendung der 4. Zeitableitung reicht die Verstärkung höherfrequenter Störungen in diesem Bereich nicht aus, um diese visualisieren zu können. Auch die Fourieranalyse liefert dort keine sinnvolle Amplitude für die höherfrequenten Anteile und die Anfachungskurven zeigen einen undefinierbaren Verlauf (siehe z. B. das Intervall von  $t = 856T_{s_2}$  bis  $858T_{s_2}$  in Abb. 5.11a,  $x < 3$ ). Die Zonen **2** und **3** sind durch nach rechts oben ansteigende Streifen gekennzeichnet. Mit zunehmender Zeit bewegen sich Störungen also stromab. Es handelt sich um konvektive Störwellen (TS-Wellen). Die Zone **2** kennzeichnet TS-Wellen mit kleiner Amplitude. Wenn die TS-Amplitude groß wird, so werden die Streifen aufgrund der kürzeren Periodendauer und Wellenlängen der dann generierten Höherharmonischen feiner (Zone **3**). Zudem ist die Amplitude der TS-Wellen so groß, dass sie lokale Rückströmgebiete generieren, die sich mit den TS-Wellen stromab bewegen. Zone **4** ist durch horizontale Linien geprägt. Dies kennzeichnet unendliche Ausbreitungsgeschwindigkeit, also Schallstörungen. Das Intervall **A** dauert von  $t = 860T_{s_2}$  bis  $870T_{s_2}$ . Die exponentiell über  $x$  ansteigende Amplitude in Intervall **A** stromauf der Ablöseblase (Abb. 5.10a,  $x < 3.8$ ) liegt also in Zone **4**. Genau genommen muss also nicht

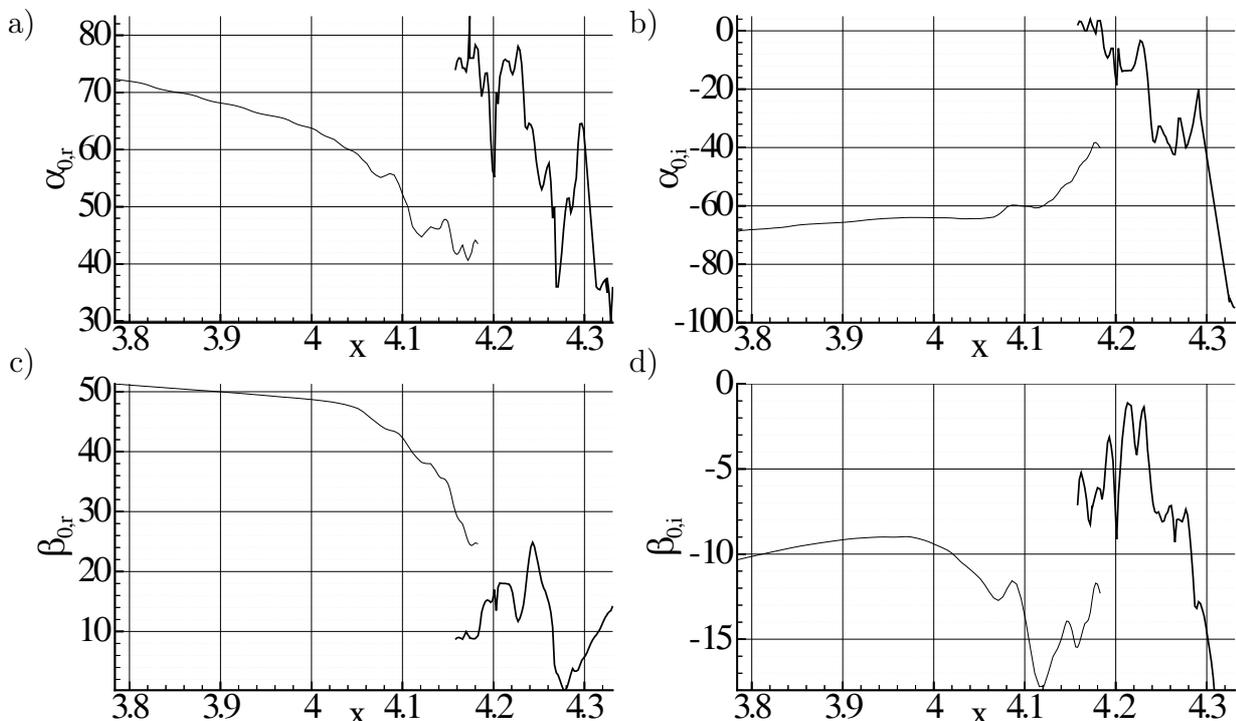
von einem exponentiellen Ansteigen, sondern vom exponentiellen Abfall der Amplitude in Stromaufrichtung gesprochen werden, da sich Schallstörungen ausgehend von Bereichen mit großen Störamplituden (Zone 4 und 5) in das Gebiet stromauf der Ablöseblase ausbreiten.

Die Zone 5 ist in Teilbild 5.12b vergrößert dargestellt (unter Verwendung der 6. Zeitableitung). Sie kennzeichnet im wesentlichen den Bereich und Zeitraum, in dem in der Ablöseblase an der Wand ein gegenläufig rotierender Wirbel auftritt. Es sind deutlich nach links oben ansteigende Linien zu erkennen ( $3.8 < x < 4.2$ ). Diese belegen stromauflaufende Störungen, deren Ursprung zeitlich zwar etwas variiert, jedoch immer im Bereich  $x > 4.05$  liegt. In diesem Bereich tritt auch der sprunghafte Anstieg der Amplitude in den Teilbildern 5.11a-d auf. In Zone 5 ist also einerseits eine zeitliche Zunahme der Störamplitude in der Ablöseblase festzustellen. Andererseits wandern gleichzeitig Störungen vom Bereich zeitlichen Wachstums in Stromaufrichtung. Letzteres schließt einen Mechanismus konvektiver Störungsanfachung als Ursache für die sprunghafte Amplitudenzunahme aus. Diese muss demnach in einer absoluten oder globalen Instabilität des zeitlich gemittelten Strömungsfeldes gesucht werden.

Daher wurde mit der LST eine Analyse der DNS-Grundströmungsprofile auf absolute Instabilität durchgeführt. Im Intervall **A** bereitete diese erhebliche Schwierigkeiten, da das gemittelte Strömungsfeld in Stromabrichtung einen sehr uneinheitlichen Verlauf aufweist. Die Rückströmgeschwindigkeit nimmt mehrmals zu und ab. Dies hat einen starken Einfluss auf die Instabilitätseigenschaften, so dass Singularitäten im Eigenwerterraum verschwinden und an anderer Stelle neue entstehen. Eine zufriedenstellende Analyse der Grundströmungsprofile hätte den Rahmen dieser Arbeit gesprengt. Da das gemittelte Strömungsfeld in dem auf das Intervall **A** folgenden Intervall **A**<sub>+10</sub> ( $t = 870 T_{s2}$  bis  $880 T_{s2}$ ) wesentlich gleichmäßiger ist und zu Beginn dieses Intervalles ebenfalls noch stromauflaufende Störungen zu beobachten sind, wurde die Grundströmung in diesem Intervall analysiert. Die entsprechenden Grundströmungsprofile sind im Bereich  $4 \leq x \leq 4.3$  in Abbildung 5.13 dargestellt. Es sind Profile an unterschiedlichen  $x$ -Positionen im Abstand von  $\Delta x = 0.005$  aufgetragen, wobei die einzelnen Profile jeweils um  $\Delta u = 0.04$  verschoben sind. Jedes 10-te Profil ( $\Delta x = 0.05$ ) ist durch eine dickere Linie hervorgehoben. Es wurden zwei absolute Moden mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit identifiziert. Die Eigenwerte der Mode, die im hinteren Teil der Ablöseblase dominiert ( $x > 4.15$ ), sind in Abbildung 5.14 als dicke Linien dargestellt. Der unregelmäßige Verlauf der Eigenwerte weist auf den starken Einfluss selbst relativ schwacher Veränderungen der Grundströmungsprofile auf die Eigenwerte hin. Die absoluten Anfachungsraten  $\beta_{0,i}$  sind in Teilbild (d) aufgetragen. Sie erreichen Maximalwerte von  $\beta_{0,i} \approx -1$ . In der mit den Abbildungen 3.6 bis 3.9 auf Seite 43f vergleichbaren lokalen Normierung (mit  $Re_{\delta_1} = 6800$  und  $u_e = 1.72$ ) beträgt sie nach Gleichungen (3.4) und (3.5)  $\beta_{0,i} \delta_1 \approx -0.015$ . Die über das gesamte Intervall **A**<sub>+10</sub> gemittelte Grundströmung

**Abb. 5.13:**

Fall **s2**: DNS-Grundströmungsprofile die der LST-Analyse in Abb. 5.14 zugrunde liegen. Profile von  $x = 4.0$  bis  $4.3$  mit  $\Delta x = 0.005$ . Einzelne Profile um  $\Delta u = 0.04$  versetzt. Jedes zehnte Profil ( $\Delta x = 0.05$ ) hervorgehoben. Normierung mit Geschwindigkeit am Grenzschichttrand  $u_e \approx 1.7$ .



**Abb. 5.14:** Fall **s2**, Eigenwerte mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit:  $\alpha_{0,r}$  (a),  $\alpha_{0,i}$  (b),  $\beta_{0,r}$  (c) und  $\beta_{0,i}$  (d) im Intervall von  $t = 870 T_{s2}$  bis  $880 T_{s2}$ . Im vorderen Teil der Blase dominierende Mode (dünne Linie), im hinteren Teil dominierende Mode (dicke Linie).

ist also nur schwach absolut stabil. Dies schließt eine absolute Instabilität am Beginn des Intervalles, wenn noch stromauflaufende Moden beobachtet werden, jedoch nicht aus.

Die Rückströmgeschwindigkeit  $u_r$  im  $x$ -Bereich mit den größten absoluten Anfachungsraten ( $4.2 < x < 4.24$ ) beträgt ca. 0.17 bis 0.20 bei einer Höhe des Rückströmgebietes von  $h_{R,\delta_1} \approx 0.53$  bzw. 0.50. Die Reynoldszahl  $Re_{\delta_1}$  beträgt etwa 6800. Mit diesen Paramete-

tern ergeben sich bei den analytischen Profilen aus Kapitel 3 Anfachungsraten von lediglich  $\beta_{0,i}\delta_1 = -0.09$  bei  $u_r = 0.2$  und  $h_{R,\delta_1} = 0.5$  beziehungsweise  $\beta_{0,i}\delta_1 = -0.10$  bei  $u_r = 0.17$  und  $h_{R,\delta_1} = 0.53$ . Die DNS-Profile sind in diesem Bereich demnach nochmals instabiler als die analytisch berechneten Profile. Eine genauere Betrachtung der Grundströmungsprofile in Abbildung 5.13 kann Anhaltspunkte für die starke Instabilität in der DNS geben. Die vorderen Profile bei  $x \approx 4$  sind den analytischen Profilen nach Gleichung (3.2) in Abbildung 3.1 auf Seite 36 noch sehr ähnlich. Etwas weiter stromab ( $x \approx 4.1$ ) nimmt die negative Scherung an der Wand stark ab und die Rückströmung in unmittelbarer Wandnähe verschwindet stellenweise ganz. Über diesem Bereich mit schwacher Scherung liegt eine Schicht mit negativer Scherung. Oberhalb des Bereiches mit der stärksten Rückströmung schließt sich dann die abgelöste Scherschicht mit starker positiver Scherung an. In solchen Grundströmungsprofilen liegt nicht nur in der abgelösten Scherschicht oberhalb des Rückströmgebietes ein Wendepunkt, sondern auch die wandnahe Scherschicht mit negativer Scherung ist wendepunktbehaftet. Dies stellt einen wesentlichen Unterschied zu den analytischen Profilen dar, die der theoretischen Untersuchung in Kapitel 3 zugrunde liegen. Die maximale Rückströmung in der Ablöseblase nimmt bis  $x = 4.3$  weiter zu. Die starke Rückströmung bei  $x \approx 4.2$  in Verbindung mit den zwei Wendepunkten führt vermutlich zu der deutlich schwächeren absoluten Dämpfung im Vergleich zur LST in diesem Bereich. Eine genaue Betrachtung zeigt insbesondere im wandnahen Bereich Unterschiede von einem Grundströmungsprofil zum jeweils nächsten, die die starken Schwankungen der Eigenwerte in Stromabrichtung erklären (Abbildung 5.14). Wie bei den absoluten Anfachungsraten treten solche starke Schwankungen auch bei der Wellenzahl  $\alpha_{0,r}$  (Abb. 5.14a) und  $\alpha_{0,i}$  (b) sowie bei der Frequenz  $\beta_{0,r}$  (c) bei der im hinteren Teil dominierenden Mode auf.

Während im Intervall  $\mathbf{A}_{+10}$  nur zu Beginn die möglicherweise auf absolute Instabilität hinweisenden, stromauflaufenden Moden deutlich zu beobachten sind (Abb. 5.12b,  $t < 873 T_{s2}$ ,  $x \approx 4$ ), treten sie während des gesamten Intervalles  $\mathbf{A}$  auf. Im Intervall  $\mathbf{A}$  konnten mit der LST zwar keine absoluten Anfachungsraten für die Grundströmungsprofile aus der DNS ermittelt werden, es kann aber eine Stabilitätsabschätzung über die Parameter  $u_r$ ,  $h_{R,\delta_1}$  und  $Re_{\delta_1}$  erfolgen. Bei der Reynoldszahl  $Re_{\delta_1} = 6430$  beträgt die Rückströmung  $u_r = 0.33$  (!) bei einer Höhe des Rückströmgebietes von  $h_{R,\delta_1} = 0.43$ . Die Rückströmung ist also noch stärker, als in Abbildung 3.9 auf Seite 46 und entsprechend sind noch größere Anfachungsraten zu erwarten als nach Abbildung 3.9d. Da die analytischen Profile schon bei 30% Rückströmung sowohl bei  $h_{R,\delta_1} = 0.4$  als auch bei  $h_{R,\delta_1} = 0.45$  absolut instabil werden (Abb. 3.9d), weist diese Abschätzung deutlich auf eine absolute Instabilität in der DNS hin, insbesondere wenn man berücksichtigt, dass die Grundströmungsprofile in der DNS im Intervall  $\mathbf{A}$  wie im Intervall  $\mathbf{A}_{+10}$  mehrere Wendepunkte aufweisen und somit möglicherweise nochmals instabiler sind als die analytisch bestimmten Profile.

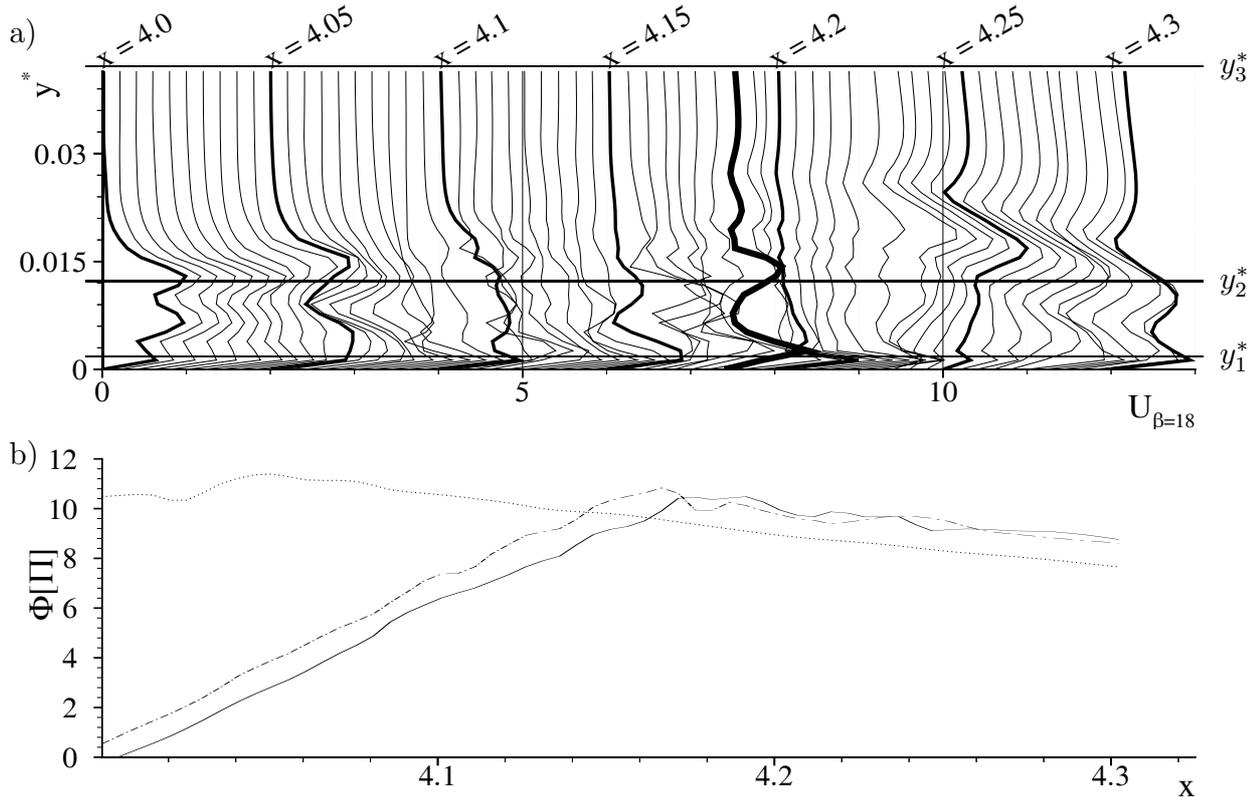
Der Vergleich der Frequenzen in der DNS mit den Frequenzen der absoluten Moden nach der LST liefert einen weiteren Beleg, dass die zeitlich wachsenden Moden in der DNS auf eine absolute Instabilität zurückzuführen sind. Im Bereich der größten absoluten Anfachungsraten  $\beta_{0,i}$  im Intervall  $\mathbf{A}_{+10}$  ( $x \approx 4.2$ ) betragen die entsprechenden Frequenzen, die sich für die DNS-Grundströmungsprofile ergeben, nach der LST  $\beta_{0,r} = 15 \dots 25$  (Abb. 5.14c, dicke Linie) und liegen somit deutlich niedriger als die Frequenzen der am stärksten konvektiv angefachten TS-Wellen ( $\beta \approx 40$ ). Tatsächlich liegt der auf zeitliches Störungswachstum in der Ablöseblase zurückzuführende Amplitudensprung im Frequenzspektrum in der DNS ebenfalls bei diesen relativ niedrigen Frequenzen (Abb. 5.10b).

Die in Abbildung 5.14 im vorderen Teil der Ablöseblase identifizierten Moden mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit weisen wesentlich kleinere zeitliche Anfachungsraten auf und sind demnach stark absolut gedämpft (Teilbild d, dünne Linie). Die schwächste Dämpfung tritt für diese Mode bei  $x \approx 3.98$  auf. Die Grundströmungsprofile in diesem Bereich entsprechen relativ gut den in Kapitel 3 untersuchten analytischen Profilen. Dementsprechend kann die absolute Anfachungsrate auch aus dem Stabilitätsdiagramm 3.6d vergleichsweise genau bestimmt werden. Mit einer Rückströmung von  $u_r = 0.1$ , der Höhe des Rückströmgebietes von  $h_{R,\delta_1} = 0.6$  und der Reynoldszahl  $Re_{\delta_1} = 6750$  ergibt sich für die analytischen Profile  $\beta_{0,i}\delta_1 = -0.12$ . Führt man die absolute Anfachungsrate  $\beta_{i,0} \approx -9$  in der DNS mit der Geschwindigkeit am Grenzschichttrand von  $u_e = 1.71$  wiederum in die lokale Normierung über, so ergibt sich  $\beta_{0,i}\delta_1 = -0.14$  und damit eine Abweichung von dem analytischen Profil von nur  $-0.02$  gegenüber  $+0.08$  im Bereich mit mehreren Wendepunkten.

Diese Mode hat wegen ihrer starken Dämpfung jedoch keinen Einfluss auf die Störungsentwicklung. Trotzdem ist interessant, dass, wie schon bei der Untersuchung der analytischen Profile in Kapitel 3, auch hier im Bereich von  $x \approx 4.15$  bis  $4.18$  gleichzeitig auftretende Moden mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit gefunden wurden.

Die Störprofile für  $\beta = 18$  (Abb. 5.15a) in der DNS ändern sich in Stromabrichtung sehr stark, teilweise auch sprunghaft. Die Störprofile sind für die gleichen Stromabpositionen aufgetragen wie die Grundströmungsprofile in Abbildung 5.13 ( $4.0 < x < 4.3$ ,  $\Delta x = 0.05$ ), wobei die einzelnen Profile um  $\Delta u = 0.2$  verschoben sind.

Bei der Interpretation der Profile ist die Phasenentwicklung über  $x$  (Bildteil b) sehr hilfreich. Sie ist in drei festen Wandabständen aufgetragen. Die durchgezogene Linie ( $y_1^* = 0.0026$ ) liegt sehr nahe an der Wand. Die strich-punktierte Linie ( $y_2^* = 0.012$ ) schneidet die Ablöseblase etwas unterhalb der größten Höhe des Rezirkulationsgebietes ( $y^* \approx 0.016$ ). Schließlich zeigt die punktierte Linie die Phasenentwicklung weit außerhalb der Ablöseblase ( $y_3^* = 0.041$ ). Stromablaufende Störungen haben eine über  $x$  abnehmende Phase, bei stromauflaufenden Wellen nimmt die Phase über  $x$  zu. Die Phase an den zwei wandnäheren Positionen nimmt bis  $x \approx 4.17$  zu. In diesem Bereich laufen die Störungen der Frequenz



**Abb. 5.15:** Fall **s2**: Störprofile mit der Frequenz  $\beta = 18$  im Zeitintervall stromauf laufender Störungen.

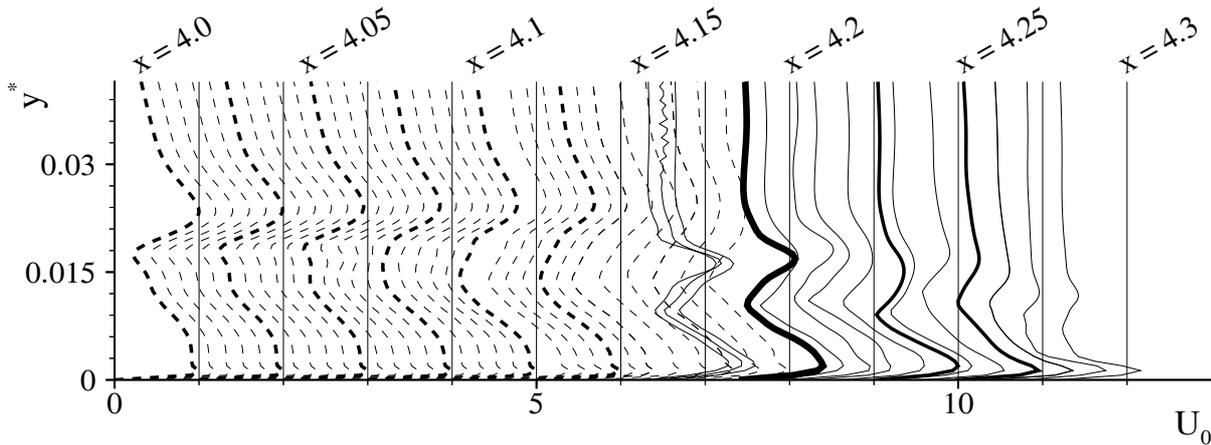
a) Amplitude bei  $4.0 < x < 4.3$  mit  $\Delta x = 0.005$ . Einzelne Profile um  $\Delta u = 0.2$  verschoben.

b) Phase über  $x$  in drei Wandabständen:  $y_1^* = 0.0026$  (durchgezogen),  $y_2^* = 0.012$  (strich-punktiert) und  $y_3^* = 0.041$  (punktiert).

$\beta = 18$  in Stromaufrichtung. Erst bei  $x > 4.2$  nimmt die Phase einheitlich ab und konvektive Störwellen dominieren demnach.

Der Übergangsbereich von stromauflaufenden Wellen zu konvektiven Störwellen ( $4.15 < x < 4.2$ ) ist durch besonders starke Veränderungen der Störprofile geprägt. Von diesem Bereich gehen somit die stromauflaufenden Störungen aus (auch wenn die größten absoluten Anfachungsraten nach der LST erst bei  $4.2 < x < 4.24$  auftreten). Stromab von  $x = 4.2$  ist die Phase an den beiden wandnäheren Positionen  $y_1^*$  (durchgezogen) und  $y_2^*$  (strich-punktiert) ähnlich. Beide Positionen liegen im Wandmaximum des Profils, das insbesondere an den am weitesten stromab gelegenen Positionen zwei Teilmaxima aufweist (Teilbild a,  $x = 4.3$ ). Der Phasenverlauf an der wandfernsten Position  $y_3^*$  (punktiert) ist in diesem Bereich um  $\pi$  gegenüber den beiden anderen Positionen verschoben. Das Profil hat einen Nulldurchgang und der wandferne Bereich schwingt gegenphasig zum Wandmaximum (typisch für TS-Wellen).

Stromauf von  $x = 4.15$  sind die Phasenverläufe bei  $y_1^*$  (durchgezogen) und  $y_2^*$  (strich-



**Abb. 5.16:** Stabilitätsanalyse im Fall **s2**:  $u$ -Eigenfunktionen mit singulären Eigenwerten nach der LST. Fußpunkt auf  $u$ -Achse:  $\Delta U = 40 \cdot (x - 4)$ . Typische Mode im vorderen Teil der Ablöseblase (strichliert) und hinteren Teil der Ablöseblase (durchgezogen).

punktiert) um  $\pi$  verschoben, verlaufen ansonsten aber einheitlich. Zwischen diesen beiden Wandabständen liegt in den Profilen also ein Nulldurchgang und die beiden Positionen liegen in gegenphasigen Amplitudenmaxima. Allerdings könnten auch Wirbel, die in der Ablöseblase durch die Rückströmung stromauf transportiert werden, einen solchen Phasenverlauf aufweisen. In der äußeren Position (punktiert) weicht die Entwicklung der Phase bei  $x < 4.2$  deutlich von den wandnäheren Positionen ab. Die Phase ändert sich dort wesentlich schwächer als näher an der Wand. Zwischen  $x = 4$  und  $x = 4.08$  schwankt sie unterschiedlich stark um einen konstanten Wert. Konstante Phasenlage über  $x$  charakterisiert Schallstörungen. Der wellige Phasenverlauf ist auf die Überlagerung mit konvektiven Störwellen zurückzuführen, die ab  $x \approx 4.08$  den Phasenverlauf dominieren. In großem Wandabstand sind bei  $x \approx 4$  also schon die Schallstörungen zu erkennen, die im Intervall **A** den gesamten Bereich stromauf der Ablöseblase dominieren (siehe beispielsweise horizontale Linien in Abb. 5.12a,  $t = 860T_{s2} \dots 870T_{s2}$ ).

In Abbildung 5.16 sind die Eigenfunktionen der Moden mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit nach der LST aufgetragen. Sie sind analog zu Abbildung 5.15 im Bereich  $x = 4.0$  bis  $4.3$ , über der  $u$ -Achse aufgetragen, allerdings nicht mit konstantem Inkrement  $\Delta x$  weil mit der LST nicht überall eine Mode mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit identifiziert werden konnte. Eigenfunktionen, die der im vorderen Teil der Ablöseblase dominierenden Mode zuzuordnen sind, sind strichliert dargestellt, solche der im hinteren Teil dominierenden Mode durchgezogen. Im Bereich, in dem beide Moden gefunden wurden, sind beide Eigenfunktionen eingetragen.

Interessant ist der Vergleich zwischen der DNS und den absoluten Moden nach der LST vor allem in dem  $x$ -Bereich, in dem die Störungen in der DNS am Ort verbleiben (konstan-

te Phasenlage,  $4.15 < x < 4.2$ ). Dies entspricht verschwindender Gruppengeschwindigkeit in der LST und ein aussagekräftiger Vergleich mit den entsprechenden LST-Profilen ist nur dort möglich. Sowohl für die DNS (Abb. 5.15a) als auch für die LST (Abb. 5.16) ist ein Profil in diesem Stromabbereich durch eine besonders dicke Linie hervorgehoben. Diese beiden Profile zeigen starke Übereinstimmungen. In der LST gleichen die Eigenfunktionen im Bereich  $4.15 < x < 4.2$  der hervorgehobenen Eigenfunktion. In der DNS variieren die Störprofile in diesem Bereich dagegen sehr stark. Dies ist zwar leicht zu erklären, da in diesem Bereich einerseits zeitlich wachsende Störungen vorhanden sind, andererseits werden hier sowohl konvektive TS-Wellen wie auch stromauflaufende Störungen generiert und überlagern sich gegenseitig. Daher kann auch die gute Übereinstimmung der hervorgehobenen Profile in der DNS und der LST eine absolute Instabilität nicht endgültig belegen. Sie ist jedoch ein weiteres Indiz dafür, dass das zeitliche Störungswachstum in der DNS vermutlich auf eine absolute Instabilität der Grenzschicht zurückzuführen ist.

### 5.3 Bewertung der selbsterregten Instabilitäten

Die Simulation **s2** wurde bei extrem niedriger Anfangsamplitude der Störungen durchgeführt, die in der Natur nicht erreichbar sind. Somit sind die Erkenntnisse nur schwer auf Experimente zu übertragen. Die DNS können jedoch bei der Lösung der Frage helfen, warum für Potentialgeschwindigkeitsverteilungen mit starkem Druckanstieg oftmals keine Lösung der stationären Navier-Stokes-Gleichungen ermittelt werden kann. In früheren Arbeiten wurde dies auf konvektive TS-Instabilitäten zurückgeführt, die zu einem instationären Strömungsfeld im Wiederanlegebereich und stromab der Ablöseblase führen (z.B. Gruber [21], Rist [58]). Auch wenn noch nicht alle Vorgänge im Einzelnen verstanden sind, so belegen die in der vorliegenden Arbeit gezeigten DNS dennoch eine über rein konvektive Instabilitäten hinausgehende, komplexe Wechselwirkung verschiedener Instabilitätsmechanismen.

Dabei wurden zwei Frequenzbänder beobachtet. Das periodische, niederfrequente Pulsieren der Ablöseblase ist durch hochfrequente Störungen überlagert, deren Amplitude während des niederfrequenten Zyklus stark schwankt. Während die hochfrequenten Störungen auf TS-Instabilitäten zurückgeführt werden können, konnte die Ursache des niederfrequenten Pulsierens der Ablöseblase noch nicht abschließend geklärt werden. Allerdings konnten mehrere Mechanismen gezeigt werden, die am niederfrequenten Pulsieren beteiligt sind.

Der erste Mechanismus stellt eine Rückkoppelung von TS-Wellen im Wiederanlegebereich auf die Generierung von TS-Wellen stromauf der Ablöseblase dar. Es zeigte sich, dass die TS-Wellen in Phasen, in denen sie im Wiederanlegebereich eine große Amplitu-

de haben ( $\approx 1\%$ ), Druckstörungen stromauf der Ablöseblase verursachen. Während diese Druckstörungen auftreten ist wiederum die Anfangsamplitude der TS-Wellen vor der Ablöseblase größer, als in Phasen, in denen die TS-Amplitude in der gesamten Grenzschicht klein ist. Dies belegt eine Rückkoppelung von TS-Wellen großer Amplitude im Wiederanlegebereich auf die Anfangsamplitude stromauf der Ablöseblase über einen Rezeptivitätsmechanismus. Es konnte bisher nicht zweifelsfrei geklärt werden, ob die Rezeptivität hierbei im Bereich starker Gradienten  $\frac{\partial}{\partial x}$  des gemittelten Strömungsfeldes innerhalb des Integrationsgebietes wirksam ist, oder ob die Störungen am Einströmrand einkoppeln. Anhand des Falles **s2** ist zu diesem Punkt eine klare Aussage kaum zu erbringen, da teilweise schon nahe am Einströmrand starke Gradienten  $\frac{\partial}{\partial x}$  auftreten. Die Analyse des Falles **s1** hat dagegen einen Rezeptivitätsmechanismus der Grenzschicht belegt (die unzureichende Iteration der  $v$ -Poissongleichung führte dabei zu einem stärkeren Stromaufeinfluss durch Druckschwankungen als im Fall **s2**). Der Einfluss des Einströmrandes ist im Fall **s1** demgegenüber vernachlässigbar. Da im Fall **s2** die gleichen Randbedingungen wie im Fall **s1** verwendet wurden, ist diese Aussage vermutlich auch auf den Fall **s2** übertragbar, so dass auch dort eine (physikalische) Rezeptivität der Grenzschicht und nicht eine (numerische) Rezeptivität des Einströmrandes die Hauptrolle bei der Generierung von TS-Wellen spielen dürfte.

Als zweiter Mechanismus ergab sich eine starke Wechselwirkung zwischen der TS-Amplitude und der Größe der Ablöseblase. Werner [73] zeigt in einer DNS mit gegenüber den Fällen **s1** und **s2** reduziertem Druckanstieg, dass dieser Mechanismus auch ohne phasenweises Auftreten einer absoluten Instabilität zum Pulsieren der Ablöseblase führen kann. Er erzwingt eine TS-Welle mit gleichbleibender sehr kleiner Amplitude durch periodisches Ausblasen und Absaugen in einem Störstreifen vor der Ablöseblase. Die Amplitude ist dabei so gewählt, dass sie in jeder Phase so groß ist, dass durch Rezeptivität generierte TS-Wellen keinen Einfluss haben. Das Pulsieren der Ablöseblase kommt dadurch zustande, dass sich die aus der Veränderung der Größe der Ablöseblase resultierende Veränderung der Störungsanfachung erst zeitverzögert auf die TS-Amplitude auswirkt, wenn die TS-Wellen das Gebiet veränderter Instabilität durchlaufen haben. Wiederum erst im Anschluss daran ergibt sich ein Einfluss der veränderten TS-Amplitude auf die Größe der Ablöseblase. Bei wachsender Ablöseblase nimmt die TS-Anfachung zu. Dennoch wächst die Ablöseblase noch weiter, bis die TS-Wellen die Ablöseblase durchlaufen haben und durch die Zunahme der TS-Amplitude die Verkleinerung der Ablöseblase und eine Abnahme der davon abhängigen Anfachungsraten beginnt. Die Abnahme der TS-Amplitude tritt dann wiederum zeitverzögert ein, so dass die Größe der Ablöseblase noch weiter abnimmt, bis sich schließlich auch die TS-Amplitude im Wiederanlegebereich reduziert. Erst dann setzt wieder ein Wachstum der Ablöseblase ein, wobei sich die wieder zunehmenden Anfachungsraten erneut erst zeitverzögert auswir-

ken.

Im Fall **s2** zeigt sich jedoch ein nochmals komplizierteres Szenario, bei dem als dritter Mechanismus zeitliches Störungswachstum beteiligt ist. Dabei reichen die konvektiven Anfachungsraten, selbst wenn die Ablöseblase sehr groß geworden ist, noch nicht aus, um so große TS-Amplituden zu generieren, dass diese einen dämpfenden Einfluss auf die Ablöseblase haben. Bevor dieser Zustand erreicht ist, setzt zeitliches Störungswachstum im Wiederanlegebereich ein. Dadurch wächst die Amplitude der TS-Wellen zeitlich so weit an, bis sie schließlich ausreicht, um eine Abnahme der Größe der Ablöseblase einzuleiten. Gleichzeitig setzt eine Stromaufwirkung durch schallartige Störungen ein, die wiederum über einen Rezeptivitätsmechanismus die Anfangsamplitude der konvektiven TS-Wellen beeinflussen können (erster Mechanismus). Zudem wird die Auswirkung zunehmender Anfachungsraten auf die TS-Amplitude um den Zeitraum, den das zeitliche Störungswachstum benötigt, weiter verzögert, so dass auch der zweite Mechanismus durch das phasenweise Auftreten zeitlicher Instabilitäten nicht verhindert sondern eher gefördert wird.

Intensive Vergleiche der DNS-Ergebnisse mit der LST zeigen, dass das zeitliche Störungswachstum mit großer Wahrscheinlichkeit eine absolute TS-Instabilität darstellt. Damit kann erstmals gezeigt werden, dass absolute Instabilitäten in Ablöseblasen auftreten können, die nicht durch die Wandkontur (z.B. zurückspringende Stufe) sondern durch einen der Grenzschicht aufgeprägten Druckanstieg hervorgerufen werden.

Werner [73] beobachtet beim Übergang von der laminaren Phase zu der Phase mit TS-Wellen in einer DNS das Auftreten besonders starker Wirbel, die durch die Abspaltung des hinteren Teils der Ablöseblase entstehen und die er als „Einzelereignisse“ einführt. Das Abgehen solcher Wirbel ist mit einer plötzlichen Druckänderung im gesamten Integrationsgebiet verbunden, so dass sich das Strömungsfeld auch vor der Ablöseblase plötzlich ändert. Die Ursache der Abspaltung eines Teiles der Ablöseblase könnte eine Instabilität sein, die sich aus der Wechselwirkung der Ablöseblase mit der Potentialströmung ergibt. Eine solche Instabilität wurde erstmals von Gaster [15] vorgeschlagen und als globale Instabilität bezeichnet. Mit zunehmender Rückströmgeschwindigkeit im stromab gelegenen Teil der Ablöseblase ergibt sich eine starke stromauf gerichtete Wandschubspannung. Umgekehrt wirkt also eine starke stromab gerichtete Kraft auf den (zeitlich gemittelten) Wirbel im stromabgelegenen Teil der Ablöseblase. Diese Kraft könnte schließlich so stark werden, dass sich dieser Wirbel von der Ablöseblase trennt und diese somit schlagartig kleiner wird, was die plötzliche Änderung der Druckverteilung auch stromauf der Ablöseblase erklären würde. Da Werner diesen DNS-Fall nicht auf absolute Instabilität untersucht hat, ist nicht ausgeschlossen, dass sich die von ihm als Einzelereignisse eingeführten Wirbel als Folge einer absoluten Instabilität nach dem Erreichen großer Amplituden ergeben. Unabhängig von der Ursache der Einzelereignisse zeigt sich, dass neben den im ersten Mechanismus ge-

schilderten oszillierenden Schallstörungen infolge instationärer Störwellen mit großer Amplitude, vom Wiederanlegebereich auch einmalige Druckänderungen ausgehen können. Eine solche Druckänderung könnte über einen Rezeptivitätsmechanismus vor der Ablöseblase ein Wellenpaket generieren, das sich aus TS-Wellen unterschiedlicher Frequenz und Amplitude zusammensetzt.

Die zuletzt genannten Mechanismen einer absoluten TS-Instabilität (zeitliches Anwachsen einer instationären Störmode) sowie einer möglichen globalen Instabilität des zeitlich gemittelten Strömungsfeldes (plötzlich auftretende Instationarität in einem zuvor nicht oszillierenden Strömungsfeld) treten bei beliebig kleinen Anfangsstörungen auf. Somit kann selbst bei einer weiteren Reduzierung der numerischen Abbruchfehler bei den im Fall **s2** gewählten Randbedingungen keine stationäre Lösung erzielt werden. Selbst von einer weiteren Reduzierung der Abbruchfehler ist kein entscheidender Einfluss auf die Ergebnisse zu erwarten, im ungünstigsten Fall verlängert sich lediglich die Zeitspanne vom Einsetzen einer absoluten Instabilität bis zum Erreichen großer Amplituden.

# Kapitel 6

## Zeitliche sekundäre Instabilität

In den nun folgenden zwei Kapiteln wird der Einfluss der einsetzenden Turbulenz auf laminare Ablöseblasen, wie sie in der Praxis auftreten, untersucht. Der Druckanstieg, der dabei der Grenzschicht aufgeprägt wird, ist wesentlich stärker als in den 2-D-Untersuchungen im letzten Kapitel. Wenn auch bei diesem stärkeren Druckanstieg keine Störwellen in der Grenzschicht gezielt angeregt werden, dann treten die im letzten Kapitel geschilderten Effekte (absolute Instabilitäten und wechselweises Wachstum und Zerfall der Ablöseblase) mit viel stärkerer Intensität und nochmals komplexeren Wechselwirkungen auf, die in der Regel zu numerischen Instabilitäten bei der Durchführung der DNS führen. Da sich dieses instationäre Verhalten der Grundströmung in den meisten realen Ablöseblasen nicht wiederfindet, wird diesen Phänomenen in den nun folgenden Kapiteln keine weitere Aufmerksamkeit geschenkt. In der Praxis beobachtet man beispielsweise durch Visualisierung in Rußanstrichbildern, die gegenüber hochfrequent instationären Vorgängen (z. B. TS-Wellen) zu träge sind und daher die Grundströmung wiedergeben, meist eine nahezu stationäre und zweidimensionale Ablöseblase. In detaillierteren Untersuchungen (z. B. Hitzdrahtmessungen) zeigen sich im hinteren Teil und stromab der Ablöseblase jedoch hochfrequente Störungen mit großer Amplitude, bei denen es sich nach den Untersuchungen von Würz [77] um TS-Wellen und weitere von ihnen nichtlinear generierte, höherharmonische Störungsanteile handelt.

Um derartige Ablöseblasen in DNS zu untersuchen, muss einerseits eine im zeitlichen Mittel stationäre Ablöseblase (kein niederfrequentes Wachsen und Schrumpfen der Ablöseblase) erreicht werden, andererseits müssen TS-Wellen mit großer Amplitude im hinteren Teil der Ablöseblase vorhanden sein. Beides kann erreicht werden, indem periodische Störwellen stromauf der Ablöseblase in die Grenzschicht eingebracht werden. Wenn deren Amplitude groß genug ist, dann wird die Grundströmung schließlich stationär und ist durch hochfrequente Störwellen überlagert. Das Strömungsfeld wird bis in die späten Stadien des

Transitionsprozesses zeitlich periodisch und ist besonders geeignet zur gezielten Untersuchung einzelner, am laminar-turbulenten Strömungsumschlag beteiligter Mechanismen. Sobald sich der periodische Zustand in der DNS einstellt, ist die Analyse einer (oder weniger) Perioden der eingebrachten Störwellen ausreichend. Sehr umfassende Aussagen sind daher schon in DNS möglich, die nur einen relativ kurzen Zeitabschnitt umfassen. Dieser Punkt ist besonders wichtig, da zur Untersuchung der späteren Stadien des Grenzschichtumschlages sehr hoch aufgelöste Rechengitter erforderlich werden, bei denen aus Rechenzeitgründen nur kurze Zeitabschnitte simuliert werden können. Die (nahezu) stationäre Grundströmung ermöglicht zudem aussagekräftige Vergleiche mit den unterschiedlichen Stabilitätstheorien.

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit den frühen Stadien des Grenzschichtumschlages in großen laminaren Ablöseblasen mit relativ starker Rückströmung, die sich durch besonders starke Instabilitäten auszeichnen. Im Mittelpunkt stehen dabei sekundäre Instabilitäten. Damit werden die Arbeiten von Rist [58] und Rist *et al.* [59, 60] weitergeführt, die entsprechende Untersuchungen in Ablöseblasen mit einem schwächeren Druckanstieg durchgeführt haben.

Rist [58] untersucht sekundäre Instabilitätsmechanismen in laminaren Ablöseblasen, indem er neben einer periodischen 2-D TS-Welle entweder 3-D-Wellen mit zur 2-D-Welle subharmonischer (halbe Frequenz) oder fundamentaler Frequenz (gleiche Frequenz) stromauf der Ablöseblase einbringt. Die Anfangsamplitude der 3-D-Wellen ist dabei deutlich niedriger als die Anfangsamplitude der 2-D-Welle, um sekundäre Instabilitäten zu ermöglichen. Sekundäre Instabilität kann durch die Wechselwirkung mit der 2-D-Welle zum Wachstum von 3-D-Moden auf so große Amplituden führen, dass schließlich komplexe nichtlineare Interaktionen zum Grenzschichtumschlag führen. Rist untersucht zwei Ablöseblasen. Im ersten Fall beträgt die auf die Verdrängungsdicke an der Ablösestelle bezogene Reynoldszahl  $Re_{\delta_{1,a}}$  ungefähr 1200, im anderen Fall  $Re_{\delta_{1,a}}$  etwa 2700. Eine Blasiusgrenzschicht wird in einem begrenzten Stromabbereich um insgesamt 9% so verzögert, dass keine Unstetigkeiten im Geschwindigkeitsverlauf entstehen (stetig bis zur zweiten Ableitung  $\partial^n u_e / \partial x^n$  mit  $n = 2$ ). Im Bereich des daraus resultierenden Druckanstiegs bildet sich eine Ablöseblase. Stromauf und stromab der Ablöseblase ist die Geschwindigkeit am Grenzschichtrand  $u_e$  konstant.

Bei der kleineren Reynoldszahl  $Re_{\delta_{1,a}} = 1200$  fanden Rist *et al.* bei passend gewählter Frequenz und Querwellenzahl der 3-D-Welle sekundäre Instabilität durch subharmonische Resonanz und konnten diese Beobachtung durch Vergleiche mit der Sekundären Stabilitätstheorie belegen. Da die TS-Anfachungsraten in Ablöseblasen auch für 3-D-Wellen sehr groß sind, die sekundären Anfachungsraten jedoch nicht in dem gleichen Maß gegenüber einer Grenzschicht ohne Ablöseblase zunehmen, sind die sekundären Anfachungsraten kaum größer als die TS-Anfachung einer Welle mit der gleichen Querwellenzahl. Bei der genannten Reynoldszahl fanden Rist *et al.* auch Indizien für fundamentale Sekundärinstabilität. Hierbei

liegen die sekundären Anfachungsraten jedoch nochmals näher bei den TS-Anfachungsraten als im subharmonischen Fall, so dass sekundäre Instabilitätsmechanismen nach den Untersuchungen von Rist *et al.* im Gegensatz zu anliegenden Grenzschichten eine eher unbedeutende Rolle spielen. Rist zeigt weiterhin, dass nichtlineare Wechselwirkungen zwischen schwach schräglaufenden, dreidimensionalen TS-Wellen (schräger Umschlagstyp, engl. *oblique breakdown*) in solchen Ablöseblasen maßgeblich am laminar-turbulenten Grenzschichtumschlag beteiligt sind und diesen prägen.

Stromab der Ablöseblase fanden Rist *et al.* trotz der auch dort vorhandenen großen 2-D-Amplitude nur noch eine stark reduzierte Anfachung durch sekundäre Instabilität. Die 3-D-Störungen werden dort überwiegend durch die stark nichtlinearen 2-D-Wellen mitkonvektiert und verlieren ihren wellenartigen Charakter. Wird die 3-D-Amplitude im Störstreifen klein genug gewählt, so bleibt deren Amplitude, trotz der vorübergehenden starken sekundären Anfachung in der Ablöseblase, auch stromab der Blase im linearen Bereich ( $< 1\%$ ). 3-D-Wellen haben dann nur einen vernachlässigbaren Einfluss auf das 2-D-Strömungsfeld und es tritt kein Grenzschichtumschlag in feine, dreidimensionale Strukturen ein, sondern großskalige 2-D-Wirbel prägen den Nachlauf der Ablöseblase.

Rist [58] führt analoge Untersuchungen in der lokal verzögerten Blasiusgrenzschicht auch bei einer deutlich größeren Reynoldszahl  $Re_{\delta_{1,a}} \approx 2700$  durch. In diesem Fall sind die Hinweise auf eine mögliche fundamentale Sekundärinstabilität nochmals schwächer als bei der kleineren Reynoldszahl, ansonsten sind die für die kleinere Reynoldszahl getroffenen Aussagen auf die größere Reynoldszahl übertragbar.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden Untersuchungen bei einer ähnlichen Reynoldszahl wie in der zuletzt genannten Arbeit von Rist durchgeführt ( $Re_{\delta_{1,a}} \approx 2500$ ). Es wird jedoch eine Geschwindigkeitsverteilung am Grenzschichtrand vorgeschrieben, die typisch für einen Segelflugzeug-Laminarflügel ist. Die physikalischen Randbedingungen entsprechen einem Experiment im Windkanal des Institutes (Würz [77], Würz *et al.* [76]). Ein Segment eines speziell für die Messung transitioneller Grenzschichten ausgelegten Tragflügels (XIS40MOD, siehe Würz [77]) wurde bei einer auf die Profiltiefe bezogenen Reynoldszahl (*chord Reynolds-number*) von  $Re_c = 1.2 \cdot 10^6$  vermessen. Die Profiltiefe beträgt dabei  $\hat{c} = 0.615\text{m}$ , die Anströmgeschwindigkeit des Kanals  $\hat{U}_\infty = 29.3\frac{\text{m}}{\text{s}}$ . In den DNS wurde die Referenzlänge  $\hat{L}$  zu  $6.15\text{cm}$  gewählt. Somit beträgt die Reynoldszahl  $Re = 1.2 \cdot 10^5$ . Die Position  $x = 10$  entspricht  $100\%$  Profiltiefe. Es wird ein Rechengitter mit 2754 Gitterpunkten in  $x$ - und 193 Punkten in  $y$ -Richtung verwendet. Die jeweiligen Schrittweiten betragen  $\Delta x = 0.001875$  und  $\Delta y = 0.3103$ . Eine typische TS-Wellenlänge ist damit mit 160 Gitterpunkten in  $x$  diskretisiert, eine Periode der erzwungenen TS-Welle mit 600 Zeitschritten.

Im Experiment wurden zwei charakteristische Geschwindigkeitsverteilungen am Grenzschichtrand bei konstantem Anstellwinkel gemessen. Bei der ersten befand sich eine laminare

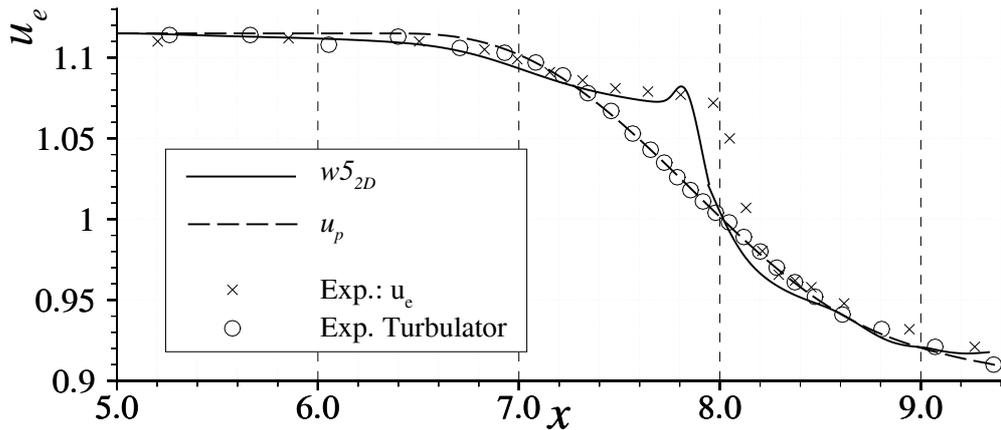


Abb. 6.1: Fall  $w5_{2D}$ : am oberen Rand vorgeschriebene Potentialverteilung  $u_p$  (strichliert) und Verteilung am Grenzschichttrand (durchgezogen) im Vergleich mit den Experimenten [77] mit Ablöseblase (x) und ohne Ablöseblase (o).

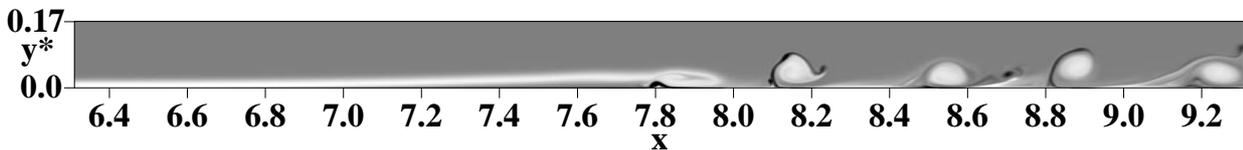


Abb. 6.2: Fall  $w5_{2D}$ : Momentanbild der Wirbelstärke: unverzerrte Darstellung der Ablöseblase und ihres Nachlaufs.

Ablöseblase auf der Oberseite des Profils (Abb 6.1, x). Im zweiten Fall (o) wurde Grenzschichtablösung verhindert, indem der Grenzschichtumschlag durch das Anbringen eines Turbulators (Noppenband) stromauf der ursprünglichen Ablösestelle erzwungen wurde.

Der Unterschied zwischen der „turbulenten“ Verteilung (ohne Ablöseblase) und der Verteilung mit Ablöseblase ist auf Verdrängungseffekte durch die Ablöseblase (Grenzschichtinteraktion) zurückzuführen. Die Verzögerung der Grenzschicht ist im Experiment und somit auch in den darauf beruhenden und hier mit  $w5_{2D}$  bezeichneten DNS mit ca 20% wesentlich stärker als in der modellierten Grenzschicht von Rist und Rist *et al.* . In den DNS wurde die „turbulente“ Verteilung aus dem Experiment vorgeschrieben (strichliert), da mit Hilfe des Grenzschichtinteraktionsmodelles Verdrängungseffekte durch die Grenzschicht berücksichtigt werden, so dass sich bei der Bildung der Ablöseblase in der DNS auch die entsprechende Geschwindigkeitsverteilung einstellen kann (durchgezogene Linie).

Wie in den DNS von Rist wird eine periodische 2-D-Welle stromauf der Ablöseblase in die Grenzschicht eingebracht, deren Amplitude sich im Wiederanlegebereich nichtlinear sättigt. Ihre Anfangsamplitude im Amplitudenmaximum des  $u$ -Störprofils beträgt ungefähr  $10^{-5}$ . Diese erzwungene 2-D-Welle wird so lange simuliert, bis sich im gesamten Integrationsgebiet ein periodischer Zustand einstellt. Abbildung 6.2 zeigt ein Momentanbild der Wirbelstärke dieses Zustands in unverzerrter Darstellung. Die Scherschicht (hell) hebt sich im Bereich um  $x \approx 7$  von der Wand. Die Amplitude der TS-Welle ist noch so klein, dass die

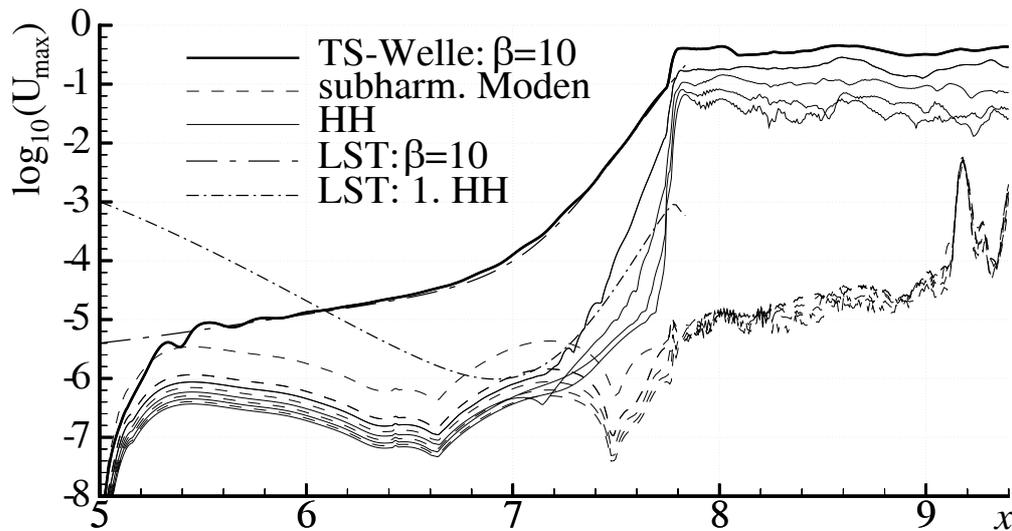


Abb. 6.3: Fall  $w5_{2D}$ : Anfachungskurven fundamentaler und subharmonischer 2-D-Moden.

dadurch entstehende abgelöste Scherschicht scheinbar stationär ist und durch die TS-Welle noch nicht wellig verformt ist. Erst im Bereich  $7.8 < x < 8$  ist die Scherschicht augenscheinlich verformt und rollt sich ein. Ein kleiner, momentan auftretender, im Gegenuhrzeigersinn rotierender Wirbel bei  $x \approx 7.8$  führt dazu, dass sich die eingerollte Scherschicht als starker Wirbel von der Ablöseblase trennt und stromab schwimmt. Dieser Vorgang erfolgt periodisch mit der Frequenz der stromauf der Ablöseblase erzwungenen TS-Welle und diese Frequenz beherrscht auch den Nachlauf der Ablöseblase.

