Böenmodellierung und Lastabminderung für ein flexibles Flugzeug

Von der Fakultät Luft- und Raumfahrttechnik und Geodäsie der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr. Ing.) genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von

Patrick Teufel

aus Tübingen

Hauptberichter:Prof. Klaus H. Well, Ph.D.Mitberichter:Prof. Dr. Ing. Siegfried Wagner

Tag der mündlichen Prüfung: 12.2.2003

Institut für Flugmechanik und Flugregelung Universität Stuttgart

2003

Vorwort

Diese Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Institut für Flugmechanik und Flugregelung der Universität Stuttgart.

Mein besonderer Dank gilt meinem Hauptberichter Herrn Prof. Klaus H. Well, der es mir ermöglicht hat, während der letzten Jahre konzentriert auf dem Thema Turbulenzmodellierung, Aeroelastik und Regelung zu arbeiten. Seine interessanten und hilfreichen Anregungen und sein ständiges Interesse trugen zum Erfolg der Arbeit maßgeblich bei.

Ich danke weiterhin Herrn Prof. Siegfried Wagner vom Institut für Aerodynamik und Gasdynamik für die Übernahme des Co-Referats und sein Interesse an meiner Arbeit.

Während des ersten Jahres am Institut hatte ich die Möglichkeit, mit Herrn Dr. Hanel auf dem Projekt *Dynamik des flexiblen Flugzeuges* zusammenzuarbeiten. Dies war für mich eine sehr interessante Zeit, da ich viele Diskussionen führen konnte und sich eine sehr gute Zusammenarbeit innerhalb des gemeinsamen Projektes ergab.

Weiterhin danke ich dem ganzen Institut für die angenehme Arbeitsatmosphäre, besonders Herrn Dirk-Alexander Wimmer für die Organisation der Rechnerumgebung, Herrn Dr. Grimm für die klärenden Diskussionen in Bezug auf mathematische Fragen und Frau Buchholz für die Unterstützung bei administrativen Problemen.

Zum Schluß möchte ich mich bei meinen Eltern bedanken. Auf Grund Ihrer Unterstützung konnte ich während meiner Ausbildung immer die mir wichtigen Schwerpunkte setzen und damit auch diese Arbeit erfolgreich abschließen.

Inhaltsverzeichnis

Ve	orwort	iii
In	ıhaltsverzeichnis	v
K	urzfassung	vii
A	bstract	ix
Sy	ymbolverzeichnis	xi
1	Einleitung	15
	1.1 Entwicklungsperspektiven in der Verkehrsluftfahrt	15
	1.2 Anforderungen im Bereich Flugmechanik, Strukturdynamik und Flugzeugführ	ung16
	1.3 Stand der Forschung und Technik	17
	1.4 Ziele und Schwerpunkte der Arbeit	21
	1.5 Aufbau der Arbeit	22
2	Modellierung eines flexiblen Flugzeuges	25
	2.1 Begriffe	25
	2.2 Dynamik	26
	2.3 Aerodynamik	29
	2.4 Aufbau des integralen Modells	33
	2.5 Transformation des integralen Modells in den Zeitbereich	35
3	Turbulenz- und Böenmodelle in den Bewegungsgleichungen des Flugzeuges	39
	3.1 Turbulenz- und Böenmodelle	39
	3.2 Analyse im Frequenzbereich	49
	3.3 Bestimmung der zulassungsrelevanten Lastannahmen	57
	3.4 Turbulenz und Böen im Zeitbereichsmodell	60
4	Bestimmung des internen Spannungszustandes der Struktur	67
	4.1 Zielsetzung	67
	4.2 Spannungsberechnung im Rahmen der Methode der Finiten Elemente	68
	4.3 Statistische Größen	73

	4.4 Implementierung	75
5	Die Dynamik des ungeregelten Flugzeuges im Turbulenzfeld	79
	5.1 Zielsetzung der Analyse	79
	5.2 Untersuchte Flug- und Lastfälle	80
	5.3 Übertragungsfunktionen	80
	5.4 Spektralfunktionen verschiedener Turbulenzmodelle	
	5.5 Spannungs- und Lastberechnung	
	5.6 Einfluß der Flugzustands- und Beladungsvariation	91
	5.7 Zulassungsrelevante Annahmen	93
	5.8 Analysen mit dem Zeitbereichsmodell	98
6	Flugregelung und Aeroelastikregelung	103
	6.1 Zielsetzung und Reglerkonzept	103
	6.2 Entwurfsmodelle	104
	6.3 Flugregelung	105
	6.4 Aeroservoelastik	108
	6.5 Störgrößenaufschaltung	113
7	Analyse des geregelten Flugzeuges	117
	7.1 Reglerentwurf	117
	7.2 Störgrößenaufschaltung	122
	7.3 Simulationsergebnisse	
	7.4 Regler, Störgrößenaufschaltung und Lastannahmen	125
8	Zusammenfassung und Ausblick	129
	8.1 Zusammenfassung	129
	8.2 Zukünftige Forschung	131
Li	iteraturverzeichnis	133
A	Transformation der Luftkräfte auf ein körperfestes Koordinatensystem	137
B	Spektren	141
С	Spektralanalyse, weitere Beispiele	143

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Modellierung von 2D Böen und deren Auswirkung auf die Aeroelastik und Flugmechanik. Weiterhin werden Möglichkeiten gesucht, mit einem Aeroelastikregler die Strukturbelastung zu senken und den Flugkomfort zu verbessern. Diese Untersuchungen stehen in engem Zusammenhang mit der aktuellen Entwicklung von sehr großen Transportflugzeugen. Es wird erwartet, daß bei diesen Flugzeugen die Frequenz der Strukturschwingungen in der Nähe der Frequenz der Starrkörperformen liegt. Für alle Untersuchungen ist daher die Verwendung eines integralen Modells erforderlich, das die Kopplung zwischen Flugmechanik und Aeroelastik berücksichtigt. Auf Grund der Größe des Flugzeuges wird außerdem erwartet, daß die Annahme einer konstanten Böengeschwindigkeit über den Flügel nicht mehr zutrifft und eine Analyse der Auswirkung von 2D Böen notwendig ist.

Im ersten Teil der Arbeit werden die linearen Bewegungsgleichungen für ein Vollmodell eines großen Transportflugzeuges aufgestellt, das eine hohe Anzahl von elastischen Eigenformen mit niedriger Frequenz besitzt. Die Verwendung eines Vollmodells ermöglicht es, sowohl symmetrische als auch unsymmetrische Belastungen des Flugzeuges zu untersuchen. Das Flugzeugmodell wird mit einem 2D Böenmodell gekoppelt und eine zweidimensionale Spektralanalyse durchgeführt. Diese Untersuchungen basieren auf einem Frequenzbereichsmodell mit tabellierten Luftkräften, die mit der Doublet Lattice Methode berechnet werden. Um auch die Möglichkeit zu eröffnen, Zeitsimulationen durchführen zu können, müssen neben dem Flugzeugmodell auch die Störungen in den Zeitbereich transformiert werden. Für das Flugzeugmodell sind entsprechende Verfahren bekannt. Das 2D Turbulenzspektrum und die entsprechenden Turbulenzluftkräfte müssen jedoch so diskretisiert werden, daß auch hier eine Transformation in den Zeitbereich möglich ist. Diese Modelle liefern als Ausgangsgrößen Verschiebungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen an unterschiedlichen Punkten auf dem Flugzeug, aber keine Spannungswerte in einzelnen Elementen. Die Frequenzbereichsmodelle und Zeitbereichsmodelle werden deshalb mit Spannungsgrößen erweitert. Die Spektralanalyse liefert das Ausgangsspektrum in einer physikalischen Größe, der Entwurfsfall für die Spannungsberechnung besteht aber aus mindestens zwei physikalischen Größen. Die Verwendung einer zweidimensionalen Wahrscheinlichkeitsverteilung ist eine Möglichkeit, das Problem zu lösen. Es zeigt sich, daß die für das Spektrum gewählte Diskretisierung auch zur Berechnung der zweidimensionalen Wahrscheinlichkeitsverteilung von zwei Ausgangsgrößen verwendet werden kann. Eine Analyse des Flugzeuges auf 1D und 2D Böen macht deutlich, daß sich je nach betrachteter Ausgangsgröße kein oder auch ein erheblicher Unterschied zwischen den Böenmodellen ergibt. Es sollte daher die genauere 2D Böenmodellierung verwendet werden. Im zweiten Teil der Arbeit wird ein statischer Aeroelastikregler mit einem Multi-Modell Ansatz entworfen. Dieser wird mit einem klassischen Flugregler gekoppelt und zusätzlich wird eine Störgrößenaufschaltung der Böe durchgeführt. Anschließend werden die mit dem ungeregelten Flugzeug durchgeführten Analysen wiederholt und die Leistungsfähigkeit des Regelungssystems aufgezeigt.

viii

Abstract

In this thesis the modelling of 2D gusts and their effect on aeroelasticity and flight mechanic motion are discussed. Furthermore possibilities are investigated to decrease structural loads and improve ride comfort. This research is closely related to the current development of very large aircraft. It is expected that for these aircraft structural frequencies are very close to the frequency of the rigid body motion, therefore it is necessary to use an integrated model which considers the coupling between flight mechanic motion and aeroelasticity. It is also expected that it is not possible to assume a constant gust velocity over the span of these aircraft and that it is necessary to analyze the impact of 2D gusts.

In the first part of the thesis the linear equations of motion for a full span aircraft model, which has a large number of elastic modes, are derived. The usage of a full span model allows for the analysis of symmetric and asymmetric loads. This model will be coupled with a 2D gust model and a 2D spectral analysis is pursued. The calculations are based on tabulated aerodynamic forces which are determined with the Doublet Lattice method. The next step is the development of a simulation model, for this step it is necessary to transform the model of the aircraft and the disturbance to the time domain. There are several well known methods to do this for the aircraft model. The 2D spectra of the turbulence and the corresponding aerodynamic forces, however, have to be discretized in such a way that a transformation to the time domain is possible. The outputs of these models are displacements, velocities and accelerations at different locations on the aircraft, but no stress values in the elements can be determined. Therefore the frequency domain models and time domain models are expanded with stress measurements. The spectral analysis delivers the output spectrum of a single physical variable, but the design condition for stress consists of at least two physical variables. The usage of a two-dimensional probability distribution is one possibility to solve the problem. It is shown that the discretization of the spectrum can also be applied to compute the two-dimensional probability distribution of the output. The analysis of the aircraft with respect to 1D and 2D gusts shows that there is no or a significant difference between the gust models dependent on the output. Therefore it is recommended to use a 2D gust model. In the second part of the thesis a static aeroelastic controller is developed with a multiple model approach. This controller is coupled with a classical flight controller. Additionally a feedfoward control of the gust is implemented. Finally an analysis similar to the uncontrolled aircraft is carried out and the performance of the controller is shown.

Symbolverzeichnis

Lateinische Symbole

Symbol	Bedeutung	Einheit	Seite/Glg.
a	Schallgeschwindigkeit	m/s	S. 29
\hat{A}, \hat{A}	Systemmatrix	-	S. 63
A	Einflußmatrix aerodynamische Koeffizienten	-	(2.7)
A	Auftrieb	Ν	S. 32
Ā	Quotient Standardabweichung des Ausgangs und des Turbulenzeingangs	-	(3.34)
A_0, A_1, A_2	generalisierte aerodynamische Kräfte	-	(2.17)
B	Dämpfungsmatrix	-	(2.5)
В	Eingangsmatrix	-	S. 63
С	Referenzlänge (z.B Halbspannweite)	m	(2.6)
С	Amplitudenfunktion der Turbulenz	-	(3.12)
c_{A0}	stationärer Auftriebsbeiwert	-	S. 32
C_{m0}	stationärer Momentenbeiwert	-	S. 32
$c_{a,0}$	stationärer Beiwert für elastische Form	-	S. 32
C_{W0}	stationärer Widerstandsbeiwert	-	S. 32
$\overline{\Delta c}_p$	Differenz der Druckbeiwerte an AE	-	(2.7)
Ċ	Meßmatrix der Zustände	-	S. 64
C^{*}	Kombination Nickrate und Normalbeschleunigung	rad/s	(6.2)
D	Matrix für Approximation aerodynamischer Kräfte	; _	(2.17)
D	Durchgangsmatrix der Steuerung auf die Meßgröß	e -	S. 64
D_{1}, D_{2}	Matrizen der substantiellen und zeitlichen Differen	tiation-	(2.9)
E	Matrix für Approximation aerodynamischer Kräfte	; _	(2.17)
Ε	Eingangsmatrix der Störgrößen	-	S. 63
\hat{f}, f	Lastvektor, Lastkomponente	-	(2.1)
f	longitudinale Korrelationsfunktion	-	(3.6)
f	Frequenz	1/s	(3.35)
F	Durchgangsmatrix der Störgrößen	-	S. 64
F	Fläche	m^2	(3.2)
g	laterale Korrelationsfunktion	-	(3.6)
g	Erdbeschleunigung	m/s^2	(2.13)
G, g	Matrix der Übertragungsfunktionen, Übertragungs	f	(3.18)
G	Interpolationsmatrix	-	(2.11)
Н	Vorsteuermatrix	-	S. 106

Ι	Einheitsmatrix	-	(2.17)
j	$\sqrt{-1}$, imaginäres Argument	-	(2.9)
J	Kostenfunktion	-	(3.28)
k	reduzierte Frequenz	-	(2.6)
Κ	Steifigkeitsmatrix	-	(2.1)
Κ	Kovarianzmatrix	-	(4.14)
Κ	Verstärkungsmatrix	-	S. 106
L	charakteristische Wellenlänge	m oder ft	(3.9)
L	Lagrangefunktion	-	(6.7)
M,m	Massenmatrix, Masse		(2.2)
Ma	Machzahl	-	S. 29
N	Anzahl der Grenzwertüberschreitungen	-	(3.32)
р	Parameter	-	(3.29)
p_d	Staudruck	N/m ²	(2.8)
p	Dichte einer Wahrscheinlichkeitsverteilung	-	S. 47
Р	Lösung der Riccati Gleichung	-	(6.6)
<i>p</i> , <i>q</i> , <i>r</i>	Roll-, Nick- und Gierrate	rad/s	(2.13)
Q	Einflußmatrix der aerodynamischen Kräfte	-	(2.10)
Q, \hat{Q}	Gewichtungsmatrix der Zustände	-	(6.5)
\dot{q}, q	Vektor und Komponente generalisierter Verschiebun	g-	(2.3)
R	Pole aerodynamischer Zustände	-	(2.17)
R	Korrelationsfunktion /-matrix	-	(3.2)
R	Gewichtungsmatrix der Steuerungen	-	(6.5)
S	Laplace Variable	-	(2.15)
S	Integrationsmatrix	-	(2.8)
S	Referenzflügelfläche	m^2	S. 137
S	Spannungsmatrix	-	(4.1)
t	Zeit	S	S. 27
Т	Matrix generalisierter Kräfte	-	(2.13)
ù	Steuerung / Störung	-	(2.14)
<i>u</i> _i	Geschwindigkeitskomponente	m/s	S. 40
<i>u</i> , <i>v</i> , <i>w</i>	Geschwindigkeitskomponenten in Achsenrichtunger	nm/s	(2.13)
V	Fluggeschwindigkeit	m/s	(2.6)
\vec{W}	Abwindvektor an aerodynamischen Elementen	m/s	(2.7)
W	Widerstand	Ν	S. 32
W	Gewichtungsmatrix	-	(2.18)
\dot{x}	Zustandsvektor	-	S. 63
<i>x</i> , <i>y</i> , <i>z</i>	Ortskoordinaten	m	(2.12)
<i>ÿ</i> , <i>y</i>	Vektor und Komponente der Meßgrößen	-	S. 64
Y	Selektionsmatrix für Meßgrößen		(2.20)
\dot{z}, z	physikalischer Verschiebungsvektor und -komponen	te m	(2.1)

Symbol	Bedeutung	Einheit	Seite/Glg
α	Anstellwinkel	rad	S. 32
α	Parameter von Kármán Spektrum	-	(3.11)
β	Schiebewinkel	rad	S. 108
γ	Winkel der V-Stellung der AE	rad	(3.17)
γ	Kreuzkorrelationskoeffizient	-	(4.15)
δ	Kronecker Delta	-	(3.6)
3	Fehler	-	(2.18)
ζ	Seitenruderausschlag	rad	S. 107
ζ	Dämpfung	-	(2.5)
η	weißes Rauschen	-	(3.22)
η	Höhenruderausschlag	rad	S. 106
θ	Nickwinkel	rad	(2.13)
θ	Winkel zwischen Flugzeuglängsachse und 1D Bö	e rad	S. 48
φ	Rollwinkel	rad	(2.13)
φ	Phasenwert	rad	(3.24)
Φ	Matrix der Eigenvektoren	-	(2.3)
Φ	eindimensionales Spektrum	-	(3.18)
λ	Eigenwert, ungedämpfte Eigenfrequenz	-	S. 27
λ	Wellenlänge	m	S. 41
Λ	Lagrange-Multiplikatoren	-	(6.7)
بح	Abstand	m	(3.2)
بج	Querruderausschlag	rad	S. 106
σ	Standardabweichung	-	(3.4)
$\dot{\overline{\sigma}}, \sigma$	Spannungsvektor, Normalspannung	N/mm ²	(4.1)
Σ	Kreuzspektralmatrix	-	(4.13)
τ	Schubspannung	N/mm ²	(4.1)
Ψ	zweidimensionales Spektrum	-	(3.5)
ω	Frequenz	rad/s	(2.6)
Ω	Wellenzahl	rad/m	(3.1)

Griechische Symbole

Operatorsymbole

Symbol	Bedeutung	Symbol	Bedeutung
$\left(\ldots\right)^{a}$	aerodynamisches KS	() ^b	erdfestes (basic) KS
$\left(\ldots\right)^{e}$	Element - KS	$()^{f}$	flugzeugfestes KS
$\left(\ldots\right)^{t}$	transposition	δ	Differentialoperator
	Betrag	Im,Re	Imaginärteil, Realteil
$\left(\ldots\right)^{*}$	konjugiert komplex		

Symbol	Bedeutung	Symbol	Bedeutung
a	FHG dynamische Analyse	S	globale FHG Struktur
С	Steuergröße	sys	Strecke
con	Regler	S	Struktur
csys	geregelte Strecke	σ	Spannungsgröße
е	elastisch	t	Turbulenzmodell
Ε	Euleranteil	Т	Triebwerksanteil
g	Turbulenz	и	Steuerungsanteil
i	integraler Anteil	v	Von Mises
k	z, α FHG AE	υ	viskos
l	aerodynamisch (lag states)	<i>x</i> , <i>y</i> , <i>z</i>	in Richtung <i>x</i> , <i>y</i> , <i>z</i>
mod	modal	У	Ausgangsgröße (allg.)
n	normal	Ζ	physik. Verschiebung
р	am Kollokationspunkt	1, 2, 3	Richt. im geodät. System
q,\dot{q}	generalisierte Größen	0	Referenzwert
r	starrkörper	0	stationärer Anteil
R	Steuerflächen		

Indizes

Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung	Abkürzung	Bedeutung
AE	aerodynamisches Element	PSD	Power Spectral Density
FE, FEM	Finite-Element Methode	SISO	Single-Input-Single-Output
FHG	Freiheitsgrade	1D,2D	ein-, zweidimensional
KS	Koordinatensystem	MIMO	Multiple-Input-MultOut.
MMLQY	Multi-Modell linear quadratische optimale Ausgangsvektorrückführung		

Dimension einiger Vektoren und Matrizen

Name	Zeilen	Spalten
A	Anzahl AE	Anzahl AE
$\overrightarrow{\Delta c}_p, \overrightarrow{w}$	Anzahl AE	1
\dot{Z}_k	2*Anzahl AE	1
\vec{f}_s, \vec{z}_s	Anzahl Strukur FHG	1
G_{ka}	2*Anzahl AE	Anzahl dynamische FHG
M_s, K_s	Anzahl Strukur FHG	Anzahl Strukur FHG
M_{a}, B_{a}, K_{a}	Anzahl dynamische FHG	Anzahl dynamische FHG
S	2*Anzahl AE	Anzahl AE
D_{1}, D_{2}	Anzahl AE	2*Anzahl AE

1 Einleitung

1.1 Entwicklungsperspektiven in der Verkehrsluftfahrt

Die Entwicklung von kommerziellen Transportflugzeugen war in den letzten Jahrzehnten stetigem Wandel unterworfen, der sich sowohl aus technologischen Innovationen als auch durch die Änderungen in der Organisation des Luftverkehrs ergeben hat. Der Luftverkehr hat sich während dieser Zeit weit stärker als die allgemeine Wirtschaft, aber auch schneller als die anderen Verkehrsträger, entwickelt. Diese Tatsache erklärt die Schlüsselposition des

Luftverkehrs innerhalb der Volkswirtschaften. Ein funktionierender Luftverkehr ist essentiell für global denkende und handelnde Unternehmen. Er ist aber ebenso wichtig für die stark wachsende Tourismusindustrie. Der in den letzten Jahren erreichte Zuwachs in den geflogenen Meilen übertraf bei weitem den Zuwachs beim Umsatz [14]. Diese gegenläufige Entwicklung konnte nur durch eine bessere und effektivere Organisation des Flugbetriebes und die Entwicklung von Flugzeugen erreicht werden, die einen kostengünstigen Betrieb erlauben. Im Bereich der Organisation sind die Deregulie-



rung, die Bildung von Luftfahrtallianzen und die Gründung von Fluglinien, die sich auf extrem kostenbewußte Kunden orientierten, die wichtigsten Merkmale dieser Zeit. Aus diesen Trends ergibt sich eine Nachfrage nach zusätzlichen Flugzeugmustern an die Hersteller. Dies führt zu der Entwicklung von sehr großen Transportflugzeugen (A380, A340-600 Airbus Industries) für den Langstreckenverkehr zwischen den sogenannten Hubs, und der Entwicklung von Regionalflugzeugen mit Turbinentriebwerken (Bombardier, Embraer, Fairchild Dornier), die verstärkt für Direktverbindungen auf Mittelstrecken eingesetzt werden sollen. Weiter in die Zukunft weisende Projekte sind die Entwicklung von Nurflügelflugzeugen (Airbus, Boeing) und die Entwicklung von Flugzeugen mit höherer Fluggeschwindigkeit (Sonic Cruiser, Boeing). Das Nurflügelkonzept zielt auf den gleichen Markt wie die A380, soll aber einen geringeren Treibstoffverbrauch haben. Der Sonic Cruiser verspricht eine erhöhte Attraktivität durch geringere Flugzeiten.

Auf Grund der Bedeutung des Luftverkehrs muß ein optimaler Flugzeugentwurf angestrebt werden. Es sollte dabei auf konservative Abschätzungen bei der Auslegung verzichtet wer-

den und trotzdem jederzeit größtmögliche Sicherheit gewährleistet werden. Dies erfordert die genauesten Berechnungsverfahren anzuwenden und alle physikalischen Phänomene zu modellieren.

Die genannten Rahmenbedingungen führen dazu, daß Flugzeuge immer mehr Nutzlast im Verhältnis zum Strukturgewicht befördern sollen und dies bei möglichst geringem Widerstand und sehr effizienten Triebwerken. Es wird erwartet, daß dies gerade bei den zu entwikkelnden großen Langstreckenflugzeugen zu einer sehr flexiblen Struktur führt, die neue prinzipielle Untersuchungen hinsichtlich des Flugverhaltens und der Strukturdynamik, basierend auf Manövern und äußeren Störungen wie Turbulenz, notwendig macht. Die zwei wichtigen Disziplinen Flugmechanik und Aeroelastik sind bei den großen Flugzeugen nicht mehr getrennt behandelbar. Es sind daher neue Untersuchungen zu diesem Themenkomplex [25][51] notwendig, zum einen um die physikalischen Effekte zu verstehen, zum anderen um entsprechende Gegenmaßnahmen ergreifen zu können, falls unerwünschte Effekte auftreten. Neben diesen Fragen können auch Überlegungen angestellt werden, wie weit durch Regelungsverfahren weitere Optimierungen des Gesamtentwurfs möglich wären. Dies erfordert wiederum neue Diskussionen hinsichtlich der Sicherheitsphilosphie bei der Auslegung und dem Betrieb des Fluggerätes.

1.2 Anforderungen im Bereich Flugmechanik, Strukturdynamik und Flugzeugführung

Der sichere Betrieb eines Flugzeuges muß in allen Flugphasen wie Reiseflug, Landung, Manövern und auch bei Turbulenz möglich sein. Dies bedingt die entscheidenden Untersuchungen und Entwürfe in den Disziplinen Flugmechanik, Strukturdynamik und Flugregelung.

Flugmechanik

Die Flugmechanik beschäftigt sich mit der Stabilität und Steuerbarkeit des Flugzeuges. Kommerzielle Flugzeuge besitzen ein natürlich stabiles Flugzeugverhalten. Stabilität heißt, daß nach Störungen oder Steuereingaben das Flugzeug ohne zusätzliche Eingriffe auf einen stationären Flugzustand zurückfinden muß. Weitere Anforderungen sind das vom Piloten gewünschte Flugverhalten, das großteils durch die Eigendynamik des Flugzeugs beschrieben wird, und die Verfügbarkeit von ausreichend Steuerkraft, die durch entsprechend dimensionierte Steuerflächen bereitgestellt werden muß. Die Untersuchungen im Bereich der Flugmechanik finden meist im Zeitbereich statt, da hier basierend auf den linearisierten Gleichungen moderne Regelungsentwurfsverfahren zur Verfügung stehen. Analysen im Zeitbereich sind außerdem notwendig, um nichtlineare Effekte abbilden zu können, die sich aus der Aerodynamik, dem Regelungssystem oder den Bewegungsgleichungen selbst ergeben.

Strukturdynamik und Aeroelastik

Die Struktur des Flugzeuges muß alle auf sie wirkenden Kräfte aufnehmen können. Diese Kräfte treten bei Manövern, Steuereingaben und durch äußere Störungen auf. Die Kräfte können entsprechend ihres Ursprungs unterschieden werden, im Flug greifen Inertialkräfte,

Gravitationskräfte und Luftkräfte an. Neben den Manöverlasten sind bei großen Flugzeugen insbesonders die instationären Lasten wichtig, die sich auf Grund äußerer Störungen und von Steuereingaben ergeben. Sie besitzen eine direkte Wechselwirkung mit den Strukturschwingungen. Je größer das Flugzeug und die Masse und je kleiner die Steifigkeit der Struktur, bedingt durch die Anforderungen an ein möglichst geringes Strukturgewicht, desto kleiner ist die Frequenz dieser Strukturschwingungen. Für sehr große Flugzeuge wandern diese Frequenzen in die Nähe der Eigenfrequenzen der Flugmechanik, dies führt zu einer Kopplung dieser Bewegungen. Die Untersuchung der Auswirkung der äußeren Störungen wie Turbulenz auf das Flugzeug muß daher mit einem Modell, das Flugmechanik und Aeroelastik kombiniert, stattfinden. Diese Untersuchungen finden klassischerweise im Frequenzbereich statt, für den leistungsfähige und erprobte Verfahren zur Bestimmung der Luftkräfte zur Verfügung stehen.

Flugregelung

Die Flugregelung hat die Aufgabe, den Piloten bei der Führung des Flugzeuges zu unterstützen. Diese Unterstützung kann auf unterschiedlichen Ebenen stattfinden, die unterste Ebene ist die Veränderung der Eigendynamik des Flugzeuges, um ein für den Piloten angenehmes Eigenverhalten des Flugzeuges künstlich bereit zu stellen. Eine Ebene höher wären die Möglichkeiten eines automatischen stationären Betriebs zu sehen, weitere Funktionen sind die Flugbahnführung oder auch der Schutz vor gefährlichen Flugzuständen. Neben diesen heute schon fast klassischen Aufgaben, können auch Maßnahmen zur Reduzierung der Strukturlasten und der Verbesserung des Komforts gesucht werden. Die Herausforderung bei allen Untersuchungen ist, diese Eigenschaften über den gesamten Flugbereich auch für unterschiedliche Beladungszustände zur Verfügung stellen zu können.

1.3 Stand der Forschung und Technik

1.3.1 Turbulenzmodellierung und Modellbildung flexibler Flugzeuge

Die Untersuchung der Wechselwirkung von Turbulenz mit der Dynamik des Flugzeugs ist ein wichtiger Bestandteil des Flugzeugentwurfs und des Zulassungsverfahrens nach JAR 25 [18], das die entsprechenden Vorschriften und Nachweise für Großflugzeuge beschreibt. Ein Flugregler verändert die Dynamik des Flugzeugs und wird daher in den Analysen berücksichtigt. Es werden gegenwärtig im Prinzip zwei Verfahren verwendet, um die Rechnungen durchzuführen. Der ältere Ansatz ist die Verwendung von diskreten Böen mit einem vorgegebenen Geschwindigkeitsverlauf [28]. Das zweite Verfahren beruht auf Methoden der Wahrscheinlichkeitsrechnung [18]. Die statistischen Eigenschaften der Turbulenz wurden schon in den 50er Jahren von Dryden [12] und von Kármán [55][56] beschrieben. Die entsprechenden Spektren [49] lassen sich abhängig von allen drei räumlichen Dimensionen darstellen, aber nur die einfachen eindimensionalen (1D) Spektren werden in der Industrie verwendet. Dies hat sicherlich mehrere Gründe: So werden zum einen von den Zeritfizierungsbehörden nur diese Nachweise verlangt, zum anderen vereinfachen sich die Rechnungen, und es wird erwartet, daß die Abweichung zwischen der 1D Modellierung und einer genaueren Modellierung gering ist. Die prinzipiellen Defizite der vereinfachten Betrachtung waren aber immer

bekannt, deswegen wurden im Lauf der letzten Jahrzehnte verschiedenste Studien z.B. von Crimaldi [9], Eichenbaum [15] und Noback [43] mit Flugzeugen durchgeführt, die die Auswirkung von zweidimensionaler (2D) Turbulenz zeigen. Die Unterschiede der Antworten zu einer 1D Analyse liegen dabei meist im Bereich von 10 Prozent oder darunter. Alle diese Verfahren beruhen auf der Idee, die Antwort des Flugzeuges bzgl. einzelner aerodynamischer Elemente oder aerodynamischer Streifen zu berechnen und über die Spektraleigenschaften der Turbulenz, die sich durch die Autokorrelationsterme und Kreuzkorrelationen der Turbulenz zwischen den Positionen der Elemente ergeben, das Spektrum der Antwort und daraus die Standardabweichung zu bestimmen. In Etkin [17] werden die Gleichungen angegeben, die eine Darstellung der 2D Spektren der Antworten auf Turbulenz möglich machen, da die Luftkräfte und die Turbulenz in der Dimension von Wellenzahlen definiert werden. In der Literatur finden sich aber bisher keine Beispiele, die Ergebnisse dieses Ansatzes an einem exemplarischen oder auch realen Flugzeug zeigen. Alle diese Untersuchungen basieren auf linearen Gleichungen im Frequenzbereich, in den späten 80er Jahren wurde daher von der FAA eine neue Methode gesucht, die für nichtlineare Modelle verwendet werden kann. Das Ergebnis war die Entwicklung bzw. Anwendung der Matched Filter Theory (MFT) auf die Berechnung von Böenlasten. Sie beruht darauf, die Antwort des Flugzeuges auf einen Impuls zu berechnen. Die in der Zeit invertierte Inverse der Antwort wird dann mit einer Verzögerung als Eingangssignal im Zeitbereich verwendet und garantiert die maximale Last. Lee [36] zeigt die Anwendung für ein nichtlineares Modell, Zeiler [59] erläutert deren Anwendung zur Bestimmung der maximalen Strukturlasten. Diese Analysen werden alle für 1D Turbulenz durchgeführt. Die Simulation von kontinuierlicher Turbulenz im Zeitbereich für den 1D Fall wird heute [8] mit Formfiltern durchgeführt, die aus Gaußschem weißen Rauschen ein Geschwindigkeitssignal mit einem von Kármán Spektrum generieren. Ein Ansatz, 2D Effekte in der Simulation zu berücksichtigen, findet sich in McFarland [38]. Es wird eine Möglichkeit gezeigt, an drei Stellen am Flugzeug ein Geschwindigkeitssignal für 2D von Kármán Turbulenz zur Verfügung zu stellen. Durch die Auswahl der beiden Flügel und des Rumpfes ist es möglich, die Auswirkung von 2D Turbulenz auf die Rollbewegung zu studieren. Die Beschränkung auf drei Punkte gestattet es aber nicht, eine kontinuierliche Verteilung der Turbulenz über den Flügel zu berücksichtigen.

Die Turbulenzsimulation und der Entwurf mit modernen Regelungsentwurfsverfahren macht es notwendig, alle Luftkräfte einschließlich der Turbulenzluftkräfte im Zeitbereich zu beschreiben. Die Basis bilden sogenannte Einflußkoeffizienten - Matrizen, die die Luftkräfte tabelliert für unterschiedliche reduzierte Frequenzen beschreiben. Der Industriestandard ist heute, diese Kräfte mit der Doublet-Lattice zu berechnen. Es sollte aber besonders in Bezug zu den transsonischen Effekten [37] und der Ruderaerodynamik [47] eine Korrektur mit CFD Ergebnissen durchgeführt werden. Über Approximationsverfahren wie die Minimum State Methode von Karpel [32] werden die Übertragungsfunktionen für die Luftkräfte bestimmt. Speziell für die Turbulenzluftkräfte, die mit Laufzeiteffekten und Totzeiten zwischen dem Referenzpunkt und der Kraft auf das Flugzeug verbunden sind, wurde ein etwas modifizierter Ansatz von Goggin [21] vorgeschlagen. Mit den approximierten Luftkräften ist es möglich, Zustandsraummodelle im Zeitbereich aufzubauen, die der Standard in der Regelungstechnik sind.

Die in der Literatur verwendeten Modelle sind entweder rein flugmechanische, rein aeroelastische oder Modelle, die die Kopplung zwischen Flugmechanik und Aeroelastik enthalten. Die Verwendung eines gekoppelten Modells ist bei großen Flugzeugen notwendig und findet immer mehr Einzug in die Praxis [31], der prinzipielle Ansatz beruht auf generalisierten Koordinaten für die Starrkörperbewegung, die Elastik und den Ausschlag der Steuerflächen. Dabei existieren in der Literatur Unterschiede in der Formulierung, wie z.B. die Art des verwendeten Koordinatensystems, der Vereinfachungen in der Flugmechanik oder der berücksichtigten Kräfte wie Widerstand und Triebwerkskräfte. Eine detaillierte Beschreibung findet sich in Hanel [25] und Schuler [51]. In Hanel wird zusätzlich auf eine nichtlineare Implementierung der Flugmechanik eingegangen, eine Frage, die auch von Schmidt [50] untersucht wird.

Die bisher beschriebenen Modelle besitzen als Ausgang einen physikalischen Ausgang, wie z.B. die Beschleunigung an einer Stelle des Flugzeugs. Die Berechnung der Strukturlasten ist aber mit einzelnen Ausgangsgrößen nicht möglich, da sich die Strukturlasten immer aus einer Überlagerung von mehreren Ausgangsgrößen ergeben [28]. Ein Beispiel wäre das Biegemoment und die Torsion an der Flügelwurzel. Dieses Problem wird über zweidimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilungen gelöst, die die Standardabweichungen und die Korrelation von zwei Ausgängen des Systems beschreiben [20]. Es können mehrere Eingänge in das System verwendet werden, deren Korrelation dann aber über Kreuzspektren definiert sein muß. Diese Bedingung liefert gerade die Formulierung der 2D Turbulenz wie sie von Crimaldi [9], Eichenbaum [15] und Noback [43] vorgeschlagen wird. Die ermittelten Standardabweichungen und weiteren relevanten Größen können direkt in den Zulassungsvorschriften verwendet werden. Eine ähnliche Darstellung ist für die Matched Filter Theory [59] bekannt, aber nicht für die Beschreibung eines 2D Spektrums wie es von Etkin [17] verwendet wird.

1.3.2 Flugregelung und Aeroservoelastik

Der Einsatz von elektrischen Flugregelungssystemen (Fly by Wire) ist heute Standard im Flugzeugbau [8]. Die klassische Flugregelung gewährleistet Stabilität und gewünschte Flugeigenschaften. Das Ziel der Aeroelastikregelung ist die Senkung der Strukturbelastung, die Verbesserung des Passagierkomforts oder die Erhöhung der Flattergrenze. Die Verwendung eines Reglers für das sicherheitskritische Problem Flattern kann im Augenblick sicher noch nicht zugelassen werden, ist aber laufender Forschungsgegenstand [42]. Die Reduzierung der Lasten durch entsprechende Regelungssysteme wird heute schon für unterschiedliche Flugzeuge durchgeführt. Die Idee ist, Strukturschwingungen zu messen und auf die bestehenden oder zusätzliche Ruder zurückzuführen. Ein Beispiel ist das Gust Load Alleviation System für die A320 [8] und die Lockheed 1011-500 [10]. Es stellte sich heraus, daß die A320 auch ohne ein Gust Load Alleviation System (GLA) auskommt. Es wurde daher wieder deinstalliert, um Gewicht zu sparen. Für die L-1011 war die GLA Funktion jedoch erforderlich, um die Lasten in den Grenzen zu halten. Dornheim [10] verweist noch auf ähnliche Systeme zur Dämpfung der vertikalen und besonders lateralen Rumpfbiegungen für die Boeing 777 oder die A330/A340 Familie. Das Ziel ist hier im Besonderen die Verbesserung des Passagierkomforts, nicht die Reduzierung der Lasten. Das am weitesten entwickelte Gust Load Alleviation System findet sich jedoch im B2-Bomber [7,11]. Bei diesem System werden jedoch nicht die Strukturschwingungen gemessen, sondern der Anstellwinkel über Strömungsmesser. Damit kann ein Ruderausschlag generiert werden, bevor eine Reaktion des Flugzeuges auftritt. Es werden dabei drei Effekte erzeugt: 1.) Eine Nickbewegung entgegen der Richtung

der Turbulenz, diese wirkt im Frequenzbereich der Anstellwinkelschwingung; 2.) die Verringerung des Auftriebs durch eine gezielte Veränderung der Wölbung des Profils mit zwei Rudern, damit wird der Frequenzbereich bis 3 Hz und damit bis zur ersten symmetrischen Flügelbiegung abgedeckt; 3.) es wird die Flügelschwingung dadurch gedämpft, daß der gemessene zusätzliche Anstellwinkel mit einer von dem Ausschlag der inneren Ruder veränderten Phase auf das äußere Querruder gegeben wird. Diese Funktionen sind für den Betrieb des B2 - Bombers zwingend erforderlich, um die Lastgrenzen einzuhalten. Die Boeing 777 verwendet ein ähnliches System für die Seitenbewegung, gemessen wird dabei der Schiebewinkel [10]. Im Rahmen von Forschungsvorhaben wurden auch bei der DLR ähnliche Systeme [1,34] an konventionellen Flugzeugen untersucht, die aber nur im Frequenzbereich der Anstellwinkelschwingung eingesetzt wurden. Die Ergebnisse wurden in umfangreichen Flugversuchen mit einem Advanced Technology Testing Aircraft System (ATTAS) validiert. Eine wichtige Eigenschaft der Störgrößenaufschaltung ist, daß dadurch die Eigendynamik des Flugzeuges und damit auch die Handling Qualities nicht verändert werden. In diesem Zusammenhang sei darauf hingewiesen, daß von der Industrie neue Meßgeräte entwickelt werden, die Turbulenz weit entfernt vor dem Flugzeug über Laser-Messungen erfassen können. Das Meßprinzip erläutert Soreide [53], eine Simulation zeigt Robinson [45]. Durch die Interaktion des Regelungssystems mit dem Flugzeug ändern sich die Lasten, eine Frage, die sich auf die Zulassung auswirkt. Allgemeine Fragen in diesem Zusammenhang diskutiert Hockenhull [29] für das A320 Programm.

Die Struktur eines Reglers, der die Meßgrößen am Flugzeug zurückführt, kann mit verschiedenen bekannten Regelungsentwurfsverfahren entworfen werden. Die erste prinzipielle Unterscheidung, die gemacht wird, ist die Unterscheidung zwischen integralen Reglern, die im gesamten Frequenzbereich arbeiten, oder von getrennten Flugmechanik- und Aeroservoelastikreglern, bei denen Filter zur Trennung der Frequenzbereiche notwendig sind. Die Entscheidung für die eine oder andere Struktur ist Gegenstand laufender Untersuchungen [25,35], die besonders für Flugzeuge niedriger Strukturfrequenzen wichtig sind. Klassische Regler sind meist als Kaskaden SISO Regler aufgebaut, die entlang der physikalischen Gesetze der Flugmechanik entworfen werden und damit eine Struktur besitzen, die die Flugmechanik widerspiegelt. Die Verwendung moderner Regelungsentwürfen basierend auf dem H_{∞} -Entwurf, der μ -Synthese oder dem LMI-Verfahren, die aktueller Forschungsgegenstand sind, hat sich in der Praxis noch nicht durchgesetzt, obwohl sie vom Ansatz her erhebliche Leistungsverbesserungen gegenüber den bisherigen Entwürfen erwarten lassen. Ein solcher Entwurf, eine detaillierte Analyse und weitere Literatur dazu findet sich in Hanel [23][25], aber auch in Schuler [51]. Mit diesen Verfahren können MIMO Regler entworfen werden, die garantierte Robustheit gegenüber Modellunsicherheiten besitzen. Ein Nachteil dieser Verfahren ist, daß der Regler in jedem Fall die gleiche oder höhere Ordnung als das Entwurfsmodell hat und die Reglerstruktur physikalisch nicht mehr interpretierbar ist. Dies und die ausreichende Leistung der herkömmlichen Regler läßt erwarten, daß die Einführung der neuen Verfahren speziell im Hinblick auf die Zulassung im Bereich der Verkehrsflugzeuge kurzfristig nicht zu erwarten ist. Weitere gebräuchliche Verfahren sind klassische optimale Regelungsentwürfe wie die optimale Zustandsvektorrückführung (LQR), die optimale Zustandsvektorrückführung mit Beobachter (LQG) und die optimale Ausgangsvektorrückführung (LQY), die im Flugzeugbau auf Grund der direkten Verbindung zwischen Ausgang und Eingang verwendet werden sollte [35]. Dieses Verfahren kann zu einem Multi-Modell Entwurf erweitert werden [39,40] und ermöglicht somit ebenfalls einen robusten Entwurf. Der theoretische Robustheitsnachweis kann mit diesem Entwurf aber nicht gebracht werden, hier könnte evtl. eine Validierung mit modernen Verfahren wie der μ - Analyse durchgeführt werden. Die linear quadratischen Verfahren werden auch noch heute in der Forschung [42] und der Industrie [35] erfolgreich eingesetzt, für den B-2 Bomber [7] wurden damit die Verstärkungen berechnet und danach wieder jede einzelne Rückführung mit SISO-Verfahren untersucht [7].

