

# Diskrete Modellierung des Verformungs- und Versagensverhaltens von Gewebemembranen

Dirk Ballhause

INSTITUT FÜR  
STATIK UND DYNAMIK  
DER LUFT- UND  
RAUMFAHRTKONSTRUKTIONEN

UNIVERSITÄT STUTTGART



# Diskrete Modellierung des Verformungs- und Versagensverhaltens von Gewebemembranen

Von der  
Fakultät Luft- und Raumfahrttechnik und Geodäsie der Universität Stuttgart  
zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von  
**Dipl.-Ing. Dirk Ballhause**  
geboren in Bad Oldesloe

Hauptberichter:	Prof. Dr.-Ing. habil. Bernd Kröplin
Mitberichter:	Prof. Dr. rer. nat. Siegfried Schmauder
Tag der Einreichung:	4. April 2007
Tag der mündlichen Prüfung:	17. Juli 2007

Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen  
Universität Stuttgart  
2007

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. Bernd Kröplin

D93

ISBN 978-3-930683-91-8

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweiligen Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiederhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

© Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen,  
Universität Stuttgart, Stuttgart, 2007

Dieser Bericht kann über das Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen (ISD), Universität Stuttgart, Pfaffenwaldring 27, 70569 Stuttgart, Telefon +49 (0)711 685 63612, Fax +49 (0)711 685 63706, [office@isd.uni-stuttgart.de](mailto:office@isd.uni-stuttgart.de) bezogen werden.

# Vorwort

Diese Arbeit entstand während meiner Zeit als Stipendiat im Graduiertenkolleg 285 „Innere Grenzflächen in kristallinen Materialien“ (GKIG) der DFG am Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen (ISD) der Universität Stuttgart.

Das Zustandekommen der vorliegenden Arbeit verdanke ich in besonderem Maße Herrn Prof. Dr.-Ing. Bernd H. Kröplin, der mich durch seine fachlichen und methodischen Hinweise sowie die von ihm geschaffene besondere Arbeitsatmosphäre am Institut unterstützt und geleitet hat. Herrn Prof. rer. nat. Siegfried Schmauder danke ich für das entgegengebrachte Interesse und die Übernahme des Mitberichts.

Bei allen Mitgliedern und Stipendiaten des GKIG, insbesondere bei Prof. Dr. Rühle und Dr. Brunner, bedanke ich mich für die guten Rahmenbedingungen im Graduiertenkolleg und die interessanten Diskussionen und fachübergreifenden Einblicke während der Klausurtagungen und Seminare. Der Rückhalt am ISD, insbesondere durch die Betreuung von Dr. Manfred König und die stets erfreuliche und motivierende Zusammenarbeit mit meinen Kollegen bildeten den Rahmen für eine Zeit, an die ich mich auch weiterhin gerne erinnern werde. Besonderer Dank hierfür gebührt Michele D’Ottavio, Thomas Wallmersperger, Falk Wittel, Steffen Brückner und Matthias Deuschle. Für teilweise umfangreiche praktische Hilfestellung bei der Planung, dem Aufbau und der Durchführung der experimentellen Arbeiten danke ich Henry Gerhard, Frank Deuble, Christian Hoffmann, Alfred Witt und Richard Kohlen.

Nicht zuletzt danken möchte ich auch meinen Eltern, die mich auf meinem Weg zuverlässig unterstützt haben.

Ich widme diese Arbeit meiner Frau Katja, ohne ihre Geduld und ihren Ansporn wäre ein Gelingen unmöglich gewesen.

Stuttgart, im Juli 2007

Dirk Ballhause



# Kurzfassung

Gewebemembranen spielen als Leichtbaumaterialien eine wichtige Rolle in vielen Ingenieurskonstruktionen aus so verschiedenen Bereichen wie dem Bauwesen, der Luft- und Raumfahrt oder der Seefahrt. Ihr Einsatz ermöglicht eine effiziente Um- oder Überspannung von großen Volumen oder Flächen bei geringem Strukturgewicht. Aus diesem Grund werden sie unter anderem als Membrandächer, als Hüllenmaterial für Luftschiffe oder als Segelmaterialien für Rennyachten verwendet. Als Verbundwerkstoff aus Gewebe und Beschichtung vereinen sie die Tragwirkung von Gewebestrukturen mit den funktionellen Aufgaben der Beschichtungen, wie beispielsweise der Flüssigkeits- und Gasdichtigkeit. Der mikrostrukturelle Aufbau der Gewebe aus sich kreuzenden Fadengruppen hat einen großen Einfluss auf das Verformungs- und Versagensverhalten dieser Werkstoffe, die sich stark von homogenen Membranmaterialien unterscheiden. Durch die Interaktionen der Fadengruppen ergibt sich einerseits ein teilweise stark nichtlineares Verformungsverhalten, wie es sich in den typischen Effekten der Krümmungsinteraktion und der Schubblockade zeigt, andererseits bedingen sie die diskrete Natur des Versagensvorganges, der durch sukzessives oder kollektives Versagen der Einzelfäden geprägt ist.

Die bisherigen Modellierungsansätze für Gewebematerialien sind nur bedingt in der Lage, diesen Mikrostruktureinfluss in eine Strukturberechnung zu integrieren. Durch eine direkte Repräsentation der Fadenstruktur in abstrahierter Form und die Anwendung der Diskrete-Elemente-Methode (DEM) als effizientes Berechnungsverfahren eröffnen sich hier neue Möglichkeiten. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird daher eine diskrete Modelldarstellung von Geweben und Gewebemembranen entwickelt. Die abstrahierte Repräsentation orientiert sich an der in der Literatur als Dreiecksmodell bekannten und bewährten Linearisierung des Fadenverlaufs zwischen den Fadenkreuzungspunkten. Die derartig abgebildete Gewebeeinheit zelle, die kleinste sich wiederholende Fadenstruktur des Gewebes, wird vielfach aneinandergereiht und ergibt so ein makroskopisches Gewebestück. Das Gesamtsystem kann dann mit der Methode der diskreten Elemente berechnet werden und es entsteht ein Modell zur Simulation des makroskopischen Verhaltens von Gewebematerialien mit einer direkten Repräsentation der Mikrostruktur. Die makroskopisch als Nichtlinearitäten auftretenden Fadeninteraktionen ergeben sich dabei ohne weitere Annahmen aus der gewählten Darstellung der Fadenstruktur.

Im ersten Teil der Arbeit wird diese diskrete Modelldarstellung entwickelt. Die zur Repräsentation der Verformungsmechanismen von Geweben notwendigen Interaktionen der Mikrostruktur werden erarbeitet und implementiert. Das Gewebemodell wird durch Hinzunahme von wei-

teren Interaktionen für die Beschichtung zum Gewebemembranmodell erweitert. Anhand von experimentellen Untersuchungen an verschiedenen Modellmaterialien, die den Bereich vom unbeschichteten Gewebe zur sehr steifen Gewebemembran abdecken, wird einerseits nachgewiesen, dass sich das beobachtete typische Gewebeverhalten mit dem Modell abbilden lässt, andererseits wird eine mögliche Vorgehensweise zur Modellanpassung an reale Materialien demonstriert.

Im zweiten Teil der Arbeit erfolgt die Erweiterung des Gewebemembranmodells auf die Beschreibung des Versagensverhaltens. Hierbei können die Möglichkeiten der direkten Mikrostrukturrepräsentation voll ausgeschöpft werden. Zum einen lassen sich durch diesen Ansatz die theoretischen Modelle zur statistischen Beschreibung des Versagens von Geweben in eine Strukturberechnung integrieren, zum anderen kann das Zerreißen des Verbunds aus Gewebe und Beschichtung realitätsnah abgebildet werden. Das entstehende Gewebemembranmodell ermöglicht anhand von praxisnahen Anwendungsfällen, wie dem ein- und zweiachsigen Weiterreißversuch oder dem Berstversuch, die Untersuchung der Interaktionen und gegenseitigen Beeinflussungen der Gewebestruktur und ihrer Beschichtung und kann so ein tiefgreifenderes Verständnis der Vorgänge bei Strukturversagen von Gewebemembranen schaffen.



# Abstract

Fabric reinforced membranes are a class of lightweight materials which are important for many different engineering branches like civil, aeronautical or marine engineering. They can be used to efficiently cover big areas or enclose large volumes with a minimum of structural weight. Applications as membrane roofs, airship skins or sail materials demonstrate their capabilities. Constructed as a composite of a fabric embedded in or coated with matrix material, they combine the load carrying capabilities of fabrics with the functional tasks of the coating in order to obtain strong fluid- or gas-tight materials. Due to the microstructure of the fabrics, which consists of crossing groups of yarns, the macroscopic deformation and failure behaviour of fabric reinforced membranes differs strongly from the behaviour observed in common homogeneous membrane materials. The interactions of the yarn groups lead to a non-linear deformation behaviour like crimp interchange or shear locking and cause the discrete nature of the failure process, which is characterised by a successive or collective tearing of the single yarns.

The majority of the existing modelling approaches for fabric membranes cannot fully integrate this microstructural influence in a simulation on structural level. The representation of the fabric as a continuum, as applied in finite element simulations, can include the nonlinear material behaviour stemming from the yarn structure, but its the deformations and interactions are not considered. A direct abstract representation of the yarn structure and the application of the Discrete Element Method (DEM) as an efficient solution technique will open up new possibilities in this field.

In the present work a discrete model for fabrics and fabric membranes is developed. The abstract representation of the yarn structure applies the well-known and proven simplification of linearised yarn paths between the crossing points. A multitude of this generated unit cells - the smallest repeatable structure unit of the fabric - are assembled to build a macroscopic patch of fabric. The system can then be solved with the Discrete Element Method and a model for fabric membranes, allowing a direct microstructure representation in simulations on a structural level is obtained. The macroscopic non-linearities that stem from the interactions of the yarns implicitly arise from the representation of the yarn structure without the need for further assumptions. Experimental results for the deformation behaviour of different fabric membrane materials are obtained, which span the range from a pure, uncoated fabric to a stiff fabric reinforced membrane. Uniaxial, biaxial and bias extension tests are performed with these materials. Based on the obtained data, the applicability of the developed model is proven and a possible strategy for

the parameter identification is demonstrated.

In the second part of the work the model is extended to the description of the failure process. The obtained model makes use of the full capabilities of the approach with a direct microstructure representation. It enables an integration of the theoretical models for the statistical damage description into a simulation on a structural level. Furthermore it is capable to reproduce in a realistic manner the tearing and rupture process of the fabric membranes. The developed discrete model for fabric reinforced membrane allows the exploration of the interactions of the yarns and the influence of the coating materials in the simulation of experimental setups like the uniaxial or biaxial tearing or the bursting test, as demonstrated in the final part of this work. Its application can lead to a deeper understanding of the processes that characterise the failure of fabric membranes.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Motivation . . . . .	1
1.2	Zielsetzung . . . . .	3
1.3	Aufbau der Arbeit . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Einführung in die Gewebemembranen</b>	<b>5</b>
2.1	Anwendungen . . . . .	5
2.2	Eigenschaften . . . . .	8
2.2.1	Gewebestruktur und Herstellung . . . . .	8
2.2.2	Verformungsverhalten der Gewebestrukturen . . . . .	10
2.3	Versuchsmethodiken zur Gewebemembranprüfung . . . . .	12
2.3.1	Versuche zum Zugverhalten . . . . .	12
2.3.2	Schubversuche . . . . .	15
2.3.3	Kombinierte Versuche . . . . .	16
2.3.4	Zusammenfassung der Versuchsmethodiken . . . . .	16
2.4	Modellierungsansätze . . . . .	17
2.4.1	Phänomenologische Modelle . . . . .	18
2.4.2	Physikalisch motivierte Ansätze der Mikrostruktur . . . . .	19
2.4.3	Kopplung der Skalenmodelle . . . . .	21
2.4.4	Modelle mit direkter Mikrostrukturdarstellung . . . . .	23
2.5	Das Dreiecksmodell der Gewebestruktur . . . . .	23
2.5.1	Geometrie der Gewebeeinheit zelle . . . . .	23
2.5.2	Gleichgewichtsbetrachtung . . . . .	24
2.5.3	Inkompressibler Faden . . . . .	25
2.5.4	Kompressibler Faden . . . . .	26
<b>3</b>	<b>Modellentwicklung</b>	<b>27</b>
3.1	Die Diskrete-Elemente-Methode . . . . .	27
3.1.1	Grundlagen . . . . .	27
3.1.2	Einordnung . . . . .	28
3.1.3	Anwendungsgebiete und Eigenschaften . . . . .	28
3.2	Modellbildung . . . . .	30

3.2.1	Gewebegeometrie . . . . .	30
3.2.2	Interaktionen . . . . .	32
3.3	Implementierung des Gewebemodells . . . . .	36
3.3.1	Preprocessing . . . . .	36
3.3.2	Prediktor-Korrektor-Schleife . . . . .	38
3.3.3	Randbedingungen . . . . .	39
3.3.4	Zeitschrittsteuerung . . . . .	40
3.3.5	Auswertungen und Abbruchkriterien . . . . .	41
3.3.6	Normalenvektoren auf Gewebeebe . . . . .	41
3.3.7	3D-Formulierung der Interaktionen am Kreuzungspunkt . . . . .	42
3.3.8	Quasistatische Rechnungen im dynamischen System . . . . .	44
3.4	Verifizierung und Validierung . . . . .	44
3.4.1	Verifizierung . . . . .	44
3.4.2	Validierung . . . . .	46
3.5	Modellverhalten und Parametersensitivitäten . . . . .	49
3.5.1	Einfluss der Krümmung . . . . .	49
3.5.2	Fadenquerkompression . . . . .	50
3.5.3	Vorstreckung . . . . .	52
3.5.4	Unsymmetrische Gewebe . . . . .	53
3.5.5	Nichtlineares Fadenverhalten . . . . .	54
3.6	Erweiterung auf beschichtete Gewebe . . . . .	55
3.6.1	Matrixinteraktionen . . . . .	55
3.6.2	Einfluss der Beschichtung bei Zugbelastung . . . . .	57
3.6.3	Beschichtungseinfluss auf das Schubverhalten . . . . .	58
3.6.4	Grenzen des Anwendungsbereichs des Gewebemembranmodells . . . . .	60
3.7	Zusammenfassung des Gewebemembranmodells . . . . .	62
<b>4</b>	<b>Modellanpassung an reale Materialien</b>	<b>65</b>
4.1	Experimentelle Untersuchungen an Modellmaterialien . . . . .	65
4.1.1	Die Modellmaterialien . . . . .	66
4.1.2	Bestimmung der Geometrieparameter des Grundgewebes . . . . .	66
4.1.3	Fadenparalleler Streifenzugversuch . . . . .	68
4.1.4	Biaxialer Zugversuch . . . . .	73
4.1.5	Schrägzugversuch . . . . .	75
4.2	Anwendung des Gewebemembranmodells . . . . .	77
4.2.1	Auswertung des Streifenzugversuchs am Gewebe . . . . .	78
4.2.2	Steifigkeit der Beschichtungen beim Streifenzugversuch . . . . .	81
4.2.3	Querkompressionsverhalten bei biaxialem Zug . . . . .	82
4.2.4	Schubverhalten im Schrägzugversuch . . . . .	85
4.3	Zusammenfassung der Modellanpassung . . . . .	87

<b>5</b>	<b>Versagen von Gewebematerialien</b>	<b>89</b>
5.1	Grundlagen zum Gewebeversagen . . . . .	89
5.1.1	Versagensmechanismen . . . . .	89
5.1.2	Versuchsmethodiken . . . . .	91
5.1.3	Modellierungsansätze . . . . .	92
5.2	Modellerweiterung zur Versagensbeschreibung . . . . .	95
5.2.1	Fadenversagen . . . . .	96
5.2.2	Matrixversagen . . . . .	101
5.3	Modellanwendungen zur Schädigungssimulation . . . . .	101
5.3.1	Verifikation der statistischen Grenzwertverteilung . . . . .	101
5.3.2	Zerreißen bei einachsiger Belastung . . . . .	102
5.3.3	Zerreißen bei biaxialer Belastung . . . . .	108
5.3.4	Fadenversagen mit Reststeifigkeit bei einachsiger Belastung . . . . .	110
5.3.5	Faden- und Matrixversagen bei einachsiger Belastung . . . . .	111
5.3.6	Weiterreißen im einachsigen Zugversuch . . . . .	113
5.3.7	Weiterreißen im biaxialen Zugversuch . . . . .	117
5.3.8	Berstversuch . . . . .	120
	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>125</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>129</b>



# Nomenklatur

Im Folgenden sind die wesentlichen in der vorliegenden Arbeit verwendeten Größen aufgeführt. Tensoren sind bevorzugt in Matrix- bzw. Vektorschreibweise dargestellt und durch Fettdruck gekennzeichnet. Soweit möglich werden eindeutige Formelzeichen gewählt, in den wenigen mehrdeutigen Fällen erschließt sich die verwendete Größe aus dem Kontext.

## Formelzeichen

$a$	Kurvenparameter
$a^R$	Degradationsparameter
$A$	Abstand
$\mathbf{a}$	Beschleunigungsvektor, Verbindungsvektor
$\tilde{\mathbf{a}}$	effektiver Beschleunigungsvektor
$\Delta\mathbf{a}$	Korrekturbeschleunigungsvektor
$b$	Kurvenparameter
$B$	Probenbreite
$\mathbf{b}$	Verbindungsvektor
$c$	Wellengeschwindigkeit, Kurvenparameter
$d$	Dämpfung
$D$	Dehngrenze
$\tilde{D}$	vorgegebene Dehngrenze
$\bar{D}$	effektiver Mittelwert der Dehngrenzen
$E$	E-Modul
$f, F$	Kraft (Betrag)
$\mathbf{f}, \mathbf{F}$	Kraftvektor
$g$	Mittelpunktspostion
$h$	Knotenhöhe über Mittelebene
$h_K$	Knotenabstand
$\Delta h$	Änderung der Knotenhöhe, Vorstreckung
$l$	Fadenlänge, Länge
$k$	Steifigkeit
$L$	Fadenabstand, Probenlänge

$m$	Knotenmasse
$M$	Drehmoment
$n$	Exponent, Fadendichte
$N$	Fadenanzahl
$\mathbf{n}$	Normalenvektor
$\tilde{\mathbf{n}}$	Normaleneinheitsvektor
$P$	Knoten / Punkt
$r$	Bereich, Radius
$S$	Krümmung, Fadenstück
$t$	Fadendicke, Zeit
$t_G$	Gewebedicke
$\delta t$	Zeitschritt
$\Delta v$	Relativgeschwindigkeit
$x, y, z$	kartesisches Koordinatensystem
$\mathbf{x}$	Positionsvektor
$\dot{\mathbf{x}}$	Geschwindigkeitsvektor
$\ddot{\mathbf{x}}$	Beschleunigungsvektor
$\alpha$	Formparameter der Weibull-Verteilung
$\beta$	Skalenparameter der Weibull-Verteilung
$\epsilon$	Dehnung
$\dot{\epsilon}$	Dehnungsrate
$\Delta\epsilon$	Dehnungsdifferenz
$\gamma$	Scherwinkel
$\lambda$	Streckung
$\mu$	längenspezifische Masse
$\mu_w$	Erwartungswert
$\nu$	Verhältnis
$\phi$	Fadenkreuzungswinkel
$\rho$	Dichte
$\sigma_w$	Streuung
$\theta$	Fadensteigung



## Superskripts

0	Ausgangskonfiguration, Anfangswert
<i>b</i>	Scherblockieren
<i>c</i>	Querkompression
<i>C</i>	Korrektor-Größen
<i>l</i>	Fadenlängsinteraktion
<i>p</i>	plastisch
<i>P</i>	Prediktor-Größen
<i>r</i>	Fadenrotation
<i>R</i>	Vorgabe-/ Randwert
<i>w</i>	Scherinteraktion

## Operatoren

$\frac{\partial}{\partial t}$	zeitliche Ableitung
$\frac{\partial^n}{\partial t^n} = ,n$	<i>n</i> -fache zeitliche Ableitung

## Subscripts

<i>b</i>	Scherblockieren
<i>B</i>	Breitenrichtung
<i>c</i>	Querkompression
<i>f</i>	Größe in Fadenrichtung
<i>i</i>	Fadenrichtung Kette / Schuss
<i>I, II</i>	Kurvenbereich
<i>j</i>	Knoten
<i>k</i>	Interaktionspartner
<i>K</i>	Kette
<i>l</i>	Fadenlängsinteraktion, Längsrichtung
<i>L</i>	Längsrichtung
<i>m</i>	Matrixlängsinteraktion
<i>q</i>	Querrichtung
<i>r</i>	Fadenrotation
<i>s</i>	Matrixscherinteraktion
<i>S</i>	Streifen, Schuss
<i>T</i>	Übergangswert
<i>w</i>	Scherinteraktion
<i>Y</i>	Fließen

## Abkürzungen

BEM	Boundary Element Method
C/C-SiC	Kohlefaser / Kohlenstoff- Siliciumcarbidmatrix - Komposit
CFL	Courant-Friedrichs-Levy (-Kriterium)
DE, DEM	Diskrete Elemente, Diskrete-Elemente-Methode
DFG	Deutsche Forschungsgemeinschaft
DIN	Deutsches Institut für Normung e. V.
EN	Europäische Norm
EZ	Einheitszelle
FE, FEM	Finite Elemente, Finite-Elemente-Methode
ISO	Internationale Organisation für Normung
LEBM	Linear Elastische Bruchmechanik
LSM	Laser-Scanning Mikroskop
MD	Molekulardynamik
NURBS	Non-Uniform Rational B-Splines
PA	Polyamid
PE	Polyethylen
PES	Polyester
PK	Prediktor-Korrektor
PTFE	Polytetrafluorethylen
PVC	Polyvinylchlorid
SPH	Smooth Particle Hydrodynamics
UD	unidirektional

# 1 Einleitung

## 1.1 Motivation

Gewebe und Gewebemembranen stellen eine wichtige Materialgruppe für verschiedenste Bereiche der Technik dar. Ihre Entwicklung reicht weit zurück in die Menschheitsgeschichte. Das Zusammenfügen von Fäden zu flächigen Geweben, die dann als Kleidung oder auch als Zelte oder Segel verwendet werden konnten, wurde schon früh als Handwerk praktiziert und immer weiter verfeinert. Durch Aufbringen einer Beschichtung ergeben sich die Gewebemembranen, in denen die beiden Komponenten Gewebe und Beschichtung meist eine funktionelle Aufgabenteilung vorweisen. Während die Fäden des Gewebes die primäre Tragwirkung übernehmen, erfüllt die Beschichtung oder Einbettung der Fäden sekundäre Aufgaben, wie die Gas- oder Wasserdichtigkeit, den Schutz der Gewebefasern vor Atmosphäreneinflüssen und in gewissem Maß auch die Stabilisierung der Gewebestruktur. Neben vielfachen nichttechnischen Anwendungen spielen die Gewebemembranen heute eine feste Rolle in nahezu allen wesentlichen Bereichen des Ingenieurwesens. Als typische Leichtbaumaterialien sind sie dazu geeignet, mit geringem Massenaufwand große Flächen zu überspannen. Daraus ergeben sich einerseits die Anwendungen im Bauwesen als Membrandächer oder in Traglufthallen, andererseits jedoch auch die Verwendung in der Luftfahrt als Ballons, Luftschiffhüllen oder Fallschirme, um hier nur einige Beispiele zu nennen. Als flexible flächige Strukturen haben die Gewebemembranen die typische Eigenschaft, nahezu keine Druckkräfte und Biegemomente in der Membranebene übertragen zu können. In den technischen Anwendungen muss daher immer eine Stabilisierung durch Zugkräfte erfolgen. Dies kann in der Form von rein zuggespannten Konstruktionen oder aber auch bei geschlossenen Formen durch Aufbringen von Innendruck realisiert werden. Der strukturelle Aufbau aus verwobenen Fäden führt bei den Gewebemembranen zu einem charakteristischen Materialverhalten, welches sich stark von dem Verhalten homogener Membranen unterscheidet. Durch die Interaktion der Fäden bei Belastung ergeben sich Effekte wie die Krümmungsinteraktion und die Scherblockade, die zu einem stark nichtlinearen Materialverhalten führen.

Um dieses Materialverhalten in Modellen beschreiben zu können, gibt es eine Vielzahl unterschiedlicher Möglichkeiten. Die große Mehrheit der bisher vorgestellten Ansätze versucht mit unterschiedlich starkem Abstraktionsgrad die Gewebemechanismen in Materialgesetze für Strukturberechnungen zu fassen. Die heterogene Mikrostruktur aus Einzelfäden wird dabei durch die Annahme eines Kontinuums ersetzt. Die resultierende Materialbeschreibung kann

dann, zumeist im Rahmen der Finite-Elemente-Methode (FEM), sehr effizient für makroskopische Berechnungen, also auf Bauteil- oder Tragwerksebene, verwendet werden. Die verwendeten Konstitutivgesetze reichen im einfachsten Fall vom orthotropen Materialverhalten bis zu mathematisch aufwändigen, nichtlinearen und richtungsveränderlichen Formulierungen für das Gewebeverhalten. Im Gegensatz zu diesen makroskopischen Kontinuumsansätzen gab es schon früh auch Modellansätze auf Ebene der Fadenstruktur. Diese können zum Teil mit einer stark vereinfachten Repräsentation der Fäden z. B. durch lineare Federelemente das typische Gewebeverhalten in sehr guter Näherung abbilden. Sie bilden daher die Grundlagen für physikalisch motivierte Materialgesetze, die durch Homogenisierung aus den Mikrostrukturmodellen eine makroskopische Berechnung erlauben. Die auf diese Weise erhaltenen Kontinuumsansätze haben den Nachteil, dass sie den lokalen Verformungszustand der Mikrostruktur aus verkreuzten Fäden nicht mehr abbilden können. Ein Rückschluss aus den makroskopisch ermittelten Spannungs- und Dehnungsfeldern auf die Ebene der Fadenstruktur ist nur schwer möglich. In den allgemeinen Strukturberechnungen ist dies zumeist nicht notwendig, bzw. aufgrund der damit verbundenen Modellkomplexität auch nicht sinnvoll.

Für einige Anwendungsbereiche, insbesondere bei Auftreten von Schädigung im Material, ist die Vernachlässigung der diskreten Natur der Gewebematerialien jedoch nur noch schwer zu rechtfertigen. Hierzu werden dann bevorzugt Modelle mit direkter Repräsentation der Mikrostruktur verwendet, die durch Abbildung der einzelnen Fäden deren Interaktion und auch deren Versagen darstellen können. Die Schwierigkeit dieser Modelle liegt in der hohen Komplexität und dem damit verbundenen numerischen Aufwand. Je feiner und genauer die Fadenstruktur repräsentiert wird, umso kleiner ist das makroskopische Gebiet, das mit der jeweils aktuellen Rechentechnologie noch sinnvoll simuliert werden kann. Andererseits ergeben sich die als Nichtlinearitäten auf der Strukturebene auftretenden Gewebeeffekte direkt aus den zum Teil durch einfache lineare Interaktionen darstellbaren Fadendeformationen und -bewegungen. Darüber hinaus bieten diese Modelle die Möglichkeit, das Versagensverhalten der Gewebestrukturen in natürlicher Weise abzubilden. Die Schädigungsentwicklung in einem Material besteht aus Vorgängen auf verschiedenen Skalenebenen, wobei stochastische Einflüsse in der Regel eine große Rolle spielen. An den schwächsten Stellen im Material bilden sich Mikroschädigungen aus, die bei weiterer Belastung zusammenwachsen und so auf makroskopischer Ebene einen sichtbaren Riss bilden. Dieser wächst stabil oder instabil weiter und führt letztlich zum Versagen der Struktur. Einen Ansatz, um dieses Verhalten in Modelle zu fassen, bieten die statistischen Schädigungsmodelle, die auch auf die Gewebe angewendet werden können. Durch ihre abstrakte Darstellung der Fäden und der Gewebestruktur eignen sie sich allerdings nicht dazu, reale Bauteilbereiche oder gar komplette Tragwerke zu berechnen.

In einigen Bereichen der Schädigungssimulation für verschiedene Materialien hat die Anwendung der in der vorliegenden Arbeit verwendeten Diskrete-Elemente-Methode (DEM) hierzu eine interessante Erweiterung ermöglicht. Durch die Darstellung eines Materials aus Interaktionen zwischen diskreten Massepunkten können für die Versagensvorgänge einerseits stochastische Einflüsse auf die Versagenkriterien der Interaktionen (physikalische Unordnung) und

andererseits die stochastische Variation der Geometrie der Mikrostruktur (geometrische Unordnung) berücksichtigt werden. Durch die Anwendung der DEM ergibt sich eine Methode, die eine Strukturmodellierung mit integrierter statistischer Schadensmodellierung darstellt und so eine physikalisch realitätsnahe Abbildung der Versagensvorgänge ermöglicht. Vor diesem Hintergrund bietet die Anwendung der Diskrete-Elemente-Methode auf die Modellierung von Geweben und Gewebemembranen zwei interessante Aspekte, die ein daraus entstehendes Gewebemodell von den bisherigen Modellansätzen unterscheidet. Zum einen kann die DEM als effiziente Lösungsmethodik für ein Modell mit direkter Mikrostrukturepräsentation verwendet werden, das auf den bewährten abstrakten Darstellungen der Fadenverläufe basiert und somit das komplexe Verformungsverhalten auf Strukturebene direkt abbildet. Andererseits bietet dieser Ansatz die Möglichkeit, den Versagensvorgang in seiner diskreten und von inhärenter Unordnung geprägten Natur realitätsnah abzubilden.

## 1.2 Zielsetzung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit soll ein Modell für Gewebemembranen entwickelt werden, welches auf einer direkten Repräsentation der Fadenstruktur basiert. In Anlehnung an bewährte abstrahierte Mikrostrukturmodelle von Geweben soll eine diskrete Darstellung im Rahmen der Diskrete-Elemente-Methode erarbeitet werden. Das Ziel eines ersten Arbeitsschrittes ist es, das auf der Strukturebene beobachtete nichtlineare Verformungsverhalten, welches durch die typischen Gewebemechanismen hervorgerufen wird, durch einfachere Ansätze auf der Mikrostrukturebene abzubilden. Mit Hilfe von experimentellen Untersuchungen an geeigneten Modellmaterialien soll hierzu der Nachweis der Anwendbarkeit des Modells und eine Demonstration des Vorgehens zur Bestimmung der relevanten Modellparameter erfolgen. Basierend auf der korrekten Wiedergabe des Materialverhaltens bei verschiedenen Belastungen soll in einem zweiten Teil der Arbeit die Erweiterung des Gewebemembranmodells auf das Versagensverhalten erfolgen. Durch die Identifikation und Implementierung von geeigneten Versagenskriterien entsteht dabei ein Modell, welches in physikalisch motivierter Weise die stochastischen Einflüsse von Unordnungen der Geometrie- und Materialkennwerte im Rahmen einer anwendungsnahen Berechnung auf Strukturebene ermöglicht. Die relevanten Einflüsse der Fadenstruktur auf das Versagen, beispielsweise durch lokale Lastumlagerungsmechanismen aus der Interaktion von Faden und Beschichtung, resultieren dabei ohne weitere Modellannahmen aus der gewählten Mikrostrukturdarstellung und ihrer Versagenskriterien. Als Ergebnis der Arbeit soll dann ein Modell für Gewebemembranen entstehen, mit dem sich das komplexe durch Mikrostruktureffekte dominierte Verformungs- und Versagensverhalten realitätsnah untersuchen lässt. Durch die Repräsentation der Fadenstruktur können damit im Rahmen der Berechnungen von Bauteilen und Strukturbereichen die Vorgänge und Interaktionen bei eintretendem Materialversagen berücksichtigt werden.

### 1.3 Aufbau der Arbeit

Der Aufbau der vorliegenden Arbeit gliedert sich in zwei Teile. Im ersten Teil wird im Rahmen der Kapitel 2-4 das Verformungsverhalten von Gewebematerialien ohne Schädigung betrachtet, der zweite Teil behandelt dann in Kapitel 5 die Versagensvorgänge.

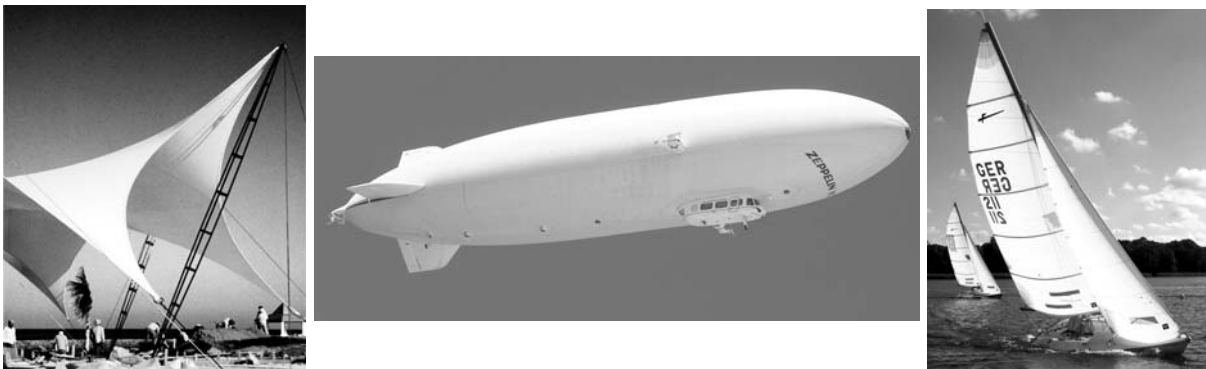
Im folgenden zweiten Kapitel erfolgt die Einführung in das Themengebiet der Gewebemembranen. Es umfasst neben den Anwendungsbereichen und Eigenschaften auch einen Überblick über die Versuchsmethodiken zur Membranprüfung und den Stand der Forschung zur Modellierung des Verformungsverhaltens der Gewebemembranen. Darüber hinaus wird anhand des Dreiecksmodells ein Beispiel für die abstrahierte mathematische Beschreibung eines Mikrostrukturmodells dargestellt.

Das dritte Kapitel befasst sich dann mit der Modellbildung im Rahmen der Diskrete-Elemente-Methode. Nach einer kurzen Vorstellung der DEM wird die diskrete Beschreibung der Gewebestruktur erarbeitet und die Implementierung des entstehenden Modells näher erläutert. Anschließend an eine Verifikation der Implementierung und eine kurze Validierung des Modells werden anhand einiger Anwendungsfälle das Modellverhalten und die Einflüsse der verwendeten Parameter des Gewebemodells untersucht. Den Abschluss der Modellbildung bilden die Erweiterung auf beschichtete Gewebe und einige Untersuchungen des resultierenden Gewebemembranmodells.

Die Untersuchung realer Gewebematerialien und die Demonstration einer Modellanpassung stellen den Kern des vierten Kapitels dar. Anhand von drei Modellmaterialien, die den Bereich vom reinen Gewebe über eine flexible Gewebemembran bis hin zu einer gewebeverstärkten Platte abdecken sollen, wird in einigen experimentellen Untersuchungen das grundlegende Materialverhalten ermittelt. Auf Basis dieser Versuchsergebnisse erfolgt dann die sukzessive Anpassung des Gewebemembranmodells. Die erfolgreiche Modellanpassung dient dabei zum einen als Validierung, andererseits soll damit eine mögliche experimentelle Vorgehensweise zur Parameterbestimmung demonstriert werden.

Nachdem in den Kapiteln 2-4 das Gewebemembranmodell zur Simulation des Verformungsverhaltens entwickelt und getestet wurde, erfolgt darauf aufbauend in Kapitel 5 die Untersuchung des Versagensverhaltens. Nach einer Darstellung der grundlegenden Versagensmechanismen und einiger spezieller Methodiken zu ihrer experimentellen Untersuchung wird ein Überblick über existierende Modellansätze zur Beschreibung der Schädigung und des Versagens von Gewebemembranen gegeben. Anschließend werden erste Versagenskriterien in das Modell implementiert. In den folgenden Modellanwendungen werden die stochastischen Einflüsse der gewählten Modellierung betrachtet und die Interaktionen der Mikrostruktur bei verschiedenen Belastungsarten und Materialkonfigurationen untersucht. Die Simulation eines Berstversuchs als realitätsnaher Anwendungsfall schließt die Arbeit ab.

## 2 Einführung in die Gewebemembranen



**Abbildung 2.1:** Anwendungsbeispiele für Gewebematerialien aus Bauwesen, Luft- und Seefahrt. (Bildquellen: [156, 165, 166])

### 2.1 Anwendungen

Die Anwendungsbereiche von Geweben und Gewebemembranen sind äußerst vielfältig. Ihre Herstellung und ihr Gebrauch gehören zu den ältesten Handwerken der Menschheit. Schon in der Frühzeit wurden Bekleidungsstücke aus gewebten Fasern hergestellt, in nahezu allen Kulturen waren Zelte als temporäre Behausungen zu finden und auch die antike Schifffahrt hat schon früh durch die Verwendung von Segeltuch den Wind als Antrieb zu nutzen gewusst. Im Zuge der Industrialisierung wurden die ursprünglich sehr aufwändigen handwerklichen Herstellungsverfahren von Geweben durch maschinelle Prozesse ersetzt, die die Leistungsfähigkeit der Gewebe um ein Vielfaches erhöhten und die Verbreitung enorm förderten. Die Textilindustrie gehört auch heute noch zu den größten Industriezweigen in den meisten entwickelten Ländern. Die anhaltende Entwicklung von neuen Fasermaterialien sorgt für eine ständig breiter werdende Palette an Anwendungen der Gewebe [78]. Dabei können Gewebemembranen als Unterklasse der Gewebe angesehen werden, da sie durch Beschichtung oder Einbettung mit einem im Vergleich zu den Fäden meist nachgiebigeren Material hergestellt werden. Sie werden daher in der vorliegenden Arbeit einheitlich behandelt. Die heutigen Anwendungen der Gewebematerialien lassen sich anhand ihrer Einsatzbereiche in Textil- und Bekleidungsindustrie, Bauwesen und Verkehrswesen unterteilen. In den verschiedenen Anwendungen entstehen dabei zum Teil sehr stark unterschiedliche Anforderungsprofile an die Gewebematerialien.

Im Bereich der *Textil- und Bekleidungsindustrie* liegt der Schwerpunkt auf ästhetischen und physiologischen Gesichtspunkten. Nach [174] kann man die Anwendungen in der Textilindustrie noch weiter in Bekleidungs-, Haus- und Heimtextilien und Technische Textilien kategorisieren. Letztere bilden eine Ausnahme, da hier grundsätzlich die physikalischen Materialeigenschaften wie Nachgiebigkeit, Festigkeit, Temperaturbeständigkeit etc. von Bedeutung sind. Beispiele hierfür sind Schutzbekleidungen gegen Hitze, abriebsresistente Arbeitskleidung oder auch Splitterschutzbekleidung.

Die zweite große Gruppe der Anwendungen von Gewebematerialien bildet das *Bauwesen*. Neben den historischen Anwendungen, beispielsweise in Form von Zelten oder den Vela, den segelartigen Sonnenschutzdächern in den antiken römischen Amphitheatern, haben sich Gewebemembranen als Leichtbaumaterialien zum Über- oder Umspannen großer Flächen verbreitet. Ausgehend von den Seilnetzwerkstrukturen, wie sie beispielsweise in der Überdachung des Münchener Olympiastadions von 1974 zu finden sind, haben sich die so genannten weitgespannten Flächentragwerke einerseits aufgrund ihrer Effizienz, andererseits jedoch im Wesentlichen wegen ihrer herausragenden ästhetischen Wirkung zu einem vielfach verwendeten Bauwerkstyp entwickelt. Eine zentrale Rolle spielte dabei der Sonderforschungsbereich 64 „Weitgespannte Flächentragwerke“ der DFG an der Universität Stuttgart [29], der 1970 um Frei Otto und Fritz Leonhardt entstand. Auch in der vorliegenden Arbeit werden einige der Ergebnisse aufgegriffen, die im Rahmen dieses Sonderforschungsbereichs erzielt wurden. Um Formstabilität zu erhalten, stehen die Membrantragwerke in nahezu allen Anwendungsfällen unter Vorspannung. Dies kann zum einen durch Zugvorspannung geschehen (zuggespannte Membranen), zum anderen durch Innendruck (pneumatische Membranen). Die daraus entstehenden Strukturen zeichnen sich meistens durch eine räumlich zweifach gekrümmte Geometrie aus, die die ästhetische Wirkung derartiger Bauten bestimmt. Als Anwendungsbereich der pneumatischen Strukturen eignen sich besonders temporäre Strukturen, die schnell auf- und abgebaut werden können und leicht transportierbar sind. Beispiele hierzu finden sich u.a. in [108]. Eine Erweiterung der pneumatischen Strukturen stellt die so genannte Tensairity<sup>®</sup>-Bauweise dar [124]. Sie erhöht die eher geringe Tragfähigkeit der Aufblasstrukturen durch Kopplung mit speziellen lasttragenden Elementen wie Seilen und Stäben. Eine ganz andere Verwendung finden Gewebemembranen im Bauwesen als Geotextilien. Hier sorgen sie im Boden eingelassen für eine erhöhte Stabilität beispielsweise von Böschungen, Wällen oder Dämmen.

Unter dem Oberbegriff *Verkehrswesen* werden eine Vielzahl weiterer Anwendungen zusammengefasst. Die Luftfahrt beispielsweise hat eine lange Tradition in der Verwendung von Gewebematerialien. Ballon- und Fallschirmstoffe sowie Stoffbespannungen für Flugzeuge und die Hüllenmaterialien der Luftschiffe wurden schon im neunzehnten Jahrhundert verwendet. Heutige Anwendungsszenarien für Luftschiffe, wie beispielsweise das ehrgeizige Lasttransportkonzept des gescheiterten Cargolifters oder die zunehmend mit Interesse betrachteten Konzepte einer Höhenplattform, stellen höchste Anforderungen an die mechanischen Eigenschaften von Hüllenmaterialien [94]. Weitere Fortschritte sind auf diesen Gebieten nur unter Anwendung modernster Materialien, wie den Aramid-Geweben, zu erzielen. Im Bereich der Seefahrt werden



unter anderem die Segel aus Gewebematerialien hergestellt. In modernen Rennyachten steckt sehr viel Know-How in der Auslegung, Herstellung und dem Betrieb der Segelmaterialien. Je nach Art des Segels, beispielsweise im Großsegel oder im Spinnacker, kommen verschiedenen, spezialisierte Gewebewerkstoffe zum Einsatz. In der Automobilindustrie ergeben sich neben den klassischen Bereichen der textilen Innenauskleidungen wie den Sitzbezügen durch die flächendeckende Einführung von Airbag-Systemen auch Anwendungen für fortschrittliche Gewebematerialien. Auch die üblichen Planen der Aufbauten von Lastkraftwagen stellen einen typischen Anwendungsfall dar. Im entfernten Sinne können sogar die teilweise durch Gewebe verstärkten Reifen zu den Gewebemembranen gezählt werden. Die schon bei den Anwendungen im Bauwesen angesprochenen pneumatischen Membrankonstruktionen bieten auch im kleineren Maßstab als ausfaltbare oder wandelbare Konstruktionselemente interessante Verwendungsmöglichkeiten. So werden in der Raumfahrt Strukturen wie beispielsweise aufblasbare Antennen untersucht, die während des Starts von der Erde platz sparend verpackt sind und erst im All ausgefahren bzw. aufgeblasen werden.

Die Einführung der Faserverbundwerkstoffe zur Herstellung äußerst leichter und effizienter Strukturbauteile eröffnete ein neues großes Anwendungsfeld für Gewebe als Verstärkungsmaterialien. In der großen Mehrzahl werden hier Glas- oder Kohlefasern in nahezu allen bekannten Webformen verwendet. In der Handhabung sind die Gewebe dabei den klassischen unidirektionalen (UD) Verstärkungsschichten überlegen. Insbesondere im Rahmen der immer noch maßgeblichen manuellen Fertigungsverfahren ist der Umgang mit UD-Materialien und Prepregs äußerst anspruchsvoll. Die Einführung von Gewebe-Prepregs erlaubt hier eine deutliche Vereinfachung. Durch die Welligkeit der Fadenverläufe im Gewebe ergeben sich jedoch Nachteile in der maximalen Festigkeit und somit in der Effizienz der Verstärkungswirkung. Für die Anwendungen mit höchsten Anforderungen werden daher zunehmend so genannte krümmungsfreie Gewebe (non-crimp fabrics) verwendet, die aus großen parallelen Bündeln von UD-Fasern bestehen und durch einige leichte Fäden in Querrichtung zusammengehalten werden. In Hinblick auf die Formbarkeit zweifach gekrümmter räumlicher Flächen sind jedoch wiederum die Gewebe besonders geeignet. Hierbei wird die Wahl des Gewebetyps auch von Anforderungen durch vorgegebene Bauteilkrümmungen beeinflusst. Die Dominanz der manuellen Fertigungsverfahren bei der Herstellung von Bauteilen aus Faserverbundwerkstoffen stellt derzeit eines der größten Hindernisse für ihre weitere Verbreitung dar. Durch die Einführung automatischer Fertigungsverfahren sind deutliche Fortschritte zu erwarten. Gerade hier könnten die Gewebe den Vorteil ihrer höheren Strukturstabilität bei Transport und Verarbeitung ausspielen. Verschiedenen Verfahren zur Komposit-Fertigung werden derzeit diskutiert und untersucht. In den meisten Fällen werden analog zum Tiefziehen von Blechen Gewebematerialien in eine dreidimensionale Form gepresst. Hierbei kann einerseits in zwei Stufen erst das reine Gewebe geformt und anschließend das Matrixmaterial eingepresst werden. Andererseits kann auch in einem Einschrittverfahren ein Gewebe-Prepreg oder auch ein Gewebe mit gemischten Verstärkungsfasern und faserförmigem Matrixmaterial umgeformt werden.

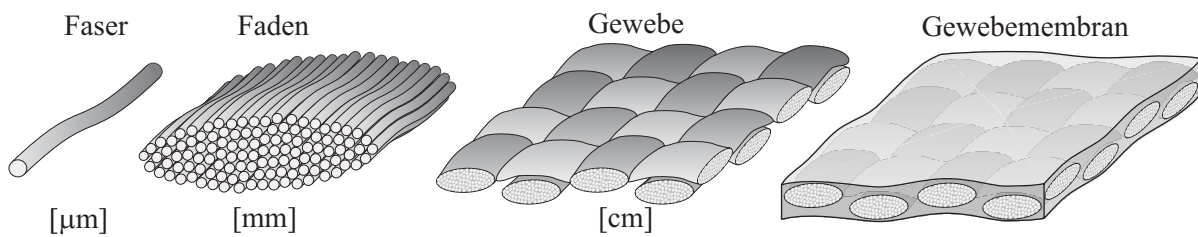


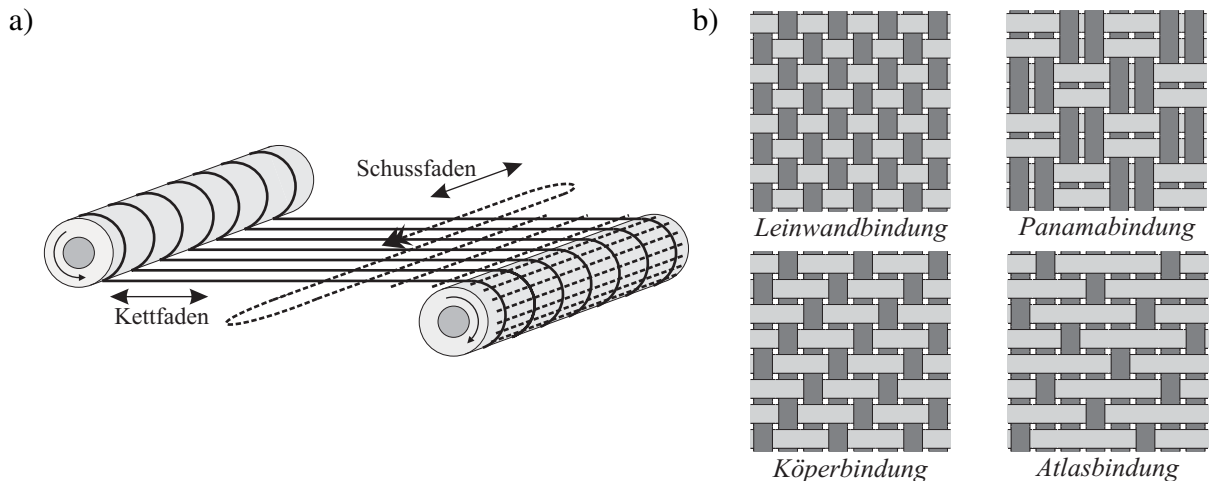
Abbildung 2.2: Skalenebenen der Gewebestruktur: Faser - Faden - Gewebe.

## 2.2 Eigenschaften

Ebenso wie die dargestellten Anwendungsgebiete sind auch die Arten und Eigenschaften von Geweben und Gewebemembranen vielfältig und zum Teil sehr unterschiedlich. Für die verschiedenen Anwendungsbereiche stehen dabei unterschiedliche Eigenschaften der Gewebe im Vordergrund. Die Bekleidungsindustrie beispielsweise betrachtet im Wesentlichen ästhetische und physiologische Eigenschaften, während die Gewebematerialien für technische Anwendungen (Technische Textilien) nach ihren physikalischen Eigenschaften wie Nachgiebigkeit, Festigkeit, Abnutzungsverhalten etc. beurteilt werden. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit liegt der Schwerpunkt auf den Technischen Textilien mit ingenieurmäßiger Anwendung. Insbesondere für die durch Hinzunahme von Beschichtungen entstehenden Gewebemembranen stellen die Zugeigenschaften und die Formsteifigkeit bzw. die Schubeigenschaften die maßgeblichen Kategorisierungs- und Bewertungskriterien dar. Für die Verbundwerkstofffertigung verlagert sich der Betrachtungsschwerpunkt auf die Drapierbarkeit, d.h. die Fähigkeit eines ebenen Gewebes, eine räumliche Form ohne Faltenbildung einzunehmen. Die Zugeigenschaften sind hier erst für den fertigen Verbundwerkstoff von größerer Bedeutung.

### 2.2.1 Gewebestruktur und Herstellung

Gewebe sind künstlich hergestellte, flächige Materialien von großer Flexibilität. Aus Fasern verschiedenster Art werden Fäden hergestellt. Diese „eindimensionalen“ Elemente werden zu einer mehr oder weniger losen ebenen Struktur zusammengefügt, die nur durch die innere Verschränkung der Fäden ihre Stabilität erhält (Abb. 2.2). Das wesentliche Merkmal von Geweben als Faserstrukturen ist daher nach Hearle [78] die Kombination aus Verformbarkeit und Festigkeit. Der im kraftfreien Zustand lose und bewegliche Verbund wird bei Belastung steif und stark. Die erzielbaren Eigenschaften des Gewebeverbunds hängen dabei von verschiedenen Parametern auf den unterschiedlichen Ebenen der Struktur ab. Die Flexibilität der Fäden ist durch das Fasermaterial sowie durch die Faseranzahl und deren Verdrillung bestimmt [122]; die Fadenstärke und die Webstruktur wiederum beeinflussen die Verformbarkeit des Gewebeverbunds [158]. Die Fertigung der Gewebematerialien gliedert sich analog zu ihrer Struktur in mehrere Stufen. Dies sind die Herstellung der Fasern, das Spinnen der Fasern zu Fäden, das Verweben der Fäden, die Veredelung bzw. Nachbehandlung des Gewebes und gegebenenfalls das Beschichten.



**Abbildung 2.3:** Gewebeherstellung: a) Kett- und Schussfäden im schematischen Webverfahren, b) Bindungstypen.

### Von der Faser zum Faden

Als Fasermaterialien steht eine Vielzahl an Stoffen zur Auswahl, die sich grob in Naturfasern und Chemiefasern unterteilen lassen. Für die hier betrachteten technischen Gewebeanwendungen werden hauptsächlich Chemiefasern verwendet, die in industriellen Fertigungsverfahren hergestellt werden können. Zur Gruppe der Chemiefasern gehören entsprechend der DIN ISO 2076 [59] zum einen die Polymere, beispielsweise Polyethylen (PE), Polyamid (PA) oder Polyester (PES), zum anderen die anorganischen Faserstoffe wie Glas- oder Kohlefasern. Aus den einzelnen Fasern werden durch Spinnverfahren Fäden, in der Textilindustrie auch Garne genannt, hergestellt. Diese können mit unterschiedlicher Länge der Ausgangsfasern ausgeführt werden. Fäden aus kurzen Fasern werden als Stapelfasergarne bezeichnet; bei der Verwendung von Endlosfasern entstehen die so genannten Filamentgarne. Des Weiteren können die Fäden mit einer Verdrillung angefertigt werden, die je nach Größe die innere Reibung der Fasern und somit den Zusammenhalt der Fäden erhöht. Zur Klassifizierung der Eigenschaften von Garnen wird in der Textilindustrie die so genannte Feinheit verwendet. Sie ist definiert als Quotient aus Masse zu Länge mit der Einheit Tex. Dabei entspricht ein Tex einem Gramm pro Kilometer Garmlänge. Eine ausführliche Beschreibung der möglichen Fasermaterialien, deren Herstellungsverfahren, sowie der zugeordneten Spinnverfahren zur Herstellung der Fäden findet sich bei Wulfhorst [174].

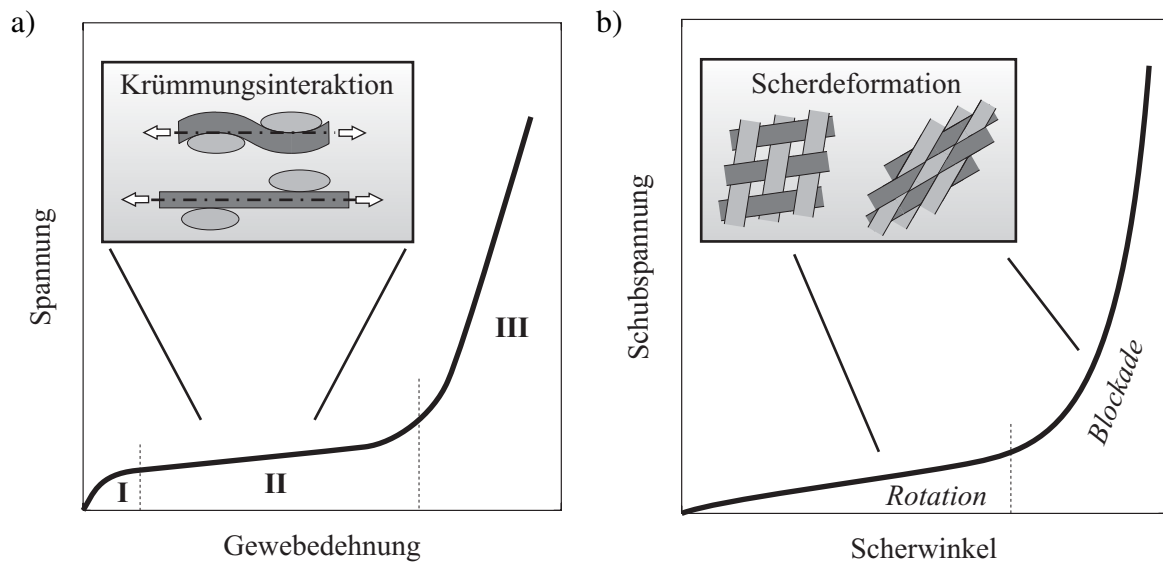
### Vom Faden zum Gewebe

Es existieren mehrere Möglichkeiten, um aus den einzelnen Fäden textile Flächengebilde herzustellen. Das Weben stellt hierbei das wichtigste Verfahren dar. Alternativ dazu sind Verfahren wie Flechten oder Stricken zu nennen, die jedoch nicht Teil dieser Arbeit sind. Ein typisches Gewebe besteht aus zwei sich senkrecht zueinander kreuzenden Fadengruppen, den Kett- und Schussfäden. Im Webstuhl werden durch einen Satz von parallelen unter Vorspannung gehaltenen

tenen Kettfäden senkrecht zur Abzugsrichtung die Schussfäden geführt (siehe Abb. 2.3a). Das entstehende Muster der Fadenverkreuzung wird als Bindung bezeichnet. Die einfachste und zugleich engste Bindung der zwei Fadengruppen ist die Leinwandbindung, bei der die Fäden zwischen jedem Kreuzungspunkt von der Oberseite auf die Unterseite des Gewebes wechseln. Weitere Bindungsarten erhält man, wenn ein Faden jeweils über mehrere Quersfäden hinweg verläuft. So ergeben sich beispielsweise die in Abb. 2.3b gezeigten Köper- und Atlasbindungen. Werden als Abwandlung der Leinwandbindung statt einem jeweils zwei oder mehr Fäden in gleichem Muster geführt, so erhält man die Panamabindung. Die genauen Bezeichnungen der Grundbindungstypen sowie weitere relevante Begriffe für die Beschreibung von Geweben sind in der DIN 61101-1 [52] festgelegt. Durch die abweichende Anzahl und Dichte der Fadenverkreuzungen unterscheiden sich die Gewebe verschiedener Bindungstypen in ihren Eigenschaften. Die Leinwandbindung ergibt den stärksten Zusammenhalt der Fadengruppen. Sie weist allerdings auch die am stärksten gewellten Fadenverläufe auf, was sich nachteilig auf die Festigkeit auswirken kann. Für Anwendungen, bei denen eine hohe Schubverformung gewünscht ist, werden in der Regel Bindungen mit geringerer Fadenkreuzungsdichte bevorzugt.

## 2.2.2 Verformungsverhalten der Gewebestrukturen

Aufgrund ihres beweglichen Aufbaus aus relativ lose verkreuzten Fäden, im Folgenden als Mikrostruktur bezeichnet, zeigen die Gewebe ein von homogenen flächigen Materialien deutlich abweichendes Verformungsverhalten. Gemeinsam ist ihnen als zweidimensionales flexibles Material die fehlende bzw. sehr geringe Druck- und Biegesteifigkeit. Druckkräften weicht das Gewebe geometrisch aus, es kommt zur Bildung von Beulen und Falten. Ein Überblick über das Beulverhalten von Textilien findet sich bei Amirbayat und Hearle [4]. Für die technischen Anwendungen von Gewebemembranen ist das Beulverhalten üblicherweise nur insoweit von Bedeutung, dass die Faltenbildung als instabiler Zustand möglichst vermieden werden soll. Die wesentlichen Belastungsarten von Gewebemembranen sind daher nur Zug und Schub in der Gewebeebe. In beiden Lastfällen ist das makroskopische Verhalten der Gewebe durch Effekte und Interaktionen der Fäden auf der Mikrostrukturskala geprägt, die sich als Nichtlinearitäten auf der Strukturebene äußern. Bei Zugbelastung in der Gewebeebe ist die Verformungsantwort durch drei Mechanismen geprägt [70]. Bei Lastbeginn erfolgt zunächst Fasergleiten in den Fäden (I), anschließend kommt es im so genannten Strukturdehnungsbereich (II) zur Glättung der anfänglich gekrümmten Fadenverläufe. Im Bereich der Materialdehnung (III) schließlich erfolgt die Dehnung der Fäden selbst. Der Spannungs-Dehnungs-Verlauf ist somit nichtlinear und zeigt im Allgemeinen entsprechend der Abb. 2.4a drei unterscheidbare Bereiche. Insbesondere der mittlere Verformungsbereich, die so genannte Krümmungsinteraktion, stellt dabei das charakteristische Merkmal des Gewebeerhaltens dar. Die Welligkeit der sich kreuzenden Fäden passt sich dem angelegten Lastverhältnis an, wobei die Anpassung bei sehr geringem Widerstand erfolgt. Die aus der Krümmungsinteraktion resultierende Nichtlinearität kann dazu von der Lastgeschichte abhängig sein [157]. Die in der Regel senkrecht zueinander verlaufen-



**Abbildung 2.4:** Typische Gewebemechanismen bei der Verformung von Gewebematerialien: a) Krümmungsinteraktion bei Zug, b) Scherdeformation bei Schub.

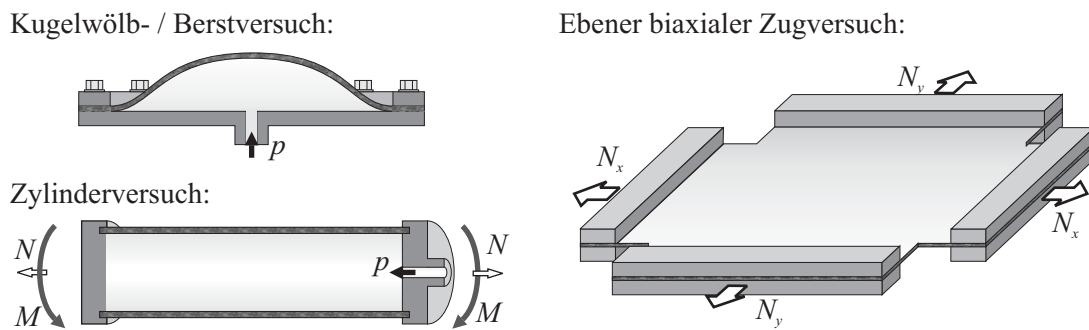
den Fadengruppen führen zu einem im Ausgangszustand orthotropen Material. Aufgrund der Beweglichkeit der Fäden erfolgt jedoch bei Schubbelastungen eine Anpassung der Fadenrichtungen durch eine relative Rotation der Fadengruppen um die Kreuzungspunkte. Dieser Verformungsmechanismus bei Schub, im Englischen in Anlehnung an den Gitterzaun („trellis“) auch „trellising“ benannt, kann je nach Webdichte über einen großen Scherwinkelbereich nahezu ohne Widerstand auftreten. Erst wenn die Schubverformung so groß wird, dass die parallelen Fadengruppen in Berührung kommen, steigt der Widerstand an. Da eine weitere Verformung dann kaum noch möglich ist, wird dieser Effekt als Blockieren des Gewebes bezeichnet. Einen typischen Verlauf der Widerstandskraft gegen Schubdeformation und die zugrunde liegende Fadenkinematik zeigt die Abb. 2.4b. Die über weite Bereiche gute Schubverformbarkeit stellt für viele Anwendungen eine wichtige Grundlage dar. Denn erst durch Schubdeformation ist ein ebenes Material in der Lage, eine räumlich zweifach gekrümmte Geometrie einzunehmen, wie sie in der Mehrzahl der Anwendungen gewünscht wird. Die Effekte der Krümmungsinteraktion bei Zug- und der freien Fadenrotation mit abschließendem Blockieren bei Schubbelastungen verdeutlichen den dominierenden Einfluss der Mikrostruktur auf das Verformungsverhalten von Geweben. Sie sind ein wesentliches Unterscheidungsmerkmal zu homogenen Membranmaterialien. Aufgrund der geringen Größenordnungsdifferenzen der Längenskalen von Mikro- und Makrostruktur in Geweben sind diese weniger als Material, sondern eher als Struktur anzusehen. Die auf ein Gewebe aufgetragenen Beschichtungen können die Beweglichkeit der Fäden mindern und somit deren Auswirkungen dämpfen. Abhängig von Steifigkeit und Dicke der Beschichtung bleibt ihr Einfluss aber über weite Bereiche erhalten. Die beispielsweise im Baugewerbe für Membrandächer verwendeten silikonbeschichteten Glasgewebe zeigen noch deutlich die Gewebemechanismen, während diese bei den Gewebeverbundwerkstoffen mit fester Matrix wie Epoxid kaum noch zu beobachten sind.

## 2.3 Versuchsmethodiken zur Gewebemembranprüfung

In den verschiedenen Anwendungsbereichen der Gewebe und Gewebemembranen wurden eine Vielzahl von Versuchsmethodiken zur Ermittlung der jeweils relevanten Materialparameter und Eigenschaften entwickelt. Im Folgenden sind die für die Bestimmung der mechanischen Gewebeeigenschaften eingesetzten Methodiken und Techniken bereichsübergreifend zusammengestellt. Die Normen zur mechanischen Prüfung von Textilien und Gewebemembranen sind eher uneinheitlich. Im Wesentlichen basieren sie auf einachsigen Zugversuchen wie dem Streifenzugversuch und dem Grab-Zugversuch für Gewebe nach DIN EN ISO 13934-1 und -2 [53, 54] oder für beschichtete Gewebe nach DIN EN ISO 1421 [57] mit dem Ziel, Festigkeiten zu ermitteln. In der Literatur findet sich dagegen eine deutlich größere Anzahl unterschiedlicher Konzepte. Ein sehr frühes Beispiel hierfür sind die umfangreichen experimentellen Untersuchungen an Ballonstoffen und Luftschiffhüllen von Haas [71] aus dem Jahr 1913. Hier wurde in Grundzügen schon der größte Teil der auch heute noch verwendeten Methoden angewendet. Für den Bereich der Textil- und Bekleidungsindustrie wurde von Kawabata mit dem so genannten Kawabata Evaluation System [87] ein standardisierter Satz an Versuchsaufbauten zur Bestimmung der Stoffcharakteristiken bei Zug-, Biege-, Kompressions- und Schubbeanspruchung entwickelt und vorgestellt. Die Vielzahl der weiteren Versuchstypen kann man grundsätzlich unterteilen in Versuche zum Zugverhalten und solche zur Untersuchung des Schubverhaltens.

### 2.3.1 Versuche zum Zugverhalten

Bei der Untersuchung des Zugverhaltens spielt, wie im vorherigen Abschnitt angesprochen, die Krümmungsinteraktion eine zentrale Rolle. Insbesondere bei biaxialen Belastungen führt sie zu dem charakteristischen Gewebeverhalten. Eine experimentelle Untersuchung mit biaxialer Belastung stellt eine große Herausforderung dar, da gegenseitige Beeinflussungen von Einspannungen und Querdehnungsverhalten sowie schon kleinste Ungenauigkeiten zu einer starken Verfälschung der Ergebnisse führen können. Nicht zuletzt deswegen existieren derzeit keine Normen zu biaxialen Zugversuchen an Geweben oder Gewebemembranen. Die einzige Ausnahme hiervon stellt der *Kugelwölb-* bzw. *Berstversuch* der DIN EN ISO 13934 [56] dar. Das zugrunde liegende Versuchsprinzip ist zusammen mit den zwei weiteren im Folgenden vorgestellten Methodiken in der Abb. 2.5 dargestellt. Im Kugelwölbversuch wird eine ebene Probe in eine kreisförmige Einspannung eingebracht und einseitig mit einem gleichmäßigen Flächen- druck zunehmend bis zum Versagen belastet. Dieser Aufbau bietet auf einfachste Art die Möglichkeit, einen biaxialen Belastungszustand in einer Membran zu erzeugen. Mit der gemessenen Wölbhöhe und dem angelegten Druck können unter Annahme eines isotropen, linearen Materials die Steifigkeit und die Festigkeit bestimmt werden. Die Nachteile des Verfahrens sind zum einen das nicht veränderbare biaxiale Spannungsverhältnis in der Probe, andererseits führen die teilweise starken Schubdeformationen der gewölbten Probe, die ungleichmäßige Verteilung der Dehnung mit Zunahme zur Probenmitte hin, sowie die meist anisotropen Eigenschaften der Gewebematerialien zu einer Abweichung von der idealen Kugel- fläche und somit zu einer



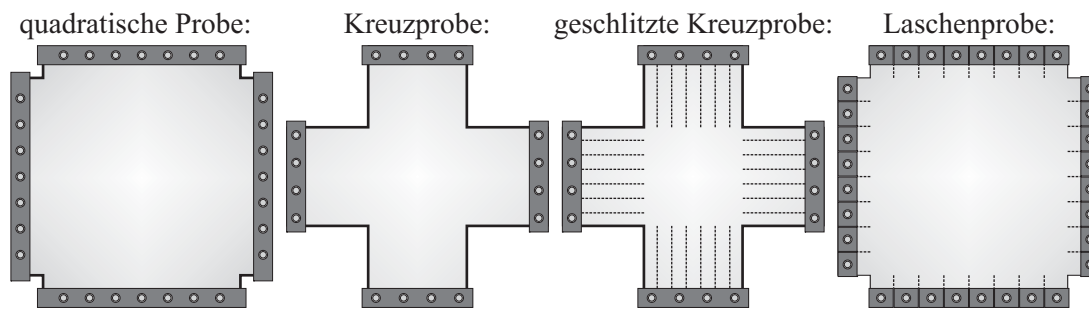
**Abbildung 2.5:** Versuchsmethodiken zur biaxialen Belastung von Gewebemembranen.

fehlerhaften Berechnungsgrundlage. Anwendungsbeispiele des Berstversuchs für beschichtete Gewebe finden sich beispielsweise bei Jagfeld [85] und Nakahara [115]. Die Ergebnisse sind jedoch aufgrund der genannten Ungenauigkeiten nur bedingt übertragbar auf andere Lastbedingungen.

Eine weitere noch recht einfach auf einer einachsigen Zugprüfmaschine realisierbare Möglichkeit zur biaxialen Belastung von Membranen bietet der *Zylinderversuch*. Die zylinderförmige Probe wird an ihren Stirnflächen in eine ringförmige Einspannung eingesetzt. Die Belastung erfolgt zum einen durch Zug entlang der Zylinderachse, zum anderen durch Belastung mit einem Innendruck, welcher eine tangentielle Spannung senkrecht zur axialen Zugspannung in der Probe erzeugt. Das biaxiale Spannungsverhältnis kann dabei variiert werden. Durch zusätzliches Aufbringen einer Torsion der Einspannungen kann dazu noch eine Schubbelastung in die Probe eingebracht werden. Eine Schwierigkeit dieses Versuchstyps liegt in der Realisierung der druckdichten Einspannung, die immer einen unerwünschten Einfluss auf die Probe ausübt. Problematisch ist häufig auch die Notwendigkeit einer Naht in der Probe. Reinhardt [137] schränkt daher ein, dass das im Zylinderversuch gemessene Verhalten keine Kennwerte des Materials sondern nur des Bauteils liefere. Nichtsdestotrotz ist dieser Versuchsaufbau wegen seiner guten Realisierbarkeit auf herkömmlichen Versuchsanlagen beliebt. Ergebnisse aus Zylinderversuchen sind beispielsweise in der schon genannten Arbeit von Haas [71] dokumentiert. Meffert [109] stellt bei Zylinderversuchen mit nahtlos gewebten Gewebemembranen fest, dass die Festigkeit bei biaxialer Belastung ca. 15 % niedriger als bei einachsiger Belastung liegt. Untersuchungen mit Zug, Innendruck und zusätzlicher Torsion werden beispielsweise von Alley und Faison [2] oder Mott et al. [112] durchgeführt.