Daher dominiert auch in den Anfachungskurven (Abb. 6.3) im gesamten Integrationsgebiet die stromauf der Ablöseblase angeregte TS-Welle (dicke Linie). Selbst stromab der Ablöseblase ( $x > 7.85$ ) bleibt die Amplitude aller Höherharmonischen (dünne Linien) deutlich kleiner als die Amplitude der TS-Welle. Wie schon mehrfach angesprochen, hat die Amplitude der TS-Welle und somit auch ihre Anfangsamplitude einen maßgeblichen Einfluss auf die Größe der Ablöseblase. Daher wird der Exponent der Anfangsamplitude jeweils in die Bezeichnung der einzelnen Simulationsläufe aufgenommen. Beim Fall  $w5_{2D}$  steht  $w5$  für eine 2-D-Welle mit der Anfangsamplitude von  $(10^{-5})$ . Der Index  $_{2D}$  weist darauf hin, dass es sich um eine 2-D-dominierte Simulation handelt und die 3-D-Moden im gesamten Integrationsgebiet eine so kleine Amplitude haben, dass sie das 2-D-Strömungsfeld nicht nennenswert beeinflussen. Die Amplitudenentwicklung der TS-Welle stimmt selbst in der Ablöseblase sehr gut mit dem Verlauf nach der linearen Stabilitätstheorie (lang strichpunktiert) überein. Dies belegt, dass es sich bei der 2-D-Welle um eine TS-Welle handelt. Erst wenn ihre Amplitude sehr groß wird, sind die Annahmen der LST verletzt und es ergeben sich Abweichungen ( $x > 7.75$ ). Die TS-Amplitude sättigt sich schließlich bei  $x \approx 7.8$ . Dabei wachsen die Höherharmonischen (HH, mehrfaches der TS-Frequenz, dünne Linien)

sehr schnell an. Das periodische Einrollen der abgelösten Scherschicht stellt demnach eine Überlagerung der TS-Welle und ihrer Höherharmonischen dar.

Die subharmonische Mode und ihre Höherharmonischen ( $3/2\beta_{TS}$ ,  $5/2\beta_{TS}$  . . . , strichliert) spielen nirgends eine wesentliche Rolle. Ihre Amplitude nimmt zwar ab  $x > 9$  teilweise wesentlich größere Werte an als weiter stromauf, es gibt aber keine Anzeichen, dass eine Wirbelverschmelzung stattfindet, wie Sie zum Beispiel von freien Scherschichten bekannt ist (vergl. z. B. Hipp-Kalthoff [29]), und die zu einer anhaltend sehr großen subharmonischen Amplitude führen würde.

Stromauf der Ablöseblase ist der Amplitudenverlauf der Höherharmonischen und der subharmonischen Mode sowie ihrer Harmonischen dominiert von niederfrequenten Fluktuationen der Grundströmung, die zu einer Verletzung der zeitlichen Periodizität bei der Fourieranalyse führen. Die Fourieranalyse liefert dann einen Beitrag zu allen Frequenzen, auch wenn keine Schwingungen mit dieser Frequenz vorhanden sind. Dies lässt sich an dem parallelen Verlauf der Kurven mit abnehmender Amplitude für zunehmende Frequenzen erkennen. Auf dieses Phänomen wird im Anhang A detailliert eingegangen. Dementsprechend weicht der Verlauf der 1. Höherharmonischen (1. HH, dünne Linie mit größter Amplitude) im Bereich vor der Ablöseblase vom entsprechenden Verlauf nach der LST (kurz strichpunktiert) ab. Ab  $x \approx 7.4$  übertrifft dann die Amplitude der nichtlinear von der TS-Welle generierten höherharmonischen Anteile die durch die verletzte Periodizität des Zeitsignales aufgrund der niederfrequenten Fluktuationen der Grundströmung verursachte Amplitude. Das nichtlineare Wachstum der 1. HH ist nun deutlich größer, als die durch die LST gekennzeichnete primäre Anfachung, so dass lineare Instabilität für die Frequenz der 1. HH ( $\beta = 20$ ) sowie aller weiteren HH nirgends eine Rolle spielt.

Anhand des Formparameterverlaufes (Abb. 6.4) kann ein grober Vergleich mit dem Experiment erfolgen. Der Formparameter ermöglicht eine vergleichsweise gute Abschätzung des Instabilitätsverhaltens einer Grenzschicht. Der Wert im Formparametermaximum ( $H_{12} \approx 7$ ) in der DNS (strichpunktiert) stimmt dabei recht gut mit dem Maximum im Experiment (+) überein. Auch wenn der Formparameteranstieg sowie der starke Abfall des Formparameters in der DNS weiter stromauf als im Experiment auftreten, die Ablöseblase insgesamt also etwas weiter stromauf liegt, kann dies als grober Anhaltspunkt gesehen werden, dass die Ablöseblasen in beiden Fällen ähnlich groß sind und ähnliche Stabilitätseigenschaften haben. Im Experiment weist der Formparameter stromab der Ablöseblase auf eine turbulente Grenzschicht hin ( $H_{12} \approx 1.6$ ). In der DNS haben die gesättigten TS-Wellen (Wirbel) zwar einen starken Einfluss auf die Grundströmung und der Formparameter fällt dementsprechend auf  $H_{12} \approx 2$ , er verbleibt aber erheblich über dem Wert der turbulenten Grenzschicht. Ein genaueres Abgleich der Bedingungen in der DNS mit dem Experiment ist nicht sinnvoll, da zur Untersuchung sekundärer Instabilitäten von 2-D-Wellen geprägte DNS durchgeführt

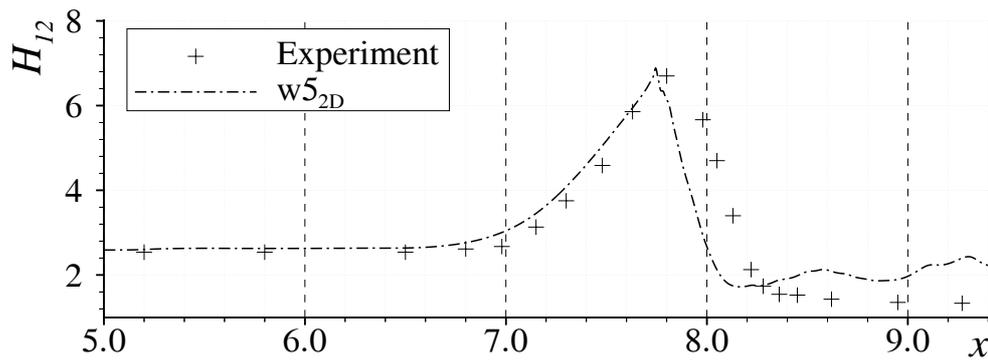


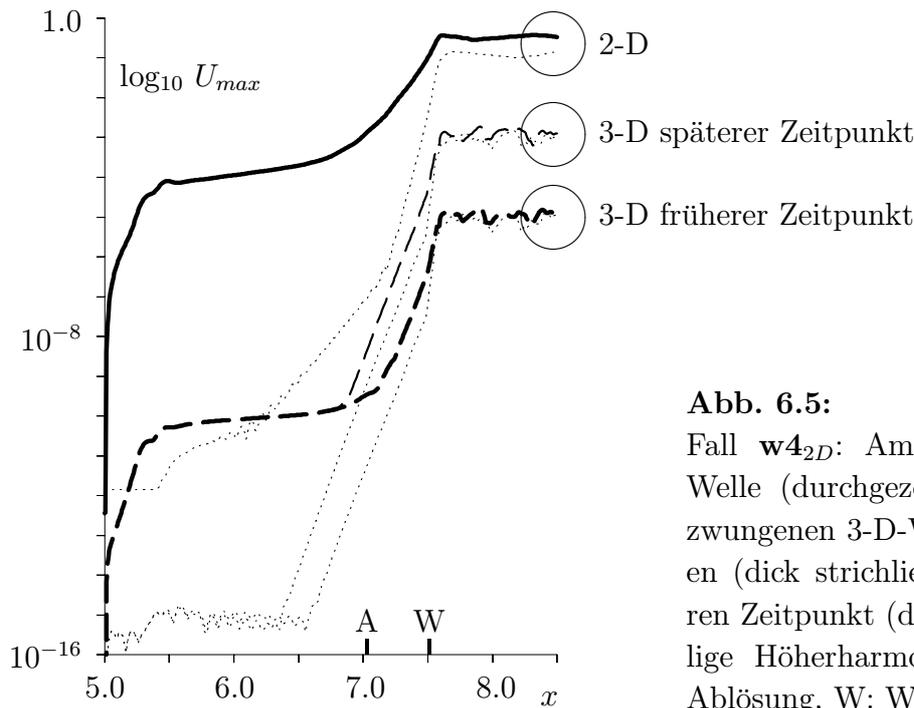
Abb. 6.4: Formparameter  $H_{12}$  im Fall  $w5_{2D}$  und im Experiment (+).

werden, bei denen, wie später gezeigt wird, keine 3-D-Moden mit großer Amplitude vorhanden sein dürfen. Somit entsteht in diesen DNS keine Turbulenz und die Grundströmung unterscheidet sich daher zwangsläufig vom Experiment.

## 6.1 Das Phänomen zeitlich wachsender 3-D-Moden

Nachdem sich ein periodischer 2-D-Zustand eingestellt hat, wird im Störstreifen an der Wand mit der zusätzlichen, periodischen Anregung einer 3-D-Welle mit sehr kleiner Amplitude begonnen. Die Amplitudenverläufe, die sich dann für die 2-D und 3-D-Welle einstellen, sind in Abbildung 6.5 als dicke durchgezogene bzw. strichlierte Linien für einen DNS Fall mit zehnfach größerer 2-D-Anfangsamplitude als im Fall  $w5_{2D}$  dargestellt (Fall  $w4_{2D}$  mit einer  $u$ -Anfangsamplitude von etwa  $10^{-4}$ ).

Die 3-D-Welle wächst zunächst durch primäre Anfachung ausgehend von einer  $u$ -Anfangsamplitude von  $10^{-10}$  nur relativ schwach. In der Ablöseblase wird das Wachstum der 3-D-Welle sehr stark, ehe es im Wiederanlegebereich zusammenbricht. Im Gegensatz zu den von Rist *et al.* untersuchten Fällen bei kleinerer Reynoldszahl wird das Verhalten der 3-D-Anteile im Strömungsfeld jedoch nur im Bereich stromauf der Ablöseblase periodisch und ändert sich schließlich mit fortschreitender Zeit nicht mehr, was auf konvektives Verhalten in diesem Bereich schließen lässt. In der Ablöseblase und insbesondere im Wiederanlegegebiet ist dagegen ein zuvor in laminaren Ablöseblasen nicht bekanntes Phänomen zu beobachten, das erstmals von Maucher *et al.* [41, 44, 45] vorgestellt wurde und in Abbildung 6.5 anhand des dünn strichliert eingetragenen Amplitudenverlaufes der 3-D-Welle zu einem späteren Zeitpunkt verdeutlicht wird. Obwohl sich die Amplitude der 3-D-Welle, die von stromauf in die Ablöseblase konvektiert wird, nicht ändert und auf die dick strichlierte Kurve für den früheren Zeitpunkt fällt, wächst die Amplitude der 3-D-Mode im Wiederanlegebereich ( $x \approx 7.5$ ) zeitlich immer weiter an. Vom Wiederanlegebereich aus werden diese 3-D-Moden dann weiter stromab konvektiert, wodurch die Amplitude auch im Nachlauf der Ablöse-

**Abb. 6.5:**

Fall  $w_{42D}$ : Amplitude der 2-D TS-Welle (durchgezogen) sowie einer erzwungenen 3-D-Welle zu einem früheren (dick strichliert) und einem späteren Zeitpunkt (dünn strichliert); jeweilige Höherharmonische punktiert. A: Ablösung, W: Wiederanlegen.

blase in gleichem Maße zunimmt wie im Wiederanlegebereich. Die nahezu gleichbleibende 3-D-Amplitude im Bereich stromab der Ablöseblase belegt weiterhin, dass, wie schon von Rist bei Ablöseblasen mit schwächerer Rückströmung beobachtet, sekundäre Instabilität stromab der Ablöseblase keine Rolle spielt. Vergleicht man den 3-D-Amplitudenverlauf für die zwei Zeitpunkte genauer, so erkennt man, dass er genau übereinstimmt und lediglich in der Amplitude verschoben ist. Wird die Simulation weiter fortgesetzt so führt das zeitliche Wachstum der 3-D-Moden schließlich zu einer sehr großen 3-D-Amplitude, die schließlich zum Grenzschichtumschlag und der Ausbildung einer turbulenten Grenzschicht stromab der Ablöseblase führt. Dieser Mechanismus wird im nächsten Kapitel beschrieben.

Jetzt wird jedoch zunächst die zeitliche Anfachung der 3-D-Moden untersucht, solange ihre Amplitude noch klein ist. Dazu wurden im Fall  $w_{52D}$  3-D-Störungen mit unterschiedlicher Querwellenzahl  $\gamma = \frac{2\pi}{\lambda_z}$ , wobei  $\lambda_z$  die Wellenlänge in Spannweitenrichtung kennzeichnet, durch die dreidimensionale, pulsartige Anregung mit verschiedenen Querwellenzahlen direkt in der Ablöseblase erzeugt und auf die Anregung von 3-D-Wellen stromauf der Ablöseblase verzichtet. So wird ein möglicher Einfluss von stromauf generierten 3-D-Wellen auf den Mechanismus zeitlichen Störungswachstums ausgeschlossen. Schon nach kurzer Zeit zeigt sich für die 3-D-Moden eine typische Amplitudenverteilung, die in den Anfachungskurven in Abbildung 6.6 wiedergegeben ist. Die 2-D TS-Welle ist als dicke Linie, die 3-D-Moden mit unterschiedlicher Querwellenzahl durch verschiedene Strichlierungen dargestellt. Prinzipiell ergibt sich nur ein wesentlicher Unterschied im Vergleich zu den Kurven in Abbildung 6.5, die den Zustand mit der Anregung von 3-D-Störungen stromauf der Ablöseblase darstellt.

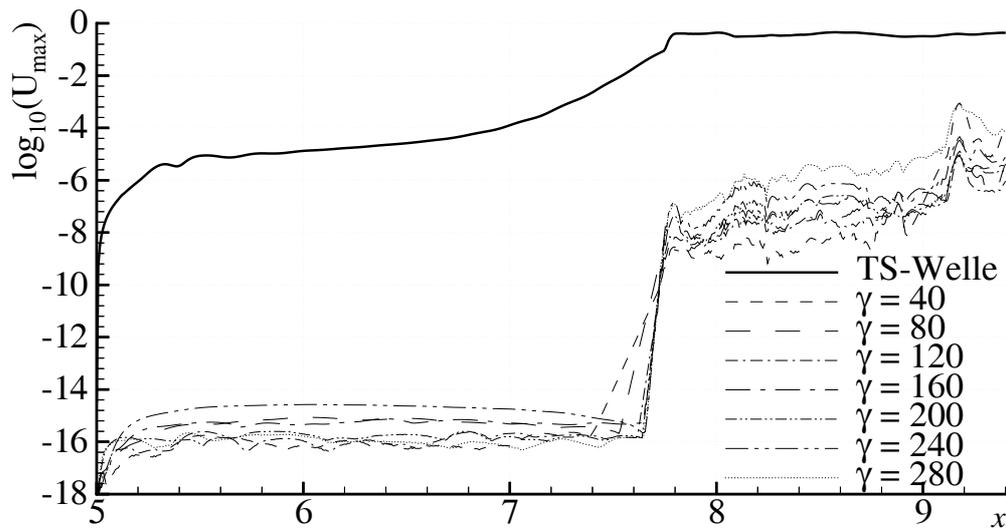


Abb. 6.6: Fall  $w5_{2D}$ : Anfachungskurven zeitlich angefancter 3-D-Moden ( $\beta = 10$ ).

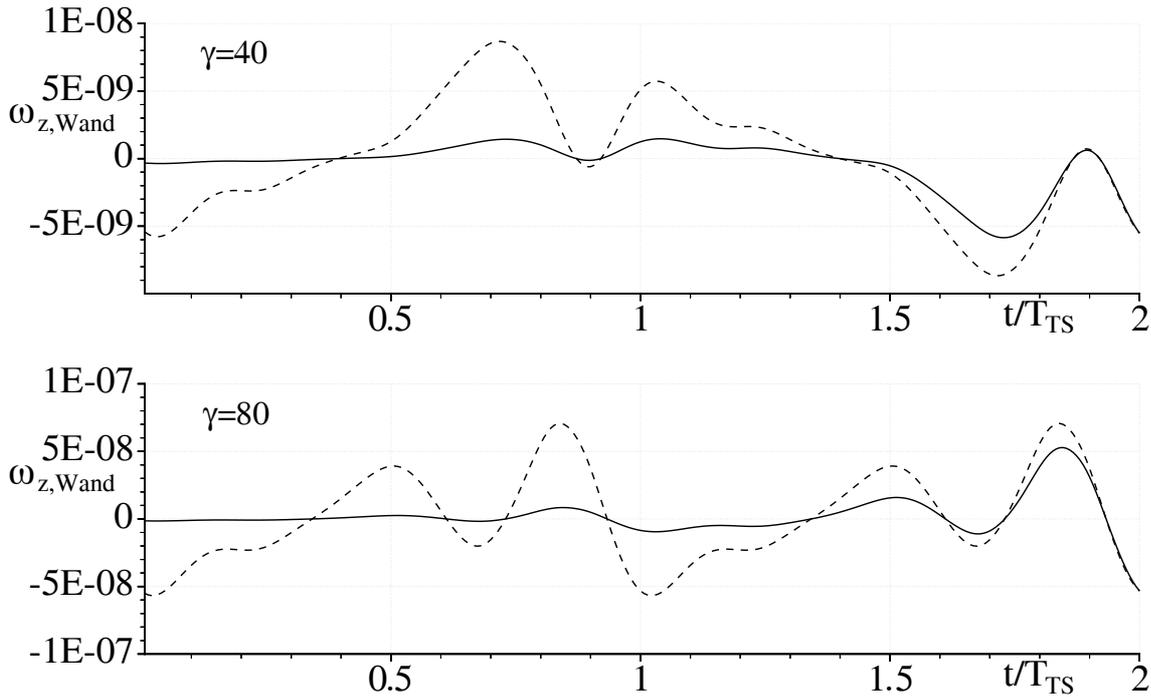
Der steile Abfall der 3-D-Amplitude stromauf des Bereiches mit zeitlichem Störungswachstum setzt sich nun bis auf eine Amplitude von etwa  $10^{-16}$  fort. Weiter stromab hat der Verzicht auf die kontinuierliche 3-D-Störungseingabe keinen Einfluss. Untersucht man die Steigung des steilen Abfalls stromauf der Ablöseblase, dann zeigt sich, dass er für die verschiedenen 3-D-Moden proportional zu  $e^{-\gamma(x-x_b)}$  ist, wobei  $x_b$  eine beliebige Bezugsposition bezeichnet.

Gesonderte Untersuchungen haben ergeben, dass eine beliebige Störung, die an einer Position  $x_b$  plötzlich künstlich in das Strömungsfeld eingebracht wird, aufgrund des elliptischen Charakters der Grundgleichungen unmittelbar das gesamte Strömungsfeld beeinflusst. Die Amplitude klingt dabei mit eben diesem Gradienten  $e^{-\gamma|x-x_b|}$  in Stromauf- und Stromabrichtung ab. Die schnelle Abnahme der Störampitude stromauf des Bereiches mit zeitlich wachsenden 3-D-Moden ist demnach auf elliptische Stromaufeinflüsse dieser zeitlich wachsenden Moden zurückzuführen. In Stromabrichtung ist der elliptische Einfluss in den Anfachungskurven dagegen nicht zu erkennen, da die zeitlich wachsenden Moden in diesen Bereich durch die Grundströmung konvektiert werden, und ihre Amplitude dabei den sehr schwachen elliptischen Stromabfluss bei weitem übertrifft.

Abbildung 6.7 zeigt durchgezogen typische Zeitsignale der Wirbelstärke an der Wand zweier zeitlich wachsender 3-D-Moden mit unterschiedlichen Querwellenzahlen  $\gamma$  jeweils über zwei Perioden der erzwungenen 2-D TS-Welle. Die Amplitude der strichlierten Verläufe  $f_k(t)$  ergibt sich aus dem Zeitsignal durch eine exponentielle Korrektur mit einer für die jeweilige Querwellenzahl  $\gamma$  spezifischen zeitlichen Anfachungsrate  $\beta_{0,i,sek}(\gamma)$ :

$$f_k(t) = f(t) \cdot e^{-i\beta_{0,i,sek}(\gamma)(t-t_0)}, \quad (6.1)$$

wobei  $t_0$  das Ende des dargestellten Zeitfensters bezeichnet. Die korrigierten Zeitsignale



**Abb. 6.7:** Fall  $w5_{2D}$ : Zeitsignale der Wandwirbelstärke bei  $x = 7.77$  einer subharmonisch zeitlich angefachten Mode ( $\gamma = 40$ , oben) und einer fundamentalen Mode ( $\gamma = 80$ ) unten; strichlierte Verläufe nach Gl. (6.1) korrigiert.

sind periodisch und die Amplitudenzunahme des ursprünglichen Zeitsignals erfolgt demnach exponentiell mit der zeitlichen Anfachungsrate  $\beta_{0,i,sek}(\gamma)$ . Die Zeitsignale bei den zwei Querwellenzahlen zeigen einen wesentlichen Unterschied: das obere Zeitsignal ( $\gamma = 40$ ) schwingt subharmonisch zur 2-D TS-Frequenz (halbe Frequenz), das untere ( $\gamma = 80$ ) oszilliert mit der Frequenz der TS-Welle. Exponentielles Amplitudenwachstum ermöglicht keine Rückschlüsse auf den vorhandenen Instabilitätsmechanismus, da es sowohl für primäre (einschließlich absolute), wie auch für sekundäre Anfachungsmechanismen typisch ist. Das Auftreten eines fundamentalen und eines subharmonischen Anfachungsmechanismus erinnert jedoch an die Sekundärinstabilitätstheorie nach Herbert [26] für konvektiv angefachte 3-D-Moden. Auch dabei existiert ein fundamentaler und subharmonischer Anfachungsmechanismus. Beide Zeitsignale weichen deutlich von einer harmonischen Schwingung ab und enthalten somit starke höherharmonische Anteile.

Die zeitlichen Anfachungsraten  $\beta_{0,i,sek}$  für alle untersuchten 3-D-Moden sind in Abbildung 6.8 zusammengefasst und über der Querwellenzahl  $\gamma$  aufgetragen. Offene Symbole stehen für subharmonische, gefüllte für fundamentale, zeitliche Störungsanfachtung. Unterhalb einer gewissen Grenze für die Querwellenzahl ( $\gamma < 10$ ), also bei nur schwach schräglaufenden 3-D-Wellen, tritt keine zeitliche Anfachtung auf ( $\beta_{0,i,sek} < 0$ ).

Oberhalb der Grenze von  $\gamma \approx 10$  findet man zunächst subharmonisches zeitliches 3-D-Wachstum mit einer maximalen Anfachungsrate von  $\beta_{0,i,sek} \approx 2.6$  bei  $\gamma \approx 30$  (offene

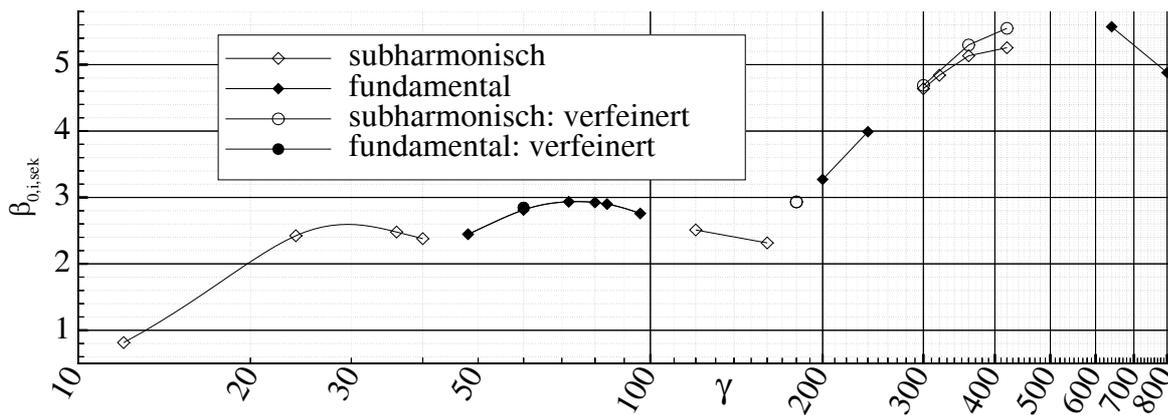


Abb. 6.8: Fall  $w5_{2D}$ : Zeitliche, sekundäre 3-D-Anfachungsraten  $\beta_{0,i,sek}$  über der Querwellenzahl  $\gamma$ .

Symbole). Innerhalb einer TS-Periode  $T_{TS} = 0.63$  verfünffacht sich die Amplitude dabei in etwa. Der Schräglaufwinkel  $\phi_{3D} = \arctan \frac{\gamma}{\alpha_{TS}}$ , wobei  $\alpha_{TS}$  die Wellenzahl der 2-D TS-Welle bezeichnet, liegt zwischen  $25^\circ$  und  $60^\circ$ . Bei weiter zunehmender Querwellenzahl schließt sich dann ein Bereich fundamentaler Anfachung an (gefüllte Symbole), der bis  $\gamma \approx 100$  reicht. In diesem Bereich beträgt die maximale Anfachung bis nahezu  $\beta_{0,i,sek} = 3$ . Die 3-D-Amplitude wächst während einer TS-Amplitude auf mehr als das Sechsfache an. Es folgt wiederum ein Bereich subharmonischer Anfachung. Oberhalb von  $\gamma \approx 170$  nehmen die Anfachungsraten plötzlich stark zu und es wechseln sich Bereiche subharmonischer und fundamentaler Anfachung ab. Die maximalen Anfachungsraten werden bei  $\gamma \approx 500$  mit  $\beta_{0,i,sek} \approx 5.5$  erreicht (Verdreisigfachung der Amplitude in einer TS-Periode!). Danach nehmen die Anfachungsraten wieder ab, wobei für  $\gamma > 800$  keine Untersuchungen durchgeführt wurden.

## 6.2 Einfluss der Diskretisierung und der Randbedingungen

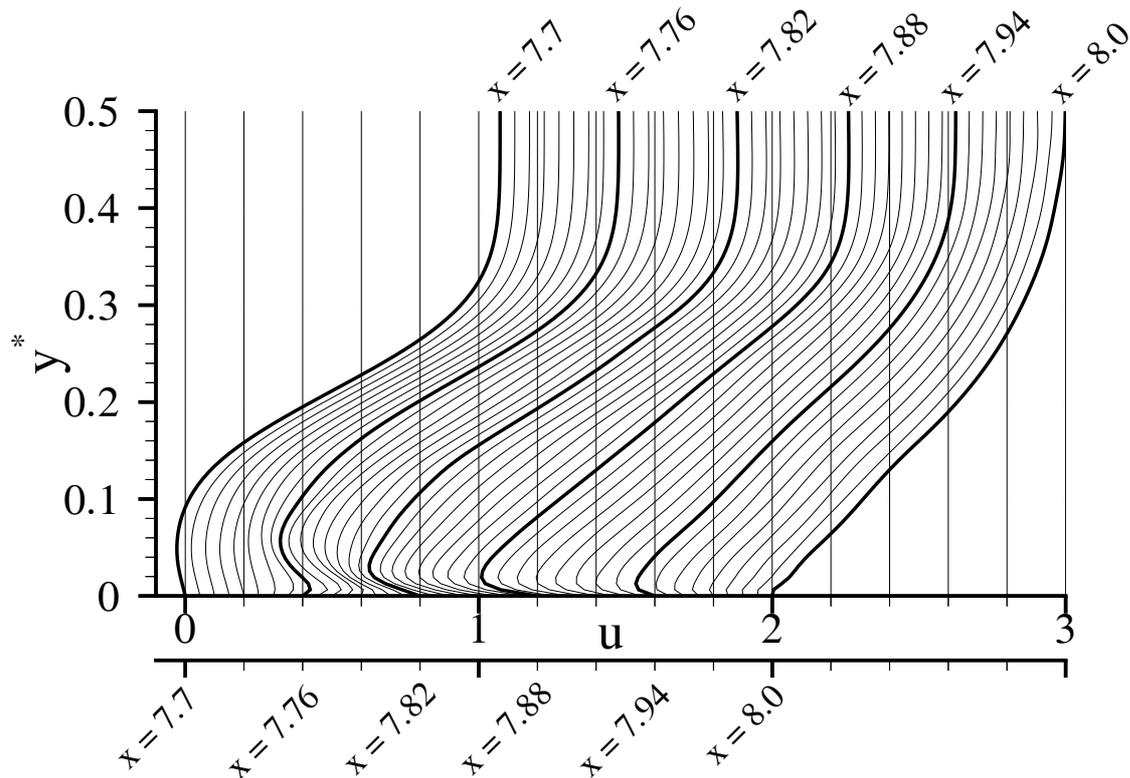
In einem ersten Schritt werden mögliche Einflüsse des numerischen Verfahrens und ihre Auswirkung auf das zeitliche Wachstum der 3-D-Moden untersucht. Am *Ausströmrand* muss gewährleistet sein, dass auch Störungen mit großer Amplitude reflexionsfrei das Integrationsgebiet verlassen können. Dies wird im verwendeten Verfahren allgemein durch die Relaminarisierungszone erreicht. Dennoch wurden mögliche, schädliche Einflüsse des Ausströmrandes als Ursache des zeitlichen 3-D-Störungswachstums nochmals explizit untersucht. Dazu wurden DNS in einem stromab der Ablöseblase erheblich verlängerten Integrationsgebiet durchgeführt. Das zeitliche 3-D-Wachstum setzt dann in der Ablöseblase schon ein, ehe 3-D-Störungen den Ausströmrand erreichen. Die dabei beobachteten Anfachungsraten stimmen mit den Anfachungsraten im kürzeren Gebiet überein. Am *oberen Rand*

des Integrationsgebietes ist die 3-D-Amplitude im Vergleich zum Bereich in der Ablöseblase schon verschwindend klein. Zudem nimmt die Amplitude in Richtung oberer Rand stetig ab. Somit kann auch der obere Rand als unphysikalische Ursache für das zeitliche 3-D-Störungswachstum ausgeschlossen werden. Schließlich ergab die Diskussion der Anfachungskurven in den Abbildungen 6.3 und 6.6, dass die zeitlich wachsenden Störungen nicht vom *Einströmrand* ausgehen, sondern im Gegenteil selbst den stromauf gelegenen Bereich beeinflussen.

Somit verbleibt die Wand oder eine unzureichende Diskretisierung als mögliche unphysikalische Ursache der zeitlichen 3-D-Anfachung. In beiden Fällen würde eine Veränderung der Diskretisierung und der damit verbundenen Abbruchfehler zu einer Veränderung des Strömungsfeldes und insbesondere der besonders sensiblen Anfachungsraten führen. Daher wurde die Schrittweite in  $x$ -Richtung auf  $2/3$  des Ausgangsgitters verfeinert und DNS für einige Querwellenzahlen durchgeführt. Durch die Fehlerordnung  $\mathcal{O}4$  des Verfahrens reduzieren sich die Abbruchfehler dabei auf  $20\%$ . Die Anfachungsraten, die sich mit dem in  $x$ -Richtung verfeinerten Gitter ergeben, sind in Abbildung 6.8 als Kreise, die Anfachungsraten mit dem Ausgangsgitter als Rechtecke dargestellt. Erst ab  $\gamma > 300$  sind leichte Abweichungen zwischen dem Ausgangsgitter und dem verfeinerten Gitter zu beobachten und die auf dem verfeinerten Gitter bestimmten Anfachungsraten sind etwas größer. Es handelt sich dabei um Moden, deren Ausdehnung in Spannweitenrichtung kleiner als  $7\%$  der TS-Wellenlänge ist. Bei kleinen Querwellenzahlen stimmen die Anfachungsraten genau überein. Der Einfluss der Schrittweite in  $y$ -Richtung wurde in Maucher *et al.* [41] für den Fall  $\mathbf{w}4_{2D}$  mit den gleichen Randbedingungen und der gleichen Diskretisierung wie bei den nun vorgestellten Ergebnissen für den Fall  $\mathbf{w}5_{2D}$  untersucht. Die Halbierung der Schrittweite in  $y$ -Richtung hatte dabei keinen Einfluss auf die zeitlichen Anfachungsraten der 3-D-Moden. Randbedingungen oder Diskretisierungseinflüsse können somit als Ursachen des zeitlichen 3-D-Wachstums ausgeschlossen werden.

### 6.3 Absolute 3-D-Instabilitätseigenschaften

Trotz der Analogien des zeitlichen 3-D-Anfachungsmechanismus zur sekundären Instabilitätstheorie wird zunächst untersucht, ob möglicherweise eine absolute Instabilität der Grundströmung gegenüber 3-D-Moden besteht. Die Grundströmungsprofile in dem Stromabereich, in dem das zeitliche 3-D-Wachstum beobachtet wird ( $7.7 < x < 8$ ,  $\Delta x = 0.0075$ ), sind in Abbildung 6.9 dargestellt. Die einzelnen Kurven sind jeweils um  $\Delta u = 0.05$  verschoben und nicht mit der Geschwindigkeit am Grenzschichttrand normiert. Jede achte Kurve ( $\Delta x = 0.06$ ) ist durch eine dickere Linie hervorgehoben. Teilweise haben die Profile in der Ablöseblase in der Nähe der Wand einen zweiten Wendepunkt und eine zweite Scherschicht



**Abb. 6.9:** Fall  $w5_{2D}$ : Grundströmungsprofile im Bereich des zeitlichen Wachstums der 3-D-Moden. Profile von  $x = 7.7$  bis  $8.0$  mit  $\Delta x = 0.0075$ . Einzelne Profile um  $\Delta u = 0.05$  versetzt. Jedes achte Profil ( $\Delta x = 0.06$ ) hervorgehoben. (Keine Normierung mit Geschwindigkeit am Grenzschichttrand).

mit starker negativer Scherung ( $7.73 < x < 7.82$ ). Im letzten Kapitel zeigte sich, dass solche Profile besonders instabil sind. Jetzt ist allerdings die Rückströmung  $u_r$  mit maximal 0.18 bis 0.19 bei einer Höhe des Rückströmgebietes  $h_{R,\delta_1}$  im entsprechenden Bereich von etwa 0.45 erheblich kleiner, als in der Phase mit zeitlichem Störungswachstum in der selbsterregt instabilen Ablöseblase (Fall **s2**).

Absolute Instabilität kann schon nach dieser sehr einfachen Betrachtung daher nahezu ausgeschlossen werden. Noch deutlicher gegen die Existenz einer absoluten Instabilität der Grundströmung gegenüber 3-D-Moden spricht die fehlende zeitliche Anfachung bei kleinen Querwellenzahlen sowie die extrem großen Anfachungsraten bei sehr großen Querwellenzahlen. Abgelöste Scherschichten sind aber gerade gegenüber 2-D-Wellen am instabilsten und die Anfachungsraten nehmen für zunehmende Querwellenzahlen schnell ab (siehe z. B. Stabilitätsuntersuchungen mit der räumlichen LST im nächsten Kapitel). Da es sich bei der absoluten Instabilität ebenfalls um einen Mechanismus primärer Instabilität handelt, wären auch hier besonders große Anfachungsraten für 2-D-Wellen und schwach schräglauende 3-D-Wellen zu erwarten. Eine absolute Instabilität gegenüber 2-D-Wellen kann jedoch sicher ausgeschlossen werden, da die Größe der Ablöseblase von den stomauf in die Grenzschicht

eingebrachten TS-Wellen abhängt und beispielsweise im Fall  $\mathbf{w5}_{2D}$  durch die Reduzierung der TS-Amplitude auf ein Zehntel gegenüber dem Fall  $\mathbf{w4}_{2D}$  deutlich anwächst. Gleiches gilt bei einer nochmaligen Reduzierung der Anfangsamplitude auf  $10^{-6}$  (Fall  $\mathbf{w6}$ , siehe nächstes Kapitel). Im Fall  $\mathbf{w4}_{2D}$  wird zwar schon zeitliches 3-D-Wachstum beobachtet, selbst im Fall  $\mathbf{w6}$  mit einer auf ein Hundertstel reduzierten 2-D-Anfangsamplitude finden sich aber noch keine absolut instabilen 2-D-Moden in der Ablöseblase, und die Ablöseblase ist weiterhin von den stromauf der Blase eingebrachten konvektiven TS-Wellen bestimmt.

Schließlich spricht auch die strenge Koppelung der Frequenz der 3-D-Moden an die Frequenz der 2-D-Welle, die im Bereich zeitlichen 3-D-Wachstums schon eine sehr große, nichtlineare Amplitude hat, sowie der ständige Wechsel zwischen subharmonischer und fundamentaler Anfachung gegen eine absolute Instabilität. Bei absoluter Instabilität wäre im Gegensatz dazu ein gleichmäßiger Verlauf der am stärksten absolut instabilen Frequenz über der Querwellenzahl zu erwarten. Es ist zwar grundsätzlich denkbar, dass eine absolute Instabilität durch eine konvektive Störwelle getriggert wird, die Plausibilität der anderen, bisher angeführten Gesichtspunkte schließt diese Möglichkeit jedoch aus.

## 6.4 Analyse der zeitlichen sekundären Instabilität

Sowohl die Koppelung der Frequenz der zeitlich angefachten 3-D-Moden an die 2-D TS-Welle als auch die verschwindende zeitliche Anfachung bei kleinen Querwellenzahlen belegen, dass es sich bei der beobachteten zeitlichen Anfachung von 3-D-Moden in Ablöseblasen um einen Mechanismus sekundärer Instabilität handelt. Daher werden die zeitlichen Anfachungsraten  $\beta_{0,i,sek}$  hier mit dem Index  $_{sek}$  gekennzeichnet. Der Index  $_0$  wurde eingeführt, um auf das zeitliche Wachstum der Mode hinzuweisen.

Der in der Ablöseblase beobachtete Mechanismus zeigt Parallelen zu einer zeitlichen Sekundärinstabilität, die in experimentellen Untersuchungen der (instationären) Staupunktlinie eines senkrecht sowohl zu seiner Längsachse als auch zur Anströmrichtung schwingenden, langgezogenen Zylinders auftreten (Ludwig [39]). Die Wiederanlegelinie in laminaren Ablöseblase hat ähnliche Eigenschaften wie die Staupunktlinie am oszillierenden Zylinder. Auch die Wiederanlegelinie ist zweidimensional und durch die 2-D TS-Welle instationär. Zudem trifft die Anströmung – im Fall der Ablöseblase die abgelöste Scherschicht – wie im Fall des schwingenden Zylinders auf die Wand und spaltet sich auf (in einen in die Ablöseblase zurückströmenden Teil sowie die Wandscherschicht stromab der Ablöseblase). Menter & Wedemeyer [48] gelang die Modellierung der Instabilität der 2-D-Staupunktströmung am schwingenden Zylinder mit Hilfe der Floquettheorie. Sie finden in dieser theoretischen Formulierung zeitlich angefachte 3-D-Moden. Aus dem Vergleich mit experimentellen Ergebnissen schließen sie, dass es sich dabei um den gleichen Mechanismus sekundärer Instabilität

handelt.

Die Beobachtung entweder einer subharmonischen oder fundamental angefachten Mode in der DNS bei einer bestimmten Querwellenzahl schließt die Existenz der jeweils anderen Mode nicht aus. Nach einer gewissen Zeit ist jeweils nur die am stärksten angefachte Mode nachweisbar, da sie schon nach kurzer Zeit eine größere Amplitude als andere möglicherweise ebenfalls noch vorhandene, zeitlich wachsende Moden mit der gleichen Querwellenzahl hat. Daher ist es möglich, dass bei Querwellenzahlen, bei denen in der DNS eine subharmonisch oder fundamental angefachte Mode auftritt, der jeweils andere Mechanismus ebenso vorhanden ist, allerdings mit kleinerer Anfachungsrate als beim beobachteten dominierenden Mechanismus.

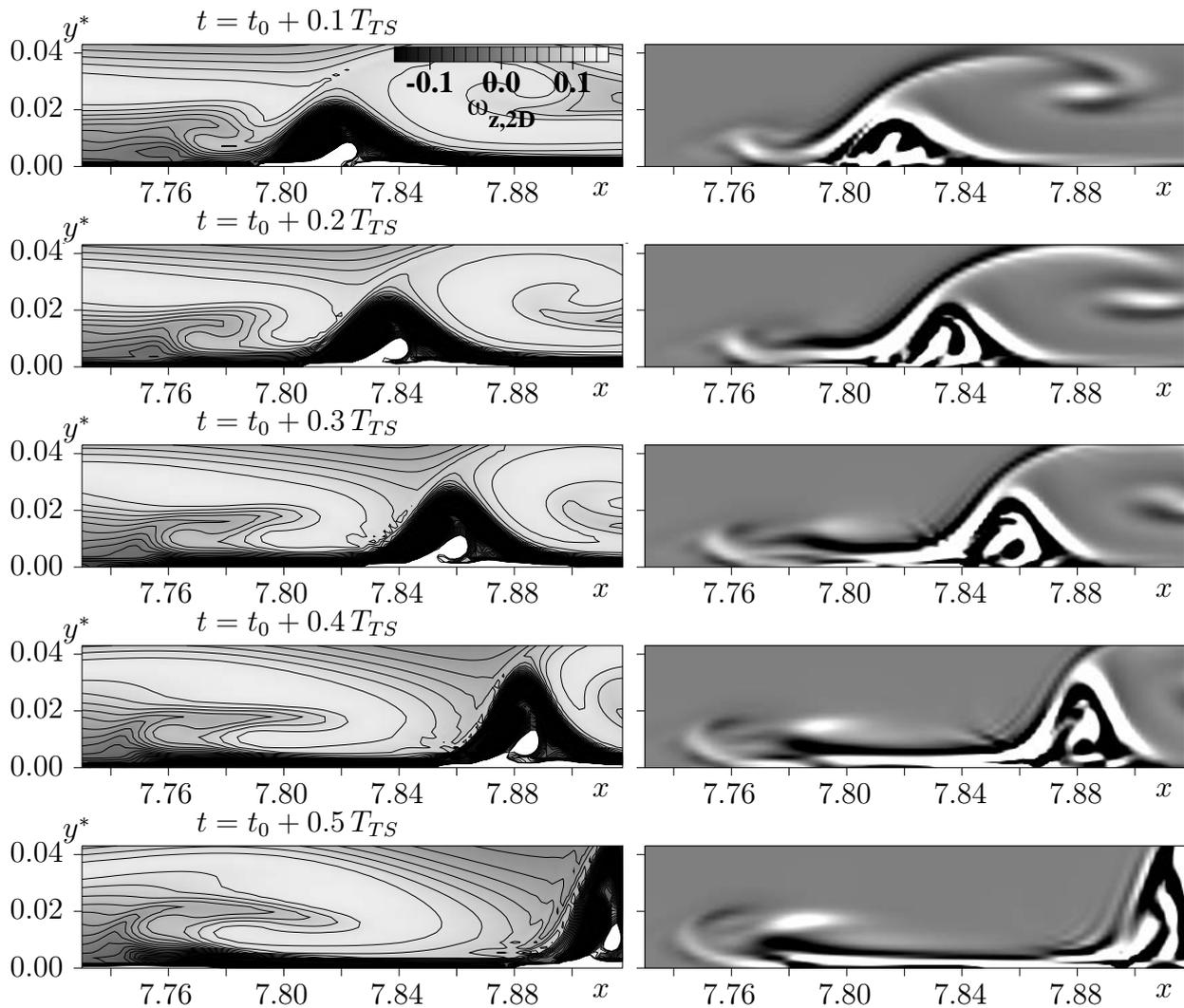
Wie im vorigen Abschnitt schon ausführlich dargestellt wurde, führt eine größere Störampplitude in der Grenzschicht stromauf der Ablöseblase zum Schrumpfen der Ablöseblase und zu einer Reduzierung der primären Anfachungsraten. Maucher *et al.* beobachten für den Fall  $\mathbf{w4}_{2D}$  deutlich niedrigere zeitliche sekundäre Anfachungsraten als sie nun im Fall  $\mathbf{w5}_{2D}$  auftreten. Dies bedeutet, dass die Verkleinerung der Ablöseblase auch auf den Mechanismus zeitlicher sekundärer Instabilität stabilisierend wirkt. Aus diesem Grund trat bei Rist [58] der Mechanismus zeitlicher Sekundärinstabilität nicht auf. In den DNS von Rist wird eine andere Potentialgeschwindigkeitsverteilung mit einem wesentlich schwächeren Druckanstieg als in dieser Arbeit sowie relativ große Anfangsamplituden der 2-D TS-Welle verwendet. Beides führt im Vergleich zum Fall  $\mathbf{w4}_{2D}$  zu einer nochmaligen Verkleinerung der Ablöseblase bzw. der Rückströmgeschwindigkeit in der Ablöseblase.

Die Ursachen der zeitlichen Sekundärinstabilität werden nun zunächst anhand von Visualisierungen des Strömungsfeldes untersucht. Dazu sind in Abbildung 6.10 Momentanbilder der Wirbelstärke in Spannweitenrichtung  $\omega_z$  des 2-D-Anteiles (links) und der 3-D-Mode mit  $\gamma = 240$  (rechts) zu 10 Zeitpunkten während einer TS-Periode in der  $x$ - $y$ -Ebene gegenüber gestellt. Es ist jeweils nur ein kleiner, unverzerrter Ausschnitt der Ablöseblase in dem Bereich gezeigt, in dem sich die abgelöste Scherschicht (linke Bildreihe, hell) periodisch einrollt. Positive Werte sind allgemein hell, negative dunkel dargestellt. Zuerst wird der Zyklus für das 2-D-Feld anhand der Wirbelstärke beschrieben.

Im obersten Bild ( $t = t_0 + 0.1T_{TS}$ ) ist als auffälligste Struktur ein dreieckiges Gebiet starker Scherung bei  $7.78 < x < 7.82$  zu erkennen. Ein Bereich stark negativer Scherung (schwarz) umschließt dabei ein kleines Gebiet positiver Scherung direkt an der Wand (weiß). Dabei handelt es sich um die gleiche Struktur, die in der Gesamtansicht der Ablöseblase zum Zeitpunkt  $t = t_0$  ebenfalls bei  $x \approx 7.8$  als negative Scherschicht zu erkennen ist (Abb. 6.2, S. 126). Sie ist einem dem Hauptrotationssinn der Ablöseblase gegenläufig (im Gegenurzeigersinn) rotierenden Wirbel zuzuschreiben. Dieser wird so stark, dass sich der hintere Teil der Ablöseblase abzuspalten beginnt und einschließlich des gegenläufig rotierenden Wir-

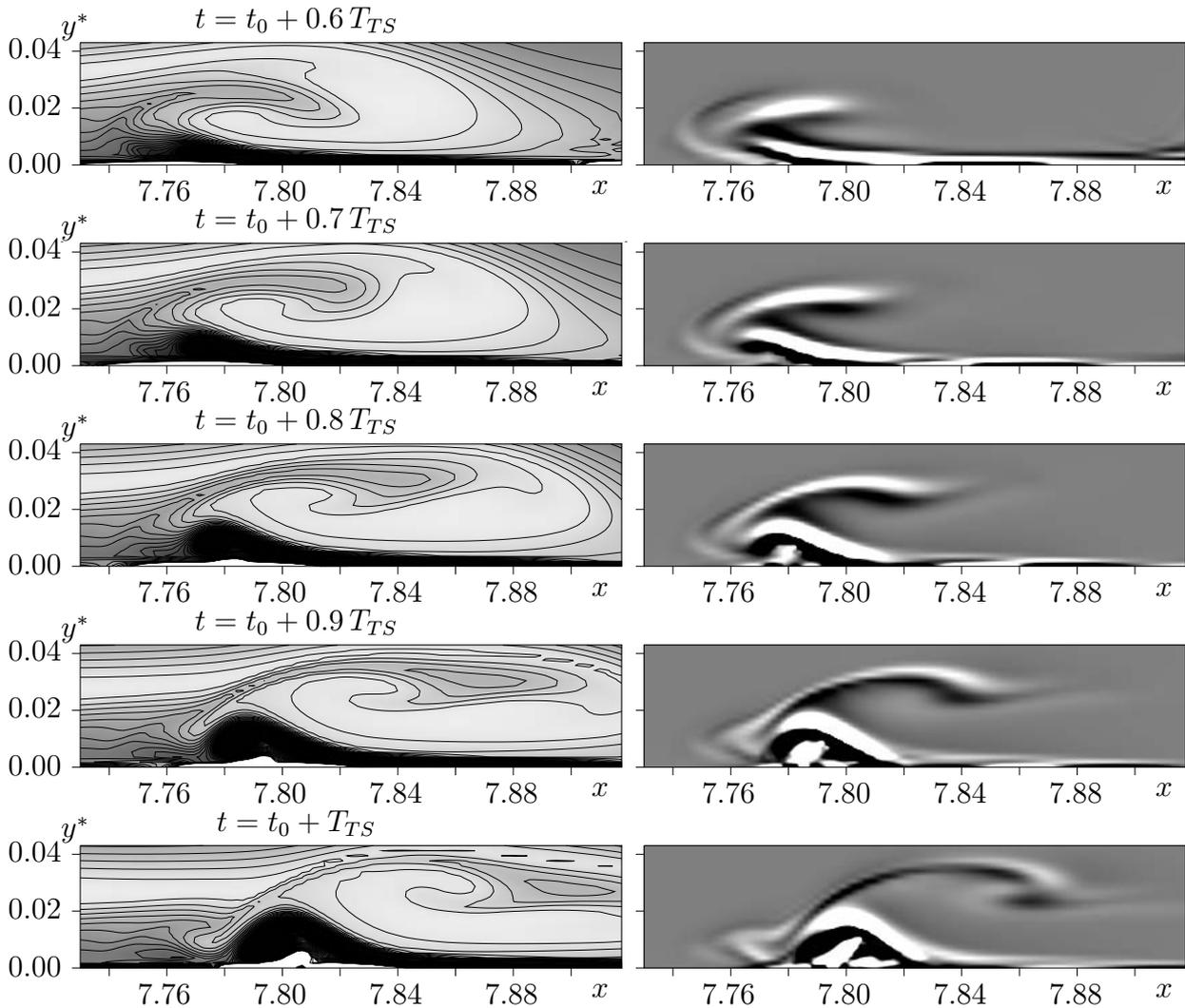
bels, der weiterhin einen dreieckigen Bereich starker Scherung bildet, stromab schwimmt (nächste 4 Teilbilder bis  $t = t_0 + 0.5T_{TS}$ ). Die starke negative Scherung erstreckt sich dabei immer weiter in die oberhalb liegende abgelöste Scherschicht (hell), die dabei durchbrochen wird (vergl. Isolinien). Die stromauf zurückbleibende abgelöste Scherschicht beginnt sich gleichzeitig wieder einzurollen. Durch die damit verbundene starke Rückströmung wird die Scherung an der Wand stark negativ. In der zweiten Hälfte der Periode (nächste Seite der Abbildung) bewegt sich die so entstandene negative Scherschicht nur sehr langsam stromab, hebt sich aber gleichzeitig zunehmend von der Wand (dunkler Bereich). An der Wand entsteht der Bereich stark positiver Scherung, der die Ausbildung des gegenläufig rotierenden Wirbels stromauf des Hauptwirbels der Ablöseblase (eingerollte Scherschicht) kennzeichnet. Er wächst bis sich die Ablöseblase schließlich teilt und der Kreislauf erneut beginnt.

Die 3-D-Komponente ist nach Gleichung (6.1) mit der zeitlichen Anfachungsrate normiert, so dass im Laufe des Zyklus die Amplitude nicht zunimmt. Da die Mode  $\gamma = 240$  fundamental angefacht ist, ergibt sich in dieser korrigierten Darstellung ein periodisches Verhalten über die TS-Periode. Generell ist das 3-D-Feld sehr stark durch die negative Scherschicht im 2-D-Feld geprägt. Am Ort, an dem sich momentan starke 2-D-Scherung befindet, ist jeweils eine auch besonders starke 3-D-Amplitude zu beobachten. Im Zeitraum  $t = t_0 + 0.1T_{TS}$  bis  $t_0 + 0.5T_{TS}$  ist dies darauf zurückzuführen, dass die 3-D-Mode von der 2-D-Welle in Stromabrichtung konvektiert wird. Reste des 3-D verformten Fluids verbleiben jedoch im Einflussbereich der Ablöseblase und werden während der erneuten Ausbildung der negativen 2-D-Scherschicht an der Wand wieder in die Ablöseblase gezogen. Dabei nimmt die 3-D-Amplitude stark zu (die Korrektur der Amplitude mit der zeitlichen Anfachungsrate überdeckt dies teilweise). Während sich die negative Scherschicht von  $t = t_0 + 0.5T_{TS}$  bis  $t_0 + T_{TS}$  langsam von der Wand abhebt und dabei die dreieckige Form annimmt, wächst die 3-D-Amplitude im selben dreieckigen Bereich weiter rapide an. Die obere Spitze des Dreiecks erreicht die abgelöste Scherschicht und wird dabei zungenförmig in den Hauptwirbel der Ablöseblase gezogen. Schließlich beginnen sich diese 3-D-Strukturen bei  $x > 7.84$  mit der abgelösten Scherschicht einzurollen. Das zeitliche Wachstum der 3-D-Mode erfolgt im Zeitraum von  $t = t_0 + 0.3T_{TS}$  bis  $t_0 + 0.9T_{TS}$ , also während mehr als der Hälfte der TS-Periode, in einem sehr begrenzten Stromabbereich von  $7.76 < x < 7.8$ , was lediglich ca. 15% der TS-Wellenlänge entspricht. Die mit phasenweiser starker Rückströmung in Verbindung stehende, dort momentan auftretende 2-D-Scherschicht mit negativer Scherung ist stark instabil gegenüber 3-D-Verformungen. Die 3-D-Mode wächst in dieser lokalen, nur phasenweise auftretenden Scherschicht so stark, dass die Amplitude der beim erneuten Einrollen der abgelösten Scherschicht in der Ablöseblase zurückbleibenden Reste der 3-D-Störung von einer TS-Periode zur nächsten zunimmt, obwohl der überwiegende Teil der 3-D-Störung beim Abschwimmen des 2-D-Wirbels in den Nachlauf der Ablöseblase konvektiert wird.



**Abb. 6.10:** Fall  $w5_{2D}$ : Momentanbilder der Wirbelstärke in Spannweitenrichtung: erzwungene 2-D TS-Welle (linke Spalte) und fundamental, zeitlich, sekundär angefachte 3-D-Mode mit  $\gamma = 240$ ; zeitliche Amplitudenzunahme nach Gl. (6.1) eliminiert (rechte Spalte). Fortsetzung auf nächster Seite.

