Erstellung und Optimierung der Skalierungsgesetze zur Abschätzung der Aerodynamik und der Eigendynamik eines Flugzeugs auf der Basis von frei fliegenden Modellen

Von der Fakultät Luft- und Raumfahrt und Geodäsie der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von

#### Danyck Nguewo

aus Bordeaux, Frankreich

Hauptberichter: Mitberichter: Prof. Dipl.-Ing. R. Voit-Nitschmann Prof. K.H. Well, Ph. D.

Tag der mündlichen Prüfung:

18.07.2007

Institut für Flugzeugbau der Universität Stuttgart 2007

Erstellung und Optimierung der Skalierungsgesetze zur Abschätzung der Aerodynamik und der Eigendynamik eines Flugzeugs auf der Basis von frei fliegenden Modellen

Von der Fakultät Luft- und Raumfahrt und Geodäsie der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von

#### Danyck Nguewo

aus Bordeaux, Frankreich

Hauptberichter: Mitberichter: Prof. Dipl.-Ing. R. Voit-Nitschmann Prof. K.H. Well, Ph. D.

Tag der mündlichen Prüfung:

18.07.2007

Institut für Flugzeugbau der Universität Stuttgart 2007

Meiner Mutter.

... daβ diese Furcht zu irren schon der Irrtum selbst ist. (G. W. F. Hegel, "Phänomenologie des Geistes")

## Kurzfassung

Die vorliegende Abhandlung behandelt die Definition der Skalierungsmethodik für Flugversuche mit einem frei fliegenden Modellflugzeug zur Vorhersage der aerodynamischen und flugmechanischen Eigenschaften des Originalflugzeugs. Hauptziel ist hierbei die Festlegung der Voraussetzungen für zuverlässige Simulationsergebnisse.

Das Erreichen des oben definierten Ziels führt im Idealfall zur Einhaltung aller Ähnlichkeitsparameter, die die Aerodynamik und das Flugverhalten beider Flugzeuge beeinflussen. In einer Durchführbarkeitsstudie werden die praktischen Grenzen dieser Hypothese aufbauend auf dem Demonstratormodell von VELA 2<sup>1</sup> analysiert. Außerdem wird in Anlehnung an die Statistik die zu erwartende Qualität der Simulationsergebnisse abgeschätzt.

Bei kleinen Skalierungsfaktoren, so wie beim Projekt "Demonstratormodell" mit n = 1/30, werden in der Regel nicht alle Ähnlichkeitsparameter eingehalten. Grund dafür ist das problematische Erreichen der Mach- und Reynolds-Zahl des Originalflugzeugs im Flugversuch mit dem Modell. Die Skalierung der Mach- und Reynolds-Zahl ruft Kompressibilitäts- und Reibungseffekten in der abgeleiteten Bewegungsgleichung hervor, die zu einer Verfälschung der Versuchsergebnisse führen. Zur Reduzierung dieser unerwünschten Effekte werden versuchstechnische und flugmechanische Ansätze erarbeitet.

Die versuchstechnischen Optimierungsansätze werden in Kapitel III durch die Festlegung des Geschwindigkeitsbereichs und der Flughöhe des Originalflugzeugs definiert, die die besten Simulationsergebnisse liefern.

Zur Definition der flugmechanischen Optimierungsansätze für das VELA 2-Modellflugzeug wird zunächst die Dimensionsanalyse basierten Ähnlichkeitsgesetze auf die Flugmechanik und speziell auf die Systemmatrix angewendet. Daraus resultiert die Theorie zur Ableitung der Bewegungsgleichung eines Flugzeugs (z. B. des Modells) von einer vorgegebenen (z. B. der Bewegungsgleichung des Originals) so, dass die beiden Gleichungen identische Bewegungsformen beschreiben. Der nächste Schritt besteht darin, die Bewegungsgleichung des Modells an die auf dieser Weise abgeleitete Bewegungsgleichung anzupassen. Dies geschieht, wie in Kapitel IV dargelegt, durch gezielte Veränderung von flugmechanischen Parametern (Schwerpunktlage, Lagewinkel etc.). Diese Optimierungsmaßnahmen ergeben sich aus einer detaillierten Studie der so genannten kausalen Ketten, in der sich eine Variation der Mach-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> VELA 2 ist das im Rahmen des Projekts "Demonstratormodell" untersuchte Flugzeug (vgl. Kap. I).

oder Reynolds-Zahl auf die dimensionslosen Derivativa auswirkt, was zu einer Veränderung der Ersatzgrößen (Elemente der Systemmatrix) und damit der Eigendynamik des Flugzeugs führt.

Ein weiterer wichtiger Bestandteil dieser Arbeit stellt die Entwicklung des Tools <u>Fast</u> <u>E</u>stimation of <u>De</u>sign <u>P</u>arameters (FEDeP) dar (vgl. Anhang A). Hauptaufgabe dieses Programms ist es, den Entwurfsingenieur in der Vorbereitungsphase der Simulation mit einem frei fliegenden Modell zu unterstützen. Dazu gehört neben der Implementierung der weiter oben beschriebenen Theorien (Erstellung und Optimierung der Skalierungsgesetze sowie die Ermittlung der Kompressibilitäts- und Reibungseinflüsse auf die Flugeigenschaften) die Bereitstellung der Module zur Flugzeugdimensionierung und zur Visualisierung des Flugverhaltens in einer graphisch animierten Simulation.

## Abstract

This thesis is concerned with the definition of scaling procedures for flight tests on the basis of a flying model, in order to predict the aerodynamics and the flight dynamics characteristics of the large version. Thus, the main emphasis within the scope of the present work is to determine the conditions for a reliable extrapolation of the flight test results on the full scaled airplane.

In order to ideally reach the above mentioned purposes, all the similitude parameters, which in any manner whatsoever influence the aerodynamics and the flight behaviour of the both airplanes, must be kept constant. However, the practical restrictions of this hypothesis will be analyzed on the basis of the demonstrator model for VELA  $2^2$  in a feasibility study. In addition, referring to the available statistics, the accuracy of the expecting simulation results will be estimated.

In the cases with small scaling factors however (like in the project "Demonstratormodell" where the scaling factor amounts to n = 1/30), not all the similitude parameters of the model and the full scale aircraft can be kept identical. The main reason for this violation is the difficulty to reach the Mach and Reynolds number of the large aircraft in flight tests with the model. The scaling of the Mach and Reynolds number generates compressibility and viscosity effects, what leads to discrepancies in the test results. In order to reduce these undesirable effects, test-oriented and flight dynamics approaches will be elaborated.

The test-oriented approaches will be defined in chapter III by fixing the velocity and the level of the flight of the original aircraft, for which the simulation yields the best results.

For the definition of the flight dynamics approaches, the dimension-analysis-based similitude laws will be applied on the flight dynamics and particularly on the system matrix. This makes the deduction of the equation of motion of an airplane (for instance of the model) from a given equation of motion (for instance the equation of motion of the large airplane), so that both equations describe identical flight characteristics, possible. The next step consists of matching the equation of motion of the model with that deducted from the theory above. This occurs, as shown in chapter IV, through an appropriate change of flight dynamics parameters (position of the centre of gravity, Euler angles etc.). These optimisation measures are the result of a study of the so called causal chain: The variation of the Mach or Reynolds number

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> VELA 2 is the airplane of the project "Demonstratormodell". For more details please refer to chapter I.

affects the dimensionless aerodynamic derivatives, and these derivatives determine the coefficients of the equation of motion and with it the flight behaviour.

Another important part of this work is the development of the aircraft design software <u>F</u>ast <u>E</u>stimation of <u>De</u>sign <u>P</u>arameters (FEDeP) (cf. annex A). The main task of the programme is to assist the engineer in the preparation phase of the aerodynamic and flight dynamic simulation on basis of flying models. For this purpose are the theories described above (determination and optimisation of the scaling laws and the analysis of the compressibility and friction effects on the flight characteristics) in FEDeP implemented. Furthermore, the tool contains routines for airplane sizing as well as for the visualisation of the aircraft motion in a graphical simulation.

## Vorwort

Die Wurzeln meiner Leidenschaft für Fluggeräte reichen bis in meine Jugend zurück. Umso größer ist meine Freude heute, die vorliegende Dissertation in dem faszinierenden Fach des Flugzeugentwurfs abschließen zu dürfen.

Diese Arbeit entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Flugzeugbau der Universität Stuttgart. Herrn Prof. Dipl.-Ing. R. Voit-Nitschmann gebührt mein besonderer Dank dafür, dass er die Finanzierung dieser Arbeit ermöglicht und den Hauptbericht übernommen hat. Darüber hinaus möchte ich ihm für seine menschliche Wärme danken, die ich in persönlichen Gesprächen immer wieder gespürt habe.

Für die Übernahme des Mitberichts bin ich Herrn Prof. K. Well zu großem Dank verpflichtet. Bedanken möchte ich mich auch bei den Kollegen am IFB und IFR für die gemeinsame Zeit und die Hilfe, die mir zuteil wurde.

Herzlicher Dank an meine Familie für ihre Unterstützung.

# Inhaltsverzeichnis

ırzfassung	g		05
stract			07
orwort			09
bildungs	verzeicl	nnis	12
zeichnun	gen		14
bellenver	zeichni	s	17
kürzunge	en		18
Einführ	ung		19
1.1	Motiv	ation	19
1.2	Zielse	tzung und Vorgehensweise	22
1.3	Einfüł	nrung in die Simulationstechnik	23
	1.3.1	Definition und Ablauf einer Simulation	23
	1.3.2	Simulationsuntersuchungen in der Praxis	24
	1.3.3	Simulationsprinzipien im Flugzeugentwurf	24
		1.3.3.1 Simulation mit mathematischer Analogie	24
		1.3.3.2 Simulation unter Nutzung physikalischer Ähnlichkeit	26
Durchf	<b>ihrbar</b>	keitsstudie für den Einsatz eines fliegenden Modells	29
2.1	Einfüł	nrung in die Dimensionsanalyse: Das Π-Theorem	29
2.2	2.2 Festlegung der Modellgesetze		32
	2.2.1	Einhaltung der Froude- und Mach-Zahl	32
	2.2.2	Einhaltung der Froude- und Revnolds-Zahl	34
	2.2.3	Einhaltung der Mach- und Reynolds-Zahl	35
2.3	Festle	gung der VELA 2 - Modellparameter	36
	2.3.1	Bestimmung des Skalierungsfaktors	36
	2.3.2	Wahl der Flughöhe des Originals	37
	2.3.3	Leitgedanken zur Wahl der Flughöhen des Modells	37
	2.3.4	Wahl der Modellmasse	37
	0 2 5		20
	pstract prwort bildungs zeichnun bellenver kürzunge Einführ 1.1 1.2 1.3 Durchfü 2.1 2.2 2.3	Durchführbar 2.1 Einfüh 2.2 Festleg 2.2.1 2.2.2 2.3.3 2.3 Festleg 2.3.4	<ul> <li>rztassung.</li> <li>sstract.</li> <li>rwort.</li> <li>bildungsverzeichnis.</li> <li>zeichnungen.</li> <li>bellenverzeichnis.</li> <li>kürzungen.</li> <li><b>Einführung.</b></li> <li>1.1 Motivation</li></ul>

		2.3.6	Wahl des	Antriebs	39
		2.3.7	Zusamme	nstellung der VELA 2-Parameter	40
	2.4	Geplante Messtechnik für das VELA 2-Demonstratormodell			41
	2.5	Simulationsablauf			43
	2.6	Genauigkeit der Ergebnisse			46
3.	Optima	le Vers	uchsbedin	gungen für die Simulation mit frei fliegenden Modelle	en48
	3.1	Festle	gung der F	ughöhe des Originalflugzeugs	48
	3.2	Festle	gung der R	eisegeschwindigkeit des Originalflugzeugs	51
		3.2.1	Reduzier	ng der Unterschiede in den Mach-Zahl-Effekten	51
		3.2.2	Reduzier	ng der Unterschiede in den Reynolds-Zahl-Effekten	
4.	Korrek	tur der	Ersatzgrö	ßen zur Harmonisierung der dynamischen Vorgänge	56
	4.1	Einlei	tung		56
	4.2	Theor	etische Gru	ndlagen	57
		4.2.1	Linearisie	erung der Bewegungsgleichungen	57
		4.2.2	Lösung d	er Differentialgleichungen	57
	4.3	Anwe	ndung der .	Ähnlichkeitsgesetze auf die Bewegungsgleichungen	
		4.3.1	Definition	n von Systemmatrizen für gleiche Eigendynamik	
			4.3.1.1	Bestimmen der Skalierungsmatrix	59
			4.3.1.2	Anwendung und Überprüfung der Theorie	
		4.3.2	Kompress	sibilitäts- und Reibungseffekte auf die Eigendynamik des	66
				Allgemaine Form der Skelierungemetrix	00
			4.3.2.1	Angemeine Form der Skänerungsmatrix	60
			4.3.2.2	Superposition	09 71
	1 1	Ablau	4.J.2.J f der Korre	Superposition	
	4.4	Korral	tur der Fr	natzgrößen des VELA 2 Demonstrators	74
	4.5	A 5 1	Systemm	atzgroßen des VELA 2-Demonstrators	75
		452	Frmittlun	a der Bewegungsformen von VELA 2	75 77
		453	Sensitivit	ätsstudie und Korrektur der Modell-Matrix	78
		1.5.5	4 5 3 1	Elementweise Korrektur der Längsbewegungsmatrix A	
			4532	Elementweise Korrektur der Seitenbewegungsmatrix A	<sub>SD</sub> 89
			4.5.3.3	Erkenntnisse aus der Korrektur der Systemmatrix	<u></u> 97
Zu	Isammen	fassung			
171				D	107
FN	ugzeugen	itwurfs	tool FEDe	r	
Sk	alierung	sfaktor	en für frei	fliegende Modellflugzeuge	

# Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1.1:	Drei-Seitenansicht des VELA 2 – Flugzeugs
Abbildung 1.2:	NASA / McDonnell Douglas BWB
Abbildung 1.3:	Flugfähiges AC20.30-Konzept (Vordergrund)21
Abbildung 1.4:	X-48B-Konzept
Abbildung 1.5:	Simulationsablauf
Abbildung 1.6:	VSAERO-Modell von VELA 2
Abbildung 1.7:	VELA 2-Windkanalmodell
Abbildung 1.8:	Phoenix
Abbildung 2.1:	Turbulator am VELA 2 - Flügel
Abbildung 2.2:	VELA 2 - Demonstratormodell
Abbildung 2.3:	Schematische Darstellung des Simulationsprozesses
Abbildung 2.4:	Extrapolation der Simulationsergebnisse mit Hilfe der Theorie45
Abbildung 2.5:	Berechnung der Derivativa von VELA 2 anhand unterschiedlicher Programme 46
Abbildung 3.1:	Verhältnis des Prandtl-Glauert-Faktors des Modells zu dem des Originals
Abbildung 3.2:	Widerstandsbeiwert der längsangeströmten Platte bei turbulenter Strömung 53
Abbildung 4.1:	Zeitverläufe des Modells und Originals für die Längsbewegung (B777)64
Abbildung 4.2:	Dämpfungs- und Frequenzverhältnis bei idealer Skalierung (B777)66
Abbildung 4.3:	Dämpfungs- und Frequenzverhältnis ohne Ma-Einhaltung (B777)70
Abbildung 4.4:	Dämpfungs- und Frequenzverhältnis ohne Re-Einhaltung (B777)70
Abbildung 4.5:	Dämpfungs- und Frequenzverhältnis ohne Ma- und Re-Einhaltung (B777)71

Abbildung 4.6: Vergleich der dynamischen Derivativa aus WK-Messungen und VSAERO- Berechnungen für VELA 2 (Alpha = 4.5 Deg)	75
Abbildung 4.7: Pol-Nullstellen-Diagramm der Längsbewegung des Original-VELA 2	77
Abbildung 4.8: Pol-Nullstellen-Diagramm der Seitenbewegung des Original-VELA 2	78
Abbildung 4.9: Einfluss von $A_{LB11} = X_V$ auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs	79
Abbildung 4.10: Einfluss von $A_{LB12} = X_{\alpha}$ auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs	80
Abbildung 4.11: Einfluss von $A_{LB22} = Z_{\alpha}$ auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs	82
Abbildung 4.12: Einfluss von $A_{LB23} = (Z_q+1)$ auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs	83
Abbildung 4.13: Einfluss von $A_{LB24} = Z_{\Theta}$ auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs	84
Abbildung 4.14: Vergleich des Anstellwinkels vom Modell und Original (Profil 4)	85
Abbildung 4.15: Einfluss von $A_{LB31} = M_V$ auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs	85
Abbildung 4.16: Einfluss von $A_{LB32} = M_{\alpha}$ auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs	86
Abbildung 4.17: Einfluss von $A_{LB33} = M_q$ auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs	88
Abbildung 4.18: Einfluss von $A_{SB11} = Q_{\beta}$ auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs	89
Abbildung 4.19: Einfluss von $A_{SB12} = Q_p$ auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs	90
Abbildung 4.20: Einfluss von $A_{SB31} = N_{\beta}$ auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs	91
Abbildung 4.21: Einfluss von $A_{SB32} = N_p$ auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs	92
Abbildung 4.22: Einfluss von $A_{SB13} = Q_r$ auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs	93
Abbildung 4.23: Einfluss von $A_{SB21} = L_{\beta}$ auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs	93
Abbildung 4.24: Einfluss von A <sub>SB22</sub> = Lp auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs	94
Abbildung 4.25: Einfluss von A <sub>SB23</sub> = Lr auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs	94
Abbildung 4.26: Einfluss von $A_{SB33}$ = Nr auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs	94
Abbildung 4.27: Verhältnisse der Dämpfung und Frequenzen des nicht optimierten Flugs	98
Abbildung 4.28: Verhältnisse der Dämpfung und Frequenzen des optimierten Flugs	99
Abbildung A.1: FEDeP-Hauptmodule [18]	107

# Bezeichnungen

Die Zeichen sind in alphabetischer Reihenfolge aufgeführt.

## Lateinische Bezeichnungen

A, B		System- und Steuermatrix
A, B		Regressionskoeffizienten
b	[m]	Flügelspannweite
b	[m]	Rumpfbreite
C <sub>A</sub>	[–]	Auftriebsbeiwert
$C_{A,q}$	[–]	Änderung des Auftriebsbeiwerts bei Veränderung der Nickrate
$C_{A,\alpha}$	[–]	Auftriebsgradient
$C_{l,p}$	[–]	Rolldämpfung
$C_{l,r}$	[–]	Gierrollbeiwert
$C_{l,\beta}$	[–]	Schieberollbeiwert
C <sub>m,Ma</sub>	[-]	Änderung des Nickmomentenbeiwerts bei Veränderung der
		Mach-Zahl
$C_{m,q}$	[_]	Nickdämpfung
$C_{n,p}$	[–]	Rollgierbeiwert
$C_{n,r}$	[–]	Gierdämpfung
$C_{n,\beta}$	[–]	Schiebegierbeiwert
C <sub>P</sub>	[N/Wh]	spezifischer Treibstoffsverbrauch für Turbopropeller-Antrieb
$C_{Q,p}$	[–]	Rollseitenbeiwert
$C_{Q,\beta}$	[–]	Schiebeseitenbeiwert
$C_{W}$	[–]	Widerstandsbeiwert
$C_{Wind}$	[-]	induzierte Widerstandsbeiwert
C <sub>W,Ma</sub>	[–]	Änderung des Widerstandsbeiwerts bei Veränderung der Mach-
		Zahl

$C_{W0}$	[-]	Nullwiderstandsbeiwert
$C_{W,\alpha}$	[-]	Änderung des Widerstandsbeiwerts bei Veränderung des An-
		stellwinkels
$C_{\mu}$	[-]	Schubbeiwert
e	[-]	Oswald-Faktor
Е	[h]	Flugdauer
g	$[m/s^2]$	Erdbeschleunigung
Н	[m]	Flughöhe
Ι	$[kg \cdot m^2]$	Massenträgheitsmomente
I'	$[m^4]$	Flächenträgheitsmoment
Ι	[-]	Einheitsmatrix
K <sub>m</sub>	[-]	Skalierungsmatrix
1	[m]	charakteristische Länge
l, m, n	$[N \cdot m]$	Roll-, Nick- und Giermoment
$l_{\mu}$	[m]	Bezugsflügeltiefe
L/D	[-]	aerodynamische Güte
m	[kg]	Flugzeugmasse
n	[-]	Skalierungsfaktor
p, q, r	[rad/s]	Roll-, Nick-, und Gierrate
Q	[N]	Querkraft
r <sub>f</sub>	[m]	Schubhebelarm zum Schwerpunkt
R	[m]	Reichweite
S	$[m^2]$	Flügelfläche
V	[m/s]	Fluggeschwindigkeit
Vs	[m/s]	Schallgeschwindigkeit
$W_{\rm E}$	[N]	Leergewicht
W <sub>TO</sub>	[N]	Abfluggewicht
$\overline{x}_{SP}$	[-]	relative Schwerpunktlage, bezogen auf die Bezugsflügeltiefe
$\overline{x}_{NP}$	[-]	relative Neutralpunktlage, bezogen auf die Bezugsflügeltiefe
$x_{SP}, z_{SP}$	[-]	Lage des Schwerpunkts in der Längs- und Hochachse des Flug-
		zeugs

## Griechische Bezeichnungen

α	[Grad]	Anstellwinkel
$lpha_0$	[Grad]	Nullauftriebsrichtung
β	[–]	Prandtl-Glauert-Faktor
$arphi_{50}$	[Grad]	Flügelpfeilung an der t/2-Linie
γ	[Grad]	Bahnneigungswinkel
Λ	[–]	Flügelstreckung
$\eta_{\scriptscriptstyle P}$	[-]	Propellerwirkungsgrad
ρ	$kg/m^3$	Luftdichte
$\sigma$	[Grad]	Schubeinstellwinkel
τ	[-]	Abweichungsmatrix
Θ	[Grad]	Nickwinkel
ν	$[m^2/s]$	kinematische Viskosität

# Tabellenverzeichnis

Tabelle 2.1: Z	Zusammenstellung der physikalischen Größen für das Flugverhalten
Tabelle 2.2: Z	Zusammenstellung der Modellparameter40
Tabelle 2.3: Q	Qualitätsspezifikation für die Sensoren des VELA 2 – Demonstratormodells41
Tabelle 2.4: A	Abweichungen der Ergebnisse der Identifikationsverfahren
Tabelle 3.1: V	Verhältnisse der Mach- und Reynolds-Zahlen für 0 und 11000m50
Tabelle 4.1: A	Ableitung der Elemente der Skalierungsmatrix K <sub>m</sub> 62
Tabelle 4.2: E	Dämpfungen und Frequenzen des Modell- und Originalflugzeugs (B777) 65
Tabelle 4.3: A	Angaben zur Korrektur der Modell-Schwerpunktlage
Tabelle 4.4: S	Stärke der Abhängigkeit einiger Ersatzgrößen von γ96
Tabelle 4.5: Z	Zusammenstellung der optimierten Flugparameter für das VELA 2-Modell97
Tabelle 5.1: Ü	Übersicht der Derivativa und ihrer Abhängigkeit102
Tabelle B.1: H	Froude-Skalierungsgesetz für frei fliegende Modellflugzeuge

# Abkürzungen

AAA:	Advanced Aircraft Analysis
ASCII:	American Standard Code for Information Interchange
A.S.R:	Aicraft Similitude Requirements
B777:	Boeing 777
BWB:	Blended Wing-Body
CAN:	Controller Area Network
CFD:	Computational Fluid Dynamic
det:	Determinante
FEM:	Finite Element Method
FEDeP:	Fast Estimation of Design Parameter
Fr:	Froude-Zahl
GPS:	Global Positioning System
IFB:	Institut für Flugzeugbau der Universität Stuttgart
IMU:	Inertial Measurement Unit
KSI:	Koordinatensortierer und -interpolierer
LB:	Längsbewegung
LH <sub>2</sub> :	liquid hydrogen
Lufo:	Luftfahrtforschungsprojekt
Ma:	Mach-Zahl
MG:	Modellgesetze
Mod:	Modellflugzeug
NASA:	National Aeronautics and Space Administration
Orig:	Originalflugzeug
Re:	Reynolds-Zahl
VELA:	Very Efficient Large Aircraft
VSAERO:	Vortex Separation AEROdynamics
SB:	Seitenbewegung

## Kapitel I

# Einführung

## 1.1 Motivation

Die Marktprognosen von Airbus und Boeing weisen eine anhaltende Steigerung des Luftfahrtaufkommens von jährlich mindestens 5% für die nächsten 15 Jahre auf. Die Folgen daraus sind u.a. eine Überfüllung der Flughäfen und eine stärkere Umweltverschmutzung, bedingt durch mehr Lärm- und Schadstoffemissionen. Um die Verwirklichung dieser Szenarien zu vermeiden, führen Flugzeughersteller, Forschungseinrichtungen und Universitäten weltweit Studien über neuartige Flugzeugkonfigurationen durch. Zu den aussichtsreichsten Paradigmen zählt das Nurflügelflugzeug, auch bekannt als Blended Wing-Body (BWB). Aufgrund des verminderten Interferenzwiderstands zeichnet sich dieses Konzept durch eine gutmütige aerodynamische Gestaltung aus. Weiterer wichtiger Vorteil ist die vereinfachte Unterbringung ökologischer Brennstoffe mit geringem volumenbezogenem Heizwert, wie z. B. der Flüssigwasserstoff (LH<sub>2</sub>), ohne Veränderung der Gesamtkonfiguration. Aus diesen Gründen wurde ein BWB-Flugzeug zum Gegenstand der Untersuchungen im Rahmen des Projekts "Entwicklung und Bau eines Demonstratormodells für eine Blended Wing-Body-Konfiguration und Durchführung von Flugversuchen", fortan der Einfachheit halber als Projekt "Demonstratormodell" genannt. Die Konfiguration dieses Flugzeugs namens VELA 2 (Very Efficient Large Aircraft 2, vgl. Abbildung 1.1) und dessen Flugmission sind vom Projektpartner Airbus bestimmt worden.

Das übergeordnete Ziel dieses vom Bundesministerium für Wirtschaft und Arbeit finanzierten Vorhabens gilt der Gewinnung neuer wissenschaftlicher und betriebstechnischer Erkenntnisse über das BWB-Flugzeug. Hierbei wird das Hauptaugenmerk auf die Abschätzung der Aerodynamik und Flugmechanik gerichtet. Dies soll Vorhersagen über die Wirtschaftlichkeit und das Flugverhalten des Nurflügelflugzeugs ermöglichen. Die experimentellen Untersuchungen sind größtenteils an einem frei fliegenden VELA 2-Modell durchzuführen. Diese Flugversuche sollen auf einer theoretischen Grundlage aufbauen, die im Rahmen dieser Arbeit zu entwickeln ist.