Die besten Ergebnisse lassen sich mit dem *ebenen biaxialen Zugversuch* erzielen, bei dem zwei Zugachsen auf eine ebene Gewebeprobe wirken. Allerdings sind hierfür spezielle Apparate und Versuchsaufbauten notwendig, um den biaxialen Spannungszustand zu erzeugen. Die Störeinflüsse der Wölb- und Zylinderversuche sind dafür bei der ebenen Probe nicht vorhanden. Jedoch liegt die Herausforderung hier bei der Krafteinleitung, die eine Zwängung der Querverformung durch die Einspannung möglichst vermeiden soll. Vor diesem Hintergrund haben sich zunehmend aufwändigere Varianten der Probenform und Krafteinleitung entwickelt (Abb. 2.6): Die *quadratische Probe* mit fester Einspannung stellt den einfachsten Aufbau dar, der jedoch durch





**Abbildung 2.6:** Probenformen und -einspannungen für den ebenen biaxialen Zugversuch an Gewebemembranen.

einen großen Spannungseinfluss auf die Verformung an den Rändern geprägt ist. In einer abgewandelten Form ist die Probe zusätzlich mit ausgerundeten Ecken ausgeführt. Beispiele hierzu finden sich bei Reichardt et al. [136] oder Checkland et al. [33]. Eine Verminderung des Klemmeneinflusses kann mit der *Kreuzprobe* erreicht werden, wie sie von Haas [71] für Gewebemembranen oder von Clulow und Taylor [39] für Textilien verwendet werden. Ein längerer Arm vom zentralen Messbereich bis zur festen Einspannung ermöglicht dabei den Abbau der Querverformung, jedoch ist mit diesem Probentyp nur noch eine fadenparallele Belastung möglich. Weitere Anwendungen der Kreuzprobe finden sich bei Freestone et al. [63], Skelton [148] oder Stubbs [151]. Durch das Einbringen von fadenparallelen Schlitzen in die Probenarme ergibt sich die *geschlitzte Kreuzprobe*, die eine noch bessere Querdehnungsentlastung ermöglicht. Sie findet beispielsweise Verwendung bei Bridgens et al. [28] für Zeltdachmaterialien oder bei Buet et al. [30], die reine Gewebe mit entfernten Querfäden in den Probenarmen untersuchen. Der am weitesten entwickelte Probentyp ist die *Laschenprobe* mit segmentierter Einspannung. Mit einem hohen konstruktiven Aufwand kann mit dieser Variante ein nahezu optimales Spannungsfeld in einer ebenen Probe erzeugt werden. Der vermutlich erste Aufbau dieser Art wird von Losch entwickelt [105]. Auf derselben Anlage werden dann von Reinhardt [137, 138] umfangreiche Versuche zur Optimierung der Einspannung durchgeführt. Durch die Wahl von Walzenspannköpfen an den Laschen ist er erstmals in der Lage, zuverlässig und mit minimalem Störeinfluss die biaxiale Festigkeit von Gewebemembranen zu messen. Auch Blum und Bidmon [17] verwenden anfangs die Anlage von Losch. Das Bauprinzip wird dann von Blum weiter verfeinert und vielfach verwendet [18–20]. Bis heute erscheint der sehr aufwändige ebene biaxiale Zugversuch mit Laschenprobe und segmentierter Einspannung als die einzige Möglichkeit für eine verlässliche Bestimmung der biaxialen Festigkeit von Geweben und Gewebemembranen. Für die Untersuchung des Verformungsverhaltens bei biaxialer Last unterhalb der Versagensgrenzen ist jedoch die Verwendung der weniger komplexen Aufbauten mit geschlitzter Kreuzprobe ausreichend. Insbesondere durch flächige Messverfahren wie die Photogrammetrie existieren heute komfortable Möglichkeiten, um die Güte des erzeugten Spannungszustandes zu bewerten und somit fehlerhafte Messungen bei einfacheren Versuchsaufbauten zu vermeiden.



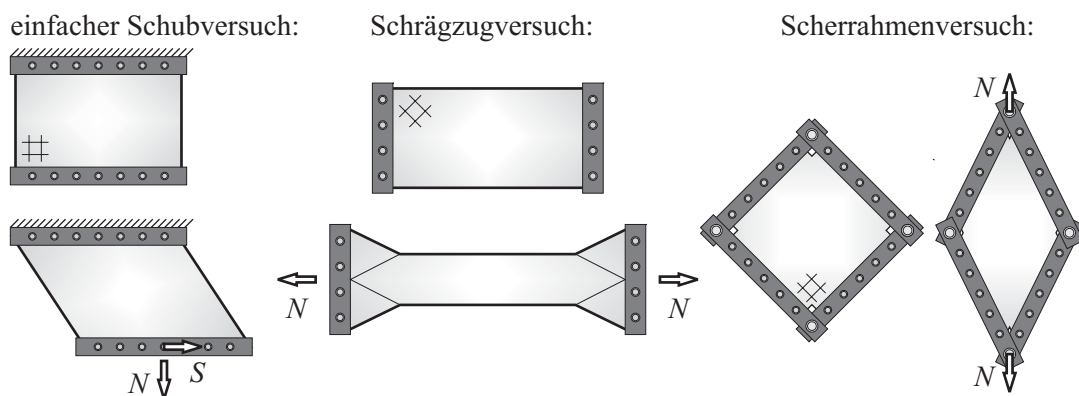


Abbildung 2.7: Versuchsmethodiken zur Schubbelastung von Gewebemembranen.

### 2.3.2 Schubversuche

Auch bei den Schubversuchen gibt es mehrere Möglichkeiten, den gewünschten Schubverformungszustand in einer Probe zu erzeugen. Die drei hier vorgestellten Varianten sind in der Abb. 2.7 dargestellt. Ein klassischer Aufbau zur Schubuntersuchung ist der *einfache Schubversuch*, wie er auch schon von Haas [71] durchgeführt wird. Die Bezeichnung „einfach“ bezieht sich dabei allerdings auf die erzeugte Schubdeformation und nicht auf die technische Realisierung des Versuchs, die etwas aufwändiger ist. Eine rechteckige Probe wird an zwei gegenüberliegenden Seiten fest eingespannt. Die beiden Spanbacken werden entweder mit gleich bleibendem Abstand oder bei konstanter Zugbelastung parallel zueinander verschoben. Der Widerstand gegen diese Verschiebung kann dann zur Bestimmung der Schubsteifigkeit der Probe herangezogen werden. Je nach anliegender Vorspannung stellt sich mehr oder weniger früh Faltenbildung in der Probe ein, so dass der einfache Schubversuch hauptsächlich für die Untersuchung des Bereichs kleiner Verformungen geeignet ist, und vornehmlich in der Textilindustrie Anwendung findet. Mörner und Eeg-Oloffson [111] dokumentieren die Entwicklung eines Versuchsaufbaus, der von Behre [12] weiterentwickelt wird. In ähnlicher Art findet der einfache Schubversuch auch Eingang in das Kawabata-Evaluation-System [87]. Auch aktuellere Arbeiten befassen sich noch mit diesem bewährten Versuchstyp, beispielsweise Zheng et al. [177].

Eine technisch wesentlich einfacher zu realisierende Variante ist der *Schrägzugversuch*. Es handelt sich hierbei um einen einachsigen Zugversuch an einer rechtwinkligen Streifenprobe, die unter 45 Grad zu den Fadenrichtungen ausgeschnitten und belastet wird. Dadurch, dass sich der Schrägzugversuch auf einer herkömmlichen einachsigen Zugprüfmaschine durchführen lässt, erfreut er sich großer Beliebtheit und ist der am häufigsten verwendete Schubversuch für Gewebemembranen. Allerdings ist der im Schrägzugversuch erzeugte Verformungszustand keine reine Schubdeformation, sondern eine Überlagerung aus Zug und Schub. Das Schubverhalten kann daher in diesem Versuch nicht isoliert beobachtet werden; es ist nur auf Basis des bekannten Zugverhaltens bestimmbar. Neben der Zugprüfung von Gewebemembranen entsprechend der DIN EN ISO 1421 [57] kommt der Schrägzugversuch hauptsächlich im Bereich der Her-

stellungssimulation von Gewebeverbundwerkstoffen zur Anwendung. Er wird in vielen Arbeiten zur Modellanpassung spezialisierter FE-Simulationen für das Formen und Tiefziehen von Geweben und Gewebe-Prepregs verwendet [32, 74, 91, 110, 128, 131, 144, 147, 176].

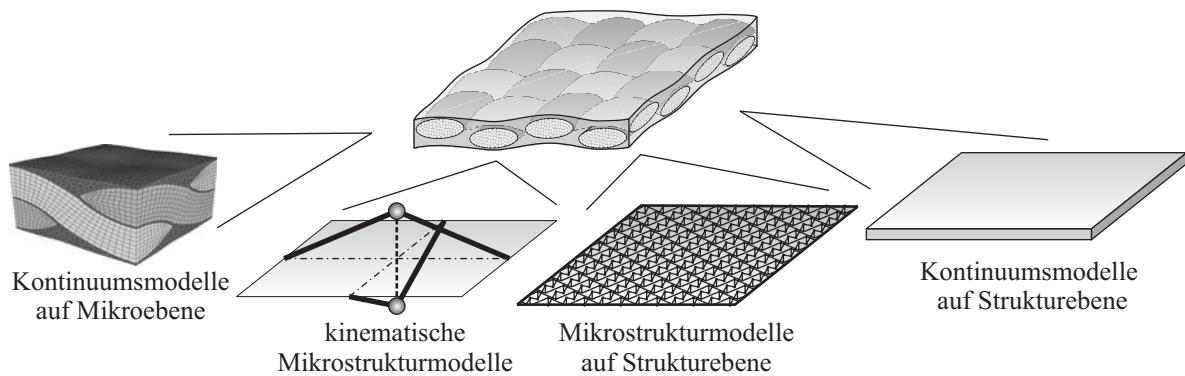
Als dritte Variante der Schubuntersuchung ist der *Scherrahmenversuch* zu nennen. Eine quadratische Probe wird in einen festen Rahmen eingespannt, dessen vier Seiten drehbar miteinander verbunden sind. Durch eine diagonal gerichtete Belastung auf zwei gegenüberliegenden Ecken des Rahmens verformt sich dieser zu einer Raute und prägt so der Probe eine Schubdeformation auf. Diese ist im Allgemeinen sehr gleichmäßig und gut regulierbar, allerdings ist der Spannungszustand in der Probe aufgrund der allseitigen Einspannung nicht bestimmbar. Vielfach wird der Scherrahmenversuch daher eher für die Bestimmung der Schubdeformationsgrenze als für die Schubsteifigkeit verwendet. Anwendungsbeispiele finden sich in [100, 101, 104]. Für die Anwendungen in der Simulation des Herstellungsvorganges von Gewebe-Kompositen rückt zunehmend die genaue Deformation der Fäden ins Blickfeld. Einige der genannten neueren Arbeiten, wie Potluri et al. [131] oder auch Lomov et al. [104], kombinieren die Schubversuche mit mikroskopischen Untersuchungen der deformierten Fadenlagen. Ziel ist es hier, eine möglichst genaue Vorhersagbarkeit für die Faserverläufe in den fertigen Verbundwerkstoffen zu ermöglichen.

### 2.3.3 Kombinierte Versuche

Wie schon am Beispiel des Zylinderzugversuches mit Innendruck und Torsion oder des einachsigen Streifenzugversuchs deutlich wird, ist es nicht immer sinnvoll bzw. möglich, das Schubverhalten getrennt vom Zugverhalten zu untersuchen. Weitere Beispiele für kombinierte Zug- und Schubversuche sind beispielsweise biaxiale Zugversuche mit schräg eingespannter Probe bei Bögner [20] oder die Verwendung einer T-förmigen Probe eingespannt in einer biaxialen Zugprüfmaschine bei Vysochina et al. [160].

### 2.3.4 Zusammenfassung der Versuchsmethodiken

Die Vielzahl der möglichen Versuchstypen wirft die Frage nach der Vergleichbarkeit der Ergebnisse auf, mit der sich einige Arbeiten beschäftigen. Unter anderem erarbeiten Harrison et al. [74] einen systematischen Vergleich der Ergebnisse aus dem Schrägzug- und dem Scherrahmenversuch für Glas- und Kohlefaser-Prepregs für die Verbundwerkstoffherstellung. Chang et al. [32] beziehen in einer ähnlichen Untersuchung auch noch Ergebnisse aus einem ebenen biaxialen Zugversuch mit schräg eingespannter Probe mit ein. Beide Arbeiten zeigen, dass eine Vergleichbarkeit der Ergebnisse nur unter genauer Berücksichtigung der jeweiligen Versuchsrandbedingungen möglich ist. Grundsätzlich gibt es über den begrenzten Umfang der genannten Normen hinaus keine allgemein gültige und anerkannte Vorgehensweise zur vollständigen experimentellen Bestimmung des Gewebeverhaltens. Die möglichen Versuchsmethodiken sind genauso vielfältig wie die Anwendungsbereiche der Gewebe und Gewebemembranen. Die Auswahl einer geeigneten Vorgehensweise bleibt daher dem jeweiligen Anwender vorbehalten.



**Abbildung 2.8:** Modellierungsansätze für Gewebemembranen auf den verschiedenen Skalenebenen.

## 2.4 Modellierungsansätze

Die Gewebe stellen mit ihrer Struktur aus beweglichen Fäden und den daraus resultierenden Verformungsmechanismen wie der Krümmungsinteraktion und dem Scherblockieren eine Herausforderung für die Modellierung dar. Historisch gesehen entstand mit dem Übergang von der handwerklichen Gewebeerstellung zur industriellen Fertigung und darauf folgend der Entwicklung der technischen Anwendungen eine zunehmende Notwendigkeit zur mathematischen und wissenschaftlichen Beschreibung der Gewebe. Dabei lagen die Schwerpunkte der Modellbeschreibung entsprechend der jeweiligen Anwendung in unterschiedlichen Bereichen. Klassische Fragestellungen für den Bereich der Bekleidungsindustrie, dem frühesten industriellen Anwendungsbereich der Gewebe, sind Formbarkeit, Trageverhalten und Abnutzung. Die wichtigste Aufgabe früher Modellansätze bestand in der Vorhersage, ob ein Stoff eine gewünschte räumliche Form einnehmen kann (Formbarkeit), und wie er dazu möglichst effizient aus Einzelstücken zusammengesetzt werden kann (Zuschnitt). Die Anforderungen an die Modellierung von Gewebemembranen als Strukturanwendungen sind zum Teil sehr ähnlich. Die möglichen räumlich gekrümmten Formen der Membran und die dazu notwendigen Zuschnitte ergeben sich aus den gleichen Grundsatzüberlegungen. Hinzu kommt hier jedoch ein Schwerpunkt auf den mechanischen Eigenschaften. Das Verhalten unter den Vorspannungs- und Betriebslasten und auch die Sicherheit und Lebensdauer der Membranstrukturen sind ein wesentlicher Aspekt der Berechnungsanforderungen. Das Grundproblem der räumlichen Form ist auch in dem heute aktuellen Anwendungsbereich der textilen Faserverbundwerkstoffe und deren Herstellung ausschlaggebend. Auch hier sind mögliche Bauteilformen durch die Formbarkeit der Gewebelagen begrenzt. Dabei wird hier noch stärker Wert auf eine Repräsentation der Fadenstruktur gelegt, da die genaue Fadenlage die Leistungsfähigkeit des fertig ausgehärteten Gewebeerbundwerkstoffes maßgeblich beeinflusst. Die Modelle, die für die Bestimmung der Formbarkeit und Simulation der Herstellung der Verbundwerkstoffe verwendet werden, sind dabei den klassischen Modellen für Gewebemembranen sehr ähnlich. Ein Gewebe-Prepreg beispielsweise kann als Gewebemembran mit einer viskosen Beschichtung angesehen werden. Im Folgenden werden daher die Modelle aus den Bereichen der Textilindustrie, der Gewebeerbundwerkstoff - Her-

stellung und der Gewebemembranen einheitlich behandelt. Da aber die Gewebemembranen den Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit darstellen, steht die mechanische Belastbarkeit unter Zug- und Schublasten im Vordergrund.

Die Vielzahl der existierenden Arbeiten zur Modellierung von Gewebematerialien lässt sich nur schwer in ein einheitliches Schema einordnen. Eine Gliederung entsprechend der Anwendungen, beispielsweise nach Textilanwendungen, Gewebemembranen als Strukturbauteile oder der Gewebeverbundwerkstoffherstellung, erscheint nur vordergründig sinnvoll, da viele der Ansätze in den Teilbereichen ähnlich sind. Eine mögliche Alternative einer grundsätzlichen Einordnung bietet die Unterscheidung der rein phänomenologischen von den physikalisch motivierten Ansätzen, die im Folgenden vorgenommen wird. Im Rahmen der phänomenologischen Ansätze wird dabei versucht, das auf der makroskopischen Strukturebene beobachtete komplexe Materialverhalten der Gewebe ohne Berücksichtigung ihrer physikalischen Ursachen in einem angemessenen Materialmodell zu beschreiben. Die physikalisch motivierten Ansätze dagegen gehen meist von Annahmen auf der Skalenebene der Mikrostruktur aus und versuchen, daraus das Verhalten auf makroskopischer Ebene zu erzeugen. Die unterschiedlichen Anwendungsschwerpunkte dieser zwei grundlegenden Klassen werden schnell deutlich. Die physikalisch motivierten Modelle beinhalten im Allgemeinen Informationen über die Mikrostruktur der Gewebe und sind dadurch umfangreicher und komplexer. Anwendungen wie die Verbundwerkstofffertigung haben größeren Bedarf an diesen Informationen, so dass hier die höhere Komplexität gerechtfertigt ist. Für reine Strukturberechnungen, beispielsweise von Membrandächern ist dies nicht unbedingt der Fall, daher wird hier tendenziell eher die phänomenologische Beschreibung gewählt.

### 2.4.1 Phänomenologische Modelle

Die aus den Mikrostrukturmechanismen resultierenden nichtlinearen Materialeigenschaften werden im Rahmen phänomenologischer Modelle durch mehr oder weniger komplexe Materialgesetze angenähert. Anwendung finden sie im Wesentlichen in Strukturberechnungen mittels der Finiten-Elemente Methode (FEM). Das Gewebe bzw. die Gewebemembran wird dabei als Kontinuum angesehen, die Fadenstruktur findet keine Berücksichtigung. Die grundlegende Herangehensweise und die Limitierungen bei der Behandlung der Gewebemembranen als Kontinuum sind schon früh durch Shanahan et al. [143] oder Lloyd [102] beschrieben. Beide Arbeiten beschränken sich jedoch auf linear elastische Materialgesetze, was eine starke Vereinfachung darstellt. Grundsätzlich kann das physikalische Gewebeverhalten in unterschiedlichem Umfang in Materialgesetzen dargestellt werden. Die am stärksten vereinfachte Form ist das linear orthotrope Verhalten. Eine Erweiterung wird durch eine nichtlinear orthotrope Beschreibung erreicht, wie sie beispielsweise von Day [49] verwendet wurde. Kann für das nichtlineare Verhalten eine Potenzialfunktion der Dehnungsenergie aufgestellt werden, so spricht man von hyperelastischen Eigenschaften. Taenzer [152] verwendet ein derartiges orthotropes hyperelastisches Materialgesetz für die Modellierung von Segeln, bei dem die biaxiale Abhängigkeit

jedoch linear approximiert wird. Ein sehr allgemeines anisotropes hyperelastisches Verhalten wird von Losch [105] für Gewebemembranen angewendet. Das Materialgesetz weist dabei 19 Parameter auf, die experimentell bestimmt werden müssen. Hier zeigt sich die Schwierigkeit der phänomenologischen Ansätze auf der Strukturebene sehr deutlich. Letztlich wird eine mathematische Formulierung gesucht, die durch eine mehr oder weniger große Anzahl an Parametern das beobachtete nichtlineare Gewebematerial möglichst genau beschreiben soll. Dabei werden zwar bevorzugt kontinuumsmechanisch motivierte Ansätze verwendet, dies ist jedoch keine Notwendigkeit. Eine konsequente Weiterentwicklung dieses Gedankens stellt der Ansatz von Bridgens und Gosling [27] dar. Sie nähern die Ergebnisse von biaxialen Zugversuchen direkt durch Spline- und NURBS- Funktionen an, ohne den Umweg über Materialparameter zu gehen. Allerdings ist diese Vorgehensweise versuchstechnisch sehr aufwändig.

Eine weitere Schwierigkeit bei der phänomenologischen Beschreibung auf der makroskopischen Ebene ergibt sich im Fall einer größerer Schubverformung. Die Anpassung der Fadenrichtung muss dann in den Konstitutivgleichungen berücksichtigt werden. Eine Möglichkeit dazu bietet die Invariantenmethode, die die lokalen Fadenrichtungen durch einen Strukturtenor berücksichtigt. Beispiele hierzu finden sich bei Raible [133], Xue et al. [175] und Peng und Cao [128]. Insbesondere für die Formbarkeit spielt die genaue Abbildung des Schubverhaltens eine große Rolle. Im Rahmen der makroskopischen Ansätze werden auch hier verschiedenste Materialgesetze mit unterschiedlicher Komplexität angewendet. In nahezu allen Fällen wird der Schubwiderstand entkoppelt von der Zugbelastung betrachtet. Das Schubverhalten kann dann direkt als nichtlineare oder als linear angenäherte Funktion der Schubdehnung aus Versuchen bestimmt und als Materialgesetz im Modell berücksichtigt werden. Die Modelle von Liu et al. [101] oder von Yu et al. [176] zeigen, dass damit auch die Effekte des Scherblockierens erfasst werden können. Für die Simulation des Formens von Gewebeverbundwerkstoffen werden von Harrison et al. [75] und von Zouari et al. [179] auch Temperaturabhängigkeiten und viskose Eigenschaften der Gewebe-Prepregs durch entsprechende Konstitutivgesetze berücksichtigt. Für die Berücksichtigung der Instabilität bei Druckbelastung, die sich in der Faltenbildung äußert, müssen spezielle Konzepte angewendet werden. Die Modelle im Rahmen der impliziten FEM beschränken sich dabei meist auf die Identifizierung der Faltengebiete, ohne den genauen Faltenverlauf zu bestimmen. In diesem Fall ist es dann ausreichend, Faltenkriterien, beispielsweise basierend auf dem Spannungstensor, in die Konstitutivgleichungen einzubeziehen. Spezielle Membranelemente mit unterschiedlichen Faltenkriterien werden unter anderem von Raible [133, 134] und von Anadjwala und Gonsalves [5] vorgestellt.

### 2.4.2 Physikalisch motivierte Ansätze der Mikrostruktur

Die charakteristischen Verformungsmechanismen der Gewebematerialien entstehen durch die Interaktion der verkreuzten Fadenstruktur. Ansätze, die versuchen diese Fadenstruktur zu berücksichtigen, bilden die Gruppe der physikalisch motivierten Modelle. Die Geweberepräsentation wird meist basierend auf einer Einheitszelle des Gewebes aufgebaut. Die Einheitszelle

beschreibt dabei die kleinste sich wiederholende Struktureinheit der Gewebebindung, im Falle der Leinwandbindung ist dies ein einzelnes Fadenkreuz. Die geometrischen Grundzusammenhänge einer derartigen Einheitszelle werden schon von Peirce [126] beschrieben. Erweiterungen auf andere Bindungstypen erfolgen durch Love [106] und später auch Grosberg [69]. Painter [119] erarbeitet graphische Methoden zur Beschreibung der Gewebegeometrie und deren Verformung. Das Schubverhalten und somit die klassische Problematik der Formbarkeit von Gewebestrukturen lässt sich zu weiten Teilen rein kinematisch beschreiben. Grundlegende analytisch geometrische Zusammenhänge finden sich bei Mack und Taylor [107]. Umfangreiche Übersichten der Arbeiten hierzu aus dem Bereich der Textilindustrie stellen Hearle [77] oder Skelton [149] vor. Viele Anwendungen für die Formbarkeitsuntersuchungen von Gewebeverbundwerkstoffen basieren gleichfalls auf geometrischen Algorithmen, wie die Arbeiten von Van West et al. [164] oder Potluri et al. [132] demonstrieren.

Genauere Aussagen lassen sich durch die Berücksichtigung des Verformungsverhaltens der Fäden erzielen. Derartige Modelle werden beispielsweise von Hancock und Potter [72, 73] zur Identifikation formbarer Flächen und zur Optimierung des manuellen Gewebeauflegens bei der Komposit-Herstellung verwendet. Da bei Zugbelastung im Strukturdehnungsbereich die Verformung durch den Effekt der Krümmungsglättung bestimmt wird, sind auch hierfür zunächst kinematische Zusammenhänge ausreichend. Darüber hinaus hat es sich gezeigt, dass selbst mit der stark vereinfachenden Annahme eines stückweise linearen Fadenverlaufes zwischen den Kreuzungspunkten gute Ergebnisse erzielt werden können. Aufgrund der charakteristischen Form des Fadenverlaufes wird für diese Modellgruppe die Bezeichnung „Dreiecksmodell“ verwendet. Kinematische Einheitszellenmodelle zur Beschreibung der Krümmungsinteraktion werden unter anderem von Leaf [96] und von Stubbs [151] vorgestellt. Bei zunehmendem Lastniveau tritt verstärkt Materialdehnung ein, so dass die rein kinematische Beschreibung nicht mehr ausreicht und eine Modellierung des Verformungsverhaltens der Fäden im Dreiecksmodell erforderlich wird. Kawabata et al. [88] entwickeln eine mathematische Beschreibung der Einheitszelle von Textilgeweben basierend auf der Vorgabe des biaxialen Dehnungszustands. Das Modell berücksichtigt nichtlineares Fadenverhalten sowie kompressible Fadenquerschnitte. In einer speziellen Ausführung für einachsige Belastung wird zusätzlich die Biegesteifigkeit der Fäden mit einbezogen [89], außerdem wird ebenso das Schubverhalten im Rahmen dieses Modells behandelt [90]. Eine Besonderheit stellt die Berücksichtigung einer Abhängigkeit des Schubwiderstands vom Zugspannungszustand des Fadenkreuzes dar, die häufig vernachlässigt wird. Von Meffert [109] wird ein Dreiecksmodell für Gewebemembranen entwickelt, das von einer Kraftvorgabe ausgehend den resultierenden Dehnungszustand ergibt. Meffert berücksichtigt nichtlineares viskoelastisches Verhalten der Fäden und der Beschichtung, allerdings geht er von inkompressiblen Fadenquerschnitten aus. Blum und Bidmon [17] wenden das Modell an und ermitteln daraus ein hyperelastisches Materialgesetz. Eine Erweiterung auf kompressible Fadenquerschnitte und Schubverformungen erfolgt durch Bögner [20]. Vielfach bedienen sich die vorgestellten Modelle eines konstruktiven Ansatzes: Aus der experimentellen Bestimmung der Eigenschaften des einzelnen Fadens werden die Parameter für das Gewebestrukturmodell

abgeleitet, welches dann das makroskopische Verformungsverhalten des Gewebes ergeben soll. Die Zulässigkeit dieses Ansatzes wird in einigen experimentellen Untersuchungen bestätigt. Zusätzlich zu den oben genannten Arbeiten verwenden Boisse et al. [22] das Modell von Kawabata erfolgreich zur Analyse von dehnungsgesteuerten biaxialen Zugversuchen an Glasfasergeweben. Auch die Untersuchungen von Realff et al. [135] bestätigen diese Modellansätze.

Eine Alternative zu diesen abstrakten geometrisch-kinematischen Modellen bietet die Anwendung der FEM auf die Gewebereinheitszelle. Die Fäden werden als Kontinuum angesehen und individuell vernetzt. Für die Interaktion am Kreuzungspunkt können Kontaktbedingungen, eventuell auch mit Reibung, definiert werden. Eine Beschichtung kann ebenso berücksichtigt werden. Hivet und Boisse [80] stellen ein FE-Modell für Gewebe-Prepregs und reine Gewebe vor, welches auf der dreidimensionalen Darstellung einer experimentell bestimmten Fadengeometrie basiert und große Verformungen berücksichtigen kann. Insbesondere für die Herstellung von Gewebeverbundwerkstoffen ist die Querkompression der Fäden von Bedeutung. Die daraus resultierende Abflachung der Fadenquerschnitte und die in Abhängigkeit von der Anpresskraft im Formungsprozess resultierenden Schichtdicken werden von Chen et al. [34, 35] mit Hilfe eines FE-Mesomodells untersucht. Mit Modellen, die auf einer Repräsentation der Fäden basieren, lassen sich auch die Herstellungs- und Webverfahren simulieren. Die Abhängigkeit der resultierenden Fadenstruktur von den Prozess- und Materialparametern werden beispielsweise von Wang und Sun [163] oder von Zhou et al. [178] untersucht. Lomov et al. [103] entwickeln eine komplette Modellierungskette für die Komposit-Herstellung. Ausgehend von der Gewebemikrostruktur werden die Fadenverläufe nach dem Formvorgang bestimmt und in Abhängigkeit davon die Verbundeigenschaften vorhergesagt. Durville [62] setzt mit dem Ansatzpunkt seines Modells noch eine Skalenebene niedriger an und berücksichtigt die einzelnen Fasern, die die Fäden bilden. Die Limitierung der praktischen Anwendung dieser Modelle aufgrund ihrer hohen Komplexität ist jedoch offensichtlich.

Das Modell von Durville kann als Extremfall gesehen werden, der das Grundproblem der physikalisch motivierten Gewebemodelle verdeutlicht. Die Hinzunahme der Mikrostruktur in die Modellierung ermöglicht eine realitätsnahe Beschreibung des Materials. Durch die notwendige Detailierungstiefe ist aber eine praktische Anwendung der Modelle auf eine Strukturberechnung realer Bauteile schwierig.

### 2.4.3 Kopplung der Skalenmodelle

Eine Möglichkeit, die Vorteile einer Mikrostrukturepräsentation mit der effizienten Strukturberechnung zu vereinen, liegt in der Kopplung der Modelle auf den verschiedenen Skalenebenen. Die Kopplung kann dabei sequentiell oder parallel erfolgen. Im Rahmen der sequentiellen Kopplung der Modelle können beispielsweise mit einer vorgelagerten Mikrostrukturberechnung die Parameter eines Materialgesetzes angepasst werden. Nayfeh und Kress [116] verwenden hierfür ein hyperelastisches Materialgesetz für Gewebemembranen, das mittels eines Einheitszellenmodells angepasst wird. In ähnlicher Art verwenden auch Blum und Bidmon

[17] und später Bögner [20] ein Dreiecksmodell zur Bestimmung der Parameter eines hyperelastischen Materialmodells. Eine Alternative zur Parameteranpassung von Materialgesetzen bietet die direkte Verwendung von Materialantwortflächen, die aus einem Mikrostrukturmodell erzeugt werden. Das nichtlineare Verhalten ergibt sich dabei in Abhängigkeit vom biaxialen Dehnungs- oder Spannungszustand und kann in Form der Flächen dargestellt werden. Boisse et al. [22] erzeugen derartige Flächen sowohl aus einem Dreiecksmodell als auch aus einem FE-Modell der Mikrostruktur und nutzen sie zur Simulation des Tiefziehens von Gewebe-Prepregs. Ein Mikrostrukturmodell, in dem die kreuzenden Fäden als Elastika dargestellt sind, wird von Nadler et al. [114] zur Erzeugung der biaxialen Materialantwortflächen verwendet. Ein weiteres gebräuchliches Verfahren für die sequentielle Kopplung von Modellen auf verschiedenen Skalen bieten die Homogenisierungsverfahren. Aus dem Modell für ein repräsentatives Volumenelement wird das makroskopische Kontinuumsverhalten abgeleitet. Für Gewebe kann das repräsentative Volumenelement übereinstimmend mit der Einheitszelle des Gewebes gewählt werden. Die Vorgehensweise für die Gewebemembranen wird dabei von der Behandlung der Gewebeverbundwerkstoffe abgeleitet. Übersichten zur Modellierung von Gewebeverbundwerkstoffen finden sich bei Chou und Ishikawa [37] und bei Tan et al. [153]. Die Tendenz geht hierbei in die Richtung, immer genauer die exakte Fadenlage im Verbundwerkstoff zu ermitteln und in die Berechnung einfließen zu lassen [11, 47, 67]. Während bei den Gewebeverbundwerkstoffen durch ihre sehr steife Matrix Nichtlinearitäten im Wesentlichen nur durch Schädigung zustande kommen, stellen sich bei Gewebemembranen höhere Anforderungen aufgrund der Beweglichkeit der Fadenkreuze und der damit verbundenen Effekte der Krümmungsinteraktion und Fadenrotation. Beispiele hierzu finden sich bei Boisse et al. [21], Peng und Cao [127], Kuwazuru und Yoshikawa [95] sowie Cavallaro et al. [31].

Die grundsätzliche Alternative, eine parallele Koppelung der beiden Skalenmodelle, stellt die wesentlich aufwändigere Variante dar: In der Strukturberechnung eingebettet wird ein Mikrostrukturmodell wiederholt für jeden Materialpunkt gelöst. Je nach Komplexität des Mikrostrukturmodells kommen hier sehr große Rechenzeiten zustande. Ein Beispiel für ein parallel gelöstes Mehrskalenmodell findet sich bei King et al. [91]. Eine einfachere Variante wird von Bidmon [14] verwendet, der das Gleichungssystem eines Dreiecksmodells soweit vereinfacht, dass es geschlossen lösbar ist und als Materialgesetz in eine FE-Berechnung eingebracht werden kann. In ähnlicher Art werden von Kato et al. [86] analytische Gleichungen des Gewebeverhaltens in eine FE-Strukturberechnung integriert. Der wesentliche Vorteil der parallel gelösten Mehrskalenmodelle liegt in der jeweils lokal und aktuell vorliegenden Information über den Verformungszustand der Mikrostruktur. Diese Information kann einerseits für die Berechnung der Fadenlagen bei der Verbundwerkstoffherstellung wichtig sein, andererseits ist sie im Falle auftretender Schädigung von zentraler Bedeutung.



#### 2.4.4 Modelle mit direkter Mikrostrukturdarstellung

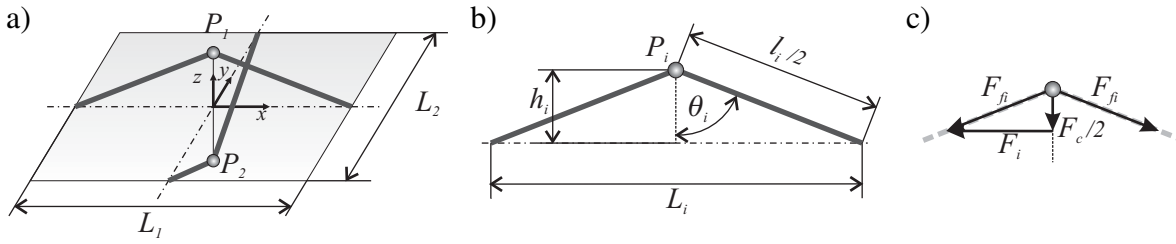
Aufgrund der Bedeutung der Information über den Verformungszustand der Mikrostruktur werden für spezielle Anwendungen zunehmend Modelle mit direkter Mikrostrukturdarstellung entwickelt. Es wird versucht, mit einer Repräsentation der Fadenstruktur ohne Trennung der Skalenebenen eine makroskopische Berechnung durchzuführen. Neben der Anwendung der FEM mit einer größeren Vernetzung auf Fadenebene, die mehrheitlich in expliziten Berechnungen, beispielsweise aus dem Bereich der Impact-Simulation (Details s. Abschnitt 5.1.3), verwendet werden, bieten sich auch Alternativen in Form von Modellen mit diskreter Darstellung an. Ein Beispiel hierfür ist der Ansatz von Boubaker et al. [23–25]. Die Fadeninteraktionen werden als diskrete Potenziale definiert und das Gesamtsystem mittels einer Energieminimierungsmethode gelöst. Die DEM bietet hierbei als effiziente, explizite dynamische Methode eine viel versprechende Erweiterung. Durch die in der vorliegenden Arbeit entwickelte abstrahierte Darstellung der Gewebestruktur ergibt sich das makroskopische Verformungsverhalten der Gewebe automatisch. Informationen zur Entwicklung des DE-Gewebemodells finden sich ergänzend zu dieser Arbeit in [7–10].

### 2.5 Das Dreiecksmodell der Gewebestruktur

Wie im vorangehenden Abschnitt angesprochen, kann das Verhalten der Krümmungsinteraktion der Gewebestruktur durch eine vereinfachte Modelldarstellung der Fadenkreuze mit linearen Fadenabschnitten dargestellt werden. Die Vielzahl der genannten Arbeiten, die unterschiedliche Varianten dieser als Dreiecksmodell bezeichneten Darstellung verwenden, zeigen einstimmig, dass eine sehr gute Wiedergabe des Materialverhaltens von Geweben und Gewebemembranen unter biaxialen Zug erreicht werden kann. Die mathematische Beschreibung einer derartig abstrahierten Einheitszelle soll im Folgenden beispielhaft entwickelt werden. Die folgende Herleitung orientiert sich dabei an dem Modell von Kawabata et al. [88], der sowohl inkompressible wie kompressible Fäden berücksichtigt und das Gleichungssystem für vorgegebene Gewebedehnungen aufstellt. Eine Variante davon, die von gegebenen Gewebekräften ausgeht, kann in ähnlicher Form hergeleitet werden. Eine detaillierte Darstellung hierzu findet sich in den Arbeiten von Meffert [109], Blum und Bidmon [17] oder Bögner [20].

#### 2.5.1 Geometrie der Geweeinheit zelle

Die Geometrie der betrachteten Einheitszelle und die Bezeichnung der geometrischen Parameter ist in Abb. 2.9a und b dargestellt. Es wird ein rechtwinkliges Koordinatensystem verwendet, dessen Ursprung in die Mittelebene am Kreuzungspunkt der Fäden gelegt wird. Die  $x$ - und  $y$ -Achsen zeigen in Richtung des Kett- und Schussfadens, die  $z$ -Achse beschreibt die Dickenrichtung des Gewebes. Die Abmessungen der Einheitszelle werden durch  $L_i$  mit  $i = 1, 2$  für Kett- und Schussrichtung bestimmt. Die Größen in der Ausgangskonfiguration sind mit einer hochgestellten 0 gekennzeichnet. Die Fadensteigung  $\Theta_i$  beschreibt den Winkel zwischen dem



**Abbildung 2.9:** Dreiecksmodell der Gewebe-Einheitszelle: a) Einheitszelle, b) Geometrie-parameter, c) Kräfte.

Fäden und der  $z$ -Achse; die Länge des Fadenstückes in der Einheitszelle wird mit  $l_i$  und die Höhe des Knotens  $P_i$  über der neutralen Ebene bei  $z = 0$  mit  $h_i$  bezeichnet. Aus geometrischen Überlegungen ergibt sich die Fadensteigung als

$$\cos \Theta_i = \frac{2h_i}{l_i}, \quad (2.1)$$

für die Fadenlänge in der Einheitszelle gilt

$$l_i = \sqrt{h_i^2 + L_i^2}. \quad (2.2)$$

## 2.5.2 Gleichgewichtsbetrachtung

Im stationären deformierten Zustand nehmen die beiden Fäden eine Gleichgewichtslage ein. Entsprechend der Abb. 2.9c müssen die beiden Anteile der Fadenkräfte  $F_{fi}$ , die die Kontaktkraft  $F_c$  darstellen, im Gleichgewicht stehen:

$$F_c = 2 F_{f1} \cos \Theta_1 = 2 F_{f2} \cos \Theta_2. \quad (2.3)$$

Ausgehend von dieser Gleichgewichtsbedingung soll ein Gleichungssystem hergeleitet werden, welches zu einem gegebenen Dehnungszustand in der Gewebeebene, definiert durch die Gewebestreckungen  $\lambda_i$ , die resultierenden Kräfte in Gewebeebene  $F_i$  bestimmt. Dazu müssen die unbekanntenen Größen der Fadensteigungen und Fadenkräfte in Glg. 2.3 durch die bekannten Größen der Ausgangskonfiguration und die angelegten Streckungen  $\lambda_i$  ausgedrückt werden. Für die Fadensteigungen ergibt sich aus Glg. 2.1 und 2.2

$$\cos \Theta_i = \frac{2h_i}{\sqrt{h_i^2 + L_i^2}}. \quad (2.4)$$

Durch die Einführung der Änderung der Knotenhöhe  $\Delta h_i$  in Bezug auf die Ausgangskonfiguration mit

$$\Delta h_i = h_i - h_i^0 \quad (2.5)$$

und der Streckung  $\lambda_i$  über

$$L_i = \lambda_i L_i^0 \quad (2.6)$$

ergibt sich der gewünschte Zusammenhang für die Fadensteigung

$$\cos \Theta_i = \frac{2(h_i^0 + \Delta h_i)}{\sqrt{(h_i^0 + \Delta h_i)^2 + (\lambda_i L_i^0)^2}} . \quad (2.7)$$

Die Fadenkraft  $F_{fi}$  wird als linearer Zusammenhang mit der Fadendehnung  $\epsilon_{fi}$  definiert:

$$F_{fi} = k_i \epsilon_{fi} . \quad (2.8)$$

Die Fadendehnung ist definiert als

$$\epsilon_{fi} = \frac{l_i}{L_i} - 1 . \quad (2.9)$$

Mit den Glgn. 2.2 ,2.5 und 2.6 ergibt sich daraus

$$\epsilon_{fi} = \frac{\sqrt{(h_i^0 + \Delta h_i)^2 + (\lambda_i L_i^0)^2}}{\lambda_i L_i^0} - 1 . \quad (2.10)$$

Durch Einsetzen der Glgn. 2.7, 2.8 und 2.10 nimmt die Gleichgewichtsbeziehung 2.3 die Form

$$2 k_1 \left( \frac{\sqrt{(h_1^0 + \Delta h_1)^2 + (\lambda_1 L_1^0)^2}}{\lambda_1 L_1^0} - 1 \right) \frac{2(h_1^0 + \Delta h_1)}{\sqrt{(h_1^0 + \Delta h_1)^2 + (\lambda_1 L_1^0)^2}} \quad (2.11)$$

$$= 2 k_2 \left( \frac{\sqrt{(h_2^0 + \Delta h_2)^2 + (\lambda_2 L_2^0)^2}}{\lambda_2 L_2^0} - 1 \right) \frac{2(h_2^0 + \Delta h_2)}{\sqrt{(h_2^0 + \Delta h_2)^2 + (\lambda_2 L_2^0)^2}} \quad (2.12)$$

an, die nur noch von bekannten Größen abhängt und die beiden Knotenhöhenänderungen  $\Delta h_i$  als Unbekannte enthält. Zur Lösung der Gleichung ist eine weitere Bedingung über den Zusammenhang der Knotenhöhenänderungen notwendig.

### 2.5.3 Inkompressibler Faden

Mit der vereinfachenden Annahme, dass die Fadenquerschnitte inkompressibel sind, ergibt sich für die Knotenhöhenänderung die Bedingung

$$h_1 = -h_2 = h . \quad (2.13)$$

Die Zahl der Unbekannten in Glg. 2.11 reduziert sich auf eine. Durch Einsetzen der Gewebestreckungen  $\lambda_i$  und der Geometrieparameter kann  $h$  ermittelt werden. Zusammen mit den Fadendehnungen  $\epsilon_{fi}$  aus Glg. 2.10 lassen sich daraus die Fadenkräfte  $F_{fi}$  nach Glg. 2.8 berechnen. Die gesuchten Kräfte in der Gewebeebene lassen sich dann durch

$$F_i = F_{fi} \sin \Theta_i \quad (2.14)$$

und die Kompressionskraft am Kreuzungspunkt durch

$$F_c = 2F_{fi} \cos \Theta_i \quad (2.15)$$

bestimmen, wobei  $\Theta_i$  mit Hilfe der Glg. 2.7 berechnet werden kann.

### 2.5.4 Kompressibler Faden

Durch die Annahme eines inkompressiblen Fadenquerschnitts ist das Einheitszellenmodell auf die Beschreibung eines physikalisch unrealistischen Grenzfalls beschränkt. Eine Erweiterung des Modells zur Berücksichtigung der Fadenquerkompression führt im Allgemeinen zu verbesserten Ergebnissen. Dazu wird eine Abhängigkeit der Kompressionskraft  $F_c$  von der Querdehnung  $\epsilon_c$  definiert als

$$F_c = f(\epsilon_c). \quad (2.16)$$

Die Querdehnung kann mit Hilfe der Knotenhöhenänderungen  $\Delta h_i$  definiert werden als

$$\epsilon_c = \frac{\Delta h_1 - \Delta h_2}{h_1^0 - h_2^0}. \quad (2.17)$$

Im Folgenden wird als Vorgriff auf die spätere Modellentwicklung im Rahmen der DEM eine allgemeine exponentielle Form für das Kontaktgesetz  $f(\epsilon_c)$  gewählt. Die Kompressionskraft lautet dann

$$F_c = k_c \epsilon_c^{n_c}. \quad (2.18)$$

Eine Anpassung des Kontaktgesetzes kann über die beiden Parameter  $k_c$  und  $n_c$  erfolgen. Das Gleichgewicht der drei Kräfte aus Glg. 2.3 lässt sich in zwei Gleichungen aufteilen. Neben der ersten Gleichgewichtsbedingung Glg. 2.11 ergibt sich die zweite Gleichung mit

$$k_c \epsilon_c^{n_c} = 2 k_1 \left( \frac{\sqrt{(h_1^0 + \Delta h_1)^2 + (\lambda_1 L_1^0)^2}}{\lambda_1 L_1^0} - 1 \right) \frac{2(h_1^0 + \Delta h_1)}{\sqrt{(h_1^0 + \Delta h_1)^2 + (\lambda_1 L_1^0)^2}}. \quad (2.19)$$

Mit einer geeigneten numerischen Methode lässt sich das System aus Glg. 2.11 und 2.19 näherungsweise nach den Knotenhöhenänderungen  $\Delta h_i$  lösen. Aus diesen können dann wie im inkompressiblen Fall die restlichen Größen und die resultierenden Gewebekräfte bestimmt werden.

## 3 Modellentwicklung

Durch eine direkte Modellierung der Fadenstruktur auf mikroskopischer Ebene kann das auf makroskopischer Ebene komplexe Materialverhalten der Gewebemembranen ohne die Notwendigkeit weiterer Annahmen wiedergegeben werden. Um mit diesem Ansatz mit direkter Mikrostrukturepräsentation einen Strukturbereich realistischer Größe simulieren zu können, ist zum einen eine vereinfachte Modelldarstellung und zum anderen ein effizienter Lösungsalgorithmus notwendig. Das im vorigen Abschnitt vorgestellte Dreiecksmodell bietet eine bewährte Abstraktion der Fadenstruktur und wird im Folgenden als Grundlage verwendet. Schon das reine Verformungsverhalten der Gewebematerialien ist durch große lokale Bewegung und Verformung geprägt. Hinzu kommt das nichtlineare Verhalten der Fäden, zum Beispiel bei der Kompression oder der Scherung. Führt die Belastung darüber hinaus in den Bereich des Versagens, so muss die sukzessive Auflösung der Struktur mit berücksichtigt werden. Als Lösungsmethodik für diesen Aufgabenkomplex wird daher die Diskrete-Elemente-Methode (DEM) gewählt, die den Anforderungen in allen Bereichen gerecht wird. Im Folgenden wird zunächst ein Einblick in die DEM gewährt, bevor die Modellbeschreibung von Gewebemembranen im Rahmen dieser Methode erarbeitet wird.

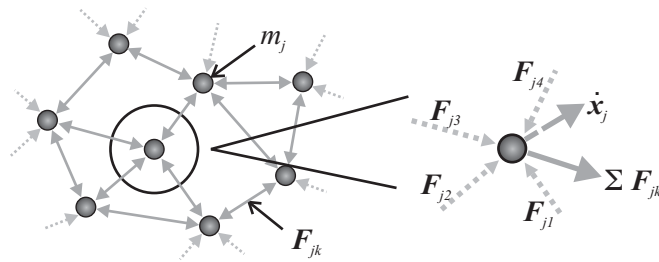
### 3.1 Die Diskrete-Elemente-Methode

#### 3.1.1 Grundlagen

Die DEM basiert auf einer diskreten Darstellung eines Materials, welches durch eine endliche Anzahl an massebehafteten Partikeln wiedergegeben wird. Die Partikel können durch verschiedenartigste Wechselwirkungen miteinander interagieren. Durch eine entsprechende Wahl dieser Interaktionen kann beispielsweise durch Kontaktgesetze eine räumliche Ausdehnung modelliert werden. Die Partikel sind a priori nicht an ein Gitter gebunden, sie können sich vielmehr entsprechend der wirkenden Interaktionen frei bewegen. Das Mehrkörpersystem mit seinen wechselnden Interaktionen wird durch die Newtonschen Bewegungsgleichungen

$$m_j \ddot{\mathbf{x}}_j = \sum_k \mathbf{F}_{jk} \quad (3.1)$$

für jeden Massepunkt  $m_j$  mit den räumlichen Koordinaten  $\mathbf{x}_j$  und den durch die Interaktionspartner  $k$  auf ihn ausgeübten Kräften  $\mathbf{F}_{jk}$  beschrieben (Abb. 3.1) und numerisch gelöst. In der



**Abbildung 3.1:** Diskrete Repräsentation eines Materials durch Punktmassen und Interaktionen.

Regel kommen hier explizite Lösungsverfahren zur Anwendung und es ergibt sich ein voll dynamisches Modell. Die Bewegung der Partikel wird also durch die verwendeten Interaktionen bestimmt. In Abhängigkeit davon können als Grenzfälle sowohl eine freie Bewegung mit ständig wechselnden und zu aktualisierenden Interaktionspartnern, als auch ein festes Netzwerk von Massepunkten mit gleich bleibenden Interaktionspartnern dargestellt werden.

### 3.1.2 Einordnung

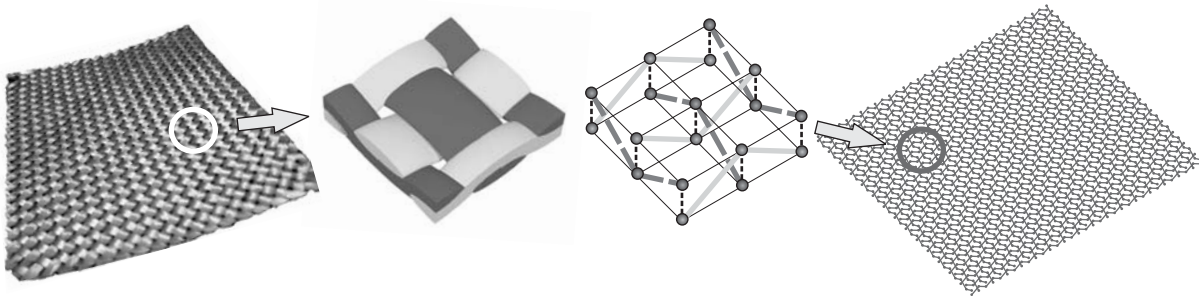
Die Diskrete-Elemente-Methode kann zu den gitterlosen Verfahren (meshfree methods [82, 99]) gezählt werden, zu denen unter anderem auch die Smooth Particle Hydrodynamics (SPH) und die Molekulardynamik (MD) gehören. Im Gegensatz zu den gitterbasierten Verfahren, wie beispielsweise der Finite-Elemente-Methode (FEM) oder der Boundary-Element-Methode (BEM), werden in den gitterlosen Verfahren die Näherungsansätze ausschließlich auf den diskreten Knotengrößen definiert. Die Entwicklung der DEM geht maßgeblich auf Cundall [41, 43] zurück, der die Methode, anfangs noch unter der Bezeichnung „distinct element method“, zur Simulation der Gesteins- und Bodenmechanik entwickelte. In Anlehnung an die Auffassung von Cundall [42] definiert Bićanić [13] in der Encyclopedia of Computational Mechanics die Diskrete-Elemente-Methode als „numerische Modellierungstechnik zur Simulation des dynamischen Verhaltens einer Ansammlung verschiedenartiger rigider oder verformbarer Körper, Partikel oder Domänen mit beliebiger Form, die ständig wechselnden Kontaktbedingungen unterliegen.“

### 3.1.3 Anwendungsgebiete und Eigenschaften

Der ursprüngliche Anwendungsbereich der Bodenmechanik bildet auch weiterhin einen Schwerpunkt der Anwendungen der DEM. Für Simulationen im Bereich des Anlagenbaus für Schüttgüter, der Fördertechnik oder von Mahl- und Siebvorgängen partikelartiger Materialien existieren kommerzielle Software-Pakete wie PFC [76] oder EDEM [50]. Anwendungen in der Gesteinsmechanik [36], Bodenmechanik [117] oder zur statischen und dynamischen Berechnung von Mauerwerken [97, 98] lassen sich ebenso hier einordnen. Die granularen Medien, beispielsweise Sand oder Kies, stellen eine artverwandte Anwendungsgruppe dar, die unter an-

derem in [3, 6] mit diskreter Modellierung behandelt wird. Die bisher genannten Anwendungen sind durch ihre nicht zusammenhängende Struktur gekennzeichnet. Die einzelnen Partikel interagieren durch Kontakt und Reibung, können sich ansonsten jedoch frei bewegen. Wird zu einem derartigen Modell eine Kohäsion hinzugenommen, ergibt sich eine Modelldarstellung für spröde Materialien wie Beton. Diese kohäsiven granularen Materialien werden ausführlich von D'Addetta [44, 45] behandelt, weitere Beispiele finden sich in [84]. Führt man diesen Schritt weiter, so gelangt man zu der Gruppe von Modellen, bei denen mittels der diskreten Elemente die Mikrostruktur eines heterogenen Materials in ihren Verformungs- und Versagensmechanismen dargestellt werden soll. So untersuchen Wittel et al. [171, 172] beispielsweise das Querschichtversagen in Faserverbundwerkstoffen, oder mit einem sehr ähnlichen Modell die Rissentstehung bei der Pyrolyse eines C/C-SiC-Faserverbundwerkstoffes. Dieser Ansatz lässt sich auch auf Materialien mit stark ausgeprägter Mikrostruktur übertragen, wie ebenso von Wittel et al. [168] anhand der Simulation des Risswachstums in dem zellulären Werkstoff Holz gezeigt wurde. Die Anwendung der DEM auf Gewebematerialien, wie sie in der vorliegenden Arbeit behandelt wird, stellt einen ähnlichen Fall dar. Details hierzu finden sich auch in [7–10]. Ein weiterer mit zunehmendem Interesse beachteter Anwendungsbereich ist die Simulation von dynamischen Schädigungs- und Versagensvorgängen. Hier wird mit der DEM ein im ursprünglichen Zustand kontinuierliches Material dargestellt, welches bei Überschreiten einer Grenzbelastung Risse und somit Diskontinuitäten ausbildet. Die Stärke der diskreten Modellierung liegt dabei zum einen in der Möglichkeit, vielfache, verteilte Risse problemlos darstellen zu können und dabei auch statistische Aspekte des Materialversagens zu berücksichtigen. Andererseits ist die Dynamik in der Systemlösung mit abgebildet, so dass wie bei Wittel [167] auch so anspruchsvolle Effekte wie das dynamische Risswachstum beschrieben werden können. Geht man zu noch höheren Energien über, wie sie beispielsweise beim Aufschlag oder der Explosion einer Struktur auftreten, ergibt sich die Fragmentation, d.h. das gleichzeitige Versagen und Zerschneiden der gesamten Struktur. Arbeiten zur Fragmentation verschiedener Materialien und Strukturen finden sich in [81, 92, 169, 170] und belegen, dass die DEM hier sehr erfolgreich angewendet werden kann. Ein weiteres zukünftiges Anwendungsfeld könnten die gekoppelten Mehrfeldprobleme darstellen. In einer ersten Arbeit auf diesem Gebiet beschreiben Wallmersperger et al. [162] stimulierbare Polymergele mit der DEM.

Allgemein gesehen lässt sich die Diskrete-Elemente-Methode als Lösungsverfahren für Problemstellungen verwenden, die durch große Verschiebungen bzw. auch freie Bewegungen, große Verformungen, allgemein nichtlineare Interaktionen, dynamische Prozesse sowie Schädigung mit Lokalisierungen gekennzeichnet sind. Die partikelbasierte Beschreibung und das dynamische Lösungsverfahren sind dabei charakteristische Merkmale. Eine wichtige Einschränkung der Methodik ist in dem hohen numerischen Aufwand zu sehen, der kennzeichnend für die DEM, aber auch für die anderen diskreten Methoden ist. Verschärft wird dies bei der DEM zusätzlich noch durch die für die Stabilität des expliziten Lösungsverfahrens notwendigen kleinen Zeitschritte. Der Wunsch nach zunehmend feiner aufgelösten Ergebnissen führt zu immer größeren Systemen, die sich kontinuierlich an der Grenze der technischen Berechnungsmöglichkeit



**Abbildung 3.2:** Prozess der Modellbildung des DE-Gewebemodells: Gewebe, Einheitszelle, Abstraktion, Zusammenbau.

bewegen. Das langfristige Ziel, eine Strukturberechnung unter Berücksichtigung der lokalen Mikrostruktur bzw. auch mit über das Bauteil verteilt auftretender diskreter Schädigung, liegt noch in weiter Ferne. Ein viel versprechender Fortschritt könnte sich aus der Kombination von finiter und diskreter Modellierung, wie sie beispielsweise von Munjiza [113] vorgestellt wird, ergeben.

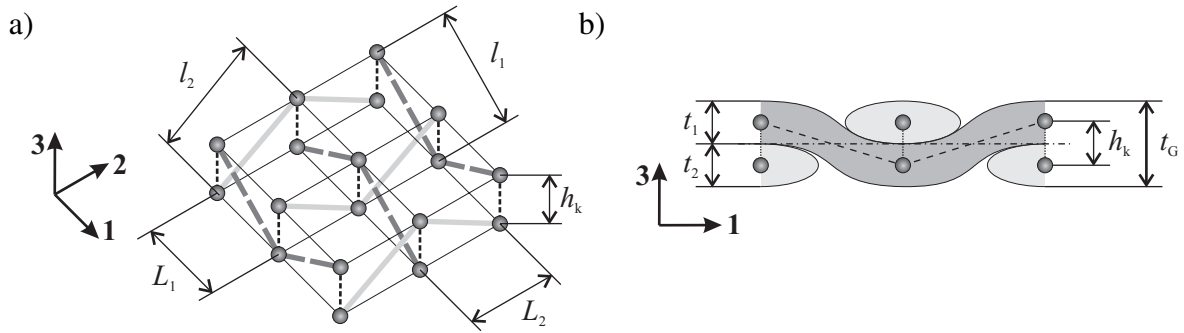
## 3.2 Modellbildung

Die geometrische Beschreibung der Gewebestruktur im Rahmen der Methode der diskreten Elemente wird in Anlehnung an das in Abschnitt 2.5 vorgestellte Dreiecksmodell vorgenommen. Der in der Realität gewellte Fadenverlauf wird hierbei als Kette linearer Fadenstücke jeweils zwischen den Kreuzungspunkten der Fadengruppen abgebildet. Basierend auf dieser Geometriannahme wird die Fadenmasse zu Punktmassen zusammengezogen. Dazu müssen Interaktionen definiert werden, die die wesentlichen Verformungsmechanismen der Mikrostruktur wiedergeben können.

### 3.2.1 Gewebegeometrie

Der Prozess der Modellbildung ist in Abb. 3.2 dargestellt. Ausgehend von einem Gewebe wird eine Einheitszelle, die kleinste sich wiederholende Webstruktur, identifiziert. Aus dieser Einheitszelle wird die diskrete Darstellung bestehend aus Punktmassen  $m_j$  und Interaktionen  $F_{jk}$  abstrahiert und anschließend das Modellgewebe durch den Zusammenbau einer großen Anzahl von Modellzellen aufgebaut. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt ausschließlich die Betrachtung von Geweben mit Leinwandbindung (s. Abschnitt 2.2.1), da diese die grundlegendste Webstruktur darstellt und alle wesentlichen Eigenschaften exemplarisch widerspiegelt. Eine Erweiterung des Modells auf andere Webstrukturen ist jedoch bei Bedarf ohne Einschränkungen möglich. In Abb. 3.3 sind die gewählte Repräsentation der Einheitszelle und die zur Definition benötigten Geometrieparameter dargestellt. Die Masse der Fäden wird jeweils in einem Massepunkt  $m_j$  zusammengefasst, der sich am Kreuzungspunkt der beiden Fadenrichtungen befindet. Die Masse der Punktmassen bestimmt sich aus der Masse des Fadenabschnitts, den sie repräsentieren,





**Abbildung 3.3:** Gewebegeometrie und Geometrieparameter des DE-Modells: a) Darstellung der Einheitszelle, b) Schnitt durch die Einheitszelle.

und ergibt sich als

$$m_j = \frac{m_{fj1}}{2} + \frac{m_{fj2}}{2}, \quad (3.2)$$

wobei  $m_{fjk}$  die Masse des Fadenabschnittes zwischen zwei benachbarten Punktmassen  $m_j$  und  $m_k$  eines Fadens bezeichnet. Je nach der Form, in der die Materialeigenschaften angegeben sind, ergeben sich unterschiedliche Zusammenhänge. Ist die Fadenmasse beispielsweise gegeben als Masse pro Längeneinheit  $\mu_f$ , so ergibt sich

$$m_j = \mu_f \frac{(l_{j1} + l_{j2})}{2}, \quad (3.3)$$

mit den Längen der Fadenstücke  $l_{jk}$ . Die geometrische Struktur des Gewebes lässt sich entsprechend der Abb. 3.3 durch folgende Geometrieparameter beschreiben: der Fadenabstand in Kett- und Schussrichtung  $L_i$  mit  $i = 1, 2$ , die Fadendicke  $t_i$ , der Knotenabstand  $h_k$ , die Gewebedicke  $t_G$  und die Länge eines Fadenstückes  $l_i$ . Um zwischen den Ausgangswerten und den Werten im verformten Zustand zu unterscheiden, werden im Folgenden die Anfangswerte der Parameter durch eine hochgestellte 0 gekennzeichnet, z.B.  $L_1^0$  für den Anfangswert des Fadenabstandes in Ketttrichtung. Im Wesentlichen ist eine vollständige Beschreibung der Geometrie mit vier Parametern möglich; bei symmetrischem Gewebefaufbau reduziert sich die Anzahl auf zwei. Geht man beispielsweise von gegebenen Werten für die Fadenabstände  $L_i$  und die Fadendicken  $t_i$  aus, ergibt sich die Gewebedicke aus

$$t_G = t_1 + t_2, \quad (3.4)$$

der Knotenabstand aus

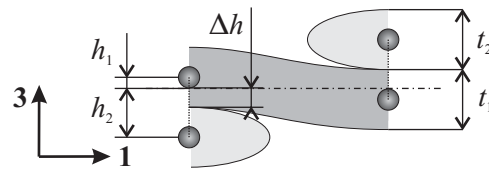
$$h_k = \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{t_G}{2} \quad (3.5)$$

und die Länge des Fadenstückes beträgt dann

$$l_i = \sqrt{L_i^2 + h_k^2}. \quad (3.6)$$

Häufig wird als Maß für die Welligkeit des Fadenverlaufs im Gewebe die so genannte *Krümmung*  $S_i$  der Kett- oder Schussfäden angegeben. Sie wird üblicherweise bestimmt durch

$$S_i = \frac{l_i - L_i}{L_i} = \sqrt{\frac{h_k^2}{L_i^2} + 1} - 1 \quad (3.7)$$



**Abbildung 3.4:** Gewebegeometrie mit Vorstreckung in Kettrichtung

und in Prozent angegeben. Wie später anhand des einachsigen Zugversuchs demonstriert wird, entspricht der Wert der Krümmung dabei der Dehnung, die das Gewebe bei Belastung entlang einer Fadenrichtung nahezu kraftfrei durch Streckung des Fadenverlaufs eingehen kann, dem so genannten Strukturdehnungsbereich. Ein Gewebe mit dem Fadenabstand  $L_1 = 1 \text{ mm}$  und den Fadendicken  $t_i = 0.1 \text{ mm}$  ( $i = 1, 2$ ) weist beispielsweise eine Krümmung und somit einen Strukturdehnungsbereich in Kettrichtung von  $S_1 = 0.5 \%$  auf.

Die meisten realen Gewebe liegen fertigungsbedingt mit einer Vorspannung in Kettrichtung vor. Dies äußert sich in der Regel durch einen Fadenverlauf mit geringerer Krümmung in Kettrichtung als in Schussrichtung. Insbesondere im Fall der beschichteten Gewebe und der Gewebemembranen gewinnt die Berücksichtigung dieses Effekts an Bedeutung, da der vorgestreckte Zustand durch die Beschichtung als Nulllage fixiert wird. Um die Vorstreckung im Modell einzubringen, wird ein Parameter  $\Delta h$  definiert, welcher entsprechend der Abb. 3.4 die Verringerung der Knotenhöhe der Kettfäden  $h_1$  und die Vergrößerung der Knotenhöhe der Schussfäden  $h_2$  bewirkt:

$$h_1 = \frac{t_1}{2} - \Delta h, \quad (3.8)$$

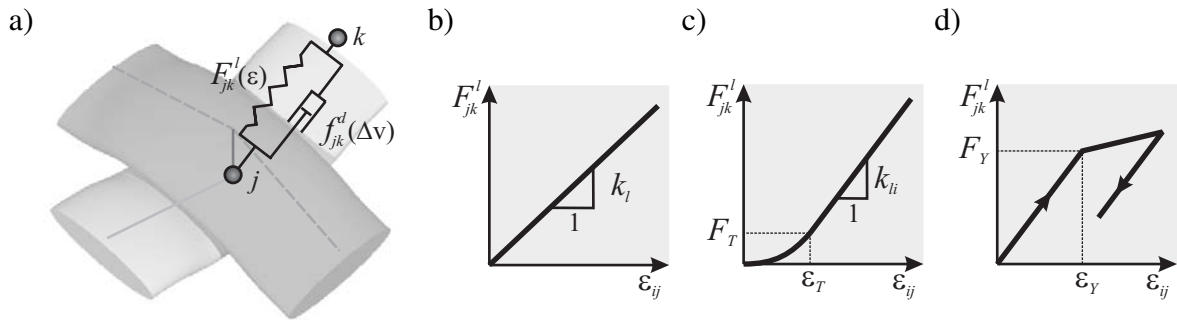
$$h_2 = \frac{t_2}{2} + \Delta h. \quad (3.9)$$

### 3.2.2 Interaktionen

Aufbauend auf der geometrischen Repräsentation der Einheitszelle müssen nun die Interaktionen definiert werden, die die wesentlichen Deformationsmechanismen der Gewebe wiedergeben. Für die reine Gewebestruktur sind dies die Längssteifigkeit der Fäden, entsprechend des Dreiecksmodells dargestellt als die stückweise linearen Verbindungslinien zwischen den Massepunkten eines Fadens, die Querkompression der Fäden an den Kreuzungspunkten in der Form eines Kontaktgesetzes und der Widerstand gegen Scherdeformation der Fadenkreuze.

#### Fadenlängsdehnung:

Die einfachste Form der Darstellung der Fadenlängssteifigkeit stellt ein linear elastisches Feder-element dar. Aufgrund des dynamischen Lösungsalgorithmus sollen im Modell auch dissipative bzw. dämpfende Elemente berücksichtigt werden. In der Grundkonfiguration des Modells wird daher ein Kelvin-Element verwendet, welches aus einer parallelen Anordnung einer Feder und eines linearen Dämpfers besteht (s. Abb. 3.5). Die Fadenlängsdehnung lässt sich im linearen



**Abbildung 3.5:** Interaktionen für die Fadenlängsdehnung: a) Definition der Interaktion, b) linear elastisch, c) nichtlinear elastisch, d) linear elastisch linear plastisch.

Fall entsprechend der Abb. 3.5b beschreiben durch

$$F_{jk}^l = k_{li} \epsilon_{jk} , \quad (3.10)$$

mit der Längssteifigkeit des Kett- oder Schussfadens  $k_{li}$  ( $i = 1, 2$ ) und der Dehnung des Fadenstückes  $\epsilon_{jk}$  zwischen  $m_j$  und  $m_k$ , die sich bestimmt durch

$$\epsilon_{jk} = \frac{l_{jk} - l_{jk}^0}{l_{jk}^0} , \quad (3.11)$$

mit der Länge des Fadenstückes  $l_{jk}^0$  und  $l_{jk}$  im Ausgangs- und im deformierten Zustand. Der Dämpfer wirkt auf die Differenzgeschwindigkeit  $\Delta v_{jk}$  der beiden Massen  $m_j$  und  $m_k$  durch

$$f_{jk}^d = d_{li} \Delta v_{jk} , \quad (3.12)$$

mit der linearen Dämpfungskonstante  $d_{li}$ . Die Grundkonfiguration lässt sich beliebig erweitern; es besteht über die linearen Ansätze hinaus ebenso die Möglichkeit, nichtlineares Verhalten zu implementieren.

