

Erweiterte Prozesskette zur Erstellung integraler Modelle und Aeroelastikregelung flexibler Transportflugzeuge im transsonischen Machzahlbereich

Von der Fakultät Luft- und Raumfahrttechnik und Geodäsie
der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von
Marquard Michael
geboren in Bad Salzungen

Hauptberichter: Prof. Klaus H. Well, Ph. D.
Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. Ewald Krämer

Tag der Einreichung: 07. April 2008
Tag der mündlichen Prüfung: 16. Oktober 2008

**Institut für Flugmechanik und Flugregelung
Universität Stuttgart
2009**

Kurzfassung

Das Thema der vorliegenden Arbeit ist die Erweiterung der integralen Modellbildung flexibler Großraumflugzeuge auf den transsonischen Machzahlbereich sowie der Entwurf integraler Regler für die Längs- und Seitenbewegung. Ziel ist es, das dynamische Verhalten des Flugzeugs schon möglichst früh im Entwicklungsprozess auf Basis numerischer Modelle und Simulationen vollständig beschreiben zu können. Diese Untersuchungen begründen sich aus der Notwendigkeit der Flugzeughersteller, zum einen ihre Entwicklungskosten immer weiter zu optimieren und zum anderen Flugzeuge mit immer größerem Nutzlast-Struktur-Verhältnis, besserer aerodynamischer Güte und höheren operativen Reisefluggeschwindigkeiten auf den Markt zu bringen. Aufgrund der eingesetzten Leichtbauweise und fortschreitenden Strukturoptimierung verschieben sich die Frequenzen der elastischen Strukturschwingungen immer weiter in den Bereich der flugmechanischen Starrkörperfrequenzen. Für Analysen jeglicher Art ist daher die Verwendung integraler Modelle notwendig, die auch die Kopplung zwischen Flugmechanik und Aeroelastik erfassen können. Hierzu müssen die rein aeroelastischen Bewegungsgleichungen um entsprechende Terme aus der Flugmechanik erweitert werden.

Im ersten Teil der Arbeit werden die theoretischen Grundlagen der aeroelastischen Modellbildung ausführlich dargestellt. Dies beinhaltet die Repräsentation der Strukturmechanik mittels Finiter-Element-Modelle und anschließende Freiheitsgradreduktion durch eine Transformation in den Modalraum. Im Bereich der Aerodynamik wird insbesondere auf die verwendeten Methoden zur Berechnung der stationären und instationären Luftkräfte im transsonischen Machzahlbereich eingegangen.

Die Ermittlung der aeroelastischen Gleichgewichtskonfiguration wird mittels schwach gekoppelter CSD-CFD-Verfahren realisiert. Zusammen mit dem Institut für Aerodynamik und Gasdynamik (IAG) der Universität Stuttgart wird hierzu eine iterative Prozesskette entwickelt. Diese verwendet zum einen die strukturmechanischen Gleichungen in Matrixform und zum anderen ein CFD-Verfahren zur Lösung der Reynolds gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen. Die Implementierung der Prozesskette erfolgt durch das IAG. Die instationären aerodynamischen Luftkräfte werden mittels einer am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) Göttingen implementierten Transsonischen Doublet-Lattice-Methode berechnet. Zur Übernahme der entsprechenden Ergebnisse wird ein spezieller Algorithmus entwickelt.

Die Modellbildung beinhaltet ebenfalls die Herleitung von Störgeschwindigkeiten infolge von Böen und Turbulenzen sowie die Generierung der zugehörigen Luftkräfte. Der Einsatz von diskreten Frequenzbereichsverfahren zur Abbildung der instationären Aerodynamik macht eine Approximation mittels rationaler Funktionen notwendig, um die Transformation

in den Zeitbereich zu ermöglichen. Anschließend werden alle Methoden in einer Prozesskette zur integralen Modellbildung zusammengefasst. Diese beinhalten dann auch die flugmechanischen Erweiterungen der aeroelastischen Bewegungsgleichungen.

Im zweiten Teil werden mit Hilfe der generierten Modelle integrale Regler entworfen. Diese haben die Aufgabe, neben der Optimierung flugmechanischer Steuerbarkeitsanforderungen, vorgegebene aeroelastische Komfortkriterien in Form einer Reduktion der Strukturschwingungen zu gewährleisten. In numerischen Simulationen werden verschiedene Entwürfe miteinander verglichen und ausführlich analysiert. Infolge des Konflikts zwischen Steuerbarkeits- und Komfortanforderungen können hierbei auch die Grenzen der Regelung mittels konventioneller Steuerflächen aufgezeigt werden.

Abstract

The subject of the present thesis is the enhancement of integrated model building of a large highly flexible aircraft to transonic flow conditions and the design of integrated control and augmentation systems. The objective is to describe the complete dynamic aircraft behavior as early as possible in the design process by means of numerical models and simulations. This research is founded by both the need for reduction of aircraft industry development costs on the one hand and continuous optimization of aircraft on the other hand. The latter yields a higher payload structure ratio, better aerodynamic quality, and higher operating mach numbers in cruise flight, and last but not least in conjunction with the application of lightweight construction a shift of structure vibration frequencies close to the rigid body motion frequency domain. For researches of any kind it is necessary to use integrated models, which also consider the coupling between flight mechanic motion and aeroelasticity. Therefore, the aeroelastic equations of motion have to be extended by terms of flight mechanical models.

In the first part of the thesis, the theoretical fundamentals of aeroelastic modelling are described. This contains the representation of structural dynamics by means of Finite-Elemente approximations followed by modal transformation yielding a reduction of degrees of freedom. The aerodynamic part dwells on the methods for deriving both steady and unsteady aerodynamic loads in transonic flow conditions.

The determination of the aeroelastic equilibrium is accomplished by means of weakly coupled CSD-CFD methods. Together with the Institut für Aerodynamik und Gasdynamik (IAG), University of Stuttgart, an iterative process chain is designed, using the structural dynamics equations in matrix formulation on the one hand and a CFD program based on the Reynolds-averaged Navier-Stokes equations on the other hand. The implementation of the process chain is done by the IAG. The unsteady aerodynamic loads are based on the Transonic Doublet-Lattice Method program, developed at the Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR), Göttingen. For this purpose, an incorporation algorithm is developed.

Also the derivation of gust and turbulence velocities and resulting aerodynamic forces is explained. As unsteady aerodynamic forces are calculated by means of discrete frequency domain procedures a rational function approximation is necessary to enable the transformation into first order time domain state space equations.

Then all methods represented by corresponding programs are combined in a process chain for integrated model building, which also contains the flight mechanical extensions of the equations of motion. The relationship between physical and generalized coordinates is used to define the equations of system outputs. The integrated model unifies the flight mechanics

rigid body and the flexible modes respectively. Hence, an investigation of cross coupling between the modes is feasible.

In the second part based on the derived models integral stability and control augmentation systems for both longitudinal and lateral motion are developed. The objective is to optimize rigid body handling quality requirements with simultaneous consideration of aeroelastic comfort criteria represented by reduction requirements for structure vibrations. By means of numeric simulations the different controller designs are compared to each other and analysed in detail. Due to the conflicting targets of maneuverability and aeroelastic comfort requirements the limits of aircraft control by means of conventional control surfaces are pointed out.

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand in wesentlichen Teilen während meiner Zeit als wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Flugmechanik und Flugregelung der Universität Stuttgart. Sie wäre ohne die Unterstützung der folgenden Personen nicht zu Stande gekommen.

Mein besonderer Dank gilt meinem Hauptberichter Herrn Professor Klaus H. Well, der mich bereits seit Beginn meines Studiums durch immer neue wissenschaftliche Aufgaben für das Thema Flugmechanik und Modellbildung begeistert hat. Während meiner Promotion war er immer ansprechbar, und seine interessanten und hilfreichen Anregungen trugen maßgeblich zum Erfolg der Arbeit bei.

Herrn Professor Ewald Krämer vom Institut für Aerodynamik und Gasdynamik danke ich für die Übernahme der Zweitberichterstattung und für die zahlreichen Kommentare, Denkanstöße und Vorschläge zur besseren Verständlichkeit der Arbeit.

Da die Arbeit nur in Kooperation mit anderen Einrichtungen verwirklicht werden konnte, danke ich Herrn Benedikt König und Dr. Thorsten Lutz vom Institut für Aerodynamik und Gasdynamik und Herrn Dr. Ralph Voss vom Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt in Göttingen für die ausgezeichnete Zusammenarbeit.

Mein weiterer Dank gilt Herrn Dr. Christian Reschke sowie den Herrn Gertjan Looye und Thiemo Kier vom Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt in Oberpfaffenhofen für die fachliche Unterstützung.

Außerdem sei allen ehemaligen Kolleginnen und Kollegen am IFR gedankt, für eine sehr angenehme Arbeitsatmosphäre, einen regen Austausch und einfach für eine sehr schöne Zeit. An dieser Stelle möchte ich insbesondere Herrn Dr. Werner Grimm nennen, welcher mir in zahlreichen Diskussionen entscheidende Denkanstöße geben konnte.

Neben allen, die mich fachlich unterstützt haben, möchte ich mich auch von ganzem Herzen bei meiner Frau Jana bedanken, die mir immer den nötigen Rückhalt gegeben hat. L'úbim t'a nadovšetko!

Stuttgart, im Oktober 2008

Marquard Michael

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	i
Abstract	iii
Danksagung	v
Inhaltsverzeichnis	vi
Abbildungsverzeichnis	x
Tabellenverzeichnis	xiii
Bezeichnungen	xiv
Kapitel 1	
Einleitung	1
1.1 Stand der Technik	1
1.2 Ziele der Arbeit	4
1.3 Gliederung der Arbeit	5
Kapitel 2	
Flugmechanische Grundlagen	7
2.1 Bewegungsgleichungen des Starrkörpermodells	8
2.2 Linearisierung der Bewegungsgleichungen	9
2.2.1 Linearisierung der Transformationsmatrix	11
2.2.2 Linearisierung aerodynamischer Terme	11
2.3 Vereinfachungen	12
Kapitel 3	
Aeroelastik	13
3.1 Kopplungsmechanismen der Aeroelastik	13
3.2 Kopplungsarten der Aeroelastik	14

3.3	Strukturdynamische Grundlagen	15
3.3.1	Berechnung der stationären Verformungen	17
3.3.2	Berechnung der instationären Verformungen	18
3.3.3	Einführung einer Strukturdämpfung	20
3.4	Aerodynamische Grundlagen	21
3.4.1	Stationäre Aerodynamik	21
3.4.2	Instationäre Aerodynamik	26
Kapitel 4		
Turbulenz- und Böenluftkräfte		35
4.1	Eigenschaften atmosphärischer Störungen	36
4.2	Modellierung eindimensionaler Böen	37
4.3	Modellierung eindimensionaler Turbulenzen	39
4.3.1	Statistische Methoden im Frequenzbereich	40
4.3.2	Zeitbereichssimulationen eindimensionaler Turbulenzen	43
4.4	Luftkraftgenerierung	46
4.4.1	Laufzeiteffekte	47
4.4.2	V-Stellung der aerodynamischen Boxen	48
Kapitel 5		
Zustandsraumapproximation		49
5.1	Eigenschaften der Frequenzbereichsdarstellung	49
5.2	Eigenschaften der rationalen Approximationsmethoden	50
5.3	Theorie zur Minimum-State-Methode nach Karpel	50
5.4	Lösungsalgorithmus nach Karpel	53
5.5	Zustandsraummodell der instationären Luftkräfte	54
5.6	Vergleich zwischen Karpel- und SLSQP-Verfahren	55
5.6.1	Approximation der aerodynamischen Einflusskoeffizienten	56
5.6.2	Sensitivitätsanalyse	57
Kapitel 6		
Integrale Modellbildung		59
6.1	Methoden der integralen Modelbildung	59
6.2	Prozesskette zur integralen Modellbildung	61
6.3	Strukturdynamik	63
6.4	Aerodynamik	63
6.4.1	Aufnahme der transsonischen aerodyn. Einflusskoeffizienten	64
6.4.2	Anpassung der instationären Rumpfaerodynamik	65
6.5	Transformation der Bewegungsgleichungen in ein mitbewegtes Koordinatensystem	66
6.5.1	Transformation der Strukturdynamikmatrizen	67
6.5.2	Transformation der aerodynamischen Einflusskoeffizienten	67
6.5.3	Zusätzliche Kräfte aus dem Wechsel des Koordinatensystems	71
6.6	Aufnahme von Widerstandstermen	72

6.7	Aufnahme der stationären Derivativa	74
6.8	Berücksichtigung des Triebwerksschubs	75
6.9	Zustandsraumdarstellung	78
6.10	Analyse der integralen Modelle	81
6.10.1	Aktuatordynamik	81
6.10.2	Messsignale	81
6.10.3	Modell der Längsbewegung	82
6.10.4	Modell der Seitenbewegung	87
6.10.5	Vergleich zwischen DLM und TDLM	91
6.10.6	Kurzzusammenfassung der Teilmodelle	92
Kapitel 7		
Reglerentwurf		93
7.1	Klassischer Reglerentwurf	94
7.2	Integraler Reglerentwurf	95
7.3	Reglerentwurfskriterien	97
7.3.1	Kriterien der Längsbewegung	98
7.3.2	Kriterien der Seitenbewegung	100
7.3.3	Komfortkriterien	101
7.4	Integraler Regler der Längsbewegung	101
7.4.1	Reglerarchitektur	101
7.4.2	Entwurfsverfahren	102
7.4.3	Auswertung	104
7.5	Integraler Regler der Seitenbewegung	111
7.5.1	Reglerarchitektur	111
7.5.2	Entwurfsverfahren	112
7.5.3	Auswertung	114
Kapitel 8		
Zusammenfassung und Ausblick		121
Anhang A		
Koordinatensysteme und Koordinatentransformationen		125
A.1	Geodätisches Koordinatensystem (g)	127
A.2	Aerodynamisches Koordinatensystem (a)	127
A.3	Körperfeste Koordinatensysteme	128
A.3.1	Flugzeugfestes Koordinatensystem (f)	128
A.3.2	MSC.Nastran Basiskoordinatensystem (bks)	128
A.3.3	Stabilitätsachsensystem (s)	129
Anhang B		
Entkopplung der Starrkörpereigenformen		131

Anhang C	
Validierung der TAIC-Konvertierung	135
C.1 Absolute Differenzen der generalisierten Luftkraftkoeffizienten.....	135
C.2 Relative Differenzen der generalisierten Luftkraftkoeffizienten.....	136
C.3 Vergleich ausgewählter Übertragungsfunktionen.....	138
C.4 Zusammenfassung	141
Literatur	143

Abbildungsverzeichnis

Abb. 2.1	Kräfte und Momente am Flugzeug.....	7
Abb. 3.1	Kopplungsmechanismen der Aeroelastik	13
Abb. 3.2	Kopplungsarten der Aeroelastik	15
Abb. 3.3	Finite-Element-Modell nach der statischen Kondensation.....	16
Abb. 3.4	Modell einer Prozesskette zur aeroelastischen Tragflügelberechnung {Michael [34]}.....	22
Abb. 3.5	SFB 401 Referenzkonfiguration {Michael [34]}	22
Abb. 3.6	Iterationsverlauf am Bsp. eines generischen Trapezflügels {Michael [34]} ..	22
Abb. 3.7	Prozesskette zur Bestimmung der aeroelastischen Gleichgewichts- konfiguration	24
Abb. 3.8	Panelmodell einer DLR F11	26
Abb. 3.9	Auftriebselement der Doublet-Lattice Methode.....	28
Abb. 3.10	Aerodynamische Sets	31
Abb. 4.1	Vertikale Störgeschwindigkeit in einem Turbulenzfeld.....	35
Abb. 4.2	Räumliche Darstellung der 1-cosinus Böe	37
Abb. 4.3	Zeitabhängiges Geschwindigkeitssignal am Referenzpunkt	38
Abb. 4.4	Beispiel für die räumliche Geschwindigkeitsverteilung einer Turbulenz	39
Abb. 4.5	Beispiel für ein zeitabhängiges Geschwindigkeitssignal einer Turbulenz	39
Abb. 4.6	Vergleich zwischen Dryden und von Kármán Spektrum	43
Abb. 4.7	Vergleich der Geschwindigkeitssignale des Dryden Spektrums im Zeitbereich.....	44
Abb. 4.8	Vergleich der Geschwindigkeitssignale des Dryden Spektrums im Frequenzbereich	45
Abb. 4.9	Vergleich zwischen von Kármán Spektrum und der Approximation durch ein Formfilter.....	46
Abb. 4.10	Laufzeiteffekte beim Durchfliegen einer Turbulenz	47
Abb. 4.11	Berücksichtigung der V-Stellung am Beispiel zweier aerodyn. Boxen	48
Abb. 5.1	Aerodynamische Beispielkonfiguration	55

Abb. 5.2	Ergebnisse der Zustandsraumapproximation.....	56
Abb. 5.3	Verknüpfung von SLSQP-Verfahren und Karpel-Methode.....	57
Abb. 5.4	Sensitivitätsanalyse bzgl. der Startwerte Karpel - SLSQP.....	58
Abb. 6.1	Methoden der integralen Modellbildung.....	60
Abb. 6.2	Prozesskette der integralen Modellbildung.....	61
Abb. 6.3	Datenfluss innerhalb der Prozesskette.....	62
Abb. 6.4	Konvertierung der TDLM-Daten.....	65
Abb. 6.5	Einführung des Stabilitätsachsensystems.....	66
Abb. 6.6	Kräfte am Triebwerk {Hanel [19]}.....	76
Abb. 6.7	Messsignale zur Schwingungsdämpfung.....	82
Abb. 6.8	Polverteilung der Längsbewegung.....	85
Abb. 6.9	Polverteilung der Seitenbewegung.....	89
Abb. 6.10	Vergleich zwischen DLM und TDLM.....	91
Abb. 7.1	Frequenzverteilung des klassischen Reglerentwurfs.....	94
Abb. 7.2	Frequenzverteilung des integralen Reglerentwurfs.....	96
Abb. 7.3	C*-Referenzverlauf (normiert).....	99
Abb. 7.4	Folgeverhalten der Rollbewegung.....	100
Abb. 7.5	Reglerarchitektur der Längsbewegung.....	102
Abb. 7.6	Starrkörperparameter der Längsbewegung, Vibrationsreduktion.....	105
Abb. 7.7	Ruderausschläge der Längsbewegung, Vibrationsreduktion.....	106
Abb. 7.8	Elastische Beschleunigungen der Längsbewegung, Vibrationsreduktion....	107
Abb. 7.9	Polverschiebung der Längsbewegung, Vibrationsreduktion.....	109
Abb. 7.10	Reglerarchitektur der Seitenbewegung.....	111
Abb. 7.11	Starrkörperparameter der Seitenbewegung, Vibrationsreduktion.....	115
Abb. 7.12	Ruderausschläge der Seitenbewegung, Vibrationsreduktion.....	116
Abb. 7.13	Elastische Beschleunigungen der Seitenbewegung, Vibrationsreduktion....	117
Abb. 7.14	Polverschiebung der Seitenbewegung, Vibrationsreduktion.....	119
Abb. A.1	Flugmechanische Koordinatensysteme.....	125
Abb. B.1	Exemplarisches Finite-Element-Modell.....	131
Abb. C.1	Referenzpunkte der Übertragungsfunktionen.....	138
Abb. C.2	Übertragungsfunktionen vom Höhenruder auf Vertikalbeschleunigungen..	139
Abb. C.3	Übertragungsfunktionen vom asymm. Querruder auf Vertikal- beschleunigungen.....	139
Abb. C.4	Übertragungsfunktionen vom asymm. Querruder auf Lateral- beschleunigungen.....	140
Abb. C.5	Übertragungsfunktionen vom Seitenruder auf Lateralbeschleunigungen....	140

Tabellenverzeichnis

Tab. 4.1	Einteilung atmosphärischer Störungen	35
Tab. 4.2	Annahmen zur Modellierung atmosphärischer Störungen	36
Tab. 5.1	Randbedingungen der Minimum-State-Methode nach Karpel	54
Tab. 6.1	Eingangsvariablen der Längsbewegung	83
Tab. 6.2	Zustandsvariablen der Längsbewegung	84
Tab. 6.3	Ausgangsvariablen der Längsbewegung	85
Tab. 6.4	Pole der Längsbewegung	86
Tab. 6.5	Eingangsvariablen der Seitenbewegung	87
Tab. 6.6	Zustandsvariablen der Seitenbewegung	88
Tab. 6.7	Ausgangsvariablen der Seitenbewegung	89
Tab. 6.8	Pole der Seitenbewegung	90
Tab. 6.9	Kurzzusammenfassung der Teilmodelle	92
Tab. 7.1	Zulässige Ruderansteuerungen der Längsbewegung	103
Tab. 7.2	Maximalwerte der elastischen Beschleunigungen der Längsbewegung	104
Tab. 7.3	Auswertung der Vibrationsreduktion, Längsbewegung	107
Tab. 7.4	Pole der geregelten Längsbewegung, Vibrationsreduktion	110
Tab. 7.5	Maximale Steuerausschläge der Seitenbewegung	113
Tab. 7.6	Maximalwerte der elastischen Beschleunigungen der Seitenbewegung	114
Tab. 7.7	Auswertung der Vibrationsreduktion, Seitenbewegung	118
Tab. 7.8	Pole der geregelten Seitenbewegung, Vibrationsreduktion	120
Tab. C.1	Randbedingungen der Vergleichsrechnungen	135
Tab. C.2	Maximale absolute Differenzen der generalisierten Luftkraftkoeffizienten	136
Tab. C.3	Maximale relative Differenzen der generalisierten Luftkraftkoeffizienten	137
Tab. C.4	Übertragungsfunktionen	138

Bezeichnungen

Da die vorliegende Arbeit verschiedenen Fachgebiete beinhaltet, überschneiden sich teilweise die verwendeten Bezeichnungen. In den folgenden Tabellen sind die wichtigsten Symbole, ihre Bedeutungen und wenn möglich auch die zugehörigen Einheiten aufgeführt. In der Regel werden die Formeln so in den Text eingebettet, dass die Symbole unmittelbar vor oder nach den Gleichungen beschrieben werden.