Abbildung 1.1: Drei-Seitenansicht des VELA 2 – Flugzeugs [17]

In Deutschland und weltweit arbeiten andere Forschungseinrichtungen und Hersteller an BWB-Konzepten. Einige davon werden im Folgenden beschrieben:

• Projekt NASA / McDonnell Douglas BWB (USA / Erstflug Juli 1997)

McDonnell Douglas ist einer der Pioniere auf dem Forschungsgebiet der BWB-Flugzeuge. Das Unternehmen hat seit Jahrzehnten wichtige Beiträge zu dieser Thematik geleistet. Im Übrigen entstand die Bezeichnung "Blended Wing-Body" in diesem Konzern. Anfang der neunziger Jahre hat McDonnell Douglas in Zusammenarbeit mit der NASA die ersten Arbeiten im Rahmen eines neuen BWB-Projekts eingeleitet. Ziel dieses Vorhabens war die Untersuchung der Flugeigenschaften und der Steuerkonzepte solch einer Konfiguration mit Hilfe eines frei fliegenden Demonstratormodells. 1997 ist das in der Stanford University gebaute Modellflugzeug erfolgreich geflogen. Das Modell wiegt 60 kg und hat eine Spannweite von 5,2 m.



Abbildung 1.2: NASA / McDonnell Douglas BWB [7]

• Projekt AC20.30 (Deutschland / Erstflug Dezember 2003)

Dieses Projekt stellt eine BWB-Konfiguration dar und entstand aus einer Zusammenarbeit von Studenten der Technischen Universität München und der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg. Die gebildete Gruppe beschäftigte sich mit dem Kabinenlayout und mit den damit verbundenen Fragen wie den Sicht- und Wahrnehmungs-Verhältnissen der Fluggäste, des Komforts, dem Catering sowie mit der Evakuierung im Notfall. Aus den hieraus gewonnenen Erkenntnissen ist zunächst in ein CAD-Modell entstanden. Daraufhin wurde ein Designmodell im Maßstab 1/30 (3,2 m Spannweite) gefertigt.

Da dieses Vorhaben in der Fachwelt und auch in der Öffentlichkeit großes Interesse geweckt hat, wurde es weiter verfolgt wobei auch anderen Fragestellungen nachgegangen worden ist. Der erste Schritt in diese Richtung ist die genauere Untersuchung der aerodynamischen sowie der flugmechanischen Eigenschaften des BWB AC 20.30 Konzeptes. Hierfür wurde ein flugfähiges, funkferngesteuertes Modell im Maßstab 1/30 entworfen und gebaut, welches nach erfolgreichen Testflügen mit Hilfe einer Telemetrie-Anlage vermessen wurde. [27]



Abbildung 1.3: Flugfähiges AC20.30-Konzept (Vordergrund) [12]

Projekt X-48B (USA und England / Erstflug 2. Hälfte 2006)
 Das Project X-48B wird unter der Führung von Boeing Phantom Works in Zusammenarbeit mit der NASA, der U.S. Air Force und Cranfield Aerospace Ltd. durchgeführt. Ziel des Vorhabens ist die Untersuchung und Validierung der strukturellen, ae-

rodynamischen und betriebstechnischen Vorteile der BWB-Konfiguration. Den Schwerpunkt der Untersuchung stellt hierbei die Abschätzung der Flugeigenschaften eines BWB-Flugzeugs im Langsamflug dar.

Zu diesem Zweck werden zwei Modelle mit ca. 6,42 m Spannweite (Maßstab 1/11,8) für die anfallenden Windkanal- und Flugtests gebaut. Die Modelle sind dynamisch skaliert, wiegen je 181,84 kg und werden mit 3 Turbojet-Triebwerken angetrieben. Damit können sie mit einer Geschwindigkeit von 61,7 m/s in einer Höhe von 3000 m während der Flugversuche fliegen. [1]



Abbildung 1.4: X-48B-Konzept [2]

## 1.2 Zielsetzung und Vorgehensweise

Im Rahmen dieser Abhandlung sollen die Versuchsbedingungen und Skalierungsgesetze zur Steigerung der Aussagekraft von Simulationen mit verkleinerten Modellflugzeugen definiert werden, um zuverlässigen Erkenntnisse über die Aerodynamik und Eigendynamik des Originalflugzeugs zu erlangen. Die Vorgehensweise für das Erreichen dieses Ziels sieht folgendermaßen aus:

Zunächst werden in Kapitel II die theoretischen Grundlagen definiert, die für die Lösung der hier behandelten Aufgabe erforderlich sind. In der darauf folgenden Durchführbarkeitsstudie werden die Hindernisse hervorgehoben, die mit der Umsetzung dieser Theorie in die Praxis einhergehen.

In Kapitel III werden die optimalen Versuchsbedingungen für den Simulationsprozess ausgearbeitet. Die hier entwickelte Theorie behält ihre Gültigkeit für alle Flugzeugkonfigurationen.

Anschließend werden in Kapitel IV flugmechanische Korrekturansätze für die Steigerung der Aussagekraft der Simulationsergebnisse definiert. Hierfür findet zunächst die Anwendung der Ähnlichkeitsgesetze auf die Flugmechanik statt. Zu diesem Zweck sind die linearisierten Bewegungsgleichungen des Flugzeugs zu errechnen. Außerdem werden die Kompressibilitätsund Reibungseffekte auf die aerodynamischen Derivativa sowie auf die Systemdynamik ermittelt. Da es sich im vorliegenden Kapitel um flugzeugspezifische Ansätze handelt, werden sie speziell für das VELA 2-Modellflugzeug definiert.

## 1.3 Einführung in die Simulationstechnik

### 1.3.1 Definition und Ablauf einer Simulation

Aufgrund der Kosten-, Sicherheits- und Zeitvorteile spielt die Simulationstechnik in der Forschung und insbesondere im Entwurfs- und Entwicklungsstadium eine immer bedeutendere Rolle. Als Simulation wird ein experimentelles Vorgehen bezeichnet, bei dem bestimmte Eigenschaften eines real vorhandenen oder eines gedachten Systems nicht am Original selbst, sondern ersatzweise an einem Modell des Originals, dem so genannten Simulator, untersucht werden [14]. Abbildung 1.5 unten gibt einen prinzipiellen Überblick über den Ablauf einer Simulation.



Abbildung 1.5: Simulationsablauf [14]

Der Simulationsprozess beginnt mit der Nachbildung des Originalsystems. Diesen Vorgang nennt man Modellierung oder Modellbildung. Danach werden die Eigenschaften des realen oder mathematischen Modells experimentell bzw. theoretisch ermittelt. Diese Untersuchung liefert formale Ergebnisse, deren Analyse Erkenntnisse über die Eigenschaften des Originalsystems liefert.

## 1.3.2 Simulationsuntersuchungen in der Praxis

Modellbildung und Simulation haben sich heute bei der Lösung aller Art von Ingenieuraufgaben zu einem unverzichtbaren Werkzeug entwickelt. Sie sind in der Luftfahrtbranche besonders dort präsent, wo neue Fluggeräte mit unkonventioneller Konfiguration entwickelt werden. Der richtige Einsatz dieser Technik erfordert jedoch eine gut durchdachte und korrekt ausgeführte Simulationsstudie. Eine kritische Analyse der Ergebnisse ist dabei unerlässlich. Des Weiteren werden bei der Modellierung fast immer Annahmen, Einschränkungen und Vereinfachungen getroffen, die spätestens bei der Interpretation der Simulationsergebnisse für das reale System zu berücksichtigen sind. Es ist zu beachten, dass das Modell fast immer zur Lösung partieller, und nicht globaler Problemstellungen eingesetzt wird. Demzufolge stehen oft einem originalen System, je nach untersuchter Eigenschaft, mehrere Modelle gegenüber. Dieses Vorgehen hat den besonderen Vorteil, dass die Modellierung nicht nur stark vereinfacht werden kann, sondern dass sie auf das Simulationsziel hin optimiert wird. Folglich müssen die Ziele und Bedingungen der Untersuchungen noch vor der Modellierung klar definiert sein.

## 1.3.3 Simulationsprinzipien im Flugzeugentwurf

Zur Evaluierung der Eigenschaften eines im Entwurfsstadium befindlichen Flugzeugs werden grundsätzlich zwei Simulationsprinzipien eingesetzt:

- Simulation mit mathematischer Analogie,
- Simulation mit physikalischer Ähnlichkeit.

Die angestrebte Genauigkeit der Ergebnisse, die geplanten finanziellen Investitionen und die Erfahrung mit dem Gegenstand der Untersuchung oder ähnliche Gegenstände sind ausschlaggebend für die Wahl des Prinzips. Im Folgenden werden beide Simulationsprinzipien für die Abschätzung aerodynamischer und flugmechanischer Charakteristika ausführlich erläutert.

### 1.3.3.1 Simulation mit mathematischer Analogie

Diese Simulationsart beruht auf mathematischen Gleichungen, die das (abstrakte) Flugzeugmodell abbilden. Die Genauigkeit der Ergebnisse hängt hier nicht nur von der Güte der Modellbildung sondern auch stark von der Angemessenheit der Rechenansätze für die definierte Aufgabe ab. Man unterscheidet:

### • Analytische Rechenansätze

Bei diesem Ansatz werden Gleichungen durch Vorgabe von Parametern gelöst. Dies ist die primitivste Form der Simulation, die ggf. ohne Rechnereinsatz angewendet werden kann. Diese Eigenheit ist dem relativ einfachen Aufbau der Modelle zu verdanken. Nachteil dieses Verfahrens ist aber, dass die Ergebnisse ihre Gültigkeit meist nur auf einem vergleichsweise stark eingeschränkten Anwendungsbereich behalten. Die bekannteste und am häufigsten angewendete analytische Methode im Flugzeugentwurf zur Berechnung der aerodynamischen und flugmechanischen Eigenschaften des Flugzeugs ist die Datcom-Methode, die im Buch "USAF Stability and Control Datcom" enthalten ist. Zum effektiven und zeitsparenden Einsatz der Datcom-Methode wurden die Computerprogramme "Digital Datcom" von Public Domain Aeronautical Software und <u>A</u>dvanced <u>A</u>ircraft <u>A</u>nalysis (AAA) von Darcorp entwickelt.

#### • Numerische Rechenansätze

Die Endform der Gleichungen für den numerischen Rechenansatz ist prädestiniert zur Umsetzung in ein Computerprogramm, das so genannte <u>C</u>omputational <u>Fluid D</u>ynamics (CFD-) Programm. Diese Gleichungen sind in der Regel komplexer. Je nach Singularitätsmodellierung und -verteilung unterscheidet man das Wirbelleiterverfahren (z. B. Tornado<sup>3</sup>-Code), das Panelverfahren (z. B. VSAERO<sup>4</sup>- und PANAIR<sup>5</sup>-Code), und das Finite-Volumen-Verfahren (z. B. Tau- und Flower-Code). Die Benutzung von CFD-Programmen führt den Benutzer durch drei Etappen:

#### 1. Etappe: Preprocessing (Vorbereitung)

In diesem Stadium wird die Eingabedatei erstellt, welche die Flugzeuggeometrie, den Flugzustand und die Strömung beschreibt. Diese Datei besitzt meistens ein ASCII-Format.

#### 2. *Etappe:* Solver (Löser)

Nach der Erstellung der Eingabedatei wird der Solver gestartet. Dieser löst Gleichungen und Gleichungssysteme, die mit Hilfe der eingelesenen Eingabeparameter aufgestellt worden sind.

#### 3. Etappe: Postprocessing (Nachbereitung)

Der Postprocessing dient zur graphischen Visualisierung und Ausgabe der Ergebnisse.

Zur Illustration ist das VSAERO-Modell des VELA 2-Flugzeugs im Postprocessing in Abbildung 1.6 dargestellt.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Tornado wurde von T. Melin (Royal Institute of Technology in Schweden) im Rahmen seiner Diplomarbeit entwickelt. Die Software ist lizenzfrei und im Internet verfügbar. Der Programmcode wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit erheblich ausgebaut.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> VSAERO (Vortex Separation AEROdynamics) ist eine kommerzielle CFD-Software der Firma Analytical Methods, Inc..

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> PANAIR ist ein handelsüblicher CFD-Code, der für Boeing entwickelt wurde. Die Geschichte dieses Programms geht auf den Anfang der 70er Jahre zurück.



Abbildung 1.6: VSAERO-Modell von VELA 2 [32]

### 1.3.3.2 Simulation unter Nutzung physikalischer Ähnlichkeit

Die Simulation unter Nutzung physikalischer Ähnlichkeit ist im Gegensatz zur Simulation mit mathematischer Analogie ein experimentelles Vorgehen. Das Modell ist in diesem Fall real und stellt in der Regel einen verkleinerten Nachbau des Originalflugzeugs dar. Grundsätzlich unterscheidet man folgende Flugzeugmodelle:

#### • Gefesselte Windkanalmodelle

Der Windkanalversuch mit gefesseltem Modell, wie in Abbildung 1.7 zu sehen ist, ist die meist verbreitete Methode für die aerodynamischen und flugmechanischen Untersuchungen. Einer der großen Vorteile dieser Methode ist der kleine Rauschanteil der Messungen aufgrund des Nichtvorhandenseins der atmosphärischen Störungen. Außerdem besteht eine Vielfalt von Ansätzen zur Beeinflussung der Strömungseigenschaften. Z. B. kann eine Änderung der Reynolds-Zahl nicht nur durch die Variation der Anströmgeschwindigkeit, sondern auch durch die der Strömungsviskosität (Vorgabe der Temperatur) erfolgen. Darüber hinaus ist die Einhaltung der Froude-Zahl bei der Untersuchung des Flugverhaltens nicht erforderlich (vgl. Kap. II). Grund dafür ist die völlige Unhabhängigkeit der Testergebnisse von der Schwerkraft.

Zu den Nachteilen dieser Methode gehören die durch die Wand und Stütze hervorgerufenen Interferenzeffekte, die eine Veränderung der Flugzeugumströmung bewirken. Auch zu beklagen ist die eingeschränkte Bewegungsfreiheit des Modells, wodurch die simulierbaren Flugmanöver begrenzt sind. Z. B. lassen sich die Trudeleigenschaften und das Überziehverhalten mit dieser Technik nicht oder nur unter schweren Bedingungen ermitteln [34]. Außerdem sind gekoppelte Bewegungen schwer zu realisieren. Dieses Verfahren wird in erster Linie für die Untersuchung statischer und dynamischer Charakteristika verwendet. Die Ermittlung der dynamischen Derivativa erfolgt mit Hilfe einer dynamischen Derivativwaage.



Abbildung 1.7: VELA 2-Windkanalmodell Quelle: DLR-Braunschweig

• Frei fliegende Modelle

Frei fliegende Modellflugzeuge sind wichtige Mittel für die Ermittlung des dynamischen Verhaltens, vor allem im nichtlinearen Bereich, bei hohem Anstellwinkel oder gar im Post-Stallbereich. Diese Versuchstechnik ist überdies gut geeignet für die Ermittlung der Flugzeugstabilität und -steuerbarkeit. Hiermit lassen sich z. B. Steuerkonzepte und Trimmzustände optimieren. Anders als die gefesselten Winkanalmodelle sind diese Modelle imstande, das Trudeln zu simulieren. Damit verhelfen sie zur Festlegung der so genannten spin recovery. Die anzuwendende Versuchstechnik bestimmt die Größe und die Ausrüstung der frei fliegenden Modelle:

- Die Kleinsten und Einfachsten dienen den Versuchen im Trudelwindkanal und tragen in der Regel keine Instrumente.
- Etwas größer konzipiert sind die frei fliegenden Windkanalmodelle und die so genannten Abwurfmodelle. Diese Flugzeuge sind mit Messinstrumenten zur Erfassung von Flugdaten versehen. Dank ihrer geringen Größen können diese Modelle auch als gefesselte Windkanalmodelle für die Ermittlung der aerodynamischen Kräfte und Momente in Einsatz kommen.
- Für komplexe, unkonventionelle Flugzeugkonfigurationen werden relativ große, ferngesteuerte Modelle eingesetzt, wie aus Abbildung 1.8 zu ersehen ist. In diesem Fall ist das Hauptziel des Flugversuches meistens die Untersuchung der Flugeigenschaften des Flugzeugs, vor allem des Flugverhaltens bei flugkritischen Manövern, wie z. B. beim Stall und Trudeln. Weiter werden mit Hilfe von frei fliegenden Modellen instationäre Flugzustände und Übergänge (Reiseflug in den Lande-

anflug, Steigflug in den Reiseflug, Kurvenflug in den Geradeausflug...) untersucht. Diese Simulationen liefern gute Erkenntnisse über die Flugphysik des Flugzeugs, bevor es überhaupt mit dem ersten Prototyp geflogen wird.

Bei Versuchen unter freiem Himmel sind Schwankungen der atmosphärischen Parameter problematisch, da sie zu einem vergrößerten Rauschanteil in den aufgezeichneten Flugdaten führen. Ferner geht die Simulation des Flugverhaltens mit einer zusätzlichen Restriktion einher: Aufgrund des Einflusses des Gravitationsfeldes auf das Modell, muss dieses mit der Froude-Zahl des Originalflugzeugs fliegen. So ist z. B. neben der Strouhal-Zahl die Froude-Zahl des europäischen unbemannten suborbitalen Raumgleiters Hopper im Flugversuch mit dem Testmodell Phoenix (vgl. Abbildung 1.8) eingehalten worden [16]. Weitere Nachteile bestehen in den beträchtlichen Entwicklungskosten der Modelle und der Wetterabhängigkeit ihrer Einsätze.



Abbildung 1.8: Phoenix [13]

# **Kapitel II**

# Durchführbarkeitsstudie für den Einsatz eines fliegenden Modells

In dieser Studie werden die Schwierigkeiten hervorgehoben, die der Durchführung der Simulation des Flugverhaltens eines Flugzeugs mit Hilfe eines fern gesteuerten Modells im Wege stehen. Der gesamte Simulationsprozess kann in drei Schritte unterteilt werden:

- Festlegung der Modell- und Flugparameter (Skalierungsprozess),
- Durchführung der Untersuchung und
- Übertragung der Ergebnisse auf das originale System.

In jedem dieser Stadien treten spezifische Schwierigkeiten auf, die in diesem Kapitel aufbauend auf dem VELA 2-Demonstratormodell näher betrachtet werden.

## 2.1 Einführung in die Dimensionsanalyse: Das П-Theorem

Für die Übereinstimmung der dynamischen Vorgänge in zwei Systemen müssen alle dimensionslosen Charakteristika des einen Systems, die diese Vorgänge beeinflussen, identisch mit denen des anderen Systems sein [34]. Diese Charakteristika werden Ähnlichkeitsparameter genannt. Demzufolge gilt die Behauptung: "Die Einhaltung aller Ähnlichkeitsparameter bei einem Skalierungsprozess führt zu der genauesten Reproduktion der Eigenschaften des Originals durch das Modell".

In der vorliegenden Arbeit ist die Eigendynamik des Flugzeugs Gegenstand der Untersuchungen. Es ist also ratsam, sich lediglich auf die Einhaltung der Ähnlichkeitsparameter zu begrenzen, die auf das Flugverhalten direkten oder indirekten Einfluss haben (geometrische Ähnlichkeit wird vorausgesetzt). Das Flugverhalten wird durch die am Flugzeug angreifenden Kräfte und Momente bestimmt. Diese Kräfte und Momente hängen ihrerseits von den Flugzeugparametern, den Flugzeugbewegungen, den Strömungseigenschaften und anderen physikalischen Größen ab.



Tabelle 2.1: Zusammenstellung der physikalischen Größen für das Flugverhalten Quelle: Eigene Berechnungen

Der Zusammenhang zwischen der resultierenden Kraft bzw. dem resultierenden Moment und den physikalischen Größen kann über die zwei unbekannte Funktionen  $f_F$  und  $f_M$  wie folgt geschrieben werden:

Kraft: 
$$F = f_F(\rho, \mu, V_S, l, \alpha, V, a, \delta, \Omega, \dot{\Omega}, \omega, g, t, m, I, EI', GJ)$$
(1)

Moment:

 $M = f_M(\rho, \mu, V_S, l, \alpha, V, a, \delta, \Omega, \dot{\Omega}, \omega, g, t, m, I, EI', GJ)$ (2)

Nach den Gleichungen 1 und 2 hängen die Kraft und das Moment von insgesamt 17 physikalischen Größen ab, die 3 Grundeinheiten besitzen: Meter, Sekunde und Gramm. Laut  $\Pi$ -Theorem können im vorliegenden Fall insgesamt k = 14 dimensionslosen Parameter gebildet werden (k ist gleich der Anzahl der physikalischen Größen abzüglich der Anzahl der Grundeinheiten) [4]. Mit Hilfe der Methode von Lord Rayleigh [34] wurden diese dimensionslosen Kenngrößen festgelegt und in Tabelle B.1 im Anhang B eingetragen. Die wichtigsten darunter (Froude-, Mach- und Reynolds-Zahl) werden in den folgenden Zeilen kurz definiert.

• Froude-Zahl: Schwereeinfluss

Die Froude-Zahl ist das Kriterium für die Ähnlichkeit von Strömungen, die im Wesentlichen unter dem Einfluss der Schwerkraft stehen [31]. Sie kann als das Verhältnis von kinetischer und potentieller Energie beschrieben werden, und spielt besonders bei der Untersuchung der Flugeigenschaften mit frei fliegenden Modellflugzeugen eine wichtige Rolle. Mehr noch: Ihre Einhaltung im Skalierungsprozess, das Froude-Skalierungsgesetz also, ist die unabdingbare Voraussetzung für das Erreichen der dynamischen Ähnlichkeit zwischen Modell und Original [34]. Gleichung 3 gibt die formelle Schreibweise der Froude-Zahl.

$$Fr = \frac{V^2}{g \cdot l} \tag{3}$$

• Mach-Zahl: Dichteeinfluss

Die Mach-Zahl ist das Verhältnis der Trägheitskräfte zu den Druckkräften. Die Einhaltung dieses Parameters ist bei dem Skalierungsprozess zu bewerkstelligen, sollten Einflüsse der Druckkräfte (Kompressibilitätseffekte) auf die aerodynamischen Beiwerte im Flugversuch mit dem Modell oder im Flug mit dem Original auftreten. Dies ist in der Regel der Fall, wenn die Strömungsmachzahl die Schwelle von ca. 0,3 erreicht [32].

$$Ma = \frac{V}{V_s} \tag{4}$$

#### • Reynolds-Zahl: Reibungseinfluss

Die Reynolds-Zahl wird allgemein als Verhältnis von Trägheits- zu Zähigkeitskraft gedeutet und kennzeichnet die Strömungsturbulenz. Sie ist ein wichtiger Parameter zur Harmonisierung von Strömungsbildern: Eine Abweichung der Reynolds-Zahl bedeutet unterschiedliche Kräfteverhältnisse, was zu unterschiedlichen Turbulenzen der Luftpartikel in der Strömung führt. Der Einfluss der Reynolds-Zahl muss allen voran bei der Ermittlung des Widerstandsbeiwertes  $C_W$  mit dem Modell berücksichtigt werden. Auch das Überziehverhalten hängt stark von diesem Parameter ab: Die Turbulenz bei höherer Reynolds-Zahl ermöglicht die Zufuhr von Energie in den wandnahen Bereich durch Querbewegungen, was zu einer verspäteten Ablösung führt [29]. Die Reynolds-Zahl wird gemäß Gleichung 5 errechnet, worin  $\nu$  die kinematische Zähigkeit ist.

$$\operatorname{Re} = \frac{V \cdot l}{v} \tag{5}$$

## 2.2 Festlegung der Modellgesetze

Um anhand eines Modells die Flugbewegungen eines Flugzeugs reproduzieren zu können, muss man bei der Festlegung der Modell- und Flugversuchsparameter auf die Ähnlichkeitsgesetze (Einhaltung von dimensionslosen Parametern) achten. Zugleich müssen folgende bauliche und messtechnische Aspekte berücksichtigt werden:

- Die minimale Modellgröße wird durch die Größe der einzubauenden Instrumente und Systeme festgelegt.
- Diese Größe wird ebenfalls durch die höchstzulässige Bewegungsfrequenz bestimmt. Die Gründe sind eine mögliche Verfälschung der Messergebnisse und die Beeinträchtigung der Steuerbarkeit.
- Die Dauer des Flugversuchs wird durch die erforderliche Zeit zur Erfassung der Flugdaten nach unten begrenzt. Daraus leitet sich die für die Untersuchung notwendige Treibstoffsmenge ab, wovon das Abfluggewicht des Modells stark abhängt.

In den folgenden Zeilen wird auf die praktische Bedeutung der Ähnlichkeitsgesetze für die Modell- und Flugparameter eingegangen. Zu Beginn der Analyse ist zu vermerken, dass, außer der Mach- und Reynolds-Zahl, sich alle versuchsrelevanten Ähnlichkeitsparameter unproblematisch einhalten lassen (vgl. Anhang B). Als besonders schwierig bis unrealisierbar gilt die gleichzeitige Einhaltung zweier von den drei wichtigsten Parametern: Froude-, Machund Reynolds-Zahl. Dies soll die untenstehende Studie zeigen.

### 2.2.1 Einhaltung der Froude- und Mach-Zahl

Sollte das Modell mit der Froude- und Mach-Zahl des Originals fliegen, gelten die folgenden Gleichungen:

$$Fr_{Mod} = Fr_{Orig} \tag{6.1}$$

und

$$Ma_{Mod} = Ma_{Orig} \tag{6.2}$$

Werden Gleichungen 3 und 4 berücksichtigt, ergibt sich Folgendes:

$$\frac{V_{Mod}}{\sqrt{g_{Mod} \cdot l_{Mod}}} = \frac{V_{Orig}}{\sqrt{g_{Orig} \cdot l_{Orig}}}$$
(7.1)

und

$$\frac{V_{Mod}}{V_{S Mod}} = \frac{V_{Orig}}{V_{S Orig}}$$
(7.2)

Mit der Definition des Skalierungsfaktors n als Verhältnis der Längen

$$n = \left(\frac{l_{Mod}}{l_{Orig}}\right) \tag{8}$$

ergibt sich nach Einsetzen von Gleichungen 7.2 und 8 in 7.1

$$n = \left(\frac{g_{Orig}}{g_{Mod}}\right) \cdot \left(\frac{V_{S_{Mod}}}{V_{S_{Orig}}}\right)^2$$
(9)

wobei g die Erdbeschleunigung und  $V_S$  die Schallgeschwindigkeit sind. Zu berücksichtigen ist, dass die Flüge des Modells und Originals in der Erdatmosphäre stattfinden, folglich mit gleicher Erdbeschleunigung. Daher gilt stets in der vorliegenden Arbeit:

$$g_{Mod} = g_{Orig} \tag{10}$$

was zu

$$n = \left(\frac{V_{S_{Mod}}}{V_{S_{Orig}}}\right)^2 \tag{11}$$

führt.