Für Glasfaserfäden wird beispielsweise häufig eine Kennlinie mit zwei getrennten Bereichen verwendet (Abb. 3.5c). Um die zunehmende Streckung und Ausrichtung der Fasern im Faden im Bereich kleiner Belastung zu berücksichtigen, wird hier ein Ansatz höherer Ordnung gewählt. Ab einem gewissen Lastniveau geht die Fadenkennlinie dann stetig in eine Gerade mit konstanter Steigung über. Ein derartiges Verhalten kann zum Beispiel durch folgenden Zusammenhang berücksichtigt werden:

$$F_{jk}^l(\epsilon_{jk}) = \begin{cases} a \epsilon_{jk}^3 + b \epsilon_{jk}^2 + c \epsilon_{jk} & \text{für } \epsilon_{jk} \leq \epsilon_T, \\ k_{li} (\epsilon_{jk} - \epsilon_T) + F_T & \text{für } \epsilon_{jk} > \epsilon_T. \end{cases} \quad (3.13)$$

Der Übergang zwischen den Bereichen findet dabei bei der Dehnung  $\epsilon_T$  und der Kraft  $F_T$  statt. Einige Gewebematerialien, wie beispielsweise das Polyester, welche häufig im Bauingenieurwesen für Membrandächer verwendet werden, zeigen ein ausgeprägt elastoplastisches Verformungsverhalten. Als einfache Näherung wird hier ein linear elastisch-linear plastisches Materialmodell (Abb. 3.5d) für die Fadenlängssteifigkeit vorgestellt. Die Fadenkennlinie teilt sich dabei

auf in zwei Bereiche:  $f_I(\epsilon_{jk})$  für den elastischen Teil und  $f_{II}(\epsilon_{jk})$  für den plastischen Teil. Bei Überschreiten einer Fließgrenze, definiert durch die Fließdehnung  $\epsilon_Y$  und die zugeordnete Fließkraft  $F_Y = k_{li}^I \epsilon_Y$ , schlägt das linear elastische Verhalten in ein linear plastisches um. Für einen gegebenen Dehnungszustand  $\epsilon_{jk}$  bei bekannter plastischer Dehnung  $\epsilon_{jk}^p$  des Fadenstücks werden die Kraftwerte beider Funktionen  $f_I$  und  $f_{II}$  bestimmt durch:

$$f_I(\epsilon_{jk}) = k_{li}^I (\epsilon_{jk} - \epsilon_{jk}^p) \quad (3.14)$$

und

$$f_{II}(\epsilon_{jk}) = k_{li}^{II} (\epsilon_{jk} - \epsilon_Y) + F_Y. \quad (3.15)$$

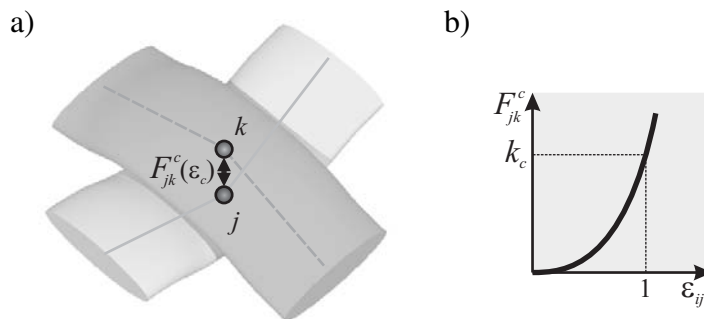
Der Vergleich der beiden Kraftwerte  $f_I$  und  $f_{II}$  ergibt dann die Fließbedingung:

$$\text{elastisch: } f_I \leq f_{II} : \quad F_{jk}^l = f_I, \quad \epsilon_{jk}^p = \text{konst.} \quad (3.16)$$

$$\text{plastisch: } f_I > f_{II} : \quad F_{jk}^l = f_{II}, \quad \epsilon_{jk}^p = \epsilon_{jk} - \frac{f_I}{k_{li}^I}. \quad (3.17)$$

Im Fall plastischer Verformung wird die plastische Dehnung des Fadenstückes  $\epsilon_{jk}^p$  entsprechend des rechten Teils von Glg. 3.17 an den neuen Dehnungszustand angepasst.

### Fadenquerkompression



**Abbildung 3.6:** Interaktion für die Fadenquerkompression: a) Definition der Interaktion, b) Kontaktgesetz.

Durch die Auslenkung der Fäden aus der neutralen Gewebeebene beim Kreuzen mit den Querfäden entsteht bei Anlegen einer Zugkraft an die Fäden in Gewebeebene eine Querkraft senkrecht zur Gewebeebene auf den kreuzenden Fäden (Abb. 3.6). Diese Querkraft kann einerseits zu einer Streckung des belasteten Fadens führen, falls sich der Querschnitt ungehindert verformen kann, andererseits erzeugt sie eine Kompression der Fadenquerschnitte, falls der Querschnitt der Verformung nicht nachgeben kann. Die Kompression der Fadenquerschnitte kann bei reinen Geweben zu einem großen Anteil durch Umlagerung der Fasern eines Fadens erfolgen. Es ergibt sich dann ein elliptischer oder linsenförmiger Querschnitt. Der Umlagerungsprozess ist zu Beginn nur durch geringe Widerstände gekennzeichnet. Erst wenn die einzelnen Fasern des

Fadens selbst gegeneinander komprimiert werden, steigt der Widerstand deutlich an. Im Modell wird die Querkompression der beiden Fadenquerschnitte zusammengefasst und durch ein elastisches, exponentielles Kontaktgesetz entsprechend der Abb. 3.6b beschrieben:

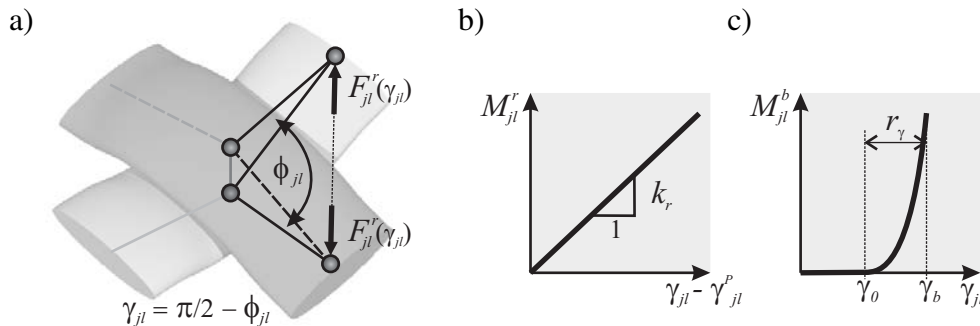
$$F_{jk}^c = k_c \epsilon_c^{n_c}, \quad (3.18)$$

mit der Kontaktsteifigkeit  $k_c$ , dem Kontaktexponenten  $n_c$  und der Querdehnung  $\epsilon_c$  definiert als

$$\epsilon_c = \frac{(h_j^0 - h_k^0) - (h_j - h_k)}{h_j^0 - h_k^0}, \quad (3.19)$$

wobei  $h_j^0$  und  $h_k^0$  die Knotenhöhen im Anfangs- und  $h_j$  und  $h_k$  die im deformierten Zustand bezeichnen. Die Annahme eines rein elastischen Verhaltens trifft auf die Umlagerungsprozesse bei Anfangsbelastung nicht vollständig zu, für das vorbelastete Gewebe ist der Fehler jedoch als unbedeutend einzuschätzen.

### Fadenrotation



**Abbildung 3.7:** Interaktionen für die Fadenrotation: a) Definition der Interaktion, b) plastische Rotation, c) Blockier-Interaktion.

Die Schubverformung eines Gewebes erfolgt im Wesentlichen durch eine relative Rotationsbewegung der sich kreuzenden Fäden zueinander. Wie im Abschnitt 2.2.2 beschrieben, lassen sich hierbei zwei Bereiche unterscheiden: der Rotations- und der Blockierbereich. Um dieses Verhalten im Modell zu berücksichtigen, wird eine Scherinteraktion in Abhängigkeit vom Scherwinkel  $\gamma$  aufgestellt (Abb. 3.7). Der Scherwinkel bestimmt sich dabei aus dem Winkel der beiden sich kreuzenden Fäden  $\phi$  durch  $\gamma = \pi/2 - \phi$ . Im unverformten Zustand beträgt der Fadenwinkel  $\phi = 90^\circ$  und der Scherwinkel somit  $\gamma = 0^\circ$ . Der Scherwiderstand hat die Dimension eines Drehmoments  $M^w(\gamma)$  und wirkt als Kraft  $F_w$  auf die benachbarten Punktmassen. Um die freie Rotation und das Blockieren zu berücksichtigen, wird die Scherinteraktion in zwei Teile aufgespalten:

$$M_{jl}^w = M^r(\gamma_{jl}) + M^b(\gamma_{jl}). \quad (3.20)$$

Für jeden Kreuzungspunkt  $j$  wird der Scherwinkel  $\gamma_{jl}$  jeweils für jeden Quadranten  $l = 1, \dots, 4$  zwischen den anschließenden Fadenstücken bestimmt. Der üblicherweise sehr kleine Widerstand gegen die Fadenrotation  $M^r$  kann, wie in Abb. 3.7b dargestellt, linear plastisch angenommen werden:

$$M^r = k_r(\gamma_{jl} - \gamma_{jl}^p), \quad (3.21)$$

mit dem plastisch verformten Scherwinkel  $\gamma_{jl}^p$  und der Rotationssteifigkeit  $k_r$ . Der Widerstand gegen Fadenrotation wirkt sowohl einer Vergrößerung als auch einer Verkleinerung des Scherwinkels entgegen und stellt somit eine Form von Reibung dar. Der stark ansteigende Widerstand bei Fadenblockade wird als eine Art Kontaktgesetz ähnlich der Fadenquerkompression formuliert, welches bei Überschreiten eines Grenzwinkels  $\gamma_0$  aktiviert wird (siehe Abb. 3.7c):

$$M^b = \begin{cases} 0 & \text{für } \gamma_{jl} < \gamma_0, \\ k_b \left( \frac{\gamma_{jl} - \gamma_0}{r_\gamma} \right)^{n_b} & \text{für } \gamma_{jl} \geq \gamma_0. \end{cases} \quad (3.22)$$

Der Wirkungsbereich der Blockierinteraktion wird durch den Blockierwinkel  $\gamma_b$  und den Bereich  $r_\gamma$  definiert. Daraus ergibt sich der Grenzwinkel  $\gamma_0 = \gamma_b - r_\gamma$ . Als weitere Parameter werden die Blockiersteifigkeit  $k_b$  und der Blockierexponent  $n_b$  angenommen.

### 3.3 Implementierung des Gewebemodells

Das DE-Gewebemodell wird in der Programmiersprache FORTRAN implementiert. Zur numerischen Lösung der Bewegungsgleichungen der Massepunkte des Systems wird ein Gearscher Prediktor-Korrektor Algorithmus [1] verwendet, der auf zeitliche Ableitungen bis fünfter Ordnung zurückgreift. Der Programmablauf ist in Abb. 3.8 schematisch dargestellt und wird im Folgenden näher erläutert.

#### 3.3.1 Preprocessing

Zu Beginn der Simulation werden die Konfigurationsdaten eingelesen. Dies sind die Geometriedaten der Einheitszelle und des Gewebestücks, die Parameter der Interaktionen, die Definition der Randbedingungen und die Variablen zur Ablaufkontrolle, wie z.B. die Auswerte-Intervalle und die Abbruchkriterien. Entsprechend dieser Angaben werden die Geometrie des Gewebestücks aufgebaut und die Knoten definiert. Die Zuordnungstabelle der Interaktionen wird erstellt und die Werte der Anfangskonfiguration, beispielsweise die Anfangslängen für die einzelnen Interaktionen, werden bestimmt. Ebenso erfolgt die Zuordnung der Massen zu den einzelnen Knoten und die Bestimmung der Gesamtmasse des Systems. Abschließend wird durch einen ersten Aufruf der Auswerte- und Visualisierungsroutine der Anfangszustand des Systems bestimmt.

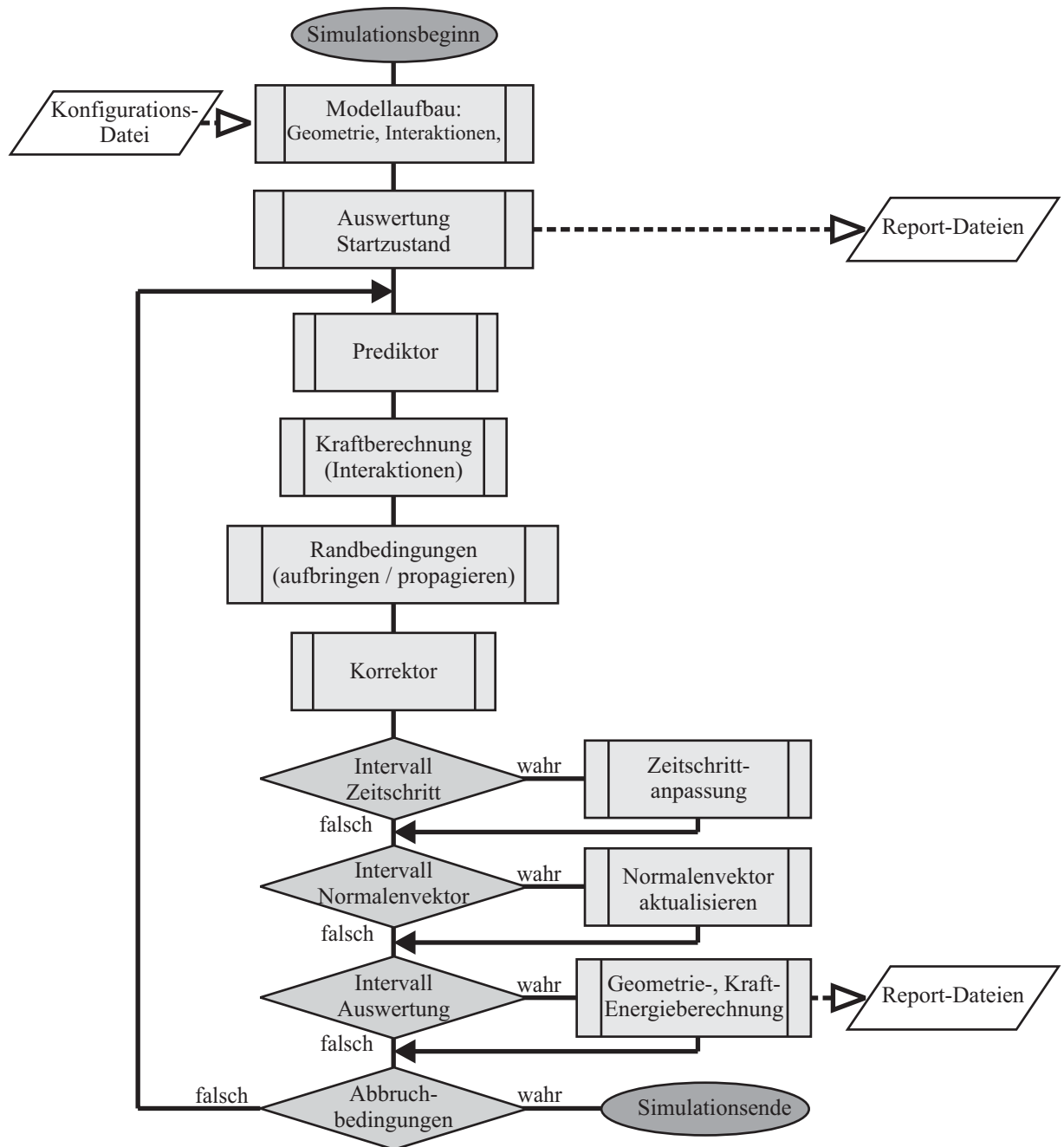


Abbildung 3.8: Ablaufdiagramm des FORTRAN-Codes des Gewebemembranmodells.

### 3.3.2 Prediktor-Korrektor-Schleife

Die Prediktor-Korrektor- (PK-) Schleife bildet den Kern des Systems. In jedem Zeitschritt wird im Prediktor der Zustand jedes einzelnen Knotens nach Ablauf des Zeitinkrements vorhergesagt. Für den vorhergesagten Systemzustand werden für jeden Knoten die wirkenden Kräfte der verschiedenen Interaktionen bestimmt. Hieraus wird im Korrektor ein Korrekturwert berechnet, der zur Verbesserung des Ergebniszustandes verwendet wird.

#### Prediktor

Die Zustandsgrößen des Systems sind die Koordinaten  $\mathbf{x}_i$  der einzelnen Knotenpositionen und deren zeitliche Ableitungen bis zur fünften Ordnung. Im Folgenden wird dabei für die zeitlichen Ableitungen die Schreibweise

$$\frac{\partial^n \mathbf{x}_i}{\partial t^n} = \mathbf{x}_{i,n} \quad (3.23)$$

verwendet. Der Zustand nach Ablauf des Zeitschrittes  $\delta t$  wird im Prediktorschritt durch Aufsummieren der integralen Einflüsse der einzelnen Ableitungen ermittelt als:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i^p(t + \delta t) &= \mathbf{x}(t) + \delta t \mathbf{x}_{i,1}(t) + \frac{1}{2} \delta t^2 \mathbf{x}_{i,2}(t) + \frac{1}{6} \delta t^3 \mathbf{x}_{i,3}(t) + \frac{1}{24} \delta t^4 \mathbf{x}_{i,4}(t) + \frac{1}{120} \delta t^5 \mathbf{x}_{i,5}(t) , \\ \mathbf{x}_{i,1}^p(t + \delta t) &= \mathbf{x}_{i,1}(t) + \delta t \mathbf{x}_{i,2}(t) + \frac{1}{2} \delta t^2 \mathbf{x}_{i,3}(t) + \frac{1}{6} \delta t^3 \mathbf{x}_{i,4}(t) + \frac{1}{24} \delta t^4 \mathbf{x}_{i,5}(t) , \\ \mathbf{x}_{i,2}^p(t + \delta t) &= \mathbf{x}_{i,2}(t) + \delta t \mathbf{x}_{i,3}(t) + \frac{1}{2} \delta t^2 \mathbf{x}_{i,4}(t) + \frac{1}{6} \delta t^3 \mathbf{x}_{i,5}(t) , \\ \mathbf{x}_{i,3}^p(t + \delta t) &= \mathbf{x}_{i,3}(t) + \delta t \mathbf{x}_{i,4}(t) + \frac{1}{2} \delta t^2 \mathbf{x}_{i,5}(t) , \\ \mathbf{x}_{i,4}^p(t + \delta t) &= \mathbf{x}_{i,4}(t) + \delta t \mathbf{x}_{i,5}(t) , \\ \mathbf{x}_{i,5}^p(t + \delta t) &= \mathbf{x}_{i,5}(t) . \end{aligned} \quad (3.24)$$

#### Korrektor

Auf Basis der vorhergesagten Zustandsgrößen wird für jeden Knoten die Summe der Kräfte aller Interaktionen bestimmt und als Kraftvektor  $\mathbf{f}_i^p$  abgelegt:

$$\mathbf{f}_i^p = \sum_k \mathbf{F}_{ik} . \quad (3.25)$$

Mit den jeweiligen Massen der Knoten  $m_i$  kann eine effektive Beschleunigung  $\tilde{\mathbf{a}}_i$  berechnet werden als

$$\tilde{\mathbf{a}}_i = \frac{\mathbf{f}_i^p}{m_i} . \quad (3.26)$$

Die Differenz  $\Delta \mathbf{a}_i$  dieser effektiven Beschleunigung und der vorhergesagten Beschleunigung  $\mathbf{a}_i^p$ , bestimmt durch

$$\Delta \mathbf{a}_i = \tilde{\mathbf{a}}_i - \mathbf{a}_i^p , \quad (3.27)$$

kann als Maß für die Abweichung der Vorhersage vom Gleichgewichtszustand interpretiert werden. Nach dem Gearschen Prediktor-Korrektor-Schema kann mit der Hilfe dieser Abweichung



eine stabile Korrektur der vorhergesagten Zustandsgrößen erfolgen:

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}_i^c(t + \delta t) &= \mathbf{x}_i^p(t + \delta t) + c_0 \Delta \mathbf{a}_i, \\
\mathbf{x}_{i,1}^c(t + \delta t) &= \mathbf{x}_{i,1}^p(t + \delta t) + c_1 \Delta \mathbf{a}_i, \\
\mathbf{x}_{i,2}^c(t + \delta t) &= \mathbf{x}_{i,2}^p(t + \delta t) + c_2 \Delta \mathbf{a}_i, \\
\mathbf{x}_{i,3}^c(t + \delta t) &= \mathbf{x}_{i,3}^p(t + \delta t) + c_3 \Delta \mathbf{a}_i, \\
\mathbf{x}_{i,4}^c(t + \delta t) &= \mathbf{x}_{i,4}^p(t + \delta t) + c_4 \Delta \mathbf{a}_i, \\
\mathbf{x}_{i,5}^c(t + \delta t) &= \mathbf{x}_{i,5}^p(t + \delta t) + c_5 \Delta \mathbf{a}_i.
\end{aligned} \tag{3.28}$$

Die Konstanten  $c_i$  sind empirisch in umfangreichen Studien von Gear ([64], [65]) bestimmt worden, um eine optimale Stabilität der Lösung zu erhalten. Ihre Werte hängen zum einen von der Ordnung der zu lösenden Differentialgleichung und zum anderen von der Anzahl der verwendeten zeitlichen Ableitungen ab. Für den vorliegenden Fall der Bewegungsgleichungen als Differentialgleichung zweiter Ordnung und der Verwendung der fünften Ableitung werden folgende Zahlenwerte verwendet:

$$c_0 = \frac{3}{16}, \quad c_1 = \frac{251}{360}, \quad c_2 = 1, \quad c_3 = \frac{11}{18}, \quad c_4 = \frac{1}{6} \quad \text{und} \quad c_5 = \frac{1}{60}. \tag{3.29}$$

### 3.3.3 Randbedingungen

Das Aufbringen von Randbedingungen erfolgt in der PK-Schleife. Grundsätzlich kann man zwischen Dehnungs- bzw. Positionsrandbedingungen und Krastrandbedingungen unterscheiden, die jeweils eine unterschiedliche Implementierung erforderlich machen. In beiden Fällen erfolgt die Berücksichtigung der Randbedingungen nach der Kraftberechnung. Im Fall von Kraftvorgaben auf einzelne Knoten, beispielsweise bei Zugkraft auf einen Rand, wird der Vektor der Vorgabewerte  $\mathbf{f}_r^R$  jeweils zur berechneten Kraftsumme  $\mathbf{f}_r^p$  der Randknoten  $r$  hinzuaddiert:

$$\mathbf{f}_r = \mathbf{f}_r^p + \mathbf{f}_r^R. \tag{3.30}$$

Im Korrekturschritt erzeugt die erhöhte Kraft dann eine entsprechende Korrekturbeschleunigung, die dazu führt, dass der betroffene Knoten graduell der Kraft nachgeführt wird. Da die Krastrandbedingungen nicht unmittelbar eingehalten werden können, sondern nur über eine gewisse Zahl an Inkrementen erreicht werden, können sie als indirekte Randbedingungen bezeichnet werden. Im Gegensatz dazu werden Positionsrandbedingungen unmittelbar eingehalten und gelten daher als direkte Randbedingungen. Die Vorgabe der Position einzelner Knoten erfolgt ebenfalls im Anschluss an die Kraftberechnung. Der vorhergesagte Wert der Position wird durch den Vorgabewert  $\mathbf{x}_r^R$  ersetzt:

$$\mathbf{x}_r^p = \mathbf{x}_r^R. \tag{3.31}$$

Um zu verhindern, dass im nachfolgenden Korrektorschritt eine Veränderung der Position erfolgt, muss die berechnete Kraftsumme der betroffenen Knoten gleich Null gesetzt werden:

$$\mathbf{f}_r^p = \mathbf{0}. \tag{3.32}$$

Es ist darüber hinaus sinnvoll, die Ableitungen  $\mathbf{x}_{r,j}^p$  zumindest bis zur Beschleunigung ebenfalls anzupassen. Werden sie frei gelassen, so ergibt der Prediktor im nachfolgenden Zeitschritt eine von der Vorgabe abweichende Position. Diese wird zwar durch die Randbedingungen erneut überschrieben, führt aber in der vorher stattfindenden Kraftberechnung zu leicht abweichenden Kraftwerten. Ist z.B. eine konstante Geschwindigkeit der Randknoten vorgegeben, so sollte diese den Randknoten zusammen mit der Vorgabe der Position in jedem Schritt explizit aufgelegt werden. In einem derartigen Fall würde dann die Beschleunigung der betroffenen Randknoten gleich Null gesetzt werden können.

### 3.3.4 Zeitschrittsteuerung

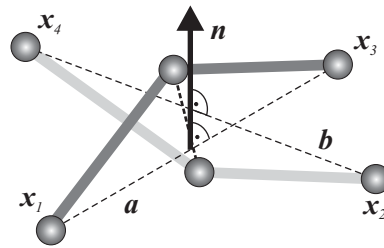
Ein wesentlicher Aspekt expliziter Berechnungsverfahren ist die starke Abhängigkeit der Stabilität vom gewählten Zeitschritt  $\delta t$ . Da explizite Verfahren im Gegensatz zu den impliziten keine Gleichgewichtspunkte abfahren, kann bei zu großem Zeitinkrement schon nach wenigen Iterationen Instabilität auftreten. Andererseits wird durch die Wahl sehr kurzer Zeitschritte die Rechenzeit zur Simulation einer vorgegebenen Zeitspanne  $T$  inakzeptabel groß. Daher sollte eine möglichst ökonomische Wahl des Zeitinkrements erfolgen. Ein bekanntes Kriterium zur Bestimmung des maximalen stabilen Zeitschrittes in expliziten Berechnungsverfahren ist das Courant-Friedrichs-Lewy- (CFL-) Kriterium [40]. Demnach muss als Grenzfall für den Zeitschritt eine sich mit der Wellengeschwindigkeit ausbreitende Störung in einem Gitter noch abbilden lassen. Für den eindimensionalen Fall linear elastischer Stabelemente der Länge  $l$  lautet das CFL-Kriterium also

$$\delta t \leq \frac{l}{c}, \quad (3.33)$$

wobei  $c$  die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit einer Longitudinalwelle beschreibt und durch die Materialparameter E-Modul  $E$  und Dichte  $\rho$  bestimmt werden kann:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (3.34)$$

Diese Abschätzung eines maximalen Zeitschrittes ist jedoch nur für lineare Probleme uneingeschränkt gültig. Im vorliegenden DE-Gewebemodell zeigt insbesondere die Kontaktsteifigkeit der Fadenquerkompression eine starke Nichtlinearität, so dass das CFL-Kriterium hier nicht ohne weiteres anwendbar ist. Das Prediktor-Korrektor-Verfahren bietet hierzu eine elegante Alternative. Die Steuerung des Zeitschrittes erfolgt über eine Kontrolle der maximalen Korrekturbeschleunigung, die in jedem Rechenschritt bestimmt wird. Bei Überschreiten einer oberen Schranke erfolgt eine Verminderung des Zeitinkrements  $\delta t$  für den nachfolgenden Schritt; ein Unterschreiten einer unteren Schranke führt zur Vergrößerung von  $\delta t$ . Aus Gründen der Rechenzeiteffizienz wird die Zeitschrittanpassung nicht in jeder Iteration, sondern mit einem vorgegebenen Intervall durchgeführt.



**Abbildung 3.9:** Bestimmung des Normalenvektors zur Gewebeebene am Kreuzungspunkt.

### 3.3.5 Auswertungen und Abbruchkriterien

In regelmäßigen Intervallen erfolgt die Auswertung des Systemzustands und die Ausgabe der Zustandswerte in Ausgabedateien. Neben Informationen über die Geometrie, beispielsweise der Randverschiebungen und der Gewebedehnungen, werden auch die in den verschiedenen Interaktionen wirkenden Kräfte und die aufgenommene Energie bestimmt. Im Gegensatz zur Kraftberechnung in der PK-Schleife ist hierfür eine Berechnung nach erfolgtem Korrektorschritt notwendig, um einen gültigen Systemzustand abzubilden. Hierbei wird parallel zu den Kräften der Interaktionen auch die im System vorhandene kinetische und elastische Energie bestimmt. Neben den quantitativen Ausgaben kann auch eine grafische Ausgabe erfolgen, die qualitative Rückschlüsse auf das Verformungsverhalten des Gesamtsystems zulässt. Hierzu stehen verschiedene Visualisierungsmöglichkeiten zur Verfügung, die je nach Ausgabeziel verwendet werden können. Basierend auf den Auswertungsgrößen können Abbruchkriterien definiert werden, wie zum Beispiel das Erreichen einer bestimmten Last etc. Neben einem einfachen Abbruchkriterium bei maximaler Inkrementzahl bieten sich so variable Möglichkeiten zur Steuerung der Simulation.

### 3.3.6 Normalenvektoren auf Gewebeebene

Eine wichtige Eigenschaft des DE-Gewebemodells ist die Fähigkeit, nicht nur Verformungen in der Gewebeebene zuzulassen, sondern auch die räumliche Verformung des Gewebes zu ermöglichen. Da jedoch insbesondere die im folgenden Unterpunkt näher beschriebenen Interaktionen am Kreuzungspunkt der Fäden die Information über die Gewebeebene bzw. die Normalenrichtung dazu benötigen, wird in regelmäßigen Intervallen eine Bestimmung der Normalenvektoren auf die Gewebeebene in jedem Kreuzungspunkt  $l$  durchgeführt. Entsprechend der Abb. 3.9 wird der Normalenvektor  $n_l$  rechtwinklig zu den Verbindungsvektoren der Nachbarknoten jeweils entlang eines Fadens  $a_l$  und  $b_l$  definiert. Die Verbindungsvektoren bestimmen sich entsprechend der Abb. 3.9 aus

$$a_l = x_3 - x_1 \quad (3.35)$$

und

$$b_l = x_4 - x_2 . \quad (3.36)$$

Daraus ergibt sich der Normalenvektor durch das Kreuzprodukt

$$\mathbf{n}_l = \mathbf{a}_l \times \mathbf{b}_l . \quad (3.37)$$

Durch Normierung erhält man den endgültigen Normaleneinheitsvektor

$$\bar{\mathbf{n}}_l = \frac{1}{|\mathbf{n}_l|} \mathbf{n}_l \quad (3.38)$$

am Kreuzungspunkt  $l$ .

### 3.3.7 3D-Formulierung der Interaktionen am Kreuzungspunkt

Um im Rahmen des DE-Gewebemodells auch räumliche Verformungen des Gewebes aus der Gewebeebene heraus zuzulassen, müssen die Interaktionen zwischen den Massepunkten entsprechend definiert sein. Für die Fadenlängs- und die Matrixdehnung ist dies ohne weiteren Aufwand gegeben, da sie auf dem einfach zu bestimmenden Abstand zwischen zwei Knotenpunkten basieren. Die Interaktionen am Kreuzungspunkt dagegen bedürfen einer gesonderten Betrachtung, da die hier maßgeblichen Größen geometrisch aufwändiger zu bestimmen sind. Im Folgenden wird die Implementierung der Interaktionen am Kreuzungspunkt für räumliche Verformung der Gewebeebene kurz erläutert. Dabei wird zum Teil auf die oben beschriebenen Normalenvektoren  $\bar{\mathbf{n}}_l$  der Kreuzungspunkte  $l$  zurückgegriffen.

#### Fadenquerkompression

Die Berechnung des Knotenabstands  $h_{jk}$  der Fadenquerkompression erfolgt entsprechend der Abb. 3.10a. Der Verbindungsvektor  $\mathbf{a}_{jk}$  der beiden beteiligten Knoten bestimmt sich aus deren Koordinaten  $\mathbf{x}_j$  und  $\mathbf{x}_k$  mit

$$\mathbf{a}_{jk} = \mathbf{x}_k - \mathbf{x}_j . \quad (3.39)$$

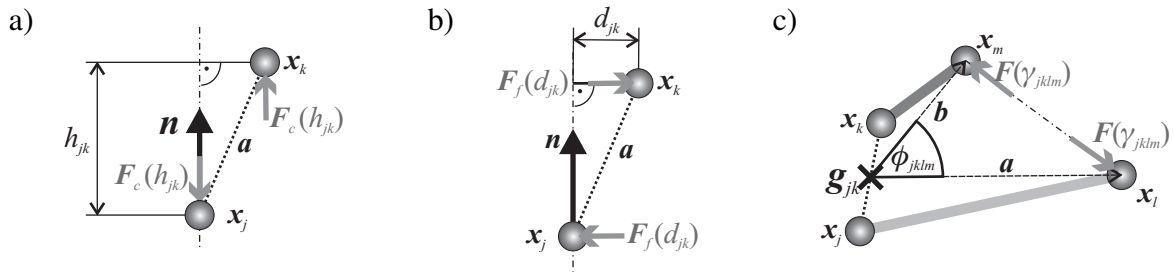
Der Knotenabstand in Normalenrichtung  $h_{jk}$  ergibt sich daraus als Projektion des Verbindungsvektors  $\mathbf{a}_{jk}$  auf den Normalenvektor  $\bar{\mathbf{n}}_l$  durch das Skalarprodukt

$$h_{jk} = \mathbf{a}_{jk} \cdot \bar{\mathbf{n}}_l \quad (3.40)$$

und wird zur Berechnung der Querkompressionskraft  $F_c$  entsprechend Glg. 3.18 verwendet. Die resultierenden Kraftwerte  $F_c$  werden parallel zur Normalenrichtung auf die Knoten  $j$  und  $k$  aufgebracht.

#### Knotenfixierung

Eine Grundannahme des Gewebemodells ist es, dass die Fäden an den Kreuzungspunkten nicht an einander gleiten, sondern fixiert bleiben. Diese Knotenfixierung wird in Form einer so genannten „penalty“-Methode implementiert, d.h. dass eine kleine relative Verschiebung der Knoten zueinander eine große rückstellende Kraft erzeugt. Ebenso wie die Fadenquerkompression



**Abbildung 3.10:** Interaktionen am Kreuzungspunkt mit Gewebenormalenvektor: a) Fadenquerkompression, b) Knotenfixierung, c) Fadenrotation.

ist die Berechnung der Fadenfixierung abhängig von der Normalenrichtung der Gewebeebene im Kreuzungspunkt. Die Rückstellkraft wird in Abhängigkeit vom relativen Verschiebungsvektor  $\mathbf{d}_{jk}$  berechnet, der senkrecht zum Normalenvektor  $\bar{\mathbf{n}}_l$  des Kreuzungspunktes  $l$  steht. Entsprechend der Abb. 3.10b kann der Verschiebungsvektor bestimmt werden als

$$\mathbf{d}_{jk} = \mathbf{a}_{jk} - |\mathbf{a}_{jk}| \bar{\mathbf{n}}_l . \quad (3.41)$$

In Abhängigkeit vom Betrag dieser Verschiebung  $d_{jk} = |\mathbf{d}_{jk}|$  wird eine Rückstellkraft  $F_f$  durch eine sehr großen Steifigkeit  $k_f$  erzeugt:

$$F_f = k_f d_{jk}^2 . \quad (3.42)$$

Diese Rückstellkraft wird entsprechend der Abb. 3.10b entgegengesetzt zur Verschiebung auf die beiden Knoten aufgebracht und verhindert so das Fadengleiten senkrecht zum Normalenvektor.

### Fadenrotation

Die dritte Interaktion am Kreuzungspunkt ist die Fadenrotation. Wie in Abschnitt 3.2 beschrieben, wird die Fadenrotation in Abhängigkeit vom Scherwinkel  $\gamma$  formuliert, der sich wiederum aus dem Winkel  $\phi$  der sich kreuzenden Fäden ergibt. Zur Berechnung dieses Fadenwinkels wird entsprechend der Abb. 3.10c der Mittelpunkt  $\mathbf{g}_{jk}$  zwischen den beiden Knoten des Kreuzungspunktes  $\mathbf{x}_j$  und  $\mathbf{x}_k$  bestimmt. Die von diesem Punkt ausgehenden Vektoren  $\mathbf{a}$  und  $\mathbf{b}$  zu den jeweils nächsten Knoten  $\mathbf{x}_l$  und  $\mathbf{x}_m$  auf den sich kreuzenden Fäden schneiden sich mit dem zu bestimmenden Fadenwinkel  $\phi_{jklm}$ . Im Rahmen dieser dreidimensionalen Formulierung ergibt sich der Scherwinkel  $\gamma$  als Differenz des aktuellen Fadenwinkels  $\phi$  zum Fadenwinkel des Anfangszustandes  $\phi^0$ :

$$\gamma_{jklm} = \phi_{jklm} - \phi_{jklm}^0 . \quad (3.43)$$

Die Fadenrotationsinteraktion erzeugt ein Moment  $M_r$  in Abhängigkeit vom Scherwinkel  $\gamma$ , welche als Kräfte  $F_k$  und  $F_l$  über die Hebelarme  $l_l = |\mathbf{a}|$  und  $l_m = |\mathbf{b}|$  auf die Knoten  $\mathbf{x}_l$  und  $\mathbf{x}_m$  wirken. Die Kräfte bestimmen sich demnach aus

$$F_l = \frac{M_r(\gamma_{jklm})}{|\mathbf{a}|} \quad \text{und} \quad F_m = \frac{M_r(\gamma_{jklm})}{|\mathbf{b}|} \quad (3.44)$$

und wirken parallel zueinander in Richtung der Verbindungslinie der Knoten  $\mathbf{x}_l$  und  $\mathbf{x}_m$ .

### 3.3.8 Quasistatische Rechnungen im dynamischen System

Im Wesentlichen werden zur Modellentwicklung des DE-Gewebemodells quasistatische Versuche an Materialproben herangezogen. Die Belastungsgeschwindigkeiten sind also um einige Größenordnungen kleiner als die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit im Material, so dass keine Trägheitseffekte auftreten. Für das dynamische DE-Modell entsteht dabei die Schwierigkeit, dass sich der Zeitschritt der Berechnung durch die Größenordnung der Wellenausbreitung bestimmt. Bei einer quasistatischen Simulation mit einer entsprechend langsamen Belastung ist daher eine extrem hohe Zahl an Rechenschritten zum Erreichen der gewünschten Zeitdauer des Experiments erforderlich. Dies ist jedoch auch mit der heutigen Rechnertechnologie nicht in einem realistischen Rahmen möglich und auch nicht notwendig. Da im quasistatischen Fall die dynamischen Effekte vernachlässigbar sind, besteht für die Simulation kein Zwang, hierfür realistische Werte vorzugeben. Eine wichtige Bedingung stellt dann nur noch das Verhältnis von Belastungsgeschwindigkeit zur Wellenausbreitungsgeschwindigkeit dar. Durch ein Absenken der Dichte um einige Größenordnungen lässt sich Letztere vergrößern, so dass als Konsequenz auch die Belastungsgeschwindigkeit vergrößert werden kann. Hierdurch sind dann quasistatische Simulationen mit einem annehmbaren Rechenzeitaufwand möglich. Anschaulich gesehen wird für den quasistatischen Fall das dynamische Modell als eine numerische Lösungsstrategie unabhängig von der realen Zeit verwendet; die dynamischen Parameter der Trägheit und Dämpfung haben dann nur noch für die Stabilität der Lösung eine Bedeutung. Für den Fall dynamischer Belastungen, wie sie beispielsweise beim Impact oder aber auch beim dynamischen Rissfortschritt auftreten, wäre dieses Vorgehen nicht mehr anwendbar.

## 3.4 Verifizierung und Validierung

Im Folgenden soll zuerst die korrekte Implementierung des Gewebemodells verifiziert werden. Dazu werden die Ergebnisse des DE-Modells mit numerischen Ergebnissen aus den im Abschnitt 2.5 für das Dreiecksmodell hergeleiteten Gleichungen des Verformungsverhaltens der Einheitszelle verglichen. Anschließend erfolgt eine Validierung des Modellverhaltens bei biaxialem Zug durch einen Vergleich mit experimentellen Daten von biaxialen Zugversuchen aus der Literatur.

### 3.4.1 Verifizierung

Im Abschnitt 2.5 wurde gezeigt, wie für die im Dreiecksmodell verwendete Darstellung der Gewebeeinheitszelle aus linearen Fadenstücken ein numerisch lösbares Gleichungssystem für dehnungsgesteuerte biaxiale Zugbelastungen aufgestellt werden kann. Die Ergebnisse aus diesem Einheitszellenmodell werden als Referenz für das DE-Gewebemodell verwendet. Eine einfache Grundkonfiguration an Parametern für ein symmetrisches Gewebe wird für diesen Vergleich gewählt. Die Tabelle 3.1 enthält die gemeinsamen Parameter für Gewebegeometrie und Fadenverhalten. Im DE-Modell wird ein kleines Gewebestück mit  $5 \times 5$  Fäden simuliert, auf das

**Tabelle 3.1:** Grundkonfiguration des Gewebes für die Verifizierung.

Typ	Bezeichnung	Wert	Einheit
Geometrie	Fadenabstand	$L_i$	1.0 mm
	Fadendicke	$t_i$	0.25 mm
	Gewebedicke	$t_G$	0.5 mm
	Knotenabstand	$h_k$	0.25 mm
	Fadenlänge	$l_i$	1.03 mm
	Krümmung	$S_i$	3.08 %
Material	Fadensteifigkeit	$k_{li}$	1.0 N
	Kontaktsteifigkeit	$k_c$	var. N
	Kontaktexponent	$n_c$	4 -

**Tabelle 3.2:** Parameter des DE-Gewebemodells für die Verifikationsrechnungen.

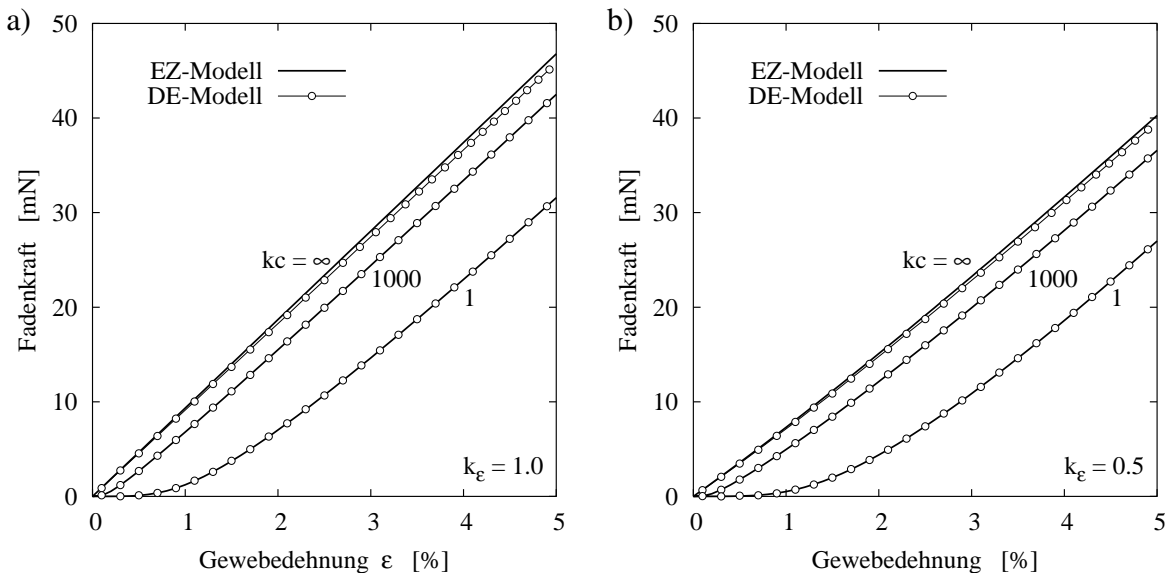
Bezeichnung	Wert	Einheit
Fadenanzahl	$N_i$	5 -
Fadengewicht	$\mu_i$	$1.0 \times 10^{-6}$ g/mm
Fadendämpfung	$d_l$	$1.0 \times 10^{-4}$ Ns/mm
Dehnungsrate	$\dot{\epsilon}_i$	0.01 1/s
mittl. Zeitschritt	$\bar{\delta t}$	1.0 ms

die Randbedingungen aufgebracht werden. Die weiteren Parameter des DE-Modells sind in der Tabelle 3.2 zusammengefasst. Dabei ist zu beachten, dass, wie im vorangehenden Abschnitt erklärt, die dynamisch relevanten Parameter der Masse (Trägheit) und der Dämpfung und die Dehnungsrate für eine quasistatische Rechnung nicht physikalisch realistisch gewählt werden. Als exemplarische Ergebnisse für den Vergleich von Einheitszellen- (EZ-) und Diskrete-Elemente- (DE-) Modell werden die Kraft-Dehnungsantworten bei den biaxialen Dehnungsverhältnissen  $k_\epsilon = \epsilon_2/\epsilon_1 = 1.0$  und  $0.5$  untersucht. Um eine Vergleichbarkeit der Ergebnisse zu schaffen, werden dabei aus dem DE-Gewebemodell nicht die Gesamtkräfte  $F_i$  auf die Ränder des Gewebestückes in Kett- und Schussrichtung ( $i = 1, 2$ ) verwendet, sondern die Randkraft pro Faden  $f_i$  in der entsprechenden Richtung. Diese ergibt sich durch Division mit der Fadenanzahl  $N_i$ :

$$f_i = \frac{F_i}{N_i}. \quad (3.45)$$

In Abb. 3.11 werden die Ergebnisse der beiden Modelle für die Fadenkraft  $f_1$  über der Dehnung  $\epsilon_1$  bei verschiedenen Steifigkeiten  $k_c$  der Kontaktinteraktion verglichen. Die ermittelten Kurven für ein biaxiales Dehnungsverhältnis von  $k_\epsilon = 1.0$  sind dabei in Abb. 3.11a, die für  $k_\epsilon = 0.5$  in Abb. 3.11b dargestellt. Darüber hinaus werden die Zahlenwerte der Fadenkraft bei einer Dehnung von  $\epsilon_1 = 2.5\%$  in Tabelle 3.3 zusammengefasst und verglichen.

Der Vergleich zeigt eine äußerst gute Übereinstimmung der beiden Modelle für kompressible Fäden. Einzig der Fall eines ideal inkompressiblen Fadenquerschnitts zeigt eine mit der Deh-



**Abbildung 3.11:** Vergleich der Kraft-Dehnungskurven für ein dehnungsgesteuertes System: a) biaxiales Dehnungsverhältnis  $k_\epsilon = 1.0$ , b)  $k_\epsilon = 0.5$ .

**Tabelle 3.3:** Ergebnisse der Verifikationsrechnungen bei 2.5% Dehnung.

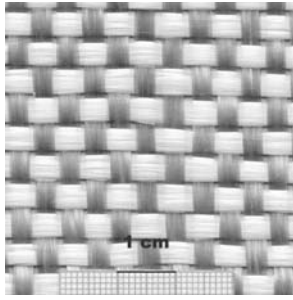
$k_\epsilon$	$k_c$ [N]	$f_1^{EZ}$ [mN]	$f_1^{DE}$ [mN]	$\Delta f_1$ [%]
1.0	$\infty$	23.369	22.848	2.23
	1000	19.942	19.938	0.02
	1	10.711	10.682	0.27
0.5	$\infty$	19.132	18.756	1.96
	1000	15.979	15.982	0.02
	1	7.411	7.408	0.04

nung zunehmende, leichte Abweichung. Dies liegt darin begründet, dass im Gegensatz zum Einheitszellenmodell das DE-Gewebemodell keine vollständig starre Querkompression berücksichtigen kann. Vielmehr muss durch die Wahl einer sehr großen Kontaktsteifigkeit, im Beispiel  $k_c = 1.0 \times 10^{12}$  N, die InkompRESSibilität angenähert werden. Da der inkompressible Fall jedoch einen Grenzfall von rein theoretischer Natur darstellt, ist diese Einschränkung der Anwendbarkeit des DE-Gewebemodells nur von untergeordneter Bedeutung. Zusammenfassend lässt sich daher feststellen, dass die im Rahmen der DE-Modellierung implementierte Gewebedarstellung mit großer Genauigkeit der zugrunde liegenden Einheitszellenmodellierung entspricht. Die Verifizierung des biaxialen Zugverhaltens kann somit erfolgreich abgeschlossen werden.

### 3.4.2 Validierung

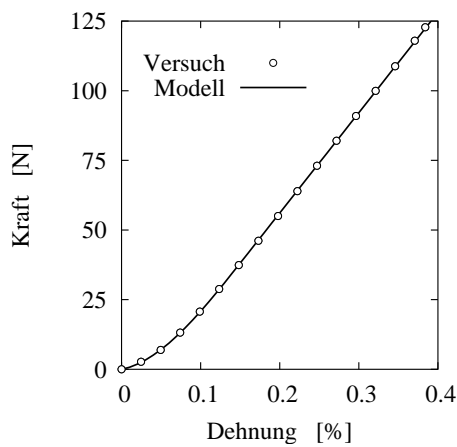
Im vorangegangenen Abschnitt wurde die Übereinstimmung des DE-Modells mit der grundlegenden Darstellung der Gewebe-Einheitszelle basierend auf dem Dreiecksmodell nachgewiesen. Da das Dreiecksmodell vielfach erfolgreich auf die Beschreibung des Deformations-





	<i>Parameter</i>		<i>Wert</i>	<i>Einheit</i>
angegeben:	Fadendichte	$n$	0.22	1 / mm
	Krümmung	$S$	0.4	%
	Steifigkeit	$k_l$	38.0	N
abgeleitet:	Fadenabstand	$L$	4.55	mm
	Fadendicke	$t$	0.4	mm

**Abbildung 3.12:** Validierungsbeispiel: Foto und Geometriedaten des Glasgewebes aus [30].

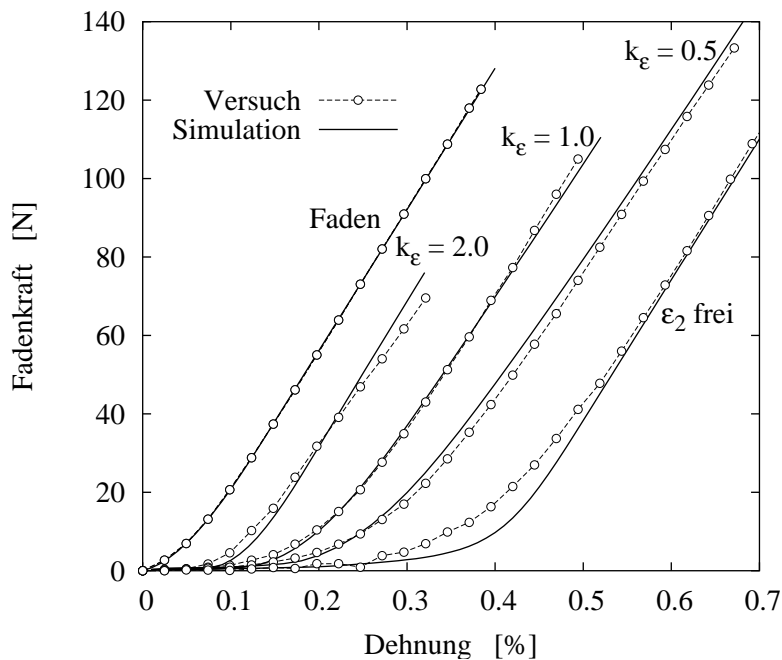


$$F(\epsilon) = \begin{cases} a \epsilon^3 + b \epsilon^2 + c \epsilon & \text{für } \epsilon \leq \epsilon_T, \\ k_l (\epsilon - \epsilon_T) + F_T & \text{für } \epsilon > \epsilon_T. \end{cases}$$

Kurvenparameter	$a$	-4.13	GN
	$b$	19.5	MN
	$c$	5.50	kN
Steifigkeit	$k_l$	36.0	kN
Übergangsdehnung	$\epsilon_T$	0.148	%
Übergangskraft	$F_T$	37.4	N

**Abbildung 3.13:** Fadenkennlinie des Validierungsbeispiels: Kennlinienverlauf und Parameter, Versuchsdaten aus [30].

verhaltens von Geweben angewendet werden konnte, soll hier nur eine kurze Validierung des DE-Modells anhand eines Beispiels aus der Literatur vorgenommen werden. Es wird dabei auf experimentelle Daten eines dehnungsgesteuerten biaxialen Zugversuches an einem Glasfasergewebe zurückgegriffen, die von Buet-Gautier und Boisse [30] veröffentlicht wurden. Abb. 3.12 zeigt das verwendete symmetrische Glasgewebe und fasst die angegebenen Gewebeparameter zusammen. Aus der Fadendichte des Gewebes  $n$  und der Krümmung  $S$  lassen sich die für das DE-Modell benötigten Angaben für Fadenabstand  $L$  und Fadendicke  $t$  bestimmen. Die Fadendicke wird dabei als Anfangswert der folgenden Parameteranpassung herangezogen. Die angegebene Fadensteifigkeit wird hier nicht verwendet, da darüber hinaus die gemessenen Fadenkennlinie der Glasfäden in [30] angegeben ist. Sie zeigt einen nichtlinearen Streckungsteil gefolgt von einem linearen Dehnungsbereich und kann daher gut mit der in Glg. 3.13 angegebenen Charakteristik angenähert werden. In Abb. 3.13 ist die Fadenkennlinie aus dem Versuch und die genäherte Charakteristik des Modells dargestellt. Die durch Fitting erhaltenen Fadenparameter sind in der Tabelle angegeben. Buet-Gautier und Boisse führen an dem angegebenen Gewebe biaxiale Zugversuche mit den Dehnungsverhältnissen  $k_\epsilon = 0.5, 1.0$  und  $2.0$

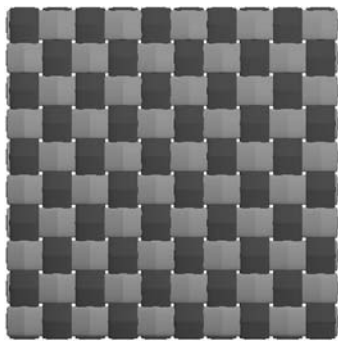


**Abbildung 3.14:** Validierung des biaxialen Zugverhaltens: Vergleich von Versuchsergebnissen und Simulation.

durch. Zusätzlich zu den daraus resultierenden Kraft-Dehnungs-Verläufen geben sie noch das Ergebnis einer einachsigen Belastung mit frei deformierbarer zweiter Fadenrichtung an. Der Versuch wird mit dem DE-Modell anhand eines kleinen Gewebestückes mit  $10 \times 10$  Fäden simuliert. Ausgehend vom Lastfall  $k_\epsilon = 1.0$  werden die Parameter der Fadenquerkompression bestimmt, die eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsdaten liefern. Ein gutes Ergebnis wird mit einer Fadendicke von  $t = 0.38$  mm, einer Kontaktsteifigkeit von  $k_c = 5.0$  kN und einem Kontaktexponenten von  $n_c = 10$  erreicht. Mit diesen Werten werden dann die übrigen Lastfälle berechnet. Die Ergebnisse für die Fadenkräfte in Kettrichtung  $f_1$  über den Kettdehnungen  $\epsilon_1$  aus Versuch und Simulation sind in der Abb. 3.14 dargestellt. Zusätzlich zu den vier Lastfällen ist zum Vergleich auch die reine Fadenkennlinie angegeben. Dabei zeigt sich, dass das DE-Modell mit den gewählten Parametern für Material und Gewebegeometrie das Verformungsverhalten des untersuchten Gewebes bei allen Dehnungsverhältnissen  $k_\epsilon$  mit größtenteils sehr guter Übereinstimmung wiedergeben kann. Kleine Abweichungen, wie beispielsweise die leicht unterschiedliche Steigung der Kraftkurve im Fall  $k_\epsilon = 2.0$ , treten zwar auf, jedoch ist das Ergebnis für die Validierung des Modells anhand von experimentellen Daten von biaxialen Zugversuchen aus der Literatur zufrieden stellend.

## 3.5 Modellverhalten und Parametersensitivitäten

Das Verhalten des DE-Gewebemodells soll nun genauer untersucht werden. Das Ziel dabei ist zum einen die Abschätzung der Parametersensitivitäten, zum anderen eine Demonstration des Anwendungsbereichs des Modells. Darüber hinaus eröffnet die systematische Untersuchung des Modellverhaltens Einblicke in die grundlegenden Zusammenhänge des nichtlinearen Verformungsverhaltens von Gewebematerialien. Die nachfolgenden Rechnungen gehen von einer Grundkonfiguration der Gewebeparameter aus, welche in Abb. 3.15 zusammengefasst ist. In den folgenden Berechnungen werden davon einzelne Parameter variiert und die daraus folgenden Auswirkungen betrachtet.



<i>Parameter</i>		<i>Wert</i>	<i>Einheit</i>
Fadenanzahl	$N_i$	10	-
Fadenabstand	$L_i$	1.0	mm
Fadendicke	$t_i$	0.1	mm
Krümmung	$S_i$	0.5	%
Fadensteifigkeit	$k_{li}$	1.0	N
Fadendämpfung	$d_l$	$1.0 \times 10^{-4}$	Ns/mm
Kontaktsteifigkeit	$k_c$	1.0	N
Kontaktexponent	$n_c$	4	-
Fadengewicht	$\mu_i$	$1.0 \times 10^{-6}$	g/mm

**Abbildung 3.15:** Grundkonfiguration des Gewebes für die Untersuchung des Modellverhaltens.

### 3.5.1 Einfluss der Krümmung

Das Verformungsverhalten von Geweben unter Zugbelastung zeigt im Wesentlichen zwei Arten von Nichtlinearitäten: zum einen eine geometrische Nichtlinearität, die durch Anpassung der Fadenkrümmung an das herrschende Lastverhältnis entsteht, zum anderen eine materielle Nichtlinearität, die durch die Kompression und Abflachung der Fadenquerschnitte an den Kreuzungspunkten der Fäden verursacht wird. Im ersten Fall ist die geometrische Größe der Krümmung von ausschlaggebender Bedeutung. Den Grenzfall der Krümmungsinteraktion stellt der in der Abb. 3.16 dargestellte uniaxiale Lastfall mit frei bleibender Querrichtung dar. Hier erfolgt eine vollständige Streckung der belasteten Fadenrichtung. Um den Einfluss der Krümmung auf das Verformungsverhalten der Gewebe zu untersuchen, wird daher mit dem angegebenen Gewebe der einachsige dehnungsgesteuerte Zugversuch simuliert. Die Krümmung wird dabei durch die Wahl verschiedener relativer Gewebedicken  $h_0/L_0 = 0.01, 0.1, 0.15$  und  $0.2$  variiert. Die Abb. 3.17a zeigt die Abhängigkeit der Krümmung  $S$  von der relativen Gewebedicke  $h_0/L_0$ . Der Einfluss der Variation der relativen Gewebedicke auf das Kraft-Dehnungsverhalten der Gewebe wird in Abb. 3.17b deutlich. Der Wert der Krümmung entspricht einer Parallelverschiebung

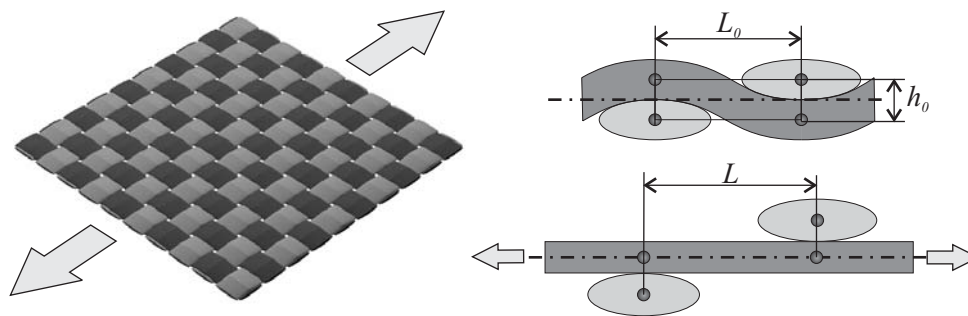


Abbildung 3.16: Glättung der Fadenkrümmung bei einachsigem Zug.

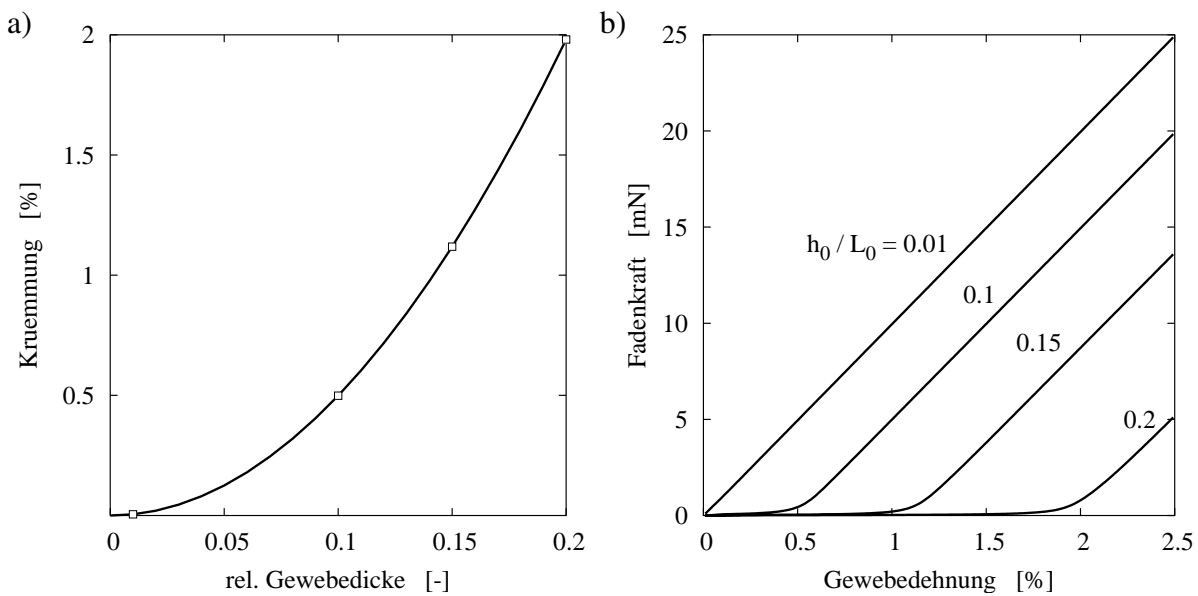
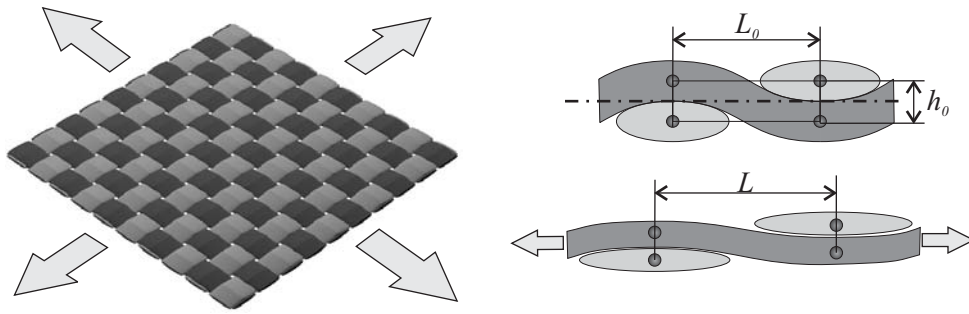


Abbildung 3.17: Einfluss der Krümmung  $S$  auf das Gewebeverhalten bei einachsigem Zugversuch: a) Krümmung in Abhängigkeit von der relativen Gewebedicke, b) Kraft-Dehnungsverlauf bei unterschiedlichen relativen Gewebedicken  $h_0/L_0$ .

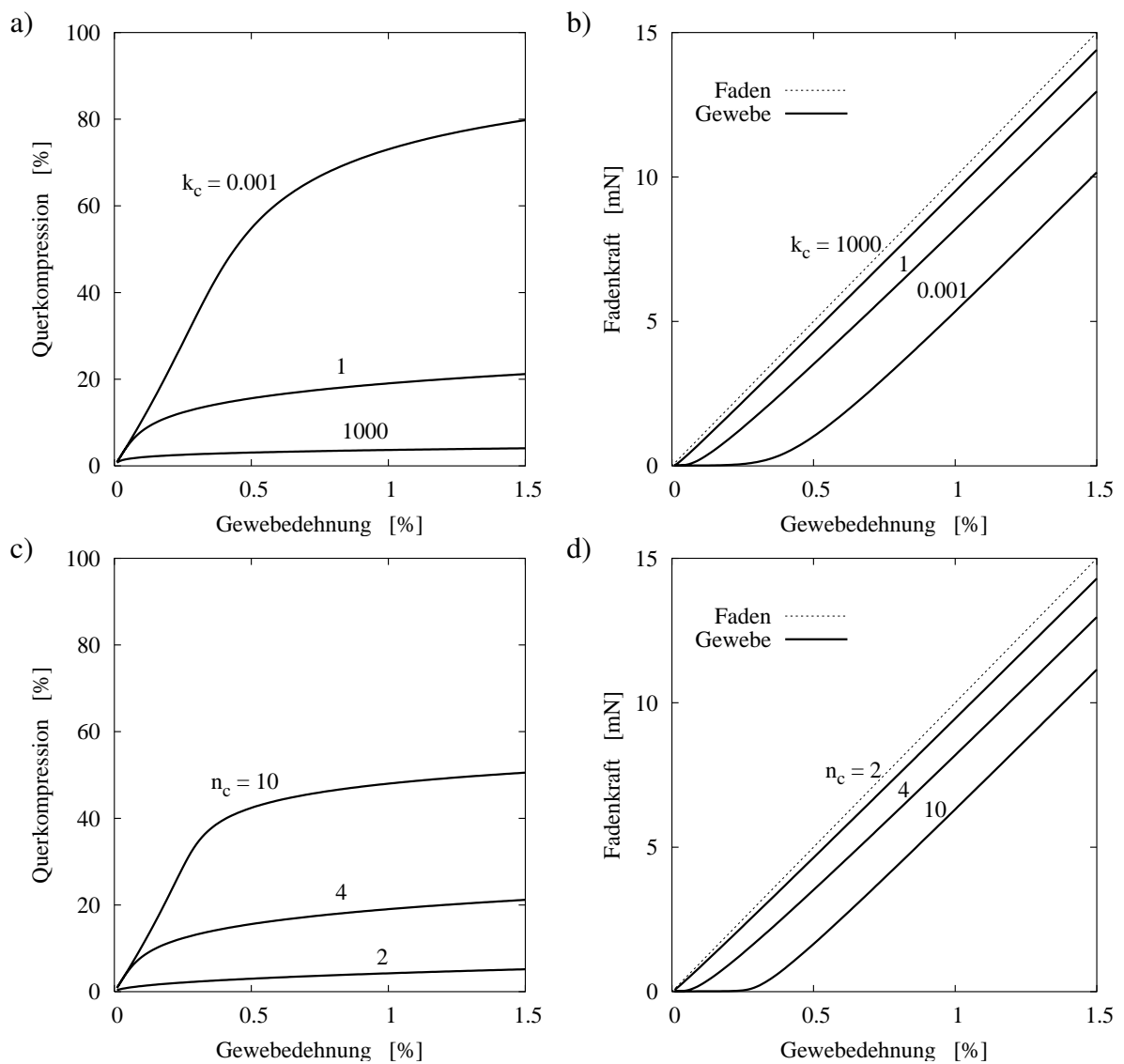
der Dehnung, welche durch das widerstandsfreie Glätten der belasteten Fäden entsteht. Dieser Dehnungsbereich wird auch als Strukturdehnung bezeichnet, der, im Gegensatz zum Bereich der Materialdehnung, im Wesentlichen durch eine geometrische Verformung der Fadenstruktur geprägt ist.

### 3.5.2 Fadenquerkompression

Der Einfluss der Fadenquerkompression lässt sich besonders deutlich anhand eines biaxialen Zugversuchs mit gleichen Lasten in beiden Richtungen untersuchen. Wird ein derartiger Versuch an einem symmetrischen Gewebe durchgeführt, so erfolgt keine weitere geometrische Krümmungsanpassung, da das Gewebe schon in der Gleichgewichtslage ist. Die materiell bedingte Nichtlinearität des Kraft-Dehnungsverhaltens lässt sich dann isoliert betrachten. Es wird daher ein dehnungsgesteuerter biaxialer Zugversuch mit dem Dehnungsverhältnis  $k_\epsilon = 1$  an



**Abbildung 3.18:** Kompression des Fadenquerschnittes und Glättung der Fadenkrümmung bei biaxialem Zug.

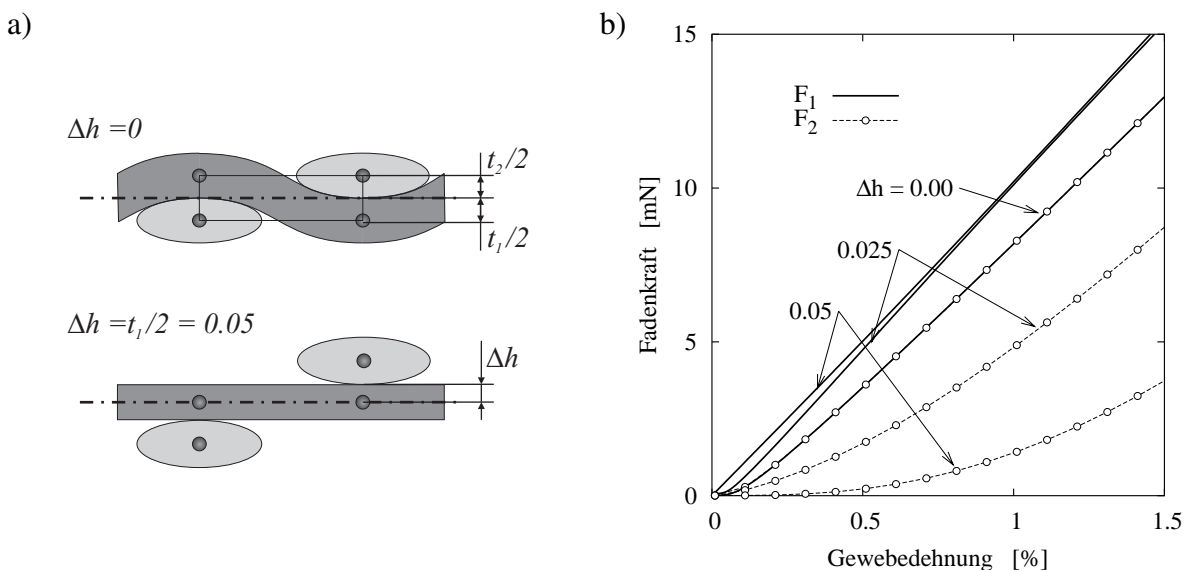


**Abbildung 3.19:** Einfluss des Querkontaktes auf das Gewebeverhalten bei biaxialem Zug: Querkompression und Kraft-Dehnungsverlauf bei Variation der Kontaktsteifigkeit  $k_c$  [N] (a, b) und bei Variation des Kontaktexponenten  $n_c$  [-] (c, d).