1.4 Ziele und Schwerpunkte der Arbeit

Nach der Analyse der im vorherigen Kapitel beschriebenen Literatur kristallisierten sich im Themenkomplex Turbulenzmodellierung, Modellbildung und Regelung mehrere Punkte heraus, die untersucht werden. Die Ziele dabei sind:

- Beurteilung der Frage, ob 2D Böenfelder größere oder kleinere elastische Verformungen als 1D Böen erzeugen (wie in den geltenden Zulassungsvorschriften verlangt).
- Analyse, welche antisymmetrischen Eigenformen durch die 2D Böenfelder angeregt werden. Quantitative Ermittlung der Lastspitzen auf Grund der 2D Böenfelder und Identifizierung der Unterschiede zum 1D Fall.
- Entwicklung einer Zeitsimulation für 2D Böenfelder, falls sich ein erheblicher Unterschied zwischen dem 1D und 2D Böenfall ergibt.
- Untersuchung der Frage, ob eine Dämpfung der symmetrischen und antisymmetrischen Eigenformen mit einem Regler möglich ist. Robuste Auslegung eines statischen Reglers, der die Strukturschwingungen infolge Böeneinfluß reduziert. Verifizierung des Reglers im Zeitbereich und Frequenzbereich.

Um diese Fragen beantworten zu können, werden verschiedene Studien durchgeführt und Lösungen entwickelt. Die Darstellung der physikalischen Antwort des Flugzeugs als 2D Spektrum der Antwort wird zuerst vorgenommen, um eine Beurteilung der Auswirkung von 2D Turbulenz zu zeigen. In der bisherigen Literatur finden sich dazu keine Beispiele. Die Ergebnisse in der Literatur reduzieren den Einblick in die Zusammenhänge, da auf Grund der Verwendung der Kreuzkorrelationen nur eine eindimensionale Darstellung des Ausgangsspektrums möglich ist. Die Anwendung der 2D Turbulenz in der gezeigten Form ist nur durch die Verwendung eines Vollmodells möglich, es wurden daher die Modelle, die in Hanel [25] für die Längs- und Seitenbewegung beschrieben werden, überarbeitet. Ansonsten wurde aber ein identischer Modellaufbau in der linearisierten Form verwendet.

Der zweite wichtige Beitrag ist die Entwicklung eines 2D Turbulenzmodells, das nicht nur in der Spektralanalyse verwendet wird, sondern auch in Zustandsraummodelle integriert werden kann. Dies ermöglicht die Simulation von 2D Turbulenz im Zusammenhang mit dem Flugregelungsentwurf oder der Verwendung auf Flugsimulatoren. In der Literatur läßt sich bis jetzt kein Ansatz finden, der dies ermöglicht. Die Ausnahme bildet die Arbeit von McFarland [38], dieses Modell kann aber die Turbulenzgeschwindigkeit an maximal drei Positionen beschreiben.

Die Gleichungen, die im Bereich der Flugmechanik und Flugregelung verwendet werden, liefern Verschiebungen, Geschwindigkeiten oder Beschleunigungen am Schwerpunkt. Die Erweiterung mit Strukturschwingungen ermöglicht es, diese Größen zusätzlich für Strukturfreiheitsgrade, die im dynamischen Modell enthalten sind, bereitzustellen. Die eigentliche Analyse der Lasten ist aber durch einen Spannungszustand gegeben, der sich aus der Überlagerung der bisherigen Größen ergibt. Dieser Zusammenhang ist nichtlinear und kann daher nicht in den Frequenzbereichsmodellen oder Zustandsraummodellen verwendet werden. Die einzelnen Spannungsanteile im Elementkoordinatensystem sind aber linear abhängig von der berechneten Verformung. In dieser Arbeit werden die Größen sowohl in das Frequenzbereichsmodell als auch das Zustandsraummodell implementiert. Ein Beispiel für den letzteren Fall wurde in der Literatur nicht gefunden, ergibt sich aber, ohne daß Modifizierungen am Modell notwendig sind. Im Allgemeinen wird der modale Ansatz bis jetzt nur für die modale Trimmlösung verwendet [30], nicht aber für den instationären Fall, der hier gezeigt wird.

Die Standardabweichungen und Korrelationskoeffizienten zwischen zwei Ausgangsgrößen definieren die Lastfälle in den Zulassungsvorschriften. Es wird gezeigt, daß der Ansatz, der für die Implementierung der 2D Turbulenz in das Zustandsraummodell verwendet wird, für diese Fragestellung übernommen werden kann. Mit der in dieser Arbeit entwickelten Modifizierung des 2D Turbulenzmodells lassen sich somit alle wichtigen Problemstellungen umfassend untersuchen und bilden einen in sich schlüssigen Ansatz.

Abschließend werden noch die Möglichkeiten der Lastreduzierung und Komfortverbesserung mit Regelungssystemen, die sowohl eine Rückführschleife als auch eine direkte Aufschaltung der Störungen besitzen, untersucht. Es werden dabei Verfahren angewandt, die auf Grund ihrer Struktur das Potential haben, in den heutigen Flugregelungssystemen eingesetzt zu werden. Im Zusammenhang mit dieser Untersuchung wird speziell auf die Auswirkung der 2D Turbulenzmodellierung eingegangen. Die Regler werden im Zustandsraum entworfen, für die Validierung werden sie jedoch auch wieder in die Frequenzbereichsmodelle in der Form der Flattergleichung implementiert. Dieser Schritt ist natürlich nur möglich für lineare Regelungssysteme. Als Regelungsentwurfsverfahren wird ein Multi-Modell linear quadratischer Ansatz verwendet.

Ein Teil der Ergebnisse für 2D Turbulenz [57] und die Herleitung des 2D Zustandsraummodells für das von Kármán Spektrum [58] wurden bereits veröffentlicht.

1.5 Aufbau der Arbeit

Die Arbeit ist entsprechend der bisher beschriebenen Fragestellungen gegliedert, zusätzlich werden die wichtigsten Gleichungen aufgeführt, die zur Modellierung des flexiblen Flugzeuges verwendet wurden. Die Arbeit hat somit folgenden Aufbau:

- Darstellung der wichtigsten Gleichungen für das Flugzeug ohne Turbulenz und Regelungssystem in der Flattergleichung und als Zustandsraummodell (Kapitel 2)
- Erweiterung der Modelle um 2D Turbulenz (Kapitel 3)
- Erweiterung der Modelle um Ausgänge für die Spannungsmessung (Kapitel 4)

- Analyse des ungeregelten Modells im Hinblick auf 2D Turbulenz (Kapitel 5)
- Entwurf eines Flugreglers und Aeroservoelastikreglers, zusätzliche Berücksichtigung einer Störgrößenaufschaltung (Kapitel 6)
- Analyse des geregelten Systems in Bezug auf Turbulenz (Kapitel 7)
- Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse

Eine Literatursammlung und zusätzliche ausgewählte Ergebnisse im Anhang schließen die Arbeit ab. Ein spezielles Kapitel im Anhang widmet sich noch der Transformation der Luftkräfte. Diese ist notwendig, da die Doublet Lattice Methode die Kräfte im aerodynamischen System zur Verfügung stellt, die Flugzeugdynamik aber im flugzeugfesten Koordinatensystem beschrieben wird.

2 Modellierung eines flexiblen Flugzeuges

2.1 Begriffe

Die Analyse der Flugdynamik und die Entwicklung von Flugreglern wird im Allgemeinen unter der Annahme durchgeführt, daß das Flugzeug ein starrer Körper sei. Eine weitere Vereinfachung der Analyse kann in den meisten Fällen durch eine getrennte Betrachtung der symmetrischen und antisymmetrischen Bewegung, die schwach gekoppelt sind, erreicht werden. Man erhält die flugmechanischen Bewegungsgleichungen des Flugzeuges bzgl. des Schwerpunktes in der Längs- und Seitenbewegung. Die am Flugzeug angreifenden Kräfte werden durch Kraft- und Momentenbeiwerte beschrieben, die sich z.B. aus Flugversuchen oder Windkanalmessungen bestimmen lassen. Die Differentialgleichungen der Flugmechanik sind im Allgemeinen nichtlinear. Für kleine Auslenkungen von einem stationären Flugzustand können sie linearisiert werden. Das linearisierte Modell kann in die Zustandsraumdarstellung mit festen Koeffizienten, die die Standarddarstellung in der Regelungstheorie ist, transformiert werden. In dieser Form ist es für Simulationen und viele Regelungsentwurfsverfahren geeignet. Die Beschreibung der Flugdynamik in der beschriebenen Art wird im Folgenden als *flugmechanisches Modell* bezeichnet.

Das Fachgebiet der Aeroelastik untersucht die Auswirkungen der Elastizität des Flugzeuges und ihre Kopplung mit den aerodynamischen Kräften. Die klassische Aufgabe ist die Berechnung der Flattergrenze, weitere wichtige Analysen sind die stationäre Verformung sowie Turbulenz- und Böenantworten. Die Beschreibung des Systems wird mit Gleichungen realisiert, die ihren Ursprung in der Strukturdynamik und der Aerodynamik haben. Sie unterscheiden sich von den Gleichungen, die für den Reglerentwurf und die Simulation des flugmechanischen Modells verwendet werden. Die Beschreibung der elastischen Bewegung erfolgt im Folgenden unter der Bezeichnung *aeroelastisches Modell*.

Der Begriff *integrales Modell* beschreibt die Integration des flugmechanischen und aeroelastischen Modells in einem gemeinsamen Modell; damit ist es möglich, die Kopplung zwischen elastischen und flugmechanischen Freiheitsgraden zu untersuchen. Ein gemeinsames Modell ermöglicht es, aeroelastische Effekte beim Flugregelungsentwurf und der Simulation zu berücksichtigen oder umgekehrt die Auswirkungen flugmechanischer Freiheitsgrade auf die aeroelastischen Freiheitsgrade zu bestimmen. Dabei entsteht die Notwendigkeit, die unterschiedlichen Modellierungsansätze ineinander zu überführen. Im Folgenden werden die wichtigsten Grundlagen aufgeführt. Weitere Details werden in Hanel [25] und Schuler [51] beschrieben.

2.2 Dynamik

2.2.1 Bezugssysteme

Die Wahl des Bezugssystems hängt von den zu analysierenden Größen ab. Für ein Flugzeug im Reiseflug sind das geodätische, das aerodynamische und das körperfeste Koordinatensystem von Bedeutung, die Rotation und die Krümmung der Erde werden vernachlässigt. Die Flugbahn wird im geodätischen System beschrieben, die am Flugzeug angreifenden aerodynamischen Kräfte werden naturgemäß am besten in aerodynamischen Koordinaten beschrieben. Für Zwecke der Flugregelung ist wiederum ein flugzeugfestes Koordinatensystem vorteilhaft. Dieses wird in dieser Arbeit verwendet, um die dynamischen Gleichungen zu beschreiben. Der Ursprung des flugzeugfesten Koordinatensystems wird auf einen Punkt im vorderen Rumpfbereich in der Nähe des Schwerpunktes gelegt. Die am Flugzeug angreifenden Kräfte sind dementsprechend zu transformieren. Die verwendeten Größen entsprechen DIN 9300.

2.2.2 Modellierung der Elastik und Starrkörperdynamik

Strukturen komplexer Geometrie (wie z.B. Flugzeuge) können mit FE-Methoden analysiert werden. Die Struktur wird durch einfache Basiselemente wie Schalenelemente oder Balken aufgebaut, deren Verhalten exakt beschrieben werden kann. Unter Berücksichtigung der geometrischen Randbedingungen wird die Steifigkeit des Gesamtsystems bestimmt. An den diskreten Punkten greifen massenbedingte Trägheitskräfte an, dazu kommen zusätzlich äußere Kräfte wie Luftkräfte. Eine kontinuierliche Massenverteilung wird in diesem Modell nicht verwendet. Für kleine Deformationen kann das Verhalten einer Flugzeugstruktur, die hauptsächlich aus Aluminium und Verbundwerkstoffen besteht, als linear angenommen werden, damit besitzt die Steifigkeitsmatrix konstante Koeffizienten.



Bild 2.1: Finite Elemente Modell des Flugzeuges

Ein elastisches Flugzeug verformt sich im stationären Flug unter dem Einfluß äußerer Kräfte wie der Gewichtskraft, der aerodynamischen Kräfte und der Antriebskräfte. Dieses stationäre Gleichgewicht beschreibt die Gleichung

$$K_s \dot{z}_s = \vec{f}_s \tag{2.1}$$

mit der Steifigkeitsmatrix K_s , dem Vektor der Knotenpunktverschiebungen \dot{z}_s und dem Lastvektor \vec{f}_s .

Die Berechnung des instationären Verhaltens der Struktur erfordert die Berücksichtigung der inertialen Kräfte, die äußeren Kräfte sind ebenso instationär. Damit ergibt sich die Gleichung

$$M_s \ddot{\vec{z}}_s + K_s \dot{\vec{z}}_s = \vec{f}_s \tag{2.2}$$

mit der Massenmatrix M_s . Die Lösung dieses Gleichungssystems ist aufwendiger als die statische Lösung, es ist daher notwendig die Dimension des Systems auf ein sinnvolles Maß zu reduzieren. Verwendung findet die Methode der statischen Kondensation (Reduktionsverfahren von Guyan [22]). Der Verschiebungsvektor reduziert sich auf den Vektor \dot{z}_a der Freiheitsgrade des dynamischen Systems, ebenso ergeben sich die neue Massenmatrix M_a , die Steifigkeitsmatrix K_a und der Lastvektor \vec{f}_a .



Bild 2.2: Freiheitsgrade des dynamischen Modells nach der statischen Kondensation

Mit dem Separationsansatz $\dot{z}_a = \Phi e^{\lambda t}$ wird die homogene Differentialgleichung ($\dot{f}_a = 0$) gelöst, es ergibt sich die Matrix der Eigenformen Φ mit den Eigenfrequenzen λ . Die physikalischen Größen können abhängig von den generalisierten Koordinaten \dot{q} dargestellt werden:

$$\dot{z}_a = \Phi \dot{q} \qquad \dot{z}_a = \Phi \dot{\dot{q}} \qquad \ddot{z}_a = \Phi \ddot{\dot{q}}.$$
 (2.3)

Es wird angenommen, daß die Strukturverformung durch die generalisierten Koordinaten \dot{q} mit den niedrigsten Frequenzen beschrieben werden kann, in der Matrix Φ werden daher nur diese Eigenvektoren berücksichtigt. Die Bewegungsgleichung wird auf generalisierte Koordinaten umgestellt:

$$\Phi^{T} M_{a} \Phi \ddot{\ddot{q}} + \Phi^{T} K_{a} \Phi \ddot{q} = \Phi^{T} \vec{f_{a}} \qquad \Rightarrow \qquad M_{q} \ddot{\ddot{q}} + K_{q} \ddot{q} = \vec{f_{q}}.$$
(2.4)

Ein im Vakuum frei schwingendes System besitzt sechs modale Freiheitsgrade, denen keine Steifigkeit zugeordnet werden kann (Frequenz $\lambda = 0$), diese sollen für die Beschreibung der Starrkörperbewegung, d.h. der Flugmechanik, verwendet werden. Diese Eigenformen werden daher mit den Einheitsverschiebungen und den Einheitsrotationen um den Bezugspunkt des flugmechanischen Systems belegt.

Steuerflächen

Wie für die Starrkörperformen werden auch für die Steuerflächen zusätzliche Formen generiert, diese werden zur Matrix der Eigenvektoren $\Phi = \left[\Phi_r \ \Phi_e \ \Phi_R\right]$ hinzugefügt. Die Dynamik des Systems Steuerfläche wird damit als dynamisches System 2. Ordnung berücksichtigt. Die generalisierte Steifigkeit und Masse sind durch die Steuerfläche vorgegeben.

Strukturdämpfung

Gleichung (2.2) vernachlässigt die Dämpfung der Struktur. Für die Modellierung von Strukturdämpfung gibt es mehrere Ansätze, in diesem Fall wird die Theorie der modalen Dämpfung verwendet, d.h. jede Eigenform wird mit einem Dämpfungsparameter ζ_{mod} versehen und die Eigenformen bleiben entkoppelt:

$$B_{q} = \begin{bmatrix} \dots & 0 & 0 \\ 0 & 2\zeta_{mod} \sqrt{\frac{K_{q_{i}}}{M_{q_{i}}}} & 0 \\ 0 & 0 & \dots \end{bmatrix}.$$
 (2.5)

In dieser Gleichung ist K_{q_i} die Steifigkeit und M_{q_i} die Masse einer generalisierten Koordinate q_i . In Kapitel 4.2.3 findet sich eine detaillierte Diskussion verschiedener Dämpfungsmodelle.

2.3 Aerodynamik

Im Reiseflug stellen aerodynamische Kräfte neben den Gravitationskräften die wichtigsten auf das Flugzeug wirkenden äußeren Kräfte dar. Es sind stationäre und instationäre Luftkräfte zu modellieren. Aerodynamische Kräfte werden dabei sowohl durch die Bewegung des Flugzeuges als auch durch die Bewegung der Luft gegenüber dem Flugzeug (Böen, Turbulenz, Wind) erzeugt. Diese Modellierung geschieht mit der Doublet-Lattice Methode, Grundlage bildet die Annahme eines kompressiblen reibungslosen Fluids. Eine detaillierte Beschreibung findet sich in Försching [19].

2.3.1 Die Doublet-Lattice Methode

Die Berechnung der aerodynamischen Kräfte auf ein diskretisiertes lineares Strukturmodell sollte ebenso mit einem diskretisierten linearen aerodynamischen Verfahren erfolgen. Die Doublet-Lattice Methode wurde mit diesem Ziel von E. Albano und W.P. Rodden entwickelt [2]. Die aerodynamische Fläche wird mit diskreten Auftriebsflächen modelliert, für die Drücke und Kräfte berechnet werden.



Bild 2.3: Aerodynamisches Modell des Flugzeuges (aerodyn. Elementarflächen)

Die Berechnung basiert auf der Integralgleichung der subsonischen Tragflächentheorie und deren Lösung für harmonisch schwingende Flächen in dreidimensionaler Strömung. Die Luftkräfte werden für eine limitierte Anzahl von Machzahlen Ma = V/a und reduzierten Frequenzen

$$k = \frac{\omega c}{V} \tag{2.6}$$

berechnet. Diese hängen von der Anströmgeschwindigkeit V, der Frequenz ω und der Referenzgröße c (z.B. Halbspannweite) ab. Die Luftkräfte können nicht als analytische Funktionen der reduzierten Frequenzen k definiert werden, sondern sie liegen als tabellierte Werte vor. Das Ergebnis der Berechnung ist die Matrix der Einflußkoeffizienten A(Ma, k). Der Abwind an den aerodynamischen Elementarflächen

$$\vec{w} = VA\overline{\Delta c}_p, \qquad (2.7)$$

ergibt sich abhängig von den Druckbeiwerten $\overrightarrow{\Delta c_p}$ an allen aerodynamischen Elementarflächen. In der Berechnung der Luftkräfte werden damit die Interferenzen der aerodynamischen Flächen berücksichtigt. Für eine Verwendung in den Bewegungsgleichungen ist die Kenntnis der Kräfte und Momente notwendig. Diese erhält man durch die Integration des Druckes

$$\vec{f}_k = p_d S \vec{\Delta c}_p \tag{2.8}$$

über die Fläche der aerodynamischen Elemente. Der Vektor \vec{f}_k beschreibt die Auftriebskraft und das Moment in der Mitte der aerodynamischen Elemente. Die Druckbeiwerte $\overline{\Delta c}_p$ gelten auf der 1/4 Linie und der Auftrieb wird an dieser Position bestimmt. Die Integration wird mit der Integrationsmatrix *S* durchgeführt, zusätzlich muß der Staudruck p_d berücksichtigt werden. Der Abwind an den Elementen

$$\vec{w} = V(D_1 + jkD_2)\dot{z}_k \tag{2.9}$$

muß auf der 3/4 Linie der aerodynamischen Elementarflächen die Abwindbedingung erfüllen, d.h. der Abwindwinkel \vec{w}/V entspricht dem Anstellwinkel der aerodynamischen Elementarflächen. Die Matrizen D_1 und D_2 , die letztendlich die substantielle und zeitlich Differentiation beschreiben, können für den harmonischen Ansatz fest vorgegeben werden. Der Vektor \dot{z}_k beschreibt eine Verschiebung und eine Rotation im Koordinatensystem der aerodynamischen Elemente. Werden obige Gleichungen zusammengefaßt, ergibt sich:

$$\vec{f}_k = p_d S A^{-1} (D_1 + jk D_2) \dot{x}_k = p_d Q_k (k, Ma) \dot{z}_k.$$
(2.10)

Diese Gleichung beschreibt die Kräfte an den einzelnen aerodynamischen Elementen abhängig von der Verformung aller Elemente. Die Matrix der Einflußkoeffizienten Q_k , die abhängig von der reduzierten Frequenz k und der Machzahl Ma ist, bildet die Basis für alle weiteren Untersuchungen.

2.3.2 Generalisierung der aerodynamischen Einflußkoeffizienten

Bevor die Luftkräfte auf generalisierte Koordinaten umgestellt werden, wird eine erste Korrektur der Doublet-Lattice Kräfte durchgeführt, dies betrifft die Luftkräfte am Rumpf. In dem vorliegenden Modell werden die Rumpfluftkräfte über senkrecht zueinander stehende aerodynamische Elementarflächen modelliert. Diese Modellierung liefert gegenüber der Realität zu hohe Luftkräfte, für den Fall der Rotation um die Längsachse entstehen Luftkräfte, die in der Realität gar nicht vorhanden sind. Um diese beiden Effekte zu eliminieren, wird eine Skalierung der Luftkräfte mit dem Faktor 0,5 durchgeführt, weiterhin werden über Gleichung (2.9) die Luftkräfte so modifiziert, daß die Rollbewegung keine Luftkräfte am Rumpf erzeugt. Die Matrix Q_k ändert sich dementsprechend. Diese Korrekturen beruhen auf praktischer Erfahrung [51], mit Messungen sollte daher noch validiert werden, wie sich die Approximation auf Flugmechanik und Aeroelastik auswirkt.

Die Diskretisierung der Modelle für die Strukturdynamik und für die Aerodynamik erfordert eine sehr unterschiedliche Anzahl von Freiheitsgraden, um die gewünschte Genauigkeit zu erreichen. Im linearen Fall kann über Interpolationsmatrizen eine Deformation eines Systems in die Deformation eines anderen Systems übertragen werden, die Matrix G_{ka} beschreibt in diesem Fall die Interpolation zwischen den dynamischen Freiheitsgraden des Strukturmodells und den aerodynamischen Freiheitsgraden. Die Matrix der aerodynamischen Einflußkoeffizienten Q_q , die die Luftkräfte abhängig von den Eigenformen der Struktur beschreibt, erhält man damit aus der Matrix der aerodynamischen Einflußkoeffizienten an den aerodynamischen Freiheitsgraden Q_k (s. Gleichung (2.10) mit

$$Q_q = \Phi^T G_{ka}^T Q_k(k, Ma) G_{ka} \Phi.$$
(2.11)

Diese Kräfte werden im aerodynamischen System der Doublet-Lattice Methode beschrieben, bei einem stationären Anstellwinkel von $\alpha = 0$ und einem stationär getrimmten Flug $\gamma = 0$ fällt das aerodynamische Koordinatensystem mit einem erdfesten Koordinatensystem zusammen. Die durch die Einheitstranslationen und Einheitsrotationen der Starrkörperbewegung erzeugten Kraftkoeffizienten in der Matrix Q_q beschreiben daher die Luftkräfte im erdfesten Koordinatensystem. Diese Gleichungen enthalten nicht die Luftkräfte, die durch die stationären flugmechanischen Derivative gegeben sind. Diese Anteile werden bei der Trimmrechnung erzeugt.

2.3.3 Trimmrechnung und Widerstandskräfte

In der Trimmrechnung [46] wird ein stationäres Gleichgewicht zwischen den Gravitationskräften und den Luftkräften hergestellt, es resultiert eine stationäre Verformung der Struktur. Weiterhin können lokale stationäre Kraftbeiwerte an den aerodynamischen Elementen berechnet werden. Diese können für die Berechnung der Widerstandskräfte, die für die Beschreibung der Flugmechanik notwendig sind, verwendet werden. In der Trimmrechnung wird eine zweite Korrektur der Doublet-Lattice Luftkräfte verwendet, diese betrifft den Wölbungseinfluß.

Wölbung

Ohne die stationäre und instationäre Deformation des aerodynamischen Systems liegen die aerodynamischen Flächen parallel zur Strömung, es wird damit noch kein Auftrieb erzeugt. In der Realität sind Auftriebsflächen keine ebenen Flächen, wie in der Doublet-Lattice Methode modelliert, sondern Profile, die gewölbt sind und gegenüber dem Flugzeug einen zusätzlichen Anstellwinkel, den Einstellwinkel $\alpha_{0_{Profil}}$ besitzen. Die Wölbung resultiert in einem lokalen Anstellwinkel $\alpha_{W\"olbung}$ zwischen Skelettlinie und Sehne.



Bild 2.4: Flügelprofil am Flugzeug ohne Deformation auf Grund von Luftkräften

Dadurch erzeugt das Profil einen Nullauftrieb, der unabhängig vom Anstellwinkel α des Flugzeuges ist. Es läßt sich der lokale Abwind

$$\vec{w}_{\text{W\"olbung}} = \left[\dots \left(\alpha_{0_{\text{Profil}}}(y_{p_i}) + \alpha_{\text{W\"olbung}}(x_{p_i}, y_{p_i}) \right) V \dots \right]^t$$
(2.12)

an einem Panel im Kollokationspunkt bestimmen, der zusätzlich zum Abwind auf Grund der Verformung des aerodynamischen Systems (2.9) entsteht. Dieser Einfluß wird berücksichtigt in der Berechnung des stationären Auftrieb A_0 und Anstellwinkels α_0 an jeder aerodynamischen Fläche. Die Kräfte werden entsprechend Gleichung (2.10) bestimmt, dabei gilt k = 0. Die Matrix Q_k , die die Kräfte abhängig von der Verformung beschreibt, wird dabei zunächst nicht verändert, sie beschreibt weiterhin nur den Auftrieb und entsprechende Momente an den aerodynamischen Elementen. Im stationären Flug kann der induzierte Widerstand mit $W_0 \approx A_0 \alpha_0$ angenähert werden, wie von Schuler [51] vorgeschlagen. Kleine Abweichungen vom Trimmzustand werden mit der Näherung erster Ordnung $\delta W = A_0 \delta \alpha + \alpha_0 \delta A$ berechnet. Damit kann an jedem aerodynamischen Element zusätzlich ein Widerstandsterm erzeugt werden. Dieser wird den Matrizen der Einflußkoeffizienten Q_k und Q_q hinzugefügt, die nun zusätzlich vom Trimmpunkt abhängen. Die Dimension der Matrizen Q_k und G_{ka} muß dazu entsprechend erweitert werden [26]. Dieser Ansatz zur Berechnung des induzierten Widerstandes vernachlässigt die Saugkraft in Strömungsrichtung, die einen stark nichtlinearen Verlauf über der Spannweite aufweist. Mit der Doublet-Lattice Methode kann die Saugkraft an der Flügelvorderkante nicht berechnet werden, daher sind die Widerstandskräfte als Näherung zu verstehen und müssen mit Messungen abgeglichen werden. Die Kräfte in Flugrichtung haben auf die Analyse der vertikalen und lateralen Turbulenz, die in dieser Arbeit durchgeführt wird, einen geringen Einfluß. Aus diesem Grund kann die Vernachlässigung der Saugkraft toleriert werden.

Mit den stationären Werten W_0 und A_0 an den einzelnen aerodynamischen Elementen werden außerdem der stationäre Widerstandsbeiwert c_{W0} , der Auftriebsbeiwert c_{A0} , der Momentenbeiwert c_{m0} und der Beiwert für die elastische Verformung $c_{q_{e0}}$ berechnet. Mit diesen Beiwerten werden zusätzliche von der Fluggeschwindigkeit abhängige linearisierte Luftkräfte in die Matrix Q_q aufgenommen, siehe Anhang A. Die Luftkräfte enthalten somit die stationären Derivative für den getrimmten Flug und alle zusätzlichen Derivative für eine Variation um $\alpha = 0$. Diese Vereinfachung ist für kleine stationäre Anstellwinkel möglich.

2.3.4 Transformation der aerodynamischen Kräfte auf das flugzeugfeste Koordinatensystem

Die Berechnung der Luftkräfte auf die künstlich implementierten Starrkörperformen liefert die Luftkräfte im erdfesten System. Für Messungen am Flugzeug oder die Darstellung der Flugbewegung in Flugsimulatoren ist die Darstellung der Zustandsgrößen der Flugmechanik im flugzeugfesten Koordinatensystem erforderlich. Die Strukturformen sind ebenso im flugzeugfesten Koordinatensystem definiert. Es kann gezeigt werden, daß durch eine lineare Transformation der Matrix Q_q die modalen Luftkräfte in das flugzeugfeste Koordinatensystem überführt werden können, die Details finden sich in Hanel [25] und für die Längsbewegung im Anhang A. Dies ist eine lineare Transformation, die auf die Matrix der aerodynamischen Einflußkoeffizienten Q_q^f im flugzeugfesten System führt. Das flugzeugfeste System in dieser Arbeit entspricht dem Stabilitätsachsensystem, da die verwendeten modalen Luftkräfte Q_q^f den stationären Anstellwinkel beinhalten.

2.4 Aufbau des integralen Modells

Die Bewegungsgleichungen für das integrale Modell werden auf Grund der tabellierten Luftkräfte zuerst im Frequenzbereich aufgebaut. Mit den Eulerkräften und den Triebwerkskräften wird das Modell noch um die wichtigsten Kraftkomponenten vervollständigt.

2.4.1 Eulergleichungen

Die Verwendung eines mit dem Flugzeug mitbewegten Systems erfordert die Berücksichtigung der Beschleunigung des Flugzeugkoordinatensystems gegenüber dem inertialen Koordinatensystem und die Darstellung der Gravitation in flugzeugfesten Koordinaten [16], man erhält die linearisierten Eulerkräfte

$$\hat{f}_{E}^{f} = \left[f_{x_{E}} f_{y_{E}} f_{z_{E}} \dots \right]^{t} = T_{E\dot{q}} \dot{\bar{q}} + T_{Eq} \dot{\bar{q}}$$

$$f_{x_{E}}^{f} = m(qw - rv + g\theta)$$

$$f_{y_{E}}^{f} = m(ru - pw - g\phi)$$

$$f_{z_{E}}^{f} = m(pv - qu)$$
(2.13)

Nur die Terme *mru* und *mqu* mit $u \approx V$ haben eine Einfluß auf die Kraftgleichung neben den Gravitationskräften. Die generalisierten Matrizen $T_{E\dot{q}}$, T_{Eq} sind entsprechend besetzt, die Nickrate *q* und Gierrate *r* entsprechen der fünften und sechsten generalisierten Koordinate im Vektor $\dot{\ddot{q}}$.

2.4.2 Triebwerkskräfte

Zur Herstellung des statischen und dynamischen Gleichgewichts in Längsrichtung ist die Einbeziehung der Schubkräfte erforderlich. Die elastische Verformung des Flugzeuges, besonders des Flügels und der Pylone, führt dazu, daß sich die Richtung des Schubvektors verändert. Der induzierte Widerstand ist wiederum von den lokalen Strömungsverhältnissen abhängig. Weiterhin müssen die Einbauwinkel der Triebwerke beachtet werden. Werden alle Kräfte am Triebwerk zusammengefaßt und wird eine Generalisierung und Linearisierung [25], [51] durchgeführt, ergibt sich der Zusammenhang

$$\vec{f}_T^{f} = T_{Tq}\dot{q} + T_{T\dot{q}}\dot{\dot{q}} + T_{Tu}\vec{u}_T, \qquad (2.14)$$

mit den Kräften abhängig von Flugzeugbewegung $T_{T\dot{q}}\dot{\dot{q}}$ und Deformation $T_{Tq}\dot{q}$ und der Schubhebelstellung $T_{Tu}\vec{u_T}$.

2.4.3 Unberücksichtigte Kräfte

An einem Flugzeug greift eine große Anzahl von Kräften an, deren vollständige Berücksichtigung zu einem sehr großen Aufwand führt, je nach Anforderung (Flugzustand, Flugzustandsvariation) muß daher eine Auswahl getroffen werden. Eine detaillierte Analyse und Bewertung aller am Flugzeug angreifenden Kräfte findet sich in Hanel [25]. Alle Kräfte, die bisher nicht aufgeführt wurden, werden vernachlässigt, dazu gehören Korioliskräfte, Zentripedalkräfte, verformungsabhängige Änderung der Trägheitsmomente, etc.. Es ist daran zu erinnern, daß im Rahmen dieser Untersuchungen nur lineare Abweichungen vom Trimmzustand betrachtet werden.

2.4.4 Analyse des Modells im Frequenzbereich

Die höchste Genauigkeit im linearen Bereich bietet die Analyse des Modells im Frequenzbereich, da die Amplituden und Phasen entsprechend des harmonischen instationären Ansatzes, der für die Doublet-Lattice Methode verwendet wird, modelliert werden können. Die Berücksichtigung der Dämpfungskräfte (2.5), der Luftkräfte (2.11), der Triebwerkskräfte (2.14) und der Eulerkräfte (2.13) in Gleichung (2.4) führt nach erfolgter Laplace-Transformation auf das gekoppelte aeroelastische Problem

$$(M_q s^2 + (B_q - T_{T\dot{q}} - T_{E\dot{q}})s + (K_q - T_{Eq} - T_{Eq}) - p_d Q_q^f(k, Ma))\dot{q} = \vec{f}_q^{f}, \qquad (2.15)$$

mit den äußeren Kräften für die Steuerungen und Störungen \vec{f}_q^{f} . Obige Gleichung wird ohne den inhomogenen Anteil \vec{f}_q^{f} in der Aeroelastik als Flattergleichung bezeichnet. Die Kopplung zwischen den Eigenformen, d.h. auch zwischen Flugmechanik und Aeroelastik, wird durch die Matrix der aerodynamischen Einflußkoeffizienten Q_q^f verursacht. Die Lösung des Eigenwertproblems muß iterativ durchgeführt werden, da die aerodynamischen Kräfte von der reduzierten Frequenz abhängen. Wird $Re(s) \ge 0$ für einen Eigenvektor, tritt Flattern auf. In Gleichung (2.15) ist der Zusammenhang k = (c/V)Im(s) zwischen reduzierter Frequenz k und Laplace Variable s zu beachten.

Die Berechnung der Übertragungsfunktionen des Frequenzbereichsmodells basiert ebenso auf Gleichung (2.15), für diesen Fall gilt $s = j\omega$. Der inhomogene Anteil beschreibt die Kräfte, die sich aus den Eingängen oder Störungen ergeben. Die Gleichung wird für die modalen Zustände aufgelöst und man erhält die SISO - Übertragungsfunktionen von einem Eingang auf die modalen Zustände. Im Allgemeinen interessiert man sich aber für die physikalischen Größen, daher werden die modalen Zustände auf die physikalischen Zustände umgerechnet (2.3). Es ist hierbei zu beachten, daß sich die Messungen für die Beschleunigungen der Sensoren von den physikalischen Zuständen unterscheiden, da die Gravitation nicht gemessen und ein nicht-inertiales Bezugssystem verwendet wird. Die Beschleunigungen auf Grund der Rotation des Koordinatensystems werden daher wieder subtrahiert:

$$\ddot{\vec{q}} = (s^2 - T_{Eq}s - T_{Eq})\dot{\vec{q}}.$$
(2.16)

2.5 Transformation des integralen Modells in den Zeitbereich

Für Simulationen und verschiedene Regelungsentwurfsverfahren besteht die Notwendigkeit der Darstellung des Systemmodells in linearer zeitinvarianter Zustandsform. Ohne die instationären Luftkräfte könnte die Differentialgleichung (2.15) direkt in ein Zustandsraummodell überführt werden. Die instationären Luftkräfte müssen noch transformiert werden, um sie in das Zustandsraummodell zu integrieren.

2.5.1 Approximation der instationären Luftkräfte

Die Abhängigkeit der instationären Luftkräfte Q_q^f von der reduzierten Frequenz beschreibt die Eigenschaft, daß die durch Verformungen des Flugzeuges hervorgerufenen Luftkräfte mit einer zeitlichen Verzögerung auf das Flugzeug wirken. Weiterhin bestehen feste Totzeiten, die zum Beispiel durch Laufzeiteffekte entlang des Flugzeuges auftreten. Diese Verzögerungseffekte werden in das System mit zusätzlichen Zuständen eingeführt, sie werden aerodynamische Zustände oder *Lag States* genannt. Mit einer zunehmenden Anzahl von aerodynamischen Zuständen können die Verzögerungseffekte genauer beschrieben werden. In der Realität muß ein Kompromiß gefunden werden zwischen Anforderungen an Genauigkeit und Größe des Zustandsraummodells [51]. Es existieren mehrere Verfahren diese instationären Luftkräfte zu approximieren. Hier findet die Minimum-State Methode von Karpel [32] Anwendung. Sie ist gegeben durch die Übertragungsfunktion

$$\tilde{Q}_q(\tilde{s}) = A_0 + A_1 \tilde{s} + A_2 \tilde{s}^2 + D(I\tilde{s} - R)^{-1}E, \qquad (2.17)$$

mit der reduzierten Laplace-Variable $\tilde{s} = s(c/V)$. Die Matrix *R* beschreibt die Pole für die aerodynamischen Zustände, sie werden meist im Bereich der tabellierten Werte festgelegt. Diese Werte sind nur auf der imaginären Achse gültig, d.h. mit dem Übergang $\tilde{s} = jk$ wird Gleichung (2.17) mit den tabellierten Werten Q_{mn}^{f} angenähert, Verwendung findet die Methode kleinsten Quadrate, d.h.

$$\varepsilon_{\text{total}} = \sqrt{\sum_{m, n, l} \left| \tilde{Q}_{mn}(jk_l) - Q_{mn}^{\text{f}}(jk_l) \right|^2 W_{mnl}^2} \stackrel{!}{=} \text{Min} , \qquad (2.18)$$

dabei steht die Gewichtungsmatrix W_{mnl} zur Verfügung, um einzelne Elemente stärker zu gewichten.

Der implementierte Algorithmus bietet die Möglichkeit an einzelnen tabellierten Werten einen exakten Abgleich durchzuführen, besonders wichtig sind die Randbedingungen:

- $A_0 = Q(k = 0)$, um den stationären Anteil der aerodynamischen Kräfte exakt abzubilden.
- $A_2 = 0$, um die doppelte Differentiation der generalisierten Luftkräfte vermeiden zu können. Dies ist wichtig für die Berechnung der Turbulenzluftkräfte, da die generalisierten Koordinaten in diesem Fall von der Turbulenzgeschwindigkeit und nicht von einer Verformung abhängig sind. Damit ist nur noch eine weitere Differentiation sinnvoll (vgl. Kapitel 3.4.1).

2.5.2 Aufbau des Zustandsraummodells

Systemdynamik

Nachdem die Luftkräfte durch rationale zeitinvariante Übertragungsfunktionen beschrieben werden können, ergibt sich das Zustandsraummodell
$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{q}} \\ \dot{\hat{q}} \\ \dot{\hat{q}} \\ \dot{\hat{x}}_{l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ -N(K - T_{Tq} - T_{Eq} - A_{0}p_{d}) & -N\left(B - T_{Tq} + -T_{Eq} - A_{1}p_{d}\frac{c}{V}\right) & NDp_{d} \\ 0 & E & R\frac{V}{c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\hat{q}} \\ \dot{\hat{q}} \\ \dot{\hat{x}}_{l} \end{bmatrix}$$
(2.19)
$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ NK_{R} & NT_{Tu} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\hat{u}}_{R} \\ \dot{\hat{u}}_{T} \end{bmatrix}$$

mit $N = (M - A_2 p_d (c^2 / V^2))^{-1}$, dabei sind K_R die Steifigkeiten der Ruder und T_{Tu} ist der Koeffizient für die Schubhebelstellung. Die Rudersteuerungen sind äußere und innere Querruder, Trimmflosse, Höhenruder, jeweils für die rechte und linke Flugzeughälfte und zusätzlich das Seitenruder. Die Triebwerke können ebenfalls getrennt angesteuert werden.

Meßgleichung

In der Meßgleichung

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{z}} \\ \dot{\tilde{z}} \\ \dot{\tilde{z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{z} \Phi & 0 & 0 \\ 0 & Y_{z} \Phi & 0 \\ 0 & 0 & Y_{z} \Phi \end{bmatrix} \begin{pmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ -N(K - T_{Tq} - A_{0}p_{d}) - N\left(B - T_{Tq} - A_{1}p_{d}\frac{C}{V}\right) NDp_{d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{q}} \\ \dot{\tilde{q}} \\ \dot{\tilde{x}}_{l} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ NK_{R} & NT_{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{u}}_{R} \\ \dot{\tilde{u}}_{T} \end{bmatrix}$$

$$(2.20)$$

müssen die modalen Zustände wieder auf physikalische Größen umgerechnet werden, die Zustände in generalisierten Koordinaten werden daher mit der Matrix der Eigenvektoren Φ multipliziert. Da im Allgemeinen nur sehr wenige physikalische Größen von Interesse sind, werden diese mit Selektionsmatrizen Y aus der Matrix der Eigenvektoren ausgewählt. Als physikalische Meßgrößen stehen Verschiebungen \hat{z} , Geschwindigkeiten \hat{z} und Beschleunigungen \hat{z} zur Verfügung.

3 Turbulenz- und Böenmodelle in den Bewegungsgleichungen des Flugzeuges

3.1 Turbulenz- und Böenmodelle

3.1.1 Einführende Bemerkungen

Begriffsdefinition

Druck- und Temperaturunterschiede, die sich durch unterschiedliche Energiezufuhr in die Atmosphäre ergeben, bilden die wesentlich Vorraussetzung dafür, daß sich in der Atmosphäre Luftbewegungen entwickeln. Diese Störungen können in unterschiedlichen Skalen sowohl in Raum als auch Zeit auftreten.