Die Interpretation der Gleichung 11 für den Flugversuch kann mittels zwei Szenarien illustriert werden:

Erstes Szenario: Annahme der gleichen Flughöhe für das Modell und Original.
 Für den Fall, dass das Modell- und das Originalflugzeug in der gleichen Höhe fliegen (z. B. Simulation der Landung auf Meeresniveau), ist die Schallgeschwindigkeit in der Umgebung beider Flugzeuge ebenso gleich. Nach Gleichung 11 bedeutet dies, dass der Skalierungsfaktor n = 1 beträgt. Die Schlussfolgerung daraus ist: Bei gleicher Flughöhe des Modells und des Originals erfordert die gleichzeitige Einhaltung der Froude- und Mach-Zahl, dass das Modell genauso groß wie das Original ist.

• Zweites Szenario: Annahme eines gängigen Skalierungsfaktors.

Üblicherweise gilt für den Skalierungsfaktor  $n \ll 1$ . Der Zusammenhang zwischen den herrschenden Schallgeschwindigkeiten in der Flughöhe des Modells und des Originals sieht nach Umformung der Gleichung 11 folgendermaßen aus:

$$V_{S_{Mod}} = \sqrt{n} \cdot V_{S_{Orig}} \tag{12}$$

Für Skalierungsfaktoren kleiner als 1 ist die Schallgeschwindigkeit in der Flughöhe des Modells kleiner als die in der Flughöhe des Originals. Das würde für den Flugversuch bedeuten, dass das Modell höher als das Original fliegen muss. Sollte der Skalierungsfaktor viel kleiner als 1 sein ( $n \ll 1$ ) muss das Modell entsprechend viel höher als das Original fliegen. Z. B. müsste die geforderte Flughöhe des Modells für einen Skalierungsfaktor von n = 1/30 oberhalb der Mesopause liegen!

*Fazit:* Eine simultane Einhaltung der Froude- und Mach-Zahl ist für die Simulation mit einem verkleinerten Modellflugzeug schwer bis nicht realisierbar.

#### 2.2.2 Einhaltung der Froude- und Reynolds-Zahl

Sollte das Modell und das Original mit gleicher Froude- und Reynolds-Zahl fliegen, gelten folgende Gleichungen:

$$Fr_{Mod} = Fr_{Orig} \tag{13.1}$$

und

$$\operatorname{Re}_{Mod} = \operatorname{Re}_{Orig}$$
(13.2)

Bezugnehmend auf Gleichungen 3 und 5 ergibt sich Folgendes:

$$\frac{V_{Mod}}{\sqrt{g_{Mod} \cdot l_{Mod}}} = \frac{V_{Orig}}{\sqrt{g_{Orig} \cdot l_{Orig}}}$$
(14.1)

und

$$\frac{V_{Mod} \cdot l_{Mod}}{V_{Mod}} = \frac{V_{Orig} \cdot l_{Orig}}{V_{Orig}}$$
(14.2)

Der Skalierungsfaktor wird aus Gleichungen 14.1, 14.2 und 10 hergeleitet:

$$n = \left(\frac{v_{Mod}}{v_{Orig}}\right)^{\frac{2}{3}}$$
(15)

Die Analyse der Bedeutung der Gleichung 15 für den Flugversuch kann ähnlich wie in Punkt 2.2.1 erfolgen.

- *Erstes Szenario:* Annahme der gleichen Flughöhe für das Modell und Original. In diesem Fall sind die Viskositäten gleich und dies bedeutet gleiche Modell- und Originalgrößen.
- Zweites Szenario: Annahme eines gängigen Skalierungsfaktors. Der Zusammenhang zwischen den geforderten Viskositäten der Strömungen um das Modell und das Original wird hier mit Hilfe von Gleichung 15 definiert.

$$v_{Mod} = n^{\frac{3}{2}} \cdot v_{Orig} \tag{16}$$

Im Gegensatz zur Schallgeschwindigkeit steigt die Luftviskosität mit der Höhe. Für üblich geltende Skalierungen ist der Faktor  $n^{\frac{3}{2}}$  in Gleichung 16 zu klein, um die Anforderung nach der gleichzeitigen Einhaltung der Froude- und Reynolds-Zahl in die Praxis umzusetzen: Die kinematische Viskosität in diesem Fall entspricht eine unerreichbaren Höhe. Umgekehrt wird der Skalierungsfaktor n für gängige Flughöhen zu groß. Für eine Simulation des Reisefluges in einer Höhe H = 11000 m mit einem Modell auf Meereshöhe beispielsweise soll der Skalierungsfaktor n = 1/1,9 betragen!

*Fazit:* Eine simultane Einhaltung der Froude- und Reynolds-Zahl für die Simulation mit einem verkleinerten Modellflugzeug ist nur unter schwer realisierbaren Bedingungen möglich. Ein Skalierungsfaktor wie der im oben stehenden Beispiel von n = 1/1,9 ist immer noch unrealistisch groß.

#### 2.2.3 Einhaltung der Mach- und Reynolds-Zahl

Diese Skalierungsmethodik ist aufgrund der Nichteinhaltung der Froude-Zahl für den Zweck dieser Arbeit (Ermittlung des Flugverhaltens) nicht geeignet und wird aus diesem Grund nur kurz beschrieben.

Der Skalierungsfaktor lässt sich aus Gleichungen 4 und 5 wie folgt errechnen:

$$n = \frac{V_{Mod}}{V_{Orig}} \cdot \frac{V_{SOrig}}{V_{SMod}}$$
(17)

Der so bestimmte Skalierungsfaktor bleibt auch im vorliegenden Fall für realistische Versuchsbedingungen zu hoch. Dadurch wird die Durchführung dieser Simulation stark erschwert. Zwecks der Veranschaulichung wird ein Beispiel mit den folgenden Angaben eingeführt:

## 2.3 Festlegung der VELA 2 - Modellparameter

Aufgrund der praktischen Nichtrealisierbarkeit der simultanen Einhaltung der Froude- mit Mach- oder Reynolds-Zahl wird dem reinen Froude-Gesetz der Vorrang gegeben, wobei die zwei anderen Ähnlichkeitsparameter für das Modell und Original jeweils unterschiedlich sind (vgl. Anhang A). Es wurde zu Beginn der Bestimmung der VELA 2-Modellparameter eine theoretische Analyse von verschiedenen Skalierungsbeispielen des Froude-Gesetzes durchgeführt. Ziel war, basierend auf den sich ergebenden Daten, die im Rahmen des Projekts "Demonstratormodell" anwendbaren Simulationsszenarien herauszuarbeiten.

In einem ersten Ansatz wurden die Modellparameter für die folgenden Skalierungsfaktoren berechnet:

$$n = 1/20$$
,  $n = 1/25$ ,  $n = 1/30$ ,  $n = 1/33$  und  $n = 1/50$ .

Dabei wurde für die Simulation des Landeanfluges bzw. des Reisefluges die Flughöhe des Originals jeweils auf

$$H_{Orig} = 0 m$$
 und  $H_{Orig} = 11000 m$ 

gesetzt. Diese Höhen stellen die Randwerte des Flugbereichs für das Originalflugzeug dar. Die Flughöhen des Modells betrugen für jeden der oben angeführten Skalierungsfaktoren

 $H_{Mod} = 0 m$ ,  $H_{Mod} = 2000 m$  und  $H_{Mod} = 4000 m$ .

Die Angaben über das Originalflugzeug wurden dem Airbus-Report [17] entnommen. Auf diesen Rahmenbedingungen basiert der in den folgenden Zeilen dargestellte Leitfaden zur Festlegung der Modellparameter.

### 2.3.1 Bestimmung des Skalierungsfaktors

Aus konstruktions- und transporttechnischen Gründen (Material- bzw. Kostenaufwand, Größe des Anhängers...) war ursprünglich eine Modellspannweite von 3 bis 4 m anvisiert. Mit einer Spannweite des Originals von  $b_{Orig} = 99,6 m$  sollte der Skalierungsfaktor in einem Bereich von n = 1/33 bis n = 1/25 liegen. Dabei soll die Realisierbarkeit der sich ergebenden Modell-
parameter, wie z. B. Masse, Geschwindigkeit oder Frequenz der Schwingungen überprüft werden.

## 2.3.2 Wahl der Flughöhe des Originals

Zur Simulation des Landeanflugs bzw. des Reiseflugs wurde wie bereits erwähnt die Flughöhe des Originals auf

### $H_{Orig} = 0 m und H_{Orig} = 11000 m$

festgelegt. Hierbei sind die zutreffenden Flugzeugparameter und -konfigurationen (Flugzeuggewicht, Schwerpunktlage, Klappen- und Fahrwerkposition usw.) jeweils einzusetzen. Nach dem Froude-Skalierungsgesetz ist die Modellmasse proportional abhängig von der Flughöhe des Originals, während sich seine Trägheitsmomente umgekehrt proportional zu ihr ändern. Es ist dann für die Wahl einer großen Flughöhe für das Originalflugzeug darauf zu achten, dass zu kleine Werte der Trägheitsmomente die Massenverteilung beim Modellaufbau erschweren können.

## 2.3.3 Leitgedanken zur Wahl der Flughöhen des Modells

Bei der theoretischen Voruntersuchung wurden für das Modell die Flughöhen auf die Höhen:

## $H_{Mod} = 0 m, H_{Mod} = 2000 m und H_{Mod} = 4000 m$

festgelegt. Laut geltenden Modellgesetzen bewirkt eine Steigerung dieser Höhe eine Reduzierung der Modellmasse. Dank der vorgesehenen alternativen Steuerung des Modells mit Hilfe einer Video-Kamera (vgl. 2.4) wird der Flugbereich nach oben verschoben. Einschränkend in diesem Fall kann die Motorleistung oder der Triebwerksschub wirken.

## 2.3.4 Wahl der Modellmasse

Bei der Ableitung der Modellmasse aus dem Skalierungsgesetz stehen zwei Aspekte im Vordergrund:

• Das Strukturgewicht und die getragene Nutzlast (Messelektronik, Datenaufzeichnungs- bzw. Datenübertragungsgeräte, Bergungssystem usw.) bestimmen das minimale Abfluggewicht des Versuchsträgers. Man soll auch darauf achten, dass im Flugzeug genug Platz für den Einbau der Nutzlast zur Verfügung steht. Ferner müssen selbstverständlich die Massen für Antriebsakkus bzw. Treibstoff bei der Ermittlung der minimalen Modellmasse mit eingerechnet werden. • Das Modellgewicht kann nur solange erhöht werden, wie die geforderten Flugleistungen und -missionen erfüllt sind. Diese Forderung stellt die obere Grenze bei der Festlegung der Modellmasse dar. Eine andere Überlegung rührt aus den behördlichen Vorschriften her: Wird mit 25 kg oder weniger geflogen, ist das Modell nicht zulassungspflichtig, was geringere Kosten verursacht.

## 2.3.5 Wahl der Modellgeschwindigkeit

Die Fluggeschwindigkeit des Modells wird nach unten durch aerodynamische und strömungstechnische Überlegungen begrenzt:

- Die Überziehgeschwindigkeit darf nicht unterschritten werden;
- Der Strömungszustand soll dem des Originals ähnlich sein, also turbulent.

Die Kompressibilitätseinflüsse auf die Simulationsergebnisse nehmen mit der Mach-Zahl, also mit der Geschwindigkeit, bei konstanter Flughöhe ab. Bis Ma = 0.3 können diese Einflüsse gar ganz vernachlässigt werden [32]. Auf der anderen Seite führt eine Reduzierung der Fluggeschwindigkeit zu einer Abnahme des Turbulenzgrades in der Strömung. Es ist aber für die Übertragbarkeit der Testergebnisse auf das Original unabdingbar, dass das Modell- und das Originalflugzeug das gleiche Strömungsregime um sich haben (beide über- oder unterkritisch) [19]. Sollte dies nicht der Fall sein, kann mit der Anbringung eines so genannten Turbulators (vgl. Abbildung 2.1) ein Umschlag der laminaren in eine turbulente Strömung erzwungen werden.



Abbildung 2.1: Turbulator am VELA 2 - Flügel Quelle: DLR-Braunschweig

Die Höchstgeschwindigkeit hingegen wird durch die Beherrschung der Bewegungsfrequenzen und der Steuerbarkeit sowie aus strukturellen Überlegungen festgelegt. Das Modell muss strukturell für den gesamten Geschwindigkeitsbereich ausgelegt sein.

## 2.3.6 Wahl des Antriebs

Der Antrieb soll weitgehend fertig aus dem Modellflugbedarf zu kaufen sein. Es wird angestrebt, das Schub/Gewichtsverhältnis des Originals zu erreichen. Die Wahl der Antriebsart wird u. a. durch die Einsatzdauer stark beeinflusst, die durch die minimale Messzeit nach unten begrenzt ist (mindestens 10 Minuten). Erstrebenswert wäre, die gleiche Antriebsart beim Modell wie beim Original einzusetzen (Modelljettriebwerk). Dies würde eine Ähnlichkeit des Triebwerksverhaltens (annähernd konstanter Schub über der Geschwindigkeit) bewirken. Denkbar wären auch elektrische Impellertriebwerke, die in den skalierten Triebwerksgondeln unterzubringen sind. Das Triebwerksverhalten entspräche dann nicht mehr dem Original; der Systemaufwand, die Kosten und die allgemeine Handhabung vereinfachen sich dadurch jedoch erheblich. Die Vorteile der Jet- und Impellertriebwerke sind wie folgt beschrieben:

### • Vorteile des Jetantriebs:

- geringes Triebwerksgewicht;
- flexibles Modellgewicht durch Änderung der Treibstoffmasse;
- lange Einsatzdauer;
- hoher Leistungsüberschuss;
- niedriges Vibrationsniveau;
- Drehzahlsignal, Abgastemperatur Spritpumpenspannung mit RS232 Schnittstelle vorhanden;
- nahezu konstanter verfügbarer Schub über der Fluggeschwindigkeit;
- kein Aufwand für Akkuladegeräte und Akkupflege;
- kein Aufwand für Kühlung von Motor, Regler und Akkus;

#### • Vorteile des Elektroimpellers:

- geringes Risiko eines einseitigen Triebwerksausfalles bei paralleler Schaltung der Batterien;
- konstantes Fluggewicht und Schwerpunktlage, direkte Messung von Flugleistungen;
- schnelle Drehzahlregelung, gutmütiges Durchstartverhalten;
- Triebwerkausfall kann realistischer simuliert werden;
- kein hantieren mit hochexplosivem Treibstoff.

## 2.3.7 Zusammenstellung der VELA 2-Parameter

Die Modellparameter von VELA 2 sowie die Strömungseigenschaften und Versuchsbedingungen wurden nach dem Froude-Skalierungsgesetz (vgl. Anhang B) aus den Daten des Originalflugzeugs abgeleitet. Für den Skalierungsfaktor hat sich der Wert n = 1/30 als guter Kompromiss erwiesen. Die resultierenden Daten sind in Tabelle 2.2 zusammengestellt.

<b>Froude-Skalierung von VELA 2:</b> Skalierungsfaktor $n = 1/30$				
Simulation des Landeanflugs in Meereshöhe ( $H_{Orig} = 0m; H_{Mod} = 0m$ )				
Parameter	Originalflugzeug Modellflugzeu			
Spannweite	99,6 m	3,32 m		
Flügelfläche	1922,7 m <sup>2</sup>	2,1363 m <sup>2</sup>		
Masse	487125 kg 18,041 kg			
Flächenbelastung	253,3546 kg/m <sup>2</sup> 8,4449 kg/m <sup>2</sup>			
Mach-Zahl	0,2194	0,04		
Fluggeschwindigkeit	74,67 m/s	13,6328 m/s		
Reynolds-Zahl	1,60344894*10 <sup>8</sup>	0,97582696*10 <sup>6</sup>		
Auftriebsbeiwert	0,72	0,72		
Staudruck	3415.09015 N/m <sup>2</sup>	113,8352		
Modellantrieb	1 Turbine JetCat P160 mit 160 N Schub			
Verhältnis der Massenträgheitsmomente	$I_{Mod}/I_{Orig} = (\rho_{mod}/\rho_{Orig}) \cdot n^5 = 4.12 \cdot 10^{-8}$			
Verhältnis der Schwingungsfrequenzen	$\omega_{Mod}/\omega_{Orig} = n^{-1/2} = 5,4772$			
Zeitverhältnis	$t_{Mod}/t_{Orig} = n^{1/2} = 0,1825$			
Verhältnis der Winkelgeschwindigkeiten	$\Omega_{Mod} / \Omega_{Orig} = n^{-1/2} = 5,4772$			

Tabelle 2.2: Zusammenstellung der Modellparameter Quelle: Eigene Berechnungen



Abbildung 2.2: VELA 2 - Demonstratormodell

# 2.4 Geplante Messtechnik für das VELA 2-Demonstratormodell

Nicht nur die Qualität der gemessenen Daten, sondern auch der Kostenaufwand beim Aufbau des Modells hängen stark von der angewendeten Messtechnik ab. Daher ist es ratsam, im Vorfeld der Untersuchungen eine Liste der geplanten Messtechnik aufzustellen, wobei der finanzielle Aspekt sowie die angestrebte Güte der Testergebnisse stets im Vordergrund stehen müssen. In Tabelle 2.3 ist eine Qualitätsspezifikation für die VELA 2-Sensoren zusammengestellt.

	RUDER AUS- SCHLAG	SCHUB- MESSUNG	IMU			LUFTDATEN			
			BESCHLEU- NIGUNG	DREHRATE	WIN- KEL	WIND- FAHNE	GESCHWIN- DIGKEIT	DRUCK	TEMPERA- TUR
Dynamik. Angepasst an	Aktu- ator	Ak- tuator	System	System	Sys- tem	System	System	System	System
Drift	0	0	0	0	0	0	0	0	0
GENAUIG- KEIT	0,1°	0,1 N	0,002 G	0,075°/s	0,1°	0,1°	0,1 M/S	0,1 mbar	0,5 K
WIEDER- HOL-GE- NAUIGKEIT	0,1°	0,1 N	0,002 G	0,075°/s	0,1°	0,1°	0,1 м/s	0,1 mbar	0,5 K
Zeitver- Zug	Max. 1/10 Abtast- zeit	Max. 1/10 Ab- tastzeit	Max. 1/10 Abtast- zeit	Max. 1/10 Abtastzeit	Max. 1/1	Max. 1/10 Abtastzeit	Max. 1/10 Abtastzeit	Max. 1/10 Abtastzeit	Max. 1/10 Abtast- zeit
MESSBE- REICH	-	-	+/- 5 G	+/- 300°/s	-	-	-	700 -1050 MBAR	223 - 323 K
MIN. Abtastra- te	50 Hz	50 Hz	100 Hz	100 Hz	100 Hz	50 Hz	50 Hz	50Hz	2 Hz

Tabelle 2.3: Qualitätsspezifikation für die Sensoren des VELA 2 – Demonstratormodells.Quelle: Institut für Flugmechanik und Flugregelung, Universität Stuttgart

Die folgenden Instrumente wurden für das Modell vorgesehen:

- IMU (Inertial Measurement Unit): Zur Messung der Lage (Eulerwinkel) des Flugzeugs im Raum.
- GPS (Global Positioning System): Zur Messung der Position und Geschwindigkeit des Flugzeugs im Raum.
- Luftdatensensor:

Zur Messung des statischen und dynamischen Drucks, der Lufttemperatur sowie des Anstell- und Schiebewinkels mit Hilfe einer Windfahne. Die Messdaten werden digitalisiert und über CAN-Bus zum Bordcomputer weitergeleitet.

• Potentiometer:

Zur Messung der Ruderstellung. In einer Einheit des Bordcomputers werden die Messdaten digitalisiert und per CAN-Bus weitergegeben. Damit können alle Klappenstellungen erfasst und aufgezeichnet werden.

• Drehzahlmesser:

Zur Messung der Triebwerksdrehzahl. Nach einer Kalibrierung der Triebwerke im Windkanal kann daraus zusammen mit der aktuellen Fluggeschwindigkeit und Luftdichte vom Luftdatensensor der aktuelle Schub bestimmt werden.

• Bordcomputer:

Zur Messdatenspeicherung und Berechnung der Beschleunigungsschätzung für die IMU, kann auch zur Steuerung des Flugzeugs verwendet werden. Dies ist insbesondere dann sinnvoll, wenn z. B. ein bestimmtes Manöver für die Identifizierung von Derivativen oder ein sehr genauer Geradeausflug mit vorgegebener Geschwindigkeit für die Leistungsvermessung geflogen werden soll.

• Telemetrie:

Zur Übertragung der Position, der Höhe, der Geschwindigkeit und ggf. der Fluglage an die Bodenstation. Dies ermöglicht die Steuerung des Modells über größere Entfernung.

• Bodenstation:

Zum Empfang der per Telemetrie gesendeten Flugdaten. Besteht aus einem Notebook und einem Fernsteuersender.

• Fernsteuerung:

Zur Sendung der Befehle an das Flugzeug.

• Flugabbruchsteuerung und Rettungssysteme:

Zur automatischen Abschaltung der Triebwerke und Auslösung des Fallschirms. Damit das System auch bei Stromausfall funktioniert, wird die Strommenge für eine Servobewegung in einem Kondensator gespeichert.

• Kamera:

Zur Übertragung des Videobildes für die Unterstützung der Darstellung der Fluglage auf der Bodenstation.

# 2.5 Simulationsablauf

Auf Basis der gewonnenen Erkenntnisse kann nun der Simulationsvorgang für die Ermittlung der Eigendynamik eines Flugzeugs mit Hilfe eines Demonstratormodells beschrieben werden. Eine schematische Darstellung des Prozesses ist in Abbildung 2.3 gezeigt.

Zu Beginn des Prozesses müssen die Parameter des Originals sowie die Strömungseigenschaften in dem zu simulierenden Flugabschnitt bekannt sein. Dann sind nach dem Froude-Gesetz die Parameter des Modellflugzeugs und die Rahmenbedingungen des Flugversuches zu definieren, wobei die Mach- und Reynolds-Zahl beider Flugzeuge jeweils unterschiedliche Werte annehmen können. Nun ist das Modell aufgrund der erforderlichen geometrischen Ähnlichkeit als verkleinerte Reproduktion des Originals aufzubauen. Während der anschließenden Flugversuche werden Daten aufgezeichnet, die später für die Parameteridentifikation genutzt werden. Damit ist ein im Postprocessing laufendes Verfahren gemeint, das zur Ermittlung der aerodynamischen Beiwerte, bzw. Derivativa und damit zur Abschätzung des Flugverhaltens des Flugzeugs genutzt wird. Da die hier ermittelten Derivativa später für die Auslegung des Reglers und für Computersimulationen verwendet werden, hängt von deren Genauigkeit auch die Güte der nachfolgenden Schritte ab. Nicht zuletzt sind deshalb auch die Anforderungen an die Messtechnik sehr hoch. Nach der Identifikation der aerodynamischen und flugmechanischen Charakteristika des Modellflugzeugs müssen diese für die große Version umgerechnet werden. Dabei sind die Effekte der nicht eingehaltenen Ähnlichkeitskenngrößen auf die Ergebnisse zu lokalisieren und zu reduzieren.



Abbildung 2.3: Schematische Darstellung des Simulationsprozesses Quelle: Eigene Darstellung

Abbildung 2.4 zeigt eine mögliche Vorgehensweise für die Umrechnung der Simulationsergebnisse auf das Original mit Hilfe der Theorie.



Abbildung 2.4: Extrapolation der Simulationsergebnisse mit Hilfe der Theorie Quelle: Eigene Darstellung

Im ersten Schritt werden die flugmechanischen Eigenschaften des Modells theoretisch mit Hilfe von Computerprogrammen ermittelt. Die Berechnungen der Derivativa des VELA 2-Flugzeugs wurden beispielsweise mit den Panelverfahren VSAERO und PANAIR sowie mit dem Wirbelleiterverfahren Tornado und AVL berechnet. Die Ergebnisse sind in Abbildung 2.5 dargestellt. In der zweiten Etappe werden die Flugdaten mit den theoretisch ermittelten Ergebnissen verglichen. Dabei geht es darum, die eventuellen Abweichungen aufzuzeigen und ihre Ursachen zu definieren. Somit wird die Genauigkeit der verschiedenen Programme für die Berechnung der vorliegenden Konfiguration festgelegt. Anschließend können die Eigenschaften des Originalflugzeugs theoretisch berechnet und aufgrund der bekannten Genauigkeit des Programms korrigiert werden.



Abbildung 2.5: Berechnung der Derivativa von VELA 2 anhand unterschiedlicher Programme Quelle: Eigene Berechnungen

# 2.6 Genauigkeit der Ergebnisse

Die Genauigkeit der Endergebnisse der Simulation lässt sich von vornherein nur schwer abschätzen. Im Vorfeld der Flugversuche kann nur eine sehr spekulative Prognose der zu erwarteten Genauigkeiten abgegeben werden. Stattdessen ist es viel sinnvoller auf die eventuellen Fehlerquellen einzugehen.

Die für das Original umgerechneten Endergebnisse beinhalten zumindest drei Hauptproblemstellen, die zur Verfälschung der Resultate führen können: Das sind die Ungenauigkeiten der Messtechnik, des Identifikationsverfahrens und der Umrechnung der Simulationsergebnisse auf das Originalflugzeug.

Für eine möglichst gute Identifikation der Parameter reicht es nicht aus, einzelne Manöver zu fliegen. Es müssen verschiedene Manöver geflogen und anschließend miteinander kombiniert werden. Zusätzlich müssen die Steuereingaben zum Teil durch einzelne Ruder und zum Teil durch Ruderkombinationen erfolgen, wie sie später während des Fluges auch vorkommen.

Die Messtechnik schließt den Kreis zwischen Flugmanöver und Parameteridentifikation. Die Güte der Messtechnik kann direkt mit der Güte der identifizierten Parameter in Zusammenhang gebracht werden. Unter der Annahme, dass die Flugmanöver alle wichtigen Informationen zur Parameteridentifikation liefern, ist nur noch die Messtechnik als Verlustquelle für Information anzusehen. Es gilt der Grundsatz: Nur das, was in den Messdaten steht, kann identifiziert werden.

Bei der Extrapolation der Simulationsergebnisse auf das Original ist mit Abweichungen zu rechnen, die vom eingesetzten Rechenverfahren abhängen. Bei unkonventionellen Flugzeug-

konfigurationen ist zu erwarten, dass die CFD-Programme bessere Resultate liefern. Die analytischen Verfahren sind meistens auf klassische Konfigurationen optimiert.