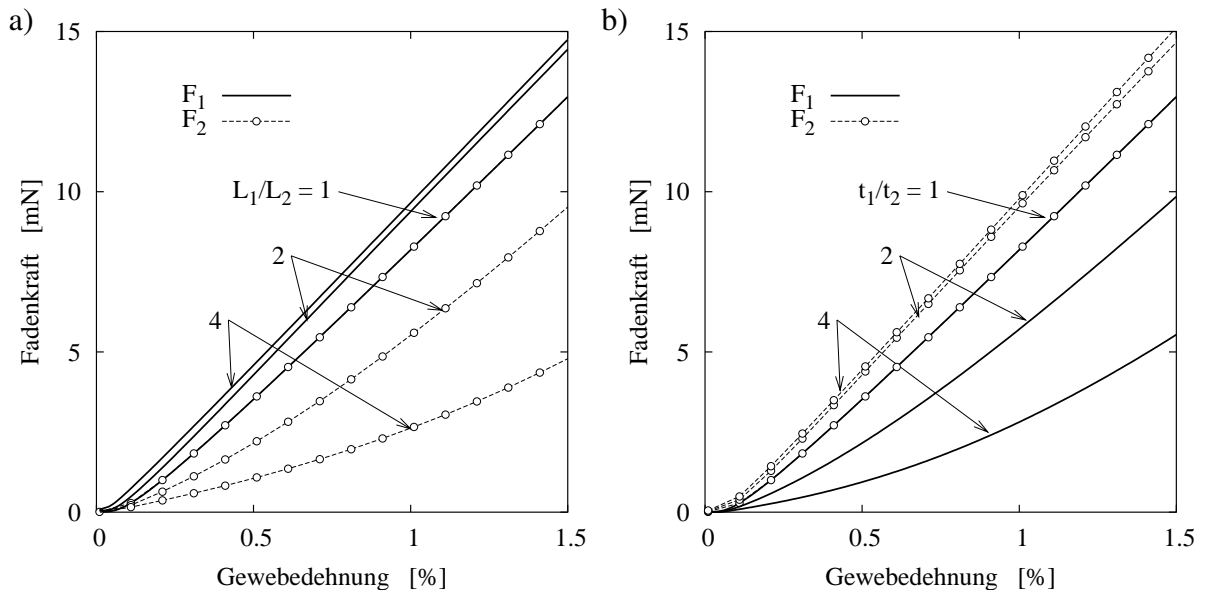
dem genannten Grundgewebestück simuliert. Die Abb. 3.18 veranschaulicht die Abflachung der Fadenquerschnitte bei biaxialer Last und die daraus folgende Dehnung in der Gewebeebene. Es erfolgt einerseits eine Variation der Kontaktsteifigkeit  $k_c$  und andererseits eine Variation des Kontaktexponenten  $n_c$ , um den Übergang von einem sehr weichen zu einem steifen Fadenquerschnitt zu untersuchen. In den Abb. 3.19a und b sind die Ergebnisse des Zugversuchs für die Kontaktsteifigkeiten  $k_c = 0.001, 1$  und  $1000$  N dargestellt. Die Kompression des Fadenquerschnitts in Abb. 3.19a demonstriert deutlich, wie sich die Steifigkeit auf den Querschnitt auswirkt. In dem Kraft-Dehnungsverlauf in Abb. 3.19b führt eine zunehmende Kompressibilität zu einer zunehmenden Abweichung vom linear-elastischen Verhalten. Die Ergebnisse der Rechnungen mit variiertem Kontaktexponenten  $n_c$  sind in den Abb. 3.19c und d zusammengefasst. Ein zunehmender Wert des Exponenten bewirkt eine steigende Kompressibilität, die wie im vorangegangenen Fall eine zunehmende Nichtlinearität des Kraft-Dehnungsverhaltens bewirkt. Der Verlauf der Querkompression unterscheidet sich jedoch in den beiden Fällen. So führt ein größerer Kontaktexponent zu einem schärferen Übergang von der anfänglichen Anpassungsphase des Fadenquerschnittes zu einem Bereich mit einer nur noch kleinen Änderung der Querdehnung. Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass durch die Parameter Kontaktsteifigkeit  $k_c$  und Kontaktexponent  $n_c$  das Kompressionsverhalten der Fadenquerschnitte über einen weiten Bereich angepasst werden kann.

### 3.5.3 Vorstreckung

Eine meist fertigungsbedingt vorliegende Vorstreckung einer Fadenrichtung wirkt sich auf das Verformungsverhalten von Geweben aus. Im Modell wird die Vorstreckung durch den Parameter  $\Delta h$  berücksichtigt. Der Fall  $\Delta h = 0$  mm beschreibt dabei den nicht vorgestreckten Fall.



**Abbildung 3.20:** Symmetrisches Gewebe mit unterschiedlicher Fadenvorstreckung  $\Delta h$  [mm] bei biaxialer Zugbelastung mit dem Dehnungsverhältnis  $k_c = 1$ .

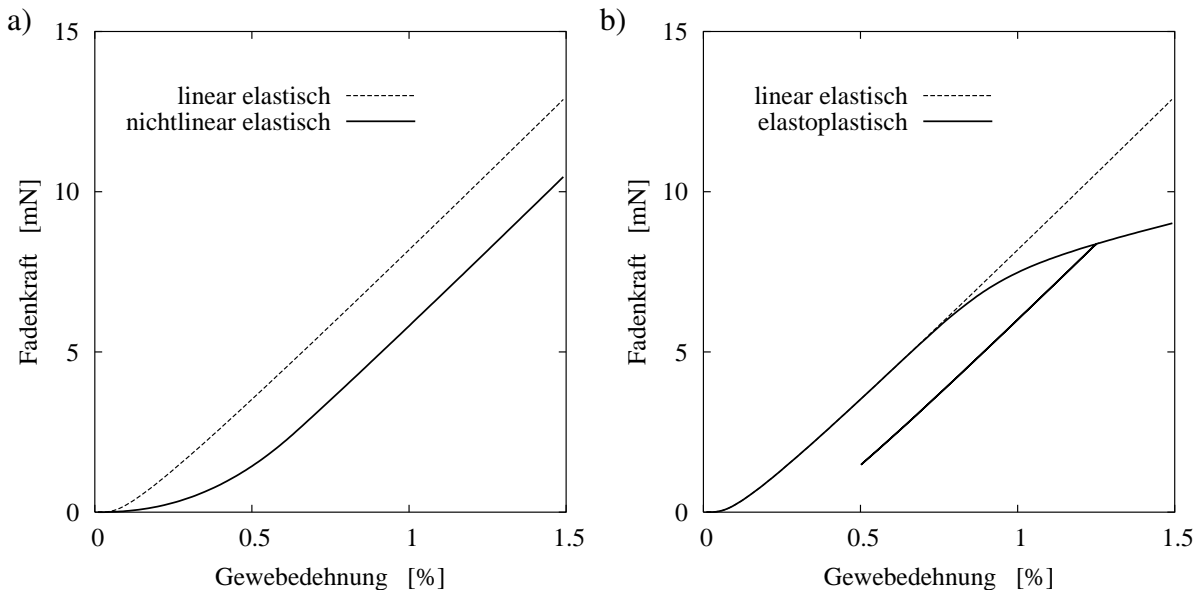


**Abbildung 3.21:** Kraft-Dehnungsverhalten in Kett- und Schussrichtung bei biaxialer Belastung mit dem Dehnungsverhältnis  $k_\epsilon = 1$ . Auswirkung des unsymmetrischen Gewebeaufbaus mit ungleichem Fadenabstand (a) und ungleicher Fadendicke (b).

Die maximale Vorstreckung einer Fadenrichtung wird für den Grenzwert  $\Delta h_{max} = t_1/2$  für eine gestreckte Ketttrichtung und  $\Delta h_{min} = -t_2/2$  für eine gestreckte Schussrichtung erreicht. Um den Einfluss der Vorstreckung im Modell zu untersuchen, wird ein biaxialer Zugversuch mit dem Dehnungsverhältnis  $k_\epsilon = 1$  an dem symmetrischen Modellgewebe simuliert. Die Vorstreckung wird dabei von der symmetrischen Ausgangslage mit  $\Delta h = 0$  mm in zwei Schritten zum Maximalwert für einen vollständig gestreckten Kettfaden  $\Delta h = t_1/2 = 0.05$  mm variiert. Die Abb. 3.20a zeigt die Ausgangssituation des Gewebes ohne und mit maximaler Vorstreckung der Ketttrichtung. In Abb. 3.20b sind für die drei Rechnungen jeweils die Kräfte in Kett- und Schussrichtung ( $F_1$  und  $F_2$ ) über der Dehnung aufgetragen. Im Grenzfall der gestreckten Ketttrichtung ergibt sich für die Fadenkraft in Ketttrichtung die reine Fadenkennlinie, während die Schussrichtung einen großen, nahezu widerstandsfreien Verformungsbereich aufweist.

### 3.5.4 Unsymmetrische Gewebe

In den bisherigen Beispielen wurde ein Gewebe mit symmetrischem Aufbau betrachtet, bei dem die Geometrieparameter der Kett- und Schussrichtung gleich sind. In zwei Beispielen soll nun gezeigt werden, wie sich unsymmetrische Eigenschaften des Gewebes auf das Verformungsverhalten bei biaxialer Zugbelastung mit dem Dehnungsverhältnis  $k_\epsilon = 1$  auswirken. Die Ergebnisse der Fadenkräfte in Kett- und Schussrichtung  $F_1$  und  $F_2$  über der aus den Rechnungen erhaltenen Dehnung sind in Abb. 3.21 angegeben. Abb. 3.21a zeigt die Ergebnisse für unterschiedliche Verhältnisse der Fadenabstände  $L_1/L_2$ , Abb. 3.21b für verschiedene Fadendickenverhältnisse  $t_1/t_2$ . Der Fall  $L_1/L_2 = 1$  bzw.  $t_1/t_2 = 1$  stellt dabei den symmetrischen Gewebe-



**Abbildung 3.22:** Beispiele nichtlinearen Materialverhaltens der Fadenlängsinteraktion bei biaxialem Zug mit dem Dehnungsverhältnis  $k_\epsilon = 1$ : a) nichtlinear-elastisch, b) elastoplastisch.

aufbau dar. Ein größerer Fadenabstand in Kettrichtung führt zu einer zunehmenden Versteifung in dieser Richtung, während die zunehmende Fadendicke in Kettrichtung den umgekehrten Effekt hervorruft: die Kettrichtung wird nachgiebiger und die Schussrichtung steifer.

### 3.5.5 Nichtlineares Fadenverhalten

Wie im Abschnitt 3.2.2 beschrieben steht im Modell nicht nur linear elastisches Materialverhalten für die Fadenlängsdehnung zur Verfügung. Das nichtlinear elastische Verhalten, welches eine anfängliche Streckungsphase des Fadens berücksichtigt, wurde schon im Zuge der Validierungsrechnung in Abschnitt 3.4.2 angewendet. Des Weiteren ist ein elastoplastisches Materialgesetz mit jeweils linearem Verlauf im elastischen und im plastischen Bereich implementiert. In Abb. 3.22 sind die Kraft-Dehnungskurven eines Gewebestücks entsprechend der Standardkonfiguration unter biaxialer Zugbelastung mit dem Dehnungsverhältnis  $k_\epsilon = 1$  für die beiden nichtlinearen Materialtypen im Vergleich zum linear elastischen Fadenverhalten dargestellt. Das nichtlinear elastische Material in Abb. 3.22a ist entsprechend der Gleichung 3.13 definiert. Die im Beispiel gewählten Parameter des Streckungsbereiches sind  $a = 1000$  N,  $b = 90$  N und  $c = 0.025$  N. Der Übergang liegt bei  $\epsilon_T = 0.5\%$  und  $F_T = 2.5$  mN und die lineare Fadenlängssteifigkeit beträgt  $k_l = 1$  N. Der Streckungsbereich der Fäden geht direkt in den Kraft-Dehnungsverlauf des Gewebestückes ein und führt zu einer Parallelverschiebung des Verformungsverlaufes.

Im zweiten Beispiel, dargestellt in Abb. 3.22b, ist das elastoplastische Material entsprechend der Gln. 3.14-3.17 durch die Fadenlängssteifigkeit im elastischen Bereich  $k_l^I = 1$  N, im plastischen Bereich  $k_l^{II} = 0.25$  N und der mittleren Fließgrenze  $\epsilon_Y = 0.8\%$  definiert. Die Fließ-



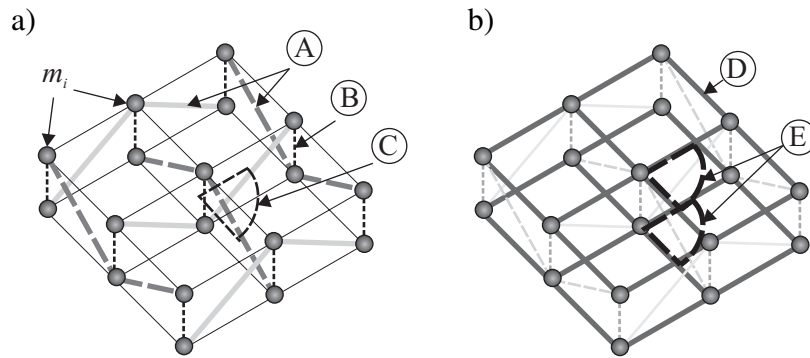
grenzwerte der einzelnen Fadenstücke sind mit einer statistischen Verteilung variiert; die Standardabweichung der Grenzwerte beträgt  $\sigma_{\epsilon_Y} = 0.08\%$ . In der Rechnung erfolgt eine Belastung bis  $\epsilon = 1.25\%$ , gefolgt von einer Entlastung auf  $\epsilon = 0.5\%$  und einer anschließenden erneuten Belastung bis zum Maximalwert. Das Verformungsverhalten des Gewebestücks zeigt anfangs einen dem linear elastischen Fall identischen Verlauf. Mit zunehmender Dehnung erreichen die verschiedenen Fadenstücke ihre Fließgrenze und es tritt eine plastische Verformung auf. Die Entlastung erfolgt dann mit der gleichen Steifigkeit wie bei der anfänglichen elastischen Dehnung. Bei einer Wiederbelastung wird beim Erreichen des vorangegangenen maximalen Lastniveaus wieder der ursprüngliche plastische Verformungspfad angenommen.

## 3.6 Erweiterung auf beschichtete Gewebe

Gewebemembranen bestehen aus einem Gewebe, welches mit einem meist deutlich nachgiebigeren Material beschichtet ist. Die Beschichtung bewirkt dabei eine Fixierung der Fäden, die sich auf das Verformungsverhalten des Materials auswirkt. Die wesentlichen Einflüsse sind beim Zugverhalten und bei der Schubdeformation der Gewebemembranen zu beobachten. Im Folgenden sollen nun möglichst einfach die Auswirkungen einer Beschichtung auf das Gewebeverhalten in das Modell eingebracht werden. Aus dem Gewebemodell soll, bei gleichbleibender geometrischer Verteilung der Punktmassen, einzig durch Hinzunahme weiterer Interaktionen zur Repräsentation der Matrix, ein Gewebemembranmodell entstehen. Hierzu müssen einerseits die Massen um einen Betrag entsprechend des Flächengewichts der Beschichtung erhöht und andererseits die nötigen Matrixinteraktionen definiert werden. Durch eine Variation der Parameter dieser Matrixinteraktionen ist es möglich, den gesamten Bereich vom reinen, unbeschichteten Gewebe bis zur steifen Gewebemembran mit einem einheitlichen Modell zu beschreiben. Die zur Repräsentation der Beschichtung verwendeten Interaktionen werden im Folgenden vorgestellt. Anschließend werden die Auswirkungen der Beschichtung anhand des Modells durch einige Simulationsrechnungen untersucht.

### 3.6.1 Matrixinteraktionen

Wird ein beschichtetes oder in eine Matrix eingebettetes Gewebe betrachtet, müssen die Einflüsse der Matrix berücksichtigt werden. Neben der zusätzlichen Steifigkeit gegen Zugverformung in der Gewebeebe liegt der größte Einfluss der Beschichtungen in einer Versteifung der Scherverformung. Die Einbettung fixiert bis zu einem gewissen Grad die Fadenlagen im Gewebe; die Größe dieses Einflusses hängt dabei im Wesentlichen von der Steifigkeit und der Dicke des Matrixmaterials ab. Zum einen wird die Krümmungsinteraktion behindert und bei Entlastung eine rückstellende Wirkung entfaltet, zum anderen ist die freie Rotation der sich kreuzenden Fäden nicht mehr möglich. Anstelle der plastischen Fadenrotation der reinen Gewebe tritt nun eine elastische Schubverformung der Einheitszelle. Das Blockieren der Fäden bei starken Schubverformungen kann bei weichen Einbettungen weiterhin beobachtet werden,



**Abbildung 3.23:** Interaktionen im Gewebemembranmodell. a) Gewebe: (A) Fadenlängsdehnung, (B) Fadenquerkompression, (C) Fadenrotation; b) Beschichtung: (D) Matrixdehnung, (E) Matrixschubverformung.

daher bleibt diese Interaktion gegebenenfalls erhalten. In der Abb. 3.23b sind die zusätzlichen Interaktionen für die Berücksichtigung von Einbettungsmaterialien, die Matrixdehnung und die Matrixschubverformung, gekennzeichnet.

### Matrixdehnung

Das Matrixmaterial füllt den gesamten Bereich zwischen Ober- und Unterkante des Gewebes aus. Die verstärkende Wirkung gegenüber Belastungen in den Fadenrichtungen wird durch ein Netzwerk aus Interaktionen jeweils zwischen den Massen der Oberseite und denen der Unterseite berücksichtigt. Im einfachsten Fall kann ein linear elastisches Verhalten für das Grundmodell analog zur Fadeninteraktion aus Gl. 3.10 angenommen werden:

$$F_{jk}^m = k_m \epsilon_{jk} . \quad (3.46)$$

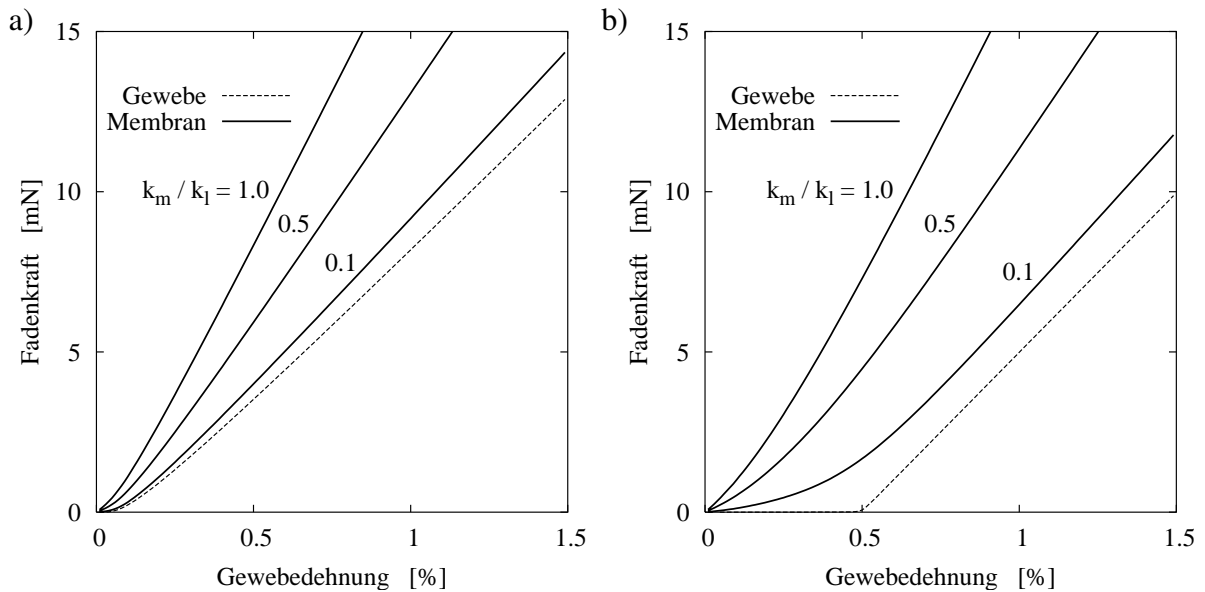
Die Anpassung kann dann durch den Parameter der Matrixsteifigkeit  $k_m$  erfolgen. Anderes Materialverhalten, insbesondere nichtlinear elastische Kraft-Dehnungskurven, lassen sich ebenso wie bei der Fadenlängsdehnung ohne weiteres implementieren, werden aber nicht im Rahmen dieser Arbeit behandelt.

### Matrixschubverformung

Die Schubverformung des Matrixmaterials ist analog zur Scherdeformation der Fäden in Abhängigkeit vom Scherwinkel  $\gamma_{jl}$  definiert. Es kann hier aber für das Grundmodell ein linear elastischer Zusammenhang

$$M_{jl}^s = k_s \gamma_{jl} , \quad (3.47)$$

mit der Matrixschubsteifigkeit  $k_s$  angenommen werden.

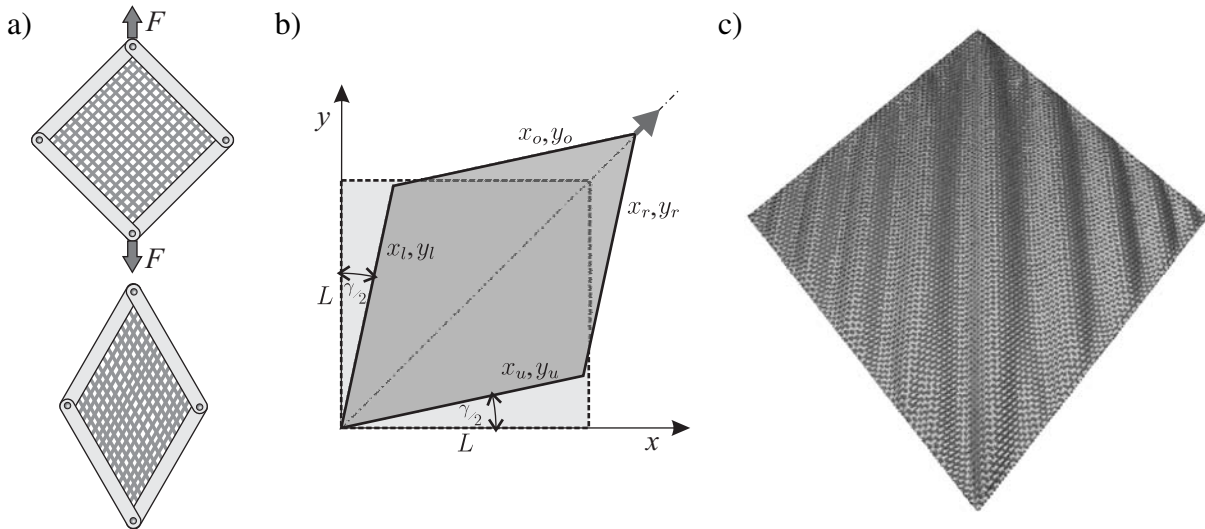


**Abbildung 3.24:** Einfluss der Matrixsteifigkeit auf das Zugverhalten: a) Biaxialer Zug mit Dehnungsverhältnis  $k_e = 1$ , b) Einachsiger Zug.

### 3.6.2 Einfluss der Beschichtung bei Zugbelastung

Eine auf das Gewebe aufgebraute Beschichtung wirkt sich sowohl auf das Zugverhalten als auch auf das Schubverhalten aus. Bei Zugbelastung einer beschichteten Gewebeprobe ergibt sich ein steiferes Verhalten als bei der reinen Gewebeprobe, da die Beschichtung einen Teil der Last trägt. Dieser Effekt lässt sich unter biaxialer Zugbelastung mit gleichen Lasten ( $k_e = 1$ ) beobachten. In Abb. 3.24a sind die sich dabei ergebenden Kraft-Dehnungs-Kurven für ein reines Gewebe und den daraus erzeugten Gewebemembranen mit drei zunehmend steifer werdenden Beschichtungen angegeben. Für die Matrixsteifigkeit werden dabei die Werte  $k_m/k_l = 0.1, 0.5$  und  $1.0$  angenommen. Im Fall der weichen Membran mit geringer Matrixsteifigkeit ist die Auswirkung auf das Verformungsverhalten nur gering, mit zunehmender Matrixsteifigkeit gewinnt sie aber an Gewicht.

Eine deutlichere Auswirkung der Beschichtung unter Zugbelastung ergibt sich jedoch bei ungleichmäßigen Lasten. Wie in Abschnitt 3.5.1 anhand des Falls einachsiger Zugbelastung demonstriert, erfolgt bei reinen Geweben die Anpassung der Fadenkrümmungen an das jeweilige Lastverhältnis mit vernachlässigbar geringem Widerstand. Eine Beschichtung wirkt durch die Fixierung der Ausgangslage der Fäden dieser Anpassung der Fadenkrümmungen entgegen. Die in diesem Bereich messbare Steifigkeit der Gewebemembran wird dabei durch die Beschichtung dominiert, so dass hieraus Rückschlüsse auf die Matrixsteifigkeit möglich sind. In Abb. 3.24b sind die Kraft-Dehnungs-Verläufe des Gewebes und der Membran mit zunehmender Matrixsteifigkeit unter einachsiger Zugbelastung angegeben. Das ideale Gewebe ist dabei durch die anfängliche Glättung der Fadenkrümmung in Lastrichtung bis zu einer Gewebedehnung von  $\epsilon_G = 0.5\%$  widerstandsfrei, während mit zunehmender Steifigkeit der Matrix der Anfangswiderstand zunimmt. Für die steife Membran mit  $k_m/k_l = 1.0$  verschwindet der Glättungsbereich

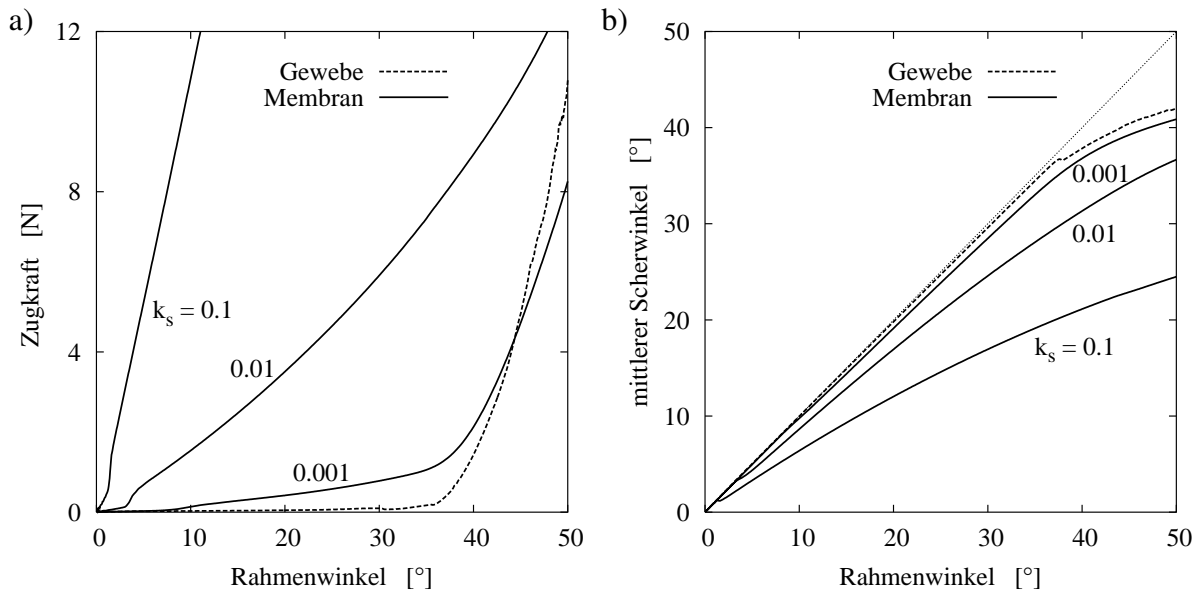


**Abbildung 3.25:** Scherrahmenversuch: a) Prinzipskizze, b) Implementierung der Kinematik der Ränder, c) 3D-Visualisierung des deformierten Zustands bei Rahmenwinkel  $\gamma = 30^\circ$ .

der Fäden nahezu vollständig; es ist nur noch eine kleine Steifigkeitszunahme zu beobachten.

### 3.6.3 Beschichtungseinfluss auf das Schubverhalten

Ähnlich wie im Falle ungleichmäßiger Lasten wirkt auch bei Schubbeanspruchung der Gewebemembran die Beschichtung der freien Bewegung der Fäden entgegen. Die Fadenkreuze im Gewebe sind durch die Matrix fixiert. Eine Änderung des Schnittwinkels der Fäden ist nur durch eine Verformung der Matrix möglich. Um das Schubverhalten von Gewebemembranen zu untersuchen, bieten sich wie in Abschnitt 2.3.2 erläutert im Wesentlichen zwei Möglichkeiten: der Schrägzugversuch oder der Scherrahmenversuch. Da sich der Schrägzugversuch mit geringem Aufwand auf herkömmlichen Zugprüfmaschinen ohne weitere Zusatzausstattung durchführen lässt, wird dieser später im experimentellen Teil der Arbeit zur Charakterisierung des Schubverhaltens der Modellmaterialien angewendet. Im Rahmen der Modellstudien in diesem Abschnitt wird dagegen der Scherrahmenversuch bevorzugt, da er insbesondere dafür geeignet ist, das Phänomen der Faltenbildung unter Schubbelastung zu untersuchen. In einem Versuchsaufbau dieser Art wird eine quadratische Probe in einen Rahmen mit starren Seiten eingespannt, die über widerstandsfreie Lager drehbar miteinander verbunden sind. Wird auf diesen Rahmen an sich gegenüberliegenden Ecken eine Last in diagonaler Richtung aufgebracht, verformt er sich zu einer Raute und erzeugt so in der eingespannten Probe eine Schubdeformation. Die Abb. 3.25 zeigt in a) das Prinzip des Scherrahmens. In Teil b) der Abbildung ist die Kinematik der Probenränder dargestellt und der Rahmenwinkel  $\gamma$  als charakteristische Zustandsgröße definiert. Um den Scherrahmenversuch zu simulieren, werden auf ein Gewebestück aus  $N_1 \times N_2 = 100 \times 100$  Fäden die kinematisch korrekten Randverschiebungen aufgebracht. Für die Koordinaten der Randknoten ergeben sich dabei in Abhängigkeit vom Rahmenwinkel  $\gamma$  folgende Zusammen-



**Abbildung 3.26:** Einfluss der Matrixsteifigkeit auf das Schubverhalten im Scherrahmenversuch; Ergebnisse der Simulationen mit verschiedenen Matrixsteifigkeiten  $k_s$  [Nmm]: a) Zugkraft über Rahmenwinkel, b) mittlerer Scherwinkel über Rahmenwinkel.

hänge:

$$\text{unterer Rand } (x = 0) : \quad x_u = x_u^0 \cos \frac{\gamma}{2}, \quad (3.48)$$

$$y_u = y_u^0 \sin \frac{\gamma}{2}; \quad (3.49)$$

$$\text{linker Rand } (y = 0) : \quad x_l = x_l^0 \sin \frac{\gamma}{2}, \quad (3.50)$$

$$y_l = y_l^0 \cos \frac{\gamma}{2}; \quad (3.51)$$

$$\text{oberer Rand } (x = L) : \quad x_o = \sqrt{2} L \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) - (L - x_o^0) \cos \frac{\gamma}{2}, \quad (3.52)$$

$$y_o = \sqrt{2} L \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) - (L - x_o^0) \sin \frac{\gamma}{2}; \quad (3.53)$$

$$\text{rechter Rand } (y = L) : \quad x_r = \sqrt{2} L \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) - (L - y_r^0) \sin \frac{\gamma}{2}, \quad (3.54)$$

$$y_r = \sqrt{2} L \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) - (L - y_r^0) \cos \frac{\gamma}{2}. \quad (3.55)$$

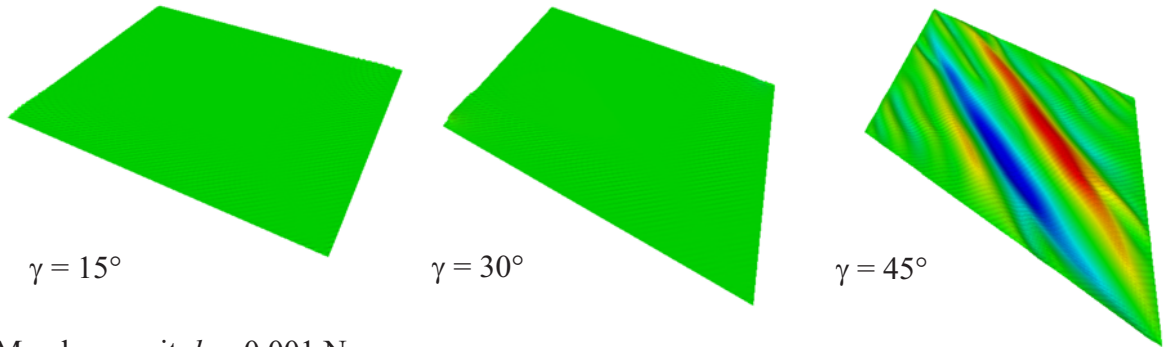
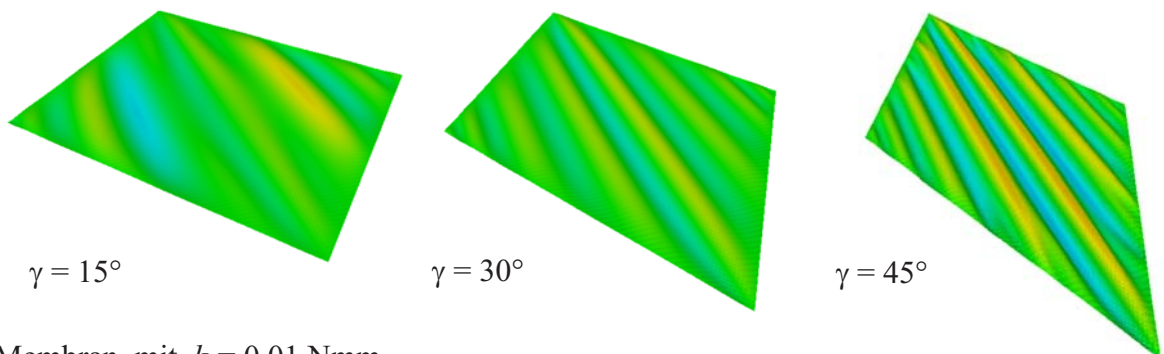
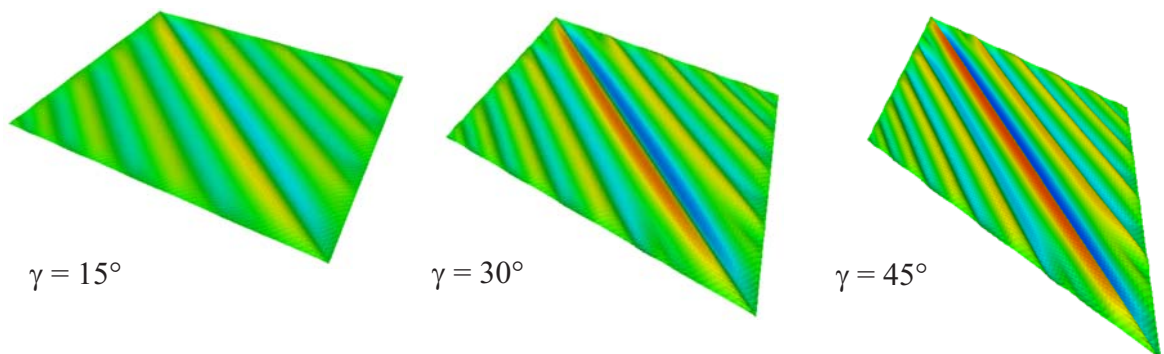
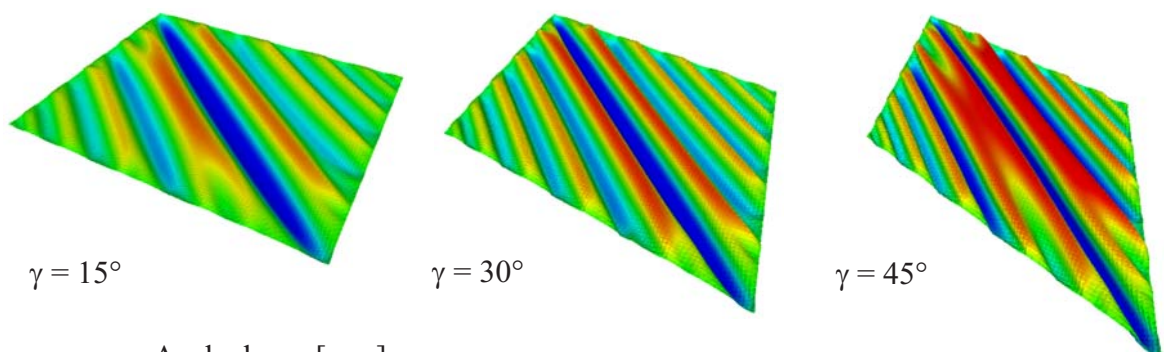
$x^0$  und  $y^0$  stellen dabei die Anfangspositionen der Randknoten und  $L$  die Kantenlänge der Probe dar. Die übrigen Parameter des Modells entsprechen den in den vorherigen Abschnitten verwendeten Werten. In der Simulation des Scherrahmenversuches wird nun die Auswirkung verschiedener Schubsteifigkeiten untersucht. Es werden dabei Konfigurationen für ein reines Gewebe und für eine weiche, mittlere und steife Membran ( $k_s = 0.001, 0.01$  und  $0.1$  Nmm) gewählt. Ausgewertet werden die Zugkraft an den Rahmenecken über dem Rahmenwinkel (Abb. 3.26a) und der Verlauf des Mittelwerts der Scherwinkel aller Fadenkreuze in der Probe über dem Rahmenwinkel (Abb. 3.26b). Das Gewebe zeigt dabei entsprechend der zugrunde liegenden Interak-

tionen der Fadenrotation einen weitgehend widerstandsfreien Scherbereich bis ca.  $\gamma = 35^\circ$ , welcher mit zunehmender Beschichtungssteifigkeit in einen linearen Verlauf mit großer Steigung übergeht. Der Verlauf des mittleren Scherwinkels des Gewebes folgt in dem widerstandsfreien Bereich dem äußeren Rahmenwinkel (Diagonale) und weicht erst bei Erreichen des Blockierwinkels ab. Die Membranen zeigen schon deutlich früher, im Fall der steifen Membran von Anfang an, einen niedrigeren mittleren Scherwinkel. Der Grund dafür, dass das Material der von außen vorgegebenen Schubverformung nicht vollständig folgt, liegt in der Faltenbildung. Das Einnehmen der gewellten Lage stellt im Vergleich zur reinen Schubdeformation eine energetisch günstigere Konfiguration dar. Die Abb. 3.27 zeigt das entstehende Faltenbild der vier Materialien bei unterschiedlichen Rahmenwinkeln, wobei die Auslenkung aus der Ursprungsebene heraus farbig dargestellt ist. Es zeigt sich zum einen, dass die Faltenbildung beim Gewebe erst bei Erreichen des Blockierwinkels eintritt, wie auch der Verlauf des mittleren Scherwinkels in Abb. 3.26b veranschaulicht, zum anderen nimmt sowohl die Anzahl als auch die Amplitude der Falten mit zunehmender Matrixsteifigkeit zu. Auch wenn im Rahmen dieser Arbeit das Themengebiet der Faltenbildung in Membranen, abgesehen von den hier gezeigten qualitativen Aussagen, nicht weiter verfolgt wird, so wird doch deutlich, dass die Methode der diskreten Elemente geeignet ist, diese Form von Stabilitätsproblemen zu behandeln.

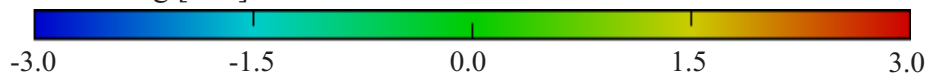
### 3.6.4 Grenzen des Anwendungsbereichs des Gewebemembranmodells

Die für das Gewebemembranmodell realisierte Repräsentation der Beschichtung wurde unter der Vorgabe eines möglichst geringen zusätzlichen Modellierungsaufwands gewählt. Wie in den vorherigen beiden Abschnitten gezeigt, werden damit die wesentlichen Auswirkungen auf das Zug- und Schubverhalten wiedergegeben. Diese Aussage ist gültig, solange das Gewebeverhalten den dominierenden Verformungsmechanismus darstellt. Im Falle sehr steifer Beschichtungen stößt die gewählte Darstellung jedoch an ihre Grenzen. Dies liegt daran, dass die Beschichtung im Modell als ein rechtwinkliges Stabnetzwerk repräsentiert ist. Anhand theoretischer Überlegungen zur Kontinuumsrepräsentation mittels Gitternetzwerken, wie sie beispielsweise in [118] zu finden sind, lässt sich zeigen, dass rechtwinklige Stabnetzwerke grundsätzlich nicht in der Lage sind, die Kontinuumseigenschaften eines Materials wiederzugeben. Insbesondere zeigt ein rechtwinkliges Stabnetzwerk bei Belastung entlang einer Achsrichtung keine Querdehnung, die Poissonzahl ist dann null. Wird in der zu modellierenden Gewebemembran also die Steifigkeit der Beschichtung so groß, dass die Kontinuumseigenschaften der Einbettung das Verformungsverhalten der Membran dominieren, ist die gewählte Repräsentation nicht mehr gültig. Anhand des einachsigen Zugversuchs an einem Gewebestück mit den Modellparametern aus den vorherigen Anwendungsbeispielen lässt sich dieser Übergang demonstrieren. Die Abb. 3.28a zeigt den Verlauf der Querdehnung über der Gewebelängsdehnung. Entsprechend der Abb. 3.28b werden dabei das reine Gewebe, die reine Matrix mit deaktivierter Fadenlängsinteraktion sowie die Kombination zu Gewebemembranen mit unterschiedlicher Matrixsteifigkeit  $k_m$  miteinander verglichen. Es zeigt sich, dass die reine Beschichtung keine Querdehnung

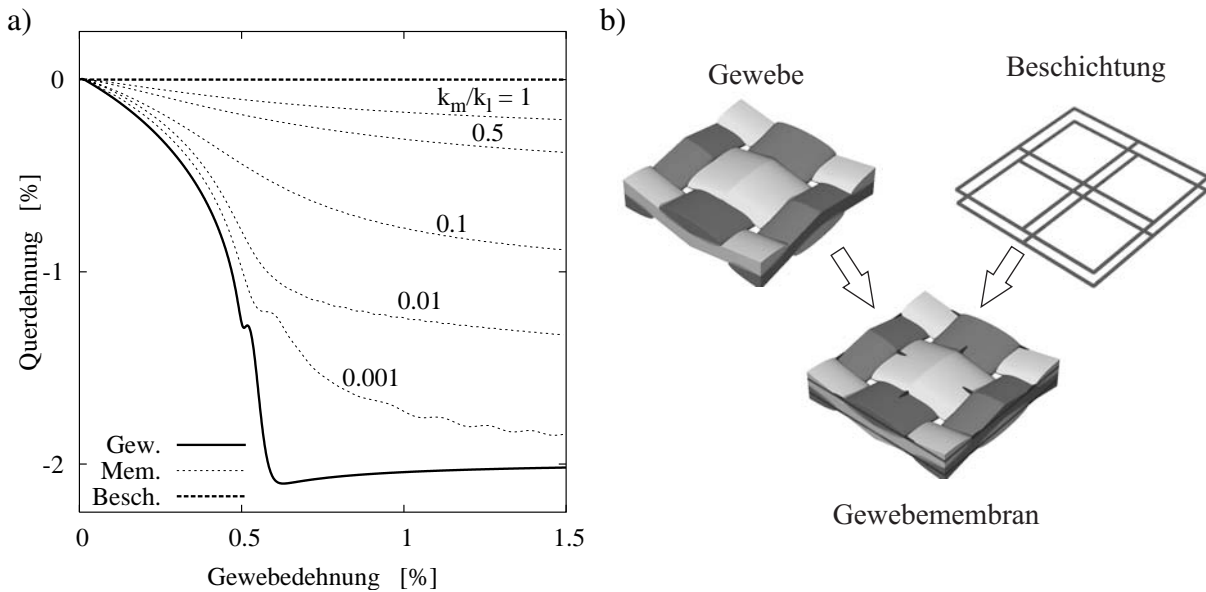
Gewebe

Membran mit  $k_s = 0.001$  NmmMembran mit  $k_s = 0.01$  NmmMembran mit  $k_s = 0.1$  Nmm

Auslenkung [mm]



**Abbildung 3.27:** Simulation des Scherrahmenversuchs: Faltenbildung in Abhängigkeit von der Schubsteifigkeit der Beschichtung.



**Abbildung 3.28:** Beschichtungsrepräsentation im Gewebemembranmodell: a) Querdehnung über Längsdehnung im einachsigen Zugversuch bei zunehmender Matrixsteifigkeit  $k_m$  [N], b) Aufbau des Netzwerkes der Matrixinteraktionen.

erfährt, während das Gewebe eine starke Querdehnung durch die Krümmungsinteraktion der Fäden aufweist. Mit steifer werdender Matrix der Gewebemembran geht der Verlauf der Querdehnung von dem des Gewebes in den der reinen Beschichtung über. Die steife Beschichtung behindert zunehmend den Verformungsmechanismus des Gewebes und verfälscht durch ihre unphysikalische Repräsentation als rechtwinkliges Stabnetzwerk das Ergebnis der Querdehnung. Für Anwendungen auf Belastungsfälle, bei denen die freie Querdehnung von Bedeutung ist, sollte die Steifigkeit der Beschichtung des Gewebemodells deutlich unter der Fadensteifigkeit liegen, um diesen Fehler zu begrenzen. Weniger relevant ist der Effekt jedoch bei Lastfällen, in denen beide Fadenrichtungen mit einer signifikanten Last beaufschlagt werden. Hier können auch steifere Gewebemembranen in ausreichender Genauigkeit repräsentiert werden. Alternativ zur gewählten Beschichtungsdarstellung könnte beispielsweise durch die Wahl einer triangulierten Netztopologie der Beschichtungsinteraktionen eine verbesserte Wiedergabe der Kontinuumseigenschaften der Beschichtung erreicht werden. Da hierbei jedoch eine Kopplung zu dem rechtwinkligen Netz der Fadeninteraktionen hergestellt werden müsste, ließe sich dies nur durch ein überlagertes feineres Netz mit zusätzlichen Knoten erreichen. Diese Vorgehensweise wird in der vorliegenden Arbeit jedoch nicht weiter verfolgt, da sie in Hinblick auf die Rechenzeiten sehr unökonomisch erscheint.

### 3.7 Zusammenfassung des Gewebemembranmodells

Das entwickelte Gewebemembranmodell basiert auf einer abstrahierten geometrischen Darstellung der Fadenstruktur, die als Dreiecksmodell bekannt ist. Für die Anwendung der Diskrete-



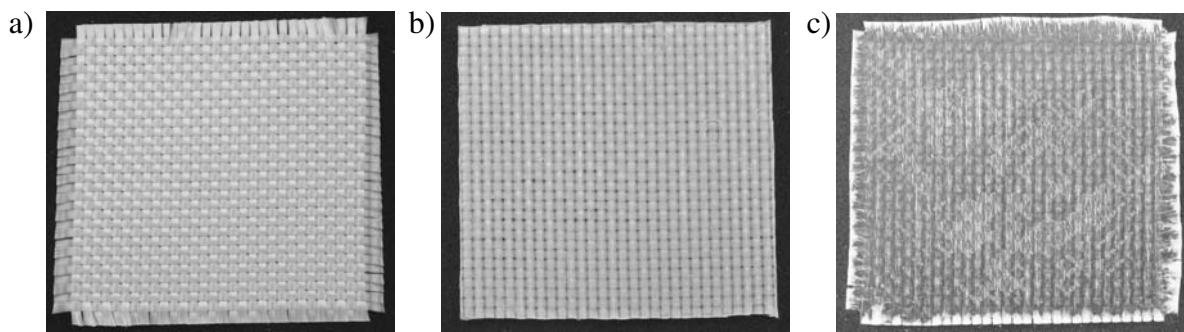
Elemente-Methode wird das Gewebe auf Fadenebene in Massepunkte diskretisiert, deren Bewegungen dynamisch explizit gelöst werden. Zur Repräsentation der typischen Gewebemechanismen werden Interaktionen zwischen den Massepunkten definiert, die sowohl die Fadenstruktur als auch eine eventuelle Beschichtung berücksichtigen. In einigen Modellanwendungen können das typische Verformungsverhalten von Gewebemembranen nachgebildet und einige grundlegende Zusammenhänge zwischen der Mikrostruktur und der makroskopischen Belastungsantwort sowie dem Zusammenspiel von Gewebe und Beschichtung erläutert werden. Das Modell wird durch eine Reihe von Parametern charakterisiert, die im Wesentlichen Eigenschaften auf der Ebene der Mikrostruktur darstellen. Um ein reales Material repräsentieren zu können, müssen diese Parameter bestimmt werden. Die zu definierenden Interaktionsparameter sind in Tab. 3.4 noch einmal zusammengefasst. Im Gegensatz zu den Materialbeschreibungen auf Strukturebene sind die Werte der Parameter nicht ohne Weiteres aus einfachen Versuchen zu bestimmen, wie es beispielsweise bei der experimentellen Ermittlung der Kontinuumsgößen E-Modul und Poisson-Zahl möglich ist. Eine mögliche Vorgehensweise zur Modellanpassung an reale Gewebematerialien behandelt das folgende Kapitel.

**Tabelle 3.4:** Zusammenfassung der Parameter des DE-Gewebemembranmodells.

<i>Typ</i>	<i>Parameter</i>	
Geometrie	Fadenabstand	$L_i$
	Fadendicke	$t_i$
	Vorstreckung	$\Delta h$
Fadenlängsdehnung	Fadenlängssteifigkeit	$k_l$
	Fadenlängsdämpfung	$d_l$
Fadenquerkompression	Kontaktsteifigkeit	$k_c$
	Kontaktexponent	$n_c$
Fadenrotation	Rotationssteifigkeit	$k_r$
	Blockiersteifigkeit	$k_b$
	Blockierexponent	$n_b$
	Blockierwinkel	$\gamma_b$
	Blockierbereich	$r_\gamma$
Matrixdehnung	Matrixsteifigkeit	$k_m$
Matrixschubverformung	Matrixschubsteifigkeit	$k_s$



## 4 Modellanpassung an reale Materialien

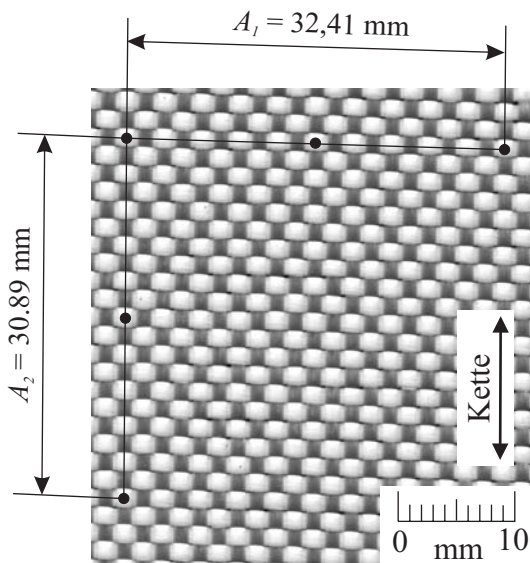


**Abbildung 4.1:** Modellmaterialien für Gewebemembranen: a) reines Gewebe, b) Gewebe mit Silikonbeschichtung, c) Gewebe in Epoxidharz eingebettet.

Die Vorgehensweise zur Modellanpassung des im vorangegangenen Kapitel vorgestellten diskreten Gewebemembranmodells soll anhand von Versuchsdaten von realen Materialien demonstriert und die prinzipielle Anwendbarkeit auf Gewebemembranen unterschiedlicher Art nachgewiesen werden. Dazu werden drei Modellmaterialien basierend auf einem Glasfasergewebe in Leinwandbindung verwendet. Neben dem reinen Gewebe werden zwei Arten von Beschichtung eingesetzt, um eine zunehmend steifere Membran nachzubilden. Zum einen wird das Gewebe mit Silikon beschichtet, wodurch sich eine flexible Membran ergibt, zum anderen erfolgt eine Beschichtung mit Epoxidharz, woraus eine steife Gewebeplatte resultiert. Mit den genannten Modellmaterialien werden einige Versuche durchgeführt, um ihr Verformungsverhalten zu ermitteln. Im folgenden Kapitel werden zuerst die Versuche zusammengefasst und ihre Ergebnisse aufgeführt, darauf folgt die Modellanpassung des Gewebemembranmodells. Anhand von Simulationen der Versuche werden die notwendigen Parameter in ausreichender Näherung bestimmt.

### 4.1 Experimentelle Untersuchungen an Modellmaterialien

Um die ausgewählten Modellmaterialien nachzubilden zu können, müssen die verschiedenen Parameter des Gewebemembranmodells bestimmt werden. Für die Geometrieparameter werden

**Kette**

Abstandsmessung	$A_1$	32.41	mm
Anzahl der Fäden	$N_1$	20	-
Fadenabstand	$L_1 = \frac{A_1}{N_1}$	1.621	mm
Fadenzahl	$n_1 = \frac{1}{L_1}$	0.617	1/mm

**Schuss**

Abstandsmessung	$A_2$	30.89	mm
Anzahl der Fäden	$N_2$	20	-
Fadenabstand	$L_2 = \frac{A_2}{N_2}$	1.545	mm
Fadenzahl	$n_2 = \frac{1}{L_2}$	0.647	1/mm

**Abbildung 4.2:** Messung der Fadenabstände durch digitale Flächenaufnahmen des Grundgewebes.

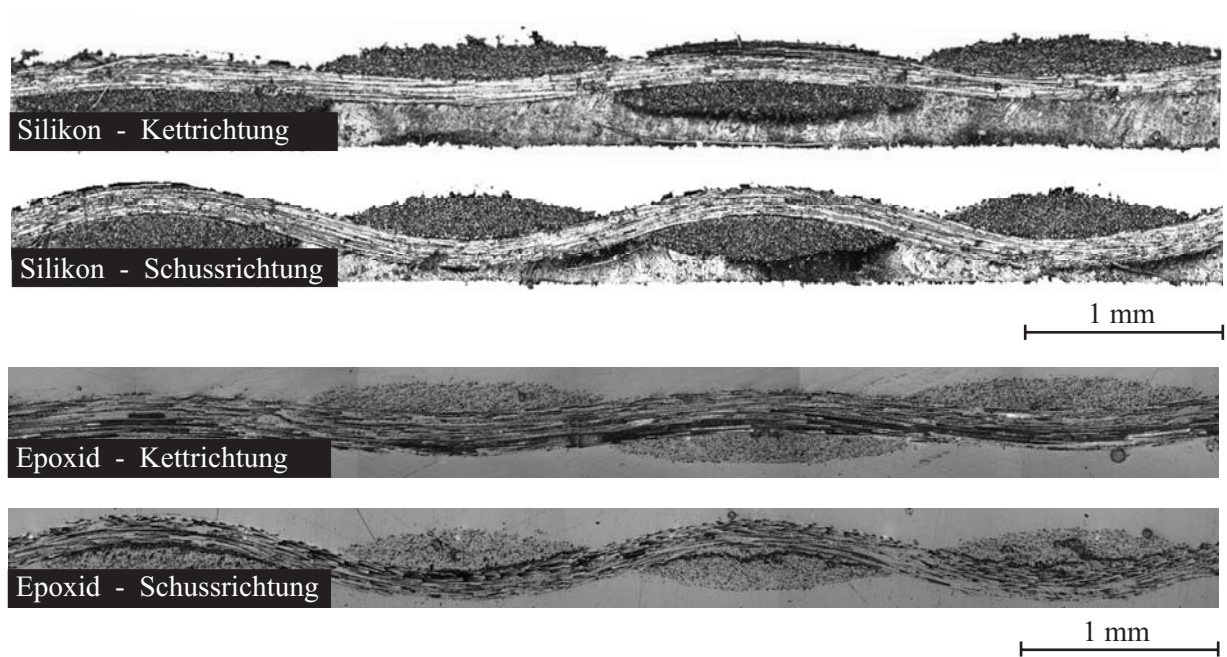
optische Messmethoden verwendet. Die Verformungseigenschaften des Gewebes und der Gewebemembranen werden in einer Reihe von Zugversuchen untersucht. Die Darstellung der einzelnen Versuchsdurchführungen erfolgt hier in kompakter Form, da im Wesentlichen nur die Ergebnisse für diese Arbeit relevant sind.

### 4.1.1 Die Modellmaterialien

Als Gewebe wurde das Glasfilamentgewebe Interglas 92130 der Firma PD-Interglas Technologies AG [123] verwendet. Das Gewebe ist leicht unsymmetrisch, laut Hersteller weist es Fadenzahlen von  $n_1 = 6 \text{ cm}^{-1}$  und  $n_2 = 6.7 \text{ cm}^{-1}$  in Kett- bzw. Schussrichtung auf. Die Gewebedicke in trockenem Zustand beträgt  $t_G = 0.4 \text{ mm}$ , das Flächengewicht ist  $\mu_G = 390 \text{ g m}^{-2}$ . Die Kettfäden bestehen aus dem E-Glas Filament-Garn EC9-340tO mit einer Feinheit von  $T_1 = 340 \text{ tex}$ , die Schussfäden aus dem E-Glas Filament-Garn EC9-272Z mit der Feinheit  $T_2 = 272 \text{ tex}$ . Die Silikonbeschichtung erfolgt mit dem 2-Komponenten-Silikon ELASTOSIL<sup>®</sup> RT 625 der Firma Wacker Chemie [161]. Für die steife Gewebepplatte wird das Epoxidharz-System Araldite<sup>®</sup> LY 564 / Aradur 2954 von Huntsman [83] verwendet. Beide Beschichtungen werden jeweils von Hand auf die vorkonfektionierten Proben aufgebracht. Eine Kontrolle der Beschichtungsdicke erfolgt dabei nur über die Menge an Beschichtungsmaterial pro beschichteter Gewebefläche.

### 4.1.2 Bestimmung der Geometrieparameter des Grundgewebes

Durch Transport, Lagerung und Bearbeitung sowie durch den Beschichtungsvorgang ergeben sich üblicherweise Abweichungen der Geometrieparameter gegenüber den Herstellerangaben. Es ist daher notwendig, die Gewebeparameter des vorliegenden Probenmaterials mit geeigneten Methoden zu vermessen. Zuerst werden anhand von digitalen Flächenaufnahmen des



**Abbildung 4.3:** LSM-Aufnahmen der Schnitte durch silikonbeschichtete Gewebemembran und in Harz eingebettetes Gewebe.

reinen Gewebes mit einem Flachbettscanner die Fadenzahlen in Kett- und Schussrichtung  $n_i$  bestimmt. Die Abb. 4.2 zeigt beispielhaft die Bestimmung der Fadenzahlen in einem Gewebessausschnitt. Durch die Messung des Abstands einer größeren Anzahl an Fäden werden die immer vorhandenen Abweichungen der einzelnen Fadenabstände gemittelt und zudem die Genauigkeit der Messwerte erhöht. Für die Modellansätze sind weiterhin Angaben über die Dicke der Kett- und Schussfäden  $t_i$  notwendig. Die Vermessung der Fadenquerschnitte erfolgt anhand von Aufnahmen von Gewebeschnitten mit einem Laser-Scanning Mikroskop (LSM). Diese Vorgehensweise macht es notwendig, das Gewebe in eine Matrix einzubetten, um eine gerade und saubere Schnittfläche herstellen zu können. Es wurden daher Proben des Gewebes einerseits mit Silikonbeschichtung und andererseits in Epoxidharz eingegossen verwendet. Die silikonbeschichteten Materialproben entsprechen dabei dem in den späteren Versuchen verwendeten Membranmaterial. Die Abb. 4.3 zeigt exemplarische Schnitte durch das beschichtete Gewebe in den oberen bzw. durch das in Harz eingebettete Gewebe in den unteren beiden Aufnahmen. Die Schnitte entlang des Kettfadens zeigen beide, dass dieser eine im Vergleich zum Schussfaden deutlich geringere Welligkeit aufweist. Anhand einer größeren Anzahl an Schnittbildern können die Geometrieparameter der Materialproben im Mittel bestimmt werden. Die Tabelle 4.1 fasst die Messwerte für die einzelnen Materialtypen zusammen. Dabei zeigt sich, dass die Werte der verschiedenen Materialien, unbeschichtet, silikonbeschichtet und in Harz eingegossen, sich nur unwesentlich unterscheiden, jedoch in den Fadenzahlen von den Herstellerangaben abweichen. Es wird daher ein Parametersatz als Mittelwert aus allen Messungen gebildet, der die Grundlage der nachfolgenden Modellierungsansätze bildet und in Tab. 4.2 angegeben ist.

**Tabelle 4.1:** Mittelwerte der gemessenen Geometrieparameter des Grundgewebes mit und ohne Beschichtung.

			Hersteller	Gewebe	Silikonbesch.	Epoxid-Probe
<i>Fadenabstand</i>	$L_1$	[mm]	1.667	1.624	1.627	1.628
	$L_2$	[mm]	1.493	1.543	1.551	1.537
<i>Fadenzahl</i>	$n_1$	[1/cm]	6.000	6.158	6.146	6.142
	$n_2$	[1/cm]	6.700	6.481	6.447	6.503
<i>Fadendicke</i>	$t_1$	[mm]	-	-	0.244	0.224
	$t_2$	[mm]	-	-	0.176	0.166
<i>Gewebedicke</i>	$t_G$	[mm]	0.400	-	0.420	0.390

**Tabelle 4.2:** Parametersatz der Gewebegeometrie für die Modellierung

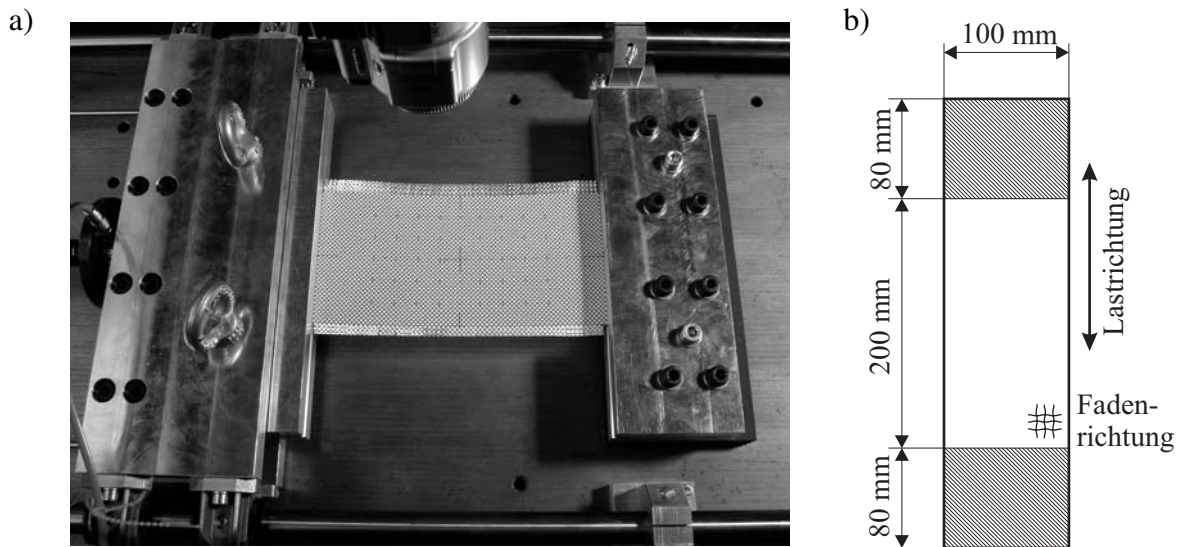
<i>Fadenabstand</i>	$L_1$	1.63	mm
	$L_2$	1.54	mm
<i>Fadendicke</i>	$t_1$	0.23	mm
	$t_2$	0.17	mm

### 4.1.3 Fadenparalleler Streifenzugversuch

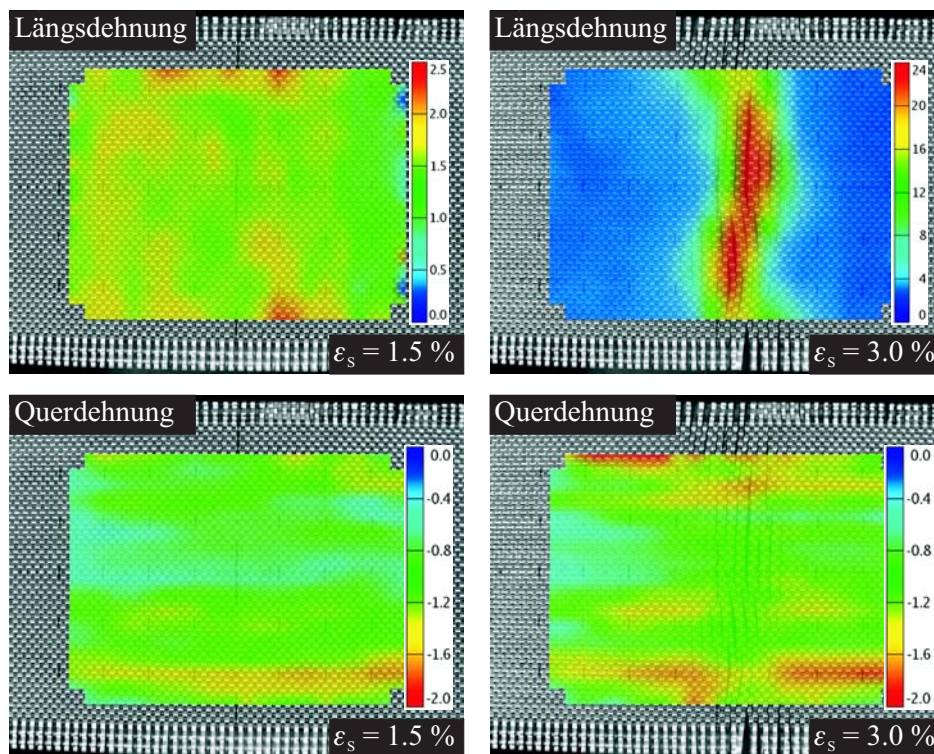
Zur Charakterisierung von Membranmaterialien werden üblicherweise einachsige Zugversuche an einer Streifenprobe in den beiden Fadenrichtungen von Kette und Schuss und unter  $45^\circ$  zu diesen angewendet. Im Folgenden werden zunächst die Streifenzugversuche mit fadenparalleler Belastung behandelt. Der Zugversuch unter  $45^\circ$  (Schrägzugversuch) wird auf Grund des stark unterschiedlichen Probenverhaltens im darauf folgenden Kapitel gesondert betrachtet.

In Anlehnung an die Vorgaben für den Streifenzugversuch zur Ermittlung der Zugeigenschaften von Geweben der DIN ISO EN 13934-1 [53] oder für beschichtete Gewebe der DIN EN ISO 1421 [57] wird eine rechteckige, längliche Probe mit fadenparallel ausgerichtetem Zuschnitt an zwei Seiten fest eingespannt und mit einer konstanten Dehnrates bis zum Versagen belastet. Die Abb. 4.4 a) zeigt den Versuchsaufbau mit einer eingespannten Gewebeprobe und einer Digitalkamera am oberen Bildrand, die zur photogrammetrischen Vermessung der Probe verwendet wird. Im Teil b der Abbildung sind die Probenabmessungen angegeben. Die Einspannlänge beträgt  $L = 200$  mm und die Probenbreite abweichend von den angegebenen Normen  $B = 100$  mm. Die Wahl der größeren Probenbreite erfolgt mit der Motivation, das maximale Lastniveau der Probe zu erhöhen, um die verwendete Kraftmessdose mit einer Maximallast von 10 kN besser auszunutzen. Der 80 mm breite Randbereich dient zum Einspannen der Probe in die Klemmbacken der Zugprüfmaschine. Die Dehnrates des dehnungsgesteuerten Versuchs beträgt  $\dot{\epsilon} = 0.1$  1/min. Es werden jeweils vier Proben in Kett- und Schussrichtung des Gewebes und jeweils zwei in beiden Richtungen des Membran- und des Plattenmaterials untersucht. Aufgrund der unterschiedlichen Fadenzahlen des Gewebes in Kett- und Schussrichtung ergeben sich für den Messbereich der Probe mit Last in Richtung der Kettfäden eine Anzahl an





**Abbildung 4.4:** Streifenzugversuch am Gewebestück mit flächiger Verformungsmessung im zentralen Probenbereich: a) Versuchsaufbau, b) Probenabmessungen.