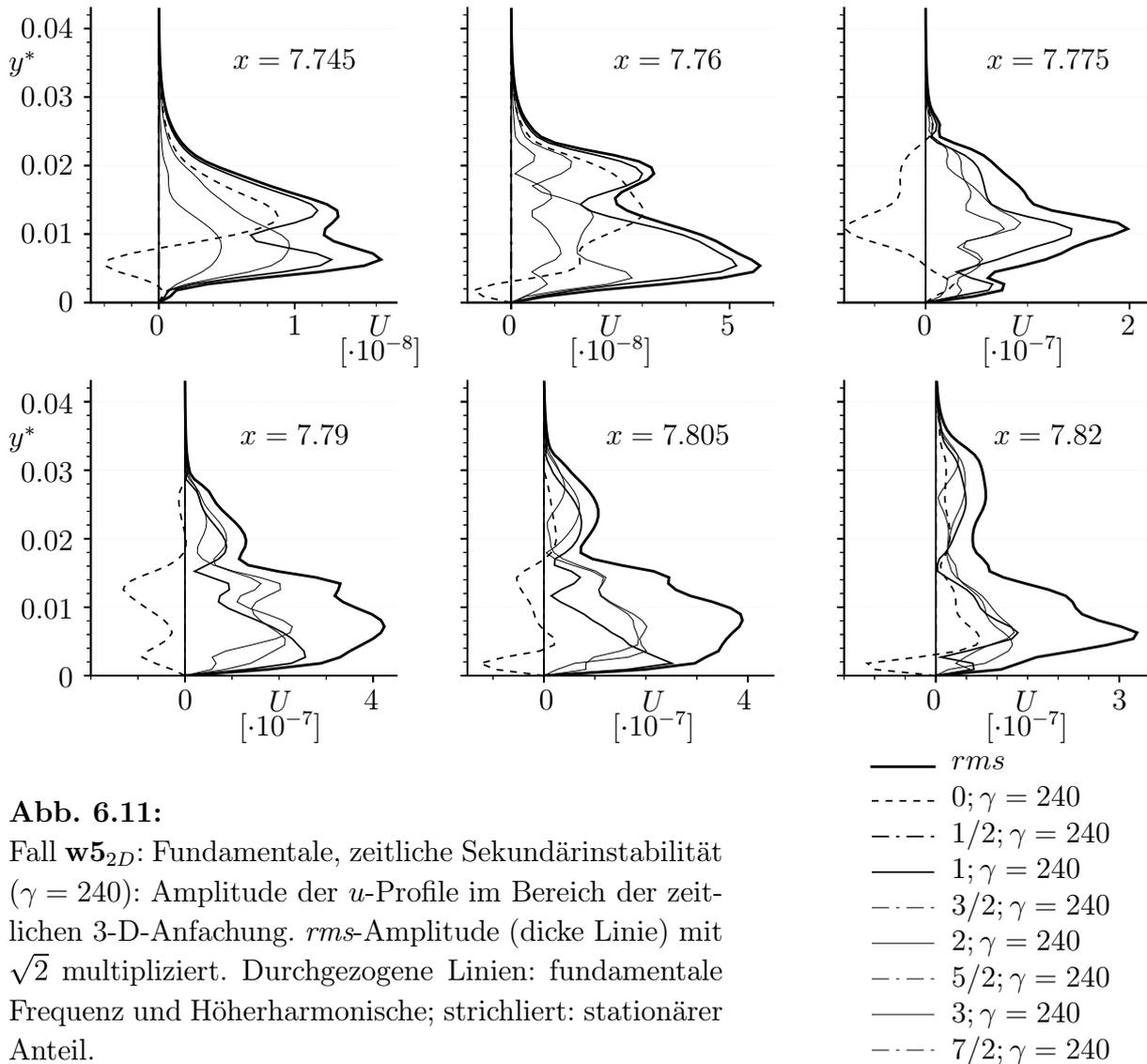
Abbildung 6.11 zeigt die Störprofile der fundamental angefachten 3-D-Mode mit  $\gamma = 240$  an sechs verschiedenen Positionen in dem gerade angesprochenen begrenzten Stromabreich, in dem die lokale 2-D-Scherschicht phasenweise auftritt und dabei die 3-D-Mode zeitlich wächst, ohne den Ort maßgeblich zu ändern. Wiederum wurde die zeitliche Amplitudenzunahme der Zeitsignale mit der Anfachungsrate  $\beta_{0,i,sek}(\gamma)$  eliminiert. Anschließend wurden zwei TS-Perioden des so entstehenden periodischen Zeitsignals einer Fourieranalyse unterzogen. Die *rms*-Amplitude ist mit der dicksten, durchgezogenen Linie dargestellt. Da sie ein zeitliches Mittel der Gesamtamplitude darstellt, wurde sie mit  $\sqrt{2}$  multipliziert, um einen quantitativen Vergleich mit der Fourieramplitude zu ermöglichen, die das Amplitudenmaximum im gleichen Zeitintervall mit einer bestimmten Frequenz wieder-



**Abb. 6.10:** (Fortsetzung von Seite 139, Legende siehe dort).

gibt. Bei einer monochromatischen Welle stimmt dann *rms*- und Fourieramplitude überein. Andernfalls ist die *rms*-Amplitude überall größer als jede einzelne Fourierharmonische. Die fundamentale Mode und ihre Höherharmonischen sind durch durchgezogene Linien mit abnehmender Strichstärke, die subharmonische Mode und ihre Höherharmonischen ( $3/2\beta_{TS}$ ,  $5/2\beta_{TS}$ ,  $7/2\beta_{TS}$ ) mit strich-punktierten Linien mit abnehmender Strichstärke hin zu höheren Harmonischen gekennzeichnet.

An allen sechs Positionen ist nur die fundamentale Mode und ihre Höherharmonischen zu beobachten. Die subharmonischen Moden fallen jeweils auf die Nulllinie. Neben den fundamentalen Moden tritt auch ein starker stationärer Anteil (strichliert) auf. Eine solche stationäre Mode ist charakteristischer Bestandteil des klassischen (konvektiven) Mechanismus der fundamentalen Sekundärinstabilität. Die Profile an den vorderen drei Positionen  $x = 7.745$ ,  $7.6$  und  $7.775$  (obere Reihe von links nach rechts) weichen jedoch maßgeblich von typischen, durch konvektive Sekundärinstabilität verursachten Profilen ab, die sich durch

**Abb. 6.11:**

Fall  $w5_{2D}$ : Fundamentale, zeitliche Sekundärinstabilität ( $\gamma = 240$ ): Amplitude der  $u$ -Profile im Bereich der zeitlichen 3-D-Anfachung. *rms*-Amplitude (dicke Linie) mit  $\sqrt{2}$  multipliziert. Durchgezogene Linien: fundamentale Frequenz und Höherharmonische; strichliert: stationärer Anteil.

mehrere gegenphasig schwingende Maxima auszeichnen. Obwohl sowohl die *rms*- wie auch die Fourieramplitude mehrere Maxima aufweisen, haben die dazwischen liegenden Minima eine große Amplitude. In den *rms*-Profilen sind diese Minima nochmals schwächer ausgeprägt ( $\equiv$  größere Amplitude), da die Höherharmonischen im Minimum der fundamentalen Mode eine relativ große Amplitude haben. Auf starke höherharmonische Anteile in diesem  $x$ -Bereich wurde schon bei der Diskussion der Zeitsignale hingewiesen (vergl. Abb. 6.7). Die Störprofile ändern sich von einer Stromabposition zur nächsten sehr stark, obwohl zwischen den entsprechenden Positionen jeweils nur ca. 0.05 TS-Wellenlängen liegen.

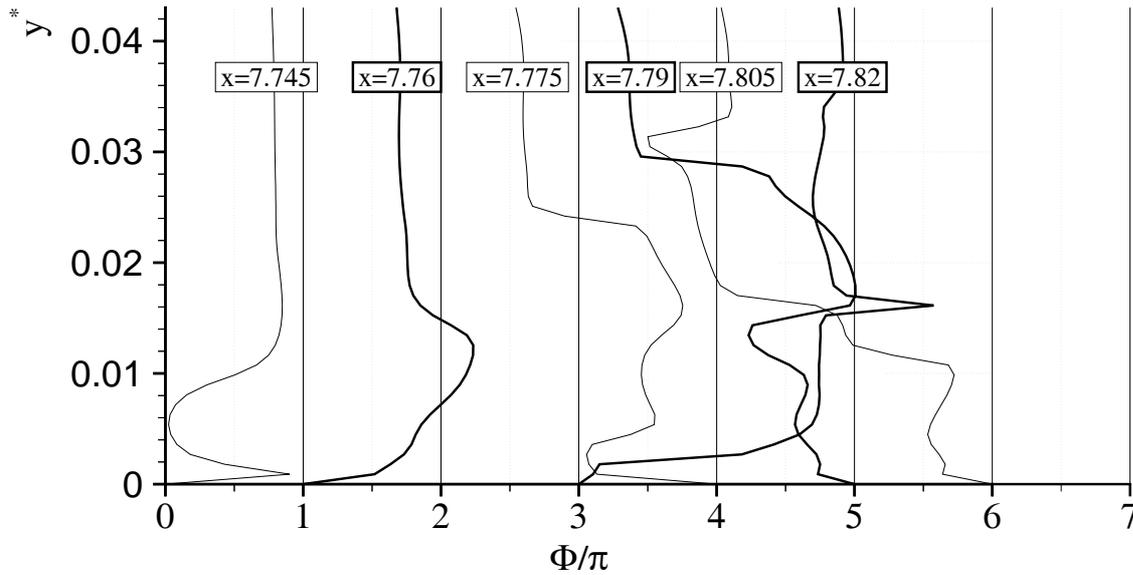
Die Besonderheiten der Störprofile kommen durch die Überlagerung mehrerer Anteile während einer TS-Periode zustande. In der Ablöseblase liefert nach der Analyse der Momentanbilder die zeitliche Instabilität einer nur vorübergehend auftretenden, lokalen 2-D-Scherschicht durch die 3-D-Amplitudenzunahme einen Anteil zu den 3-D-Störprofilen. Diesem ist ein zweiter, auf Konvektion zurückzuführender Anteil infolge des anschließenden

den Abschwimmens der dreidimensional verformten, starken 2-D-Scherschicht überlagert. Ein weiterer Anteil ergibt sich aus der Stromaufkonvektion von 3-D-Anteilen beim erneuten Einrollen der abgelösten Scherschicht nach dem Abschwimmen des 2-D-Wirbels. Das Gewicht der einzelnen Anteile und somit auch die Form der Störprofile verändert sich in  $x$ -Richtung stark.

An den etwas weiter stromab liegenden Positionen ( $x = 7.79, 7.805$  und  $7.82$ , Abb. 6.11, untere Reihe von links nach rechts) hat der fundamentale Anteil des Störprofils ( $1, \gamma = 240$ ) Minima mit sehr kleiner Amplitude, die auf einen Phasensprung schließen lassen. Diese Minima finden sich in den *rms*-Profilen an den Positionen  $x = 7.79$  und  $7.805$  jedoch nur relativ schwach, da die Amplitude der Höherharmonischen in der Grenzschicht dort teilweise wesentlich größer ist als die Amplitude der fundamentalen Mode ( $0.05 < y^* < 0.2$ ). An der letzten Position ( $x = 7.82$ ) haben schließlich alle Harmonischen einen sehr ähnlichen Verlauf. Das 3-D-Feld ist hier fast ausschließlich durch das Abschwimmen der lokalen 2-D-Scherschicht geprägt. Die kompakte 3-D-Struktur, die in der negativen Scherschicht in Wandnähe entstanden ist, wird stromab konvektiert. Dies ergibt ein pulsartiges Zeitsignal, das sich durch ähnlich große Fourieramplituden der Harmonischen bis hin zu sehr großen höherharmonischen Frequenzen auszeichnet. Die Amplitude der fundamentalen Mode erreicht daher selbst in ihrem Maximum gerade noch etwas über 30% der *rms*-Amplitude im gleichen Wandabstand. Eine detailliertere und über die gerade angeführte Erklärung hinausgehende Interpretation der Störprofile, z. B. die Zuordnung einzelner Maxima der Störprofile zu den verschiedenen Anteilen (zeitliches Wachstum, Konvektion), die das 3-D-Strömungsfeld beeinflussen, ist bisher nicht gelungen. Auch die Störprofile belegen aber zweifelsfrei, dass die zeitliche 3-D-Anfachung kein Wellenphänomen darstellt.

Das Gesagte wird durch die Phasenverläufe der Störprofile bestätigt (Abb. 6.12). Die Phasenverteilung ist dabei für die fundamentale Frequenz an den gleichen  $x$ -Positionen aufgetragen, wie die Profile in Abbildung 6.11. Die einzelnen Phasenverteilungen sind um jeweils  $\pi$  verschoben. Jede zweite Kurve ist durch eine dickere Strichstärke hervorgehoben. Für einen Nulldurchgang der Amplitude typische Phasensprünge um  $\Delta\Phi = \pi$  sind in den Verteilungen zwar teilweise vorhanden (z. B. bei  $x = 7.805$  zwischen  $0.01 < y^* < 0.02$ ), die jeweils mit Minima in der Amplitudenverteilung in Verbindung stehen. Insgesamt geben aber auch die unregelmäßigen Phasenverläufe keine Hinweise auf typische Störwellen.

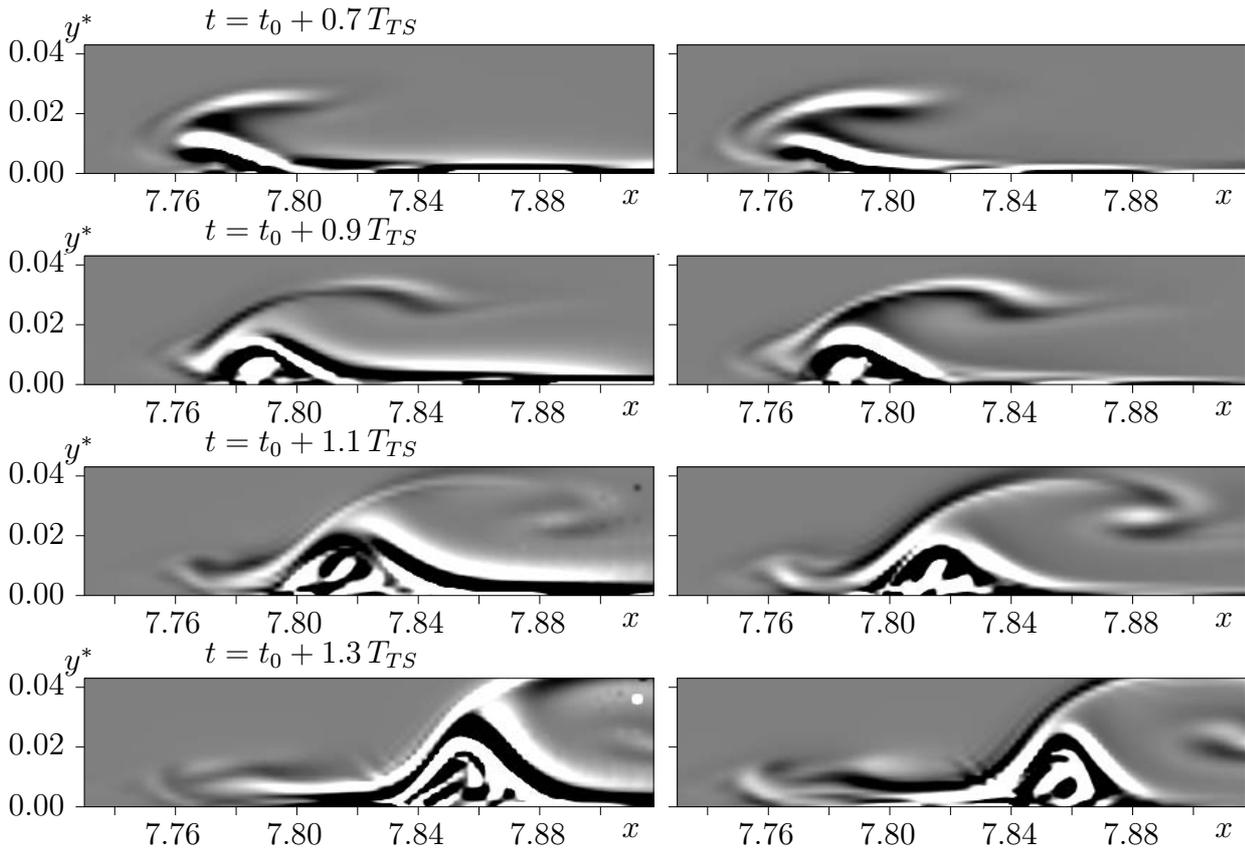
Für Werte  $\gamma > 160$  haben die Anfachungsraten einen kontinuierlichen Verlauf über der Querwellenzahl, obwohl dabei abwechselnd der subharmonische und der fundamentale Anfachungsmechanismus dominiert (Abb. 6.8). Dies spricht dafür, dass die beiden Anfachungsmechanismen nicht grundsätzlich unterschiedlich sind. In Abbildung 6.13 ist eine Sequenz von  $\omega_z$ -Momentanbildern der subharmonischen Mode mit  $\gamma = 300$  (linke Spalte) den entsprechenden Bildern der gerade untersuchten fundamentalen Mode mit  $\gamma = 240$



**Abb. 6.12:** Fall  $w5_{2D}$ : fundamentale, zeitliche Sekundärinstabilität ( $\gamma = 240$ ). Phase  $\Phi$  des  $u$ -Profils der fundamentalen 3-D-Mode an verschiedenen  $x$ -Stellen.

gegenübergestellt (rechts), wobei die zeitliche Amplitudenzunahme in den Bildern wiederum eliminiert ist. Die oberen Bilder ( $t = t_0 + 0.7 T_{TS}$ ) liegen in der Phase des zeitlichen Wachstums der 3-D-Moden in der lokalen 2-D-Scherschicht. Das Strömungsfeld der subharmonischen und der fundamentalen Mode ist dabei sehr ähnlich. Dies lässt ebenfalls darauf schließen, dass der Mechanismus, der zum zeitlichen Wachstum der 3-D-Mode führt, also die Instabilität der lokalen 2-D-Scherschicht mit stark negativer Scherung gegenüber 3-D-Verformungen, in beiden Fällen vergleichbar ist. Der Zeitpunkt  $t = t_0 + 0.9 T_{TS}$  (zweite Zeile) markiert den Übergang von starkem zeitlichem Wachstum zum Einsetzen der Konvektion in Stromabrichtung beim Abschwimmen der 2-D-Scherschicht. Auch zu diesem Zeitpunkt sind sich die subharmonische (links) und fundamentale Mode (rechts) noch sehr ähnlich. Allerdings finden sich schon gewisse Unterschiede in der Amplitude sowohl im dreieckigen Bereich, als auch im zungenförmigen Bereich an der oberen Spitze des Dreiecks. Im fundamentalen Fall (rechts) enthält dieser zungenförmige Bereich Fluid mit positiver (hell, oben) sowie mit negativer Wirbelstärke (dunkel, direkt darunter). Im subharmonischen Fall tritt zum gleichen Zeitpunkt nur ein Bereich negativer Wirbelstärke (dunkel) deutlich hervor, der zudem weniger ausgeprägt ist, als im fundamentalen Fall.

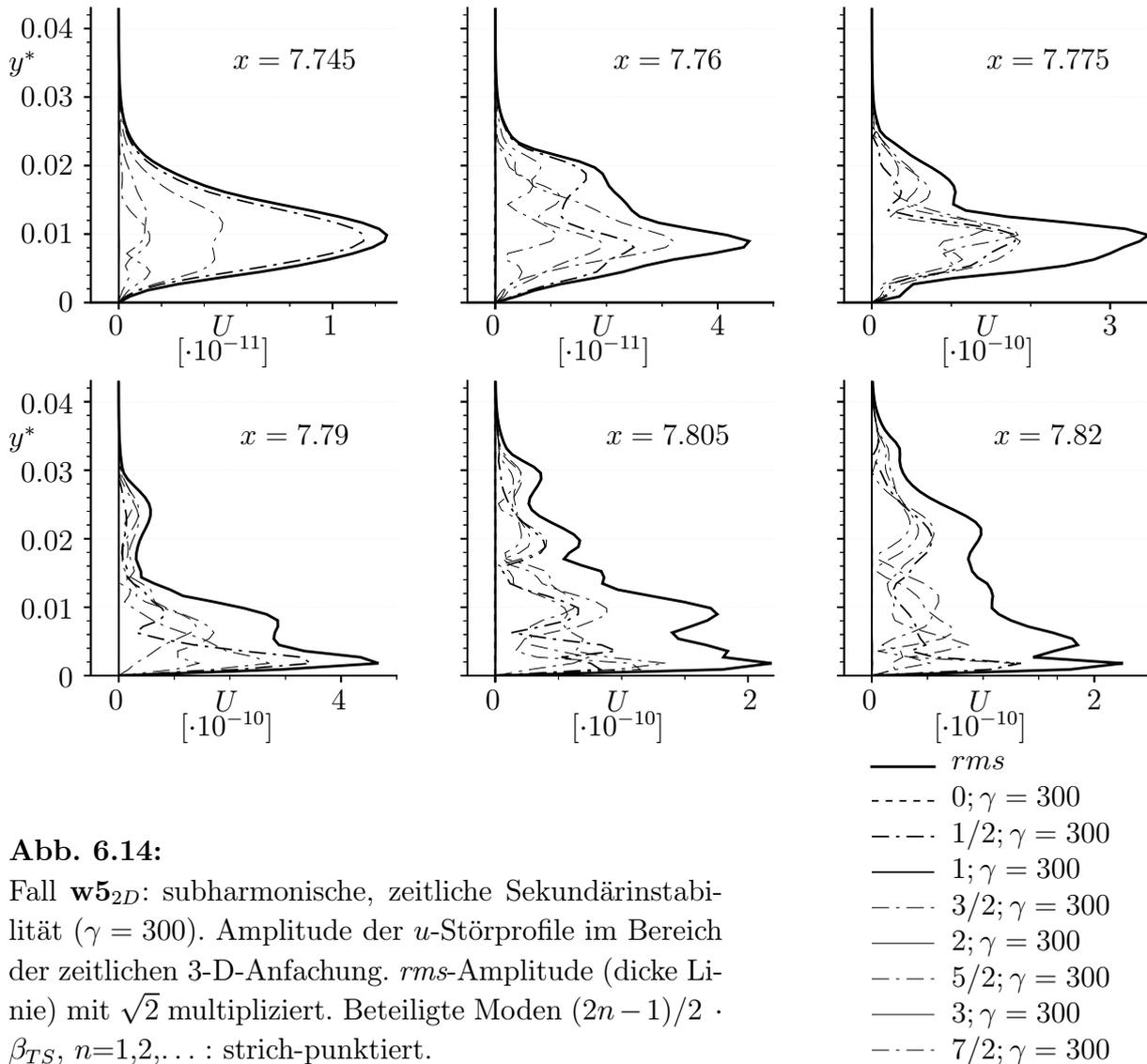
Die zungenförmige 3-D-Struktur, die, wie weiter oben angesprochen, in die abgelöste Scherschicht reicht, wächst nicht nur in Stromabrichtung, sondern wird beim erneuten Einrollen der abgelösten Scherschicht auch stromauf gezogen ( $t = t_0 + 1.1 T_{TS}$  zweitunterste Reihe). Im fundamentalen Fall (rechts) wird der bei  $t = t_0 + 0.7 T_{TS}$  (oberste Reihe) noch oben liegende Bereich mit positiver Wirbelstärke (hell) zum Teil stromauf gezogen, verschwindet ansonsten aber bis  $t = t_0 + 0.9 T_{TS}$  vollständig. Gleichzeitig hat sich unterhalb



**Abb. 6.13:** Fall  $w_{5D}$ : zeitliche Sekundärinstabilität. Momentanbilder der Wirbelstärke in Spannweitenrichtung einer subharmonischen Mode  $\gamma = 300$  (linke Spalte) und einer fundamentalen Mode  $\gamma = 240$  (rechte Spalte); zeitliches Wachstum jeweils eliminiert.

des Bereiches mit negativer Wirbelstärke (dunkel) ein weiterer Bereich mit positiver Wirbelstärke gebildet. Diese Anordnung bei  $x \approx 7.8$  (ganz oben leicht positive, dann stark negative, darunter wieder positive Wirbelstärke) bleibt in der Ablöseblase in Wandnähe beim Abschwimmen der dreieckigen Struktur zurück ( $t = t_0 + 1.3 T_{TS}$ , unterste Bildreihe).

Im subharmonischen Fall (linke Spalte) schwächt sich die in der zungenförmigen Struktur bei  $t = t_0 + 0.7 T_{TS}$  (oberste Bildreihe) noch vorhandene negative Wirbelstärke immer weiter ab und es bleibt nur ein Rest in der Ablöseblase bei  $x \approx 7.78$  zurück. Darunter liegt ein Bereich starker positiver Wirbelstärke, der einschließlich des an der Wand liegenden Bereichs mit negativer Wirbelstärke bei  $t = t_0 + 1.3 T_{TS}$  (unterste Bildreihe) eine gegenüber dem fundamentalen Fall umgekehrte Anordnung ergibt. Während bei  $t = t_0 + 0.7 T_{TS}$  die Vorzeichen im fundamentalen und subharmonischen Fall noch übereinstimmen, haben diese sich bis  $t = t_0 + 1.3 T_{TS}$  umgekehrt. Die 2-D-Scherschicht mit negativer Scherung ist also in beiden Fällen entgegengesetzt 3-D verformt, wenn die zeitliche starke Instabilität gegenüber 3-D-Störungen wieder einsetzt. Das anschließende zeitliche Wachstum erfolgt somit ebenfalls mit entgegengesetzten Vorzeichen (also in Spannweitenrichtung versetzt), jedoch verursacht

**Abb. 6.14:**

Fall **w5<sub>2D</sub>**: subharmonische, zeitliche Sekundärinstabilität ( $\gamma = 300$ ). Amplitude der  $u$ -Störprofile im Bereich der zeitlichen 3-D-Anfachung. *rms*-Amplitude (dicke Linie) mit  $\sqrt{2}$  multipliziert. Beteiligte Moden  $(2n - 1)/2 \cdot \beta_{TS}$ ,  $n=1,2,\dots$  : strich-punktiert.

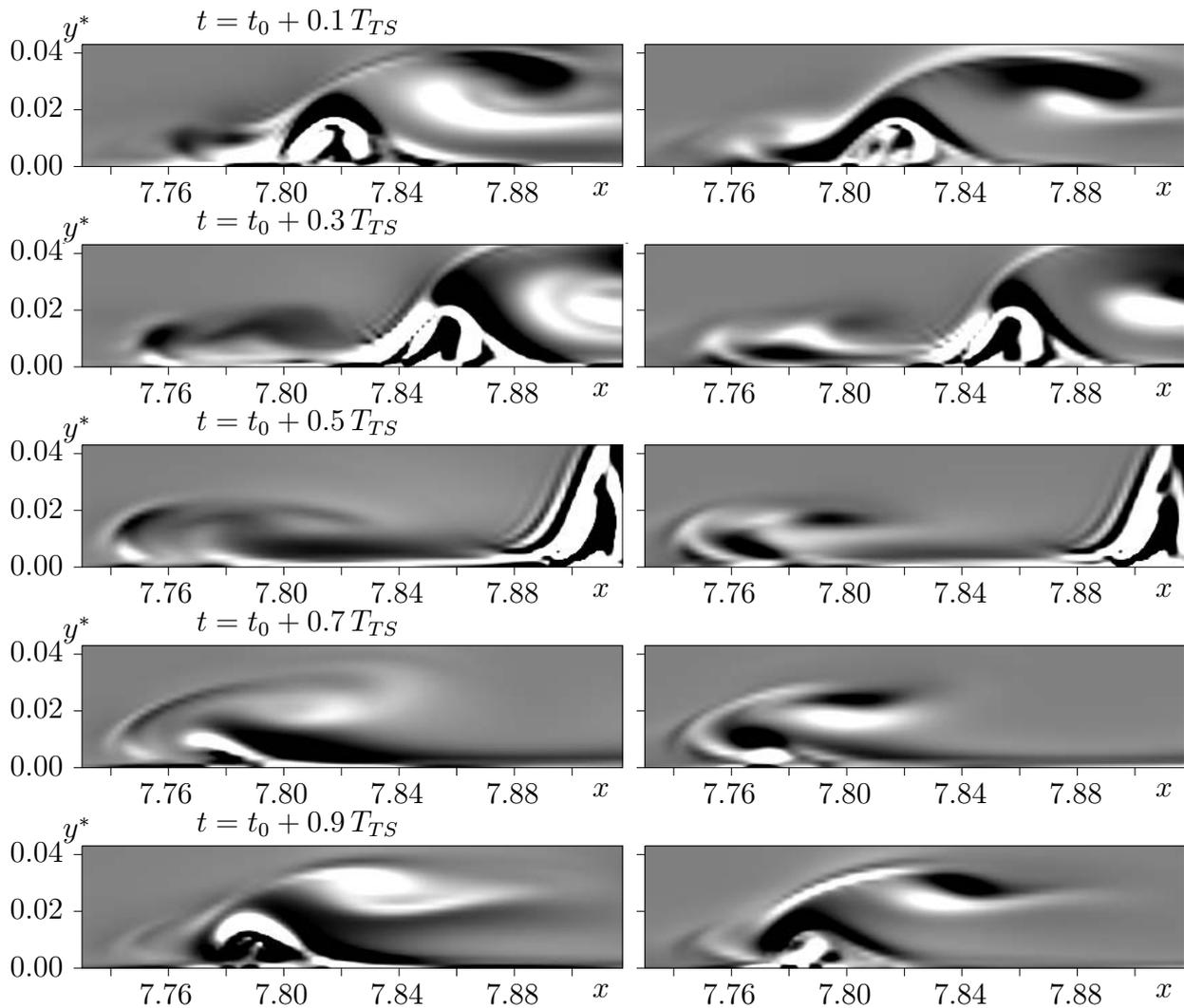
durch die gleiche Instabilität der lokalen 2-D-Scherschicht gegenüber 3-D-Verformungen. Dies erklärt den kontinuierlichen Verlauf der Anfachungsraten über der Querwellenzahl. Im subharmonischen Fall wechselt also lediglich die anfängliche 3-D-Verformung der lokalen, negativen 2-D-Scherschicht von einer TS-Periode zur nächsten ihr Vorzeichen, während im fundamentalen Fall das Vorzeichen gleich bleibt.

Die Störprofile für den subharmonischen Fall sind in Abbildung 6.14 entsprechend Abbildung 6.11 (fundamentaler Fall) aufgetragen. Die zeitliche Amplitudenzunahme der Zeitsignale wurde wiederum im Vorfeld der Analyse mit der zeitlichen Anfachungsrate eliminiert. Es treten ausschließlich die strich-punktiert eingetragene subharmonische Mode und ihre Höherharmonischen ( $3/2\beta_{TS}$ ,  $5/2\beta_{TS}$ ,  $7/2\beta_{TS}$ ) auf. Die fundamentale Mode und ihre Höherharmonischen (durchgezogene Linien) fallen auf die Nulllinie. Auch eine stationäre Mode fehlt völlig. Dies entspricht einerseits dem klassischen Mechanismus subharmonischer

Sekundärinstabilität, kann andererseits aber auch anschaulich erklärt werden. Bei der zeitlichen Mittelung über eine TS-Periode ergibt sich im subharmonischen wie im fundamentalen Fall ein starker, stationärer Störanteil. Im subharmonischen Fall erfolgt die zeitliche Entwicklung in der folgenden TS-Periode mit entgegengesetztem Vorzeichen. Auch das zeitliche Mittel hat in dieser Periode also ein entgegengesetztes Vorzeichen und verschwindet bei der Mittelung über zwei Perioden daher vollständig. Auch im subharmonischen Fall ändert sich die Amplitude der Störprofile stark in Stromabrichtung und ein einheitlicher Charakter der Störprofile tritt nicht auf. Vielmehr führt auch hier die Überlagerung der phasenweise auftretenden, zeitlichen Instabilitäten mit Einflüssen durch Konvektion zu komplexen Formen der Störprofile.

Bei kleineren Querwellenzahlen (bis  $\gamma \approx 160$ ) ist der Verlauf der Anfachungsraten über der Querwellenzahl nicht so gleichmäßig wie bei großen Querwellenzahlen (Abb. 6.8, S. 133). Im Bereich subharmonischer zeitlicher Anfachung bis  $\gamma \approx 40$  und im folgenden, fundamental angefachten Bereich haben die Anfachungsraten zwar jeweils einen gleichmäßigen Verlauf mit einem Maximum. Der Übergang zwischen den Bereichen ist jedoch durch ein scharfes Minimum bei den Anfachungsraten gekennzeichnet. Für die beiden angesprochenen Bereiche ist in Abbildung 6.15 die Wirbelstärke in Spannweitenrichtung gegenübergestellt: die der subharmonischen Mode  $\gamma = 40$  in der linken Spalte und die der fundamentalen Mode  $\gamma = 80$  in der rechten Spalte. Es sind jeweils fünf Momentanbilder während einer TS-Periode dargestellt. Wiederum ist das zeitliche Wachstum nach der Beziehung (6.1) eliminiert. In beiden Fällen sind die 3-D-Strukturen größer als bei den zuvor betrachteten größeren Querwellenzahlen ( $\gamma = 240$  und  $300$ ). Die durch kleinere Querwellenzahlen vorgegebene größere Ausdehnung der Strukturen in Spannweitenrichtung findet ihre Entsprechung somit auch in der Ausdehnung der Strukturen in den anderen Raumrichtungen ( $x$  und  $y$ ). Grundsätzlich treten bei den kleineren Querwellenzahlen keine Unterschiede der zeitlichen Entwicklung im Vergleich zu den Moden bei großen Querwellenzahlen (Abb. 6.13) auf. Ein dreieckiger Bereich mit Wirbelstärkestrukturen, die im subharmonischen und fundamentalen Fall eine ähnliche Anordnung haben, wird stromab konvektiert. In der Ablöseblase verbleiben Reste der 3-D-Strukturen zurück, deren Amplitude im Anschluss stark zeitlich anwächst. Im subharmonischen Fall ergibt sich dabei von Periode zu Periode die Umkehr des Vorzeichens.

Trotz dieser prinzipiellen Ähnlichkeiten können die Strukturen der subharmonischen Mode mit  $\gamma = 40$  (linke Spalte) möglicherweise den diskontinuierlichen Verlauf zwischen dem Bereich subharmonischer und fundamentaler zeitlicher Anfachung erklären. Für  $\gamma = 40$  liegt zwar noch subharmonische Anfachung vor, bei etwas größeren Querwellenzahlen folgt aber unmittelbar der Bereich fundamentaler Anfachung. In dem Bereich, in dem sich die lokale, starke 2-D-Scherschicht in Wandnähe bildet, ist die 3-D-Verformung des Strömungsfeldes anfänglich sehr klein im Vergleich zur Mode  $\gamma = 80$  (rechte Spalte), die etwa in der Mitte



**Abb. 6.15:** Fall  $w5_{2D}$ : zeitliche Sekundärinstabilität bei kleineren Querwellenzahlen. Vergleich der  $\omega_z$ -Wirbelstärkestrukturen einer subharmonischen Mode (linke Spalte:  $\gamma = 40$ ) und einer fundamentalen Mode (rechte Spalte:  $\gamma = 80$ ).

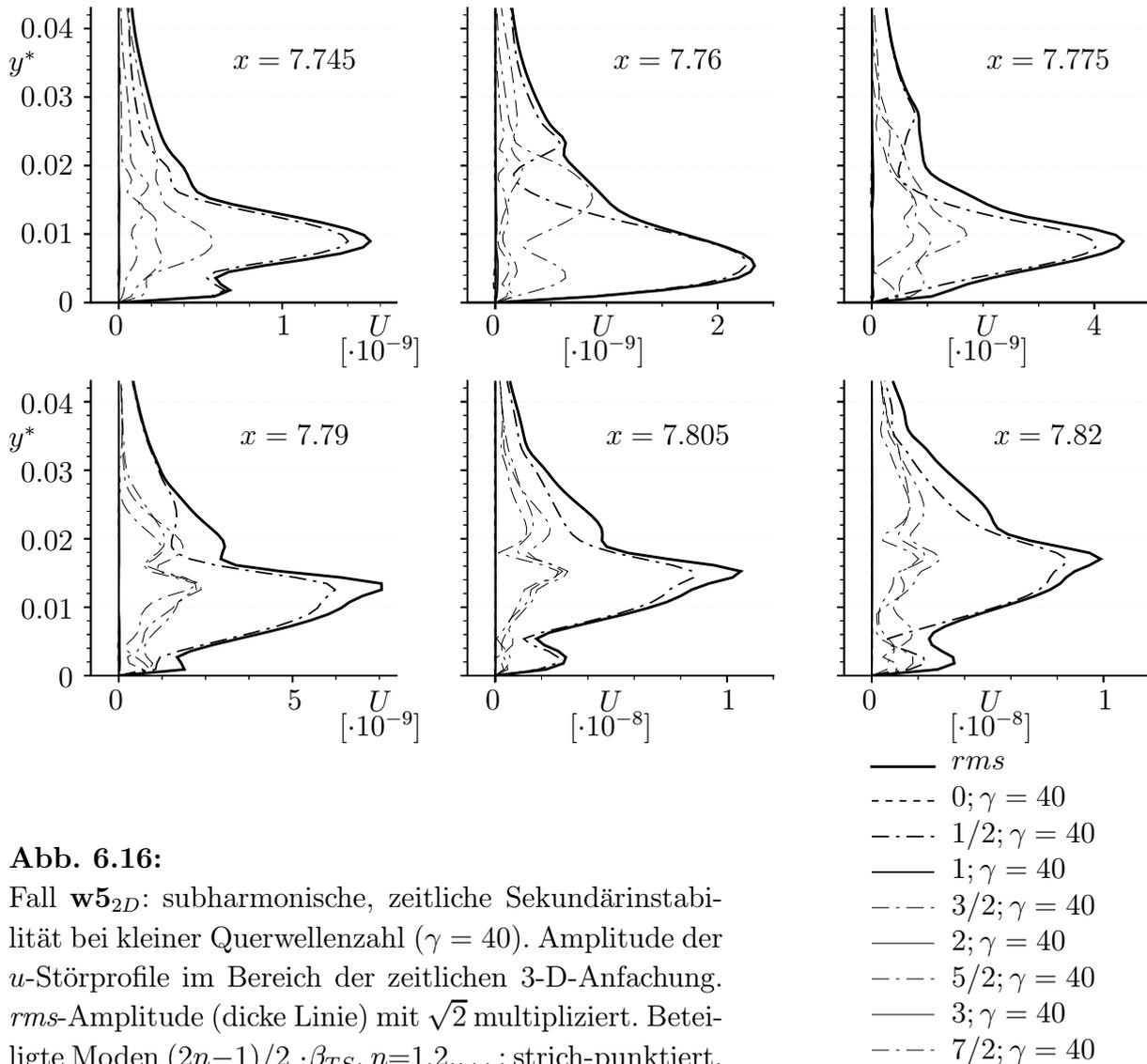
des Bereiches fundamentaler Anfachung liegt. Dies ist besonders auffällig zum Zeitpunkt  $t_0 + 0.5T_{TS}$ . Die lokale 2-D-Scherschicht befindet sich zu diesem Zeitpunkt im Bereich  $7.75 < x \lesssim 7.79$  (Abb. 6.10, S. 139, linke Spalte). Zum gleichen Zeitpunkt ist die 3-D-Amplitude in diesem  $x$ -Bereich für die Mode  $\gamma = 40$  besonders niedrig (Abb. 6.15, linke Spalte, drittes Bild). Die zeitliche 3-D-Anfachung beginnt also auf erheblich niedrigerem Amplitudenniveau als bei der Mode  $\gamma = 80$ , bei der von vorne herein im Bereich der entstehenden lokalen 2-D-Scherschicht eine 3-D-Scherschicht mit vergleichsweise starker, negativer 3-D-Amplitude vorhanden ist. Diese ist als dunkle Struktur in Abb. 6.15 zwischen  $7.75 < x < 7.78$  zu sehen (rechte Spalte, drittes Bild).

Bei großen Querwellenzahlen zeigten sich sowohl bei fundamentalen als auch bei subharmonischen Moden jeweils mehrere übereinander liegende, langezogene 3-D-Scherschichten

mit wechselndem Vorzeichen der Wirbelstärke, die in Abbildung 6.13 nach dem Abschwimmen des dreieckigen Wirbels ein schwarz-weiß-Muster in der Nähe der Wand ergeben. Beim Übergang zwischen subharmonischer und fundamentaler Anfachung verschwindet nicht jede der übereinander liegenden 3-D-Scherschichten (das gesamte Streifenmuster) sondern jeweils nur die oberste oder unterste 3-D-Scherschicht, wodurch sich dann im subharmonischen Fall der Vorzeichenwechsel von einer Periode zur nächsten einstellt. Die anderen 3-D-Scherschichten behalten jedoch eine große Amplitude, so dass sich kein wesentlicher Einfluss auf die 3-D-Amplitude beim Einsetzen des zeitlichen Wachstums in der lokalen 2-D-Scherschicht ergibt. Der Übergang zwischen subharmonischer und fundamentaler Anfachung hat nach dieser Überlegung daher keinen starken Einfluss auf die zeitliche Anfachungsrate.

Bei kleinen Querwellenzahlen sind dagegen die 3-D-Strukturen grober und nicht so langgezogen, so dass im Bereich der entstehenden, lokalen 2-D-Scherschicht eine einzelne besonders starke 3-D-Scherschicht gegenüber anderen 3-D-Scherschichten dominiert. Beim Übergang vom fundamentalen zum subharmonischen Anfachungsmechanismus wird diese Scherschicht schwächer bis sie schließlich beim Erreichen subharmonischer Anfachung von Periode zu Periode ihr Vorzeichen wechselt. Da im Gegensatz zu großen Querwellenzahlen keine anderen 3-D-Scherschichten mit ähnlich großer Amplitude wie diese einzelne, dominierende Scherschicht im maßgeblichen  $x$ -Bereich vorhanden sind, führt die Verminderung ihrer Anfangsamplitude bei der erneuten Bildung der lokalen 2-D-Scherschicht unweigerlich zu einer Reduzierung der über die gesamte TS-Periode betrachteten zeitlichen Anfachungsrate. Die zeitliche Anfachungsrate, wie auch der Wechsel zwischen subharmonischer und fundamentaler Anfachung, wird demnach nicht primär durch unterschiedliche Instabilitäten der lokalen 2-D-Scherschicht verursacht, sondern hängt vor allem von der Anfangsverteilung der 3-D-Störungen im Bereich der entstehenden lokalen 2-D-Scherschicht ab.

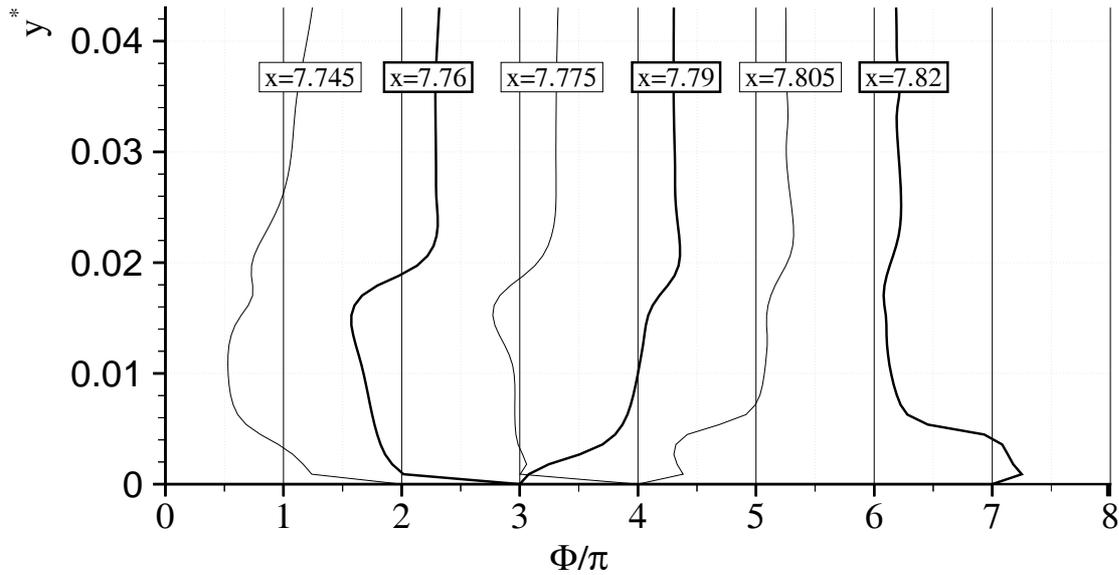
Bei den Profilen der subharmonischen Mode  $\gamma = 40$  (Amplitude in Abb. 6.16 und Phase in Abb. 6.17) bleibt im Gegensatz zu der subharmonischen Mode  $\gamma = 300$  (Amplitude in Abb. 6.14) die subharmonische Mode an allen gezeigten  $x$ -Positionen stark dominant und erreicht selbst bei  $x = 7.82$  noch 70-80% der  $rms$ -Amplitude, während ihre Höherharmonischen nur etwa 30% der  $rms$ -Amplitude haben. Zudem hat die subharmonische Mode teilweise Minima mit relativ kleiner Amplitude, die auf einen Nulldurchgang der Amplitude hindeuten könnten (z. B.  $y^* = 0.018$  bei  $x = 7.76$  und  $7.775$ ,  $y^* = 0.006$  bei  $x = 7.805$  und  $7.82$ ). Tatsächlich finden sich in den Phasenverläufen (Abb. 6.17) an den entsprechenden Stellen zwar relativ starke Veränderungen, abgesehen von  $y^* = 0.006$  bei  $x = 7.82$  jedoch keine scharfen Phasensprünge um  $\Delta\Phi = \pi$ . Die Minima mit nahezu verschwindender Amplitude der subharmonischen Mode bilden sich nicht in den  $rms$ -Profilen ab (Abb. 6.16), da die Höherharmonischen dort relativ große Amplituden haben. Die große Amplitude des subharmonischen Anteils gegenüber seinen Höherharmonischen ist vermutlich auf die bei

**Abb. 6.16:**

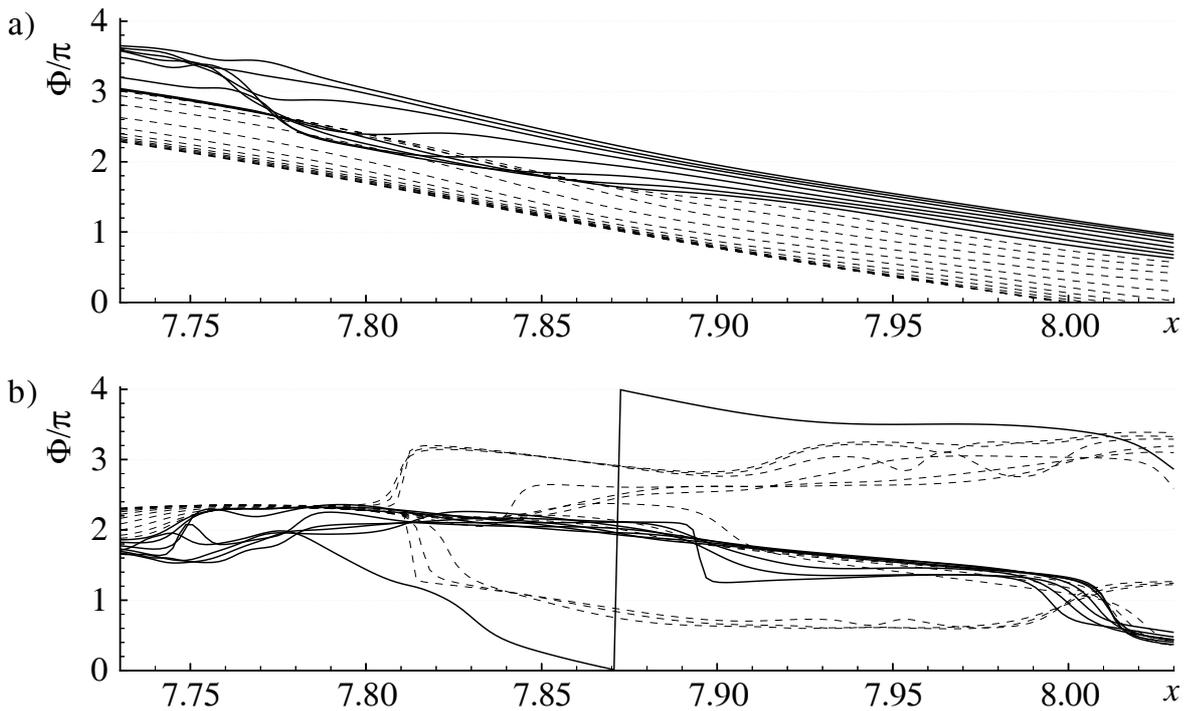
Fall  $w5_{2D}$ : subharmonische, zeitliche Sekundärinstabilität bei kleiner Querwellenzahl ( $\gamma = 40$ ). Amplitude der  $u$ -Störprofile im Bereich der zeitlichen 3-D-Anfachung.  $rms$ -Amplitude (dicke Linie) mit  $\sqrt{2}$  multipliziert. Beteiligte Moden  $(2n-1)/2 \cdot \beta_{TS}$ ,  $n=1,2,\dots$ : strich-punktiert.

kleinen Querwellenzahlen ( $\gamma = 40$ ) relativ groben 3-D-Strukturen zurückzuführen. Schon bei der fundamental angefachten Mode mit  $\gamma = 80$  verliert der fundamentale Störanteil, der bei  $x < 7.775$  noch nahezu die  $rms$ -Amplitude erreicht, nämlich schnell seine Dominanz gegenüber den Höherharmonischen (ohne Abb.).

In Abbildung 6.18 ist die Entwicklung der Phase in Stromabrichtung in unterschiedlichen Wandabständen von  $y = 0$  bis  $y = 0.072$  mit  $\Delta y = 0.0036$  für die TS-Welle (Bildteil a) und die subharmonische Mode  $\gamma = 40$  (b) dargestellt. Bei der TS-Welle (a) nimmt die Phase im gesamten Wiederanlegebereich kontinuierlich ab. Dies zeigt, dass es sich um eine rein konvektive Störwelle handelt. Die Verläufe in Wandnähe sind als durchgezogene Linien ( $y = 0 \dots 0.0288$ ) und Verläufe in größerem Wandabstand sind strichliert aufgetragen. Der etwas ungleichmäßige Verlauf in Wandnähe (durchgezogene Linien) im Bereich  $7.75 < x < 7.8$  ist auf die dort phasenweise auftretende und mit starken nichtlinearen Wechselwirkungen



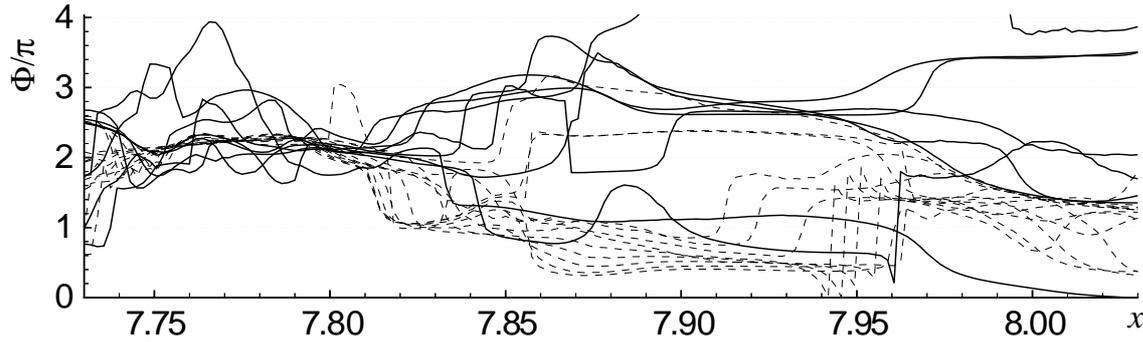
**Abb. 6.17:** Fall  $w5_{2D}$ : subharmonische, zeitliche Sekundärinstabilität bei kleiner Querwellenzahl ( $\gamma = 40$ ). Phase  $\Phi$  der  $u$ -Störprofile der subharmonischen 3-D-Mode an verschiedenen  $x$ -Stellen.



**Abb. 6.18:** Fall  $w5_{2D}$ : Phase  $\Phi$  über  $x$ . a) 2-D TS-Welle: Verläufe bei konstantem Abstand von der Wand im Bereich von  $0 < y^* < 0.072$  mit  $\Delta y^* = 0.0036$ .  $y^* \leq 0.0288$ : durchgezogene Linien;  $y^* > 0.0288$ : strichliert. b) entsprechende Verläufe der subharmonischen Mode mit  $\gamma = 40$ .

verbundene 2-D-Scherschicht zurückzuführen.

Die Phase der subharmonischen Mode  $\gamma = 40$  (b) ist in diesem Bereich bis  $x = 7.8$



**Abb. 6.19:** Fall  $w5_{2D}$ : fundamentale, zeitliche Sekundärinstabilität bei kleiner Querwellenzahl ( $\gamma = 80$ ). Phase über  $x$ . Verläufe bei konstantem Abstand von der Wand im Bereich von  $0 < y^* < 0.072$  mit  $\Delta y^* = 0.0036$ .  $y^* \leq 0.0288$ : durchgezogene Linien;  $y^* > 0.0288$ : strichliert.

nicht an die 2-D-Welle gekoppelt. Die Variation in wandnormaler Richtung ist sehr klein (alle Kurven liegen relativ eng beieinander) und die Phase ist über  $x$  nahezu konstant. Dies ist charakteristisch für zeitliches Störungswachstum (vergl. absolute Instabilität im letzten Kapitel). Auch die Sequenzen von Momentanbildern zeigten, dass in diesem  $x$ -Bereich, in dem phasenweise die lokale, starke 2-D-Scherschicht auftritt, die 3-D-Mode zeitlich generiert wird. Erst ab  $x \approx 7.82$  nimmt die Phase in Wandnähe über  $x$  ab (durchgezogene und einige strichlierte Linien). Die 3-D-Mode wird also stromab konvektiert. Im wandferneren Bereich ist jedoch noch keine Konvektion zu beobachten. Der Vergleich mit der Phase der TS-Welle zeigt eine Phasenkoppelung zwischen der 2-D TS-Welle und der 3-D-Mode in Wandnähe. Da die Frequenz der 3-D-Mode nur halb so groß wie die der 2-D TS-Welle ist, ist dabei auch der Gradient  $\partial\Phi/\partial x$  nur halb so groß wie bei der TS-Welle.

Für die fundamentale Mode mit  $\gamma = 80$  ist die Phasenentwicklung in Abbildung 6.19 ungleichmäßiger. Im gesamten  $x$ -Bereich ergeben sich teilweise starke Schwankungen. Dennoch sind die wesentlichen, bei  $\gamma = 40$  beobachteten Merkmale auch bei  $\gamma = 80$  vorhanden. Zwischen  $x = 7.75$  und  $x = 7.8$  variiert die Amplitude nur relativ schwach in wandnormaler Richtung und die Phase ist nahezu konstant über  $x$ . Für  $x < 7.78$  nimmt die Phase dabei leicht zu, dahinter dann ab. Im Bereich, in dem der dreieckige Bereich starker Wirbelstärke stromab konvektiert wird (siehe Abb. 6.15, rechte Spalte,  $x > 7.8$ ) nimmt die Phase (außer in Phasesprüngen um  $\Delta\Phi \approx \pi$ ) in Wandnähe tendenziell ebenfalls ab.

Bisher kann zwar noch nicht sicher ausgeschlossen werden, dass die bei  $\gamma = 40$  beobachtete stärkere Dominanz der zeitlich angefachten Mode gegenüber ihren Höherharmonischen als bei höheren Querwellenzahlen auf eine Besonderheit beim Anfachungsmechanismus zurückzuführen ist und ob dieser möglicherweise bei den Anfachungsraten für die klarere Trennung der Bereiche mit subharmonischer und fundamentaler Anfachung bei kleineren Querwellenzahlen führt. Vermutlich ist dieser Unterschied jedoch auf die bei kleineren

Querwellenzahlen groberen 3-D-Strukturen zurückzuführen, die keinen so starken Beitrag zu den Höherharmonischen liefern. Weiterhin spricht auch die deutliche Übereinstimmung der räumlich-zeitlichen Entwicklung der subharmonischen Mode  $\gamma = 40$  mit der fundamentalen Mode  $\gamma = 80$  (und den Moden bei größeren Querwellenzahlen) gegen einen speziellen Anfachungsmechanismus bei  $\gamma = 40$  (siehe Abb. 6.15). Daher ist nach den derzeitigen Erkenntnissen die ab Seite 146 schon angeführte Deutung die wahrscheinlichste, nach der die Art der in der Ablöseblase verbleibenden 3-D-Verformung des Fluids (Zahl und Anordnung von Schichten positiver und negativer Wirbelstärke) maßgeblichen Einfluss auf die Anfachungsart (fundamental oder subharmonisch) und die sekundäre zeitliche Anfachungsrate hat. Warum allerdings für  $\gamma > 160$  die Anfachungsraten allgemein stark zunehmen, kann bisher noch nicht zufriedenstellend beantwortet werden.