Lateinische Symbole

Symbol	Bedeutung	Einheit
A	Arbeit, Auftriebskraft, Systemmatrix	$[-]^a$
A_0, A_1, A_2	Approximationskoeffizientenmatrix	$[-]$
\underline{AIC}	aerodynamische Einflusskoeffizientenmatrix	$[m/s]$
a	Beschleunigung	$[m/s^2]$
\tilde{a}	elastischer Beschleunigungsanteil	$[m/s^2]$
B	Dämpfungsmatrix, Eingangsmatrix	$[-]$
b	Referenzlänge	$[m]$
C	Ausgangsmatrix	$[-]$
C^*	Vorgabegröße der Längsbewegung	$[-]$
c	Halbspannweite	$[m]$
c_A	Auftriebsbeiwert	$[-]$
c_m	Nickmomentenbeiwert	$[-]$
c_p	Druckbeiwert	$[-]$
c_W	Widerstandsbeiwert	$[-]$
D	Approximationskoeffizientenmatrix, Durchgangsmatrix	$[-]$
D_{1jk}, D_{2jk}	Differentiationsmatrix	$[-]$
E	Approximationskoeffizientenmatrix	$[-]$
F, \vec{F}	Kraft (Betrag, Vektor)	$[N]$

Symbol	Bedeutung	Einheit
F_B, \vec{F}_B	Bruttoschub (Betrag, Vektor)	[N]
G, \vec{G}	Gewichtskraft (Betrag, Vektor), Übertragungsfunktion	[-]
G_{kg}	Interpolationsmatrix	[-]
H	halbe Böenlänge	[m]
h	Flughöhe	[m]
I	Einheitsmatrix, Trägheitstensor	[-]
i	imaginäre Einheit	[-]
K	Steifigkeitsmatrix, Verstärkungsmatrix	[-]
k	reduzierte Frequenz	[-]
L	Rollmoment, Transformationsmatrix, charakteristische Länge	[-]
l_μ	Bezugslänge	[m]
M	Massenmatrix, Moment, Nickmoment	[-]
Ma	Machzahl	[1]
N	Giermoment	[Nm]
n	Anzahl der Freiheitsgrade	[-]
\vec{P}	Lastvektor	[-]
p_d	dynamischer Druck	[N/m ²]
p	Rollrate	[rad/s]
Q	Einflusskoeffizientenmatrix, Querkraft	[-]
q	Nickrate	[rad/s]
R	Approximationskoeffizientenmatrix, Korrelationsfunktion	[-]
R_D, \vec{R}_D	Gondelwiderstand der Triebwerke (Betrag, Vektor)	[N]
r	Gierrate	[rad/s]
\vec{r}	Positionsvektor	[m]
S	Bezugsflügelfläche, Spektrum, Transformationsmatrix	[-]
S_{kj}	Integrationsmatrix	[-]
s	Laplace-Variable	[-]

Symbol	Bedeutung	Einheit
\tilde{s}	reduzierte Laplace-Variable	[-]
T	Transformationsmatrix, charakteristische Periodendauer	[-]
t	Zeit	[s]
\underline{TAIC}	transsonische aerodynamische Einflusskoeffizientenmatrix	[m/s]
U_0	Amplitude der Böengeschwindigkeit	[m/s]
u, v, w	Geschwindigkeitskomponenten	[m/s]
V, \vec{V}	Fluggeschwindigkeit (Betrag, Vektor)	[m/s]
\vec{v}	Verschiebungsfeld	[m]
W	aerodynamischer Widerstand, Gewichtungsmatrix	[-]
x, y, z	kartesische Koordinaten	[m]
$\dot{\vec{x}}_a$	Lag-States	[-]
$\dot{\vec{z}}$	Freiheitsgradvektor	[-]

a. keine oder verschiedene Einheitenangabe möglich

Griechische Symbole

Symbol	Bedeutung	Einheit
α	Anstellwinkel	[rad]
β	Schiebewinkel	[rad]
γ	Bahnneigungswinkel	[rad]
η	Höhenruderausschlag	[rad]
ξ^i	innerer Querruderausschlag	[rad]
ξ^a	äußerer Querruderausschlag	[rad]
ζ	Seitenruderausschlag, Dämpfung	[-]
θ	Längsneigungswinkel	[rad]
κ	Adiabatexponent	[-]
λ	Eigenwert	[1/s]
μ	Flugwindhängewinkel	[rad]
ρ	Dichte	[kg/m ³]

Symbol	Bedeutung	Einheit
σ_{Tres}	Einbauwinkel der Triebwerke um y_k	[rad]
ϕ	Rollwinkel, Geschwindigkeitspotential	[-]
$\vec{\phi}$	Eigenvektor	[-]
Φ	Modalmatrix der Eigenvektoren	[-]
χ	Bahnazimut	[rad]
ψ	Bahnlagewinkel	[rad]
Ω	Beschleunigungspotential, Wellenzahl	[-]
ω	Kreisfrequenz	[rad/s]
$\vec{\omega}$	Rotationsvektor	[rad/s]
σ	Varianz, Einbauwinkel	[-]
v	Einbauwinkel	[rad]

Indizes

Symbol	Bedeutung
A	Aktuatorpol
AS	Anstellwinkelschwingung
a	aerodynamisches Koordinatensystem
bks	Basis-Koordinatensystem
cg	Schwerpunkt, center of gravity
E	elastischer Pol
elast	elastischer Freiheitsgrad
f	flugzeugfestes Koordinatensystem
g	geodätisches Koordinatensystem, Strukturset
gust	Böen-, Turbulenzeingang
h	Modalraum
I	inertiales Koordinatensystem
j	aerodynamisches Set
k	aerodynamisches Set
L	Lag-State Pol
PH	Phygoide
RB	Rollbewegung

Symbol	Bedeutung
SB	Spiralbewegung
s	Stabilitätsachsensystem
starr	Starrkörperfreiheitsgrad
TS	Taumelschwingung
tw	triebwerksfestes Koordinatensystem

Operatorensymbole

Symbol	Bedeutung
$\delta(*)/\delta t = \dot{(*)}$	partielle Ableitung nach der Zeit
$\delta(*)/\delta j = (*)_j$	partielle Ableitung nach der Größe j
$(*)^T$	Transposition
$(*)^{-1}$	Inversion

Abkürzungen

Symbol	Bedeutung
AIC	Aerodynamic Influence Coefficient
CFD	Computational Fluid Dynamics
CSD bzw. CSM	Computational Structure Dynamics
DLM	Doublet-Lattice-Methode
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
FEM	Finite-Element-Modelle, Finite-Element-Methode
IAG	Institut für Aerodynamik und Gasdynamik der Universität Stuttgart
IFR	Institut für Flugmechanik und Flugregelung der Universität Stuttgart
MKS	Mehrkörpersimulation
RANS	Reynolds gemittelte Navier-Stokes-Gleichungen Reynolds-averaged Navier-Stokes equations
SLSQP	Sequentiell lineares, sequentiell quadratisches Programm
TAIC	Transonic Aerodynamic Influence Coefficient
TDLM	Transsonische Doublet-Lattice-Methode
TSD	Transonic Small Disturbance Equation

Kapitel 1

Einleitung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der integralen Modellbildung und Regelung flexibler Großraumflugzeuge im transsonischen Machzahlbereich und betrachtet insbesondere die Kopplungseffekte zwischen flugmechanischen und aeroelastischen Freiheitsgraden der Flugzeugstruktur sowie deren Auswirkung auf den Reglerentwurf.

Zur Klärung der hier verwendeten Begriffe werden folgende sprachliche Konventionen vereinbart. Flugmechanische Freiheitsgrade, Steuerbarkeitsanforderungen und Flugregler beziehen sich auf die sechs Starrkörperfreiheitsgrade eines Modells. In Analysen wird auch auf die aus der Flugmechanik bekannten Starrkörperformen, wie Phygoide, Anstellwinkelschwingung, Taumelschwingung, Roll- und Spiralbewegung zurückgegriffen. Diese Größen beschreiben im Wesentlichen die Bewegung des Flugzeugschwerpunkts im Raum, zusammengesetzt aus Translation und Rotation.

Im Begriff Aeroelastik werden die strukturelastischen Freiheitsgrade und Eigenformen zusammengefasst. In den Analysen wird dabei von Struktureigenformen, wie z.B. der ersten symmetrischen Flügelbiegung, oder von Triebwerksschwingungen gesprochen. Diese Größen beschreiben die elastische Verformung der Flugzeugstruktur bzgl. des Schwerpunkts und sind der flugmechanischen Bewegung überlagert.

Innerhalb der integralen Modellbildung und Regelung ist deshalb immer die Kombination aus Flugmechanik und Aeroelastik zu betrachten, da durch die auftretende Kopplung die flugmechanischen Freiheitsgrade die aeroelastischen beeinflussen und umgekehrt.

1.1 Stand der Technik

Im Folgenden soll ein Überblick über bisherige Arbeiten gegeben werden, die sich mit dem Thema der integralen Modellbildung beschäftigt haben. Es wird dabei zunächst auf die formale Herleitung der Bewegungsgleichungen eingegangen. Anschließend wird die Übertragung der theoretischen Ansätze auf praxisorientierte Problemstellungen erläutert.

Mit dem Thema der Bewegungsgleichungen eines frei fliegenden flexiblen Flugzeugs befasst sich bereits die Arbeit von *{Bisplinghoff, Ashley und Halfmann [5]}* aus dem Jahre

1955. Es werden drei Differentialgleichungen verwendet, welche bezüglich der Massenträgheit entkoppelt sind. Eine für die Starrkörpertranslation, eine für die Starrkörperrotation und eine für die elastische Verformung der Struktur.

{Milne [35]} leitet die Bewegungsgleichungen für einen elastischen kontinuierlichen Körper her. Er untersucht dabei den Einfluss verschiedener Koordinatensysteme auf die Bewegungsgrößen und den Trägheitstensor der flexiblen Struktur.

Eine Herleitung der Bewegungsgleichungen auf Basis der Lagrange-Gleichungen und dem Prinzip der virtuellen Arbeit ist z.B. in *{Waszak, Schmidt [67]}* gegeben. Hierbei wird ein freies bzw. ein nicht strukturfestes Hauptachsensystem verwendet, um die inertielle Kopplung der Bewegungsgrößen zu reduzieren. Alle übrigen Kopplungsterme werden vernachlässigt. Zur Schließung der integralen Form der Bewegungsgleichungen wird zur Darstellung der Luftkräfte die aerodynamische Streifen-Theorie verwendet. Dreidimensionalen Strukturen werden dabei in Strömungsrichtung in Schnitte diskretisiert und die aerodynamischen Kräfte mit der linearen Potentialtheorie berechnet. Sie liegen somit analytisch in Form von Beiwerten vor, abhängig von den Starrkörper- und elastischen Freiheitsgraden. Es bleibt jedoch anzumerken, dass mit diesem Verfahren lediglich die Flugzeugbewegungen, nicht aber die Aerodynamik, zeitabhängig modelliert sind.

Eine identische Formulierung der integralen Bewegungsgleichungen konnte unter anderem von *{Etkin [12]}* gefunden werden. Er erweiterte die flugmechanischen Gleichungen um elastische Freiheitsgrade.

Eine weitere Möglichkeit zur Beschreibung der Bewegung flexibler Strukturen bietet das Fachgebiet der Mehrkörperdynamik bzw. Mehrkörpersimulation. Hierbei werden diskrete Elemente mittels Feder-Dämpfer-Verbindungen und kinematischen Zwangsbedingungen aneinander gekoppelt. Ein Überblick über die Entstehung und Perspektiven dieser Verfahren ist in *{Schiehlen [50]}* gegeben. Eine Einführung in das Fachgebiet kann man in *{Robertson, Schwertassek [46]}* finden.

Spätestens seit den ersten Überlegungen zum Bau eines Flugzeugs größer als die Boeing 747 oder den Planungen zu Langversionen wie der A340-600 rückte das Thema der Kopplung zwischen Flugmechanik und Aeroelastik und die damit verbundene Beeinflussung der jeweiligen Freiheitsgrade auch in der Industrie wieder stärker in den Vordergrund.

Mit der Entwicklung und Implementierung praxisorientierter FEM-Verfahren und stetig steigender Rechnerleistung war es möglich, hochgenaue Strukturmodelle flexibler Strukturen mittels kondensierter Schalenmodelle, wie z. B. in *{Guyan [18]}* beschrieben, zu generieren.

Zur Modellierung der instationären Aerodynamik kommen in der Industrie moderne Panelverfahren zum Einsatz. Die Doublet-Lattice-Methode *{Försching [16], Rodden, Johnson [47]}* bietet die Möglichkeit, die Geometrie genauer zu modellieren, die Zeitabhängigkeit der Luftkräfte zu berücksichtigen und eine Interferenz zwischen den aerodynamischen Elemen-

ten zu implementieren. Damit ist eine genauere Modellierung des flexiblen Flugzeugs gewährleistet.

Da es sich hierbei um diskrete Frequenzbereichsverfahren handelt, ist eine Transformation der Bewegungsgleichungen in den Zeitbereich nur über Approximationsmethoden möglich. Die beiden bekanntesten Verfahren werden in *{Rogers [48]}* und *{Karpel [22], Karpel, Struhl [26]}* vorgestellt. Mit Hilfe rationaler Funktionen werden die diskreten Aerodynamik-koeffizienten im Frequenzbereich approximiert. Hierzu werden bei beiden Verfahren zusätzliche Lag-States eingeführt, welche die Laufzeiteffekte repräsentieren.

In *{Schuler, König [53]}* wird eine Methode zur Anbindung linearer Aeroelastikmodelle an nichtlineare Modelle der Flugmechanik dargestellt. Hierbei werden die Starrkörperfreiheitsgrade des Aeroelastikmodells durch die Zustandsderivativa aus dem Flugmechanikmodell ersetzt. Die Differentialgleichungen des Flugmechanikmodells bleiben unangetastet. Bei der in *{Looye [30]}* beschriebenen Residualised-Model-Kopplung werden die quasistatischen elastischen Formen aus dem Aeroelastikmodell eliminiert und die verbleibenden aerodynamischen Lasten als Zusatzeingänge für das nichtlineare Flugmechanikmodell definiert. Ein Vergleich beider Verfahren findet sich in *{Looye, Reschke [31]}*.

Am Institut für Flugmechanik und Flugregelung der Universität Stuttgart wird das Thema der integralen Modellbildung erstmals von *{Schuler [52]}* behandelt. Eine Modalsynthese der Flugzeugstruktur wird durchgeführt und die Bewegungsgleichungen in generalisierte Koordinaten transformiert. Die instationäre Aerodynamik wird mit Hilfe der Doublet-Lattice-Methode repräsentiert. Die Transformation in den Zeitbereich basiert auf dem Verfahren von *{Karpel, Struhl [26]}*. Nach einer ausführlichen Modellvalidierung wird ein robustes integrales Dämpfungs- und Vorgabereglersystem entworfen.

Aufbauend auf dieser Arbeit wird in *{Hanel [19]}* ein integrales Modell eines flexiblen Flugzeugs mit nichtlinearem Flugmechanikanteil aufgebaut. Zusätzlich werden linearisierte Modelle für verschiedene Flug- und Beladungszustände bereitgestellt. Des Weiteren wird eine Strategie zur Positionierung der Beschleunigungsmesser entwickelt. Anschließend wird ein Verfahren zum Entwurf robuster integraler Regler auf Basis der H_∞ -Methode vorgestellt. Es werden Mehrgrößenregler für die Längs- und Seitenbewegung ausgelegt.

{Teufel [57]} erweitert die integralen Modelle schließlich um die Möglichkeit, auch zweidimensionale Turbulenzen zu simulieren und die resultierenden Strukturlasten zu berechnen. Hierzu müssen die bisher verwendeten Halbmodelle zu Vollmodellen erweitert werden. Das integrale Flugzeugmodell wird mit einem 2D Böenmodell gekoppelt und eine zweidimensionale Spektralanalyse durchgeführt. Für Untersuchungen im Zeitbereich werden die bekannten Approximations- und Transformationsverfahren auf die 2D Turbulenzspektren übertragen. Anschließend werden die Ausgangsgleichungen der Zustandsraummodelle um Strukturspannungsgrößen erweitert und über eine zweidimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilung der Entwurfsfall für die Spannungsberechnung ermöglicht.

Die Berechnung der Strukturlasten, hervorgerufen durch Flugmanöver und Turbulenzen, ist ebenfalls Thema der Arbeit von *{Reschke [42]}*. Hierbei wird auch das Problem der inertialen Kopplung zwischen der nichtlinearen Starrkörperbewegung und der elastischen Strukturdeformation berücksichtigt.

Diese Modelle weisen jedoch Nachteile in der Repräsentation der Aerodynamik auf. Insbesondere wurden die instationären Luftkräfte mit subsonischen Methoden berechnet. Eine eventuelle Betrachtung des transsonischen Machzahlbereichs ist nur mit Hilfe nachträglich eingefügter Korrekturfaktoren, wie in *{Brink-Spalink [7]}* beschrieben, möglich. Des Weiteren werden aerodynamische Widerstandsterme lediglich mittels potentialtheoretischer Approximationen ebener Platten als induzierte Widerstandskräfte erfasst. Oder man bedient sich Messdaten aus Windkanal- bzw. Flugversuchen.

1.2 Ziele der Arbeit

Da der Kostendruck auf die Luftfahrtgesellschaften steigt, müssen auch die Flugzeughersteller immer wirtschaftlichere Maschinen zur Verfügung stellen. Dazu gehört auch, die Kosten des eigentlichen Entwicklungsprozesses weiter zu senken. Aus diesem Grund ist es besonders wichtig, schon in der frühen Entwicklungsphase auf Grundlage numerischer Modelle auf aeroelastische Problemstellungen aufmerksam zu machen. Das Hauptziel der vorliegenden Arbeit besteht zum einen in der Erweiterung der Prozesskette zur integralen Modellbildung auf den transsonischen Machzahlbereich und zum anderen darin, die Kette von jeglichen Messdaten aus Windkanal oder Flugversuchen zu entkoppeln.

Am Institut für Aerodynamik und Gasdynamik der Universität Stuttgart (IAG) werden mit Hilfe eines numerischen CFD-Verfahrens auf Basis der Reynolds gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen (RANS) die stationären Luftkräfte berechnet. Hiermit ist es auch möglich, numerische Werte für den aerodynamischen Widerstand anzugeben. Mit Hilfe der so ermittelten stationären Strömungslösung der aeroelastischen Gleichgewichtskonfiguration werden mit der am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt in Göttingen implementierten transsonischen Doublet-Lattice-Methode (TDLM) die instationären Luftkraftkoeffizienten berechnet. Die Prozesskette soll dabei so modular gestaltet werden, dass einzelne Module wie CFD- oder FEM-Programme problemlos ersetzt werden können.

Ein zweites Teilziel stellt der Entwurf integraler Regler mittels nichtlinearer Optimierungsverfahren dar. Diese minimieren zuvor definierte Kostenfunktionen bzgl. ausgewählter Starrkörpergrößen unter Berücksichtigung gesetzter Nebenbedingungen, die gezielt auf die aeroelastischen Struktureigenformen wirken. Es werden jedoch auch die Grenzen der Regelung mittels konventioneller Steuerflächen aufgezeigt.

1.3 Gliederung der Arbeit

In **Kapitel 2** wird ein kurzer Einstieg in die Flugmechanik gegeben. Es werden die Grundlagen der nichtlinearen Bewegungsgleichungen eines starren Flugzeugs dargestellt. Um linearisierte Zustandsraummodelle bereitstellen zu können, werden anhand ausgewählter Terme die Linearisierung um einen Arbeitspunkt beschrieben und die in der Flugmechanik üblichen Vereinfachungen erläutert.

Analog zur Aeroelastik ist auch das zugehörige **Kapitel 3** in die beiden Teilgebiete Struktur- und Aerodynamik aufgeteilt. In der Strukturmechanik geht es im Wesentlichen darum, die Verformung einer elastischen Struktur zu beschreiben und mit Hilfe geeigneter Reduktionsverfahren die Freiheitsgrade der resultierenden Differentialgleichungen möglichst gering zu halten. Die Aerodynamik wird nochmals in einen stationären Anteil zur Berechnung der aeroelastischen Gleichgewichtskonfiguration und die Generierung der instationären Luftkräfte unterteilt.

Kapitel 4 enthält die Herleitung instationärer Böen- und Turbulenzluftkräfte, wobei sich die vorliegende Arbeit auf den eindimensionalen Fall beschränkt. Nach einer Definition und Gliederung der Störeinflüsse wird über die Beschreibung eines zusätzlichen Geschwindigkeitssignals der Übergang auf die resultierenden instationären Luftkräfte im Frequenzbereich beschrieben.