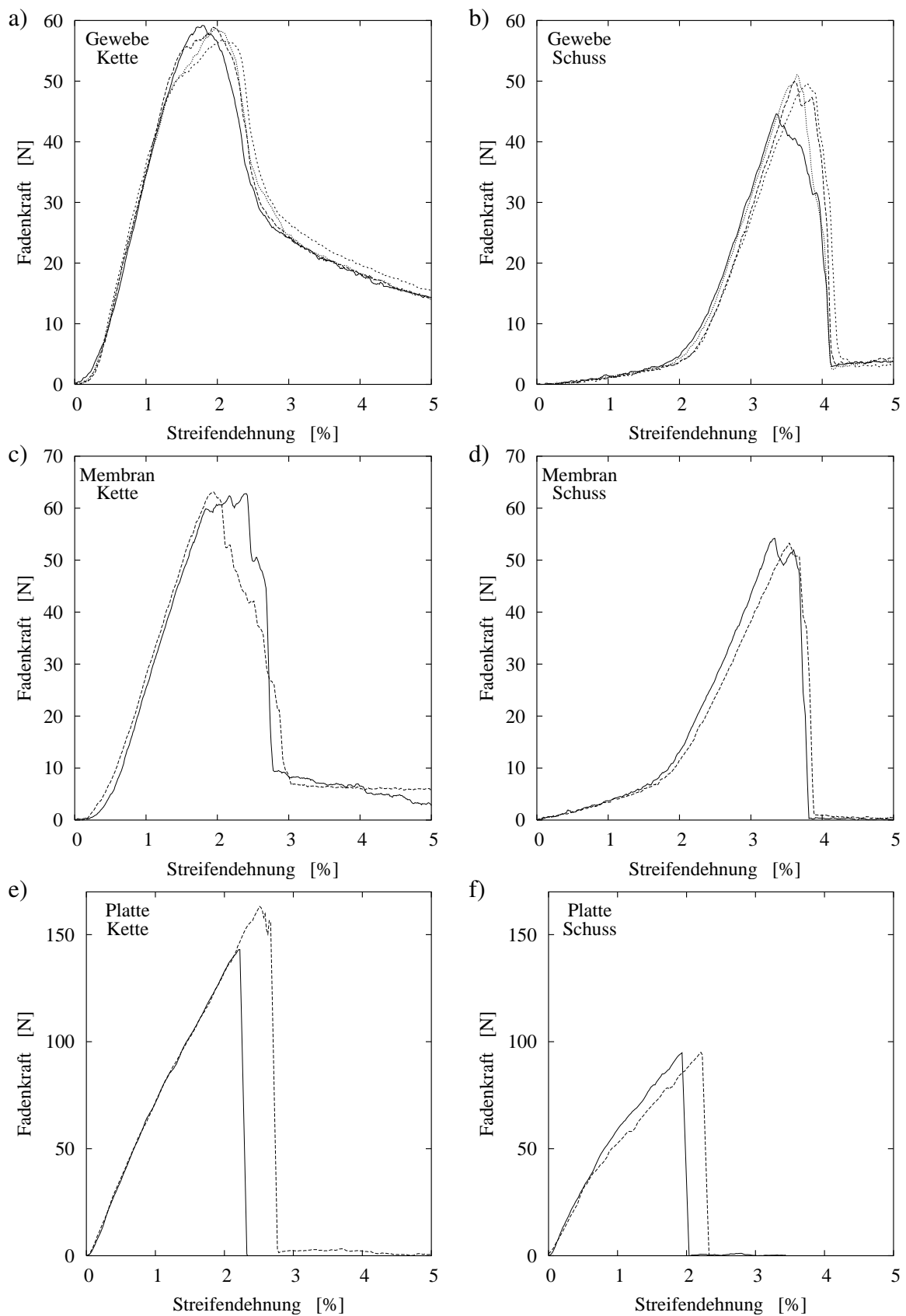


**Abbildung 4.5:** Flächige Dehnungsmessung beim Streifenzugversuch vor und nach dem Versagen.

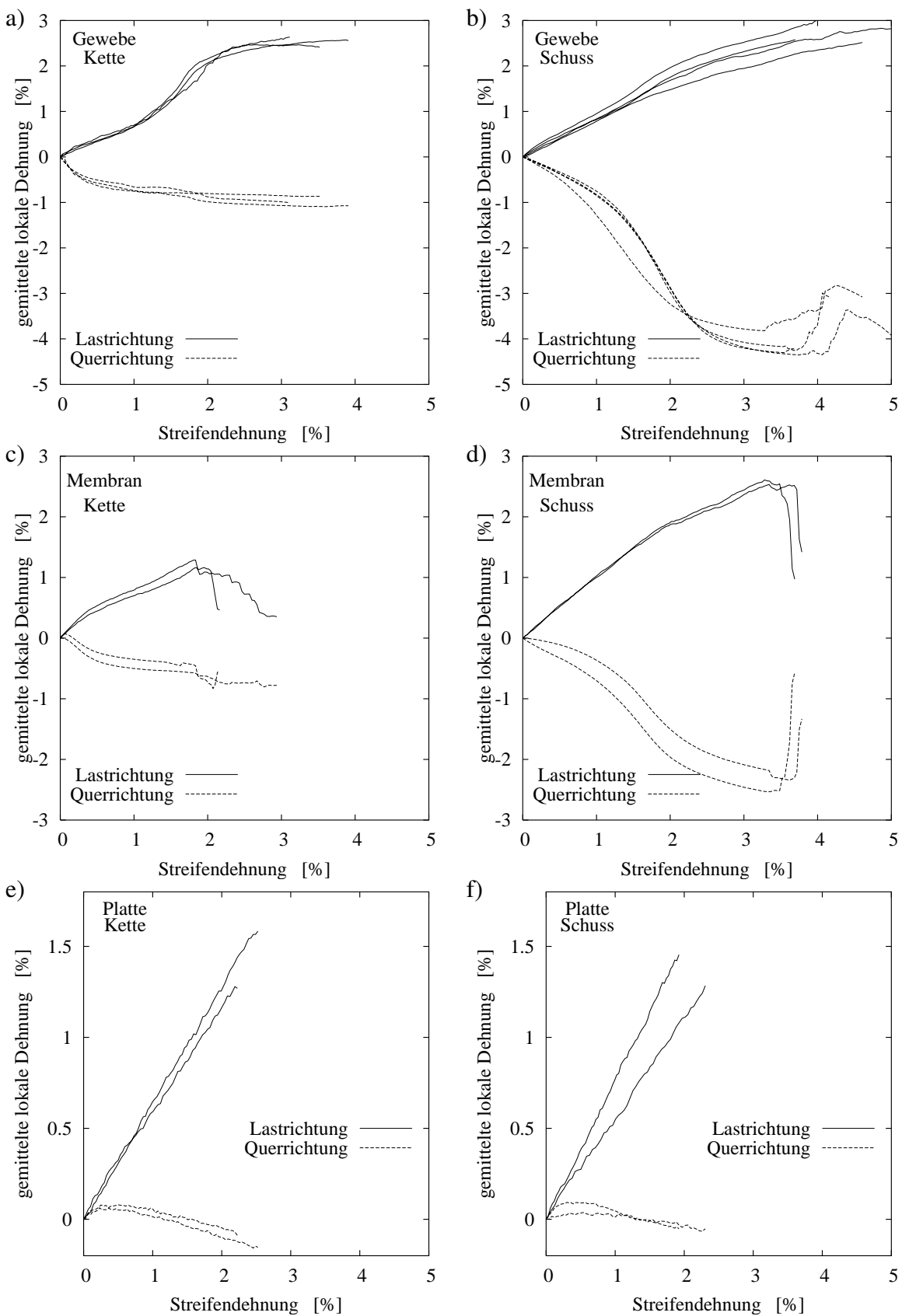
Fäden in Längs- und Breitenrichtung von  $N_L \times N_B = 129 \times 61$  und für die Schussfadenproben  $N_L \times N_B = 123 \times 65$ . Neben der Aufzeichnung der Gesamtdehnung  $\epsilon_S$  (Streifendehnung) und der Widerstandskraft  $F_S$  erfolgt mittels der Photogrammetrie-Einrichtung eine flächige Vermessung der Verformung im zentralen Bereich der Probe. Dabei können jeweils lokal die Verteilungen der Längs- und Querdehnung  $\epsilon_l$  und  $\epsilon_q$  bestimmt werden. Die Abb. 4.5 zeigt am Beispiel einer Gewebeprobe bei Belastung in Kettrichtung die mit der Photogrammetrie-Software ARAMIS der GOM mbH [66] ermittelten Dehnungsverteilungen. In den Abb. 4.6 und 4.7 sind die Versuchsergebnisse der Gewebe- Membran- und Plattenproben zusammengefasst. In Abb. 4.6 ist jeweils die auf den einzelnen Faden bzw. die Einheitszelle normierte Fadenkraft  $f$  über der durch die Einspannbacken vorgegebenen Streifendehnung  $\epsilon_S$  aufgetragen. Die Kraft-Dehnungskurve der Gewebeprobe in Kettrichtung in Abb. 4.6a geht nach einem nur kleinen Streckungsbereich in einen linearen Verlauf über, der ab einer Dehnung von etwa  $\epsilon_S = 1.3\%$  durch einsetzende Fadenbrüche beendet wird. Im Vergleich dazu zeigt der Verlauf der Schussprobe in Abb. 4.6b einen deutlich größeren Dehnungsbereich mit nur geringem Widerstand. Erst ab einer Dehnung von etwa  $\epsilon_S = 2\%$  geht sie in einen linearen Bereich mit höherer Steifigkeit über. Der deutlich größere Strukturdehnungsbereich der Schussprobe deutet auf eine Vorstreckung des Gewebes in Kettrichtung hin. Auch im Fall der Membran in Abb. 4.6c und d bleibt dieses Verhalten beobachtbar, bei der Gewebeplatte (Abb. 4.6e und f) dagegen ist der Effekt nicht mehr vorhanden. Die Abb. 4.7 zeigt die Resultate der lokalen Dehnungsmessungen mittels Photogrammetrie. Die Werte für die lokalen Dehnungen in Längs- und Querrichtung  $\bar{\epsilon}_l$  und  $\bar{\epsilon}_q$  werden dabei durch Mittelwertbildung aus den Dehnungsverteilungen bestimmt. Da es durch die einsetzende Schädigung in den Proben lokal zu erheblichen Dehnungsspitzen kommen kann, sind die ermittelten Dehnungswerte ab dem Versagensbeginn nicht mehr aussagekräftig.

Die Auswirkung der Strukturdehnung, die durch das Glätten der gewellten Fäden entsteht, lässt sich auch im Verlauf der Querdehnung beobachten. Die Gewebe- und die Membranproben (Abb. 4.7a-d) zeigen jeweils eine im Fall der Schussfadenbelastung deutlich größere Querschnittsverringering als bei Belastung in Kettrichtung. Bei den Plattenproben (Abb. 4.7e und f) hingegen ist die Querdehnung in beiden Belastungsfällen in etwa gleich und von der Größenordnung deutlich kleiner als bei den Gewebe- und Membranproben.





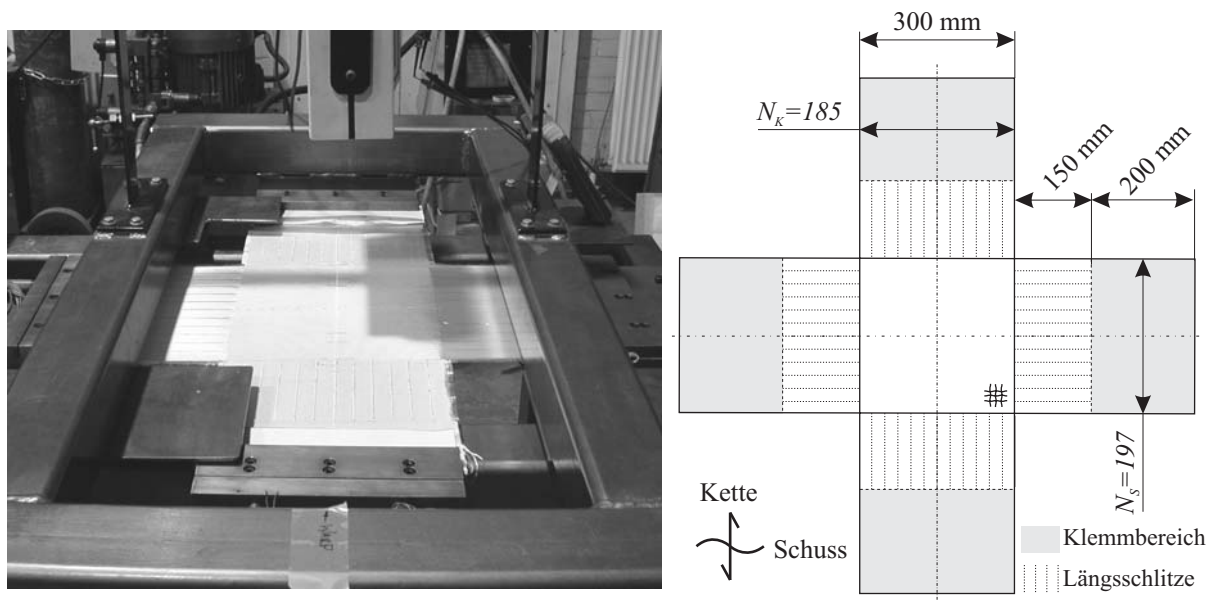
**Abbildung 4.6:** Ergebnisse des Streifenzugversuchs. Fadenkraftverlauf über der Streifendehnung für die Gewebe- (a, b), Membran- (c, d) und Plattenprobe (e, f) jeweils bei Belastung in Kett- und Schussrichtung.



**Abbildung 4.7:** Ergebnisse des Streifenzugversuchs. Verlauf der mittleren lokalen Dehnungen längs und quer zur Lastrichtung für die Gewebe- (a, b), Membran- (c, d) und Plattenprobe (e, f) bei Belastung in Kett- und Schussrichtung.

#### 4.1.4 Biaxialer Zugversuch

Biaxiale Zugversuche stellen grundsätzlich eine große Herausforderung an den experimentellen Aufbau dar. Wie in Abschnitt 2.3.1 beschrieben, gibt es einige Konzepte zur Realisierung von biaxialen Spannungszuständen in Gewebemembranen. Der Zugang zu biaxialen Zugprüfmaschinen ist jedoch aufgrund der geringen Verbreitung schwierig. Am ISD wurde deshalb mit dem Aufbau einer prototypischen biaxialen Zugprüfmaschine begonnen (siehe [79]). Für die Gewebematerialien, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit betrachtet werden, ist das mit diesem Prototypen erreichbare Lastniveau von ca. 200 N pro Richtung nicht ausreichend. Erst ab einem Lastniveau von ca. 10 N pro Faden wird der in der Realität stark reibungsbehaftete Bereich der Krümmungsanpassung verlassen und der mit dem Modell beschreibbare Verformungsbereich erreicht. Daher wurde im Rahmen eines Kurzbesuches an der School of Civil Engineering and Geosciences der University of Newcastle upon Tyne, Groß Britannien, die dortige Anlage für eine kleine Versuchsreihe an dem Glasfasergewebe genutzt. Die Abb. 4.8a zeigt die biaxiale Zugprüfmaschine der University of Newcastle mit eingespannter Gewebeprobe. Aufgrund der zeitlichen Begrenzung konnten nur Proben des unbeschichteten Gewebes

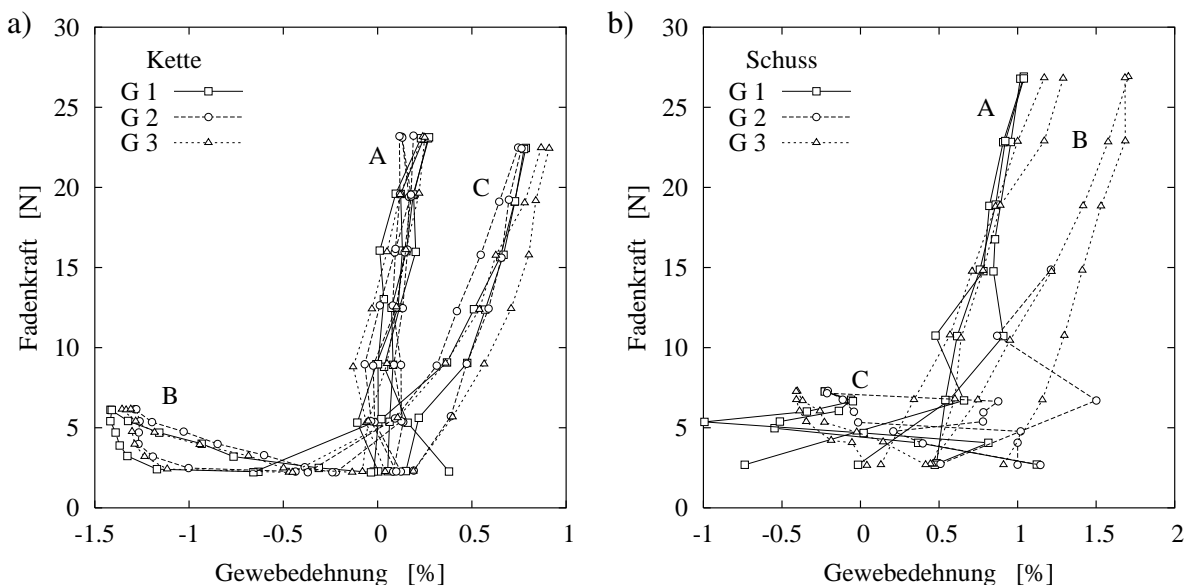


**Abbildung 4.8:** Biaxialer Zugversuch an der University of Newcastle: a) Versuchsaufbau, b) Probengeometrie.

getestet werden. Darüber hinaus gestaltete sich die berührungslose Dehnungsmessung mittels zweier Laserextensiomter aufgrund der stark reflektierenden Eigenschaften des Glasgewebes als sehr schwierig und störungsanfällig. Die erzielten Messergebnisse erreichten daher nicht die gewünschte Genauigkeit. Da sie aber zumindest für eine Abschätzung der Modellparameter ausreichend sind, werden sie dennoch im Folgenden angegeben und in der späteren Modellanpassung verwendet. Die biaxialen Zugversuche wurden in Anlehnung an ein in Newcastle für Membranmaterialien entwickeltes Versuchsprogramm [28] durchgeführt. Dabei werden kreuzförmige Gewebeproben entsprechend der Abb.4.8b mit einem zentralen Messbereich von

**Tabelle 4.3:** Laststufen der drei Belastungspfade im kraftgesteuerten biaxialen Zugversuch am Gewebe.

Lastpfad:	A		B		C	
$k_L$	0.84		0.14		4.00	
	Kette	Schuss	Kette	Schuss	Kette	Schuss
Kraft [kN]:	0.42	0.53	0.42	0.53	0.42	0.53
	0.99	1.33	0.46	1.33	1.04	0.80
	1.65	2.12	0.60	2.12	1.67	0.93
	2.31	2.92	0.73	2.92	2.29	1.06
	2.97	3.72	0.87	3.72	2.92	1.19
	3.63	4.51	1.00	4.51	3.54	1.32
	4.29	5.31	1.14	5.31	4.17	1.44

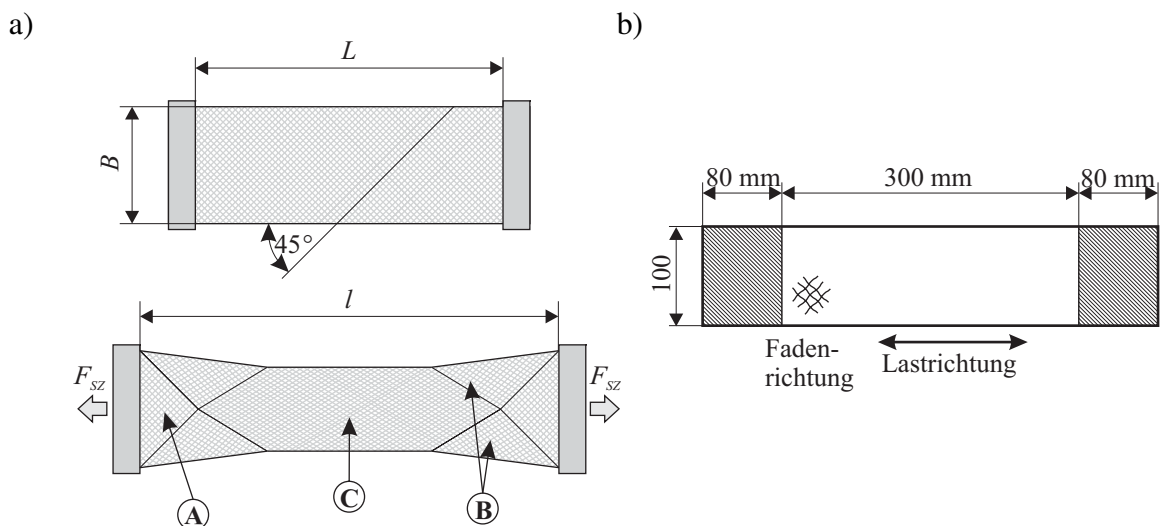


**Abbildung 4.9:** Ergebnisse des kraftgesteuerten biaxialen Zugversuchs am Gewebe. Kraft-Dehnungsverlauf für Kett- (a) und Schussrichtung (b).

300×300 mm und fadenparallelen Schlitten in den Einspannlaschen verwendet. Der Messbereich besteht aus  $N_K = 185$  Kett- bzw.  $N_S = 197$  Schussfäden. Der Messzyklus beginnt bei einer Vorspannung von ca. 5 % der Festigkeit in der jeweiligen Geweberichtung. Durch die unterschiedlichen Fadentypen in Kett- und Schussrichtung ergeben sich daher abweichende Werte für die beiden Achsen. Es erfolgt eine kraftgesteuerte schrittweise Laststeigerung mit einem konstanten Verhältnis  $k_L = \Delta f_1 / \Delta f_2$  der auf die Fadenkraft bezogenen Lastinkremente  $\Delta f_1$  und  $\Delta f_2$  bis zum Maximalwert von ca. 50 % der Gewebefestigkeit und anschließender schrittweiser Entlastung auf das Vorspannungsniveau. Auf jeder Laststufe wird die Probe drei Minuten gehalten und der Dehnungszustand gemessen. Drei Lastpfade A, B und C mit unterschiedlichen Laststeigerungsverhältnissen  $k_L = 0.84, 0.14$  und  $4.00$  werden abgefahren. Die Tabelle 4.3 fasst die Kraftwerte der Laststufen zusammen. Nicht alle Laststufen der drei verwendeten Pro-

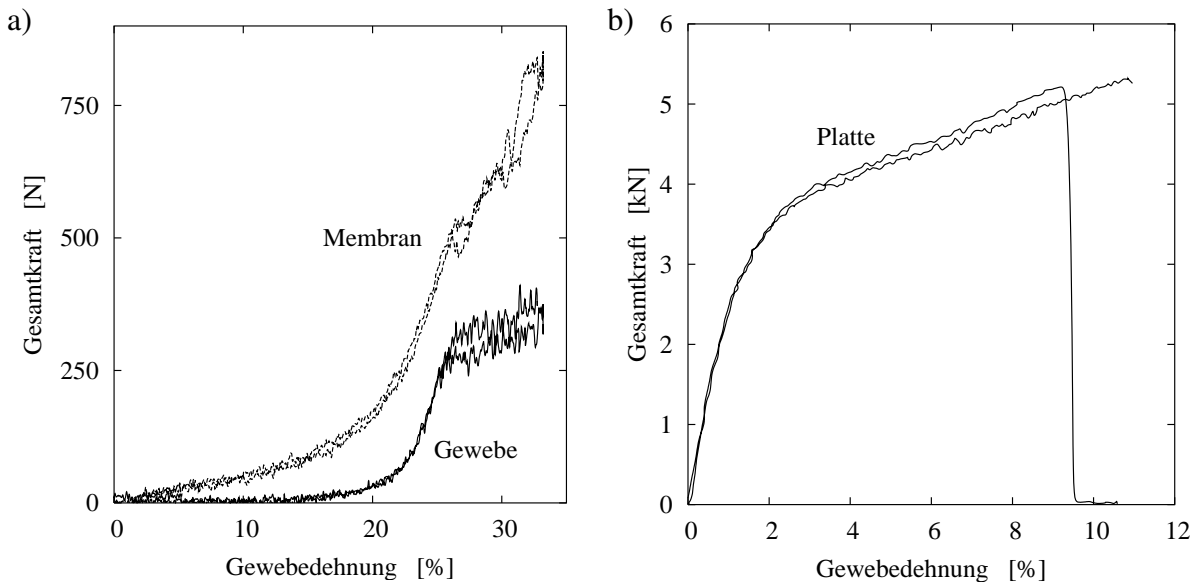
ben konnten zur Auswertung herangezogen werden. Die verbleibenden Ergebnisse sind in der Abb. 4.9 aufgeteilt nach Kett- und Schussrichtung dargestellt. Analog zu den bisherigen Ergebnissen dehnungsgesteuerter Versuche wird auch hier die Kraft über der Gewebedehnung aufgetragen, auch wenn im kraftgesteuerten Versuch die Dehnungswerte in Abhängigkeit vom Lastzustand gemessen wurden. Ebenso ist wieder die mittlere Kraft pro Faden angegeben. Die Qualität der Messergebnisse in Schussrichtung ist dabei deutlich schlechter als die in Kettrichtung. Vom Dehnungszustand der Vorspannung ausgehend zeigen die Ergebnisse der verschiedenen Lastpfade einen Versatz, der vom Lastverhältnis abhängig ist. Dies ist ein Anzeichen für die Krümmungsinteraktion, die im kraftgesteuerten Fall verstärkt auftritt. Darüber hinaus zeigen sich unterschiedliche Steigungen für die verschiedenen Lastverhältnisse.

#### 4.1.5 Schrägzugversuch



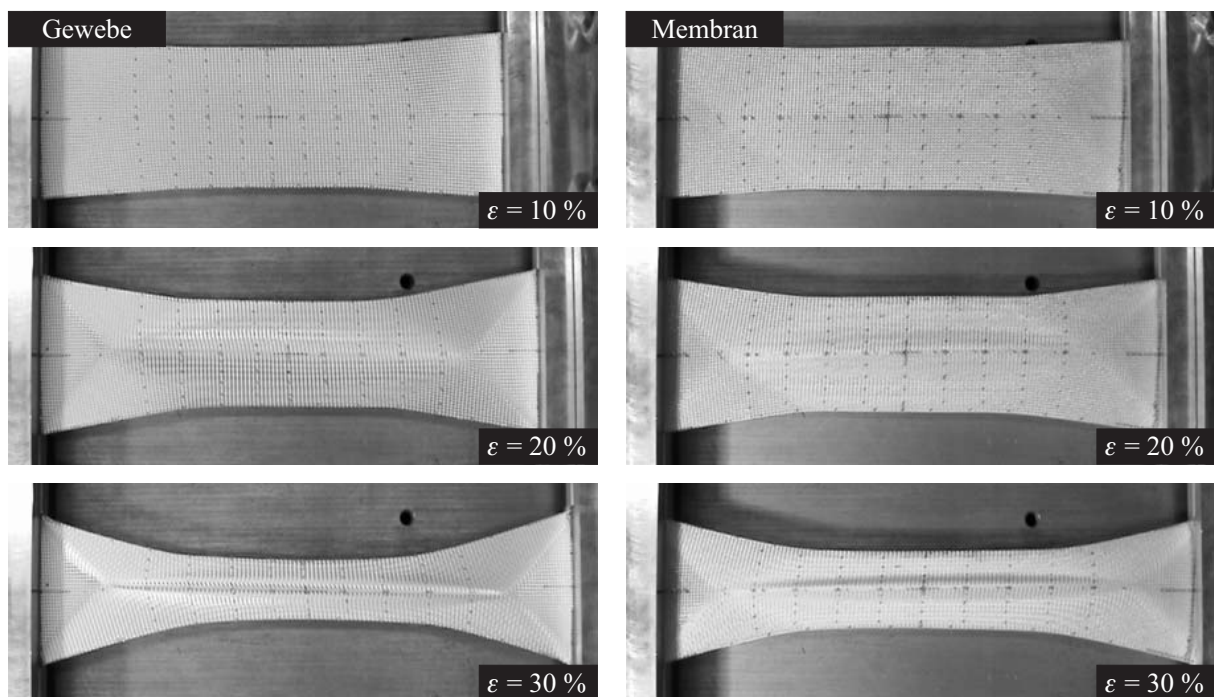
**Abbildung 4.10:** Schrägzugversuch an der Gewebeprobe: a) Prinzipskizze mit charakteristischen Deformationszonen, A: Zugbereich, B: Zug und Schub, C: Schubbereich; b) Probenabmessungen.

Als abschließender Versuch zur Parameterbestimmung des Gewebemodells wird der Schrägzugversuch herangezogen, ein Streifenzugversuch in dem die Fadenrichtungen unter  $45^\circ$  zur Belastungsrichtung liegen. Obwohl dieser Versuchstyp hauptsächlich zur Untersuchung des Schubverhaltens verwendet wird, ist er doch ebenso ein Testfall für das Zugverhalten des Modells. Wie in der Prinzipskizze in Abb. 4.10a dargestellt, ist der Schrägzugversuch aufgrund der Verformungskinematik der Probe durch eine Überlagerung aus Zug- und Schubbereichen (A und B) geprägt. Nur im zentralen Bereich der Probe (C) stellt sich eine nahezu reine Schubdeformation ein. Wie leicht aus den geometrischen Verhältnissen abgeleitet werden kann, ist die Größe der Zone reiner Schubdeformation in Probenmitte von dem Verhältnis aus Probenlänge  $L$  zu Probenbreite  $B$  abhängig. Ist das Längenverhältnis kleiner oder gleich eins, so verbinden



**Abbildung 4.11:** Ergebnisse des Schrägzugversuchs. Gesamtkraft über der Gewebedehnung für a) Gewebe und Membranprobe und b) Platte.

einige Fäden direkt die beiden Einspannungen und es kann sich kein reiner Schubbereich bilden. Erst bei einem ausreichend großen Längenverhältnis entsteht ein zuverlässig vermessbarer Bereich. Für die vorliegenden Versuche wird daher entsprechend der Abb. 4.10b ein Verhältnis  $L/B = 3$  gewählt. Es werden jeweils zwei Proben des Gewebes, der Membran und der Platte getestet. Sie werden mit einer Dehnrates von  $\dot{\epsilon} = 1 \text{ \%}/\text{min}$  bis zum Versagen belastet, dabei wird die Gesamtkraft der Probe aufgezeichnet. Die Ergebnisse der Kraftmessung der Gewebe- und Membranproben sind in Abb. 4.11a, die der Plattenproben in Abb. 4.11b dargestellt. Das Gewebe zeigt über einen weiten Verformungsbereich kaum Widerstand, erst ab ca. 20 % Dehnung ergibt sich ein Anstieg, ab ca. 25 % Dehnung tritt Versagen bei etwa gleich bleibendem Lastniveau ein. Die Membranproben weisen insgesamt einen höheren Widerstand auf. Die Unterteilung des Verlaufs in einen Bereich geringen Widerstands und einem anschließenden starken Anstieg bleibt jedoch erhalten. Ein erstes Versagen tritt ebenso wie bei der Gewebeprobe bei etwa 25 % Dehnung ein; das Lastniveau ist hier jedoch etwa doppelt so hoch. Die Verformungsbilder von Gewebe- und Membranprobe sind in der Abb. 4.12 dargestellt. Die Plattenproben zeigen dagegen einen völlig anderen Verlauf. Der Widerstand steigt linear mit einer großen anfänglichen Steigung an. Ab einer Dehnung von etwa 2 % geht die Kurve in einen zweiten linearen Bereich mit deutlich geringerer Steigung über, der bis zum schlagartigen Versagen der Probe im Bereich von 10 % Dehnung führt. Der Übergang der beiden Bereiche fällt mit dem Auftreten von Matrixrissen parallel zu den Fadenrichtungen zusammen, die an den Proben deutlich beobachtet werden können. Insgesamt liegt das Kraftniveau der Plattenproben etwa um einen Faktor zehn höher als bei den Gewebe- und Membranproben, während die Dehnung bei Versagen deutlich geringer ist. Die Abb. 4.12 zeigt an den Beispielen des Gewebes und der Silikonmembran das entstehende Verformungsbild im Schrägzugversuch. Typischerweise kommt es ab einer gewissen Schubdeformation im zentralen Probenbereich zur Ausbildung von Längs-



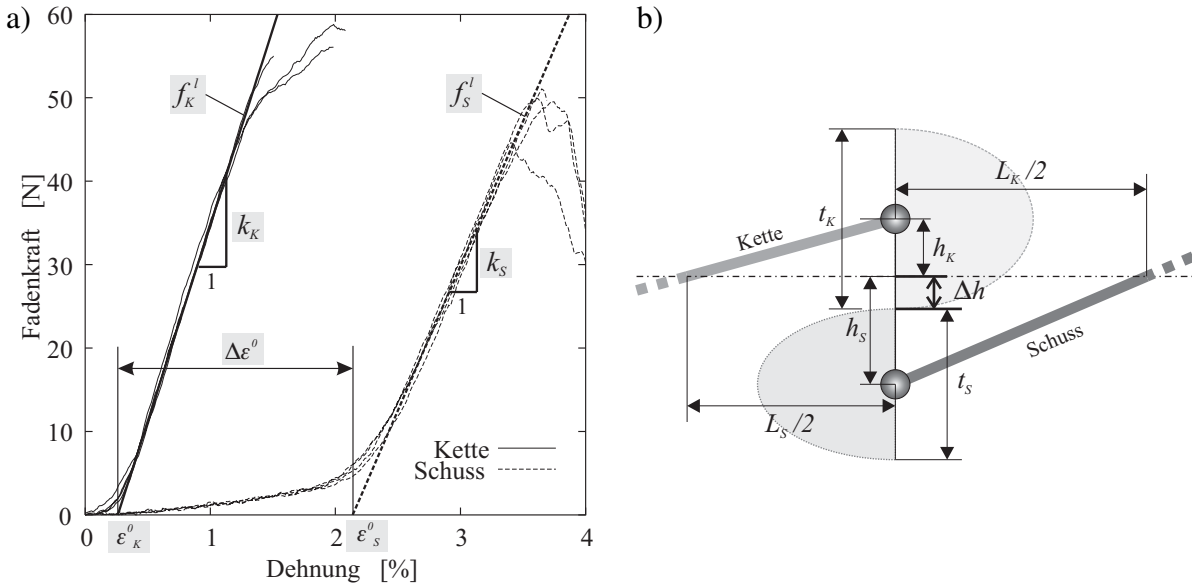
**Abbildung 4.12:** Verformungsbild von Gewebe- und Membranproben im Schrägzugversuch bei verschiedenen Dehnungen.

fallen, die deutlich in den jeweils unteren Bildern zu erkennen sind.

## 4.2 Anwendung des Gewebemembranmodells

Im Folgenden soll nun gezeigt werden, wie sich das Gewebemembranmodell anhand der im vorigen Abschnitt aufgeführten Versuchsergebnisse an die drei Modellmaterialien anpassen lässt. Ausgehend von den in Abschnitt 4.1.2 durch Auswertung optischer Scans gewonnenen Geometrieparametern für Fadendicken und -abstände wird mit Hilfe der fadenparallelen Streifenzugversuche aus Abschnitt 4.1.3 die Fadenkennlinie und die Vorstreckung des Gewebes bestimmt. Durch einen Vergleich der Ergebnisse von Gewebe und Silikonmembran bzw. Epoxidplatte erfolgt in beiden Fällen die Anpassung der Matrixsteifigkeit. Das Querkompressionsverhalten der Fäden im Gewebe wird näherungsweise mit Hilfe der Ergebnisse des biaxialen Zugversuchs in Abschnitt 4.1.4 abgeschätzt. Abschließend erfolgt die Bestimmung des Schubverhaltens durch eine Simulation des Schrägzugversuchs an der Streifenprobe aus Abschnitt 4.1.5.

Als Ergebnis steht dann der vollständige Parametersatz zur Beschreibung des Verformungsverhaltens der drei Modellmaterialien mit dem Gewebemembranmodell zur Verfügung. Aufgrund des begrenzten Umfangs der Versuchsreihen und der Abweichungen der Beschichtungen durch die Fertigung in Handarbeit sollten diese Ergebnisse allerdings nicht als repräsentativ für das gewählte Material gesehen werden. Vielmehr liegt das Ziel in der Demonstration der Modellanpassung und der Abschätzung des notwendigen experimentellen Aufwands.



**Abbildung 4.13:** Bestimmung der Parameter des Gewebemodells anhand der Ergebnisse des fadenparallelen Streifenzugversuchs.

### 4.2.1 Auswertung des Streifenzugversuchs am Gewebe

Die Ergebnisse des fadenparallelen Streifenzugversuchs können zur Bestimmung der Vorstreckung des Gewebes, der Fadenkennlinien von Kette und Schuss sowie der Matrixsteifigkeit der Beschichtungen verwendet werden. Zuerst werden dafür die Ergebnisse für das reine Gewebe aufgegriffen. Die Abb. 4.13a zeigt die experimentell bestimmten Verläufe der Fadenkraft über der Dehnung bei Belastung in Kett- und Schussrichtung. Aus den jeweils vier Kurven wird der lineare Bereich der Materialdehnung durch eine gemittelte Gerade  $f_K^l(\epsilon)$  bzw.  $f_S^l(\epsilon)$  der Form

$$f_i^l = k_i (\epsilon - \epsilon_i^0) \quad \text{mit } i = (K, S) \quad (4.1)$$

mit den Dehnungswerten  $\epsilon_K^0 = 0.262 \%$  und  $\epsilon_S^0 = 2.139 \%$  und den linearen Steifigkeiten  $k_K = 4704.81 \text{ N}$  und  $k_S = 3467.30 \text{ N}$  bestimmt. Wird vorausgesetzt, dass im einachsigen Zugversuch sich bei ausreichend hoher Belastung die Fäden in Lastrichtung vollständig strecken und keine Interaktion mit den Querfäden stattfindet, kann der Parameter  $k_i$  als die lineare Steifigkeit des Fadens interpretiert werden. Aus den beiden Dehnungswerten  $\epsilon_i^0$ , die den theoretischen Wert der Strukturdehnung darstellen, lässt sich die Dehnungsdifferenz  $\Delta\epsilon^0$  ableiten:

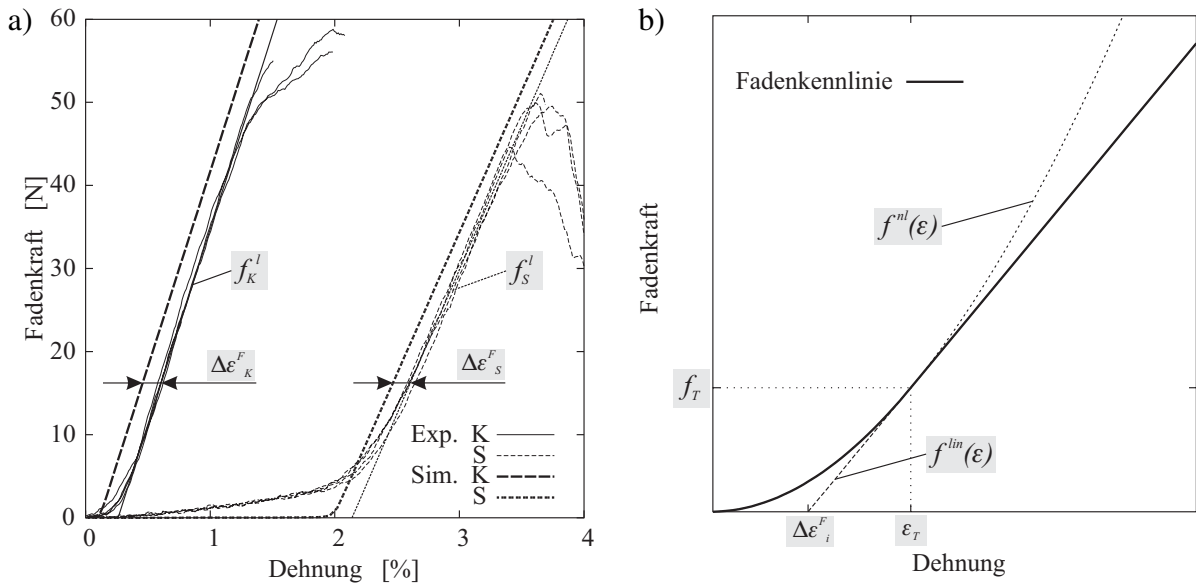
$$\Delta\epsilon^0 = \epsilon_S^0 - \epsilon_K^0 = 1.877 \%. \quad (4.2)$$

Die Strukturdehnungen können aus den Geometrieparametern des Gewebes bestimmt werden als

$$\epsilon_K^0 = \sqrt{\frac{h_K^2}{L_S^2} + 1} - 1, \quad (4.3)$$

$$\epsilon_S^0 = \sqrt{\frac{h_S^2}{L_K^2} + 1} - 1. \quad (4.4)$$





**Abbildung 4.14:** Bestimmung der nichtlinearen Fadenkennlinie des Gewebes: a) Dehnungsoffset durch Fadenstreckung anhand der Ergebnisse des fadenparallelen Streifenzugversuchs, b) resultierende Fadenkennlinie.

Entsprechend der Abb. 4.13b gilt dabei für die Knotenhöhen  $h_i$ :

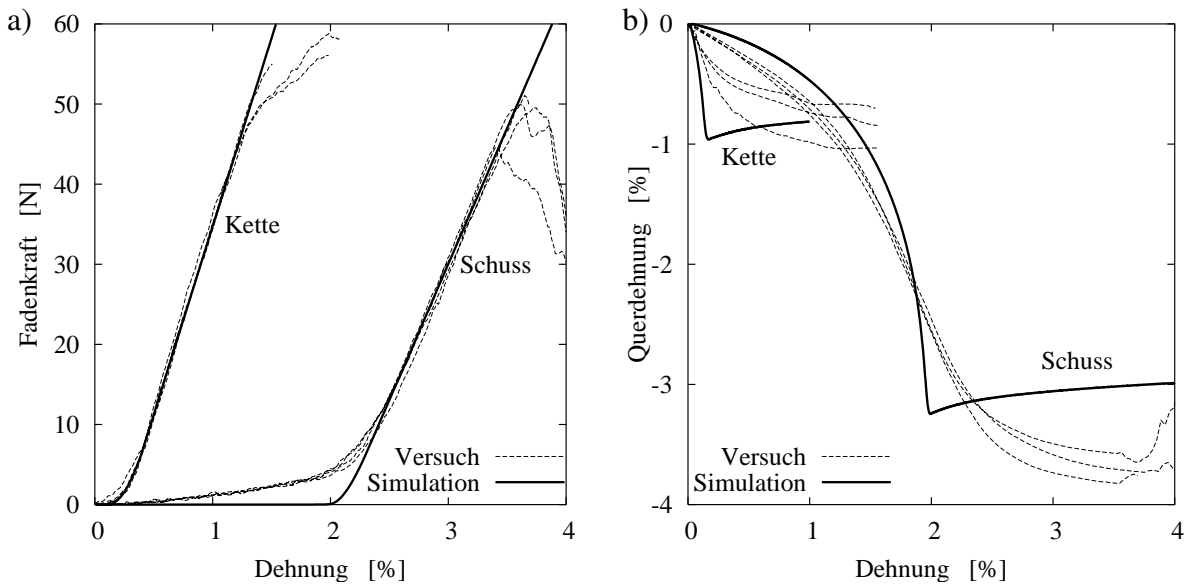
$$h_k = \frac{t_K}{2} - \Delta h, \quad (4.5)$$

$$h_S = \frac{t_S}{2} + \Delta h. \quad (4.6)$$

Setzt man die Glgn. 4.3 bis 4.6 in Glg. 4.2 ein, so erhält man folgenden Zusammenhang zwischen den bekannten Geometrieparametern und dem Vorstreckungsparameter  $\Delta h$ :

$$\Delta\epsilon^0 = \sqrt{\left(\frac{t_K - 2\Delta h}{L_S}\right)^2 + 1} - \sqrt{\left(\frac{t_S + 2\Delta h}{L_K}\right)^2 + 1}. \quad (4.7)$$

Mit seiner Hilfe lässt sich die Vorstreckung des Gewebes zu  $\Delta h = 0.078$  mm bestimmen. Mit der oben genannten Annahme, dass das Verformungsverhalten der Streifenprobe bei einachsiger fadenparalleler Belastung das reine Fadenverhalten widerspiegelt, lassen sich nun auch die Fadencharakteristiken inklusive der nichtlinearen Streckungsphase näherungsweise ermitteln. Dabei wird für die nichtlineare Kennlinie die in Abschnitt 3.2.2 vorgestellte Schreibweise mit einer bereichsweisen Definition verwendet. Zur Abschätzung der Kennlinie wird der Streifenzugversuch mit den gefundenen Parametern für Geometrie und Vorstreckung und einem linear elastischen Fadenverhalten mit den Steifigkeiten  $k_K$  und  $k_S$  simuliert. Die Abb. 4.14a zeigt den Vergleich der Simulation mit linearen Fadenkennlinien und den experimentellen Ergebnissen. Es zeigt sich, dass zwischen der Simulation und den aus den Versuchsergebnissen gemittelten linearen Verläufen  $f_K^l$  und  $f_S^l$  Parallelverschiebungen von  $\Delta\epsilon_K^F = 0.148$  % bzw.  $\Delta\epsilon_S^F = 0.125$  % vorliegen. Diese können als Streckungsbereiche der Fäden interpretiert werden. Aus den Werten der Dehnungsoffsets  $\Delta\epsilon_i^F$ , der linearen Fadensteifigkeiten  $k_i$  sowie der Annahme eines Übergangs in den linearen Verlauf bei  $f_T = 7.5$  N und einer Anfangssteifigkeit von 1% von  $k_i$  lassen



**Abbildung 4.15:** Simulations- und Versuchsergebnisse des Streifenzugversuchs am Gewebe in Kett- und Schussrichtung: a) Kraft-Dehnungsverlauf, b) Querdehnungsverlauf in Probenmitte.

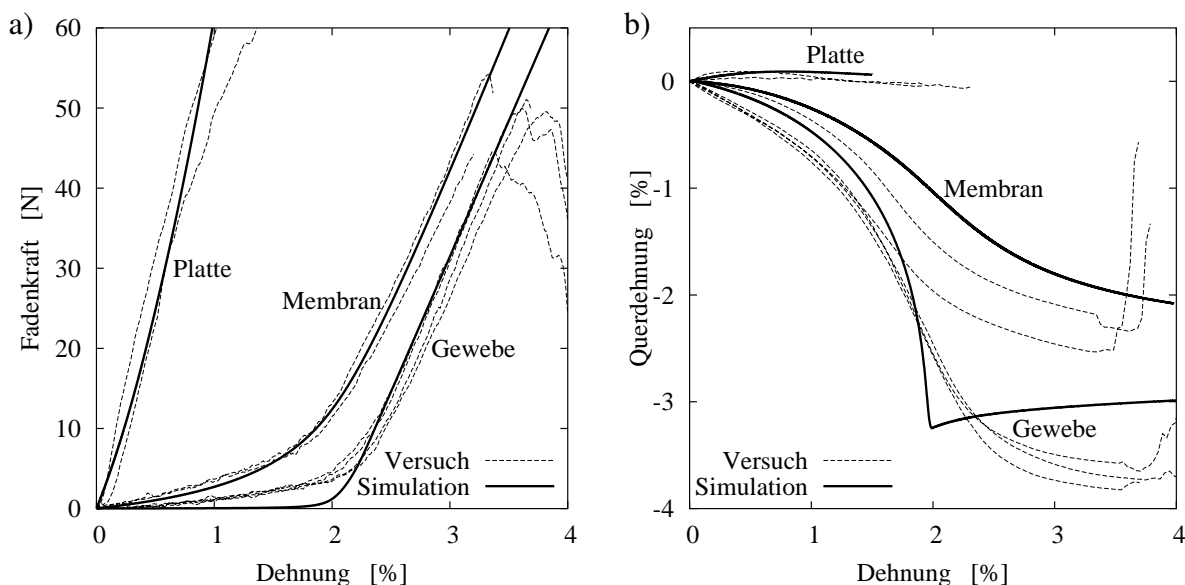
sich die Streckungsbereiche entsprechend der Form

$$f_i = a_i \epsilon^3 + b_i \epsilon^2 + c_i \epsilon \quad (4.8)$$

durch die Parameter  $a_i$ ,  $b_i$  und  $c_i$  bestimmen. Grundsätzlich lässt sich mit dieser Vorgehensweise der Verlauf der Kennlinien im Streckungsbereich nur ungenau bestimmen, da das Kraft-Dehnungs-Verhalten der Streifenprobe im unteren Lastbereich durch die Gewebestreckung dominiert wird. Der wesentliche Effekt der Fadenstreckung hingegen, der sich in einem Dehnungsoffset äußert, wird ebenso wie das lineare Verhalten bei höherem Lastniveau in der vorliegenden Form in ausreichendem Maße berücksichtigt. Wird auch für den Bereich geringer

**Tabelle 4.4:** Parameter für Geometrie, Gewebevorstreckung und Fadenkennlinie des reinen Gewebes.

		Kette	Schuss	
Fadendicke	$t$	0.23	0.17	mm
Fadenabstand	$L$	1.63	1.54	mm
Vorstreckung	$\Delta h$	0.078		mm
lin. Fadensteifigkeit	$k$	4703.81	3467.30	N
Übergangskraft	$F_T$	7.5	7.5	N
Übergangsdehnung	$\epsilon_T$	0.307	0.341	%
nichtlin. Koeffizienten	$a$	-1.408	-7.712	$\times 10^7$ N
	$b$	8.230	8.979	$\times 10^5$ N
	$c$	47.04	34.67	N

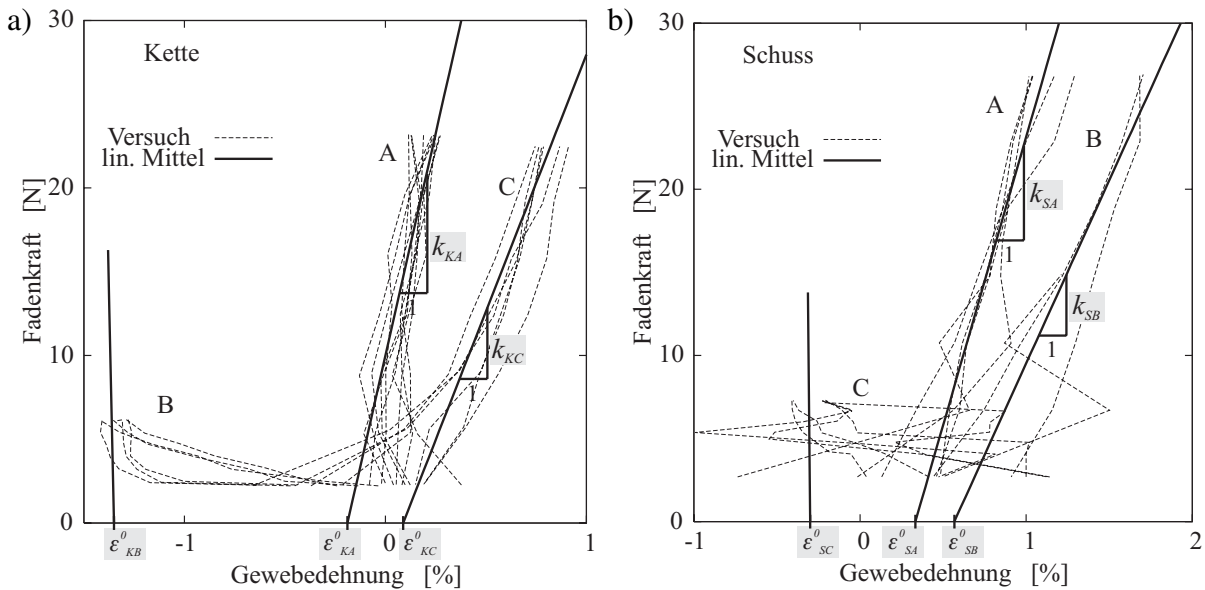


**Abbildung 4.16:** Streifenzugversuche an Gewebe, Membran und Platte in Schussrichtung:  
 a) Kraft-Dehnungsverlauf, b) Querdehnungsverlauf in Probenmitte.

Last ein exaktes Fadenverhalten benötigt, so müssen zusätzlich zu den Streifenzugversuchen Zugversuche am Einzelfaden durchgeführt werden, auf die im vorliegenden Fall verzichtet werden kann. Die Tabelle 4.4 fasst die im fadenparallelen Streifenzugversuch für das reine Gewebe gewonnenen Parameter zusammen. Als Nachweis der korrekten Wahl der Parameter wurden der fadenparallele Streifenzugversuch mit diesem Parametersatz und den exakten Probenabmessungen aus dem Versuch simuliert. Die Ergebnisse der Simulation sind in der Abb. 4.15 angegeben. Es zeigt sich, dass im Kraft-Dehnungsverlauf in Abb. 4.15a eine gute Übereinstimmung zumindest für den Bereich höherer Lasten erzielt werden kann. Auch der Verlauf der mittleren Querdehnung in Probenmitte über der Dehnung in Abb. 4.15b zeigt ein gutes Ergebnis. Für den Kettfaden ist die sich einstellende Querdehnung gut getroffen; die Querdehnung bei Belastung in Schussrichtung fällt etwas geringer aus als im Versuch gemessen.

#### 4.2.2 Steifigkeit der Beschichtungen beim Streifenzugversuch

Auf Basis der bekannten Parameter für das reine Gewebe lassen sich nun die Werte der Matrixsteifigkeiten  $k_m$  für die Silikonmembran und die Epoxidplatte abschätzen. Dabei wird vorausgesetzt, dass die Beschichtung keine Veränderung der Geometrieparameter hervorruft. Ebenso bleibt das Verhalten der Fäden unverändert erhalten. Der Verbundwerkstoff lässt sich als Überlagerung von Gewebe und Matrixmaterial darstellen. Eine gute Übereinstimmung wird mit einer Steifigkeit von  $k_m^M = 0.3 \text{ kN}$  für die Membran und  $k_m^P = 10 \text{ kN}$  für die Platte erzielt. Die Abb. 4.16 zeigt die Ergebnisse der Simulation im Vergleich zu denen des Versuchs. Sowohl die Verläufe der Fadenkraft als auch die der Querdehnung sind dargestellt, zum Vergleich ebenso die Ergebnisse für das reine Gewebe. Mit den gewählten Parametern lässt sich der Einfluss der Matrix auf die Fadenkraft bei einachsiger Zugbelastung mit sehr guter Übereinstimmung nach-

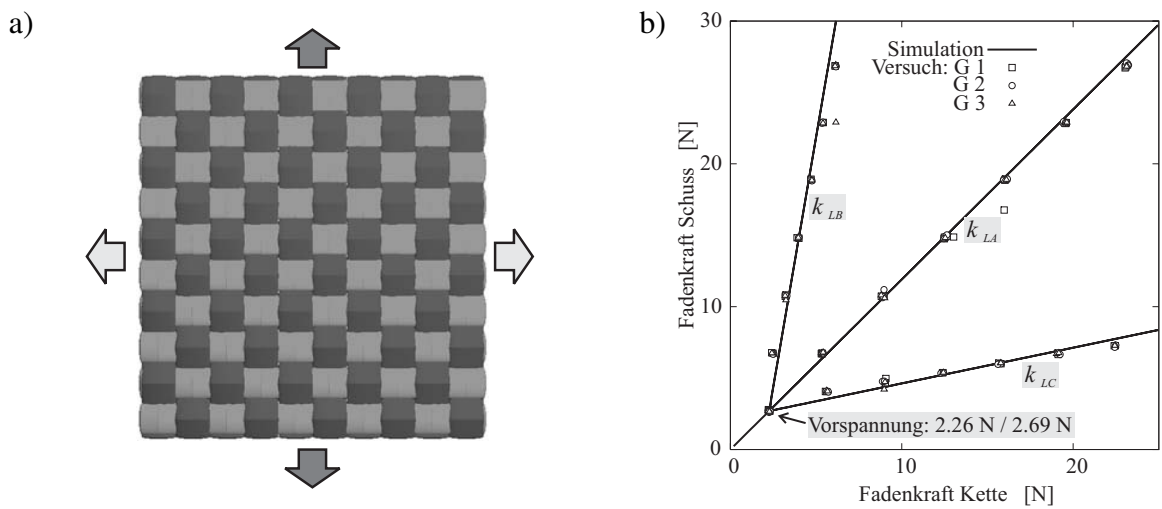


**Abbildung 4.17:** Auswertung der Ergebnisse des biaxialen Zugversuchs durch Ausgleichsgeraden an den Lastpfaden für a) Kett- und b) Schussrichtung.

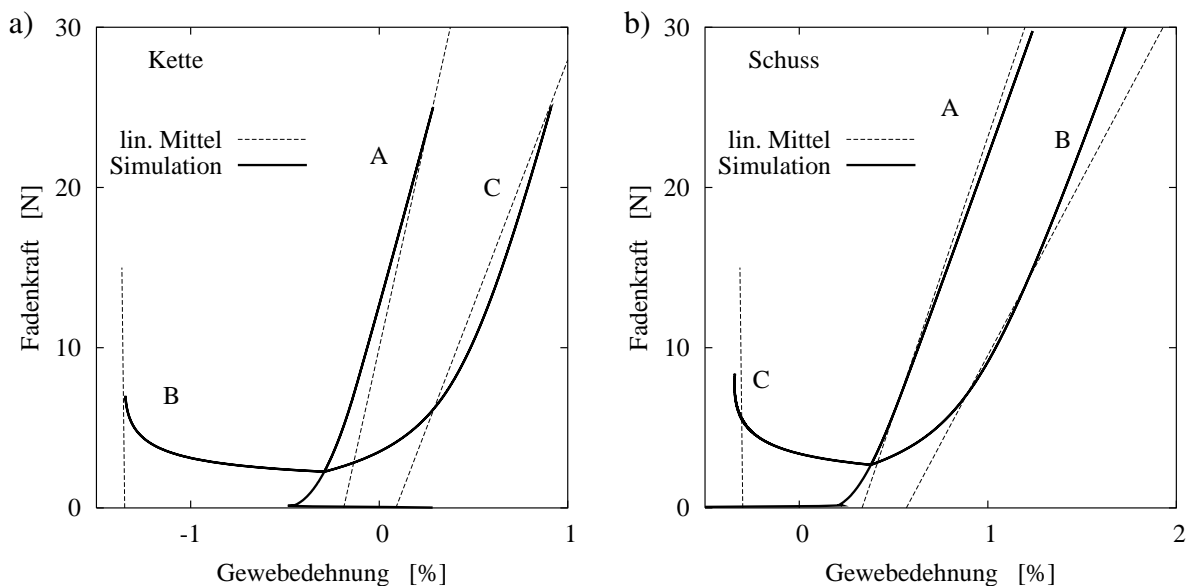
bilden. Die Querdehnung weicht etwas ab, kann aber zumindest in Grundzügen wiedergegeben werden. Dies ist insbesondere für den Fall der Platte nicht unbedingt zu erwarten gewesen, da, wie im Abschnitt 3.6.4 diskutiert, die Repräsentation der Beschichtung in der gewählten Form nicht geeignet ist, die Kontinuumseigenschaften einer sehr steifen Matrix wiederzugeben. Im Fall der gewählten Modellmaterialien scheint dieses Problem jedoch noch keine große Rolle zu spielen.

### 4.2.3 Querkompressionsverhalten bei biaxialen Zug

Nachdem die Fadencharakteristiken, die Geometrieparameter und die Zugsteifigkeiten der Beschichtungen aus dem einachsigen fadenparallelen Zugversuch bestimmt worden sind, muss als letzter Einflussfaktor auf das Zugverhalten der Gewebemembranen die Kontaktinteraktion zwischen den sich kreuzenden Fäden angepasst werden. Hierzu eignet sich der biaxiale Zugversuch mit fadenparalleler Belastung. Wie in Abschnitt 4.1.4 dargestellt, konnten Zugversuche dieser Art nur an der Gewebeprobe und auch nur mit unbefriedigender Messwertqualität durchgeführt werden. Zumindest für eine Abschätzung der Kontaktinteraktion sind die vorliegenden Daten jedoch ausreichend. Um ein für die Parameteranpassung geeignetes Ziel zu erhalten, werden die annähernd linearen Bereiche der Lastpfade ab einem Kraftniveau von 10 N durch eine Ausgleichsgerade gemittelt. Die Bestimmung der Ausgleichsgeraden über den Achsenabschnitt  $\epsilon_{ij}^0$  und die Steigung  $k_{ij}$  mit  $i = K, S$  für die Fadenrichtung und  $j = A, B, C$  für den bezeichneten Lastpfad ist in der Abb. 4.17 dargestellt. Aufgrund des niedrigen maximalen Lastniveaus des Pfades B in Kett- und C in Schussrichtung wird hier nur der Mittelwert der maximalen Dehnung angegeben. In Tab. 4.5 sind die ermittelten Zahlenwerte zusammengefasst. Die Kontaktinteraktion ist entsprechend der Definition in Abschnitt 3.2.2 definiert durch die



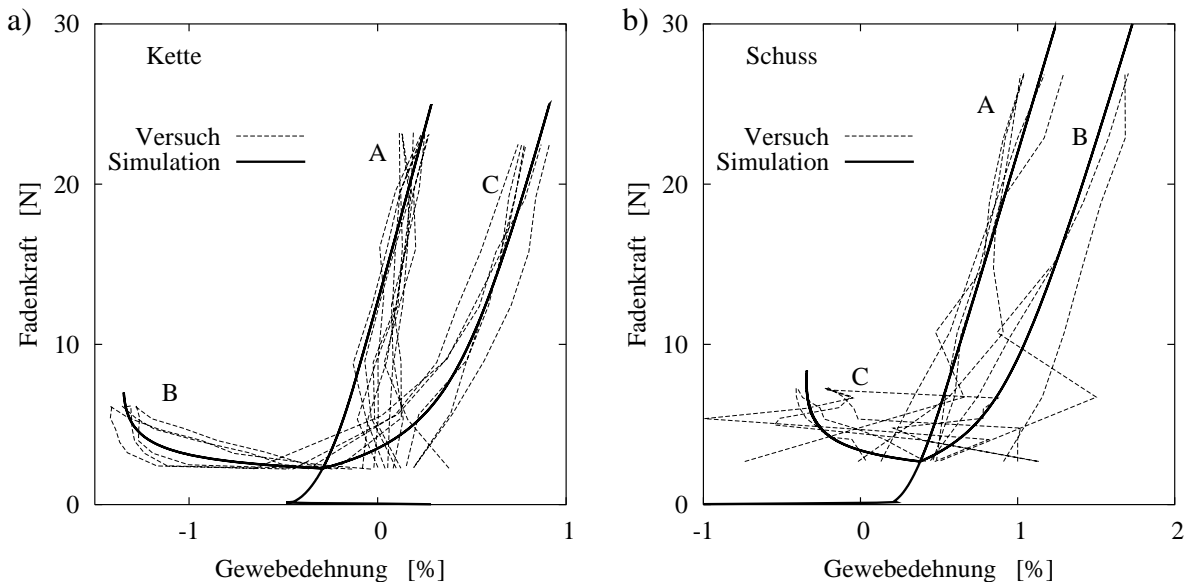
**Abbildung 4.18:** Simulation des biaxialen Zugversuchs: a) Visualisierung des Gewebestücks, b) Linearisierung der Lastpfade.



**Abbildung 4.19:** Bestimmung der Querkompressionsparameter anhand der Ergebnisse des biaxialen Zugversuchs: a) Kett- und b) Schussrichtung.

**Tabelle 4.5:** Auswertung des biaxialen Zugversuchs: Parameter der Ausgleichsgeraden bzw. der mittleren maximalen Dehnung.

Lastpfad	$\epsilon_{Kj}^0$ [%]	$k_{Kj}$ [N]	$\epsilon_{Sj}^0$ [%]	$k_{Sj}$ [N]
A	-0.188	5302.5	0.333	3471.3
B	-1.351	-	0.569	2202.5
C	0.089	3067.8	-0.305	-

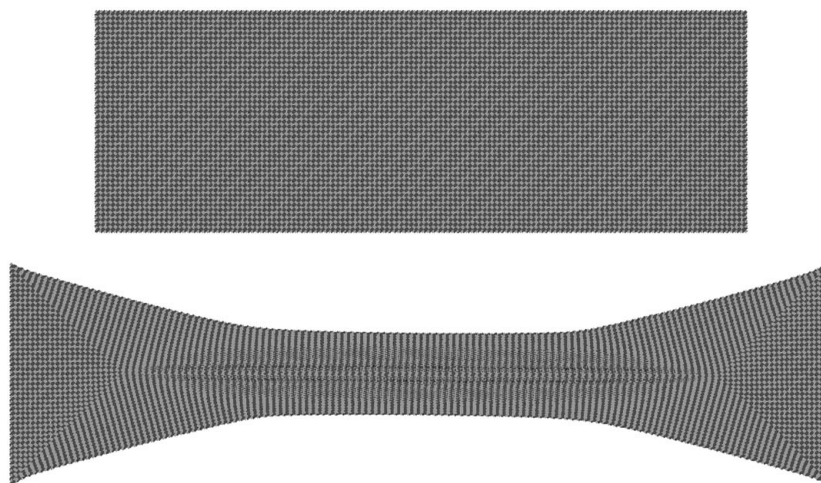


**Abbildung 4.20:** Vergleich der Ergebnisse aus Versuch und Simulation mit angepassten Querkompressionsparametern für den biaxialen Zugversuch: a) Kett- und b) Schussrichtung.

Kontaktsteifigkeit  $k_c$  und den Kontaktexponenten  $n_c$ . Um zumindest näherungsweise einen Parametersatz hierfür zu erhalten, wird der biaxiale Zugversuch mit dem Gewebemodell simuliert. An einem Gewebestück mit  $10 \times 10$  Fäden (s. Abb. 4.18a) werden die Krafterandbedingungen des realen Zugversuchs aufgebracht und der sich einstellende Dehnungszustand gemessen. Die tatsächlichen im Versuch angesteuerten einzelnen Laststufen weisen einige kleine Abweichungen von den Vorgabewerten aus Tab. 4.3 auf. Sie werden für die Simulation durch einen linearen kontinuierlichen Lastpfad ersetzt. Entsprechend der Abb. 4.18b erfolgt eine anfängliche Belastung entlang des Pfades A mit  $k_{LA} = 0.84$  bis zu einer Maximallast von  $F_{Amax} = 25$  N in Kettrichtung. Nach einer Entlastung mit gleichem Kraftverhältnis bis auf Vorspannungsniveau folgt eine Belastung entlang des Pfades B mit  $k_{LB} = 0.14$  bis zur Maximallast in Schussrichtung  $F_{Bmax} = 30$  N mit anschließender Entlastung auf die Vorspannung. Der letzte Lastpfad, Pfad C, wird mit  $k_{LC} = 4.0$  wieder bis zur Maximallast in Kettrichtung abgefahren. Um eine geeignete Kombination der Parameter der Kontaktinteraktion zu identifizieren, werden nun Simulationsrechnungen mit einer Parametervariation durchgeführt. Der Kontaktexponent  $n_c$  wird dabei mit den Werten  $n_c = 2, 4$  oder  $6$  angenommen, während die Kontaktsteifigkeit im Bereich  $1.0 \times 10^2 \leq k_c \leq 1.0 \times 10^8$  N variiert wird. Da die Versuchsergebnisse große Ungenauigkeiten aufweisen, wird auf ein mathematisch exaktes Fitting verzichtet und nur eine Aussage über die Größenordnung der Kontaktparameter angestrebt. Die Abb. 4.19 zeigt die Simulationsergebnisse der Rechnung mit dem optimalen Parametersatz von  $n_c = 4$  und  $k_c = 20$  kN. Die Ergebnisse aus den Versuchen und aus der Simulation mit den bestimmten Kontaktparametern werden noch einmal zum Vergleich in Abb. 4.20 gemeinsam dargestellt. In Hinblick auf die hohe Streuung der Versuchsergebnisse ist die Annäherung durch die Simulationsrechnung insbesondere in Kettrichtung äußerst zufrieden stellend. Die wesentlichen Verläufe der einzelnen

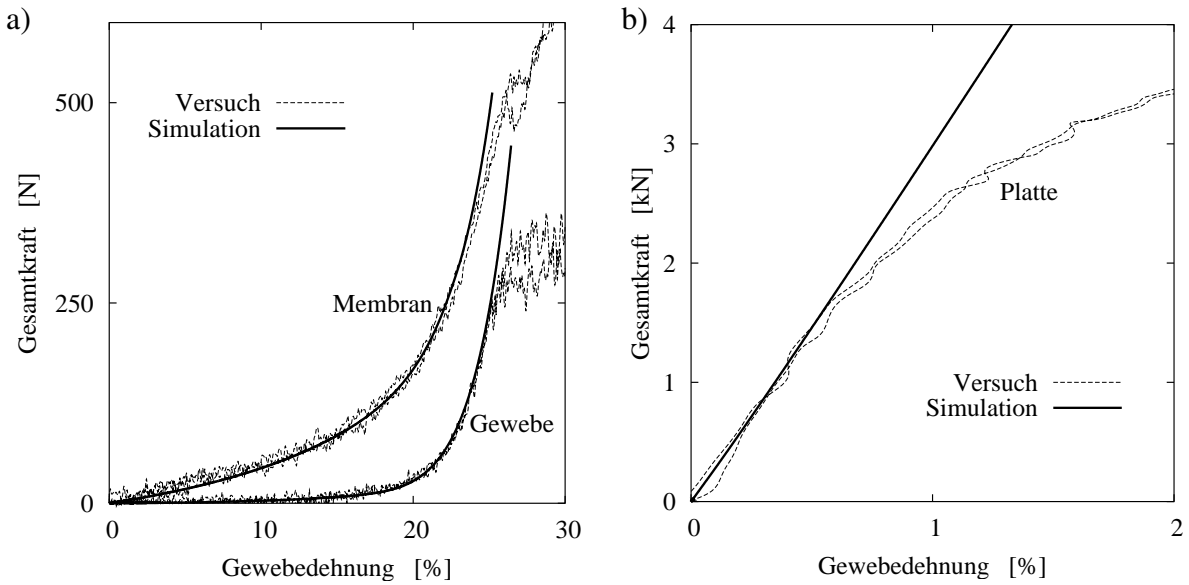
Pfade sind gut getroffen, ebenso wie die Steifigkeit im Lastfall A. Die Ergebnisse der Lastpfade B und C zeigen kleine Abweichungen in der Steifigkeit. Hier ist jedoch die Datenlage insbesondere in Schussrichtung für eine genauere Aussage nicht ausreichend.