Wind entsteht durch großräumige Druckunterschiede, wie sie im Wettergeschehen zwischen Hoch- und Tiefdruckgebieten vorkommen, noch größere Skalen treten bei den Jetstreams in großer Höhe auf. Wind kann aber auch lokal in Erscheinung treten, hier sind besonders Abwinde in der Nähe von Flughäfen gefürchtet. Der Begriff *Wind* stellt in den Vordergrund, daß es sich für den Betrachter um einen stationären Vorgang handelt, der in größeren zeitlichen und räumlichen Skalen auftritt. Winde beeinflussen die Flugbahn und erfordern eine Korrektur bzgl. der Flugführung.

Turbulenz beschreibt die dem Wind überlagerten Störungen, die sich in einem höherfrequenten Anteil bemerkbar machen und entsteht auf Grund von Wirbelbildungen im reibungsbehafteten Strömungsfeld. Turbulenz tritt wie Wind auch in unterschiedlichen Skalen auf, von den Grenzschichten im Jetstream, über lokale Gewitter bis zur Turbulenz im Bereich von Flugzeugflügeln oder Vögeln, entscheidend ist die Sichtweise des Betrachters.

Für die Beschreibung der Bewegung der Atmosphäre steht weiterhin der Begriff Böe zur Verfügung. Je nach Autor ergeben sich dabei unterschiedliche Definitionen. Böen sind für Brockhaus [8] Turbulenz mit einer Größenordnung, die die flugmechanischen und aeroelastischen Freiheitsgrade des Flugzeuges anregt. Für Hoblit [28] sind Böen (*gusts*) hingegen mehr oder weniger isolierte Impulse in einem im Allgemeinen kontinuierlichen Turbulenz-feld. Das Turbulenzfeld ergibt sich durch mehrere aufeinanderfolgende Böen. Im Rahmen dieser Arbeit soll der Begriff Böe im Sinn eines Einzelereignisses verwendet werden. Turbu-

lenz beschreibt die rein stochastische kontinuierliche Luftbewegung, die dem Wind überlagert ist.

Da die Flugführung nicht Thema dieser Arbeit ist, werden nur Turbulenz und Böen, die die flugmechanischen und elastischen Freiheitsgrade anregen, untersucht.

Überblick

Es folgt zuerst eine Darstellung der statistischen Eigenschaften der Turbulenz, sie führt zu Konzepten, die auf der Analyse von Leistungsdichtespektren beruht. Die Zusammenhänge werden in einer zweidimensionalen Darstellung behandelt, dies ist eine Erweiterung der heute üblichen eindimensionalen Untersuchung von Turbulenz und basiert auf Analysen im Frequenzbereich. Für Simulationen oder die Auslegung von Reglern mit Zustandsraummodellen ist eine Darstellung in Zeitbereichsmodellen erforderlich. Es wird ein Weg aufgezeigt, das Frequenzbereichsmodell so zu transformieren, daß es in mehrdimensionaler Form in ein Simulationsmodell implementiert werden kann. Damit ist es auch möglich, diskrete 2D Böen zu analysieren, dies ist in vielen Fällen anschaulicher.

Die Turbulenzgeschwindigkeiten müssen in Luftkräfte überführt werden, die am Flugzeug angreifen. Es wird gezeigt, daß die Turbulenzmodelle gerade so gewählt worden sind, daß dies möglich ist.

3.1.2 Eigenschaften von Turbulenzfeldern

Die Atmosphäre verhält sich wie jedes Fluid entsprechend den Gleichungen von Navier-Stokes. Diese könnten direkt gelöst werden, unter Berücksichtigung der Randbedingungen und Anfangsbedingungen. Die Randbedingungen würden die statistischen Eigenschaften im Raum beschreiben, die Anfangsbedingungen die statistischen Eigenschaften hinsichtlich der Zeit.

Betrachtet man die Turbulenzgeschwindigkeit, kann ein beliebiger Geschwindigkeitsvektor des Turbulenzfeldes in die Anteile $u_1 = u_g$, $u_2 = v_g$, $u_3 = w_g$ im erdfesten Koordinatensystem aufgeteilt werden, die x_1 -Koordinate wird in Flugrichtung definiert. Der Betrag der Turbulenzgeschwindigkeit ist an jedem Ort im Turbulenzfeld unterschiedlich und vom Zeitpunkt der Betrachtung abhängig. Die Turbulenzgeschwindigkeit ist daher von drei räumlichen Dimensionen und der Zeit abhängig. Die Zeitabhängigkeit läßt sich aufteilen in einen absoluten Zeitpunkt t und eine Zeitdifferenz Δt . Der absolute Zeitpunkt beschreibt im Prinzip die Art des betrachteten Turbulenzfeldes, das z.B. sehr unterschiedlich für einen ruhigen Flug oder eine Turbulenzfront ist. Ist der Prozeß unabhängig vom Nullzeitpunkt t, spricht man von einem stationären Prozeß. Die Zeitdifferenz Δt macht eine Aussage über die Qualität oder Art des betrachteten Turbulenzfeldes, sie beschreibt die zeitliche Änderung der Geschwindigkeit und damit die Frequenz der Geschwindigkeitsänderung. Für die Untersuchung der Auswirkung der Turbulenz auf das Flugzeug werden beide Einflüsse nicht in die Gleichungen einbezogen. Es wird angenommen, daß das Flugzeug sehr schnell fliegt und sich das Turbulenzfeld während dieses kurzen Augenblickes nicht verändert. Diese Annahme ist die *Frozen Field Assumption* oder *Taylor's Hypothesis*. Eine weitere Festlegung ist, daß die Art der Turbulenz auch nicht ortsabhängig ist, die Turbulenz ist damit ein *homogener* Prozeß. Beim Flug in sehr großer Höhe sind die Eigenschaften der Turbulenzgeschwindigkeit in allen drei Raumrichtungen identisch, diese Eigenschaft wird als *isotrope* Turbulenz bezeichnet. Das Flugzeug besitzt eine geringe Höhe im Verhältnis zu Länge und Breite, daher kann auch die Variation der Turbulenzgeschwindigkeit über die Höhe des Flugzeuges vernachlässigt werden. Die dreidimensionale Analyse reduziert sich dadurch auf zwei Dimensionen, die Turbulenzgeschwindigkeiten u_1, u_2, u_3 sind nur abhängig von den x_1, x_2 -Koordinaten. Zur Erläuterung eines 2D Turbulenzfeldes dient Bild 3.1, das die vertikale Geschwindigkeitskomponente u_3 abhängig von der x_1, x_2 -Koordinate zeigt.



Bild 3.1: Vertikale Geschwindigkeit u_3 in einem Turbulenzfeld

Wie im eindimensionalen Fall kann das stochastische Turbulenzfeld durch die Überlagerung harmonischer Wellen erzeugt werden. Zur Beschreibung müssen die Wellenlängen in x_1 und x_2 - Richtung beschrieben werden, dafür werden die Wellenzahlen $\Omega_1 = 2\pi/\lambda_1$ und $\Omega_2 = 2\pi/\lambda_2$ verwendet. Auf Grund der *Frozen Field Assumption* ergibt sich beim Flug durch das Turbulenzfeld mit der Geschwindigkeit V die Anregungsfrequenz des Flugzeuges zu

$$\omega = \Omega_1 V. \tag{3.1}$$

Es ist zu beachten, daß die Variation der Turbulenzgeschwindigkeit über die Spannweite, die durch die Wellenzahl Ω_2 beschrieben wird, keinen Einfluß auf die Anregungsfrequenz des Flugzeuges in x_1 -Richtung hat.

3.1.3 Statistische Grundlagen

Die statistischen Methoden der Turbulenz im Frequenzbereich wurden in dieser Form schon sehr früh von Ribner [44], Dryden [12] und von Kármán [56] u.a. entwickelt, eine Zusam-

menfassung findet sich in Etkin [17]. Im Folgenden wird immer vorrausgesetzt, daß der Mittelwert der stochastischen Prozesse verschwindet.

Für stochastische Prozesse ist eine der wichtigsten Größen die Korrelation. Unter der Annahme eines räumlichen, zeitunabhängigen 2D Feldes, erhält man die Korrelationsfunktion

$$R_{ij}(\xi_1,\xi_2) = \lim_{F \to \infty} \frac{1}{2F} \int_{-F}^{F} u_i(x_1,x_2) u_j(x_1+\xi_1,x_2+\xi_2) dx_1 dx_2, \qquad (3.2)$$

mit u_i, u_j als Komponenten des Geschwindigkeitsvektors, den Ortskoordinaten x_1, x_2 und dem Abstand ξ_1, ξ_2 zwischen den betrachteten Punkten. In dieser Gleichung wird die Geschwindigkeitsverteilung innerhalb der Fläche *F* berücksichtigt.

Der Fall $u_i(x_1, x_2) = u_j(x_1, x_2)$ beschreibt die Korrelation zweier gleicher Geschwindigkeitskomponenten und wird Autokorrelation (Autokovarianzfunktion für den Fall ohne Mittelwert) genannt. Alle anderen Korrelationen sind die Kreuzkorrelationen des Prozesses, ein Beispiel wäre die Korrelation zwischen lateraler und vertikaler Turbulenzgeschwindigkeit.

Eine diskrete, angenäherte Darstellung der Korrelationsfunktion (3.2) kann durch

$$R_{ij}(\xi_1,\xi_2) = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} [u_i^{(1)}(x_1^{(1)},x_2^{(1)})u_j^{(1)}(x_1^{(1)}+\xi_1,x_2^{(1)}+\xi_2) + \dots + u_i^{(n)}(x_1^{(n)},x_2^{(n)})u_i(x_1^{(n)}+\xi_1,x_2^{(n)}+\xi_2)]$$
(3.3)

gegeben werden. Der Index *n* beschreibt unterschiedliche Stichproben, die z.B. im Flugversuch gewonnen werden können, für das Turbulenzfeld mit den gegebenen Eigenschaften. Die Gleichung (3.3) zeigt sehr gut, daß die Korrelation die Regellosigkeit des Prozesses beschreibt. Die Stichproben können sich entweder auf verschiedene Turbulenzfelder mit identischen Koordinaten ($x = x^{(n)}$) oder auf unterschiedliche Punkte ($u_i = u_i^{(n)}$) in einem Turbulenzfeld beziehen.

Die Varianz des Prozesses

$$R_{ii}(0,0) = \sigma_i^2$$
 (3.4)

beschreibt die Leistung des Signals, σ_i ist die Standardabweichung. Für isotrope Turbulenz ist $\sigma_2 = \sigma_3$.

Mit Hilfe des Fourierintegrals wird die Korrelationsfunktion in das Spektrum

$$\Psi_{ij}(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int R_{ij}(\xi_1, \xi_2) e^{-i(\Omega_1\xi_1 + \Omega_2\xi_2)} d\xi_1 d\xi_2$$
(3.5)

überführt. Das Spektrum (3.5) oder die Korrelation (3.2) beschreiben die 2D Turbulenz in der allgemeinsten Form.

Für manche Untersuchungen (z.B. wie oft tritt eine zu hohe Last auf) kann es auch notwendig sein, mehr über die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses zu wissen; dafür muß eine Aussage bezüglich der Wahrscheinlichkeitsverteilung getroffen werden. Hier wird die Gaußsche Normalverteilung verwendet, eine Diskussion dieses Themas findet sich in Kapitel 3.3.

Die Korrelationsfunktion in isotroper Atmosphäre wurde von verschiedenen Autoren untersucht. Batchelor [4] zeigt, daß die Korrelationsfunktion

$$R_{ij}(\xi_1, \xi_2) = \sigma^2(f(|\xi|) - g(|\xi|)) \frac{\xi_i \xi_j}{|\xi|^2} + g(|\xi|) \delta_{ij}$$
(3.6)

nur von der longitudinalen Korrelationsfunktion $f = u_l(x_1, x_2)u_l(x_1 + \xi_1, x_2 + \xi_2)$, der lateralen Korrelationsfunktion $g = u_m(x_1, x_2)u_m(x_1 + \xi_1, x_2 + \xi_2)$, dem Betrag des Abstandes $|\xi| = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2}$ und dem Kronecker Delta

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$
(3.7)

abhängt. Die Geschwindigkeitskomponenten u_l , u_m der longitudinalen und lateralen Korrelation zeigt Bild 3.2.



Bild 3.2: Longitudinale und laterale Korrelation

Diese einfachen Korrelationsfunktionen können z.B. durch Messungen im Windkanal bestimmt werden. Die Verwendung der Kontinuitätsgleichung stellt für inkompressible Fluide einen Zusammenhang zwischen den einzelnen Geschwindigkeitskomponenten her und führt auf die Gleichung [4]

$$\frac{\delta R_{ij}}{\delta \xi_i} = \frac{\delta R_{ij}}{\delta \xi_j} = 0.$$
(3.8)

Mit Gleichung (3.6) und Gleichung (3.8) erhält man $g = f + (1/2)|\xi|f|$ [4], d.h. wenn man die longitudinale Korrelation f bestimmt hat, kann man alle Korrelationsterme bestimmen.

Die Aufgabe ist es nun, geeignete Funktionen f für die Korrelation zu finden. Von Kármán und Dryden fanden eine analytische Näherung für diese Funktion, womit alle Korrelations-funktionen und Spektren berechnet werden können.

Die charakteristische Wellenlänge

Normiert man die Fläche unter der Korrelationsfunktion mit der Varianz, erhält man:

$$L_{ij} = \int_0^\infty \frac{R_{ii}(\xi_1, \xi_2)}{R_{ii}(0, 0)} d\xi_j.$$
(3.9)

Diese Größe ist die charakteristische Wellenlänge. Sie sagt aus, bis zu welcher Wellenlänge Korrelation auftritt. Es findet eine Unterscheidung in longitudinale (i = j) und laterale $(i \neq j)$ charakteristische Wellenlänge statt, auf Grund der Kontinuitätsgleichung gilt $L_{ii} = 2L_{ij}$.

Korrelationsfunktionen für Dryden und von Kármán Spektren

Der Ansatz von Dryden [12]

$$f(\left|\xi\right|) = e^{-\left|\xi\right|/L} \qquad \xi = \left[\xi_1 \ \xi_2\right]^T \tag{3.10}$$

zeigt für niedrige Frequenzen eine gute Übereinstimmung mit statistischen Daten und ist besonders auf Grund seiner Einfachheit interessant, für kürzere Wellenlängen gibt es jedoch starke Abweichungen von realer Turbulenz [28].

Unter der Berücksichtigung verbesserter physikalischer Vereinfachungen wurde der Ansatz von Kármán entwickelt [56], dieser zeigt ebenfalls zufriedenstellende Übereinstimmung mit gemessenen Werten für kleinere Wellenlängen. Es ergibt sich folgende Formulierung:

$$f(|\xi|) = \frac{2^{2/3}}{\Gamma(\frac{1}{3})} \left(\frac{1}{\alpha L} |\xi|\right)^{1/3} K_{1/3}\left(\frac{1}{\alpha L} |\xi|\right),$$
(3.11)

mit der Besselfunktion $K_{1/3}$ und der Gammafunktion Γ . Weiterhin wird der Parameter α mit dem Wert $\alpha = 1,339$ angenommen, *L* ist die charakteristische Wellenlänge des Turbulenzfeldes, siehe Gleichung (3.9).

Harmonische Analyse des Turbulenzfeldes

Periodische Funktionen können in eine Fourierreihe entwickelt werden. Für einen Zufallsprozeß ist die Darstellung mit Hilfe des inversen Fourierintegrals (Periodendauer $T \rightarrow \infty$)

$$u_i(t) = \int_{\omega = -\infty}^{\infty} c_i(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$
(3.12)

korrekt, da es sich nicht um einen periodischen Prozeß handelt. Die Gleichung (3.12) sagt aus, daß ein Zufallsprozeß durch die Überlagerung von Schwingungen mit unterschiedlicher Amplitude für jede Frequenz erzeugt werden kann. Diese Darstellung ist nur möglich, wenn eine Funktion $c(\omega)$ existiert und differenzierbar ist.

Eine analoge Darstellung ist für das 2D, zeitunabhängige Turbulenzfeld möglich. Dann wird aus Gleichung (3.12):

$$u_{i}(x_{1}, x_{2}) = \int_{-\infty}^{\infty} c_{i}(\Omega_{1}, \Omega_{2}) e^{j\Omega_{1}x_{1} + j\Omega_{2}x_{2}} d\Omega_{1} d\Omega_{2}.$$
(3.13)

Dryden und von Kármán Spektren

Das Dryden Spektrum für Turbulenzgeschwindigkeiten in vertikaler Richtung, das aus den oben beschrieben Korrelationsfunktionen mit der Fouriertransformation (3.5) bestimmt werden kann, hat die Form:

$$\Psi_{33}(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{3L^4 \sigma^2}{\pi} \frac{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}{\left(1 + L^2 \Omega_1^2 + L^2 \Omega_2^2\right)^{5/2}}.$$
(3.14)

Für das von Kármán Spektrum für Turbulenzgeschwindigkeiten in lateraler Richtung erhält man:

$$\Psi_{22}(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{2(\alpha L)^2 \sigma^2}{3\pi} \frac{1 + \frac{11}{3}(\alpha L)^2 \Omega_1^2 + (\alpha L)^2 \Omega_2^2}{(1 + (\alpha L \Omega_1)^2 + (\alpha L \Omega_2)^2)^{7/3}}.$$
(3.15)

Eine komplette Auflistung aller Korrelationsfunktionen und Spektren findet sich in Sawdy [49], die von Kármán Spektren finden sich in Anhang B. Die obigen Spektren sind einseitige Spektren, die Integration wird für Ω von 0 bis ∞ durchgeführt, sie sind für das 2D Spektrum daher vier mal so groß wie die zweiseitigen Spektren. Bild 3.3 zeigt die typische Form eines 2D Spektrums.





3.1.4 Messung von 2D Turbulenzfeldern

Für die Vermessung von 2D Turbulenzfeldern sind 2 Sonden notwendig, in Sieeper [54] werden Meßergebnisse präsentiert, die mit dem NASA B57B Flugzeug aufgenommen wurden. Die Messung der vertikalen Geschwindigkeitskomponente wird an den beiden Flügelspitzen und an der Nase des Flugzeuges durchgeführt, die Ergebnisse einer Messung zeigt Bild 3.4. Diese zeitabhängigen Daten lassen sich mit der *Frozen Field Assumption* über die Korrelationsfunktion (3.3) und das Spektrum (3.5) auswerten. Der Vergleich zwischen den simulierten Spektren und den gemessenen Spektren wird in Bild 3.5 dargestellt. Es zeigt sich, daß das von Kármán Spektrum eine zufriedenstellende Aussage über die statistischen Daten trifft. Die charakteristische Wellenlänge bei einem Flug in 1km Höhe schwankte bei 6 Meßflügen jedoch zwischen 330ft und 2050ft, es zeigte sich die Schwierigkeit, die charakteristische Wellenlänge L festzulegen, siehe Etkin [17]. In den Zulassungsvorschriften wird eine Wellenlänge L = 2500ft verwendet. Das Kreuzspektrum und die Kreuzkorrelation entlang des Flügels entsprechen der lateralen Korrelationsfunktion (3.11). Eine weitere Annahme, die in diesen Messungen bestätigt werden kann, ist die Gaußsche Verteilung der Geschwindigkeitswerte, siehe Bild 3.6



Bild 3.4: Messung von vertikaler Turbulenz an unterschiedlichen Flugzeugpositionen, Sieeper [54], L = 330 ft, $\sigma \approx 1.3$ [m/s]



Bild 3.5: Simulierte von Kármán Auto - und Kreuzspektren und Spektren der gemessenen Daten aus Bild 3.4.



Bild 3.6: Normalverteilungsdichte p_n und gemessene Dichtefunktion p_m für die Messung aus Bild 3.4

3.1.5 Berechnung der generalisierten Turbulenzluftkräfte

Physikalische Erläuterung des Fluges über ein 2D Turbulenzfeld

Für das weitere Verständnis ist es hilfreich, sich die physikalische Bedeutung des 2D Turbulenzfeldes zu verdeutlichen. Das Turbulenzfeld in einer Ebene wird durch die Überlagerung von Wellenfelder unterschiedlicher Wellenzahlen Ω_1, Ω_2 und Stärke c, vgl. Gleichung (3.13), dargestellt. Bild 3.7 zeigt die Situation des Fluges über ein Böenfeld mit c = const. Wird eine diskrete Böe mit den Wellenzahlen Ω_1 und Ω_2 betrachtet, wird deutlich, daß sich die gleiche Anregung durch die Drehung des Flugzeuges um die Hochachse mit dem Winkel θ in Bezug auf eine 1D Böe darstellen lassen würde. Die Anregungsfrequenz wird durch die Wellenzahl Ω_1 bestimmt. Die Wellenzahl Ω_2 führt zu einer Phasenverschiebung der Böengeschwindigkeit, die abhängig von der Position über der Spannweite ist.



Bild 3.7: Flug über ein 2D Turbulenzfeld

Die Turbulenzluftkräfte $\vec{f}_g^{\uparrow f}$ stellen äußere Kräfte in der Gleichung

$$(-\omega^2 M_q + j\omega(B_q - T_{T\dot{q}} - T_{E\dot{q}}) + (K_q - T_{Tq} - T_{Eq}) - p_d Q_q^f(k, Ma))q = \vec{f}_g^{\uparrow f}$$
(3.16)

im Frequenzbereich dar, siehe Gleichung (2.15). Dabei wird der Zusammenhang $s = j\omega$ berücksichtigt. Der Aufwind und Abwind an einzelnen aerodynamischen Flächen auf Grund der Turbulenzwindgeschwindigkeit $\vec{u_g}$ muß in generalisierte äußere Kräfte transformiert werden. Für vertikale Turbulenz mit dem Geschwindigkeitsbetrag $|w_g|$ am Referenzpunkt x_0 erhält man die Kraft

$$\vec{f}_{g}(\omega, \Omega_{2}) = p_{d} \Phi^{T} G_{ka}^{T} S A^{-1}(k, Ma) \frac{1}{V} \underbrace{\left[\dots |w_{g}| \cos \gamma_{j} e^{j\left(\frac{\omega}{V}(x_{p_{j}} - x_{0}) + \Omega_{2} y_{p_{j}}\right)} \dots \right]^{t}}_{\vec{W}_{g}}.$$
(3.17)

Diese Gleichung entspricht Gleichung (2.10), jedoch ergibt sich der Abwind nicht über die Verformung der Struktur, sondern es wird direkt der Abwind \vec{w}_g an den Kollokationspunkten mit den Koordinaten x_{p_j} , y_{p_j} vorgegeben. Der Abstand zwischen den Kollokationspunkten und dem Referenzpunkt x_0 , der auf der Symmetrieachse des Flugzeuges liegt, beschreibt die Phasenverschiebungen der Turbulenzgeschwindigkeit über das Flugzeug. Weiterhin ist bereits die Umrechnung auf generalisierte Koordinaten enthalten. Die vertikale Turbulenzgeschwindigkeit macht sich an einer aerodynamischen Fläche proportional der V-Stellung γ_{p_j} der aerodynamischen Fläche bemerkbar. Es folgt daraus, daß eine Berechnung von lateraler Turbulenz möglich ist, in dem man $\cos \gamma_{p_i}$ mit $\sin \gamma_{p_i}$ in Gleichung (3.17) ersetzt.

Die Turbulenzluftkräfte müssen noch analog Kapitel 2.3.4 auf flugzeugfeste Koordinaten transformiert werden, die Transformation ist identisch mit der Transformation für die Starrkörperbewegungen in vertikaler und lateraler Richtung, das Ergebnis sind die generalisierten

Turbulenzluftkräfte \vec{f}_{g}^{J} .

Einförmige Turbulenz

Als einförmige Turbulenz wird eine Anregung bezeichnet, bei der Phaseneffekte und Totzeiten in longitudinaler und lateraler Richtung über das Flugzeuge nicht berücksichtigt werden, damit ist $x_{p_j} = 0$ und $y_{p_j} = 0$ in Gleichung (3.17). Dies bedeutet im Prinzip, daß die Ausdehnung des Flugzeuges vernachlässigt wird.

3.2 Analyse im Frequenzbereich

3.2.1 Übertragungsfunktion

Wie schon beim Aufbau des aeroelastischen Modells bemerkt, bietet die Analyse im Frequenzbereich die höchste Genauigkeit. Es wird Gleichung (3.16) gelöst, für die 2D Turbulenz ergibt sich als Ergebnis eine Schar von Kurven, die von der Wellenzahl Ω_2 abhängen. Der Übergang zu einer kontinuierlichen Analyse führt zu einer Fläche im dreidimensionalen Raum.

3.2.2 Klassische Spektralanalyse

Bei der Analyse von Turbulenz ist es sinnvoll, das Spektrum der Turbulenz zu berücksichtigen, um eine Aussage über die Reaktion des Flugzeuges zu treffen. Allgemein kann zwischen dem Spektrum des Eingangs $\Phi_i(\Omega_1)$ (z.B. $\Phi_3(\Omega_1)$ für die vertikale Turbulenzgeschwindigkeit u_3) und dem Spektrum des physikalischen Ausgangs Φ_{yi} der Zusammenhang

$$\Phi_{yi} = g^*_{yi}(\omega)\Phi_i(\Omega_1)g_{yi}(\omega) = |g_{yi}(\omega)|^2\Phi_i(\Omega_1)$$
(3.18)

aufgestellt werden. In dieser Gleichung ist g_{yi} der komplexe Wert der Übertragungsfunktion des Ausganges y auf den Eingang i, der konjugiert komplexe Wert von g_{yi} ist g^*_{yi} . Eine identische Darstellung ist für das 2D Spektrum möglich. Basierend auf der "zweidimensionalen" bzw. von der Wellenzahl Ω_2 abhängigen Übertragungsfunktion und den 2D Spektren aus Kapitel 3.2.2 erhält man das 2D Spektrum der Antwort

$$\Psi_{yi yi}(\omega, \Omega_2) = \left| g_{yi}(\omega, \Omega_2) \right|^2 \Psi_{ii}(\Omega_1, \Omega_2).$$
(3.19)

Für den Vergleich zwischen 1D und 2D Analyse der Turbulenz wird die zweidimensionale Darstellung des Spektrums $\Psi_{yi yi}$ der Antwort bezüglich der Wellenzahl Ω_2 integriert und man erhält für eine Ausgangsgröße y die eindimensionale Darstellung des Spektrums:

$$\Phi_{y_i y_i}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{y_i y_i}(\omega, \Omega_2) d\Omega_2.$$
(3.20)

Es ist zu beachten, daß damit ein Teil der Information verloren geht, da keine Aussage mehr getroffen werden kann im Hinblick auf die Stärke des Spektrums abhängig von der Wellenzahl Ω_2 , es findet im Prinzip eine Mittelwertbildung statt, einzelne extrem hohe Werte können unberücksichtigt bleiben. Die Reduktion auf eindimensionale Spektren ist auch notwendig, um die charakteristische Frequenz N_0 (siehe Kapitel 3.3.1) einer Größe zu bestimmen. Der Vergleich der Ergebnisse aus Gleichung (3.18) und (3.20) liefert den Unterschied von 1D und 2D Turbulenz in einer eindimensionalen Darstellung.

Die Turbulenzanalyse kann für alle Raumrichtungen durchgeführt werden, hier findet eine Beschränkung auf vertikale und laterale Turbulenz statt. Es kann gezeigt werden, daß vertikale und laterale Turbulenz unkorreliert sind, es muß also kein Kreuzspektrum Ψ_{23} berücksichtigt werden [17]. Das Spektrum der Antwort der kombinierten vertikalen und lateralen Turbulenz kann damit durch

$$\Psi_{yy}(\Omega_1, \Omega_2) = |g_{y2}(\omega, \Omega_2)|^2 \Psi_{22}(\Omega_1, \Omega_2) + |g_{y3}(\omega, \Omega_2)|^2 \Psi_{33}(\Omega_1, \Omega_2)$$
(3.21)

beschrieben werden, wenn die Geschwindigkeitskomponente u_1 vernachlässigt wird. Diese Gleichung kann auf eine eindimensionale Darstellung des Spektrums entsprechend Gleichung (3.20) reduziert werden.

3.2.3 Spektralanalyse unter Einbeziehung der Turbulenzstruktur in die Übertragungsfunktionen

Motivation

Wie bereits gezeigt, kann eine Analyse der Antwort des Flugzeuges auch auf kontinuierliche 2D Turbulenz mit Hilfe der Spektralanalyse durchgeführt werden. Dies ist für die meisten Untersuchungen ausreichend. Als Eingang in die Gleichungen wird das Spektrum der Turbulenz verwendet, sowohl im 1D als auch im 2D Fall. Für die Simulation der Turbulenz muß jedoch ein Geschwindigkeitsfeld bzw. ein Signal erzeugt werden, das die geforderten spektralen Eigenschaften besitzt. Die Anregungsfrequenz ergibt sich in diesem Fall aus der Wellenzahl Ω_1 und der Fluggeschwindigkeit V des Flugzeuges. Im eindimensionalen Fall ist dies über einfache Formfilter aus weißem Rauschen, das mit gängigen Simulationswerkzeugen bereitgestellt werden kann, ohne Probleme möglich. Das Ergebnis ist ein Geschwindigkeitssignal an einem Punkt. Würde man sich für weitere Punkte entlang des Flugzeuges interessieren, könnte man dies mit Totzeiten auf Grund der Frozen Field Assumption berechnen. Im 2D Fall müßte ein Geschwindigkeitssignal generiert werden, das nicht nur die richtige Autokorrelation an einem Punkt besitzt, sondern auch noch die richtigen Kreuzkorrelationen entlang der x_2 -Achse. Dafür existiert kein bekanntes Verfahren. Eine Näherung kann aber gefunden werden, die sich auf die Integration des 2D Spektrums über Teilintervalle stützt. Das 2D Spektrum wird durch eine Sequenz von 1D Spektren ersetzt, die zu unterschiedlichen Wellenzahlen Ω_2 gehören. Die Turbulenzgeschwindigkeiten ergeben sich für jede Sequenz aus gefiltertem weißen Rauschen. Die verschiedenen Eingänge mit weißem Rauschen sind unkorreliert, die Turbulenzgeschwindigkeit kann am Referenzpunkt durch die Überlagerung mit den unabhängig erzeugten Turbulenzgeschwindigkeiten der einzelnen Sequenzen erzeugt werden. Da die Luftkräfte der 2D Turbulenz in Bezug zu dem Geschwindigkeitssignal am Referenzpunkt berechnet werden, wird die Auswirkung der Luftkräfte der 2D Turbulenz auf die Flugzeugbewegung berücksichtigt.

An diesem Punkt soll angemerkt werden, daß die Methode der Berechnung des Spektrums auf 2D Turbulenz wie sie in [9] vorgeschlagen wird, die laterale Korrelation (3.11) verwendet. Es wird die Antwort des Flugzeuges auf einzelne Streifen über die Spannweite berechnet. Die Antwort des Flugzeuges auf 2D Turbulenz ergibt sich durch Addition der Spektren der einzelnen Antworten, die laterale Korrelation wird durch zusätzliche Spektralanteile, die sich durch die Fouriertransformation (3.5) der lateralen Korrelationsfunktion ergeben, berücksichtigt. Dieser Ansatz kann nicht wie das in dieser Arbeit beschriebene Modell in die Zustandsraummodelle integriert werden.

Die Zustandsgleichungen für die Simulation werden aus den Gleichungen im Frequenzbereich abgeleitet. Es wird daher zuerst gezeigt, wie das Frequenzbereichsmodell für 2D Turbulenz so transformiert werden kann, daß es möglich ist, über Übertragungsfunktionen das Turbulenzmodell direkt in die Bewegungsgleichungen einzubeziehen. Die Verwendung der Spektralanalyse (vgl. Gleichungen (3.18)-(3.21)) ist so nicht mehr notwendig.

Eindimensionale Turbulenz

Allgemein kann zwischen dem Spektrum des Einganges eines linearen Systems und dem Spektrum des Ausganges der Zusammenhang (3.18) hergeleitet werden. Über geeignete Filterfunktionen ist es damit möglich, ein Eingangssignal mit weißem Rauschen so zu modifizieren, daß das Ausgangssignal das gewünschte Spektrum aufweist. Das Dryden-Spektrum kann durch einen Filter 2. Ordnung exakt generiert werden. Das von Kármán Spektrum für vertikale und laterale Turbulenz kann durch einen Filter [28]

$$g_{2_{Kar}}(s) = g_{3_{Kar}}(s) = \frac{u_2}{\eta} = \frac{u_3}{\eta}$$

$$= \sqrt{\frac{L}{\pi}} \frac{\left(1 + 2,187\frac{L}{V}s\right)\left(1 + 1,833\frac{L}{V}s\right)\left(1 + 0,021\frac{L}{V}s\right)}{\left(1 + 1,339\frac{L}{V}s\right)\left(1 + 1,118\frac{L}{V}s\right)\left(1 + 0,1277\frac{L}{V}s\right)\left(1 + 0,0146\frac{L}{V}s\right)}$$
(3.22)

aus weißem Rauschen η angenähert werden. Dieser Formfilter für die Spektren kann der Übertragungsfunktion der Turbulenz auf das Flugzeug vorgeschaltet werden, damit ergeben sich die Luftkräfte abhängig vom Spektrum

$$f_{gi_{Kar}}(j\omega) = g_{i_{Kar}}(j\omega) \overline{f}_g^{f}(j\omega).$$
(3.23)

Diskretisierung des Turbulenzmodells

Für die Simulation eines zweidimensionalen räumlichen Prozesses wurde von Shinozuka [52]

$$u_{i}(x_{1}, x_{2}) = \sqrt{2} \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} \left[\Psi_{ii}(\Omega_{1n}, \Omega_{2m}) \Delta \Omega_{1} \Delta \Omega_{2} \right]^{\frac{1}{2}} \cos(\Omega'_{1n} x_{1} + \Omega'_{2m} x_{2} + \phi_{mn}) \quad (3.24)$$

vorgeschlagen. Es werden folgende Eigenschaften angenommen:

- $-\infty < \Omega_l \le \Omega \le \Omega_r < \infty$ ist der Bereich, für den das Spektrum berücksichtigt wird
- das Spektrum wird für Ω_1 und Ω_2 in eine bestimmte Anzahl *N*, *M* von Werten untereilt:

$$(\Delta \Omega_1, \Delta \Omega_2) = \left(\frac{\Omega_{1l} - \Omega_{1r}}{N}, \frac{\Omega_{2l} - \Omega_{2r}}{M}\right)$$

- ϕ_{mn} sind zufällige Phasenwerte
- $\Omega_{jk} = \Omega_{jl} + (k 1/2)\Delta\Omega_j$ k = m, n j = 1, 2, ist der Mittelwert eines Wellenzahlintervalls
- $\Omega'_{jk} = \Omega_{jk} + \delta\Omega_j$ k = m, n j = 1, 2, wird mit dem zufälligen Inkrement $\delta\Omega_j$ variiert, um eine Periodizität des Signals zu vermeiden

Die Gleichung beschreibt, wie man aus diskreter Übereinanderlagerung von trigonometrischen Funktionen ein 2D Feld aufbauen kann. Einzelne Wellenzahlintervalle werden mit ihrem Anteil am Gesamtspektrum gewichtet. Die Gewichtungsfunktion ergibt sich durch die Integration des Spektrums für ein diskretes Element im 2D Raum (siehe Bild 3.8). In Gleichung (3.24) wird aber keine richtige Integration durchgeführt, sondern eine Näherungsberechnung, indem der Wert des Spektrums in der Mitte des Frequenzintervalls mit den Wellenzahlintervallen multipliziert wird. Ebenso bildet der Mittelwert zwischen oberer und unterer Grenze des Intervalls das Frequenzargument der trigonometrischen Funktionen.



Bild 3.8: 2D von Kármán Spektrum, diskretes Element und diskreter Streifen

Die Methode der Gewichtung einzelner Wellenzahlen soll für die Entwicklung eines Modells verwendet werden, daß die Spektren bereits im Modell enthält. Sie sollen nicht über Gleichung (3.21) berechnet werden.

2D Turbulenz

Für 2D Turbulenz ist eine Darstellung in der Form einer Übertragungsfunktion mit weißem Rauschen als Eingang auf das Flugzeug nicht mehr möglich. Man erhält vielmehr eine gewisse Anzahl von Eingängen, die in ihrer Gesamtheit ein 2D Turbulenzfeld generieren.

Die Zusammenhänge werden basierend auf der Theorie der harmonischen Analyse erläutert (vgl. Kapitel 3.1.3). Betrachtet man das diskrete Simulationsmodell (3.24) und stellt es um,

fügt die Zeitabhängigkeit nach der Hypothese von Taylor und einen Bezugspunkt x_0 in x_1 -Richtung ein, erhält man in komplexer Schreibweise die Turbulenzgeschwindigkeit

$$u_{i}(x_{1}, x_{2}, t) = \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} \sqrt{2} [\Psi_{ii}(\Omega_{1n}, \Omega_{2m}) \Delta \Omega_{2}]^{\frac{1}{2}} \Delta \Omega_{1}^{\frac{1}{2}} \\ \times Re \left\{ e^{j(\Omega'_{1n}(x_{1} - x_{0}) + \Omega'_{1n}Vt + \Omega'_{2m}x_{2} + \phi_{nm})} \right\}$$
(3.25)

Es lassen sich kontinuierliche Teilspektren

$$\Phi_{ii\Omega_{2m}}(\Omega_1) = \Psi_{ii}(\Omega_1, \Omega_{2m})\Delta\Omega_2 = \int_{\Omega_{2l_m}}^{\Omega_{2u_m}} \Psi_{ii}(\Omega_1, \Omega_2)d\Omega_2$$
(3.26)

definieren, sie stellen integrale Werte eines Streifens $\Delta\Omega_2$ innerhalb des 2D Spektrums dar, vgl. Bild 3.8. Führt man die Turbulenzluftkräfte (3.17) in das diskrete Modell (3.24) ein, erhält man mit $k = \Omega_1 b = (\omega/V)b$ und Gleichung (3.26) die Luftkräfte der vertikalen Turbulenz mit berücksichtigtem Spektrum

$$\hat{f}_{g_{\text{Spektrum}}} = \sum_{m=1}^{M} \underbrace{\sum_{n=1}^{N} \left[\Phi_{33\Omega_{2m}}(\Omega_{1n}) \Delta \Omega_{1} \right]^{\frac{1}{2}} e^{j(\Omega'_{1n}Vt + \phi_{nm})}}_{g_{3\Omega_{2m}}(\eta)} \\
\times \underbrace{\Phi^{T} G_{ka}^{T} S A^{-1}(k, Ma) \frac{1}{V} \left[\dots |w_{g}| \cos \gamma_{j} e^{j(\Omega'_{1n}(x_{p_{j}} - x_{0}) + \Omega_{2m}y_{p_{j}})} \dots \right]^{t}}_{\hat{f}_{g}(\omega_{n}, \Omega_{2m})} ... (3.27)$$

Es ist zu beachten, daß zuerst eine Summation über *n* durchgeführt wird, weiterhin wird die Beschränkung auf den Realteil des Arguments in Gleichung (3.25) aufgehoben. Es läßt sich einsehen, daß damit der multiplikative Faktor $\sqrt{2}$ entfällt. Der erste Teil der Summation $g_{\Omega_{2m}}(\eta)$ stellt ein stochastisches Signal dar, das mit einem Filter aus weißem Rauschen generiert werden soll. Für M = 1 geht Gleichung (3.27) im Frequenzbereich in Gleichung (3.23) über. Der zufällige Phasenwert ϕ_{nm} drückt aus, daß die verschiedenen Eingänge *m* unkorreliert sind, d.h. die Kräfte können durch unkorrelierte Eingänge aus weißem Rauschen generiert werden. Damit ist eine Transformation in ein Zustandsraummodell möglich. Es ist außerdem zu beachten, daß gegenüber Gleichung (3.24) die zufällige Variation der Wellenzahl Ω_2 in dieser Arbeit vernachlässigt wird, d.h. es gilt $\Omega'_{2m} = \Omega_{2m}$. Die zufällige Variation der Wellenzahl Ω_1 bleibt aber über den Eingang von weißem Rauschen erhalten. Es wird angenommen, daß diese Abweichung von der Theorie keinen Einfluß auf die Ergebnisse hat. Im Prinzip könnte eine zufällige Variation der Wellenzahl Ω_2 bei der Berechnung der generalisierten Luftkräfte $\vec{f_g}$ im Frequenzbereich aber berücksichtigt werden. Außerdem kann das Intervall $\Delta\Omega_2$ frei gewählt werden, es muß nicht immer gleich sein wie in Gleichung (3.24). Wichtig ist nur, daß das gesamte Spektrum entlang der Wellenzahl Ω_2 berücksichtigt wird. Es soll noch erwähnt werden, daß für die Böengeschwindigkeit $w_g = u_3$ gilt und die Koordinaten der Turbulenz x_1, x_2 mit den Koordinaten der Kollokationspunkte $x_{p,i}, y_{p_i}$ des Flugzeuges ersetzt werden.

Physikalische Interpretation

Die Betrachtung der Übertragungsfunktion für einen festgelegten Wert *m* beschreibt im physikalischen Raum eine Welle, die unter dem Winkel θ über das Flugzeug läuft. Das gesamte Turbulenzfeld ergibt sich durch eine Überlagerung solcher Wellen aus verschiedenen Richtungen. Die Gewichtung erfolgt entsprechend dem Spektralanteil, der sich in dem Intervall $\Delta\Omega_2$ ergibt. Je nach Anforderung an die Genauigkeit muß die Anzahl der Eingänge angepaßt werden. Es ist wichtig zu beachten, daß der Winkel θ nicht nur von der Wellenzahl Ω_2 abhängt, sondern auch von der Wellenzahl Ω_1 , d.h. für unterschiedliche Anregungsfrequenzen ergibt sich ein unterschiedlicher Winkel, mit dem die Welle über das Flugzeug läuft. Die Wellenzahl Ω_2 beschreibt die Wellenlänge der Ab- und Aufwindverteilung durch Turbulenz in Spannweitenrichtung.