Die Ergebnisse können außerdem durch die Verformung der Flugzeugzelle verfälscht werden. Diese Verformung verändert neben der Flugzeugkonfiguration die Auftriebsverteilung und verschiebt das Gleichgewicht der Momente [8]. Im Rahmen dieser Arbeit ist man von einem starren Körper ausgegangen.

Zur Illustration der Genauigkeit des Identifikationsverfahrens werden statistische Daten herangezogen. In Tabelle 2.4 sind die Abweichungen der erzielten Ergebnisse beim Einsatz unterschiedlicher Identifikationsverfahren in Prozent dargelegt.

AICRAFT	DLR_HFB_320 1988	Cranfield Jetstream 2000	Uni-Stuttgart Aerosonde 2004	Uni-Stuttgart Airship Lotte 2002
longitudinal	from flight test data	from noise-free	from simulated data	from flight test data
motion	with estimation of	simulated data	with estimation of	with estimation of
	measurement and		measurement and proc-	measand process
	process noise		ess noise	noise
C <sub>D0</sub>	2,5%	-	2,5%	0,4%
$C_{L0}$	20%	-	1,8%	5%
C <sub>M0</sub>	3,3%	-	0,3%	6%
$C_{L\alpha}$	1%	-	0,6%	6%
C <sub>Mα</sub>	1%	0%	1%	7,7%
C <sub>Mq</sub>	2%	0%	2,4%	7,4%
$C_{L\delta}$	-	33%	0,1%	-
C <sub>Mδ</sub>	1,3%	1%	0,1%	-

Tabelle 2.4: Abweichungen der Ergebnisse der Identifikationsverfahren.

Quelle: VELA 2 Machbarkeitsstudie, Prof. K. Well, Universität Stuttgart

Zur Reduzierung der Endfehler in den Simulationsergebnissen werden in den nächsten Kapiteln Optimierungsmaßnahmen ausgearbeitet. Diese Maßnahmen beschränken sich auf eine Korrektur der Modellgesetze, wodurch die Modellparameter und Rahmenbedingungen für die Flugversuche neu zu definieren sind.

# **Kapitel III**

# Optimale Versuchsbedingungen für die Simulation mit frei fliegenden Modellen

Bei Nichteinhaltung des Mach'schen und Reynolds'schen Ähnlichkeitsparameters weicht das Flugverhalten des Modells aufgrund von Kompressibilitäts- bzw. Reibungseinflüssen von dem des Originals ab. Die Mach- und Reynolds-Zahl werden nicht nur durch äußere, atmosphärische Faktoren wie etwa die Lufttemperatur und -zähigkeit bestimmt, sondern auch durch Flugparameter, in erster Linie durch die Fluggeschwindigkeit des Flugzeugs. Deshalb wird im diesem Kapitel die folgende Untersuchung durchgeführt: Ausgehend von einer Standardatmosphäre sind die Flughöhe und -geschwindigkeit des Original- und Modellflugzeugs zu bestimmen, für die die Unterschiede in den Derivativa am geringsten sind.

## 3.1 Festlegung der Flughöhe des Originalflugzeugs

Das Bestreben besteht darin, die Differenz in der Mach- und Reynolds-Zahl zu reduzieren. Ihre Quotienten streben infolgedessen gegen eins. Es gilt:

$$\frac{Ma_{Mod}}{Ma_{Orig}} \to 1 \text{ und } \frac{\text{Re}_{Mod}}{\text{Re}_{Orig}} \to 1$$

Auf der anderen Seite können diese Verhältnisse auf Basis des Froude-Skalierungsgesetzes als Funktion von Flugparametern und vom Skalierungsfaktor beschrieben werden: Mach-Zahl-Verhältnis:

$$\frac{Ma_{Mod}}{Ma_{Orig}} = \frac{V_{aOrig}}{V_{aMod}} \cdot n^{\frac{1}{2}}$$
(18)

Reynolds-Zahl-Verhältnis:

$$\frac{\operatorname{Re}_{Mod}}{\operatorname{Re}_{Orig}} = \frac{V_{Orig}}{V_{Mod}} \cdot n^{\frac{3}{2}}$$
(19)

Hierbei stellt  $V_a$  die Schallgeschwindigkeit, v die kinematische Luftzähigkeit und n den Skalierungsfaktor dar.

Für den Idealfall (zusätzliche Einhaltung von Mach- und Reynolds-Zahl) gilt auf Basis von Gleichungen 18 und 19 Folgendes:

$$\frac{Ma_{Mod}}{Ma_{Orig}} = 1 \text{ implizient } \frac{V_{aOrig}}{V_{aMod}} = n^{-\frac{1}{2}}$$

und

$$\frac{\text{Re}_{Mod}}{\text{Re}_{Orig}} = 1 \text{ implizient } \frac{V_{Orig}}{V_{Mod}} = n^{-\frac{3}{2}}$$

In der Praxis sind aber diese Mach- und Reynolds-Zahl-Verhältnisse viel kleiner als 1. Demzufolge soll die Analyse unten dazu verhelfen, die Werte  $\frac{V_{aOrig}}{V_{aMod}}$  und  $\frac{v_{Orig}}{v_{Mod}}$  für einen vorgegebenen Skalierungsfaktor im Rahmen der Machbarkeit zu maximieren.

#### Analyse:

Ein Flugzeug soll mit einem Skalierungsfaktor n = 1/30 nachgebaut und simuliert werden. Es ist zwischen dem Reiseflug (H = 11000m) und dem Landeanflug (Annahme H = 0m) eine Flugphase zu bestimmen, die für die Simulation die besseren Ergebnisse liefert. Ausschlaggebend hierfür sind die Unterschiede zwischen Mach- und Reynolds-Zahl des Modells und Originals. Es gilt die logische Behauptung, je kleiner diese Unterschiede sind, desto ähnlicher sind die dynamischen Vorgänge.

a) Landeanflug  $(H_{Orig} = 0m; H_{Mod} = 0m)$ 

$$\frac{Ma_{Mod}}{Ma_{Orig}} = \frac{Va_{Orig}}{Va_{Mod}} n^{\frac{1}{2}} = \frac{340.3}{340.3} \cdot \sqrt{\frac{1}{30}} = 0.1825$$

$$\frac{\operatorname{Re}_{Mod}}{\operatorname{Re}_{Orig}} = \frac{V_{Orig}}{V_{Mod}} \cdot n^{\frac{3}{2}} = \frac{1,46 \cdot 10^{-5}}{1,46 \cdot 10^{-5}} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{30}\right)^3} = 6,085 \cdot 10^{-3}$$

b) Reiseflug  $(H_{Orig} = 11000m; H_{Mod} = 0m)$ 

$$\frac{Ma_{Mod}}{Ma_{Orig}} = \frac{Va_{Orig}}{Va_{Mod}} n^{\frac{1}{2}} = \frac{295.1}{340.3} \cdot \sqrt{\frac{1}{30}} = 0.15831$$

$$\frac{\operatorname{Re}_{Mod}}{\operatorname{Re}_{Orig}} = \frac{v_{Orig}}{v_{Mod}} \cdot n^{\frac{3}{2}} = \frac{3,90 \cdot 10^{-5}}{1,46 \cdot 10^{-5}} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{30}\right)^3} = 16,25 \cdot 10^{-3}$$

Di e Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle 3.1 zusammengefasst.

Szenario 1	Szenario 2		
$H_{Mod} = 0m;$ $H_{Orig} = 0m;$ $n = 1/30$	$H_{Mod} = 0m;$ $H_{Orig} = 11000m;$ $n = 1/30$		
$\frac{Ma_{Mod}}{Ma_{Orig}} = 0,1825 \qquad \qquad \frac{\operatorname{Re}_{Mod}}{\operatorname{Re}_{Orig}} = 6,085 \cdot 10^{-3}$	$\frac{Ma_{Mod}}{Ma_{Orig}} = 0.15831 \qquad \qquad \frac{\operatorname{Re}_{Mod}}{\operatorname{Re}_{Orig}} = 16.25 \cdot 10^{-3}$		

Tabelle 3.1: Verhältnisse der Mach- und Reynolds-Zahlen für 0 und 11000m Quelle: Eigene Berechnungen

Es lässt sich, aufbauend auf Tabelle 3.1, der folgende Schluss für das Froude-Skalierungsgesetz ziehen: Je kleiner der Unterschied zwischen den Flughöhen des Modells und des Originals ist umso geringer fallen die Mach-Zahl-Effekte aus. Für das Reynolds-Zahl-Verhältnis gilt genau das Gegenteil. Gründe dafür sind die gegensätzlichen Verläufe der Schallgeschwindigkeit und der kinematischen Zähigkeit über der Höhe. Während die erste mit der Höhe sinkt, nimmt die zweite zu. Daraus ergibt sich, dass der geringere Mach-Zahl-Unterschied bei einer Simulation des Landeanflugs des Originalflugzeugs erreicht wird, der geringere Reynolds-Zahl-Unterschied hingegen bei einer Simulation des Reiseflugs. Weiter stellt sich heraus, dass die Höhenvariation einen viel größeren Einfluss auf die Reynolds-Zahl als auf die Mach-Zahl hat. Während sich das Verhältnis der Mach-Zahl von der Höhe H<sub>Orig</sub> = Om auf die Höhe H<sub>Orig</sub> = 11000m lediglich um 13,3 % verschlechtert, verbessert sich gleichzeitig das Verhältnis der Reynolds-Zahl um 167 %. Das Modellflugzeug weist also einen größeren Ähnlichkeitsgrad bei einer Simulation des Originals in Reise- als in Meereshöhe auf.

## 3.2 Festlegung der Reisegeschwindigkeit des Originalflugzeugs

Die Festlegung der Reisegeschwindigkeit wird wie im vorigen Fall durch die Reduzierung der Mach- und Reynolds-Zahl-Unterschiede zwischen Modell und Original bestimmt.

#### 3.2.1 Reduzierung der Unterschiede in den Mach-Zahl-Effekten

Der mathematische Ansatz für den Mach-Zahl-Einfluss auf die meisten aerodynamischen Parameter lässt sich mit Hilfe des so genannten Prandtl-Glauert-Faktors  $\beta = \sqrt{1 - Ma^2}$  schreiben. Es ist nun die Mach-Zahl des Originalflugzeugs zu definieren, für die der Unterschied zwischen dem Faktor des Modells  $\beta_{Mod}$  und demjenigen des Originals  $\beta_{Orig}$  am kleinsten ist.

Dies bedeutet, dass das Verhältnis  $\frac{\beta_{Mod}}{\beta_{Orig}}$  gegen 1 strebt. Es folgt der Ansatz:

$$\frac{\beta_{Mod}}{\beta_{Orig}} = \frac{\sqrt{1 - Ma_{Mod}}^2}{\sqrt{1 - Ma_{Orig}}^2} = \sqrt{\frac{1 - \frac{Ma_{Mod}}^2 \cdot Ma_{Orig}^2}{Ma_{Orig}^2}} (20.1)$$

Wie oben angeführt, ist das Verhältnis der Mach-Zahl bestimmt, sobald der Skalierungsfaktor n und die Flughöhe des Modells und die des Originals festgelegt sind.

Für das Beispiel mit n = 1/30,  $H_{Orig} = 11000$ m und  $H_{Mod} = 0$ m wird das Verhältnis der Mach-Zahlen wie folgt berechnet (vgl. Tabelle B1, Anhang B):

$$\frac{Ma_{Mod}}{Ma_{Orig}} = 0,15831.$$

Gleichung 20.1 sieht somit folgendermaßen aus:

$$\frac{\beta_{Mod}}{\beta_{Orig}} = \sqrt{\frac{1 - 0.15831^2 \cdot Ma_{Orig}^2}{\left(1 - Ma_{Orig}^2\right)^2}}$$
(20.2)

Die graphische Darstellung für den Verlauf von  $\frac{\beta_{Mod}}{\beta_{Orig}}$  über der Mach-Zahl des Originalflugzeugs ist in Abbildung 3.1 wiedergegeben.



Abbildung 3.1: Verhältnis des Prandtl-Glauert-Faktors des Modells zu dem des Originals Quelle: Eigene Berechnungen

Aus der Abbildung ist ersichtlich, dass je kleiner die Mach-Zahl des Originalflugzeugs wird, desto mehr strebt das Verhältnis  $\frac{\beta_{Mod}}{\beta_{Orig}}$  gegen 1. Für die Simulation eines Schnellfluges mit einer Mach-Zahl von etwa Ma<sub>Orig</sub> = 0,7 ist  $\beta_{Mod}$  das 1,4-fache von  $\beta_{Orig}$ . Sollte aber ein Langsamflug des Originals mit Ma<sub>Orig</sub> = 0,3 simuliert werden, beträgt der Prandtl-Glauert-Faktor des Modells  $\beta_{Mod}$  für diesen Fall nur noch das 1,05-fache von  $\beta_{Orig}$ . Folglich sinken die Unterschiede in den Kompressibilitätseffekten mit der Mach-Zahl des simulierten Flugs Ma<sub>Orig</sub>, obwohl das Verhältnis der Mach-Zahlen des Modell- und Originalflugzeugs unverändert bleibt.

#### 3.2.2 Reduzierung der Unterschiede in den Reynolds-Zahl-Effekten

Die Effekte der Reynolds-Zahl auf die aerodynamischen Derivativa finden ihren Niederschlag hauptsächlich in der Berechnung des Nullwiderstandsbeiwerts  $C_{W0}$ . Der Gesamtnullwiderstandsbeiwert des Flugzeugs stellt die Summe der Nullwiderstandsbeiwerte der verschiedenen Baugruppen dar.

$$C_{W0\,Flugzeug} = \sum_{i=1}^{n} C_{W0i} \tag{21}$$

Der Index *i* steht für die Flugzeugkomponenten (Rumpf, Flügel, Pylon, Leitwerk usw.).

Die einzelnen Nullwiderstandsbeiwerte  $C_{W0i}$  werden neben den geometrischen Parametern der betroffenen Baugruppe hauptsächlich durch den Reibungskoeffizienten C<sub>f</sub> bestimmt. Der Letztere ist, wie Abbildung 3.2 zeigt, eine Funktion der Reynolds- und Mach-Zahl. Die in

diesem Bild dargestellten Zusammenhänge gelten lediglich für turbulente Strömungen. Es wird davon ausgegangen, dass das Strömungsbild um das Originalflugzeug völlig (oder fast) turbulent ist.

Für die meisten Flugzeuge kann die Gesamtwiderstandspolare durch den folgenden parabolischen Ansatz gut angenährt werden.



Hier stellt  $C_A$  den Auftriebsbeiwert,  $\Lambda$  die Flügelstreckung und e den Oswald-Faktor dar.



Abbildung 3.2: Widerstandsbeiwert der längsangeströmten Platte bei turbulenter Strömung<sup>6</sup> [23]

Für das Froude-Skalierungsgesetz gilt Folgendes: Induzierter Widerstand des Modells ist gleich induziertem Widerstand des Originals.

$$C_{Wind Mod} = C_{Wind Orig}$$
(23)

Diese Behauptung wird in den folgenden Zeilen bewiesen.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Die Kompressibilitätseffekte werden in dieser Abbildung mit Hilfe der Eckert'schen Methode berücksichtigt.

Per Definition ist der Auftriebsbeiwert

$$C_A = \frac{2 \cdot m \cdot g}{\rho \cdot S \cdot V^2} \tag{24}$$

Dies führt zu

$$\frac{C_{AMod}}{C_{AOrig}} = \left(\frac{m_{Mod}}{m_{Orig}}\right) \cdot \left(\frac{\rho_{Orig}}{\rho_{Mod}}\right) \cdot \left(\frac{S_{Orig}}{S_{Mod}}\right) \cdot \left(\frac{V_{Orig}}{V_{Mod}}\right)^2$$
(25)

Mit Berücksichtigung des Froude-Skalierungsgesetzes ergibt Gleichung 25 Folgendes:

$$\frac{C_{AMod}}{C_{AOrig}} = \left( \left( \frac{\rho_{Mod}}{\rho_{Orig}} \right) \cdot n^3 \right) \cdot \left( \frac{\rho_{Orig}}{\rho_{Mod}} \right) \cdot \left( n^{-2} \right) \cdot \left( n^{-\frac{1}{2}} \right)^2$$
(26)

Nach Vereinfachung von Gleichung 26 resultiert:

$$\frac{C_{AMod}}{C_{AOrig}} = 1 \text{ oder } C_{AMod} = C_{AOrig}$$
(27)

Weiter soll berücksichtigt werden, dass die Flügelstreckung ein dimensionsloser Parameter ist. Da geometrische Ähnlichkeit zwischen Modell und Original vorausgesetzt ist, gilt:

$$\frac{\Lambda_{Mod}}{\Lambda_{Orig}} = 1 \tag{28}$$

Der Oswald-Faktor e ist auch ein dimensionsloser Parameter, der die Güte der Auftriebsverteilung quantifiziert. Anders als die Flügelstreckung hängt dieser Parameter nicht nur von der Geometrie ab, sondern auch von der Strömung<sup>7</sup>. Angesichts der Tatsache, dass der Einfluss der Strömung auf diese Größe eher gering ausfällt, kann der folgende Zusammenhang angenommen werden:

$$\frac{e_{Mod}}{e_{Orig}} \approx 1 \tag{29}$$

Unter Berücksichtigung von Gleichungen 27, 28 und 29 wird die Gültigkeit der Gleichung 23 bewiesen.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Der Oswald-Faktor *e* hängt, streng genommen, von der Mach-Zahl ab.

Die Nullwiderstandsbeiwerte der beiden Flugzeuge hingegen sind aufgrund unterschiedlicher Reynolds- und Mach-Zahl nicht identisch. Daraus folgt, dass zur Harmonisierung der Gesamtwiderstandsbeiwerte der Anteil des induzierten Widerstands vergrößert oder andersherum, der des Nullwiderstandsbeiwerts verringert werden muss. Aufgrund der Erkenntnis, dass der induzierte Widerstand mit kleiner werdender Fluggeschwindigkeit größer wird, kann man folgende Schlüsse ziehen:

Fazit: Eine größere Ähnlichkeit der dynamischen Vorgänge zwischen Modell und Original wird erzielt, wenn das Modell den Langsamflug des Originals simuliert. Hierbei soll die simulierte Flughöhe des Originals möglichst groß sein. Zu beachten ist, dass das Flugzeug nicht überzogen wird. Der geflogene Auftriebsbeiwert muss stets kleiner als der maximal erreichbare in der betrachteten Flugkonfiguration sein.

Aus der im vorliegenden Kapitel entwickelten Theorie kann der Schluss gezogen werden, dass es durchaus möglich ist, die Froude-Skalierung anhand von versuchstechnischen Maßnahmen hinsichtlich der Gewährleistung einer dynamischen Ähnlichkeit zwischen zwei unterschiedlich großen Flugzeugen zu verbessern.

# **Kapitel IV**

# Korrektur der Ersatzgrößen zur Harmonisierung der dynamischen Vorgänge

## 4.1 Einleitung

Die Voraussetzungen für die Erzielung ähnlicher dynamischer Vorgänge beim Kleinflugzeug wie bei der großen Version, sind bereits mit Hilfe der Strömungstechnik und der Dimensionsanalyse abgeleitet worden. Aus der Strömungstechnik rührt die Regel her, dass ein originalgetreues Strömungsbild am Modell nur dann erreicht werden kann, wenn alle dimensionslosen Parameter, welche die Strömung bestimmen, eingehalten werden [32]. Die Machbarkeitsstudie im vorigen Kapitel hat jedoch bewiesen, dass aus konstruktiven und betriebstechnischen Gründen, nicht alle dimensionslosen Parameter eingehalten werden können. Es findet demzufolge eine reine Froude-Skalierung statt, wobei die Mach- und Reynolds-Zahl nicht eingehalten werden können. Das bewirkt eine Abweichung der Eigendynamik des Modells von der des Originals.

Das Ziel des vorliegenden Kapitels ist es, zunächst die Kompressibilitäts- und Reibungseffekte in den aerodynamischen und flugmechanischen Charakteristika genau zu untersuchen und anschließend Korrekturansätze für die Reduzierung dieser Effekte zu erarbeiten.

Die vorliegende Abhandlung baut auf einer analytischen Vorgehensweise auf, wobei die Theorie der Flugmechanik im Vordergrund steht. Anfangs findet eine Überprüfung der Ähnlichkeitsgesetze der Dimensionsanalyse statt, wobei alle dimensionslosen Kenngrößen bei der Skalierung eingehalten werden. Das Original und das Modell sollten in diesem Fall ein identisches Flugverhalten aufweisen. Den Ähnlichkeitsgrad zwischen den Flugbewegungen kann man anhand von Diagrammen (Zeitverläufen der Anfangsbedingungen) oder mit Hilfe von Zahlenwerten (Dämpfung und Frequenz der Bewegungen) abschätzen. Anschließend werden die Effekte der Nichteinhaltung der Mach'schen und Reynolds'schen Ähnlichkeitsparameter auf die Eigendynamik des Modells analysiert. Dieser Schritt kann als Vorstudie zur Verbesserung der Skalierungsgesetze betrachtet werden, woraus Maßnahmen zur Reduzierung der Diskrepanz in den Bewegungsabläufen der beiden Flugzeuge abgeleitet werden.

## 4.2 Theoretische Grundlagen

Als Quelle für die im vorliegenden Punkt beschriebene Theorie wurde [33] herangezogen.

#### 4.2.1 Linearisierung der Bewegungsgleichungen

Die zeitliche Änderung der Zustandsvariablen wird durch die Bewegungsgleichungen beschrieben. Diese Gleichungen haben sechs Freiheitsgrade (drei translatorische und drei rotatorische) und sind hochgradig nichtlinear. Demzufolge ist eine Vielzahl von (oft sehr zeitaufwendigen) Rechnersimulationen erforderlich, um einen Überblick über das Verhalten des Systems bei unterschiedlichen Randbedingungen oder Ruderausschlägen zu erhalten. Meistens aber interessiert ein einzeln berechneter, detaillierter Bewegungsverlauf nicht. Viel wichtiger sind Aussagen über generelle Eigenschaften der Bewegung, wie z. B. über Stabilität, Dämpfung, auftretende Schwingungsarten usw.

Derartige Aussagen kann man gewinnen, ohne das vollständige nichtlineare Gleichungssystem zu lösen. Zu diesem Zweck wird das System unter Anwendung der Theorie kleiner Störungen linearisiert. Hierbei wird angenommen, dass das Flugzeug, ausgehend von einem ausgetrimmten, stationären Referenzzustand (auch Bezugs- oder Ausgangszustand genannt), eine kleine Störung erfährt. Infolge dieser kleinen Störung verlässt das Flugzeug den Referenzzustand und führt in der Umgebung des Referenzzustandes kleine Bewegungen aus, die nahezu als linear angenommen werden können. Damit wird erreicht, dass in diesem Bereich die nichtlinearen Beziehungen als linear angesehen werden können. Mathematisch betrachtet werden die Kraft- und Momentenbeziehungen in Taylor-Reihen entwickelt, die nach dem ersten Glied abgebrochen werden. Auf diese Weise entsteht ein System linearer Differentialgleichungen (Prinzip der Linearisierung).

Trotz wesentlicher Vereinfachungen lassen sich mit den linearisierten Gleichungen gute Ergebnisse erzielen. Es muss jedoch betont werden, dass die Ergebnisse nur in unmittelbarer Umgebung des Referenzzustandes gelten, um den linearisiert wurde. Sie sind damit abhängig vom Referenzzustand.

#### 4.2.2 Lösung der Differentialgleichungen

Die aus der Linearisierung der Bewegungsgleichungen entstandenen, inhomogenen Differentialgleichungen haben folgende Struktur:

Diese Gleichung lässt sich in zwei Lösungsanteile zerlegen, und zwar einen homogenen Anteil, wobei  $x(0) = x_0 \operatorname{mit} u(t) = 0$ , und einen inhomogen Anteil mit x(0) = 0 und  $u(t) \neq 0$ , die dann zu einer Gesamtlösung überlagert werden. Die homogene Gleichung

$$x(t) = A \cdot x(t) \tag{31}$$

beschreibt die Eigenbewegung des Flugzeugs. In diesem Sinne kann der Vektoru(t) aus Sicht des Gesamtsystems als Störvektor angesehen werden. In der Tat sind die für das System als "fremd" gekennzeichneten Anregungen (Steuereingaben und atmosphärische Störungen) in diesem Vektor untergebracht. Die Elemente von u werden Steuer- bzw. Störgrößen genannt. Die Matrix B, welche die Wirkungen der Steuerangaben in Form von Derivativa darstellt, wird Steuermatrix genannt. A stellt die so genannte Systemmatrix dar und enthält die dimensionsbehafteten Eigenderivativa des Flugzeugs, anders bekannt als Ersatzgrößen.

Fortan wird die Differentialgleichung der Einfachheit halber in zwei Teile zerlegt. Es entsteht dadurch eine Gleichung für die Längsbewegung (Bewegung in der Symmetrieebene des Flugzeugs) und eine andere für die Seitenbewegung. Unsere Untersuchungen beschränken sich auf die homogene Gleichung der beiden Bewegungsrichtungen. Dies bedeutet, dass die Reaktion des Flugzeugs auf die Veränderungen der Flugparameter (Geschwindigkeit, Lage, Drehraten usw.) im Vordergrund steht, und nicht etwa die Frage, wie das Flugzeug auf äußere "Störfaktoren" (Steuerangabe, Windböen usw.) reagiert. Die homogene Gleichung gibt Auskünfte über das dynamische Verhalten des Flugzeugs und folglich über seine Stabilität. Das Flugverhalten wird in dem Stabilitätskoordinatensystem und in der unmittelbaren Umgebung eines stabilen Referenzzustands ermittelt.

# 4.3 Anwendung der Ähnlichkeitsgesetze auf die Bewegungsgleichungen

Aus der homogenen Differentialgleichung (vgl. Gl. 31) ist ersichtlich, dass allein die Elemente der Systemmatrix *A* die Eigendynamik des Flugzeugs bestimmen. Demzufolge kann man sich bei der Abschätzung des Ähnlichkeitsgrades der physikalischen Vorgänge zwischen Modell und Original auf diese Matrix beschränken. Aus dieser Überlegung heraus ist man im Rahmen dieser Arbeit bestrebt, die Modellgesetze, wie wir sie bislang aus der Strömungstechnik kennen, aus Sicht der Flugmechanik neu zu interpretieren.