Um das maßgebliche Ziel der Arbeit, die linearen Zustandsraummodelle, realisieren zu können, wird in **Kapitel 5** eine Methode zur Approximation der instationären Luftkräfte mittels rationaler Funktionen im Frequenzbereich dargestellt. Anhand eines akademischen Beispiels wird die Leistungsfähigkeit der Minimum-State-Methode von Karpel gegenüber einem nichtlinearen Optimierungsverfahrens erläutert.

Nachdem die theoretischen Grundlagen aller enthaltenen Fachgebiete und die dazugehörigen Methoden präsentiert wurden, wird in **Kapitel 6** die gesamte Prozesskette zur integralen Modellbildung aufgestellt. Es wird eine Übersicht über die verwendeten Programmpakete sowie den resultierende Datenfluss zwischen den Programmen gegeben. Um die rein aeroelastischen Modelle bzgl. der Anforderungen der Flugmechanik zu erweitern, müssen zusätzliche Terme in die Bewegungsgleichungen aufgenommen werden. Aufgrund des modularen Charakters der Prozesskette können einzelne Teile ausgetauscht und so z. B. die Ergebnisse der transsonischen instationären Aerodynamik in die linearen Modelle aufgenommen werden. Anschließend werden die generierten Zustandsraummodelle in Teilmodelle der Längs- und Seitenbewegung aufgespalten und ausführlich analysiert.

Um eine Einsatzmöglichkeit der generierten Modelle aufzuzeigen, werden in **Kapitel 7** verschiedene integrale Regler entworfen. Diese haben die Aufgabe, flugmechanische Steuerbarkeitsanforderungen unter Berücksichtigung elastischer Nebenbedingungen zu optimieren. Hierbei werden im Gegensatz zum klassischen Ansatz sowohl Flug- als auch Aeroelastikregelung von einem Regler übernommen, womit auf komplexe Filter zur Separation der Messsignale verzichtet werden kann.

Abschließend wird in **Kapitel 8** eine Zusammenfassung und Bewertung der gefundenen Ergebnisse gegeben. Ein Ausblick auf zukünftige Problemstellungen und Verbesserungsmöglichkeiten wird aufgezeigt.

Kapitel 2

Flugmechanische Grundlagen

Motivation

Im folgenden Kapitel geht es darum, die Ziele eines Modellbildungsprozesses darzustellen. Um den Einstieg in das Thema der integralen Modellbildung zu erleichtern, soll zuerst ein kurzer Überblick über die Herleitung konventioneller Starrkörpermodelle gegeben werden. Eine ausführliche Darstellung findet sich in *{Brockhaus [8]}* und *{Stevens, Lewis [56]}*. Die Flugmechanik beschäftigt sich mit den Flugleistungen sowie mit der Stabilität und Steuerbarkeit von Flugzeugen. Unter dem Begriff Flugleistungen werden die Leistungen eines Flugzeugs in verschiedenen Flugphasen wie Start, Steigen, Reiseflug, Kurvenflug, Sinkflug und Landen zusammengefasst. Hieraus lassen sich unter anderem Rückschlüsse auf Daten wie Treibstoffverbrauch oder Flugdauer ziehen. Zur Berechnung der Flugleistungen ist in der Regel nur die Betrachtung der translatorischen Flugzeugbewegung ausreichend. Möchte man Aussagen über die Stabilität, Steuerbarkeit bzw. die Fliegbarkeit und Regelung eines Flugzeugs treffen, muss man zusätzlich auch die rotatorischen Freiheitsgrade betrachten.

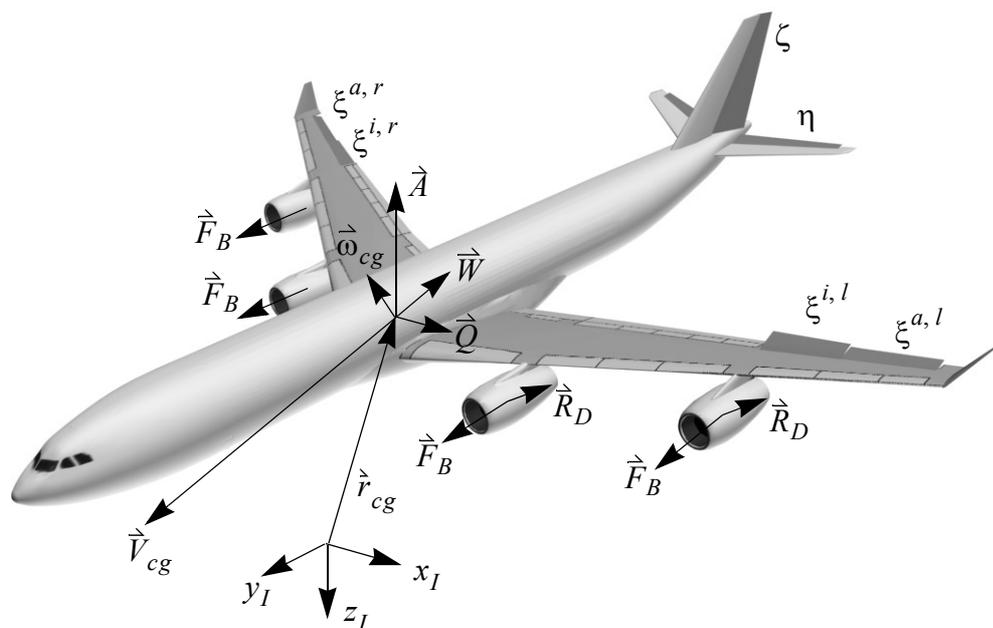


Abb. 2.1 Kräfte und Momente am Flugzeug

2.1 Bewegungsgleichungen des Starrkörpermodells

Wie man aus der Motivation zu diesem Kapitel erkennen kann, geht es in der Flugmechanik im Wesentlichen darum, die Dynamik des Flugzeugs zu charakterisieren. Hierzu ist man auf mathematische Modelle der Bewegungsgleichungen angewiesen. Aus der Anwendung des Impuls- und Drallsatzes lassen sich die Differentialgleichungen der räumlichen Bewegung ableiten, welche sich in einem Ersatzmodell aus Translation des Schwerpunkts und Rotation um den Schwerpunkt beschreiben lässt. In erster Näherung kann die Erde als ruhend und flach angenommen werden und stellt somit ein Inertialsystem dar. Die das Flugzeug umgebende Luft wird ebenfalls als ruhend angenommen. Alle elastischen Freiheitsgrade des Flugzeugs werden in der klassischen Flugmechanik vernachlässigt. Des Weiteren wird in der Regel ein bzgl. der körperfesten xz -Ebene symmetrisches Flugzeug betrachtet und damit die Deviationsmomente I_{xy} und I_{yz} im Trägheitstensor I_T zu Null gesetzt. Im Inertialsystem gilt somit

$$\frac{d}{dt}(m\vec{V}_{cg}) = \sum \vec{F} \text{ und} \quad (2.1)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \vec{\omega}_{cg} \right) = \sum \vec{M}, \quad (2.2)$$

mit dem Geschwindigkeitsvektor \vec{V}_{cg} , der Flugzeugmasse m , der Summe der äußeren Kräfte $\sum \vec{F}$, dem Rotationsvektor $\vec{\omega}_{cg}$, dem Trägheitstensor I_T sowie der Summe der äußeren Momente $\sum \vec{M}$ aus Abb. 2.1. Gleichung (2.1) beschreibt die translatorische Bewegung eines Massepunktes und wird auch Kräftegleichung genannt. Gleichung (2.2) beschreibt die Rotation einer ausgedehnten Masse um ihren Schwerpunkt und wird auch Momentengleichung genannt.

Die Differentialgleichungen (2.1) und (2.2) wurden in einem raumfesten Inertialsystem (x_I, y_I, z_I) aufgestellt. Demzufolge beziehen sich auch alle Vektor- und Tensorangaben auf dieses System. Für flugmechanische und vor allem regelungstechnische Anwendungen ist diese Wahl jedoch nicht sinnvoll, da zum einen viele Größen aus Abb. 2.1 körperfest sind, insbesondere der Trägheitstensor, und zum anderen die Messsignale zur Regelung des Flugzeugs ebenfalls mit körperfesten Sensoren erfasst werden. Dies legt die Herleitung der Bewegungsgleichungen in einem körperfesten Koordinatensystem nahe. Da solch ein flugzeugfestes Koordinatensystem nicht mehr inertial ist, müssen die Bewegungsgleichungen um den Poissonterm $\vec{\omega}_{cg} \times \vec{V}_{cg}$ erweitert werden, welcher die Beschleunigungen infolge einer Drehung

des Koordinatensystems erfasst. In Koordinaten eines körperfesten Systems erhält man unter Voraussetzung einer konstanten Flugzeugmasse

$$m \frac{d}{dt} \vec{V}_{cg} = m \left(\frac{\partial}{\partial t} \vec{V}_{cg} + \vec{\omega}_{cg} \times \vec{V}_{cg} \right) = \sum \vec{F} = \vec{F}^{aero} + \vec{F}^G + \vec{F}^{TW} \text{ bzw.} \quad (2.3)$$

$$m \left(\frac{\partial}{\partial t} \vec{V}_{cg} + \vec{\omega}_{cg} \times \vec{V}_{cg} \right) = T_{fa} \begin{bmatrix} -W \\ -Q \\ -A \end{bmatrix} + T_{fg} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ G \end{bmatrix} + T_{ftw} \begin{bmatrix} F_{B_{ges}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + T_{ftw_a} \begin{bmatrix} -R_{D_{ges}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.4)$$

und unter Voraussetzung eines konstanten Trägheitstensors

$$I_T \frac{d}{dt} \vec{\omega}_{cg} = I_T \frac{\partial}{\partial t} \vec{\omega}_{cg} + \vec{\omega}_{cg} \times I_T \vec{\omega}_{cg} = \sum \vec{M} = \vec{M}^{aero} + \vec{M}^{TW}. \quad (2.5)$$

Berücksichtigt man, dass in der zivilen Luftfahrt die Drehraten in $\vec{\omega}_{cg}$ verhältnismäßig gering sind, können Terme der Ordnung ω_{cg}^2 vernachlässigt werden. Gleichung (2.5) vereinfacht sich somit zu

$$I_T \frac{\partial}{\partial t} \vec{\omega}_{cg} = T_{fa} \begin{bmatrix} L^{aero} \\ M^{aero} \\ N^{aero} \end{bmatrix} + T_{ftw} \left(\dot{r}_{TW_{ges}} \times \begin{bmatrix} F_{B_{ges}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) + T_{ftw_a} \left(\dot{r}_{TW_{ges}} \times \begin{bmatrix} -R_{D_{ges}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right). \quad (2.6)$$

In Gleichung (2.3) und (2.5) sind die äußeren Kräfte und Momente bereits in ihre wesentlichen Anteile aus Aerodynamik (*aero*), Gewichtskraft (*G*) und Triebwerkskräfte (*TW*) zerlegt worden. Die einzelnen Kräfte und Momente werden wiederum in angepassten Koordinatensystem angegeben, was eine anschließende Transformation in das flugzeugfeste Koordinatensystem erfordert. Hierzu werden in den Gleichungen (2.4) und (2.6) die Transformationsmatrizen T_{fa} , T_{fg} , T_{ftw} und T_{ftw_a} verwendet. Der erste Index *f* bezeichnet das flugzeugfeste Zielsystem, der zweite Index bezeichnet das Ausgangssystem, wobei *a* für das aerodynamische, *g* für das geodätischen, *tw* für das triebwerksfeste und *tw_a* für das Koordinatensystem steht, welches die Strömungsverhältnisse am Triebwerk beschreibt. Eine zusammenfassende Darstellung der verwendeten Koordinatensysteme und die resultierenden Transformationen sind in Anhang A gegeben.

2.2 Linearisierung der Bewegungsgleichungen

Die meisten Reglerentwurfsverfahren setzen lineare Zustandsraummodelle des zu regelnden Systems voraus. Zur Generierung dieser linearen Modelle werden die nichtlinearen Bewe-

gungsgleichungen in der Nachbarschaft eines Referenzpunktes betrachtet. Um diesen Referenzpunkt oder auch Arbeitspunkt können die einzelnen Terme der Gleichungen in Taylorreihen entwickelt werden, die nach den linearen Gliedern abgebrochen werden. Setzt man anschließend ein Gleichgewicht am Arbeitspunkt voraus, ist es ausreichend, die Abweichungen der Kräftegleichung (2.4) und der Momentengleichung (2.6) von selbigem zu betrachten. Man erhält in allgemeiner Form

$$\begin{aligned}
m \left(\frac{\partial}{\partial t} \Delta \vec{V}_{cg} + \Delta \vec{\omega}_{cg} \times \vec{V}_{0cg} + \vec{\omega}_{0cg} \times \Delta \vec{V}_{0cg} \right) &= \Delta T_{fa} \begin{bmatrix} -W \\ -Q \\ -A \end{bmatrix}_0 + T_{0fa} \Delta \begin{bmatrix} -W \\ -Q \\ -A \end{bmatrix} \dots \\
&+ \Delta T_{fg} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ G \end{bmatrix}_0 + T_{0fg} \Delta \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ G \end{bmatrix} \dots \\
&+ \Delta T_{ftw} \begin{bmatrix} F_{B_{ges}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_0 + T_{0ftw} \Delta \begin{bmatrix} F_{B_{ges}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots \\
&+ \Delta T_{ftw_a} \begin{bmatrix} -R_{D_{ges}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_0 + T_{0ftw_a} \Delta \begin{bmatrix} -R_{D_{ges}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.7}$$

und

$$\begin{aligned}
I_T \frac{\partial}{\partial t} \Delta \vec{\omega}_{cg} &= \Delta T_{fa} \begin{bmatrix} L^{aero} \\ M^{aero} \\ N^{aero} \end{bmatrix}_0 + T_{0fa} \Delta \begin{bmatrix} L^{aero} \\ M^{aero} \\ N^{aero} \end{bmatrix} \dots \\
&+ \Delta T_{ftw} \left(\dot{\vec{r}}_{TW_{ges}} \times \begin{bmatrix} F_{B_{ges}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_0 \right) + T_{0ftw} \left(\dot{\vec{r}}_{TW_{ges}} \times \Delta \begin{bmatrix} F_{B_{ges}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \dots \\
&+ \Delta T_{ftw_a} \left(\dot{\vec{r}}_{TW_{ges}} \times \begin{bmatrix} -R_{D_{ges}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_0 \right) + T_{0ftw_a} \left(\dot{\vec{r}}_{TW_{ges}} \times \Delta \begin{bmatrix} -R_{D_{ges}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right)
\end{aligned} \tag{2.8}$$

In Gleichung (2.7) und (2.8) werden mit Δ lineare Abweichungen vom Arbeitspunkt und mit dem Index 0 alle Werte am Arbeitspunkt bezeichnet. Im Folgenden werden die Linearisierungen ausgewählter Terme kurz beschrieben. Die dargestellte Vorgehensweise kann

anschließend auf alle Δ -Terme angewendet werden, um letztendlich nur noch Zustandsgrößen, ihre Ableitungen und Eingangsgrößen in den linearisierten Gleichungen zu haben.

2.2.1 Linearisierung der Transformationsmatrix

Die Transformationsmatrix T_{fg} vom geodätischen in das flugzeugfeste Koordinatensystem setzt sich aus den drei Teilmatrizen

$$T_{fg} = T_1(\phi)T_2(\theta)T_3(\psi) \quad (2.9)$$

gemäß Anhang A zusammen. Diese beschreiben eine Rotation um die z -Achse (T_3), um die y -Achse (T_2) und abschließend um die x -Achse (T_1). Die Linearisierung der Gesamtmatrix ergibt sich damit zu

$$\begin{aligned} \Delta T_{fg} &= \frac{\partial}{\partial \phi} T_1(\phi) \Big|_{\phi_0} \Delta \phi \cdot T_2(\theta_0) T_3(\psi_0) \dots \\ &+ T_1(\phi_0) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} T_2(\theta) \Big|_{\theta_0} \Delta \theta \cdot T_3(\psi_0) \dots \\ &+ T_1(\phi_0) T_2(\theta_0) \cdot \frac{\partial}{\partial \psi} T_3(\psi) \Big|_{\psi_0} \Delta \psi \end{aligned} \quad (2.10)$$

2.2.2 Linearisierung aerodynamischer Terme

Aus den Bewegungsgleichungen wird ersichtlich, dass die aerodynamischen Terme einen maßgeblichen Anteil an den äußeren Kräften und Momenten haben. Diese sind jedoch hochgradig nichtlinear und von vielen Variablen abhängig. Anhand der Auftriebskraft A im aerodynamischen Kraftvektor \vec{F}^{aero} aus Gleichung (2.4) und des aerodynamischen Nickmoments M^{aero} aus Gleichung (2.6) soll die Linearisierung beispielhaft beschrieben werden. Dazu werden die aerodynamischen Größen zuerst durch ihre dimensionslosen Beiwerte ausgedrückt. Man erhält

$$A = A_0 + \Delta A = \frac{\rho_0}{2} V_0^2 S c_{A0} + \Delta \left(\frac{\rho}{2} V^2 S c_A \right) \text{ bzw.} \quad (2.11)$$

$$M = M_0 + \Delta M = \frac{\rho_0}{2} V_0^2 S l_\mu c_{m0} + \Delta \left(\frac{\rho}{2} V^2 S l_\mu c_m \right), \quad (2.12)$$

mit der Luftdichte ρ , der Fluggeschwindigkeit V , der Bezugsflügelfläche S , der Bezugslänge l_μ , sowie dem Auftriebsbeiwert c_A und dem Nickmomentenbeiwert c_m . Die linearen Abweichungen der aerodynamischen Größen sind von der Fluggeschwindigkeit V , der Flug-

höhe h , der Machzahl Ma , dem Anstellwinkel α , der Anstellwinkelgeschwindigkeit $\dot{\alpha}$, der Nickrate q , dem Höhenruderausschlag η , dem Seitenruderausschlag ζ sowie von den inneren und äußeren Querruderausschlägen ξ^i und ξ^a abhängig. Für die Linearisierungen erhält man schließlich

$$\begin{aligned} \Delta A(V, h, Ma, \alpha, \dot{\alpha}, q, \eta, \zeta, \xi^i, \xi^a) &= A_0 \frac{\Delta V}{V_0} + \frac{1}{2} V_0^2 S c_{A0} \frac{\partial \rho}{\partial h} \Delta h \dots \\ &+ \frac{\rho_0}{2} V_0^2 S \left\{ \frac{\partial c_A}{\partial Ma} \Delta Ma + \frac{\partial c_A}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial c_A}{\partial \dot{\alpha}} \Delta \dot{\alpha} + \frac{\partial c_A}{\partial q} \Delta q \right\} \dots \\ &+ \frac{\rho_0}{2} V_0^2 S \left\{ \frac{\partial c_A}{\partial \eta} \Delta \eta + \frac{\partial c_A}{\partial \zeta} \Delta \zeta + \frac{\partial c_A}{\partial \xi^i} \Delta \xi^i + \frac{\partial c_A}{\partial \xi^a} \Delta \xi^a \right\} \end{aligned}$$

und

(2.13)

$$\begin{aligned} \Delta M(V, h, Ma, \alpha, \dot{\alpha}, q, \eta, \zeta, \xi^i, \xi^a) &= M_0 \frac{\Delta V}{V_0} + \frac{1}{2} V_0^2 S l_\mu c_{m0} \frac{\partial \rho}{\partial h} \Delta h \dots \\ &+ \frac{\rho_0}{2} V_0^2 S l_\mu \left\{ \frac{\partial c_m}{\partial Ma} \Delta Ma + \frac{\partial c_m}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial c_m}{\partial \dot{\alpha}} \Delta \dot{\alpha} + \frac{\partial c_m}{\partial q} \Delta q \right\} \dots \\ &+ \frac{\rho_0}{2} V_0^2 S l_\mu \left\{ \frac{\partial c_m}{\partial \eta} \Delta \eta + \frac{\partial c_m}{\partial \zeta} \Delta \zeta + \frac{\partial c_m}{\partial \xi^i} \Delta \xi^i + \frac{\partial c_m}{\partial \xi^a} \Delta \xi^a \right\}, \end{aligned}$$

wobei sämtliche partiellen Ableitungen $\frac{\partial}{\partial *}$ am Arbeitspunkt auszuwerten sind und sich somit in Gleichung (2.13) zu konstanten Werten ergeben.

2.3 Vereinfachungen

Einer der am häufigsten in der zivilen Luftfahrt verwendeten Arbeitspunkte ist der stationäre Horizontalflug. Hierdurch ergeben sich maßgebliche Vereinfachungen in den Bewegungsgleichungen. Setzt man voraus, dass $\phi_0 = \mu_0 = \beta_0 = 0$, sowie $\vec{\omega}_{0cg} = 0$ gilt, der Vektor der stationären Anströmung also in der Symmetrieebene des Flugzeugs liegt, können die Freiheitsgrade von Längs- und Seitenbewegung getrennt voneinander betrachtet werden, da die Kopplungsterme zu vernachlässigen sind. Die Längsbewegung beschreibt dabei die Bewegung des Flugzeugs in einer Vertikalebene, die mit der Flugzeugsymmetrieebene zusammenfällt und die translatorischen Freiheitsgrade der flugzeugfesten xz -Ebene sowie die rotatorischen Freiheitsgrade um die flugzeugfeste y -Achse enthält. Die Seitenbewegung enthält die translatorischen Freiheitsgrade der flugzeugfesten y -Achse, sowie die rotatorischen Freiheitsgrade um die flugzeugfeste x - und z -Achse außerhalb dieser Vertikalebene.