Berechnung von Filtern für die Teilspektren

Die einzelnen Teilspektren $\Phi_{\Omega_{2m}}$ (3.26) sollen durch gefiltertes weißes Rauschen approximiert werden. Bild 3.9 zeigt deren typischen Verlauf. Die Teilspektren haben die gleiche Struktur wie das 1D von Kármán Spektrum (vgl. (3.22)). Es wird versucht, für jedes Teilspektrum $\Phi_{\Omega_{2m}}$ einen passenden Filter zu finden, der wiederum die Turbulenzgeschwindigkeit aus weißem Rauschen erzeugt. Dazu dient eine Optimierung mit der Kostenfunktion

$$J_{m}(\vec{p}) = \sum_{i=1}^{M} (g_{m}(j\omega_{i})g_{m}(-j\omega_{i}) - \Phi_{\Omega_{2m}}(j\omega_{i}))^{2}$$
(3.28)

bzgl. der Parameter p_{im} der Übertragungsfunktion

$$g_{m}(s) = p_{1m} \frac{i=2}{8} .$$

$$\prod_{j=5}^{4} (1+p_{im}s) .$$
(3.29)

Das allgemeine nichtlineare Optimierungsproblem hat die Form

$$J(\vec{p}) = Min!$$

$$\vec{p}_l \le \vec{p} \le \vec{p}_r$$
(3.30)

und wird mit einem Standardverfahren gelöst. Das durch gefiltertes weißes Rauschen erzeugte Spektrum stimmt im Bereich hoher Werte des Spektrums sehr gut mit dem Ausgangsspektrum überein, siehe Bild 3.10. In dieser Abbildung ist die Wellenzahl Ω_1 mit der

Anregungsfrequenz ω ersetzt, daher ist die Darstellung abhängig von der Fluggeschwindigkeit V und das Spektrum ist auf das neue Frequenzargument angepaßt, für Details siehe Kapitel 3.3.1. Eine Implementierung von zusätzlichen Gewichtungsfaktoren für die Frequenzstützpunkte ist nicht notwendig, da automatisch die großen Verstärkungsfaktoren stärker gewichtet werden..



Bild 3.9: Teilspektren $\Phi_{33\Omega_{2m}}$ für das von Kármán Spektrum abhängig vom Integrationsintervall $\Delta\Omega_2$, siehe Gleichung (3.26)



Bild 3.10: Vergleich ursprüngliches und angenäherte Spektrum, V = 216[m/s]

Laterale Turbulenz

Die Berücksichtigung von lateraler Turbulenz ergibt sich durch Addition der lateralen Luftkräfte, die sich analog Gleichung (3.27) berechnen lassen, zu den Luftkräften der vertikalen Turbulenz. Dies ist möglich, da laterale und vertikale Turbulenz unkorreliert sind.

Spektralanalyse

Der Ansatz, das gesamte 2D Turbulenzfeld durch Diskretisierung darszustellen, kann ebenso verwendet werden, um eine auf die eindimensionale Darstellung reduzierte 2D Modellierung zu bestimmen:

$$\Phi_{yy} = \sum_{l=1}^{L} \Phi_{y22 \ \Omega_{2l}} + \sum_{m=1}^{M} \Phi_{y33 \ \Omega_{2m}}, \qquad (3.31)$$

In dieser Gleichung ist $\Phi_{y22 \ \Omega_{2l}}$ das Spektrum der Antwort *y* auf laterale Turbulenz bzgl. eines Einganges $\eta_{2\Omega_{2l}}$. Der Anteil der vertikalen Turbulenz ergibt sich analog und wird zur lateralen Turbulenz addiert. Ein Vergleich mit den Ergebnissen, die auf Gleichung (3.21) beruhen, liefert eine Aussage über die Genauigkeit der Diskretisierung. Die Diskretisierung kann für laterale und vertikale Turbulenz mit einer unterschiedlichen Anzahl von Intervallen $\Delta\Omega_2$ in Gleichung (3.27) durchgeführt werden.

3.3 Bestimmung der zulassungsrelevanten Lastannahmen

Bei der bisherigen Analyse wurde hauptsächlich auf die Berechnung von Spektren eingegangen, d.h. den Energieinhalt der Anregung und der Antwort des Flugzeuges abhängig von der Anregungsfrequenz. Die statistische Verteilung der Anregungsgeschwindigkeit wurde noch nicht berücksichtigt. Für Turbulenz wird immer eine Gaußsche Normalverteilung angenommen. Verschiedene Untersuchungen sehen aber eine Diskrepanz zu realer Turbulenz [8], da starke Ausschläge zu wenig Berücksichtigung finden. Trotzdem werden auch in dieser Arbeit die Analysen mit einer Gaußschen Geschwindigkeitsverteilung durchgeführt, da hierzu entsprechende Zufallsgeneratoren im Zeitbereich zur Verfügung stehen und keine besseren Verteilungsdichtefunktionen bekannt sind. In den Meßdaten aus Kapitel 3.1.4 wird die Normalverteilung jedoch bestätigt.

Die Berücksichtigung der Verteilungsdichtefunktionen muß erfolgen, um Aussagen über die Wahrscheinlichkeit einer Überschreitung von Grenzwerten treffen zu können. Dies ist von entscheidender Bedeutung für die Dimensionierung der Struktur und wichtig für das Aufstellen von Missionsprofilen, eine detaillierte Erläuterung dieser Zusammenhänge findet sich z.B. in Hoblit [28].

3.3.1 Charakteristische Frequenz und Frequency of Exceedance

Die Anzahl der Überschreitungen eines bestimmten Wertes ergibt sich dadurch, daß man z.B. im Meßflug alle maximalen Werte zwischen zwei Nulldurchgängen für einen bestimmten physikalischen Wert aufnimmt und dann die Gesamtanzahl für einen bestimmten Wert durch die Gesamtzeit teilt. Es ergibt sich ein Diagram, aus dem ersichtlich ist, welcher Wert wie oft aufgetreten ist. Diesselbe Analyse kann auch für eine Gaußsche Dichteverteilung durchgeführt werden. Die Anzahl der Überschreitungen eines bestimmten Wertes (Frequency of Exceedance) kann dabei mit der Gleichung von Rice [28]

$$N(y) = N_0 e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{y}{\sigma_y}\right)^2}$$
(3.32)

bestimmt werden. In dieser Gleichung beschreibt N_0 die Anzahl der Nulldurchgänge mit positiver Steigung. Diese ist natürlich vom Frequenzspektrum abhängig und wird auch als charakteristische Frequenz bezeichnet. Sie wird aus der eindimensionalen Darstellung des Spektrums oder aus der Standardabweichung der Antwort σ_y und deren Ableitung berechnet:

$$N_{0} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{dy/dt}}{\sigma_{y}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\int_{0}^{\infty} \omega^{2} \phi_{y}(\omega) d\omega}{\int_{0}^{\infty} \phi_{y}(\omega) d\omega}}.$$
(3.33)

Es kann das Problem auftreten, daß der Nenner in Gleichung (3.33) nicht konvergiert, eine Diskussion des Problems findet sich in Hoblit [28]. Eine allgemein verwendete Größe ist auch

$$\overline{A} = \sigma_v / \sigma_i, \qquad (3.34)$$

mit
$$\sigma = \sqrt{\int_0^\infty \Phi(\omega) d\omega} = \sqrt{\int_0^\infty \Phi(\Omega) d\Omega} = \sqrt{\int_0^\infty \Phi(f) df},$$
 (3.35)

damit wird die Standardabweichung der physikalischen Antwort σ_y , die sich aus lateraler und vertikaler Turbulenz zusammensetzt (vgl. Gleichung (3.20) und (3.21)), mit der Standardabweichung der Turbulenz σ_i in Gleichung (3.32) ersetzt. Das Spektrum Φ in Gleichung (3.35) ist abhängig vom Frequenzargument, es gilt:

$$\Phi(f) = 2\pi\Phi(\omega) = \frac{2\pi}{V}\Phi(\Omega).$$
(3.36)

Dies muß bei allen Darstellungen des Spektrums sowohl für 1D als auch 2D Turbulenz berücksichtigt werden. Da die Spektralfunktionen eigentlich unterschiedlich sind, müßten sie unterschiedlich bezeichnet werden, darauf wird in dieser Studie aber verzichtet.

3.3.2 Nachweismethoden

Missionsprofile

Die Idee bei dieser Methode ist es, einen statistischen Ansatz für die Beschreibung der Verwendung des Flugzeuges zu geben. Es wird angegeben wieviel Zeit in Gebieten ohne Turbulenz und wieviel Zeit in Gebieten mit Turbulenz geflogen wird. Daraus wird die Anzahl der Grenzwerteüberschreitungen der kritischen physikalischen Größen wie Spannungen oder Biegemomente berechnet. In diese Berechnungen geht die charakteristische Frequenz N_0 als multiplikativer Faktor ein, d.h. je größer die Zahl N_0 ist, desto wahrscheinlicher ist es, eine Überschreitung von Grenzwerten zu bekommen.

Design Envelope Kriterium

Ein weiteres Zulassungskriterium ist das *Design Envelope* Kriterium, das diese Aufteilung in Flugabschnitte nicht macht, sondern es wird eine Standardabweichung für die Turbulenz festgelegt, die als Entwurfsparameter gilt und im Prinzip schon die Anzahl der Grenzwertüberschreitungen enthält. Die Standardabweichung der Spannung oder Beschleunigung an einem Punkt muß dann als Grenzwert diese Entwurfsgeschwindigkeit der Turbulenz erfüllen können.

Für die weiteren Untersuchungen in dieser Arbeit wird auf diese Zulassungsvorschriften nicht direkt eingegangen. Es wird aber die Anzahl der Nulldurchgänge N_0 und der Wert \overline{A} errechnet, da diese einen Einfluß auf die beschriebenen Nachweismethoden haben. Je größer beide sind, desto höher ist die Wahrscheinlichkeit eine Überschreitung der Grenzwerte zu bekommen. Damit sind gute quantitative Aussagen möglich, die sich durch die Berücksichtigung von 2D Turbulenz ergeben.

3.4 Turbulenz und Böen im Zeitbereichsmodell

Für verschiedene Analysen und die Reglersynthese ist der Aufbau eines linearen Zustandsraummodells im Zeitbereich erforderlich. Folgende Anwendungsbereiche sollen dabei Berücksichtigung finden, die Komplexität und Art des Turbulenz- und Böenmodells sollen darauf flexibel angepaßt werden können:

• Reglerentwicklung

Verschiedene Reglerentwurfsverfahren erfordern die Zustandsraumdarstellung des Modells und damit auch der Störgrößen.

Diskrete Böen

Die Analyse der Flugzeugreaktion auf diskrete Böen ist insbesonders interessant, um das Antwortverhalten des ungeregelten und geregelten Flugzeuges zu vergleichen. Für die Bestimmung der Lasten fordern die Vorschriften die Analyse diskreter Böenformen neben der stochastischen Turbulenzanalyse bzw. Spektralanalyse.

• Simulation

Für die Implementierung auf Flugsimulatoren sind sowohl Böen als auch Turbulenz interessant. Hier soll es möglich sein, je nach zur Verfügung stehender Rechnerleistung, die Genauigkeit und Art des Böen- und Flugzeugmodells anpassen zu können.

Die Analyse des Übertragungsverhaltens und die Spektralanalyse sollten mit dem Frequenzbereichsverfahren auf Grund seiner höheren Genauigkeit durchgeführt werden.

3.4.1 Transformation der Luftkräfte

Die Transformation der tabellierten generalisierten Turbulenzluftkräfte \vec{f}_g^{f} (3.17) kann im Prinzip wie für die generalisierten Luftkräfte, die sich aus den flugmechanischen und flexiblen Verschiebungen ergeben, berechnet werden, siehe Kapitel 2.5.1. Es ist aber zu beachten, daß der Eingang in das System für die generalisierten Luftkräfte eine Verschiebung, für die Turbulenz aber eine Geschwindigkeit ist. In Gleichung (2.17) sollen maximal beschleunigungsabhängige Terme für die Luftkräfte auftreten, damit wird $A_{2g} = 0$ für die Turbulenzluftkräfte. Diese Randbedingung ist im Algorithmus der Minimum-State Methode implementiert, die Approximation wird somit durch

$$\vec{f}_{g}^{f}(\tilde{s}) = A_{0g} + A_{1g}\tilde{s} + D_{g}(I\tilde{s} - R_{g})^{-1}E_{g}$$
(3.37)

beschrieben, als Frequenzargument wird die reduzierte Laplace-Variable $\tilde{s} = s(c/V)$ verwendet. Eine weitere wichtige Eigenschaft, die bei der Transformation der Turbulenzkräfte in den Zeitbereich betrachtet werden muß, ist das Auftreten von Totzeiten, die sich durch die Laufzeit über das Flugzeug vom Referenzpunkt der Turbulenz (x_0 in Gleichung 3.17) aus ergeben. Dies führt zu großen Phasenänderungen der Übertragungsfunktionen für die Turbulenzluftkräfte. Diese können entweder durch einen Turbulenzeingang mit fester Totzeit Berücksichtigung finden oder es wird eine ausreichende Anzahl von Polen verwendet, um die Phasenverschiebungen zu approximieren. Bild 3.11 zeigt, daß die Approximation der Turbulenzluftkräfte durch eine ausreichende Anzahl von aerodynamischen Zuständen mit guter Genauigkeit möglich ist.



Bild 3.11: Approximation der tabellierten 1D Turbulenzluftkräfte mit rationalen Funktionen, es werden die generalisierten Kräfte folgender Eigenformen betrachtet: Vertikalbewegung (1), Nickbewegung (2), Flügelbiegung (3), Triebwerksformen (4,5)

Die Approximation der Turbulenzluftkräfte muß für verschiedene Wellenzahlen Ω_2 sowohl für die vertikale als auch laterale Turbulenz erfolgen. Die Approximation der Luftkräfte pro Wellenzahl Ω_2 kann durch eigene aerodynamische Zustände erfolgen oder es werden für eine Serie oder alle Wellenzahlen Ω_2 die gleichen aerodynamischen Zustände verwendet. Weiterhin kann man, um die Genauigkeit zu verbessern, auch getrennte aerodynamische Zustände für die Flugmechanik und die elastischen Freiheitsgrade verwenden. In der Realität muß ein Kompromiß zwischen Genauigkeit und Anzahl der aerodynamischen Zustände für die Turbulenz gefunden werden. Abbildung 3.12 zeigt die Abweichungen, die sich bei der Verwendung gemeinsamer aerodynamischer Zustände für die Approximation einer flexiblen Form mit unterschiedlichen Werten Ω_2 ergeben.



Bild 3.12: Approximation der tabellierten Turbulenzluftkräfte für Triebwerksform mit rationalen Funktionen für unterschiedliche Wellenzahlen Ω_2

Es zeigt sich, daß die Luftkräfte sehr unterschiedlich für die verschiedenen Wellenzahlen Ω_2 sind. Dies hat Auswirkungen auf die Approximation der Luftkräfte, es muß daher eine ausreichend große Anzahl von aerodynamischen Zuständen verwendet werden. Für alle antisymmetrischen Formen existieren keine Turbulenzluftkräfte für die Wellenzahl $\Omega_2 = 0$, für kleine Wellenzahlen Ω_2 sind die Turbulenzluftkräfte ebenso sehr klein, die Gewichtungsmatrizen müssen daher evtl. angepaßt werden. Eine qualitativ nicht so hohe Approximationsgüte der Turbulenzluftkräfte im Zeitbereichsmodell ist aber für viele Untersuchungen nicht ganz so kritisch zu sehen, da die Eigendynamik des Flugzeuges, die über die Approximation der modalen Luftkräfte Q_q^f beschrieben wird, nicht verändert wird. Falls ein Kompromiß zwischen Anzahl der Zustände für die modalen Luftkräfte und Turbulenzluftkräfte gesucht wird, sollte daher die Approximation der modalen Luftkräfte die höhere Priorität haben.

3.4.2 Zustandsraummodell mit Turbulenz

Die Erweiterung des Zustandsraummodells (2.19) um den Böeneingang ergibt die Gleichung

$$\begin{bmatrix} \dot{\dot{q}} \\ \ddot{\dot{q}} \\ \dot{\dot{x}}_{l} \\ \dot{\dot{x}}_{g_{n}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 \\ -N(K - T_{Tq} - T_{Eq} - A_{0}p_{d}) & -N(B - T_{Tq} + -T_{Eq} - A_{1}p_{d}\frac{c}{V}) & NDp_{d} & ND_{g_{n}}p_{d} \\ 0 & E & R\frac{V}{c} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{g_{n}}\frac{V}{c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\dot{q}} \\ \dot{\dot{x}}_{l} \\ \dot{\ddot{x}}_{g_{n}} \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ NK_{R} & NT_{Tu} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_{R} \\ \dot{u}_{T} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ (NA_{1g_{n}}p_{d}\frac{c}{V}) & (NA_{0g_{n}}p_{d}) \\ 0 & 0 \\ E_{g_{n}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\dot{u}}_{g_{n}} \\ \dot{\ddot{u}}_{g_{n}} \end{bmatrix}$$
(3.38)

in der Form $\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B_C\hat{u}_C + E_{g_k}\hat{u}_{g_k}$, weiterhin gilt $N = (M - A_2p_d(c^2/V^2))^{-1}$ wie in Gleichung (2.19). Der Eingang \hat{u}_{g_n} beschreibt Turbulenzeingänge, für die identische Zustände \hat{x}_{g_n} zur Beschreibung der Turbulenzluftkräfte verwendet werden. Für den Fall, daß die vertikalen 2D Turbulenzluftkräfte mit dem Vektor

$$\hat{u}_{g_n} = \left[\dots \ u_{g_m} \dots \right]^t \tag{3.39}$$

erzeugt werden sollen, ist eine Komponete u_{g_m} , die zu einer diskreten Wellenzahl Ω_{2m} gehört, das entsprechende Geschwindigkeitssignal am Referenzpunkt, der für die Luftkraftberechnung verwendet wird.

Die Dimension des Vektors \hat{u}_{g_n} ist gegeben durch die Anzahl der Intervalle für das Spektrum entlang der Wellenzahl Ω_2 , die Dimension der Matrizen der Luftkraftapproximation, wie A_{0g_n} , A_{1g_n} und E_{g_n} (3.37), ergibt sich analog.

Um die Genauigkeit zu erhöhen und eine gegenseitige Beeinflussung der Eingänge auszuschließen, kann für jeden Eingang u_{g_m} eine getrennte Luftkraftapproximation durchgeführt werden. Damit wird der Vektor $\dot{\bar{u}}_{g_n}$ mit dem Skalar u_{g_m} in Gleichung (3.38) ersetzt. Da für 2D Turbulenz trotzdem alle Komponenten u_{g_m} berücksichtigt werden müssen, muß Gleichung (3.38) für jedes u_{g_m} erweitert werden, diese Erweiterung entspricht der Modifikation von (2.19) auf (3.38). In den meisten Fällen wird eine Mischform dieser beiden Ansätze verwendet werden, so werden vertikale und laterale Turbulenz hier durch jeweils eigene Vektoren \tilde{u}_{g_n} beschrieben.

Die Meßgleichung (2.20) ändert sich analog:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \\ \dot{z} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{z} \Phi & 0 & 0 \\ 0 & Y_{z} \Phi & 0 \\ 0 & 0 & Y_{z} \Phi \end{bmatrix} \begin{pmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ -N(K - T_{Tq} - A_{0}p_{d}) - N\left(B - T_{Tq} - A_{1}p_{d}\frac{C}{V}\right) NDp_{d} ND_{g_{n}}p_{d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{q} \\ \dot{x}_{l} \\ \dot{x}_{g_{n}} \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ NK_{R} & NT_{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_{R} \\ \dot{u}_{T} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ (NA_{1g_{n}}p_{d}\frac{C}{V}) (NA_{0g_{n}}p_{d}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_{g_{n}} \\ \dot{u}_{g_{n}} \end{bmatrix}$$

$$(3.40)$$

Sie kann mit $\dot{y} = C\dot{x} + D_C\dot{u}_C + F_{g_k}\dot{u}_{g_k}$ zusammengefaßt werden. Eine detaillierte Betrachtung der Gleichungen bestätigt, daß die Turbulenzluftkräfte wie die Luftkräfte der Starrkörperbewegung und elastischen Verformungen in die Gleichungen implementiert sind. Der Unterschied ist, daß nicht die Bewegung die Kraft vorgibt, sondern die Turbulenzgeschwindigkeit. In diesem Modell ist noch die Turbulenzbeschleunigung neben der Geschwindigkeit als Störgröße enthalten, in der Realität steht jedoch nur die Turbulenzgeschwindigkeit als Störgröße zur Verfügung. In einem weiteren Schritt wird daher die Turbulenzbeschleunigung

 $\dot{\hat{u}}_{g_n}$ als Störeingang eliminiert und der Störeingang modifiziert.

3.4.3 Festlegung des Eingangs der turbulenten Störungen

Turbulenzeingang ohne Berücksichtigung des Turbulenzspektrums

Für die Störgröße "Turbulenz" ergeben sich in (3.38) immer noch zwei Eingänge \hat{u}_{g_n} und $\dot{\hat{u}}_{g_n}$. Über einen Filter zweiter Ordnung kann die Beschleunigung einer Komponente der Turbulenz \hat{u}_{g_n} als Eingang eliminiert werden, verwendet wird das System

$$\dot{\hat{x}}_{t_m} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & -2\zeta\omega \end{bmatrix} \dot{\hat{x}}_{t_m} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega^2 \end{bmatrix} u_{g_m} \qquad \begin{bmatrix} \dot{u}_{g_m} \\ u_{g_m} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \dot{\hat{x}}_{t_m}.$$
(3.41)

Die Eckfrequenz wird hinreichend groß gewählt, so daß die Approximation die erwünschte Genauigkeit erzielt. Die Dämpfung wird mit $\zeta = 1$ angesetzt.

Turbulenzeingang mit Filter für das Turbulenzspektrum

Für die stochastische Untersuchung von Turbulenz müssen die Spektren berücksichtigt werden. Es wird ein Zustandsraummodell für die Übertragungsfunktion des Spektrums (3.29) implementiert. Um zusätzlich den Term u_{g_m} zu eliminieren, muß die Ordnung des Nennerpolynoms mindestens um zwei Ordnungen größer als die des Zählerpolynoms sein, falls ein direkter Durchgangsterm vom Eingang auf den Ausgang vermieden werden soll, d.h es wird gefordert $D_t = 0$ [60]. Würde ein direkter Durchgang vom weißen Rauschen auf die Geschwindigkeit und Beschleunigung der Turbulenz existieren, würde das Spektrum der Turbulenz für hohe Frequenzen nicht gegen den Wert 0 laufen. Für die Übertragungsfunktion der Spektren ist der Unterschied in der Ordnung nur eins. Das Problem wird gelöst, indem zusätzlich ein PT₁-Glied

$$\tilde{g}_{t_{u}}(s) = [p_t/(s+p_t)]g_{t_{u}}(s)$$
 (3.42)

mit ausreichend großer Eckfrequenz (vgl. (3.41)) eingeführt wird. Zole und Karpel [60] zeigen die Gleichungen für das Drydenspektrum, für ein System (3.29) erhält man unter Berücksichtigung von (3.42):

$$\dot{\tilde{x}}_{t_{m}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ Y Y(p_{5} + p_{6} + \dots + p_{8}) & Y(p_{5}p_{6} + p_{5}p_{7} + \dots) & Y(p_{5}p_{6}p_{7} + \dots) - Yp_{t} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -p_{t} \end{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_{t_{m}} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ p_{1} \end{bmatrix} \eta_{m}$$
$$\begin{bmatrix} \dot{u}_{g_{m}} \\ u_{g_{m}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & (p_{2} + p_{3} + p_{4}) & (p_{2}p_{3} + p_{2}p_{4} + p_{3}p_{4}) & Z & 0 \\ (Z \cdot A_{g}(4, 1)) & (Z \cdot A_{g}(4, 2) + 1) & (Z \cdot A_{g}(4, 3) + (p_{2} + p_{3} + p_{4})) & \dots & \dots \end{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_{t_{m}}$$
$$mit \quad Y = -(p_{5}p_{6}p_{7}p_{8})^{-1}$$
$$Z = p_{2}p_{3}p_{4}$$
$$p_{i} = p_{im} \qquad (3.43)$$

Diese Gleichung oder Gleichung (3.41) werden mit $\dot{\tilde{x}}_{t_m} = A_{t_m} \tilde{x}_{t_m} + B_{t_m} \eta_m$ und $\dot{\tilde{y}}_{t_m} = \left[\dot{u}_{g_m} \ u_{g_m}\right]^t = C_{t_m} \tilde{x}_{t_m}$ zusammengefaßt, dabei gilt wie gefordert $D_{t_m} = 0$. Die Gleichungen gelten weiterhin für eine Komponente u_{g_m} , sie können aber mit den verschiedenen Eingängen auf den Vektor \tilde{u}_{g_n} erweitert werden, um sie in den Gleichungen (3.38) und (3.40) zu verwenden. Die Meßgleichung bekommt z.B die Form $\tilde{y}_{t_n} = \left[\dot{\tilde{u}}_{g_n} \ \tilde{u}_{g_n}\right]^t = C_{t_n} \tilde{\tilde{x}}_{t_n}$.

3.4.4 Entwurfs- und Simulationsmodell im Zustandsraum

Das Zustandsraummodell (3.38) kann mit dem Modell des Einganges (Kapitel 3.4.3) erweitert werden:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{\hat{x}} \\ \dot{\hat{x}}_{t_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & (E_{g_k} C_{t_n}) \\ 0 & A_{t_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{\hat{x}}_{t_n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_C \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\hat{u}}_C + \begin{bmatrix} 0 \\ B_{t_n} \end{bmatrix} \dot{\hat{u}}_{\text{Turbulenz}}$$

$$y = \begin{bmatrix} C & (F_{g_k} C_{t_n}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{\hat{x}}_{t_n} \end{bmatrix}$$
(3.44)

Der Index t_n beschreibt den Teil des Modells, der sich auf die Dynamik des Turbulenzmodells bezieht. Der Eingang $\tilde{u}_{Turbulenz}$ ist für kontinuierliche Turbulenz durch unabhängige Eingänge mit weißem Rauschen η gegeben, siehe Gleichung (3.43). Für diskrete Böen entspricht der Eingang einem vorgegebenen Geschwindigkeitsprofil der Böe, siehe Gleichung (3.41).

Es wird deutlich, daß der sukzessive Aufbau des Modells es je nach Anforderung ermöglicht, die Anzahl der Turbulenzeingänge zu variieren, Berechnungen mit und ohne Spektrum durchzuführen oder einzelne fest vorgegebene Böenverläufe zu analysieren.

4 Bestimmung des internen Spannungszustandes der Struktur

4.1 Zielsetzung

Die in Kapitel 2 und 3 beschriebenen Modelle haben als Ausgangsgrößen die Verformungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen an physikalischen Punkten (2.20) des Flugzeuges. Diese Ausgangsgrößen sind für die Analyse der Flugdynamik und des Flugkomforts ausreichend. Weiterhin kann von der Beschleunigung physikalischer Punkte eine qualitative Beurteilung der Strukturbelastung gemacht werden. Die eigentliche Belastung der Struktur, die sich durch einen entsprechenden Spannungszustand in einem Bauteil des Flugzeuges bemerkbar macht, wird dabei aber nicht erfaßt. In diesem Kapitel sollen daher die Ausgangsgrößen des integralen Modells um die Werte für die interne Spannung einzelner Bauelemente erweitert werden. Diese Meßwerte werden als zusätzliche Ausgänge in das Frequenzbereichsmodell und in das Zustandsraummodell implementiert. Für die Zulassung von Verkehrsflugzeugen werden weiterhin noch zusätzliche statistische Größen (siehe Kap. 3.3.1) benötigt, diese werden in diesem Kapitel speziell auf die Spannungswerte angewandt und typische Ergebnisse aufgezeigt.

Der heute übliche Zugang zur Berechnung der internen Spannungswerte erfolgt über die Berechnung externer Lasten. Diese Lasten werden von verschiedenen Disziplinen, die im Flugzeugentwurf involviert sind, bereitgestellt. Dies sind Manöverlasten, Turbulenzlasten und Fahrbahnlasten, die sich durch das Rollen auf der Fahrbahn ergeben. Die dabei ermittelten Biegemomente, Torsionsmomente und Ouerkräfte werden anschließend statistisch überlagert und die kritischen Größen, die für die Abnahme des Flugzeugentwurfs entscheidend sind, bereitgestellt. Manöverlasten und Turbulenzlasten werden durch aerodynamische Kräfte und die inertiale Beschleunigung der Strukturmasse bestimmt. Manöverlasten sind stationäre Lasten, für instationäre Turbulenzlasten und Fahrbahnlasten muß immer auch die Phasendifferenz zwischen den Lasten beachtet werden. Die internen Spannungswerte werden aus einer Kombination der externen Lasten errechnet, es sind daher statistische Verfahren notwendig, die diese Zusammenhänge beschreiben. Da die Berechnung der Lasten aber unabhängig von der Berechnung der internen Spannungen sein kann, können auch die verwendeten Werkzeuge der Disziplinen Lastermittlung und Spannungsermittlung unterschiedlich sein. Sind die Lasten definiert, können diese in den Berechnungsverfahren für die Spannungsermittlung verwendet werden. Wichtig ist, daß diese Lasten auch ohne Probleme in Bodenversuchen verwendet werden können.

In diesem Kapitel werden die Spannungswerte direkt berechnet, ausgehend von der modalen Verformung des Flugzeugs. Da Verformungen und Lasten in direktem Zusammenhang stehen, könnten im Prinzip auch die Lasten bestimmt werden. Die Anteile, die aus der Strukturdämpfung resultieren und damit von der Deformationsgeschwindigkeit abhängen, werden bei dem Ansatz über die Lasten vernachlässigt. Die Spannungswerte werden für einen statischen Dimensionierungsfall gelöst, dies ist im Allgemeinen ausreichend, s. Kapitel 4.2.3.

Um die Zusammenhänge zu verstehen, werden die wichtigsten Eigenschaften der Finite-Element Methode erläutert. Eine gute Einführung in die Methode der Finiten Elemente geben auch Knothe und Wessels [33], Argyris [3] und Bathe [6].

4.2 Spannungsberechnung im Rahmen der Methode der Finiten Elemente

4.2.1 Einführung

Das Grundprinzip bei der Methode der Finiten Elemente ist, daß Elemente, für die eine analytische Lösung der Bewegungsgleichungen existiert, zu einer komplexen Struktur kombiniert werden, unter Berücksichtigung der Randbedingungen der einzelnen Elemente untereinander. Im Allgemeinen werden kleine Verformungen angenommen, damit ergibt sich ein lineares Verhalten des Systems. Die Theorie der Finiten Elemente ermöglicht im Prinzip jegliche Komplexität der einzelnen Elemente, Flugzeuge bestehen aber aus relativ wenigen Elementen wie Platten-, Stab-, Balken- oder Schalenelementen. Für die Darstellung der Ergebnisse in dieser Arbeit werden Schalenelemente verwendet, da das betrachtete Flugzeug großteils aus diesen Elementen aufgebaut ist. Schalenelemente beschreiben dünne Rechtekkelemente, für die Normalkräfte, Querkräfte, Biege- und Torsionsmomente in 2 Dimensionen (z.B. M_{xv}) berücksichtigt werden.

4.2.2 Modale Spannungsmatrix für ein Schalenelement

Die Verzerrung innerhalb des Elements wird über Ansatzfunktionen abhängig von der Verschiebung der Randpunkte des Elements beschrieben. Der Spannungswert an einem Punkt (x, y, z) innerhalb des Elements

$$\vec{\sigma}^{e}(x, y, z) = \begin{bmatrix} \sigma_{x}^{e}(x, y, z) \\ \sigma_{y}^{e}(x, y, z) \\ \tau_{xy}^{e}(x, y, z) \end{bmatrix} = S_{s}(x, y, z)\dot{z}_{s}$$
(4.1)

ist somit linear abhängig von der Verschiebung der Randpunkte \dot{z}_s . In dieser Arbeit wird die Spannung in der Elementmitte an der Oberfläche bestimmt.

Die Verschiebung der Randpunkte \dot{z}_s wird aus dem Lastvektor \vec{f}_s ermittelt, siehe Gleichung (2.1). Ebenso kann aber aus einer vorgegebenen Verschiebung der Randpunkte der Lastvektor bestimmt werden. Für den Fall, daß die Verschiebung nur an wenigen Punkten bekannt ist, wird für die anderen Knotenpunkte keine Last angenommen. Das Gleichungssystem kann für die unbekannten Verschiebungen und Lasten gelöst werden. Es ist somit möglich, die Deformation der gesamten Struktur zu beschrieben. Diese Situtation tritt auf, wenn Verschiebungen im dynamischen System \dot{z}_a verwendet werden, um die unbekannten Lasten \vec{f}_s und unbekannten Verschiebungen im Vektor \dot{z}_s zu bestimmen. Zu den Eigenvektoren Φ_a , die in den Freiheitsgraden im dynamischen System System gegeben sind, existieren die entsprechenden Eigenvektoren Φ_s in den Freiheitsgraden des statischen Systems.

Die Spannung in allen Elementen

$$\dot{\vec{\sigma}}^e = S_s \dot{\vec{z}}_s = S_z \Phi_s \dot{\vec{q}} = S_q \dot{\vec{q}}$$
(4.2)

kann damit abhängig von den generalisierten Koordinaten \ddot{q} ermittelt werden, S_q ist die modale Spannungsmatrix.

Der Ansatz ist direkt anwendbar auf die stationäre Verformung des Flugzeuges. Bei der Analyse der Spannungswerte ist zu beachten, daß diese die Randbedingungen an den Knotenelementen nicht erfüllen müssen, die Erfüllung der Randbedingungen gilt nur für die Verschiebungen. Die Anzahl der Elemente ist dementsprechend anzupassen, um ein genaues Ergebnis zu erhalten.

4.2.3 Spannungsmessung im Frequenzbereichsmodell

Im instationären Fall haben die Eigenvektoren eine Frequenz und eine Phasendifferenz zueinander. Weiterhin treten zusätzlich Dämpfungskräfte und Massenträgheitskräfte auf. Die Berücksichtigung der Massenkräfte ergibt sich ohne Einschränkung direkt aus der Formulierung für die Bewegungsgleichungen der Finiten Elemente, die Dämpfungskräfte werden bei der dynamischen Rechnung jedoch vereinfacht als modale Dämpfung angenommen.

Viskose Dämpfung

Der modale Dämpfungsansatz kann nicht aus dem Stoffgesetz unter Berücksichtigung der Dämpfung übernommen werden. Für die Berücksichtigung der Dämpfung existieren unterschiedliche Ansätze. Im viskosen Dämpfungsmodell nach Voigt und Kelvin (z.B. Kunststoffe [33]) ist die Kraft linear abhängig von der Geschwindigkeit, es ergibt sich damit die Spannung

$$\dot{\overline{\sigma}}^e = S_s \dot{\overline{z}}_s + \zeta_v S_s \dot{\overline{z}}_s, \qquad (4.3)$$

mit dem Parameter der viskosen Dämpfung ζ_{ν} . Diese Gleichungen sind in physikalischen Koordinaten aufgestellt und können in das Gesamtsystem von Differentialgleichungen integriert werden. Die Generalisierung dieser Dämpfungskräfte führt zu einer Diagonalform der Dämpfungsmatrix. In einem allgemeinen System mit zusätzlichen Dämpfungsanteilen, die z.B. nur an einzelnen Knoten wirken, wird diese Diagonalisierung aber nicht erreicht. Der Grund dafür ist, daß bei der Berechnung der Eigenwerte und Eigenvektoren nur die Massenund Steifigkeitsmatrix berücksichtigt werden.

Strukturdämpfung

Für Metalle wie Stahl und Aluminium ist die Dämpfungskraft frequenzunabhängig [33]. Ein Vergleich mit den Bewegungsgleichungen für eine harmonische Anregung zeigt, daß dort die Dämpfungskraft von der Frequenz abhängt. Um die Frequenzabhängigkeit zu vermeiden, wird daher folgender Ansatz für eine harmonische Anregung aufgestellt:

$$(-M\omega^{2} + (1+j\zeta_{S})K)e^{j\omega t} = \dot{f}(j\omega).$$

$$(4.4)$$

Es ist zu beachten, daß dieser Ansatz nur für eine harmonische Anregung anwendbar ist.

Modale Dämpfung

Der Ansatz der modalen Dämpfung wurde bereits in Gleichung (2.5) erläutert, im Prinzip wird für das System entkoppelter Differentialgleichungen zweiter Ordnung jeweils ein Dämpfungsmaß ζ_{mod} eingeführt.

Zusammenhang zwischen viskoser, modaler Dämpfung und Strukturdämpfung

Zwischen der viskosen Dämpfung und der Strukturdämpfung besteht die Beziehung

$$\zeta_{\nu} = \frac{\zeta_S}{\omega}.\tag{4.5}$$

Zwischen der Strukturdämpfung und der modalen Dämpfung ergibt sich der Zusammenhang

$$\zeta_{mod} = \frac{\zeta_S \lambda}{2\omega},\tag{4.6}$$

für den Fall der Resonanz ($\omega = \lambda$) vereinfacht sich die Gleichung und das Dämpfungsmaß ζ_{mod} für den modalen Fall kann direkt in Bezug zu dem Dämpfungsfaktor ζ_S gesetzt werden. Die Verwendung eines modalen Dämpfungsmodells kann daher unter Berücksichtigung dieser Vereinfachung für die Berücksichtigung der Strukturdämpfung verwendet werden.

Für den Zusammenhang zwischen viskoser Dämpfung und modaler Dämpfung findet sich die Beziehung

$$\zeta_{mod} = 2\zeta_v \lambda. \tag{4.7}$$

Die Beziehungen zwischen den einzelnen Dämfpungsmodellen werden auf Grund der Entkopplung der Differentialgleichungen auf die einzelnen Schwingungsformen angewandt.

Berücksichtigung der Dämpfung bei der Spannungsberechnung

Für die Bewegungsgleichungen wird in dieser Arbeit ein konstantes Dämfpungsmaß ζ_{mod} für alle Eigenformen angesetzt. Da zwischen der Spannung und der Verformung ein linearer Zusammenhang besteht, können die Gleichungen für die instationäre Verformung

$$\vec{\sigma}^{e}(j\omega) = \begin{bmatrix} \sigma_{x}^{e}(j\omega) \\ \sigma_{y}^{e}(j\omega) \\ \tau_{xy}^{e}(j\omega) \end{bmatrix} = S_{q}\dot{q}(j\omega) + S_{q}\dot{\bar{q}}(j\omega)$$
(4.8)

abgeleitet werden. Die modale Einflußmatrix der Dämpfung auf die interne Spannung

$$S_{q} = S_{q} \begin{bmatrix} \dots & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\zeta_{mod}}{2\lambda_{i}} & 0 \\ 0 & 0 & \dots \end{bmatrix}$$
(4.9)

ergibt sich mit den Gleichungen (4.2), (4.3) und (4.7), dabei beschreibt der Index i die i-te

Eigenform. Mit dem Zusammenhang $\dot{\hat{q}}(j\omega) = j\omega \hat{q}(j\omega)$ wird deutlich, daß der Anteil der Dämpfung sehr klein ist. Der Dämpfungsanteil könnte für die Spannungsberechnung auch vernachlässigt werden.

In der Differentialgleichung mit aerodynamischen Kräften spielt die Strukturdämpfung für das Ergebnis eine untergeordnete Rolle, in den modalen Gleichungen sind z.B. die Luftkräfte, die die Dämpfung beeinflussen, um eine Größenordnung größer. Daher kann für die Untersuchungen der Fehler durch die Verwendung des modalen Dämpfungsmodells toleriert werden.

Im Allgemeinen sind die drei Komponenten des Spannungsvektors σ_x^e , σ_y^e , τ_{xy}^e nicht in Phase zueinander, der maximale Wert der Spannung wird daher nur für einen zu bestimmenden Phasenwerte erreicht.

4.2.4 Spannungsmessung im Zeitbereichsmodell

Da es sich bei Gleichung (4.8) um eine allgemeine Ausgangsgröße des Systems handelt, kann das ursprüngliche Zustandsraummodell (3.40) mit den Ausgangsgrößen der Spannung erweitert werden:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{z}} \\ \dot{\tilde{z}} \\ \dot{\tilde{z}} \\ \dot{\tilde{z}} \\ \dot{\tilde{\sigma}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_z \Phi & 0 & 0 \\ 0 & Y_z \Phi & 0 \\ 0 & 0 & Y_z \Phi \\ Y_\sigma S_q & Y_\sigma S_q & 0 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ -N(K - T_{Tq} - A_0 p_d) & -N\left(B - T_{Tq} - A_1 p_d \frac{c}{V}\right) & NDp_d & ND_{g_n} p_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_l \\ \dot{\tilde{x}}_{g_n} \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ NK_R & NT_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{n}}_R \\ \dot{\tilde{n}}_T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ (NA_{1g_n} p_d \frac{c}{V}) & (NA_{0g_n} p_d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{u}}_{g_n} \end{bmatrix} .$$
 (4.10)

4.2.5 Stationäre Lasten

Die Belastung der Struktur durch die instationäre und stationäre Verformung der Struktur ist im Allgemeinen unterschiedlich [28], daher kann eine getrennte Betrachtung durchgeführt werden. Es ist aber auch möglich, beide Lastfälle zu kombinieren. Die stationäre Verformung, die sich z.B auch aus einem Manöver ergibt, kann der instationären Verformung ohne Probleme als stationärer Wert überlagert werden. In der Literatur existieren im Prinzip zwei Ansätze die stationäre Verformung zu berechnen, einmal wird die Kraftgleichung für den getrimmten Flug direkt gelöst [46], der andere Ansatz verwendet modale Größen für die Bestimmung der stationären Verformung [30]. Der Modalansatz hat den Nachteil, daß Effekte vernachlässigt werden können und daher zusätzliche Korrekturen, z.B. fiktive Massen, durchgeführt werden müssen.

Um eine möglichst hohe Genauigkeit zu erreichen, wird der direkte Ansatz verwendet und die stationäre Verformung berechnet. Diese wird für die Berechnung der aerodynamischen Kräfte verwendet, aber nicht in den Spannungsanalysen.