## 4.3.1 Definition von Systemmatrizen für gleiche Eigendynamik

Es sei angenommen, dass das Modell mit einem Skalierungsfaktor n aufzubauen ist. Die Systemmatrix des Modells  $A_{Mod}$  kann immer als Skalarprodukt der Systemmatrix des Originals  $A_{Orig}$  und einer bestimmten "Skalierungsmatrix  $K_m$ " aufgefasst werden.

$$A_{Mod} = A_{Orig} \cdot K_m \tag{32.1}$$

Elementweise lässt sich Gleichung 32.1 wie folgt definieren:

$$a_{Mod\ ij} = a_{Orig\ ij} \cdot k_{mij} \tag{32.2},$$

wobei i = 1,2,... $\eta$  (Zeilenindex) und j = 1,2,... $\gamma$  (Spaltenindex).

4.3.1.1 Bestimmen der Skalierungsmatrix

Die Matrix K<sub>m</sub> sei wie folgt definiert:

$$K_{m} = \begin{pmatrix} k_{m11} & k_{m12} & \cdots & k_{m1\gamma} \\ k_{m21} & k_{m22} & \cdots & k_{m2\gamma} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{m\eta1} & k_{m\eta2} & \cdots & k_{m\eta\gamma} \end{pmatrix}$$
(33)

Nach Gleichung 32.2 stellen die Elemente  $k_{mij}$  die Verhältnisse der Elemente der Systemmatrix A<sub>Mod</sub> zu den Elementen der Matrix A<sub>Orig</sub> dar. Es gilt also Folgendes:

$$k_{mij} = \frac{a_{Mod\,ij}}{a_{Orig\,ij}} \tag{32.3}$$

Die homogene Differentialgleichung der Großversion eines Flugzeugs ist wie folgt gegeben:

Längsbewegung

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{e} \\ \mathbf{\Theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \sqrt{\frac{1}{s}} & \mathbf{x} \alpha \left(\frac{m}{s^2}\right) & \mathbf{x} q \left(\frac{m}{s}\right) & \mathbf{x} \Theta \left(\frac{m}{s^2}\right) \\ \mathbf{z} \sqrt{m} & \mathbf{z} \alpha \left(\frac{1}{s}\right) & \mathbf{z} q(-) & \mathbf{z} \Theta \left(\frac{1}{s}\right) \\ \mathbf{M} \sqrt{\frac{1}{ms}} & \mathbf{M} \alpha \left(\frac{1}{s^2}\right) & \mathbf{M} q \left(\frac{1}{s}\right) & \mathbf{M} \Theta \left(\frac{1}{s^2}\right) \\ \mathbf{0} \left(\frac{1}{m}\right) & \mathbf{0} \left(\frac{1}{s}\right) & \mathbf{1} (-) & \mathbf{0} \left(\frac{1}{s}\right) \end{bmatrix} \mathbf{x} \begin{bmatrix} V \\ \alpha \\ q \\ \Theta \end{bmatrix}$$
(34.1)

Systemmatrix der Längsbewegung A<sub>OrigLB</sub>

#### Seitenbewegung

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \ddot{\Phi} \\ \ddot{\Psi} \\ \dot{\Phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{\beta} \left( \frac{1}{s} \right) & Q_{p}(-) & Q_{r}(-) & Q_{\Phi} \left( \frac{1}{s} \right) \\ L_{\beta} \left( \frac{1}{s^{2}} \right) & L_{p} \left( \frac{1}{s} \right) & L_{r} \left( \frac{1}{s} \right) & 0 \left( \frac{1}{s^{2}} \right) \\ N_{\beta} \left( \frac{1}{s^{2}} \right) & N_{p} \left( \frac{1}{s} \right) & N_{r} \left( \frac{1}{s} \right) & 0 \left( \frac{1}{s^{2}} \right) \\ 0 \left( \frac{1}{s} \right) & 1 \left( - \right) & 0 \left( - \right) & 0 \left( \frac{1}{s} \right) \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\Phi} \\ \dot{\Psi} \\ \dot{\Phi} \end{bmatrix}$$
(34.2)

Systemmatrix der Seitenbewegung AOrigSB

Nun stellt sich die Frage nach der Definition der Matrix  $K_m$ , um die vollkommene Identität der Eigendynamik des Modells und Originals gewährleisten zu können.

Um eine Antwort auf diese Frage zu geben, müssen die Ähnlichkeitsgesetze auf die Ersatzgrößen angewendet werden. Gleichungen 34.1 und 34.2 ist zu entnehmen, dass alle Elemente der Systemmatrix die Dimension der *Länge* [L] und der *Zeit* [T] besitzen, oder sie sind dimensionslos. Die Verhältnisse dieser Dimensionen für die beiden Flugzeuge sind nun als Funktion vom Skalierungsfaktor n zu beschreiben, wobei man von der Einhaltung aller dimensionslosen Parameter auszugehen hat.

• Das Verhältnis der Längen ist per Definition (vgl. Anhang B):

$$\frac{l_{Mod}}{l_{Orig}} = n \tag{35}$$

• Das Zeitverhältnis wird von der Bedingung der Einhaltung der dimensionslosen reduzierten Zeit (vgl. Anhang B) abgeleitet:

$$\frac{t_{Mod}}{t_{Orig}} = n^{\frac{1}{2}}$$
(36)

In Gleichungen 34.1 und 34.2 sind die Systemmatrizen mit ihren Elementen dargestellt. In den Klammern stehen die Einheiten der einzelnen Ersatzgrößen (m: Meter; s: Sekunde). Mit Hilfe der Gleichungen 35 und 36 können die Elemente der Skalierungsmatrix  $K_m$  definiert werden. Das folgende Beispiel soll die dafür erforderliche Vorgehensweise näher erläutern. Hier wird exemplarisch das Element  $k_{mLB11}$  der Längsbewegung hergeleitet:

Gleichung 32.3 angewendet an k<sub>mLB11</sub> ergibt:

$$k_{mLB11} = \frac{a_{Mod\ LB11}}{a_{Orig\ LB11}}$$
(37)

Nach entsprechendem Ersetzen ergibt sich:

$$k_{mLB11} = \frac{X_{VMod} \left(\frac{1}{s}\right)_{Mod}}{X_{VOrig} \left(\frac{1}{s}\right)_{Orig}}$$
(38)

Aufgrund seiner Einheit  $\left(\frac{1}{s}\right)$  kann  $X_v$  als das Verhältnis einer dimensionslosen Konstante C zu der Zeiteinheit aufgefasst werden:

$$X_V = C \cdot \left(\frac{1}{t}\right) \tag{39.1}$$

Für das Modellflugzeug ergibt sich also:

$$X_{V_{Mod}} = C_{Mod} \cdot \left(\frac{1}{t_{Mod}}\right)$$
(39.2)

und für das Original:

$$X_{V_{Orig}} = C_{Orig} \cdot \left(\frac{1}{t_{Orig}}\right)$$
(39.3)

Aufgrund der Ähnlichkeitsgesetze werden alle dimensionslosen Parameter eingehalten. Daraus ergibt sich Folgendes:

$$C_{Mod} = C_{Orig} \tag{40}$$

Setzt man die Gleichungen 39.2, 39.3 und 40 in die Gleichung 38 ein, kommt man zu:

$$k_{mLB11} = \frac{t_{Orig}}{t_{Mod}} \tag{41}$$

Diese Gleichung lässt sich mit Hilfe der Gleichung 36 wie folgt umschreiben:

$$k_{m11} = n^{-\frac{1}{2}} \tag{42}$$

Die übrigen Elemente der Matrix  $K_m$  lassen sich analog errechnen. Somit ergeben sich für die Längs- und Seitenbewegung folgende Skalierungsmatrizen:

$$K_{mLB} = \begin{bmatrix} n^{-1/2} & n^0 & n^{1/2} & n^0 \\ n^{-1} & n^{-1/2} & n^0 & n^{-1/2} \\ n^{-3/2} & n^{-1} & n^{-1/2} & n^{-1} \\ n^{-1} & n^{-1/2} & n^0 & n^{-1/2} \end{bmatrix}$$
(43.1)

Skalierungsmatrix für die Längsbewegung

$$K_{mSB} = \begin{bmatrix} n^{-1/2} & n^{0} & n^{0} & n^{-1/2} \\ n^{-1} & n^{-1/2} & n^{-1/2} & n^{-1} \\ n^{-1} & n^{-1/2} & n^{-1/2} & n^{-1} \\ n^{-1/2} & n^{0} & n^{0} & n^{-1/2} \end{bmatrix}$$
(43.2)

Skalierungsmatrix für die Seitenbewegung

*Fazit:* Sollte ein Modellflugzeug die Systemdynamik des Originals exakt reproduzieren, dann hängen die Verhältnisse ihrer Ersatzgrößen lediglich vom Skalierungsfaktor ab. Diese Verhältnisse lassen sich mit Gleichungen 43.1 und 43.2 beschreiben, und werden auf Basis der Ähnlichkeitsgesetze bestimmt.

Allgemein können die Elemente der  $K_m$ -Matrix mit Hilfe von Tabelle 4.1 definiert werden. Hier stehen die Flugparameter (rechts von der Systemmatrix) in der ersten Zeile und ihre Ableitungen nach der Zeit (links von der Systemmatrix) in der ersten Spalte.

	Zustandsparameter			
	Geschwindigkeit, V [m/s]	Winkel, [rad]	Drehrate, [rad/s]	
Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit, [m/s <sup>2</sup> ]	n <sup>-1/2</sup>	$n^0$	$n^{1/2}$	
Ableitung des Winkels nach der Zeit, [rad/s]	$n^{-1}$	$n^{-1/2}$	$n^0$	
Ableitung der Drehrate nach der Zeit, [rad/s <sup>2</sup> ]	$n^{-3/2}$	$n^{-1}$	$n^{-1/2}$	

Tabelle 4.1: Ableitung der Elemente der Skalierungsmatrix K<sub>m</sub> Quelle: Eigene Angaben

4.3.1.2 Anwendung und Überprüfung der Theorie

Die oben ausgearbeiteten Bedingungen zur Ähnlichkeit der Eigendynamik zweier Flugzeuge werden nun für die Längsbewegung einer Boeing 777 angewendet, wobei von der System-

matrix des Originalflugzeugs die des Modells hergeleitet wird. Eine Gegenüberstellung der resultierenden Bewegungsformen soll ihre Ähnlichkeit nachweisen und damit die Theorie bestätigen. Der Vergleich des Flugverhaltens erfolgt quantitativ anhand von Charakteristika der Bewegungsformen (Dämpfung und Frequenz) und qualitativ anhand von Graphiken (Zeitverläufen). Der Skalierungsfaktor beträgt n = 1/30.

Die Bewegungsgleichungen des Flugzeugs sind wie folgt gegeben:

Längsbewegungsgleichung des Originalflugzeugs

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\dot{V}} \\ \mathbf{\dot{\alpha}} \\ \mathbf{\dot{q}} \\ \mathbf{\dot{\Theta}} \\ \mathbf{\Theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5,240 \times 10^{-3} & 4,100 & 0,000 & -9,806 \\ -2,970 \times 10^{-4} & -0,641 & 0,983 & 2,850 \times 10^{-4} \\ -1,430 \times 10^{-5} & -1,640 & -0,902 & 0,000 \\ 0,000 & 0,000 & 1,000 & 0,000 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V \\ \mathbf{\alpha} \\ q \\ \mathbf{\Theta} \end{bmatrix}$$



Anhand von Tabelle 4.1 wird die Skalierungsmatrix  $K_{mLB}$  ermittelt. Mit n = 1/30 ergibt sich:

Skalierungsmatrix für die Längsbewegung

$$K_{mLB} = \begin{bmatrix} 5,477 & 1,000 & 0,183 & 1,000 \\ 30,000 & 5,477 & 1,000 & 5,477 \\ 164,317 & 30,000 & 5,477 & 30,000 \\ 30,000 & 5,477 & 1,000 & 5,477 \end{bmatrix}$$

Damit lässt sich die Systemmatrix der Längsbewegung des Modells nach Gleichung 32.1 errechnen und bildet die folgende Bewegungsgleichung:

Längsbewegungsgleichung des Modelflugzeugs

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{a} \\ \mathbf{q} \\ \mathbf{\Theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,029 & 4,100 & 0,000 & -9,806 \\ -8,910 \times 10^{-3} & -3,511 & 0,983 & 1,561 \times 10^{-3} \\ -2,350 \times 10^{-3} & -4,920 \times 10^{-1} & -4,940 & 0,000 \\ 0,000 & 0,000 & 1,000 & 0,000 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V \\ \alpha \\ q \\ \Theta \end{bmatrix}$$

Systemmatrix des Models für die Längsbewegung ALB\_Mod

Auf Basis der oben abgeleiteten Bewegungsgleichung findet nun die Überprüfung der Theorie statt. Hierfür werden die in FEDeP berechneten Zeitverläufe, Dämpfungen und Frequenzen der Bewegungsformen beider Flugzeuge analysiert und miteinander verglichen.

### a) Qualitativer Vergleich

Wie in Abbildung 4.1 zu sehen ist, beschreiben die Änderungen der Zustandsparameter für das Modell und Original ähnliche Schwingungen. Daraus lässt sich auf die qualitative Ähnlichkeit der Eigendynamik schließen. Die Bestätigung der völligen Gleichheit der Eigendynamik beider Flugzeuge soll in einer quantitativen Analyse erbracht werden.



Abbildung 4.1: Zeitverläufe des Modells und Originals für die Längsbewegung (B777) Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)

### b) Quantitativer Vergleich

Für den vorliegenden Vergleich werden die Verhältnisse der Dämpfungen und der Frequenzen der einzelnen Bewegungsformen herangezogen. Diese Parameter sind in Tabelle 4.2 eingetragen.

B777: FROUDE-SKALIERUNG / LÄNGSBEWEGUNG ORIGINAL						
Eigenvalue	Damping (-)	Frequenz (rad/s)	Bewegungsform			
-2.21e-003 + 4.63e-002i	4.76e-002	4.63e-002	Phygoide			
-2.21e-003 - 4.63e-002i	4.76e-002	4.63e-002	Phygoide			
-7.72e-001 + 1.26e+000i	5.22e-001	1.48e+000	Anstellwinkelschwingung			
-7.72e-001 - 1.26e+000i	5.22e-001	1.48e+000	Anstellwinkelschwingung			
B777: FROUDE-SKALIERUNG / LÄNGSBEWEGUNG MODELL						
Eigenvalue	Damping (-)	Frequenz (rad/s)	Bewegungsform			
-1.21e-002 + 2.53e-001i	4.76e-002	2.54e-001	Phygoide			
-1.21e-002 - 2.53e-001i	4.76e-002	2.54e-001	Phygoide			
-4.23e+000 + 6.92e+000i	5.22e-001	8.11e+000	Anstellwinkelschwingung			
-4.23e+000 - 6.92e+000i	5.22e-001	8.11e+000	Anstellwinkelschwingung			

Tabelle 4.2: Dämpfungen und Frequenzen des Modell- und Originalflugzeugs (B777) Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)

Laut den Ähnlichkeitsgesetzen soll der durchgeführte Skalierungsprozess keinen Einfluss auf die dimensionslose Dämpfung haben. Hingegen ist zu erwarten, dass sich die Frequenz aufgrund ihrer Einheit *1/s* um einen Faktor verändert, der gleich dem Kehrwert des Zeitverhältnisses ist. Es muss also Folgendes erfüllt werden:

$$\frac{D\ddot{a}mpfung_{Modell}}{D\ddot{a}mpfung_{Original}} = 1$$
(44.1)

$$\frac{Frequenz_{Modell}}{Frequenz_{Original}} = n^{-\frac{1}{2}}$$
(44.2)

Die berechneten Dämpfungs- und Frequenzverhältnisse des Modells und Originals aus den in Tabelle 4.2 stehenden Daten sind in Abbildung 4.2 mit ihren Sollwerten verglichen. Für n = 1/30 wird das Verhältnis der Frequenzen zu

$$\frac{Frequenz_{Modell}}{Frequenz_{Original}} = \left(\frac{1}{30}\right)^{-\frac{1}{2}} = 5,47722$$



Abbildung 4.2: Dämpfungs- und Frequenzverhältnis bei idealer Skalierung (B777) Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)

# 4.3.2 Kompressibilitäts- und Reibungseffekte auf die Eigendynamik des Flugzeugs

Sollten bei der Skalierung des Flugzeugs nicht alle dimensionslosen Parameter eingehalten werden, weisen das Model und das Original unterschiedliche Eigenschaften auf. Zur Untersuchung des Flugverhaltens anhand eines Modells werden außer der Mach- und Reynolds-Zahl grundsätzlich alle Ähnlichkeitskenngrößen unverändert gehalten. Die Gründe für die Unterschiede in der Mach- und Reynolds-Zahlen wurden bereits in Kapitel II genannt.

Daher wird die Auswirkung der Nichteinhaltung der Mach- und Reynolds-Zahl auf die Charakteristika der Bewegungsformen mit Hilfe konkreter Beispiele untersucht. Zunächst sind die Ursachen dieser Auswirkung auf die Elemente der Systemmatrix analytisch aufzuzeigen.

### 4.3.2.1 Allgemeine Form der Skalierungsmatrix

Ganz allgemein lässt sich die Skalierungsmatrix K<sub>m</sub> in folgender Form aufschreiben:

$$K_{m} = \begin{pmatrix} f_{11}(n) \cdot \tau_{11}(p_{1}, p_{2} \cdot \cdot \cdot p_{s}) & f_{12}(n) \cdot \tau_{12}(p_{1}, p_{2} \cdot \cdot \cdot p_{s}) & \bullet & f_{1L}(n) \cdot \tau_{1L}(p_{1}, p_{2} \cdot \cdot \cdot p_{s}) \\ f_{21}(n) \cdot \tau_{21}(p_{1}, p_{2} \cdot \cdot \cdot p_{s}) & f_{22}(n) \cdot \tau_{22}(p_{1}, p_{2} \cdot \cdot \cdot p_{s}) & \bullet & f_{2L}(n) \cdot \tau_{2L}(p_{1}, p_{2} \cdot \cdot \cdot p_{s}) \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ f_{K1}(n) \cdot \tau_{K1}(p_{1}, p_{2} \cdot \cdot \cdot p_{s}) & f_{K2}(n) \cdot \tau_{K2}(p_{1}, p_{2} \cdot \cdot \cdot p_{s}) & \bullet & f_{KL}(n) \cdot \tau_{KL}(p_{1}, p_{2} \cdot \cdot \cdot p_{s}) \end{pmatrix}$$
(45)

Dabei stellen die Terme  $f_{ij}(n)$  die Elemente der Matrix  $K_m$  im Fall einer idealen Skalierung (Einhaltung aller Ähnlichkeitsparameter) dar. Diese Elemente werden nach den Gleichungen

43.1 und 43.2 jeweils für die Längs- und Seitenbewegung berechnet. Die Parameter  $\tau_{ij}$  hingegen sind die Abweichungsfaktoren der entsprechenden Elemente der Matrix K<sub>m</sub> von den Sollwerten für die ideale Skalierung. Sie bilden somit die Abweichungsmatrix  $\tau$  und können als Maß für die Abhängigkeit der jeweiligen Ersatzgrößen von den Ähnlichkeitsparametern aufgefasst werden, die während des Skalierungsprozesses nicht eingehaltenen worden sind. Die Elemente  $\tau_{ij}$  hängen also von den abweichenden Ähnlichkeitsparametern p<sub>1</sub>, p<sub>2</sub>... p<sub>s</sub> ab. Sollten alle Ähnlichkeitsparameter eingehalten werden, weisen die Elemente der Skalierungsmatrix K<sub>m</sub> keine Abweichungen von den Sollwerten für die ideale Skalierung auf. Es gilt folglich ausnahmslos für alle Elemente der Abweichungsmatrix  $\tau$ :

$$\tau_{ii} = 1 \tag{46}$$

Die Ersatzgrößen  $A_{ij}$  in der Systemmatrix können in einen Mach- bzw. Reynolds-Zahl unabhängigen  $(u_{ij})$  und abhängigen  $(v_{ij})$  Anteil zerlegt werden. Sie lassen sich also wie folgt auffassen:

$$A_{ij} = u_{ij} \cdot v_{ij} \tag{47}$$

- $u_{ij}$  ist der Mach- und Reynolds-Zahl unabhängige Anteil. Er wird von den Flugzeugund Zustandsparametern bestimmt. Für die Ersatzgrößen des Modellflugzeugs  $A_{ij_{Mod}}$ lässt sich dieser Term auf Basis des Froude-Skalierungsgesetzes und der Parameter des Originalflugzeugs ableiten.
- $v_{ij}$  hängt indirekt über die aerodynamischen Derivativa und Beiwerte von der Machund Reynolds-Zahl oder direkt von der Mach-Zahl ab. Dieser Anteil ist immer dimensionslos und soll demzufolge für das Modell und Original im Fall einer vollkommenen dynamischen Ähnlichkeit identisch sein.

Das folgende Beispiel soll das oben beschriebene Vorgehen veranschaulichen:

Für das Systemmatrixelement X<sub>V</sub> in der Gleichung 34.1 gilt [33]:

$$X_{V} = \frac{\rho \cdot V^{2} \cdot S}{2 \cdot m} \cdot \frac{1}{V} \cdot \left(-2 \cdot C_{W} - Ma \cdot C_{WMa} + n_{F} \cdot C_{\mu} \cdot \cos(\alpha + \sigma)\right)$$
(48)

Wobei sich die in Gleichung 48 vorhandenen Zustandsparameter auf den Referenzzustand beziehen.  $\sigma$  ist der Schub-Einstellwinkel, n<sub>F</sub> die Triebwerkskennzahl und Cµ der Schubbeiwert. Der Mach- und Reynolds-Zahl unabhängige Anteil von Xv ist

$$u = \frac{\rho \cdot V^2 \cdot S}{2 \cdot m} \cdot \frac{1}{V} \tag{49}$$

und der Mach- und Reynolds-Zahl abhängige Anteil von Xv ist

$$v = \left(-2 \cdot C_w - Ma \cdot C_{wMa} + n_F \cdot C_\mu \cdot \cos(\alpha + \sigma)\right)$$
(50)

In der Tat sind die eingeklammerten Beiwerte den Kompressibilitäts- und Reibungseinfüßen ausgesetzt. Hier befindet sich auch unmittelbar die Mach-Zahl.

Nach Gleichung 32.3 gilt für die Elemente der Skalierungsmatrix Km:

$$k_{mij} = \frac{A_{Mod \ ij}}{A_{Orig \ ij}} = \left(\frac{u_{ijMod}}{u_{ijOrig}}\right) \cdot \left(\frac{v_{ijMod}}{v_{ijOrig}}\right)$$
(51)

Die Gleichung 51 lässt sich damit umformen zu:

$$k_{mij} = U_{ij} \cdot V_{ij} \tag{52}$$

 U<sub>ij</sub> ist das Verhältnis der Anteile der Elemente der Systemmatrizen des Modells und des Originals, die per Definition von der Mach- und Reynolds-Zahl unabhängig sind. Somit hat die Skalierung dieser Ähnlichkeitsparameter keinerlei Auswirkung auf U<sub>ij</sub>. Da sonst alle anderen Ähnlichkeitsgrößen eingehalten werden, gilt die folgende Gleichung:

$$U_{ij} = f_{ij}(n) \tag{53}$$

 $f_{ij}(n)$  ist dabei das Verhältnis der Elemente der Systemmatrize für die ideale Skalierung (vgl. Gl. 45).

•  $V_{ij}$  ist das Verhältnis der (dimensionslosen) Anteile der Elemente der Systemmatrizen des Modells und Originals, die per Definition von der Mach- und Reynolds-Zahl abhängig sind. Da zumindest einer dieser Ähnlichkeitsparameter beim Skalierungsprozess nicht eingehalten wurde, bewirkt also dieser Anteil, dass  $k_{mij}$  vom Sollwert für die vollkommene Ähnlichkeit der Eigendynamik abweicht. Demzufolge gilt:

$$V_{ij}(Ma, Re) = \tau_{ij}(Ma, Re)$$
(54)

Eine Anwendung von Gleichung 51 auf  $X_V$  mit einem Skalierungsfaktor n würde Folgendes ergeben:

$$k_{m11} = \frac{X_{V Mod}}{X_{V Orig}} = \frac{\left(\frac{\rho \cdot V^2 \cdot S}{2 \cdot m} \cdot \frac{1}{V}\right)_{Mod}}{\left(\frac{\rho \cdot V^2 \cdot S}{2 \cdot m} \cdot \frac{1}{V}\right)_{Orig}} \cdot \frac{\left(-2 \cdot C_W - Ma \cdot C_{WMa} + n_F \cdot C_\mu \cdot \cos(\alpha + \sigma)\right)_{Mod}}{\left(-2 \cdot C_W - Ma \cdot C_{WMa} + n_F \cdot C_\mu \cdot \cos(\alpha + \sigma)\right)_{Orig}}$$

$$U_{11} = n^{\frac{1}{2}}$$

$$V_{11} = \tau_{11}$$

#### 4.3.2.2 Anwendungsbeispiel

Die Skalierung der Boeing 777, deren Systemmatrix die für Längsbewegung im Punkt 4.3.1.2 angegeben ist, soll nun für die Längs- und Seitenbewegung nach den folgenden Szenarien untersucht werden:

Skalierungsfaktor: n = 1/30

Szenario 1: Skalierung ohne Einhaltung der Mach-Zahl  $(Ma_{Mod} \neq Ma_{Orig})$ 

Szenario 2: Skalierung ohne Einhaltung der Reynolds-Zahl ( $\operatorname{Re}_{Mod} \neq \operatorname{Re}_{Orig}$ )

Szenario 3: Skalierung ohne Einhaltung der Mach- und Reynolds-Zahl  $(\operatorname{Re}_{Mod} \neq \operatorname{Re}_{Orig})$ und  $(Ma_{Mod} \neq Ma_{Orig})$ 

Da die Unterschiede der Eigendynamik in den Diagrammen für die Zeitverläufe nur schwer erkennbar sind, wird im Rahmen der vorliegenden Studie der quantitative Vergleich vorgezogen. Hierbei werden die Verhältnisse der Dämpfungen und Frequenzen der unterschiedlichen Bewegungsarten jeweils denen der idealen Skalierung gegenübergestellt. Bei der Einhaltung aller Ähnlichkeitsparameter (vgl. Gl. 44.1 und 44.2) ergibt sich Folgendes:

$$\frac{D\ddot{a}mpfung_{Modell}}{D\ddot{a}mpfung_{Original}} = 1 \text{ und } \frac{Frequenz_{Modell}}{Frequenz_{Original}} = \left(\frac{1}{30}\right)^{-\frac{1}{2}} = 5,47722$$

**Szenario 1:** Skalierung ohne Einhaltung der Mach-Zahl  $(Ma_{Mod} \neq Ma_{Orig})$ Für  $Ma_{Mod} = 0,14$  und  $Ma_{Orig} = 0,87$  werden die jeweiligen Dämpfungen und Frequenzen in FEDeP errechnet. Ihre Verhältnisse sind aus Abbildung 4.3 ersichtlich.