## 6.5 Vergleich mit anderen sekundären Instabilitätsmechanismen

Es wurde schon angesprochen, dass die Strömung an der Staupunktlinie eines schwingenden Zylinders gewisse Analogien zur Wiederanlegelinie einer laminaren Ablöseblase hat. Diese zwei Strömungsfälle sind auch die einzigen dem Autor bisher bekannten, in denen eine zeitliche, sekundäre Instabilität auftritt. Die Instabilitätsmechanismen unterscheiden sich im Detail nach den bisherigen Erkenntnissen jedoch erheblich. Dies wirkt sich auch auf die theoretische Formulierung aus. Bei der Modellierung der sekundären Instabilität an der Staupunktlinie (Menter & Wedemeyer [48]) ergibt sich das 2-D-Strömungsfeld als Überlagerung zweier Moden, die auf der Ober- bzw. Unterseite des Zylinders stromab laufen, so dass sich insgesamt eine stehende Welle ergibt. Wie in der Formulierung nach Herbert [26] für die konvektive, sekundäre Instabilität in Wandgrenzschichten, wird das Problem zeitlich modelliert. Dabei wird das Koordinatensystem an die Konvektionsgeschwindigkeit der primären Störwellen gekoppelt. Im Fall der Staupunktlinie stellen die entgegenlaufenden 2-D-Wellen eine stehende Welle dar. Die primäre Störung steht räumlich fest und die Modellierung führt daher zu einem ortsfesten Koordinatensystem. Das Einsetzen einer sekundären Instabilität im zeitlichen Modell kennzeichnet in diesem Sonderfall also tatsächlich zeitliches Wachstum auch im physikalischen System. Auch die 3-D-Störung setzt sich dann aus zwei Moden zusammen, die sich auf die Ober- und Unterseite des Zylinders ausbreiten.

Die zeitliche, sekundäre Instabilität in laminaren Ablöseblasen weicht vom entsprechenden Mechanismus an der Staupunktlinie in vielen Punkten ab. Die Konvektion der 3-D-Mode verschwindet zwar im Bereich sekundären, zeitlichen Störungswachstums ebenfalls, so dass sich eine konstante Phasenlage über  $x$  ergibt (siehe Abb. 6.18b und 6.19,  $7.75 < x < 7.8$ ), die primäre Mode verhält sich im gesamten Stromabbereich aber rein konvektiv (vergl. Abb.

6.18a). Die der üblichen Formulierung mit dem zeitlichen Modell zugrunde liegende Kopplung des Koordinatensystems an die primäre Störmode (2-D TS-Welle) führt daher zu einem stromab schwimmenden Bezugssystem und liefert somit die Anfachung der sekundären Mode durch konvektive sekundäre Instabilität. Das zeitliche Wachstum der 3-D-Moden kann nicht ermittelt werden. Dass der direkte Vergleich zwischen Staupunktlinie und Ablöseblase auch über die theoretische Formulierung hinaus zu kurz greift, ergibt sich zudem aus der Beobachtung, dass in der Ablöseblase das zeitliche Wachstum nicht an der Wiederanlegelinie (bei  $x = 8.0$ ) erfolgt, die als Analogie zur Staupunktlinie gesehen werden kann, sondern ca.  $2/3$  der 2-D TS-Wellenlänge weiter stromauf im Rückströmgebiet des zeitlich gemittelten Strömungsfeldes.

Der gravierendste Unterschied zwischen den beiden Mechanismen liegt aber zumindest nach dem derzeitigen Verständnis in der Tatsache, dass in der Ablöseblase eine zeitliche Instabilität gegenüber 3-D-Moden nur vorübergehend auftritt und die charakteristischen Wellenlängen der sekundär angefachten Moden nur einen Bruchteil der 2-D TS-Wellenlänge darstellen. In Spannweitenrichtung geht dies unmittelbar aus dem Vergleich der Querwellenzahl  $\gamma$  mit der Wellenzahl  $\alpha_{TS} \approx 20$  der Tollmien-Schlichting Welle hervor. In  $x$ -Richtung lässt sich die wesentlich kleinere Wellenlänge der 3-D-Moden, sowie der starken, sehr lokalen 2-D-Scherschicht anhand der Darstellung der Momentandaten belegen. Sowohl die 2-D-Scherschicht, als auch die daran gekoppelten 3-D-Moden finden sich dabei nur in einem kleinen Stromabbereich, der nur einen Bruchteil einer TS-Wellenlänge von  $\lambda_{TS} \approx 0.3$  umfasst (vergl. Abb. 6.10 auf S. 139). Die Bildung von räumlich und zeitlich so eng begrenzten Strukturen erfordert höherharmonische Anteile. Dies erschwert die theoretische Formulierung zusätzlich, da sowohl zur Darstellung der primären Störung als auch der sekundär angefachten 3-D-Mode vermutlich mehrere Harmonische im Raum und in der Zeit einbezogen werden müssten. Selbst mit einer solchen Modellierung ließe sich der Mechanismus zeitlicher sekundärer Instabilität in Ablöseblasen aber wohl nicht vollständig erfassen, da neben der phasenweisen Instabilität der lokalen 2-D-Scherschicht Konvektion eine zentrale Rolle spielt. Konvektionseinflüsse aus dem stromauf oder stromab liegenden Bereich können bei einer lokalen Betrachtung (wie der sekundären Instabilitätstheorie) nicht erfasst werden, sondern deren Berücksichtigung bedarf einer globalen Betrachtung (z. B. einer DNS).

Trotz der angesprochenen Schwierigkeiten könnte in der Zukunft zumindest eine Modellierung von Teilaspekten der zeitlichen sekundären Instabilität in Ablöseblasen (insbesondere der Instabilität der lokalen 2-D-Scherschicht) zum weitergehenden Verständnis des zeitlichen, sekundären Anfachungsmechanismus in laminaren Ablöseblasen beitragen.



# Kapitel 7

## Ablöseblase am Tragflügel

Die Erfahrung zeigt, dass in laminaren Ablöseblasen der laminar-turbulente Grenzschichtumschlag in feine 3-D-Strukturen eintritt, sobald TS-Wellen mit großer Amplitude ( $> \text{ca. } 1\% U_\infty$ ) im Wiederanlegebereich vorhanden sind. In der Regel wird es sich dabei um ein Gemisch von 2-D und 3-D-Wellen handeln. Selbst in Experimenten mit gezielter Anregung ausschließlich einer 2-D-Welle sind immer auch 3-D-Wellen vorhanden, die wegen der starken Anfachung in der Ablöseblase eine relativ große Amplitude erreichen (wenn auch eine erheblich kleinere Amplitude als die angeregte Welle). In Experimenten des „natürlichen“ Grenzschichtumschlages und allgemein im Freiflug wird das Anfangsspektrum der Störwellen in der Grenzschicht aus dem Störspektrum der Anströmung generiert und es tritt eine Vielzahl von TS-Wellen mit unterschiedlichem Schräglaufwinkel auf. Durch primäre Instabilität (gemäß der LST) dominieren in der Ablöseblase 2-D und schwach schräglaufoende 3-D-Wellen, da sie stärker angefacht sind als stark schräglaufoende 3-D-Wellen.

Nach den Untersuchungen von Rist [58] ist die Anfachung der 3-D-Moden durch konvektive sekundäre Instabilität in der Regel zu klein, um so große 3-D-Amplituden zu bewirken, dass der laminar-turbulente Grenzschichtumschlag eintritt. Rist schlägt daher einen schrägen Umschlagsmechanismus als Ursache des Grenzschichtumschlages in laminaren Ablöseblasen vor. Wie gerade geschildert, sind in der Praxis immer 3-D-Störungen in der Ablöseblase vorhanden, so dass die Voraussetzungen für einen schrägen Umschlag allgemein gegeben sind.

Mit dem Mechanismus zeitlicher, sekundärer Instabilität ergibt sich nun in größeren Ablöseblasen ein weiteres Szenario der Turbulenzentstehung. Die 3-D-Moden wachsen in einer transienten Phase durch die Wechselwirkung mit einer konvektiv angefachten 2-D TS-Welle so lange zeitlich an, bis sie eine so große Amplitude erreicht haben, dass nichtlineare Interaktionen zum Grenzschichtumschlag führen. Dieses Szenario kommt ohne 3-D-Störungen stromauf der Ablöseblase aus und schon minimale 3-D-Anfangsstörungen in der

Ablöseblase reichen aus.

In diesem Kapitel wird nun einerseits der Grenzschichtumschlag untersucht, der sich aus einer reinen 2-D-Welle durch die zeitliche, sekundäre Instabilität der 3-D-Moden nach der transienten Phase entwickelt. Angesichts der in der Praxis normalerweise auch stromauf der Ablöseblase vorhandenen 3-D-Wellen ist in der Regel auch die Voraussetzung für einen schrägen Umschlag gegeben. Ein wichtiger Gesichtspunkt der nun folgenden Untersuchungen wird daher auch der Einfluss des Mechanismus zeitlicher, sekundärer Instabilität auf den schrägen Grenzschichtumschlag in Ablöseblasen sein, der sich aus schwach schräglauenden Wellen entwickelt, die stromauf der Ablöseblase angeregt werden. Schließlich wird untersucht, ob zusätzliche, stärker schräglauende Wellen in der Grenzschicht stromauf der Ablöseblase, die dann in die Ablöseblase konvektiert werden, die Ablöseblase beeinflussen, oder ob die beiden geschilderten Szenarien (Umschlagsentwicklung aus einer reinen 2-D-Welle oder schräger Umschlag schwach schräglauender Wellen) von solchen konvektiven, stärker schräglauenden Wellen unberührt bleiben.

Das zeitlich gemittelte Strömungsfeld wird mit den experimentellen Untersuchungen von Würz [77] und Würz *et al.* [76] verglichen. Die numerischen Randbedingungen in den DNS entsprechen den Randbedingungen bei den Untersuchungen zur sekundären Instabilität im letzten Kapitel und sind an diese Experimente angepasst. Wie im letzten Kapitel wird also insbesondere auch die „turbulente“ Geschwindigkeitsverteilung aus dem Experiment am oberen Rand vorgeschrieben (Ablösung durch Turbulator stromauf der ursprünglichen Ablösestelle unterdrückt). Auch die Diskretisierung in  $x$ - und  $y$ -Richtung wird beibehalten. Das Rechengitter hat somit in  $x$ -Richtung 2754 und in  $y$ -Richtung 193 Knoten. Die Spannweitenrichtung wird mit 44 Spektralmoden aufgelöst, wobei die Grundquerwellenzahl  $\gamma_0$ , die die Breite des Integrationsgebietes bestimmt, der physikalischen Fragestellung angepasst wird. Eine Grundschwingung der erzwungenen Störwellen wird mit 600 Zeitschritten diskretisiert, eine typische Wellenlänge dieser Wellen mit ca. 160 Gitterpunkten. Die DNS berücksichtigen nun den Grenzschichtumschlag und beinhalten damit auch den Einfluss der Dreidimensionalität auf die Grundströmung. Daher stimmen die Bedingungen in der DNS wesentlich besser mit dem Experiment überein als bei den von reinen 2-D-Wellen geprägten DNS im letzten Kapitel. Um stichhaltige Aussagen und Vergleiche mit dem Experiment zu erlauben, wird nun angestrebt, die Bedingungen in der DNS möglichst genau an das Experiment anzupassen. Dies wird über eine geeignete Wahl der Randbedingungen erreicht. In den DNS wird wiederum das Grenzschichtinteraktionsmodell eingesetzt und die Anpassung erfolgt ausschließlich durch die geeignete Wahl der Anfangsamplitude der erzwungenen Störwellen stromauf der Ablöseblase.

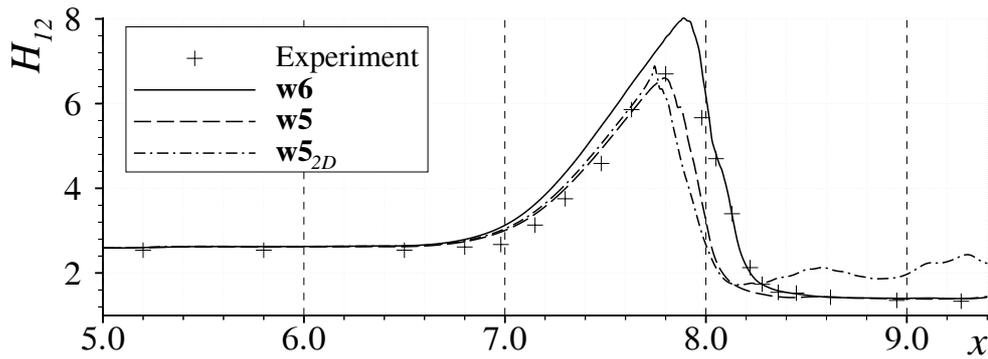
Im Experiment ist das Anfangsspektrum der Störungen (in Frequenz- und Querwellenzahlrichtung) einschließlich der Phasenlage der einzelnen Störungen zueinander nicht

bekannt. Eine exakte Anpassung der Bedingungen in der DNS an das Experiment ist daher auch in den 3-D-DNS nicht möglich. Durch eine gute Übereinstimmung der Grundströmungen können jedoch auch die Instabilitätseigenschaften der Ablöseblase an das Experiment angepasst werden. Es wurden zwei DNS mit erzwungener 2-D-Welle mit unterschiedlicher Amplitude durchgeführt. Der erste Fall **w5** ergibt sich aus den DNS im letzten Kapitel, wenn nach dem Ende der transienten Phase der Grenzschichtumschlag eintritt. Die Anfangsamplitude der erzwungenen 2-D TS-Welle beträgt also wiederum  $U \approx 10^{-5}$ . Würz [77] gibt  $n$ -Faktoren für die integrale Anfachung vom Einsetzen der Instabilität bis zum einsetzenden Grenzschichtumschlag an. Die stärkste Anfachung ergibt sich dabei für Frequenzen zwischen 730 und 820Hz (in der hier verwendeten Normierung:  $\beta = 9.6$  bzw. 10.8). Die Frequenz in der DNS liegt mit  $\beta = 10$  in diesem Bereich. Im zweiten DNS-Fall **w6** wird die Anfangsamplitude auf ein Zehntel reduziert ( $U \approx 10^{-6}$ ), die Frequenz ( $\beta = 10$ ) aber beibehalten. Die Grundquerwellenzahl beträgt in beiden Fällen  $\gamma_0 = 16$  und orientiert sich an der Untergrenze, für die in der transienten Phase im letzten Kapitel noch zeitlich sekundär instabile 3-D-Moden gefunden wurden. Der Schräglaufwinkel einer TS-Welle mit der Grundquerwellenzahl beträgt ca.  $39^\circ$  und die Breite des Integrationsgebietes umfasst etwas mehr als eine Wellenlänge der angeregten 2-D TS-Welle ( $\alpha_{TS} \approx 20$ ). Die kleinsten darstellbaren 3-D-Strukturen haben eine Querwellenzahl von  $\gamma = 44 \cdot \gamma_0 = 704$  oder ca.  $3\%$  einer TS-Wellenlänge.

## 7.1 Grundströmung

Normalerweise wird mit dem Begriff Grundströmung eine Lösung der stationären Navier-Stokes-Gleichungen bezeichnet. Das zeitlich gemittelte Strömungsfeld umfasst darüber hinaus einen stationären Störanteil, der beispielsweise in einer turbulenten Grenzschicht zur Beschleunigung des wandnahen Fluids und somit fülligeren, zeitlich gemittelten Grenzschichtprofilen führt. Da bei stark verzögerten Grenzschichten die Existenz einer Lösung der stationären Navier-Stokes Gleichungen mit Ablöseblase oftmals nicht existiert, und zudem in den DNS der stationäre Störanteil nicht ermittelt werden kann, wird wie schon bisher in dieser Arbeit nicht zwischen dem zeitlich gemittelten Strömungsfeld und der Grundströmung unterschieden sondern mit dem Begriff Grundströmung das zeitlich gemittelte Strömungsfeld einschließlich stationärem Störanteil bezeichnet.

Abbildung 7.1 zeigt einen Vergleich der Grundströmung in den beiden Simulationsläufen **w5** (strichliert) und **w6** (durchgezogen) mit dem Experiment von Würz [77] (+) anhand des Formparameterverlaufes. Ergänzend ist auch der Verlauf im Fall **w5**<sub>2D</sub> strich-punktiert eingetragen, bei dem 3-D-Moden keinen Einfluss auf die Grundströmung haben. In der reinen 2-D-Simulation **w5**<sub>2D</sub> ist das Formparametermaximum etwas größer als im Fall **w5** (strich-



**Abb. 7.1:** Formparameterverlauf  $H_{12}(x)$  in verschiedenen 3-D DNS-Fällen im Vergleich mit dem Experiment.

liert), und der starke Formparameterabfall, der durch das Wiederanlegen der abgelösten Grenzschicht verursacht wird, liegt etwas weiter stromauf. Die Unterschiede zwischen den beiden Grundströmungen sind jedoch moderat. Die Veränderung der Anfangsamplitude der 2-D TS-Welle stromauf der Ablöseblase hat dagegen einen wesentlich stärkeren Einfluss auf die Grundströmung als die Dreidimensionalität. Durch die Reduzierung der Anfangsamplitude im Fall **w6** (durchgezogen) auf 1/10 des Falles **w5** (strichliert) wächst das Formparametermaximum stark an und die Wiederanlegestelle verschiebt sich deutlich in Stromabrichtung. Auch die Ablösestelle verschiebt sich etwas weiter stromauf, was am früheren Anstieg des Formparameters im Fall **w6** zu erkennen ist.

Im letzten Kapitel wurde nur ein grober Abgleich zwischen DNS und Experiment angestrebt und anhand des Maximalwertes des Formparameters in der Ablöseblase durchgeführt. Bei einem genaueren Vergleich muss man jedoch berücksichtigen, dass die im Experiment verwendete Hitzdrahttechnik Rückströmung nicht detektieren kann, sondern dass der Betrag der Geschwindigkeit gemessen wird. Rückströmung führt zu einer Reduzierung der Impulsverlustdicke  $\delta_2$  und damit zu einer Erhöhung des Formparameters  $H_{12}$ . Somit ist davon auszugehen, dass der Maximalwert des Formparameters im Experiment größer als der anhand der Hitzdrahtmessungen ermittelte Wert ist und demnach nicht so gut mit dem Fall **w5** übereinstimmt, wie die Abbildung 7.1 vermittelt. Weiterhin lässt sich die Wiederanlegestelle im Experiment nicht genau ermitteln, da bei Hitzdrahtmessungen Fluktuationen mit sehr großer Amplitude, wie sie im Wiederanlegebereich vorhanden sind, im zeitlichen Mittel durch die Betragsbildung eine relativ starke positive Stromabgeschwindigkeitskomponente erzeugen und so eine möglicherweise im Mittel noch vorhandene Rückströmung überdecken. Daher wird die Wiederanlegestelle anhand des starken Abfalls des Formparameters mit dem Experiment verglichen. Dieser liegt im Fall **w5** deutlich stromauf des Abfalls im Experiment, wohingegen die Positionen im Fall **w6** und im Experiment nahezu übereinstimmen.

In allen DNS setzt der Anstieg des Formparameters wesentlich früher ein als im Experiment. Man könnte daher annehmen, dass die Ablösestelle in den DNS weiter stromauf

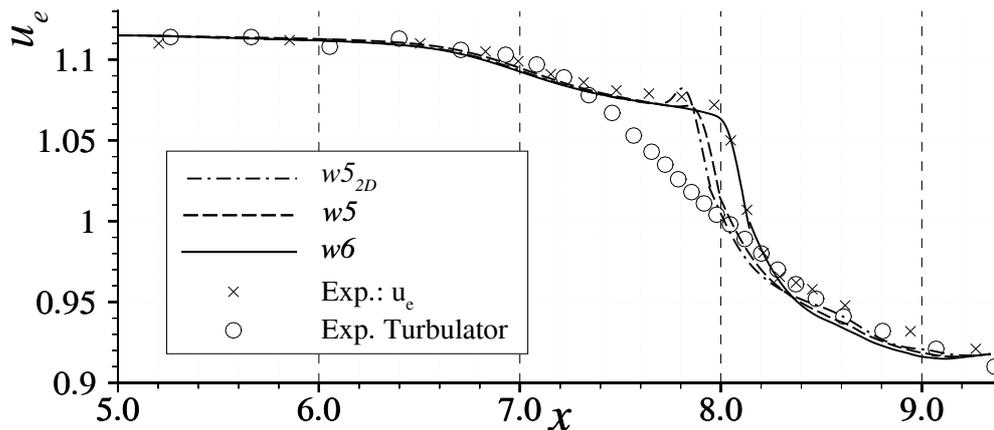


Abb. 7.2: Geschwindigkeitsverteilung am Grenzschichttrand in verschiedenen 3-D DNS-Fällen im Vergleich mit dem Experiment.

liegt als im Experiment. Der Vergleich der Ablösestellen ergibt jedoch ein anderes Bild. Würz gibt als Ablösestelle im Experiment  $x_a = 7.17$  an. In den DNS liegt die Ablösestelle im Fall **w6** (durchgezogene Linie) mit  $x_a = 7.115$  zwar stromauf dieser Position, im Fall **w5** (strichliert) mit  $x_a = 7.2$  allerdings weiter stromab, obwohl der Formparameter in der DNS in diesem Bereich allgemein größer ist als im Experiment. Dementsprechend ist der Formparameter an der Ablösestelle im Experiment mit  $H_{12,a} \approx 3.2$  auch wesentlich kleiner als in den DNS mit  $H_{12,a} \approx 3.57$  im Fall **w5** und  $3.51$  im Fall **w6**. Rist [58] erhält in der lokal verzögerten Blasiusgrenzschicht einen Wert von  $H_{12,a} = 3.35$ . Gegenüber dem entsprechenden Wert von  $H_{12} = 4.03$  des Falkner-Skan Profils, das gerade Ablösung aufweist, sind die Werte im Experiment und in den DNS überraschend niedrig.

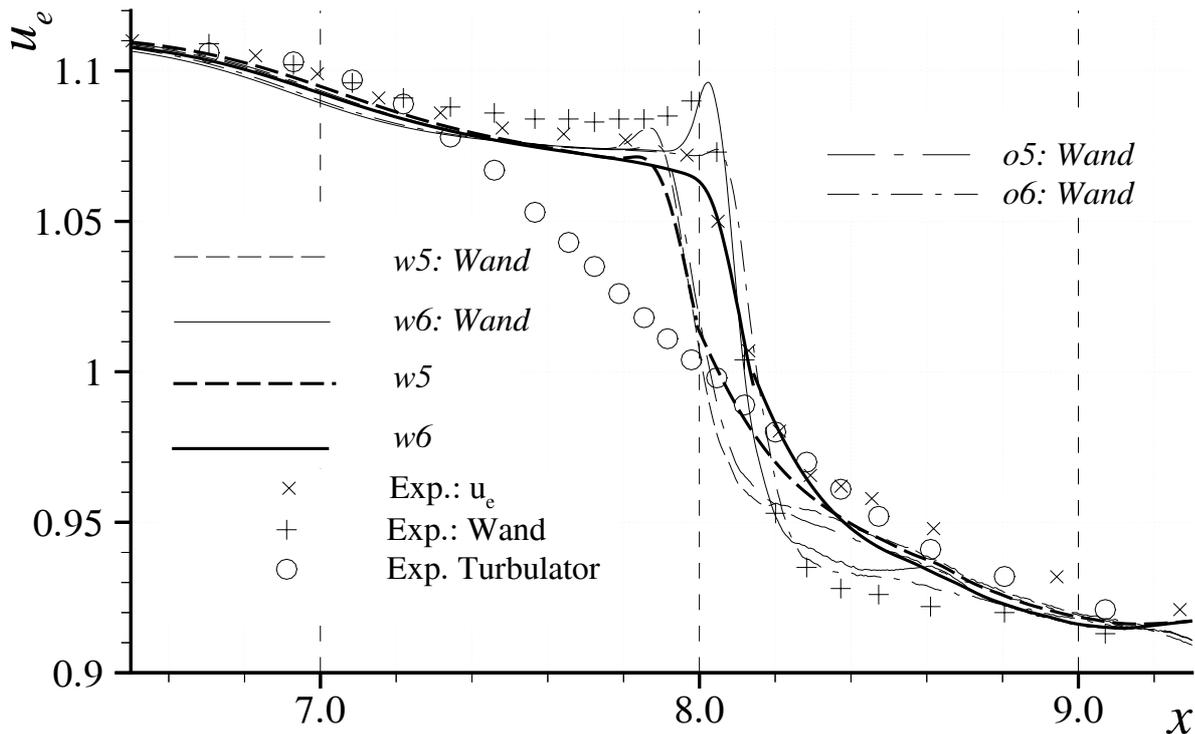
Der Vergleich der Geschwindigkeitsverteilung am Grenzschichttrand (Abb. 7.2) zeigt, dass die Verzögerung (Druckanstieg) in den DNS (verschiedene Strichlierungen) weiter stromauf einsetzt als im Experiment. Dementsprechend ist die Geschwindigkeit in den DNS insbesondere im Bereich der Ablösestelle  $7.1 < x < 7.2$  etwas gegenüber den beiden, im Experiment gemessenen Verteilungen mit (x) und ohne Ablöseblase (o) verzögert. Der frühere Formparameteranstieg kennzeichnet die damit verbundene Veränderung der Grundströmungsprofile. Im Experiment setzt der Druckanstieg unvermittelter ein als in den DNS und der Druckanstieg bis zur Ablösestelle ist kleiner. Die Grundströmungsprofile sind durch den Druckanstieg weniger beeinflusst. Da Rist die DNS ohne Grenzschichtinteraktionsmodell durchführt, setzt der Druckanstieg ebenfalls relativ plötzlich ein. Die Grenzschicht löst also bei einem plötzlich einsetzenden Druckanstieg bei wesentlich kleineren Formparametern ab als bei einem gleichmäßigeren Einsetzen des Druckanstiegs. Beim plötzlich einsetzenden Druckanstieg im langsamen Fluid an der Wand tritt Ablösung nicht nur durch eine kontinuierliche Veränderung der Profile im Sinne der ähnlichen Grenzschichten ein, sondern die laminare Grenzschicht bleibt im wandferneren Bereich noch stark von ihrer Stromaufge-

schichte geprägt. In Wandnähe führt der Druckanstieg jedoch schnell zu Rückströmung und die Grenzschicht löst ab.

Abgesehen von der etwas stärkeren Verzögerung stromauf der Ablöseblase stimmt die Geschwindigkeitsverteilung im Fall **w6** insbesondere im für die Untersuchung der Umschlagsmechanismen wichtigsten Bereich ( $6.8 < x < 8.5$ ) sehr gut mit dem Experiment überein. Das Geschwindigkeitsniveau ist zwar allgemein etwas niedriger, der Verlauf ist aber nahezu parallel zu der experimentellen Verteilung. So beginnt die starke Verzögerung am Ende der Ablöseblase ebenfalls auf etwas niedrigerem Niveau als im Experiment, die Gesamtverzögerung ist aber nahezu gleich. Im Fall **w5** (strichliert) sind die Abweichungen wesentlich stärker. Die beiden Fälle **w5** und **w5<sub>2D</sub>** (strich-punktiert) stimmen dagegen wiederum relativ gut miteinander überein. Die starke Verzögerung ist bei Vernachlässigung der Dreidimensionalität (strich-punktiert) etwas nach vorne verschoben und unmittelbar stromauf dieser Verzögerung ist die Geschwindigkeit am Grenzschichtrand bei  $x \approx 7.8$  etwas beschleunigt. Eine solche Beschleunigung ist typisch für rein zweidimensionale Untersuchungen.

Betrachtet man die Ablöse- und Wiederanlegestelle, so ist die Ablöseblase im Fall **w5** kürzer und im Fall **w6** länger als im Experiment. Die gute Übereinstimmung der Geschwindigkeitsverteilung am Grenzschichtrand spricht für die Vermutung, dass die Anfangsamplitude der Störungen jedoch im Fall **w6** besser mit dem Experiment übereinstimmt als im Fall **w5**. Der Vergleich des Formparametermaximums im Experiment und in den DNS erlaubt keine darüber hinausgehende, genauere Einordnung.

Die Abweichung der Potentialgeschwindigkeitsverteilung in den DNS vom Experiment stromauf der Ablöseblase zeigt ein Problem bei der Bestimmung der exakten Potentialgeschwindigkeitsverteilung im Experiment. Bei der „turbulenten“ Geschwindigkeitsverteilung wird zwar durch die Turbulatoren Ablösung verhindert und so die Verdrängungseinflüsse der Grenzschicht sehr stark reduziert, auch die verzögerte turbulente Grenzschicht wächst aber durch den Druckanstieg besonders schnell und hat daher ebenfalls eine Verdrängungswirkung auf die Potentialströmung. In den DNS wird die „turbulente“ Geschwindigkeitsverteilung aus dem Experiment ( $\circ$ ) aber als frei von Verdrängungseinflüssen betrachtet und als obere Randbedingung angesetzt. Daraus ergeben sich zwangsläufig Unterschiede zwischen der DNS und dem Experiment, da sich die Verteilung in der DNS verändert, sobald sich die turbulente Grenzschicht ausbildet, auch wenn in der DNS Ablösung ebenfalls unterdrückt wird. Um die Unterschiede weiter einzuschränken, wäre eine zusätzliche DNS erforderlich, bei der TS-Wellen mit so großer Amplitude in die Grenzschicht eingebracht werden, dass sich keine Ablöseblase bildet. So könnte der Verdrängungseinfluss der turbulenten Grenzschicht (die Abweichung der Geschwindigkeit am oberen Rand im Interaktionsmodell von der zunächst als Anfangsbedingung vorgeschriebenen „turbulenten“ Geschwindigkeitsverteilung)



**Abb. 7.3:** Geschwindigkeitsverteilungen: Vergleich am Grenzschichttrand und an der Wand (aus Wanddruckverteilung ermittelt) in verschiedenen 3-D DNS-Fällen und im Experiment.

lung aus dem Experiment) bestimmt und anschließend die am oberen Rand vorgeschriebene Potentialverteilung entsprechend korrigiert werden. Da die Geschwindigkeitsverteilung im Fall **w6** (durchgezogen) der Verteilung im Experiment jedoch auch ohne eine solche Korrektur sehr gut entspricht, wurde auf eine Optimierung der Potentialgeschwindigkeitsverteilung verzichtet.

Die grundsätzliche Einordnung der DNS im Vergleich mit dem Experiment wird nun noch weiter vertieft. Bei Ablöseblasen unterscheidet sich die Geschwindigkeitsverteilung, die man theoretisch über die Bernoulli-Gleichung aus der Wanddruckverteilung berechnen kann und die einen Vergleich des Zustandes an der Wand mit dem Grenzschichttrand ermöglicht, deutlich von der Verteilung am Grenzschichttrand. Beide sind charakteristisch für eine Ablöseblase. In der Abbildung 7.3 sind die Verteilungen an der Wand (+) und am Grenzschichttrand (x) aus dem Experiment mit Ablöseblase den entsprechenden Verteilungen aus den DNS-Fällen **w5** und **w6** gegenübergestellt. Die dünnen Kurven kennzeichnen die aus dem Wanddruckverlauf ermittelten Verteilungen, die dicken die Geschwindigkeit am Grenzschichttrand. Beide Geschwindigkeitsverteilungen stimmen im Fall **w6** (durchgezogene Linien) sehr gut mit den entsprechenden Verteilungen aus dem Experiment überein, sieht man auch beim Wandverlauf (dünne Linie) davon ab, dass die gesamte Verteilung etwas zu niedrigeren Geschwindigkeiten verschoben ist. Im Wandverlauf des Falles **w6** ist ledig-

lich das Maximum, das unmittelbar vor der starken Verzögerung im Wiederanlegebereich liegt ( $x \approx 8.05$ ), deutlich ausgeprägter als im Experiment (+). Auf dieses Phänomen wird gleich noch eingegangen. Stromab der Ablöseblase konnten die Wandverläufe in den DNS nur unzureichend ermittelt werden. Da in der Formulierung des numerischen Verfahrens der Druck nicht explizit enthalten ist, muss er aus Gradienten des Geschwindigkeitsfeldes an der Wand (Index  $W$ ) integriert werden:

$$p_W = \int_{x_0}^x \frac{\partial^2}{\partial y^2} u(x, y_W) dx. \quad (7.1)$$

Dies erfordert eine sehr feine Diskretisierung in wandnormaler Richtung. In der sich entwickelnden Turbulenz stromab der Wiederanlegestelle reicht die wandnormale Auflösung in den DNS nicht mehr aus, um die entsprechenden Ableitungen mit ausreichender Genauigkeit zu bestimmen, und der Wanddruck fällt je nach Diskretisierung der zweiten Ableitung in wandnormaler Richtung stark ab oder steigt stark an. Weder kleine Differenzenmoleküle, deren Abhängigkeitsbereich zwar sehr lokal ist, die dafür aber nur eine niedrige Genauigkeitsordnung aufweisen, noch große Differenzenmoleküle, deren großer Abhängigkeitsbereich sich trotz hoher numerischer Genauigkeit schädlich auswirkt, liefern ein mit den jeweils anderen Diskretisierungen reproduzierbares Ergebnis. Selbst kompakte Formulierungen mit  $\frac{\partial}{\partial y} u_W = \omega_{z,W}$  können dabei keine Abhilfe schaffen. Ein Vergleich des Wandverlaufes stromab von  $x \approx 8.2$  ist daher nicht sinnvoll.

Der Geschwindigkeitsverlauf am Grenzschichttrand ( $\times$ ) fällt hinter der Ablöseblase kaum unter die „turbulente“ Verteilung ( $\circ$ ) und unterscheidet sich darin vom Wandverlauf, der dort deutlich gegenüber der „turbulenten“ Verteilung verzögert ist. Gleichzeitig ist auch in der DNS die Geschwindigkeit im Plateau der Ablöseblase am Grenzschichttrand etwas niedriger als beim entsprechenden, aus der Wanddruckverteilung berechneten Verlauf, und das in der Wandverteilung vorhandene Maximum vor dem starken Abfall fehlt vollständig. Sieht man von dem deutlich früheren Geschwindigkeitsabfall ab, der durch das frühere Wiederanlegen verursacht ist, so stimmen im Fall **w5** (strichliert) beide Geschwindigkeitsverläufe qualitativ sehr gut mit dem Fall **w6** überein.

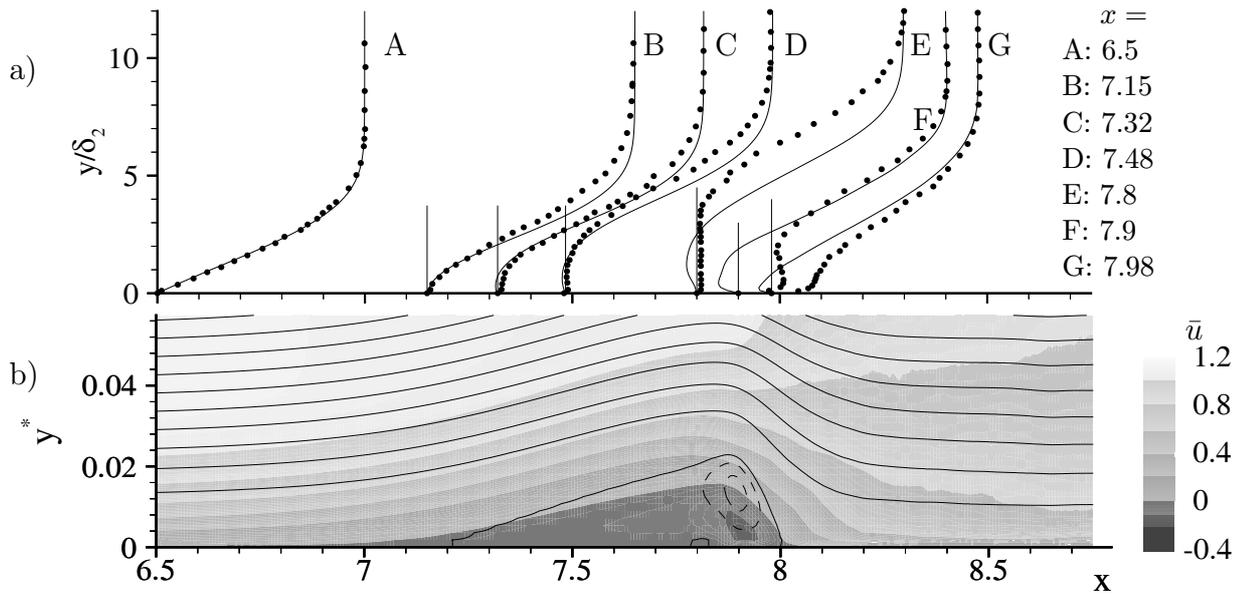
Visualisierungen des Strömungsfeldes im Experiment zeigten, dass dort neben 2-D-Wellen auch schwach schräglauende 3-D-Wellen stromauf der Ablöseblase in der Grenzschicht vorhanden sind. Um den Einfluss von 3-D-Moden zu untersuchen, die von stromauf der Ablöseblase in diese konvektiert werden, ist neben den bisher angesprochenen Geschwindigkeitsverläufen die Wandverteilung von zwei weiteren DNS im Plot strich-punktiert dargestellt. In diesen Fällen **o5** und **o6** wurde stromauf der Ablöseblase nicht eine 2-D-Welle im Störstreifen angeregt, sondern statt dessen ein symmetrisches Paar schwach schräglauender 3-D-Wellen (*oblique waves*) mit einer Anfangsamplitude von  $U \approx 10^{-5}$  im Fall **o5** bzw.  $U \approx 10^{-6}$  im Fall **o6**. Die Frequenz bleibt mit  $\beta = 10$  unverändert. Die Grundquerwellenzahl

ist gegenüber den Fällen **w5** und **w6** auf  $\gamma = 8$  halbiert um die Untersuchung von schwach schräglaufenden 3-D TS-Wellen zu ermöglichen. Der Schräglaufwinkel der angeregten 3-D TS-Wellen ( $\gamma = 8$ ) beträgt ca.  $22^\circ$ . Bei 44 Spektralmoden in Spannweitenrichtung ergibt sich eine maximal darstellbare Querwellenzahl von  $\gamma = 352$ , was 3-D-Strukturen der Größe von ca.  $6\%$  der TS-Wellenlänge entspricht.

Durch den schrägen Umschlag wird das Maximum im Wandverlauf stromauf des starken Geschwindigkeitsabfalles deutlich reduziert und das verbleibende kleine Maximum im Fall **o5** (lang strich-punktiert) und **o6** (kurz strich-punktiert) ist jeweils schwächer als im Experiment (+). Augenscheinlich hat neben der Anfangsamplitude der Störungen somit auch das Querwellenzahlspektrum der TS-Wellen einen Einfluss auf das zeitlich gemittelte Strömungsfeld. Die Vermutung liegt nahe, dass die im Experiment stromauf der Ablöseblase beobachteten, schwach schräglaufenden Wellen auch tatsächlich einen Einfluss auf den Umschlagsprozess in der Ablöseblase haben und zu einer Reduzierung des Maximums insbesondere im Vergleich zu dem von einer 2-D-Welle stromauf der Ablöseblase geprägten DNS-Fall **w6** führen, bei dem die Verteilung am Grenzsichtrand (dicke Linie) aber dennoch sehr gut mit dem Experiment (x) übereinstimmt.

Die Geschwindigkeit im Plateau der Wandverteilung (dünne Linien) in der Ablöseblase im Bereich  $x > 7.4$  hängt überraschenderweise kaum von der Amplitude und dem Querwellenzahlspektrum der Störungen vor der Ablöseblase ab und bis  $x = 7.8$  stimmen die Verteilungen der Fälle **w5** und **w6** (unterschiedliche Amplitude) mit den Fällen **o5** und **o6** (andere Querwellenzahl) überein. Der Druck im vorderen Teil der Ablöseblase ist also zumindest in den hier untersuchten Fällen nahezu unabhängig vom Spektrum der Störungen.

Die sehr gute Übereinstimmung der zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsverteilungen in den DNS Fällen **w6** und **o6** mit dem Experiment kann als weiterer Hinweis gedeutet werden, dass das numerische Verfahren die DNS der instationären Vorgänge in laminaren Ablöseblasen mit exakter Berücksichtigung der Grenzsichrichtinteraktionseffekte erlaubt. Erwähnenswert ist, dass dies gelingt, obwohl am oberen Rand die „turbulente“, im Experiment ohne Ablöseblase ermittelte Geschwindigkeitsverteilung als Potentialverteilung im Interaktionsmodell vorgegeben wurde. Zuverlässige DNS können aber auch völlig unabhängig von Experimenten durchgeführt werden, wenn mit Hilfe eines Potentialverfahrens die passende Geschwindigkeitsverteilung aus den Profilkordinaten des Tragflügels ermittelt wird. Dies gilt allerdings nicht für sogenannte *lange Ablöseblasen*, die die Geschwindigkeitsverteilung am gesamten Profil verändern. Die DNS solcher Ablösephänomene würde eine Koppelung einer DNS des Gebietes mit Ablösung mit einem Potentialverfahren erfordern, das das gesamte Tragflügelprofil erfasst. Durch das Interaktionsmodell kann zudem die Höhe des Integrationsgebietes stark reduziert werden. Dies ermöglicht eine feinere Diskretisierung und somit bessere Auflösung der Grenzsichicht. Es reicht aus, wenn das Integrationsgebiet



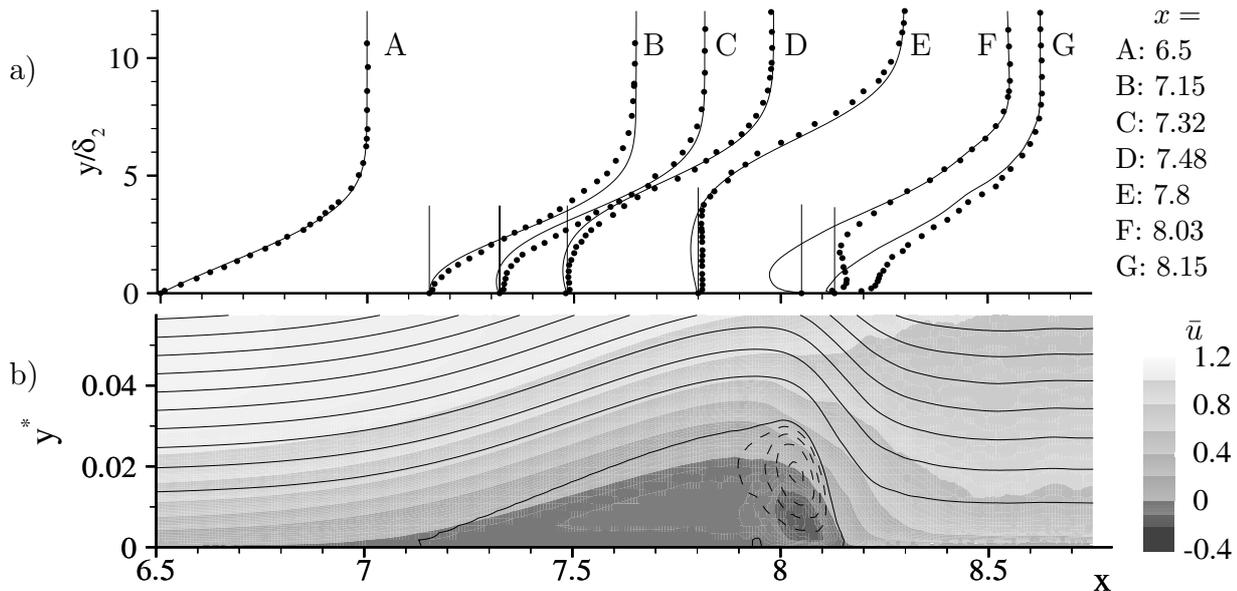
**Abb. 7.4:** Fall **w5**: Grundströmung. a) DNS-Profil im Vergleich zum Experiment (Symbole). Letzte zwei Profile (F,G) aus Experiment um  $\Delta x = 0.15$  nach vorne geschoben. b) DNS-Stromabgeschwindigkeitskomponente  $\bar{u}$  mit Stromlinien  $\Psi = const.$   $\Delta\Psi = 0.0005$  für  $\Psi < 0$  (strichliert);  $\Delta\Psi = 0.005$  für  $\Psi \geq 0$  (durchgezogen).

gerade so hoch ist, dass den oberen Rand keine hochfrequenten Störungen erreichen und die gesamte Grenzschicht im Integrationsgebiet liegt. Im Fall **w6** umfasst das Integrationsgebiet im Bereich der maximalen Blasenhöhe nur etwa vier Verdrängungsdicken, bzw. ca. zwei Grenzschichtdicken, durch die sich entwickelnde Turbulenz stromab der Ablöseblase nimmt die Grenzschicht in der Nähe des Ausströmrandes sogar nahezu die gesamte Höhe des Integrationsgebietes ein.

Würz [77] gibt Grundströmungsprofile an verschiedenen  $x$ -Stellen an. Diese werden in Abbildung 7.4a mit den Profilen im Fall **w5** und in Abbildung 7.5a mit Profilen im Fall **w6** verglichen. Im unteren Bildteil (b) ist jeweils die zeitlich gemittelte Stromabgeschwindigkeit  $\bar{u}$  in der DNS mit Stromlinien  $\Psi = const$  dargestellt. Die Abstufungen in den Grauwerten ergeben  $\bar{u}$ -Isolinien. Als wandnormale Koordinate wird wiederum nicht  $y$  verwendet, das entsprechend Gleichung (4.1) mit  $\sqrt{Re}$  normiert ist, sondern die Koordinate  $y^* = \hat{y}/\hat{L}$ . Die wandnormale Richtung ist im Vergleich zur  $x$ -Achse um den Faktor 10 überhöht dargestellt und der wandnormale Bereich umfasst ein Drittel der Höhe des Integrationsgebietes ( $y_{OR}^* = 0.172$ ). Die Stromfunktion an der Wand wird zu  $\Psi = 0$  gesetzt und es ergibt sich für die Stromlinien die Definition:

$$\Psi = \int_0^{y^*} \bar{u}(\zeta) d\zeta, \quad (7.2)$$

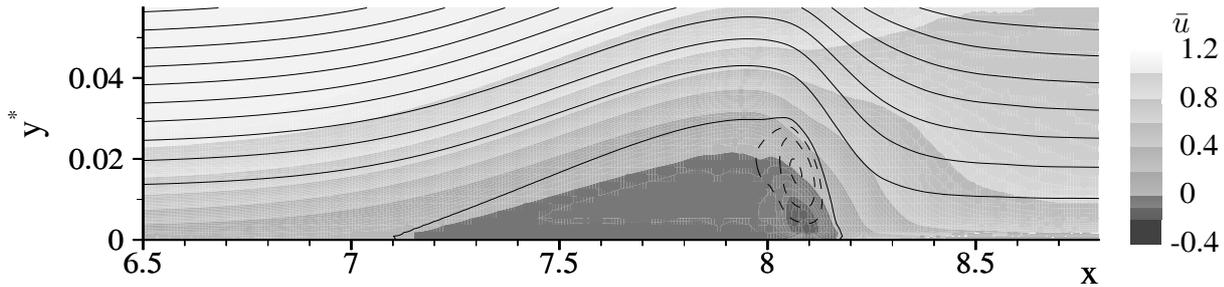
wobei die Variable  $\zeta$  bei der Integration nicht mit  $\sqrt{Re}$  gestreckt ist. Für  $\Psi \geq 0$  sind die



**Abb. 7.5:** Fall **w6**: Grundströmung. a) DNS-Profil im Vergleich zum Experiment (Symbole). b) Stromabkomponente  $\bar{u}$  mit Stromlinien  $\Psi = const.$   $\Delta\Psi = 0.0005$  für  $\Psi < 0$  (strichliert);  $\Delta\Psi = 0.005$  für  $\Psi \geq 0$  (durchgezogen).

Stromlinien durchgezogen mit einem Inkrement von  $\Delta\Psi = 0.005$  eingetragen, im negativen Bereich ( $\Psi < 0$ , strichliert) beträgt das Inkrement nur  $\Delta\Psi = 0.0005$ .

Im Fall **w5** (Abb. 7.4a) sind die Profile aus dem Experiment an den Positionen F und G um  $\Delta x = -0.15$  nach vorne verschoben, um dem früheren Wiederaanlegen in der DNS Rechnung zu tragen. Dennoch unterscheiden sich die Profile in der Ablöseblase (Positionen D und insbesondere E) im Fall **w5** deutlich vom Experiment und die abgelöste Scherschicht liegt in der DNS näher an der Wand. Da die Übereinstimmung der Profile mit dem Experiment im Fall **w6** insgesamt wesentlich besser ist als im Fall **w5** wird auf weitere Details zu den Profilen im Fall **w5** nicht eingegangen, sondern direkt der Fall **w6** besprochen (Abb. 7.5a). Dabei stimmen alle  $x$ -Stellen in der DNS und im Experiment überein. Position A ( $x = 6.5$ ) kennzeichnet etwa die Stelle, bei der in der DNS eine leichte Verzögerung der Grenzschicht gegenüber dem Experiment beginnt. Sie wirkt sich allerdings (noch) nicht auf die Grundströmungsprofile aus und die DNS (Linie) und das Experiment (Punkte) stimmen sehr gut überein. Die leichten Unterschiede im laminaren Teil der Ablöseblase (Positionen B,C,D) lassen sich durch den früher einsetzenden Druckanstieg in der DNS und die damit verbundene frühere Ablösung erklären ( $x_a = 7.115$  gegenüber 7.17 im Experiment), die in diesem Bereich zu einem etwas höheren Ablösegebiet führt. Im Experiment ist die Rückströmung auch weit in der Ablöseblase sehr klein (Position E). Dagegen ist in der DNS eine etwas stärkere, jedoch ebenfalls schwache Rückströmung zu beobachten. Im hinteren Teil der Blase (Positionen F und G) sind die mit Hitzdrähten gemessenen Grundströmungsprofile sowohl durch die dort vorhandene Rückströmung sowie durch die große Störampplitude stark



**Abb. 7.6:** Fall **o6**: Grundströmung. Stromabkomponente  $\bar{u}$  mit Stromlinien  $\Psi = \text{const.}$   
 $\Delta\Psi = 0.0005$  für  $\Psi < 0$  (strichliert);  $\Delta\Psi = 0.005$  für  $\Psi \geq 0$  (durchgezogen).

verfälscht, und der Vergleich mit dem Experiment ermöglicht keine genauen Aussagen mehr. Die weiterhin gute Übereinstimmung im wandferneren Bereich, in dem diese messtechnischen Effekte schwächer sind, spricht jedoch dafür, dass auch im Wiederanlegebereich die Simulation **w6** gut mit dem Experiment übereinstimmt. Das wandnahe Maximum an der Position F im experimentellen Verlauf entsteht somit vermutlich durch die Betragsbildung aufgrund relativ starker Rückströmung und die deutliche Beschleunigung in der Nähe der Wand an der Position G ist durch starke Fluktuationen in der Grenzschicht verursacht.

Die Stromlinien mit negativer Stromfunktion (strichliert) zeigen in der Grundströmung des Falles **w6** (Abb. 7.5b) einen im Uhrzeigersinn drehenden Wirbel im hinteren Blaseneteil. Sein Kern liegt (per Definition) auf dem oberen Rand des Rückströmgebietes, der sich anhand des deutlichen Sprungs von hell- nach dunkelgrau erkennen lässt. Der Wanddruck hat ziemlich genau unterhalb dieses Wirbelkerns sein Minimum, das in der aus dem Wanddruckverlauf bestimmten Geschwindigkeitsverteilung als Maximum erscheint (Abb. 7.3, dünne durchgezogene Linie bei  $x = 8.03$ ). Im Fall **w5** ist dieser Zusammenhang zwischen  $x$ -Position des Wirbelkerns und Wanddruckminimum ebenso vorhanden (Abb. 7.3 und 7.4b bei  $x = 7.89$ ). In der Potentialströmung sorgt dieses Druckminimum für stark gekrümmte Stromlinien, deren Krümmung mit zunehmendem Wandabstand jedoch abnimmt, so dass am Grenzschichtrand schließlich kein deutliches Druckminimum mehr vorhanden ist und dadurch das Plateau in den Geschwindigkeitsverteilungen relativ gleichmäßig in den starken Druckanstieg im Wiederanlegebereich übergeht (Abb. 7.3, dicke Linie). Das stärkere Druckminimum im Wandverlauf des Falles **w6** (dünne Linie) könnte dabei durch den stärkeren Wirbel in der Ablöseblase im Vergleich zum Fall **w5** (dünn strichliert) verursacht sein.

Im Oblique-Fall **o6** (Abb. 7.6) ist der Wirbel im hinteren Blaseneteil des gemittelten Strömungsfeldes zwar schwächer als im Fall **w6** aber stärker als im Fall **w5**. Dennoch ist das Druckminimum (bzw. das Geschwindigkeitsmaximum im daraus abgeleiteten Verlauf, Abb. 7.3, lang strich-punktiert) vor dem starken Druckanstieg im Wiederanlegebereich auch deutlich schwächer als im Fall **w5**. Eine Begründung für dieses Phänomen lässt sich aus den

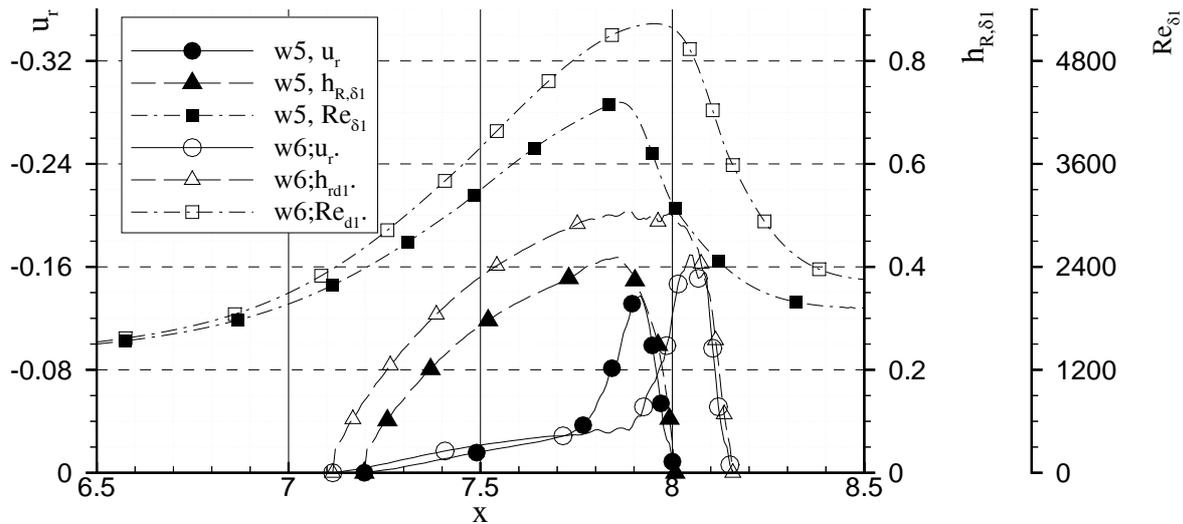


Abb. 7.7: Fall **w5** und **w6**: Rückströmgeschwindigkeit  $u_r$ , Höhe des Rückströmgebietes  $h_{R,\delta_1}$  und Reynoldszahl  $Re_{\delta_1}$ .

stationären, zeitlich gemittelten Strömungsfeldern (Abbildungen 7.4 bis 7.6) nicht plausibel ableiten, da die Grundströmung auch im Oblique-Fall qualitativ weitgehend mit den anderen Fällen übereinstimmt. Die Ablöseblase ist im Oblique-Fall im Bereich ihrer größten Höhe lediglich etwas flacher als in den anderen Fällen (vergl. Linie  $\Psi = 0$ ). Zudem ist die Wiederanlegestelle  $x_w = 8.17$  im Fall **o6** gegenüber dem Fall **w6** ( $x_w = 8.15$ ) trotz der gleichen Anfangsamplitude der Störwellen in Stromabrichtung verschoben. Die Unterschiede des Oblique-Falles zu den durch 2-D TS-Wellen geprägten Fällen sind also auf die instationären Vorgänge einschließlich ihrer nichtlinearen Wechselwirkungen mit der Grundströmung zurückzuführen. Wie schon für den Nachlauf stumpfer Körper angesprochen, wird hier auch für laminare Ablöseblasen ein nicht zu vernachlässigender Einfluss des Querwellenzahlspektrums der Störungen stromauf der Ablöseblase auf die Grundströmung sichtbar.