4.2.6 Festigkeitshypothesen und Vergleichsspannungen

Um eine Aussage über die Belastung der Struktur zu treffen, sollten mehrachsige Spannungszustände auf eine einachsige Vergleichsspannung reduziert werden. In der Literatur [13] existieren eine Reihe von Vergleichsspannungshypothesen, die ihre Anwendung je nach Werkstoff und Art der Belastung finden, Beispiele sind die Normalspannungshypothese oder die Schubspannungshypothese. Für verformbare Werkstoffe und Baustoffe, die auf Grund von schwingender Beanspruchung versagen, wird die Gestaltänderungsenergiehypothese
oder auch von Mises Spannung verwendet, die für einen zweiachsigen Spannungszustand folgende Form annimmt:

$$\sigma_V^e = \sqrt{(\sigma_x^e)^2 + (\sigma_x^e)^2 - \sigma_x^e \sigma_y^e + 3\tau_{xy}^e}.$$
 (4.11)

Mit dieser Vergleichsspannungshypothese kann eine Aussage über die Belastung der Struktur getroffen werden, da Materialkennwerte aus einem eindimensionalen Bruchversuch als Vergleichswerte verwendet werden können.

Die Implementierung der von Mises Spannung in das Frequenzbereichs- oder Zustandsraummodell ist aber nicht möglich, da die Vergleichsspannung nicht linear von den Spannungswerten $\sigma_x^e, \sigma_y^e, \tau_{xy}^e$ abhängt. Es ist daher notwendig, die Phasendifferenz der einzelnen Spannungswerte bei der Berechnung der von Mises Spannung zu berücksichtigen. Liegt das Ergebnis einer Zeitsimulation vor, kann im Anschluß die Vergleichsspannung an den einzelnen Zeitschritten mit Gleichung (4.11) bestimmt werden. Im Frequenzbereichsmodell ist diese Berechnung schwieriger, da der Maximalwert bei einem unbekannten Phasenwert auftritt. Die Bestimmung der maximalen von Mises Spannung müßte daher iterativ erfolgen und es könnte eine entsprechende "Übertragungsfunktion" aufgestellt werden. Dies wäre aber keine Übertragungsfunktion im herkömmlichen Sinn, da die Zusammenhänge nichtlinear sind.

4.3 Statistische Größen

Die Berechnung der statistischen Größen, die für die Zulassung relevant sind (vgl. Kapitel 3.3), macht es notwendig, die kritischen Spannungszustände in einem Element zu bestimmen. Wie im vorherigen Kapitel gezeigt wurde, ist die Bestimmung der kritischen Spannungswerte im Modell nicht über die Spektralanalyse möglich, da sie sich letztendlich immer über eine Kombination aus mindestens zwei Spannungsanteilen im Element ergeben, deren Phasenwerte zueinander aber vorher unbekannt sind. Eine Möglichkeit, die kritischen Spannungswerte zu bestimmen, ist die Verwendung einer zweidimensionalen Wahrscheinlichkeitsverteilung.

4.3.1 Spektrum der Spannungswerte

Für die Untersuchung von Turbulenzeingängen ist die Berücksichtigung des Spektrums notwendig, es ist eine analoge Betrachtung des 2D Spektrums zu Gleichung (3.21) möglich, das Spektrum des Spannungswertes σ_r ist gegeben durch

$$\Psi_{\sigma_x \sigma_x}(\Omega_1, \Omega_2) = |\sigma_{x_2}|^2 \Psi_{22}(\Omega_1, \Omega_2) + |\sigma_{x_3}|^2 \Psi_{33}(\Omega_1, \Omega_2).$$
(4.12)

Das Spektrum der kombinierten Spannungslast kann mit dieser Gleichung nicht bestimmt werden.

4.3.2 Charakteristische Frequenz

Für die Anzahl der Grenzwertüberschreitungen (vgl. Kapitel 3.3.1) muß die charakteristische Frequenz N_0 berechnet werden. Dies ist ohne Problem für einen Ausgang, z.B. den Wert σ_x , mit Gleichung (3.33) möglich. Für zwei korrelierte Ausgangsgrößen gibt es eine ähnliche Darstellung, sie findet sich z.B. in Fuller [20]. In dieser Studie soll nicht weiter darauf eingegangen werden, da die Ergebnisse ähnlich sind und meist ein Ausgang dominiert.

4.3.3 Zweidimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilung

Eine Aussage über die Größe der Spannungsbelastung, die sich aus der Überlagerung von zwei Spannungsrichtungen ergibt, kann über eine zweidimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilung gemacht werden. Allgemein kann für die Ausgänge \hat{y} eines linearen Systems, das mehrere Eingänge mit weißem Rauschen hat, die Kreuzspektralmatrix der Ausgänge

$$\Sigma_{y} = G_{yg}^{*}(j\omega)\Sigma_{g}G_{yg}^{T}(j\omega)$$
(4.13)

mit der Matrix der Übertragungsfunktionen G_{yg} bestimmt werden, die das Turbulenzspektrum nicht enthält. Für die Kreuzspektralmatrix Σ_g , die die Turbulenzspektren beschreibt, kann der Ansatz über die Diskretisierung des Spektrums (vgl. Kapitel 3.2.3) gegangen werden. Da sich das gesamte Spektrum der Antwort des Systems auf unkorrelierte Eingänge von weißem Rauschen ergibt, ist die Kreuzspektralmatrix der Turbulenz Σ_g eine Diagonalmatrix. In dieser Matrix sind die Teilspektren $\Phi_{\Omega_{2m}}$, siehe Gleichung (3.26), die Diagonalelemente. Es werden dabei sowohl die laterale als auch die vertikale Turbulenz berücksichtigt.

Aus der Kreuzspektralmatrix der Ausgänge des Systems läßt sich die Kovarianzmatrix

$$K_{y} = \int_{0}^{\infty} \Sigma_{y}(\omega) d\omega \qquad (4.14)$$

bilden. Aus den Elementen dieser Matrix lassen sich Kreuzkorrelationskoeffizienten [20]

$$\gamma_{ij} = \frac{Re(K_{ij})}{\sqrt{K_{ii}K_{jj}}}$$
(4.15)

zwischen zwei Ausgängen y_i, y_j ableiten, die in die Beschreibung der zweidimensionalen Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$p(y_{i}, y_{j}) = \frac{1}{2\pi \overline{A}_{i} \overline{A}_{j} \sqrt{1 - \gamma_{ij}^{2}}} e^{\frac{1}{2(1 - \gamma_{ij}^{2})} \left(\frac{y_{i}}{\overline{A}_{i}}^{2} - \frac{2\gamma_{ij} y_{i} y_{j}}{\overline{A}_{i} \overline{A}_{j}} + \frac{y_{j}}{\overline{A}_{j}^{2}}\right)}$$
(4.16)

eingehen. Die Niveaulinien gleicher Wahrscheinlichkeit für eine Kombination aus zwei Ausgängen haben die Form einer Ellipse. Der Designfall für ein Element kann mit dieser Ellipse bestimmt werden, indem man den Maximalwert aus der Kombination zweier Ausgänge bestimmt. In dieser Ellipse kann zusätzlich die stationäre Verformung des getrimmten Fluges berücksichtigt werden. Diese macht sich in einer Verschiebung des Mittelpunktes der Ellipsen bemerkbar.

4.4 Implementierung

4.4.1 Statische Spannungsberechnung

Der getrimmte Flugzustand wird unter Berücksichtigung der direkten Lösung (vgl. Kapitel 4.2.5) berechnet. Die Längsbewegung wird über die Höhenruder getrimmt, die Roll- und Gierbewegung werden über die Querruder und das Seitenruder kontrolliert. Die Verformung des Flugzeuges wird in den Freiheitsgraden des dynamischen Systems dargestellt. Es ergibt sich eine statische Form, die den dynamischen Formen überlagert werden kann. Für diese statische Form können die Spannungswerte an einzelnen Elementen bestimmt werden. Mit graphischen Werkzeugen kann diese Verteilung sichtbar gemacht werden und kritische Bauelemente ausgewählt werden.

Berücksichtigung der Wölbung

Mit der Doublet Lattice Methode wird die stationäre Auftriebsverteilung über den Flügel, die durch das Flügelprofil vorgegeben ist, nicht berücksichtigt. Diese beeinflußt aber den Trimmzustand, daher wird für die Berechnung des getrimmten Fluges die Wölbung und damit ein über den Flügel verteilter stationärer Abwind berücksichtigt (vgl. Kapitel 2.3.1).

Für den Trimmfall Ma = 0,7, Staudruck $p_d = 13136 [N/m^2]$ und volle Betankung (außer Trimmtank) ergibt sich für das getrimmte Flugzeug folgender Unterschied:

	ohne Wölbung	mit Wölbung
Anstellwinkel	5.03 deg	3.32 deg

Tabelle 4.1 Trimmzustand mit und ohne Berücksichtigung der Wölbung Ma = 0,7, $p_d = 13136 [N/m^2]$

Auf Grund des gezeigten Einflusses der Wölbung wird in dieser Arbeit immer die Wölbung für die Berechnung der aerodynamischen Kräfte berücksichtigt. Auf die statische Spannungsverteilung wird nicht weiter eingegangen, da es sich um eine bekannte Analyse und um eine eigenständige Untersuchung handelt.

4.4.2 Visualisierung der dynamischen Spannungsverteilung

Die Bestimmung der kritischen Spannungsverteilung auf Grund der dynamischen Lasten wird über die oben beschriebenen Methoden durchgeführt. Eine Analyse der Belastung mit graphischen Werkzeugen ist aber nicht direkt möglich, da unbekannt ist, welcher Phasenwert für die Eigenvektoren in der Übertragungsfunktion die maximale Belastung produziert. In einer ersten praktischen Näherung kann angenommen werden, daß an den Resonanzfrequenzen nur eine Eigenform dominiert. Diese Eigenform kann als stationäre Verformung vorgegeben werden und damit können stark belastete Strukturelemente graphisch identifiziert werden. Für diese Elemente kann anschließend eine genauere Untersuchung mit Hilfe der Übertragungsfunktionen und der Wahrscheinlichkeitsellipsen durchgeführt werden. Die Eigenvektoren in der Matrix Φ haben keine physikalisch sinnvolle Größe, da sie in der Regel normiert sind. Durch Multiplikation mit der generalisierten Koordinate, für die der Resonanzfall eintritt, ergibt sich auch in der graphischen Darstellung ein physikalisch sinnvoller Wert. Diese Betrachtungsweise stellt einen statischen Fall dar, daher kann für die Analyse auch eine Vergleichsspannung hinzugegezogen werden, so daß für jedes Element nur ein Wert betrachtet werden muß. Auf Grund der sehr hohen Anzahl von Elementen ist aber die Frage der praktischen Durchführung kritisch, hier könnte der Ansatz der Beurteilung der Strukturlast über die Berechnung der externen Lasten Vorteile bringen. Dieser führt auf weniger Vergleichswerte, wie z.B. das Biegemoment an der Flügelwurzel. Um eine Verbesserung des Ergebnisses zu bekommen, kann auch die stationäre Verformung überlagert werden, damit ist aber bereits die Verwendung der reduzierten Anzahl von Freiheitsgraden notwendig. Geht man davon aus, daß durch die stationäre und instationäre Belastung unterschiedliche Elemente kritische Spannungswerte aufweisen, kann auf den stationären Anteil verzichtet werden. Eine weitere Vereinfachung bei diesem Ansatz ist die Vernachlässigung des Dämpfungsanteils.

Identifikation eines kritisch belasteten Bauteils

Als Beispiel für die Spannungsverteilung auf Grund von dynamischer Verformung wird die Spannungsverteilung im Flügel dargestellt. Die in Bild 4.1 analysierte Eigenform kann durch eine starke Biegeverformung des äußeren Flügels und eine laterale Verschiebung der Triebwerke charakterisiert werden. Das Beispiel zeigt, daß diese Form zu einer großen lokalen Belastung der Struktur führt, dabei ist in diesem Fall nicht das Biegemoment in der Flügelwurzel groß, sondern es treten hohe Spannungswerte am Außenflügel auf. Diese Analyse ist für jede Eigenform und die stationäre Durchbiegung möglich.

4.4.3 Modellierungsfragen

Die Berechnungsgenauigkeit der Spannungswerte, die mit dem beschriebenen Verfahren erreicht wird, hängt sehr stark vom Aufbau des Finite Elemente Modells des Flugzeuges ab. Das beste Ergebnis würde sich ergeben, wenn an jedem Knotenelement die korrekten Verformungskräfte, Trägheitskräfte und Intertialkräfte aufgebracht würden. Der praktische Aufbau eines Flugzeugmodells erfordert aber hinsichtlich der Genauigkeit und der Rechenzeit einen Kompromiß. Für die dynamische Analyse ist eine Reduktion der Freiheitsgrade des statischen Modells notwendig, damit ist aber auch nur an diesen Punkten die Verschiebung nach der Modalanalyse bekannt. Für die Inertialkräfte ist die Situation ähnlich, die Masse wird nicht über das Volumen und die Dichte der einzelnen Elemente bestimmt, sondern es werden Massenpunkte über das Flugzeug verteilt, die den lokalen Massen und Trägheitsmomenten der Struktur entsprechen. In dem in dieser Arbeit untersuchten Beispiel sind die Freiheitsgrade der dynamischen Analyse und die Massenpunkte identisch. Die an dieser limitierten Anzahl von Punkten berechneten Kräfte und Verformungen greifen aber nicht an einem Knotenelement an, sondern werden über spezielle Elemente, die eine gewichtete Verschiebung einer Anzahl von Punkten in Abhängigkeit der Verschiebung eines einzelnen Punktes erlauben, auf die Struktur übertragen. Die Genauigkeit der Berechnung hängt damit stark von dieser Modellierung ab, kann aber natürlich niemals die Genauigkeit einer verteilten Modellierung erreichen, da der für ein Gebiet innerhalb der Struktur zuständige Analysepunkt nur sechs Freiheitsgrade beschreiben kann. Für die Implementierung der aerodynamischen Kräfte ist die Situation ähnlich. Die Anzahl der aerodynamischen Flächenelemente ist sehr viel kleiner als die Anzahl der Strukturelemente, daher ist auch hier eine Übertragung der Verformung auf eine reduzierte Anzahl von Strukturelementen notwendig. Für die dynamische Analyse müssen diese Kräfte natürlich auf diese limitierte Anzahl von Punkten reduziert werden. Da für die statische Trimmlösung diese Beschränkung nicht existiert, sollten die Spannungswerte mit der direkten Methode berechnet werden. In diesem Fall steht eine höhere Anzahl von Krafteinleitungspunkten für die aerodynamischen Kräfte zur Verfügung.



Bild 4.1: Von Mises Spannung für eine Eigenform mit großer Verformung des äußeren Flügels

5 Die Dynamik des ungeregelten Flugzeuges im Turbulenzfeld

5.1 Zielsetzung der Analyse

Mit den in den Kapiteln 2 bis 4 beschriebenen Grundlagen kann eine umfassende lineare Analyse der Flugzeugdynamik durchgeführt werden. Für den Entwurfsprozeß sind diese Rechnungen von großer Bedeutung, da sie die Dimensionierung der Struktur entscheidend beeinflussen. Dies ist ein iterativer Vorgang, bei dem am Ende der endgültige Entwurf steht, der über die Zulassungsvorschriften (JAR 25) kontrolliert wird. In diesem Prozeß wird bis heute eine Betrachtung des Einflusses von 2D Turbulenz vernachlässigt.

Bevor auf die Turbulenzmodelle eingegangen wird, werden SISO Übertragungsfunktionen auf 1D vertikale Turbulenz gezeigt, um einige wichtige Zusammenhänge zu erläutern. In einem weiteren Schritt werden Ergebnisse vorgestellt, die repräsentativ die Auswirkung der unterschiedlichen Turbulenzmodelle am Beispiel eines Flugzustandes aufzeigen. Dies entspricht der klassischen Spektralanalyse für den zweidimensionalen Fall. Die Meßgrößen sind Beschleunigungen an unterschiedlichen Flugzeugpositionen. Da in den Zulassungsvorschriften die Dimensionierung der Struktur nachgewiesen werden muß, werden in einem weiteren Schritt für die 2D Turbulenz die Spannungswerte an einzelnen Finiten Elementen aufgezeigt. Dies kann zum einen mit dem Verlauf der Beschleunigungswerte verglichen werden, zum anderen muß aber auf die Problematik der Berücksichtigung der Phasenwerte von Schubspannung und Normalspannung eingegangen werden. In diesem Fall kann die in Kapitel 4.3.3 präsentierte Theorie der zweidimensionalen Wahrscheinlichkeitsverteilung zur Evaluierung der Auswirkung der 2D Turbulenz auf die Ergebnisse herangezogen werden.

Alle diese Analysen müßten für unterschiedliche Flugzustände und Beladungszustände, die durch die Kerosinverteilung und Nutzlastverteilung innerhalb der Struktur gegeben sind, durchgeführt werden. Es wird in diesem Kapitel auf drei Beladungsfälle und drei Flugzustände eingegangen, um die Größenordnung des Einflusses von 2D Turbulenz und Beladungsvariation bzw. Flugzustandsvariation aufzeigen zu können. Eine detaillierte Analyse der Auswirkung von Flugzustands- und Beladungsvariation findet sich auch in Kapitel 7, da dies beim Entwurf eines Aeroelastikreglers von entscheidender Bedeutung ist.

Vor der Verwendung der Zustandsraummodelle für Zeitsimulationen werden ausgewählte Übertragungsfunktionen des Frequenzbereichsmodells und Zustandsraummodells verglichen, um die Qualität der Approximation der tabellierte Luftkräfte im Zeitbereichsmodell zu beurteilen.

5.2 Untersuchte Flug- und Lastfälle

Die in Kapitel 2 bis 4 entwickelten Modellierungswerkzeuge erlauben es, eine unbeschränkte Anzahl von Lastfällen und Flugzuständen zu untersuchen. Für ein Halbmodell, mit dem entweder symmetrische oder antisymmetrische Flugzustände dargestellt werden können, wurden in Hanel [25] eine Reihe von Flugfällen und zwei Lastfälle analysiert. Da in dieser Arbeit ein identisches Flugzeug verwendet wird, können diese Ergebnisse zu einem Vergleich verwendet werden. Die in dieser Arbeit vorgestellten Ergebnisse beruhen auf einem FEM - Vollmodell, dadurch ist die Beschränkung auf symmetrische und antisymmetrische Flugfälle aufgehoben, es können damit auch asymmetrische Lastverteilungen, Steuerflächenausschläge und Turbulenzfelder untersucht werden. Die Analysen in diesem Kapitel und in Kapitel 7 beruhen auf den in Tabelle 5.1 beschriebenen Fällen.

Fall	Mach- zahl	Flug- höhe	Trimmtank	Nutzlast/ Zentraltank	Innerer Flügeltank	äußerer Flügeltank
T0_86	0.86	9900 m	1%	100%	100%	100%
A100_07	0.7	7500 m	100%	100%	100%	100%
T0_07	0.7	7500 m	1%	100%	100%	100%
T0P0I10_07	0.7	7500 m	1%	1%	10%	100%
T0I0E0_07	0.7	7500 m	1%	100%	1%	1%
T0LI0LE0_07	0.7	7500 m	1%	100%	links 1% rechts 100%	links 1% rechts 100%
T0_05	0.5	7500 m	1%	100%	100%	100%

 Tabelle 5.1
 Untersuchte Flugzustände und Lastfälle

Der Schwerpunkt wird in dieser Studie besonders auf die Beladungsvariation gelegt. Es wird angenommen, daß deren Auswirkung auf die Aeroelastik und Aeroservoelastik (vgl. Kapitel 6 und 7) bedeutender als die Flugzustandsvariation ist, da sich dabei die Eigenformen verändern. Zu Vergleichszwecken wird außerdem ein unsymmetrischer Lastfall aufgenommen, der aber in der Realität normalerweise nicht auftritt. Trotz der Fokussierung auf die Beladungsvariation werden die für die Flatterrechnung und Aeroelastik wichtigen Fälle maximaler Beladung und hoher Fluggeschwindigkeit [25] nicht vernachlässigt.

5.3 Übertragungsfunktionen

Die Analyse der Flugzeugdynamik an Hand der linearen Flugzeugmodelle wurde in Hanel [25] durchgeführt. Auf eine genauere Analyse der Übertragungsfunktionen der Steuerflächen und Triebwerke auf das Flugzeug wird hier verzichtet. Die Berechnung der Übertragungsfunktionen beruhend auf Gleichung (2.15) erzielt die genauesten Ergebnisse, da die Bestimmung der Luftkräfte auf einem Ansatz im Frequenzbereich beruht. Mit diesem Ansatz ist

jedoch keine Identifizierung der größten Verstärkung im System ähnlich dem Singulärwertdiagramm [24] möglich, sondern es müssen einzelne SISO - Übertragungsfunktionen analysiert werden. Ein typisches Beispiel ist die Übertragungsfunktion von 1D Turbulenz auf verschiedene physikalische Meßgrößen, in diesem Beispiel die vertikale Beschleunigung des Pilotensitzes, des äußeren Flügels und die laterale Beschleunigung des inneren Triebwerkes. Die Phasenlage ist für den Fall der Turbulenz unbedeutend, deshalb wird in diesem Zusammenhang auf eine Darstellung verzichtet.



Bild 5.1: Verstärkung der Übertragungsfunktionen von 1D vertikaler Turbulenz auf Beschleunigungswerte an unterschiedlichen Positionen des Flugzeuges

In Bild 5.1 wird deutlich, daß die charakteristischen Schwingungen an einzelnen Frequenzen von den verschiedenen Beschleunigungssensoren unterschiedlich gut entdeckt werden können. Damit kann gleichzeitig eine Aussage über die Beobachtbarkeit der einzelnen Strukturschwingungen gemacht werden, dies ist bei der Auswahl der Sensoren für die Aeroelastikregelung (vgl. Kapitel 6 und 7) von Bedeutung. Es zeigt sich, daß fast alle angeregten symmetrischen Eigenformen auch eine Komponente haben, die sich in einer Vertikalbeschleunigung des äußeren Flügels bemerkbar macht. Im Gegensatz dazu kann mit einer Messung der lateralen Beschleunigung am inneren Triebwerk nur eine charakteristische Form, die im Prinzip eine stark lokale Triebwerksschwingung mit etwas Kopplung zu einer Rumpfschwingung ist, sehr gut gemessen werden. Diese Schwingung macht sich aber in einer eindeutigen Verstärkungsspitze bemerkbar und kann daher eindeutig zugeordnet und damit beobachtet werden. Die Beschleunigung des äußeren Flügels hingegen ist hoch für einen breiteren Frequenzbereich bei dieser Frequenz, dies rührt daher, daß hier drei symmetrische Eigenformen sehr dicht zusammen liegen, die sich alle in der Flügelbeschleunigung bemerkbar machen bzw. gleichzeitig angeregt werden. Eine weitere Beobachtung, die gemacht werden kann, ist das Auftreten hoher Beschleunigungen auch für höhere Frequenzen am Außenflügel. Auf Grund dieser Zusammenhänge wird bei der weiteren Analyse der verschiedenen Turbulenzmodelle die Beschleunigung des äußeren Flügels herangezogen, da hier der höchste Informationsgehalt enthalten ist.

Für eine Seitenböe wäre eine ähnliche Darstellung möglich, es ist aber anschaulich einzusehen, daß sich hier besonders die Kräfte auf das Seitenleitwerk, den Rumpf und den Flügel auswirken, es ist daher sinnvoll, die Lateralbeschleunigung des Flugzeughecks, des Piloten und ebenso einen Beschleunigungswert am Außenflügel zu verwenden.

5.4 Spektralfunktionen verschiedener Turbulenzmodelle

In den weiteren Untersuchungen werden die Turbulenzantworten als Spektren dargestellt, so ist gleichzeitig der Energieinhalt der unterschiedlichen Anregungsfrequenzen enthalten und eine abschließende Beurteilung der Ausgangsspektren möglich. In allen Ergebnissen wird das von Kármán Spektrum berücksichtigt. Es werden die Spektren folgender Turbulenzmodelle untersucht: 1.) Einförmige Turbulenz, dabei wird die Variation der Turbulenzgeschwindigkeit über das Flugzeug selbst vernachlässigt; 2.) 1D Turbulenz, in diesem Modell wird die Variation der Turbulenzgeschwindigkeit über das Flugzeug in Flugrichtung berücksichtigt; 3.) 2D Turbulenz, in diesem Modell wird die Variation der Turbulenzgeschwindigkeit sowohl in Flugrichtung als auch über die Spannweite berücksichtigt. Diese Unterscheidung kann für ein Turbulenzfeld mit vertikaler oder lateraler Böengeschwindigkeit im erdfesten System durchgeführt werden. Das Ergebnis der 2D Turbulenz kann weiterhin in einer eindimensionalen Darstellung, d.h. nur abhängig von der Wellenzahl Ω_1 bzw. der Anregungsfre-

quenz ω , oder in der zweidimensionalen Darstellung, d.h. abhängig von den Wellenzahlen Ω_1 und Ω_2 , dargestellt werden.

5.4.1 Vergleich einförmige und 1D Turbulenz

Die vertikale 1D Turbulenz ist heute Standard für die Berechnung der Turbulenzlasten. Trotzdem soll die Auswirkung der Laufzeiteffekte der Turbulenz über das Flugzeug dargestellt werden, siehe Bild 5.2.



Bild 5.2: PSD der vertikalen Beschleunigung des Außenflügels auf einförmige und 1D Turbulenz

Es zeigt sich, daß besonders für die höherfrequenten Eigenformen der Einfluß der Auf-und Abwindverteilung in Flugrichtung einen erheblichen Einfluß auf das Spektrum des Ausgangs hat. Ein weiteres wichtiges Ergebnis ist, daß neben der ersten symmetrischen Flügelbiegung, die bisher für viele Analysen als entscheidend angesehen wird, mehrere Eigenformen existieren, die eine erhebliche Reaktion des Flugzeuges verursachen. Der Grund ist, daß die Eigenformen eines großen Flugzeuges in einem Frequenzbereich liegen, in dem die Turbulenz noch einen erheblichen Energieinhalt hat.

5.4.2 Laterale Turbulenz

Der Schwerpunkt bei der Turbulenzuntersuchung liegt oft auf der Untersuchung der Reaktion des Flugzeuges auf vertikale Turbulenz. Laterale Turbulenz verursacht aber ebenso hohe Beschleunigungswerte. Die entsprechenden Spektren werden für drei Meßgrößen in Bild 5.3 dargestellt.



Bild 5.3: PSD der lateralen Beschleunigung an verschiedenen Flugzeugpositionen für laterale 1D Turbulenz

Zuerst muß daran erinnert werden, daß 1D vertikale Turbulenz die antisymmetrischen Eigenformen nicht anregt, d.h. für eine Evaluierung dieser Eigenformen ist die Verwendung eines lateralen Turbulenzeingangs notwendig. Im Bereich der Flugmechanik sieht man sehr gut die Taumelschwingung, die im Heckbereich zu einer größeren Beschleunigung als am Pilotensitz führt. Die nächste Eigenform ist die erste antisymmetrische Flügelbiegung, die sich nur in einer starken Flügelschwingung bemerkbar macht. Es ist offensichtlich, daß sowohl vertikale als auch laterale Turbulenz den Flügel, der einen Großteil der aerodynamischen Kräfte aufnimmt, anregt. Eine sehr wichtige Eigenform bei der Betrachtung der Seitenbewegung ist die *Fish Tailing* Eigenform. Sie führt im Heckbereich zu einer sehr großen Beschleunigung, die unangenehm für die Passagiere ist, für den Piloten hingegen ist sie kaum spürbar. Bei einer Frequenz von ca. 4 Hz liegt eine weitere Rumpfschwingung, die in diesem Fall besonders unangenehm für den Piloten ist. Die Analyse der Spektren im Hinblick auf den Einfluß des von Kármán Spektrums zeigt, daß wie erwartet eine starke Abnahme des Ausgangspektrums für Messungen am Pilotsitz und Heck bei höheren Frequenzen vorhanden ist. Für den Flügel ist dies im betrachteten Frequenzbereich noch nicht sehr ausgeprägt. Die großen Spektralwerte sind auf eine sehr große Verstärkung der Übertragungsfunktion für höhere Frequenzen zurückzuführen. Ein wichtiges Ergebnis ist, daß auf jeden Fall eine größere Anzahl von flexiblen Formen als bisher üblich für die Analyse verwendet werden muß.

5.4.3 2D vertikale Turbulenz

Entsprechend dem 2D von Kármán Spektrum der Turbulenz werden auch die Antworten abhängig von der Wellenzahl Ω_2 und der Anregungsfrequenz, die von der Wellenzahl Ω_1 abhängt, dargestellt, siehe Gleichung (3.19). Das Ergebnis für die Beschleunigung des Außenflügels zeigt Bild 5.4.



Bild 5.4: 2D Spektrum der vertikalen Beschleunigung des Außenflügels für 2D vertikales von Kármán Spektrum

Wie erwartet ist die wichtigste Erkenntnis, daß durch 2D vertikale Turbulenz auch antisymmetrische Eigenformen des Flugzeuges angeregt werden. Dies wird deutlich bei der Analyse der flexiblen Formen. Das beste Beispiel dafür ist die erste antisymmetrische Flügelbiegung bei einer Frequenz von 2 Hz, bei der eine lokales Maximum für die Wellenzahl $\Omega_2 \neq 0$ auftritt. Eine weitere wichtige Beobachtung ist, daß nicht unbedingt die 1D- Turbulenz zur höchsten Anregung führt, gerade für höherfrequente flexible Formen ergibt sich die höchste Anregung für Wellenzahlen $\Omega_2 \neq 0$. Für große Werte $\Omega_2 > 0,25$ fällt das Spektrum der von Kármán Turbulenz jedoch stark ab, damit auch das Spektrum der Antwort. Die Punkte der größten Verstärkung ergeben sich durch eine Korrelation der charakteristischen Eigenformen und der Geschwindigkeitsverteilung der Turbulenz über den Flügel, d.h. entspricht die Aufund Abwindverteilung der Turbulenz einer Eigenform, ergibt sich ein lokales Maximum in Bild 5.4. Dies kann sehr gut für die antisymmetrischen Flügelschwingungen gezeigt werden. Die Maxima des Spektrums liegen entsprechend erster und zweiter antisymmetrischer Eigenformen Eigenformen ergibt sich eine Korrelation der Spektrum gezeigt werden.

form bei den Wellenzahlen $\Omega_2 = 0,08$ und $\Omega_2 = 0,18$. Im Bereich der Frequenzen um ca. 2.8 Hz ist die Zuordnung schwieriger, da die Beschleunigungen nicht mehr eindeutig den symmetrischen und antisymmetrischen Formen zugeordnet werden können, dies trifft ebenso für alle darüber liegenden Anregungsfrequenzen zu. Das Spektrum fällt zu höheren Frequenzen ab, aber für den Fall der Beschleunigung des Außenflügels ist dies nicht sehr ausgeprägt, vgl. Bild 5.2 und Bild 5.3. Eine weitere Eigenschaft des Spektrums ist, daß für positive oder negative Wellenzahlen Ω_2 unterschiedliche Maximalwerte erreicht werden. Der Grund sind die unterschiedlichen Phasen der symmetrischen und antisymmetrischen Formen zueinander, je nachdem ob die Welle unter einem positiven oder negativen Winkel θ über das Flugzeug läuft. Das Spektrum des Ausgangs enthält sowohl symmetrische als auch antisymmetrische Anteile für eine definierte Kombination der Anregungsfrequenz und der Wellenzahl Ω_2 .

Für den Fall der Flugmechanik treten alle Maximalwerte des Spektrums für die Wellenzahl $\Omega_2 = 0$ auf, d.h. für die symmetrische Anregung. Dies beruht darauf, daß bei der Starrkörperbewegung die variierende Auf- und Abwindverteilung der Turbulenz nur in einer Reduzierung des Gesamtauftriebes bzw. Abtriebes resultiert und nicht wie für die Aeroelastik mit den flexiblen Formen korreliert.

5.4.4 2D laterale Turbulenz



Das Spektrum des Ausgangs auf 2D laterale von Kármán Turbulenz, siehe Gleichung (3.21), zeigt Bild 5.5.

Bild 5.5: PSD der vertikalen Beschleunigung des Außenflügels für 2D laterales von Kármán Spektrum

Wie erwartet tritt ein Maximalwert im Bereich der Flugmechanik für die Taumelschwingung bei einer Wellenzahl $\Omega_2 = 0$ auf. Die Phygoide wird schwach angeregt, dies hat aber keine Bedeutung. Wichtiger ist die Analyse der flexiblen Formen, hier zeigt sich sehr gut die Anregung der symmetrischen Flügelbiegung für die Wellenzahlen $\Omega_2 \neq 0$, für die antisymmetrische Flügelbiegung wird der Maximalwert für die Wellenzahl $\Omega_2 = 0$ erreicht. Ein direkter Vergleich mit dem Spektrum für vertikale Turbulenz (Bild 5.4) zeigt, daß die Verhältnisse genau umgekehrt sind. Die symmetrischen und antisymmetrischen Triebwerksformen werden ebenso wie für die vertikale Turbulenz stark angeregt und die absolute Größe des Spektrums liegt dabei in einer ähnlichen Größenordnung. Es läßt sich daraus schließen, daß für den betrachteten physikalischen Ausgang die Analyse des Spektrums mit kombinierter vertikaler und lateraler Turbulenz (3.21) erfolgen sollte, das Ergebnis zeigt Kapitel 5.4.5. Andererseits gibt es Spektren physikalischer Antworten, die auf den ersten Blick scheinbar nur durch die laterale oder vertikale Turbulenz angeregt werden. Ein Beispiel ist die laterale Beschleunigung des Flugzeughecks, siehe Bild 5.6.



Bild 5.6: PSD der lateralen Beschleunigung des hinteren Rumpfes für 2D laterales von Kármán Spektrum

In diesem Spektrum kann nur die *Fish Tailing* Eigenform analysiert werden, da der Meßpunkt durch alle symmetrischen und die meisten antisymmetrischen Eigenformen nicht beeinflußt wird. Dies führt auch dazu, daß alle Maximalwerte des Spektrums für die Wellenzahl $\Omega_2 = 0$ erreicht werden. Ein weiterer Unterschied zur Beschleunigung des Außenflügels ist, daß hier das Spektrum zu höheren Werten der Anregungsfrequenz und der Wellenzahl Ω_2 wie erwartet stark abnimmt.

5.4.5 Addition lateraler und vertikaler 2D Turbulenz

Die Aufteilung der Antwort in vertikale und laterale Turbulenz ist nicht korrekt, sie müssen entsprechend Gleichung (3.21) überlagert werden. Es ist leicht einzusehen, daß für Punkte, die entweder nur durch laterale oder nur durch vertikale Turbulenz angeregt werden, diese Überlagerung keine neuen Ergebnisse erwarten läßt, ein Beispiel könnte die laterale Beschleunigung des Hecks auf Grund der *Fish Tailing* - Eigenform sein. Für alle Ausgangsspektren, die sowohl von lateraler als auch vertikaler Turbulenz abhängig sind, ist die gleichzeitige Betrachtung notwendig. Das Spektrum der Beschleunigung des Außenflügels zeigt Bild 5.7.



Bild 5.7: PSD der vertikalen Beschleunigung des Außenflügels für vertikale und laterale von Kármán Turbulenz

Ein Vergleich von Bild 5.4, Bild 5.5 und Bild 5.7 macht deutlich, daß sich die laterale Turbulenz in diesem Spektrum kaum bemerkbar macht, es zeigen sich die typischen Maxima der vertikalen Turbulenz, die Maxima der lateralen Turbulenz sind nicht zu sehen. Dies wird auch bei einem Vergleich in der eindimensionalen Darstellung (Bild 5.8) deutlich. Trotz dieser Erkenntnis sollten die überlagerten Spektren aus lateraler und vertikaler Turbulenz verwendet werden. Eine Vereinfachung, in diesem Fall die Beschränkung auf vertikale Turbulenz, sollte auf jeden Fall einmal verifiziert werden. Dies bestätigt sich auch für die laterale Beschleunigung des Flugzeughecks. Die vertikale Turbulenz hat einen Anteil auf diesen Ausgang, der nicht vernachlässigt werden sollte. Dies zeigen die Standardabweichungen in Tabelle 5.2.

5.4.6 Vergleich 1D und 2D Turbulenz

In der Literatur (siehe Kapitel 1) wird der Vergleich der 1D mit der 2D Turbulenz immer in der eindimensionalen Darstellung durchgeführt. Der Grund ist, daß die meisten Ansätze zur

Berechnung mehrdimensionaler Spektren darauf beruhen, die Antwort des Flugzeuges bzgl. eines aerodynamischen Streifens am Flugzeug zu berechnen und über Kreuzkorrelationen, die das 2D Spektrum berücksichtigen, die Antworten zu korrelieren und auf eine eindimensionale Darstellung zurückzuführen. Zur Berechnung der charakteristischen Frequenz N_0 ist diese Reduktion ebensfalls notwendig. Die Ergebnisse für das 2D Spektrum in Bild 5.8 beruhen auf Gleichung (3.21) und (3.20). In Bild 5.8 ist zusätzlich das Spektrum für rein vertikale Turbulenz dargestellt, um den Unterschied zwischen rein vertikaler und einer Kombination aus vertikaler und lateraler 2D Turbulenz aufzuzeigen.

Beim Vergleich von 1D und 2D Turbulenz zeigt sich, daß es für den flugmechanischen Anteil kaum einen Unterschied zwischen 1D und 2D Modellierung gibt. Für einzelne flexible Formen führt die 1D Turbulenz jedoch zu einem höheren Spektrum, für andere Formen wieder zu einem niedrigeren Wert des Spektrums. Dies kann durch einen direkten Vergleich mit Abbildung 5.4 erläutert werden. Die eindimensionale Darstellung der 2D Turbulenz beruht auf der Integration entlang der Wellenzahl Ω_2 , d.h. es findet im Prinzip eine Mittelwertbildung bzgl. der Wellenzahl Ω_2 statt. Dies wird für die 1D Turbulenz vernachlässigt, es

steht nur die Antwort $\Omega_2 = 0$ zur Verfügung. Damit läßt sich der überhöhte Wert des Spektrums der 1D-Turbulenz für die erste symmetrische Flügelbiegung erklären, da hier die große Verstärkung der Übertragungsfunktion für die Wellenzahl $\Omega_2 = 0$ mit dem gesamten von

Kármán Spektrum der vertikalen Turbulenz entlang der Wellenzahl Ω_2 gewichtet wird. Antisymmetrische Formen werden bei der 1D vertikalen Turbulenz vernachlässigt, deswegen führt hier die 2D Turbulenz zu höheren Werten gegenüber der 1D Turbulenz in der eindimensionalen Darstellung. Die antisymmetrische Flügelbiegung ist das wichtigste Beispiel für diese Formen, von Bedeutung sind aber auch die antisymmetrischen Triebwerksformen. Der Beitrag der lateralen Turbulenz zum Spektrum des betrachteten Ausgangs ist sehr gering, wie ein direkter Vergleich mit rein vertikaler Turbulenz zeigt. Die Ausnahme bildet dabei der Frequenzbereich, der von Anstellwinkelschwingung und Taumelschwingung beeinflußt wird.



Bild 5.8: PSD der vertikalen Beschleunigung des Außenflügels für kombinierte vertikale und laterale 1D oder 2D Turbulenz

5.4.7 Spektralanalyse mit Turbulenzmodell in den Übertragungsfunktionen

Diese Darstellung, vgl. Gleichung (3.31), liefert für die Berechnung der Spektren keine neuen Erkenntnisse, je nach Umfang der Diskretisierung ergibt sich jedoch eine unterschiedliche Qualität der Ergebnisse, die nur in einer eindimensionalen Darstellung dargestellt werden.

5.5 Spannungs- und Lastberechnung

5.5.1 Auswahl der Elemente und Darstellungsmethode

Die Analyse der Spannungsspitzen innerhalb der Flugzeugstruktur ist für alle Elemente des Finite Elemente Modells möglich und nicht nur auf die bereits sehr hohe Anzahl von FHG des reduzierten Dynamikmodells (Bild 2.2) beschränkt. Falls keine Kenntnisse vorhanden sind, welche Bauteile am stärksten durch die Turbulenzlasten beansprucht werden, kann mit Hilfe von graphischen Werkzeugen eine Identifizierung der kritischen Bauelemente stattfinden, siehe Bild 4.1. Für die ausgewählten Bauteile kann dann eine Analyse wie für die Beschleunigungswerte in Kapitel 5.4 durchgeführt werden. Bei der Berechnung der Spannungswerte analog Gleichung (4.8) werden nicht die generalisierten Beschleunigungen, sondie dern sowohl generalisierten Verschiebungen als auch die generalisierten Geschwindigkeiten verwendet, es wird daher eine Abweichung von den Ergebnissen in Kapitel 5.4 erwartet. Ein weiterer Unterschied zu den Beschleunigungsmessungen ist, daß die instationären Starrkörperformen keine Verformung der Struktur und damit auch keinen internen Spannungszustand hervorrufen. Für die Berechnung der gesamten Verformung ist jedoch die Berücksichtigung der stationären Verformung, die durch das Flugmanöver definiert wird, notwendig. Da diese stationäre und die durch Turbulenz bedingten Verformungen linear überlagert werden können, reicht es für die prinzipielle Untersuchung jedoch aus, nur die dynamischen Anteile auf Grund der Turbulenz zu berücksichtigen. Damit können alle Effekte, die durch die 2D Modellierung entstehen, analysiert werden. Sowohl die Berechnung der Beschleunigungswerte als auch die Berechnung der Spannungsspitzen beruht auf den generalisierten Koordinaten, es wird daher erwartet, daß die unterschiedlichen Turbulenzmodelle prinzipiell den gleichen Einfluß auf die Spannungswerte wie auf die Beschleunigungswerte haben. Als Element wird das am stärksten belastete Plattenelement auf der Flügeloberseite in der Nähe des Beschleunigungssensors, der für die Messungen am Außenflügel verwendet wird, untersucht.

5.5.2 Übertragungsfunktionen

Es wurde bereits erläutert, daß für die Berechnung der Spannungen in einem Schalenelement die Übertragungsfunktionen für die Normalspannungen σ_x , σ_y und die Schubspannung τ_{xy} zur Verfügung stehen. Die Übertragungsfunktionen für ein Schalenelement auf der Oberseite des Außenflügel zum Winglet zeigt Bild 5.9, zum Vergleich ist die Übertragungsfunktion für die Beschleunigung des Außenflügels dargestellt.



Bild 5.9: Verstärkung der Übertragungsfunktionen von 1D vertikale Turbulenz auf die Beschleunigung des Außenflügels und die Spannungswerte σ_x , σ_y , τ_{xy} in einem stark belasteten Schalenelement auf der Oberseite des Außenflügels.