Abbildung 4.3: Dämpfungs- und Frequenzverhältnis ohne Ma-Einhaltung (B777) Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)

Auffällig ist, dass die Skalierung der Mach-Zahl Auswirkung auf alle Bewegungsformen hat. Hierbei sind generell die Frequenzen stärker als die Dämpfungen davon betroffen. Am wenigsten verfälscht ist die Taumelbewegung des Modells, deren Dämpfung etwas kleiner als der Sollwert ist.

**Szenario 2:** Skalierung ohne Einhaltung der Reynolds-Zahl ( $\operatorname{Re}_{Mod} \neq \operatorname{Re}_{Orig}$ )

Die Dämpfungen und Frequenzen werden in diesem Fall bei unterschiedlichen Reynolds-Zahlen ( $\text{Re}_{Mod} = 8,92 \cdot 10^5 \text{ und } \text{Re}_{Orig} = 54,81 \cdot 10^6$ ) und gleicher Mach-Zahl berechnet. Ihre Verhältnisse sind in Abbildung 4.4 dargestellt.



Abbildung 4.4: Dämpfungs- und Frequenzverhältnis ohne Re-Einhaltung (B777) Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)

Im Vergleich zum vorherigen Szenario ergibt dieses Skalierungsgesetz einen guten Ähnlichkeitsgrad zwischen den Eigenschaften des Modells und denen des Originals. Lediglich die Phygoide des Modells ist stärker gedämpft als die des Originals. Es ist allerdings darauf hinzuweisen, dass ein ähnliches Strömungsregime um beide Flugzeuge vorausgesetzt ist. Die Turbulenz um das Modell wird anhand des Turbolators erzwungen.

**Szenario 3:** Skalierung ohne Einhaltung der Mach- und Reynolds-Zahl  $(Ma_{Mod} \neq Ma_{Orig})$  und  $(\text{Re}_{Mod} \neq \text{Re}_{Orig})$ 

Dieser Fall ist von den drei angeführten der Realistischste: Die Fluggeschwindigkeit und –höhe des Modells sind in der Regel viel niedriger als die des Originals. Dadurch ergeben sich für beide Flugzeuge unterschiedliche Mach- und Reynolds-Zahl. Abbildung 4.5 zeigt die für dieses Szenario ermittelten Charakteristika.



Abbildung 4.5: Dämpfungs- und Frequenzverhältnis ohne Ma- und Re-Einhaltung (B777) Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)

Aufgrund der kleineren Reynolds-Zahl bleibt die Phygoide des Modells stark gedämpft. Auf der anderen Seite wirkt sich die Skalierung der Mach-Zahl auf die Frequenzen der Bewegungsgleichungen des Modells aus. Aus Abbildung 4.5 ist ersichtlich, dass die Balken der Frequenzen ein ähnliches Bild wie im Fall der Skalierung mit den Mach-Zahl-Effekten abgeben.

Diese Erkenntnis wirft die Frage der Superposition der Skalierungseffekte auf, die im Folgenden behandelt wird.

### 4.3.2.3 Superposition

Befindet man sich auf der Suche nach einer Kombination unterschiedlicher Mach- und Reynolds-Zahlen, die ähnliche Eigendynamik aufweisen, wäre es durchaus hilfreich, wenn man durch Superposition der einzelnen Änderungen der Matrixelemente auf die resultierenden Eigenschwingungen schließen könnte.

Zur Untersuchung der Superposition wurde die folgende Analyse durchgeführt: Die Dämpfung der Phygoide wurde exemplarisch für unterschiedliche Werte der Systemmatrixelemente A<sub>LB11</sub> und A<sub>LB14</sub> berechnet. Somit konnten die Auswirkung der jeweiligen Änderung der Elemente auf diese Eigenschaft registriert werden. Die manuelle Änderung von A<sub>LB11</sub> und A<sub>LB14</sub> galten einer Simulation des Einflusses der Mach- bzw. Reynolds-Zahl. Bei einer weiteren Berechnung sollte festgelegt werden, ob nun simultane Änderungen der beiden Systemmatrixelemente eine Kumulation der einzelnen Effekte auf die Dämpfung hervorrufen, was auf die Superponierbarkeit der Ergebnisse schließen würde.

Diese Analyse hat deutlich gemacht, dass eine einfache Superposition der Effekte nicht möglich ist. Grundsätzlich kommt sie nur für lineare Zusammenhänge zur Anwendung. Zwischen den Eigenwerten und den Systemmatrixelementen gilt jedoch:

$$\det \left( I \,\lambda + A \right) = 0$$

Die Lösung der Determinanten einer  $4 \times 4$ -Matrix ist aber hochgradig nichtlinear.

## 4.4 Ablauf der Korrektur der Ersatzgrößen

Die Korrektur der Ersatzgrößen zur Optimierung der Simulation besteht in einer angemessenen Veränderung der Matrixelemente des Modells. Diese Veränderung erfolgt durch Variation von Parametern, die nicht vom Froude-Skalierungsgesetz bestimmt sind. Ziel dieses Vorgehens ist, die Abweichung der dimensionslosen Anteile (v) der Modell-Matrix von denen der Original-Matrix infolge der unterschiedlichen Mach- und Reynolds-Zahl zu reduzieren.

Der vorliegende Abschnitt soll den Ablauf des Optimierungsprozesses der Systemmatrix eines Modellflugzeugs beschreiben. Ziel ist die Harmonisierung des Flugverhaltens des Modells mit dem des Originals. Vor Beginn des Prozesses müssen die Systemmatrix des Originals und die zu korrigierende Systemmatrix des Modells bekannt sein (z.B. aus CFD-Berechnungen).

Nun wird die Vorgehensweise der Optimierung ausführlich dargelegt. Sie besteht aus einigen Schritten:

#### 1. Schritt: Erstellen der idealen Matrix des Modells für die perfekte Ähnlichkeit

In diesem Schritt wird die ideale Form der Modell-Matrix (ideale Systemmatrix) für dynamische Ähnlichkeit errechnet. Diese lässt sich vom Skalierungsfaktor n und von der Matrix des Originalflugzeugs ableiten (vgl. Punkt 4.3.1).
#### 2. Schritt: Durchführung der Sensitivitätsstudie

Ferner erfolgt eine Sensitivitätsstudie über die Untersuchung des Einflusses einer jeden Ersatzgröße auf die Gesamtbewegung. In diesem Zusammenhang werden zunächst die Elemente der im ersten Schritt errechneten idealen Systemmatrix durch diejenigen der realen Systemmatrix des Modellflugzeugs einzeln ersetzt und die Eigendynamik jeweils ermittelt. Die in den Ergebnissen auftretenden Diskrepanzen zu den dynamischen Vorgängen des Originals sind allein auf das veränderte Element der idealen Matrix zurückzuführen. Somit kann nicht nur die Empfindlichkeit des Gesamtsystems gegenüber diesem Element bestimmt, sondern es kann auch der Einflussbereich des Elements eingegrenzt werden.

Zur Durchführung der oben beschriebenen Ermittlung steht das FEDeP-Modul "A B - Matrix-Skalierung" zur Verfügung. Mit Hilfe dieses Programms kann eine Stellungnahme nicht nur über die qualitative, sondern auch über die quantitative Auswirkung der Elementvariation abgegeben werden. Die Ergebnisse werden in Form von Balken-Diagramm dargestellt, wobei die Balken die absolute Abweichung des Ist-Werts vom Sollwert des Frequenzen- und Dämpfungsverhältnisses der Bewegungsformen repräsentieren (vgl. Gl. 55 und 56):

$$\Delta_{D\ddot{a}mpf} = \left(\frac{D\ddot{a}mpfung_{Modell}}{D\ddot{a}mpfung_{Original}}\right)_{ist} - \left(\frac{D\ddot{a}mpfung_{Modell}}{D\ddot{a}mpfung_{Original}}\right)_{soll}$$
(55.1)

$$\Delta_{Freq} = \left(\frac{Frequenz_{Modell}}{Frequenz_{Original}}\right)_{ist} - \left(\frac{Frequenz_{Modell}}{Frequenz_{Original}}\right)_{soll}$$
(56.1)

Aus den Gleichungen 44.1 und 44.2 ist bekannt, dass

$$\left(\frac{D\ddot{a}mpfung_{Modell}}{D\ddot{a}mpfung_{Original}}\right)_{soll} = 1 \text{ und } \left(\frac{Frequenz_{Modell}}{Frequenz_{Original}}\right)_{soll} = n^{-\frac{1}{2}}$$

Somit ergeben sich die folgenden Balkenhöhen  $\Delta_{Dampf}$ ,  $\Delta_{Freq}$ :

$$\Delta_{D\ddot{a}mpf} = \left(\frac{D\ddot{a}mpfung_{Modell}}{D\ddot{a}mpfung_{Original}}\right)_{ist} - 1$$
(55.2)

$$\Delta_{Freq} = \left(\frac{Frequenz_{Modell}}{Frequenz_{Original}}\right)_{ist} - n^{-\frac{1}{2}}$$
(56.2)

3. Schritte: Priorisierung der Ersatzgrößen

Nach dem Bekanntwerden des Einflusses jedes einzelnen Elements der Modell-Systemmatrix kann eine Priorisierung dieser in abnehmender Reihenfolge hinsichtlich der Auswirkung erfolgen.

4. Schritt: Korrektur der Modell-Matrix

Nun kann die Korrektur der Ersatzgrößen der Modell-Systemmatrix beginnen. Dies erfolgt auf Basis der formellen Schreibweise der Matrixelemente. Wie oben bereits erwähnt wurde, sind lediglich die Parameter zu verändern, die die Skalierungsgesetze auf keine Weise verletzen. Hierbei sind die Elemente mit dem größten Einfluss auf die Eigendynamik (vgl. 3. Schritt) vorrangig.

Zur Verdeutlichung des Optimierungsprozesses wird im Folgenden die oben beschriebene Theorie auf das VELA 2-Flugzeug angewendet.

# 4.5 Korrektur der Ersatzgrößen des VELA 2-Demonstrators

Die dimensionslosen Derivativa des Original- und Modellflugzeugs wurden mit Hilfe des Panelverfahrens VSAERO berechnet. Die Wahl dieser CFD-Software ist auf ihre vergleichsweise einfache, schnelle und kostengünstige Rechenmethode zurückzuführen. Außerdem liefert das Programm gute Ergebnisse, wie es der Vergleich mit dem TAU-Code im [9] und vor allem der Vergleich der VELA 2-Berechnung mit den Windkanalergebnissen belegen. Der letztere ist in Abbildung 4.6 dargestellt, wobei die Derivativa  $C_{A_p}$  und  $C_{A_r}$  im Windkanal nicht ermittelt worden waren. Aufgrund des sensiblen Charakters der Daten verzichtet man hier auf eine quantitative Gegenüberstellung der Ergebnisse.



Abbildung 4.6: Vergleich der dynamischen Derivativa aus WK-Messungen und VSAERO-Berechnungen für VELA 2 (Alpha = 4.5 Deg) [27]

Die möglichen Gründe für die Abweichung der einzelnen Derivativa werden im [27] angegeben.

# 4.5.1 Erstellung der Systemmatrizen von VELA 2 für das Original und Modell

Die Systemmatrizen der Längs- und Seitenbewegung des VELA 2-Flugzeugs haben die folgende Form:

$$A_{LB} = \begin{bmatrix} x \sqrt{\frac{1}{s}} & x \sqrt{\frac{m}{s}} \\ z \sqrt{m} & z \sqrt{\frac{1}{s}} & z \sqrt{\frac{1}{s}} & z \sqrt{\frac{m}{s}} & z \sqrt{\frac{m}{s}} \\ M \sqrt{\frac{1}{ms}} & M \sqrt{\frac{1}{s}} & M \sqrt{\frac{1}{s}} & M \sqrt{\frac{1}{s}} & M \sqrt{\frac{1}{s}} \\ M \sqrt{\frac{1}{ms}} & 0 \sqrt{\frac{1}{s}} & 1 \sqrt{\frac{1}{s}} & M \sqrt{\frac{1}{s}} \end{bmatrix} \\ A_{SB} = \begin{bmatrix} Q \beta \left(\frac{1}{s}\right) & Q p^{(-)} & Q r^{(-)} & Q \Phi \left(\frac{1}{s}\right) \\ L \beta \left(\frac{1}{s^2}\right) & L p \left(\frac{1}{s}\right) & L r \left(\frac{1}{s}\right) & 0 \left(\frac{1}{s^2}\right) \\ N \beta \left(\frac{1}{s^2}\right) & N p \left(\frac{1}{s}\right) & N r \left(\frac{1}{s}\right) & 0 \left(\frac{1}{s^2}\right) \\ 0 \left(\frac{1}{m}\right) & 0 \left(\frac{1}{s}\right) & 1 \sqrt{\frac{1}{s}} & 0 \left(\frac{1}{s}\right) \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Die Ersatzgrößen werden gemäß Gleichung 47 in zwei Teile zerlegt. Die ausgeklammerten Terme entsprechen  $u_{ij}$  in der Gleichung und werden durch die Flug- bzw. Flugzeugparameter bestimmt. Diese Terme hängen nicht von der Mach- oder Reynolds-Zahl ab. Darüber hinaus werden sie im Fall des Modells durch das Skalierungsgesetz bestimmt und unterliegen dem-

zufolge keiner Veränderungsmöglichkeit. Die einzig zu korrigierenden Terme stehen also innerhalb der Klammer. Diese Teile der Gleichung entsprechen  $v_{ij}$  in der Gleichung 47, sind immer dimensionslos und variieren mit der Mach- oder Reynolds-Zahl. Zweck der Korrekturansätze ist es nun, die eingeklammerten Teile der Modell-Ersatzgrößen denen der Ori-

ginal-Ersatzgrößen anzugleichen. Somit ergibt sich  $\frac{v_{ijMod}}{v_{ijOrig}} = V_{ij} = \tau_{ij} \rightarrow 1$ .

In der nachfolgenden Analyse werden die Korrekturmethoden für die einzelnen Elemente der Systemmatrizen ausgearbeitet. Die Formeln für die Ersatzgrößen stammen aus dem Skript zur Flugmechanik der Technischen Universität Berlin [33].

Die zu optimierenden Systeme sind durch die folgenden Systemmatrizen vorgegeben:

1) Vorgabe: Systemmatrizen des Original-VELA 2-Flugzeugs (VSAERO-Berechnung)

 $A_{LBOrig} = \begin{bmatrix} -1,4755 \times 10^{-2} & 5,1783 & 0,0000 & -9,5847 \\ -3,5141 \times 10^{-3} & -5,8451 \times 10^{-1} & 9,6438 \times 10^{-1} & 2,7799 \times 10^{-2} \\ -1,5108 \times 10^{-6} & 6,9436 \times 10^{-3} & 1,6872 \times 10^{-3} & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,0000 & 1,0000 & 0,0000 \end{bmatrix}$ Systemmatrix der Längsbewegung

$$A_{SBOrig} = \begin{bmatrix} -3,1384 \times 10^{-2} & 1,8604 \times 10^{-1} & -1,0053 & 1,3133 \times 10^{-1} \\ 1,9372 \times 10^{-2} & -2,2584 \times 10^{-2} & 6,4258 \times 10^{-3} & 0,0000 \\ -4,0802 \times 10^{-2} & -3,4931 \times 10^{-2} & -1,3239 \times 10^{-2} & 0,0000 \\ 0,0000 & 1,0000 & 0,0000 & 0,0000 \end{bmatrix}$$
Systemmatrix der Seitenbewegung

2) Ideale Systemmatrizen des Modell-VELA 2-Flugzeugs: Einhaltung aller Ähnlichkeitsparameter (*abgeleitet nach Tabelle 4.1*)

$$A_{LBMod\_ideal} = \begin{bmatrix} -8,0822 \times 10^{-2} & 5,1783 & 0,0000 & -9,5847 \\ -1,0542 \times 10^{-1} & -3,2015 & 9,6438 \times 10^{-1} & 1,5226 \times 10^{-1} \\ -2,4825 \times 10^{-4} & 2,0831 \times 10^{-1} & 9,2412 \times 10^{-3} & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,0000 & 1,0000 & 0,0000 \end{bmatrix}$$
  
Systemmatrix der Längsbewegung

 $A_{SBMod\_ideal} = \begin{bmatrix} -1,7190 \times 10^{-1} & 1,8604 \times 10^{-1} & -1,0053 & 7,1938 \times 10^{-1} \\ 5,8119 \times 10^{-1} & -1,2369 \times 10^{-1} & 3,5196 \times 10^{-2} & 0,0000 \\ -1,2240 & -1,9133 \times 10^{-1} & -7,2513 \times 10^{-2} & 0,0000 \\ 0,0000 & 1,0000 & 0,0000 & 0,0000 \end{bmatrix}$ Systemmatrix der Seitenbewegung 3) Reale Systemmatrizen des Modell-VELA 2-Flugzeugs: Nichteinhaltung der Mach- und Reynolds-Zahl (*VSAERO-Berechnung*)

	$-9,1066 \times 10^{-2}$	4,5685	0,0000	-9,5745		
$A_{LBMod\_real} =$	$-1,0570 \times 10^{-1}$	-3,4215	9,6628×10 <sup>-1</sup>	1,5573×10 <sup>-1</sup>		
	$-8,3818 \times 10^{-3}$	1,4780×10 <sup>-21</sup>	$-1,2857 \times 10^{-2}$	0,0000		
	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000		
- Systemmatrix der Längsbewegung						
	$[-1,7717 \times 10^{-1}]$	1,9115×10 <sup>-1</sup>	-1,0049	7,1951×10 <sup>-1</sup>		
$A_{SBMod\_real} =$	5,9783×10 <sup>-1</sup>	$-1,2042 \times 10^{-1}$	$3,5792 \times 10^{-2}$	0,0000		
	-1,8388	$-1,8777 \times 10^{-1}$	$-7,0916 \times 10^{-2}$	0,0000		
	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000		
Systemmatrix der Seitenbewegung						

# 4.5.2 Ermittlung der Bewegungsformen von VELA 2

Anders als bei den klassischen Drachenflugzeugen mit 2 Formen für die Längsbewegung (Phygoide und Alphaschwingung, beide oszillierend) und 3 für die Seitenbewegung (aperiodische Spiral-, oszillierende Taumel- und aperiodische Rollbewegung), weisen die Systemmatrizen von VELA 2 gemäß Abbildungen 4.7 und 4.8 eine andere Konstellation auf. Während 3 Bewegungsformen (2 aperiodische und 1 konjugierte oszillierende) für die Längsbewegung zu unterscheiden sind, besteht die Seitenbewegung aus insgesamt 4 aperiodischen Bewegungsformen.



Abbildung 4.7: Pol-Nullstellen-Diagramm der Längsbewegung des Original-VELA 2-Flugzeugs



Abbildung 4.8: Pol-Nullstellen-Diagramm der Seitenbewegung des Original-VELA 2-Flugzeugs

Die Bewegungsformen werden von rechts nach links in "erste Bewegungsform" (1. BF), "zweite Bewegungsform" (2. BF) und so weiter durchnumeriert. Die infolge der Kompressibilitäts- und Reibungseinflüsse entstehenden Abweichungen der Charakteristika der Bewegungsformen des Modells und Originals werden nun in der folgenden Studie analysiert und vermindert.

# 4.5.3 Sensitivitätsstudie und Korrektur der Modell-Matrix

In diesem Abschnitt werden die in den Schritten 2, 3 und 4 des Punkts 4.4 erläuterten Theorien auf das VELA 2-Modellflugzeug angewendet. Der Einfluss der einzelnen Elemente der Matrizen auf den Dämpfungsgrad und die Frequenz der Bewegungsformen wird in einem Balkendiagramm dargestellt. Die Balkenhöhen in den Diagrammen stellen die Differenz zwischen dem Istwert und dem Sollwert der Verhältnisse des Dämpfungsgrads und der Frequenz der Bewegungsformen dar (vgl. Gl. 55.2 und 56.2).

# 4.5.3.1 Elementweise Korrektur der Längsbewegungsmatrix ALB

# a) $A_{LB11} = X_V$



Abbildung 4.9: Einfluss von  $A_{LB11} = X_V$  auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)

Der Ersatz des Elements  $X_V$  der idealen Matrix durch den tatsächlich (unter Berücksichtigung von Kompressibilitäts- und Reibungseinflüssen) erreichten Wert bewirkt eine leichte Erhöhung der Dämpfung der 2. Bewegungsform der Längsbewegung (LB 2.BF). Dazu wird die Frequenz aller 3 Bewegungsformen in unterschiedlicher Stärke erhöht.

## Analytischer Berechnungsansatz

$$X_{V} = K_{X} \cdot \frac{1}{V} \cdot \left(-2C_{W} - Ma \cdot C_{WMa} + n_{F} \cdot C_{\mu} \cdot \cos(\alpha + \sigma)\right)$$
(57)

wobei  $K_x = \frac{\rho \cdot V^2 \cdot S}{2 \cdot m}$ 

- Die Triebwerkskennzahl n<sub>F</sub> ist für Strahl- und Raketentriebwerke gleich Null.
- Es gilt für Unterschallflüge unter der Drag Divergence Mach-Zahl  $C_{WMa} \approx 0$ .

#### Korrektur:

Der Widerstandsbeiwert  $C_W$  ist also der einzige Parameter in der oben stehenden Gleichung, der von Kompressibilitäts- und Reibungseinflüssen getroffen ist. Wie bereits hergeleitet, führt eine Reduzierung der Fluggeschwindigkeit zu einer Angleichung des Widerstandsbeiwerts des Modells und Originalflugzeugs dar.

## b) $A_{LB12} = X_{\alpha}$



Abbildung 4.10: Einfluss von  $A_{LB12} = X_{\alpha}$  auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)

Wie beim Element  $X_V$  bewirkt der Ersatz des optimalen Werts von  $X_{\alpha}$  durch den tatsächlichen eine Erhöhung der Frequenz aller Bewegungsformen. Nur weist die Dämpfung von LB 2.BF im vorliegenden Fall einen kleineren Dämpfungsgrad auf, als für die Ähnlichkeit der Eigendynamik des Modells und des Originals erforderlich ist.

#### Analytischer Berechnungsansatz

$$X_{\alpha} = K_X \cdot \left(-C_{W\alpha} + C_A\right) \tag{58}$$

#### Korrektur:

Da für die Froude-Skalierung  $C_{AMod} = C_{AOrig}$  gilt, ist das einzig zu veränderte Derivativum des Modellflugzeugs  $C_{W\alpha}$ . Dieses hängt in erster Linie von der Mach-Zahl ab. Optimierungsmöglichkeit für das Element  $\mathbf{X}_{\alpha}$  stellt also die Reduzierung der Mach-Zahl des Originalflugzeugs dar.

 $\mathbf{c}) \qquad \mathbf{A_{LB13}} = \mathbf{X_q}$ 

Analytischer Berechnungsansatz

$$X_{q} = -K_{X} \cdot t_{1} \cdot \left(C_{Wq}\right) \tag{59}$$

wobei  $t_1 = \frac{l_{\mu}}{V}$ 

#### Korrektur:

Es wird angenommen, dass  $C_{Wq} = 0$  ist. Demzufolge gilt  $C_{WqMod} = C_{WqOrig} = 0$ , was jegliche Veränderung dieses Elements überflüssig macht.

 $\mathbf{d}) \quad \mathbf{A}_{\mathrm{LB14}} = \mathbf{X}_{\boldsymbol{\Theta}}$ 

Analytischer Berechnungsansatz

$$X_{\Theta} = -g \cdot \left[\cos(\Theta - \alpha)\right] \tag{60}$$

# Korrektur:

Der Nickwinkel  $\Theta$  und der Anstellwinkel  $\alpha$  sind klein gegenüber der Erdbeschleunigung g. Da die Erdbeschleunigung aber nicht skaliert wird, gilt der Ansatz:

$$\Theta \ll g \text{ und } \alpha \ll g$$

Dies führt zu

$$g_{Mod} \cdot \cos(\Theta_{Mod} - \alpha_{Mod}) \approx g_{Orig} \cdot \cos(\Theta_{Orig} - \alpha_{Mod})$$

Demzufolge besteht keine Notwendigkeit für die Korrektur des Elements  $X_{\Theta}$ .

$$e) \qquad A_{LB21} = Z_V$$

#### Analytischer Berechnungsansatz

$$Z_{V} = -K_{Z} \frac{1}{V} \cdot \left[ 2 \cdot C_{A} + Ma \cdot C_{WMa} + n_{F} \cdot C_{\mu} \cdot \sin(\alpha + \sigma) \right]$$
(61)

wobei  $K_Z = \frac{\rho \cdot V \cdot S}{m \cdot 2}$ ,  $\mathbf{n}_F = 0$  und  $C_{WMa} \approx 0$  (vgl. Punkt a).

#### Korrektur:

Der einzig in den Klammern bleibende Parameter ist der Auftriebsbeiwert. Bei einer Froude-Skalierung ist sein Wert für das Modell und das Original gleich. Folglich hat die Skalierung der Mach- oder Reynolds-Zahl keinen Einfluss auf das Elements  $Z_V$ .

# $\mathbf{f} \qquad \mathbf{A}_{\mathbf{LB22}} = \mathbf{Z}_{\boldsymbol{\alpha}}$



Abbildung 4.11: Einfluss von  $A_{LB22} = Z_{\alpha}$  auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)

Aus Abbildung 4.11 ist zu erkennen, dass das Element  $Z_{\alpha}$  die Frequenz von LB 1.BF erhöht und die der anderen Bewegungsformen senkt. Die Dämpfungen der 3 Bewegungsformen werden dagegen eingehalten.

# Analytischer Berechnungsansatz

$$Z_{\alpha} = -K_Z \cdot \left(C_{A\alpha} + C_W\right) \tag{62}$$

#### Korrektur:

Zu optimieren sind im vorliegenden Fall die Parameter  $C_{A\alpha}$  (Mach-Zahl abhängig) und  $C_W$  (Reynolds- und Mach-Zahl abhängig). Zur Reduzierung des Einflusses der unterschiedlichen Mach- und Reynolds-Zahl des Modells und Originals auf diese dimensionslosen Größen sind die in den Schlussfolgerungen der Punkte 3.4.1.2 a und 3.4.1.2 b erarbeiteten Methoden, nämlich die Reduzierung der Fluggeschwindigkeit und die Wahl einer großen Flughöhe für das Original anzuwenden.