#### 4.2.4 Schubverhalten im Schrägzugversuch

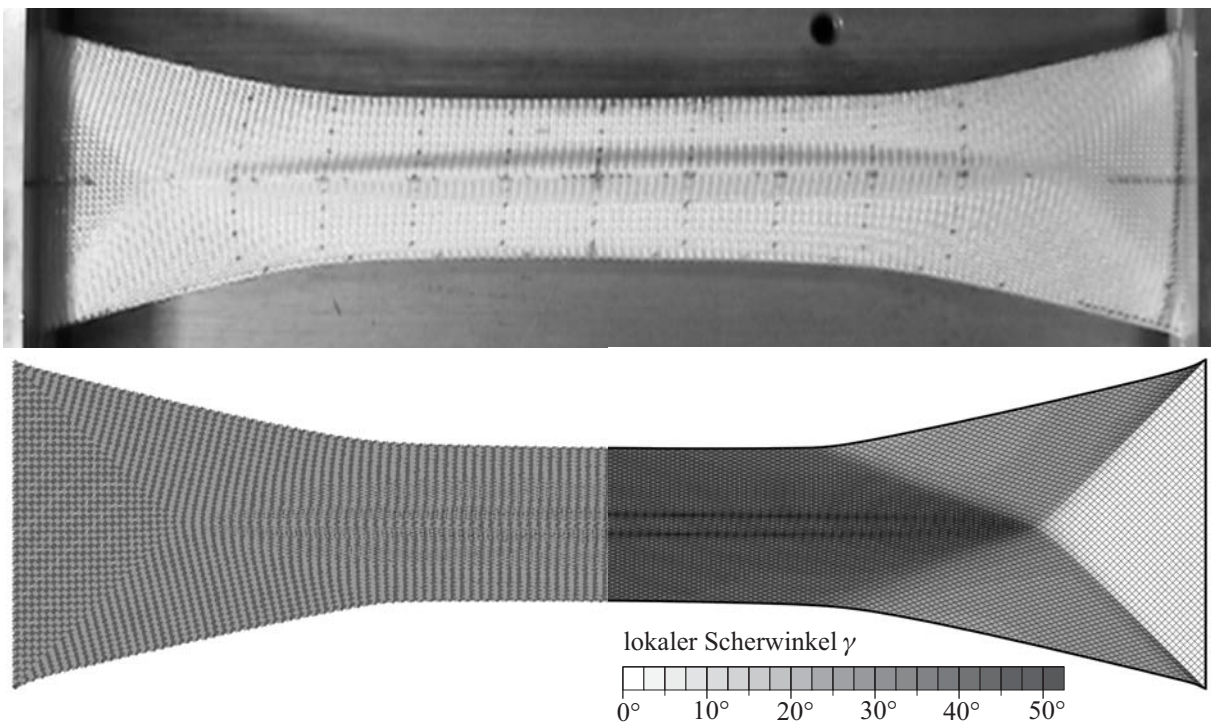


**Abbildung 4.21:** Visualisierung der Probenverformung im Schrägzugversuch am Beispiel der Membran.

Der Schrägzugversuch bietet die Möglichkeit, das Schubverhalten von Gewebemembranen zu untersuchen. Da sich in dieser einfachen Versuchsform keine reine Schubdeformation einstellt, sondern eine Überlagerung aus Zug- und Schubdeformation auftritt, ist die Grundlage für eine verwertbare Bestimmung der Schubparameter die korrekte Beschreibung des Zugverhaltens. Diese ist für die Modellmaterialien anhand der vorstehenden Versuchsergebnisse mit ausreichender Genauigkeit ermittelt worden, so dass nun die letzten noch unbekannt Interaktionen des Schubverhaltens bestimmt werden können und somit die Parameterbestimmung des Gewebemembranmodells abgeschlossen werden kann. Aufgrund des komplexen Verformungszustands der Schrägzugprobe kann der Versuch gleichzeitig als integraler Gütetest für die gesamte Materialdarstellung im Modell angesehen werden. Für die Simulation des Schrägzugversuchs wird das Gewebemodell in den vorgegebenen Abmessungen der Probe aufgebaut. Die Fadenabstände der Gewebegeometrie werden dabei durch Mittelwertbildung als symmetrisch angenähert. Die verbleibenden Parameter werden entsprechend den Ergebnissen in den vorangegangenen Abschnitten gewählt. Der symmetrische Fadenabstand beträgt somit  $L = 1.585$  mm und es ergibt sich ein Gewebestück mit  $46 \times 134$  Fadenkreuzen entlang der Ränder. Die Simulation des Schrägzugversuchs umfasst dann 24298 Massepunkte. Die Verschiebungsrandbedingung wird mit konstanter Geschwindigkeit auf die Gewebeprobe aufgebracht. Aufgrund der quasi-statischen Natur des Versuchs werden hier jedoch keine realistischen dynamischen Parameter verwendet. Eine Geschwindigkeitsabhängigkeit wird daher nicht untersucht. Über eine Vielzahl an Vergleichsrechnungen erfolgt die Bestimmung der geeigneten Parameter für die Interaktio-



**Abbildung 4.22:** Schrägzugversuch zur Bestimmung der Schubparameter, Vergleich von Versuch und Simulation: a) Gewebe und Membran, b) Platte.



**Abbildung 4.23:** Vergleich von Versuchs- (oben) und Simulationsergebnis (unten) der Membran im Schrägzugversuch. Simulationsergebnis als Visualisierung des Verformungszustands (links) und als Graustufendarstellung des lokalen Scherwinkels der Fadenkreuze (rechts).



nen der Fadenrotation. Im Falle der Gewebeprobe müssen die Rotationssteifigkeit  $k_r$  sowie die Blockierinteraktion, beschrieben durch Blockiersteifigkeit, -exponent, -winkel und -bereich ( $k_b$ ,  $n_b$ ,  $\gamma_b$  und  $r_\gamma$ ), bestimmt werden. Für die Membran wird anstelle der Rotationssteifigkeit die Matrixschubsteifigkeit  $k_m^M$  gesetzt; die Blockierinteraktion bleibt aktiv. Das Schubverhalten der Platte aus Epoxid-beschichtetem Gewebe wird ausreichend durch eine hohe Matrixschubsteifigkeit  $k_m^P$  bestimmt. In der Tabelle 4.6 sind die letztlich gewählten Parameter zusammengefasst. Die Abb. 4.22 zeigt den Vergleich des Kraft-Dehnungsverlaufs aus Versuch und Simulation für die drei Materialien. In allen Fällen wird das im Versuch ermittelte Verhalten sehr gut wiedergegeben. Abweichungen treten erst beim Einsetzen von Materialversagen auf, welches noch nicht im Modellstand berücksichtigt ist. Ein Vergleich des Verformungsbilds ist am Beispiel der Ergebnisse der Membran in Abb. 4.23 dargestellt. Als Simulationsergebnis ist in der linken Hälfte eine Visualisierung des dreidimensionalen Verformungszustands dargestellt, die rechte Hälfte zeigt die Verteilung des lokalen Scherwinkels der Fadenkreuze in der verformten Probe. Die Simulation ergibt realitätsnah die makroskopische Verformung der Probe mit der Ausbildung der drei Verformungszonen. Darüber hinaus wird sogar die durch hohe Schubbelastung in der Mitte entstehende Längsfalte abgebildet.

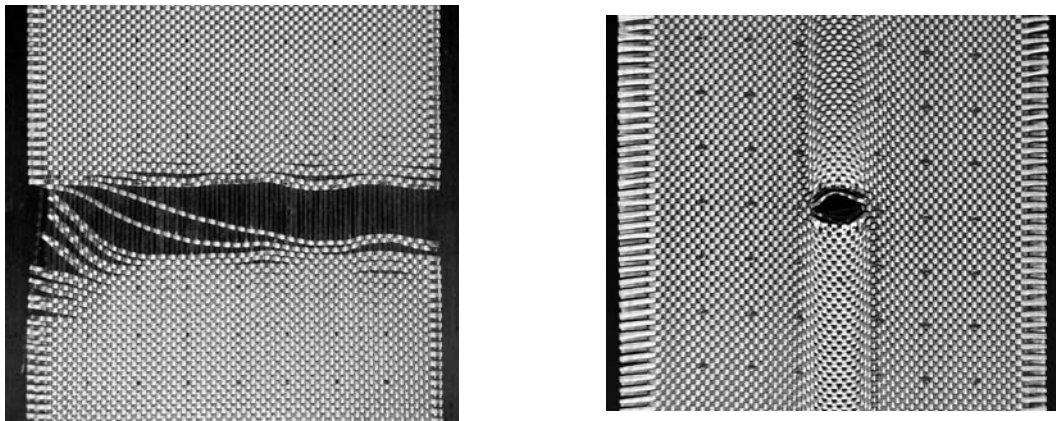
### 4.3 Zusammenfassung der Modellanpassung

Im vorangegangenen Kapitel wurden sukzessiv die zur Beschreibung der drei Modellmaterialien benötigten Parameter anhand von Versuchsergebnissen bestimmt. Die ermittelten Parameter sind noch einmal in der Tabelle 4.6 zusammengefasst. Obwohl der Schwerpunkt hier auf einer Demonstration der Anwendbarkeit des Gewebemembranmodells liegt und die Genauigkeit nur von zweitrangiger Bedeutung ist, wurde doch mit akzeptablem Aufwand ein Ergebnis hoher Güte erreicht. Insbesondere der abschließende Schrägzugversuch kann aufgrund seiner Überlagerung von Zug und Schubverhalten als integraler Testfall des gesamten Verformungsverhaltens angesehen werden. Die erzielten Ergebnisse sind zufrieden stellend. Bemerkenswert erscheint auch die Feststellung, dass das entwickelte Modell gut in der Lage ist, stark unterschiedliche Beschichtungssteifigkeiten darzustellen. Durch die erfolgreiche Wiedergabe des experimentell ermittelten Verformungsverhaltens von Gewebemembranen unterschiedlicher Beschichtungssteifigkeit mit der erarbeiteten Modelldarstellung im Rahmen der DEM wird die Gültigkeit der getroffenen Modellannahmen bestätigt. Darüber hinaus ist ein praxisnaher Weg zur sukzessiven Parameteranpassung der Modellkennwerte aufgezeigt worden. Dies ist bei einem derartigen Mikrostrukturmodell von besonderer Bedeutung, da die verwendeten Parameter in der Regel nicht wie im Falle von Kontinuumsmodellen direkt aus makroskopischen Versuchsergebnissen abgeleitet werden können.

**Tabelle 4.6:** Zusammenfassung der ermittelten Parameter zur Beschreibung der drei Modellmaterialien mit dem Gewebemembranmodell.

<i>Interaktion</i>	<i>Parameter</i>	<i>Wert</i>		
Geometrie	Fadenabstand Kette	$L_1$	1.63	mm
	Fadenabstand Schuss	$L_2$	1.54	mm
	Fadendicke Kette	$t_1$	0.23	mm
	Fadendicke Schuss	$t_2$	0.17	mm
	Vorstreckung	$\Delta h$	0.078	mm
Fadenlängsdehnung	Fadensteifigkeit Kette (lin.)	$k_{l1}$	4.705	kN
	Fadensteifigkeit Schuss (lin.)	$k_{l2}$	3.467	kN
Fadenquerkompression	Kontaktsteifigkeit	$k_c$	20.0	kN
	Kontaktexponent	$n_c$	4	-
Fadenrotation	Rotationssteifigkeit	$k_r$	0.08	Nmm
	Blockiersteifigkeit	$k_b$	0.001	Nmm
	Blockierexponent	$n_b$	4	-
	Blockierwinkel	$\gamma_b$	54	°
	Blockierbereich	$r_\gamma$	24	°
Matrixdehnung	Matrixsteifigkeit Membran	$k_m^M$	0.3	kN
	Matrixsteifigkeit Platte	$k_m^P$	10	kN
Matrixschubverformung	Matrixschubsteifigkeit Membran	$k_s^M$	0.55	Nmm
	Matrixschubsteifigkeit Platte	$k_s^P$	380	Nmm

## 5 Versagen von Gewebematerialien



**Abbildung 5.1:** Beispiele für Versagen von Gewebeproben: Zerreißen einer ungeschädigten Probe (links) und Weiterreißen einer Probe mit Anriss (rechts).

### 5.1 Grundlagen zum Gewebeversagen

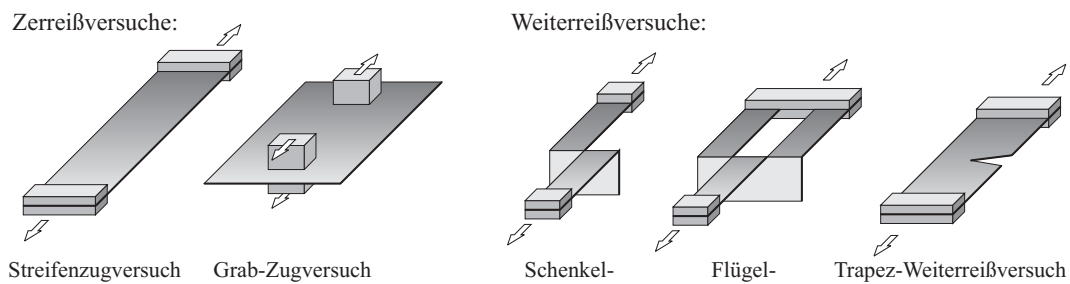
In den vorangegangenen Kapiteln wurde deutlich gemacht, wie stark die Fadenstruktur eines Gewebes oder einer Gewebemembran deren Verformungsverhalten beeinflusst. Diese Aussage trifft umso mehr auf das Versagen von Gewebematerialien bei Überlastung zu. Auch hier zeigen die Interaktionen der verkreuzten Fäden und ihre lokalen Eigenschaften einen wesentlichen Einfluss auf die makroskopische Strukturantwort.

#### 5.1.1 Versagensmechanismen

Die Festigkeit und das Versagensverhalten eines Gewebes sind in weiten Teilen abhängig von den ihm zugrunde liegenden Fäden und ihrer Festigkeit. Durch die Interaktion mit den jeweiligen Querfäden ergeben sich aber Einflüsse auf das Reißverhalten von Geweben, die Abweichungen von dem Verhalten einer parallelen Ansammlung reiner Fäden bedingen. Diese Gewebefeffekte äußern sich durch eine Krümmung der Fadenverläufe, eine eventuell auftretende Kompression der Fadenquerschnitte und eine stärkere Lokalisierung der Schädigung durch lokale Lastumlagerungsmöglichkeiten. Je nach Gewebetyp, Material und auch Belastungsbedingungen kommen die verschiedenen Aspekte unterschiedlich stark zur Geltung. Eine eindeutige

und allgemein gültige Abschätzung des Gewebeinflusses ist kaum möglich. Daraus ergibt sich eine Schwierigkeit bei der Definition bzw. Bestimmung von Festigkeitswerten für Gewebematerialien, da die Belastungsgrenzwerte vom Lastverhältnis des biaxialen Spannungszustands abhängen. Während bei einer einachsigen Belastung in etwa eine Festigkeit in der Größe der Summe der Einzelfadenfestigkeiten erreicht wird, liegen die Ergebnisse bei einer biaxialen Belastung gleicher Höhe deutlich niedriger. Im biaxialen Belastungsfall geht das Versagen von den Kreuzungspunkten aus (siehe Seo et al. [141]). Zum einen ergeben sich dort durch die Biegung der Fäden lokale Spannungsspitzen, andererseits führt aber auch die starke Kompression der Fadenquerschnitte im Kontaktbereich zu zusätzlichen Belastungen. In ebenen biaxialen Zugversuchen wird von Bidmon [14] eine Reduktion der Festigkeit des Gewebes gegenüber den Einzelfäden von etwa 15 % bei Polyesterfäden und bis zu 40 % bei Glasfaserfäden gemessen. Die Zahlenwerte sind jedoch aufgrund der schwierigen Versuchsverhältnisse und dem vorwiegend auftretenden Probeversagen an der Lasteinleitung nur qualitativ zu bewerten.

Grundsätzlich werden bei den Gewebematerialien zwei Versagenskategorien mit jeweils zugehörigen Festigkeitswerten unterschieden: das Zerreißen und das Weiterreißen (Abb. 5.1). Das Zerreißen beschreibt das komplette Versagen einer ungeschädigten Probe. Die Zerreißfestigkeit liegt dann in der Größenordnung der Summe der belasteten Fäden. Das Weiterreißen kennzeichnet das sukzessive Versagen einzelner Fäden an der Rissspitze einer vorgeschädigten Probe. Der jeweils nächste intakte Faden wird dabei durch die Lastumlagerung aus dem Rissbereich heraus stärker beansprucht als die weiter entfernten Fäden. Daher ist die Weiterreißfestigkeit in der Regel um einiges geringer als die Festigkeit gegen Zerreißen. Beim Weiterreißen einer vorgeschädigten Probe spielt das Verformungsverhalten der Mikrostruktur eine besondere Rolle. Durch die gute Schubverformbarkeit und durch Auftreten von Fadengleiten kommt es bei reinen Geweben zu einer Verdichtung von Fäden an der Rissspitze, die den weiteren Fortschritt bremsen. Dieser Effekt wird als Rissstopmechanismus bezeichnet. Eine detailliertere Beschreibung des Weiterreißen von Geweben findet sich bei Skelton [150]. Bei einem beschichteten Gewebe tritt der Rissstopmechanismus kaum auf, da die Beschichtung das Scheren und Gleiten der Fäden verhindert. Darüber hinaus verbessert eine Beschichtung die Lastübertragung zwischen benachbarten Fäden, so dass durch diese lokale Lastumlagerung der jeweils nächste intakte Faden deutlich stärker belastet wird. Der Beschichtungseinfluss kann daher sogar zu einer Verringerung der Weiterreißfestigkeit im Vergleich zum reinen Gewebe führen. Die Richtung des fortschreitenden Risses im Gewebe verläuft vorwiegend entlang einer der beiden Fadenrichtungen; ein schräger Verlauf tritt eher selten auf. In umfangreichen experimentellen Untersuchungen zeigen Bigaud et al. [15], dass auch ein schräger Anriss bei einachsiger Belastung immer senkrecht zur Lastrichtung weiterläuft. Bei biaxialer Last bestimmen das Lastverhältnis, die Fadenfestigkeiten der beiden Fadengruppen und die effektive Risslänge als Projektion der Risslänge auf die beiden Fadenrichtungen den weiteren Rissverlauf.



**Abbildung 5.2:** Versuchsmethodiken zur Festigkeitsbestimmung von Gewebemembranen.

### 5.1.2 Versuchsmethodiken

Die Unterscheidung zwischen Zerreißen und Weiterreißen spiegelt sich auch in den Versuchen zur Bestimmung der jeweiligen Festigkeiten wider, da beide Versagensarten jeweils verschiedene Belastungsvorgaben und Probengeometrien erforderlich machen.

#### Zerreißversuche

Die Zerreißfestigkeit kann mit dem Streifenzugversuch oder dem Grab-Zugversuch (s. Abb. 5.2) entsprechend der DIN EN ISO 13934-1 und -2 [53, 54] für Textilien oder der DIN EN ISO 1421 [57] für Gewebemembranen ermittelt werden. Beide Versuche sind einachsige Zugversuche mit konstanter Dehnrates. Beim Streifenzugversuch werden zwei gegenüberliegende Probenränder komplett in eine Klemmvorrichtung eingespannt, während beim Grab-Zugversuch nur ein definierter kleinerer Bereich der Probe von den Probenklemmen umfasst wird. Ein Vergleich der Festigkeitswerte aus den beiden Versuchstypen findet sich bei Wu und Pan [173]. Die Zerreißfestigkeit bei biaxialer Belastung lässt sich dagegen nur schwer in zuverlässiger Weise ermitteln. Die Norm bietet hierfür nur den bereits genannten Kugelwlb- oder Berstversuch [56], der mit seinen Nachteilen schon in Abschnitt 2.3 behandelt wurde. Auch die alternativen Methoden zur biaxialen Belastung können nur mit Einschränkungen zur Festigkeitsbestimmung verwendet werden, da meistens sehr starke Einspannungseffekte die Ergebnisse verfälschen. Meffert [109] verwendet eine nahtlos gewebte Zylinderprobe unter Innendruck und Zugbelastung zur Bestimmung der biaxialen Festigkeit einer Gewebemembran. Er stellt dabei fest, dass die biaxiale Festigkeit um etwa 15 % geringer ausfllt als die ebenso von ihm bestimmte einachsige Festigkeit. Der ebene biaxiale Zugversuch wird von Reinhardt [137, 138] zur Bestimmung der biaxialen Zugfestigkeit verwendet. Um die häufig auftretenden Probenbrche an der Einspannung zu unterbinden, entwickelt er eine spezielle klemmungsfreie Einspannung und kann so das Versagen zuverlässig in den Messbereich der Probe verlegen.

#### Weiterreiversuche

Zur Bestimmung der Weiterreißfestigkeit von Textilien bieten die DIN EN ISO 13937 [55] und die DIN 53859 [51] eine Reihe von Versuchskonfigurationen an, wie beispielsweise die Verwen-

dung eines ballistischen Pendels, den Schenkel-, Flügel- oder Zungen-Weiterreißversuch sowie den Trapezversuch. Für die Gewebemembranen sind die sehr ähnlichen Vorgehensweisen in der DIN EN ISO 4674 [58] zusammengefasst. Üblicherweise wird dabei nicht eine einfache, ebene Probe mit Anriss verwendet, sondern es werden gezielt Konfigurationen gewählt, bei denen das Weiterreißen zuverlässig an der vorhandenen Rissspitze ansetzt. Die Abb. 5.2 zeigt hierzu schematisch eine Auswahl an Versuchstypen. Versuche zum Weiterreißen unter biaxialer Belastung finden sich wiederum nur in der akademischen Literatur. Im Wesentlichen kommt hier der ebene biaxiale Zugversuch zur Anwendung. Er wird beispielsweise von Bidmon [14] zur Untersuchung des Weiterreiß-Verhaltens von Gewebemembranen aus PVC-beschichtetem Polyester und PTFE-beschichtetem Glasfasergewebe verwendet. Auch Bigaud et al. [15] untersuchen das Weiterreißen einer Gewebemembran aus PVC-beschichtetem Polyester im ebenen biaxialen Zugversuch bei unterschiedlichen Risslängen und Orientierungen der vorgeschädigten Probe. Sie stellen dabei fest, dass die Ausprägung des Versagensverhaltens als schlagartiges Zerreißen oder sukzessives Weiterreißen abhängig von der anfänglichen Risslänge ist. Eine Abwandlung des Zylinderversuchs zur Bestimmung der Weiterreißfestigkeit wird von Davidson et al. [48] vorgestellt. Ein längs geschlitztes Baumwoll-Polyester-Gewebe wird auf einen aufblasbaren Zylinder aufgespannt und die Weiterreißfestigkeit in Abhängigkeit von der Risslänge bestimmt. Diese Vorgehensweise erscheint aber insbesondere wegen der großen Reibungseinflüsse und des schwer bestimmbaren Kraftzustands eher fraglich.

### 5.1.3 Modellierungsansätze

Über die an sich schon anspruchsvolle Modellierung des Verformungsverhaltens von Gewebematerialien hinausgehend stellt die Simulation des Versagensvorgangs und die Vorhersage der Festigkeit bzw. bei geschädigter Probe der Weiterreißfestigkeit eine große Herausforderung dar. Hierbei gewinnt die Dominanz der Mikrostrukturmechanismen noch deutlicher an Gewicht. Die Herangehensweisen zur Modellierung des Gewebeversagens auf Strukturebene lassen sich unterteilen in die kontinuumsbasierten Schädigungsbeschreibungen, die statistischen Versagensmodelle und die Modelle mit direkter Mikrostrukturepräsentation. Die kontinuumsbasierten Modelle entstehen dabei aus den in Abschnitt 2.4 angesprochenen phänomenologischen Modellen der Gewebematerialien und beschreiben das Gewebe ausschließlich auf Strukturebene. Die statistischen Modelle dagegen gehen von der Festigkeit der einzelnen Fäden aus und versuchen die Interaktionen der Fadengruppen zu berücksichtigen. Sie beschreiben das Gewebe daher auf der Mikrostrukturebene. Allerdings ist ihre Anwendung in der Regel auf die Vorhersage der Festigkeit, in einigen Sonderfällen auch auf die Beschreibung der Steifigkeitsdegradation bei fortschreitender Schädigung, beschränkt. Die dritte Gruppe von Modellen, die durch eine Geweberepräsentation auf Mikrostrukturebene gekennzeichnet ist, stellt die numerisch aufwändigste Gruppe dar. Ihre Anwendung beschränkt sich üblicherweise auf kleine Materialbereiche unter Lastfällen, die einen detaillierten und physikalisch begründeten Modellansatz notwendig machen.

### **Kontinuumsbasierte Schädigungsbeschreibung**

Wird die Gewebemembran als Kontinuum angesehen, so lassen sich bruchmechanische Ansätze zur Beschreibung des Versagens anwenden. Eine detaillierte Einführung in die Kontinuumsansätze zur Beschreibung des Verformungsverhaltens erfolgte im Abschnitt 2.4.1. Basierend auf einer derartigen Materialdarstellung werden in großer Mehrzahl die Konzepte der linear-elastischen Bruchmechanik (LEBM) verwendet. Beispiele hierfür finden sich in den Arbeiten von Bidmon [14], Popova und Iliev [130], Davidson et al. [48] oder Bigaud et al. [15]. Die durch die Fadenstruktur auftretende starke Anisotropie der Festigkeit kann in den kontinuumsbasierten Modellen nur indirekt dargestellt werden. Die Auswirkungen dieser Anisotropie auf die Festigkeit werden beispielsweise von Pan und Yoon [121] durch die Aufstellung eines phänomenologischen, anisotropen Versagenskriteriums berücksichtigt. Die Annahme eines Kontinuums sowie insbesondere die im Rahmen der LEBM verwendete Voraussetzung eines scharfen Risses mit einer definierten Risspitze stehen im Widerspruch zur diskreten Natur der Gewebe und ihres Versagens. Sie sind daher nur bei ausreichend großem Skalenabstand zur Mikrostruktur anwendbar. Der Vorteil der Kontinuumsansätze liegt in der Möglichkeit, sie in die Strukturberechnung integrieren zu können, so dass sie die Simulation des Versagensverhaltens an der konkreten Bauteilgeometrie ermöglichen. Rückschlüsse auf den Verformungs- und Schädigungszustand der Mikrostruktur lassen sie jedoch nicht zu.

### **Statistische Modelle**

Einen anderen Ansatz verfolgen die statistischen Schädigungsmodelle. Sie bieten eine Festigkeitsbestimmung basierend auf dem strukturellen Aufbau und unter Berücksichtigung der inhärenten Unordnungen auf verschiedenen Skalenebenen des Materials. Die physikalische Natur des Versagensvorgangs, der von statistisch verteilten Schwachstellen auf der Mikrostrukturebene ausgehend wächst und interagiert und schließlich die Skalengrenze durchbricht und zum Versagen auf Strukturebene führt, liefert die Motivation für die statistische Versagensbeschreibung und wird vom Modell wiedergegeben. Im Fall der Gewebe wird die Festigkeit in Abhängigkeit von der Festigkeit der Fäden und deren statistischer Verteilung angenommen. Die Fadenfestigkeit wiederum ergibt sich aus den Festigkeiten der Einzelfasern. Einen wichtigen Aspekt der Gewebe stellen die Interaktionen der Fadengruppen dar, die nur zum Teil in den statistischen Modellen Berücksichtigung finden können. Den Ursprung der statistischen Modelle bilden die Versagensmodelle für Fäden. Diese gehen zurück auf Peirce [125], der das so genannte „weakest link theorem“ für Fäden aufstellt: Ein Faden wird als Kette von Fadenelementen mit jeweils eigener Festigkeit angesehen. Das Versagen des Fadens ist als Versagen des schwächsten Glieds der Kette definiert. Mit diesem Ansatz lassen sich unter anderem schon die wesentlichen Auswirkungen des Größeneffekts der Festigkeit erfassen. Ein zweiter grundlegender Ansatz ist das Faserbündelmodell von Daniels [46]. Der Faden wird hier als eine Ansammlung paralleler Fasern dargestellt. Beim Versagen einer einzelnen Faser kommt es zu einer lokalen oder globalen Lastumlagerung. Berücksichtigt man wie bei Kun et al. [93] in einem derartigen Faserbündel-

modell ein mehrfaches Versagen jeder einzelnen Faser, so lassen sich vielfältige Versagenscharakteristiken des Fadens erzielen. Die Verbindung des Faserbündelmodells mit dem Ansatz der Elementketten führt zu den Faserbündelketten, wie sie von Phoenix [129] ausführlich beschrieben werden. Eine Zusammenfassung statistischer Modelle zur Beschreibung insbesondere der Stapelfaserfäden findet sich bei Gosh et al. [68]. Die Einflüsse von stochastischer Unordnung verschiedener Parameter und die daraus resultierenden Größeneffekte in Bezug auf die Spannweite werden von Chudoba et al. [38] und Vorechovsky et al. [159] mittels eines Faserbündelmodells untersucht. Die genannten statistischen Fadenmodelle sind das Vorbild für die Modelle für das Gewebe. Shahpurwala und Schwartz [142] beschreiben ein Gewebe als loses Bündel von Fäden ohne Interaktion und somit mit globaler Lastumlagerung und verwenden dazu die Grundlagen des Faserbündelmodells von Daniels. Die Interaktionen der Fadengruppen im Gewebe und die Effekte der Lastumlagerungen können in einer Modellbeschreibung als Faserbündelkette durch die Bestimmung kritischer Faserbündellängen Berücksichtigung finden. Beispiele hierzu finden sich bei Boyce et al. [26], Seo et al. [141] und Pan [120]. Grundlegend zeichnen sich die statistischen Versagensmodelle für Gewebe dadurch aus, dass sie die diskrete Natur der Gewebe und insbesondere die des Gewebeversagens berücksichtigen können. Ihre Anwendbarkeit beschränkt sich aber auf die Vorhersage der Festigkeiten von Gewebematerialien. Eine Beschreibung des Versagensvorgangs realer Strukturen ist nicht möglich.

### **Mikrostruktur-Modelle zur Strukturberechnung**

In einigen Anwendungen ist die Berücksichtigung der Gewebe-Mikrostruktur im Rahmen einer Berechnung auf Strukturebene unerlässlich. Ein wichtiges Beispiel hierfür ist der ballistische Einschlag auf Gewebe, wie er in Anwendungen des Gewebes als Splitterschutzwesten im Personenschutz auftritt. Hierfür hat sich eine eigenständige Gruppe von Modellen entwickelt, die versucht den speziellen Herausforderungen gerecht zu werden. Der Einschlag-Vorgang ist gekennzeichnet durch eine hohe Dynamik, große Verformungen, viskoelastische Materialeigenschaften, Energieabsorption durch Reibung und lokales Materialversagen. Als klassischer Modellansatz kommen hier Feder-Masse-Netzwerke zum Einsatz, die auf verschiedene Arten dynamisch gelöst werden. In der ursprünglichen Form werden für die Repräsentation der Fadenstruktur ebene rechtwinklige Netzwerke verwendet, wie beispielsweise von Roylance et al. [139, 140] oder Shim et al. [145, 146]. Durch die Verwendung der Struktur des Dreiecksmodells (siehe Abschnitt 2.5) ermöglichen die Netzwerkmodelle auch die Berücksichtigung der Krümmungsinteraktion und führen zu sehr guten Ergebnissen [154, 155]. Die Darstellung als Federnetzwerk mit konzentrierten Massepunkten bietet eine abstrahierte, aber sehr effiziente Möglichkeit, im Rahmen einer Berechnung auf Strukturebene die Information über die lokale Mikrostruktur zu berücksichtigen. Diese diskrete Modellierung entspricht in Grundzügen dem in dieser Arbeit vorgestellten Ansatz mit der DEM. Alternativ zu den Netzwerkmodellen kann die Fadenstruktur auch mittels Kontinuumselementen im Rahmen der FEM dargestellt werden. Modelle dieser Art sind in der Regel auf die explizite FEM angewiesen. Beispiele hierzu finden sich bei Blankenhorn et al. [16] oder bei Duan et al. [60, 61]. Durch die Komplexität



derartiger Modelle sind hier enge Grenzen für die Feinheit der Diskretisierung vorgegeben. Der mögliche Nutzen, der aus der Beschreibung der Mikrostruktur durch Kontinuumsansätze gegenüber der diskreten Beschreibung entsteht, muss dabei immer auch in Hinblick auf den zusätzlichen numerischen Aufwand bewertet werden. In jedem Fall stellen die Modelle mit direkter Mikrostrukturdarstellung den Grenzbereich der heutigen Anwendbarkeit dar. Sie sind aber in der Lage, ein physikalisch realistisches Abbild der Vorgänge auf der Fadenebene bei Belastungsszenarien auf Strukturebene zu erzeugen. Die Anwendung derartiger Modelle kann daher insbesondere bei der Untersuchung kritischer Bereiche einer Gewebemembranstruktur, wie beispielsweise an Lasteinleitungspunkten und Nahtstellen, oder bei besonderen Lastbedingungen wie dem genannten Projektileinschlag von Vorteil sein.

## 5.2 Modellerweiterung zur Versagensbeschreibung

Das Versagen einer realen Struktur ist immer auch von stochastischen Einflüssen geprägt. Von besonders schwachen Stellen ausgehend bilden sich verteilte Schädigungsbereiche, die zusammenwachsen und interagieren und somit bei zunehmender Last zum Bauteilversagen führen. Der Ort und die Anzahl dieser Schwachstellen sind zufällig, jedoch können sie wie im vorherigen Abschnitt angesprochen mittels statistischer Verteilungen beschrieben werden. Diese grundsätzliche Eigenschaft von versagenden Materialien kann im Rahmen eines DE-Modells abgebildet werden. Im einfachsten Fall kann jeder Interaktion zwischen benachbarten Massepunkten ein Belastungsgrenzwert zugeordnet werden, bei dessen Überschreiten die Interaktion versagt und somit inaktiv wird. Dieser Grenzwert kann dabei lokal für jede einzelne Interaktion unabhängig vorgegeben werden, beispielsweise auch zufallsgesteuert. Durch die Verwendung einer Wahrscheinlichkeitsverteilung erhält man ein Modell, in dem benachbarte Interaktionen unterschiedliche zufällig verteilte Grenzwerte aufweisen. Die Gesamtheit aller Interaktionen jedoch folgt der gewählten Verteilung und kann durch Mittelwert und Standardabweichung gekennzeichnet werden. Damit sind die stochastischen Eigenschaften des Materialversagens im Modell berücksichtigt und können über die Parameter der gewählten Verteilungsfunktion gesteuert werden. Dies ermöglicht dann die Simulation von Lokalisierungen, Schadensausbreitung und Lastumlagerungen. Allerdings verliert die einzelne Rechnung in einem derartigen Modell ihre Allgemeingültigkeit, da die zugrunde liegende Verteilung der Festigkeiten nur eine Ausprägung der Grundgesamtheit darstellt. Es ist daher notwendig, eine ausreichend große Anzahl an Rechnungen mit gleicher Verteilung, aber unterschiedlicher Ausprägung der Belastungsgrenzwerte durchzuführen. Eine statistische Auswertung der Ergebnisse kann dann für allgemeine Aussagen herangezogen werden.

Für die Abbildung des Versagens der Gewebemembranen müssen Versagenskriterien der einzelnen Interaktionen definiert und implementiert werden. Betroffen sind davon die Fadenlängsinteraktionen und gegebenenfalls auch die Matrixinteraktionen der Beschichtung, während die Kontakt- und Scherinteraktionen nicht versagen können.

## 5.2.1 Fadenversagen

### Versagenskriterium der Fadenlängsinteraktion

Die Fadenlängsinteraktion repräsentiert jeweils ein Fadenstück  $S_{jk}$ , welches die zwei Massepunkte  $m_j$  und  $m_k$  verbindet. Im einfachsten Fall existieren für dieses Fadenstück zwei Zustände, aktiv oder inaktiv. Das Versagen des Fadenstücks kann dann durch ein Umschalten von aktiv auf inaktiv bei erstmaligem Überschreiten eines Belastungsgrenzwerts dargestellt werden. Da im Rahmen der DEM die Fadeninteraktion als Kraft  $F_{jk}^l$  in Abhängigkeit von der Dehnung  $\epsilon_{jk}$  repräsentiert wird, ist es sinnvoll, den Belastungsgrenzwert als Dehnungswert  $D_{jk}^l$  zu definieren. Für linear-elastische Fadenstücke lässt sich damit das Versagenskriterium in allgemeiner Form aufstellen als

$$F_{jk}^l = \begin{cases} k_{li} \epsilon_{jk} & \text{falls } \max(\epsilon_{jk}) \leq D_{jk}^l, \\ 0 & \text{falls } \max(\epsilon_{jk}) > D_{jk}^l. \end{cases} \quad (5.1)$$

Es kann dabei jedem einzelnen Fadenstück  $S_{jk}$  eine unterschiedliche Dehnungsgrenze  $D_{jk}^l$  zugeordnet werden. Um eine Steuerung der stochastischen Verteilung der einzelnen Festigkeitswerte zu ermöglichen, werden sie den Fadenstücken entsprechend einer Wahrscheinlichkeitsverteilung zugeordnet. Der Einzelwert bleibt dabei eine freie Größe, die Gesamtheit der Festigkeitswerte folgt dann jedoch der gewählten Verteilung.

### Die Weibull-Verteilung

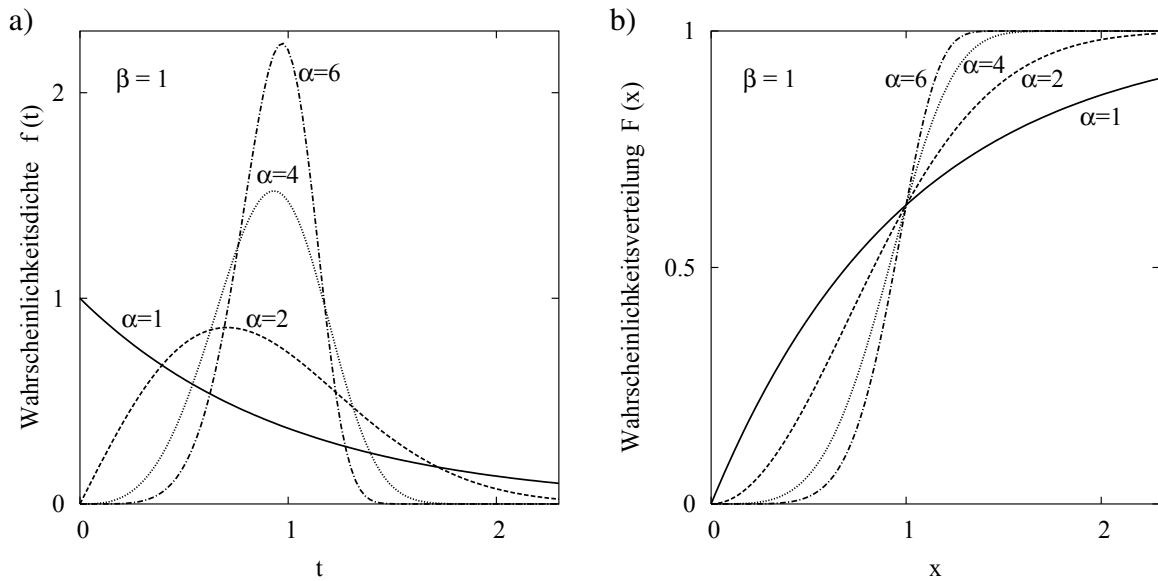
Für die Verteilungsfunktion der Fadendehngrenzen  $D_{jk}^l$  wird eine Weibull-Verteilung verwendet. Die Dichtefunktion der Weibull-Verteilung ist

$$f(t) = \frac{\alpha}{\beta} \left( \frac{t}{\beta} \right)^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha}, \quad (5.2)$$

woraus sich die dazugehörige Verteilungsfunktion ergibt als

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha}, \quad (5.3)$$

mit dem Formparameter  $\alpha$  und dem Skalenparameter  $\beta$ . Die Abb. 5.3 zeigt die Dichte- und Verteilungsfunktion der Weibull-Verteilung für verschiedene Formfaktoren  $\alpha$  bei konstantem Skalenfaktor  $\beta = 1$ . Die Weibull-Verteilung wird üblicherweise in der Zuverlässigkeitstheorie angewendet, da sie sehr flexibel die Lebensdauer von Strukturen beschreiben kann. Ihre Vorteile liegen einerseits in ihrer großen Variabilität, die über die zwei Parameter  $\alpha$  und  $\beta$  gesteuert werden kann, andererseits in der Möglichkeit, aus realen Daten durch Auftragung im doppellogarithmischen Diagramm die entsprechend vorliegende Verteilung als Geradensteigung zu bestimmen. Wird ein Formparameter  $\alpha \geq 4$  verwendet, so ergibt die Weibull-Funktion eine leicht unsymmetrische Verteilung, deren Maximum bei einem etwas kleineren Wert als dem Formparameter  $\beta$  liegt.



**Abbildung 5.3:** Weibull-Verteilung mit verschiedenen Formparametern  $\alpha$  bei konstantem Skalenparameter  $\beta = 1$ : a) Dichtefunktion, b) Verteilungsfunktion.

### Zuweisung der Dehngrenzwerte

Im Anwendungsfall soll einer endlichen Anzahl  $N_S$  an Fadenstücken jeweils ein zufälliger Festigkeitsgrenzwert zugeordnet werden. Die Gesamtheit dieser Festigkeitsgrenzwerte soll der gegebenen Verteilungsfunktion unterliegen. Dafür wird die Verteilungsfunktion Gl. 5.3 aufgelöst nach der wahrscheinlichkeitsverteilten Variablen  $x$ :

$$x = \beta (-\ln(1 - F))^{\frac{1}{\alpha}}. \quad (5.4)$$

Wird nun für jedes Fadenstück  $S_{jk}$  eine Zufallszahl für  $F$  mit  $0 < F < 1$  bei konstanten Parametern  $\alpha$  und  $\beta$  eingesetzt, so ergeben sich jeweils unterschiedliche Werte für  $x_{jk}$ , die in ihrer Verteilung der gewählten Weibull-Funktion folgen. Bei einem ausreichend großen Formparameter  $\alpha > 4$  und mit dem Skalenparameter  $\beta = 1$  liegt der Mittelwert der resultierenden Werte  $x_{jk}$  etwa bei  $\bar{x} \approx 1$ . Somit kann aus den jeweiligen Werten  $x_{jk}$  und einer vorgegebenen mittleren Bruchdehnung  $\tilde{D}^l$  der Dehngrenzwert  $D_{jk}^l$  des Fadenstücks  $S_{jk}$  bestimmt werden,

$$D_{jk}^l = x_{jk} \tilde{D}^l, \quad (5.5)$$

wodurch die gewünschte Verteilung der Dehngrenzwerte der einzelnen Fadenstücke erreicht wird. Die Zufallszahlen werden mit einem Zufallsgenerator erzeugt, der bei gleichen Eingangsparametern, den so genannten Seeds, immer die gleichen Werte generiert. Somit ist die Verteilung zwar zufällig, aber wiederholbar, was für vergleichende Berechnungen von großem Vorteil ist.

### Statistische Auswertung der Festigkeitsverteilung

Bei der Verwendung der Weibull-Verteilung ist zu beachten, dass sich bei verschiedenen Formparametern  $\alpha$  unterschiedliche, leicht vom Skalenparameter abweichende Erwartungswerte er-

geben, was auch die in Abb. 5.3 dargestellte Verteilungsdichte für verschiedene Formfaktoren deutlich macht. Im theoretischen Fall einer stetigen Verteilung lassen sich der Erwartungswert  $\mu_w$  und die Streuung  $\sigma_w$  der Weibull-Verteilung bestimmen aus

$$\mu_w = \beta \Gamma \left( \frac{1}{\alpha} + 1 \right) \quad (5.6)$$

und

$$\sigma_w = \sqrt{\beta^2 \left[ \Gamma \left( 1 + \frac{2}{\alpha} \right) - \Gamma^2 \left( 1 + \frac{1}{\alpha} \right) \right]}, \quad (5.7)$$

wobei  $\Gamma$  die Gammafunktion

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt \quad \text{für } x > 0 \quad (5.8)$$

darstellt. Erst im Grenzfall  $\alpha \rightarrow \infty$  ergibt sich

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \mu_w = \beta \quad (5.9)$$

und somit die Übereinstimmung von Erwartungswert und Skalenparameter. Bei der im konkreten Anwendungsfall vorliegenden diskreten Verteilung der Einzelwerte  $D_{jk}^l$  kommt zu dieser funktionsbedingten Abweichung noch eine Abweichung durch die Endlichkeit der Stichprobe hinzu. Letztere nimmt mit zunehmender Größe der Stichprobe, d.h. mit zunehmender Anzahl  $N_S$  an betrachteten Fadenstücken, ab. Die beiden genannten Einflüsse führen dazu, dass der effektiv in der Stichprobe vorliegende Mittelwert der Dehngrenzen  $\bar{D}^l$  von dem als Eingangsgröße der Zuteilung der Dehngrenzen (Gl. 5.5) dienenden vorgegebenen Mittelwert  $\tilde{D}^l$  abweicht. Aus diesem Grund müssen die genauen Werte von Mittelwert  $\bar{D}^l$  und Streuung  $\sigma_{D^l}$  für jede Konfiguration aus Weibull-Parametern  $\alpha$  und  $\beta$ , Anzahl an Fadenstücken  $N_S$  und Eingangswerten des Zufallgenerators bestimmt werden als

$$\bar{D}^l = \frac{1}{N_S} \sum_{N_S} D_{jk}^l \quad (5.10)$$

und

$$\sigma_{D^l}^2 = \frac{1}{N_S - 1} \sum_{N_S} (D_{jk}^l - \bar{D}^l)^2, \quad (5.11)$$

die dann für die weitere Auswertung der Simulationsergebnisse zur Verfügung stehen.

### Theoretischer Ansatz zur Verifikation

Durch die Wahl der Weibull-Verteilung für die Dehngrenzen der Einzelfadenstücke ergibt sich die Möglichkeit, analytisch eine Aussage über die zu erwartende Festigkeit des Modellgewebes zu treffen. Die im Folgenden abgeleiteten Zusammenhänge können daher zur Verifikation der Implementierung des Fadenversagens verwendet werden. Wie im vorangegangenen Abschnitt dargestellt folgen die zugeordneten Dehngrenzen der Einzelfadenstücke einer Weibull-Verteilung der Form

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha}. \quad (5.12)$$

Fügt man nun eine Anzahl  $n$  an Einzelfadenstücken zu einer Kette zusammen und definiert das Versagen der Kette durch das Versagen des schwächsten Einzelelements („weakest link theorem“ von Peirce [125]), so kann die Verteilungsfunktion der Festigkeit der gesamten Kette bestimmt werden als

$$F_n(x) = 1 - (1 - F(x))^n, \quad (5.13)$$

was im Fall der Weibull-Verteilung zu dem Ausdruck

$$F_n(x) = 1 - e^{-n\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha} \quad (5.14)$$

führt. Die Materialbeschreibung des Gewebemodells kann als eine Ansammlung mehrerer paralleler Fadenketten aufgefasst werden. In der Literatur ist diese Darstellung als Faserbündelkettenmodell („chain-of-bundles model“) bekannt. Für die Beschreibung mehrerer paralleler Einzelfäden entwickelte Daniels [46] das Faserbündelmodell. Die Festigkeit des Faserbündels bestehend aus Einzelfasern mit bekannter Verteilungsfunktion der Festigkeiten kann aber nur mit Hilfe von Annahmen über die Lastverteilung im Bündel beim Auftreten von Versagen einzelner Fäden bestimmt werden. Dasselbe gilt für die daraus entstandenen Theorien über die Faserbündelketten. Im vorliegenden Fall sind derartige Annahmen nicht sinnvoll zu treffen, da gerade die Lastumlagerungseffekte durch die Gewebestruktur und die Beschichtung untersucht werden sollen. Um eine theoretische Basis für eine Verifizierung des implementierten Faserverhaltens zu erhalten, kann jedoch das „weakest link theorem“ auf die Beschreibung von Faserbündelketten ausgeweitet werden. Durch die Betrachtung des Gewebes als eine Anzahl von  $N_S$  Einzelfadenstücken, die sich bestimmt durch die Anzahl an Einzelfäden in den Fadenketten  $n$  und der Zahl der parallelen Fadenketten  $m$  durch  $N_S = nm$ , kann der in Glg. 5.14 angegebene Zusammenhang angewendet werden. Die resultierende Verteilung beschreibt dann nicht die Festigkeit als maximale Tragfähigkeit bzw. Dehngrenze des Gewebes, sondern ist definiert als Belastung bzw. Dehnung zum Zeitpunkt des Versagens des schwächsten Fadenstücks. Sie lässt sich aus Glg. 5.14 umschreiben zu

$$F_{N_S}(x) = 1 - e^{-N_S\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha} = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta_{N_S}}\right)^\alpha}, \quad (5.15)$$

mit dem modifizierten Skalenparameter

$$\beta_{N_S} = \beta N_S^{-\frac{1}{\alpha}}. \quad (5.16)$$

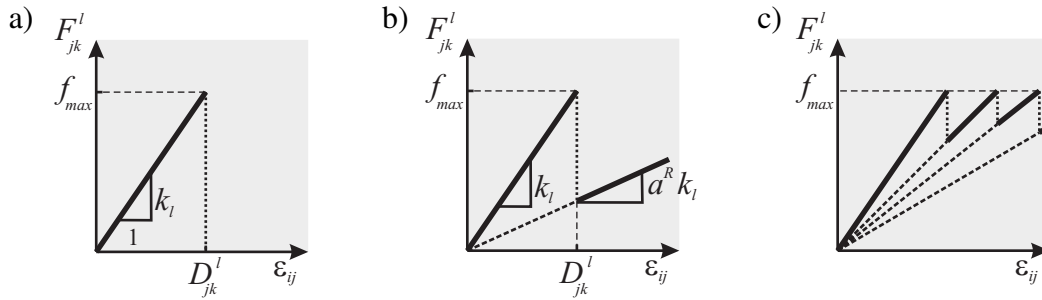
Der Erwartungswert  $\mu_{N_S}$  kann dann in Anlehnung an Glg. 5.6 bestimmt werden durch

$$\mu_{wN_S} = \beta_{N_S} \Gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right). \quad (5.17)$$

Daraus ergibt sich der theoretische Erwartungswert der Bruchdehnung des schwächsten Fadenstücks  $D_{min}$  als

$$D_{min} = \mu_{wN_S} \tilde{D}^l. \quad (5.18)$$

Da die Dehnung des Gewebes aufgrund der Fadenkrümmung nicht mit der Dehnung der Fadenstücke übereinstimmt, muss der Dehnungswert in eine Bruchkraft umgerechnet werden. Dies



**Abbildung 5.4:** Versagenskriterien der Fäden: a) einfaches Fadenversagen, b) Fadenversagen mit Reststeifigkeit, c) mehrfaches Fadenversagen mit gleichbleibender Bruchlast.

geschieht durch Multiplikation mit der Fadensteifigkeit  $k_{li}$  und ergibt dann den theoretischen Erwartungswert der Gewebefestigkeit

$$f_V^{th} = k_{li} D_{min} , \quad (5.19)$$

der als Kraft pro Faden angegeben ist. Dieser Erwartungswert der Festigkeit kann mit dem Mittelwert der in einer Reihe von Simulationen auftretenden Fadenkraftwerten bei Versagen des ersten Einzelfadenstücks verglichen werden. Die dadurch mögliche Verifizierung des Fadenversagens mit statistisch verteilten Dehngrenzwerten wird anhand von Simulationsergebnissen eines einachsigen Zugversuchs in Abschnitt 5.3.1 durchgeführt.

### Fadenversagen mit Reststeifigkeit

Ein alternatives Versagenskriterium zu dem oben angesprochenen einfachen Versagen stellt das Fadenversagen mit Reststeifigkeit dar. Nach Überschreiten der Dehngrenze des Fadenstücks wird die Interaktion nicht inaktiviert, sondern die Steifigkeit um einen Faktor  $a^R$  mit  $0 \leq a^R \leq 1$  reduziert. Das Versagenskriterium lässt sich dann analog zu Glg. 5.1 aufstellen als

$$F_{jk}^l = \begin{cases} k_{li} \epsilon_{jk} & \text{falls } \max(\epsilon_{jk}) \leq D_{jk}^l , \\ a^R k_{li} \epsilon_{jk} & \text{falls } \max(\epsilon_{jk}) > D_{jk}^l . \end{cases} \quad (5.20)$$

Die Reststeifigkeit  $k_{li}^R$  beträgt dann  $k_{li}^R = a^R k_{li}$ . Das Versagenskriterium mit Reststeifigkeit beschreibt den Fall, dass nicht der gesamte Faden vollständig zerreißt sondern nur einige Fasern. Es stellt dabei einen ersten Schritt zur Implementierung eines Faserbündel-Modells, wie es beispielsweise von Kun et al. [93] beschrieben wird, dar. Das vollständige Faserbündel-Modell ist im Gegensatz zur hier vorgenommenen Implementierung durch mehrfaches Versagen gekennzeichnet, bei dem die Reststeifigkeit immer weiter reduziert wird. Die Abb. 5.4 zeigt die beiden implementierten Versagenskriterien, das vollständige Fadenversagen und das einfache Versagen mit Reststeifigkeit, sowie ein Beispiel des Faserbündel-Modells mit mehrfachem Versagen bei gleich bleibender Belastungsgrenze. Eine vollständige Implementierung des Faserbündel-Modells erfolgt im Rahmen dieser Arbeit nicht, bei Bedarf wäre diese aber mit nur geringem zusätzlichen Aufwand möglich.

## 5.2.2 Matrixversagen

Die Beschichtung im Gewebemembranmodell kann unabhängig von den Fäden und deren Versagen behandelt werden, da sie in Form zusätzlicher Matrixinteraktionen im Modell repräsentiert wird. Der im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelte Modellstand berücksichtigt die Beschichtung vorerst nur als linear-elastisches Material. Als Versagenskriterium wird analog zum einfachen Fadenversagensmodell aus Glg. 5.21 ebenfalls eine schlagartige Deaktivierung bei Überschreitung eines Dehngrenzwerts  $D_{jk}^m$  verwendet. Das Kriterium des Matrixversagens lässt sich dann aufstellen als

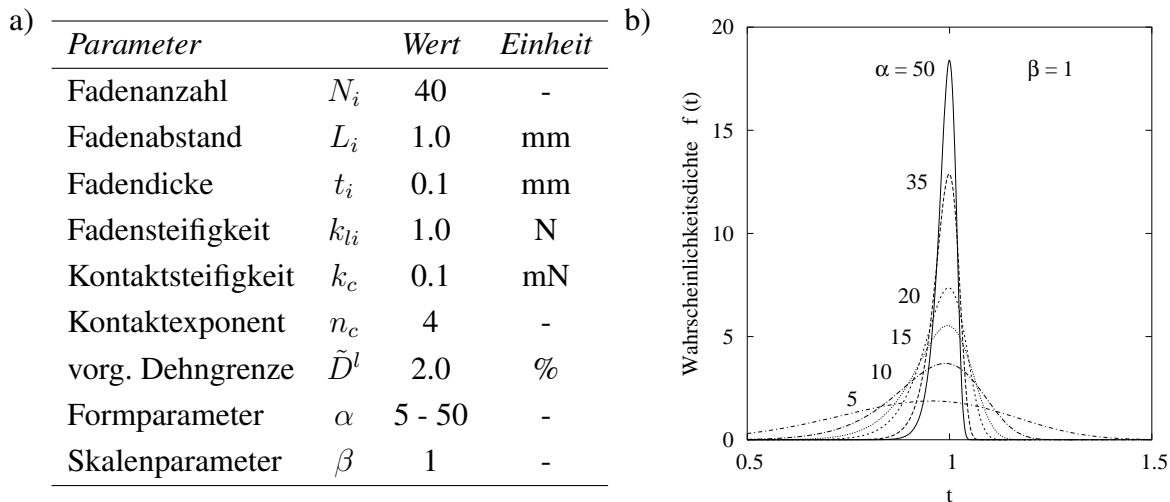
$$F_{jk}^m = \begin{cases} k_m \epsilon_{jk} & \text{falls } \max(\epsilon_{jk}) \leq D_{jk}^m, \\ 0 & \text{falls } \max(\epsilon_{jk}) > D_{jk}^m. \end{cases} \quad (5.21)$$

Die Dehngrenzen der Matrixinteraktionen werden analog zu den Fadendehngrenzen mit einer statistischen Verteilungsfunktion, charakterisiert durch den Formparameter  $\alpha_M$ , zugewiesen.

## 5.3 Modellanwendungen zur Schädigungssimulation

### 5.3.1 Verifikation der statistischen Grenzwertverteilung

Wie im vorherigen Abschnitt dargestellt kann bei einer bekannten Verteilungsfunktion der Dehngrenzen eine Vorhersage über die zu erwartende mittlere Festigkeit eines Gewebestücks getroffen werden. Dies gilt allerdings nur, wenn die Festigkeit als Belastung beim Eintreten des ersten Versagens definiert ist. Zur Verifikation der implementierten statistischen Verteilung wird nun ein einachsiger Zugversuch an einem rechteckigen Gewebestück simuliert. An zwei sich gegenüberliegenden Kanten wird bis zum Versagen der Probe eine zunehmende Dehnung aufgebracht. Die gewählten Randbedingungen der Simulation entsprechen dem Vorgehen bei der Untersuchung des Modellverhaltens in Kapitel 3. Die verwendeten Modellparameter sind in Abb. 5.5a zusammengefasst. Es werden sechs verschiedene Verteilungsfunktionen, gekennzeichnet durch den Formparameter  $\alpha = 5, 10, 15, 20, 35$  und  $50$ , angewendet. Die Abb. 5.5b zeigt die resultierenden Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen. Um eine minimale Basis für eine statistische Auswertung zu erhalten, werden zu jeder Verteilung jeweils fünf durch unterschiedliche Eingangswerte des Zufallsgenerators gekennzeichnete Konfigurationen A bis E zur Berechnung verwendet. Vorerst werden die Simulationsergebnisse hier nur in Hinblick auf die Verifikation ausgewertet. Weitere Details und eine umfangreiche Auswertung folgen im nächsten Abschnitt. Von jeder der 30 Rechnungen wird die Fadenkraft beim ersten Versagen  $f_v^I$  bestimmt und aus den Ergebnissen jeweils für die Verteilungen  $\alpha$  ein Mittelwert  $\bar{f}_V^I$  gebildet. Der theoretische Erwartungswert der Gewebefestigkeit  $f_V^{th}$  wird entsprechend der Glgn. 5.16-5.19 für jede Verteilung bestimmt. In der Tab. 5.1 sind die Ergebnisse des Erwartungswerts und der Festigkeiten aus der Simulation einander gegenübergestellt und der relative Fehler  $\Delta = 100(f_V^{th} - \bar{f}_V^I)/f_V^{th}$  angegeben. Abgesehen vom Fall  $\alpha = 5$  ergeben sich trotz der sehr



**Abbildung 5.5:** Konfiguration der Simulation des einachsigen Zugversuchs am Gewebe zur Verifikation des Fadenversagens: a) Modellparameter, b) Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der gewählten Verteilungen.

**Tabelle 5.1:** Verifikation des Fadenversagens: Vergleich des theoretischen Erwartungswertes und der Mittelwerte aus der Simulation für die Festigkeit eines Gewebestücks.

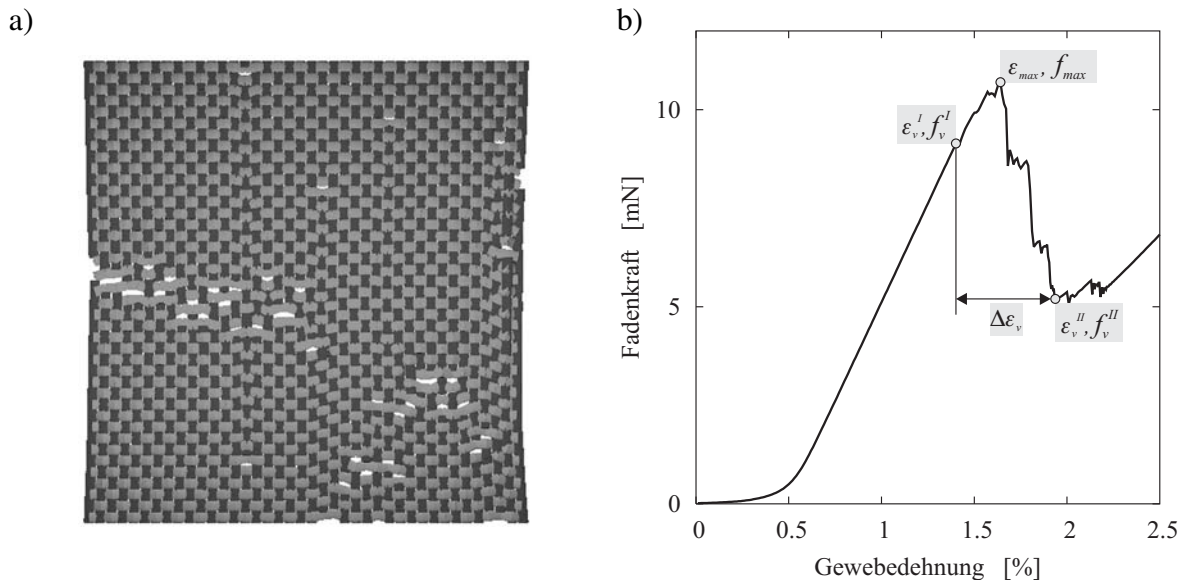
$\alpha$	$f_V^{th} \times 10^2$	$\bar{f}_V^I \times 10^2$	$\Delta$ [%]
5	0.4199	0.4149	1.191
10	0.9098	0.9102	-0.044
15	1.1810	1.1793	0.144
20	1.3464	1.3462	0.015
35	1.5944	1.5949	-0.031
50	1.7064	1.7048	0.094

kleinen statistischen Basis der Mittelwerte aus der Simulation nur geringfügige Abweichungen. Für die Verteilung mit  $\alpha = 5$  wäre aufgrund ihrer breiten Streuung eine größere Anzahl an Rechnungen zur Verbesserung des immer noch guten Ergebnisses nötig. Insgesamt ist damit die Implementierung der wahrscheinlichkeitsverteilten Dehngrenzwerte erfolgreich verifiziert.

### 5.3.2 Zerreißen bei einachsiger Belastung

Zusätzlich zu der für die Verifikation verwendeten Konfiguration eines reinen Gewebes werden nun auch Gewebemembranen mit unterschiedlicher Beschichtungssteifigkeit untersucht. Das Ziel ist dabei, die Einflüsse der statistischen Verteilung und der Beschichtung auf die Festigkeit und das Versagensverhalten zu untersuchen. Ausgehend von der in Abb. 5.5a angegebenen Gewebekonfigurationen wird durch Hinzunahme der Beschichtungsinteraktionen jeweils eine weiche, mittlere und steife Membran dargestellt. Die gewählten Matrixparameter sind in Tabelle 5.2 angegeben. Es werden jeweils wieder die sechs durch  $\alpha = 5, 10, 15, 20, 35$  und  $50$



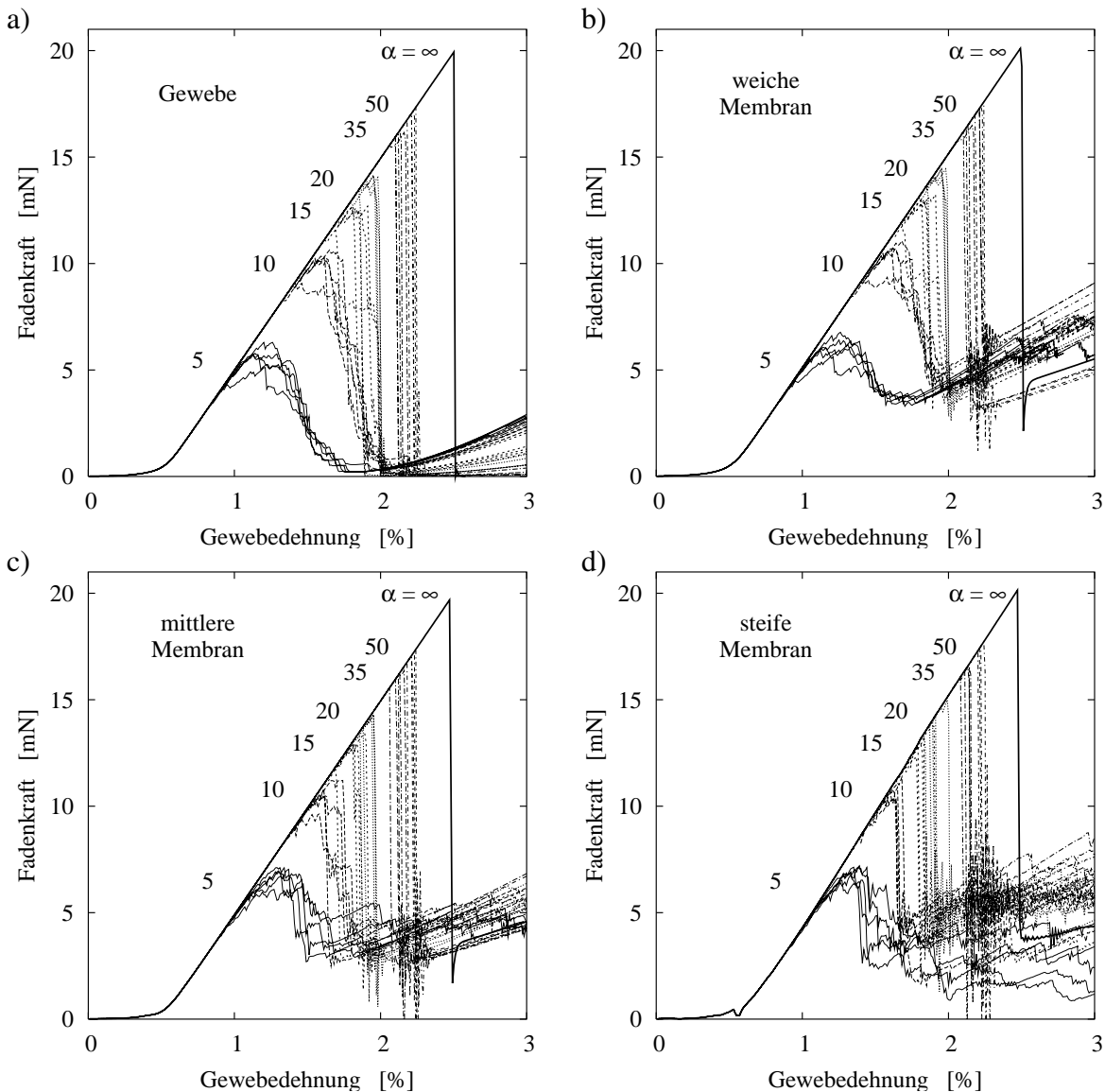


**Abbildung 5.6:** Simulation des einachsigen Zugversuchs mit Fadenversagen an Gewebemembranen: a) Visualisierung einer gerissenen Probe, b) Beispiel der Auswertung eines Kraft-Dehnungsverlaufs.