Wie erwartet zeigt sich für die Übertragungsfunktionen der Spannungswerte $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ ein unterschiedliches Verhalten. Die Bestimmung der dimensionierenden Spannung, die aus einer Kombination der einzelnen Spannungsrichtungen besteht, kann aus diesen Übertragungsfunktionen im Allgemeinen nicht übernommen werden, es treten nicht alle Maximalwerte zur gleichen Zeit und bei gleichem Wert der Phase auf. Trotz dieser Beschränkung lassen sich aus den Übertragungsfunktionen einige wichtige Erkenntnisse gewinnen. In diesem Fall ist die Spannungsrichtung σ_r dominierend, damit ist es als Näherung doch möglich, diesen Wert zur Bestimmung der kritischen Spannung zu verwenden, in anderen Elementen ist die Situation jedoch anders, siehe Tabelle 5.2. Der Verlauf der Spannungswerte ist im Bereich der Aeroelastik ähnlich wie der Verlauf der Beschleunigung, aber nicht identisch. Es kann also vom Beschleunigungsverlauf in etwa auf den Spannungsverlauf geschlossen werden. Es gibt sicherlich aber auch Elemente, deren Spannungswert nicht mit einem Beschleunigungsmesser in deren Umgebung vorhergesagt werden kann, da die Spannung von der lokalen Deformation der Struktur abhängt, und nicht von der allgemeinen Beschleunigung dieses Punktes. Die absolute Größe der Spannung ist im Bereich der Flugmechanik im Verhältnis zur Beschleunigung höher, daraus folgt, daß die Spannungswerte stärker durch die Flugmechanik beeinflußt werden. Es läßt sich einsehen, daß die Beschleunigungswerte bei höheren Frequenzen eine größere Verstärkung besitzen, da sich die Beschleunigung im Fre-

quenzbereich aus der Multiplikation der Verschiebung mit dem Faktor ω^2 ergibt.

5.5.3 Spektra der Spannungswerte

Die Spektra der Spannungswerte können im Gegensatz zu den Beschleunigungsmessungen nicht direkt für die Dimensionierung verwendet werden. Die Betrachtung einer lokalen Spannungsrichtung kann aber jederzeit auch für 2D Turbulenz durchgeführt werden, damit ist es möglich, kritische Eigenformen zu bestimmen. Dies bietet einen erheblichen Vorteil gegenüber einer reinen Betrachtung der Standardabweichungen und Grenzwertüberschreitungen, siehe Kapitel 5.7. Als typisches Beispiel wird in Bild 5.10 wieder die Normalspannung σ_x eines Elements auf der Flügeloberseite verwendet, für das vertikale Turbulenz berücksichtigt wird.



Bild 5.10: PSD der Spannung σ_x in einem Schalenelement auf der Oberseite des Außenflügels auf vertikale von Kármán Turbulenz

Ein Vergleich mit der PSD der Beschleunigung des Außenflügels (Bild 5.7) zeigt, daß die Maxima etwas unterschiedlich sind, wie dies schon bei der 1D Betrachtung in Bild 5.9 beobachtet werden konnte. Die weiteren Analysen, die mit dem 2D Spektrum der Spannung durchgeführt werden können, entsprechen denen der Beschleunigungswerte in Kapitel 5.4. Weitere Spektren der Spannungswerte werden in Anhang C gezeigt, dabei werden die großen Werte des Spektrums für die Anstellwinkelschwingung bestätigt. Dieser Unterschied zu den Beschleunigungswerten wurde in Kapitel 5.5.2 bereits erläutert.

5.6 Einfluß der Flugzustands- und Beladungsvariation

Für ein Flugzeug mit Eigenformen niedriger Frequenz und großer Massenvariation müssen eine große Anzahl von Beladungszuständen und Flugzuständen untersucht werden. Im Rahmen dieser Studie soll dabei nur auf wenige Fälle eingegangen werden, um deren prinzipielle Auswirkung aufzuzeigen, der Entwurf des Flugzeuges oder dessen komplette Nachweisrechnung ist nicht beabsichtigt.

5.6.1 Flugzustandsvariation

Für einen direkten Vergleich eignet sich die 2D Turbulenzmodellierung in einer eindimensionalen Darstellung. Bild 5.11 zeigt das Spektrum der Beschleunigung des Außenflügels für unterschiedliche Flugzustände.



Bild 5.11: PSD der Beschleunigung des Außenflügels für unterschiedliche Flugzustände auf 2D Turbulenz

Für die Phygoide kann eine Abnahme der Antwort mit zunehmender Geschwindigkeit beobachtet werden, dies soll nicht weiter untersucht werden, da in dieser Studie die Turbulenz mit einem Geschwindigkeitsvektor in Flugrichtung vernachlässigt wird. Diese Geschwindigkeitskomponente müßte für eine Aussage über die Phygoide berücksichtigt werden. Die Anstellwinkelschwingung ändert sich in der Verstärkung und der Frequenz, die mit der Geschwindigkeit abnimmt. Im Bereich der Aeroelastik zeigt sich eine kontinuierliche Zunahme der Verstärkung mit der Geschwindigkeit, dies kann sowohl durch die größeren Luftkräfte auf Grund der Geschwindigkeit als auch durch den höheren Wert des Turbulenzspektrums erklärt werden. Weiterhin sieht man eine Verschiebung der Frequenzen, die aber je nach flexibler Form unterschiedlich stark ausfällt. Die Resonanzfrequenz der ersten Flügelbiegung nähert sich mit abnehmender Geschwindigkeit der ungedämpften Eigenfrequenz, diese Verschiebung ist mit einer Abnahme der Luftkräfte zu erwarten. Der Flugzustand Ma = 0.86 macht eigentlich eine Korrektur der Luftkräfte auf Grund transsonischer Effekte notwendig, die in diesem Fall nicht berücksichtigt sind. Aus diesem Grund werden die meisten Ergebnisse in Kapitel 5 und 7 für die Machzahl Ma = 0.7 vorgestellt, da hier die auf der Doublet-Lattice Methode beruhenden Luftkräfte eine hohe Genauigkeit besitzen.

5.6.2 Beladungsvariation

Neben der Flugzustandsvariation führt eine andere Massenverteilung im Flugzeug zu einer großen Veränderung der Antwort des Flugzeuges. In diesem Fall ändern sich, anders wie für

die Flugzustandsvariation, die elastischen Eigenformen und Eigenfrequenzen. Dies sieht man sehr gut in Bild 5.12.



Bild 5.12: PSD der Beschleunigung des äußeren Flügels für verschiedene Beladungen auf 2D Turbulenz

Durch die Änderung der Gesamtmasse und besonders der Trägheitsmomente ändern sich im Bereich der Flugmechanik die Verstärkungen und damit die Spektren der Übertragungsfunktionen, dies ist am ausgeprägtesten für den Fall mit minimaler Nutzlast und leeren inneren Flügeltanks. Für die Aeroelastik ändern sich die Frequenz der symmetrischen und antisymmetrischen Eigenformen für den Fall mit leeren Flügeltanks (TOI0E0_07) sehr stark, aber auch die Änderung der Nutzlast, die mit einer Beschleunigungsmessung am Rumpf jedoch besser beobachtet werden könnte, macht sich bemerkbar.

Ein Vergleich mit der Flugzustandsvariation zeigt, daß für den Bereich der Aeroelastik das Spektrum ungefähr die gleiche Größe hat, aber die Frequenzen sich auf Grund der geänderten Eigenformen viel stärker unterscheiden.

5.7 Zulassungsrelevante Annahmen

In die Berechnung der zulassungsrelevanten Größen mit Spektralmethoden geht immer die Standardabweichung der Ausgangsgrößen ein, sie wird zu Berechnung der Größe \overline{A} benötigt, die durch den Quotient aus der Standardabweichung der physikalischen Antwort σ_y und der Turbulenz σ_g beschrieben wird. Wie in Kapitel 4 gezeigt, muß dabei auf einfache Ausgangsgrößen und auf Ausgangsgrößen, die sich durch einen kombinierten Lastfall ergeben, getrennt eingegangen werden.

5.7.1 Einfache Ausgangsgröße

Die Berechnung der Varianz einer einzigen Ausgangsgröße ergibt sich durch die Integration des Spektrums entlang der Frequenz, siehe Gleichung (3.35). Die Varianz ist damit die Fläche unter der Frequenz in der eindimensionalen Darstellung des 1D bzw. 2D Spektrums (z.B. Bild 5.8) oder das Volumen unter dem 2D Spektrum (z.B. Bild 5.7). Für diese Analyse eignen sich die Beschleunigungen und Verformungen. In vielen Fällen wird der Spannungswert in einem Element von einer Spannungsrichtung dominiert, daher könnte in diesen speziellen Fällen auch eine Analyse mit einer Ausgangsgröße ausreichend sein. Eine weitere wichtige Größe ist die charakteristische Frequenz N_0 , bei der Berechnung geht hier noch der Verlauf des Spektrums über der Frequenz ein. Die charakteristische Frequenz liefert daher eine Aussage über die Häufigkeit von Lastwechseln in einem Zeitintervall. Eine Zusammenfassung der unterschiedlichen Ergebnisse findet sich in Tabelle 5.2.

Lastfall	Meßwert	σ _y 1D vert.	σ _y 2D vert.	σ _y 1D vert.+ lateral	σ _y 2D vert.+ lateral	N ₀ 1D vert.+ lateral	N ₀ 2D vert.+ lateral
T0_07	\ddot{Z} Außenflügel	9.11	9.24	9.95	10.15	4.33	4.36
T0_07	Ż Pilot	0.39	0.27	0.39	0.27	3.81	3.59
T0_07	${\cal Y}$ Pilot	0.0	0.062	0.076	0.122	5.0	4.80
T0_07	$\ddot{\mathcal{Y}}$ TW innen	0.042	0.085	0.135	0.185	3.54	3.23
T0_07	$\ddot{\mathcal{Y}}$ TW außen	0.22	0.33	0.36	0.43	2.85	2.84
T0_07	${\cal Y}$ Heck	0.0	0.013	0.121	0.132	3.13	3.25
T0_86	\ddot{z} Außenflügel	12.30	12.34	13.39	13.52	4.39	4.25
T0_86	Z Pilot	0.43	0.296	0.429	0.30	4.33	3.86
T0_86	$\ddot{\mathcal{Y}}$ TW innen	0.048	0.083	0.132	0.176	3.65	3.31
T0_86	$\ddot{\mathcal{Y}}$ Heck	0.0	0.021	0.139	0.160	3.31	3.42
T0I0E0_07	\ddot{z} Außenflügel	10.84	10.66	12.01	11.90	3.82	4.31
T0I0E0_07	Ζ̈́ Pilot	0.63	0.47	0.63	0.47	3.80	3.48
T0I0E0_07	$\ddot{\mathcal{Y}}$ TW innen	0.045	0.081	0.125	0.186	3.45	3.17
T0I0E0_07	$\ddot{\mathcal{Y}}_{ ext{Heck}}$	0.0	0.020	0.116	0.131	3.10	3.31
T0P0I10_07	\ddot{Z} Außenflügel	7.33	8.23	8.47	9.41	4.11	4.61
T0P0I10_07	Ζ̈́ Pilot	1.29	0.81	1.29	0.81	3.84	3.69
T0P0I10_07	$\ddot{\mathcal{Y}}$ TW innen	0.011	0.059	0.10	0.16	3.58	3.26
T0P0I10_07	$\ddot{\mathcal{Y}}_{ ext{ Heck}}$	0.0	0.028	0.179	0.207	4.00	4.06
T0_07	σ _{x FEM Flügelkasten}	1.65	1.44	1.71	1.51	1.91	1.81

Lastfall	Meßwert	σ _y 1D vert.	σ _y 2D vert.	σ _y 1D vert.+ lateral	σ _y 2D vert.+ lateral	N ₀ 1D vert.+ lateral	N ₀ 2D vert.+ lateral
T0_07	$\sigma_{y FEM Flügelkasten}$	0.41	0.32	0.44	0.35	2.51	2.40
T0_07	$ au_{xyFEMFlügelkasten}$	0.25	0.22	0.26	0.23	2.40	2.57
T0_07	$\sigma_{x \text{ Flügel nahe äußeres TW}}$	0.78	0.78	0.84	0.84	1.73	1.74
T0_07	$\sigma_{y \; Flügel \; nahe \; \ddot{a}u\betaeres \; TW}$	0.61	0.59	0.70	0.67	2.38	2.40
T0_07	$ au_{xy \; Flügel \; nahe \; \ddot{a}ueta eres \; TW}$	0.67	0.74	0.89	0.90	2.84	2.78
T0_07	$\sigma_{x \text{ Rumpf nahe SLW}}$	2.56	2.34	3.06	2.88	1.02	1.01
T0_07	$\sigma_{y \text{ Rumpf nahe SLW}}$	1.66	1.53	1.86	1.75	1.24	1.10
T0_07	$\tau_{xy \; Rumpf \; nahe \; SLW}$	0.22	0.25	1.31	1.32	1.17	1.21

Tabelle 5.2	Standardabweichungen und charakteristische Frequenzen für unterschiedliche
	Lastfälle und Flugzustände auf Turbulenz mit der Standardabweichung
	$\sigma_2 = \sigma_3 = 1$ [m/s] und einer charakteristischen Wellenlänge $L = 2500$ ft.

Die Ergebnisse machen deutlich, daß je nach Meßpunkt die 1D und 2D Modellierung unterschiedlich zu beurteilen sind. Es muß beachtet werden, daß auf Grund der Mittelwertbildung nicht mehr zugeordnet werden kann, welche Eigenform wie stark zur Standardabweichung des Ausgangs beiträgt. Wenn einzelne Eigenformen stärker angeregt, andere hingegen schwächer angeregt werden, kann dies zu einer identischen Standardabweichung führen. Die Auswirkung auf die Gesamtlast ist sowohl für die Missionsanalyse als auch für das *Design Envelope* Kriterium identisch. Zum Vergleich werden einige Spektren, die zu den Standardabweichungen in dieser Tabelle gehören, in Anhang C präsentiert.

Eine genauere Analyse der Ergebnisse zeigt, daß die erste Flügelbiegung eine kleinere Standardabweichung ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xyFlügelkasten}$) für die 2D Turbulenz zeigt. Dies entspricht der Ergebnisse in der Literatur [9], wo das Biegemoment der Flügelwurzel eine Abnahme zeigte, sowohl im Spektrum als auch in der Standardabweichung. Die laterale Beschleunigung des inneren Triebwerkes zeigt in dieser Analyse eine deutlich Zunahme der Standardabweichung für 2D Turbulenz. Es ist zu erwarten, daß damit auch die Spannungswerte im Pylon ansteigen. Auf Grund der Modellierung der Aufhängung der Triebwerke über Steifigkeitsmatrizen, die aus Versuchsmessungen übernommen wurden, können die Spannungswerte mit der in dieser Studie vorgestellten Methode nicht berechnet werden. Eine geringe Zunahme der Spannung τ_{xy} eines Elements auf dem Flügel in der Nähe des äußeren Triebwerkes kann aber beobachtet werden. Die Flugzustandsvariation zeigt wie erwartet eine Zunahme der Standardabweichung mit der Zunahme der Fluggeschwindigkeit für beinahe alle Ausgangsgrößen. Eine Reduzierung der Beladung des Rumpfes (T0P0I10 07) führt zu einer Zunahme der Beschleunigung am Pilotensitz und am Flugzeugheck. Eine Reduzierung der Beladung der Flügel (T0I0E0 07) führt hingegen zu einer größeren Beschleunigung am Flügel. Diese Ergebnisse können leicht nachvollzogen werden. Die Zunahme der lateralen Beschleunigung am Flugzeugheck kann mit einer Messung der Spannungswerte nicht direkt bestätigt werden. Das untersuchte Element am Fuß des Seitenleitwerks auf dem Rumpf wird sehr stark durch den Spannungsanteil dominiert, der sich aus der Verbiegung des Rumpfes bei der symmetrischen Flügelbiegung ergibt. Für die Schubspannung τ_{xy} ergibt sich aber ein großer Unterschied zwischen vertikaler und lateraler Turbulenz, so ist auch die Spannung im Fall der 2D Turbulenz etwas größer als für den 1D Fall. Daraus folgt, daß für diesen Spannungsanteil die *Fish Tailing* Eigenform einen größeren Einfluß hat. Auf Grund der großen Anzahl von Finiten Elementen müßte eine automatische Überprüfung aller Elemente durchgeführt werden, dies ist aber innerhalb dieser Studie nicht möglich. Es könnte Elemente geben, die in erster Linie durch die *Fish Tailing* Form beansprucht werden, in diesem Fall würde 2D Turbulenz zu einer höheren Standardabweichung der Spannungswerte führen.

Eine generelle Betrachtung zeigt, daß für Ausgänge, die auch durch die antisymmetrischen Formen dominiert werden, die Verwendung eines 2D Turbulenzmodells zu höheren Spektren führt. Darunter fällt die laterale Beschleunigung der Triebwerke, des Pilotensitzes und die laterale Beschleunigung des Flugzeughecks. Hingegen ergibt sich für Ausgänge, die durch die symmetrischen Eigenformen dominiert werden, eine Abnahme, darunter fällt die Spannung an der Flügelwurzel oder die vertikale Beschleunigung des Pilotensitzes. Die Beschleunigung des Außenflügels wird sowohl durch symmetrische als auch antisymmetrische Eigenformen stark beeinflußt, daher ist hier das Ergebnis unterschiedlich. Die Standardabweichung bleibt in etwa identisch, obwohl der Anteil der symmetrischen und antisymmetrischen Eigenformen natürlich sehr unterschiedlich zwischen 1D und 2D Modellierung ist. Dies kann durch die Analyse der Spektren in diesem Kapitel bestätigt werden.

Mit Hilfe der charakteristischen Frequenz N_0 kann beurteilt werden, welche Frequenzen stark vertreten sind. Der große Wert N_0 für die Beschleunigung des Außenflügels konnte erwartet werden, der noch größere Wert für die laterale Beschleunigung des Piloten wird durch eine charakteristische Form bestimmt, die bei einer Frequenz von 5 Hz liegt. Die charakteristischen Frequenzen der Spannungsmessung sind kleiner. Es bestätigt sich wieder, daß die Starrkörperformen und die aeroelastischen Formen mit einer kleinen Eigenfrequenz bei der Spannungsbestimmung dominieren.

5.7.2 Zwei oder mehr korrelierte Ausgangsgrößen

Einige Entwurfsgrößen lassen sich nur aus einer Kombination von Ausgangsgrößen, für die die bisher beschriebenen linearen Zusammenhänge anwendbar sind, bestimmen. Dies betrifft besonders die Berechnung der Spannungszustände in einem Element der Struktur. Im Fall von zwei Ausgangsgrößen lassen sich zweidimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilungen für den Ausgang definieren, die über den linearen Zusammenhang im Frequenzbereich, Gleichung (4.13), bestimmt werden. Ein Beispiel ist die Spannungsverteilung eines Schalenelements auf der Oberseite des Außenflügel (Bild 4.1), es ergeben sich drei Wahrscheinlichkeitsellipsen aus jeweils einer Kombination der Meßwerte σ_x , σ_y , τ_{xy} , siehe Bild 5.13.





Die Wahrscheinlichkeitsellipsen liefern zwei wichtige Informationen: zum einen kann eine Aussage über die Standardabweichungen der einzelnen Ausgänge getroffen werden, zum anderen kann zusätzlich eine Aussage über die Korrelation von zwei Ausgängen gemacht werden. Wie für die eindimensionale Glockenkurve der Gaußverteilung, ist im zweidimensionalen Fall das Volumen unter der Fläche im Raum (hier nicht dargestellt) die Wahrscheinlichkeit, daß diese Kombination aus zwei Ausgängen auftritt. Es ist damit einzusehen, daß bei einem unkorrelierten Ausgang die Ellipse zu einem Kreis wird. Im Fall zweier vollständig korrelierter Ausgänge degeneriert der Kreis zu einer Geraden. Der Maximalwert für beide Ausgänge tritt zur gleichen Zeit auf oder besitzt die gleiche Phase. Der Korrelationskoeffizient γ , der einen Wert $-1 < \gamma < 1$ annehmen kann, beschreibt diese Korrelation. Die Maximalwerte der Spannungswerte in dem Diagramm beschreiben gerade die Standardabweichungen der einzelnen Ausgänge. Als konservativer Entwurfspunkt für die Struktur dient der Maximalwert der Kombination aus diesen beiden Ausgängen.

In dem in Bild 5.13 präsentierten Beispiel zeigt sich eine leichte Abnahme des Spektrums für die 2D Turbulenz, es kann außerdem eine Änderung der Korrelation zwischen den Ausgängen beobachtet werden. Die Ursache der Abnahme des Spektrums läßt sich im Bild 5.10 nicht direkt sehen. Es ist aber auch hier so, daß die großen Werte des Spektrums σ_x für die

höherfrequenten flexiblen Formen für die Wellenzahl $\Omega_2 \neq 0$ bei der Integration mit den geringeren Werten im Fall der Wellenzahl $\Omega_2 = 0$ kompensiert werden. Die Standardabweichung σ ist damit im 1D und 2D Fall ähnlich, obwohl unterschiedliche Eigenformen zu dem Ergebnis beitragen. Es ist offensichtlich, daß nur eine Kombination aus Diagrammen für die Spektren und die Wahrscheinlichkeitsverteilungen die verschiedenen Einflußfaktoren deutlich zeigen. Die Dimensionierung des in Bild 5.13 gezeigten Elements ist im Prinzip schon mit dem Spannungswert σ_x möglich, da dieser im Verhältnis zu den anderen Spannungen sehr groß ist. Es ist die Normierung zu beachten. Bei der Analyse der kombinierten Last reicht die gemeinsame Betrachtung mit der Schubspannung τ_{xy} aber auf jeden Fall aus.

5.8 Analysen mit dem Zeitbereichsmodell

5.8.1 Spektralanalyse

Die Analyse des Zustandsraummodells im Hinblick auf die Spektren der Antwort führt zu einer Reduktion der Qualität gegenüber der Frequenzbereichsdarstellung, da die durch die Flugzeugbewegung hervorgerufenen Luftkräfte und die Turbulenzluftkräfte nur angenähert sind. Die Abschätzung der Approximationsungenauigkeiten ist sehr schwierig, da diese an unterschiedlichen Stellen in den Zustandsraumgleichungen auftreten und die Bewegungen des Flugzeuges stark gekoppelt sind. Bild 5.14 zeigt den Vergleich zwischen Frequenzbereichsmodell und einem Zustandsraummodell, bei dem die Turbulenzluftkräfte bezüglich eines Eingang aus weißem Rauschen generiert werden, d.h. das Turbulenzmodell ist in den Zustandsraumgleichungen enthalten.



Bild 5.14: Vergleich der Spektren der Beschleunigung des Außenflügels für das Frequenzbereichsmodell und das Zustandsraummodell für 1D Turbulenz

Die erste Flügelbiegung mit einem hohen Spektralwert wird sehr gut approximiert, die Approximation der Starrkörperformen ist schwierig, sie reagieren auf die Approximationsungenauigkeiten der Luftkräfte besonders sensitiv, da die Steifigkeit und Dämpfung nur über die Luftkräfte beschrieben werden. Für Simulationen sind die Abweichungen vom Frequenzbereichsmodell aber akzeptabel. Es ist zu erwarten, daß besonders die Turbulenzluftkräfte schwierig zu approximieren sind, da hier große Totzeiten vom Referenzpunkt der Turbulenzgeschwindigkeit auftreten. Dies könnte mit einer höheren Anzahl von aerodynamischen Zuständen berücksichtigt werden, wird aber eher zu Gunsten der Genauigkeit der Approximation der Eigenbewegung verwendet. Die Genauigkeit der Eigendynamik ist besonders für den Reglerentwurf wichtig, eine Ungenauigkeit in den Lasten ist für die Simulationen nicht ganz so entscheidend, da die Lasten in erster Linie die Verstärkung beeinflussen. Eine Ungenauigkeit in der Eigendynamik führt aber zu einem unbrauchbaren Reglerentwurf. In dem Fall, daß noch eine Störgrößenaufschaltung verwendet wird (siehe Kapitel 6.5), macht sich natürlich auch ein Fehler in der Last und deren Messung über die Turbulenzgeschwindigkeit bemerkbar. Der Vergleich der Genauigkeit des 2D Turbulenzmodells ist wie für eine 1D Turbulenz möglich, indem die Übertragungsfunktionen für die diskreten Wellenzahlen Ω_2 verglichen werden.

5.8.2 Zeitsimulation

Neben der Spektralanalyse und der Reglerentwicklung kann das Zustandsraummodell für Zeitsimulationen verwendet werden. Mit diesen können weitere Untersuchungen stattfinden, die in vielen Fällen anschaulicher sind.

Diskrete Böe

Mit dem 2D Turbulenzmodell kann eine diskrete vertikale 1-cos Böe mit dem Geschwindigkeitsprofil

$$w_g = \frac{w_{g_{\text{max}}}}{2} \left(1 - \cos\left(2\pi \frac{V(t-t_0)}{L}\right)\right) \qquad \text{für} \qquad t_0 < t < \frac{L}{V} + t_0$$

$$w_g = 0 \qquad \qquad \text{für} \qquad t < t_0 \qquad t > \frac{L}{V} + t_0$$
(5.1)

simuliert werden, die unter dem Winkel θ (vgl. Bild 3.7) über das Flugzeug läuft, als Amplitude der Böe ist der Wert $w_{g_{max}}$ vorgegeben. Der Winkel θ wird dabei durch die Anregungsfrequenz ω und die Wellenzahl Ω_2 beschrieben. Neben dem Einfluß des Winkels ist natürlich auch der Einfluß der Wellenlänge der 1-cos Böe interessant. Der Einfluß dieser beiden Größen auf die Ergebnisse wird in Bild 5.15 dargestellt.



Bild 5.15: Zeitsimulation einer $1 - \cos B\"{o}e$, verschiedene Wellenlängen L und Wellenzahlen Ω_2 , Flugfall T0_07

Die Analyse zeigt, daß mit der größten Wellenlänge, die genau der Resonanzfrequenz der Anstellwinkelschwingung entspricht, nur die Anstellwinkelschwingung angeregt wird. Dies wird deutlich in den großen Werten der Nickrate q. Die zweite gewählte Wellenlänge von 200m liegt im Frequenzbereich der symmetrischen Flügelbiegung und führt damit zu einer starken Reaktion der Flügel, die sich auch in der großen Spannung σ_x in einem Element des Flügelkastens bemerkbar macht. Für das Triebwerk zeigt sich ein Beschleunigungsverlauf mit einer identischen Wellenlänge wie die Flügelbiegung, es dominiert also die Eigenform der Flügelbiegung. Eine Wellenlänge von 100m liegt etwas über der Frequenz der antisymmetrischen Flügelbiegung und unterhalb der Eigenfrequenz der Schwingung des inneren Triebwerkes. Im Falle der symmetrischen Anregung (Wellenzahl $\Omega_2 = 0$) führt dies zu einer Anregung der Flügel, aber auch schon zu einer erheblichen Anregung der Triebwerksschwingungen. Der Flügel schwingt dabei mit der Frequenz von 1.3 Hz und das Triebwerk mit dessen Eigenfrequenz von 2.5 Hz. Diese Analysen zeigen sehr schön den Effekt der Variation der Anregungsfrequenz, für das 2D Böenmodell kann jetzt noch der Einfluß der Wellenzahl Ω_2 untersucht werden. In diesem Beispiel wird die Wellenzahl $\Omega_2 = 0.05$ gewählt, die zu einer großen Verstärkung der ersten antisymmetrischen Flügelbiegung und der Triebwerksschwingungen (siehe Bild 5.4) führt. Die Zeitantworten zeigen das erwartete Verhalten, die Triebwerksschwingungen sind gegenüber der 1D Böe größer, da hier sowohl eine Resonanz der symmetrischen als auch der antisymmetrischen Schwingungen auftritt. Auf Grund der unsymmetrischen Anteile der Böe wird außerdem eine laterale Beschleunigung des Flugzeughecks verursacht. Die Beschleunigungen am Flügel sind jetzt natürlich nicht mehr identisch am rechten und linken Flügel, sondern ergeben sich aus einer Überlagerung der symmetrischen und antisymmetrischen Formen, wobei die antisymmetrische Form überwiegt.

Turbulenz

Neben der Simulation einer diskreten Böe ist im Zeitbereichsmodell eine Simulation von Turbulenz möglich, bei der alle Eigenformen angeregt werden, dies zeigt Bild 5.16.



Bild 5.16: Zeitsimulation mit kontinuierlicher 2D Turbulenz, 20 flexible Formen des Flugzeuges berücksichtigt, 8 Intervalle für Wellenzahl Ω_2 gewählt, vgl. Gleichung (3.26)

Im Gegensatz zu 1D Turbulenz werden bei dieser Modellierung auch laterale Eigenformen angeregt, dies kann an der lateralen Beschleunigung des Flugzeughecks beobachtet werden. Die Flügelschwingungen lassen sowohl die Basisfrequenzen der symmetrischen und antisymmetrischen Flügelbiegungen erkennen, weiterhin machen sich hier aber hochfrequente Frequenzen bemerkbar. Das innere Triebwerk besitzt nur eine charakteristische Schwingungsfrequenz, dabei liegt die symmetrische und antisymmetrische Form des Triebwerkes bei einer fast identischen Frequenz (siehe Bild 7.2). Die höheren Frequenzen in der Nickrate entstehen durch Schwingungen des Rumpfes und nicht durch die Anstellwinkelschwingung. Die Messung enthält nicht nur die Starrkörperbewegung, sondern entspricht der Messung an der Inertialplattform. Es wird deutlich, daß die Strukturschwingungen zur Regelung der Anstellwinkelschwingung aus dem Signal der Nickrate gefiltert werden sollten.

6 Flugregelung und Aeroelastikregelung

6.1 Zielsetzung und Reglerkonzept

Der Flug eines Flugzeuges durch Turbulenz verursacht Abweichungen vom getrimmten Flugzustand sowohl in der flugmechanischen Bewegung als auch in der elastischen Verformung. Ein Flugregelungssystem bietet neben passiven Maßnahmen, z.B. Änderung der Massenverteilung, Steifigkeitsverteilung und Änderung der Auftriebsverteilung, die Möglichkeit, die Strukturlasten und den Flugkomfort zu verbessern. In dieser Studie wird ein klassisches Fly-by-Wire Flugregelungssystem mit einem davon getrennten Aeroelastikregler verknüpft. Das Regelungssystem bietet daher die Möglichkeit, den Aeroelastikregler abzuschalten und den Flugregler alleine zu betreiben, dies ist ein wichtiger Unterschied zu integralen Reglerentwürfen. Da die Flugmechanik und Aeroelastik für ein schweres großes Transportflugzeug gekoppelt sind, wird aber erwartet, daß dies zu Leistungseinbußen gegenüber einem integralen Entwurf führt. Im Hinblick auf die anderen Vorteile wird dieser Nachteil aber in der vorliegenden Studie akzeptiert. Die Entwurfsziele sind eine möglichst einfache Reglerstruktur und Robustheit gegenüber den in Kapitel 5 beschriebenen Beladungen und Flugzuständen. Der Aeroelastikregler wird mit einem Multi-Modell Entwurfsverfahren für eine Ausgangsvektorrückführung erstellt, es entfällt somit die Notwendigkeit, einen Beobachter zu verwenden. Neben einem Regelungssystem wird auch die Möglichkeit der Störgrößenaufschaltung basierend auf Turbulenzmessungen untersucht. Bild 6.1 zeigt einen Überblick zum geregelten Flugzeug.



Bild 6.1: Schema der geregelten Flugzeugdynamik

6.2 Entwurfsmodelle

6.2.1 Art der Modelle

Die in Kapitel 2 und 3 beschriebenen Zustandsraummodelle können für die unterschiedlichsten Verwendungen angepaßt werden. Sie unterscheiden sich im Wesentlichen durch die Anzahl der Zustände und damit durch die Genauigkeit und die Anzahl der berücksichtigten physikalischen Effekte.

Es werden folgende Modelle für die verschiedenen Beladungsfälle und Flugzustände im Rahmen des Regelungsentwurfs und der anschließenden Simulation verwendet:

• Simulationsmodell Steuerflächen- und Schubeingänge

Das Simulationsmodell enthält neben der Flugmechanik 60 flexible Strukturschwingungen, die einen Frequenzbereich bis 15 Hz abdecken. Die Anzahl der aerodynamischen Zustände kann so groß gewählt werden, daß die Genauigkeit der Approximation der aerodynamischen Luftkräfte möglichst gut ist. Für Echtzeitsimulationen müßte aber eine reduzierte Anzahl von flexiblen Eigenformen und Modellreduktionsverfahren verwendet werden. Zur Modellierung der Aktuatordynamik wird ein System 2. Ordnung zu den ursprünglichen Bewegungsgleichungen hinzugefügt.

- Simulationsmodell Turbulenz und Böen Die Simulation der Turbulenz erfordert zusätzliche Zustände zur Formulierung der Luftkräfte und des Turbulenzspektrums. Die Genauigkeit der Beschreibung nimmt mit der Anzahl der Zustände und der Anzahl der berücksichtigten Wellenzahlen Ω₂ entsprechend der Diskretisierung in Kapitel 3.4 zu.
- Entwurfsmodell Flugmechanik Für den Entwurf eines Flugreglers wird im Prinzip das Simulationsmodell ohne Turbulenz mit einer reduzierten Anzahl von elastischen Zuständen verwendet.
- Entwurfsmodell Aeroelastik
 Der Entwurf des Aeroelastikreglers mit einem Verfahren zur Ausgangsvektorrückführung macht eine Systemreduktion notwendig. Diese wird mit einer Modaltransformation und anschließender Elimination der für den Regelungsentwurf unbedeutenden Zustände durchgeführt.

Die Meßgrößen, die für die verschiedenen Entwürfe notwendig sind, können in allen Modellen bereitgestellt werden.

6.2.2 Standardformen

Der Entwurf von Flugreglern basierend auf Zustandsraummodellen vereinfacht sich, indem die Modellgröße auf das notwendige Maß reduziert wird. Eine weitere Möglichkeit, die Analyse der Modelle zu vereinfachen, ist die Transformation auf eine Standardform; es sind

dafür mehrere Darstellungen bekannt. Mit Hilfe der Modaltransformation erhält man eine Diagonalstruktur, die Entwicklung des Aeroelastikreglers in dieser Studie wird auf einer davon modifizierten Darstellung durchgeführt, die Details finden sich z.B. in Hanel [25] Anhang D. Ein Zustandsraummodell mit einem komplexen und einem reelen Pol hat in dieser Darstellung die Form:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{q_i} \\ \ddot{x}_{q_i} \\ \dot{x}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\omega_i^2 & -2\zeta_i \omega_i & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{q_i} \\ \dot{x}_{q_i} \\ x_j \end{bmatrix} + B_c \dot{u}_c, \qquad (6.1)$$

die Zustände x_{q_i} eines konjugiert komplexen Poles beschreiben in dem vorliegenden Zustandsraummodell die generalisierte Verschiebung und Geschwindigkeit einer flugmechanischen oder elastischen Eigenform. Die reelen Pole ergeben sich auf Basis der Filter, der aerodynamischen Zustände und der aperiodischen flugmechanischen Eigenbewegungen.

6.2.3 Modellreduktion

Die Dynamik des Flugzeuges wird durch die schwach gedämpften Pole dominiert. Für den Entwurf des Aeroelastikreglers werden daher alle realen und die nicht berücksichtigten leicht gedämpften Pole, die die flugmechanischen Eigenformen oder hochfrequente aeroelastische Eigenformen beschreiben, aus der Dynamik entfernt, in den Simulationen werden sie jedoch mitgeführt. Dieser sehr einfache Ansatz der Modellreduktion läßt sich rechtfertigen, da dieses Entwurfsmodell nicht als Zustandsbeobachter im Regelungssystem verwendet wird. Es wird daher auf höherwertige Modellreduktionsverfahren verzichtet, die bei optimaler Zustandsvektorrückführung (LQG), dem H_{∞} - Entwurf und der μ - Synthese notwendig sind. Eine Überprüfung des Reglerentwurfs mit dem Simulationsmodell stellt sicher, daß alle Anforderungen erfüllt werden.

6.3 Flugregelung

Die Aufteilung des Reglerentwurfs in den Frequenzbereich der Aeroelastik und der Flugmechanik ermöglicht es, unter Berücksichtigung einiger Randbedingungen, einen klassischen Flugregler zu entwerfen. Der Flugregler basiert auf einem Entwurf, wie er z.B. in Brockhaus [8] beschrieben wird. Es findet eine Aufteilung in einen Regler für die Längsbewegung und einen Regler für die Seitenbewegung statt.

6.3.1 Längsbewegung

Für die Analyse des Steuerverhaltens (*Handling Qualities*) und des Passagierkomforts ist in der Längsbewegung die Betrachtung der Anstellwinkelschwingung ausreichend, als Steuergröße wird eine C^* -Vorgaberegelung verwendet, mit

$$C^* = \ddot{z}_{\text{Pilot}} + \frac{V}{g}q.$$
(6.2)

Der Regler hat die in Bild 6.2 beschriebene Struktur. In dieser Form werden in der inneren Schleife die Größen C^* und q auf die Höhenruder η zurückgeführt, eine andere Darstellung einer identischen Rückführung wäre mit q und \mathbf{z}_{Pilot} in der inneren Schleife möglich.



Bild 6.2: Reglerstruktur der Längsbewegung

Die Parameter des Regelgesetzes können, wie in der Literatur beschrieben [8], aus den flugmechanischen Derivativen und allgemeinen Anforderungen an den Regler abgeleitet werden. In dieser Arbeit wird das Wurzelortskurvenverfahren verwendet, um die Verstärkungen in den Rückführzweigen zu bestimmen. Die Verstärkungen des Vorwärtszweiges werden über entsprechende Anforderungen an das Steuerverhalten (*Handling Qualities*) bestimmt. Die Verstärkungen werden über die Geschwindigkeit skaliert. Eine Anpassung der Parameter über die Beladungsvariation wird nicht durchgeführt, hier werden die Verstärkungsfaktoren so eingestellt, daß sie für alle Modelle verwendbar sind. Die Rückführung der Nickrate und der Beschleunigung des Pilotensitz auf das Höhenruder liefert bereits einen Beitrag zur Störunterdrückung auf Turbulenz, zusätzlich liefert aber eine symmetrische Ansteuerung der Querruder über den Anstellwinkel eine zusätzliche Reduktion der Lasten, siehe Kapitel 6.5.

6.3.2 Rollbewegung

Die Seitenbewegung wird in erster Linie über die Rollbewegung mit den Querrudern ξ gesteuert, als Vorgabe wird die Rollrate p verwendet. Ein Regler, der die Rollrate p und den Hängewinkel ϕ stationär stabilisiert, ist gegeben durch die Struktur in Bild 6.3. Die Untersuchung der wichtigsten Eigenschaften des geregelten Modells der Seitenbewegung ist mit diesem Entwurf möglich, die integralen und stationären Anteile sind für die Betrachtung der Störunterdrückung unbedeutend. Ebenso wie in der Längsbewegung findet eine Skalierung der Rückführungen mit der Geschwindigkeit statt.



Bild 6.3: Reglerstruktur der Rollbewegung

6.3.3 Gierbewegung

Die wichtigste Aufgabe des Reglers für die Gierachse ist die Dämpfung der Gierschwingung mit dem Seitenruder ζ , weiterhin soll eine Kurvenkoordination durchgeführt und die stationäre Genauigkeit des Schiebewinkels β erfüllt werden, damit hat der Regler die in Bild 6.4 gezeigte Struktur.



Bild 6.4: Reglerstruktur der Gierbewegung

Im Fall der Kurvenkoordination über die Rollbewegung wird kein Schiebewinkel kommandiert und die Aktivität des Seitenruders ergibt sich aus den Abweichungen im Schiebewinkel und der Gierrate, für die mit dem Hochpaß aber ein stationärer Wert ermöglicht wird. Die gezeigten Rückführungen führen auch zu einer Störunterdrückung auf Turbulenz, entscheidend sind dabei nur die direkten Rückführungen von Gierrate r und Schiebwinkel β .

6.4 Aeroservoelastik

Der Entwurf des Aeroelastikreglers wird für die aeroelastischen Eigenformen im Frequenzbereich von 1.3 bis ca. 4.5 Hz durchgeführt, dies entspricht der Berücksichtigung von 14 flexiblen Formen. Der Entwurf basiert auf dem in Kapitel 6.2.2 beschriebenen reduzierten Modell, dabei werden alle in Tabelle 5.1 aufgeführten Beladungs- und Flugfälle bis auf die Fälle A100_07 und T0_LI0LE0_07 in den Entwurf einbezogen. Als Entwurfsverfahren wird ein optimaler Multi- Modell linear quadratischer Entwurf (MMLQY) verwendet.