Kapitel 3

Aeroelastik

Motivation

Betrachtet man eine aeroelastische Problemstellung, so muss man dabei stets berücksichtigen, dass es sich um ein gekoppeltes Problem handelt. Die Aeroelastik setzt sich aus den beiden Fachgebieten der Strukturmechanik und der Aerodynamik zusammen. Des Weiteren müssen die Wechselwirkungen zwischen diesen beiden Teilproblemen beschrieben werden, da die aerodynamische Lösung immer von der Strukturlösung abhängt und umgekehrt. Das folgende Kapitel erläutert zum einen die Kopplungsmechanismen und -arten der aeroelastischen Teilprobleme, zum anderen wird näher auf die wesentlichen Grundlagen der Struktur- und Aerodynamik, die zum Verständnis des aeroelastischen Modells notwendig sind, eingegangen.

3.1 Kopplungsmechanismen der Aeroelastik

Abb. 3.1 zeigt die zwei grundlegenden physikalischen Mechanismen der Interaktion zwischen Strömung und umströmter Struktur. Beide Teilprobleme können sowohl über Kräfte und Deformationen als auch über das Temperaturfeld miteinander gekoppelt sein. Die Grundlage hierzu bilden die kompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen. Beide Mechanismen treten in der Praxis natürlich immer parallel auf, wobei gegebenenfalls über mögliche Vernachlässigungen nachzudenken ist.

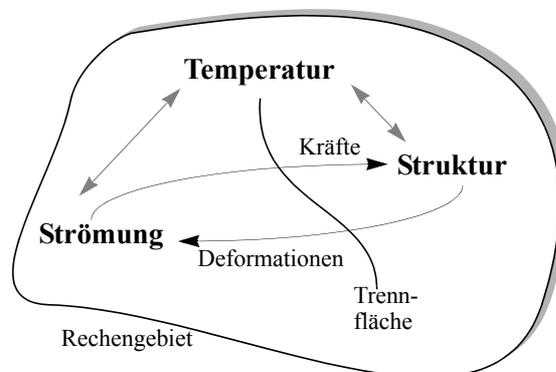


Abb. 3.1 Kopplungsmechanismen der Aeroelastik

In der Aeroelastik spielt die Kopplung über Kräfte und Deformationen die entscheidende Rolle, da auch bei Berücksichtigung von Reibungseinflüssen der Wärmeaustausch infolge der Gradienten im Temperaturfeld vernachlässigt werden kann. Die Interaktion zwischen Strömung und Struktur findet somit nur auf der Trennfläche zwischen den beiden Teilproblemen statt. Durch die Umströmung der Struktur kommt es infolge Druck- und Scherspannungen zu Kräften und resultierenden Momenten auf den Rand der Struktur. Diese aerodynamischen Lasten führen wiederum zu einer Verformung der Struktur, somit zu einer neuen Strukturlösung und damit schließlich auch zu einer Veränderung des Strömungsgebietes und einer neuen aerodynamischen Lösung. Zur Lösung des gekoppelten Problems muss innerhalb einer Schnittstelle die Lösung jedes Teilproblems als Randbedingung des anderen Teilproblems berücksichtigt werden.

Da ein gekoppeltes Problem nur in Ausnahmefällen eine geschlossene analytische Lösung besitzt, wurden numerische Verfahren entwickelt, mit deren Hilfe eine ausreichend genaue Lösung gefunden werden kann. In der Praxis spricht man hierbei häufig von CSD-Verfahren, mit welchen unter Einsatz von Finite-Element-Methoden die Strukturlösung bestimmt wird und von CFD-Verfahren zur Bestimmung der Strömungslösung unter Verwendung z.B. von Finite-Volumen-Verfahren.

3.2 Kopplungsarten der Aeroelastik

Wie bereits erwähnt, müssen zur Lösung des gekoppelten aeroelastischen Problems Daten zwischen den beiden Teilproblemen CFD und CSD ausgetauscht werden. Basierend auf diesem Datenaustausch werden z.B. in *{Siebert [55]}* die zwei grundlegenden Algorithmen der starken und schwachen Kopplung unterschieden. Es bleibt anzumerken, dass in der Literatur unterschiedliche Definitionen für die Unterscheidung zwischen starker und schwacher Kopplung zu finden sind und die folgenden zwei Abschnitten demzufolge nur mögliche Definitionen darstellen.

Bei der **starken Kopplung** werden beide Teilprobleme gleichzeitig bzw. simultan gelöst, das heißt, es wird ein Differentialgleichungssystem erstellt, welches alle maßgeblichen Gleichungen beider Teilprobleme enthält. Daraus resultiert, dass das gesamte aeroelastische Problem von einem einzigen Programm gelöst wird oder besser gesagt, gelöst werden muss. Diese Vorgehensweise ist auch unter dem Begriff "monolithische Verfahren" bekannt. In Abb. 3.2 sind einige wichtige Eigenschaften dieser Kopplungsmethode dargestellt. Aufgrund der gleichzeitigen Lösung beider Teilsysteme bleiben Approximations- und Konvergenzprobleme aus. Dieser Vorteil bezüglich der Stabilität muss jedoch mit einem enormen Entwicklungsaufwand zur Programmierung und Validierung neuer Lösungsalgorithmen erkaufte werden. Hierzu gehört zum Beispiel, dass für die Modellierung von Nichtlinearitäten eventuell spezielle Strategien angewendet werden müssen, was wiederum die Übertragbarkeit eines Lösungsalgorithmus auf andere Aufgabentypen einschränkt und somit die Generalität sinkt.

Bei der **schwachen Kopplung** werden beide Teilprobleme getrennt voneinander betrachtet und gelöst. Dabei werden die Daten bei den einfachsten expliziten Verfahren höchstens ein-

mal pro Zeitschritt oder erst am Ende der jeweiligen Rechnung ausgetauscht. Da hieraus unter Umständen jedoch Stabilitätsprobleme resultieren, können diese Methoden durch Prädiktor-Korrektor-Schritte und einen dementsprechend häufigeren Datenaustausch verbessert werden. Diese Verfahren werden dann als schwache Kopplung vom impliziten Typ bezeichnet. Der Hauptvorteil dieser Kopplungsart besteht darin, dass bereits entwickelte, effiziente und validierte Löser eingesetzt und so die Lösungen der beiden Teilprobleme auf einem optimalen Weg ermittelt werden können. Abhängig von der Generalität der Codes für die Strömungs- und Strukturseite können beliebig verschiedene und auch komplexe Probleme modelliert werden. Der Entwicklungsaufwand besteht hier "lediglich" darin, geeignete Schnittstellen für den Datenaustausch zu implementieren.

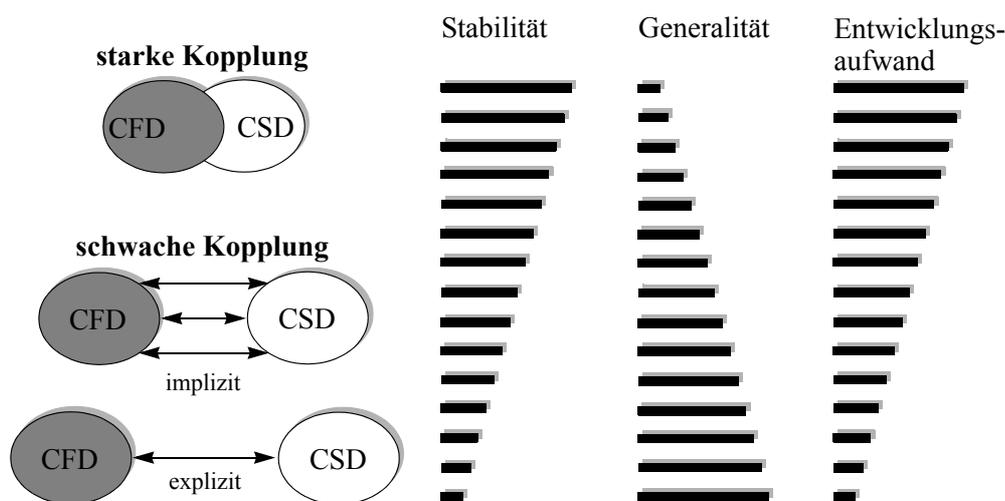


Abb. 3.2 Kopplungsarten der Aeroelastik

3.3 Strukturdynamische Grundlagen

Das Ziel des strukturdynamischen Modellierungsprozesses ist die Herleitung eines mathematischen Modells zur Berechnung der statischen und dynamischen Verformungen des Flugzeugs. Als Ursachen für diese Verformungen werden Trägheitskräfte, elastische Kräfte und externe Kräfte betrachtet. Die Struktur moderner Transportflugzeuge ist hauptsächlich aus Aluminium, Stahl, Titan und kohlefaserverstärktem Kunststoff hergestellt. All diese Materialien zeigen, für genügend kleine Lasten, ein linearelastisches Deformationsverhalten, welches in guter Näherung durch das Hooksche Gesetz dargestellt werden kann. Aus diesem Grund kann zur Beschreibung der elastischen Deformationen des Flugzeugs eine lineare Biegetheorie vorausgesetzt werden. Das Flugzeug wird idealisiert als energetisch abgeschlossenes System betrachtet, in dem nur massenbezogene und potentielle Energien betrachtet und alle anderen Energieformen vernachlässigt werden.

Das Verschiebungsfeld $\vec{v}(\vec{r}, t)$, welches die gesamte Verformung (Verschiebung und Verdrehung) der Flugzeugstruktur in Abhängigkeit der Zeit und der Position \vec{r} eines Strukturpunktes beschreibt,

erhält man aus der Lösung der Arbeitsgleichung

$$A_M(\ddot{v}) + A_K(\ddot{v}) + A_P(\ddot{v}) = 0. \quad (3.1)$$

Diese besagt, dass die Summe der Arbeiten, hervorgerufen durch die massenbezogenen Kräfte $\rightarrow A_M(\ddot{v})$, die elastischen Kräfte $\rightarrow A_K(\ddot{v})$ und durch die äußeren Kräfte $\rightarrow A_P(\ddot{v})$ Null ergibt. Aber auch mit den getroffenen Annahmen kann die erhaltene Arbeitsgleichung (3.1) für eine komplexe Struktur nur näherungsweise gelöst werden.

Wird zur Lösung die Methode der finiten Elemente $\{Kröplin, Hodapp, v.Trady-Tuch [29], Parisch [41]\}$ eingesetzt, wird das Verschiebungsfeld \ddot{v} in eine zeit- und eine raumabhängige Komponente aufgeteilt. Des Weiteren wird die Struktur durch einfache Basiselemente wie Schalen, Balken oder Stäbe aufgebaut, für die lokale Verschiebungsfelder definiert werden.

Die Diskretisierung in finite Elemente setzt unter anderem voraus, dass die Verschiebungsfelder an den Übergängen benachbarter Elemente kontinuierlich sind. In jedem finiten Element wird die raumabhängige Komponente des Verschiebungsfeldes durch eine bestimmte Anzahl von Interpolationsfunktionen approximiert. Diese beschreiben die Verformung des gesamten Elements als Funktion der Verschiebungen \ddot{z} der diskreten Knotenpunkte des Elements. Die über die Struktur verteilten Kräfte werden ebenfalls durch Kräfte an den Elementknoten approximiert.

In der Praxis setzt sich das Finite-Element-Modell des Flugzeugs häufig aus einzelnen Substrukturen wie z. B. Flügel mit Triebwergsaufhängungen und Querrudern, Rumpf, Seitenleitwerk mit Seitenruder und Höhenleitwerk mit Höhenruder zusammen. Jede Substruktur wird statisch kondensiert $\{Guyan [18]\}$ und ist dann als Superelement deutbar. Anschließend kann das aus den Substrukturen zusammengesetzte Gesamtflugzeug auf ausgewählte Massenpunkte statisch reduziert werden, wobei die Masse des Flugzeugs durch die Punktmassen idealisiert wird $\{Teufel [57]\}$.



Abb. 3.3 Finite-Element-Modell nach der statischen Kondensation

Die Integration über das Element, sprich die Multiplikation der Knotenkräfte mit zugehörigen Knotenverschiebungen, ergibt die Arbeitsbeiträge nach Gleichung (3.1) in Abhängigkeit der Knotenverschiebungen und der äußeren Knotenkräfte. Dieses Vorgehen ist unter dem Begriff “Prinzip der virtuellen Arbeit” bekannt {Kröplin, Hodapp, v.Trady-Tuch [29]}. Fasst man die Ergebnisse für alle Elemente zusammen, erhält man für ein homogenes System mit

$$M_{gg}\ddot{\underline{z}}_g + K_{gg}\dot{\underline{z}}_g = \dot{\underline{P}}_g \quad (3.2)$$

ein Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung. Hierbei beschreiben M_{gg} die Massenmatrix und K_{gg} die Steifigkeitsmatrix der approximierten Flugzeugstruktur. Beide Matrizen haben die Dimension $[n_g \times n_g]$, wobei n_g die Anzahl der physikalischen Freiheitsgrade der Struktur darstellt. Im Vektor $\dot{\underline{z}}_g = [\dots, x_i, y_i, z_i, \phi_i, \theta_i, \psi_i, \dots]^T$ werden die Verschiebungen bzw. Freiheitsgrade (translatorische und rotatorische) aller Knotenpunkte zusammengefasst. Der Vektor $\dot{\underline{P}}_g = [\dots, F_{x_i}, F_{y_i}, F_{z_i}, M_{\phi_i}, M_{\theta_i}, M_{\psi_i}, \dots]^T$ repräsentiert die an den jeweiligen Knotenpunkten in Richtung der Freiheitsgrade wirkenden äußeren Lasten. Dies sind äußere Kräfte für die translatorischen und äußere Momente für die rotatorische Freiheitsgrade. Beide Vektoren ($\dot{\underline{z}}_g, \dot{\underline{P}}_g$) habe die Dimension $[n_g \times 1]$.

3.3.1 Berechnung der stationären Verformungen

Um die Verformungen $\dot{\underline{z}}_{g_s}$ der Struktur an einem stationären Arbeitspunkt zu berechnen, kann Gleichung (3.2) nach

$$\dot{\underline{z}}_{g_s} = K_{gg}^{-1}(\dot{\underline{P}}_{g_s} - M_{gg}\ddot{\underline{z}}_{g_s}) \quad (3.3)$$

umgeformt werden. Die stationären Beschleunigungen $\ddot{\underline{z}}_{g_s}$ können sich, wie in Kapitel 2.2 beschrieben, aus Vorgaben für den Arbeitspunkt mit Termen $\vec{\omega}_{cg} \times \vec{V}_{cg}$ ergeben.

In Gleichung (3.3) ist zu beachten, dass in den stationären Lasten $\dot{\underline{P}}_{g_s}$ auch aerodynamische Kräfte und Momente enthalten sind. Diese resultieren aus der Umströmung des flexiblen Flugzeugs und sind demzufolge vom stationären Verformungszustand $\dot{\underline{z}}_{g_s}$ der Struktur abhängig. Die Verformung der Struktur ist aber ihrerseits von den auf sie wirkenden Lasten abhängig. Es gilt also

$$\dot{\underline{z}}_{g_s} = \dot{\underline{z}}_{g_s}(\dot{\underline{P}}_{g_s}) \text{ bzw. } \dot{\underline{P}}_{g_s} = \dot{\underline{P}}_{g_s}(\dot{\underline{z}}_{g_s}). \quad (3.4)$$

3.3.2 Berechnung der instationären Verformungen

Das Eigenschwingungsverhalten des flexiblen Flugzeugs ist durch seine Eigenschwingungsformen und die zugehörigen Eigenfrequenzen charakterisiert. Die Beschreibung des Schwingungsverhaltens eines flexiblen Tragwerks mittels Eigenschwingungsformen und Eigenfrequenzen heißt Modalanalyse und wird in der Aeroelastik traditionell zur Darstellung der elastischen Bewegung angewendet. Die freien Schwingungen des ungedämpften flexiblen Flugzeugs sind durch das homogene Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung

$$M_{gg}\ddot{\vec{z}}_g + K_{gg}\dot{\vec{z}}_g = 0 \quad (3.5)$$

gegeben. Mit dem Ansatz $\dot{\vec{z}}_g(t) = \dot{\vec{\varphi}}_i e^{\lambda_i t} = \dot{\vec{\varphi}}_i z_{h_i}(t)$ wird die Lösung von (3.5) in eine zeitabhängige Komponente $z_{h_i}(t)$ und eine raumabhängige Komponente $\dot{\vec{\varphi}}_i$ aufgespalten. Daraus ergibt sich das Eigenwertproblem

$$[\lambda_i^2 M_{gg} + K_{gg}]\dot{\vec{\varphi}}_i = 0. \quad (3.6)$$

Gleichung (3.6) stellt ein homogenes lineares Gleichungssystem für den Vektor der Schwingungsamplitude $\dot{\vec{\varphi}}_i$ (*engl. mode shape*) und die freie Konstante λ_i dar. Für eine nichttriviale Lösung $\dot{\vec{\varphi}}_i \neq \vec{0}$ muss die Determinantengleichung

$$\det|\lambda_i^2 M_{gg} + K_{gg}| = 0 \quad (3.7)$$

erfüllt sein. Sind die Eigenwerte λ_i^2 des Matrizenpaares M_{gg}, K_{gg} bekannt, können die zugehörigen Eigenvektoren $\dot{\vec{\varphi}}_i$ berechnet werden. Für ein frei fliegendes Flugzeug, welches statisch nicht gelagert ist, erhält man sechs Nulleigenwerte. Diese repräsentieren die Starrkörperbewegungen. Die zugehörigen Eigenvektoren $\dot{\vec{\varphi}}_{i_{starr}}$ (*engl. rigid body modes*) können so gewählt werden, dass sie die Einheitsverschiebungen in Richtung der Achsen des flugzeugfesten Koordinatensystems und die Einheitsrotationen um diese Achsen beschreiben {Hanel, Teufel [20]}.

Die restlichen Eigenvektoren $\dot{\vec{\varphi}}_{i_{elast}}$ gehören zu den negativen Eigenwerten λ_i^2 , welche die elastischen Deformationen des flexiblen Flugzeugs beschreiben. Da die Bestimmung eines Eigenvektors nicht eindeutig ist, wurden in den Ingenieurwissenschaften verschiedene Normierungen festgelegt. In dieser Arbeit wird die Massennormierung verwendet, womit sich für die elastischen Schwingungsformen folgende Beziehungen ergeben:

$$\dot{\vec{\varphi}}_{i_e}^T M_{gg} \dot{\vec{\varphi}}_{j_e} = \begin{cases} 0, & i_e \neq j_e \\ 1, & i_e = j_e \end{cases} \quad \text{und} \quad \dot{\vec{\varphi}}_{i_e}^T K_{gg} \dot{\vec{\varphi}}_{j_e} = \begin{cases} 0, & i_e \neq j_e \\ \lambda_{i_e}^2, & i_e = j_e \end{cases} \quad (3.8)$$

Die zugehörigen generalisierten Koordinaten $z_{h_{ie}}(t) = e^{\lambda_{ie}t}$ der ungedämpften Struktur sind harmonische Schwingungen mit der Frequenz $\lambda_{ie} = i\omega_{ie}$.

Damit kann jede beliebige Verformung, innerhalb der Grenzen der linearen Biegetheorie, als superponierte Gesamtlösung von Gleichung (3.5) mit dem Modalansatz

$$\dot{\vec{z}}_g(t) = \sum_{i=1}^{n_g} \dot{\vec{\varphi}}_i z_{h_i}(t) \quad (3.9)$$

dargestellt werden.

Da jeder Knotenpunkt sechs Freiheitsgrade besitzt und komplexe Strukturen auch nach statischer Kondensation und Reduktion noch einige hundert bis tausend Knotenpunkte besitzen, ergeben sich sehr große und numerisch schwer verarbeitbare Differentialgleichungssysteme (3.2). In der Praxis können gute Approximationen für die elastischen Verformungen dadurch erzielt werden, dass nur eine geringe Anzahl von niederfrequenten Eigenformen betrachtet wird. Für flugmechanische und aeroelastische Analysen kann die Flugzeugbewegung mit genügender Genauigkeit durch die 6 Starrkörperformen und elastische Formen mit einer Frequenz bis zu 20Hz beschrieben werden $\{Hanel [19]\}$. Die Approximation von Gleichung (3.9) ergibt sich mit einer geringeren Anzahl $n_h \ll n_g$ an Eigenfrequenzen zu

$$\dot{\vec{z}}_g(t) \approx \sum_{i=1}^{n_h} \dot{\vec{\varphi}}_i z_{h_i}(t) \quad (3.10)$$

Die verwendeten n_h Eigenvektoren $\vec{\varphi}_i$ des Systems lassen sich zur Modalmatrix und die generalisierten Koordinaten zum zugehörigen Vektor der generalisierten Koordinaten

$$\begin{aligned} \Phi_{gh} &= \left[\vec{\varphi}_1, \vec{\varphi}_2, \dots, \vec{\varphi}_{n_h} \right] = \left[\Phi_{gh, starr}, \Phi_{gh, elast} \right] \\ \vec{z}_h(t) &= \left[z_{h_1}(t), z_{h_2}(t), \dots, z_{h_{n_h}}(t) \right]^T \end{aligned} \quad (3.11)$$

zusammenfassen. $\Phi_{gh, starr}$ bezeichnet in Gleichung (3.11) die Matrix der 6 Starrkörper-eigenvektoren und $\Phi_{gh, elast}$ die Matrix der restlichen $n_h - 6$ elastischen Eigenvektoren. Gleichung (3.10) und alle zeitlichen Ableitungen können damit in Matrixform durch die Beziehungen

$$\dot{\vec{z}}_g(t) \approx \Phi_{gh} \dot{\vec{z}}_h(t), \quad \ddot{\vec{z}}_g(t) \approx \Phi_{gh} \ddot{\vec{z}}_h(t) \quad \text{und} \quad \ddot{\vec{z}}_g(t) \approx \Phi_{gh} \ddot{\vec{z}}_h(t) \quad (3.12)$$

dargestellt werden. Wird der Ansatz (3.12) in Gleichung (3.2) eingesetzt, erhält man die Bewegungsgleichung des flexiblen Flugzeugs in generalisierten Koordinaten. Nach Vervielfachung mit der transponierten der Modalmatrix Φ_{gh}^T lautet Gleichung (3.2) in abgekürzter Schreibweise

$$M_{hh}\ddot{z}_h + K_{hh}\dot{z}_h = \dot{P}_h, \quad (3.13)$$

mit den generalisierten Matrizen $M_{hh} = \Phi_{gh}^T M_{gg} \Phi_{gh}$, $K_{hh} = \Phi_{gh}^T K_{gg} \Phi_{gh}$ und $\dot{P}_h = \Phi_{gh}^T \dot{P}_g$, dem Vektor der generalisierten Knotenlasten.