## 7.2 Lineare Stabilitätseigenschaften

### 7.2.1 Absolute Instabilität

In Abb. 7.7 sind die maximale Rückströmung  $u_r$  (durchgezogen,  $\circ$ ), die Höhe des Rückströmgebietes  $h_{R,\delta_1}$  (strichliert,  $\triangle$ ) und die Reynoldszahl  $Re_{\delta_1}$  (strich-punktiert,  $\square$ ) für den Fall **w5** (gefüllte Symbole) und **w6** (offene Symbole) über der Stromabkoordinate aufgetragen. Damit ist eine grobe Abschätzung der zeitlich gemittelten Profile bezüglich ihrer Neigung zu absoluter Instabilität möglich. Da alle drei relevanten Parameter im Fall **w6** größer sind als im Fall **w5**, wird sie für den Fall **w6** durchgeführt. Die maximale Reynoldszahl beträgt dabei ungefähr  $Re_{\delta_1} = 5200$ , die maximale Rückströmung  $u_r \approx 0.17$  sowie die

maximale Höhe des Rückströmgebietes  $h_{R,\delta_1}$  bis zu 0.5. Eine grobe Abschätzung durch die Mittelung der beiden Anfachungsraten für die analytischen Profile mit  $Re_{\delta_1} \approx 5000$  und  $h_{R,\delta_1} = 0.5$  bei  $u_r = 0.15$  (S. 41, Abb. 3.5d, strich-punktiert) beziehungsweise bei  $u_r = 0.2$  (S. 44, Abb. 3.7d) ergibt eine absolute Dämpfung von  $\beta_{0,i} \cdot \delta_1 = (-0.13 - 0.09)/2 = -0.11$ . Dieses Ergebnis wurde mit der linearen Stabilitätstheorie für das zeitlich gemittelte Profil im Fall **w6** an der Stelle  $x = 8.04$  überprüft und dabei die absolute Stabilität bestätigt. Die absolute Anfachungsrate  $\beta_{0,i} \cdot \delta_1 = -0.094$  unterscheidet sich nur schwach von der Abschätzung anhand der Parameter  $Re_{\delta_1}$ ,  $u_r$  und  $h_{R,\delta_1}$ , die somit eine sehr gute Aussage über die absoluten Stabilitätseigenschaften ermöglicht.

In dem Bereich, in dem die zeitlich gemittelten Grenzschichtprofile am instabilsten sind, hat die TS-Welle schon eine sehr große, nichtlineare Amplitude. Demnach finden dort starke nichtlineare Wechselwirkungen zwischen Grundströmung und Störwelle statt. Daher wird nun der Einfluss nichtlinearer Wechselwirkungen auf die Stabilitätseigenschaften eines Grundströmungsprofils diskutiert. Es wurde schon angesprochen, dass nichtlineare Wechselwirkungen im allgemeinen stabilisierend wirken. Diese Aussage wird hier im Bezug auf absolute Instabilität vertieft. Von Hauptinteresse ist dabei, ob eine Untersuchung der absoluten Stabilitätseigenschaften mit der LST zulässig ist, um absolute Instabilität auszuschließen, wenn schon Störwellen mit stark nichtlinearer Amplitude in der Grundströmung vorhanden sind. Voraussetzung dieser Betrachtung ist, dass sich ein eingeschwungener Gleichgewichtszustand zwischen Störungen und Grundströmung eingestellt hat, sich die Grundströmung (im Gegensatz zu den Untersuchungen in Kapitel 5) also nicht mehr ändert.

Huerre & Monkewitz [33] führen an, dass die zeitliche Entwicklung der absolut instabilen Mode im Falle einer schwachen absoluten Instabilität ( $\beta_{0,i} \gtrsim 0$ ) durch das linearisierte Ginzburg-Landau-Modell beschrieben werden kann. Demnach wächst die komplexe Amplitude  $B$  der absolut instabilen Mode in der Form:

$$\frac{dB}{dt} = \beta_{0,i}B - c_2 |B|^2 B \quad (7.3)$$

mit  $c_2 > 0$ . Dies führt schließlich zu einer Sättigungsamplitude von

$$B_s = \sqrt{\frac{\beta_{0,i}}{c_2}}. \quad (7.4)$$

Diese zeitliche Amplitudensättigung erfolgt aufgrund schwacher, nichtlinearer Effekte und die Sättigungsamplitude hängt von der ursprünglichen absoluten Anfachungsrate  $\beta_{0,i}$  ab, bevor nichtlineare Effekte sich auswirken.

Nichtlineare Effekte führen auf zwei Arten zur Abschwächung der (absoluten) Instabilität. Einerseits wird der angefachten Mode ständig Energie entzogen, indem andere

Störanteile generiert werden (höherharmonische Anteile, stationäre Verformung der Grundströmung). Andererseits reduziert die stationäre Verformung der Grundströmung die absolute Anfachungsrate und somit auch die Energie, die der angefachten Mode aus der Grundströmung wieder zugeführt wird. Je größer die Sättigungsamplitude  $B_s$  ist, desto mehr Energie wird der absolut instabilen Mode ständig durch nichtlineare Effekte entzogen. Um diesen Energieverlust auszugleichen, muss der Mode auch durch eine im Sättigungszustand noch vorhandene absolute Instabilität ständig Energie zugeführt werden. Auch wenn die Sättigungsamplitude klein ist, ist im Sättigungszustand somit von zumindest neutral absolut instabilen Grundströmungsprofilen auszugehen. Bei größerer Sättigungsamplitude ist eine entsprechend stärkere absolute Instabilität auch im Sättigungszustand erforderlich. Auch im Sättigungszustand wird die LST demnach zumindest neutrale absolute Instabilitätseigenschaften ergeben, wenn die Störungen durch eine absolute Instabilität generiert wurden. Ein nicht unwesentlicher Vorbehalt könnte sich allerdings aus der Vernachlässigung nichtparalleler Effekte in der LST ergeben. Es wurde jedoch im letzten Kapitel 6 gezeigt, dass die konvektive Anfachungsrate auch in der Ablöseblase (trotz starker Nichtparallelität) mit der LST sehr genau bestimmt werden kann. Darüber hinaus wurde in Kapitel 5 (für eine zeitlich veränderliche Grundströmung) gezeigt, dass sich auch im Falle einer in der DNS in der Ablöseblase beobachteten absoluten Instabilität eine gute Übereinstimmung mit der LST ergibt, obwohl auch dabei nichtparallele Effekte in der LST vernachlässigt wurden.

Absolute Instabilität kann demnach auch im Fall stark nichtlinearer Amplituden der Störwellen sicher ausgeschlossen werden, wenn die Grundströmungsprofile gemäß der LST nicht zumindest nahezu absolut instabil sind. Bei nur sehr schwacher absoluter Dämpfung nach der LST ( $\beta_{0,i} \approx 0$ ;  $\beta_{0,i} < 0$ ) kann wegen der Vernachlässigungen in der LST absolute Instabilität jedoch nicht sicher ausgeschlossen werden, und eine detaillierte Untersuchung des Strömungsfeldes ist erforderlich, um zu klären, ob nicht doch absolute Instabilität in der Grenzschicht vorliegt.

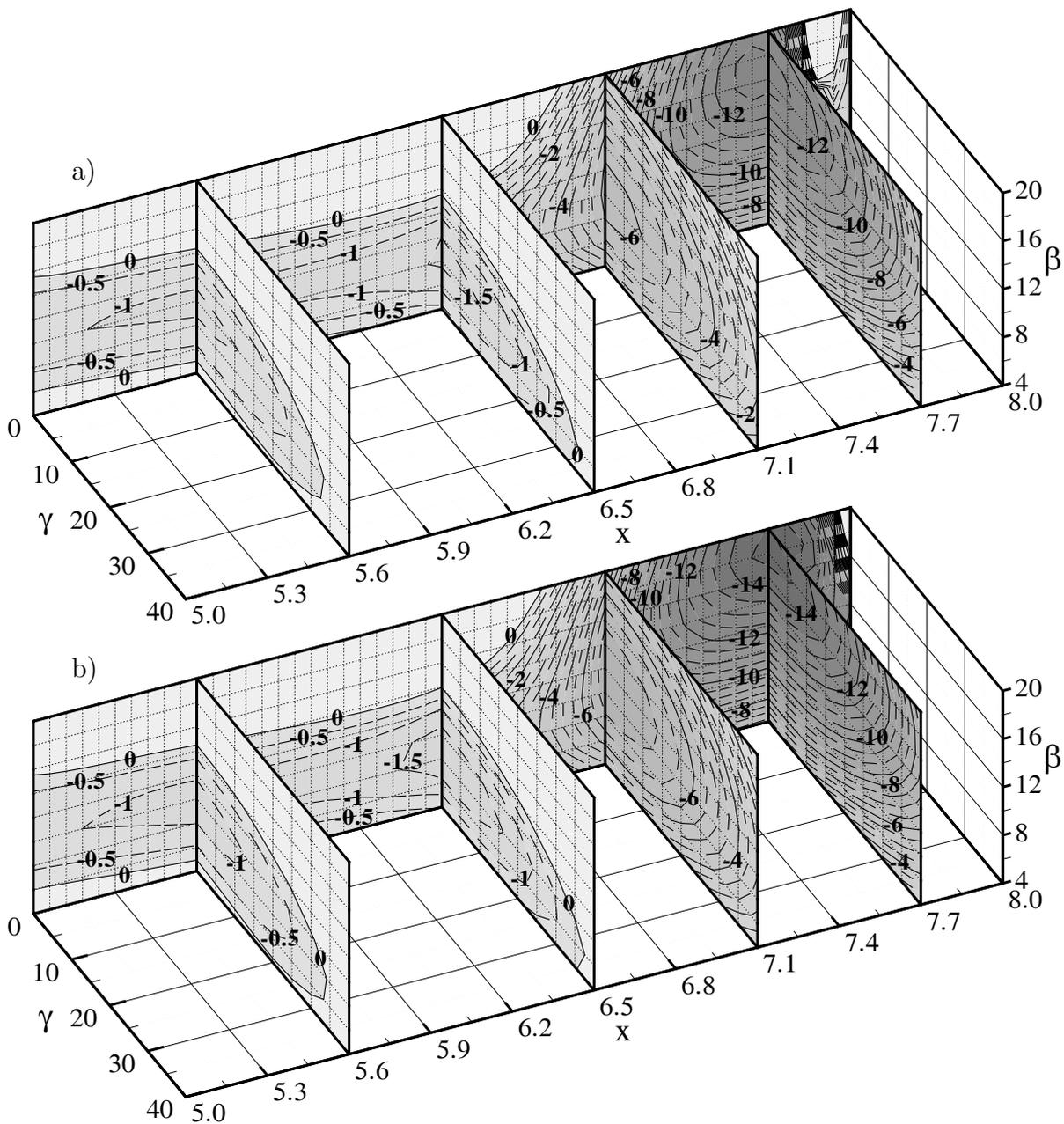
Zur Abschätzung, ob absolute Instabilität in einer Ablöseblase einen Einfluss hat, reicht es in den meisten Fällen aus, die maximale Rückströmgeschwindigkeit im zeitlich gemittelten Strömungsfeld der Ablöseblase zu untersuchen. Ist diese kleiner als ca. 15% der Geschwindigkeit am Grenzschichtrand, kann absolute Instabilität von vorne herein ausgeschlossen werden. Andernfalls ermöglicht die Betrachtung der Parameter  $u_r$ ,  $h_{R,\delta_1}$ , und  $Re_{\delta_1}$  eine wesentlich präzisere Bestimmung der absoluten Anfachungsraten anhand der Diagramme 3.5 bis 3.9 ab Seite 41, deren Fehler nach den Untersuchungen in Kapitel 5 auf Seite 113 zumindest  $\Delta\beta_{0,i}\delta_1 = 0.08$  betragen kann. Im hier vorgestellten, sehr praxisnahen Fall mit Berücksichtigung der entstehenden Turbulenz betragen die Fehler, die sich bei der Bestimmung der absoluten Anfachungsrate aus den Diagrammen anhand der Parameter  $u_r$ ,  $h_{R,\delta_1}$  und  $Re_{\delta_1}$  ergeben nur etwa  $\Delta\beta_{0,i}\delta_1 = 0.02$ . Dennoch ist im Allgemeinen eine Untersuchung

der Stabilitätseigenschaften der exakten Grundströmungsprofile empfehlenswert, wenn sich nach den Diagrammen Werte von  $\beta_{0,i}\delta_1 > -0.1$  ergeben. Um dabei allerdings aussagekräftige Ergebnisse zu erzielen, muss der wandnahe Bereich sehr genau bekannt sein, da starke Scherschichten, die dort auftreten und zu einem zweiten Wendepunkt im Grundströmungsprofil führen können, einen starken Einfluss auf die Instabilitätseigenschaften des Grundströmungsprofils haben. Zumindest wenn die Anfachungsrate nochmals kleiner ist ( $|\beta_{0,i}\delta_1 \approx 0|$ ), erlaubt erst die detaillierte Analyse der instationären Strömungsvorgänge eine endgültige Beurteilung der Stabilitätseigenschaften der Ablöseblase.

### 7.2.2 Konvektive Instabilität

Die konvektiven primären Anfachungsraten von 2-D und 3-D-Wellen, die sich durch eine Stabilitätsanalyse der Grundströmung im Fall **w5** (Abb. 7.8a) und **w6** (Bildteil b) mit der LST ergeben sind qualitativ sehr ähnlich. Nach oben ist jeweils die Frequenz  $\beta$  aufgetragen, nach vorne die Querwellenzahl  $\gamma$ . Für 2-D-Wellen ( $\gamma = 0$ ) ist der gesamte  $x$ - $\beta$ -Bereich als Ebene dargestellt. Im Bereich bis  $x \approx 6.2$  ist die Grenzschicht nur leicht verzögert und die Kurve neutraler Anfachung  $\beta_i = 0$  hat die für eine Blasiusgrenzschicht typische Bananenform, die sich durch die Abnahme der Frequenz auf den beiden Ästen der neutralen Kurve bei zunehmender Reynoldszahl (bzw.  $x$ -Koordinate) ergibt. Da der Einströmrand schon im instabilen Bereich liegt ( $Re_{\delta_1} \approx 1200$ ), fehlt der vordere Teil der „Banane“. Zusätzliche Ebenen mit  $x = const$  zeigen die Anfachungsraten von 3-D-Störwellen bei  $x = 5.6, 6.5, 7.1$  und  $7.7$ . Bei  $x = 5.6$  sind 3-D-Moden mit kleiner Frequenz ( $\beta \lesssim 6$ ) stärker angefacht als die entsprechenden 2-D-Wellen und der untere Ast der neutralen Kurve erreicht bei  $\gamma = 20$  (bzw. ca. 45 Grad Schräglaufwinkel) die minimale Frequenz. Mit dem einsetzenden starken Druckanstieg nehmen die Anfachungsraten aller im Diagramm erfasster 2-D und 3-D-Moden schnell zu, wobei sich die maximalen Anfachungsraten einerseits hin zu höheren Frequenzen verschieben, die weiter stromauf noch stark gedämpft sind. Andererseits zeigt sich auch ein deutlicherer Abfall der Anfachungsraten bei zunehmender Querwellenzahl als im Bereich weiter stromauf. Im Fall **w6** (Abb. 7.8b) sind die Anfachungsraten im Druckanstiegsbereich (ab  $x \approx 6.2$ ) nochmals erheblich größer als im Fall **w5**.

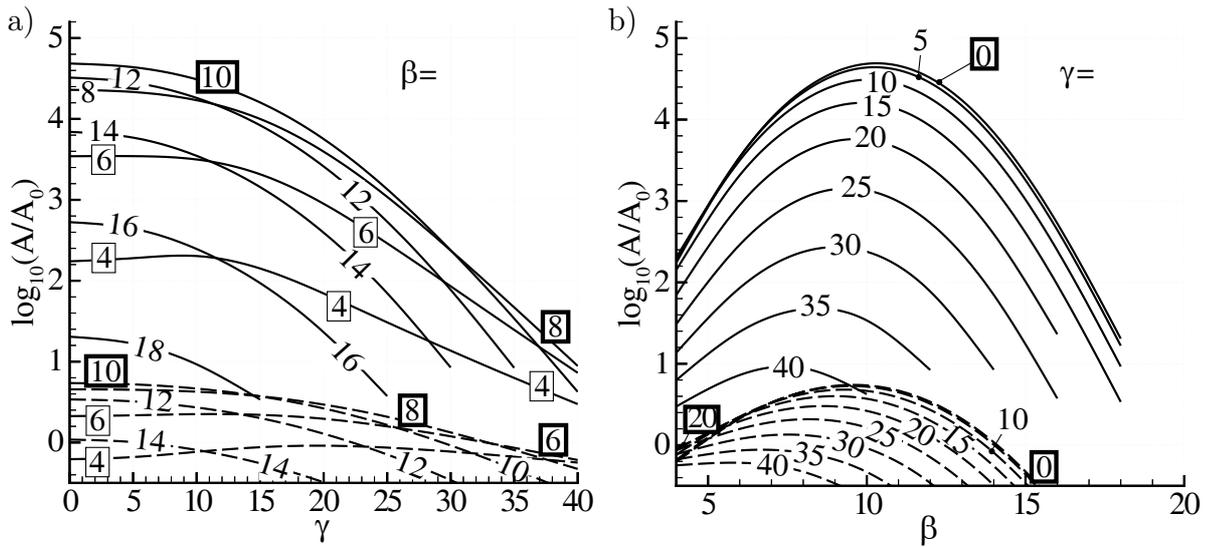
Die Abbildungen 7.9 und 7.10 zeigen Kurven, die jeweils die Amplitudenzunahme nach der LST vom Einströmrand bei  $x = 5$  bis zu einer festen Stromabposition  $x$  angeben. Im Bildteil (a) ist die Abhängigkeit der Anfachung von der Querwellenzahl bei konstanter Frequenz  $\beta$  dargestellt. Die entsprechende Frequenz ist für jede Kurve angegeben. Bildteil (b) zeigt die Abhängigkeit der Anfachung von der Frequenz bei konstanter Querwellenzahl  $\gamma$ . Bei  $x = 5$  wurde die Amplitude aller Moden zu  $10^0 = 1$  gesetzt, da stromauf dieser Stelle die Anfachungsraten nicht bekannt sind. Die strichlierten Linien zeigen die Amplitude, die sich nach der LST bis zum Einsetzen des Druckanstiegs bei  $x \approx 6.5$  ergibt, die durchgezogenen



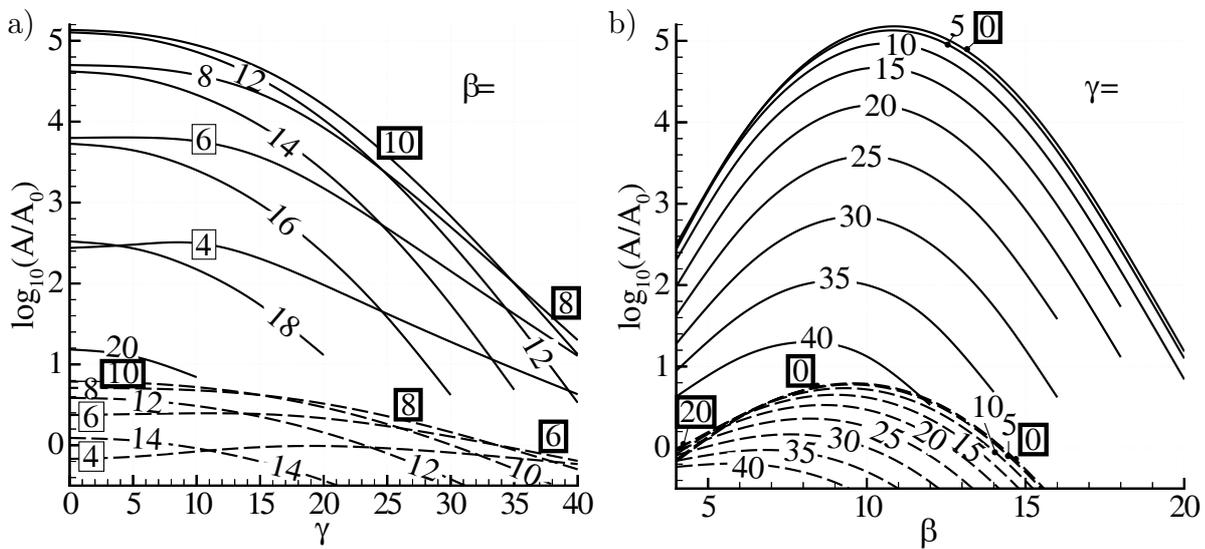
**Abb. 7.8:** Räumliche Anfachungsraten  $\alpha_i$ : a) Fall **w5**, b) Fall **w6**.

Linien kennzeichnen das Wachstum bis  $x = 7.85$ , also bis zum Bereich mit der größten Höhe  $h_{R,\delta_1}$  der Ablöseblase (vergl. Abb. 7.7).

Die in einem bestimmten Querwellenzahlbereich bis zur jeweiligen  $x$ -Position am stärksten angefachte Frequenz ist in den Teilbildern (a) durch einen Rahmen mit dicker Linie gekennzeichnet. Sie beträgt bei  $x = 6.5$  (strichlierte Linien) im Bereich schwach schräglauferender Wellen ( $\gamma < 15$ ) in beiden Fällen **w5** (Abb. 7.9a) und **w6** (Abb. 7.10a)  $\beta = 10$ , fällt bei zunehmender Querwellenzahl aber deutlich bis auf  $\beta = 6$  ab. Bei  $x = 7.85$  (durchgezogene Linien) dominiert in beiden Fällen die Frequenz  $\beta = 10$  bis zu deutlich größeren



**Abb. 7.9:** Fall **w5**: Amplitudenzunahme nach der linearen Stabilitätstheorie  $\ln A/A_0 = \int_{x=5}^x -\alpha_i d\zeta$ .  $x = 6.5$  strichliert und  $x = 7.85$  durchgezogen. Amplitude am Einströmrand  $A_0 = 1$ . a) Linien konstanter Frequenz  $\beta$  über Querwellenzahl  $\gamma$ . Frequenzen mit größerer 3-D als 2-D-Amplitude in dünnen Rahmen. b) Linien konstanter Querwellenzahl  $\gamma$  über Frequenz  $\beta$ . Dick gerahmt: Frequenz bzw. Querwellenzahl mit größter Amplitude



**Abb. 7.10:** Fall **w6**: Amplitudenzunahme nach der linearen Stabilitätstheorie (Beschreibung wie Abb. 7.9).

Querwellenzahlen, obwohl in der Ablöseblase Moden mit einer wesentlich größeren Frequenz  $\beta \approx 18$  die stärksten Anfachungsraten aufweisen (vergl. Abb. 7.8). Diese höherfrequenten Wellen sind jedoch vor der Ablöseblase stark gedämpft. Im Fall **w6** (Abb. 7.10a) erreicht die Amplitude der Mode  $\beta = 12$  bei kleinen Querwellenzahlen durch die stärkere Anfachung höherfrequenten Moden in der Ablöseblase schließlich dennoch nahezu die Amplitude der

Mode  $\beta = 10$ .

Bei niedrigen Frequenzen ist die Anfachung von 3-D-Moden stärker als von 2-D-Moden. Solche Frequenzen sind in den Bildteilen 7.9a und 7.10a durch dünne Rahmen markiert. Vor dem starken Druckanstieg (strichlierte Linien) wachsen in beiden Fällen **w5** und **w6** für  $\beta = 4$  die Moden mit etwa  $45^\circ$  Schräglaufwinkel ( $\gamma \approx 20$ ) am stärksten. Bei  $\beta = 6$  liegt die Querwellenzahl der Mode mit maximaler Amplitude schon niedriger. Diese Dominanz der 3-D-Moden bleibt bei niedriger Frequenz bis in die Ablöseblase erhalten (durchgezogene Linien). Die niederfrequenten Moden haben dennoch kaum praktische Bedeutung, da höherfrequente Moden insgesamt deutlich stärker angefacht sind.

Die Auftragung der Anfachung für Kurven konstanter Querwellenzahl über der Frequenz (Abb. 7.9b und 7.10b) zeigt, dass im Bereich vor der Ablöseblase (strichliert) Moden mit der Frequenz  $\beta \approx 9$  am stärksten angefacht sind. Die Querwellenzahl der in einem Frequenzbereich dominierenden Moden sind durch dicke Rahmen hervorgehoben. Im Frequenzbereich mit der stärksten Anfachung handelt es sich dabei grundsätzlich um 2-D-Moden ( $\gamma = 0$ ). Bei kleineren Frequenzen dominieren vor der Ablöseblase 3-D-Moden. Dementsprechend tritt bei größeren Querwellenzahlen (z.B.  $\gamma = 40$ ) die maximale Anfachung bei kleineren Frequenzen auf als bei kleineren Querwellenzahlen (vergl. einzelne Kurven).

In der Ablöseblase ist eine leichte Verschiebung der am stärksten angefachten Frequenz hin zu höheren Werten zu beobachten. Sie beträgt im Fall **w5** für die dominierende 2-D-Mode etwas über  $\beta = 10$  (Abb. 7.9b, durchgezogene Linien), im Fall **w6**  $\beta \approx 11$  (Abb. 7.10b). Durch die größere Ablöseblase verschiebt sich im Fall **w6** die angefachteste Frequenz somit zu etwas höheren Werten. Die in den DNS vor der Ablöseblase angeregte 2-D-Welle mit  $\beta = 10$  weist in beiden Fällen jedoch nahezu maximale Anfachungsraten auf.

In diesem entscheidenden Frequenzbereich ( $\beta \approx 10$ ) erfahren schwach schräglaufende Moden  $0 < \gamma < 15$  aber selbst nach dem Durchlaufen der gesamten Ablöseblase noch eine nahezu so starke Anfachung wie die 2-D-Moden. Bei  $15^\circ$  Schräglaufwinkel ( $\gamma = 5$ ) beträgt die 3-D-Amplitude im Bereich der angefachtesten Frequenzen in beiden Fällen **w5** und **w6** noch deutlich über 80 Prozent der 2-D-Amplitude, bei  $27^\circ$  ( $\gamma = 10$ ) sind es noch knapp 60 Prozent, bei  $37^\circ$  ( $\gamma = 15$ ) immerhin noch 30 Prozent. Bei  $51^\circ$  ( $\gamma = 25$ ) sind es dann nur noch ca. 3 Prozent.

Auch wenn im Fall **o6** (ohne Abbildung) die Grundströmungsprofile und damit auch deren Instabilitätseigenschaften etwas vom Fall **w6** abweichen, so erklärt der Vergleich der Anfachung einer 2-D-Welle (Fall **w6**) mit einer schwach schräglaufenden 3-D-Welle mit  $\gamma = 8$  (Fall **o6**) doch teilweise die etwas in Stromabrichtung verschobene Wiederanlegestelle im Fall **o6**. Die 3-D-Welle ist etwas schwächer angefacht als eine 2-D-Welle und erreicht bei  $x = 7.85$  ungefähr 75% der Amplitude einer 2-D-Welle mit der gleichen Anfangsamplitude (vergl. Abb. 7.10a,  $\beta = 10$ ). Durch die großen Anfachungsraten in diesem Bereich (Abb.

7.8b) von  $\alpha_i \approx -11$  wächst die 3-D-Welle aber schon wenig stromab auf die entsprechende Amplitude an:  $\Delta x = -\ln(A_{3D}/A_{2D})/\alpha_i \approx 0.026$ . Die in den DNS beobachtete Verschiebung der Wiederanlegestelle um  $\Delta x_w \approx 0.02$  im Fall **o6** stimmt relativ gut mit diesem Wert überein. Die veränderte Länge der Ablöseblase kann also teilweise mit Hilfe der LST erklärt werden, bezüglich der veränderten Form (flacher) und reduzierten Rückströmgeschwindigkeit im Oblique-Fall liefert die LST keine Hinweise.

Rist [58] zeigt, dass im Falle subharmonischer, sekundärer Instabilität, die er bei großer Reynoldszahl in einer Ablöseblase mit schwächerer Rückströmung nachweisen konnte, die maximalen sekundären Anfachungsraten nur etwa eineinhalb mal so groß sind, wie die linearen Anfachungsraten schwach schräglaufer 3-D-Wellen. Im Fall **w6** sind jedoch die linearen Anfachungsraten schon etwa eineinhalb mal so groß wie bei Rist, was auf die wesentlich stärkere Rückströmung zurückzuführen ist. Im Fall **w5** liegt das Verhältnis der linearen Anfachungsraten im Vergleich zu dem Fall bei Rist immerhin noch bei ca. 1.4. Daraus kann man schließen, dass die Bedeutung konvektiver, sekundärer Instabilität in beiden Fällen **w5** und **w6** gegenüber dem Fall bei Rist vermutlich nochmals geringer ist. Schon bei Rist konnte konvektive, sekundäre Instabilität jedoch keinen maßgeblichen Beitrag zum Grenzschichtumschlag leisten.

Somit verbleibt als wahrscheinliche Quelle der zum Einsetzen des Grenzschichtumslags notwendigen 3-D-Störungen mit großer Amplitude zum einen der von Rist vorgeschlagene schräge Umschlagsmechanismus oder, zum zweiten, die im letzten Kapitel 6 untersuchte zeitliche sekundäre Instabilität. Daneben sind Kombinationen dieser beiden Mechanismen möglich, beispielsweise die Wechselwirkung einer 2-D-Welle mit schwach schräglaufernden 3-D-Wellen.

## 7.3 Umschlagsszenarien

### 7.3.1 Umschlag durch zeitliche, sekundäre Instabilität

Zunächst wird die Umschlagsentwicklung untersucht, die sich einstellt, wenn lediglich eine 2-D-Welle stromauf der Ablöseblase angeregt wird, und die Dreidimensionalität ausschließlich durch den Mechanismus zeitlicher sekundärer Instabilität generiert wird. Der Vergleich der Fälle **w5** und **w6** soll dabei zeigen, ob sich durch die unterschiedliche Größe der Ablöseblase grundsätzliche Abweichungen der Entwicklung des Grenzschichtumslags ergeben.

Die Anfachungskurven der 2-D und 3-D-Anteile sehen im Fall **w5** (Abb. 7.11a) und im Fall **w6** (Abb. 7.11b) auf den ersten Blick sehr ähnlich aus. Den Abbildungen liegt die Analyse eines Zeitintervalles zugrunde, das zwei TS-Perioden umfasst. Die 2-D-Welle (dick durchgezogen) entwickelt sich bis zur Amplitudensättigung in sehr guter Übereinstimmung

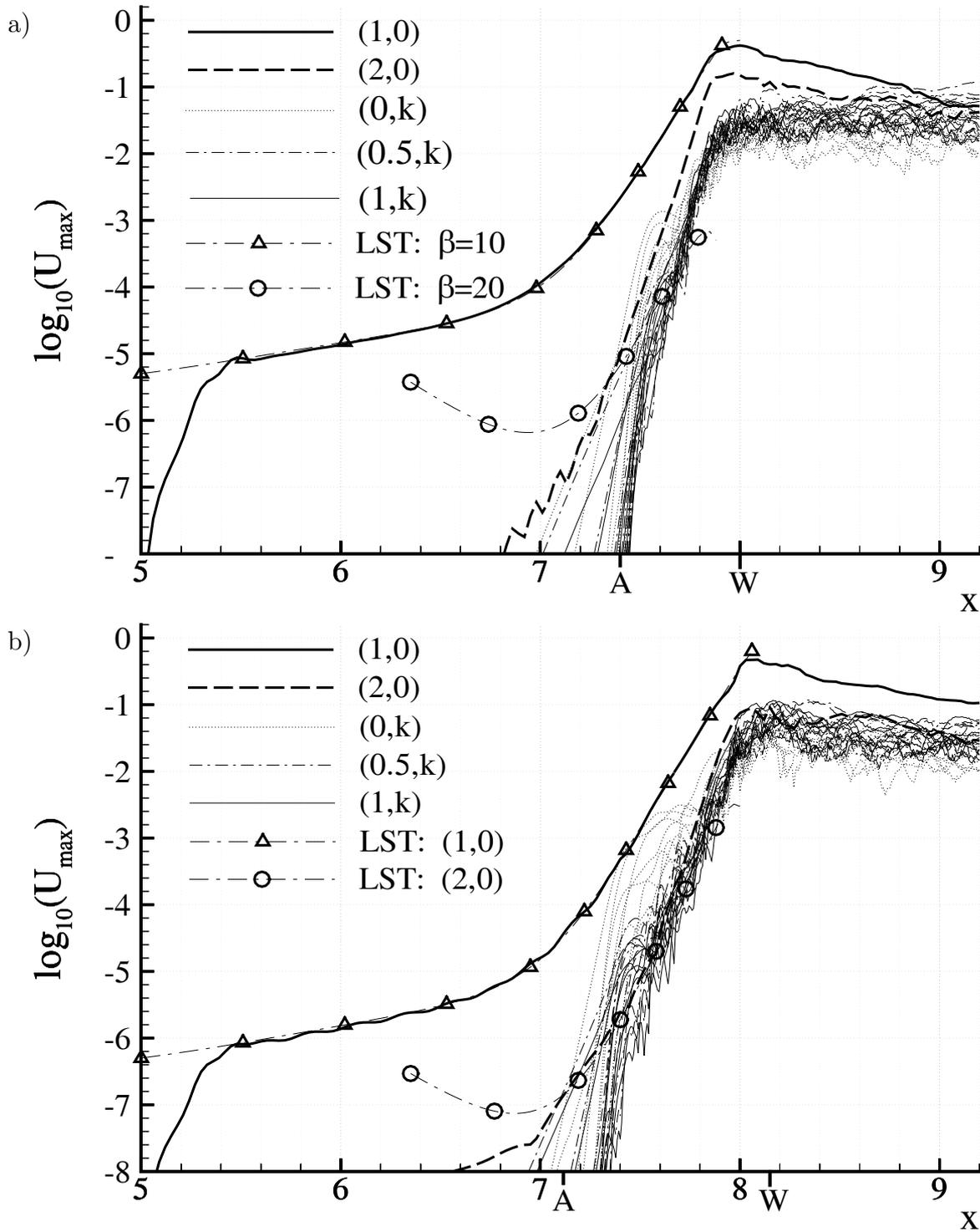


Abb. 7.11: Anfachungskurven a) im Fall **w5** und b) im Fall **w6**.

Störampplitude: TS-Welle (1,0) und Höherharmonische (2,0) im Vergleich mit der LST (Symbole) sowie 3-D-Moden ( $\gamma = k \cdot \gamma_0$ ) mit der TS-Frequenz (1,k), der subharmonischen Frequenz (0.5,k) sowie Längswirbelmoden (0,k). A und W: Ablöse- bzw. Wiederanlegestelle.

mit der räumlichen, linearen Stabilitätstheorie (Dreiecke). Dies zeigt nochmals, dass die 2-D-Welle in beiden Fällen auch in der gesamten Ablöseblase rein konvektiv angefacht ist. Nichtparallele Effekte haben keinen nennenswerten Einfluss. Selbst wenn die 2-D-Welle schon eine sehr große Amplitude hat ( $x \gtrsim 7.6$ ) und nichtlineare Effekte in ihrer Bedeutung stark zunehmen, entspricht das Wachstum der 2-D-Welle noch der parallelen Theorie. Zur Verbesserung der Frequenzanalyse wird wiederum die in Kapitel 5 schon erwähnte Methode angewendet, die auf einer Fourieranalyse der Zeitableitungen der Strömungsgrößen beruht und den Einfluss nichtperiodischer Effekte auf die Analyse drastisch reduziert (siehe Anhang A). Im Fall **w6** ist die Amplitude der 2-D-Welle jedoch schon so klein, dass sich auch bei der Verwendung dieser Methode ein Einfluss der verletzten Periodizität auf die Fourieranalyse ergibt, so dass die 2-D TS-Amplitude nicht ganz korrekt erfasst wird sondern stromauf der Ablöseblase einen etwas welligen Verlauf hat. Im Anhang A wird auf dieses Phänomen eingegangen und die Analysemethode anhand des Falles **w6** erläutert.

3-D-Moden erlangen erst in der Ablöseblase eine wesentliche Bedeutung. Es sind 3-D-Moden im Querwellenzahlbereich  $16 \leq \gamma \leq 128$  dargestellt, um zu zeigen, dass nicht einzelne, diskrete 3-D-Moden zuerst angefacht sind und den Grenzschichtumschlag einleiten, sondern dass dieser durch das sprunghafte Wachstum einer Vielzahl von 3-D-Moden auf große Amplituden im Wiederanlegebereich bei  $x \approx 7.8$  erfolgt. Stationäre 3-D-Moden sind punktiert, subharmonische kurz strich-punktiert und fundamentale 3-D-Moden als dünne Linien dargestellt. Die Amplitude der 3-D-Moden im Nachlauf der Ablöseblase ist stark nichtperiodisch und ist in Abbildung 7.11 im Fall **w5** (a) nur zufällig größer als im Fall **w6** (b). Im Gegensatz dazu sind die Amplituden der ersten Höherharmonischen (2,0) der 2-D-Welle (dick strichliert) im Wiederanlegebereich im Fall **w5** und **w6** jedoch grundsätzlich unterschiedlich. Während ihre Amplitude im Fall **w5** bis zu  $15\% U_\infty$  erreicht, liegt sie im Fall **w6** nur bei ca.  $10\%$ . Die Anfachungskurve nach der LST für die erste Höherharmonische ist für beide Fälle jeweils eingezeichnet (Kreise). Sie zeigt einerseits die starke Stabilität der Grenzschicht stromauf des Druckanstiegs  $x < 7$  bei der Frequenz der Höherharmonischen, die zunächst zu einem deutlichen Abfall der theoretischen Kurven führt. Andererseits erkennt man im Druckanstiegsbereich die enorme primäre Instabilität, die in der Ablöseblase bei der höherharmonischen Frequenz ( $\beta = 20$ , Kreise) zu einem deutlich stärkeren Wachstum führt als bei der Frequenz der angeregten TS-Welle ( $\beta = 10$ , Dreiecke). Besonders in Abbildung 7.11a ist jedoch deutlich erkennbar, dass das tatsächliche Wachstum der Höherharmonischen (dick strichliert) aufgrund nichtlinearer Effekte nochmals größer ist ( $U_{(2,0)} \approx U_{(1,0)}^2$ ), so dass lineare Instabilität bei den höherharmonischen Frequenzen keinen Beitrag zu der Generierung von Störungen liefert.

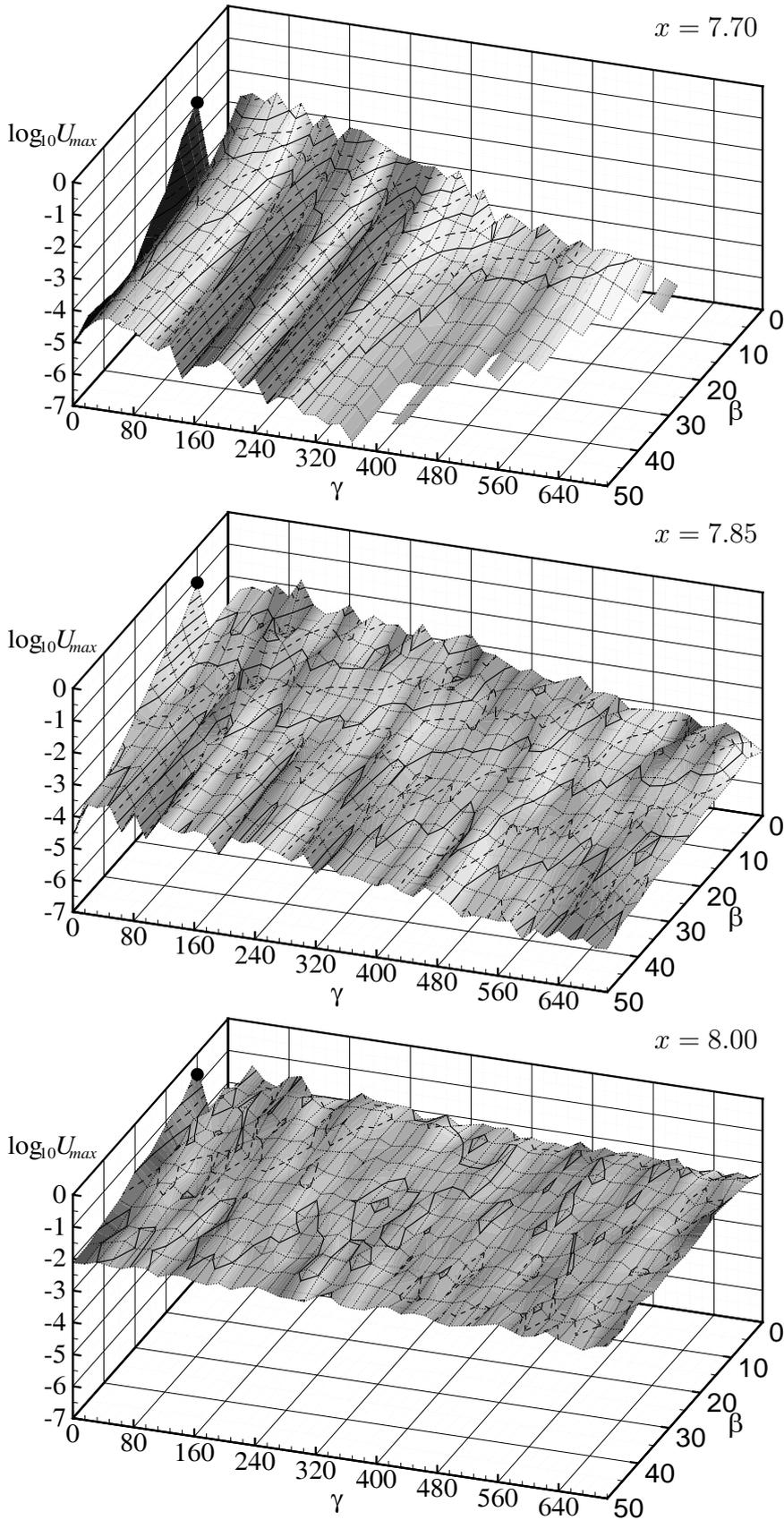
Nachdem 3-D-Störungen in der Ablöseblase durch zeitliche, sekundäre Instabilität generiert worden sind, schwimmen sie anschließend im Nachlauf der Ablöseblase mit der 2-

D-Welle stromab. Teilweise zerfallen die im Wiederanlegebereich ( $x \approx 8$ ) noch dominant zweidimensionalen Störungen bis  $x \approx 9$  schon weitgehend in 3-D-Wirbel, so dass die 3-D-Amplitude einzelner Moden dort schon größer als die der 2-D TS-Welle ist (Abb. 7.11a), teilweise ist aber auch bei  $x = 9$  die 2-D-Welle noch deutlich dominant (Abb. 7.11b). Beide Zustände wechseln sich in beiden Fällen **w5** und **w6** ab. Darauf wird weiter unten bei der Diskussion der instationären Strukturen in der Grenzschicht noch genauer eingegangen.

Die zeitliche, sekundäre Instabilität kann erst in dem Bereich auftreten, in dem die 2-D TS-Welle eine Amplitude  $> ca. 1\%$  erreicht, also im Fall **w5** etwas stromauf und im Fall **w6** etwas stromab von  $x = 7.6$ . Im letzten Kapitel wurde für den Fall **w5**<sub>2D</sub> gezeigt, dass dort die 3-D-Moden erst im Bereich  $x > 7.75$  angefacht wurden. Da nichtlineare Effekte durch die Verringerung der Rückströmung in der Regel dämpfend auf die Instabilität einer Grenzschicht wirken, ist jetzt davon auszugehen, dass der Bereich mit zeitlicher, sekundärer Instabilität gegenüber der transienten Phase etwas stromab verschoben ist. Stromauf dieses Bereiches zeitlicher, sekundärer Instabilität ist das 3-D-Strömungsfeld geprägt von stationären Moden ( $x < 7.8$ , punktiert). Im Fall **w6** ist dies besonders auffällig. Die stationären 3-D-Moden erreichen dort bei  $x \approx 7.4 \dots 7.5$  beinahe die Amplitude der 2-D TS-Welle. Stationäre Moden (Längswirbel) sind allgemein besonders langlebig im Vergleich zu laufenden Moden. Vermutlich klingen solche stationären Moden auch in der Rückströmung in der Ablöseblase nur vergleichsweise langsam ab und haben dadurch auch stromauf des Bereiches zeitlicher, sekundärer Instabilität noch relativ große Amplituden. Dass die stationären Moden im Fall **w6** im vorderen Teil der Ablöseblase deutlicher hervortreten als im Fall **w5**, liegt vermutlich an der stärkeren Rückströmung in der Ablöseblase. Da die 3-D-Moden jedoch weiter stromab generiert werden, haben die 3-D-Moden im vorderen Teil der Ablöseblase keine praktische Bedeutung. Dieser Bereich wurde daher nicht weiter untersucht.

Einen Überblick über die Umschlagsentwicklung im Fall **w6** liefern Spektren, die in Abbildung 7.12 über der  $\gamma$ - $\beta$ -Ebene aufgetragen sind. Die Querwellenzahlachse verläuft von links nach rechts, die Frequenzachse von hinten nach vorne. Die drei Teilbilder zeigen die Amplitude bei  $x = 7.7$ ,  $7.85$  und  $8.0$  (von oben nach unten). Die angeregte TS-Welle ist jeweils durch einen Punkt markiert. Das 3-D-Feld bei  $x = 7.7$  ist durch niederfrequente Moden dominiert, wobei die Amplitude mit zunehmender Frequenz (nach vorne) schnell abnimmt. Die größten Amplituden treten im Bereich  $30 < \gamma < 100$  auf. Bei größeren Querwellenzahlen nimmt die Amplitude dann für alle Frequenzen ebenfalls schnell ab. In der transienten Phase sind die dominierenden Querwellenzahlen etwa zehnmal so groß ( $\gamma \approx 500$ ). Durch die 3-D-Moden verursachte, nichtlineare Effekte wirken also stark auf die weitere Generierung der 3-D-Moden zurück, so dass sich das Querwellenzahlspektrum grundlegend gegenüber der transienten Phase mit kleinen 3-D-Amplituden ändert.

In der Ablöseblase nimmt die Amplitude der dominierenden 3-D-Moden schnell zu



**Abb. 7.12:**  
Fall **w6**: Amplitudenentwicklung in der Ablöseblase über der Querwellenzahl-Frequenz-Ebene an verschiedenen  $x$ -Positionen. Punkte markieren angeregte TS-Welle.

( $x = 7.85$  und  $8.0$ ) und das gesamte Spektrum füllt sich durch nichtlineare Effekte mit Höherharmonischen auf, wobei mit zunehmender Amplitude der dominierenden 3-D-Moden die Amplitude der Höherharmonischen bei zunehmenden Querwellenzahlen und Frequenzen entsprechend langsamer abklingt. Selbst bei  $x = 8.0$  (unterstes Teilbild) zeigt sich bei den 3-D-Moden immer noch eine Dominanz der Querwellenzahlen zwischen  $\gamma = 30$  und  $100$ . Auch hier sind bei großen Querwellenzahlen nur Höherharmonische zu sehen und es gibt weiterhin keine Hinweise auf die im transienten Stadium beobachtete, besonders starke zeitliche, sekundäre Störungsanfächung im Querwellenzahlbereich  $\gamma = 500$ .

Anhand von Querwellenzahlspektren für den Fall **w6** in Abbildung 7.13 wird nun vor allem die Auflösung der DNS untersucht. Die Teilbilder stellen die Verläufe an verschiedenen  $x$ -Stellen dar ( $x = 7.4, 7.7, 7.85, 8.0, 8.15$  und  $x = 8.6$ ). Die einzelnen Linien kennzeichnen unterschiedliche Frequenzen: die punktierte Linie zeigt stationäre Moden, die dick strichpunktierte Linie subharmonische Moden, die fundamentale Mode ist dick durchgezogen, subharmonische und fundamentale Höherharmonische bis  $\beta = 4\beta_{TS}$  mit entsprechenden, dünnen Linien dargestellt. Stromauf des Wiederanlegebereiches ( $x \leq 7.85$ , a–c, ist die Amplitude bei großen Querwellenzahlen um mehrere Dekaden kleiner als bei den dominierenden, relativ kleinen Querwellenzahlen ( $\gamma < 100$ ). Bei  $x = 8.0$  (d) beträgt die Amplitude der 3-D-Moden mit der größten, in der DNS noch berücksichtigten Querwellenzahl ( $\gamma = 704$ ) dann jedoch noch 15% der 3-D-Moden mit der größten Amplitude ( $\gamma = 32$ ). Die Energie der Moden mit großer Querwellenzahl beträgt bei  $x = 8$  somit noch ca. 2.5% der dominierenden Moden. Obwohl die Amplitude und damit auch die Energie mit zunehmender Wellenzahl nur langsam abnimmt, ist angesichts des Amplitudenunterschieds zwischen den Moden mit kleiner Querwellenzahl und den Moden mit den größten Querwellenzahlen davon auszugehen, dass auch dieser Bereich, in dem der Grenzschichtumschlag beginnt, weitgehend aufgelöst ist. Stromab der Ablöseblase (e und f) nimmt die Amplitude der 3-D-Moden mit kleinen Querwellenzahlen noch etwas zu und der Unterschied im Vergleich zur Amplitude bei großen Querwellenzahlen wird wieder etwas größer. Somit ist der Wiederanlegebereich bezüglich der Auflösung des Rechengitters als besonders kritisch einzuschätzen.

Abbildung 7.14 zeigt die Querwellenzahlspektren für den Fall **w5** in Abbildung 7.13 entsprechender Weise. Bei  $x = 7.85$  und  $8.0$  (mittlere Zeile) beträgt die Amplitude bei großen Querwellenzahlen teilweise noch ca. 30% und die Energie somit noch ca. 10% der dominierenden 3-D-Moden. Stromab der Ablöseblase nimmt auch in diesem Fall die Bedeutung der Moden mit großen Querwellenzahlen gegenüber den 3-D-Moden mit kleinerer Querwellenzahl wieder ab, und es ist auch in diesem Fall davon auszugehen, dass die Auflösung ausreicht um qualitative und weitestgehend quantitative Aussagen aus der DNS abzuleiten. Der Fall **w5** steht hier für die auch im Fall **w6** vorübergehend auftretende Situation, in der der Grenzschichtumschlag vergleichsweise schnell erfolgt und die Dominanz der 2-D-Mode

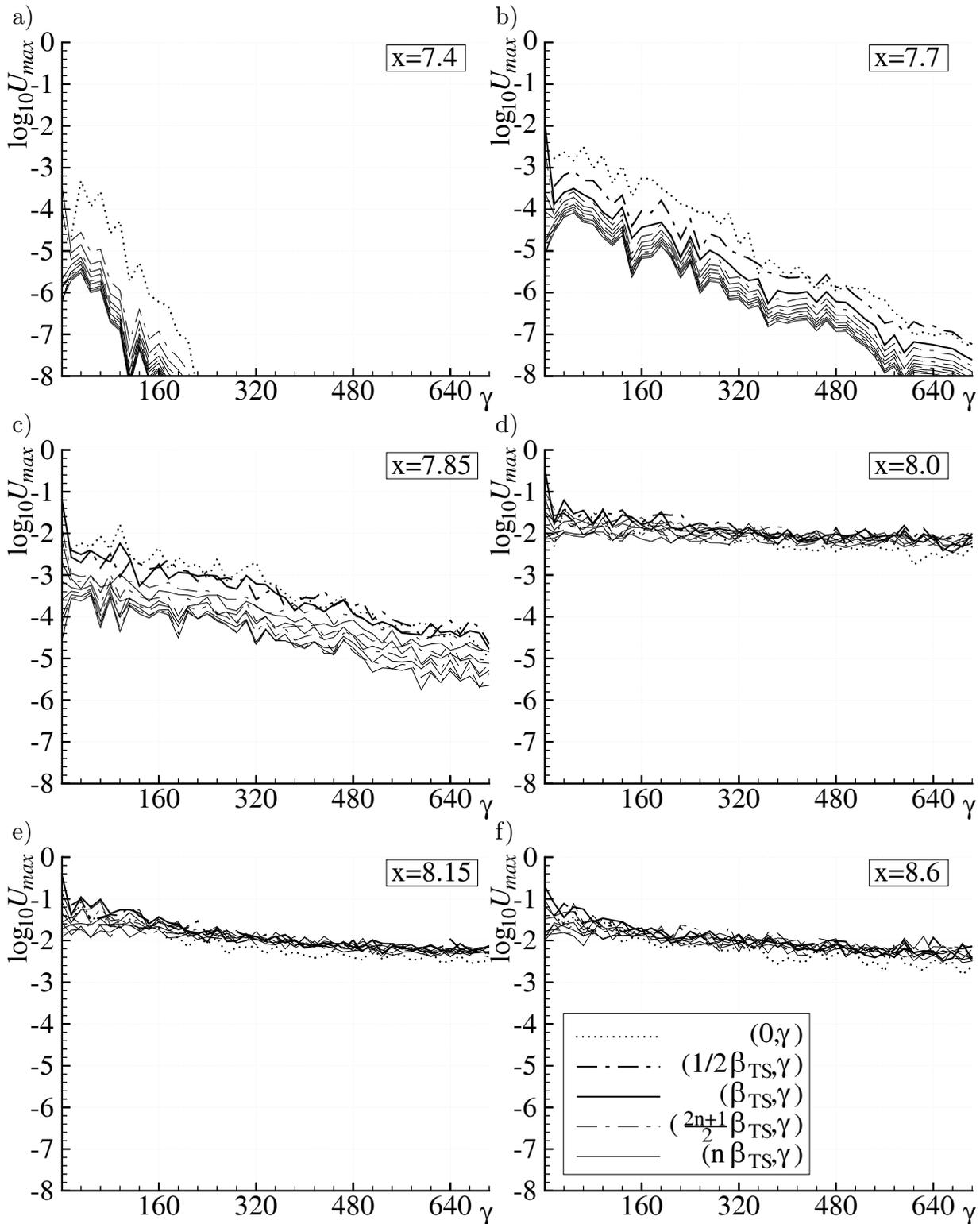


Abb. 7.13: Fall w6: Querwellenzahlspektren an unterschiedlichen  $x$ -Stellen.

bei  $x = 9$  gegenüber den stärksten 3-D-Moden schon verschwunden ist.