# g) $A_{LB23} = (Z_q + 1)$



Abbildung 4.12: Einfluss von  $A_{LB23} = (Z_q+1)$  auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)

In Abbildung 4.12 ist zu sehen, dass die Eingabe des realen Werts des Elements  $A_{LB23}$  in die ideale Modell-Matrix die Frequenz der ersten 2 Bewegungsformen reduziert und die der dritten Bewegungsform erhöht. Allerdings werden hier auch die Dämpfungen eingehalten.

#### Analytischer Berechnungsansatz

$$Z_q = -K_Z \cdot t_1 \cdot \left(C_{Aq}\right) \tag{63}$$

#### Korrektur:

 $C_{Aq}$  ist der einzig zu optimierende Parameter. Sein Wert hängt von der Mach-Zahl und der Schwerpunktlage ab. Eine Reduzierung der Mach-Zahl-Effekte führt automatisch zu einer kleineren Differenz in  $C_{Aq}$  zwischen Modell- und Original. Eine weitere Möglichkeit bestünde darin, die Schwerpunktlage zu variieren. Mit der Schwerpunktverschiebung lässt sich auch das Matrix-Element A<sub>LB32</sub> = M<sub>α</sub> korrigieren. Da das letztere einen viel größeren Einfluss auf das Flugverhalten als das in diesem Punkt zu korrigieren Element Z<sub>q</sub> hat, ist es daher im Optimierungsprozess vorrangig.

#### h) $A_{LB24} = Z_{\Theta}$



Abbildung 4.13: Einfluss von  $A_{LB24} = Z_{\Theta}$  auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)

Der Ersatz von  $Z_{\Theta}$  bewirkt eine vernachlässigbar geringe Reduzierung der Frequenzen der ersten 2 Bewegungsformen sowie eine Erhöhung der Frequenz der dritten Bewegungsform.

#### Analytischer Berechnungsansatz

$$Z_{\Theta} = -\frac{g}{V} \cdot \left[ \sin(\Theta - \alpha) \right]$$
(64)

Zur Berechnung von  $Z_{\Theta}$  müssen der Anstellwinkel und der Nickwinkel bekannt sein. Aufgrund der höheren Mach-Zahl ist der Auftriebsgradient des Originals größer als der des Modells. Da die Auftriebsbeiwerte beider Flugzeuge aber gleich sind (Froude-Skalierung), ist der Anstellwinkel des Originals kleiner als der des Modells, wie in Abbildung 4.14 zu sehen ist. Aus VSAERO wurden die folgenden Winkel errechnet:  $\alpha_{Orig} = 12,22^{\circ}$  und  $\alpha_{Mod} = 12,5^{\circ}$ 

#### Korrektur:

Die Optimierungsaufgabe besteht in der richtigen Vorgabe des Nickwinkels des Modells  $\Theta_{Mod}$  für die Gültigkeit der folgenden Gleichung.

$$\sin(\Theta_{Mod} - \alpha_{Mod}) = \sin(\Theta_{Orig} - \alpha_{Orig})$$
(65)

Aus der Gleichung 65 resultiert:

$$\Theta_{Korrigiert\_LB\_Mod} = \Theta_{Orig} + (\alpha_{Mod} - \alpha_{Orig})$$
(66)

Das VELA 2-Originalflugzeug wurde im VSAERO mit einem Nickwinkel $\Theta_{Orig} = 0^{\circ}$  berechnet. Folglich ergibt die numerische Anwendung für Gleichung 66:

 $\Theta_{Korrigiert \ LB \ Mod} = 0^{\circ} + (12,5-12,22)$ , was zu $\Theta_{Korrigiert \ LB \ Mod} = 0,28^{\circ}$  führt.

Die Optimierung von  $Z_{\Theta}$  erfordert also eine Vergrößerung des Nickwinkels des Modellflugzeugs. Zu beachten ist, dass sich eine Änderung des Nickwinkels auch auf das Element  $X_{\Theta}$  auswirkt.



Abbildung 4.14: Vergleich des Anstellwinkels vom Modell und Original (Profil 4) Quelle: Eigene Berechnungen (XFOIL)

#### i) $A_{LB31} = M_V$



Abbildung 4.15: Einfluss von  $A_{LB31} = M_V$  auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)

Die Änderung von  $M_V$  wirkt sich lediglich auf die Charakteristika der ersten 2 Bewegungsformen aus, wobei auch die Dämpfung der zweiten Bewegungsform leicht erhöht wird.

# Analytischer Berechnungsansatz

$$M_{V} = K_{M} \cdot \frac{1}{V} \cdot \left[ Ma \cdot C_{mMa} + \frac{r_{F}}{l_{\mu}} \cdot (n_{F} - 2) \cdot C_{\mu} \right]$$
(67)

wobei  $K_M = \frac{1}{I_y} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot V^2 \cdot S \cdot l_\mu$ .

 $I_y$  steht für das Trägheitsmoment um die y-Achse des Stabilitätskoordinatensystems.  $r_F$  ist der Schubhebelarm zum Flugzeugsschwerpunkt.

# Korrektur:

 $Da C_{mMa} = 0$  ist, ist der Schubbeiwert C<sub>µ</sub> der einzig zu optimierende Parameter. Diese Größe ist im Stationärflug gleich dem Widerstandsbeiwert. Daher gilt eine ähnliche Optimierung wie im Punkt a) mit A<sub>LB11</sub> = X<sub>V</sub>.

# $\mathbf{j}) \qquad \mathbf{A}_{\text{LB32}} = \mathbf{M}_{\alpha}$



Abbildung 4.16: Einfluss von  $A_{LB32} = M_{\alpha}$  auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)

 $M_{\alpha}$  reduziert im vorliegenden Fall die Frequenz der ersten und zweiten Bewegungsformen der Längsbewegung. Gleichzeitig wird die Dämpfung der zweiten Bewegungsform leicht erhöht. Die dritte Bewegungsform wird hingegen von  $M_{\alpha}$  nicht beeinflusst.

# Analytischer Berechnungsansatz

$$M_{\alpha} = K_{M} \cdot \left(C_{m\alpha}\right) \tag{68}$$

#### Korrektur:

Es bedarf einer neuen Berechnung der Schwerpunktlage des Modells für die Optimierung des Derivativums  $C_{m\alpha}$ . Die Herleitung ist in den folgenden Zeilen dargelegt.

# Berechnung der neuen Modell-Schwerpunktlage

Es sei die folgende Gleichung gegeben:

$$C_{m\alpha} = \left(\frac{\partial C_m}{\partial C_A}\right) \cdot C_{A\alpha} = \left(\overline{x}_{SP} - \overline{x}_{NP}\right) \cdot C_{A\alpha}$$
(69)

Wobei  $\overline{x}_{SP}$  und  $\overline{x}_{NP}$  die auf die Bezugsflügeltiefe  $l_{\mu}$  bezogene Schwerpunkt- bzw. Neutralpunktlage sind.

Das Ziel der Optimierung ist in Gleichung 70.1 definiert:

$$C_{m\alpha Mod} = C_{m\alpha Orig} \tag{70.1}$$

Aus Gleichungen 69 und 70.2 resultiert:

$$\left(\bar{x}_{SPMod} - \bar{x}_{NPMod}\right) \cdot C_{A\alpha Mod} = \left(\bar{x}_{SPOrig} - \bar{x}_{NPOrig}\right) \cdot C_{A\alpha Orig}$$
(70.2)

Nach Umformung von Gleichung 70.2 ergibt sich für die Schwerpunktlage des Modells:

$$x_{SPMod\_neu} = n \cdot \left( x_{SPOrig} - x_{NPOrig} \right) \cdot \frac{C_{A\alpha Orig}}{C_{A\alpha Mod}} + x_{NPMod}$$
(71)

n stellt den Skalierungsfaktor dar  $\left(n = \frac{1}{30}\right)$ .

In Tabelle 4.3 sind die für die neue Berechnung der Modell-Schwerpunklage relevanten Angaben eingetragen. Die Neutralpunktlage des Modells wurde aus der Modell-Berechnung in VSAERO errechnet, die Schwerpunktlage ist das n-fache der Original-Schwerpunktlage.

	Original	Modell
Schwerpunktlage [m]	38,851	$x_{SPMod\_alt} = (38,851/30) = 1,295$
$C_{A_{lpha}}$	3,197	3,415
$C_{M\alpha}$	0,1604	0,1146
Neutralpunktlage [m]	37,277	1,291

Tabelle 4.3: Angaben zur Korrektur der Modell-Schwerpunktlage

Mit Hilfe der Tabelle 4.3 wird die numerische Anwendung der Gleichung 71 durchgeführt:

$$x_{SPMod\_neu} = \left(\frac{1}{30} \cdot (38,851 - 37,277) \cdot \frac{3,197}{3,415} + 1,291\right) \cdot m, \text{ was zu } x_{SPMod\_neu} = 1,34 \cdot m \text{ führt}$$

Das oben stehende Ergebnis bedeutet, dass der Schwerpunkt des Modellflugzeugs um  $\Delta x = 45 \cdot mm$  nach hinten verschoben werden muss, damit  $C_{m\alpha Mod} = C_{m\alpha Orig}$  gültig ist. Diese neue Position des Schwerpunkts würde einem Stabilitätsmaß von  $\sigma = \frac{x_{NP} - x_{SP}}{l_{\mu}} = -4,9\%$  entsprechen. Das Flugzeug wäre somit zu instabil für einen sicheren Flug. Folglich bleibt die Schwerpunktlage unverändert.





Abbildung 4.17: Einfluss von  $A_{LB33} = M_q$  auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)

Die Änderung in  $M_q$  verringert in unterschiedlichem Maße alle 3 Frequenzen. Die Dämpfung der zweiten Bewegungsform wird verstärkt.

#### Analytischer Berechnungsansatz

$$M_{q} = K_{M} \cdot t_{1} \cdot \left[C_{mq}\right] \tag{72}$$

**Optimierung:**  $C_{mq}$  hängt von der Mach-Zahl ab und wird mit einer Reduzierung der Mach-Zahl-Effekte optimiert.

 $\mathbf{l}) \qquad \mathbf{A}_{\mathbf{LB34}} = \mathbf{M}_{\boldsymbol{\Theta}}$ 

#### Analytischer Berechnungsansatz

Mit der Erkenntnis, dass  $M_{\Theta Mod} = M_{\Theta Orig} = 0$ , besteht keine Notwendigkeit das Element A<sub>LB34</sub> zu optimieren

#### 4.5.3.2 Elementweise Korrektur der Seitenbewegungsmatrix A<sub>SB</sub>

Dabei soll berücksichtigt werden, dass die Elemente  $A_{SB13}$ ,  $A_{SB21}$ ,  $A_{SB22}$ ,  $A_{SB23}$  und  $A_{SB11}$  zusammen optimiert werden.

# A\_SB11

# a) $A_{SB11} = Q_{\beta}$

Abbildung 4.18: Einfluss von  $A_{SB11} = Q_{\beta}$  auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)

Wie in Abbildung 4.18 dargestellt, bewirkt die Eingabe des realen Werts des Elements  $A_{SB11} = Q_{\beta}$  in die ideale Systemmatrix der Seitenbewegung eine Abnahme der Frequenzen der ersten und dritten Bewegungsformen und gleichzeitig eine Erhöhung der Frequenzen der zweiten und vierten Bewegungsformen der Seitenbewegung. Diese Differenzen bleiben allerdings im allgemeinen gering, was vermutlich auf die geringe Abweichung des Elements selbst im nicht optimierten Flug zurückzuführen ist.

#### Analytischer Berechnungsansatz

$$Q_{\beta} = K_{Q} \cdot \left(C_{Q\beta}\right) \tag{73}$$

Frequenz

 $\min K_{Q} = \frac{\rho \cdot V \cdot S}{2 \cdot m}$ 

# Korrektur:

Das Derivativum  $C_{O\beta}$  hängt über den Auftriebsgradient und den Nullwiderstandsbeiwert von der Mach- bzw. der Reynolds-Zahl ab. Eine Reduzierung der Effekte dieser dimensionslosen Kenngrößen erfolgt durch Reduzierung der Fluggeschwindigkeit.

# A\_SB12 0.03 lstwert-Sollwert der Verhältnisse 0,02 0,01 0 SB 2.BF SB 4.BF -0,01 -0.02

-0,03 -0.04

#### $A_{SB12} = Q_p$ b)

Abbildung 4.19: Einfluss von  $A_{SB12} = Q_p$  auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)

Aus Abbildung 4.19 ist festzustellen, dass das Element Qp einen ähnlichen Einfluss auf die Charakteristika der Formen der Seitenbewegung hat wie die Ersatzgröße  $Q_{\beta}$ : Die Frequenzen der ersten und dritten Formen sinken während die der zweiten und vierten steigen.

#### Analytischer Berechnungsansatz

$$Q_{p} = K_{Q} \cdot t^{*} \cdot \left(C_{Qp} - C_{Qr} \cdot \alpha\right) + \alpha$$
(74)

mit  $t^* = \frac{b}{2} \cdot \frac{1}{V}$ , b ist die Flügelspannweite.

#### Korrektur:

 $C_{Op}$  ist eine Funktion des Auftrieb- und Widerstandsbeiwerts. Somit hängt sein Wert von der Mach-Zahl und der Reynolds-Zahl ab.

 $C_{Qr}$  hingegen hängt überwiegend von den Geometrieparametern ab. Diese sollen aufgrund der Anforderung nach der geometrischen Ähnlichkeit zwischen dem Modell und dem Original nicht verändert werden. Auf der anderen Seite beeinflusst die Mach-Zahl über die Neutralpunktlage diese Größe geringfügig.

# c) $A_{SB14} = Q_{\Phi}$

Das Element  $A_{SB14} = Q_{\Phi}$  hängt in keiner Weise von der Mach- oder Reynolds-Zahl ab und ist deren Effekten demzufolge nicht ausgesetzt. Es gibt also keine Abweichung des Verhältnisses dieses Elements von dem optimalen Wert für eine vollkommene Ähnlichkeit.

# Analytischer Berechnungsansatz

$$Q_{\Phi} = \frac{g}{V} \tag{75}$$

# Korrektur:

Wie in Gleichung 75 zu sehen ist, wird das Verhältnis  $\frac{Q_{\Phi_{Mod}}}{Q_{\Phi_{Orig}}}$  lediglich von der Froude-

Skalierung bestimmt. Eine Korrektur dieser Ersatzgröße für das Modell ist in diesem Fall entbehrlich, weil sich die Mach- und Reynolds-Skalierung auf das Verhältnis nicht auswirkt.

# d) $A_{SB31} = N_{\beta}$



Abbildung 4.20: Einfluss von  $A_{SB31} = N_{\beta}$  auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)

Die Abweichung von  $N_{\beta}$  bewirkt eine sehr bedeutende Steigerung der Frequenz der zweiten Bewegungsform der Seitenbewegung. Die Änderung der Frequenzen der restlichen Bewegungsformen ist im Vergleich zu dieser vernachlässigbar.

#### Analytischer Berechnungsansatz

$$N_{\beta} = K_{N} \cdot \left[ C_{n\beta} + \frac{I_{xz}}{I_{z}} \cdot C_{l\beta} + \left( \frac{I_{z}}{I_{x}} \cdot C_{l\beta} + \frac{I_{xz}}{I_{x}} \cdot C_{n\beta} \right) \cdot \alpha \right]$$
(76)  
mit  $K_{N} = \frac{\rho \cdot V^{2} \cdot S \cdot b}{4} \cdot \left( \frac{I_{x}}{I_{x} \cdot I_{z} - I_{xz}^{2}} \right)$ 

#### Korrektur:

Eine erste Korrekturmaßnahme wäre den Anstellwinkel des Modells  $\alpha_{Mod}$  so zu Variieren, dass der eingeklammerte Teil in Gleichung 76 für das Modell- und das Originalflugzeug gleich sind. Eine große Änderung des Anstellwinkels ist allerdings zu vermeiden, weil dadurch die Froude-Skalierungsgesetze nicht mehr eingehalten werden. Für die Korrektur der vorliegenden Simulation von VELA 2 sollte das Modell auf  $\alpha_{Mod} = 71,62$  Grad angestellt werden. Diese Maßnahme ist also in diesem Fall nicht durchführbar.

Eine weitere Korrekturmöglichkeit bestünde in einer Verschiebung des Schwerpunkts des Modells in x- und z-Richtung. In der Tat, hängen die Derivativa  $C_{n\beta}$  und  $C_{l\beta}$  u.a. von den Parametern X<sub>SP</sub> und Z<sub>SP</sub> ab, welche die Schwerpunktlage auf der x- und z-Achse darstellen. Durch dieses Vorgehen werden auch andere Derivativa (C<sub>np</sub>, C<sub>lp</sub>, C<sub>nr</sub>, C<sub>lr</sub> ...) verändert. Daher ist es zu beachten, dass diese Veränderung zu keiner erhöhten Diskrepanz anderer Ersatzgrößen führt.



# $e) \qquad A_{SB32} = N_p$

Abbildung 4.21: Einfluss von  $A_{SB32} = N_p$  auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)

Die Variation des vorliegenden Elements wirkt sich auf alle Frequenzen unterschiedlich aus. Während die Frequenzen der ersten und dritten Formen sinken, steigen die der zweiten und vierten.

#### • Analytischer Berechnungsansatz

$$N_{p} = K_{N} \cdot t^{*} \cdot \left[ C_{np} + \frac{I_{xz}}{I_{z}} \cdot C_{lp} + \left( \frac{I_{z}}{I_{x}} \cdot C_{lp} + \frac{I_{xz}}{I_{x}} \cdot C_{np} \right) \cdot \alpha - \left( C_{nr} + \frac{I_{xz}}{I_{x}} \cdot C_{lr} \right) \cdot \alpha \right]$$
(77)

#### Korrektur:

Die Derivativa in Gleichung 77 hängen in erster Linie von den Geometriedaten, der Machund Reynolds-Zahl ab. Demzufolge lassen sie sich durch Reduzierung der Geschwindigkeit optimieren.

# f) $A_{SB13} = Q_r; A_{SB21} = L_{\beta}; A_{SB22} = L_p; A_{SB23} = L_r; A_{SB33} = N_r$



Abbildung 4.22: Einfluss von  $A_{SB13} = Q_r$  auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)



Abbildung 4.23: Einfluss von  $A_{SB21} = L_{\beta}$  auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)



Abbildung 4.24: Einfluss von A<sub>SB22</sub> = Lp auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)



Abbildung 4.25: Einfluss von A<sub>SB23</sub> = Lr auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)



Abbildung 4.26: Einfluss von  $A_{SB33}$  = Nr auf die Gesamtbewegung des Flugzeugs Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)

#### • Analytischer Berechnungsansatz

$$Q_r = K_Q \cdot t^* \cdot \left(C_{Qr} - C_{Qp} \cdot \gamma\right) - 1 \tag{78}$$

$$L_{\beta} = K_{L} \cdot \left[ C_{l\beta} + \frac{I_{xz}}{I_{z}} \cdot C_{n\beta} + \left( \frac{I_{x}}{I_{z}} \cdot C_{n\beta} + \frac{I_{xz}}{I_{z}} \cdot C_{l\beta} \right) \cdot \gamma \right]$$
(79)

$$L_{p} = K_{L} \cdot t^{*} \cdot \left[ C_{lp} + \frac{I_{xz}}{I_{z}} \cdot S \cdot C_{np} + \left( \frac{I_{x}}{I_{z}} \cdot C_{np} + \frac{I_{xz}}{I_{z}} \cdot C_{lp} \right) \cdot \gamma - \left( C_{lr} + \frac{I_{xz}}{I_{z}} \cdot C_{nr} \right) \cdot \alpha \right]$$
(80)

$$L_{r} = K_{L} \cdot t^{*} \cdot \left[ C_{lr} + \frac{I_{xz}}{I_{z}} \cdot C_{np} + \left( \frac{I_{x}}{I_{z}} \cdot C_{nr} + \frac{I_{xz}}{I_{z}} \cdot C_{lr} \right) \cdot \gamma - \left( C_{lp} + \frac{I_{xz}}{I_{z}} \cdot C_{np} \right) \cdot \gamma \right]$$
(81)

$$N_{r} = K_{N} \cdot t^{*} \cdot \left[ C_{nr} + \frac{I_{xz}}{I_{z}} \cdot C_{lp} + \left( \frac{I_{z}}{I_{x}} \cdot C_{lr} + \frac{I_{xz}}{I_{x}} \cdot C_{nr} \right) \cdot \alpha - \left( C_{np} + \frac{I_{xz}}{I_{x}} \cdot C_{lp} \right) \cdot \gamma \right]$$
(82)

mit 
$$K_L = \frac{\rho \cdot V^2 \cdot S \cdot b}{4} \cdot \left(\frac{I_z}{I_x \cdot I_z - I_{xz}^2}\right)$$

#### Korrektur:

Die Besonderheit der Elemente  $A_{SB13}$ ,  $A_{SB21}$ ,  $A_{SB22}$ ,  $A_{SB23}$ ,  $A_{SB33}$  besteht darin, dass sie sich einzig durch den Bahnneigungswinkel  $\gamma$  optimieren lassen (vgl. Gl. 78 bis 82). Für jedes Element existiert also ein optimaler Bahnneigungswinkel. Da zu erwarten ist, dass diese optimalen Bahnneigungswinkel unterschiedlich sind, ist es ratsam, eine gemeinsame Korrektur dieser Ersatzgrößen durchzuführen. Es kann grundsätzlich jeder Bahnneigungswinkel ausgewählt werden, welcher die geringste Abweichung der Charakteristika der Modellflugbewegung zu denen der Originalflugbewegung verursacht. Hierfür empfehlen sich folgende Schritte:

- 1. Schritt:Ermittlung des Einflusses jeder der zu optimierenden Ersatzgrößen auf die<br/>Gesamtbewegung. Denjenigen, die die größte Auswirkung haben, wird Vor-<br/>rang bei der Optimierung eingeräumt. Im vorliegen Fall weisen die Ersatzgrößen Nr, L<br/>  $\beta$  und Lr die größten Einflüsse auf die Frequenzen der Bewegungs-<br/>formen und werden daher an erster Stelle behandelt.
- 2. Schritt: Ermittlung der Stärke des Zusammenhangs zwischen den Ersatzgrößen und γ.
   Hierfür wird für unterschiedliche γ die Variation der Elemente beobachtet. Die

Elemente, die mit  $\gamma$  am stärksten variieren, haben Vorrang bei der Optimierung.

Man sollte nun beide im Schritt 1 und 2 beschriebene Prioritäten kombinieren. Hierbei ist das Verhalten der Bewegungscharakteristika genau zu beobachten.

Die optimalen Winkel für die einzelnen Elemente des Modellflugzeugs VELA 2 wurden untersucht und sind wie folgt definiert:

$\gamma_{13} = -0,90$ Grad	$\gamma_{21} = 0,49$ Grad
$\gamma_{22} = 0,96$ Grad	$\gamma_{23}$ = -62,62 Grad
$\gamma_{33} = -0,46$ Grad	

Im nicht optimierten Flug besaß das Modell den Bahnneigungswinkel  $\gamma_{init} = 0$  Grad. Die Wahl des Winkels für eine optimierte Simulation erfolgt deswegen mit Hilfe der in Tabelle 4.4 durchgeführten Sensitivitätsstudie nach  $\gamma$ .

	Wert bei $\gamma_{init} = 0$	Wert bei $\gamma_{opt}$	$\gamma_{opt}$ [Grad]	ΔGröße/Δγ
Q_r	-1,0049	-1,0053	-0,9	4,44x10 <sup>-4</sup>
L_beta	0,59783	0,058119	0,49	-1,06
L_p	-0,12042	-0,12369	0,96	-3,41x10 <sup>-3</sup>
L_r	0,035792	0,035196	-62,62	9,52x10 <sup>-6</sup>
N_r	-0,070916	-0,072513	-0,46	3,47x10 <sup>-3</sup>

Tabelle 4.4: Stärke der Abhängigkeit einiger Ersatzgrößen von γ Quelle: Eigene Berechnungen

Diese Studie belegt, dass  $L_r$  die kleinste Abhängigkeit von  $\gamma$  aufweist. Da sein optimaler Winkel ohnehin unerreichbar ist ( $\gamma_{23} = -62,62$  Grad), wird es, trotz ihrem großen Einfluss auf das Flugverhalten, bei der weiteren Optimierung außer Acht gelassen.

 $Q_r$  weist die zweitkleinste Abhängigkeit von  $\gamma$  auf. Außerdem bleibt sein Einfluss auf die Bewegungsfrequenzen begrenzt.

 $\gamma$  beeinflusst zwar L<sub>p</sub> und N<sub>r</sub> gleichermaßen, L<sub>p</sub> hat aber eine viel geringere Auswirkung auf die Flugeigenschaften als N<sub>r</sub>. Daher wird N<sub>r</sub> Vorrang bei der Optimierung eingeräumt.

 $L_{\beta}$  weist die größte Abhängigkeit von  $\gamma$  eine relativ große Auswirkung auf die Frequenz der zweiten Bewegungsform auf.

Unter Berücksichtigung der oben stehenden Erwägungen ergibt sich ein optimaler Bahnneigungswinkel für die Simulation von  $\gamma_{ges_opt} = -3,88$  Grad

Mit einem Anstellwinkel von  $\alpha$  = 12,5 Grad ergibt sich für den korrigierten Nickwinkel

 $\Theta_{\text{Korrigiert}_{SB}} = \alpha + \gamma_{\text{ges}_{opt}}$ . Resultiert  $\Theta_{\text{Korrigiert}_{SB}} = 8,62$  Grad

#### 4.5.3.3 Erkenntnisse aus der Korrektur der Systemmatrix

Aus den durchgeführten analytischen Untersuchungen wurde deutlich, dass sich eine Korrektur der Systemmatrizen des Modellflugzeugs mit Hilfe gezielter Veränderungen der Zustandbzw. der Flugzeugparameter realisieren lässt. Die Optimierung der meisten Elemente der Systemmatrix wird durch den zu simulierenden Langsamflug (niedrige Geschwindigkeit) des VELA 2-Originalflugzeugs ohnehin erreicht. Außerdem treten andere Korrekturmaßnahmen zutage: Die Optimierung der Systemmatrix der Längsbewegung kann im allgemeinen durch eine Veränderung entweder des Nickwinkels oder der Rücklage des Schwerpunkts erfolgen. Für das VELA 2-Modell ist lediglich die erste Veränderung zutreffend, da eine Verschiebung des Schwerpunkts nach hinten das Flugzeug instabil machen würde. Die gleichen Korrekturansätze bietet auch die gesondert betrachtete Seitenbewegung. Einziger Unterschied ist die Tatsache, dass sowohl die Rück- als auch die Hochlage des Schwerpunkts zu verändern sind. Die Änderungen der Parameter für den Versuchsflug mit dem VELA 2-Modellflugzeug sind in Tabelle 4.5 zusammengestellt.