Sind alle in der Modalmatrix Φ_{gh} enthaltenen Eigenvektoren orthogonal, haben die generalisierte Massenmatrix M_{hh} und die generalisierte Steifigkeitsmatrix K_{hh} Diagonalförmigkeit. Das heißt, durch den Modalansatz kann das Differentialgleichungssystem (3.2) entkoppelt werden.

3.3.3 Einführung einer Strukturdämpfung

Der homogene Anteil von Gleichung (3.13) repräsentiert n_h ungedämpfte und entkoppelte Differentialgleichungen zweiter Ordnung. Für die elastischen generalisierten Koordinaten gilt $\ddot{z}_{h_{ie}} + \lambda_{ie}^2 z_{h_{ie}} = 0$. Diesen elastischen Moden kann nun eine Strukturdämpfung zugeordnet werden, die der modalen Dämpfungshypothese folgt. Hierzu wird ein Dämpfungskoeffizient ζ_m eingeführt, so dass

$$\ddot{z}_{h_{ie}} + 2\zeta_m \lambda_{ie} \dot{z}_{h_{ie}} + \lambda_{ie}^2 z_{h_{ie}} = 0 \quad (3.14)$$

gilt und somit die Entkopplung nicht beeinflusst wird. In der Praxis liefert ein Koeffizient von $\zeta_m = 0.01$ gute Approximationen für gemessene Dämpfungscharakteristika, speziell bei niedrigen Frequenzen *{Teufel [57]}*. Werden die Dämpfungsterme für die elastischen Moden in einer diagonalen, modalen Dämpfungsmatrix B_{hh} untergebracht, ergibt sich letztendlich für die generalisierte Bewegungsgleichung mit Strukturdämpfung

$$M_{hh}\ddot{z}_h + B_{hh}\dot{z}_h + K_{hh}z_h = \dot{P}_h. \quad (3.15)$$

3.4 Aerodynamische Grundlagen

Die Differentialgleichung (3.2) beschreibt das dynamische Verhalten der Struktur in Abhängigkeit der äußeren Kräfte \vec{P}_g . Bei einem aeroelastischen Problem sind hierin auch immer aerodynamische Kräfte und Momente enthalten. Wie in den Kapiteln 3.1 und 3.2 bereits dargestellt, sind die aerodynamischen Lasten ihrerseits von der Verformung der Struktur abhängig. Die folgenden zwei Kapitel zur stationären und instationären Aerodynamik sollen Methoden bereitstellen, mit denen es möglich ist, aerodynamische Zusammenhänge in die Bewegungsdifferentialgleichungen mit aufzunehmen.

3.4.1 Stationäre Aerodynamik

Lineare Zustandsraummodelle erfassen die Abweichungen der betrachteten Zustandsgrößen von einem ausgewählten Arbeitspunkt. Hierzu müssen nichtlineare Differentialgleichungen linearisiert werden. Die Systemmatrizen der Zustandsraummodelle ergeben sich dabei aus den Differentialquotienten, welche wiederum vom gewählten Arbeitspunkt abhängen. Aus diesem Grund ist es notwendig, die aeroelastische Gleichgewichtskonfiguration des frei fliegenden Flugzeugs zu bestimmen. Hieraus resultieren die stationären aerodynamischen Lasten, welche auf die elastische Struktur wirken. Des Weiteren bildet die stationäre Strömungslösung die Grundlage für die in Kapitel 3.4.2 vorgestellte transsonische Doublet-Lattice-Methode zur Bestimmung der instationären Aerodynamik.

Voruntersuchungen

In *{Michael [34]}* wurde zunächst, wie in Abb. 3.4 dargestellt, das Modell einer Prozesskette erstellt. Ziel dieser Arbeit war es nachzuweisen, dass es mittels schwacher expliziter Kopplung möglich ist, in einem iterativen Verfahren, unter Berücksichtigung einer nichtlinearen Aerodynamik, das aeroelastische Gleichgewicht einer Tragflügelkonfiguration zu bestimmen. Hierzu wurden kommerzielle Module mit institutsinternen Programmen und einem eigenen Modul zur Strukturberechnung kombiniert und die notwendigen Schnittstellen zur Verfügung gestellt.

Die ermittelten Ergebnisse stimmten gut mit den Messwerten des Versuchs von *{Ballmann [4]}* überein. Der Vergleich der in Abb. 3.5 dargestellten z -Verschiebung der Flügelspitze mit dem Versuch zugrundeliegenden theoretischen Berechnungen ergab ebenfalls gute Übereinstimmungen. Die Abweichungen der eigenen Ergebnisse lagen unter 8%. Zur Konvergenz benötigte das Verfahren lediglich sechs Iterationsschritte.

In einer weiteren Rechnung wurde die Konvergenz der Prozesskette bei einer transsonischen Anströmung untersucht. Hierzu wurde ein generischer Trapezflügel mit geringer mechanischer Steifigkeit verwendet. Die Rechnung ergab, dass die Prozesskette zwar deutlich mehr Iterationen benötigt, aber, wie in Abb. 3.6 dargestellt, schließlich doch konvergiert.

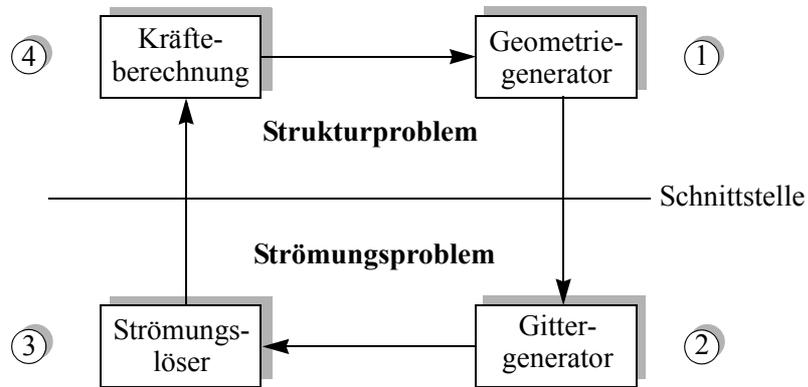


Abb. 3.4 Modell einer Prozesskette zur aeroelastischen Tragflügelberechnung {Michael [34]}

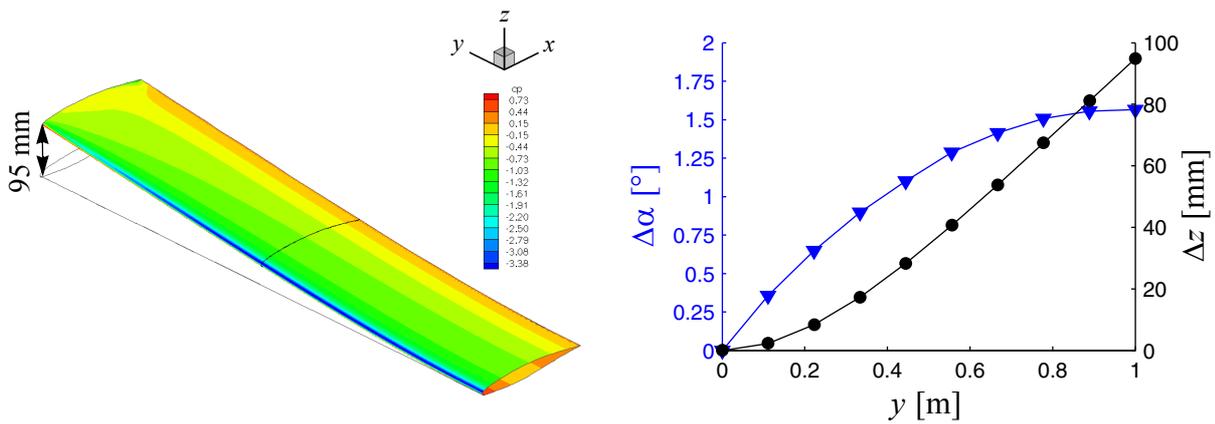


Abb. 3.5 SFB 401 Referenzkonfiguration {Michael [34]}

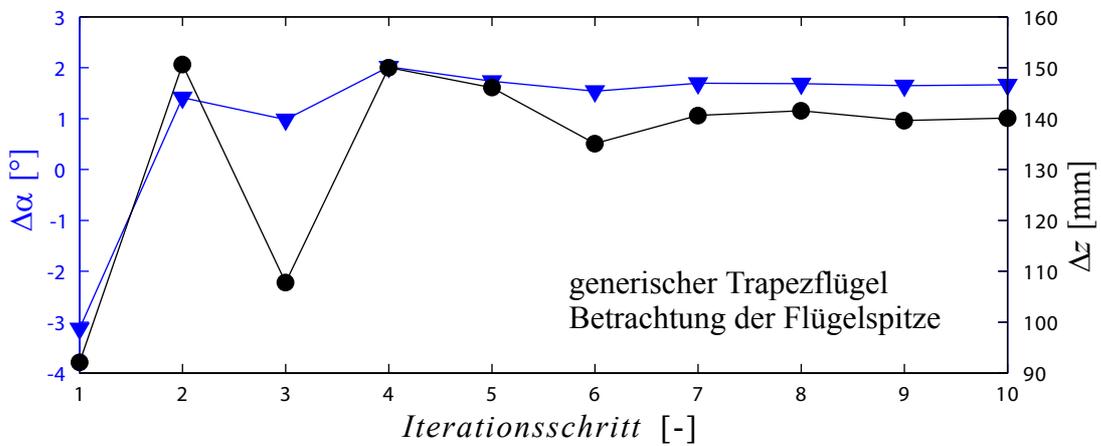


Abb. 3.6 Iterationsverlauf am Bsp. eines generischen Trapezflügels {Michael [34]}

Prozesskette zur Bestimmung der aeroelastischen Gleichgewichtskonfiguration

Die Bestimmung der aeroelastischen Gleichgewichtskonfiguration eines frei fliegenden Flugzeugs besitzt einen wesentlichen Unterschied zu den in *{Michael [34]}* oder *{Nagel, Monner, Breitbach [39]}* vorgestellten Prozessketten. Im Gegensatz zu den eingespannten Tragflügelkonfigurationen weist die Steifigkeitsmatrix K_{gg} der ungelagerten Flugzeugstruktur eine Singularität auf. Die Lösung von Gleichung (3.3) scheitert also vorerst an der Berechnung der inversen Steifigkeitsmatrix. Zur Lösung dieser Problemstellung wurde zusammen mit dem Institut für Aerodynamik und Gasdynamik der Universität Stuttgart eine erweiterte Prozesskette entwickelt, welche in Abb. 3.7 dargestellt ist.

Der wesentliche Ansatz besteht darin, zusätzlich zu der Berechnung der elastischen Verformung noch einen Trimmalgorithmus einzuführen. Mit diesem soll erreicht werden, dass vor der Verformung der Struktur die äußeren Kräfte mit den vorgegebenen Beschleunigungstermen ein dynamisches Gleichgewicht bezüglich des Schwerpunkts bilden. Allgemein gilt für das dynamische Gleichgewicht bzgl. des Schwerpunkts

$$\Phi_{gh, starr}^T \cdot (\ddot{P}_{g_s} - M_{gg} \ddot{z}_{g_s}) = 0. \quad (3.16)$$

Multipliziert man nun

$$K_{gg} \ddot{z}_g = (\ddot{P}_{g_s} - M_{gg} \ddot{z}_{g_s}) \quad (3.17)$$

von links mit der Transponierten der Modalmatrix $\Phi_{gh} = [\Phi_{gh, starr} \quad \Phi_{gh, elast}]$ und setzt

$\ddot{z}_g = \Phi_{gh} \ddot{z}_h$, erhält man

$$\begin{bmatrix} \Phi_{gh, starr}^T \\ \Phi_{gh, elast}^T \end{bmatrix} K_{gg} \begin{bmatrix} \Phi_{gh, starr} & \Phi_{gh, elast} \end{bmatrix} \ddot{z}_h = \begin{bmatrix} \Phi_{gh, starr}^T \\ \Phi_{gh, elast}^T \end{bmatrix} (\ddot{P}_{g_s} - M_{gg} \ddot{z}_{g_s}). \quad (3.18)$$

Unter Berücksichtigung der Trimmbedingung (3.16) ergibt sich

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_{hh, elast} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z}_{h, starr} = 0 \\ \ddot{z}_{h, elast} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \ddot{P}_{h, elast} \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

Nach der Trimmung des Flugzeugs können also die Starrkörperfreiheitsgrade aus Gleichung (3.19) gestrichen werden. Man erhält für die elastischen Verformungen im physikalischen Raum

$$\ddot{z}_{g, elast} = \Phi_{gh, elast} K_{hh, elast}^{-1} \Phi_{gh, elast}^T (\ddot{P}_{g_s} - M_{gg} \ddot{z}_{g_s}). \quad (3.20)$$

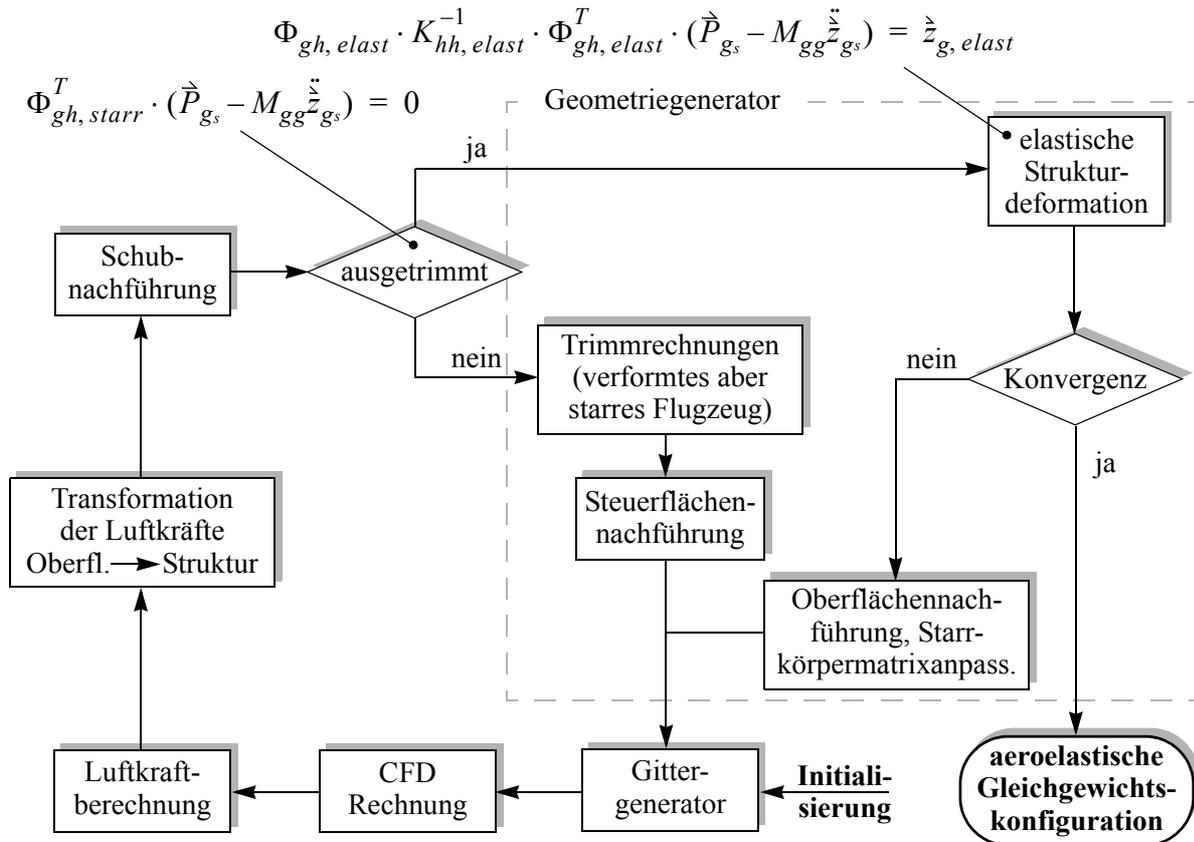


Abb. 3.7 Prozesskette zur Bestimmung der aeroelastischen Gleichgewichtskonfiguration

In einem ersten Ansatz war geplant, ähnlich wie in *{Nagel, Monner, Breitbach [39]}*, die Prozesskette durch eine direkte Kopplung von MSC.Nastran, dem Gittergenerator IGG und dem Strömungslöser FLOWER zu realisieren. Da es sich jedoch um ein lineares Strukturmodell handelt und somit die Berechnung der elastischen Verformungen durch eine einfache Matrixmultiplikation (3.20) innerhalb eines beliebigen Programmcodes beschrieben werden kann, ist man dazu übergegangen, die Prozesskette noch modularer zu gestalten.

In einem ersten Schritt werden alle die Struktur betreffenden Daten, wie die inverse elastische Steifigkeitsmatrix $K_{gg, elast}^{-1} = \Phi_{gh, elast} K_{hh, elast}^{-1} \Phi_{gh, elast}^T$, die Massenmatrix M_{gg} und die Geometrie des Strukturmodells in Form von $\Phi_{gh, starr}$ dem Institut für Aerodynamik und Gasdynamik der Universität Stuttgart übergeben. Wie in Abb. 3.7 dargestellt, wird dort ausgehend vom unverformten Oberflächenmodell mit Hilfe des Gittergenerators ein dreidimensionales Multiblockrechengitter um das Flugzeug erstellt. Durch Vorgabe der Strömungsbedingungen am Fernfeldrand können mittels eines geeigneten CFD-Verfahrens, momentan FLOWER, die RANS-Gleichungen auf dem Rechengitter gelöst werden. Hieraus resultieren unter anderem die Druck- und Reibungskoeffizienten auf der Flugzeugoberfläche. Innerhalb des Moduls zur Luftkraftberechnung werden diese Beiwerte über die jeweiligen Oberflächenelemente zu Kräften aufintegriert.

Zur Lösung des Strukturproblems müssen die Luftkräfte zuerst von den Oberflächenelementen auf die Strukturknoten transformiert werden. Hierzu wird ein sechs Freiheitsgrad-Interpolationsverfahren nach *{Mauermann [33]}* verwendet. Da in der Aerodynamik die Fluggeschwindigkeit vorgegeben wird, muss in einem nächsten Schritt die Schubkraft ermittelt werden, die notwendig ist, um insbesondere den berechneten aerodynamischen Widerstand zu kompensieren.

Anschließend wird das Flugzeug in seinem aktuellen Verformungszustand als starr angenommen, und die resultierenden Kräfte und Momente werden bezüglich des Schwerpunkts anhand von Gleichung (3.16) bestimmt. Liegen diese innerhalb festgelegter Toleranzen um Null, kann das Flugzeug als ausgetrimmt angesehen werden. Mit den äußeren Kräften und Momenten kann eine neue elastische Verformung mit Hilfe Gleichung (3.20) berechnet werden. Da sich dabei die Geometrie des Strukturmodells verändert hat, muss auch die Matrix der Starrkörpereigenvektoren $\Phi_{gh, starr}$ an den neuen Verformungszustand angepasst werden. Erfüllt diese Verformung festgelegte Konvergenzkriterien, können die Daten der aeroelastischen Gleichgewichtskonfiguration ausgegeben werden. Liegt noch keine Konvergenz vor, muss die Flugzeugoberfläche der Strukturverformung nachgeführt und die Prozesskette erneut durchlaufen werden.

Ist das Flugzeug hingegen im aktuellen Verformungszustand noch nicht ausgetrimmt, werden nur die entsprechenden Steuerflächen, wie zum Beispiel die Höhenflossen, nachgeführt. Hierzu kommt die sogenannte Chimera-Technik zum Einsatz. Dabei wird ein begrenzter Raum um die Steuerflächen, einschließlich deren Oberfläche, durch separate dreidimensionale Gitter modelliert, welche das Gitter des übrigen Flugzeugmodells überlappen können. Zur Nachführung einer Steuerfläche ist es somit nicht mehr notwendig, das gesamte Rechengitter neu zu generieren, sondern es ist ausreichend, das jeweilige Gitter um die Drehachse der Steuerfläche zu rotieren. Anschließend wird die gesamte Prozesskette erneut durchlaufen.