Um einen ersten Eindruck der Strukturen in der Grenzschicht in und stromab der Ablöse-

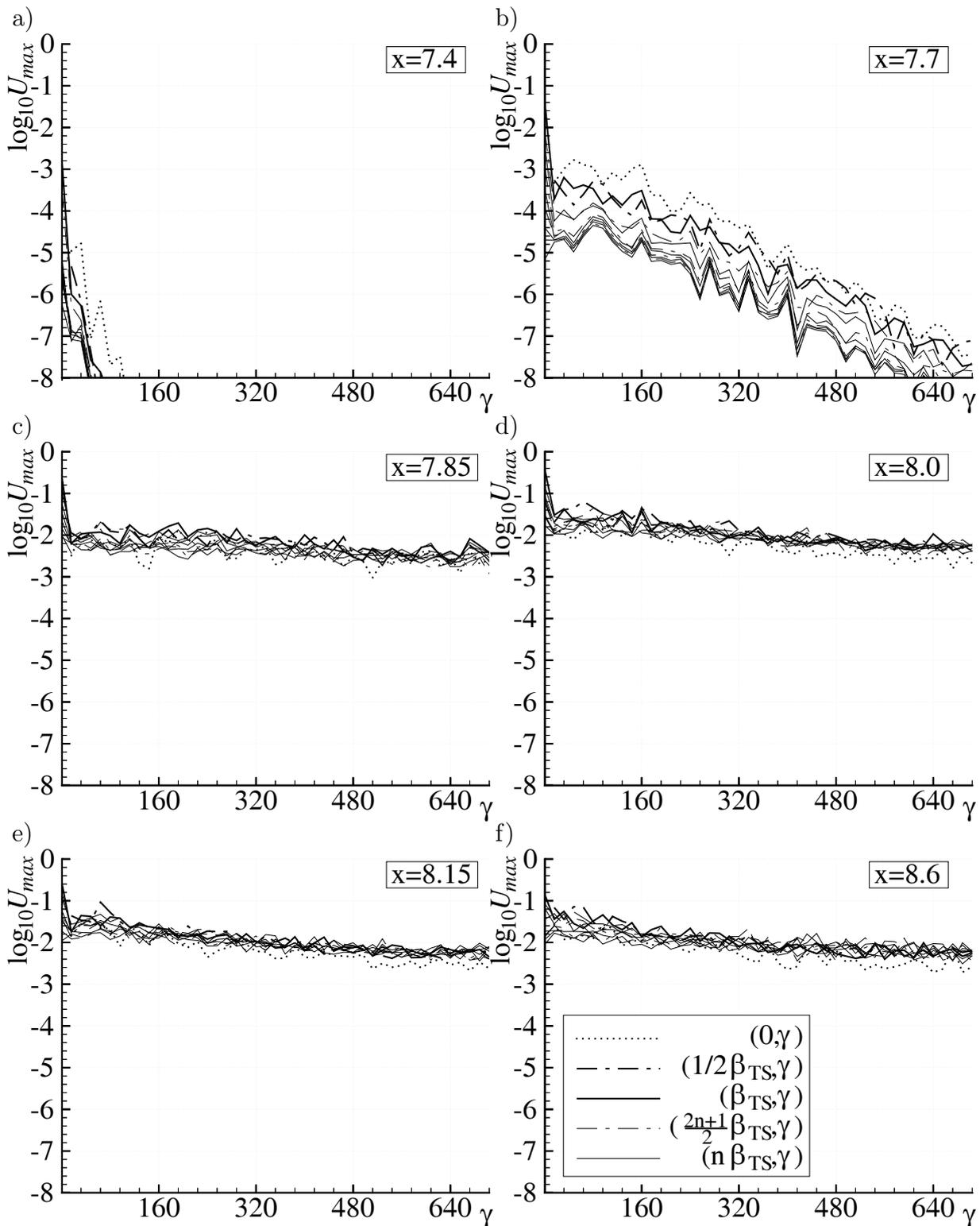
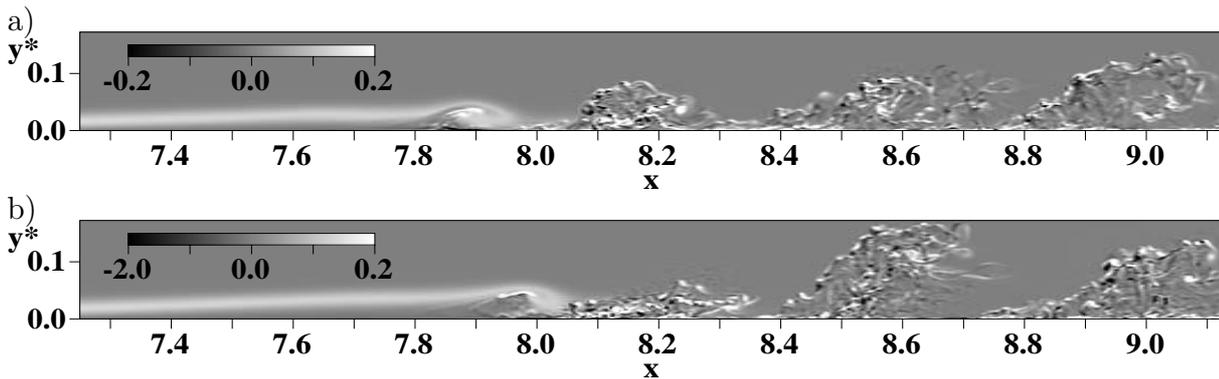


Abb. 7.14: Fall **w5**: Querwellenzahlspektren an unterschiedlichen  $x$ -Stellen.

blase zu vermitteln, sind in Abbildung 7.15 Momentandaten der Wirbelstärkekomponente in Spannweitenrichtung  $\omega_z$  in der Ebene  $z = 0$  für den Fall **w5** (a) und **w6** (b) gezeigt.



**Abb. 7.15:** a) Fall **w5** und b) **w6**: Entwicklung der Turbulenz im Nachlauf der Ablöseblase anhand von Momentandaten der Wirbelstärkekomponente in Spannweitenrichtung  $\omega_z$  im Schnitt  $z = 0$ .

Es ist jeweils die gesamte Höhe des Integrationsgebietes unverzerrt dargestellt. Bereiche positiver Wirbelstärke sind hell und Bereiche negativer Wirbelstärke dunkel wiedergegeben. Im vorderen Teil der Bilder ist jeweils die abgelöste Scherschicht (hell) zu erkennen. Im Wiederanlegebereich rollt sich die Scherschicht ein und im Nachlauf der Ablöseblase finden sich unmittelbar feine Wirbelstrukturen. Diese sind jedoch nicht gleichmäßig in  $x$ -Richtung verteilt, sondern Bereiche mit solchen Wirbeln ( $x \approx 8.2, 8.55$  und  $8.9$ ) wechseln sich mit Bereichen ab, in denen keine Wirbelstärkestrukturen vorhanden sind ( $x \approx 8.35$  und  $8.75$ ). Die Bereiche mit Wirbelstärkestrukturen haben einen Abstand von ungefähr einer TS-Wellenlänge ( $\lambda_{TS} \approx 0.3$ ). Es handelt sich jeweils um eine TS-Welle, die als 2-D-Wirbel von der Ablöseblase abgeht und in feine 3-D-Strukturen zerfällt. Der nahezu periodische Wechsel im Nachlauf der Ablöseblase zwischen Bereichen mit feinskaligen 3-D-Strukturen und ruhigen Phasen erfolgt mit der Frequenz der TS-Welle. Daher dominiert in der Anfachungskurve (Abb. 7.11b) auch stromab der Ablöseblase noch die Frequenz der 2-D TS-Welle. Grundsätzlich stimmt die Entwicklung in den Fällen **w5** und **w6** weitgehend überein und es wird nicht deutlich, warum im Fall **w5** die erste 2-D-Höherharmonische der TS-Welle deutlicher hervortritt als im Fall **w6**. Bei genauer Betrachtung erkennt man jedoch, dass im Fall **w5** auch weit hinter der Ablöseblase die feinen Wirbelstärkestrukturen noch kreisförmig angeordnet sind und im Inneren des 2-D-Wirbels ein relativ ruhiges Zentrum umschließen (Abb. 7.15a zwischen  $8.1 < x < 8.2$  bzw. zwischen  $8.85 < x < 9.05$ ). Im Fall **w6** ist eine solche Anordnung dagegen nicht zu beobachten. Eine stromabschwimmende, ringförmige Struktur ergibt zwei Amplitudenmaxima pro TS-Periode, ergibt also einen höherharmonischen Anteil, der im Fall **w5** im Nachlauf der Ablöseblase ( $x > 8$ ) deutlicher in Erscheinung tritt als im Fall **w6**.

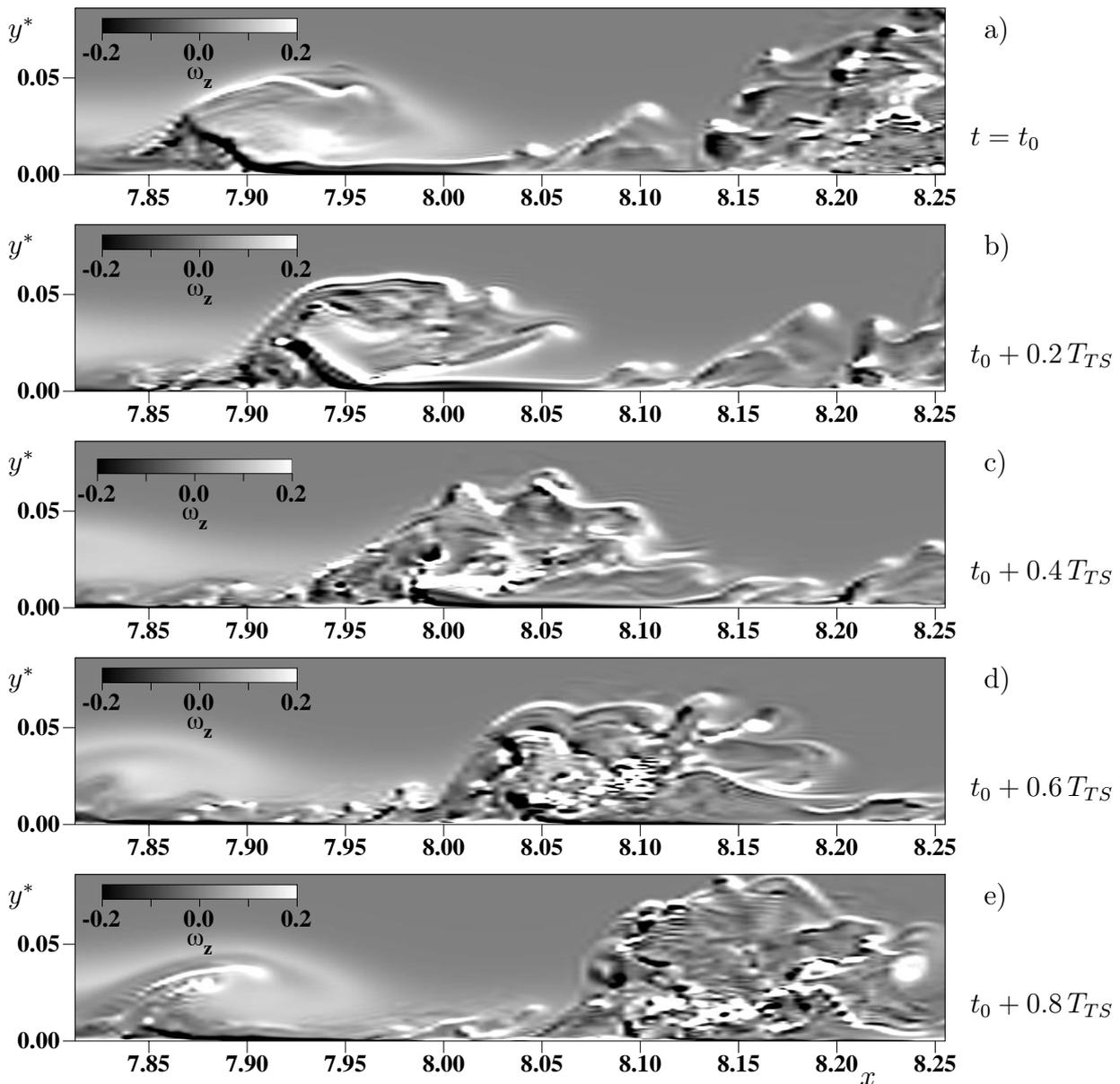
Der Wirbelabgang im Nachlauf der Ablöseblase ist nicht mehr streng periodisch und insbesondere der Zerfall der starken 2-D-Wirbel in feine 3-D-Strukturen unterscheidet sich von

Periode zu Periode erheblich. Beispielsweise ist ein solcher 2-D-Wirbel im Fall **w6** (b) bei  $x \approx 8.6$  in wandnormaler Richtung sehr weit ausgedehnt, während der schon zuvor abgegangene Wirbel bei  $x \approx 9.0$  bei weitem nicht so weit in die Potentialströmung hineinragt (Abb. 7.15b). Die 3-D-Strukturen erfassen auch den Bereich der Grenzschicht zwischen jeweils zwei 2-D-Wirbeln unterschiedlich stark und schnell. Die Ausbildung einer vollturbulenten Grenzschicht, in der keine einzelnen, dominierenden Moden (z.B. die 2-D TS-Welle) mehr vorhanden sind, wird dementsprechend beschleunigt oder verzögert und auch der Einfluss der 2-D TS-Welle verschwindet im Nachlauf der Ablöseblase schneller oder langsamer, was wiederum zu starken Änderungen von einer TS-Periode zur nächsten im Spektrum und bei den Anfachungskurven führt.

In Abbildung 7.16 wird die zeitliche Entwicklung des Zerfalls der 2-D TS-Welle im Wiederanlegebereich für den Fall **w5** untersucht. Die fünf Teilbilder zeigen wie Abbildung 7.15a die Wirbelstärke in Spannweitenrichtung  $\omega_z$  und umfassen eine Periode der vor der Ablöseblase angeregten 2-D TS-Welle. Die Skalierung der Wirbelstärke entspricht ebenfalls Abbildung 7.15. Der linke Rand liegt in der Zone, in der die 3-D-Moden generiert werden. Die abgelöste Scherschicht (positive Scherung: hell) ist am linken Rand bei  $y^* \approx 2.5 \cdot 10^{-2}$  zu erkennen. Der Bildbereich umfasst etwa eineinhalb Wellenlängen der 2-D TS-Welle und liegt in dem Bereich, in dem die Konvektion der 3-D-Moden in Stromabrichtung beginnt. Im oberen Bildteil ( $t = t_0$ , a) ist zwischen  $x = 7.85$  und  $7.9$  eine dreieckige Wirbelstärkestruktur zu erkennen, die von zwei stark negativen Scherschichten nach oben abgeschlossen ist. Unterhalb dieser zwei Scherschichten befinden sich schon feinskalige Wirbelstärkestrukturen. Vom oberem Ende der dreieckigen Struktur reicht eine langgezogene positive Scherschicht (hell) in das weiter stromab gelegene Gebiet. Diese Struktur ist der dreieckigen 3-D-Wirbelstärkestruktur ähnlich, die auch im Fall **w5<sub>2D</sub>** beobachtet wurde, in dem die 3-D-Moden noch keine nennenswerten nichtlinearen Einflüsse auf die 2-D-Welle und die Grundströmung haben (transiente Phase). Auch in der transienten Phase kennzeichnet die dreieckige Struktur die Konvektion der 3-D-Störungen in Stromabrichtung (siehe z.B. die Mode  $\gamma = 240$  bei  $t = t_0 + T_{TS}$  in Abb. 6.10, S. 139).

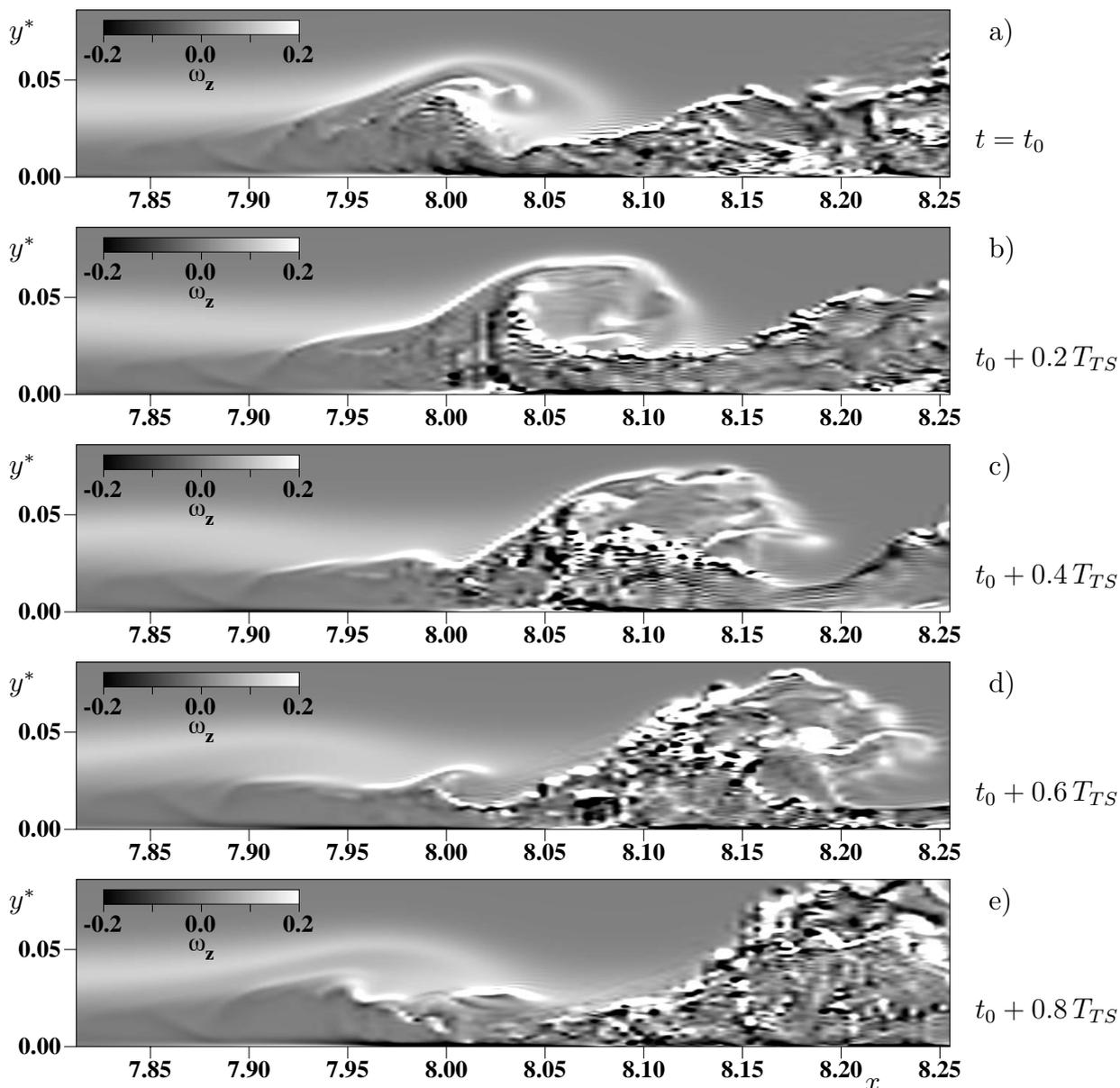
Im transitionellen Zustand sind die Wirbelstärkestrukturen jedoch wesentlich schärfer als in der transienten Phase. Mit fortschreitender Zeit wird speziell die von der Spitze der dreieckigen Struktur stromab reichende Scherschicht immer weiter in die Länge gezogen und rollt sich dabei ein (Abb. 7.16b). Dabei wird sie immer welliger und zerfällt schnell in immer feinere Strukturen, so dass schon nach knapp einer Periode die schon in Abbildung 7.15a zwischen  $8.05 < x < 8.25$  beobachtete, in etwa ringförmige Anordnung feiner, teilweise noch langgezogener Wirbel und Scherschichten entsteht.

Analog zu Abbildung 7.16 ist der Zusammenbruch der 2-D TS-Welle für den Fall **w6** in Abbildung 7.17 dargestellt. Durch die längere Ablöseblase findet die Entwicklung feiner 3-D-



**Abb. 7.16:** Fall **w5**: Wirbelstärkekomponente in Spannweitenrichtung  $\omega_z$  zu fünf Zeitpunkten während einer TS-Periode  $T_{TS}$ .

Strukturen im Wiederanlegebereich weiter stromab statt. Prinzipiell stimmen beide Fälle weitgehend überein. Allerdings entwickeln sich im Fall **w5** die 3-D-Strukturen, wie oben schon beschrieben, aus der dreieckigen Scherschichtstruktur, die ihren Ursprung sehr nahe an der Wand hat. Im Fall **w6** ist dagegen anfänglich zwischen  $0.01 < y < 0.03$  eine starke lokale Scherschicht im Bereich zwischen  $x \approx 7.95$  und  $8.1$  vorhanden (Teilbilder e und a). Beim Einrollen der 2-D-Scherschicht werden diese Strukturen stärker in das Zentrum des entstehenden 2-D-Wirbels gezogen, der daher mehr aus seinem Zentrum heraus zerfällt als im Fall **w5**, in dem der Zerfall stärker vom Rand der eingerollten 2-D-Scherschicht ausgeht. Im Fall **w6** zerfällt der gesamte, ursprünglich zweidimensionale Wirbel schnell in sehr fei-



**Abb. 7.17:** Fall **w6**: Wirbelstärkekomponente in Spannweitenrichtung  $\omega_z$  zu fünf Zeitpunkten während einer TS-Periode  $T_{TS}$ .

ne 3-D-Strukturen, während im Fall **w5** die stärker ringförmige Struktur entsteht, die aus etwas groberen, längergezogenen 3-D-Strukturen besteht und den Beitrag zur 2-D-Höherharmonischen liefert. Das schnellere und komplette Aufbrechen des 2-D-Wirbels in feine 3-D-Strukturen im Fall **w6** führt zwar nicht zur wesentlich schnelleren Ausbildung einer vollturbulenten Grenzschicht, Detailunterschiede der nichtlinearen Sättigungszustände des zeitlichen 3-D-Anfachungsmechanismus wirken sich aber dennoch auf die Störungsentwicklung im Nachlauf der Ablöseblase aus. Nach bisherigem Kenntnisstand beeinflusst somit die Störampplitude der TS-Wellen stromauf der Ablöseblase nicht nur die Größe der Ablöseblase sondern hat auch einen qualitativen Einfluss auf den Grenzschichtumschlag in laminaren

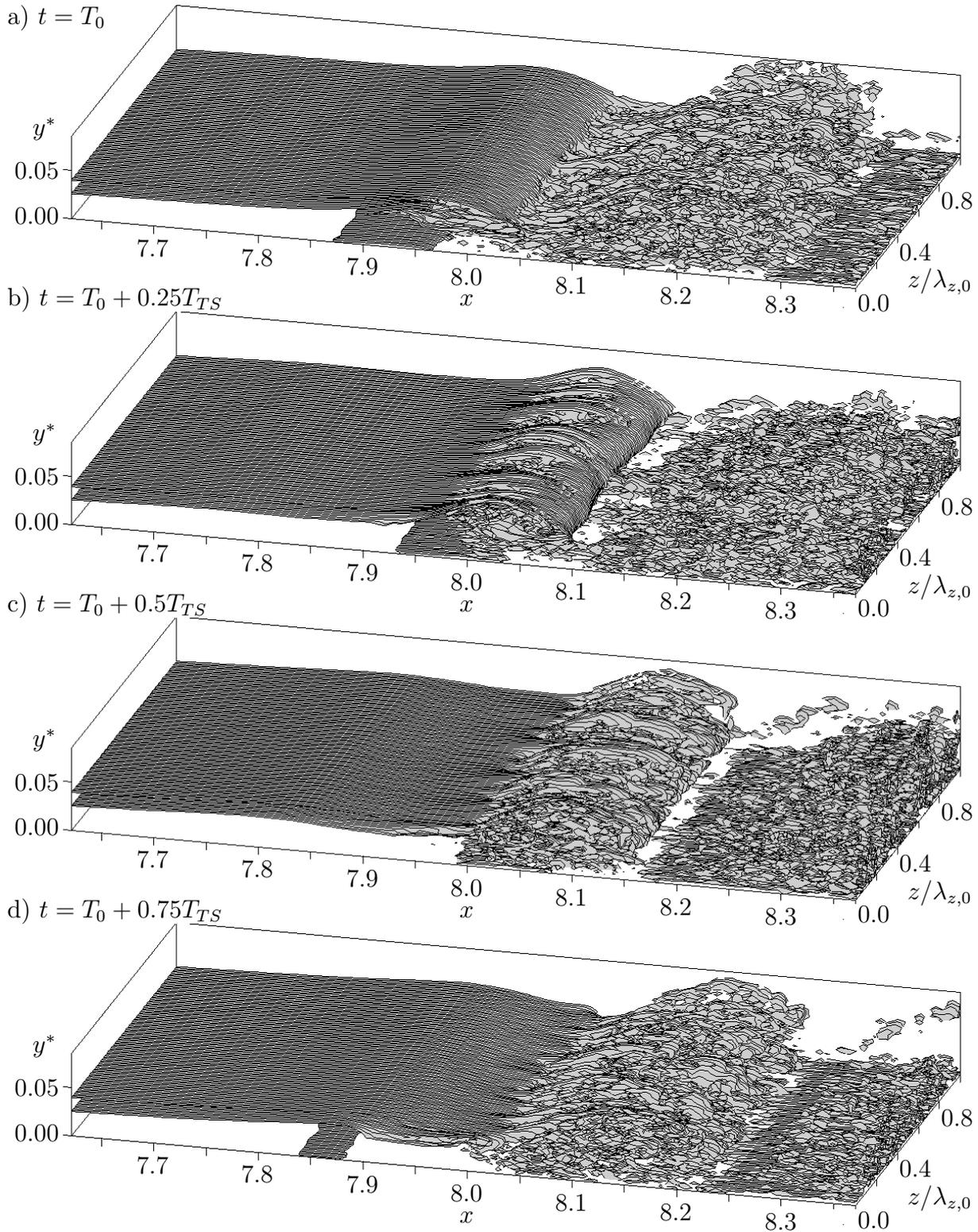
Ablöseblasen.

Isoflächen der Wirbelstärke in Spannweitenrichtung mit einem geeigneten Amplitudenniveau ( $\omega_z = 0.1$ ) vermitteln schließlich noch einen 3-D-Eindruck der wesentlichen Strukturen beim Grenzschichtumschlag. Sie sind in Abb. 7.18 für den Fall **w6** zu vier Zeitpunkten einer TS-Periode dargestellt. Die abgelöste Scherschicht ist jeweils im linken Bildteil durch zwei Isoflächen gekennzeichnet, die die schwächere Wirbelstärke in der Ablöseblase und in der Potentialströmung von der starken Wirbelstärke in der abgelösten Scherschicht trennen. Die freie Scherschicht rollt sich ein (Bildteil (a):  $x \approx 7.95$ ). Mit der Konvektion von dreidimensionalen Störungen von unten in die freie Scherschicht beginnt deren schnelle Verformung in langgezogene dreidimensionale Strukturen, während der eingerollte Teil der Scherschicht unterhalb dieser Strukturen schnell in noch feinere, turbulente Strukturen zerfällt (Bildteile (b)–(d)). Schließlich zerfallen auch die in größerem Wandabstand noch verbliebenen großskaligen, langgezogenen Strukturen (Bildteile (d) und (a) bei  $x = 8.15$  bzw.  $x = 8.25$ ) so dass der abgehende großskalige Wirbel vollständig von turbulenten Strukturen ergriffen wird.

Im Fall **w5** (ohne Abbildung) erfolgt der Zerfall der langgezogenen Strukturen in der freien Scherschicht langsamer als im Fall **w6**, prinzipiell stimmt der Zerfall der abgelösten Grenzschicht aber weitgehend mit dem Fall **w6** überein.

### 7.3.2 Konvektive sekundäre Instabilität

In den Fällen **w5** und **w6** wurde lediglich eine 2-D-Welle erzwungen, alle 3-D-Moden waren selbsterregt. Nach den Ergebnissen von Rist [58] ist ein Mechanismus ausreichend starker konvektiver Sekundärinstabilität in großen Ablöseblasen zwar nicht zu erwarten, er soll hier aber nicht von vorneherein ausgeschlossen werden. Im Experiment sind immer auch 3-D-Moden stromauf der Ablöseblase vorhanden und die Voraussetzungen für konvektive Sekundärinstabilität sind somit gegeben. Bis die Amplitude der 2-D TS-Welle im Wiederanlegegebiet groß wird, entwickeln sich auch die 3-D-Moden entsprechend der linearen Stabilitätstheorie. Dabei sind 3-D-Moden mit ähnlichen Frequenzen ( $\beta \approx 10$ ) wie die 2-D-Mode sowie moderaten Schräglaufwinkeln am stärksten angefacht. Moden im Bereich der subharmonischen Frequenz ( $\beta \approx 5$ ) sind dagegen wesentlich schwächer angefacht (vergl. Abb. 7.10). In der Ablöseblase kann daher bei der fundamentalen Frequenz mit konvektiven 3-D-Wellen mit im Vergleich zur 2-D TS-Welle relativ großer Amplitude gerechnet werden, subharmonische 3-D-Moden werden dagegen eine wesentlich kleinere Amplitude haben. Da sich alle Instabilitätsmechanismen, also auch konvektive, sekundäre Instabilität, auf die durch zeitliche, sekundäre Instabilität generierten 3-D-Moden genauso auswirken wie auf von stromauf in die Ablöseblase konvektierte Moden, muss ihre Amplitude im Bereich mit sekundärer Instabilität also zumindest in der Größenordnung der durch zeitliche, sekundäre Instabilität generierten 3-D-Moden mit der gleichen Querwellenzahl liegen, die dort wie-

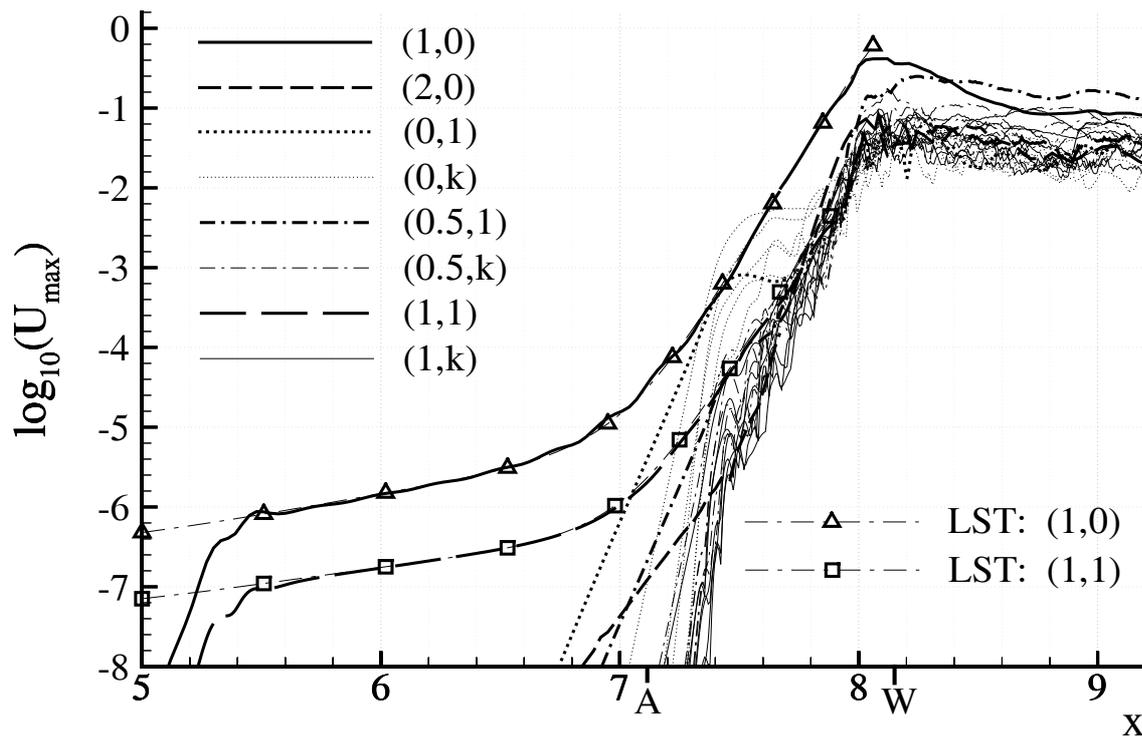


**Abb. 7.18:** Fall **w6**: Zusammenbruch der freien Scherschicht im Wiederanlegebereich. Isoflächen  $\omega_z = 0.1$  der Wirbelstärke in Spannweitenrichtung zu 4 Zeitpunkten während einer TS-Periode  $T_{TS}$ .

derum nahezu die Amplitude der TS-Welle erreichen. Aufgrund der gerade angesprochenen linearen Stabilitätseigenschaften ist dies nur bei fundamentalen 3-D-Moden denkbar, wogegen subharmonische Moden wegen der wesentlich schwächeren linearen Anfachung in der Regel keinen nennenswerten Einfluss erlangen können. Somit sind, wenn überhaupt, die Voraussetzungen für (konvektive) fundamentale, sekundäre Instabilität gegeben.

Um den möglichen Einfluss von stromauf der Ablöseblase generierten und anschließend durch konvektive, fundamentale Resonanz angefachten 3-D-Moden auf den Grenzschichtumschlag zu untersuchen, wurde eine weitere DNS **w6o7** durchgeführt, die auf dem Fall **w6** basiert, bei der aber zusätzlich ein Paar symmetrischer 3-D-Wellen (*oblique waves*) mit  $\gamma = 16$  und der Amplitude  $U \approx 10^{-7}$  stromauf der Ablöseblase angeregt wurde. Dabei wurde eine relativ kleine Querwellenzahl gewählt (zum Vergleich:  $\alpha \approx 20$ ), da einerseits die lineare Anfachung der 3-D-Moden auch mit zunehmender Querwellenzahl deutlich abnimmt, andererseits bei größeren Querwellenzahlen die durch zeitliche sekundäre Instabilität in der Ablöseblase generierten Moden größere Amplituden haben als bei  $\gamma = 16$ . Bei größeren Querwellenzahlen ist daher ein maßgeblicher Einfluss von in die Ablöseblase konvektierten und durch fundamentale, sekundäre Instabilität angefachten 3-D-Moden noch weniger zu erwarten als bei relativ kleinen Querwellenzahlen. Die Amplitude der 3-D-Welle wurde etwas niedriger als die der 2-D TS-Welle angesetzt um der schwächeren Anfachung der 3-D-Welle am Tragflügel von ihrem Entstehungsort nahe der Profilnase bis zum Einströmrand des Integrationsgebietes in der Profilmittte bei  $x = 5.0$  Rechnung zu tragen.

Im Fall **w6o7** entwickelt sich die stromauf in die Grenzschicht eingebrachte 3-D TS-Welle (Abb. 7.19, Mode (1,1), lang strichliert) zunächst entsprechend der linearen Stabilitätstheorie. Stromauf der Ablöseblase ist sie auch die einzige 3-D-Mode mit nennenswerter Amplitude. In der Ablöseblase treten wie im Fall **w6** (vergl. Abb. 7.11b) eine Vielzahl von 3-D-Moden auf. Ab  $x \approx 7.05$  haben einzelne, durch punktierte Linien dargestellte Längswirbelmoden (0,k) schon eine größere Amplitude als die TS-Welle (1,1). Die Mode (0,1), die im Mechanismus konvektiver, fundamentaler Sekundärinstabilität mit der Mode (1,1) angefacht wird, ist durch eine stärkere Strichstärke hervorgehoben. Vor der Ablöseblase ( $x < 7.15$ ) hat sie die größte Amplitude aller Längswirbelmoden. Dies ist darauf zurückzuführen, dass Moden mit kleinen Querwellenzahlen in Stromaufrichtung langsamer abklingen als 3-D-Moden mit größerer Querwellenzahl. Ab  $x \approx 7.3$  übersteigt die Amplitude anderer, durch zeitliche sekundäre Instabilität generierter Längswirbelmoden die Amplitude der Mode (0,1). Ab  $x \approx 7.4$  gilt dies dann auch für die Amplitude einzelner instationärer, zunächst subharmonischer, später auch fundamentaler 3-D-Moden. Somit liegen bei  $x \approx 7.65$ , wenn die 2-D TS-Welle eine so große Amplitude erreicht, dass starke sekundäre Wechselwirkungen zu erwarten sind, schon eine große Zahl von 3-D-Moden unterschiedlicher Frequenz vor, deren Amplitude größer als die der von stromauf in die Ablöseblase laufenden TS-Welle



**Abb. 7.19:** Anfachungskurven im Fall **w6o7**: 3-D-Moden der fundamentalen, konvektiven, sekundären Instabilität (1,1) und (0,1) sowie Mode (0,5,1) durch dicke Linien hervorgehoben. A und W: Ablöse- bzw. Wiederanlegestelle.

(1,1) ist. Die Amplitudenentwicklung zeigt keine Hinweise auf ein im Vergleich zum Fall **w6** wesentlich verändertes Umschlagsszenario in Folge der zusätzlichen 3-D TS-Welle (1,1). Ab  $x = 8.0$  fällt die große Amplitude der dick strich-punktiert eingetragenen subharmonischen Mode (0,5,1) auf, die nicht mit konvektiver, fundamentaler, sekundärer Instabilität in Verbindung steht. Sie hat phasenweise im Nachlauf der Ablöseblase ab  $x \approx 8.4$  sogar eine größere Amplitude als die 2-D TS-Welle. Ab Seite 199 wird noch gezeigt, dass auch im Fall **w6** die Mode (0,5,1) vorübergehend ähnlich große Amplituden im Nachlauf der Ablöseblase erreicht. Dieses Phänomen steht jedoch nicht in Verbindung mit konvektiver, sekundärer Instabilität.

Der Einfluss der Mode (1,1) wird nun noch etwas genauer anhand der Querwellenzahlspektren für den Fall **w6o7** in Abbildung 7.20 untersucht. Die Querwellenzahl  $\gamma = 16$  der in die Grenzschicht eingebrachten 3-D TS-Welle ist jeweils durch eine senkrechte Linie gekennzeichnet. Bei  $x = 7.4$  (a) dominieren schon die Längswirbelmoden (punktiert) deutlich gegenüber allen laufenden Moden einschließlich der Mode (1,1). Dies ist auf den vergleichsweise starken Stromaufeinfluss von stationären Moden im Vergleich zu laufenden Moden zurückzuführen. Im Bereich stark nichtlinearer 2-D TS-Amplituden verliert sich die Dominanz der stationären 3-D-Moden zunehmend, wobei der Querwellenzahlbereich mit den größten Amplituden breiter wird ( $x = 7.7$  und  $x = 7.85$ , b und c). Abgesehen von

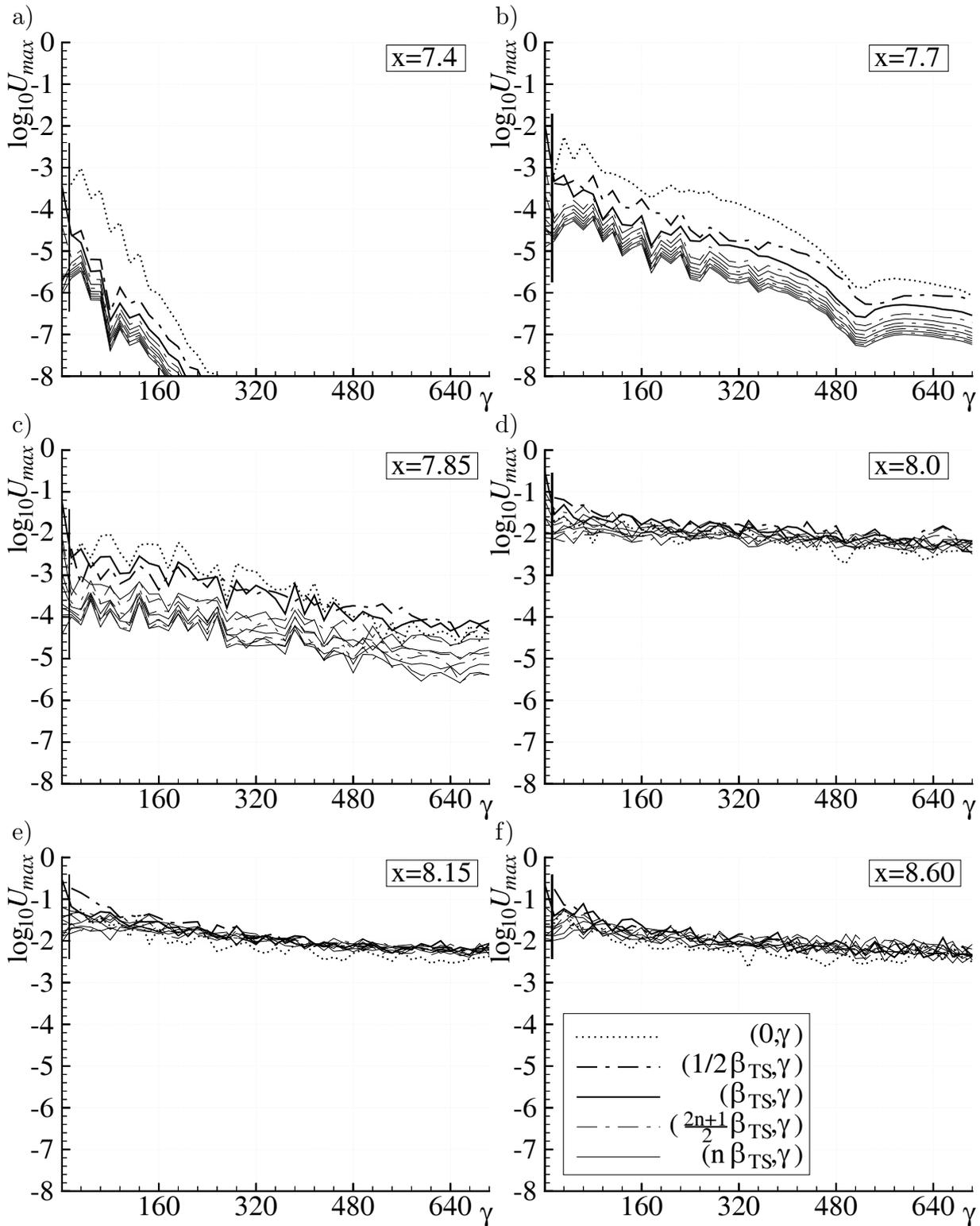


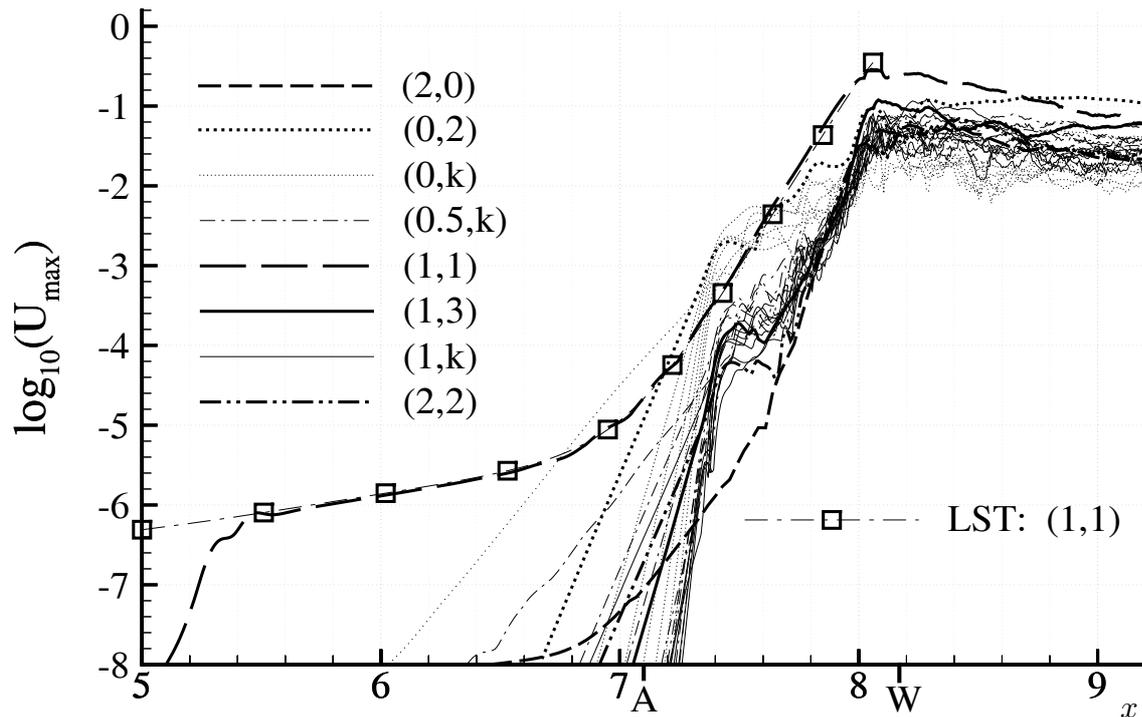
Abb. 7.20: Fall w6o7: Querwellenzahlspektren an unterschiedlichen  $x$ -Stellen. Querwellenzahl der angeregten 3-D-Mode  $\gamma = 16$  jeweils durch senkrechte Linie gekennzeichnet.

der schon angesprochenen großen Amplitude der subharmonischen Mode (0,5,1) ab  $x = 8.0$  (d bis f, dick strich punktiert) sind bei  $\gamma = 16$  keine wesentlichen Unterschiede zum Fall **w6** festzustellen. Die angeregte 3-D-Mode (1,1) hat zwar eine relativ große Amplitude, an allen gezeigten  $x$ -Stellen hat jedoch eine andere, selbsterregte 3-D-Mode eine noch größere Amplitude. Daher kann konvektive, fundamentale Sekundärinstabilität einschließlich der beteiligten Höherharmonischen bestenfalls einen relativ schwachen Einfluss auf den Grenzschichtumschlag in Ablöseblasen haben, bei denen die Größe und Rückströmung so stark ist, dass auch zeitliche, sekundäre Instabilität auftritt. Ob dennoch ein schwacher Einfluss besteht, kann nicht mit Sicherheit beantwortet werden, da die Umschlagsentwicklung in beiden Fällen **w6** und **w6o7** so stark nichtperiodisch ist, dass möglicherweise vorhandene, qualitative Unterschiede der beteiligten physikalischen Vorgänge überdeckt werden. Domnierender Mechanismus bei der Generierung von 3-D-Strukturen ist aber auch im Fall **w6o7** zeitliche, sekundäre Instabilität.

### 7.3.3 Schräger Umschlag

In den experimentellen Untersuchungen zum natürlichen Grenzschichtumschlag in lamina- ren Ablöseblasen wurden von Würz neben 2-D TS-Wellen auch schwach schräglau- fende 3-D TS-Wellen mit ähnlicher Amplitude wie die 2-D TS-Wellen gefunden. Somit ist auch ein schräger Umschlag ohne nennenswerten Einfluss sekundärer Instabilitäten denkbar. Des- halb wird nun der schräge Umschlagsmechanismus anhand des Falles **o6** genauer untersucht (Grundquerwellenzahl  $\gamma_0 = 8$ , Anregung eines Paares von 3-D-Wellen mit  $\gamma = \gamma_0$ ,  $\beta = 10$  und der Anfangsamplitude  $U \approx 10^{-6}$ ). Da eine 2-D TS-Welle mit großer Amplitude in der Ablöseblase fehlt, kann der klassische, konvektive, sekundäre Instabilitätsmechanismus nicht auftreten.

In Abbildung 7.21 sind die am klassischen Oblique-Mechanismus beteiligten Moden durch dicke Linien hervorgehoben. Von dem als lang strichlierte Linie dargestellten, stromauf der Ablöseblase angeregten Paar symmetrischer 3-D-Wellen (1,1), werden direkt die Moden (2,2) (dick strich-punkt-punktiert), die 2-D-Mode (2,0) (strichliert) sowie die Längswirbel- mode (0,2) (dick punktiert) generiert. Darüber hinaus sind weitere stationäre 3-D-Moden (0,k) dünn punktiert sowie bezüglich der angeregten Mode (1,1) subharmonische (strich- punktiert) und fundamentale 3-D-Moden (dünne Linie) dargestellt (jeweils  $1 \leq k \leq 8$ ). Normalerweise übertrifft die Amplitude der Mode (0,2) beim schrägen Umschlag dabei die anderen nichtlinear generierten Moden bei weitem. Zudem ist in der Regel eine Kaskade von Höherharmonischen zu beobachten, wobei höhere Harmonische eine kleinere Amplitu- de, dafür aber eine stärkere Anfachung aufweisen. In der Ablöseblase ( $x < 8.17$ ) ist beides nicht zu beobachten. Die direkt dem schrägen Umschlagsmechanismus zuzuordnenden Mo- den (dicke Linien) haben keine größere Amplitude als die anderen 3-D-Moden (ausgenom-



**Abb. 7.21:** Oblique-Fall **o6**: 3-D TS-Welle (1,1) erzwungen. Moden des „klassischen“ Oblique-Mechanismus (2,0), (0,2) und (2,2) sind durch dicke Linien hervorgehoben. Moden des zeitlichen Sekundärinstabilitätsmechanismus sind dünn eingetragen. A und W: Ablöse- bzw. Wiederanlegestelle.

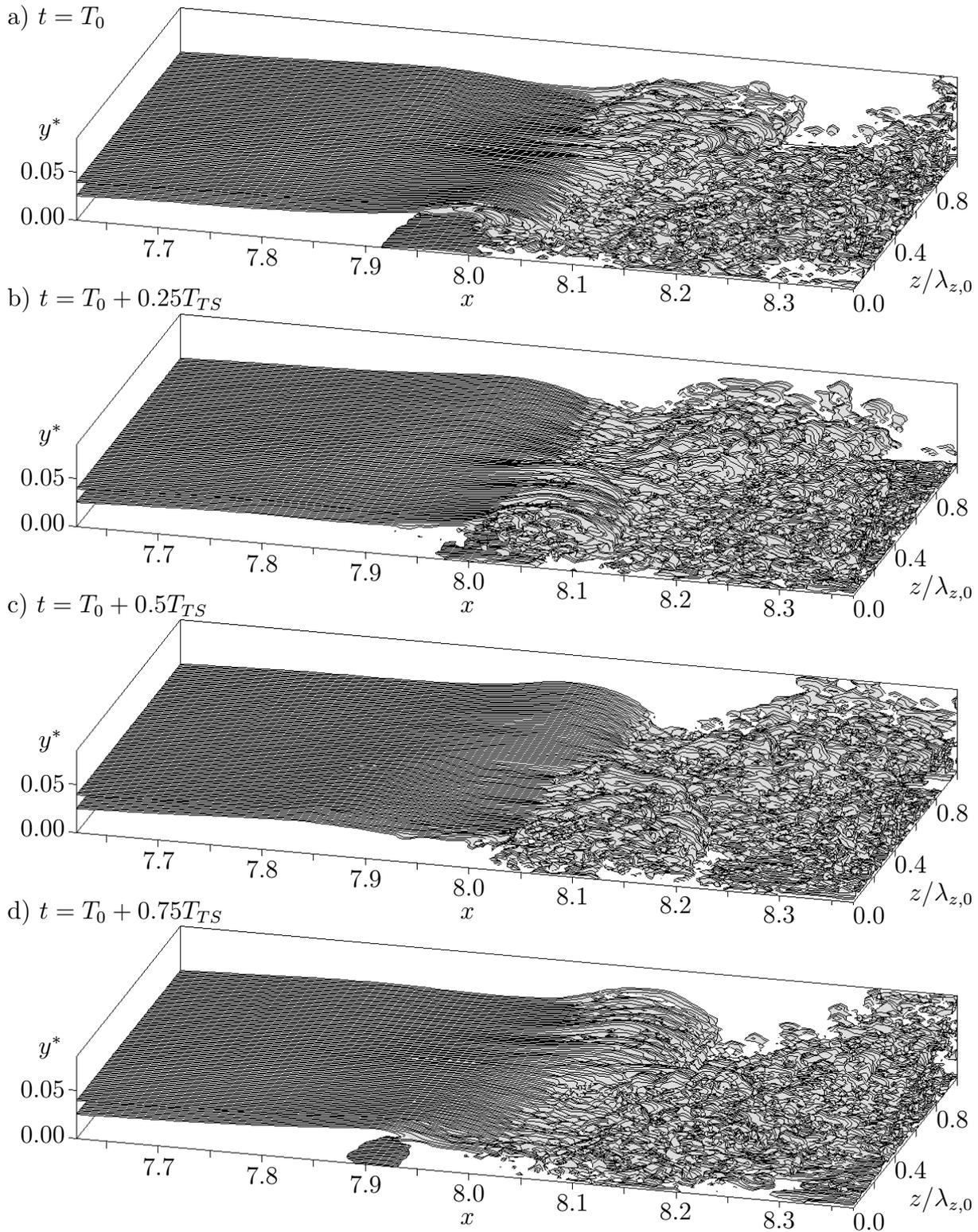
men natürlich das angeregte Wellenpaar). Dies gilt sowohl für die instationären Moden, wie anfänglich auch für die stationären Moden (punktiert). Ab  $x \approx 7.7$  übertrifft die Amplitude der Mode (0,2) dann jedoch die anderen stationären Moden. Alle instationären Moden wachsen zwischen  $x = 7.6$  und  $8.0$  sehr schnell an wobei eine Kaskade von Höherharmonischen nicht zu beobachten ist. Bei der Mode (2,0) (dick strichliert) ist die Amplitudenentwicklung im Bereich  $x < 7.6$  ebenfalls nicht auf die nichtlineare Generierung durch die Mode (1,1) zurückzuführen. Im Bereich  $6.9 < x < 7.6$  klingt sie exponentiell in Stromaufrichtung ab, für  $x < 6.9$  ist die Fourieranalyse nicht mehr ausreichend aufgelöst und der Verlauf ist durch eine schwache, zeitliche Änderung der Grundströmung geprägt. Erst bei  $x \approx 7.6$ , wenn die Mode (1,1) eine ausreichend große Amplitude erreicht hat, beschleunigt sich das Wachstum der Mode (2,0) durch nichtlineare Effekte. Die Störungsentwicklung in der Ablöseblase ( $x < 8$ ) zeigt im allgemeinen deutliche Übereinstimmungen mit den durch zeitliche, sekundäre Instabilität geprägten Fällen **w5** und **w6**. Auch im Oblique-Fall werden 3-D-Moden in einem großen Querwellenzahlbereich durch eine zeitliche Instabilität generiert, die in der Ablöseblase eine Dominanz der beim schrägen Umschlag direkt generierten Harmonischen zunächst verhindern.

Demgegenüber treten die für den schrägen Umschlag typischen Moden im Nachlauf

der Ablöseblase deutlich hervor. Insbesondere die Mode (0,2) (dick punktiert) hat dort die erwartete große Amplitude und übertrifft bei  $x \approx 8.7$  sogar die Amplitude der Mode (1,1). Dadurch werden weitere Höherharmonische generiert, die teilweise ebenfalls sehr große Amplituden erreichen. Ab  $x = 8.7$  ist daher die Mode (1,3), die durch die Wechselwirkung der Moden (0,2) und (1,1) entsteht, als dick durchgezogene Linie mit größerer Amplitude als die übrigen 3-D-Moden klar zu erkennen.

Es wird deutlich, dass der schräge Umschlagsmechanismus bei großen Ablöseblasen in der Blase Eigenschaften eines durch zeitliche, sekundäre Instabilität ausgelösten Grenzschichtumschlags mit denen eines „klassischen“ schrägen Umschlags vereinigt (stromab der Blase), wie er in anliegenden Grenzschichten oder kleineren Ablöseblasen beobachtet wird.