**Tabelle 5.2:** Parameter der Beschichtungsinteraktionen für den einachsigen Zerreiversuch.

Beschichtung:		weich	mittel	steif	
Matrixsteifigkeit	$k_m$	10	20	50	mN
Matrixschubsteifigkeit	$k_s$	0.01	1.0	5.0	mNmm

gekennzeichneten Verteilungen der Dehngrenzwerte verwendet, von denen wiederum jeweils fünf Rechnungen mit den unterschiedlichen Zufallskonfigurationen A bis E durchgeführt werden. Zum Vergleich wird für jedes Material auch eine Rechnung mit gleichen Dehngrenzwerte entsprechend der Verteilung mit  $\alpha = \infty$  durchgeführt. Zur Auswertung der 124 Rechnungen wird der Verlauf der Widerstandskraft, normiert pro Faden, über der angelegten Gewebedehnung ermittelt. Hieraus werden die maximal erreichte Fadenkraft  $f_{max}$  und die zugehörige Dehnung  $\epsilon_{max}$ , die Fadenkraft und Dehnung beim Versagen des ersten Fadenstücks  $f_v^I$  und  $\epsilon_v^I$  sowie die Kraft und die Dehnung beim Versagen des letzten durchgehenden Fadens  $f_v^{II}$  und  $\epsilon_v^{II}$  bestimmt. Aus den Dehnungswerten beim ersten und letzten Fadenversagen  $\epsilon_v^I$  und  $\epsilon_v^{II}$  ergibt sich der Versagensbereich  $\Delta\epsilon_v = \epsilon_v^{II} - \epsilon_v^I$ . Die Visualisierung einer versagten Probe bei vertikaler Zugrichtung und die Auswertung eines Kraft-Dehnungsverlaufs sind in Abb. 5.6a und b am Beispiel der Ergebnisse für die weiche Membran mit  $\alpha = 10$  in Konfiguration B dargestellt. Die Ergebnisse für die Kraft-Dehnungsverläufe aller durchgefhrtten Rechnungen sind in der Abb. 5.7 zusammengefasst. In einem ersten qualitativen Überblick zeigt sich, dass die erreichte Festigkeit der Probe mit zunehmender Streuung der Dehngrenzen der einzelnen Fadenstücke abnimmt, der Versagensbereich jedoch zunimmt. Der Einfluss der Beschichtung lässt sich anhand der Graphen noch nicht ausreichend analysieren. Für eine nähere Untersuchung werden



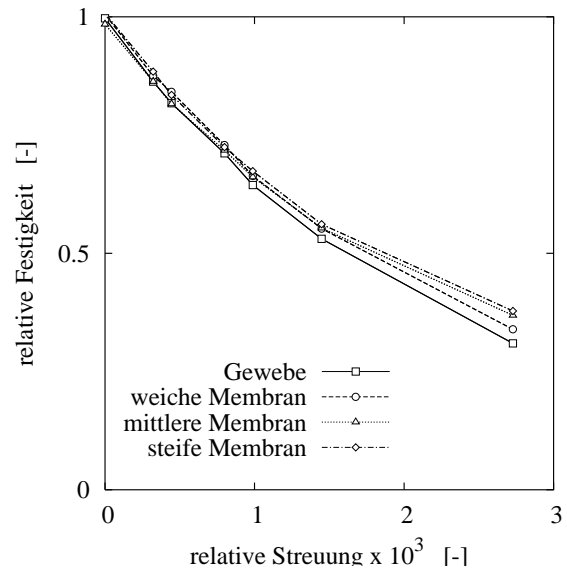
**Abbildung 5.7:** Ergebnisse des einachsigen Zugversuchs mit Fadenversagen. Kraft-Dehnungsverlauf für: a) Gewebe, b) weiche, c) mittlere, d) steife Membran.

die jeweils in den fünf Simulationen der Konfigurationen A bis E bestimmten Werte gemittelt. Es ergibt sich dann für jede Materialkonfiguration und Verteilungsfunktion eine mittlere Festigkeit  $\bar{f}_{max}$  und ein mittlerer Versagensbereich  $\bar{\Delta}\epsilon_v$ . Zur Abschätzung des Einflusses der Verteilungsfunktion auf die Festigkeit wird die mittlere Festigkeit des Gewebes mit dem durch die jeweils gewählte Verteilungsfunktion erzeugten Mittelwert der Fadenfestigkeiten normiert. Diese relative Festigkeit des Gewebes  $f_R$  ergibt sich dann als

$$f_R = \frac{\bar{f}_{max}}{\bar{f}^l} . \quad (5.22)$$

Der zur Normierung verwendete Mittelwert der Fadenfestigkeiten  $\bar{f}^l$  kann aus dem effektiv in der Probe vorliegenden Mittelwert der Dehngrenzen  $\bar{D}^l$  (siehe Glg. 5.10) und der Fadensteifigkeit  $k_{li}$  mit  $\bar{f}^l = k_{li}\bar{D}^l$  bestimmt werden. Der mittlere Versagensbereich lässt sich analog dazu

$\alpha$	$\sigma_R$ ( $\times 10^3$ )	$f_R$			
		GW	WM	MM	SM
5	2.728	0.310	0.339	0.369	0.378
10	1.448	0.531	0.552	0.553	0.562
15	0.989	0.644	0.664	0.661	0.674
20	0.799	0.711	0.729	0.718	0.724
35	0.445	0.817	0.841	0.816	0.835
50	0.322	0.863	0.875	0.863	0.884
$\infty$	0.000	0.997	1.005	0.984	1.007



**Abbildung 5.8:** Mittelwert der relativen Festigkeit der vier Materialkonfigurationen in Abhängigkeit von der Streuung der Dehngrenzwerte der Einzelfadenstücke.

mit dem Mittelwert der Dehngrenzen  $\bar{D}^l$  normieren und ergibt so den relativen Versagensbereich  $\Delta\epsilon_R$  als

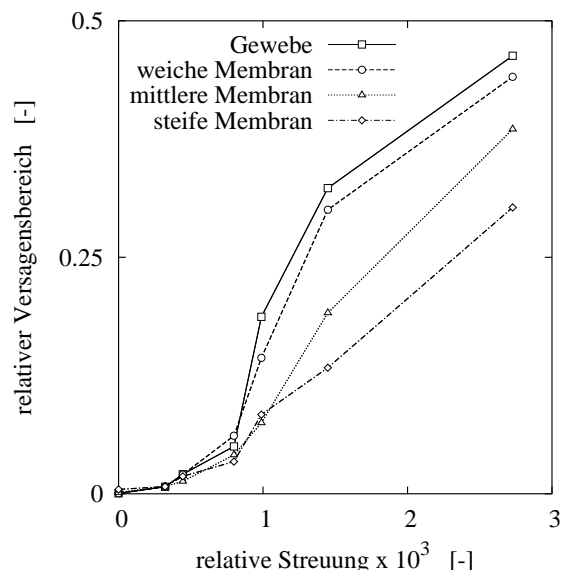
$$\Delta\epsilon_R = \frac{\Delta\bar{\epsilon}_v}{\bar{D}^l}. \quad (5.23)$$

Die Verteilung der Dehngrenzwerte im Modell wird durch die Wahl des Formfaktors  $\alpha$  bestimmt und ergibt die mit Glg. 5.2.1 ermittelte effektive Streuung  $\sigma_{D_l}$ . Durch Multiplikation mit der Fadensteifigkeit ergibt sich daraus die effektive Streuung der Fadenfestigkeiten  $\sigma_{f_l} = k_{li}\sigma_{D_l}$ , die ebenfalls mit dem Mittelwert der Fadenfestigkeiten  $\bar{f}^l$  normiert werden kann und so die relative Streuung  $\sigma_R$  der Fadenfestigkeiten in der Probe ergibt:

$$\sigma_R = \frac{\sigma_{f_l}}{\bar{f}^l}. \quad (5.24)$$

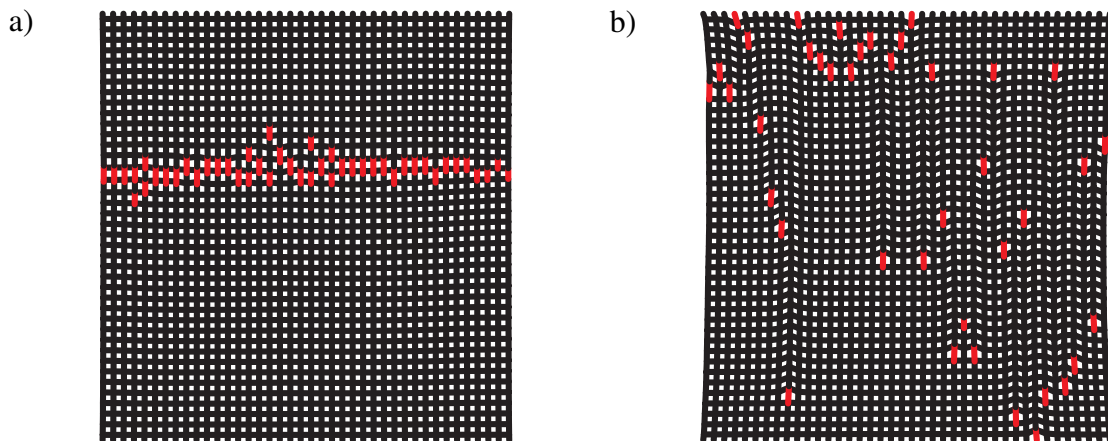
Die relative Streuung ist einzig abhängig von der verwendeten Verteilungsfunktion und nimmt mit zunehmendem Formfaktor  $\alpha$  der Verteilungsfunktion ab. Der Einfluss der Verteilung auf die Gewebefestigkeit kann nun durch das Auftragen der relativen Festigkeit  $f_R$  über der relativen Streuung  $\sigma_R$  bestimmt werden. In Abb. 5.8 sind die Ergebnisse der relativen Festigkeiten für die verschiedenen Materialkonfigurationen angegeben. Der Einfluss der Verteilung auf den Versagensbereich wird durch das Auftragen des relativen Versagensbereichs  $\Delta\epsilon_r$  über der relativen Streuung  $\sigma_R$  sichtbar. Die Ergebnisse hierzu sind in der Abb. 5.9 dargestellt. Der Einfluss der Streuung der Festigkeiten der einzelnen Fadenstücke äußert sich zum einen in einer deutlichen Reduktion der Festigkeit des Gewebes – die Restfestigkeit kann unter 50 % der durchschnittlichen Fadenfestigkeit liegen. Zum anderen nimmt der Versagensbereich mit zunehmender Streuung zu. Die unterschiedliche Verteilung der Fadenfestigkeiten äußert sich also in einem stark veränderten Versagensverhalten. Bei nahezu gleichen Festigkeiten erfolgt das Versagen der Struktur fast gleichzeitig entlang eines lokalisierten Risses, wobei die Fadenfestigkeit knapp erreicht wird. Bei großer Streuung hingegen tritt schon früh erstes Fadenversagen

$\alpha$	$\sigma_R$ ( $\times 10^3$ )	$\Delta\epsilon_R$			
		GW	WM	MM	SM
5	2.728	0.463	0.441	0.385	0.303
10	1.448	0.323	0.300	0.191	0.133
15	0.989	0.187	0.144	0.075	0.084
20	0.799	0.050	0.061	0.041	0.034
35	0.445	0.021	0.020	0.013	0.019
50	0.322	0.007	0.007	0.008	0.008
$\infty$	0.000	0.001	0.001	0.001	0.005

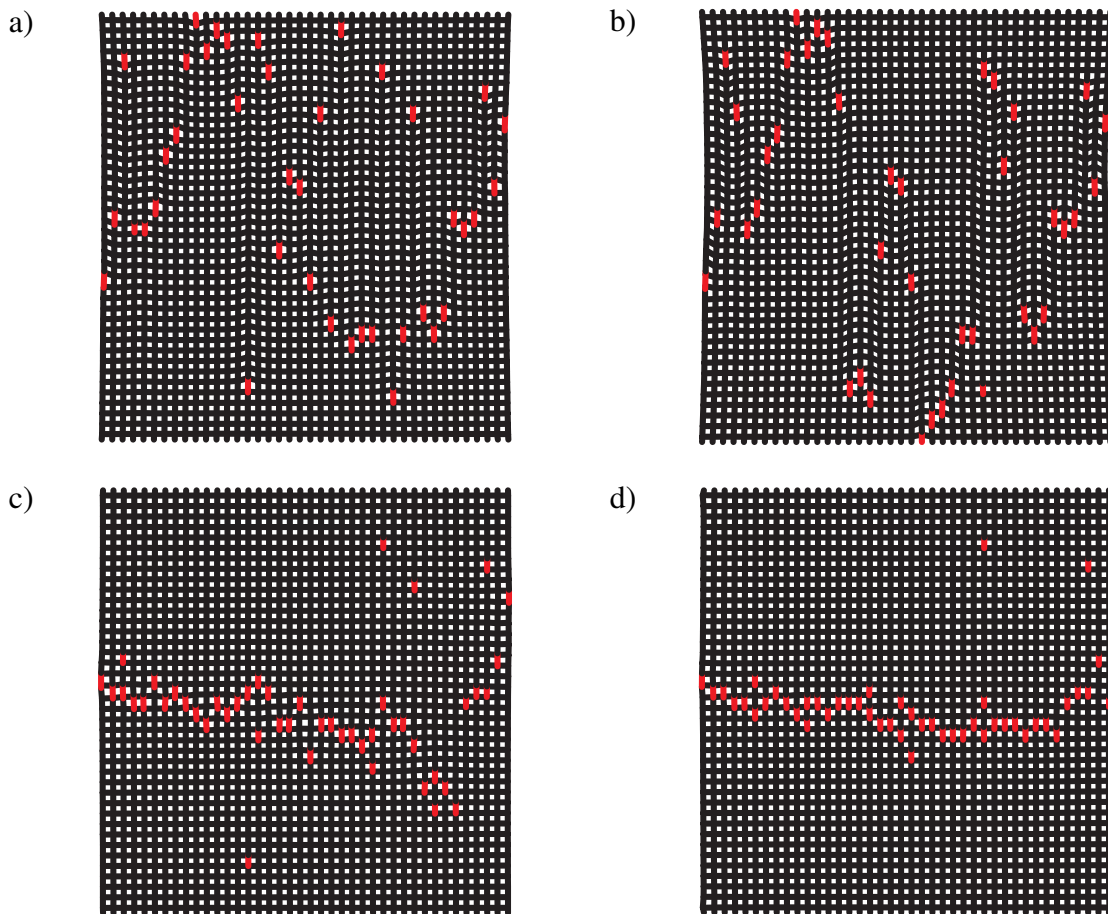


**Abbildung 5.9:** Mittelwert des relativen Versagensbereichs der vier Materialkonfigurationen in Abhängigkeit von der Streuung der Dehngrenzwerte der Einzelfadenstücke.

auf. Dies ist jedoch über die gesamte Probe verteilt und lokalisiert nicht zu einem Riss. In der Abb. 5.10 sind die Rissverteilungen beim Versagen des letzten durchgehenden Fadens der zwei untersuchten Extremfälle mit  $\alpha = 5$  und 50 anhand der Gewebekonstruktion dargestellt. Das beobachtete Verhalten steht im Einklang mit den Aussagen der statistischen Versagensmodelle. Der Einfluss einer Beschichtung auf das Versagensverhalten kann auch anhand der Ergebnisse in den Abb. 5.8 und 5.9 untersucht werden. Die Gewebefestigkeit wird von einer Beschichtung in den gewählten Ausführungen kaum beeinflusst, da hier nur Beschichtungen mit deutlich geringerer Steifigkeit im Vergleich zu den Fäden berücksichtigt werden, die somit nahezu keine Tragwirkung in der intakten Struktur ausüben. Erst nach dem Versagen der Fadenstruktur zeigt sich die Tragwirkung der Beschichtung, deren Versagen im verwendeten Modell nicht berücksichtigt wird. Die wesentliche Beeinflussung erfolgt durch die Versteifung des Schubverhaltens. Die beobachtete Vergrößerung des Versagensbereichs mit zunehmender Streuung der Fadenfestigkeiten wird durch Hinzunahme einer Beschichtung deutlich abgemindert. Durch die erhöhte Schubsteifigkeit wird eine Lastübertragung zwischen benachbarten Fäden möglich. Dadurch werden nach dem Versagen eines Fadens die benachbarten Fäden stärker belastet, so dass es mit zunehmender Tendenz zur Lokalisierung eines Risses kommt. Die in der Abb. 5.11 dargestellten Rissbilder bei vollständigem Versagen der vier Materialkonfigurationen bei gleicher Verteilung der Fadenfestigkeiten demonstrieren diesen Zusammenhang. In den statistischen Schädigungsmodellen wie beispielsweise dem Faserbündelmodell wird hier zwischen lokaler Lastumlagerung (local load sharing) bei schubsteifen Materialien und globaler Lastumlagerung (global load sharing) unterschieden. Auch hier stehen die Ergebnisse des Gewebemembranmodells im Einklang mit den statistischen Schädigungsmodellen.



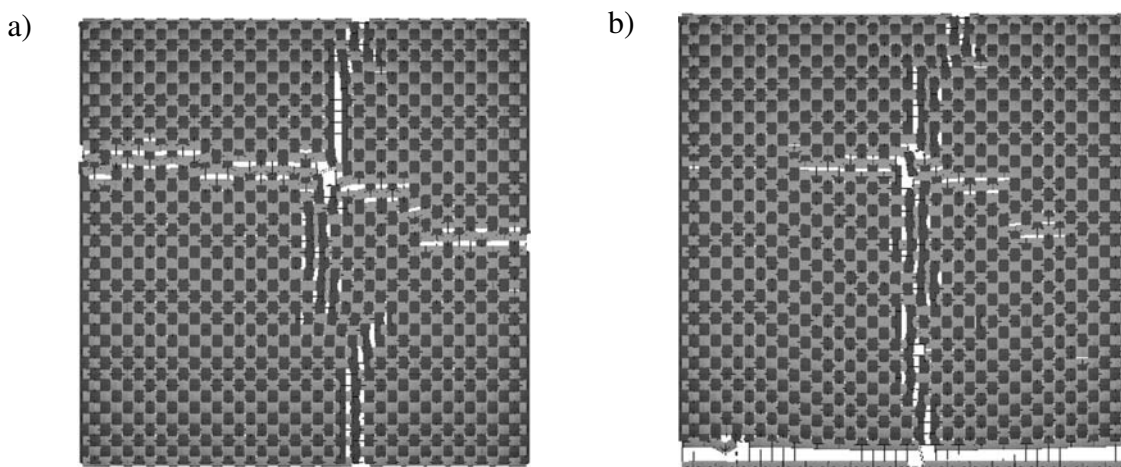
**Abbildung 5.10:** Exemplarische Rissmuster für verschiedene Verteilungen der Dehn-  
grenzwerte des Gewebes: a)  $\alpha = 50$  - geringe Streuung; b)  $\alpha = 5$  -  
breite Streuung.



**Abbildung 5.11:** Einfluss der Beschichtung auf die Rissmuster anhand der Konfiguration  
E mit  $\alpha = 35$ : a) Gewebe, b) weiche Membran, c) mittlere Membran, d)  
steife Membran.

### 5.3.3 Zerreißen bei biaxialer Belastung

Analog zu den im vorherigen Abschnitt durchgeführten Simulationen einachsiger Zugversuche wird nun das Zerreißen bei biaxialer Zugbelastung untersucht. Es kommen erneut die vier Materialkonfigurationen für das Gewebe und die weiche, mittlere und steife Membran zur Anwendung. Die Verteilung der Fadenfestigkeiten wird zwischen den Werten  $\alpha = 5, 10, 20, 30$ , und 100 variiert, zu jeder Kombination aus Material- und Verteilungsparametern werden fünf Zufallskonfigurationen A bis E berechnet. Es wird jeweils dehnungsgesteuert eine Belastung mit einem biaxialen Dehnungsverhältnis  $k_\epsilon = \epsilon_2/\epsilon_1 = 1$  und 2 aufgebracht und die Probe bis zum Zerreißen belastet. Als Versagenskriterium ist nur das Fadenversagen aktiviert, die Matrixinteraktionen bleiben intakt. Die Abb. 5.12 zeigt exemplarisch die Visualisierung der zerrissenen

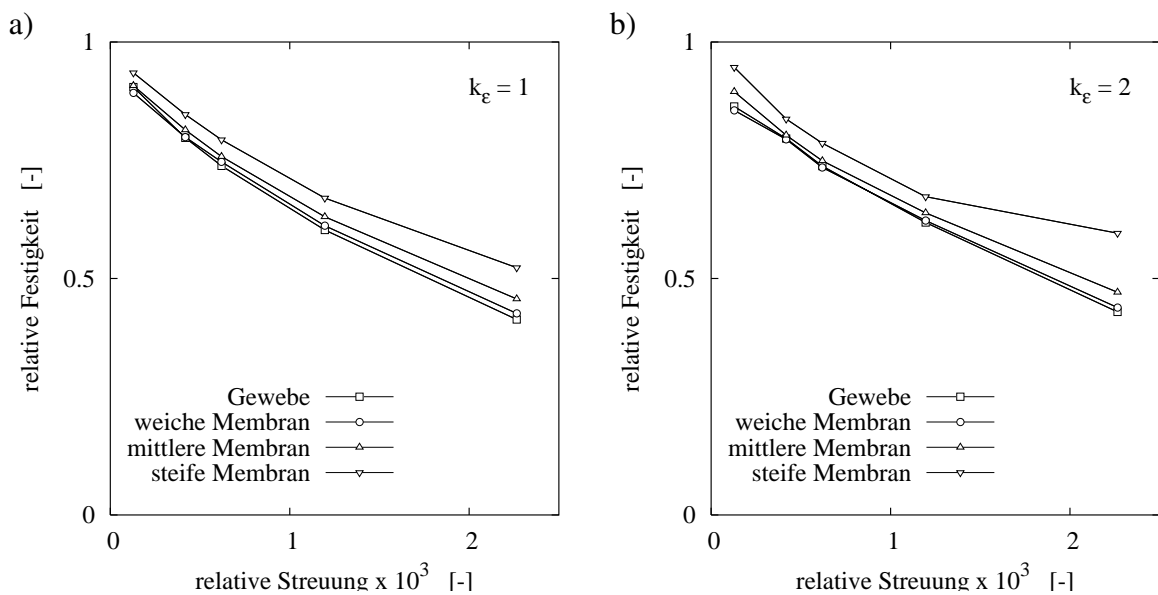


**Abbildung 5.12:** Zerreißen im biaxialen Zugversuch: Visualisierung einer gerissenen Gewebeprobe ( $\alpha = 20, C$ ) bei biaxialem Dehnungsverhältnis a)  $k_\epsilon = 1$  und b)  $k_\epsilon = 2$ .

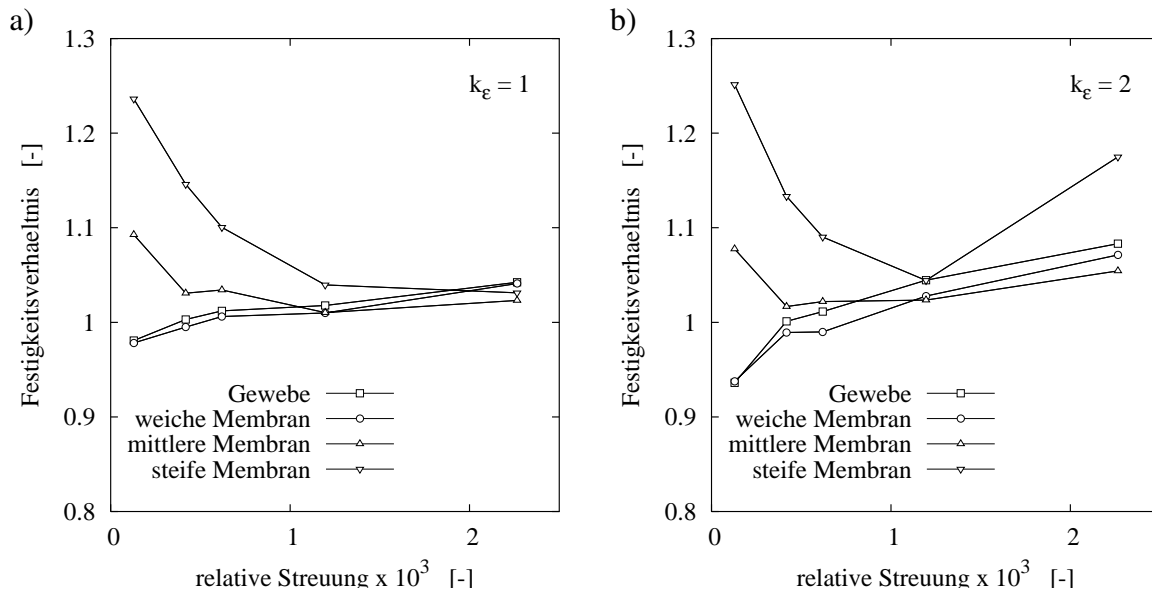
Gewebeprobe in der Konfiguration C mit dem Formfaktor  $\alpha = 20$  für die beiden Belastungsverhältnisse. Die statistische Auswertung der 200 einzelnen Simulationen erfolgt analog zur Vorgehensweise beim einachsigen Zugversuch. Die maximal erreichte Widerstandskraft wird als Festigkeitswert definiert. Im Fall der biaxialen Belastung mit gleicher Dehnungsvorgabe wird hierfür der Mittelwert der Festigkeit der beiden Fadenrichtungen gebildet. Im Lastfall  $k_\epsilon = 2$  wird der Wert der höher belasteten Fadenrichtung herangezogen. Da die wesentlichen Einflüsse von Beschichtung und Streuung der Fadenfestigkeiten auf die Zerreißfestigkeit schon im vorigen Abschnitt eingehend untersucht wurden, wird hier auf eine detaillierte Darstellung aller Ergebnisse aus Platzgründen verzichtet. Die Auswertung erfolgt nur in Hinblick auf die Fragestellung, in welchem Maße sich die Festigkeit bei biaxialer Belastung von der Festigkeit bei einachsiger Belastung unterscheidet. Da im bisherigen Modellstand keinerlei biaxiale Effekte im Versagenskriterium berücksichtigt sind, würden auftretende Einflüsse einzig auf geometrische Zusammenhänge zurückzuführen sein. Zu Vergleichszwecken werden daher zusätzlich zu den biaxialen Belastungen für jede Konfiguration auch einachsige Zugversuche simuliert und zur Auswertung herangezogen. Als Ergebnis der statistischen Auswertungen der Simulationen

**Tabelle 5.3:** Ergebnisauswertung der Simulationen des biaxialen Zugversuchs: Relative Festigkeiten der Gewebematerialien.

$\sigma_R$	Gewebe			weiche Membran			mittlere Membran			steife Membran		
	$f_R^1$	$f_R^2$	$f_R^e$	$f_R^1$	$f_R^2$	$f_R^e$	$f_R^1$	$f_R^2$	$f_R^e$	$f_R^1$	$f_R^2$	$f_R^e$
0.013	0.90	0.86	0.92	0.90	0.86	0.91	0.91	0.90	0.83	0.93	0.95	0.76
0.042	0.79	0.80	0.80	0.80	0.79	0.80	0.81	0.80	0.79	0.84	0.84	0.74
0.060	0.73	0.74	0.73	0.74	0.73	0.74	0.75	0.75	0.73	0.78	0.79	0.72
0.120	0.60	0.62	0.59	0.61	0.62	0.61	0.63	0.64	0.62	0.67	0.67	0.64
0.227	0.41	0.43	0.40	0.42	0.44	0.41	0.45	0.47	0.45	0.53	0.60	0.51

**Abbildung 5.13:** Zerreißen im biaxialen Zugversuch: Zusammenhang von Festigkeit und Streuung der Fadenfestigkeiten für Gewebe und Membranen beim Dehnungsverhältnis a)  $k_\epsilon = 1$  und b)  $k_\epsilon = 2$ .

sind in der Tabelle 5.3 die mittleren relativen Festigkeiten der unterschiedlichen Materialien für verschiedene relative Streuungen der Fadenfestigkeiten angegeben. Für den Belastungsfall mit  $k_\epsilon = 1$  ist die relative Festigkeit als  $f_R^1$ , für  $k_\epsilon = 2$  als  $f_R^2$  bezeichnet. Die Festigkeit bei einachsiger Belastung ist  $f_R^e$ . Die relativen Festigkeiten der Proben und die jeweils vorliegende relative Streuung der Fadenfestigkeiten werden entsprechend der Glgn. 5.22 und 5.24 aus dem vorigen Abschnitt ermittelt. In der Abb. 5.13 ist die relative Festigkeit der Gewebematerialien über der relativen Streuung für die beiden Belastungsfälle aufgetragen. Die Ergebnisse zeigen nur unwesentliche Veränderungen bei einer Veränderung des Lastverhältnisses. Es kann eine graduelle Erhöhung der Festigkeit im Lastfall  $k_\epsilon = 2$  insbesondere für die steife Membran beobachtet werden. Um einen Vergleich mit der Festigkeit bei einachsiger Belastung zu ermöglichen, wird in der Abb. 5.14 das Verhältnis der biaxialen zur einachsigen Festigkeit über der Streuung aufgetragen. Die biaxialen Festigkeiten der mittleren und steifen Membran liegen



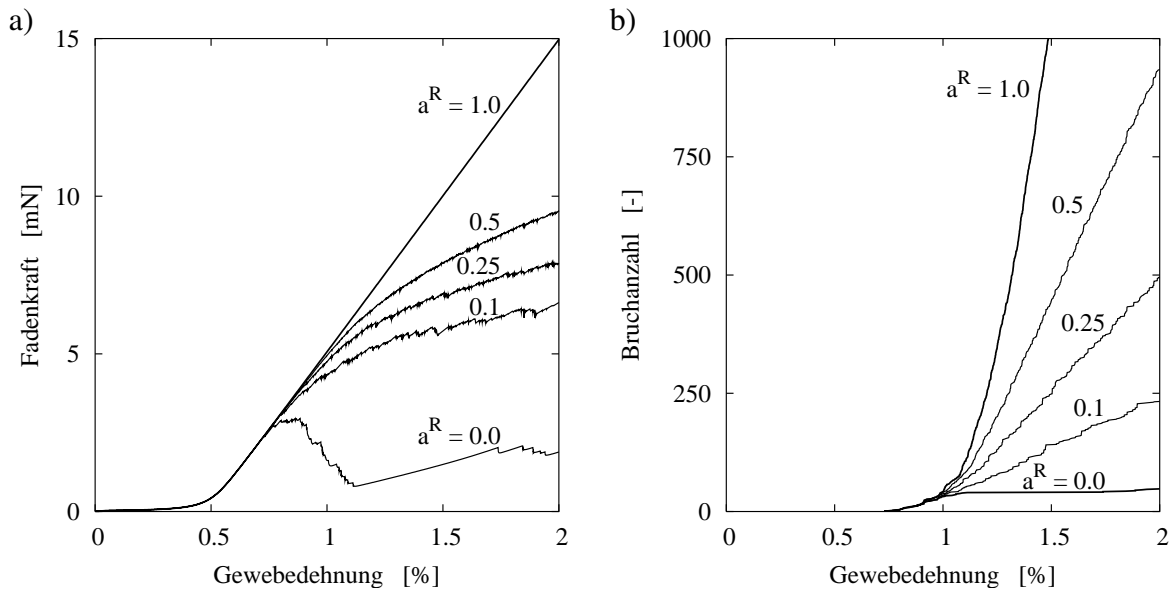
**Abbildung 5.14:** Verhältnis der Festigkeiten aus biaxialem zu einachsigen Zug für Gewebe und Membranen bei a)  $k_\epsilon = 1$  und b)  $k_\epsilon = 2$ .

alle über der einachsigen Festigkeit. Bei geringer relativer Streuung ist die Differenz mit bis zu 25% am größten. Das Gewebe und die weiche Membran zeigen bei sehr kleiner Streuung der Fadenfestigkeiten eine geringere biaxiale Festigkeit als im einachsigen Fall. Bei zunehmender Streuung kehrt sich dieses Verhältnis um. Im Bereich großer Streuung pendeln sich mit Ausnahme der steifen Membran im Lastverhältnis  $k_\epsilon = 2$  alle Ergebnisse bei einer leicht höheren biaxialen Festigkeit ein. Der Unterschied bleibt aber deutlich unter 10 %. Das beobachtete etwas uneinheitliche Verhalten lässt keine eindeutige Interpretation zu. Bei biaxialer Belastung bleibt der Fadenverlauf durch die Behinderung der Querfäden in einem gekrümmten Zustand. Hieraus lässt sich ableiten, dass bei gleicher Kraft in Gewebeebene die Fadenkräfte größer sein müssen als bei einachsiger Belastung mit gestrecktem Fadenverlauf. Dann würde die biaxiale Festigkeit geringer ausfallen als die einachsige. Da dies jedoch nur für die Gewebe bei geringer Streuung zutrifft, scheint noch ein weiterer Effekt zum Tragen zu kommen. Vermutlich erfolgt im biaxialen Lastfall nach dem Auftreten der ersten Risse eine günstigere Lastumlagerung, so dass insgesamt eine höherer Festigkeit erzielt wird. Da aber die im Modell noch nicht berücksichtigten Einflüsse der Querbelastung auf das Fadenversagen vermutlich einen deutlich größeren Einfluss auf die Fadenfestigkeit haben, wird die Untersuchung anhand des jetzigen Modellstands nicht weitergeführt.

### 5.3.4 Fadenversagen mit Reststeifigkeit bei einachsiger Belastung

Das zweite implementierte Versagenskriterium der Fäden, das Versagen mit verbleibender Reststeifigkeit (siehe Glg. 5.20), wird anhand einer Wiederholung der Simulation des einachsigen Zugversuchs aus Abschnitt 5.3.2 untersucht. Die Berechnungen beschränken sich hierbei auf das Gewebe mit einer Festigkeitsverteilung der Fäden mit  $\alpha = 5$  in der Konfiguration A. Die



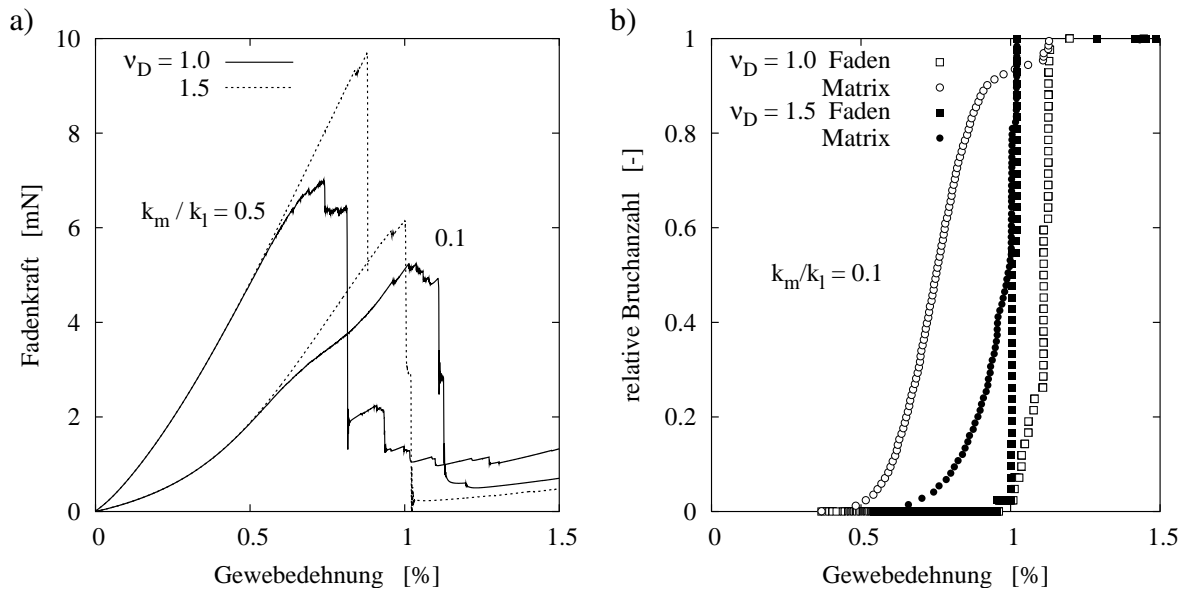


**Abbildung 5.15:** Gewebe im einachsigen Zugversuch bei Fadenversagen mit variiertes Reststeifigkeit  $k_i^R = a^R k_i$ : a) Kraft-Dehnungsverlauf, b) Anzahl der Fadenbrüche über der Gewebedehnung.

nach dem Bruch eines Fadenstücks  $i$  verbleibende Steifigkeit  $k_i^R$  wird durch den Degradationsparameter  $a^R$  mit  $k_i^R = a^R k_i$  aus der ungeschädigten Steifigkeit  $k_i$  bestimmt. Es werden Rechnungen mit  $a^R = 0.0, 0.1, 0.25, 0.5$  und  $1.0$  durchgeführt. Die Wahl von  $a^R = 0.0$  stellt den Grenzfall des vollständigen Fadenversagens und  $a^R = 1.0$  den Fall ohne Fadenversagen dar. Die Ergebnisse der Rechnungen sind in Abb. 5.15 dargestellt. Der Verlauf der normierten Kraft über der Dehnung in a) zeigt die Degradation der Steifigkeit nach dem Einsetzen der Schädigung. Wie aus Teil b) der Abbildung ersichtlich wird, steigt die Bruchanzahl ab dem ersten Versagen ungefähr linear mit der Dehnung an; die Bruchrate erscheint in etwa proportional zum Degradationsparameter  $a^R$ . Im Fall  $a^R = 0$  bleibt die Bruchanzahl nach dem Versagen des letzten der 40 durchgehenden Fäden konstant. Tragen die versagten Fadenstücke weiter, so werden die durchgehenden Fäden weiterhin belastet und es kommt zu weiteren Brüchen entlang des Fadens. Insgesamt können in der Gewebeprobe von  $40 \times 40$  Fäden also 1600 Fadenbrüche stattfinden. Bei der maximalen Dehnung der Probe in den Rechnungen erreicht keine Konfiguration diesen Sättigungszustand. Theoretisch müsste sich ab der Sättigung der Kraftverlauf wieder linear mit der vorgegebenen Reststeifigkeit einstellen. Die Auswirkungen der Anwendung des Versagenskriteriums mit Reststeifigkeit stehen im Einklang mit den Ergebnissen der statistischen Faserbündelmodelle, auf die im Abschnitt 5.1.3 verwiesen wurde.

### 5.3.5 Faden- und Matrixversagen bei einachsiger Belastung

Zu dem Fadenversagen soll nun das Versagen der Beschichtungsinteraktionen hinzugenommen werden. Es wird wieder der einachsige dehnungsgesteuerte Zugversuch simuliert. Mit Ausnahme der vorgegebenen Fadendehngrenze  $\tilde{D}^l = 1.0\%$  entsprechen die verwendeten Parameter



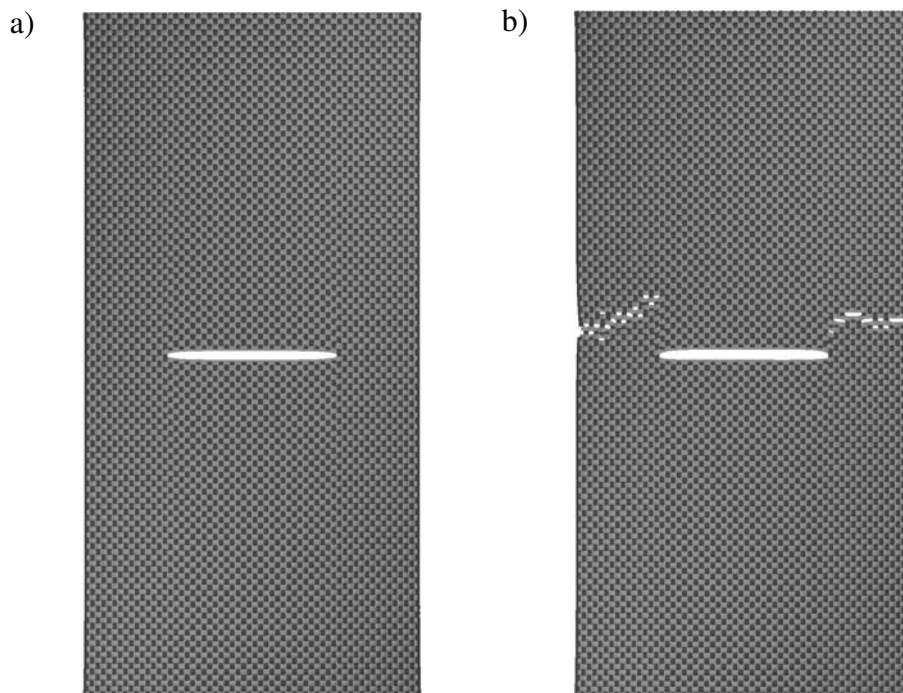
**Abbildung 5.16:** Gewebemembran mit Faden- und Beschichtungsversagen bei einachsiger Zugbelastung: a) Kraft-Dehnungsverläufe bei verschiedenen Festigkeits- und Steifigkeitsverhältnissen, b) Versagensvorgang von Beschichtung und Faden bei Gewebemembran mit Steifigkeitsverhältnis  $k_m/k_l = 1$ .

denen aus Abschnitt 5.3.2. Die Streuung der Festigkeiten wird mit dem Formfaktor der Verteilungsfunktion  $\alpha = 20$  vorgegeben. Zwei unterschiedliche Steifigkeiten der Beschichtung werden betrachtet, gekennzeichnet durch das Verhältnis von Matrixsteifigkeit  $k_m$  zur Fadensteifigkeit  $k_l$  mit  $k_m/k_l = 0.1$  und  $0.5$ . Für jede Beschichtung werden jeweils zwei Rechnungen mit unterschiedlichen Verhältnissen der vorgegebenen Dehngrenzwerte von Faden und Matrix  $\nu_D = \tilde{D}^m/\tilde{D}^l = 1$  und  $1.5$  durchgeführt. Aufgrund der Krümmung der Fäden kommt es bei gleichen Dehngrenzwerten  $\nu_D = 1.0$  zuerst zum Versagen der Beschichtungsinteraktionen. Der zweite Fall mit  $\nu_D = 1.5$  ist gerade so gewählt, dass beim Ausgleich der Fadenkrümmungen beide Komponenten gleichzeitig ihre Dehngrenze erreichen. Für Gewebekonfigurationen mit abweichender Krümmung wäre das Dehngrenzverhältnis entsprechend anders zu wählen. Die Abb. 5.16 zeigt die Ergebnisse der Rechnungen mit Beschichtungsversagen. In diesem Beispiel ist die Steifigkeit der Beschichtung deutlich größer als in den Rechnungen zum Fadenversagen in Abschnitt 5.3.2. Daher ergibt sich für die Gewebemembran mit steifer Beschichtung durch deren zusätzliche Tragwirkung eine höhere Festigkeit als bei der weicheren Beschichtung. Für beide Materialien bewirkt die geringere Festigkeit der Beschichtung eine Reduktion der Gewebefestigkeit. Der Einfluss ist bei der weichen Beschichtung deutlich geringer, das Gewebe deformiert sich nach dem Versagen der Matrixinteraktionen nahezu ungestört weiter. Bei der steiferen Beschichtung erfolgt das Gewebeversagen bei eintretendem Beschichtungsversagen, die Dehngrenze der Fäden wird nicht erreicht. Durch die höhere Tragwirkung der steifen Beschichtung müssen nach deren Versagen lokal größere Lastumlagerungen stattfinden, die dann zum frühzeitigen Versagen der betroffenen Fäden führen. Der in Abhängigkeit vom Dehngrenz-

zenverhältnis unterschiedlich ablaufende Versagensvorgang lässt sich in b) der Abb. 5.16 erkennen. Hier ist die Anzahl der versagten Interaktionen für Fäden und Matrix, jeweils normiert mit ihrer maximalen Anzahl bei vollständigem Versagen, über der Dehnung aufgetragen. In beiden Fällen beginnt das Versagen durch Reißen der Beschichtung. Bei gleichen Dehngrenzen ( $\mu = 1$ ) zerreißt sie nahezu vollständig, bevor erste Fadenbrüche auftreten. Im Fall  $\mu_D = 1.5$  kommt es nach einigen Vorschädigungen der Beschichtung zu einem kollektiven Versagen von Fäden und Matrix.

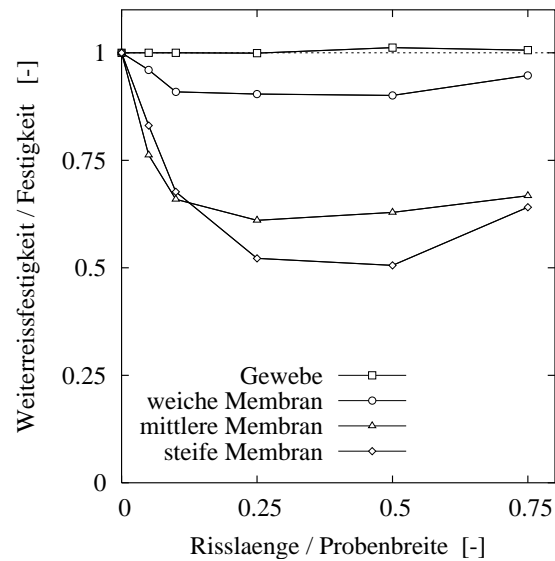
### 5.3.6 Weiterreißen im einachsigen Zugversuch

In der Beschreibung des Versagens von Gewebematerialien wird üblicherweise zwischen der Festigkeit gegen Zerreißen einer ungeschädigten und der Weiterreißfestigkeit einer angerissenen Probe unterschieden (siehe Abschnitt 5.1). Um das Weiterreißverhalten der Gewebemembranen im Modell zu untersuchen, wird daher ein einachsiger Zugversuch an einer vorgeschädigten Probe simuliert. Die Geometrieparameter des Grundgewebes entsprechen dem Parametersatz aus den vorherigen Beispielen. Die Größe der rechteckigen Gewebeprobe ist durch die Fadenanzahl entlang der Länge und Breite der Probe  $N_L$  und  $N_B$  gekennzeichnet. Die Breite wird dabei mit  $N_B = 60$  Fäden konstant gehalten, für die Länge werden unterschiedliche Werte angenommen. Die Probe wird in Längsrichtung durch eine zunehmende Verschiebungsvorgabe der Randknoten einachsig belastet, bis vollständiges Versagen eintritt. In der Mitte der Probe befindet sich ein Anriss, dessen Länge durch die Anzahl an durchtrennten Fäden  $N_R$



**Abbildung 5.17:** Visualisierung der Simulationsergebnisse des Weiterreißversuchs an der Gewebeprobe mit Risslänge  $N_R = 30$ : a) vor dem ersten Fadenversagen bei  $\epsilon_G = 2.4\%$ , b) nach Probenversagen bei  $\epsilon_G = 2.7\%$ .

$N_R/N_B$	$f_W$ [mN]			
	GW	WM	MM	SM
0.00	7.26	9.90	8.63	13.10
0.05	-	9.50	6.58	10.88
0.10	-	8.99	5.69	8.87
0.25	7.25	8.95	5.27	6.84
0.50	7.34	8.92	5.43	6.62
0.75	7.30	9.37	5.77	8.39

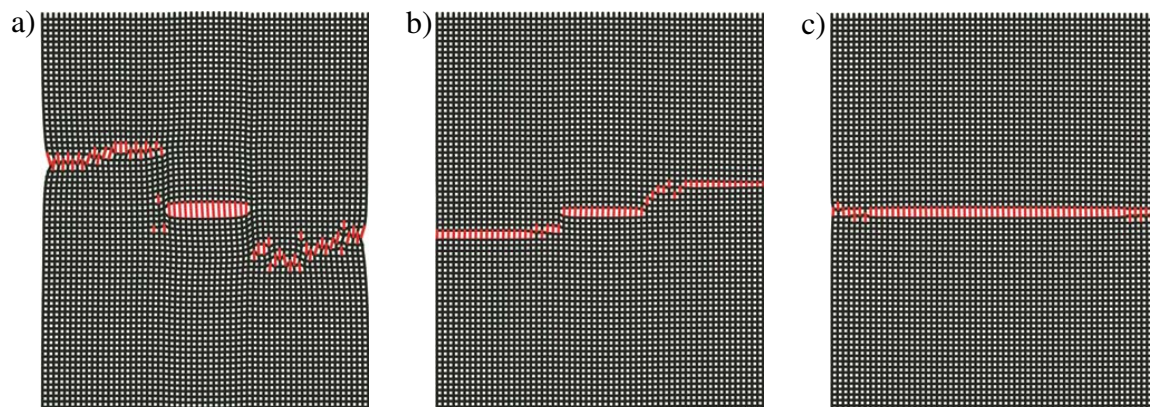


**Abbildung 5.18:** Simulation des Weiterreißens bei geschlitzter Probe. Ergebnisse für die Weiterreißfestigkeit in Abhängigkeit von der Anrisslänge.

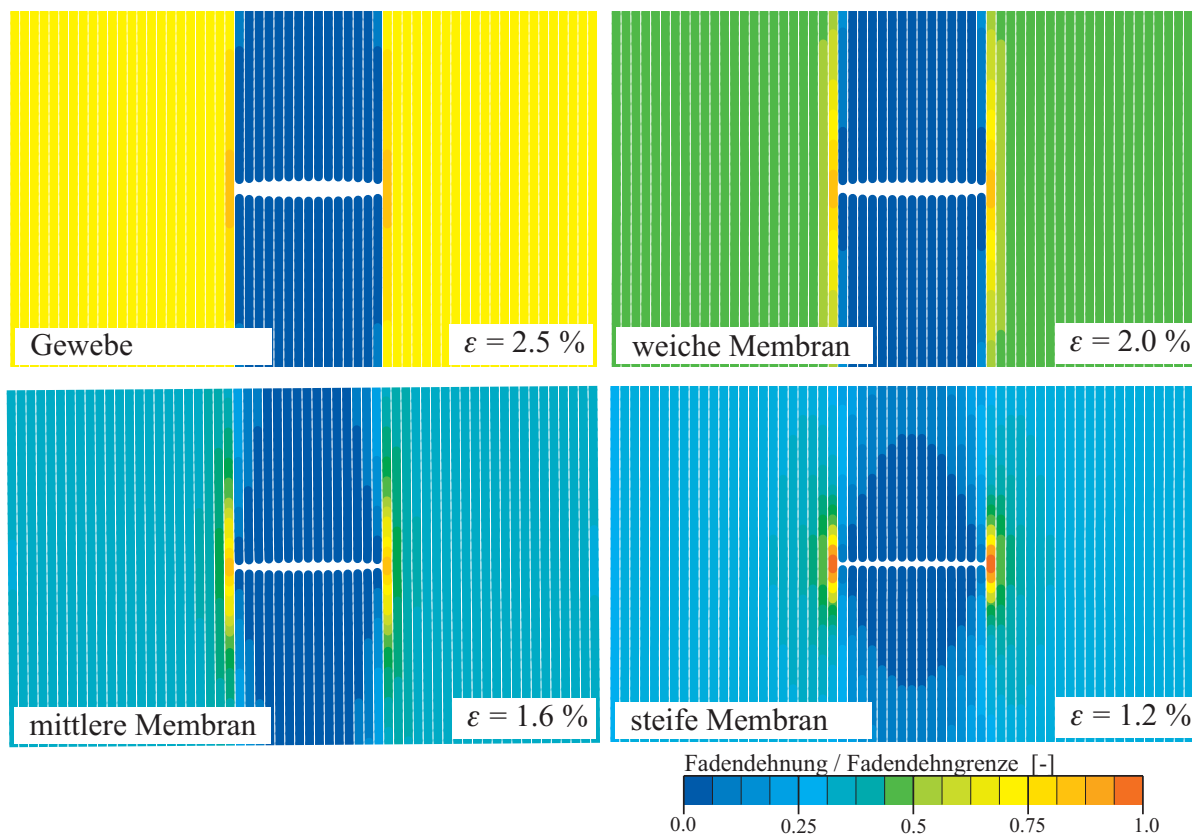
gekennzeichnet ist und senkrecht zur Lastrichtung liegt. Es werden analog zu den vorherigen Untersuchungen die vier Konfigurationen der Materialparameter für das Gewebe und die weiche, mittlere und steife Membran verwendet, die Anrisslänge wird variiert. Der Vorgabewert der Bruchdehnungen ist  $\tilde{D}^l = 1\%$  für die Fäden und  $\tilde{D}^m = 2\%$  für die Beschichtung. Beide Grenzwertverteilungen werden mit dem Formfaktor  $\alpha = 30$  gewählt. Die Abb. 5.17 zeigt am Beispiel einer Gewebeprobe die Visualisierung des verformten Zustands kurz vor dem ersten Fadenversagen und nach vollständigem Probenversagen. Das Längenverhältnis der dargestellten Probe ist  $N_L/N_B = 2$  und die Anrisslänge beträgt  $N_R = 30$ . Anhand von Simulationsrechnungen mit den Anrisslängen  $N_R = 3, 6, 15, 30$  und  $45$  sowie jeweils einer Vergleichsrechnung mit ungeschlitzter Probe wird für die vier Materialtypen bei einem Längenverhältnis der Probe von  $N_L/N_B = 2$  die Weiterreißfestigkeit ermittelt. Sie bestimmt sich jeweils aus der erreichten Höchstzugkraft  $F_{max}$  als Kraft pro Faden durch Division mit der anfänglichen Anzahl an tragenden Fäden

$$f_W = \frac{F_{max}}{N_B - N_R}. \quad (5.25)$$

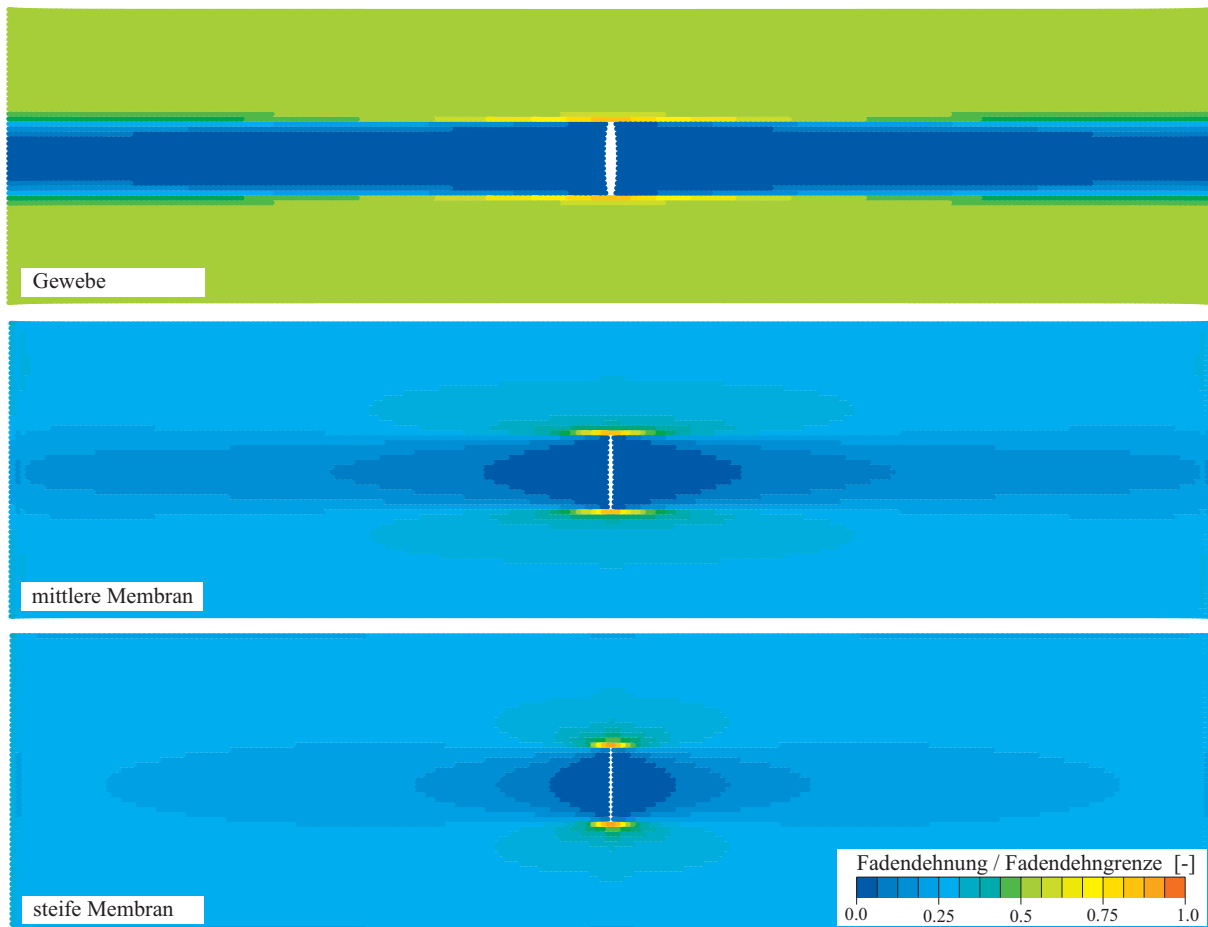
In der Tabelle der Abb. 5.18 sind die Ergebnisse der Weiterreißfestigkeit zusammengefasst. Der rechte Teil der Abb. 5.18 zeigt die mit der jeweiligen Festigkeit der ungeschädigten Probe normierte Weiterreißfestigkeit in Abhängigkeit von der relativen Anrisslänge  $N_R/N_B$  für die vier Materialtypen. Während die Festigkeit des Gewebes unabhängig von der Anrisslänge konstant bleibt, zeigt sich bei den Gewebemembranen eine deutliche Reduktion der Festigkeit mit zunehmender Steifigkeit der Beschichtung, die im Falle der steifen Membran bis zu ca. 50 % beträgt. Ab einer relativen Anrisslänge von 10 bis 20 % der Probenbreite bleibt die Weiterreißfestigkeit in etwa konstant und steigt erst bei großen Anrisslängen wieder an. Eine wesentliche Ursache für die reduzierten Festigkeitswerte bei angerissener Probe liegt also in der Steifigkeit der Be-



**Abbildung 5.19:** Rissmuster im zentralen Bereich um den Anriss nach vollständigem Versagen der Probe: a) Gewebe, b) mittlere Membran, c) steife Membran.



**Abbildung 5.20:** Verteilung der Fadendehnungen bezogen auf die Fadendehngrenzen im zentralen Bereich der Probe kurz vor dem ersten Fadenversagen.



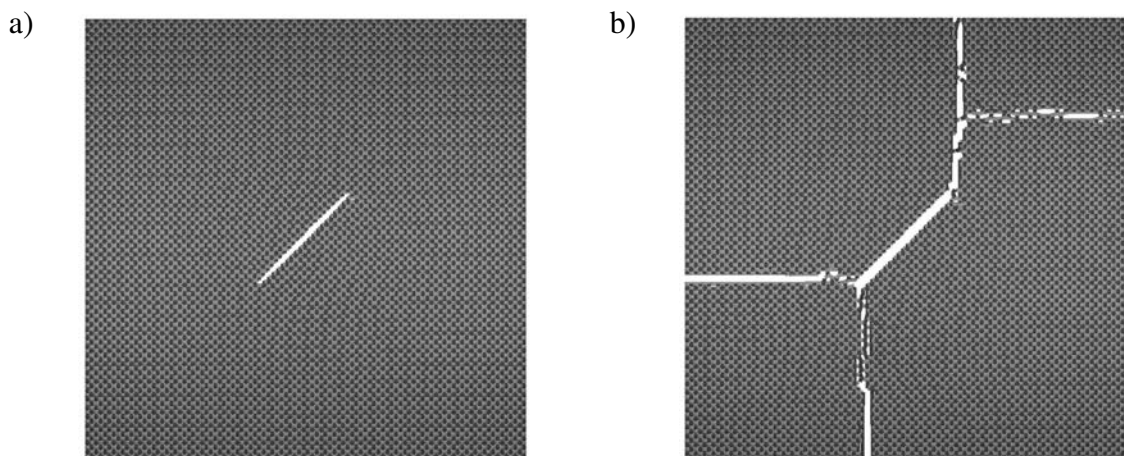
**Abbildung 5.21:** Abklingen der Fadendehnungen entlang der Probe mit  $N_L/N_B = 4$ , Zugrichtung horizontal.

schichtung. Die Analyse der Bruchbilder am Beispiel des Gewebes und der mittleren und steifen Membran bei einer Anrisslänge von  $N_R = 15$  in der Abb. 5.19 veranschaulicht den Beschichtungseinfluss. Während sich bei der Gewebeprobe die Lage des vollständigen Risses nahezu unabhängig vom Anriss ergibt, führt eine Beschichtung zu einer zunehmenden Lokalisierung entlang der Ebene des Anrisses. Der festigkeitsreduzierende Effekt der Beschichtung wird noch deutlicher sichtbar, wenn man die lokal in den jeweiligen Fadenstücken vorliegenden Dehnungen analysiert. In der Abb. 5.20 ist die Verteilung der mit der Fadendehngrenze  $\tilde{D}^l$  normierten Fadendehnung im Bereich des Anrisses kurz vor dem ersten Fadenversagen dargestellt. Das Lastniveau des jeweils nächsten Fadens am Anriss ist im Vergleich zum restlichen Querschnitt umso höher, je steifer die Beschichtung ist. Daraus resultiert auch die mit zunehmender Steifigkeit abnehmende Bruchdehnung der Probe. Die Reduktion der Weiterreißfestigkeit gegenüber der Festigkeit einer ungeschädigten Probe ist also eine Folge der Lastumlagerungen, die durch die Schubsteifigkeit der Beschichtung ermöglicht werden. Während bei dem Gewebe im vorliegenden Fall keine lokale Lastumlagerung stattfindet, verkleinert sich die Umlagerungszone mit zunehmender Steifigkeit der Beschichtung auf nur noch wenige Fäden. Die Lastumlagerungseffekte haben auch zur Folge, dass sich der Einflussbereich des Anrisses entlang der Länge der

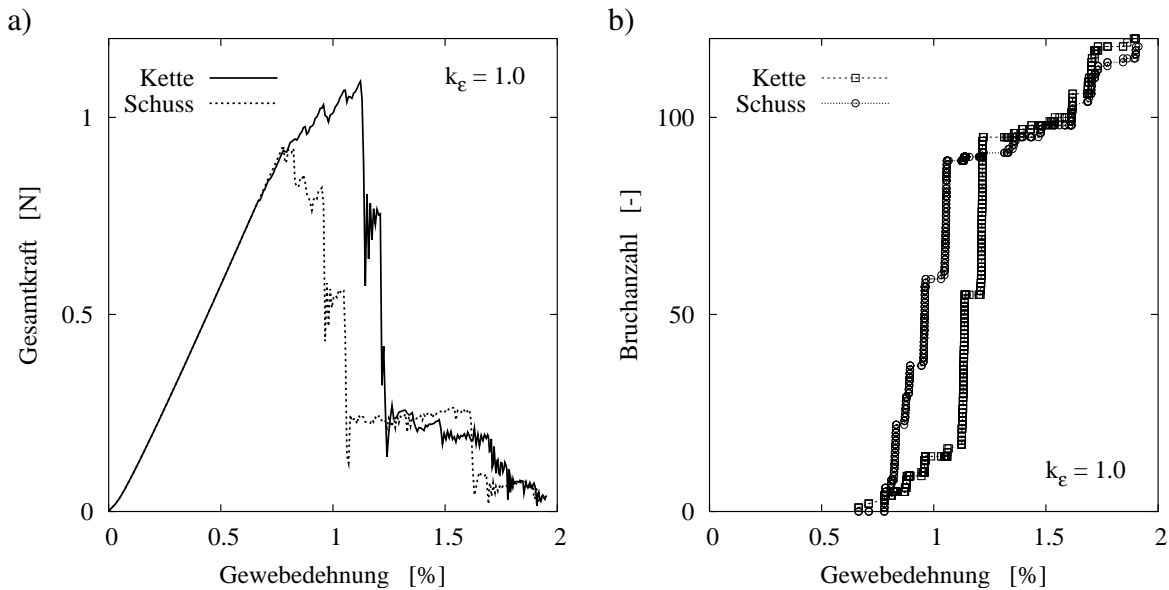
Probe mit abnehmender Schubsteifigkeit ausdehnt. Der Einflussbereich lässt sich beispielsweise anhand der lokalen Fadendehnungen in der Probe abschätzen. In der Abb. 5.21 sind hierzu die Ergebnisse des Gewebes und der mittleren und steifen Membran mit dem größten untersuchten Längenverhältnis der Probe  $N_L/N_B = 4$  bei einer Anrisslänge von  $N_R = 15$  dargestellt. Es ist jeweils wieder der Dehnungszustand kurz vor dem ersten Fadenversagen abgebildet, die Zugrichtung ist hier aus Platzgründen horizontal gelegt. Im Bereich des Anrisses ergibt sich erwartungsgemäß eine entlastete Zone, die durch verschwindende Fadendehnungen gekennzeichnet ist. Im Fall des Gewebes reicht diese Zone mit einer nur kleinen Verringerung der Breite bis zu den beiden Einspannungen. In den Membranen wird durch die Lastumlagerungen die Dehnung über den Querschnitt gesehen mehr oder weniger schnell abgebaut. Im Fall der steifen Membran ist die Verteilung der Fadendehnungen an der Einspannung nahezu ausgeglichen. Die Ergebnisse für das Gewebe können hier allerdings nicht ohne weiteres verallgemeinert werden. In Abhängigkeit von den Geometrieverhältnissen der Fadenstruktur, insbesondere in Hinblick auf die Webdichte, können auch Gewebe zum Teil erhebliche Lastumlagerungen durch Reibung zwischen benachbarten Fäden leisten. Diese Reibungseffekte und auch das bei großer Schubdeformation eintretende Gleiten der Fäden zueinander sind im vorliegenden Modellstand nicht abgebildet.

### 5.3.7 Weiterreißen im biaxialen Zugversuch

Die Untersuchung des Weiterreißverhaltens mit dem Gewebemembranmodell wird nun auf den biaxialen Belastungsfall ausgeweitet. Auch wenn etwaige Einflüsse der biaxialen Belastung auf die Festigkeit der einzelnen Fäden im Modell noch nicht berücksichtigt sind, können die grundlegenden Versagensmechanismen schon mit dem vorliegenden Modell abgebildet werden. Im Rahmen der vorliegenden Untersuchung wird eine Probe von  $100 \times 100$  Fäden entlang ihrer



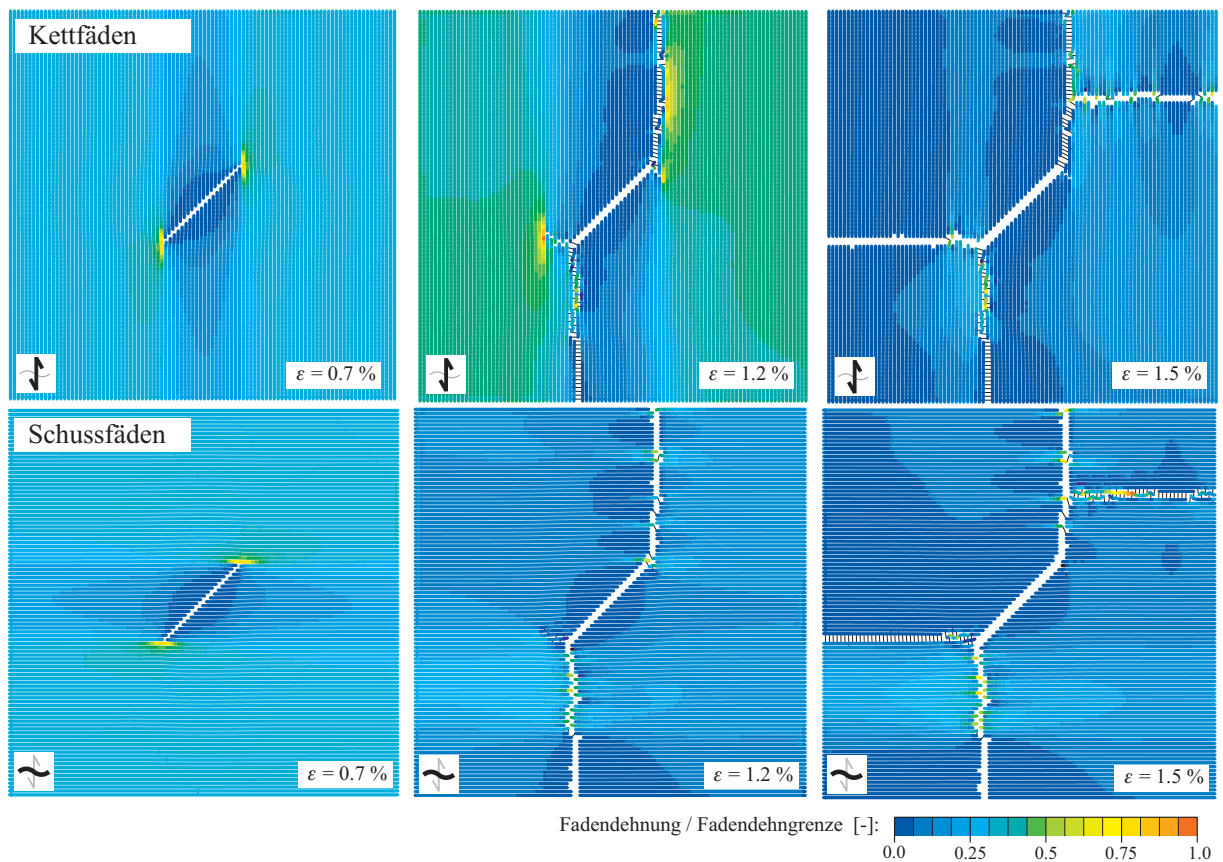
**Abbildung 5.22:** Weiterreißen im biaxialen Zugversuch: Visualisierung der vorgeschädigten Gewebemembran unter Dehnungsverhältnis  $k_\epsilon = 1$ : a) kurz vor erstem Fadenversagen bei  $\epsilon = 1.4 \%$ , b) nach vollständigem Probenversagen bei  $\epsilon = 2.6 \%$ .



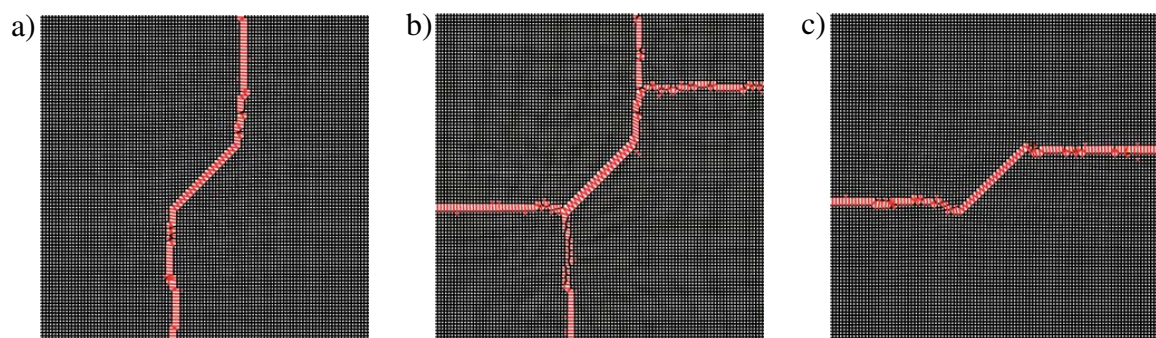
**Abbildung 5.23:** Weiterreißen bei biaxialer Belastung an Gewebemembran mit schrägem Anriss: a) Kraft-Dehnungsverlauf, b) Anzahl der Fadenbrüche über Dehnung.

beiden Fadenrichtungen dehnungsgesteuert belastet. Im Zentrum der Probe befindet sich unter  $45^\circ$  zu den Fadenrichtungen ein Anriss, der jeweils 20 Fäden in Kett- und Schussrichtung durchtrennt. Für die Simulation werden die Materialparameter der steifen Membran aus den vorhergehenden Rechnungen gewählt, der Skalenparameter der Festigkeitsverteilungen für Fäden und Beschichtung ist  $\alpha = 30$ . Die mittlere Fadenfestigkeit wird als  $\tilde{D}_l = 2.0\%$  und die der Beschichtung als  $\tilde{D}_m = 3.0\%$  angenommen. Die Abb. 5.22 zeigt Visualisierungen der vorgeschädigten Gewebemembran unter biaxialer Belastung mit dem Dehnungsverhältnis  $k_\epsilon = 1.0$  kurz vor dem ersten Fadenversagen und nach dem vollständigen Versagen der Probe. Schon hier zeigt sich die aus Experimenten bekannte Eigenschaft der Gewebematerialien, trotz eines schrägen Anrisses bevorzugt entlang der beiden Fadenrichtungen zu reißen [15]. Der Verlauf der Widerstandskraft der Probe über der Dehnung bei einer gleichmäßigen Belastung mit dem Dehnungsverhältnis  $k_\epsilon = 1.0$  ist jeweils für die Kett- und Schussrichtung in der Abb. 5.23a dargestellt. Im berechneten Beispiel kommt es erst zum nahezu vollständigen Versagen der Schussfäden, bevor dann auch Kettfäden anfangen zu zerreißen. Die Reihenfolge hängt bei gleichmäßiger Belastung und symmetrischem Gewebe ausschließlich von der zugrunde liegenden Verteilung der Festigkeitswerte ab und ergibt sich somit zufällig. Der Versagensvorgang in Abhängigkeit von der angelegten Dehnung kann durch Auftragen der Bruchzahlen getrennt nach Kett- und Schussrichtung in der Abb. 5.23b veranschaulicht werden. Das Zerreißen erfolgt nicht kontinuierlich, sondern in mehreren Sprüngen. Bei Bruchzahlen von etwa 80 versagt die Probe in der entsprechenden Fadenrichtung vollständig, bei weiterer Dehnung kommt es dann zu sekundären Fadenrissen. Die Darstellung der Fadendehnungen der beiden Fadengruppen für den gewählten Fall in Abb. 5.24 verdeutlichen die Vorgänge beim Versagen der Probe. Die lokalen Fadendehnungen normiert mit der Fadendehngrenze sind jeweils für die Kett- und





**Abbildung 5.24:** Verteilung der Fadendehnungen bezogen auf die Fadendehngrenze in Kett- und Schussrichtung bei unterschiedlichen Dehnungen im biaxialen Weiterreißversuch mit  $k_\epsilon = 1$ .