3.4.2 Instationäre Aerodynamik

Nach der Berechnung der stationären Luftkräfte auf das verformte Flugzeug gilt es nun, die instationären Luftkräfte infolge von Steuerklappenausschlägen, Flugmanövern oder atmosphärischen Störungen in die Bewegungsgleichungen mit aufzunehmen. Unter Berücksichtigung der gewünschten Zustandsraummodelle wäre eine Generierung der instationären Luftkräfte im Zeitbereich wünschenswert. Eine Möglichkeit hierzu wäre die Lösung von instationären RANS-Gleichungen, ähnlich wie in Kapitel 3.4.1. Hierzu müssten jedoch für jeden Zeitschritt die dreidimensionalen Multiblock Rechengitter generiert und anschließend die Strömungslösung im gesamten Rechenggebiet bestimmt werden. Dieses Vorgehen übersteigt jedoch die Leistung heutiger PCs bei weitem. Ein anderes Zeitbereichsverfahren ist die Vortex-Lattice-Methode *{Konstadinopoulos, Thrasher, Mook, Nayfeh, Watson [28]}*, welche allerdings der Berechnung des Nachlaufs für jeden Zeitschritt bedarf und damit ebenfalls zur Generierung von Zustandsraummodellen ungeeignet ist. Aus diesem Grund geht man in der Praxis zur Bestimmung der instationären Luftkräfte zu Frequenzbereichsmethoden über.

Damit die folgenden beiden Methoden zur Anwendung kommen können, muss das Flugzeug durch ein Panelmodell approximiert werden, wie Abb. 3.8 dargestellt.

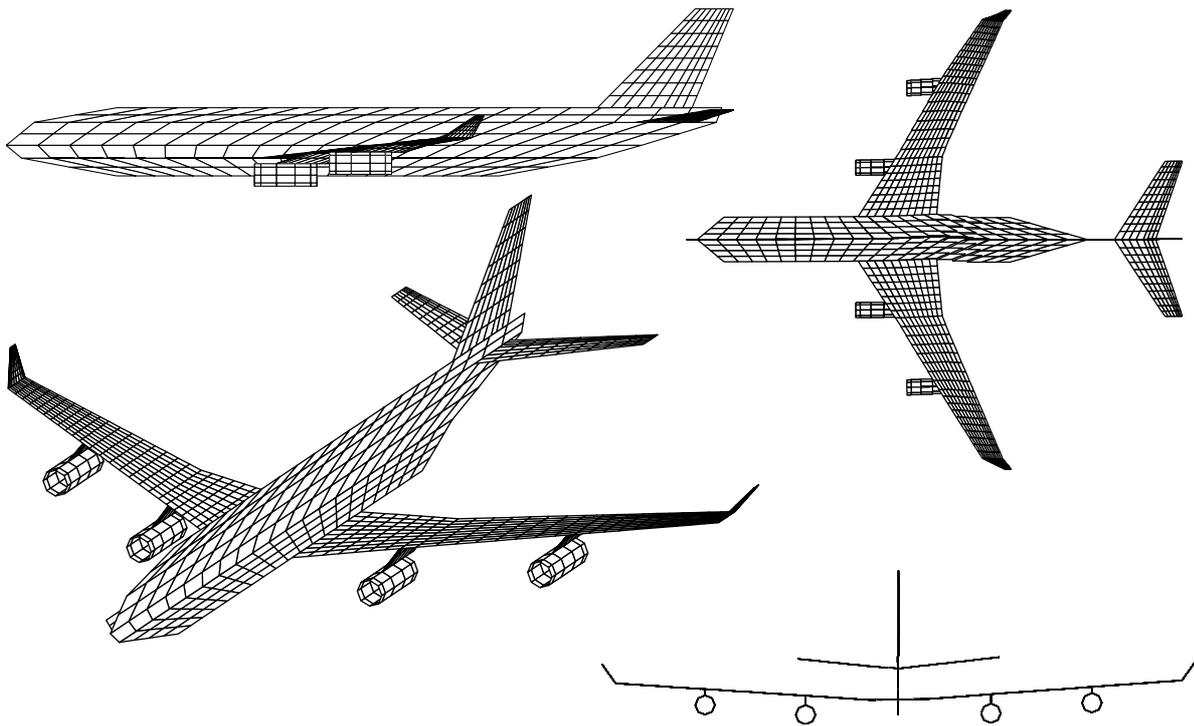


Abb. 3.8 Panelmodell einer DLR F11

Das Auftriebssystem, bestehend aus Flügeln und Höhenleitwerk, sowie das Seitenleitwerk werden dabei durch ebene Platten dargestellt. Der Rumpf wird üblicherweise durch eine Kreuzpanelkonfiguration repräsentiert, welche seinen Projektionsflächen entspricht. Bei Bedarf können diese Modelle um Durchflussgondeln für die einzelnen Triebwerke, sowie um ebene Platten für die Triebwerkspylone erweitert werden.

Doublet-Lattice-Methode (DLM)

Unter Vernachlässigung der Viskosität kann man die Navier-Stokes-Gleichungen in die Eulergleichungen überführen. Da für die instationäre Aeroelastik überwiegend die Auftriebskräfte zur Berechnung der vertikalen Flügelbiegung von Bedeutung sind und weniger die Kräfte in Strömungsrichtung, ist diese Vernachlässigung durchaus legitim.

In einem weiteren Schritt wird eine drehungsfreie und isentrope Strömung vorausgesetzt. Durch diese Vereinfachung kann aus den Eulergleichungen die vollständige Potentialgleichung gewonnen werden. Damit lässt sich das gesamte Strömungsproblem durch eine Potentialgleichung mit nur einer Unbekannten beschreiben. Betrachtet man die stationären und instationären Störungen des Strömungsfeldes als klein, lassen sich aus der vollständigen Potentialgleichung Störpotentialgleichungen ableiten. Diese können im Unterschallbereich zu linearen Störpotentialgleichungen vereinfacht werden. Die Anwendung von Störpotentialverfahren ist auf dünne Profile und kleine Schwingungsamplituden begrenzt. Zudem ist die Beschreibung der Strömung an den Orten mit starker Veränderung der Oberflächenneigung (Profilvorderkante, ausgeschlagene Klappen) ungenauer.

Als aerodynamisches Modell für die DLM dient ein dreidimensionales Auftriebssystem. Dieses wird durch ebene Platten (*Panels*) modelliert, die ihrerseits in einzelne Auftriebselemente (*Boxen*) unterteilt werden. Auf jedem Auftriebselement werden durch die Störwirkung der anderen Auftriebselemente Geschwindigkeiten induziert, die zusammen der kinematischen Strömungsbedingung genügen müssen, so dass die Strömung parallel zur Kontur verlaufen muss. Berücksichtigt man zusätzlich die Kuttasche Abflussbedingung, lassen sich somit die Druckdifferenzen zwischen Profilober- und -unterseite für jedes Auftriebselement bestimmen und zu den instationären Luftkräften integrieren.

Unter der Annahme kleiner Störungen, die durch das harmonisch schwingende Auftriebssystem hervorgerufen werden, gilt im Frequenzbereich mit dem harmonischen Beschleunigungspotential $\Omega = \hat{\Omega} e^{ikt}$ die lineare Potentialgleichung {Försching [16]}

$$(1 - Ma^2)\hat{\Omega}_{xx} + \hat{\Omega}_{yy} + \hat{\Omega}_{zz} - 2ikMa^2\hat{\Omega}_x + k^2Ma^2\hat{\Omega} = 0, \quad (3.21)$$

mit der reduzierten Frequenz $k = \omega c / V_0$, wobei ω die Erregerfrequenz, c die Halbspannweite, V_0 die Anströmgeschwindigkeit und Ma die Machzahl bezeichnen.

Die Potentialgleichung (3.21) ist eine skalare Gleichung für die komplexe Amplitude Ω des Beschleunigungspotentials. Als Einzellösung Ω der Potentialgleichung sind verschiedene Singularitäten (Quellen, Dipole) bekannt. Bei der DLM wird eine linienförmige Beschleunigungsdipolbelegung der Auftriebsfläche vorgenommen, um den Drucksprung Δc_p zwischen

Boxober- und Boxunterseite zu modellieren. Bei Verwendung des Beschleunigungspotentials können die Dipolstärken durch den Drucksprung Δc_p ausgedrückt werden.

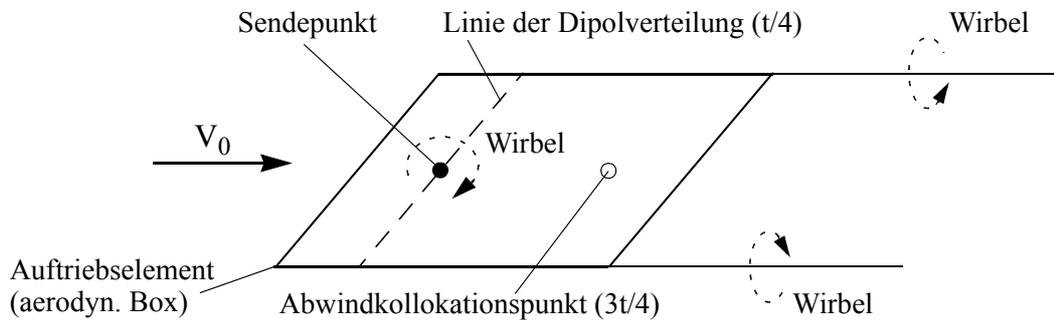


Abb. 3.9 Auftriebsselement der Doublet-Lattice Methode

Wie in Abb. 3.9 dargestellt, wird jede Auftriebsfläche (*Panel*) in kleine trapezförmige Auftriebsselemente (*Boxen*) unterteilt, deren Seitenkanten parallel zur freien Anströmung verlaufen. Die Umrandungen der Auftriebsflächen und die Ruderachsen liegen auf den Grenzen der Auftriebsselemente. Um die Druckdifferenz Δc_p zu modellieren, wird auf der $t/4$ -Linie jedes Auftriebselements ein Dipolliniensegment mit konstanter Stärke angenommen. Diese Modellierung entspricht einem Hufeisenwirbel, dessen gebundener Teil mit der Dipolstrecke auf der $t/4$ -Linie zusammenfällt. Durch diese Boxmodellierung und die Verwendung des Beschleunigungspotentials kann ein algebraischer Zusammenhang zwischen dem induzierten Abwind \vec{w} und dem Drucksprung $\Delta \hat{c}_p$ aller Boxen hergestellt werden,

$$\vec{w} = \underline{AIC} \cdot \Delta \hat{c}_p . \quad (3.22)$$

In Gleichung (3.22) werden im Abwindvektor \vec{w} und im Drucksprungvektor $\Delta \hat{c}_p$ die jeweiligen Größen aller aerodynamischen Boxen zusammengefasst. Die Einflusskoeffizientenmatrix \underline{AIC} (engl. *Aerodynamic Influence Coefficientmatrix*) besitzt die Ordnung der Anzahl n_j aller Auftriebsselemente und beschreibt die gegenseitige Beeinflussung der Auftriebsselemente untereinander (Interferenzen). Zur Reduktion der Berechnungszeit wird die Matrix \underline{AIC} , die für jede reduzierte Frequenz und Machzahl einzeln berechnet werden muss, invertiert abgespeichert. Für jede Schwingungsform kann Gleichung (3.22) effektiv nach den gesuchten Druckdifferenzen

$$\Delta \hat{c}_p = [\underline{AIC}]^{-1} \vec{w} \quad (3.23)$$

aufgelöst werden. Der Abwindvektor \vec{w} wird dadurch bestimmt, dass die Strömung tangential zur Oberfläche des oszillierenden Profils verlaufen muss. Diese kinematische Strömungsbedingung wird in einem Kollokationspunkt in der Elementmitte auf $3/4$ der

Elementtiefe ($3t/4$ -Linie) erfüllt. \vec{w} kann somit in Abhängigkeit der Eigenformen der Struktur dargestellt werden. Die letztendliche Berechnung der instationären Luftkräfte erfolgt durch die Integration der instationären Druckdifferenzen $\Delta\hat{c}_p$ über den entsprechenden Auftriebselementen unter Berücksichtigung des Staudrucks.

Ein gravierender Nachteil der subsonischen DLM besteht jedoch darin, dass transsonische Strömungseffekte (Stöße) nicht mehr genau dargestellt werden können. In transsonischen Geschwindigkeitsbereichen ist der Einfluss der Profildicke auf die instationäre Druckverteilung wesentlich. Hier ist die Berücksichtigung der Viskosität erforderlich, da sie einen erheblichen Einfluss auf die Stoßlage und -stärke hat. Eine mögliche Anpassung der DLM an transsonische Strömungseinflüsse kann durch quasistationäre Korrekturen der instationären Luftkräfte erfolgen. Dazu werden für eine quasistationäre Referenz Drücke mittels DLM berechnet. Diese werden mit zwei Korrekturverteilungen, entsprechend der linearen Tragflächentheorie (1. und 2. Birnbaumverteilung, *{Lutz [32]}*), so modifiziert, dass ihre Integrale den experimentell ermittelten Beiwerten von Auftriebsanstieg und Neutralpunkt entsprechen. Mit dem Verhältnis aus den angepassten quasistationären Drücken zu den Doublet-Lattice-Drücken werden alle instationären Drücke skaliert *{Schuler [52]}*.

Transsonische Doublet-Lattice-Methode (TDLM)

Wie oben beschrieben, kann die Doublet-Lattice-Methode in transsonischen Geschwindigkeitsbereichen zu falschen Ergebnissen führen, da Stoßeffekte nicht genau abgebildet werden können. Die am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) entwickelte TDLM berücksichtigt auch transsonische Effekte. Sie besitzt ähnliche Vorteile wie die DLM, indem sie die gleiche Matrixstruktur zur Berechnung der instationären aerodynamischen Kräfte verwendet und somit den Rechenzeitbedarf relativ gering hält.

Die folgenden Ausführungen halten sich im Wesentlichen an die Arbeiten von *{Bendes, Voß [6]}* und *{Voß [65]}*. Die TDLM ist eine Methode, die zur Klasse der zeitlinearisierten CFD-Methoden gehört. Sie wurde innerhalb der letzten Jahre im Rahmen des wirtschaftlichen Einsatzes von CFD-Verfahren für industrielle Flatterrechnungen bekannt. Die hier vorgestellte Methode ist eine exakte Lösung der transsonischen Störpotentialgleichung und ist dahingehend konzipiert worden, Matrizen mit aerodynamischen Einflusskoeffizienten zu liefern und damit vollständig kompatibel zur DLM zu sein. Es ist zusätzlich anzumerken, dass es sich hierbei nicht um eine Methode zur Korrektur der DLM-Einflusskoeffizienten handelt.

Geht man noch einmal auf die Darstellung der drehungsfreien und isentropen Strömung mithilfe einer Potentialgleichung zurück, kann man für transsonische Geschwindigkeitsbereiche die transsonische Störpotentialgleichung (*engl. TSD - Transonic Small Disturbance Equation*) ableiten. Diese ergibt sich zu

$$(1 - K\phi_x)\phi_{xx} + \phi_{yy} + \phi_{zz} - 2\frac{Ma^2}{\beta^2}\phi_{xt} - \frac{Ma}{\beta^2}\phi_{tt} = 0, \quad (3.24)$$

mit dem Geschwindigkeitspotential ϕ , wobei $\nabla\phi = \dot{v}/V_0$, der Machzahl Ma der freien Anströmung, $K = (\kappa + 1)Ma^2/\beta^2$ und $\beta^2 = 1 - Ma^2$. Betrachtet man die instationären Störungen des Strömungsfeldes als klein im Vergleich zur ungestörten Anströmung, lassen sich hieraus Störpotentialverfahren ableiten. Die kartesische Koordinate x wird mit der Halbspannweite c skaliert, y und z mit c/β , die Zeit mit c/V_0 und das Geschwindigkeitspotential ϕ mit cV_0 .

Die Formulierung in Abhängigkeit des Geschwindigkeitspotentials ϕ wurde in den achtziger Jahren entwickelt. Um kompatibel mit der subsonischen Doublet-Lattice-Methode zu bleiben, wurde das Problem in Abhängigkeit des komplexen Beschleunigungspotentials Ω reformuliert. Mit

$$\Omega = \phi_x + \frac{ik}{\beta^2}\phi \quad (3.25)$$

führt dieser Ansatz auf die inhomogene Helmholtzgleichung

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Omega + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\Omega + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\Omega + \lambda^2\Omega = \left(\frac{d}{dx} + \frac{ik}{\beta^2}\right)S. \quad (3.26)$$

In Gleichung (3.26) sind in S zusätzliche Quellterme im Nahfeld der Auftriebsflächen enthalten. Diese repräsentieren lokale Überschallgebiete in der stationären Strömungslösung aus Kapitel 3.4.1 und erfassen damit den Einfluss der Profilkontur auf Stoßlagen und -stärken. Zusätzlich zur DLM-Diskretisierung der Auftriebselemente muss bei der TDLM hierzu auch der Nahbereich um die Auftriebsflächen mit einem dreidimensionalen Volumengitter diskretisiert werden, dessen Volumenzellen die unbekannt Singularitäten S enthalten. Diesem Ansatz liegt zugrunde, dass die stationäre Strömungslösung, welche zum Beispiel mit einem RANS-Verfahren gefunden wurde und auf einem Oberflächengitter vorliegt, auf das Panelmodell transformiert werden muss. Des Weiteren müssen aus der stationären Strömungslösung die etwaige Lage der lokalen Überschallgebiete bekannt sein und das Panelmodell an dieser Stelle, insbesondere in Profiltiefenrichtung, ausreichend genau diskretisiert sein, um die Stoßeffekte auflösen zu können.

Analog zur subsonischen DLM wird auch bei der TDLM das dreidimensionale Auftriebssystem durch ebene Platten dargestellt, die ihrerseits in einzelne Auftriebselemente (Boxen, siehe Abb. 3.9) unterteilt sind. Als Einzellösung Ω der Potentialgleichung (3.26) für ein dreidimensionales, harmonisch schwingendes Auftriebssystem sind verschiedene Singularitäten (Quellen, Dipole) bekannt. Bei der TDLM wird ebenfalls eine linienförmige Beschleunigungsdipolbelegung der Auftriebselemente vorgenommen, um den Drucksprung Δc_p zwischen der Boxober- und -unterseite zu modellieren. Durch die Belegung der Auftriebsele-

mente mit konstanter Dipolstärke kann der Zusammenhang zwischen Δc_p und dem induzierten Abwind w wieder in eine algebraische Gleichung überführt werden.

Für den Vektor \vec{w} , der die Abwindgeschwindigkeiten aller Boxen zusammenfasst, gilt

$$\vec{w} = \underline{TAIC}(k, Ma, \phi_{0,x}) \Delta \vec{c}_p \quad \text{bzw.} \quad \Delta \vec{c}_p = [\underline{TAIC}(k, Ma, \phi_{0,x})]^{-1} \vec{w}. \quad (3.27)$$

TAIC bezeichnet hierbei die komplexe *Transonic Aerodynamic Influence Coefficientmatrix* in Abhängigkeit der reduzierten Frequenz k , der Machzahl Ma und des Geschwindigkeitspotentials ϕ_0 der stationären Strömungslösung. Sie beschreibt die gegenseitige Beeinflussung der Auftriebselemente untereinander (Interferenzen) und besitzt demnach die Ordnung der Anzahl der Boxen.

Generierung der instationären Luftkräfte

Aufgrund der Kompatibilität von DLM und TDLM kann die Generierung der instationären Luftkräfte unabhängig von der verwendeten Methode betrachtet werden. Um den Einfluss der instationären Luftkräfte in die Bewegungsgleichungen (3.15) mit aufnehmen zu können, werden zuerst die Drucksprünge $\Delta \vec{c}_p$ aus Gleichung (3.23) bzw. (3.27) über die zugehörigen aerodynamischen Boxen integriert. Die Inverse der *AIC* bzw. *TAIC*-Matrix wird hierbei mit

$$Q_{jj}(k, Ma) = [\underline{AIC}(k, Ma, \phi_{0,x})]^{-1} \quad \text{bzw.} \quad (3.28)$$

$$Q_{jj}(k, Ma, \phi_{0,x}) = [\underline{TAIC}(k, Ma, \phi_{0,x})]^{-1}$$

bezeichnet, wobei sich der Index j auf das aerodynamische Set aus Abb. 3.10 bezieht, welches nur einen translatorischen z -Freiheitsgrad pro Box besitzt.