6.4.1 Multi-Modell LQY Verfahren

Das Ziel ist die Berücksichtigung mehrer Modelle

$$\dot{\tilde{x}}_i = A_i \dot{\tilde{x}}_i + B_i \dot{\tilde{u}}_i \tag{6.3}$$

beim Entwurf einer statischen Ausgangsvektorrückführung

$$\dot{u}_i = -K\dot{y}_i = -KC_i\dot{x}_i \tag{6.4}$$

mit einer identischen Verstärkungsmatrix K. Die Leistungsfähigkeit des Reglers kann mit der Kostenfunktion

$$J(K) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m} p_i \int_{0}^{\infty} \hat{x}_i (Q_i + C_i^T K R K C_i) \hat{x}_i dt = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{m} p_i \int_{0}^{\infty} \hat{x}_i \hat{Q}_i \hat{x}_i dt$$
(6.5)

beschrieben werden, die Gewichtung der Steuerungen R wird für alle Modelle gleich gewählt. Die Gewichtung der Zustände Q_i kann für alle Modelle unterschiedlich sein und die Modelle können weiterhin mit dem Parameter p_i untereinander gewichtet werden. Die Dynamik des Systems wird mit $\dot{\hat{x}} = \hat{A}\hat{x}$ zusammengefaßt, darin ist $\hat{A} = A - BKC$. In Gleichung (6.5) wird der Lösungsansatz $\hat{x}_i(t) = e^{\hat{A}t}\hat{x}_{0_i}$ eingesetzt, es ergibt sich somit die Kostenfunktion

$$J(K) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m} p_i \dot{x}_{0_i} P_i \dot{x}_{0_i} \quad \text{mit} \quad P_i \hat{A}_i + \hat{A}_i P_i + \hat{Q}_i = 0 \quad (6.6)$$

für den Fall, daß das System asymptotisch stabil ist. Mit dieser Funktion kann wie für den bekannten Fall eines einzelnen Systems die Lagrange-Funktion
$$L = \sum_{i=1}^{m} p_i Spur(P_i(K)X_{0_i}) + \sum_{i=1}^{m} (P_i\hat{A}_i + \hat{A}_iP_i + \hat{Q}_i)\Lambda_i$$
(6.7)

mit $X_0 = \dot{x}_0 \dot{x}_0^T$ aufgestellt werden. Aus dieser Gleichung lassen sich folgende Optimalitätsbedingungen ableiten:

$$\frac{\delta L}{\delta \Lambda_i} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \hat{P_i A_i} + \hat{A_i} P_i + \hat{Q_i} = 0, \tag{6.8}$$

$$\frac{\delta L}{\delta P_i} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad X_{0_i} p_i + \hat{A} \Lambda_i + \Lambda_i \hat{A}_i^T = 0, \tag{6.9}$$

$$\frac{\delta L}{\delta K} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad K = R^{-1} \sum_{i=1}^{m} B_i^T P_i \Lambda_i C_i^T \left(\sum_{i=1}^{m} C_i \Lambda_i C_i^T \right)^{-1}. \tag{6.10}$$

ableiten. Zur Lösung des Gleichungssystems wird eine Iteration [41] verwendet, bei der ausgehend von einer Schätzung für die Verstärkung *K* die Lyapunow Gleichungen (6.8) und (6.9) gelöst werden. Mit den Ergebnissen für Λ_i und P_i wird die Differenz

$$\Delta K_{l} = R^{-1} \sum_{i=1}^{m} B_{i}^{T} P_{i_{l}} \Lambda_{i_{l}} C_{i}^{T} \left(\sum_{i=1}^{m} C_{i} \Lambda_{i_{l}} C_{i}^{T} \right)^{-1} - K_{l}$$
(6.11)

im Iterationsschritt l berechnet. Die neue Verstärkungsmatrix wird mit

$$K_{l+1} = K_l + \alpha \Delta K_l \tag{6.12}$$

bestimmt, darin wird die Variable α , $0 < \alpha < 1$ so gewählt, daß die Kostenfunktion die Gleichung

$$J_{l+1} < J_l = \sum_{i=1}^{m} p_i Spur P_{i_l}(K) X_{0_{i_l}}$$
(6.13)

erfüllt. Dies ist eine einfache Iteration, die aber nur funktioniert, wenn als Startwert bereits eine Lösung K vorliegt, die das System stabilisiert.

6.4.2 Wahl der Entwurfsparameter im LQY Entwurf

Der Reglerentwurf kann über die Gewichtungsmatrizen \hat{Q} , die Anfangswertschätzung für die Rückführmatrix K und die Wahl der Anfangswerte der Zustände x_0 für die Kostenfunktion gesteuert werden. Für die Anfangswerte wird, wie in der verfügbaren Literatur beschrieben, eine Einheitsmatrix verwendet, für die Rückführmatrix wird mangels einer Schätzung eine konstante geringe Verstärkung gesetzt. Die eigentliche Beeinflussung der Optimierung

und des Reglers geschieht über die Gewichtungsmatrix Q der Zustände, die in diesem Fall durch die aeroelastischen Eigenformen gegeben sind. Als Entwurfsziel wird eine gleichmäßige Erhöhung der Dämpfung aller elastischen Eigenformen gefordert, da detailliertere Anforderungen, die sich erst bei einer kompletten Analyse aller Anforderungen des Flugzeugentwurfs (Strukturlasten, Flugkomfort) ergeben würden, unbekannt sind. Die Anpassung der Gewichtungsmatrix Q stellt sich bei einem LQY und MMLQY Entwurf als besonders kritisch heraus, da bei ungeeigneten Parametern eine Optimierung nicht möglich ist. Bei einem Modellentwurf, der auf mehreren Modellen mit jeweils einer hohen Anzahl von zu berücksichtigenden Zuständen basiert, steigt die Anzahl der Gewichtungsparameter so stark an, daß eine manuelle Anpassung sehr aufwendig und schwierig wird. Die Bestimmung der Gewichtungen wird iterativ durchgeführt, indem zuerst ein getrennter Reglerentwurf für die einzelnen Zustandsraummodelle durchgeführt wird, die dabei gewonnenen Gewichtungsmatrizen \hat{Q} werden dann im Multi-Modell Entwurf verwendet. Im Multi-Modell Entwurf können die letzten Anpassungen vorgenommen werden. Um den Entwurf weiter zu automatisieren, kann die Suche der optimalen Gewichtungen mit einem Optimierungsalgorithmus durchgeführt werden. Die Optimierungsparameter sind die einzelnen Gewichtungsfunktionen, die Kostenfunktion ist die Summe der gewichteten Dämpfungserhöhungen für alle Pole und Modelle, sie hat die Form

$$J(Q) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \left(\left(-\frac{\zeta_{ij_{\text{sys}}} - \zeta_{ij_{\text{csys}}}}{\zeta_{ij_{\text{sys}}}} + p_1 \right) \cdot p_2 \right)^{p_3},$$
(6.14)

in dieser Gleichung ist $\zeta_{ij_{csys}}$ die Dämpfung des Pols *j* im geregelten Modell *i*, $\zeta_{ij_{sys}}$ im ungeregelten Modell. Die Parameter p_1, p_2 dienen dazu, eine Dämpfungserhöhung vorzuschreiben, und der Parameter p_3 ermöglicht es, die Abweichung von dieser Forderung zu gewichten. Dieser Ansatz ist letztendlich eine Optimierung der MMLQY Optimierung, er sollte daher als Hilfsmittel gesehen werden, um sich für die gegebene Modellgröße Arbeit abzunehmen, aber trotzdem innerhalb des MMLQY - Verfahrens bleiben zu können. Es bleiben somit alle Eigenschaften des MMLQY - Entwurfs wie garantierte Stabilität erhalten. Wenn einzelne Pole nicht das gewünschte Verhalten zeigen, kann anschließend wieder die Gewichtungsmatrix \hat{Q} im MMLQY - Verfahren direkt angepaßt werden.

6.4.3 Filter zur Modifikation der Meßsignale

Die Messung der Strukturschwingungen basiert auf Beschleunigungssensoren an unterschiedlichen Positionen. Die Erhöhung der Dämpfung der Strukturschwingungen wäre für ein System ohne Luftkräfte am besten durch eine geschwindigkeitsabhängige Kraft möglich. Dieser direkte Zusammenhang wird durch den verzögerten Aufbau und Wirkung der Luftkräfte und die Aktuatordynamik verändert, es müßten daher jeweils die Verstärkungen und Phasenwerte der Steuerflächen auf die Ausgänge betrachtet werden. Dies wäre für alle Signalpfade und Zustandsraummodelle, die im Multi-Modell Entwurf berücksichtigt werden, nötig. Da die Zusammenhänge sehr schwer zu analysieren sind, wird für den Reglerentwurf trotzdem ein Geschwindigkeitssignal für beinahe alle Messungen verwendet, das zusätzlich noch mit einem Hochpaß versehen wird, um einen Einfluß auf die Flugmechanik zu verhindern. Das Geschwindigkeitssignal $\dot{z}(t)$ wird mit einer näherungsweisen Integration des Beschleunigungssignal $\ddot{z}(t)$ basierend auf dem Filter [5]

$$\begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p_i \ p_i \\ -p_i \ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \ddot{z}(t)$$
(6.15)

realisiert. Die Gleichung liefert ein genaues Geschwindigkeitssignal für Frequenzen ω mit dem Parameter $p_i < \omega/6$, für niedrige Frequenzen geht die Verstärkung gegen den Wert 0. Der Aeroelastikregler hat damit die in Bild 6.5 vorgestellte Struktur.



Bild 6.5: Struktur des Aeroelastikreglers

6.4.4 Kopplung von Flugregelung und Aeroservoelastik

Die Aufteilung des Flugregelungssystems in einen flugmechanischen Anteil und einen aeroelastischen Anteil macht die Implementierung von Filtern, die die Frequenzbereiche trennen, notwendig. Diese Filter haben den Nachteil, daß sie eine zusätzliche Dynamik in das System einbringen. Es ändern sich die Phasen der Übertragungsfunktionen des flugmechanischen und aeroelastischen Modells an den Eckfrequenzen der Filter, so daß hier in jedem Fall eine Überprüfung der Stabilität der Rückführungen mit den gewählten Filtern notwendig ist.

Ein weitere Anpassung des Reglers führt über die Änderung der Eckfrequenzen und Ordnung der Filter, so daß auch eine scharfe Trennung der Frequenzbereiche möglich wird. Die Anpassungen können manuell vorgenommen werden, da die Aufgabe überschaubar ist und eine mathematische Optimierung nicht unbedingt notwendig ist. Die Auslegung wird für den Fall der maximalen Beladung und der damit kleinsten Eigenfrequenz des Flügels durchgeführt, so daß hier ein konservativer Entwurf möglich ist. Im Fall leerer Flügeltanks steigt die Eigenfrequenz an und bewegt sich von der Eckfrequenz der Filter weg.

6.4.5 Ausgangsvektorrückführung im Frequenzbereichsmodell

Speziell für den Fall eines Turbulenzeingangs ist die Berücksichtigung des entworfenen Reglers in der Flattergleichung, die die tabellierten generalisierten Luftkräfte aus der Doublet-Lattice Rechnung verwendet, mit externen Störgrößen, Gleichung (3.6), interessant. Mit dieser Gleichung lassen sich die genauesten Ergebnisse erzielen, wie sie z.B. in den Nachweisrechnungen für die zulassungsrelevanten Lastannahmen notwendig werden. Die mit der Dynamik der Rückführung des Aeroelastikreglers und Flugreglers

$$j\omega \,\dot{x}_{\rm con} = A_{\rm con} \dot{x}_{\rm con} + B_{\rm con} \dot{u}_{\rm con} \tag{6.16}$$

im Frequenzbereich und der Meßgleichung

$$\dot{y}_{\rm con} = C_{\rm con} \dot{x}_{\rm con} + D_{\rm con} \dot{u}_{\rm con}$$
(6.17)

gegebene Zustandsraumdarstellung kann in die Flattergleichung integriert werden. Der Ausgang für die Flugzeugdynamik \dot{y}_{sys} ist der Eingang \dot{u}_{con} für den Regler, der Eingang für das System $\dot{u}_{sys} = \dot{y}_{con}$, ist der Ausgang des Reglers. Für die Meßgleichung des Flugzeugs im Frequenzbereich gilt

$$\hat{y}_{\text{sys}} = \begin{bmatrix} Y_z \Phi \ Y_z \Phi \ Y_z \Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{q}_{\text{sys}} \\ j \omega \hat{q}_{\text{sys}} \\ -\omega^2 \hat{q}_{\text{sys}} \end{bmatrix}, \qquad (6.18)$$

die Matrizen Y_z , Y_z , Y_z , sind die im Reglerentwurf gewählten Rückführungen der Verschiebungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen an physikalischen Punkten. In dieser Form haben die Matrizen Y eine identische Größe mit entsprechenden Zeilenvektoren, die den Wert 0 haben. Mit Gleichungen (3.6) und (6.16) bis (6.18) läßt sich die Flattergleichungen mit Regler

$$\begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{sys} \\ \dot{x}_{con} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{f}_g \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$X_{11} = -\omega^2 (M_q + K_R D_{con} Y_z \Phi) + j\omega (B_q - T_{Eq} - T_{Tq} + K_R D_{con} (Y_z \Phi - Y_z \Phi T_{Eq})) + K_q - T_{Eq} - T_{Tq} + K_R D_{con} (Y_z \Phi - Y_z \Phi T_{Eq}) - p_d Q_q (k, Ma)$$

$$X_{12} = -K_R C_{con}$$

$$X_{21} = -\omega^2 B_{con} Y_z \Phi + j\omega B_{con} (Y_z \Phi - Y_z \Phi T_{Eq}) + B_{con} (Y_z \Phi - Y_z \Phi T_{Eq})$$

$$X_{22} = j\omega - A_{con}$$
(6.19)

formulieren, K_R ist die Teilmatrix der generalisierten Steifigkeiten, die zu den Steuerflächen gehört. Die Messung der physikalischen Größen erfolgt analog Gleichung (2.16).

6.5 Störgrößenaufschaltung

6.5.1 Wirkungsprinzip

Mit dem Flugregler und dem Aeroelastikregler läßt sich bereits eine erhebliche Störunterdrückung auf Turbulenz erreichen. Für den Fall der Längsbewegung führt eine Messung einer durch die Turbulenz angeregten Nickbewegung durch eine direkte Rückführung auf das Höhenruder zum Aufbau eines Gegenmoments und damit zu einer Reduktion der Reaktion. Dies ist aber erst möglich, sobald eine Nickrate und damit eine Reaktion gemessen wird. Mit einer Störgrößenaufschaltung wird versucht, die Störgröße selbst zu messen und die Steuerflächen des Flugzeugs entsprechend auszuschlagen. Im Falle eines sehr einfachen Flugzeugmodells, bei dem eine gleiche Anzahl von Bewegungen und Steuergrößen vorhanden ist, ließe sich prinzipiell sogar eine vollständige Auslöschung der Turbulenzkräfte mit den durch die Ruder erzeugten Kräften erreichen. Dies wird deutlich für eine Formulierung des Zustandsraummodells in der Form

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + B_R \tilde{u}_R + E_g \tilde{u}_g.$$
(6.20)

Die Dynamik des Flugzeugs wird nicht angeregt, wenn

$$B\dot{u}_R + E\dot{u}_g = 0$$
 bzw. $\dot{u}_R = -B_R^{-1}E_g\dot{u}_g$ (6.21)

gilt, die Anfangsbedingungen des Systems $x(t_0) = 0$ sind und die Matrizen den entsprechenden Rang haben. Für den Fall eines flexiblen Flugzeuges mit einer großen Anzahl von flexiblen Eigenformen und aerodynamischen Zuständen ist dieser Ansatz nicht möglich, sondern es muß ein Lösung für die Steuerung \hat{u} gefunden werden, die den Ausdruck $B_R \dot{u}_R + E_g \dot{u}_g$ so verändert, daß dieser eine minimale Auswirkung auf die Dynamik des Flugzeuges hat [48]. Ein anderer Ansatz ist die Reduktion der Anstellwinkelschwingung mit einem Steuergesetz, das sich aus einer physikalischen Überlegung ergibt. Zum besseren Verständnis muß aber zuerst auf die Auswirkung von 2D Turbulenz eingegangen werden.

Vertikale Turbulenz verursacht einen zusätzlichen Anstellwinkel am Flügel und mit etwas Zeitverzögerung am Höhenleitwerk, außerdem treten noch Luftkräfte am Rumpf auf. Eine Betrachtung der Luftkräfte über den Flügel im Falle von 2D Turbulenz macht deutlich (siehe 2D Spektren in Kapitel 5), daß im Frequenzbereich der Flugmechanik alle Maxima für die Wellenzahl $\Omega_2 = 0$ erreicht werden. Dies entspricht einer 1D Turbulenz, die mit einer Anstellwinkelmessung vor dem Flugzeug gemessen werden könnte. Im Frequenzbereich der Aeroelastik tritt nur noch für die erste Flügelbiegung ein sehr eindeutiges Maximum für die Wellenzahl $\Omega_2 = 0$ auf. Für alle anderen Formen, besonders im Bereich der Triebwerksund Rumpfschwingungen, treten die Maxima auch für die Wellenzahlen $\Omega_2 \neq 0$ auf. Daraus folgt, daß Turbulenz, die zu einer starken aeroelastischen Reaktion des Flugzeuges führt, mit einer Auf- und Abwindverteilung über den Flügel verbunden ist. Damit ist eine entsprechende Anstellwinkelverteilung über den Flügel vorhanden. Diese Auf- und Abwindverteilung tritt auch für die Flugmechanik auf. Die spektralen Anteile für die Wellenzahl $\Omega_2 \neq 0$ sind aber so klein, daß sie vernachlässigt werden können. Ein Vergleich der 1D und 2D Turbulenz, die für die Phygoide und Anstellwinkelschwingung ein identisches Ergebnis liefern, bestätigt diese Aussage, siehe Bild 5.8. Eine Variation des Anstellwinkels über die Flügelspannweite, abhängig von der Turbulenz, müßte gemessen werden, sollte sie in der Störgrößenaufschaltung berücksichtigt werden. Eine solche Messung wird in dieser Studie als unrealistisch angesehen. Die Ausnahme bildet die Messung der ersten Flügelbiegung, die durch Messungen am Rumpf und an den Flügelspitzen auf beiden Seiten des Flugzeuges möglich wäre. Der Spektralanteil der Turbulenz in diesem Frequenzbereich, der eine ungleichmäßige Verteilung über das Flugzeug hat und nicht zu einer Reaktion führt, ist für die erste Flügelbiegung bedeutend. Dies macht sich in dem Unterschied der physikalischen Antwort zwischen 1D und 2D Turbulenz für die Flügelbiegung in Bild 5.8 bemerkbar. Daraus folgt, daß wirklich nur die Anteile zur Dämpfung der symmetrischen Flügelbiegung auf das Ruder geschaltet werden dürfen, die zu einer gleichmäßigen Verteilung über den Flügel führen. Dies wäre nur mit über den Flügel verteilten Meßsonden möglich. Da die Flügelbiegungsfrequenzen sehr nahe bei den Triebwerksfrequenzen liegen, sollten auch diese mit der Störgrößenaufschaltung reduziert werden können. Dies schränkt den Ansatz, die elastischen Eigenformen über eine Störgrößenaufschaltung regeln zu wollen, wieder ein. Auf Grund der schwierigen Zuordnung und des stochastischen Verhaltens der Turbulenz und damit schwierigen Meßbarkeit wird auf eine Störgrößenaufschaltung auf die flexiblen Formen verzichtet.

6.5.2 Störgrößenaufschaltung für vertikale Turbulenz

Wie bereits im vorherigen Kapitel ausgeführt, reicht für eine Betrachtung im Bereich der Flugmechanik die Verwendung eines 1D Turbulenzmodells aus. Mit diesem Ansatz kann dann ein Regelgesetz formuliert werden, das abhängig von einer Anstellwinkelmessung vor dem Flugzeug mit den korrekten Totzeiten zu einem symmetrischen Ausschlag der Querruder und Höhenruder führt. Die Idee ist, daß der entgegengesetze Ausschlag genau den zusätzlichen Auftrieb am Flügel und Höhenruder kompensiert, der aus dem Zusatzanstellwinkel resultiert. Die Aufschaltung auf das Höhenruder hat auch die Aufgabe, die Momente auf das Flugzeug zu kompensieren. Die Störgrößenaufschaltung hat damit die in Bild 6.6 gezeigte Struktur.



Bild 6.6: Störgrößenaufschaltung zur Reduktion der Anstellwinkelschwingung

Die Totzeiten sind geschwindigkeitsabhängig, da das Flugzeug die Distanz zwischen Flugzeug und dem Meßpunkt vor dem Flugzeug mit zunehmender Geschwindigkeit in einer kürzeren Zeit zurücklegt. Für die Berechnung innerhalb der Simulation ergibt sich die Totzeit durch die Differenz zwischen dem Meßpunkt für den Anstellwinkel bzw. Turbulenzgeschwindigkeit und dem Referenzpunkt auf dem Flugzeug, für den sowohl die generalisierten Luftkräfte als auch die Turbulenzluftkräfte bestimmt werden. Innerhalb des mathematischen Modells werden die Turbulenzgeschwindigkeiten im inertialen System in die Luftkräfte im flugzeugfesten Koordinatensystem umgerechnet wie in Kapitel 3 erwähnt. Durch die Änderung des Anstellwinkels und die Betätigung der Steuerflächen ändert sich außerdem der Widerstand. Dies führt zu einer horizontalen Beschleunigung des Flugzeugs, ein Effekt, der mit diesem Regelungssystem nicht kompensiert wird.

Die gesuchten Totzeiten t_{ξ} , t_{η} , die mit einer Padé-Approximation angenähert werden, und die Verstärkungen H_{ξ} , H_{η} werden mit einem allgemeinen Optimierungsverfahren berechnet. Die Kostenfunktion ist die gewichtete Summe der Verstärkungen der Übertragungsfunktionen des geregelten Systems für die Beschleunigung des Pilotensitzes, die Beschleunigung des Außenflügels und die Nickrate. In der Optimierung können alle Flugzustände und Beladungsvariationen berücksichtigt werden. Um den Einfluß auf die Elastik zu verhindern, wird ein Tiefpaß verwendet, der im Optimierungsmodell enthalten ist und dessen Phasenänderung daher im Entwurf berücksichtigt wird.

6.5.3 Störgrößenaufschaltung für laterale Turbulenz

Die Zuordnung der Messung und des Ruderausschlags ist für laterale Turbulenz schwieriger. Es ist denkbar, eine Aufschaltung der Turbulenz auf das Seitenruder durchzuführen. Das Ziel ist die Reduktion der Taumelschwingung. Die laterale Turbulenzgeschwindigkeit könnte mit einer Totzeit auf das Seitenleitwerk geschaltet werden.

6.5.4 Störgrößenaufschaltung im Frequenzbereichsmodell

Die Gleichung (6.21) sagt aus, daß sich die Turbulenzkräfte und die Kräfte, die sich aus der Steuerflächenaktivität ergeben, kompensieren müssen. Im Frequenzbereichsmodell (6.19) werden die generalisierten Luftkräfte f_R^f der Steuerflächenausschläge zu den generalisierten Turbulenzluftkräften addiert:

$$\begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{q}_{\text{sys}} \\ \hat{x}_{\text{con}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{f_g} \\ f_g \\ 0 \end{bmatrix} e^{j(t_g - t_0)\omega} + \sum_{k=1}^m \begin{bmatrix} \sum_{f_g} \\ f_{R_k} \\ 0 \end{bmatrix} g_k(j\omega) H_k e^{j(t_{R_k} - t_0)\omega}.$$
 (6.22)

In den ursprünglichen Rechnungen werden die generalisierten Kräfte bzgl. des Referenzpunktes x_0 berechnet, in der Realität wird die Anstellwinkelschwingung jedoch vor dem Flugzeug gemessen. Eine Folgerung daraus ist, daß die Luftkräfte mit einer entsprechenden Totzeit $e^{i(t_g - t_0)}$ multipliziert werden müssen. Die generalisierten Luftkräfte der Steuerflächen f_R^{f} werden zusätzlich mit einem Tiefpaß $g(i\omega)$ und den Verstärkungen für die einzelnen Steuerflächen *H* multipliziert. Als Parameter werden die mit dem Zustandsraummodell (Kapitel 6.5.2) ermittelten Größen verwendet.

7 Analyse des geregelten Flugzeuges

7.1 Reglerentwurf

7.1.1 Ziele und Vorgehensweise beim Reglerentwurf

Der Reglerentwurf erfordert zuerst eine Analyse der Strecke. Die Beurteilung der Strecke liefert Informationen über die Eigenformen der Flugemechanik und Elastik, deren Dynamik über das Regelungssystem so verändert werden soll, daß eine Verbesserung des Flugzeugverhaltens eintritt. Für die Elastik ist eine Dämpfungserhöhung anzustreben, so daß elastische Schwingungen schneller abklingen. Daraus folgt eine Reduzierung der Lasten und eine Verbesserung des Komforts. In dieser Arbeit wird eine gleichmäßige Dämpfungserhöhung aller elastischen Formen gefordert, da bei der Analyse des in dieser Studie verwendeten Modells eine Bevorzugung oder Vernachlässigung einzelner Formen nicht abschließend beurteilt werden kann. Im Bereich der Flugmechanik wird keine maximale Dämpfungserhöhung gewünscht, sondern es wird eine gewisse Pollage angestrebt, die ein vom Piloten gewünschtes Eigenverhalten darstellt. Nach der Auswahl der Sensoren kann das Regelungssystem mit den Verfahren, die in Kapitel 6 beschrieben sind, entworfen werden.

7.1.2 Entwurfsmodelle

Der Entwurf des Flugreglers und Aeroelastikreglers erfolgt mit den Zustandsraummodellen, die durch die in Tabelle 5.1 beschriebenen Flugzustände gegeben sind. Die unrealistischen Fälle mit maximaler Beladung, alle Tanks 100% gefüllt (A100_07) und der Fall mit unsymmetrischer Beladung (T0LI0LE0_07) werden im Regelungsentwurf nicht verwendet. Der unsymmetrische Fall würde eine Reglerstruktur verursachen, die von den Verstärkungen der Rückführungen her nicht mehr symmetrisch bzw. antisymmetrisch entsprechend der Längsund Seitenbewegung wäre. So eine Struktur wird als Entwurfsziel ausgeschlossen, zur Analyse der Robustheit der entworfenen Regler können diese Modelle aber herangezogen werden. Die Entwurfsmodelle enthalten neben der in den vorhergehenden Kapiteln beschriebenen Dynamik noch Modelle für die Steuerflächen, die als dynamisches System zweiter Ordnung beschrieben werden und somit in die linearen Gleichungen integriert werden können. Bevor der Multi-Modell Ansatz selbst aufgeführt wird, wird die Dynamik des



Modells in Bild 7.1 gezeigt. Es werden alle schwach gedämpften Pole der Flugmechanik und Strukturdynamik dargestellt.

Bild 7.1: Pole verschiedener Beladungen und Flugzustände

Eine genauere Betrachtung der Pollagen zeigt, daß eine Variation der Fluggeschwindigkeit und eine Variation der Beladungen eine unterschiedliche Auswirkung auf die Dämpfung und Frequenz der Eigenschwingungen des Systems hat. Auffallend ist die große Verschiebung der Pole für die Anstellwinkelschwingung und die erste antisymmetrische Flügelbiegung sowohl durch die Variation der Masse als auch die Variation des Flugzustandes. Andere Eigenschwingungen werden durch die Massen- und Flugzustandsvariation kaum beeinflußt, dies trifft besonders auf die am schwächsten gedämpften Eigenformen zu. Dabei handelt es sich um die lateralen Schwingungsformen der Triebwerke und Rumpfschwingungen, wie es auch die Fish Tailing Eigenform darstellt. Es ist einzusehen, daß die lateralen Schwingungen der Triebwerke bei einem anderen Betriebsfall kaum verändert werden, da sie in erster Linie durch die lokale Steifigkeit der Aufhängung und die Masse beeinflußt werden. Die etwas stärker gedämpften Formen bei höherer Frequenz beschreiben zum Beispiel Schwingungsformen, die durch eine große vertikale Verschiebung des äußeren Triebwerkes und Flügels beschrieben werden können. Eine größere Veränderung dieser Verformung ist durch den größeren Einfluß der Luftkräfte und der Masse einzusehen. Den großen Einfluß der Massenvariation zeigt auch die Analyse der symmetrischen und antisymmetrischen Flügelbiegung. Wie erwartet, ändern sich bei leeren Flügeltanks (TOIOE0 07) die Frequenz und Dämpfung am stärksten. Die in diesem Bild dargestellten Pole werden alle für den Flugregelungsentwurf berücksichtigt, die im Simulationsmodell enthaltenen zusätzlichen reelen Pole und Filterpole sind in Bild 7.1 nicht dargestellt.

7.1.3 Auswahl der Meßgrößen

Die Auswahl der Meßgrößen entspricht in etwa den Größen, die in Hanel [25] vorgeschlagen wurden. Die Auswahl erfolgte dort mit einem Verfahren zur optimalen Sensorplazierung. Die

gewählten Sensorpositionen können zu einem gewissen Umfang auch mit einer praktischen Überlegung gefunden werden. In dem Frequenzbereich zwischen 1 Hz und 4 Hz liegen einige Flügelschwingungen, Triebwerksschwingungen und Rumpfschwingungen. Es ist einzusehen, daß die Rumpfschwingungen am besten ganz vorne oder hinten am Rumpf, die Triebwerksschwingungen an den Triebwerken und die Flügelschwingungen am Flügel gemessen werden. Eine genauere Analyse sollte noch in der Hinsicht stattfinden, daß die Messung als natürlicher Filter für höherfrequente Strukturschwingungen benutzt werden kann. Das Meßsignal sollte nur große Verstärkungen innerhalb der Bandbreite des Aeroelastikreglers liefern. Aus diesem Grund wird für die Flügelmessung ein Punkt in der Mitte des Flügels verwendet und nicht auf dem Außenflügel, wo die höheren Frequenzen noch eine starke Reaktion des Flügels verursachen, siehe Kapitel 5. Da der Regelungsentwurf in dieser Arbeit nicht mit einem integralen Reglerentwurf durchgeführt wird, werden für den Flugmechanikregler und den Aeroelastikregler unterschiedliche Sensoren ausgewählt, es ergeben sich somit folgende Meßgrößen:

- Flugmechanik Nickrate, Rollrate, Gierrate, Rollwinkel und Schiebewinkel an der Intertialplattform, Vertikalbeschleunigung des Piloten (für C^* Kriterium)
- Aeroelastik

laterale und vertikale Beschleunigung des Flugzeughecks, laterale Beschleunigung der inneren und äußeren Triebwerke und die vertikale Beschleunigung des Flügels in der Mitte

Alle Beschleunigungssignale in der Aeroelastik werden mit einem speziellen Integrator zu einem Geschwindigkeitssignal integriert. Die Ausnahme bildet die Beschleunigung des inneren Triebwerkes, für das ein Beschleunigungssignal im MMLQY Entwurf die besseren Ergebnisse liefert.

7.1.4 Optimaler Entwurf für das Referenzmodell

Der Entwurf eines Reglers für das Referenzmodell zeigt, welche Dämpfungserhöhung mit einem LQY-Verfahren möglich ist, das nur auf einer Ausgangsvektorrückführung beruht. Zur Integration des Beschleunigungssignals und die Trennung der Frequenzbereiche ist für jede Rückführung noch eine Filterdynamik enthalten. Diese kann aber nachvollzogen werden und ist daher mit den Anforderungen, die beim Entwurf von Flugreglern Anwendung finden, kompatibel. Der Aeroelastikregler ist mit einem konventionellen Flugregler, wie in Kapitel 6 beschrieben, kombiniert. Die Erhöhung der Dämpfung der Starrkörperbewegungen und der elastischen Formen wird in Bild 7.2 dargestellt. Es zeigt sich, daß eine statische Rückführmatrix gefunden werden kann, die ein gutes Ergebnis zeigt. Eine zusätzliche Beobachterdynamik zur Rückführung ungemessener Zustände oder Ausgänge ist nicht notwendig. Diese Optimierung ist nur für diesen Flugzeugstand angepaßt, es ist daher notwendig, mehrere Modelle im Entwurf zu berücksichtigen, siehe Kapitel 7.1.5. Das in Bild 7.2 gezeigte Ergebnis soll aber als Referenz dienen, was mit einer Ausgangsvektorrückführung erreicht werden kann. Die Polverschiebungen werden für das Simulationsmodell gezeigt. Eine Darstellung der Polverschiebungen am Entwurfsmodell würde ein noch etwas besseres Ergebnis zeigen, die Unterschiede sind jedoch minimal. Wichtig ist zu sehen, daß die optimierte Rückführmatrix K auch noch mit den zusätzlichen Frequenzfiltern und dem näherungsweisen Integrator zu sehr guten Ergebnissen führt. Diese sind im Entwurfsmodell nicht enthalten.



Bild 7.2: Pollage des geregelten und ungeregelten Modells für maximale Beladung und Ma = 0.7, Flugzustand T0_07

Die Pole, die am stärksten von der Änderung des Flugzustandes oder der Beladungsvariation beeinflußt werden, können auch am besten durch den Regler verbessert werden. Obwohl besonders die lateralen Triebwerksschwingungen durch die Flugzustandsvariation und damit die Luftkräfte kaum beeinflußt werden, läßt sich mit dem Regler auch hier eine nicht zu vernachlässigende Erhöhung der Dämpfung erreichen. Die Dämpfung der Flügel läßt sich natürlich besonders gut verbessern, da hier die Querruder direkt wirken können. Dies trifft auch auf die *Fish Tailing* Eigenform zu, deren starke Verformung des Hecks durch einen entsprechenden Seitenruderausschlag gedämpft werden kann.

7.1.5 Optimaler Entwurf mit Multi-Modell Ansatz

Der Entwurf einer optimalen Rückführung ermöglicht es nicht, robuste Eigenschaften in den Entwurf aufzunehmen. Der in Kapitel 6.4 beschriebene Ansatz bietet jedoch die Möglichkeit, mehrere Modelle im Entwurf zu berücksichtigen. Die Auswahl von Entwurfsmodellen, die in gewisser Weise die Extremwerte in der Beladungsvariation und Flugzustandsvariation darstellen, sollten einen robusten Regelungsentwurf sicher stellen. Wie in Kapitel 6.4.2 beschrieben, werden zuerst die optimalen Gewichtungsfunktionen für die einzelnen Modelle gesucht und dann der eigentliche Multi-Modell Entwurf durchgeführt. Die mit diesem Regler erreichbare Verbesserung der Dynamik zeigt am Beispiel des Referenzfalles, drei weiteren Entwurfsmodellen und zwei im Entwurf nicht berücksichtigten Fällen Bild 7.3. Die Polverschiebungen werden für das Simulationsmodell dargestellt.





Wie erwartet kann mit dem Multi-Modell Entwurf nicht die Leistungsfähigkeit eines Reglers erreicht werden, der nur für ein Modell ausgelegt worden ist. Es ist trotzdem möglich, einen einfachen statischen Regler mit entsprechenden Filtern auszulegen, der zu einer Erhöhung der Dämpfung aller elastischen Eigenformen führt, die Ausnahme bildet ein Pol für den Fall vollständig leerer Flügel T0I0E0 07, eine Beladungssituation, die eher unwahrscheinlich ist. Ein Vergleich der Dämpfungserhöhung mit dem Entwurf für nur einen Betriebszustand (Bild 7.2) zeigt die verminderte Leistung im Bereich der schwach gedämpften Schwingungen höherer Frequenz, wie z.B. den Triebwerksschwingungen. Im Bereich der Flügelschwingungen und der Fish Tailing Eigenform kann aber auf jeden Fall eine erhebliche Verbesserung der Dämpfung erreicht werden. Obwohl die schwach gedämpften elastischen Formen höherer Frequenz in ihrer Dämpfung nicht grundsätzlich verbessert werden konnten, findet auf jeden Fall keine Entdämpfung statt und in den Modellen werden auch einzelne Eigenformen in diesem Bereich sehr gut gedämpft. Dies ist ein gutes Ergebnis, da nachgewiesen wird, daß durch die Regelung der Flügelschwingungen auf jeden Fall auch keine Verringerung der Dämpfung bei anderen elastischen Eigenformen auftritt. Weiterhin kann beobachtet werden, daß die ungeregelten elastischen Formen mit einer höheren Eigenfrequenz nicht verändert werden, obwohl nur Hochpässe und keine Bandpässe zur Trennung der zu regelnden elastischen Formen von der Flugmechanik verwendet wurden. Im Bereich der Flugmechanik mußte die Verstärkung des Nickdämpfers K_a und die Rückführung des Schiebwinkels β gegenüber dem einfachen Entwurf für den Multi-Modell Entwurf reduziert werden, da sonst eine zu große Dämpfung für den Fall eines Flugzeuges ohne Beladung und Kerosin (T0P0I10) auftrat. Dies ist auf Grund des erheblich reduzierten Trägheitsmomentes um die Nickachse einzusehen. Für die anderen Fälle ist die Dämpfungserhöhung daher reduziert, aber immer noch ausreichend. Für den Fall der beim Reglerentwurf nicht berücksichtigten Modelle zeigt der Regler ebenso eine zufriedenstellende Leistungsfähigkeit. Die in den Modellen verwendeten Filter und näherungsweisen Integratoren wurden vom Referenzmodell (T0 07) übernommen, eine Anpassung der Parameter wie Eckfrequenzen auf die unterschiedlichen Modelle war dabei nicht notwendig. Es zeigt sich auch hier ein robustes Verhalten.

7.2 Störgrößenaufschaltung

Der Entwurf der Störgrößenaufschaltung im Bereich der Anstellwinkelschwingung folgt der in Kapitel 6.5 beschriebenen Vorgehensweise. Die Übertragungsfunktionen der Größen, deren Reduktion angestrebt wird, werden berechnet. Anschließend wird die maximale Verstärkung dieser Größen für die Anstellwinkelschwingung bestimmt, zueinander gewichtet und damit die Zielfunktion der Optimierung festgelegt. Bild 7.4 zeigt die Reduktion der Verstärkungen, die mit einer Störgrößenaufschaltung erreicht werden kann. Die Analyse des Ergebnisses macht deutlich, daß mit der Störgrößenaufschaltung in erster Linie die Nickbewegung des Flugzeuges stark reduziert wird. Die Beschleunigungen der Struktur werden durch den Regler reduziert und nicht durch die Störgrößenaufschaltung. Weiterhin zeigt sich die Änderung der Frequenz der Anstellwinkelschwingung durch den Regler sehr gut für die Nickrate, für die das Maximum im Bereich der Anstellwinkelschwingung bei einer anderen Frequenz auftritt. Die Störgrößenaufschaltung hingegen verändert die Eigenfrequenz nicht. Die Verstärkung bleibt außerhalb der flugmechanischen Frequenzen konstant, da die Störgrößenaufschaltung mit einem Tiefpaß versehen ist.



Bild 7.4: Verstärkung der Übertragungsfunktionen, die für die Optimierung der Störgrößenaufschaltung Verwendung finden

7.3 Simulationsergebnisse

7.3.1 Diskrete Böe

Mit der Verwendung von diskreten 1-cos Böen kann die Leistungsfähigkeit des Reglers und der Störgrößenaufschaltung anschaulich gezeigt werden. Es wird eine Wellenlänge L = 600m gewählt, die zu einer Anregung der Anstellwinkelschwingung führt. Die Zeitsimulation in Bild 7.5 zeigt die gleichen Ausgänge wie die Übertragungsfunktionen in Bild 7.4. Zusätzlich werden noch die Ausschläge der Steuerflächen und das Böenprofil dargestellt. Die Analyse dieser Zeitsimulation macht deutlich, daß in diesem Frequenzbereich mit einer Störgrößenaufschaltung das beste Resultat erzeugt werden kann. Im Verlauf der Ruderausschläge dominiert der große Ausschlag des inneren Querruders ξ_i auf Grund der Störgrößenaufschaltung. Dies führt wie in Kapitel 6.5 beschrieben zu einer Reduktion des Auftriebs und damit zu einer allgemein reduzierten Reaktion des Flugzeuges, da letztendlich weniger

Energie in das System eingebracht wird. Im Höhenruder η macht sich der Regler stärker bemerkbar. Es dient dazu, die Nickschwingung zu dämpfen.



Bild 7.5: Zeitsimulation 1-cos Böe, Wellenlänge L = 600m, Flugzeug ohne und mit Regelungssystem

7.3.2 Turbulenz

Die Darstellung des geregelten und ungeregelten Flugzeuges auf Turbulenz zeigt Bild 7.6. Die Simulation der 2D vertikalen Turbulenz macht deutlich, daß mit der Störgrößenaufschaltung die Verstärkung der Nickschwingung und die Verstärkung der Beschleunigung des Flügels reduziert werden kann, für die Triebwerke und die Beschleunigung des Flugzeughecks gibt es keinen Unterschied zum ungeregelten Flugzeug. Die Reduktion der Anstellwinkelschwingung mit der Störgrößenaufschaltung kann sehr gut für die Nickrate q beobachtet werden. Die Verwendung eines Reglers zusätzlich zur Störgrößenaufschaltung führt zu einer Reduktion alle Ausgänge, die durch die Elastik dominiert werden. Das beste Resultat wird für die Beschleunigung des Flugzeughecks und die Flügel erreicht. Mit dem Regler werden insbesonders die großen Ausschläge gedämpft, die kleineren bleiben gleich. Die laterale Schwingung des inneren Triebwerkes wird kaum beeinflußt. Die Ergebnisse beruhen auf einem zeitdiskreten Modell, bei dem die Totzeiten explizit berücksichtigt werden und keine Padé-Approximation verwendet wird.



Bild 7.6:Antwort des Flugzeuges auf kontinuierliche 2D vertikale Turbulenz,
8 Wellenzahlen Ω_2 und 20 flexible Formen des Flugzeuges berücksichtigt

7.4 Regler, Störgrößenaufschaltung und Lastannahmen

7.4.1 2D Spektren und Standardabweichungen

Die Analyse der 2D Spektren wird in der reduzierten eindimensionalen Darstellung durchgeführt, das Spektrum für 2D laterale und vertikale Turbulenz zeigt Bild 7.7. Dieses Ergebnis kann direkt mit Bild 5.8 verglichen werden, das die Unterschiede für 1D und 2D Turbulenz deutlich macht. Die Spektren sind mit der Flattergleichung (6.18) berechnet, als Regler wird der MMLQY Entwurf ohne Störgrößenaufschaltung verwendet.



Bild 7.7: PSD der vertikalen Beschleunigung des Außenflügels für kombinierte vertikale und laterale 2D Turbulenz, ungeregeltes und geregeltes Flugzeug, Flugfall T0_07

Die Untersuchung des Spektrums zeigt eine erhebliche Reduktion des Spektrums für alle Frequenzen. Die größte Reduktion tritt im Bereich der Aeroelastik für die antisymmetrische Flügelbiegung auf, dies ist ein Ergebnis, das sich auch aus der Polverschiebung in Bild 7.3 ablesen läßt. Die Reduktion im Frequenzbereich der Triebwerksschwingung ist besser als erwartet, da sich in Bild 7.3 für diese Eigenformen keine Verbesserung ablesen läßt. Eine Erklärung ist, daß sich hier auch die Flügelbiegung zeigt, die Reduktion der lateralen Triebwerksschwingung ist sehr gering, siehe Anhang C. Mit dem Vergleich der Ergebnisse des Zustandsraummodells und des Modells der Flattergleichung wird deutlich, daß der Reglerentwurf unsensibel auf Parameteränderung reagiert. Im Frequenzbereich der Flugmechanik ergibt sich eine erhebliche Absenkung des Spektrums. Es wird deutlich, daß sich im Frequenzbereich, der nicht mehr geregelt wird, keine Veränderung des Spektrums ergibt, obwohl die Verstärkung in diesem Frequenzbereich nicht durch Filter abgesenkt wird. Weitere Ergebnisse für das Spektrum finden sich im Anhang C.