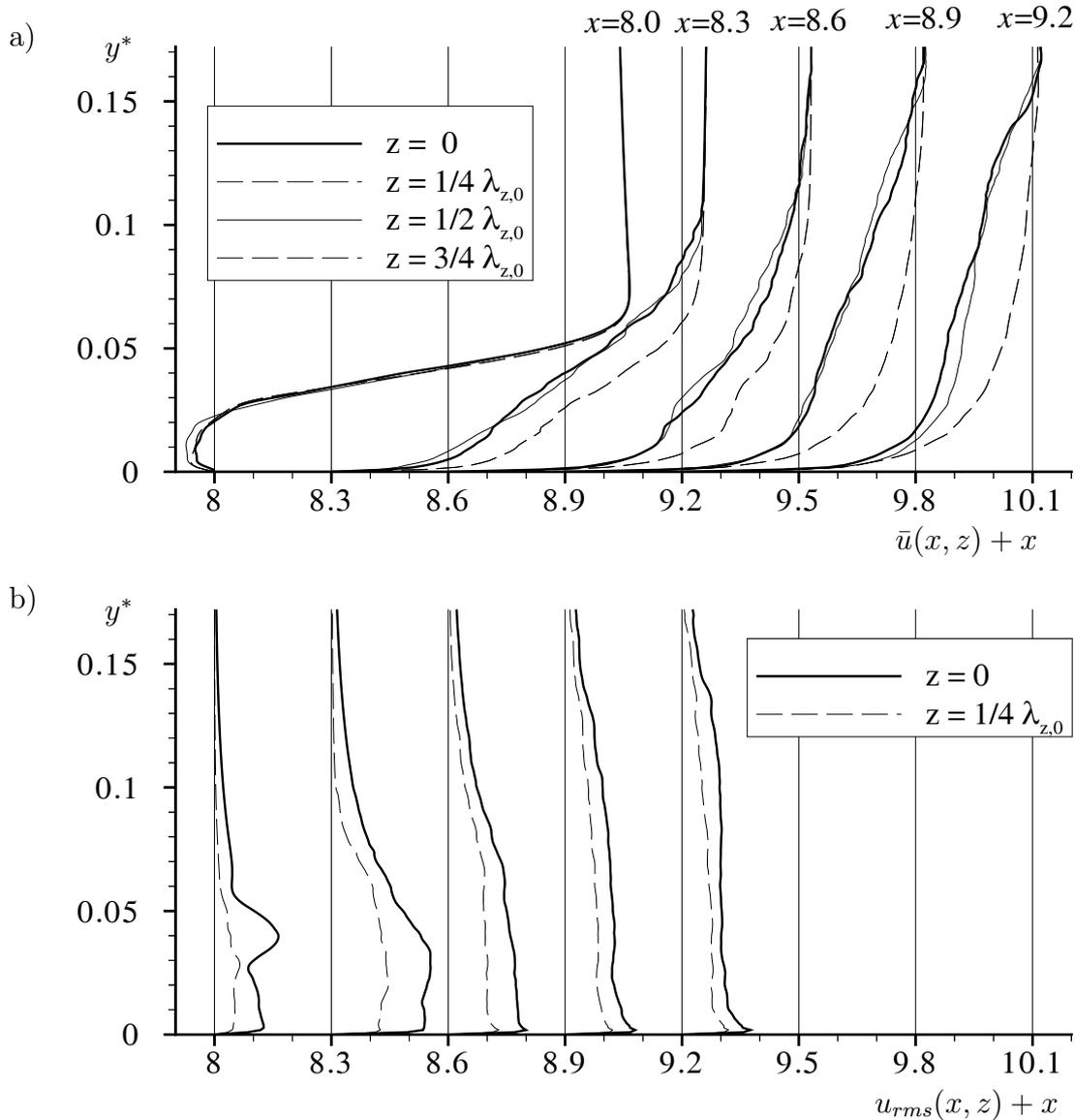
Anhand der Visualisierung des Strömungsfeldes mit Hilfe von Isoflächen der Wirbelstärke in Spannweitenrichtung  $\omega_z$  (Abb. 7.22) wird der entsprechende Umschlagsmechanismus verständlich. Der Ausschnitt ist wie für den Fall **w6** in Abbildung 7.18 gewählt. Da im Fall **o6** die Grundquerwellenzahl  $\gamma_0$  halbiert wurde, umfasst der Ausschnitt nur eine halbe Querwellenlänge des Wellenpaares (1,1). Wieder ist eine Periode der Frequenz der Mode (1,1) in vier Momentanbildern dargestellt (Teilbilder a bis d). Die zunächst nahezu stationäre abgelöste Scherschicht zerfällt im Wiederanlegebereich ab  $x \approx 7.95$  sehr schnell in feine Strukturen. Schon ab  $x \approx 7.80$  erkennt man, dass die abgelöste Scherschicht nicht mehr zweidimensional ist, sondern dass das Wellenpaar (1,1) zu einer 3-D-Verformung des Strömungsfeldes führt. Im Gegensatz zum Grenzschichtumschlag aufgrund einer 2-D TS-Welle ergibt sich somit wegen der bis  $x \approx 8$  noch weiter zunehmenden Amplitude der Mode (1,1) auch bei den großskaligen Strukturen eine deutliche Variation in Spannweitenrichtung. Die abgelöste Scherschicht rollt sich abwechselnd bei  $z = 0$  (unterer Bildrand zum Zeitpunkt  $t = T_0$ , Teilbild a) und bei  $z = \lambda_{z,0}/2$  (oberer Bildrand zum Zeitpunkt  $t = T_0 + 0.5T_{TS}$ , Teilbild c) ein. In der abgelösten Scherschicht bilden sich anschließend bei  $z = 0$  (unterer Bildrand) zum Zeitpunkt  $t = T_0 + 0.25T_{TS}$  (b) bzw. bei  $z = \lambda_{z,0}/2$  (am oberen Bildrand) zum Zeitpunkt  $t = T_0 + 0.75T_{TS}$  (d) jeweils langegezogene Wirbelstärkestrukturen, die den Zerfall in feinskalige Turbulenz einleiten. Diese Strukturen gleichen weitgehend den im 2-D-Fall **w6** zum Zeitpunkt  $T_0 + 0.25T_{TS}$  auftretenden Strukturen (Abb. 7.18b). Die Generierung feinskaliger Turbulenz geschieht im 2-D-Fall und im Oblique-Fall durch den gleichen Mechanismus zeitlicher, sekundärer Instabilität. Obwohl sich im Oblique-Fall die abgelöste Scherschicht jeweils nur in einem begrenzten Bereich in Spannweitenrichtung einrollt ist die Ausdehnung dieser Bereiche in Spannweitenrichtung doch so groß, dass sich die in Spannweitenrichtung wesentlich feinskaligeren, zeitlich sekundär angefachten 3-D-Moden analog zum 2-D-Fall ausbilden. Auch im Oblique-Fall ergibt sich an einer festen Spannweitenposition  $z = const$  im Wiederanlegebereich ein Wechsel zwischen schwacher Rückströmung, während die in feine 3-D-Strukturen zusammenbrechende eingerollte Scher-



**Abb. 7.22:** Fall o6: Zusammenbruch der freien Scherschicht im Wiederanlegebereich. Isoflächen  $\omega_z = 0.1$  der Wirbelstärke in Spannweitenrichtung an 4 Zeitpunkten während einer TS-Periode  $T_{TS}$ .

schicht sich als Wirbel von der Ablöseblase löst, und starker Rückströmung beim erneuten Einrollen der abgelösten Scherschicht, wobei feinskalig 3-D verformtes Fluid zurück in die Ablöseblase konvektiert wird, und so der Mechanismus zeitlicher, sekundärer Instabilität aufrecht erhalten bleibt. Die Amplitude der zeitlich, sekundär generierten Moden ist dabei in der Ablöseblase deutlich größer, als die Amplitude der direkt durch das Wellenpaar (1,1) nichtlinear generierten Moden.

Erst im Wiederanlegebereich führt die große Amplitude des Wellenpaares (1,1) auch zu großen Amplituden der Höherharmonischen. Das Wellenpaar (1,1) bildet in Spannweitenrichtung eine stehende Welle. Die Mode (0,2) ergibt sich aus dem Wechsel zwischen Bäuchen bei  $z = 0$  und  $z = \lambda_z/2$  sowie Knoten bei  $z = 0.25\lambda_z$  und (nicht in Abb. 7.22 enthalten)  $z = 0.75\lambda_z$ . Im Bereich der Knoten fehlt der ausgeprägte Wechsel zwischen Phasen mit starker und schwacher Rückströmung, so dass keine 3-D-Moden durch zeitliche, sekundäre Instabilität in nennenswertem Umfang generiert werden. Bis sich im Nachlauf der Ablöseblase schließlich eine vollturbulente Grenzschicht ausbildet, müssen sich daher einerseits die Bereiche zwischen jeweils zeitlich aufeinander folgenden, feinskalig 3-D verformten Bäuchen in  $x$ -Richtung mit 3-D-Strukturen auffüllen. Dies ist direkt mit den 2-D-Fällen (z.B. **w6**) vergleichbar, in denen sich die Turbulenz ebenfalls zunächst in die Bereiche zwischen den 2-D-Wirbeln im Nachlauf der Ablöseblase ausbreiten muss, ehe homogene Turbulenz entstehen kann. Andererseits muss sich die Turbulenz auch in Spannweitenrichtung  $z$  in die Bereiche ausbreiten, in denen in der Ablöseblase keine feinskaligen 3-D-Moden generiert werden. Diese Ausbreitung der Turbulenz in Spannweitenrichtung erfolgt vergleichsweise langsam, so dass die Amplitude der Mode (0,2) bis  $x \approx 8.9$ , also ca. zwei TS-Wellenlängen stromab der Wiederanlegestelle, noch zunimmt. Während die Ausbreitung der Turbulenz in  $x$ -Richtung durch die Konvektion der 3-D-Strukturen in der Grundströmung beschleunigt wird – in Wandnähe werden die turbulenten Strukturen langsam konvektiert und bleiben gegenüber den großskaligen Wirbeln zurück, in großem Wandabstand eilen sie voraus und füllen so den Bereich zwischen zwei Wirbeln auf – ist der Konvektionseinfluss in Spannweitenrichtung wesentlich kleiner und nur durch 3-D-Störungen verursacht (Längswirbel und laufende 3-D-Moden). Darüber hinaus können neue 3-D-Strukturen von vorhandenen Wirbeln durch Induktion in Spannweitenrichtung generiert werden. Dieser Mechanismus wird von Meyer *et al.* [49] für  $\Lambda$ -Wirbel gezeigt. Diese in anliegenden Grenzschichten zunächst infolge konvektiver, sekundärer Instabilität aus schwachen Verformungen der 2-D-Welle entstehenden Wirbel induzieren in ihrer (spannweitigen) Nachbarschaft neue 3-D-Verformungen der 2-D-Welle, so dass schließlich weitere  $\Lambda$ -Wirbel entstehen können. Derzeit kann nicht gesagt werden, ob im Nachlauf der Ablöseblase bei der Ausbreitung der Turbulenz in Spannweitenrichtung Konvektion oder Induktion überwiegt, die Ausbreitung in Spannweitenrichtung erfolgt jedoch wesentlich langsamer als die durch Konvektion dominierte Ausbreitung der



**Abb. 7.23:** Fall o6: a) Zeitlich gemittelte  $u$ -Profile an unterschiedlichen  $z$ -Stellen. Fußpunkt jeweils an der passenden  $x$ -Position. b) rms-Amplitude an den gleichen  $x$ - und  $z$ -Stellen.

Turbulenz in Stromabrichtung. Die unterschiedliche Ausbreitungsgeschwindigkeit von turbulenten Strukturen in  $x$ - und  $z$ -Richtung wird ganz allgemein bei der Ausbildung von Turbulenzflecken auch in anliegenden 2-D-Grenzschichten beobachtet. Wenn einmal momentan in einem begrenzten Gebiet feinskalige 3-D-Strukturen mit großer Amplitude vorhanden sind (Turbulenzfleck), zieht sich dieses Gebiet, während es stromab schwimmt schnell in die Länge, breitet sich aber nur vergleichsweise langsam in Spannweitenrichtung aus.

Die große Amplitude der Mode (0,2) im Nachlauf der Ablöseblase kennzeichnet eine starke Variation des zeitlich gemittelten Strömungsfeldes in Spannweitenrichtung (Abb. 7.23a). Die einzelnen Profile (bei  $x = 8.0, 8.3, 8.6, 8.9$  und  $9.2$ ) sind dabei um jeweils  $\Delta \bar{u} = x$

verschoben, so dass der Wandwert bei  $y^* = 0$  die entsprechende  $x$ -Position angibt. Am oberen Bildrand ist die entsprechende  $x$ -Stelle ebenfalls angegeben. Bei  $x = 8$  stimmen die Profile an den verschiedenen  $z$ -Positionen (verschiedene Strichlierungen) zumindest außerhalb der Ablöseblase noch relativ gut überein. Stromab der Ablöseblase ergeben sich dann schnell stärkere Unterschiede in Spannweitenrichtung. An Positionen mit weiter entwickelter Turbulenz ( $z = 0$ , dicke Linie und  $z = \lambda_{z,0}/2$ , dünne Linie) wächst die Grenzschicht schnell und insbesondere die Verdrängungsdicke nimmt im Vergleich zu den dazwischen liegenden, noch stärker laminaren Positionen ( $z = 1/4\lambda_{z,0}$  und  $3/4\lambda_{z,0}$ , strichliert) stark zu. An den „laminaren“ Positionen ergeben sich auch in Wandnähe füllige Grenzschichtprofile ohne Ablöseneigung, obwohl die Grenzschicht auch stromab der Ablöseblase im Bereich  $8.2 < x < 9$  stark verzögert ist (vergl. Abb. 7.3, S. 161, kurz strich-punktierte Linie). Dies ist vermutlich darauf zurückzuführen, dass auch an den „laminaren“ Positionen in Wandnähe schon turbulente Strukturen vorhanden sind, die für eine Beschleunigung des wandnahen Fluids sorgen (vergl. Abb. 7.22 bei  $z = \lambda_{z,0}/4$ ). In Abbildung 7.23b sind die rms-Profile an den entsprechenden  $x$ - und  $z$ -Stellen dargestellt. Bei  $x = 8$  wird die rms-Amplitude im Bereich der Bäuche der in Spannweitenrichtung stehenden Welle noch deutlich von der TS-Welle mit mehreren Amplitudenmaxima geprägt ( $z = 0$ , dicke Linie). Weiter stromab verliert sich auch bei  $z = 0$  diese Dominanz der TS-Welle und die Amplitude ist in einem weiten  $y$ -Bereich nahezu konstant mit Ausnahme eines relativ scharfen Maximums nahe der Wand. Die rms-Amplitude wird im transitionellen Bereich maximal und nimmt dann für  $x > 8.3$  wieder deutlich ab.

An den „laminaren“ Positionen (strichliert), ist die rms-Amplitude allgemein kleiner als an den Stellen mit weiter entwickelter Turbulenz. Selbst bei  $x = 9.2$  unterscheidet sich die rms-Amplitude zwischen den beiden Positionen noch erheblich, so dass angesichts der an dieser Position auch noch deutlich unterschiedlichen zeitlich gemittelten Profile (Bildteil a) erst erheblich weiter stromab mit einer in Spannweitenrichtung homogenen, vollturbulenten Grenzschicht gerechnet werden kann. Somit würden vermutlich auch stromab der in der DNS nicht mehr berücksichtigten Hinterkante des Tragflügelsegments bei  $x = 10.0$  noch Längswirbelstrukturen vorhanden sein. Die Unterschiede in Spannweitenrichtung bei den zeitlich gemittelten sowie den rms-Profilen sind auf die auch in den Anfachungskurven (Abb. 7.21) noch bei  $x = 9.1$  beobachtete deutliche Dominanz der Moden des schrägen Umschlags (1,1), (0,2) und (1,3) gegenüber den anderen Moden zurückzuführen.

### Kombinierter Umschlag

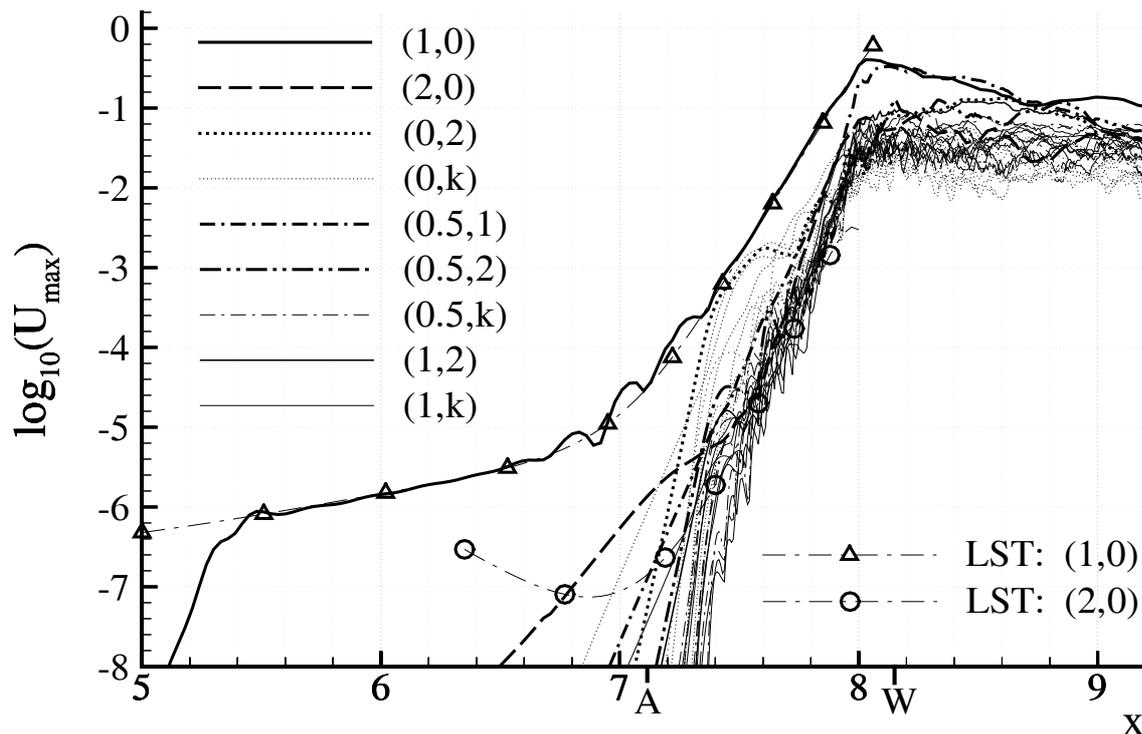
Wenn 2-D TS-Wellen (1,0) und schwach schräglaufoende 3-D TS-Wellen (1,1) mit ähnlicher Amplitude von stromauf in die Ablöseblase konvektiert werden, entwickelt sich ein kombinierter Umschlag. Die DNS zu diesem Umschlagstyp wird hier nur grob angeschnitten.

Die Amplitude der 2-D und 3-D TS-Wellen überlagert sich an bestimmten  $z$ -Stellen ständig zu einer größeren Amplitude, dazwischen heben sich die Amplituden zumindest teilweise auf. An den Positionen mit großer Amplitude entwickeln sich großskalige 3-D-Wirbel, die aus feinen, durch zeitliche, sekundäre Instabilität angefachte 3-D-Strukturen bestehen. An den  $z$ -Positionen, an denen sich die Amplitude teilweise aufhebt, ist die zeitliche, sekundäre Instabilität wesentlich schwächer oder je nach Amplitude nicht vorhanden, so dass stromab dieser Position die Entwicklung der Turbulenz deutlich verzögert ist. Es ergibt sich eine starke Längswirbelmode (0,1) mit der gleichen Querwellenzahl wie die 3-D TS-Welle. Der kombinierte Umschlagstyp hat zwar deutliche Ähnlichkeiten mit dem schrägen Umschlag, unterscheidet sich jedoch dadurch von diesem, dass die großskaligen, stromabschwimmenden Wirbel in Reihe und nicht wie beim schrägen Umschlag versetzt angeordnet sind.

### Einfluss von Görtlerinstabilitäten

Im Falle eines schrägen Umschlags oder kombinierten Umschlags sind noch weit stromab der Ablöseblase deutliche Variationen in Spannweitenrichtung festzustellen. Solche Variationen werden im Zusammenhang mit Ablöseblasen häufig als Folge einer Görtlerinstabilität aufgrund der konvexen Stromlinien des zeitlich gemittelten Strömungsfeldes im Wiederanlegebereich gedeutet.

Da es sich bei der Görtlerinstabilität um einen konvektiven Anfachungsmechanismus handelt, können nur schon stromauf vorhandene, stationäre 3-D-Störungen selektiv angefacht werden. Insbesondere in den DNS-Fällen mit kleiner Störampplitude stromauf der Ablöseblase (**w6** und **w6o7**) haben stationäre 3-D-Moden in der Ablöseblase zunächst eine besonders große Amplitude, so dass die Voraussetzungen für die Anfachung von Längswirbeln durch Görtlerinstabilität gegeben wären. Dennoch wurden keine deutlichen, über das Amplitudenniveau anderer 3-D-Moden hinausgehenden Längswirbel im Nachlauf der Ablöseblase gefunden, die auf den Einfluss einer Görtlerinstabilität hinweisen könnten. Im Fall **w6** ist das 3-D-Strömungsfeld nicht getriggert, da die Störungen stromauf der Ablöseblase rein 2-D sind. Die selbsterregten 3-D-Strukturen in der Ablöseblase wechseln daher ständig Ihre Position, und möglicherweise können sich Görtlerwirbel dadurch nicht ausbilden. Da aber auch im Fall **w6o7**, in dem die Grenzschicht durch die Anregung der 3-D-Welle stromauf der Ablöseblase getriggert ist, keine Längswirbelstrukturen im Nachlauf der Ablöseblase auftreten, können Görtlerinstabilitäten im Zusammenhang mit laminaren Ablöseblasen als wenig wahrscheinlich angesehen werden. Die Krümmung der Stromlinien ist in den DNS-Fällen **w6** und **w6o7** zumindest so stark wie im Fall **o6**. Somit kann auch ausgeschlossen werden, dass im Fall **o6** möglicherweise eine starke Görtlerinstabilität vorliegt, die in den 2-D-Fällen **w6** und **w6o7** nicht vorhanden ist, auch wenn keine entsprechende Stabilitätsanalyse durchgeführt wurde. Demnach handelt es sich bei den Längswirbelstruk-



**Abb. 7.24:** Anfachungskurven im Fall **w6** ( $\gamma_0 = 16$ ) in einem anderen Zeitintervall als in Abb. 7.11b: 3-D-Moden mit vorübergehend besonders großer Amplitude durch dicke Linien hervorgehoben.

turen im Fall **o6** nicht um Görtlerwirbel sondern um für den schrägen Umschlag typische, nichtlinear generierte Längswirbelmoden.

Darüber hinaus trat im Fall **w6o7** auch die für den fundamentalen Transitionsmechanismus (durch konvektive oder zeitliche sekundäre Instabilität) typische Längswirbelmode (0,1) nicht deutlich in Erscheinung, und aus dem Vergleich aller Simulationen kann somit geschlossen werden, dass Längswirbelmoden im Nachlauf laminarer Ablöseblasen charakteristisch für den Einfluss von schwach schräglaufenden TS-Wellen in einem schrägen oder kombinierten Umschlagsmechanismus sind.

### Schräger Umschlag bei 2-D-Anregung

Bei der Diskussion der DNS-Fälle mit reiner 2-D-Störungsanregung stromauf der Ablöseblase wurde angesprochen, dass der Wiederanlegebereich und der Nachlauf der Ablöseblase schon stark nichtperiodische Anteile aufweisen. In Abbildung 7.24 sind die Anfachungskurven für den Fall **w6** in einem anderen Zeitintervall (Dauer wiederum 2 TS-Perioden) als in Abbildung 7.11b dargestellt. Im Gegensatz zu dem Intervall, das in Abbildung 7.11b untersucht wurde, sind im Wiederanlegebereich und im Nachlauf der Ablöseblase nun 3-D-Moden vorhanden, deren Amplitude die der 2-D TS-Welle erreicht und teilweise sogar übertrifft.

Besonders deutlich tritt dabei zunächst die Mode (0,5,1) in Erscheinung, also eine subharmonische Mode mit relativ großer Querwellenlänge, die auch im Fall **w6o7** phasenweise eine besonders große Amplitude hat (vergl. Abb. 7.19). Die Existenz einer subharmonischen Mode mit großer Amplitude könnte auf starke, subharmonische Anfachung durch sekundäre Instabilität zurückzuführen sein. Gegen diese Vermutung spricht jedoch, dass die sekundäre Anfachung bei  $\gamma = 16$  kleiner als bei größeren Querwellenzahlen ist, und dass demnach die starke Dominanz dieser 3-D-Mode nicht durch sekundäre Instabilität erklärt werden kann.

Nach derzeitigen Erkenntnissen ist diese Mode auf eine in Spannweitenrichtung vergleichsweise großskalige, zufällige Variation der feinskaligen Umschlagsentwicklung zurückzuführen. Demnach ist ein nichtperiodisches Verhalten nicht nur in der Stärke der 2-D-Wirbel (gesättigte TS-Wellen) sondern auch bei deren großskaliger Verformung in Spannweitenrichtung festzustellen. Im Nachlauf der Ablöseblase hat auch die Längswirbelmode (0,2) eine große Amplitude, die bei  $x \approx 8.5$  die Amplitude der 2-D-Welle und der subharmonischen 3-D-Welle erreicht. Die Mode (0,2) wird nichtlinear durch die Mode (0,5,1) generiert. Der Vergleich der Entwicklung der Moden (0,5,1) und (0,2) im Fall **w6** mit den Moden (1,1) und (0,2) im Fall **o6**, die dort den schrägen Umschlag beherrschen (Abb. 7.21) zeigt ab  $x \approx 8$  bis 8.5 deutliche Übereinstimmungen. Wenn in den Fällen mit dominant 2-D-Störungen stromauf der Ablöseblase durch nichtperiodische Effekte vorübergehend eine einzelne instationäre 3-D-Mode mit gegenüber den anderen 3-D-Moden deutlich größerer Amplitude vorhanden ist, bewirkt diese Mode augenscheinlich eine von der Entwicklung der 2-D TS-Welle weitgehend unabhängige Entwicklung, die einem schrägen Umschlag entspricht, obgleich im Oblique-Fall die Frequenz und die Querwellenlänge der laufenden Mode (1,1) doppelt so groß wie nun bei der Mode (0,5,1) ist (man beachte:  $\gamma_0 = 8$  im Fall **o6** und 16 im Fall **w6**). Es bilden sich Längswirbelmoden die während einiger weniger TS-Perioden im Nachlauf der Ablöseblase eine große Amplitude haben und dann wieder verschwinden. Da sie aus zufälligen 3-D-Störungen entstehen, ist ihre Lage und Querwellenzahl bei ihrem jeweiligen Erscheinen nicht in Spannweitenrichtung fixiert und unterscheidet sich von Mal zu Mal. Daher sind diese Moden im langfristigen zeitlichen Mittel nicht zu finden, sondern können nur bei der Analyse relativ kurzer Zeitintervalle von der Dauer weniger TS-Perioden nachgewiesen werden.

## 7.4 Vergleich der Störprofile beim 2-D und schrägen Umschlag

Wenn in Experimenten nicht an mehreren Messstellen gleichzeitig gemessen wird, kann die spektrale Verteilung der Störungen in Spannweitenrichtung nicht ermittelt werden. Die rms-Amplitude kann aber auch mit einer einzelnen Messstelle bestimmt werden. Um Vergleiche

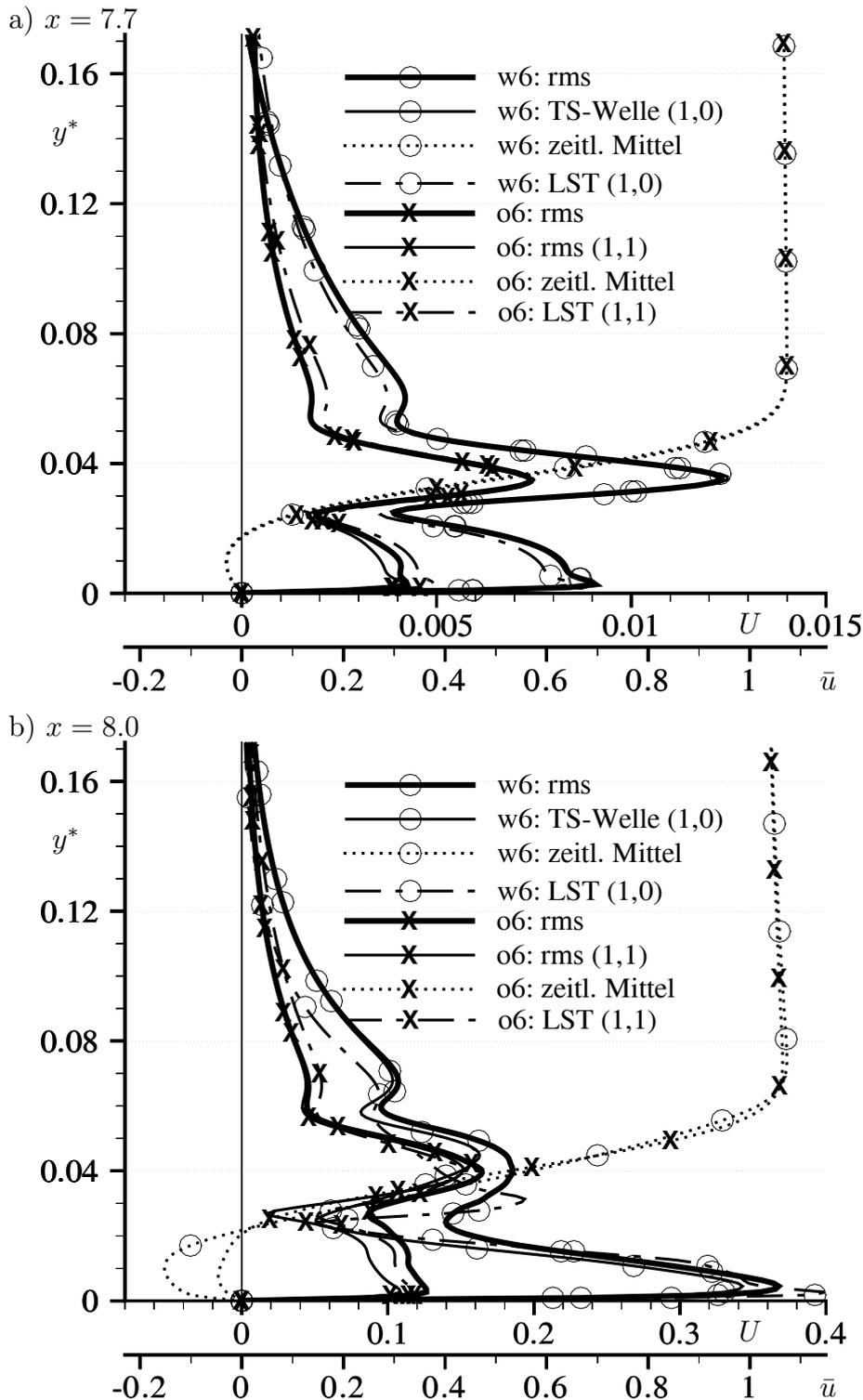


Abb. 7.25:

Fall **w6** und **o6**: Vergleich der  $u$ -Störprofile (Fortsetzung auf nächster Seite).

mit experimentellen Daten zu erleichtern, werden nun in Abbildung 7.25 rms-Profilе beim durch eine 2-D-Welle eingeleiteten Grenzschichtumschlag (Fall **w6** (2-D-Fall),  $\circ$ ) mit denen beim schrägen Umschlag (Fall **o6**,  $\times$ ) an vier  $x$ -Stellen verglichen. Das Grundströmungsprofil ( $\equiv$  zeitliches Mittel) ist punktiert und das rms-Profil als dicke Linie dargestellt. Zudem ist jeweils das Profil der TS-Welle (Mode (1,0) im Fall **w6** bzw. (1,1) im Fall **o6**) aus der DNS

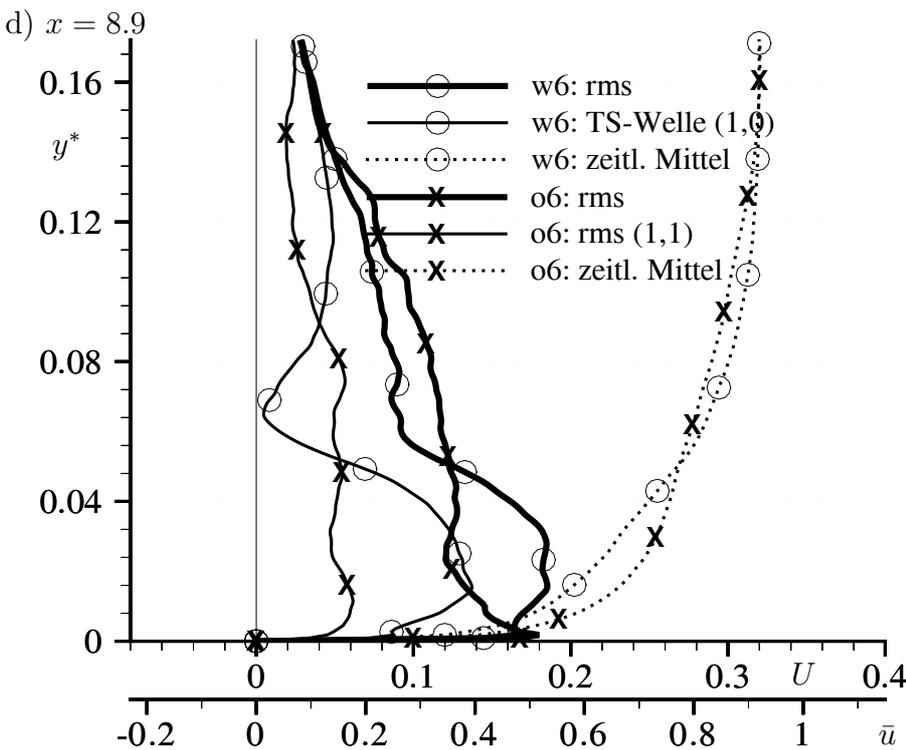
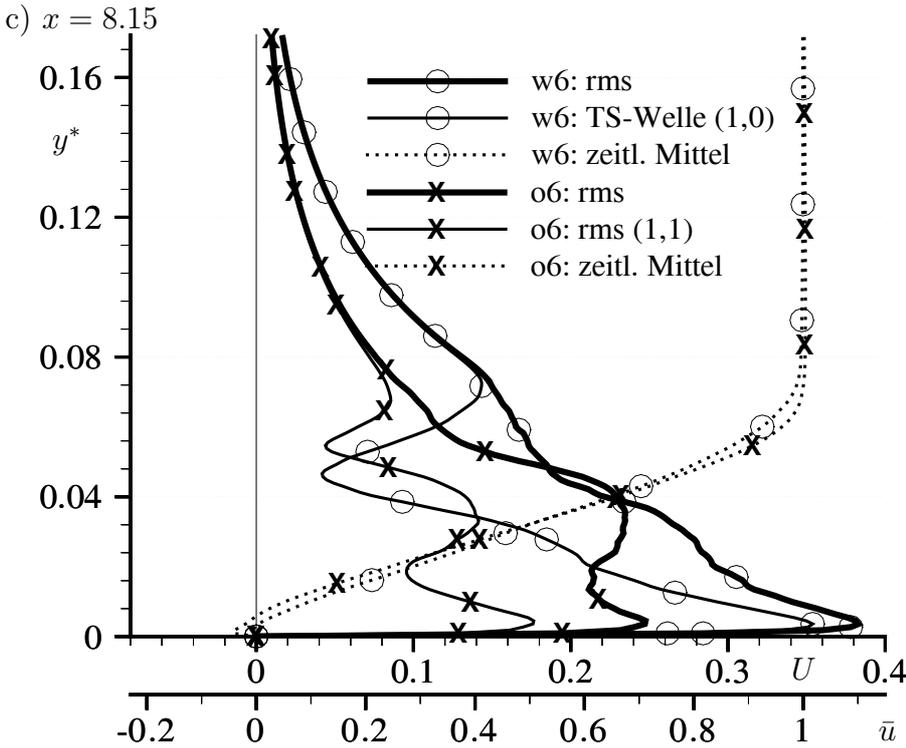


Abb. 7.25:  
Fortsetzung von Seite  
201.

(dünne Linie) und an zwei  $x$ -Stellen auch nach der LST (strich-punktiert) eingezeichnet. Im Oblique-Fall unterscheidet sich die Amplitude der TS-Welle von den bisherigen Darstellungen, da z.B. bei den Anfachungskurven die maximale Amplitude (in den Bäuchen der in Spannweitenrichtung stehenden Welle) aufgetragen wurde, hier aber der für eine 3-D-Mode um den Faktor  $1/\sqrt{2}$  kleinere rms-Wert.

Bei  $x = 7.7$  (a) stimmen die Grundströmungsprofile in beiden DNS-Fällen noch sehr gut überein. Die TS-Amplitude in der DNS deckt sich in beiden Fällen noch nahezu mit dem rms-Profil. Daher ist die entsprechende, dünne Linie lediglich im Oblique-Fall (x) im wandnahen Maximum sichtbar, in dem die TS-Amplitude vom rms-Wert abweicht. Trotz der Amplitude von ca. 1.2% der Geschwindigkeit am Grenzschichttrand im Fall **w6** bzw. 0.7% im Fall **o6** entspricht auch das TS-Profil in beiden DNS-Fällen noch weitgehend dem Profil aus der LST. Im Fall **w6** ist die Amplitude im wandnahen Maximum und im Maximum am Grenzschichttrand lediglich etwas größer als nach der LST, im Fall **o6** etwas kleiner.

Bei  $x = 8.0$  (b) unterscheiden sich die Grundströmungsprofile zwischen den beiden Fällen schon erheblich. Im 2-D-Fall **w6** beträgt die Rückströmung ca. 15%, im Oblique-Fall **o6** dagegen nur ca. 5%. Im 2-D-Fall **w6** stimmen die rms-Amplitude und die TS-Welle aus der DNS (dicke und dünne Linie) oberhalb des äußeren Maximums ( $y^* > 0.07$ ) zwar sehr gut überein, im Bereich der abgelösten Scherschicht weicht die TS-Amplitude aus der DNS dagegen deutlich vom rms-Profil ab. Zudem hat das TS-Profil ein ausgeprägtes Minimum zwischen dem wandnahen Maximum und dem Maximum in der Scherschicht, während dieses im rms-Profil wesentlich schwächer ist. Hier liefern somit höherharmonische Anteile schon einen starken Beitrag zur rms-Amplitude. Der Vergleich der LST mit dem TS-Profil aus der DNS ergibt darüber hinaus deutliche, auch qualitative Unterschiede. Insbesondere das Maximum in der abgelösten Scherschicht der Grundströmung liegt nach der Theorie deutlich näher an der Wand und ist nicht so füllig wie in der DNS, aber auch sonst unterscheiden sich die Profile erheblich. Nichtlineare Wechselwirkungen verformen das Profil der TS-Welle also schon deutlich.

Im Oblique Fall **o6** (x) sind auch bei  $x = 8.0$  (b) die Unterschiede zwischen rms-, TS- und LST-Profil noch wesentlich kleiner. Wie bei  $x = 7.7$  (a) ist die Amplitude des LST-Profils (strich-punktiert) im wandnahen Maximum und außerhalb der Grenzschicht ( $y^* > 0.06$ ) etwas größer als im TS-Profil (dünne Linie). Im Gegensatz zu  $x = 7.7$  weicht die TS-Amplitude bei  $x = 8.0$  auch im Maximum in der freien Scherschicht von der rms-Amplitude ab und die Abweichung im wandnahen Maximum ist stärker.

Beim Vergleich der Störprofile im Fall **w6** und **o6** fällt vor allem der deutliche Amplitudenunterschied im wandnahen Maximum im Vergleich zum Maximum in der freien Scherschicht auf. Während sie im Fall **w6** etwa doppelt so groß wie im Maximum in der abgelösten Scherschicht ist, beträgt sie im Fall **o6** nur ca. 80% der Amplitude im Maximum in der abgelösten Scherschicht. Obwohl insbesondere im Fall **w6** das TS-Profil in der DNS schon deutlich von der LST abweicht, ist dieses Verhältnis der Amplitude in den beiden Maxima auch bei den Profilen aus der LST zu beobachten, bei denen die starke Rückströmung in der Ablöseblase im Fall **w6** zu einer Eigenfunktion mit ebenfalls sehr großer Amplitude in der Ablöseblase und die kleinere Rückströmung im Fall **o6** zu einer kleineren Amplitude

im wandnahen Maximum führt. Die Amplitudenunterschiede im wandnahen Maximum sind trotz schon vorhandener, starker nichtlinearer Wechselwirkungen noch auf die primären Instabilitätseigenschaften der Grundströmungsprofile zurückzuführen, die sich in den Profilen aus der LST zeigen.

Die Position  $x = 8.15$  (c) stellt im Fall **w6** die Wiederanlegestelle des zeitlich gemittelten Strömungsfeldes dar, während im Oblique-Fall noch schwache Rückströmung vorhanden ist. Da im Fall **w6** die Stör-Amplitude früher nichtlinear wird und der Grenzschichtumschlag daher früher beginnt, ist die Grenzschicht bei  $x = 8.15$  etwas dicker als im Oblique-Fall. Mit der LST konnten keine Eigenfunktionen mehr bestimmt werden und die entsprechenden Eigenfunktionen fehlen daher. Die bei  $x = 8.0$  beobachteten Unterschiede zwischen den beiden DNS-Fällen im wandnahen Maximum wirken sich auch bei  $x = 8.15$  noch aus. Im Fall **w6** ist die rms-Amplitude sehr nahe an der Wand weiterhin am größten. Sie nimmt mit zunehmendem Wandabstand dann schnell ab. Im Fall **o6** hat die Amplitude in der Nähe der Wand zwar ebenfalls stark zugenommen, bei  $y^* \approx 0.035$  ist aber weiterhin ein deutliches Maximum vorhanden. Außerhalb der Grenzschicht ( $y^* > 0.08$ ) ist das rms-Profil in beiden Fällen noch von der TS-Welle geprägt und TS-Amplitude und rms-Amplitude stimmen nahezu überein. Im Fall **w6** ist auch die starke Amplitude in Wandnähe überwiegend auf die TS-Welle zurückzuführen. Dazwischen führen nichtlineare Anteile zu starken Unterschieden zwischen TS- und rms-Amplitude.

Bis  $x = 8.9$  (d) dickt sich die Grenzschicht in beiden Fällen stark auf und reicht bis zum oberen Rand des Integrationsgebietes. Die maximale Amplitude im rms-Profil ist in beiden Fällen nahezu gleich groß, jedoch in beiden Fällen kleiner als bei  $x = 8.0$  und  $8.15$ . Dennoch sind die Profile grundsätzlich unterschiedlich. Im Fall **w6** (○) hat das rms-Profil ein breites Maximum im Bereich bis  $y^* \approx 0.05$  und eine deutlich geringere Amplitude im darüberliegenden Rest der Grenzschicht. Das Maximum im rms-Profil ist auf ein deutliches Maximum im Profil der TS-Welle zurückzuführen. Die TS-Amplitude hat zwar gegenüber dem starken, wandnahen Maximum des TS-Profiles im Fall **w6** bei  $x = 8.0$  deutlich abgenommen, ist aber immer noch wesentlich größer als die TS-Amplitude im Fall **o6**. Im Gegensatz zum Fall **o6**, in dem das TS-Profil keine ausgeprägten Maxima mehr hat, hat das TS-Profil im Fall **w6** auch bei  $x = 8.9$  noch ein deutliches Minimum und ein zweites Maximum im äußeren Bereich der Grenzschicht. Ab  $y^* \approx 0.14$  spielen Höherharmonische Anteile im Fall **w6** keine nennenswerte Rolle mehr und die rms-Amplitude entspricht der TS-Amplitude. Im Fall **o6** hat das rms-Profil ein scharfes Maximum sehr nahe an der Wand und dann, wie im TS-Profil, eine sehr gleichmäßige Amplitude, die erst im äußeren Teil der Grenzschicht abnimmt. Dort ist die Amplitude im Fall **o6** auch größer als im Fall **w6**. Es ist zu vermuten, dass die gleichmäßigere rms-Amplitude in einem weiten Teil der Grenzschicht im Fall **o6** durch den wandnormalen Transport turbulenter Strukturen aufgrund der starken

Längswirbelmoden erfolgt. Auch die Unterschiede bei den Grundströmungsprofilen zwischen den beiden Fällen sind vermutlich auf Längswirbelstrukturen zurückzuführen, die im Fall **o6** zur Beschleunigung des wandnahen Fluids durch den Transport schnelleren Fluids in Richtung der Wand und andererseits zur Verzögerung in größerem Wandabstand durch den Transport langsameren Fluids von der Wand in diesen Bereich führen.

In beiden Fällen **w6** und **o6** führt die schon in den Anfachungskurven beobachtete Dominanz einzelner Moden zu einer deutlich unterschiedlichen Umschlagsentwicklung, die sich deutlich auch im rms-Amplitudenprofil widerspiegelt. Im 2-D-Fall **w6** bleibt eine TS-Welle mit gesättigter Amplitude und ausgeprägten, gegenphasig schwingenden Maxima auch weit stromab der Ablöseblase erhalten. Im Oblique-Fall geht dagegen der Wellencharakter der TS-Welle (1,1) stromab der Ablöseblase verloren, und die Umschlagsentwicklung ist sehr stark durch die Längswirbelmoden geprägt.

## 7.5 Praktische Bedeutung der Umschlagsmechanismen

Am Tragflügel werden Störungen in der Nähe der Profilverdickung durch Rezeptivität an zufällig verteilten, ortsfesten Oberflächenrauigkeiten generiert. Einerseits entstehen dadurch 2-D und 3-D-Moden mit zunächst ähnlicher Amplitude, andererseits ist das 3-D-Störungsfeld in Spannweitenrichtung getriggert. Dies ist grundsätzlich die Voraussetzung dafür, dass stationäre 3-D-Moden ständig (schräger oder kombinierter Umschlag) oder immer wieder an der selben Stelle auftreten können (schräger Umschlagsmechanismus bei 2-D-Anregung). Im ersten Fall (schräger oder kombinierter Umschlag) treten im Nachlauf der Ablöseblase starke Längswirbelmoden auf. Das Auftreten dieser beiden Mechanismen ist angesichts der zu erwartenden Präsenz von schwach schräglaufenden 3-D-Wellen mit nicht zu vernachlässigender Amplitude sehr wahrscheinlich. Bei kleinerer 3-D-Amplitude wird ein Szenario mit Elementen des schrägen Umschlags bei ansonsten für den 2-D-Fall typischem Spektrum wahrscheinlich. Ein ausschließlich 2-D-Spektrum stromauf der Ablöseblase ist dagegen sehr unwahrscheinlich.

Obwohl also die 3-D-Moden, die von stromauf in die Ablöseblase konvektiert werden, einen starken Einfluss auf den Grenzschichtumschlag haben, und die Wahrscheinlichkeit von stationären Moden im Nachlauf der Ablöseblase daher groß ist, wird die feinskalige Störungsentwicklung in allen hier untersuchten großen Ablöseblasen mit relativ starker Rückströmung vor allem durch die Anfachung von 3-D-Moden aufgrund zeitlicher, sekundärer Instabilität eingeleitet und die konvektiven 3-D-Moden haben dabei zunächst nur einen schwachen Einfluss. Wegen der zeitlichen Instabilität der 3-D-Moden erfolgt der Übergang von der linearen Störungsentwicklung (TS-Wellen) im vorderen Bereich der Ablöseblase zu einem stark nichtlinearen Zustand mit feinskaligen 3-D-Moden im Wiederanlegebereich

innerhalb weniger als einer TS-Wellenlänge, unabhängig davon, welcher Umschlagsmechanismus die großskalige Störungsentwicklung prägt (z.B. schräger Umschlag oder Umschlag bei 2-D-Anregung).

Trotz der emporschießenden, zeitlich angefachten 3-D-Moden und der damit verbundenen Entwicklung turbulenter Strukturen bleiben auch weit stromab der Ablöseblase deutliche, vom Störspektrum stromauf der Ablöseblase abhängige Unterschiede sowohl bei den Störanteilen als auch bei den Grundströmungsprofilen erhalten. In den DNS konnte wegen der stationären Einströmrandbedingung und durch gezielte, periodische Störungsgenerierung stromauf der Ablöseblase ein nahezu periodischer Zustand erzeugt werden, der nur durch den Stromaufeinfluss chaotischer Vorgänge beim Grenzschichtumschlag und im turbulenten Nachlauf der Ablöseblase etwas beeinträchtigt wird. Dadurch konnten die einzelnen Umschlagsszenarien getrennt voneinander untersucht werden. Unter experimentellen Bedingungen oder im Freiflug sind schon stromauf der Ablöseblase wesentlich stärkere, nichtperiodische Anteile zu erwarten, da einerseits die Anströmung nicht zu vernachlässigende instationäre Anteile beinhaltet und zudem Störungen durch zufällig verteilte Rauigkeiten auf der Oberfläche des Tragflügels entstehen. Selbst wenn auch im Experiment Störungen beispielsweise durch einen Schwingdraht gezielt generiert werden, können monochromatische Wellen nur mit einer gewissen Genauigkeit generiert werden und es entstehen neben den angestrebten Störwellen weitere Störungen sowie nichtperiodische Anteile.

In großen Ablöseblasen, in denen zeitliche, sekundäre Instabilität auftritt und bei denen der Grenzschichtumschlag dadurch sehr schnell erfolgt, ist unter solchen Bedingungen nicht mit der klaren Dominanz eines einzelnen der verschiedenen in den DNS untersuchten Umschlagsmechanismen zu rechnen, sondern es ist eine starke Nichtperiodizität zu erwarten, bei der Elemente einzelner Umschlagsmechanismen phasenweise stärker oder schwächer vorhanden sind. Je nach Störspektrum stromauf der Ablöseblase werden dabei, über längere Zeit betrachtet, einzelne Mechanismen im Vergleich zu den anderen stärker ausgeprägt sein. Um diese nachzuweisen, ist jedoch eine sehr genaue, spektrale Analyse der Störungsentwicklung erforderlich. Am leichtesten ist dabei der Nachweis von stationären 3-D-Moden möglich, da diese eine Variation des zeitlichen Mittels in Spannweitenrichtung bewirken. Solche stationären Moden wurden daher schon mehrfach in Experimenten im Nachlauf von Ablöseblasen nachgewiesen. Die Spektralanalyse instationärer 3-D-Moden in Spannweitenrichtung erfordert dagegen entweder die gleichzeitige Erfassung möglichst vieler Messpunkte oder die künstliche Anregung von 2-D und 3-D-Störungen stromauf der Ablöseblase um ein räumlich-zeitliches Bezugssystem für die nacheinander gemessenen Daten an verschiedenen Messpunkten zu erhalten.

# Kapitel 8

## Zusammenfassung

Das Hauptinteresse der vorliegenden Arbeit liegt auf dem Grenzschichtumschlag und den beteiligten Instabilitätsmechanismen in Ablöseblasen bei großen Reynoldszahlen  $Re_{\delta_{1,a}} > 2000$ , die bisher in DNS (außer bei Rist [58]) noch wenig untersucht wurden. Gegenüber den Untersuchungen von Rist ist nun der Druckanstieg und die Rückströmgeschwindigkeit in der Ablöseblase größer. Um die bei den entstehenden Ablöseblasen auftretenden Verdrängungseinflüsse zu berücksichtigen, wurde ein verbessertes Grenzschichtinteraktionsmodell entwickelt und seine Funktion nachgewiesen (Kapitel 4).

Zunächst wurde jedoch in Kapitel 3 in einer Grundlagenuntersuchung mit der LST der Frage nachgegangen, unter welchen Umständen Grundströmungsprofile mit Rückströmung absolut instabil werden. Der Vergleich der so erstellten Stabilitätsdiagramme mit mehreren Ablöseblasen aus DNS belegt, dass die Stabilitätsdiagramme eine schnelle, über von anderen Autoren bislang veröffentlichte Arbeiten hinausgehende und relativ genaue Abschätzung der absoluten Instabilitätseigenschaften von Grundströmungsprofilen mit Rückströmung ermöglichen. Weiterhin wurde erstmals nachgewiesen, dass Rückströmungsprofile mit zwei absolut instabilen Moden existieren. Diese Moden können entweder durch eine reibungsfreie Instabilität der abgelösten Scherschicht oder durch eine reibungsbehaftete Instabilität aufgrund der starken Rückströmung an der Wand dominiert werden. Bei der kontinuierlichen Veränderung der Reynoldszahl oder der Form des Grundströmungsprofils ändert sich bei manchen absolut instabilen Moden der Instabilitätsmechanismus plötzlich von einer reibungsdominierten zu einer reibungsfreien Instabilität.

In ersten DNS ohne das neue Grenzschichtinteraktionsmodell wird die Umschlagsentwicklung untersucht, wenn keine Störungen künstlich in die Grenzschicht eingebracht werden, sondern sich die Störungen ausschließlich aus Abbruchfehlern des numerischen Verfahrens entwickeln (Kapitel 5). Es zeigt sich, dass die Poisson-Gleichungen bei inkompressiblen Verfahren dabei sehr genau gelöst werden müssen, da ansonsten unphysikalische Strom-

aufeinflüsse das DNS-Ergebnis völlig verändern. Werden die Abbruchfehler durch die Verwendung doppelt genauer Zahlendarstellung (IEEE Double-Precision) und ein sehr genaues Verfahren zur Lösung der Poisson-Gleichungen minimiert, dann liegt die Anfangsamplitude der TS-Wellen weit unter der Amplitude, die sich beispielsweise im Flug an einem Tragflügel einstellt, und schon bei einem sehr schwachen Druckanstieg ergibt sich eine sehr große Ablöseblase. In der Praxis tritt in solchen Fällen der Grenzschichtumschlag durch die größere TS-Amplitude schon ein, bevor die Grenzschicht ablösen kann. Im untersuchten DNS-Fall wächst die Ablöseblase jedoch sogar so stark an, dass sich schließlich Rückströmungsgeschwindigkeiten von über 30% ergeben. Wegen der kleinen Anfangsamplitude der TS-Wellen bleibt die TS-Amplitude, trotz der mit der starken Rückströmungsgeschwindigkeit verbundenen starken Anfachung konvektiver TS-Wellen, im gesamten Integrationsgebiet zunächst linear. Schließlich wachsen Störwellen zeitlich bis sie eine so große Amplitude haben, dass die Grundströmung beeinflusst wird und die Ablöseblase zerfällt. Durch Vergleiche mit der linearen Stabilitätstheorie kann gezeigt werden, dass das zeitliche Störungswachstum durch absolute Instabilität verursacht wird. Es ergibt sich ein niederfrequenter Zyklus in dem die Größe der Ablöseblase zu- und abnimmt und der durch kurze Phasen mit absoluter Instabilität und daran anschließenden längeren Phasen mit ausschließlich konvektiven TS-Wellen gekennzeichnet ist, in denen die Ablöseblase zunächst nahezu verschwindet und dann erneut wächst. Während absolute Instabilitäten bei plötzlichen oder zumindest relativ starken Geometrieänderungen, z.B. in Nachläufen stumpfer Körper, schon mehrfach beobachtet wurden, konnte nun erstmals eine absolute Instabilität auch in einer Ablöseblase an einer glatten Wand nachgewiesen werden. In verschiedenen experimentellen Arbeiten anderer Autoren wurde in Ablöseblasen an der Vorderkante stumpfer Körper (Ablösung durch scharfe Geometrieänderung) ebenfalls eine niederfrequente Größenänderung der Ablöseblase festgestellt. Ob dabei eine absolute Instabilität einen maßgeblichen Einfluss hatte, wurde von diesen Autoren jedoch nicht untersucht.

Die Kapitel 6 und 7 beschäftigen sich mit den frühen bzw. späteren Stadien des Grenzschichtumschlages in einer großen Ablöseblase, die durch einen starken Druckanstieg der Potentialgeschwindigkeitsverteilung entsteht und bei der in den DNS Störungen mit einer einem Experiment von Würz [77] entsprechenden Amplitude in die Grenzschicht eingebracht werden. Obwohl die entstehende Ablöseblase deutlich absolut stabil ist, wachsen bei der Vorgabe rein zweidimensionaler TS-Wellen in der Ablöseblase selbsterregt eine Vielzahl dreidimensionaler Störwellen zeitlich an (Kapitel 6). Dies wird durch einen neu identifizierten Mechanismus zeitlicher, sekundärer Instabilität verursacht. Analog zur konvektiven sekundären Instabilität, kann auch bei der zeitlichen sekundären Instabilität ein fundamentaler und ein subharmonischer Anfachungsmechanismus unterschieden werden. Während jeder TS-Periode tritt im Wiederanlegebereich durch die große Amplitude der TS-Wellen von

bis zu über 20% abwechselnd starke Rückströmung und starke Strömung in Stromabrichtung auf. In der Phase mit starker Rückströmung entwickeln sich örtlich scharf begrenzte Scherschichten mit großer negativer Wirbelstärke. In diesen werden 3-D-Störungen, die zunächst eine sehr kleine Amplitude haben, stark angefacht. Wenn sich anschließend die Strömungsrichtung im Wiederanlegebereich umkehrt, löst sich der hintere Teil der Ablöserblase und schwimmt als starker Wirbel (TS-Welle mit gesättigter Amplitude) stromab. Dabei wird einen Großteil der 3-D-Strukturen im Inneren des Wirbels in den Nachlauf der Ablöseblase mitkonvektiert. Reste von dreidimensional verformtem Fluid werden jedoch durch die wieder einsetzende Rückströmung in die Ablöseblase zurückkonvektiert. Ist die Amplitude dieser 3-D-Anteile größer als in der letzten TS-Periode, dann ergibt sich von einer TS-Periode zur nächsten ein zeitliches Wachstum der entsprechenden 3-D-Mode.