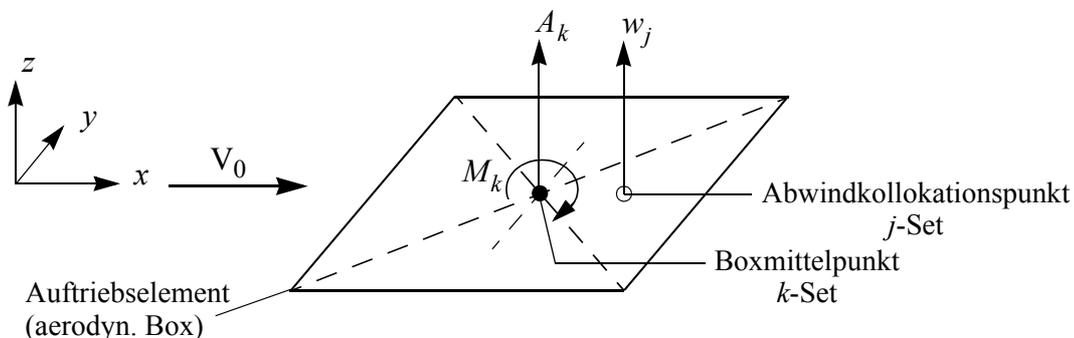


Abb. 3.10 Aerodynamische Sets

Die Integration kann mit einer konstanten Integrationsmatrix S_{kj} durchgeführt werden. Der Index k bezeichnet das aerodynamische Set, welches pro Box einen translatorischen z -Freiheitsgrad und einen rotatorischen Freiheitsgrad um die lokale y -Achse besitzt. Gleichzeitig wird der Bezugspunkt der Freiheitsgrade vom Abwindkollokationspunkt in den Boxmittelpunkt verschoben. Die Integration liefert

$$\vec{P}_k^{aero} = p_d S_{kj} Q_{jj}(k, Ma, \phi_{0,x}) \vec{w}_j. \quad (3.29)$$

Im nächsten Schritt wird der Vektor der Abwindgeschwindigkeiten \vec{w}_j in Abhängigkeit der Verschiebungen der aerodynamischen Boxen dargestellt. Für die Laplace-Transformation gilt allgemein $\mathcal{L}\{\dot{f}(t)\} = s \mathcal{L}\{f(t)\} - f_0$, angewendet auf die Verschiebungen \dot{z}_k erhält man

$$\vec{w}_j = [D_{1jk} + ikD_{2jk}] \dot{z}_k. \quad (3.30)$$

Die Differentiationsmatrizen D_{1jk} und D_{2jk} übernehmen dabei die Transformation vom k -Set auf das j -Set. Ziel ist es, die instationären Luftkräfte in die Bewegungsgleichungen (3.15) einzusetzen. Hierzu müssen die Verschiebungen \dot{z}_k zum einen in Abhängigkeit der Strukturverformung \dot{z}_g und zum anderen in Abhängigkeit der Steuerklappenausschläge \dot{z}_c ausgedrückt werden. Man erhält

$$\dot{z}_k = G_{kg} \dot{z}_g + \Phi_{kc} \dot{z}_c, \quad (3.31)$$

wobei G_{kg} die Interpolationsmatrix zwischen den Freiheitsgraden der Struktur (g -Set) und denen der aerodynamischen Boxen (k -Set) bezeichnet. Die Matrix Φ_{kc} transformiert die Steuerklappenausschläge in Verschiebungen der aerodynamischen Boxen, aus welchen die jeweilige Steuerklappe im Panelmodell aufgebaut ist. Anschließend werden die Strukturfreiheitsgrade mit Gleichung (3.12) in Abhängigkeit der modalen Freiheitsgrade dargestellt. Man erhält

$$\dot{z}_k = G_{kg} \Phi_{gh} \dot{z}_h + \Phi_{kc} \dot{z}_c \quad (3.32)$$

und für die instationären Luftkräfte, ausgedrückt in Freiheitsgraden der aerodynamischen Boxen des Panelmodells

$$\vec{P}_k^{aero} = p_d S_{kj} Q_{jj}(k, Ma, \phi_{0,x}) [D_{1jk} + ikD_{2jk}] [G_{kg} \Phi_{gh} \dot{z}_h + \Phi_{kc} \dot{z}_c]. \quad (3.33)$$

In einem letzten Schritt müssen die Luftkräfte \vec{P}_k^{aero} in den modalen Raum transformiert werden. Entsprechend dem Gesetz von der Erhaltung der virtuellen Arbeit kann diese Trans-

formation mit Hilfe der Transponierten des Produkts $G_{kg}\Phi_{gh}$ aus Gleichung (3.32) durchgeführt werden. Es ergibt sich somit

$$\vec{P}_h^{aero} = p_d \Phi_{gh}^T G_{kg}^T S_{kj} Q_{jj}(k, Ma, \phi_{0,x}) [D_{1jk} + ikD_{2jk}] [G_{kg}\Phi_{gh}\vec{z}_h + \Phi_{kc}\vec{z}_c]. \quad (3.34)$$

Fasst man sämtliche Matrizen aus Gleichung (3.34) zusammen, erhält man in verkürzter Schreibweise für die generalisierten instationären Luftkräfte

$$\vec{P}_h^{aero} = p_d [Q_{hh}(k, Ma, \phi_{0,x})\vec{z}_h + Q_{hc}(k, Ma, \phi_{0,x})\vec{z}_c]. \quad (3.35)$$

Kapitel 4

Turbulenz- und Böenluftkräfte

Motivation

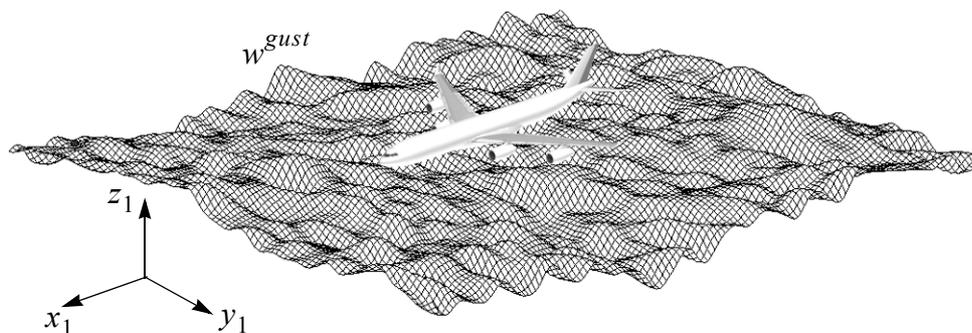


Abb. 4.1 Vertikale Störgeschwindigkeit w^{gust} in einem Turbulenzfeld

Aufgrund einer örtlich und zeitlich unterschiedlichen Energiezufuhr kommt es in der Atmosphäre zu Druck- und Temperaturunterschieden. Diese stellen die Ursache für atmosphärische Störungen in Form von Luftbewegungen dar und können in unterschiedlichen Skalen in Raum und Zeit auftreten. In der Literatur ist die Einteilung der Störphänomene stark vom Autor abhängig {Brockhaus [8], Hoblit [21]}. Eine zusammenfassende Darstellung ist in {Teufel [57]} zu finden und gliedert sich in:

Störung	Ursachen & Merkmale
Wind	<ul style="list-style-type: none">• großräumige Druckunterschiede im Wettergeschehen oder in Jetstreams• stationärer Vorgang mit großen räumlichen und zeitlichen Skalen• beeinflusst lediglich flugmechanische Freiheitsgrade
Turbulenz	<ul style="list-style-type: none">• Wirbelbildung im reibungsbehafteten Strömungsfeld• dem Wind überlagerter, kontinuierlicher aber statistischer Vorgang• höherfrequente Anteile
Böe	<ul style="list-style-type: none">• unabhängiges Einzelereignis

Tab. 4.1 Einteilung atmosphärischer Störungen

4.1 Eigenschaften atmosphärischer Störungen

Atmosphärische Störungen werden in der Flugmechanik und Aeroelastik im Wesentlichen durch ihre Geschwindigkeitsverteilungen charakterisiert. Die Geschwindigkeit der Atmosphäre ist in der allgemeinsten Form von drei Raumkoordinaten und der Zeit abhängig und kann in die Anteile

$$u^{gust} \text{ in } x_1\text{-Richtung, } v^{gust} \text{ in } y_1\text{-Richtung, } w^{gust} \text{ in } z_1\text{-Richtung} \quad (4.1)$$

eines erdfesten Koordinatensystems x_1, y_1, z_1 aufgeteilt werden. Die x_1 -Achse dieses Systems wird dabei, wie in Abb. 4.1 dargestellt, in Flugrichtung definiert. Die Atmosphäre verhält sich, wie jedes andere Fluid auch, entsprechend der Navier-Stokes Gleichungen. Zur mathematischen Beschreibung des Geschwindigkeitsfelds werden folgende vereinfachende Annahmen getroffen:

Annahme	Bedeutung
Frozen Field Assumption Taylor's Hypothesis	• Gestalt der atmosphärischen Störung ändert sich nicht während des Durchflugs
homogener Prozess	• Gestalt der atmosphärischen Störung ist unabhängig vom Ort
isotroper Prozess	• Geschwindigkeitsfeld der atmosphärischen Störung ist in allen drei Raumrichtungen identisch
z_1 -Abhängigkeit	• wird vernachlässigt, da Flugzeughöhe im Vergleich zur Länge und Spannweite sehr gering ist

Tab. 4.2 Annahmen zur Modellierung atmosphärischer Störungen

In der vorliegenden Arbeit wird sich bei der Modellierung atmosphärischer Störungen im Wesentlichen an den Zulassungsvorschriften orientiert. Diese beschränken sich auf die Darstellung eindimensionaler Böen und Turbulenzen. Dies bedeutet, dass die Isotachen der atmosphärischen Störungen immer senkrecht zum Geschwindigkeitsvektor verlaufen und die Turbulenz- oder Böengeschwindigkeit nicht über die Spannweite des Flugzeugs variiert. Des Weiteren wird der Einfluss der longitudinalen Störgeschwindigkeit u^{gust} vernachlässigt. Für die hier betrachteten Störungen gilt somit

$$\left[v^{gust}, w^{gust} \right]^T = \tilde{f}(x_1). \quad (4.2)$$

In Gleichung (4.2) und allen folgenden soll die Tilde $\tilde{}$ eine Funktion des Ortes x_1, ξ_1 oder der Wellenzahl Ω symbolisieren. Aufgrund der *Frozen Field Assumption* kann immer der Bezug zu entsprechenden Funktionen der Zeit t, τ oder der Frequenz ω hergestellt werden. Diese Funktionen sind ohne Tilde aufgeführt.

4.2 Modellierung eindimensionaler Böen

Wie in Tab. 4.1 dargestellt, wird mit dem Begriff Böe in diesem Bericht ein unabhängiges Einzelereignis bezeichnet. Die Komponenten des Geschwindigkeitsvektors sind dabei durch festgelegte Funktionen gegeben. Im eindimensionalen Fall ist die Böengeschwindigkeit lediglich von der x_1 -Koordinate abhängig und über die Spannweite des Flugzeugs konstant. In der Zulassungsvorschrift *{FAR [14]}* §25.341, Gust and Turbulence Loads, ist die sogenannte 1-cosinus-Böe definiert. Die raumabhängige Funktion der Böengeschwindigkeit $\tilde{w}^{gust}(x_1)$ hat die Form

$$\tilde{w}^{gust}(x_1) = \begin{cases} \frac{U_0}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{\pi x_1}{H}\right) \right], & 0 \leq x_1 \leq 2H \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}, \quad (4.3)$$

wobei entsprechend Abb. 4.2 U_0 die Amplitude der Böengeschwindigkeit und H die halbe Böenlänge bezeichnen und ebenfalls in der Zulassungsvorschrift definiert sind.

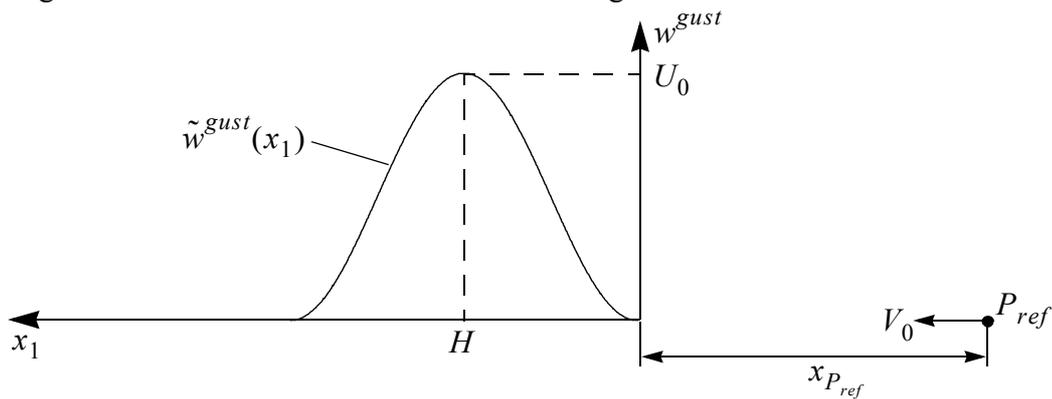


Abb. 4.2 Räumliche Darstellung der 1-cosinus Böe

Es wird nun ein beliebiger Referenzpunkt P_{ref} am Flugzeug betrachtet. Dieser befindet sich zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ in einer Entfernung

$$x_1(t_0) = -x_{P_{ref}} \quad (4.4)$$

vom Ursprung des erdfesten Böenkoordinatensystems. Über das Weg-Zeit-Gesetz

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= V_0 t \\ 2H &= V_0 T \end{aligned} \quad (4.5)$$

kann das zeitabhängige Signal der Böengeschwindigkeit

$$w_{P_{ref}}^{gust}(t) = \begin{cases} \frac{U_0}{2} \left[1 - \cos\left(2\pi \frac{t - t_{P_{ref}}}{T}\right) \right], & t_{P_{ref}} \leq t \leq T + t_{P_{ref}} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.6)$$

am Referenzpunkt hergeleitet werden.

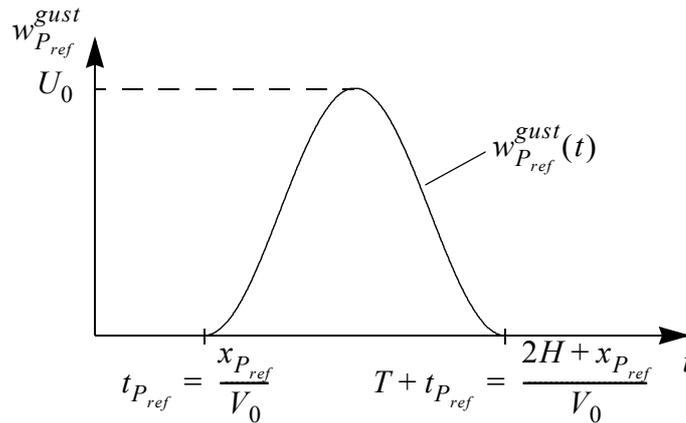


Abb. 4.3 Zeitabhängiges Geschwindigkeitssignal am Referenzpunkt

Das Ziel aeroelastischer Berechnungen ist es, mit Hilfe der Böengeschwindigkeit entsprechende Luftkräfte zu generieren. Aus Kapitel 3.4.2 ist bereits bekannt, dass im Rahmen dieser Arbeit alle instationären Luftkräfte mittels Doublet-Lattice- oder Transsonischer-Doublet-Lattice-Methode im Frequenzbereich berechnet werden. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, ebenfalls die Frequenzbereichsdarstellung der Böengeschwindigkeiten (4.3) und (4.6) zu betrachten. Die Anwendung der Fourier-Transformation liefert das komplexwertige Fourier-Integral der 1-cosinus-Böe. Für die Transformation zwischen Wellenzahl Ω und Kreisfrequenz ω gilt

$$\omega = V_0 \Omega. \quad (4.7)$$

Man erhält

$$\tilde{W}_{P_{ref}}^{gust}(\Omega) = \begin{cases} \frac{U_0}{2} 2H, & \Omega = 0 \\ e^{-i\Omega x_{P_{ref}}} \cdot \frac{U_0}{2} \left[\Omega \left(1 - \left(\frac{H\Omega}{\pi} \right)^2 \right) \right]^{-1} [\sin(2H\Omega) - i(1 - \cos(2H\Omega))], & \Omega > 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

$$W_{P_{ref}}^{gust}(\omega) = \begin{cases} \frac{U_0}{2} T & , \omega = 0 \\ e^{-i\omega t_{P_{ref}}} \cdot \frac{U_0}{2} \left[\omega \left(1 - \left(\frac{T\omega}{2\pi} \right)^2 \right) \right]^{-1} [\sin(T\omega) - i(1 - \cos(T\omega))] & , \omega > 0 \end{cases} \quad (4.9)$$

Gleichung (4.9) verdeutlicht eine wichtige Eigenschaft der Fourier-Transformation. Der Verschiebungssatz besagt, dass der Vorfaktor $e^{-i\omega t_{P_{ref}}}$ der Totzeit $t_{P_{ref}} = x_{P_{ref}} / V_0$ entspricht, die vergeht, bis der Referenzpunkt P_{ref} den Ursprung des in Abb. 4.2 dargestellten Koordinatensystems erreicht hat. Alle weiteren Terme entsprechen der Fourier-Transformierten für $x_{P_{ref}} = 0$, also der Transformation der eigentlichen Böengeschwindigkeit, unabhängig vom Referenzpunkt.

4.3 Modellierung eindimensionaler Turbulenzen

Da es sich bei Turbulenzen um statistische Vorgänge handelt, ist es, anders als bei Böen, nicht möglich, die räumliche Gestalt des Turbulenzfeldes anhand expliziter Funktionen (4.3) vorzugeben.

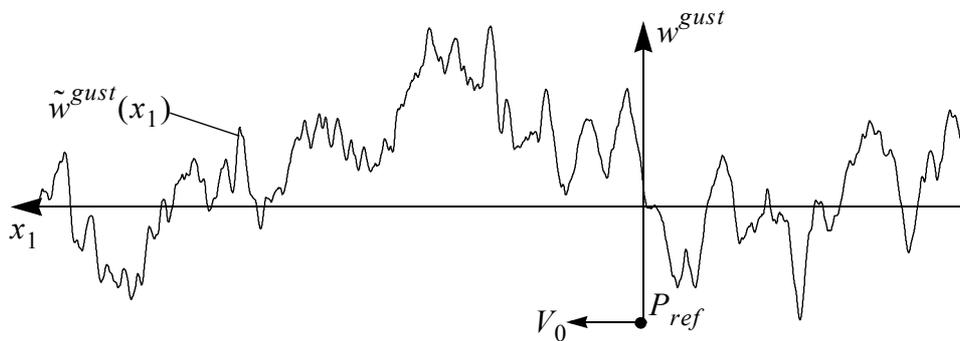


Abb. 4.4 Beispiel für die räumliche Geschwindigkeitsverteilung einer Turbulenz

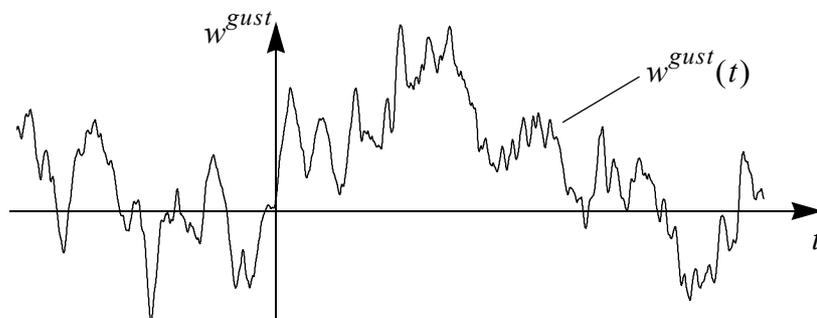


Abb. 4.5 Beispiel für ein zeitabhängiges Geschwindigkeitssignal einer Turbulenz

Damit ist es auch nicht möglich, ein eindeutiges Zeitsignal vergleichbar mit Gleichung (4.6) zu generieren. Das Ziel der Modellierung von Turbulenzen ist es, die wesentlichen Eigenschaften des statistischen Prozesses wiederzugeben. Diese lassen sich in allgemeinsten Form im Frequenzbereich beschreiben. Die zugehörigen statistischen Methoden werden im Folgenden kurz beschrieben.

4.3.1 Statistische Methoden im Frequenzbereich

Zur Beschreibung der Regellosigkeit eines statistischen Prozesses eignet sich die Korrelationsfunktion. Da der Vektor (4.2) die laterale und vertikale Turbulenzgeschwindigkeit enthält, muss man zwischen Autokorrelationen

$$\begin{aligned}\tilde{R}_{vv}(\xi_1) &= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L \tilde{v}(x_1) \cdot \tilde{v}(x_1 + \xi_1) dx_1 \\ \tilde{R}_{ww}(\xi_1) &= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L \tilde{w}(x_1) \cdot \tilde{w}(x_1 + \xi_1) dx_1\end{aligned}\quad (4.10)$$

gleicher Geschwindigkeitskomponenten und Kreuzkorrelationen

$$\begin{aligned}\tilde{R}_{vw}(\xi_1) &= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L \tilde{v}(x_1) \cdot \tilde{w}(x_1 + \xi_1) dx_1 \\ \tilde{R}_{wv}(\xi_1) &= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L \tilde{w}(x_1) \cdot \tilde{v}(x_1 + \xi_1) dx_1\end{aligned}\quad (4.11)$$

paarweise verschiedener Geschwindigkeitskomponenten unterscheiden. Es sei nochmals erwähnt, dass die Tilde in den Gleichungen auf ortsabhängige Funktionen hindeuten soll.