Mit der Spektralanalyse des geregelten Flugzeuges lassen sich wieder die entsprechenden Standardabweichungen berechnen, um einen Überblick über die Auswirkung des Reglers auf verschiedene Ausgangsgrößen zu bekommen. Eine Zusammenstellung findet sich in Tabelle 7.1. Die Ergebnisse für die Standardabweichungen σ_y zeigen, daß mit dem Regelungssystem eine Reduktion der betrachteten Ausgangsgrößen um 0%-50% stattfindet. Die charakteristische Frequenz N_0 steigt unterschiedlich stark an. Dies ist durch die Absenkung des Spektrums bei niedrigen Frequenzen durch den Regler bedingt, dadurch erhalten die Spektralanteile mit größerer Frequenz eine größere Gewichtung und die charakteristische Frequenz steigt an. Eine detailliertere Betrachtung macht deutlich, daß wie erwartet die Standardabweichung der Ausgangsgrößen, die durch die elastischen Formen mit der niedrigsten Frequenz dominiert werden, am besten abgesenkt werden kann.

Lastfall	Meßwert	σ _y 2D ohne Regler	σ _y 2D mit Regler	Verbesser- ung [%]	N ₀ 2D ohne Regler	N ₀ 2D mit Regler
T0_07	\ddot{Z} Außenflügel	10.15	7.84	22.8	4.36	4.72
T0_07	Ζ̈́ Pilot	0.272	0.254	6.6	3.59	3.66
T0_07	$\ddot{\mathcal{Y}}$ Pilot	0.122	0.093	23.8	4.80	5.14
T0_07	$\ddot{\mathcal{Y}}$ TW innen	0.185	0.163	11.9	3.23	3.32
T0_07	<i>Ӱ</i> тw außen	0.432	0.353	18.3	2.84	2.88
T0_07	Ӱ _{Heck}	0.132	0.073	44.7	3.25	4.17
T0I0E0_07	\ddot{z} Außenflügel	11.90	9.09	23.6	4.31	4.70
T0I0E0_07	Ż Pilot	0.473	0.470	0.6	3.48	3.52
T0I0E0_07	$\ddot{\mathcal{Y}}$ TW innen	0.186	0.174	6.5	3.17	3.22
T0I0E0_07	$\ddot{\mathcal{V}}$ Heck	0.132	0.077	41.7	3.31	4.23
T0P0I10_07	\ddot{Z} Außenflügel	9.41	7.32	22.2	4.61	4.98
T0P0I10_07	Ż Pilot	0.814	0.768	5.7	3.69	3.72
T0P0I10_07	$\ddot{\mathcal{Y}}$ TW innen	0.160	0.161	-0.6	3.26	3.28
 T0P0I10_07	$\ddot{\mathcal{Y}}$ Heck	0.207	0.119	42.5	4.06	5.39
 T0_07	$\sigma_{x \text{ FEM Flügelkasten}}$	1.51	1.37	9.3	1.81	1.77
T0_07	σ _{y FEM Flügelkasten}	0.35	0.32	8.6	2.40	2.42
T0_07	$\tau_{\rm xyFEM}$ Flügelkasten	0.25	0.20	20	2.57	2.77
T0_07	$\sigma_{\rm x\ Flügel\ nahe\ äußeres\ TW}$	0.836	0.816	2.4	1.74	1.66
T0_07	σ _{y Flügel nahe äußeres TW}	0.669	0.623	6.9	2.40	2.41
T0_07	$ au_{xy}$ Flügel nahe äußeres TW	0.903	0.828	8.3	2.78	2.84
T0_07	σ _{x Rumpf nahe SLW}	2.88	2.54	11.8	1.01	1.12
T0_07	σ _{y Rumpf nahe SLW}	1.75	1.60	8.6	1.10	1.19
T0_07	$\tau_{xy Rumpf nahe SLW}$	1.32	0.95	28.0	1.21	1.57

Tabelle 7.1	Standardabweichung σ_v und charakteristische Frequenz N_0 für verschiedene
	Ausgänge und Lastfälle, $\sigma_2 = \sigma_3 = 1[m/s]$, $L = 2500$ ft

Dies betrifft die laterale Beschleunigung des Hecks und des Außenflügels, aber auch die Spannung im Flügelkasten. Die Reduktion der Spannungswerte ist jedoch meist nicht so groß, liegt aber im Bereich von 10%. Es ist zu beachten, daß dies natürlich eine sehr kleine Auswahl von Meßpunkten für die Spannungsmessung darstellt und für andere Meßpunkte eine größere Reduktion möglich sein kann. Die eher geringe Reduktion der Beschleunigungswerte für die vertikale Beschleunigung des Piloten oder die laterale Beschleunigung des inneren Triebwerkes deckt sich mit dem Verhalten, das aus der Verschiebung der Pole in Bild 7.3 abgelesen werden kann.

7.4.2 Zulassungsrelevante Lastannahmen

Ein Vergleich des geregelten und ungeregelten Flugzeugs wie in Tabelle 7.1 läßt sich auch mit der zweidimensionalen Wahrscheinlichkeitsverteilung durchführen, damit bekommt man anschaulich zusätzlich die Korrelation. Die Standardabweichungen σ und Korrelationskoeffizienten γ für das Finite Element im Flügelkasten aus Tabelle 5.2 und 7.1 zeigt Bild 7.8, wobei nur 2D vertikale Turbulenz berücksichtigt ist, die aber diese Belastung dominiert.



Bild 7.8: Zweidimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Spannungswerte σ_x , σ_y , τ_{xy} in FEM Flügelkasten, normiert auf die Standardabweichung der Spannungswerte des ungeregelten Flugzeuges; geregeltes und ungeregeltes Flugzeug; 2D vertikale Turbulenz Liste der Standardabweichungen und Korrelationskoeffizienten, Frequenzbereich bis 20 Hz zur Berechnung der Standardabweichung berücksichtigt $\sigma_3 = 1[m/s]$, L = 2500 ft

Die Analyse zeigt die starke Korrelation zwischen den Spannungswerten, weiterhin kann deren Reduktion durch den Regler beobachtet werden. Die in dieser Darstellung aufgeführten Standardabweichungen wurden mit Gleichung (4.13) berechnet, ein Vergleich mit den Daten aus Tabelle 5.2 zeigt, daß die Werte identisch sind. Die Werte in der Tabelle wurden mit der direkten Integration des Spektrums (4.12) berechnet. Dies ist somit eine numerische Verifizierung des in dieser Arbeit vorgestellten Ansatzes, das Spektrum zu diskretisieren.

8 Zusammenfassung und Ausblick

8.1 Zusammenfassung

Die Untersuchung der dynamischen Lasten auf das Flugzeug wird heute mit einem 1D Turbulenzmodell durchgeführt, der Schwerpunkt liegt dabei auf der Untersuchung der vertikalen Turbulenz. In dieser Arbeit wird die Auswirkung von 2D vertikaler und lateraler Turbulenz gezeigt, die Spektren der Antworten werden dabei als echte 2D Spektren dargestellt. Es wird eine Diskretisierung des Spektrums vorgestellt, mit der sich zwei Ziele erfüllen lassen: zum einen kann der Ansatz dazu verwendet werden, ein Simulationsmodell für 2D Turbulenz zu erstellen, zum anderen kann mit diesem Ansatz die zweidimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilung von zwei korrelierten Ausgängen in Bezug auf 2D Turbulenz bestimmt werden. Dies ist eine Größe, die bei der Berechnung eines Spannungszustandes und damit der Zulassung wichtig ist. Der gezeigte Ansatz ermöglicht daher eine komplette lineare Analyse der Auswirkung von 2D Turbulenz im Frequenzbereich und im Zeitbereich. Als Flugzeugmodell wird das FEM - Modell eines großen Transportflugzeuges verwendet, das eine erhebliche Anzahl von Strukturschwingungen mit niedriger Frequenz besitzt. Für dieses Modell wird ein integrales Flugmechanik- und Aeroelastikmodell im Frequenzbereich und im Zeitbereich aufgebaut, mit dem alle Analysen durchgeführt werden. In beiden Modellen stehen neben den Beschleunigungen, Geschwindigkeiten und Verschiebungen auch die Spannungswerte in einzelnen Elementen zur Verfügung. In einem weiteren Schritt wird untersucht, welche Verbesserungen sich mit einem statischen aeroelastischen Regler erreichen lassen, der als Zusatzfunktion zu einem konventionellen Flugregler implementiert wird. Der Regler wird als Multi-Modell optimaler Regler mit einem linear-quadratischen Ansatz entworfen, um einen robusten Regler im Hinblick auf die Flugzustandsvariation und Beladungsvariation zu erhalten. Zur Reduktion der Nickbewegung im Frequenzbereich der Anstellwinkelschwingung wird zusätzlich noch eine Störgrößenaufschaltung mit direkter Auftriebssteuerung verwendet.

Die Analyse der Spektren in Bezug auf 2D Turbulenz ohne Berücksichtigung der Regler ergibt folgende Erkenntnisse:

• 2D vertikale Turbulenz führt nicht nur zu einer starken Anregung der symmetrischen, sondern auch zu einer erheblichen Anregung der antisymmetrischen aeroelastischen Schwingungsformen.

- Die Darstellung der Antwort als 2D Spektrum zeigt exakt die Resonanzfrequenzen, die nicht nur von der Anregungsfrequenz, sondern auch von der Wellenlänge der Auf- und Abwindverteilung über den Flügel abhängen.
- Der Vergleich von 1D und 2D Turbulenz in einer eindimensionalen Darstellung ist möglich.
- Die Berechnung der Standardabweichungen der Ausgänge auf 2D Turbulenz zeigt je nach betrachtetem Ausgang eine Zu- oder Abnahme im Vergleich zu der Antwort auf 1D Turbulenz. Der Unterschied kann bis zu einer Abnahme von 50% oder einer Zunahme um 100% gegenüber einer Antwort auf 1D Turbulenz betragen. Für das Biegemoment an der Flügelwurzel zeigt sich wie in bekannten Untersuchungen eine Reduktion für 2D Turbulenz.
- Die Zeitsimulation einer diskreten Böe oder von kontinuierlicher Turbulenz zeigt anschaulich das Verhalten des Flugzeuges und erlaubt die Implementierung auf einem Flugsimulator. 2D vertikale Turbulenz zeigt wie erwartet eine Anregung der antisymmetrischen Formen und damit unterschiedliche Ergebnisse für die Ausgänge am rechten und linken Flügel.
- In der kombinierten zweidimensionalen Wahrscheinlichkeitsverteilung von Spannungsgrößen wird wieder die Auswirkung von 1D und 2D Turbulenz auf die Standardabweichungen dargestellt, zusätzlich kann eine Änderung der Korrelation zwischen den Ausgangsgrößen durch die Verwendung eines 2D Turbulenzmodells beobachtet werden.

Der nächste Schritt ist die Implementierung eines Flugregelungssystems, das mit einem statischen Aeroelastikregler kombiniert wird. Dies führt zu folgenden Ergebnissen:

- Der Reglerentwurf basierend auf einer Multi-Modell linear quadratischen optimalen Ausgangsvektorrückführung ist möglich. Eine gute Dämpfungserhöhung wird für die Flügelschwingungen und die antisymmetrische Rumpfschwingung erreicht. Die Verbesserung der Dämpfung der Triebwerksschwingungen ist schwierig, da keine Steuerflächen zur direkten Regelung zur Verfügung stehen. Es läßt sich aber auch hier eine geringe Dämpfungserhöhung erreichen, in jedem Fall findet keine Entdämpfung statt.
- Die Trennung der Frequenzbereiche von Flugregelung und Aeroelastik über Filter ist möglich. Der Entwurf des Flugreglers wird getrennt vom Entwurf des Aeroelastikreglers durchgeführt.
- Die Störgrößenaufschaltung führt zu einer Reduktion der Reaktion des Flugzeuges im Frequenzbereich der Anstellwinkelschwingung.
- Die Dämpfungserhöhung der elastischen Schwingungen führt zu einer Reduktion der Ausgangsspektren und Standardabweichungen der Ausgangsgrößen. Es ist somit eine entsprechende Reduktion der Beschleunigungswerte und Spannungswerte möglich. Dies verbessert den Flugkomfort und reduziert die Strukturbelastung.

• Der getrennte Entwurf des Aeroelastikreglers erlaubt dessen Abschaltung. Im Bereich geringer Fluggeschwindigkeit kann daher der Flugregler alleine in Betrieb sein. Da der Aeroelastikregler als Zusatzfunktion angesehen werden kann, reduzieren sich die Anforderungen an Ausfallsicherheit und Redundanz sicherlich, eine Implementierung des MIMO Reglers in das Flugzeug sollte somit möglich sein.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß mit den vorgestellten Methoden ein neuer Ansatz zur Analyse der Antwort des Flugzeuges in Bezug auf 2D Turbulenz vorgestellt wird, der in der Praxis mit den gängigen Flugzeugmodellen eingesetzt werden könnte. Die Ergebnisse unterscheiden sich zur 1D Turbulenz teilweise erheblich, insbesonders ergeben die Rechnungen einen besseren Einblick in die physikalischen Zusammenhänge. Es wurde weiterhin ein Regler vorgestellt, der auf Grund seiner Struktur das Potential hat, auch heute schon im Flugzeug eingesetzt zu werden.

8.2 Zukünftige Forschung

Die in dieser Arbeit behandelten Themen umfassen ein so weitreichendes Gebiet, daß sich eine Fülle von Forschungsthemen ergeben, die noch nicht abschließend bearbeitet wurden.

Im Bereich der Modellbildung sowohl für die Flugzeugdynamik als auch die Turbulenz können folgende Punkte angesprochen werden:

• Nichtlinearität

Die vorgestellten Modelle gehen von einem linearen Modell aus. In der Realität treten jedoch Nichtlinearitäten mehr oder weniger stark in unterschiedlichen Bereichen auf, so im Bereich der Luftkräfte und damit in den Bewegungsgleichungen des Flugzeuges. Eine weitere wichtige Ursache von Nichtlinearitäten ist die Dynamik der Aktuatoren, dies muß inbesonders im Reglerentwurf implementiert werden oder es muß zumindest eine Validierung für das lineare Modell durchgeführt werden.

• Messung der Turbulenz

Das in dieser Arbeit vorgestellte Turbulenzmodell erzeugt die Luftkraftanteile, die sich aus einer 2D Betrachtung für die Turbulenz ergeben. Als Messung steht dabei aber nur ein Geschwindigkeitssignal am Referenzpunkt für die Luftkraftberechnung zur Verfügung. Die Verwendung eines zeitdiskreten Modells sollte es möglich machen, eine 2D Geschwindigkeitsmessung kontinuierlich über die Flügelspannweite zur Verfügung zu stellen.

• Übergang Frequenzbereich - Zeitbereich

Die Luftkräfte werden im Augenblick mit ganzrationalen Funktionen für eine Anzahl von reduzierten Frequenzen aus tabellierten Luftkraftbeiwerten in das Zeitbereichsmodell überführt. Dieser Übergang geschieht mit der Annahme, daß die reduzierte Frequenz des harmonisch schwingenden Systems durch die Laplace-Variable *s* ersetzt werden kann. Es stellt sich die Frage, ob die damit berechneten Luftkräfte gerade bei einem Übergang auf sehr kurze Wellenlängen der Anregung noch korrekt sind. Wird eine 1-cos Böe betrachtet, die nur die Hälfte des Flugzeuges überdeckt, wird das Problem deutlich. Die Luftkräfte der harmonischen Analyse würden für diesen Fall der Auf- und Abwindverteilung über das gesamte Flugzeug entsprechen. Es ist deswegen zu erwarten, daß dies zu einem anderen Ergebnis führen würde.

• Aerodynamik-Struktur Kopplung

Dieser Bereich ist Gegenstand aktueller Forschung [27]. Es ist heute kaum möglich, die Bewegungsgleichungen des Flugzeuges so aufzulösen, daß die Druckverteilung über das Flugzeug im Zeitbereich berechnet, mit der Struktur gekoppelt, deren Verformung bestimmt und damit wieder die neue Druckverteilung berechnet wird. Mit diesem Ansatz und der zusätzlichen Berücksichtigung eines Flugzeugers könnte die Bewegung des Flugzeuges korrekt beschrieben werden.

- Matched Filter Theory
 Es könnte untersucht werden, wie die 2D Böenmodellierung bei der Berechnung der Böenlasten mit der Matched Filter Theory übernommen werden kann.
- Manöverlasten

Neben den Turbulenzlasten haben die Manöverlasten einen erheblichen Einfluß auf den Flugzeugentwurf und die Zulassung. Für eine abschließende Beurteilung der Dimensionierung der Struktur müssen diese daher berücksichtigt werden.

Im Bereich der Entwicklung von Regelungssystemen können mehrere Punkte angesprochen werden, die weiter untersucht werden sollten:

• Handling Qualities

Eines der wichtigsten Themen bei der Auslegung von Flugreglern sind die Handling Qualities. Für starre Flugzeuge existieren eine Reihe von Auslegungskriterien, die zur Beurteilung verwendet werden können. Die Übertragung auf flexible Flugzeuge kann Probleme bereiten, da sowohl flexible Formen durch die Steuereingaben angeregt werden können als auch eine verlangsamte Reaktion des Flugzeuges dadurch zu erwarten ist, daß sich bei einer Steuereingabe das Flugzeug verformt und nicht sofort die gewünschte Änderung der Fluglage ergibt.

• Verwendung der Störgrößen im Reglerentwurf

Der in dieser Arbeit vorgestellte Reglerentwurf beruht darauf, die Dämpfung der Strukturschwingungen zu erhöhen. Das Modell der Störung wird nicht in den Entwurf einbezogen. Ein Regelungsansatz, der die Übertragungsfunktion auf Störungen berücksichtigt, könnte untersucht werden. Es könnte auch versucht werden, gezielt die Spannung in einem Element zu reduzieren.

Prädiktive Regelung

Die im Moment verwendete proportionale Störgrößenaufschaltung könnte um einen prädiktiven Anteil erweitert werden. Damit wäre es möglich, einen optimalen Steuerverlauf festzulegen, der nicht dem Turbulenzprofil entspricht.

Literaturverzeichnis

- [1] Abdelmoula, F., *Design of an Open-Loop Gust Alleviation Control System for Airborne Gravimetry*, Aerospace Science and Technology, 1999, No.6, pp. 379-389.
- [2] Albano, E., Rodden W., A Doublet-Lattice Method for Calculating Lift Distributions on Oscillating Surfaces in Subsonic Flows, AIAA Journal, Vol. 7, No. 2, February 1969, pp. 279 - 285.
- [3] Argyris, J., Mlejnek, H.P., *Die Methode der Finiten Elemente, Band I-III,* Vieweg Verlag, Braunschweig, 1986, ISBN 3-528-08919.
- [4] Batchelor, G.K., *The Theory of Homogeneous Turbulence*, Cambridge University Press, 1953, (1993) ISBN 0-521-041171.
- [5] Banks, H.T., Smith, R.C., Wang, Y., Vibration Suppression with Approximate Finite Dimensional Compensators for Distributed Systems: Computational Methods and Experimental Results, Proceedings of the Second International Conference on Intelligent Materials, Williamsburg, VA, May 1994.
- [6] Bathe, K.J., *Finite-Elemente-Methoden*, Springer Verlag, 1986, ISBN 3-540-15602-X
- [7] Britt, R.T., Jacobsen, S.B., Arthurs, T.D., *Aeroservoelastic Analysis of the B-2 Bomber*, Journal of Aircraft, Vol. 37, No.5, Sept.-Oct. 2000.
- [8] Brockhaus, R., *Flugregelung*, Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2001, ISBN 3-540-41890-3.
- [9] Crimaldi, J.P., Britt, R.T., Rodden, W.P., *Response of B-2 Aircraft to Nonuniform Spanwise Turbulence*, Journal of Aicraft, Vol. 30, No. 3, Sept.-Oct. 1993.
- [10] Dornheim, A.D., Turbulence, Manufacturers See Evolutionary Change To Handle Turbulence, Aviation Week & Space Technology, July 27, 1998.
- [11] Dornheim, A.D., *B-2 Tackles Tough Turbulence*, Aviation Week & Space Technology, July 27, 1998.
- [12] Dryden, A Review of the Statistical Theory of Turbulence, Turbulence Classical Papers on Statistical Theory, S.K. Friedlander and Leonard Topper, Interscience Pulishers, Inc., New York, 1961 pp. 115-150.
- [13] Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau, Springer Verlag, 1990, ISBN 3-540-52381-2.
- [14] Economist, *Airlines, The Unpalatable Truth,* Economist, 24. Nov. 2001.
- [15] Eichenbaum, F.D., *Evaluation of 3-D Turbulence Techniques for Designing Aircraft*, Lockheed - Georgia Company, Technical Report AFFDL-TR-74-151, March 1975.
- [16] Etkin, B., Dynamics of Atmospheric Flight, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1972, ISBN 0-471-24620-4.
- [17] Etkin, B., *The Turbulent Wind and its Effect on Flight*, The AIAA Wright Brothers Lecture, August 1980, UTIAS Review No.44, CN ISSN 0082-5247.

- [18] Federal Aviation Administration (FAA), JAR 25 Appendix G--Continuous Gust Design Criteria, http://www.airweb.faa.gov.
- [19] Försching, H.W., *Grundlagen der Aeroelastik*, Springer Verlag, Heidelberg, 1974, ISBN 3-540-06540-7.
- [20] Fuller, J.R., Richmond, L.D., Larkins, C.D., Russell, S.W., Contributions to the Development of a Power-Spectral Gust Design Procedure for Civil Aircraft, FAA TR FAA-ADS-54, Jan. 1966.
- [21] Goggin, P.J., A General Gust and Maneuver Load Analysis Method to Account for the Effects of Active Control Saturation and Nonlinear Aerodynamics, AIAA Paper 92-212, AIAA, 1992
- [22] Guyan, R.J., *Reduction of Stiffness and Mass Matrices*, AIAA Journal, Vol. 3, No. 2, February, 1965.
- [23] Hanel, M., Integrated Flight and Aeroelastic Control of a Flexible Transport Aircraft, AIAA Guidance, Navigation and Control Conference 1998, Boston, August 1998, AIAA 98-4297.
- [24] Hanel, M., Kämpf, B., *Robuste Regelung*, Skriptum zur Vorlesung, Institut für Flugmechanik und Flugregelung, Universität Stuttgart, 1998.
- [25] Hanel, M., *Robust Flight and Aeroelastic Control System Design for a Large Transport Aircraft*, Dissertation, Universität Stuttgart, 2000.
- [26] Hanel, M., Teufel, P., Well, K.H., *Flugzustands- und Aeroelastikregelung, Verbund*vorhaben "Dynamik des flexiblen Flugzeugs", Abschlußbericht IFR, 1999.
- [27] Hierholz, K.H., Wagner, S., Simulation of Fluid Structure Interaction at the Helicopter Rotor Using Euler Equations, DGLR Aeroelastiktagung 1998, Göttingen, Juni 1998.
- [28] Hoblit, F.M., Gust Loads on Aircraft, AIAA Education Series, ISBN 0-930403-45-2.
- [29] Hockenhull, M., Airworthiness Aspects of New Technologies: Interaction between Aircraft Structural Dynamics and Control Systems, Proceedings of The Institution of Mechancial Engineers, Vol. 212, Part G, 1998.
- [30] Karpel, M., Moulin, B, and Love, M.M, "Structural Optimization with Stress and Aeroelastic Constraints Using Expandable Modal Basis", AIAA-98-1869, 1998.
- [31] Karpel, M., *Procedures and Models for Aeroservoelastic Analysis and Design, ZAMM*, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik 81 (2001), 9, Seite 579-592
- [32] Karpel, M., Strul, E., Minimum-State Unsteady Aerodynamic Approximations with Flexible Constraints, Journal of Aircraft, Vol. 33, No. 6, Nov.-Dec. 1996, pp. 1190-1196.
- [33] Knothe, K., Wessels, H., *Finite Elemente, eine Einführung für Ingenieure*, Springer Verlag 1999, ISBN 3-540-64491-1.
- [34] König, R., Hahn, K.-U., Advanced Gust Management Systems, Lessons Learned and Perspectives, Flight Mechanics Panel Symposium Turin, Italy, 9-13 May 1994.
- [35] Kubica, F., *Flight Control Law Synthesis for a Flexible Aircraft*, Paper 94-3630-CP, AIAA 1994.
- [36] Lee, Y.-N., Lan, C.E., Analysis of Random Gust Response with Nonlinear Unsteady Aerodynamics, AIAA Journal Vol. 38, No.8, August 2000.

- [37] Lu, S., Voß, R., TDLM: A Transonic Doublet Lattice Method for 3D Potential Unsteady Transonic Flow, Bericht Nr. DLR-FB-92-25, DLR, 1992.
- [38] McFarland, R.E., *Finite Element Aircraft Simulation of Turbulence*, NASA-TM-110437, NASA, Ames Research Center, Feb. 10, 1997.
- [39] Miyazawa, Y., Dowell, E.H., Robust Control System Design with Multiple Model Approach and its Application to Active Flutter Control, AIAA-89-3578-CP, Jan. 1989.
- [40] Miyazawa, Y., *Robust Flight Control System Design with Multiple Model Approach*, AIAA-90-3411-CP, Jan. 1990.
- [41] Moerder, D.D., Calise, A.J., Convergence of a Numerical Algorithm for Calculating Optimal Output Feedback Gains, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-30, No. 9, Sept. 1985.
- [42] Mukhopadhyay, V., *Transonic Flutter Suppression Control Law and Wind-Tunnel Test Results*, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 23, No.5, Sept.-Oct. 2000.
- [43] Noback, R., *The Response of Aircraft to Two Dimensional Vertical Turbulence*, NLR TP 91357, 16. Sep. 1991.
- [44] Ribner, H.S., *Spectral Theory of Buffeting and Gust Response; Unification and Extension,* Journal of the Aeronautical Science, Vol 23, No.12, 1956.
- [45] Robinson, P.A., The Use of Predictive Lidar Measurements in Alleviating Turbulence Induced Disturbances of Aircraft in Flight, 10th Annual International Aerosense Symposium, Orlando, Florida, Apr. 8-12, 1996.
- [46] Rodden, W.P., Johnson, E.H., *Aeroelastic Analysis, MSC NASTRAN User's Guide*, The MacNeal-Schwendler Corporation, 1994.
- [47] Roughen, K.M., Baker, M.L., Fogarty, T., Computational Fluid Dynamics and Doublet-Lattice Calculation of Unsteady Control Surface Aerodynamics, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 24, No.1, Jan.-Feb. 2001.
- [48] Rynaski, E.G., Andrisani, D., Eulrich, B.J., *Gust Alleviation Using Direct Turbulence Measurements*, AIAA Paper 79-1674, 1979.
- [49] Sawdy, T., *On the Two-Dimensional Atmospheric Turbulence Response of an Airplane*, Dissertation, University of Wichita, 1968.
- [50] Schmidt, D.K., Raney, D.L., *Modeling and Simulation of Flexible Flight Vehicles*, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 24, No.3, May-June 2001.
- [51] Schuler, J., *Flugregelung und aktive Schwingungsdämpfung für flexible Großraumflugzeuge*, Dissertation Universität Stuttgart, 1997.
- [52] Shinozuka, M., *Digital Simulation of Random Processes and its Applications*, Journal of Sound and Vibration 25(1) 1972, pp. 111-128.
- [53] Soreide, D., Rodney, K.B., Ehrenberger, L.J., Bagley, H., Coherent Lidar Turbulence Measurement for Gust Load Alleviation, NASA-TM-104318, NASA Dryden Flight Research Center, 1996.
- [54] Sieeper, R.K., Spanwise Measurements of Vertical Components of Atmospheric Turbulence, NASA Technical Paper 2963, NASA LARC, 1990.
- [55] Von Kármán, T., On the Statistical Theory of Isotropic Turbulence, Turbulence Classical Papers on Statistical Theory, S.K. Friedlander and Leonard Topper, Interscience Pulishers, Inc., New York, 1961, pp.76-99.

- [56] Von Kárman T., Progress in the Statistical Theory of Turbulence, Turbulence Classical Papers on Statistical Theory, S.K. Friedlander and Leonard Topper, Interscience Publishers, Inc., New York, 1961, pp. 162-174.
- [57] Teufel, P., Hanel, M., Well, K.H., Integrated Flight Mechanic and Aeroelastic Modelling and Control of a Flexible Aircraft Considering Multidimensional Gust Input, RTA-AVT Conference, Ottawa, Canada, Oct. 1999.
- [58] Teufel, P., Well, K.H., *Multidimensional Gust Simulation and Load Alleviation of a Flexible Aircraft*, Proceedings of the IFASD Conference, Madrid, 5-7 June 2001.
- [59] Zeiler, T.A., Matched Filter Concept and Maximum Gust Loads, Journal of Aircraft, Vol. 34, No.1, Jan.-Feb. 1997.
- [60] Zole, A., Karpel, M., Continuous Gust Response and Sensitivity Derivatives Using State-Space Models, Journal of Aircraft, Vol. 31, No. 5, Sept.-Oct. 1994.

A Transformation der Luftkräfte auf ein körperfestes Koordinatensystem

Die Berechnung der Luftkräfte auf die künstlich implementierten Starrkörperformen liefert die Luftkräfte im aerodynamischen System, die Bewegungen entsprechen Einheitstranslationen und Einheitsrotationen im erdfesten System. Aerodynamisches System heißt in diesem Fall, daß der Geschwindigkeitsvektor entgegen der Fluggeschwindigkeit des Flugzeuges gerichtet ist, es gilt daher $\theta^f = -\theta^a$, dies ist durch die Doublet-Lattice Methode vorgegeben. Durch eine lineare Transformation kann die Matrix Q_q der generalisierten Luftkräfte und die Matrix $\vec{f_g}$ der Böenluftkräfte vom aerodynamischen (erdfesten) in das flugzeugfeste Koordinatensystem überführt werden. Zur Erläuterung wird die Gleichung für die z-Translation analysiert. Betrachtet wird der getrimmte stationäre Horizontalflug, zwischen den Variablen der Flugmechanik im flugzeugfesten und aerodynamischen System besteht dann der Zusammenhang

$$\theta^{f} = \alpha + \gamma = \arctan(\dot{z}^{f}/\dot{x}^{f}) + \arcsin(\dot{z}^{f}/V) = -\theta^{a}.$$
 (A.1)

Die Linearisierung der vertikalen Luftkräfte wird für das flugzeugfeste und für das erdfeste Koordinatensystem durchgeführt und die sich entsprechenden Terme verglichen. Die Gleichung

$$\begin{split} m\Delta \ddot{z}^{f} &= -\left(\rho_{0}V_{0}Sc_{A0}\right)\Delta \dot{x}^{f} + \left(\frac{1}{2}V_{0}^{2}Sc_{A0}\frac{\partial\rho}{\partial h}\right)\Delta z^{f} - \left(\frac{\rho_{0}}{2}VS\right)(c_{A,\,\alpha} + c_{W0})(\Delta \dot{z}^{f}) \\ &- \left(\frac{\rho_{0}}{2}Sb\right)c_{A,\,\dot{\alpha}}\Delta \ddot{z}^{f} - \left(\frac{\rho_{0}}{2}VSb\right)c_{A,\,q}\Delta \dot{\theta}^{f} + V\Delta q^{f} \end{split}$$
(A.2)

der vertikalen Kräfte in flugzeugfesten Koordinaten, basierend auf den Beziehungen $m\Delta \ddot{z}^{f} = -\Delta A - W_{0}\Delta\alpha + \Delta q^{f}V_{0}, \quad \Delta\alpha = (\Delta \dot{z}^{f})/V_{0}, \quad \Delta\dot{\alpha} = (\Delta \ddot{z}^{f})/V_{0} \quad \text{und} \quad u = V_{0} + \Delta \dot{x}^{f},$ beschreibt die Entwicklung in eine Taylorreihe. Die Linearisierung von Gleichung (A.1) liefert $\dot{x}^{f} = \dot{x}^{a}, \quad z^{f} = -z^{a}, \quad \dot{z}^{f} = -\dot{z}^{a} - V_{0}\theta^{a}, \quad \ddot{z}^{f} = -\ddot{z}^{a} - V_{0}\dot{\theta}^{a}, \quad \theta^{f} = -\theta^{a} \text{ und } \dot{\theta}^{f} = -\dot{\theta}^{a}.$

$\Delta \Theta^b$ $\Delta \dot{\Theta}^b$	$\left \frac{\rho_0}{2}V_0^2 S c_{W,\alpha}\right = \left \frac{\rho_0}{2}V_0 S b(c_{W,\dot{\alpha}} + c_{W,q})\right $	$-\frac{\rho_0}{2}V_0^2 S_{C_A,\alpha} \qquad -\frac{\rho_0}{2}V_0 S b(c_{A,\dot{\alpha}}+c_{A,q})$	$\frac{2_0}{2}V_0^2 Sbc_{m,\alpha} \qquad \qquad \frac{\rho_0}{2}V_0 Sb^2(c_{m,\dot{\alpha}}+c_{m,q})$	$\left. \frac{{{{_0}_{g_{c,p}}}\alpha }}{2}{V_0^2}Sb{c_{{q_{c,p}},\alpha }}} \right - \frac{{{\rho _0}}}{2}{V_0}Sb^2({c_{{q_{c,p}},\dot \alpha }} + {c_{{q_{c,p}},q}})$
$\Delta \tilde{z}^b$	$\frac{P_0}{2}Sbc_{W,\dot\alpha}$	$-\frac{P_0}{2}Sbc_{A,\dot{\alpha}}$	$\frac{\rho_0}{2}Sb^2c_{m,\dot{\alpha}}$	$-\frac{P_0}{2}Sb^2c_{q_{e,i},\dot{\alpha}}$
$\Delta \hat{z}^b$	$\frac{\rho_0}{2} V_0 S(c_{W,\alpha} - c_{A0})$	$-\frac{\rho_0}{2}V_0S(c_{A,\alpha}+c_{W0})$	$\frac{\rho_0}{2} V_0 Sbc_{m,\alpha}$	$-\frac{\rho_0}{2}V_0Sbc_{q_{e,p}\alpha}$
Δz^b	$-\frac{P_0}{2}V_0^2 Sc_{W0}\frac{\partial P}{\partial h}$	$\frac{\rho_0}{2} V_0^2 S c_{A0} \frac{\partial \rho}{\partial h}$	$-rac{ ho_0}{2}V_0^2Sbc_mrac{\partial ho}{\partial h}$	$\frac{P_0}{2} V_0^2 S c_{q_{e,i} 0} \frac{\partial P}{\partial h}$
$\Delta \dot{x}^b$	$-\frac{\rho_0}{2}V_0S(2c_{W0})$	$\frac{\rho_0}{2} V_0 S(2c_{A0})$	$-\frac{\rho_0}{2}V_0Sb(2c_{m0})$	$\frac{\rho_0}{2} V_0 S(2c_{q_{e,i_0}})$
	$m\Delta \ddot{x}^b$	$m\Delta \tilde{z}^{b}$	$I_{jy}\Delta\ddot{\Theta}^b$	Ϋe, i

 Table A.1
 Linearisierte aerodynamische Koeffizienten im erdfesten Koordinatensystem, Längsbewegung, aus Hanel [25]

$\Delta \dot{\Theta}^{f}$	$\frac{P_0}{2} V_0 Sbc_{W,q}$	$-\frac{\rho_0}{2}V_0Sbc_{A,q}$	$\frac{P_0}{2} V_0 S b^2 c_{m,q}$	$\frac{P_0}{2} V_0 S b^2(c_{q_{c,t},q})$
$\Delta \theta^{f}$	8m-			
$\Delta \tilde{z}^{f}$	$-\frac{\rho_0}{2}Sbc_{W,\dot{\alpha}}$	$-rac{ ho_0}{2}Sbc_{A,\dot{lpha}}$	$\frac{P_0}{2}Sb^2c_{m,\dot{lpha}}$	$\frac{P_0}{2}Sb^2c_{q_{e,p}\dot{\alpha}}$
$\Delta \hat{z}^{f}$	$\frac{P_0}{2} V_0 S(c_{A0} - c_{W, \alpha})$	$-\frac{\rho_0}{2}V_0S(c_{A,\alpha}+c_{W0})$	$\frac{\rho_0}{2} V_0 Sbc_{m, \alpha}$	$\frac{P_0}{2} V_0 S b c_{q_{c,p}\alpha}$
Δz^{f}	$\frac{\rho_0}{2} V_0^2 S c_{W0} \frac{\partial \rho}{\partial h}$	$\frac{\rho_0}{2} V_0^2 S c_{A0} \frac{\partial \rho}{\partial h}$	$-\frac{\rho_0}{2}V_0^2Sbc_m\frac{\partial\rho}{\partial h}$	$-\frac{\rho_0}{2}V_0^2Sc_{q_{c,i}0}\frac{\partial\rho}{\partial h}$
$\Delta \hat{x}^{f}$	$-\frac{\rho_0}{2}V_0S(2c_{W0})$	$-\frac{\rho_0}{2}V_0S(2c_{A0})$	$\frac{\rho_0}{2}V_0Sb(2c_{m0})$	$\frac{P_0}{2} V_0 S(2c_{q_{c,i_0}})$
	$m\Delta x^{f}$	$m\Delta \vec{z}^{f}$	$I_{yy}\Delta extsf{B}^{f}$	Фе, i

 Table A.2
 Linearisierte aerodynamische Koeffizienten im körperfesten Koordinatensystem - Längsbewegung, aus Hanel [25]

.

Für das aerodynamische System ist in diesem Fall keine Transformation in das erdfeste System notwendig. Es zeigt sich, daß die Transformation vom aerodynamischen in das flugzeugfeste Koordinatensystem für die meisten Terme in der Gleichung (A.2) nur zu einem Vorzeichenwechsel führt, die Abhängigkeit der Luftkräfte von θ entfällt jedoch für das flugzeugfeste System, siehe Tabelle A.2.

Die Matrix Q_q beschreibt die Kräfte auf harmonische Schwingungen $x(k) = |x|e^{ikt}$, dabei gilt $\dot{x}(k) = ik|x|e^{ikt}$. Die Elemente in den Tabellen A.1 und A.2 können den entsprechenden Real- und Imaginärteilen der Elemente in der Matrix Q_q zugeordnet werden. Der Realteil der z Translation gehört zu der Beschleunigung \ddot{z} , da bei der Berechnung der Doublet Lattice Kräfte eine stationäre Verschiebung z keine Kräfte erzeugt. Die stationären Anteile wie z.B. c_{W0} können aus der Trimmrechnung übernommen werden. Die Doublet Lattice Kräfte berücksichtigen die Frequenzabhängigkeit der Luftkräfte, damit sind auch die aerodynamischen Beiwerte von der Frequenz abhängig. Dies wird in der klassischen Flugmechanik nicht berücksichtigt.

Die Matrix der generalisierten Luftkräfte im flugzeugfesten System Q_q^f kann aus den Luftkräften im erdfesten System erzeugt werden, indem die Spalten der Matrix Q_q^b , die zum Nickwinkel θ gehören, geändert werden. Dies läßt sich durch eine passende Multiplikation und Addition der z und θ - Spalte erreichen. Für die anderen Terme muß teilweise eine Vorzeichenänderung durchgeführt werden. Die vertikalen Turbulenzluftkräfte können entsprechender der z - Spalte in Kräfte im flugzeugfesten Koordinatensystem transformiert werden.

Eine ähnliche Betrachtung ist für die Seitenbewegung möglich, die entsprechenden Tabellen finden sich in Hanel [25].

B Spektren

In dieser Arbeit werden bei der Berücksichtigung von Turbulenz folgende von Kármán Spektren verwendet.

2D Spektren

$$\Psi_{22}(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{2(\alpha L)^2 \sigma^2}{3\pi} \frac{1 + \frac{11}{3}(\alpha L)^2 \Omega_1^2 + (\alpha L)^2 \Omega_2^2}{(1 + (\alpha L \Omega_1)^2 + (\alpha L \Omega_2)^2)^{7/3}}$$
(B.1)

$$\Psi_{33}(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{16(\alpha L)^2 \sigma^2}{9\pi} \frac{(\alpha L)^2 \Omega_1^2 + (\alpha L)^2 \Omega_2^2}{(1 + (\alpha L \Omega_1)^2 + (\alpha L \Omega_2)^2)^{7/3}}$$
(B.2)

Dies sind einseitige Spektren, es gilt daher

$$\sigma^2 = \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{\infty} \Psi_{22} d\Omega_1 d\Omega_2.$$
(B.3)

In anderer Literatur werden die Spektren auch als zweiseitige Spektren mit einer Integration von $-\infty$ bis $+\infty$ angegeben, damit sind die entsprechenden Spektren nur 1/4 so groß.

1D Spektren

$$\Phi_{22}(\Omega_1) = \Phi_{33}(\Omega_1) = \frac{L\sigma^2}{\pi} \frac{1 + \frac{8}{3}(\alpha L)^2 \Omega_1^2}{(1 + (\alpha L)^2 \Omega_1^2)^{11/6}}$$
(B.4)

C Spektralanalyse, weitere Beispiele

In diesem Anhang werden verschiedene Spektren dargestellt, die zu den in Tabelle 5.2 aufgelisteten Standardabweichungen σ gehören. Es wird jeweils das 1D vertikale, das 1D laterale und vertikale und das 2D laterale und vertikale Spektrum in der eindimensionalen Darstellung gezeigt. Es ist damit möglich, einzelne dominante Schwingungsformen zu bestimmen und deren Einfluß auf die Standardabweichung σ zu verstehen.



Bild C.1: Spektren der vertikalen Beschleunigung des Piloten



Bild C.2: Spektren der lateralen Beschleunigung des Piloten



Bild C.3: Spektren der lateralen Beschleunigung des inneren Triebwerkes



Bild C.4: Spektren der lateralen Beschleunigung des äußeren Triebwerkes



Bild C.5: Spektren der lateralen Beschleunigung des Flugzeughecks
Wie für die Beschleunigungen können auch für die Spannungswerte die Spektren bestimmt werden.



Bild C.6: Spektren der Spannung σ_x in Element in der Nähe des äußeren Triebwerkes







Bild C.8: Spektren der Spannung σ_x in Element des Flügelkastens

Den Einfluß des Reglers (Tabelle 7.1) auf die verschiedenen Spektren zeigen die folgenden Bilder.



Bild C.9: Spektren der vertikalen Beschleunigung des Piloten; 2D vertikale und laterale Turbulenz; geregeltes und ungeregeltes Flugzeug



Bild C.10: Spektren der lateralen Beschleunigung des inneren Triebwerkes; 2D vertikale und laterale Turbulenz; geregeltes und ungeregeltes Flugzeug



Bild C.11: Spektren der lateralen Beschleunigung des Flugzeughecks; 2D vertikale und laterale Turbulenz; geregeltes und ungeregeltes Flugzeug