Bezeichnung	vor der Korrektur	nach der Korrektur	Begründung
Modell-Schwerpunktlage für die Längsbewegung [m]	1,295	1,295	Optimierung von C <sub>mα</sub> . Korrektur führt zu Instabilität
Modell-Schwerpunktlage für die Seitenbewegung [m]	1,295	1,295	Optimierung von $A_{SB31} = N_{\beta}$ . Von der Veränderung sind andere Derivativa stark getrof- fen
Modell-Nickwinkel für die Längs- bewegung [Grad]	0	0,28	Optimierung von $A_{LB} = Z_{\Theta}$
Modell-Nickwinkel für die Seiten- bewegung [Grad]	12,5	8,62	Optimierung von $A_{SB13} = Q_r$ ; $A_{SB21} = L_\beta$ ; $A_{SB22} = L_p$ ; $A_{SB23} = L_r$ ; $A_{SB33} = N_r$

Tabelle 4.5: Zusammenstellung der optimierten Flugparameter für das VELA 2-Modell Quelle: Eigene Angaben

Die Resultate der Optimierung lassen sich am besten in den verschiedenen Formen der Gesamtbewegung visualisieren. Abbildungen 4.27 und 4.28 sind eine optimale Grundlage für einen Vergleich zwischen dem nicht optimierten und dem optimierten Flug. Der Sollwert der Verhältnisse in den Schaubildern (erster Balken) ist erforderlich für eine vollkommene Ähnlichkeit der Systemdynamik.



Abbildung 4.27: Verhältnisse der Dämpfung und Frequenzen des nicht optimierten Flugs Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)



Abbildung 4.28: Verhältnisse der Dämpfung und Frequenzen des optimierten Flugs Quelle: Eigene Berechnungen (FEDeP)

Aus Abbildung 4.28 ist zu erkennen, dass sich die Korrektur der Matrizen vor allem auf die Frequenz der zweiten Bewegungsform der Seitenbewegung ausgewirkt hat. Somit findet, generell gesehen, eine Angleichung der Parameter der Bewegungsformen an die jeweiligen Sollwerte statt. Demzufolge sorgen die ausgearbeiteten Optimierungsmethoden für eine bessere Simulation der Eigendynamik des Originalflugzeugs. Der optimierte Flug des Modells liefert Daten, die ohne zeitaufwendige Umrechnung auf die große Ausführung übertragen werden können.

# Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde die Bedeutung der Simulation für den Flugzeugentwurf zum Ausdruck gebracht. Sie ermöglicht dem Entwurfsingenieur, Entwicklungen in die falsche Richtung rechtzeitig zu vermeiden und sich dadurch wertvolle Zeit und oft ernorme Kosten sparen zu können. Man unterscheidet zwei grundsätzliche Simulationsprinzipien während der Entwicklung eines Flugzeugs: Simulation mit mathematischer Analogie und Simulation mit physikalischer Ähnlichkeit.

Die Simulation unter Ausnutzung mathematischer Analogie ist das einfachere und schnellere Verfahren von beiden. Sie wird in eine analytische und eine numerische Methode unterteilt.

Bei der analytischen Vorgehensweise werden Gleichungen oft nach Handbuchmethoden (Roskam, Raymer, Torenbeek u.a.) gelöst. Diese Aufgabe kann zwar mit Hilfe von Taschenrechnern überwunden werden, es wurden aber Programme zur schnelleren Berechnung entwickelt (z. B. Digital Datcom oder AAA). Zweck der Analyse kann die Abschätzung der Aerodynamik, der Flugmechanik, der Struktur und Werkstoffeigenschaften oder der Flugleistungen sein.

Die numerische Rechenmethode hingegen eignet sich für anspruchsvollere Aufgaben. Hier werden leistungsfähige Computer zur Lösung umfangreicher Gleichungssysteme eingesetzt. In der Regel ist die Rechenzeit in diesem Fall höher als bei der analytischen Methode und sie steigt mit der Komplexität des Verfahrens. Die Reihenfolge vom einfachen zum komplizierten Verfahren sieht wie folgt aus: *Wirbelleiterverfahren, Panelverfahren, Finite-Volumen-Verfahren.* Anhand der numerischen Berechnungen werden die Aerodynamik und Flugme-chanik des Flugzeugs mit Hilfe von CFD-Programmen, oder die Struktur und Werkstoffseigenschaften mit Hilfe der so genannten Finite-Elemente-Methode (FEM) bestimmt. Im Gegensatz zum analytischen Vorgehen können hier die Flugleistungen nicht direkt ermittelt werden.

Bei der Simulation unter Ausnutzung physikalischer Ähnlichkeit handelt es sich um ein experimentelles Vorgehen mit einem verkleinerten Nachbau des zu entwickelnden Flugzeugs. Die meisten Untersuchungen werden entweder in einem Windkanal oder unter freiem Himmel mit einem fliegenden Versuchsträger durchgeführt. Diese Versuche sind Aufgrund der Messausrüstung und des erforderlichen EDV-Zubehörs mit relativ großem Kostenaufwand verbunden. Auch der Zeitaufwand ist hoch. Grund dafür ist nicht nur die Zeit, die für die Durchführung der Experimente eingesetzt wird, sondern auch die, die für die nachträgliche Auswertung der aufgezeichneten Daten erforderlich ist. Mit dieser Simulationsart lassen sich grundsätzlich alle Flugmanöver fliegen und dabei ihre Eigenschaften bestimmen.

Bei dieser Simulationsart wird das experimentelle Vorgehen nicht an dem zu entwickelnden Flugzeug, sondern an einem Ersatz, dem so genannten Modell durchgeführt. Aufgrund der vereinfachten Modellbildung oder der Skalierungseffekte führt diese Tatsache zu formalen Simulationsergebnissen, die vor der Übertragung auf das Originalflugzeug zuerst korrigiert werden müssen. In der vorliegenden Arbeit, die als Beitrag zum Projekt "Demonstratormodell" zu betrachten ist, wurde die Betonung auf die Aussagekraft der Flugversuche mit frei fliegenden Modellen gesetzt.

In diesem Zusammenhang legt diese Arbeit in der einführenden Durchführbarkeitsstudie die Modellgesetze für identische Eigendynamik zwischen zwei Flugzeugen fest. Bestätigt wurde die Theorie der Dimensionsanalyse, die besagt, dass zwei Flugzeuge das gleiche Flugverhalten besitzen, wenn geometrische und physikalische Ähnlichkeit gegeben sind. Hierbei bedeutet physikalische Ähnlichkeit die Einhaltung aller dimensionslosen Kenngrößen, die die Eigendynamik des Flugzeugs in irgendeiner Weise beeinflussen. Die erste Bedingung ist im vorliegenden Fall erfüllt, weil das Modell ein Nachbau des Originals ist. Hingegen lässt sich die zweite Voraussetzung, wie aus der theoretischen Untersuchung in der Machbarkeitsstudie hervorgeht, in der Praxis nicht umsetzen. Grund dafür ist die schwer realisierbare Einhaltung der Mach- und Reynolds-Zahl. Die daraus resultierenden Effekte auf das Flugverhalten wurden in einer Kausalkette untersucht. Die Mach- und Reynolds-Zahlen beeinflussen die aerodynamischen, dimensionslosen Derivativa, die die Ersatzgrößen und damit die Bewegungsgleichungen des Flugzeugs bestimmen. Die Ergebnisse der formellen Betrachtung der Machund Reynoldseffekte auf die Derivativa werden in Tabelle 5.1 zusammengefasst.

Derivativ	Mach-Zahl- Einfluss	Reynolds-Zahl Einfluss	
$C_{A,\alpha}$	$\checkmark$		
$C_{W,\alpha}$	$\checkmark$		
$C_{M,\alpha}$	~		
$C_{A,q}$	$\checkmark$		
C <sub>M,q</sub>	~		
$C_{\mu}$ (Schubbeiwert)	~	~	
$C_{Q,\beta}$	✓	~	
$C_{l,\beta}$	✓		
$C_{n,\beta}$	✓	~	
C <sub>Q,p</sub>	~	~	
$C_{l,p}$	✓	~	
C <sub>n,p</sub>	✓		
C <sub>n,r</sub>	✓	~	

Tabelle 5.1: Übersicht der Derivativa und ihrer Abhängigkeit Quelle: Eigene Studie

Die Abweichungen der Bewegungscharakteristika infolge der Unterschiede in der Mach- und Reynolds-Zahl können anhand einer gezielten Anpassung der Flug- bzw. Flugzeugparameter reduziert werden. Hiermit lässt sich also eine Optimierung der Modellgesetze erzielen. Im Kapitel IV wurde die Theorie dafür entwickelt und die Korrekturansätze für die Modellgesetze abgeleitet. Somit ergibt sich, dass bei gleichbleibendem Verhältnis<sup>8</sup> der Mach-Zahlen des Modell- und Originalflugzeugs die Unterschiede in den Kompressibilitätseffekten für kleine Mach-Zahlen des Originalflugzeugs geringer sind als für große. Eine Reduzierung der Unterschiede in den Reibungseinflüssen kann entweder durch eine Senkung der Fluggeschwindigkeit oder eine Erhöhung der Flughöhe des simulierten Originalflugzeugs erreicht werden.

Außerdem wurde bewiesen, dass eine Korrektur der Elemente der Systemmatrizen des Modellflugzeugs auch durch gezielte Veränderungen der Zustand- bzw. Flugzeugparameter zu realisieren ist. Diese Veränderungen sind aber so zu wählen, dass dadurch die Modellgesetze nicht verletzt werden.

Die oben angesprochenen Themen (Festlegung und Optimierung der Modellgesetze sowie Untersuchung der Skalierungseffekte) bilden den Schwerpunkt des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Programms FEDeP. Außerdem verfügt das Tool über ein Modul zur Dimensionierung des Flugzeugs, wobei das Gewicht und andere wichtige Parameter abgeschätzt werden. Zur Visualisierung der Flugzeugbewegung werden handelsübliche Simulationsprogramme eingesetzt. Diese unterstützen lediglich die graphische Darstellung des Flugzeugs und der Szenerie, die Flugphysik wird im FEDeP berechnet. Die Flexibilität der Software äußert sich durch die vorhandenen Schnittstellen zur Eingabe extern errechneter Daten. Zugleich ist mit

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Dieses Verhältnis wird von den Skalierungsgesetzen festgelegt.

der Implementierung eines erweiterten Tornado-Codes in FEDeP die Unterstützung der analytischen Methode durch numerische Berechnungen gegeben. Diese Eigenschaften machen das Tool zu einem hilfreichen Werkzeug für den aerodynamischen und flugmechanischen Optimierungsprozess und nicht zuletzt für das Treffen vorbereitender Maßnahmen für eine Simulation des Flugverhaltens mit Hilfe eines frei fliegenden Modells.

# Literaturverzeichnis

- [1] http://www.aerospacemedia.com/aerospace/pr\_read.asp?id=2218. Zugriff am 07.06.2006.
- [2] http://www.air-attack.com/news/news\_article/809/X-48B-scale-model-to-fly-next-year.html Zugriff am 07.06.2006.
- [3] G. I. Barenblatt: Scaling, Cambridge University Press, 2003.
- [4] G. I. Barenblatt: Scaling, self-similarity, and intermediate asymptotics, Cambridge University Press, 2002.
- [5] P. W. Bridgman: Dimensional Analysis, YALE UNIVERSITY PRESS, Yale, 1931.
- [6] K. Danke: Diplomarbeit "Flugerprobung mit einem BWB-Flugmodell".
- [7] F. Descatoire, T. Le Moing: Evaluation de l'intérêt et de la faisabilité de maquette motorisée en atmosphère pour l'étude de nouveaux concepts d'aéronefs, ONERA, Département Commande des Systèmes et Dynamique du Vol, Dezember 2000.
- [8] M. Dugas: Ein Beitrag zur Auslegung von Faserverbundtragflügeln im Vorentwurf, Universität Stuttgart, 2002.
- [9] S. Fischer: Studienarbeit: "Numerische Ermittlung dynamischer Derivativa mit Panelverfahren (VSAERO) und Eulerverfahren (TAU) an einfachen Konfigurationen", DLR Braunschweig.
- [10] H. Görtler: Dimensionsanalyse, Berlin Heidelberg New York, 1975.
- [11] H. Görtler: Dimensionsanalyse. Springer Verlag, 1979.
- [12] http://www.haw-hamburg.de/f/personal/projekte/BWB/Blended-Wing-Body.html Zugriff am 07.06.2006.
- [13] http://it.wikipedia.org/wiki/Hopper. Zugriff am 07.06.2006.
- [14] Internet-Dokument: Einführende Übersicht in das Fachgebiet Simulation.
- [15] N. A. Kheir: Systems Modeling and Computer Simulation, second edition. Verlag Marcel Decker Inc. New York, Basel, Hong Kong 1996.

- [16] S. Kirschstein, W. Alles: Parameter identification with a controlled free flying model of a spaceplane, DGLR Jahrbuch 2004.
- [17] J. Loerke, N. Kresse, V. Rivoire, Y. Vigneron: VELA 2 Aircraft Description, Airbus, 2003.
- [18] D. Nguewo, M. Pleißner: FEDeP Benutzerhandbuch, Institut für Flugzeugbau, Universität Stuttgart, Juni 2006.
- [19] A. Pope: Wind-Tunnel Testing, John Wiley & Sons, INC., New York, 1947, 1954.
- [20] D. P. Raymer: Aircraft Design: A Conceptual Approach. AIAA Edition, Washington, D. C., 1992.
- [21] W. Rehwald: Physikalische Ähnlichkeitsgesetze, UNIVERSITÄTSVERLAG GmbH Konstanz, 1975.
- [22] J. Roskam: Airplane Design, the University of Kansas, Lawrence, Kansas, 1990.
- [23] J. Roskam, C.-T. E. Lan: Airplane Aerodynamics and Performance, DARcorporation, Kansas, 1997.
- [24] F. Schieck: Skalierungsmethodik zur Vorentscheidung im Flugzeugvorentwurf, Doktor Hut Verlag, München, 2002.
- [25] Schlichting, Truckenbrodt: Aerodynamik des Flugzeuges I und II, Springer Verlag, 1967.
- [26] G. Schmidt: Simulationstechnik. Oldenbourg Verlag München, Wien 1980.
- [27] D. Solomatin: Diplomarbeit: "Vergleich von numerisch und experimentell bestimmten aerodynamischen Derivativen einer Nurflügelkonfiguration", DLR Braunschweig, Dezember 2004.
- [28] THE USAF STABILITY AND CONTROL DATCOM Volume I, Users Manual, 1992.
- [29] J. Thorbeck: Manuskript zur integrierten Lehrveranstaltung Flugzeugentwurf I und II, Technische Universität Berlin, 2002.
- [30] E. Torenbeek: Synthesis of Subsonic Airplane Design. Delft University Press, Delft, 1976.
- [31] E. Truckenbrodt: Fluidmechanik, Band 1: Grundlagen und elementare Strömungsvorgänge dichtebeständiger Fluide, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York 1980.
- [32] S. Wagner: Vorlesungsskript Strömungslehre, Universität Stuttgart, 2003.
- [33] K. Wilhelm: Skript Flugmechanik I & II, Technische Universität Berlin, 2002.
- [34] C. H. Wolowicz, J. S. Bowman, Jr., and W. P. Gilbert: Similitude Requirements and Scaling Relationships as Applied to Model Testing, NASA technical Paper 1435, August 1979.

# ANHANG A

# Flugzeugentwurfstool FEDeP

Zur Flugzeugvordimensionierung und Berechnung der wichtigsten Entwurfsparameter, zur Erstellung der Ähnlichkeitsgesetze und Ermittlung der Skalierungseinflüsse auf das Flugverhalten, zur Analyse der "Handling Qualities" und Visualisierung der Flugzeugbewegungen wurde im Rahmen dieser Arbeit das Tool FEDeP entwickelt. Der modulare Aufbau des Programms und die implementierten Eingabemasken machen die Bedienung flexibel und benutzerfreundlich.

Die Softwaremodule können unabhängig voneinander eingesetzt werden. Der Datentransfer zwischen ihnen trägt zur Orientierung des Benutzers und zur Übersichtlichkeit bei. Übergeben werden lediglich die Variablen, die als global deklariert wurden. Die Angaben werden entweder manuell eingegeben oder von der Festplatte geladen. In verschiedenen Rechenetappen sind Schnittstellen zum Überschreiben von Zwischenergebnissen mit genaueren Werten (z. B. experimentellen Daten) vorgesehen. Nach Abschluss der Arbeit besteht die Möglichkeit, die Endergebnisse für spätere Sessionen abzuspeichern.

FEDeP deckt einen breiten Entwurfsbereich, der von der Flugzeugdimensionierung bis zur Visualisierung des Flugverhaltens reicht (vgl. Abbildung A.1). Da das Tool in einer starken Anlehnung an das Projekt "Demonstratormodell" entwickelt wurde, ist die Betonung auf die Erstellung der Modellgesetze und Skalierungseffekte gelegt worden. Außerdem sind im Programmpaket eine am IFB weiter entwickelte Version des aerodynamischen Programms Tornado sowie ein Preprocessing-Tool für das Programm PANAIR enthalten.

Die Hauptmodule von FEDeP stellen eine systematische Vorgehensweise des Flugzeugentwurfs dar. Das Flugzeug wird in einem ersten Schritt in den Modulen Gewichtsabschätzung und Entwurfsdiagramm dimensioniert. Die Erstellung der Modellgesetze im Anschluss geht der Flugzeugskalierung voraus. Weiter soll eine analytische Untersuchung der flugmechanischen Charakteristika des Original- und Modellflugzeugs die Skalierungseffekte hervorheben. Am Ende dient eine animierte Simulation der Veranschaulichung der Ergebnisse. Eine ausführlichere Beschreibung der einzelnen Programmodule ist im FEDeP-Benutzerhandbuch [18] zu finden.



Abbildung A.1: FEDeP-Hauptmodule [18]

# ANHANG B

Skalierungsfaktoren	für frei	fliegende	Modellflugzeug	ge
U		U		~

Parameter		Verhältnis	Bemerkung	
1	Länge	$l_{Mod}/l_{Orig} = n$	Definition	
2	Schallgeschwindigkeit	$V_{SMod}/V_{SOrig} = R_{VS}$	Definition	
3	Erdebeschleunigung	$g_{Mad}/g_{Orig} = 1$	Konstante Erdebeschleunigung ange-	
	Zhaveesenneanngang	o moa / o ong	nommen	
4	Anströmwinkel	$\alpha_{_{Mod}}/\alpha_{_{Orig}}=1$	Ähnlichkeitsgröße: Wird eingehalten	
5	Klappenausschlag	$\delta_{_{Mod}}/\delta_{_{Orig}}=1$	Ähnlichkeitsgröße: Wird eingehalten	
6	Froude-Zahl	$\left(\frac{V^2}{V}\right) / \left(\frac{V^2}{V}\right) = 1$	Ähnlichkeitsgröße: Einhaltung ist un-	
		$(l \cdot g)_{Mod} / (l \cdot g)_{Orig}$	abdingbar für frei fliegende Modelle	
7	Geschwindigkeit	$V_{Mod}/V_{Orig} = n^{1/2}$	Abgeleitet von 1, 3 und 6	
		1/2 ( )	Ähnlichkeitsgröße: Abgeleitet von 2	
8	Mach-Zahl	$Ma_{Mod}/Ma_{Orig} = n^{4/2}/R_{VS}$	und 7. Einhaltung mit kleinen Modellen	
0	Standmalr	$a / a = (a / a) \cdot n$	Abasisitet von 7	
9	Staudruck	$q_{Mod} / q_{Orig} - \varphi_{Mod} / \rho_{Orig} / n$	Abgelenet von /	
10	Reynolds-Zahl	$\operatorname{Re}_{u,v}/\operatorname{Re}_{u,v} = (v_{u,v}/v_{u,v}) \cdot n^{3/2}$	und 7 Einhaltung mit kleinen Modellen	
10		Mod   The Orig (* Orig   * Mod )	problematisch	
11	Reduzierte Winkelge-	$\left(\frac{\Omega \cdot l}{\Omega}\right) / \left(\frac{\Omega \cdot l}{\Omega}\right) = -1$	Ähnlighteiternöfet Wind eineshelten	
11	schwindigkeit	$\left(\frac{V}{V}\right)_{Mod} / \left(\frac{V}{V}\right)_{Orig} = 1$	Annlichkeitsgröße: Wird eingehalten	
12	Winkelgeschwindigkeit	$\Omega_{Mod} / \Omega_{Orig} = n^{-1/2}$	Abgeleitet von 1, 7 und 11	
13	Reduzierte Zeit	$\left(\frac{t \cdot V}{l}\right)_{Mod} / \left(\frac{t \cdot V}{l}\right)_{Orig} = 1$	Ähnlichkeitsgröße: Wird eingehalten	
14	Zeit	$t_{Mod}/t_{Orig} = n^{1/2}$	Abgeleitet von 1, 7 und 13	
15	Winkelverschiebung	$\Delta \alpha_{Mod} / \Delta \alpha_{Orig} = 1$	vgl. 4	
16	Winkelbeschleunigung	$\dot{\Omega}_{Mod} / \dot{\Omega}_{Orig} = n^{-1}$	Abgeleitet von 12 und 14	
17	Linearverschiebung	$\Delta s_{Mod} / \Delta s_{Orig} = n$	Abgeleitet von 7 und 14	
18	Linearbeschleunigung	$a_{Mod}/a_{Orig} = 1$	Abgeleitet von 7 und 14	
	Reduzierte Winkelbe- schleunigung	$\begin{pmatrix} \mathbf{i} \\ 0 \\ l^2 \end{pmatrix} / \begin{pmatrix} \mathbf{i} \\ 0 \\ l^2 \end{pmatrix}$	Ähnlichkeitsgröße: Wird bei Einhal-	
19		$\left(\frac{1}{V^2}\right) / \left(\frac{1}{V^2}\right) = 1$	tung von 6 und 11 automatisch eingehal-	
		Mod / Orig	ten	
20	Reduzierte Linearbeschleu- $\left(\frac{a \cdot l}{a \cdot l}\right) / \left(\frac{a \cdot l}{a \cdot l}\right)$		tung yon 6 und 11 automatisch eingehal-	
20	nigung	$\left( V^2 \right)_{Mod} / \left( V^2 \right)_{Orig}$	ten	
21	Stroubal Zahl	$\left(\frac{\boldsymbol{\omega}\cdot\boldsymbol{l}}{\boldsymbol{\omega}}\right) / \left(\frac{\boldsymbol{\omega}\cdot\boldsymbol{l}}{\boldsymbol{\omega}}\right) - 1$	Ähnlichkeitsgröße: Wird eingehalten,	
21	Sulounai-Zani	$\left( V \right)_{Mod} / \left( \overline{V} \right)_{Orig} ^{-1}$	bestimmt das Verhältnis der Frequenzen	
22	Frequenz der periodischen	$\omega_{_{Mod}}/\omega_{_{Orig}}=n^{-1/2}$	Abgeleitet von 1, 7 und 21	
	Bewegungen			
23	Relativer Dichtenfaktor	$\left(\frac{m}{\rho \cdot l^3}\right) / \left(\frac{m}{\rho \cdot l^3}\right) = 1$	Ähnlichkeitsgröße: Wird eingehalten	
		P Mod / P Orig		
24	Masse	$m_{Mod}/m_{Orig} = (\rho_{mod}/\rho_{Orig}) \cdot n^3$	Abgeleitet von 1, und 23	
----	--	---	---	
25	Relativer Faktor des Mas- senträgheitsmoments	$\left(\frac{I}{\rho \cdot l^{5}}\right)_{Mod} \left/ \left(\frac{I}{\rho \cdot l^{5}}\right)_{Orig} = 1$	Ähnlichkeitsgröße: Wird eingehalten	
26	Massenträgheitsmoment	$I_{Mod} / I_{Orig} = (\rho_{mod} / \rho_{Orig}) \cdot n^5$	Abgeleitet von 1, und 25	
27	Aeroelastische Biegung	$\left(\frac{EI'}{\rho \cdot V^2 \cdot l^4}\right)_{Mod} / \left(\frac{EI'}{\rho \cdot V^2 \cdot l^4}\right)_{Orig} = 1$	Ähnlichkeitsgröße: Wird lediglich für verformbare Modelle eingehalten	
28	Biegungssteifigkeit	$EI'_{Mod}/EI'_{Orig} = (\rho_{Mod}/\rho_{Orig}) \cdot n^5$	Abgeleitet von 1, 7 und 27	
29	Flächenträgheitsmoment	$\frac{I'_{Mod}}{I'_{Orig}} = \left(\rho_{Mod} / \rho_{Orig}\right) \cdot \left(E_{Orig} / E_{Mod}\right) \cdot n^5$	Abgeleitet von 28	
30	Aeroelastische Torsion	$\left  \left( \frac{GJ'}{\rho \cdot V^2 \cdot l^4} \right)_{Mod} \right  \left( \frac{GJ'}{\rho \cdot V^2 \cdot l^4} \right)_{Orig} = 1$	Ähnlichkeitsgröße: Wird lediglich für verformbare Modelle eingehalten	
31	Torsionssteifigkeit	$GJ'_{Mod}/GJ'_{Orig} = \left(\rho_{Mod}/\rho_{Orig}\right) \cdot n^5$	Abgeleitet von 1, 7 und 30	

Tabelle B.1: Froude-Skalierungsgesetz für frei fliegende Modellflugzeuge [34]

## LEBENSLAUF

## Persönliche Daten

Name:	Danyck Nguewo			
Geburtstag:	10. November 1974			
Geburtsort:	Bordeaux/Frankreic	h		
Staatsangehörigkeit:	Kamerunisch			
Familienstand:	verheiratet			
Ausbildungsdaten				
Schulbildung:	1979 – 1985	Grundschule in Bafoussam/ Kamerun		
	1985 – 1992	Gymnasium in Bafoussam/ Kamerun		
Studium:	1992 – 1993	Studienkolleg und russischer Sprachkurs in Kiew/ Ukraine		
	09/1993 – 06/1998	Studium der Luftfahrttechnik an der Kiewer Interna- tionalen Universität für Zivile Luftfahrt/ Ukraine Abschluss: Master in Engineering mit Auszeichnung		
	04/1999-03/2000	Deutscher Sprachkurs in der Volkshochschule und im Studienkolleg in Karlsruhe/ Deutschland		
Berufliche Tätigkeiten				
	Seit 10/2000	Wissenschaftlicher Mitarbeiter im Bereich "Flug- zeugentwurf" am Institut für Flugzeugbau der Uni- versität Stuttgart/ Deutschland		

Stuttgart, den 14. August 2006

D. Mgueuro

Danyck Nguewo