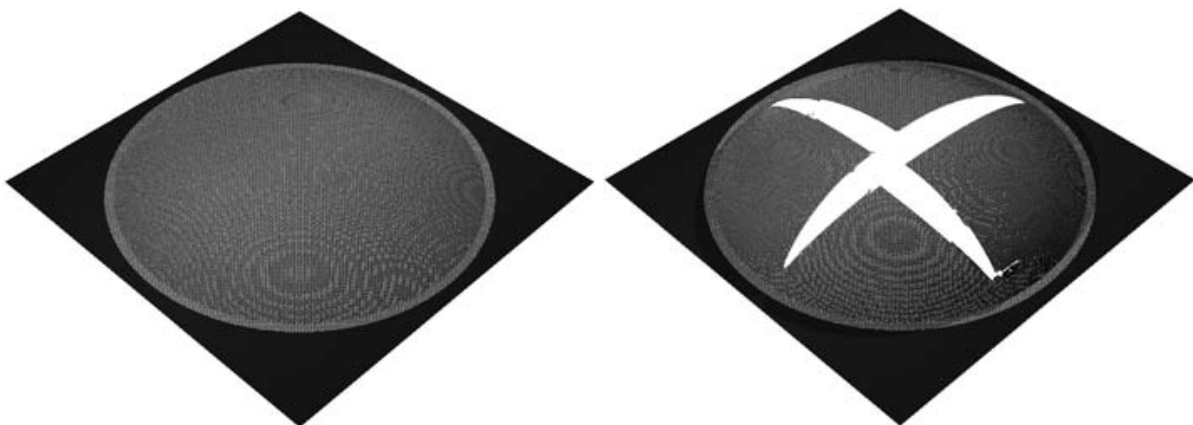


**Abbildung 5.25:** Weiterreißen bei biaxialer Belastung an Gewebemembran. Rissmuster nach vollständigem Versagen der jeweils höher belasteten Fadenrichtung bei den biaxialen Dehnungsverhältnissen a)  $k_\epsilon = 0.5$ , b)  $k_\epsilon = 1.0$ , c)  $k_\epsilon = 2.0$ .

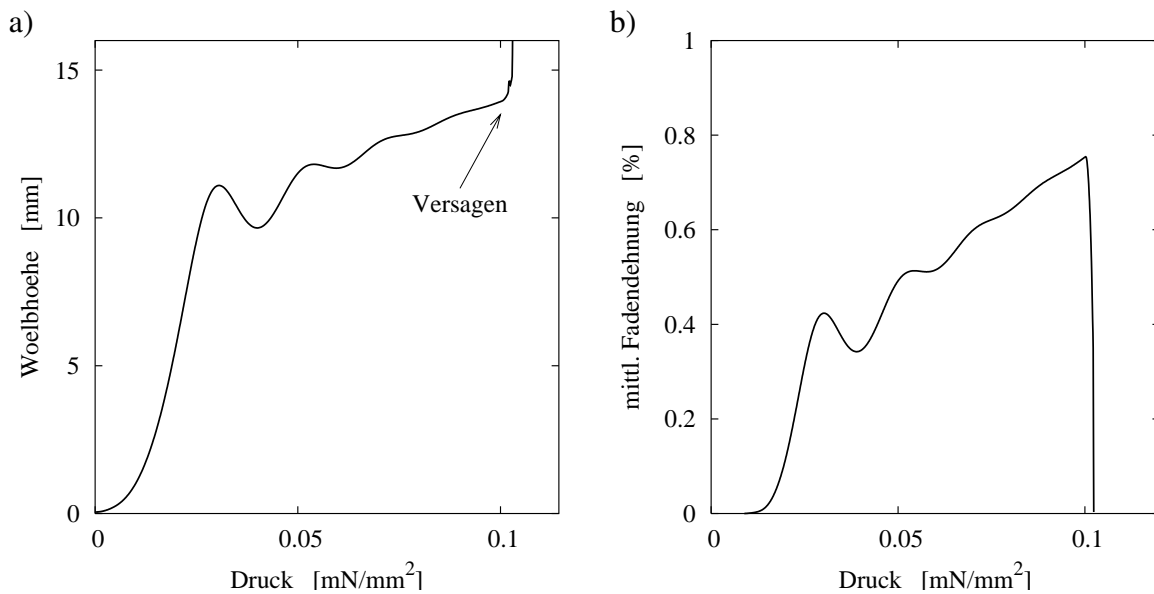
Schussfäden in drei Dehnungszuständen abgebildet. Die beiden linken Bilder zeigen den Dehnungszustand kurz vor dem ersten Fadenversagen bei  $\epsilon = 0.7\%$ . Auf den mittleren Bildern bei  $\epsilon = 1.2\%$  sind die Kettfäden noch intakt, während die Schussfäden schon über den kompletten Querschnitt gerissen sind. In der rechten Darstellung bei  $\epsilon = 1.5\%$  sind beide Fadengruppen vollständig gerissen, die Probe ist bis auf wenige lokale Bereiche, in denen einzelnen Querfäden die Rissufer überbrücken, entlastet. Es zeigt sich also, dass trotz der vergleichsweise hohen Beschichtungssteifigkeit die beiden Fadengruppen nahezu unabhängig voneinander versagen und eine gegenseitige Beeinflussung nur in wenigen lokalen Bereichen stattfindet. Das entstehende Rissmuster ist rechtwinklig und parallel zu den beiden Fadenrichtungen ausgerichtet. In Abhängigkeit vom Belastungsverhältnis ergibt sich ein ausgeglichenes Rissmuster oder ein bevorzugtes Versagen einer der beiden Fadengruppen. Die Abb. 5.25 zeigt entstehende Rissmuster bei Belastung mit den Dehnungsverhältnissen  $k_\epsilon = 0.5, 1.0, \text{ und } 2.0$ . Die Rissmuster der beiden ungleichen Belastungen in a) und c) sind nahezu symmetrisch. Bei gleicher Belastung in c) ergibt sich aufgrund des nacheinander abfolgenden Versagens eine leicht abweichende Lokalisierung des horizontalen Risses der Schussfäden.

### 5.3.8 Berstversuch

Als abschließender Anwendungsfall des Gewebemembranmodells soll nun ein Berstversuch simuliert werden. Wie aus den Visualisierungen der Simulationsergebnisse in Abb. 5.26 erkennbar ist, tritt hierbei eine Verformung aus der Ebene heraus auf, die zu einem biaxialen Spannungszustand in der Probe führt. Die Gewebemembran wird durch die Materialparameter der mittleren Membran aus den vorigen Anwendungsbeispielen beschrieben. Die vorgegebenen mittleren Dehnungsgrenzwerte betragen für die Fäden  $\tilde{D}^l = 2.0\%$  und für die Beschichtung  $\tilde{D}^m = 3.0\%$ , der Formfaktor der Verteilung der Dehngrenzen beträgt  $\alpha = 20$ . Für eine einfache Implementierung der Randbedingungen wird ein quadratisches Gewebestück aus

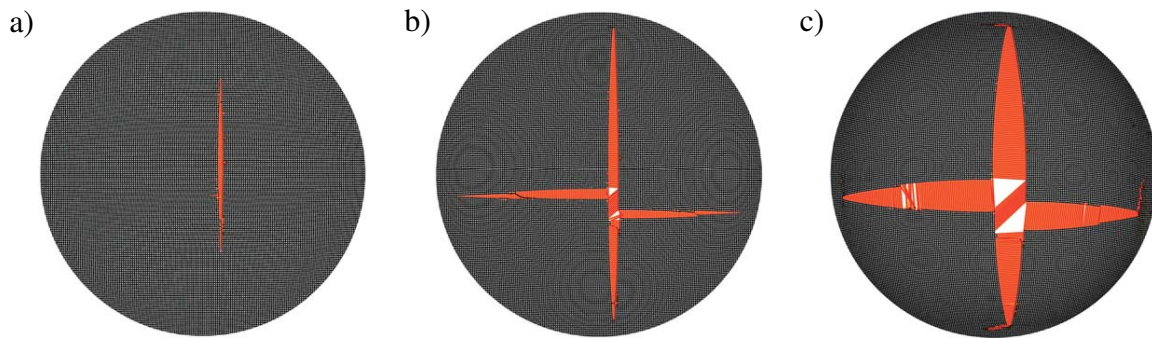


**Abbildung 5.26:** Visualisierung des Berstversuchs an einer Gewebemembran bei zunehmender Drucklast kurz vor dem ersten Fadenversagen (links) und nach Probenversagen (rechts).

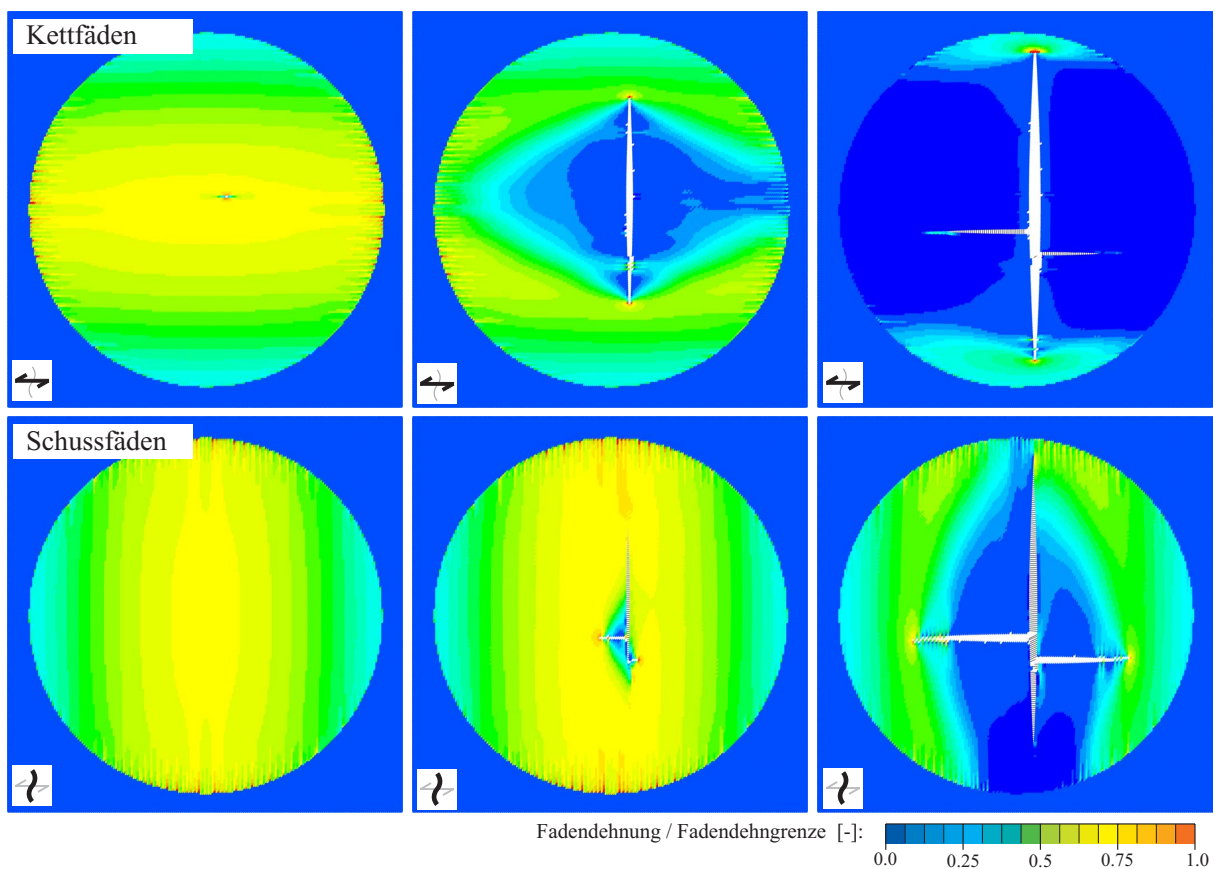


**Abbildung 5.27:** Berstversuch an Gewebemembran: a) maximale Wölbhöhe über der Drucklast, b) mittlere Fadendehnung der Probe über der Drucklast.

100×100 Fäden verwendet, bei dem alle Knoten außerhalb des Radius des mittleren Probenbereichs  $r_P = 45\text{mm}$  fixiert werden. Im Bereich des Übergangs von der Einspannung zur freien Probenmitte werden die Fadenfestigkeiten erhöht, um ein vorzeitiges Versagen an der Kante zu vermeiden. Auf die Knoten des zentralen Probenbereichs wird dann eine Drucklast senkrecht zur Gewebeebene aufgebracht. Der Druck wird in Form einer Kraft auf die jeweils unteren Knoten an den Kreuzungspunkten aufgebracht; ihre Größe entspricht dem Flächendruck auf die jeweilige Einheitszelle. Da im Modell der Normalenvektor auf die Gewebeebene an jedem Kreuzungspunkt des Gewebes zur Verfügung steht (siehe auch Abschnitt 2.3.1), kann damit in einfacher Weise die Wirkungsrichtung der Druckkraft jeweils senkrecht zur Gewebeebene gehalten werden. Der Druck wird kontinuierlich gesteigert, bis es zum Versagen der Probe kommt. Mit zunehmendem Druck wölbt sich die Probe aus der Ebene heraus. Den Verlauf des Maximalwerts der Wölbhöhe in der Probe über dem aufgetragenen Druck zeigt die Abb. 5.27a. In Teil b ist parallel dazu die resultierende mittlere Fadendehnung im Gewebe angegeben. Das anfängliche dynamische Ausschlagen bei beginnender Druckbelastung erzeugt noch nahezu keine Fadendehnungen. Die Wölbhöhe und auch die Fadendehnungen pendeln sich dann mit weiter zunehmendem Druck auf einen kontinuierlichen Anstieg ein. Bei eintretendem Versagen steigt die maximale Wölbhöhe stark an, da die aufgerissene Membran ausschwingt, während die Fadendehnungen parallel dazu schlagartig abfallen. Die in Abb. 5.28 dargestellten Rissmuster der Probe zu verschiedenen Zeiten im Versagensablauf zeigen, dass zuerst ausgehend von der Probenmitte eine größere Anzahl an Kettfäden zerreißt. Anschließend kommt es wiederum aus der Probenmitte heraus zum Zerreißen der Schussfäden. Der Verlauf der beiden Primrrisse entspricht dem typischen senkrecht zueinander stehenden Rissmuster beim Versagen unter biaxialer Last. Die als Sekundärrisse auftretenden Querrisse an den Spitzen der Primrrisse können als Artefakt der implementierten Drucklast angesehen werden, da der Druck bei auf-



**Abbildung 5.28:** Rissentwicklung im Berstversuch: a) Riss in Kettfäden, b) Reißen der Schussfäden, c) kreisförmige Sekundärrisse.



**Abbildung 5.29:** Fadendehnungen in Kett- und Schussrichtung normiert mit der Fadendehngrenze bei zunehmender Drucklast im Berstversuch.

reißender Membran nicht abfällt, sondern weiter ansteigt. In der Abb. 5.29 sind wiederum die Verteilungen der mit der Fadenfestigkeit normierten Fadendehnungen in Kett- und Schussrichtung zu verschiedenen Zeitpunkten der Simulation dargestellt. Die linken Bilder stellen den Zustand nach dem erstem Fadenversagen dar. Es ist deutlich erkennbar, wie die Fadenbelastung zur Probenmitte hin zunimmt. Der Anriss des Kettfadens hat dabei auf die Schussrichtung keinen sichtbaren Einfluss. In den jeweils mittleren Bildern breitet sich der Riss der Kettfäden stark aus und es zeigen sich erste Anrisse in Schussrichtung. In den rechten Abbildungen sind beide Risse stark ausgeprägt und die Probe ist bis auf kleine Bereiche um die Rissspitzen herum entlastet. Auch in diesem biaxialen Belastungsfall wird wiederum deutlich, wie gering die gegenseitige Beeinflussung der beiden Faderichtungen bei Versagen ist.

Die schon sehr anwendungsnahe Simulation des Berstversuchs schließt die Modellanwendungen dieser Arbeit ab. Die Auswahl an dargestellten ein- und zweiachsigen Belastungsfällen mit rein ebener, aber auch räumlicher Verformung, stellt dabei einen ersten Schritt hin zu spezialisierten und komplexeren Aufgabenstellungen dar und dient in erster Linie dem Zweck, einen Eindruck von der Vielseitigkeit des gewählten Ansatzes zu vermitteln.



# Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit behandelt die Entwicklung eines neuartigen Modellansatzes für Gewebe und Gewebemembranen. Die Mikrostruktur aus sich kreuzenden Fäden wird direkt in abstrakter Form im Modell dargestellt. Durch die Anwendung der Diskrete-Elemente-Methode, einem effizienten explizit dynamischen Lösungsverfahren, kann das Modell mit direkter Mikrostrukturrepräsentation für Berechnungen auf Strukturebene verwendet werden.

Die Fadenverläufe im Gewebe werden als abschnittsweise lineare Fadenstücke jeweils zwischen den Kreuzungspunkten der Fäden angenommen. Die geometrische Darstellung entspricht der in der Literatur als Dreiecksmodell bekannten Abstraktion. Basierend auf dieser Geometrie werden Interaktionen für die Fadenlängsdehnung, die Fadenquerkompression und die Fadenrotation definiert, mit denen sich das wesentliche Verformungsverhalten der Fadenstruktur erfassen lässt. Die Interaktionen werden für eine Gewebeeinheit zelle aufgestellt, der kleinsten sich wiederholenden Einheit der Webstruktur. Durch vielfaches Aneinanderreihen dieser Modelleinheitenzellen entsteht ein makroskopisches Modell der Gewebemembran mit direkter Mikrostrukturdarstellung. Die in realen Gewebematerialien makroskopisch als Nichtlinearitäten auftretenden Interaktionsmechanismen der Fadenstruktur sind somit direkt auf der Mikrostrukturebene im Modell abgebildet. Die nichtlineare Strukturantwort ergibt sich daraus dann ohne weitere Annahmen. Die bisherige Ausführung des Modells beschränkt sich auf Gewebe in Leinwandbindung, die grundlegendste Bindungsart. Durch Hinzunahme weiterer Interaktionen für Matrixdehnung und Matrixscherung lassen sich auch Beschichtungen und Einbettungen berücksichtigen. Die Variation der Parameter für die Beschichtungsinteraktionen ermöglicht nahezu stufenlos die Beschreibung der Gewebematerialien vom reinen Gewebe bis zur sehr steifen Gewebemembran.

Im experimentellen Teil der Arbeit wird das Verformungsverhalten eines Modellmaterialsystems in mehreren Versuchsanordnungen ermittelt. Es wird ein Glasgewebe in Leinwandbindung verwendet, das sowohl in unbeschichteter Form als auch mit zwei Arten von Beschichtung, Silikon und Epoxidharz, untersucht wird. Durch die drei Materialtypen ist der Übergang vom reinen Gewebe über eine weiche Membran bis hin zur steifen Gewebepatte exemplarisch abgedeckt. Das Versuchsprogramm umfasst einachsige Zugversuche an der Streifenprobe mit fadenparalleler Belastung und unter  $45^\circ$  zur Fadenrichtung. Für das reine Gewebe werden darüber hinaus auch biaxiale Zugversuche durchgeführt. Mit Hilfe der Versuchsergebnisse werden die Parameter des Gewebemembranmodells angepasst. Es zeigt sich, dass das Modell in der

Lage ist, das Verformungsverhalten der sehr unterschiedlichen Materialtypen vollständig wiederzugeben. Somit kann zum einen die Gültigkeit der zugrunde liegenden Modellannahmen nachgewiesen werden, zum anderen wird eine praxisnahe und, abgesehen von den biaxialen Zugversuchen, auch einfach zu realisierende Vorgehensweise zur Parameteranpassung des Gewebemembranmodells demonstriert. Diese ist für das diskrete Modell von besonderer Bedeutung. Im Unterschied zu Kontinuumsmodellen, die makroskopisch messbare Parameter wie den E-Modul aufweisen, handelt es sich hier um Parameter der Mikrostruktur, die nur schwer direkt zu messen sind. Im Anwendungsbeispiel des Scherrahmenversuchs zeigt sich darüber hinaus auch, dass das DE-Modell in der Lage ist, Instabilitätsprobleme wie die Faltenbildung unter Schubbelastung zu beschreiben. Die abschließende Simulation eines Schrägzugversuchs weist einerseits die korrekte Wiedergabe der Interaktion von Schub- und Zugverhalten der Gewebematerialien im Modell nach. Andererseits demonstriert sie die Anwendbarkeit des Gewebemembranmodells in praxisnahen Versuchsaufbauten auf Strukturebene.

Im zweiten Teil der Arbeit erfolgt die Erweiterung des Gewebemembranmodells auf die Beschreibung des Versagensvorgangs. Dieser ist bei Gewebematerialien durch ein sukzessives oder kollektives Zerreißen der einzelnen Fäden geprägt. Er unterliegt somit einem starken Mikrostruktureinfluss und ist diskreter Natur. Der gewählte diskrete Ansatz mit direkter Mikrostrukturdarstellung bietet hierfür eine optimale Beschreibungsmöglichkeit: Zum einen ermöglicht er die Integration der statistischen Versagensmodelle mit wahrscheinlichkeitsverteilten Festigkeiten. Als integraler Teil des Modells können die Auswirkungen dieser statistischen Ansätze in Simulationen von praxisnahen Versuchsanordnungen auf Strukturebene untersucht werden. Zum anderen kann mit dem entwickelten Modell der diskrete Versagensvorgang realitätsgetreu und lokal aufgelöst wiedergegeben werden. Anhand von verschiedenen Modelluntersuchungen werden die Möglichkeiten des diskreten Gewebemembranmodells demonstriert. Die Auswirkung der Streuung der Fadenfestigkeiten und der Steifigkeit der Beschichtung auf die Festigkeit des Gewebematerials beim Zerreißen werden unter uni- und biaxialer Belastung untersucht. Die Effekte der lokalen und globalen Lastumlagerung, die im Wesentlichen von der Beschichtung des Gewebes abhängen, werden in ein- und zweiachsigen Weiterreißversuchen an einer vorgeschädigten Probe aufgezeigt. Als abschließendes Anwendungsbeispiel erfolgt die Simulation eines Berstversuchs einer Gewebemembran bis zum vollständigen Zerreißen.

Mit der vorliegenden Arbeit wird gezeigt, dass eine Berechnung von Gewebemembranen auf Strukturebene mit einer direkten Repräsentation der Mikrostruktur möglich und darüber hinaus insbesondere im Hinblick auf die realitätsnahe Beschreibung des Versagensverhaltens vorteilhaft ist. Als Einschränkung ist hier der hohe numerische Aufwand einer derartigen Modellierung zu sehen. Dieser erscheint bei der Betrachtung des Verformungsverhaltens der Gewebemembranen nur in speziellen Anwendungsfällen gerechtfertigt, beispielsweise zur Berechnung besonderer Bauteilbereiche wie Nahtstellen oder Einspannungen. Für die Beschreibung des Versagens von Gewebematerialien geht die erreichte Detailierungstiefe und Realitätsnähe des vorgestellten Modells deutlich über die Ergebnisse bisheriger Modelle hinaus. Die Stärke



des gewählten Modellansatzes liegt daher klar im Bereich der Schädigungssimulation. Seine Anwendung verspricht hier tiefere Einblicke in die unterschiedlichen Vorgänge, die das Versagen der Membranstrukturen bestimmen. Grundsätzlich ist der vorgestellte Modellansatz nicht als Konkurrenz, sondern als Ergänzung zu den kontinuumsbasierten Modellen im Rahmen der FEM zu sehen. Der Einsatz letzterer als effiziente Methode zur Berechnung kompletter Membrantragwerke ist unerlässlich, da eine Anwendung des diskreten Gewebemembranmodells in dieser Größenordnung in absehbarer Zeit noch nicht möglich ist.

Der Modellstand, der hier erarbeitet wurde, ist ein erster Schritt, mit dem die wesentlichen Vorteile und Möglichkeiten eines derartigen Ansatzes aufgezeigt werden sollen. Auf dieser Basis bietet sich Raum für vielfache Erweiterungen und Vertiefungen. Für eine Anwendung auf konkrete reale Materialien kann je nach Aufgabenbereich die Erweiterung der Interaktionen, beispielsweise auf elastoplastisches Matrixverhalten, oder die Berücksichtigung komplexerer Versagenskriterien sinnvoll werden. Darüber hinaus ist auch die Zulässigkeit der dem Modell zugrunde liegenden Annahme von fixierten Fadenkreuzungspunkten und der Ausschluss von Gleiten und Reiben der Fäden, insbesondere bei der Beschreibung von reinem Gewebe, zu hinterfragen. Für ein ausgereiftes Gewebemodell wäre eine Berücksichtigung von Reibungseffekten beim Gleiten der Fäden wünschenswert. Äußerst viel versprechend erscheint auch eine Anwendung des Modells auf dynamische Belastungs- und Versagensfälle, wie sie beispielsweise der Projektileinschlag darstellt. Die bisherigen Modellanwendungen beschränken sich auf quasistatische Lastfälle; die Dynamik des Gewebemembranmodells im Rahmen der DEM wurde hier noch nicht vollständig ausgenutzt. Darüber hinaus könnte auch die Beschreibung der Faltenbildung, die im Rahmen des explizit dynamischen Lösungsverfahrens problemlos möglich ist, interessante weitere Anwendungen bieten. Hierauf wird in der vorliegenden Arbeit jedoch nur ansatzweise eingegangen. Eine weitere Anwendungsmöglichkeit des diskreten Gewebemembranmodells wäre die Simulation des Formgebungsvorgangs von Gewebe-Prepregs für Faserverbundwerkstoffe. Die auch bei räumlicher Verformung jeweils lokal abgebildeten Fadenverläufe können einerseits zu Aussagen über die allgemeine Formbarkeit gewünschter dreidimensionaler Flächen genutzt werden, andererseits können daraus Vorhersagen über die Eigenschaften des fertigen Verbundbauteils abgeleitet werden.

Im Zuge der absehbaren technologischen Entwicklung der Rechnersysteme kann erwartet werden, dass die Attraktivität der Modellierung mit direkter Mikrostrukturerepräsentation für die genannten Anwendungsbereiche in Zukunft noch weiter zunimmt. Wie in der vorliegenden Arbeit gezeigt, sind dabei gerade die Gewebematerialien aufgrund des besonders stark ausgeprägten Mikrostruktureinflusses und der größenordnungsmäßigen Nähe der Skalenebenen von Mikro- und Makrostruktur prädestiniert für eine derartige Modellbeschreibung. Das Grundprinzip der direkten Mikrostrukturmodellierung ist darüber hinaus nicht nur für Gewebematerialien interessant, sondern ließe sich auch auf andere heterogene oder mikrostrukturierte Materialien ausweiten.



# Literaturverzeichnis

- [1] ALLEN, M.P. ; TILDESLEY, D.J.: *Computer Simulation of Liquids*. Oxford University Press, 1989
- [2] ALLEY, V.L. ; FAISON, R.W.: Experimental Investigation of Strains in Fabric under Biaxial and Shear Forces. In: *Journal of Aircraft* 9 (1972), Nr. 1, S. 55–60
- [3] ALLONSO-MAROQUIN, F.: *Micromechanical investigation of soil deformation: incremental response and granular ratcheting*, Universität Stuttgart, Dissertation, 2004
- [4] AMIRBAYAT, J. ; HEARLE, H.W.S.: The Anatomy of Buckling of Textile Fabrics: Drape and Conformability. In: *The Journal of the Textile Institute* 80 (1989), Nr. 1, S. 51–69
- [5] ANADJIWALA, R.D. ; GONSALVES, J.W.: Nonlinear Buckling of woven fabrics part I: Elastic and nonlinear cases. In: *Textile Research Journal* 76 (2006), Nr. 2, S. 160–168
- [6] BAARS, S. van: *Discrete Element Analysis of Granular Materials*, TU Delft, PhD thesis, 1996
- [7] BALLHAUSE, D. ; KÖNIG, M. ; KRÖPLIN, B.H.: A microstructure model for fabric-reinforced membranes based on discrete element modelling. In: *II. International Conference on Textile Composites and Inflatable Structures, Stuttgart, Germany, 2005*, S. 255–264
- [8] BALLHAUSE, D. ; KÖNIG, M. ; KRÖPLIN, B.H.: Modelling of woven fabrics with the discrete element method. In: *ECCM 2006: III. European Conference on Computational Mechanics, Lisbon, Portugal, 2006*
- [9] BALLHAUSE, D. ; KÖNIG, M. ; KRÖPLIN, B.H.: Modelling of Woven Fabrics with the Discrete Element Method. In: *Computers, Materials, & Continua* 4 (2006), Nr. 1, S. 21–29
- [10] BALLHAUSE, D. ; KÖNIG, M. ; KRÖPLIN, B.H.: Modelling fabric-reinforced membranes with the discrete element method. In: OÑATE, E. (Hrsg.) ; KRÖPLIN, B. (Hrsg.): *Textile Composites and Inflatable Structures II*. Springer, erscheint in 2007

- [11] BARBERO, E.J. ; TROUVILLION, J. ; MAYUGO, J.A. ; SIKKIL, K.K.: Finite Element Modeling of plain weave fabrics from photomicrograph measurements. In: *Composite Structures* 73 (2006), Nr. 1, S. 41–52
- [12] BEHRE, B.: Mechanical properties of textile fabrics. In: *Textile Research Journal* 31 (1961), February, Nr. 2, S. 87–93
- [13] BIČANIČ, N.: Discrete Element Methods. In: STEIN, E. (Hrsg.) ; BORST, R. de (Hrsg.) ; HUGHES, T.J.R. (Hrsg.): *Encyclopedia of Computational Mechanics - Fundamentals* Bd. 1. John Wiley and Sons, 2004, Kapitel 11, S. 311–338
- [14] BIDMON, W.: *Zum Weiterreißverhalten von beschichteten Geweben*, Universität Stuttgart, Dissertation, 1989
- [15] BIGAUD, D. ; SZOSTKIEWICZ, C. ; HAMELIN, P.: Tearing analysis for textile reinforced soft composites under mono-axial and bi-axial tensile stresses. In: *Composite Structures* 62 (2003), Nr. 2, S. 129–137
- [16] BLANKENHORN, G. ; SCHWEIZERHOF, K. ; FINCKH, H.: Improved Numerical Investigation of a Projectile Impact on a Textile Structure. In: *4th European LS-DYNA Users Conference*, 2003
- [17] BLUM, R. ; BIDMON, W.: Spannungs-Dehnungs-Verhalten von Bautextilien - Theorie und Experiment / Universität Stuttgart. 1987 (74/1987). – Mitteilungen des Sonderforschungsbereiches 64 „Weitgespannte Flächentragwerke“
- [18] BLUM, R. ; BÖGNER, H. ; NÉMOZ, G.: Material properties and testing. In: FOSTER, D. (Hrsg.) ; MOLLAERT, M. (Hrsg.): *European Design Guide for Tensile Surface Structures*. TensiNet, Brussel, 2004
- [19] BLUM, R. ; BÖGNER, H. ; NÉMOZ, G.: Testing methods and standards. In: FOSTER, D. (Hrsg.) ; MOLLAERT, M. (Hrsg.): *European Design Guide for Tensile Surface Structures*. TensiNet, Brussel, 2004
- [20] BÖGNER, H.: *Vorgespannte Konstruktionen aus beschichteten Geweben und die Rolle des Schubverhaltens bei der Bildung von zweifach gekrümmten Flächen aus ebenen Streifen*, Universität Stuttgart, Dissertation, 2004
- [21] BOISSE, P. ; BUET, K. ; GASSER, A. ; LAUNAY, J.: Meso/macro-mechanical behaviour of textile reinforcements for thin composites. In: *Composites Science and Technology* 61 (2001), S. 395–401
- [22] BOISSE, P. ; GASSER, A. ; HIVET, G.: Analyses of fabric tensile behaviour: determination of the biaxial tension-strain surfaces and their use in forming simulations. In: *Composites Part A* 32 (2001), S. 1395–1414

- 
- [23] BOUBAKER, B.B. ; HAUSSY, B. ; GANGHOFFER, J.-F.: Modèles discrets de structures tissées: Analyse de stabilité et de drapé. In: *Comptes Rendues Mecanique* 330 (2002), Nr. 12, S. 871–877
- [24] BOUBAKER, B.B. ; HAUSSY, B. ; GANGHOFFER, J.-F.: Un modèle discrete du couplage entre les fils dans une structure tissée. In: *Comptes Rendues Mecanique* 331 (2003), Nr. 4, S. 295–302
- [25] BOUBAKER, B.B. ; HAUSSY, B. ; GANGHOFFER, J.-F.: Discrete models of woven structures. Macroscopic approach. In: *Composites Part B* in press (2007)
- [26] BOYCE, M.C. ; PALMER, M.L. ; SEO, M.H. ; SCHWARTZ, P. ; BACKER, S.: A model of the tensile failure process in woven fabrics. In: *Journal of Applied Polymer Science: Applied Polymer Symposium* 47 (1991), S. 383–402
- [27] BRIDGENS, B.N. ; GOSLING, P.D.: Dircet stress-strain representation for coated woven fabrics. In: *Computers and Structures* 82 (2004), Nr. 23-26, S. 1913–1927
- [28] BRIDGENS, B.N. ; GOSLING, P.D. ; BIRCHALL, M.J.S.: Membrane material behaviour: concepts, practice and developments. In: *The Structural Engineer* 82 (2004), Nr. 14, S. 28–33
- [29] BRINKMANN, G. (Hrsg.): *Leicht und Weit - Zur Konstruktion weitgespannter Flächen-tragwerke - Ergebnisse aus dem Sonderforschungsbereich 64 „Weitgespannte Flächen-tragwerke“ der Universität Stuttgart / DFG*. VCH, 1990 (Sonderforschungsbereiche)
- [30] BUET-GAUTIER, K. ; BOISSE, P.: Experimental analysis and modeling of biaxial mechanical behavior of woven composite reinforcements. In: *Experimental Mechanics* 41 (2001), Nr. 3, S. 1–10
- [31] CAVALLARO, P.V. ; JOHNSON, M.E. ; SADEGH, A.M.: Mechanics of plain-woven fabrics for inflated structures. In: *Composite Structures* 61 (2003), S. 375–393
- [32] CHANG, S.H. ; SHARMA, S.B. ; SUTCLIFFE, M.P.F.: Microscopic investigation of tow geometry of a dry satin weave fabric during deformation. In: *Composites Science and Technology* 63 (2003), S. 99–111
- [33] CHECKLAND, P.B. ; BULL, T.H. ; BAKKER, E.J.: A two-dimensional load-extension tester for fabrics and film. In: *Textile Research Journal* 28 (1958), Nr. 5, S. 399–403
- [34] CHEN, Z.-R. ; YE, L.: A micromechanical compaction model for woven fabric preforms. Part II: Multilayer. In: *Composites Science and Technology* 66 (2006), Nr. 16, S. 3263–3272

- [35] CHEN, Z.-R. ; YE, L. ; KRUCKENBERG, T.: A micromechanical compaction model for woven fabric preforms. Part I: Single layer. In: *Composites Science and Technology* 66 (2006), Nr. 16, S. 3254–3262
- [36] CHOI, S.: Application of the Distinct Element Method for Rock Mechanics Problems. In: *Engineering Computations* 9 (1992), S. 225–233
- [37] CHOU, T.-W. ; ISHIKAWA, T.: Analysis and Modeling of Two-Dimensional Fabric Composites. In: CHOU, T.-W. (Hrsg.) ; KO, F.K. (Hrsg.) ; PIPES, R.B. (Hrsg.): *Textile Structural Composite* Bd. 3. Elsevier, 1989, Kapitel 7, S. 209–264
- [38] CHUDOBA, R. ; VORECHOVSKY, M. ; KONRAD, M.: Stochastic modeling of multifilament yarns. I. Random properties within the cross-section and size effect. In: *International Journal of Solids and Structures* 43 (2006), S. 413–434
- [39] CLULOW, E.E. ; TAYLOR, H.M.: An Experimental and Theoretical Investigation of Biaxial Stress-Strain Relations in a Plain-Weave Cloth. In: *The Journal of the Textile Institute / Transactions* 54 (1963), S. T323–T347
- [40] COURANT, R. ; FRIEDRICHS, K. ; LEWY, H.: Über die partiellen Differenzgleichungen der mathematischen Physik. In: *Mathematische Annalen* 100 (1928), Nr. 1, S. 32–74
- [41] CUNDALL, P.A.: A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock systems. In: *Proceedings Symposium Int. Soc. Rock Mechanics ISRM*, Nancy, France, 1971
- [42] CUNDALL, P.A. ; HART, R.D.: Numerical modelling of discontinua. In: *Engineering Computations* 9 (1992), Nr. 2, S. 101–113
- [43] CUNDALL, P.A. ; STRACK, O.D.L.: A discrete numerical model for granular assemblies. In: *Geotechnique* 29 (1979), Nr. 1, S. 47–65
- [44] D'ADDETTA, G.: *Discrete Models for Cohesive Frictional Materials*, Universität Stuttgart, Dissertation, 2004
- [45] D'ADDETTA, G. ; KUN, F. ; RAMM, E.: On the Application of a Discrete Model to the Fracture Process of Cohesive Granular Materials. In: *Granular Matter* 4 (2002), S. 77–90
- [46] DANIELS, H.E.: The statistical theory of the strength of bundles of threads. In: *Proceedings of the Royal Society of London A* 183 (1945), S. 405–435
- [47] DASGUPTA, A. ; AGARWAL, R.K. ; BHANDARKAR, S.M.: Three-dimensional modeling of woven-fabric composites for effective thermo-mechanical and thermal properties. In: *Composites Science and Technology* 56 (1996), S. 209–223

- 
- [48] DAVIDSON, D.L. ; NICOLELLA, D.P. ; SPIEGEL, B.S.: Fracture Toughness of fabrics as composite reinforcements. In: *Experimental Mechanics* 40 (2000), Nr. 4
- [49] DAY, A.S.: Stress strain equations for non-linear behaviour of coated woven fabrics. In: HEKI, K. (Hrsg.): *Shells, Membranes and Space Frames, Proceedings IASS Symposium, Osaka* Bd. 2, Elsevier Science Publishers, 1986, S. 17–24
- [50] DEM SOLUTIONS LTD., EDINBURGH, UK: [www.dem-solutions.com](http://www.dem-solutions.com). (April 2007)
- [51] DIN 53859: *Prüfung von Textilien - Weiterreißversuch an textilen Flächengebilden, Trapez-Weiterreißversuch*. 1992
- [52] DIN 61101-1: *Gewebebindungen; Allgemeine Begriffe, Grundbindungen*. 1979
- [53] DIN EN ISO 13934-1: *Textilien - Zugeigenschaften von textilen Flächengebilden, Teil 1: Bestimmung der Höchstzugkraft und Höchstzugkraft-Dehnung mit dem Streifen-Zugversuch*. 1999
- [54] DIN EN ISO 13934-2: *Textilien - Zugeigenschaften von textilen Flächengebilden, Teil 2: Bestimmung der Höchstzugkraft mit dem Grab-Zugversuch*. 1999
- [55] DIN EN ISO 13937: *Textilien - Weiterreiß Eigenschaften von textilen Flächengebilden*. 2000
- [56] DIN EN ISO 13938: *Textilien - Bersteigenschaften von textilen Flächengebilden*. 1999
- [57] DIN EN ISO 1421: *Mit Kautschuk oder Kunststoff beschichtete Textilien - Bestimmung der Zugfestigkeit und der Bruchdehnung*. 1998
- [58] DIN EN ISO 4674: *Mit Kautschuk oder Kunststoff beschichtete Textilien - Bestimmung der Weiterreißfestigkeit*. 2003
- [59] DIN ISO 2076: *Textilien; Chemiefasern, Gattungsnamen und Kurzzeichen*. 2001
- [60] DUAN, Y. ; KEEFE, M. ; BOGETTI, T.A. ; CHEESEMAN, B.A.: Modeling friction effects on the ballistic impact behavior of a single-ply high-strength fabric. In: *International Journal of Impact Engineering* 31 (2005), S. 996–1012
- [61] DUAN, Y. ; KEEFE, M. ; BOGETTI, T.A. ; CHEESEMAN, B.A. ; POWERS, B.: A numerical investigation of the influence of friction on energy absorption by a high-strength fabric subjected to ballistic impact. In: *International Journal of Impact Engineering* 32 (2006), Nr. 8, S. 1299–1312
- [62] DURVILLE, D.: Approach of the constitutive material behaviour of textile composites through simulation. In: OÑATE, E. (Hrsg.) ; KRÖPLIN, B. (Hrsg.): *Textile Composites and Inflatable Structures II*, 2005

- [63] FREESTONE, W.D. ; PLATT, M.M. ; SCHOPPEE, M.M.: Stress-strain response of fabrics under two-dimensional loading. In: *Textile Research Journal* 37 (1967), Nr. 11, S. 948–974
- [64] GEAR, C.W.: The numerical integration of ordinary differential equations of various orders / Argonne National Laboratory. 1966 (ANL 7126). – Report
- [65] GEAR, C.W.: *Numerical initial value problems in ordinary differential equations*. Prentice-Hall, 1971
- [66] GESELLSCHAFT FÜR OPTISCHE MESSTECHNIK GOM MBH, BRAUNSCHWEIG: [www.gom.com](http://www.gom.com). (April 2007)
- [67] GLAESSGEN, E.H. ; PASTORE, C.M. ; GRIFFIN, O.H. ; BIRGER, A.: Geometrical and finite element modelling of textile composites. In: *Composites Part B* 27 (1996), Nr. 1, S. 43–50
- [68] GOSH, A. ; ISHITAQUE, S.M. ; RENGASAMY, R.S. ; MAL, P. ; PATNAIK, L.: Spun yarn strength as a function of gauge length and extension rate: a critical review. In: *Journal of Textile and Apparel Technology and Management* 4 (2004), Nr. 2, S. 1–13
- [69] GROSBERG, P.: The geometrical properties of plain cloth. In: HEARLE, J.W.S. (Hrsg.) ; GROSBERG, P. (Hrsg.): *Structural Mechanics of fibres, yarns, and fabrics* Bd. 1. Wiley-Interscience, 1969, Kapitel 9, S. 323–338
- [70] GROSBERG, P.: The tensile properties of woven fabric. In: HEARLE, J.W.S. (Hrsg.) ; GROSBERG, P. (Hrsg.): *Structural Mechanics of fibres, yarns, and fabrics* Bd. 1. Wiley-Interscience, 1969, Kapitel 10, S. 339–354
- [71] HAAS, R.: *Stoffdehnung und Hüllenform - Beitrag zur Konstruktion von Ballonhüllen*, Königliche Technische Hochschule zu Berlin, Dissertation, 1913
- [72] HANCOCK, S.G. ; POTTER, K.D.: Inverse drape modelling – an investigation of the set of shapes that can be formed from continuous aligned woven fibre reinforcements. In: *Composites Part A* 36 (2005), Nr. 7, S. 947–953
- [73] HANCOCK, S.G. ; POTTER, K.D.: The use of kinematic drape modelling to inform the hand lay-up of complex components using woven reinforcements. In: *Composites Part A* 37 (2006), Nr. 3, S. 413–422
- [74] HARRISON, P. ; CLIFFORD, M.J. ; LONG, A.C.: Shear characterisation of viscous woven textile composites: a comparison between picture frame and bias extension experiments. In: *Composites Science and Technology* 64 (2004), Nr. 10-11, S. 1453–1465



- 
- [75] HARRISON, P. ; CLIFFORD, M.J. ; LONG, A.C. ; RUDD, C.D.: A constituent-based predictive approach to modelling the rheology of viscous textile composites. In: *Composites Part A* 35 (2004), Nr. 7-8, S. 915–931
- [76] HCITASCA, MINNEAPOLIS, USA: [www.itascacg.com/pfc.html](http://www.itascacg.com/pfc.html). (April 2007)
- [77] HEARLE, J.W.S.: Shear and drape of fabrics. In: HEARLE, J.W.S. (Hrsg.) ; GROSBERG, P. (Hrsg.): *Structural Mechanics of fibres, yarns, and fabrics* Bd. 1. Wiley-Interscience, 1969, Kapitel 12, S. 371–410
- [78] HEARLE, J.W.S.: The new revolution in textile technology. In: *Phys.Technol.* (1985), S. 269–281
- [79] HEINLEIN, K.: *Testverfahren von Membranen im ebenen Spannungszustand*, ISD, Universität Stuttgart, Diplomarbeit, 2006
- [80] HIVET, G. ; BOISSE, P.: Consistent 3D geometrical model of fabric elementary cell. Application to a meshing preprocessor for 3D finite element analysis. In: *Finite Elements in Analysis and Design* 42 (2005), S. 25–49
- [81] HOCKING, G.: The Discrete Element Method for Analysis of Fragmentation of Discontinua. In: *Engineering Computations* 9 (1992), S. 145–155
- [82] HUERTA, A. ; BELYTSCHKO, T. ; FERNÁNDEZ-MÉNDEZ, S. ; RABCZUK, T.: Meshfree Methods. In: STEIN, E. (Hrsg.) ; BORST, R. de (Hrsg.) ; HUGHES, T.J.R. (Hrsg.): *Encyclopedia of Computational Mechanics - Fundamentals* Bd. 1. John Wiley and Sons, 2004, Kapitel 10, S. 279–310
- [83] HUNTSMAN ADVANCED MATERIALS GMBH, BERGKAMEN: [www.huntsman.com](http://www.huntsman.com). (April 2007)
- [84] IBRAHIMBEGOVIC, A. ; DELAPLACE, A.: Microscale and Mesoscale Discrete Models for Dynamic Fracture of Structures Built of Brittle Material. In: *Computers and Structures* 81 (2003), S. 1255–1265
- [85] JAGFELD, P.: Ein- und mehrachsige Zugversuche an der Dachfolie des Deutschen Pavillons auf der Weltausstellung 1967 in Montreal. In: *Melliand Textilberichte* 51 (1970), S. 349–354
- [86] KATO, S. ; YOSHINO, T. ; MINAMI, H.: Formulation of constitutive equations for fabric membranes based on the concept of fabric lattice model. In: *Engineering Structures* 21 (1999), Nr. 8, S. 691–708
- [87] KAWABATA, S.: *The Standardization and Analysis of Hand Evaluation*. The Textile Machinery Society, Japan, 1975

- [88] KAWABATA, S. ; NIWA, M. ; KAWAI, H.: The finite-deformation theory of plain-weave fabrics; Part I: The biaxial-deformation theory. In: *Journal of the Textile Institute* 64 (1973), Nr. 2, S. 21–46
- [89] KAWABATA, S. ; NIWA, M. ; KAWAI, H.: The finite-deformation theory of plain-weave fabrics; Part II: The uniaxial-deformation theory. In: *Journal of the Textile Institute* 64 (1973), Nr. 2, S. 47–61
- [90] KAWABATA, S. ; NIWA, M. ; KAWAI, H.: The finite-deformation theory of plain-weave fabrics; Part III: The shear-deformation theory. In: *Journal of the Textile Institute* 64 (1973), Nr. 2, S. 62–85
- [91] KING, M.J. ; JEARANAISILAWONG, P. ; SOCRATE, S.: A continuum constitutive model for the mechanical behavior of woven fabrics. In: *International Journal of Solids and Structures* 42 (2005), Nr. 13, S. 3867–3896
- [92] KUN, F. ; HERRMANN, H.: A Study of Fragmentation Process using Discrete Element Method. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 138 (1996), S. 3–18
- [93] KUN, F. ; ZAPPERI, S. ; HERRMANN, H.J.: Damage in fiber bundle models. In: *The European Physical Journal B* 17 (2000), S. 269–279
- [94] KUNZE, A. ; KRÖPLIN, B.: Hüllenmaterialien und Bauweisen für Stratosphärenluftschiffe. In: *Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress 2005*, DGLR, 2005
- [95] KUWAZURU, O. ; YOSHIKAWA, N.: Finite element simulation of woven fabric composites. In: MANG, H.A. (Hrsg.) ; RAMMERSDORFER, F.G. (Hrsg.) ; EBERHARDSTEINER, J. (Hrsg.): *Proceedings of the Fifth World Congress on Computational Mechanics (WCCM V), July 7-12, 2002, Vienna, Austria, 2002*
- [96] LEAF, G.A.F.: Woven fabric tensile mechanics. In: HEARLE, J.W.S. (Hrsg.) ; THWAITES, J.J. (Hrsg.) ; AMIRBAYAT, J. (Hrsg.): *Mechanics of flexible fibre assemblies*. Sijthoff Noordhoff, 1980, S. 143–157
- [97] LEMOS, J.V.: Discrete Element Modelling of the Seismic Behaviour of Stone Masonry Arches. In: *Computer Methods in Structural Masonry* 4 (1998), S. 220–227
- [98] LEMOS, J.V.: Modeling of Historical Masonry with Discrete Elements. In: SOARES, C.A. M. (Hrsg.) ; MARTINS, J.A.C. (Hrsg.) ; RODRIGUES, H.C. (Hrsg.) ; AMBROSIO, J.A.C. (Hrsg.): *Computational Mechanics - Solids, Structures and Coupled Problems*. Springer, 2006, S. 375–392
- [99] LIU, G.R.: *Meshfree Methods: Moving Beyond the Finite Element Method*. CRC Press, 2003

- 
- [100] LIU, L. ; CHEN, J. ; GORCZYCA, J.L. ; SHERWOOD, J.A.: Modeling of Friction and Shear in Thermostamping of Composites - Part II. In: *Journal of Composite Materials* 38 (2004), Nr. 21, S. 1931–1947
- [101] LIU, L. ; CHEN, J. ; LI, X. ; SHERWOOD, J.: Two-dimensional macro-mechanics shear models of woven fabrics. In: *Composites Part A* 36 (2005), S. 105–114
- [102] LLOYD, D.W.: The analysis of complex fabric deformations. In: HEARLE, J.W.S. (Hrsg.) ; THWAITES, J.J. (Hrsg.) ; AMIRBAYAT, J. (Hrsg.): *Mechanics of flexible fibre assemblies*. Sijthoff Noordhoff, 1980, S. 311–342
- [103] LOMOV, S.V. ; HUYSMANS, G. ; LUO, Y. ; PARNAS, R.S. ; PRODROMOU, A. ; VERPOEST, I. ; PHELAN, F.R.: Textile composites: modelling strategies. In: *Composites Part A* 32 (2001), Nr. 10, S. 1379–1394
- [104] LOMOV, S.V. ; WILLEMS, A. ; VERPOEST, I. ; ZHU, Y. ; BARBURSKI, M. ; STOILOVA, T.: Picture frame test of woven composite reinforcements with a full-field strain registration. In: *Textile Research Journal* 76 (2006), Nr. 3, S. 243–252
- [105] LOSCH, M.H.: *Bestimmung der mechanischen Konstanten für einen zweidimensionalen, nichtlinearen, anisotropen, elastischen Stoff am Beispiel beschichteter Gewebe*, Universität Stuttgart, Dissertation, 1971
- [106] LOVE, L.: Graphical relations in cloth geometry for plain, twill, and sateen weaves. In: *Textile Research Journal* 24 (1954), S. 1073–1083
- [107] MACK, C. ; TAYLOR, H.M.: The fitting of woven cloth to surfaces. In: *Journal of the Textile Institute* 47 (1956), S. 477–488
- [108] MARCIPAR, J. ; OÑATE, E. ; CANET, J.M.: Experiences in the design analysis and construction of low pressure inflatable structures. In: OÑATE, E. (Hrsg.) ; KRÖPLIN, B. (Hrsg.): *Textile Composites and Inflatable Structures*. Springer, 2005, S. 241–257
- [109] MEFFERT, B.: *Mechanische Eigenschaften PVC-beschichteter Polyestergewebe*, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Dissertation, 1978
- [110] MILANI, A.S. ; NEMES, J.A.: An intelligent inverse method for characterization of textile reinforced thermoplastic composites using a hyperelastic constitutive model. In: *Composites Science and Technology* 64 (2004), Nr. 10-11, S. 1565–1576
- [111] MÖRNER, B. ; EEG-OLOFFSON, T.: Measurement of the Shearing Properties of Fabrics. In: *Textile Research Journal* 27 (1957), S. 611–615
- [112] MOTT, R. ; HUBER, G. ; LEEWOOD, A.: Biaxial Test Method for Characterization of Fabric Materials Used in Permanent Fabric Roof Structures. In: *Journal of Testing and Evaluation* 13 (1985), Nr. 1, S. 9–16

- [113] MUNJIZA, A.: *The combined finite-discrete element method*. John Wiley & Sons Ltd, 2004
- [114] NADLER, B. ; PAPADOPOULOS, P. ; STEIGMANN, D.J.: Multiscale constitutive modeling and numerical simulation of fabric material. In: *International Journal of Solids and Structures* 43 (2006), S. 206–221
- [115] NAKAHARA, Y.: The mechanical behavior of circular membrane fabric under uniform lateral pressure. In: *Proceedings of the IASS Symposium on Pneumatic Structures, Delft, 1972*
- [116] NAYFEH, A.H. ; KRESS, G.R.: Non-linear constitutive model for plain-weave composites. In: *Composites Part B* 28B (1997), Nr. 5-6, S. 627–634
- [117] OÑATE, E. ; ROJEK, J.: Combination of Discrete Element and Finite Element Methods for Dynamic Analysis of Geomechanics Problems. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 139 (2004), Nr. 27-29, S. 3087–3128
- [118] OSTOJA-STARZEWSKI, M.: Lattice models in micromechanics. In: *Applied Mechanics Reviews* 55 (2002), Nr. 1, S. 35–59
- [119] PAINTER, E.V.: Mechanics of elastic performance of textile materials, graphical analysis of fabric geometry. In: *Textile Research Journal* 24 (1952), Nr. 3, S. 153–169
- [120] PAN, N.: Analysis of woven fabric strengths: prediction of fabric strength under uniaxial and biaxial extensions. In: *Composites Science and Technology* 56 (1996), S. 311–327
- [121] PAN, N. ; YOON, M.-Y.: Structural Anisotropy, Failure Criterion, and Shear Strength of Woven Fabrics. In: *Textile Research Journal* 66 (1996), Nr. 4, S. 238–244
- [122] PARK, J.-W. ; OH, A.-G.: Bending Rigidity of Yarns. In: *Textile Research Journal* 76 (2006), Nr. 6, S. 478–485
- [123] PD-INTERGLAS TECHNOLOGIES AG, ERBACH: [www.pd-interglas-technologies-ag.de](http://www.pd-interglas-technologies-ag.de). (April 2007)
- [124] PEDRETTI, M.: The basic physical principles of Tensairity. In: OÑATE, E. (Hrsg.) ; KRÖPLIN, B. (Hrsg.): *Textile Composites and Inflatable Structures II*, 2005
- [125] PEIRCE, F.T.: Tensile tests for cotton yarns – the weakest link. In: *Journal of the Textile Institute* 17 (1926), S. T355–T368
- [126] PEIRCE, F.T.: The geometry of cloth structure. In: *Journal of Textile Institute* 28 (1937), Nr. 3, S. T45–T96
- [127] PENG, X. ; CAO, J.: A dual homogenization and finite element approach for material characterization of textile composites. In: *Composites Part B* 33 (2002), Nr. 1, S. 45–56

- 
- [128] PENG, X.Q. ; CAO, J.: A continuum mechanics-based non-orthogonal constitutive model for woven composite fabrics. In: *Composites Part A* 36 (2005), Nr. 6, S. 859–874
- [129] PHOENIX, S.L.: Statistical models for the tensile strength of yarns and cables. In: HEARLE, J.W.S. (Hrsg.) ; THWAITES, J.J. (Hrsg.) ; AMIRBAYAT, J. (Hrsg.): *Mechanics of flexible fibre assemblies*. Sijthoff Noordhoff, 1980, S. 113–141
- [130] POPOVA, M.B. ; ILIEV, V.D.: Simualtion of the Tearing Behaviour of Anisotropic Geomembrane Composites. In: *Geotextiles and Geomembranes* 12 (1993), Nr. 8, S. 725–738
- [131] POTLURI, P. ; CIUREZU, D.A. P. ; RAMGULAM, R.B.: Measurement of meso-scale shear deformations for modelling textile composites. In: *Composites Part A* 37 (2006), Nr. 2, S. 303–314
- [132] POTLURI, P. ; SHARMA, S. ; RAMGULAM, R.: Comprehensive drape modelling for moulding 3D textile preforms. In: *Composites Part A* 32 (2001), S. 1415–1424
- [133] RAIBLE, T.: *Concepts for Nonlinear Orthotropic Material Modeling with Applications to Membrane Structures*, Universität Hannover, Dissertation, 2003
- [134] RAIBLE, T. ; TEGELER, K. ; LÖHNERT, S. ; WRIGGERS, P.: Development of a wrinkling algorithm for orthotropic membrane materials. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 194 (2005), S. 2550–2568
- [135] REALFF, M.L. ; BOYCE, M.C. ; BACKER, S.: A micromechanical model of the tensile behavior of woven fabric. In: *Textile Research Journal* 67 (1997), Nr. 6, S. 445–459
- [136] REICHARDT, C.H. ; WOO, H.K. ; MONTGOMERY, D.J.: A Two-Dimensional Load-Extension Tester for Woven Fabrics. In: *Textile Research Journal* 23 (1953), S. 424–428
- [137] REINHARDT, H.W.: Ein- und zweiachsige Verformungs- und Festigkeitsuntersuchungen an einem beschichteten Gittergewebe / Universität Stuttgart. 1975 (31/1975). – Mitteilungen aus dem SFB 64
- [138] REINHARDT, H.W.: On the Biaxial Testing and Strength of Coated Fabric. In: *Experimental mechanics* 16 (1976), Nr. 2, S. 71–74
- [139] ROYLANCE, D. ; CHAMMAS, P. ; THING, J. ; CHI, H. ; SCOTT, B.: Numerical Modeling of fabric impact. In: *Proceedings of the National Meeting of the American Society of Mechanical Engineers (ASME) San Francisco, October 1995*, 1995
- [140] ROYLANCE, D. ; WILDE, A. ; TOCCI, G.: Ballistic Impact of Textile Structures. In: *Textile Research Journal* 43 (1973), S. 34–41

- [141] SEO, M.H. ; REALFF, M.L. ; PAN, N. ; BOYCE, M. ; SCHWARTZ, P. ; BACKER, S.: Mechanical Properties of fabric woven from yarns produced by different spinning technologies: Yarn failure in woven fabric. In: *Textile Research Journal* 63 (1993), Nr. 3, S. 123–134
- [142] SHAHPURWALA, A.A. ; SCHWARTZ, P.: Modeling Woven Fabric Tensile Strength Using Statistical Bundle Theory. In: *Textile Research Journal* 59 (1989), Nr. 26, S. 26–32
- [143] SHANAHAN, W.J. ; LLOYD, D.W. ; HEARLE, J.W.S.: Characterizing the Elastic Behaviour of Textile Fabrics in Complex Deformations. In: *Textile Research Journal* 48 (1978), S. 495–505
- [144] SHARMA, S.B. ; SUTCLIFFE, M.P.F.: A simplified finite element model for draping of woven material. In: *Composites Part A* 35 (2004), Nr. 6
- [145] SHIM, V.P.W. ; LIM, C.T. ; FOO, K.J.: Dynamic mechanical properties of fabric armour. In: *International Journal of Impact Engineering* 25 (2001), Nr. 1, S. 1–15
- [146] SHIM, V.P.W. ; TAN, V.B.C. ; TAY, T.E.: Modelling deformation and damage characteristics of woven fabric under small projectile impact. In: *International Journal of Impact Engineering* 16 (1995), Nr. 4, S. 585–605
- [147] SIDHU, R.M.J.S. ; AVERILL, R.C. ; RIAZ, M. ; POURBOGHRAAT, F.: Finite element analysis of textile composite preform stamping. In: *Composite Structures* 52 (2001), S. 483–497
- [148] SKELTON, J.: The biaxial stress-strain behavior of fabrics for air supported tents. In: *Journal of Materials* 6 (1971), S. 656–682
- [149] SKELTON, J.: Shear of woven fabrics. In: HEARLE, J.W.S. (Hrsg.) ; THWAITES, J.J. (Hrsg.) ; AMIRBAYAT, J. (Hrsg.): *Mechanics of flexible fibre assemblies*. Sijthoff Noordhoff, 1980, S. 211–226
- [150] SKELTON, J.: Tearing behaviour of woven fabrics. In: HEARLE, J.W.S. (Hrsg.) ; THWAITES, J.J. (Hrsg.) ; AMIRBAYAT, J. (Hrsg.): *Mechanics of flexible fibre assemblies*. Sijthoff Noordhoff, 1980, S. 243–254
- [151] STUBBS, N.: Elastic and Inelastic Response of Coated Fabrics to Arbitrary Loading Paths. In: CHOU, T.-W. (Hrsg.) ; KO, F.K. (Hrsg.) ; PIPES, R.B. (Hrsg.): *Textile Structural Composites* Bd. 3. Elsevier, 1989, Kapitel 10, S. 331–354
- [152] TAENZER, L.: *Strukturdynamische Modellierung und statische Berechnung von Segelkonstruktionen*, Technische Universität Berlin, Dissertation, 1997
- [153] TAN, P. ; TONG, L. ; STEVEN, G.P.: Modelling for predicting the mechanical properties of textile composites - A review. In: *Composites A* 28 (1997), S. 903–922

- 
- [154] TAN, V.B.C. ; CHING, T.W.: Computational simulation of fabric armour subjected to ballistic impacts. In: *International Journal of Impact Engineering* 32 (2006), Nr. 11, S. 1737–1751
- [155] TAN, V.B.C. ; SHIM, V.P.W. ; ZENG, X.: Modelling crimp in woven fabrics subjected to ballistic impact. In: *International Journal of Impact Engineering* 32 (2005), S. 561–574
- [156] TENSINET ASSOCIATION: [www.tensinet.com](http://www.tensinet.com). (April 2007)
- [157] TESTA, R.B. ; YU, L. M.: Stress-Strain relation for coated fabrics. In: *Journal of Engineering Mechanics* 113 (1987), Nr. 11, S. 1631–1646
- [158] TRELOAR, L.R.G.: Physics of textiles. In: *Physics today* (1977), S. 23–30
- [159] VORECHOVSKY, M. ; CHUDOBA, R.: Stochastic modeling of multi-filament yarns: II. Random properties over the length and size effect. In: *International Journal of Solids and Structures* 43 (2006), S. 435–458
- [160] VYSOCHINA, K. ; GABOR, A. ; BIGAUD, D. ; RONEL-IDRISSI, S.: Identification of Shear Stiffness of Soft Orthotropic Textile Composites: Part I - Development of a Mixed Method for Shear Elastic Constant Identification. In: *Journal of Industrial Textiles* 35 (2005), Nr. 2, S. 137–155
- [161] WACKER CHEMIE AG WACKER-SILICONES, MÜNCHEN: [www.wacker.com](http://www.wacker.com). (April 2007)
- [162] WALLMERSPERGER, T. ; WITTEL, F.K. ; KRÖPLIN, B.: Multiscale Modelling of Polyelectrolyte Gels. In: BAR-COHEN, Y. (Hrsg.): *Proceedings of SPIE: Smart Structures and Materials 2006: Electroactive Polymer Actuators and Devices (EAPAD)*, Bd. 6168. SPIE, 2006, S. 405–414
- [163] WANG, Y. ; SUN, X.: Digital-element simulation of textile processes. In: *Composites Science and Technology* 61 (2001), S. 311–319
- [164] WEST, B.P. V. ; PIPES, R.B. ; KEEFE, M.: A Simulation of the draping of bidirectional fabrics over arbitrary surfaces. In: *Journal of the Textile Industry* 81 (1990), Nr. 4, S. 448–460
- [165] WIKIPEDIA.DE: *Fighter auf dem Altmühlsee*. (Februar 2007). – Autor: M. E. Fritsche, lizenziert unter CC-by-sa
- [166] WIKIPEDIA.DE: *Der Zeppelin NT über Friedrichshafen*. (Februar 2007). – Autor: Stefan-Xp, lizenziert unter GNU FDL
- [167] WITTEL, F.K.: *Diskrete Elemente - Modelle zur Bestimmung der Festigkeitsevolution in Verbundwerkstoffen*, Universität Stuttgart, Dissertation, 2006

- [168] WITTEL, F.K. ; DILL-LANGER, G. ; KRÖPLIN, B.H.: Modeling of damage evolution in soft-wood perpendicular to grain by means of a discrete element approach. In: *Computational Materials Science* 32 (2004), Nr. 3-4, S. 594–603
- [169] WITTEL, F.K. ; KUN, F. ; HERRMANN, H.J. ; KRÖPLIN, B.H.: Fragmentation of shells. In: *Physical Review Letters* 93 (2004), Nr. 3, S. 035504
- [170] WITTEL, F.K. ; KUN, F. ; HERRMANN, H.J. ; KRÖPLIN, B.H.: Break-up of shells under explosion and impact. In: *Physical Review E* 71 (2005), S. 016108
- [171] WITTEL, F.K. ; KUN, F. ; KRÖPLIN, B. ; HERRMANN, H.J.: A study of transverse ply cacking using a discrete element method. In: *Computational Materials Science* 28 (2003), Nr. 3-4, S. 608–619
- [172] WITTEL, F.K. ; SCHULTE-FISCHEDICK, J. ; KUN, F. ; FRIESS, M. ; KRÖPLIN, B.: Discrete element simulation of cracking during the pyrolysis of carbon fibre reinforced plastics to carbon/carbon composites. In: *Computational Materials Science* 28 (2003), S. 1–15
- [173] WU, J. ; PAN, N.: Grab and strip tensile strengths for woven fabrics: an experimental verification. In: *Textile Research Journal* 75 (2005), Nr. 11, S. 789–796
- [174] WULFHORST, B.: *Textile Fertigungsverfahren*. Carl Hanser Verlag, 1998
- [175] XUE, P. ; PENG, X. ; CAO, J.: A non-orthogonal constitutive model for characterizing woven composites. In: *Composites Part A* 34 (2003), S. 183–193
- [176] YU, X. ; CARTWRIGHT, B. ; MCGUCKIN, D. ; YE, L. ; MAI, Y.-W.: Intra-ply shear locking in finite element analyses of woven fabric forming processes. In: *Composites Part A* 37 (2006), Nr. 5, S. 790–803
- [177] ZHENG, J. ; KOMATSU, T. ; YAZAKI, Y. ; TAKATERA, M. ; INUI, S. ; SHIMIZU, Y.: Evaluating shear rigidity of woven fabrics. In: *Textile Research Journal* 76 (2006), Nr. 2, S. 145–151
- [178] ZHOU, G. ; SUN, X. ; WANG, Y.: Multi-chain digital element analysis in textile mechanics. In: *Composites Science and Technology* 64 (2004), S. 239–244
- [179] ZOUARI, B. ; DANIEL, J.-L. ; BOISSE, P.: A woven reinforcement forming simulation method. Influence of the shear stiffness. In: *Computers and Structures* 84 (2006), Nr. 5-6, S. 351–363



# Lebenslauf

Name: Dirk Ballhause  
geboren: 17. Juli 1977 in Bad Oldesloe  
Staatsangehörigkeit: deutsch

## Schulbildung:

1983 - 1987 Grundschule Cleverbrück, Bad Schwartau  
1987 - 1996 Gymnasium am Mühlenberg, Bad Schwartau  
Abschluss: Allgemeine Hochschulreife, Juni 1996

## Wehrdienst:

1996 - 1997 Pz.Aufkl.Btl. 6, Eutin

## Studium:

1997 - 2003 Luft- und Raumfahrttechnik an der Universität Stuttgart  
Abschluss: Diplom-Ingenieur, August 2003

## Wissenschaftliche Tätigkeit:

2003 - 2006 Stipendiat im Graduiertenkolleg 285,  
„Innere Grenflächen in kristallinen Materialien (GKIG)“,  
gefördert durch die Deutschen Forschungsgemeinschaft,  
tätig am Institut für Statik und Dynamik der Luft- und  
Raumfahrtkonstruktionen der Universität Stuttgart

2006 - heute wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Statik und  
Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen der  
Universität Stuttgart