Nachdem die 3-D-Störungen in einer transienten Phase zeitlich so weit wachsen, bis sie schließlich nichtlineare Amplituden erreichen, tritt der laminar-turbulente Grenzschichtumschlag ein, und es entwickelt sich ein nahezu periodischer, durch die Störungen stromauf der Ablöseblase bestimmter Zustand (Kapitel 7). Unabhängig von der Art der TS-Wellen stromauf der Ablöseblase werden feinskalige 3-D-Moden durch den Mechanismus zeitlicher, sekundärer Instabilität generiert. Dadurch wachsen 3-D-Moden in einem sehr großen Querschnittsbereich im Wiederanlegebereich innerhalb lediglich einer TS-Wellenlänge von verschwindenden auf stark nichtlineare Amplituden an. Dennoch wirkt sich das Störpektrum stromauf der Ablöseblase auch weit stromab der Ablöseblase erheblich auf die großskaligen Strukturen der Grenzschicht aus. Bei rein zweidimensionalen Störungen stromauf der Ablöseblase ist die 2-D TS-Welle noch ungefähr drei TS-Wellenlängen stromab der Ablöseblase deutlich zu identifizieren, phasenweise sogar noch deutlich weiter stromab, weil die Turbulenz erst nach und nach auf den relativ ruhigen Bereich zwischen jeweils zwei aus feinskaligen 3-D-Strukturen bestehenden Wirbeln übergreift. Noch gravierender sind die Auswirkungen auf den Nachlauf der Ablöseblase im Fall des schrägen Umschlags durch schwach schrägläufige 3-D-Moden. Es entwickeln sich in Spannweitenrichtung versetzte, großskalige, stromablaufende Bereiche aus feinen dreidimensionalen Strukturen, die zur Generierung, großskaligen Längswirbelmoden führen, die für den schrägen Umschlag typisch sind. Die Längswirbelmoden erreichen erst etwa drei TS-Wellenlängen stromab der Ablöseblase ihre größte Amplitude und ein Zustand homogener Turbulenz wird noch weiter verzögert. Dies erklärt die Beobachtung von Alam & Sandham [3], die in einer Analyse turbulenter Schwankungsgrößen feststellen, dass die Entwicklung homogener Turbulenz im Nachlauf laminarer Ablöseblasen wesentlich langsamer als in anliegenden Grenzschichten erfolgt.

Der Vergleich der Grundströmung in der Ablöseblase mit dem Experiment ergibt sowohl bei reiner 2-D-Anregung, wie auch im Fall des schrägen Umschlags eine sehr gute Überein-

stimmung, wenn in der DNS die Anfangsamplitude geeignet gewählt wird. Die Analyse der Grundströmung erlaubt demnach keine gesicherte Aussage über den beteiligten Umschlagsmechanismus. Als möglicherweise charakteristisches Merkmal wurde lediglich die Stärke des Druckminimums unmittelbar stromauf des starken Druckanstieges im Wiederanlegebereich gefunden, das bei den hier durchgeführten DNS im Oblique-Fall wesentlich schwächer ausgeprägt war als im Fall reiner 2-D TS-Wellen stromauf der Ablöseblase. Zudem war die maximale Rückströmgeschwindigkeit im Oblique-Fall ebenfalls kleiner. Beides wird jedoch auch stark von der Potentialgeschwindigkeitsverteilung am Tragflügel beeinflusst und liefert keine allgemeingültigen Aussagen über den Umschlagsmechanismus.

Stromab der Ablöseblase wurden bei den Grundströmungs- und rms-Profilen charakteristische Unterschiede zwischen dem Fall mit 2-D TS-Anregung und dem Oblique-Fall gefunden. Im Oblique-Fall ist dabei die Amplitude der rms-Profile gleichmäßiger und die Profile haben keine (oder weniger) ausgeprägte Maxima. Die Grundströmung ist gegenüber dem 2-D-Fall in Wandnähe beschleunigt und im äußeren Teil der Grenzschicht verzögert. Ob diese Unterschiede generell auftreten oder ob die zwei untersuchten DNS als Datenbasis unzureichend sind, kann allerdings noch nicht beurteilt werden.

Schwach schräglauende TS-Wellen (Schräglaufwinkel kleiner  $\approx 30^\circ$ ) haben in Grenzschichten mit großen Ablöseblasen einen erheblichen Einfluss auf den Grenzschichtumschlag und führen zur Generierung starker, auch weit stromab der Ablöseblase noch deutlich vorhandener Längswirbelstrukturen sowohl beim schrägen Umschlag (Oblique-Fall, keine 2-D TS-Welle stromauf der Ablöseblase) als auch beim kombinierten Umschlag (2-D und 3-D TS-Wellen). Da in keiner Simulation Anzeichen für eine Görtlerinstabilität gefunden wurden, wurde, wie schon zuvor von Rist [58] für Ablöseblasen mit schwächerer Rückströmung, geschlossen, dass in verschiedenen Experimenten beobachtete Längswirbelmoden (zumindest in den meisten Fällen) als Auswirkung eines schrägen oder kombinierten Umschlagsmechanismus zu sehen und nicht auf eine Görtlerinstabilität zurückzuführen sind.

Möglicherweise stromauf der Ablöseblase ebenfalls vorhandene 3-D-Moden mit größerem Schräglaufwinkel (größer  $\approx 30^\circ$ ) haben nach den hier durchgeführten Untersuchungen keinen nennenswerten Einfluss auf den Grenzschichtumschlag. Die Amplitude der durch die Rückströmung aus dem Wiederanlegebereich in die Ablöseblase konvektierten, zeitlich wachsenden 3-D-Moden ist größer als die Amplitude von stromauf in die Ablöseblase konvektierter 3-D-Wellen mit solchen Schräglaufwinkeln, wenn für deren Anfangsamplitude realistische Annahmen getroffen werden.

Da im Windkanal selbst unter kontrollierten Bedingungen die nichtperiodischen Anteile schon stromauf der Ablöseblase wesentlich größer sind als in den DNS, ist davon auszugehen, dass sich in vielen Fällen eine Vermischung der verschiedenen Umschlagsmechanismen ergeben wird, wie dies in Ansätzen beispielsweise auch bei der vorübergehenden

Ausbildung von deutlichen Längswirbeln im Nachlauf der Ablöseblase auch bei reiner 2-D-Anregung stromauf der Ablöseblase beobachtet wurde. Wenn auf die gezielte Anregung von TS-Wellen stromauf der Ablöseblase ganz verzichtet wird (z.B. im Freiflug) treten möglicherweise die verschiedenen Mechanismen in ständigem Wechsel und dementsprechend weniger klar ausgeprägt auf. Das Störspektrum in einem längeren Zeitintervall erlaubt dann keine Aussagen über die jeweils nur kurzzeitig vorhandenen Wechselwirkungen zwischen einzelnen Störmoden, da die Zuordnung der verschiedenen Moden zu den einzelnen, von verschiedenen Moden getragenen Umschlagsmechanismen nicht möglich ist. Lediglich die gleichzeitige, hochfrequente Erfassung des Strömungsfeldes an möglichst vielen Messstellen kann hier zuverlässige Hinweise auf die Umschlagsentwicklung und die beteiligten Mechanismen beim „natürlichen“ Grenzschichtumschlag liefern. Dies könnte beispielsweise durch Particle-Image Velocimetry (PIV) in Kombination mit Hochgeschwindigkeitskameras erfolgen. Andererseits muss durch weitere DNS und Experimente mit gezielter Störungseingabe das detaillierte Verständnis der einzelnen Mechanismen weiter vertieft werden.



# Abbildungsverzeichnis

3.1	Analytische Grenzschichtprofile bei den Untersuchungen mit der LST zu absoluter Instabilität . . . . .	36
3.2	Singularität $\partial\beta/\partial\alpha = 0$ : Eigenwerte in der komplexen $\alpha$ -Ebene . . . . .	37
3.3	Isoflächen der absoluten Anfachungsrate $\beta_{0,i}$ . . . . .	38
3.4	Absolute Anfachungsraten $\beta_{0,i}$ über der Reynoldszahl . . . . .	39
3.5	Eigenwerte mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit für $u_r = 0.15$ (lokale Normierung) . . . . .	41
3.6	Eigenwerte mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit für $u_r = 0.10$ (lokale Normierung) . . . . .	43
3.7	Eigenwerte mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit für $u_r = 0.20$ (lokale Normierung) . . . . .	44
3.8	Eigenwerte mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit für $u_r = 0.25$ (lokale Normierung) . . . . .	45
3.9	Eigenwerte mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit für $u_r = 0.30$ (lokale Normierung) . . . . .	46
3.10	Isoflächen der Eigenwerte mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit (lokale Normierung) . . . . .	49
3.11	Räumliche Darstellung einer Singularität $\frac{\partial\beta}{\partial\alpha} = 0$ anhand der Wellenzahl $\alpha$ über der $\beta$ -Ebene . . . . .	51
3.12	Eigenfunktionen von Moden mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit für $u_r = 0.15$ und $h_{R,\delta_1} = 0.4$ . . . . .	51
3.13	Eigenwerte der $Mode_{lf}$ im Vergleich mit den höherfrequenten Moden . . . . .	54
3.14	Eigenwerte der $Mode_{lf}$ im Vergleich mit den höherfrequenten Moden bei Variation von $h_{R,\delta_1}$ . . . . .	55
3.15	Eigenfunktionen von Moden mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit bei Variation der Höhe des Rückströmgebietes für $Re_{\delta_1} = 9000$ und $u_r = 0.3$ . . . . .	56
3.16	Eigenfunktionen der $Mode_{lf}$ bei Variation der Höhe des Rückströmgebietes für $Re_{\delta_1} = 9000$ und $u_r = 0.3$ . . . . .	57

3.17	Eigenfunktionen von Moden mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit bei Variation der Reynoldszahl für $h_{R,\delta_1} = 0.7$ und $u_r = 0.2$ . . . . .	58
3.18	Eigenfunktionen von Moden mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit bei Variation der Reynoldszahl für $h_{R,\delta_1} = 0.55$ und $u_r = 0.2$ . . . . .	58
3.19	Eigenfunktion des 2. Stokes'sches Problems . . . . .	59
3.20	Mit $v$ -Maximum normierte $u$ - und $v$ -Eigenfunktionen von Moden mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit bei Variation der Reynoldszahl für $h_{R,\delta_1} = 0.55$ und $u_r = 0.2$ . . . . .	60
3.21	Eigenfunktionen von Moden mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit bei Variation der Höhe des Rückströmgebietes für $Re_{\delta_1} = 3000$ und $u_r = 0.2$ . . . . .	61
3.22	Vergleich der Eigenfunktion in einer Ablöseblase und in einer freien Scherschicht . . . . .	63
3.23	Eigenfunktionen von Moden mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit bei Variation der Rückströmgeschwindigkeit für $h_{R,\delta_1} = 0.6$ und $Re_{\delta_1} = 27000$ . . . . .	64
3.24	Vergleich der analytischen Grundströmungsprofile mit dem Profil bei Gaster . . . . .	66
4.1	Integrationsgebiet und Diskretisierung. . . . .	71
4.2	Interaktionsmodell: $u$ -Komponente am oberen Rand (schematisch) . . . . .	81
4.3	Interaktionsmodell: niederfrequenter und hochfrequenter Ansatz . . . . .	82
4.4	Interaktionsmodell: zeitliche Approximation einer Sollfunktion . . . . .	84
4.5	Interaktionsmodell: Lösungsstrategie in der DNS . . . . .	87
4.6	Stromabgeschwindigkeitskomponente $u$ auf Linien mit $x=\text{const.}$ . . . . .	88
4.7	Störprofile in Integrationsgebieten unterschiedlicher Höhe bei Verwendung des Interaktionsmodelles . . . . .	90
4.8	Vergleich der Geschwindigkeit am Grenzschichttrand in Integrationsgebieten unterschiedlicher Höhe bei Verwendung des Interaktionsmodelles . . . . .	92
5.1	Potentialgeschwindigkeitsverteilung in den selbsterregt instabilen DNS-Fällen . . . . .	96
5.2	Fall <b>s1</b> : Momentanbilder der Stromlinien und der Wirbelstärke . . . . .	97
5.3	Fall <b>s1</b> : Amplitudenspektrum der Wandwirbelstärke . . . . .	98
5.4	Fall <b>s1</b> : Phasenentwicklung über $x$ und Anfachungskurve im Vergleich mit der LST . . . . .	98
5.5	Zeitsignale der Wandwirbelstärke beim Übergang vom Fall <b>s1</b> zum Fall <b>s2</b> . . . . .	102
5.6	Fall <b>s2</b> : Zeitsignale der Wandwirbelstärke . . . . .	103
5.7	Fall <b>s2</b> : zeitlich gemittelte $u$ -Komponente in der laminaren Phase <b>A</b> und der instationären Phase <b>B</b> . . . . .	104
5.8	Fall <b>s2</b> : Vergleich der Instabilität der Grundströmung in Phase <b>A</b> und <b>B</b> . . . . .	105
5.9	Fall <b>s2</b> , Phase <b>B</b> : Anfachungskurve und Spektrum im Vergleich mit der LST . . . . .	106
5.10	Fall <b>s2</b> , Phase <b>A</b> : Anfachungskurve und Spektrum im Vergleich mit der LST . . . . .	108

5.11 Fall **s2**: Darstellung der zeitlicher Störungsanfachung anhand der zeitlichen Entwicklung der Anfachungskurven im Intervall **A** . . . . . 110

5.12 Fall **s2**: räumlich-zeitliche Störungsentwicklung . . . . . 111

5.13 Fall **s2**: Grundströmungsprofile in der Ablöseblase . . . . . 114

5.14 Fall **s2**, LST-Analyse der Grundströmungsprofile: Eigenwerte mit verschwindender Gruppengeschwindigkeit . . . . . 114

5.15 Fall **s2**: Störprofile und Phasenverlauf über  $x$  im Zeitintervall stromauf laufender Störungen . . . . . 117

5.16 Fall **s2**: Eigenfunktionen mit singulären Eigenwerten nach der LST . . . . . 118

6.1 Fall **w5<sub>2D</sub>**: Potentialgeschwindigkeitsverteilung im Vergleich mit dem Experiment. . . . . 126

6.2 Fall **w5<sub>2D</sub>**: Momentandaten der Wirbelstärke . . . . . 126

6.3 Fall **w5<sub>2D</sub>**: Anfachungskurven fundamentaler und subharmonischer 2-D-Moden. 127

6.4 Fall **w5<sub>2D</sub>**: Formparameter  $H_{12}$  im Vergleich mit dem Experiment. . . . . 129

6.5 Fall **w4<sub>2D</sub>**: räumlich-zeitliche Entwicklung der 2-D und 3-D-Störampplitude. . 130

6.6 Fall **w5<sub>2D</sub>**: Anfachungskurven zeitlich angefachter 3-D-Moden ( $\beta = 10$ ). . . . 131

6.7 Fall **w5<sub>2D</sub>**: Zeitsignale der Wandwirbelstärke einer subharmonisch und einer fundamental angefachten 3-D-Mode. . . . . 132

6.8 Fall **w5<sub>2D</sub>**: zeitliche, sekundäre Anfachungsraten . . . . . 133

6.9 Fall **w5<sub>2D</sub>**: Grundströmungsprofile im Wiederanlegebereich. . . . . 135

6.10 Fall **w5<sub>2D</sub>**: Vergleich von Momentandaten der 2-D-Wirbelstärke mit der Wirbelstärke einer fundamental angefachten 3-D-Mode ( $\gamma = 240$ ). . . . . 139

6.11 Fall **w5<sub>2D</sub>**,  $u$ -Störprofile: Amplitude der fundamentalen Mode  $\gamma = 240$  . . . . 141

6.12 Fall **w5<sub>2D</sub>**,  $u$ -Störprofile: Phase der fundamentalen Mode  $\gamma = 240$  . . . . . 143

6.13 Fall **w5<sub>2D</sub>**: Vergleich einer subharmonisch ( $\gamma = 300$ ) und einer fundamental angefachten Mode ( $\gamma = 240$ ) anhand ihrer  $\omega_z$ -Wirbelstärkestrukturen . . . . 144

6.14 Fall **w5<sub>2D</sub>**,  $u$ -Störprofile: Amplitude der subharmonischen Mode  $\gamma = 300$  . . 145

6.15 Fall **w5<sub>2D</sub>**:  $\omega_z$ -Wirbelstärkestrukturen einer subharmonischen ( $\gamma = 40$ ) und einer fundamentalen Mode ( $\gamma = 80$ ) bei kleiner Querwellenzahl . . . . . 147

6.16 Fall **w5<sub>2D</sub>**,  $u$ -Störprofile: Amplitude der subharmonischen Mode  $\gamma = 40$  . . . 149

6.17 Fall **w5<sub>2D</sub>**,  $u$ -Störprofile: Phase der subharmonischen Mode  $\gamma = 40$  . . . . . 150

6.18 Fall **w5<sub>2D</sub>**: Phase über  $x$  der TS-Welle und der subharmonischen Mode  $\gamma = 40$  150

6.19 Fall **w5<sub>2D</sub>**: Phasenverlauf der fundamental angefachten Mode  $\gamma = 80$  über  $x$ . 151

7.1 Formparameterverlauf  $H_{12}(x)$  in verschiedenen 3-D DNS-Fällen im Vergleich mit dem Experiment. . . . . 158

7.2	Geschwindigkeitsverteilung am Grenzschichtrand in verschiedenen 3-D DNS-Fällen im Vergleich mit dem Experiment. . . . .	159
7.3	Geschwindigkeitsverteilung: Vergleich am Grenzschichtrand und an der Wand (aus Druckverteilung) in verschiedenen 3-D DNS und im Experiment . . . .	161
7.4	Fall <b>w5</b> : Grundströmung. $u$ -Strömungsfeld im Vergleich mit dem Experiment.	164
7.5	Fall <b>w6</b> : Grundströmung. $u$ -Strömungsfeld im Vergleich mit dem Experiment.	165
7.6	Fall <b>o6</b> : $u$ -Komponente der Grundströmung. . . . .	166
7.7	Fall <b>w5</b> und <b>w6</b> : Rückströmgeschwindigkeit $u_r$ , Höhe des Rückströmgebietes $h_{R,\delta_1}$ und Reynoldszahl $Re_{\delta_1}$ . . . . .	167
7.8	Fall <b>w5</b> und <b>w6</b> : räumliche Anfachungsraten nach der LST . . . . .	171
7.9	Fall <b>w5</b> : Amplitudenzunahme nach der LST in Abhängigkeit der Querwellenzahl und der Frequenz. . . . .	172
7.10	Fall <b>w6</b> : Amplitudenzunahme nach der LST in Abhängigkeit der Querwellenzahl und der Frequenz. . . . .	172
7.11	Fall <b>w5</b> und <b>w6</b> : Anfachungskurven . . . . .	175
7.12	Fall <b>w6</b> : Amplitudenentwicklung in der Ablöseblase über der Querwellenzahl-Frequenz-Ebene. . . . .	178
7.13	Fall <b>w6</b> : Querwellenzahlspektren an unterschiedlichen $x$ -Stellen. . . . .	180
7.14	Fall <b>w5</b> : Querwellenzahlspektren an unterschiedlichen $x$ -Stellen. . . . .	181
7.15	Fall <b>w5</b> und <b>w6</b> : $\omega_z$ -Wirbelstärkemomentandaten im Schnitt $z = 0$ . . . . .	182
7.16	Fall <b>w5</b> : Wirbelstärkekomponente in Spannweitenrichtung $\omega_z$ zu fünf Zeitpunkten während einer TS-Periode $T_{TS}$ . . . . .	184
7.17	Fall <b>w6</b> : Wirbelstärkekomponente in Spannweitenrichtung $\omega_z$ zu fünf Zeitpunkten während einer TS-Periode $T_{TS}$ . . . . .	185
7.18	Fall <b>w6</b> : Isoflächen der Wirbelstärke in Spannweitenrichtung . . . . .	187
7.19	Fall <b>w6o7</b> : Anfachungskurven. . . . .	189
7.20	Fall <b>w6o7</b> : Querwellenzahlspektren an unterschiedlichen $x$ -Stellen. . . . .	190
7.21	Fall <b>o6</b> : Anfachungskurven. . . . .	192
7.22	Fall <b>o6</b> : Isoflächen der Wirbelstärke in Spannweitenrichtung . . . . .	194
7.23	Fall <b>o6</b> : $u$ -Grundströmungs- und rms-Profile . . . . .	196
7.24	Fall <b>w6</b> : Anfachungskurven in einem anderen Zeitintervall als in Abb. 7.11b.	199
7.25	Fall <b>w6</b> und <b>o6</b> : Vergleich der $u$ -Störprofile . . . . .	201
A.1	Einfluss von Ableitungen des Zeitsignals auf die Fourieramplitude. . . . .	226

# Literaturverzeichnis

- [1] M. Alam. private Mitteilung.
- [2] M. Alam & N. D. Sandham. Direct numerical simulation of ‘short’ laminar separation bubbles with turbulent reattachment. Eingereicht bei *J. Fluid Mech.* im Oktober 1998.
- [3] M. Alam & N. D. Sandham. Numerical study of separation bubbles with turbulent reattachment followed by a boundary layer relaxation. In D. R. Emerson *et al.*, editor, *Parallel Computational Fluid Dynamics*. Elsevier Science B. V., 1998.
- [4] R. Betchov & Jr. W. O. Criminale. Spatial instability of the inviscid jet and wake. *Phys. Fluids*, 9:359–362, 1966.
- [5] E. O. Brigham. *The fast Fourier Transform*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1974.
- [6] W. R. Briley. A numerical study of laminar separation bubbles using the Navier-Stokes equations. *J. Fluid Mech.*, 47:713–736, 1971.
- [7] W. R. Briley & H. McDonald. Numerical prediction of incompressible separation bubbles. *J. Fluid Mech.*, 69:631–656, 1975.
- [8] N.J. Cherry, R. Hillier & M.E.M.P. Latour. Unsteady measurements in a separated and reattaching flow. *J. Fluid Mech.*, 144:13–46, 1984.
- [9] D. H. Choi & D. J. Kang. Calculation of separation bubbles using a partially parabolized Navier-Stokes procedure. *AIAA J.*, 29(8):1266–1272, 1991.
- [10] A. V. Dovgal, V. V. Kozlov & A. Michalke. Laminar boundary layer separation: instability and associated phenomena. *Prog. Aerospace Sci.*, 30:61–94, 1994.
- [11] H. Fasel. *Untersuchungen zum Problem des Grenzschichtumschlages durch numerische Integration der Navier-Stokes-Gleichungen*. Dissertation, Universität Stuttgart, 1974.
- [12] H. Fasel, U. Rist & U. Konzelmann. Numerical investigation of the three-dimensional development in boundary layer transition. *AIAA J.*, 28(1):29–37, 1990.

- [13] E. J. Fitzgerald & T. J. Mueller. Measurements in a separation bubble on an airfoil using laser velocimetry. *AIAA J.*, 28(4):584–592, 1989.
- [14] M. Gaster. A note on the relation between temporally-increasing and spatially-increasing disturbances in hydrodynamic stability. *J. Fluid Mech.*, 14:222–224, 1963.
- [15] M. Gaster. The structure and behaviour of laminar separation bubbles. In *Separated Flows Part 2*, AGARD CP No. 4, S. 813–854, 1966.
- [16] M. Gaster. Growth of disturbances in both space and time. *Phys. Fluids*, 11:723–727, 1968.
- [17] M. Gaster. Structure and behaviour of laminar separation bubbles. *ARC R&M*, (3595), 1969. HMSO.
- [18] M. Gaster. Stability of velocity profiles with reverse flow. In Street, Hussaini, Kumar, editors, *Instability, transition, and turbulence*, S. 212–215. Springer, 1992.
- [19] D. E. Gault. Boundary-layer and stalling characteristics of the NACA 63-009 airfoil section. NACA TN 1894, 1949.
- [20] D. E. Gault. An experimental investigation of region of separated laminar flow. NACA TN 3505, 1955.
- [21] K. Gruber. *Numerische Untersuchungen zum Problem der Grenzschichtablösung*. Fortschritt-Berichte VDI Reihe 7. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1988. Dissertation, Universität Stuttgart.
- [22] K. Gruber, H. Bestek & H. Fasel. Interaction between a Tollmien-Schlichting wave and a laminar separation bubble. AIAA 87-1256, 1987.
- [23] D. A. Hammond & L. G. Redekopp. Local and global instability properties of separation bubbles. *Eur. J. Mech, B/Fluids*, 17(2):145–164, 1998.
- [24] K. Hannemann & H. Oertel, Jr. Numerical simulation of the absolutely and convectively unstable wake. *J. Fluid Mech.*, 199:55–88, 1989.
- [25] S. Hein. Linear and nonlinear nonlocal instability analyses for two-dimensional laminar separation bubbles. In *Proc. IUTAM-Symp. on Laminar-Turbulent Transition, Sedona, USA, Sept. 1999*, 2000.
- [26] T. Herbert. Secondary instability of boundary layers. In *Ann. Rev. Fluid Mech.*, volume 20, S. 487–526, 1988.

- [27] T. Herbert & G. R. Santos. On the mechanism of transition in boundary layers. AIAA 87-1201, 1987.
- [28] C. Hildings. Simulation of laminar and transitional separation bubbles. Technical report, Royal Institute of Technology, Stockholm, Schweden, 1997. licentiate.
- [29] H. C. Hipp-Kalthoff. *Numerische Untersuchung inkompressibler freier Scherschichten*. Dissertation, Universität Stuttgart, 1992.
- [30] H. Hoheisel, M. Hoeger, P. Meyer & G. Koerber. A comparison of Laser-Doppler anemometry and probe measurements within the boundary layer of an airfoil at subsonic flow, 1984. 2nd Intern. Symposium on Applications of Laser Doppler Anemometry, Lissabon, Portugal.
- [31] C.-T. Hsiao & L. L. Pauley. Comparison of the triple-deck theory, interactive boundary layer method, and Navier-Stokes computation for marginal separation. *Transactions of the ASME*, 116:22–28, 1994.
- [32] P. Huerre & P. A. Monkewitz. Absolute and convective instabilities in free shear layers. *J. Fluid Mech.*, 159:151–168, 1985.
- [33] P. Huerre & P. A. Monkewitz. Local and Global Instabilities in Spatially Developing Flows. In *Ann. Rev. Fluid Mech.*, volume 22, S. 473–537, 1990.
- [34] M. Kiya & K. Sasaki. Structure of a turbulent separation bubble. *J. Fluid Mech.*, 137:83–113, 1983.
- [35] J. L. Van Ingen. Research on Laminar Separation Bubbles at Delft University of Technology. In V. V. Kozlov & A. V. Dovgal, editors, *Separated Flows and Jets*, S. 537–556. Springer, Berlin, Heidelberg, 1991. IUTAM Symposium Novosibirsk/USSR, 1990.
- [36] M. Kloker. *Direkte Numerische Simulation des laminar-turbulenten Strömungsumschlages in einer stark verzögerten Grenzschicht*. Dissertation, Universität Stuttgart, 1993.
- [37] V. V. Kozlov. Interrelation of the flow separation and stability. In V. V. Kozlov, editor, *Laminar-turbulent transition*, S. 349–358. Springer, Berlin, 1985. 2nd IUTAM Symposium on Laminar-Turbulent Transition, Novosibirsk, 1984.
- [38] J. C. M. Lin & L. L. Pauley. Unsteady Laminar Separation on Low-Reynolds-Number Airfoils. AIAA 93-0209, 1993.

- [39] B. Ludwig. Untersuchung der Stabilität einer oszillierenden Strömung im Staubereich angeströmter zylindrischer Körper. DLR, IB 222-87 A35, 1987.
- [40] U. Maucher, U. Rist & S. Wagner. A method for the identification of high-frequency oscillations in unsteady flows. *ZAMM*, 77(Suppl. 1):S209–S210, 1997.
- [41] U. Maucher, U. Rist & S. Wagner. Secondary instabilities in a laminar separation bubble. In H. Körner & R. Hilbig, editors, *New Results in Numerical and Experimental Fluid Mechanics*, volume 60 of *NNFM*, S. 229–236. Vieweg, 1997.
- [42] U. Maucher, U. Rist & S. Wagner. A refined method for DNS of transition in interacting boundary layers. AIAA 98-2435, 1998.
- [43] U. Maucher, U. Rist & S. Wagner. Refined Interaction Method for Direct Numerical Simulation of Transition in Separation Bubbles. *AIAA J.*, 38(8):1385–1393, 2000.
- [44] U. Maucher, U. Rist & S. Wagner. *Transitional Structures in a Laminar Separation Bubble*. NNFM. Vieweg, 1999. Proc. STAB Symposium, Berlin, 1998.
- [45] U. Maucher, U. Rist & S. Wagner. DNS of Laminar-Turbulent Transition in Separation Bubbles. Eingereicht bei E. Krause & W. Jäger, editors, *High Performance Computing in Science and Engineering '99*, Springer, Berlin, Heidelberg, 1999.
- [46] U. Maucher, U. Rist & S. Wagner. Direct Numerical Simulation of Airfoil Separation Bubbles. In *Computational Fluid Dynamics '94*, S. 471–477. John Wiley & Sons Ltd, 1994.
- [47] U. Maucher, U. Rist & S. Wagner. Direkte numerische Simulation einer Grenzschicht auf der Oberseite eines Tragflügels mit laminarer Ablöseblase. In *Strömungen mit Ablösung*, S. 49–54, 1994. DGLR-Bericht 94-04.
- [48] F. Menter & E. Wedemeyer. Stability analysis of the stagnation flow of an oscillating cylinder. *ZFW*, 16:114–118, 1992.
- [49] D. Meyer, U. Rist & S. Wagner. Dns of the generation of secondary  $\lambda$ -vortices in a transitional boundary layer. In *Advances in Turbulence*, S. 97–100. Kluwer, 1998.
- [50] P. R. Owen & L. Klanfer. On the laminar boundary layer separation from the leading edge of thin airfoils. In *ARC CP 220*, 1953.
- [51] L. L. Pauley, P. Moin & W. C. Reynolds. The structure of two-dimensional separation. *J. Fluid Mech.*, 220:397–411, 1990.

- [52] R. T. Pierrehumbert & S. E. Widnall. The two- and three-dimensional instabilities of a spatially periodic shear layer. *J. Fluid Mech.*, 114:59–82, 1982.
- [53] C. D. Pruett. *Numerical Simulation of Nonlinear Waves in Free Shear Layers*. Dissertation, The University of Arizona, 1986.
- [54] S. A. Ragab & A. H. Nayfeh. A comparison of the second-order triple-deck theory and interacting boundary layers for incompressible flows past a hump. AIAA 80-0072, 1980.
- [55] M. D. Ripley & L. L. Pauley. The unsteady structure of two-dimensional steady laminar separation. *Phys. Fluids A*, 5(12):3099–3106, 1990.
- [56] U. Rist. *Numerische Untersuchung der räumlichen, dreidimensionalen Störungsentwicklung beim Grenzschichtumschlag*. Dissertation, Universität Stuttgart, 1990.
- [57] U. Rist. Nonlinear effects of 2D and 3D disturbances on laminar separation bubbles. In S.P. Lin, editor, *Proc. IUTAM-Symposium on Nonlinear Instability of Nonparallel flows*, S. 324–333, New York, 1994. Springer.
- [58] U. Rist. *Zur Instabilität & Transition laminarer Ablöseblasen in Profilkrenzschichten*. Habilitation, Universität Stuttgart, 1998.
- [59] U. Rist & U. Maucher. Direct Numerical Simulation of 2-D and 3-D Instability Waves in a Laminar Separation Bubble. In *Application of Direct and Large Eddy Simulation of Transition and Turbulence*, AGARD-CP-551, S. 34–1–34–7, 1994.
- [60] U. Rist, U. Maucher & Siegfried Wagner. Direct numerical simulation of some fundamental problems related to transition in laminar separation bubbles. In Désidéri *et al.*, editor, *Computational Methods in Applied Sciences '96*, S. 319–325. John Wiley & Sons Ltd, 1996.
- [61] W. S. Saric. Görtler vortices. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 26:379–409, 1994.
- [62] H. Schlichting. *Grenzschicht-Theorie*. Braun, Karlsruhe, 8. Ausgabe, 1982.
- [63] H. Schlichting and E. Truckenbrodt. *Aerodynamik des Flugzeugs*. Springer, Erste Ausgabe, 1959.
- [64] G. B. Schubauer & H. K. Skramstad. Laminar boundary layer oscillations and transition on a flat plate. NACA report 909, 1948.

- [65] V. Schwarz. *Numerische Untersuchungen zur Instabilität der Nachlaufströmung eines rotationssymmetrischen Körpers mit stumpfem Heck*. Dissertation, Universität Stuttgart, 1996.
- [66] V. Schwarz. Persönliche Mitteilung, 1996.
- [67] P. R. Spalart & M. Kh. Strelets. Direct and Reynolds-averaged numerical simulations of a transitional separation bubble. 11th Symposium on Turbulent Shear Flows, Grenoble, France (persönliche Mitteilung, unveröffentlicht), 1997.
- [68] C. Stemmer. *Numerische Simulation zum Einfluß einer ebenen Schallwelle auf eine Grenzschicht mit und ohne Ablöseblase*. Diplomarbeit, Universität Stuttgart, 1995.
- [69] A. Thumm. *Numerische Untersuchungen zum laminar-turbulenten Strömungsumschlag in transsonischen Grenzschichtströmungen*. Dissertation, Universität Stuttgart, 1991.
- [70] C. P. van Dam & S. Elli. Simulation of nonlinear tollmien-schlichting wave growth through a laminar separation bubble. In A. K. M. Y. Hussaini, editor, *Instability, transition, and turbulence*, S. 312–321. Springer, New York, 1992.
- [71] A. E. P. Veldman. New, quasi-simultaneous method to calculate interacting boundary layers. *AIAA J.*, 19(1):79–85, 1981.
- [72] B. Wasistho. *Spatial Direct Numerical Simulation of Compressible Boundary Layer Flow*. Proefschrift (Dissertation), Universiteit Twente, 1997.
- [73] M. Werner. *Einfluß des Druckanstiegs auf das niederfrequent instationäre Verhalten einer Ablöseblase*. Diplomarbeit, Universität Stuttgart, 1998.
- [74] P. G. Wilson & L. L. Pauley. Two- and three-dimensional large-eddy simulations of a transitional separation bubble. *Phys. Fluids*, 10(11):2932–2940, 1998.
- [75] C. D. Winant & F. K. Browand. Vortex pairing: the mechanism of turbulent mixing-layer growth at moderate Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, 63:237–255, 1974.
- [76] W. Würz & S. Wagner. Experimental investigations of transition development in attached boundary layers and laminar separation bubbles. In H. Körner & R. Hilbig, editors, *New Results in Numerical and Experimental Fluid Mechanics*, volume 60 of *NNFM*, S. 413–420. Vieweg, 1997.
- [77] W. Würz. *Hitzdrahtmessungen zum laminar-turbulenten Strömungsumschlag in anliegenden Grenzschichten und Ablöseblasen sowie Vergleich mit der linearen Stabilitätstheorie und empirischen Umschlagskriterien*. Dissertation, Universität Stuttgart, 1995.

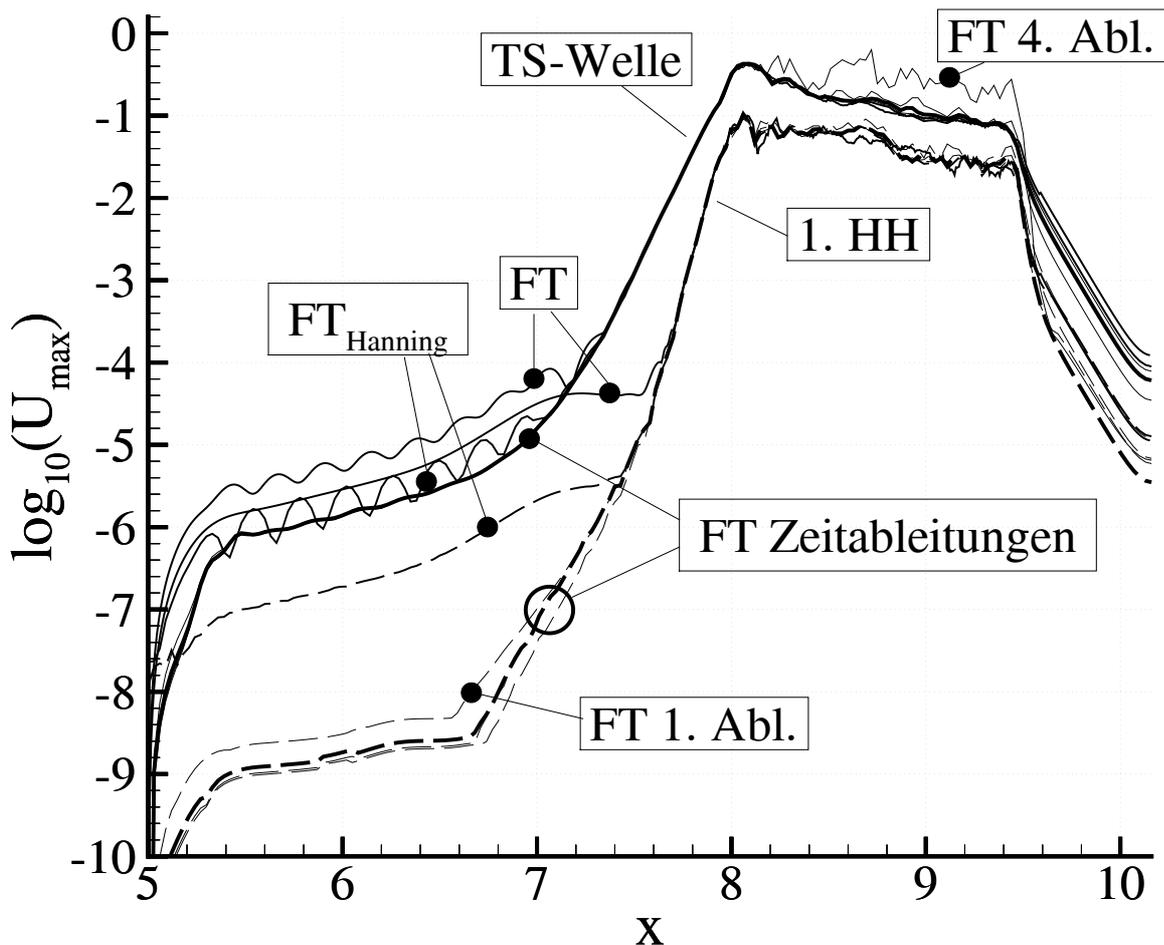
- [78] A. D. Young & H. P. Horton. Some results of investigations of separation bubbles. In *Separated Flows Part 2*, AGARD CP No. 4, S. 779–811, 1966.



# Anhang A

## Identifizierung von Störwellen kleiner Amplitude

In Maucher *et al.* [40] wurde eine Methode zur Identifizierung von Störwellen mit kleiner Amplitude in einer zeitlich veränderlichen Grundströmung vorgestellt. In Abbildung A.1 wird gezeigt, dass sich diese Methode auch bei der Analyse von zeitlich nahezu periodischen Daten sehr positiv auswirkt, bei denen sich die Grundströmung zeitlich nur sehr schwach ändert. Wenn die Amplitude der Störungen klein ist, kann auch die mit einer schwachen Änderung der Grundströmung verbundene Nichtperiodizität der Zeitsignale die Bestimmung der Störampplitude mit einer Fourieranalyse unmöglich machen. Ein solcher Fall wird anhand der Amplitudenentwicklung im Fall **w6** aus Kapitel 7 gezeigt. Eine übliche Fourieranalyse (FT) eines Zeitintervalles mit zwei Perioden der TS-Welle liefert die mit FT gekennzeichneten Amplitudenverläufe für die 2-D TS-Welle und Ihre 1. Höherharmonische (1. HH). Für  $x < 7.2$  erhält man einen welligen Amplitudenverlauf bei der TS-Frequenz. Ein solcher, welliger Amplitudenverlauf kann durch die Überlagerung von Störungen mit der gleichen Frequenz aber mit unterschiedlicher Phasengeschwindigkeit (Ausbreitungsgeschwindigkeit) verursacht sein, also beispielsweise durch die Überlagerung der TS-Welle mit einer Schallwelle gleicher Frequenz. Schallstörungen können wiederum Ausdruck von Reflexionen an den Rändern des Integrationsgebietes sein. Andererseits kann ein welliger Amplitudenverlauf auch durch schwach nichtperiodische Zeitsignale verursacht werden. Einer klaren Aussage, ob Schallstörungen in einer Simulation vorhanden sind, kommt bei der Bewertung von DNS-Ergebnissen, insbesondere bezüglich eines möglicherweise schädlichen Einflusses der Randbedingungen und somit der physikalischen Relevanz der Ergebnisse erhebliche Bedeutung zu. Darüber hinaus ist eine möglichst genaue Bestimmung der TS-Amplitude notwendig, um die Umschlagsentwicklung zu beurteilen. Die Höherharmonische liefert in der Fourieranalyse (FT) eine Amplitude, die weniger als eine Dekade kleiner ist als die der TS-Welle. Wendet man vor der Fourieranalyse ein Hanningfenster auf das Zeitsignal



**Abb. A.1:** DNS (**w6**): Amplitude der TS-Welle (durchgezogen) und der 1. Höherharmonischen (HH, strichliert). Fouriertransformation FT des Zeitsignals und der 1. bis 4. Zeitableitung (dünn). 2. Zeitableitung durch fette Strichlierung hervorgehoben. Bei allen Zeitableitungen wurde ein Hanningfenster verwendet.

an (siehe z.B. Brigham [5]) so sinkt die scheinbare Amplitude der Höherharmonischen im Bereich  $x < 7.4$  deutlich um ca. eine Dekade ab, und der Amplitudenverlauf der TS-Welle wird noch welliger, ohne eine verbesserte Aussage über die Amplitude der möglicherweise vorhandenen Schall- oder nichtperiodischen Anteile zu erlauben ( $FT_{Hanning}$ ).

In solchen Fällen hat sich die Fourieranalyse von Zeitableitungen des Zeitsignales als sehr geeignet erwiesen (vergl. Maucher *et al.* [40]). Durch die Bildung der  $n$ -ten Zeitableitung verändert sich die Fourieramplitude einer harmonischen Welle mit der Frequenz  $\beta$  proportional zu  $\beta^n$ . Dies führt zu einer Verstärkung hochfrequenter Anteile gegenüber niederfrequenten Anteilen. Durch die Bildung von Zeitableitungen werden zudem nichtperiodische Anteile aufgrund einer langsamen Veränderung der Grundströmung, die im wesentlichen als Polynom niedriger Ordnung beschrieben werden können, weitgehend eliminiert.

Die in einer Fourieranalyse der  $n$ -ten Zeitableitung bestimmte Amplitude  $A_n$  kann auf die tatsächliche Amplitude  $A$  zurückgerechnet werden:

$$A = \frac{1}{\beta^n} A_n. \quad (\text{A.1})$$

In Abbildung A.1 sind auch die Amplitudenverläufe eingetragen, die sich mit dieser Methode bei Verwendung der 1. bis 4. Zeitableitungen ergeben (FT Zeitableitungen). Für die TS-Welle fallen alle vier Amplitudenverläufe im Bereich  $x < 8$  aufeinander (dick durchgezogene Linie). Der wellige Verlauf im vorderen Bereich verschwindet und es ergibt sich ein glatter Verlauf der Amplitude. Die Phase (ohne Abbildung) nimmt in Stromabrichtung gleichmäßig ab, wodurch die Störung als laufende Welle identifiziert wird und gleichzeitig die Existenz von Schallstörungen widerlegt wird. Bei der Höherharmonischen liegen in diesem vorderen Bereich die Amplitudenverläufe, die sich bei Verwendung verschiedener Ableitungen ergeben, nicht genau aufeinander. Hier zeigt sich neben den guten Auflösungseigenschaften ein weiterer Vorteil der Methode. Übereinstimmung zwischen den verschiedenen Amplitudenverläufen zeigt, dass die Analyse ausreichend aufgelöst ist. Mangelnde Auflösung zeigt sich an abweichenden Verläufen für die verschiedenen Ableitungen. Für die Höherharmonische reicht die Verwendung der 1. Ableitung im vorderen Bereich noch nicht aus und sie ergibt eine noch etwas zu große Amplitude. Wenn im Zeitsignal sehr hochfrequente Anteile vorhanden sind, beispielsweise höherharmonische Störanteile, dann ergeben sich durch die Bildung der Zeitableitungen sehr große Amplituden. Da mit der einsetzenden Turbulenz auch die hochfrequenten Anteile zunehmend unperiodischer werden, ergibt sich durch die starke Verstärkung der sehr hochfrequenten Störanteile auch ein vergleichsweise starker nichtperiodischer Anteil, der die Fourieranalyse bei den etwas niedrigeren TS-Frequenzen verfälscht.

Dieses Phänomen ist bei  $x > 8$  bei der mit der 4. Zeitableitung ermittelten Amplitude der TS-Welle zu beobachten, die von den niedrigeren Ableitungen abweicht. Im Bereich stark nichtlinearer Amplituden und somit starker Höherharmonischer und zunehmender Nichtperiodizität der Störungsentwicklung liefert daher die Fourieranalyse des unveränderten Zeitsignales bessere Ergebnisse als die Analyse von Zeitableitungen.



# Anhang B

## Koeffizienten des Polynoms im Interaktionsmodell

Im Interaktionsmodell (siehe Kapitel 4) ergibt sich die Anforderung, ein Zeitsignal durch ein Polynom  $f_{ia}(t)$  3. Ordnung darzustellen, das hier der Einfachheit halber mit  $f$  bezeichnet wird. Die Koeffizienten werden in jedem  $i$ -ten Intervall der Dauer  $T$ , das von  $(i - 1) \cdot T$  bis  $i \cdot T$  dauert, neu bestimmt und konstant gehalten, so dass sich in diesem Intervall die Funktion  $f_i$  und ihre Ableitungen:

$$\begin{aligned} f_i(\tau) &= c_{0,i} + c_{1,i}\tau + c_{2,i}\tau^2 + c_{3,i}\tau^3, \\ f'_i(\tau) &= c_{1,i} + 2c_{2,i}\tau + 3c_{3,i}\tau^2, \\ f''_i(\tau) &= 2c_{2,i} + 6c_{3,i}\tau \end{aligned} \tag{B.1}$$

mit den konstanten Koeffizienten  $c_{0,i}, \dots, c_{3,i}$  ergeben. Die Zeitkoordinate  $\tau$  ist jeweils auf den Beginn des laufenden  $i$ -ten Intervalles bezogen:  $\tau = t - t_{i-1} = t - (i - 1)T$  und ' und '' bezeichnen die erste und zweite Zeitableitung. Werte am Ende des Intervalles werden mit Großbuchstaben im Index bezeichnet. Aus der Anforderung, dass die Funktion bei der Neubestimmung der Koeffizienten zu Beginn ( $\tau = 0$ ) eines Intervalles  $i$  bis zur zweiten Ableitung stetig sein soll, ergeben sich aus den Gleichungen (B.1) drei Beziehungen für die Koeffizienten  $c_{0,i}$  bis  $c_{2,i}$ :

$$\begin{aligned} c_{0,i} &= f_{I-1}, \\ c_{1,i} &= f'_{I-1}, \\ c_{2,i} &= \frac{1}{2}f''_{I-1}. \end{aligned} \tag{B.2}$$

Das Polynom  $f$  soll bei beliebigen Anfangswerten in einem Intervall  $j$  nach dreimaligem Aktualisieren der Koeffizienten, also nach drei Intervallen der Dauer  $T$ , im Intervall  $j + 3$  exakt in ein Zielpolynom 2. Ordnung  $f_z$  mit konstanten Koeffizienten übergehen. Aus dem

Funktionswert  $f_{z,J}$ , der ersten  $f'_{z,J}$  und zweiten Ableitung  $f''_{z,J}$  der Zielfunktion am Ende des Intervalles  $j$  können die Koeffizienten der Zielfunktion analog zu den Bedingungen (B.2) bestimmt werden und anschließend mit  $\tau = 3T$  die Werte der Zielfunktion am Ende des Intervalles  $j + 3$  bestimmt werden:

$$\begin{aligned} f_{z,J+3} &= f_{z,J} + 3T f'_{z,J} + \frac{9}{2}T^2 f''_{z,J}, \\ f'_{z,J+3} &= f'_{z,J} + 3T f''_{z,J}, \\ f''_{z,J+3} &= f''_{z,J}. \end{aligned} \tag{B.3}$$

Es ergibt sich ein Gleichungssystem zur Bestimmung der Koeffizienten  $c_{3,j+1}$ ,  $c_{3,j+2}$  und  $c_{3,j+3}$ :

$c_{0,j+1}$	$c_{1,j+1}$	$c_{2,j+1}$	$c_{3,j+1}$	$f_{J+1}$	$f'_{J+1}$	$f''_{J+1}$	$c_{3,j+2}$	$f_{J+2}$	$f'_{J+2}$	$f''_{J+2}$	$c_{3,j+3}$	<i>RS</i>
1												$f_J$
	1											$f'_J$
		2										$f''_J$
1	$T$	$T^2$	$T^3$	-1								0
	1	$2T$	$3T^2$		-1							0
		2	$6T$			-1						0
				1	$T$	$\frac{1}{2}T^2$	$T^3$	-1				0
					1	$T$	$3T^2$		-1			0
						1	$6T$			-1		0
								1	$T$	$\frac{1}{2}T^2$	$T^3$	$f_{z,J} + 3T f'_{z,J} + \frac{9}{2}T^2 f''_{z,J}$
									1	$T$	$3T^2$	$f'_{z,J} + 3T f''_{z,J}$
										1	$6T$	$f''_{z,J}$

Die ersten drei Zeilen stellen die Beziehungen (B.2) für  $i = j + 1$  dar. Die nächsten drei ergeben sich am Ende des Intervalles  $j + 1$  aus den Gleichungen (B.1) mit  $i = j + 1$  und  $\tau = T$ . Für das Ende des Intervalles  $j + 2$  ( $\tau = T$ ) ergeben sich mit  $i = j + 2$  aus den Gleichungen (B.1) die nächsten drei Zeilen, wobei die Koeffizienten  $c_{0,j+2}$  bis  $c_{2,j+2}$  mit den Beziehungen (B.2) ebenfalls mit  $i = j + 2$  bestimmt und in die Gleichungen (B.1) eingesetzt wurde. Am Ende des Intervalles  $j + 3$  (letzte drei Zeilen) sind die Koeffizienten wiederum für  $i = j + 3$  ermittelt und in die Gleichungen (B.1) eingesetzt, und die rechte Seite ergibt sich aus den Gleichungen (B.3). Nach der Auflösung des Gleichungssystemes erhält man:

$$c_{3,j+1} = \frac{1}{36T^3} (6\Delta f_J + 12T\Delta f'_J + 11T^2\Delta f''_J), \quad (\text{B.5})$$

$$f_{J+1} = f_{z,J} + Tf'_{z,J} + \frac{1}{2}T^2f''_{z,J} + \frac{T^3}{36T^3} (-30\Delta f_J - 24T\Delta f'_J - 7T^2\Delta f''_J), \quad (\text{B.6})$$

$$f'_{J+1} = f'_{z,J} + Tf''_{z,J} + \frac{T^2}{36T^3} (18\Delta f_J - 3T^2\Delta f''_J), \quad (\text{B.7})$$

$$f''_{J+1} = f''_{z,J} + \frac{T}{36T^3} (36\Delta f_J + 72T\Delta f'_J + 30T^2\Delta f''_J), \quad (\text{B.8})$$

$$c_{3,j+2} = -\frac{1}{36T^3} (12\Delta f_J + 18T\Delta f'_J + 7T^2\Delta f''_J), \quad (\text{B.9})$$

$$f_{J+2} = f_{z,J} + 2Tf'_{z,J} + 2T^2f''_{z,J} - \frac{T^3}{36T^3} (6\Delta f_J + 6T\Delta f'_J + 2T^2\Delta f''_J), \quad (\text{B.10})$$

$$f'_{J+2} = f'_{z,J} + 2Tf''_{z,J} + \frac{3T^2}{36T^3} (6\Delta f_J + 6T\Delta f'_J + 2T^2\Delta f''_J), \quad (\text{B.11})$$

$$f''_{J+2} = f''_{z,J} - \frac{6T}{36T^3} (6\Delta f_J + 6T\Delta f'_J + 2T^2\Delta f''_J), \quad (\text{B.12})$$

$$c_{3,j+3} = \frac{1}{36T^3} (6\Delta f_J + 6T\Delta f'_J + 2T^2\Delta f''_J). \quad (\text{B.13})$$

Es treten Terme auf, in denen direkt die Zielfunktion am Ende des Intervalles  $j$  und ihre Ableitungen  $f_{z,J}$ ,  $f'_{z,J}$  und  $f''_{z,J}$  auftreten. Diese Terme in den Gleichungen (B.6) bis (B.8) und (B.10) bis (B.12) geben den Wert der Zielfunktion bzw. ihrer Ableitungen zum entsprechenden Zeitpunkt am Ende des Intervalles  $j+1$  und  $j+2$  an, die analog zum Intervall  $j+3$  (siehe Herleitung der Gleichungen (B.3)) ermittelt werden können.  $\Delta f_J = f_{z,J} - f_J$  kennzeichnet die Differenz des Polynoms von der Zielfunktion am Ende des Intervalles  $j$ , und die entsprechenden Terme zeigen somit die Abhängigkeit von der in der Funktion  $f$  am Ende des Intervalles  $j$  enthaltenen Abweichung von der Zielfunktion.

Gleichung (B.5) kann auch allgemein für ein beliebiges Intervall  $i$  formuliert werden:

$$c_{3,i} = \frac{1}{36T^3} \left[ 6(f_{z,I-1} - f_{I-1}) + 12T(f'_{z,I-1} - f'_{I-1}) + 11T^2(f''_{z,I-1} - f''_{I-1}) \right]. \quad (\text{B.14})$$

Ersetzt man in dieser Gleichung für das Intervall  $i = j+2$  (bzw.  $I-1 = J+1$ ) die Terme  $f_{I-1}$ ,  $f'_{I-1}$  und  $f''_{I-1}$  gemäß den Gleichungen (B.6) bis (B.8), dann werden die von  $f_z$  abhängigen Terme eliminiert (sie entsprechen  $f_{z,I-1}$  und ihren Ableitungen) und man erhält für  $c_{3,j+2}$  die gleiche rechte Seite wie in Gleichung (B.9). Dies gilt genauso für das Intervall  $j+3$ . Mit den Gleichungen (B.10) bis (B.12) ergibt sich dann in Gleichung (B.14) für  $i = j+3$  ebenfalls die gleiche rechte Seite wie in Gleichung (B.13). Alternativ zu den Gleichungen (B.5), (B.9) und (B.13), die sich jeweils auf die Funktionswerte am Ende des gleichen Intervalles  $j$  beziehen, kann somit auch die allgemeingültige Gleichung (B.14) zur Bestimmung der Koeffizienten  $c_{3,i}$  herangezogen werden, die sich jeweils auf die Funktionswerte am Ende des gerade abgelaufenen Intervalles bezieht. Somit stellt Gleichung (B.14) eine vierte Randbedingung dar, die zusammen mit den Randbedingungen (B.2) gewährleistet, dass die Zielfunktion  $f_z$  innerhalb von 3 Intervallen der Dauer  $T$  erreicht wird.