Da die Geschwindigkeitskomponenten der atmosphärischen Störungen statistisch unabhängig voneinander sind, gilt für die Kreuzkorrelationen

$$\tilde{R}_{vw}(\xi_1) = \tilde{R}_{wv}(\xi_1) = 0. \quad (4.12)$$

Aufgrund der vorausgesetzten Isotropie der Turbulenz erhält man für die Autokorrelationen

$$\tilde{R}_{vv}(\xi_1) = \tilde{R}_{ww}(\xi_1) = \tilde{R}(\xi_1). \quad (4.13)$$

Mit Hilfe des Weg-Zeit-Gesetzes können auch die Korrelationen der zeitabhängigen Geschwindigkeitssignale berechnet werden. Mit den Transformationen

$$\begin{aligned}
x_1 &= V_0 t \\
\xi_1 &= V_0 \tau \\
L &= V_0 T \\
\tilde{w}^{gust}(V_0 t) &= w^{gust}(t) \\
\tilde{v}^{gust}(V_0 t) &= v^{gust}(t)
\end{aligned} \tag{4.14}$$

erhält man die Autokorrelationen im Zeitbereich zu

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T v(t) \cdot v(t + \tau) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T w(t) \cdot w(t + \tau) dt. \tag{4.15}$$

Der Vergleich zwischen den Korrelationen (4.11) und (4.15) liefert

$$\tilde{R}(\xi_1) = R(\tau). \tag{4.16}$$

Mit Hilfe einer speziellen Form der Fourier-Transformationen können aus den Korrelationen die Frequenzspektren der statistischen Geschwindigkeitssignale berechnet werden. Für das ortsabhängige Signal erhält man

$$\tilde{S}(\Omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \tilde{R}(\xi_1) \cos(\Omega \xi_1) d\xi_1 \tag{4.17}$$

und analog dazu für das Spektrum des zeitabhängigen Geschwindigkeitssignals

$$S(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty R(\tau) \cos(\omega \tau) d\tau = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{\pi T} \left| \int_{-T}^T f(t) e^{-i\omega t} dt \right|^2, \text{ mit } f = v, w. \tag{4.18}$$

Schon sehr früh beschäftigten sich *{Ribner [45]}*, *{Dryden [11]}*, *{von Kármán [62]}* u.a. mit der Entwicklung geeigneter Ansätze und Verfahren zur Approximation realer Turbulenzfelder und der zugehörigen Spektren. Eine Zusammenfassung findet sich in *{Etkin [13]}*. Aus einer Vielzahl von Ansätzen haben sich in der Praxis der Ansatz nach Dryden und der nach von Kármán durchgesetzt. In *{Vörsmann [63]}* ist der Vergleich eines gemessenen Turbulenzspektrums mit den beiden Näherungsansätzen aufgeführt.

Dryden Spektrum

Der Ansatz von Dryden zur Approximation realer Turbulenzspektren wird häufig aufgrund seiner Einfachheit verwendet. Die zugehörige Approximationsfunktion hat eine quadratische Form und ergibt sich für den räumlichen Zufallsprozess zu

$$\tilde{S}_{Dryden}(\Omega) = \sigma^2 \frac{2L}{\pi} \frac{1 + 3L^2 \Omega^2}{\left[1 + L^2 \Omega^2\right]^2}. \tag{4.19}$$

Für das zeitliche Signal erhält mit $\omega = V_0\Omega$ und $L = V_0T$ entsprechend

$$S_{Dryden}(\omega) = \sigma^2 \frac{T}{\pi} \frac{1 + 3T^2\omega^2}{[1 + T^2\omega^2]^2}. \quad (4.20)$$

In Gleichung (4.19) bezeichnen σ die Varianz und L die charakteristische Wellenlänge der betrachteten Turbulenz. Beide Parameter sind im Wesentlichen von der Flughöhe abhängig und in den Zulassungsvorschriften festgelegt. Der Parameter T bezeichnet dementsprechend die charakteristische Periodendauer.

Von Kármán Spektrum

Bei dem Ansatz nach von Kármán handelt es sich um eine empirisch gefundene Approximationsfunktion. Für das Spektrum des räumlichen Zufallsprozesses erhält man

$$\tilde{S}_{Karman}(\Omega) = \frac{\sigma^2 L}{\pi} \frac{1 + \frac{8}{3}(1.339L\Omega)^2}{[1 + (1.339L\Omega)^2]^{11/6}} \quad (4.21)$$

und analog für das zeitliche Signal

$$S_{Karman}(\omega) = \frac{\sigma^2 T}{\pi} \frac{1 + \frac{8}{3}(1.339T\omega)^2}{[1 + (1.339T\omega)^2]^{11/6}}. \quad (4.22)$$

Im Vergleich zur Dryden Approximation zeigt der Ansatz nach von Kármán eine bessere Übereinstimmung mit gemessenen Turbulenzdaten. Im Entwurfprozess stellt er das Standardverfahren für Lastenrechnungen dar.

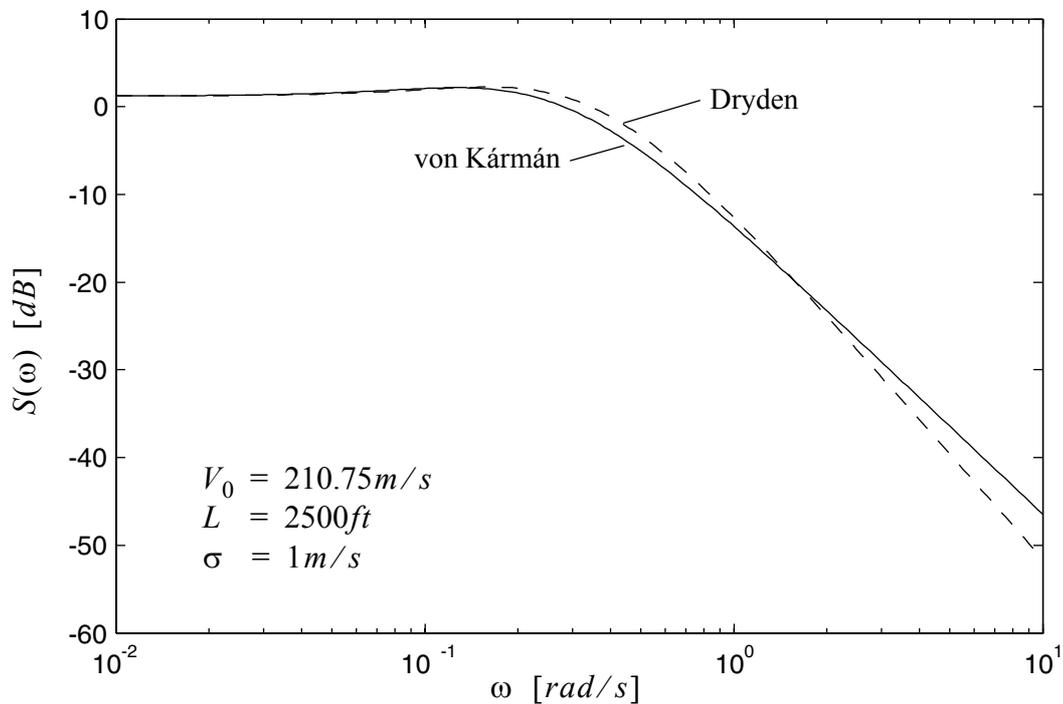


Abb. 4.6 Vergleich zwischen Dryden und von Kármán Spektrum

4.3.2 Zeitbereichssimulationen eindimensionaler Turbulenzen

Ziel ist es, die erstellten Turbulenzmodelle mit den linearen Zustandsraummodellen elastischer Flugzeuge zu koppeln und somit den Flug durch eine Turbulenz zu simulieren. Dazu ist es notwendig, auch die Turbulenzgeschwindigkeit im Zeitbereich darzustellen. In *{Hoblit [21]}* werden hierzu zwei Möglichkeiten vorgestellt. Zum einen lassen sich die Spektren (4.20) bzw. (4.22) mit Hilfe der Diskretisierung

$$f(t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{S(\omega_m)\Delta\omega} \cdot \cos(\omega_m t + \phi_m) \quad (4.23)$$

in den Zeitbereich transformieren. ϕ_m stellt hierbei eine zufällige Phasenverschiebung zwischen 0 und 2π dar und dient zur Vermeidung von Periodizitäten innerhalb des Zeitsignals. In der praktischen Anwendung wird die Summation in Gleichung (4.23) nach einer genügend großen Anzahl von Summanden abgebrochen. Zu den maßgeblichen Nachteilen dieses Verfahrens gehört die geringe Variabilität. Für Simulationen muss ein diskreter Zeitvektor vorgegeben werden. Des Weiteren sind bestimmte Turbulenzeigenschaften wie Varianz und charakteristische Wellenlänge über das Spektrum $S(\omega)$ fest vorgegeben. Bei einer Änderung dieser Werte muss somit die gesamte Diskretisierung wiederholt werden.

Eine zweite Möglichkeit der Zeitbereichssimulation von Turbulenzen ergibt sich unter Berücksichtigung der Eigenschaft, dass zwischen dem Spektrum $S_u(\omega)$ des Eingangssignals und dem Spektrum $S_y(\omega)$ des Ausgangssignals eines linearen Systems der Zusammenhang

$$u \longrightarrow \boxed{G(s)} \longrightarrow y \quad S_y(\omega) = |G(i\omega)|^2 S_u(\omega) \quad (4.24)$$

besteht. Somit lassen sich die gewünschten Geschwindigkeitssignale mit den Spektren (4.20) bzw. (4.22) mit Hilfe geeigneter Formfilter $G(s)$ aus weißem Rauschen mit konstantem Spektrum S_u erzeugen. Für diese Methode stehen in jeder gängigen Simulationsumgebung entsprechende Werkzeuge zur Verfügung. Die Vorteile gegenüber dem Verfahren (4.23) bestehen darin, dass sämtliche Eigenschaften der Turbulenz in den Parametern des Formfilters enthalten sind und dementsprechend leicht an die jeweiligen Simulationsvoraussetzungen angepasst werden können.

Formfilter für das Dryden Spektrum

Aufgrund der quadratischen Form des Dryden Spektrums (4.20) lässt sich für das Formfilter eine analytische Lösung finden. Man erhält das Filter zweiter Ordnung zu

$$G(s) = \sigma \sqrt{\frac{T}{\pi S_u}} \cdot \frac{1 + \sqrt{3}Ts}{(1 + Ts)^2} \quad (4.25)$$

Im Folgenden wird ein kurzer Vergleich der Geschwindigkeitssignale nach Gleichung (4.23) und (4.24) durchgeführt.

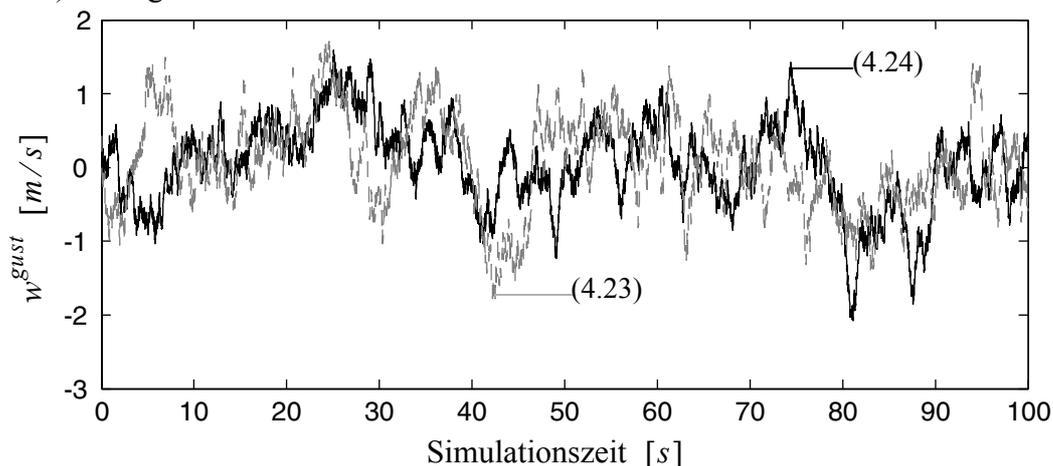


Abb. 4.7 Vergleich der Geschwindigkeitssignale des Dryden Spektrums im Zeitbereich

Ein völlig identischer Geschwindigkeitsverlauf kann bei zwei statistischen Signalen natürlich nicht erwartet werden. Die beiden Geschwindigkeitssignale in Abb. 4.7 zeigen jedoch

bezüglich Mittelwert, Maximalwert und Standardabweichung eine recht gute Übereinstimmung.

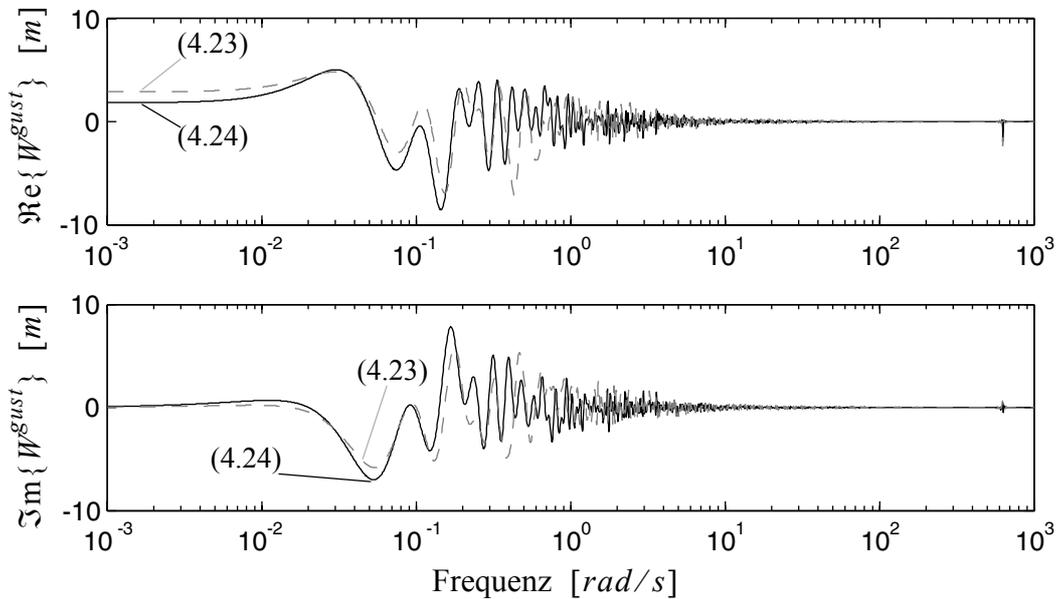


Abb. 4.8 Vergleich der Geschwindigkeitssignale des Dryden Spektrums im Frequenzbereich

Anhand der komplexwertigen Frequenzbereichsdarstellung kann die gute Übereinstimmung der stochastischen Signale ebenfalls nachgewiesen werden.

Formfilter für das von Kármán Spektrum

Das von Kármán Spektrum (4.22) für laterale und vertikale Turbulenzen kann durch ein Filter der Form

$$G(s) = \sigma \sqrt{\frac{T}{\pi S_u}} \cdot \frac{(1 + 2.187Ts)(1 + 0.1833Ts)(1 + 0.021Ts)}{(1 + 1.339Ts)(1 + 1.118Ts)(1 + 0.1277Ts)(1 + 0.0146Ts)} \quad (4.26)$$

mit Hilfe weißen Rauschens lediglich angenähert werden. In Abb. 4.9 ist ein Vergleich der Betragskennlinien von $S_{\text{Kármán}}(\omega)$ und $|G(i\omega)|^2$ dargestellt. Man erkennt, dass das Formfilter lediglich im Bereich der Eckfrequenz des von Kármán Spektrums geringe Abweichungen aufweist.

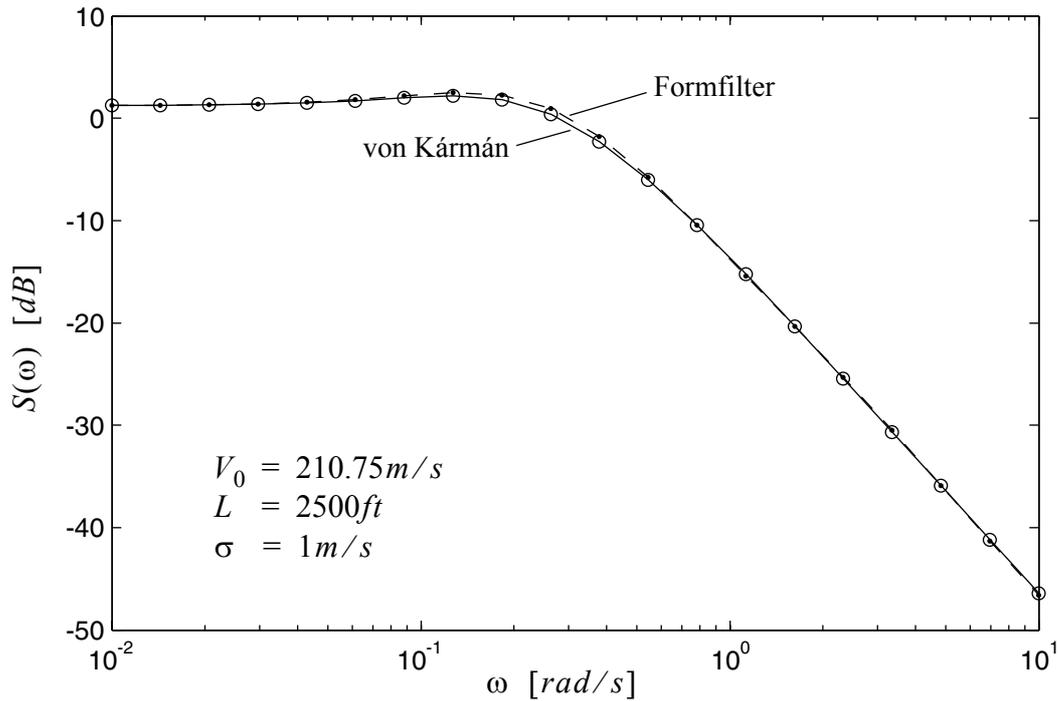


Abb. 4.9 Vergleich zwischen von Kármán Spektrum und der Approximation durch ein Formfilter

4.4 Luftkraftgenerierung

Nachdem der Verlauf der Störgeschwindigkeit an einem inertialen Referenzpunkt bekannt ist, ist es nun das Ziel, die resultierenden Luftkräfte zu generieren. Berücksichtigt man das Verfahren aus Kapitel 3.4.2, ist es sinnvoll, für die Böen- und Turbulenzluftkräfte ebenfalls Gleichung (3.29) zu verwenden. Nach einer Transformation in den generalisierten Raum erhält man diese zu

$$\vec{P}_h^{gust} = p_d \Phi_{gh}^T G_{kg}^T S_{kj} Q_{jj}(k, Ma, \phi_{0,x}) \vec{W}_j^{gust}. \quad (4.27)$$

Es wird zunächst der Abwindvektor $\vec{w}_j^{gust}(\omega)$ näher betrachtet. Aus Gleichung (4.9) und unter Verwendung des Verschiebungssatzes der Fourier-Transformation ist bereits bekannt, dass der gesamte Abwindvektor

$$\vec{w}_j^{gust}(\omega) = \vec{w}_j^\xi(\omega) \cdot w_{P_{ref}}^\tau(\omega) \quad (4.28)$$

in eine ortsabhängige Komponente $\vec{w}_j^\xi(\omega)$ und eine zeitabhängige Komponente $w_{P_{ref}}^\tau(\omega)$ zerlegt werden kann. Der zeitabhängige Anteil enthält die Definition der Störgeschwindigkeit nach Gleichung (4.24) und ist modellunabhängig. Wie im Folgenden gezeigt wird, ent-

hält der ortsabhängige Anteil hingegen die Geometrieigenschaften des aerodynamischen Panelmodells aus Abb. 3.8.

4.4.1 Laufzeiteffekte

Durchfliegt ein Flugzeug eine Böe oder Turbulenz, so wird die Störgeschwindigkeit zuerst von Sensoren an der Flugzeugnase detektiert, bevor sie, mit einer entsprechenden zeitlichen Verzögerung, auch im Heckbereich messbar ist. Wie in Abb. 4.10 dargestellt, entspricht die Zeitspanne t_P der Totzeit, die vergeht, bis das Störsignal den Sensor erreicht hat und ist positionsabhängig. Der Abschnitt t_T entspricht dem eigentlichen Zeitverlauf der Störgeschwindigkeit und ist immer konstant, da Einflüsse des Flugzeugs auf die Turbulenzgeschwindigkeit vernachlässigt werden.

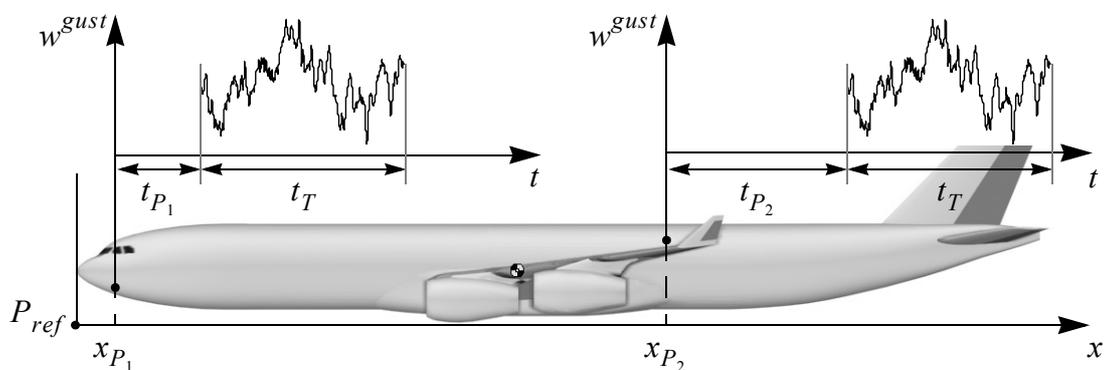


Abb. 4.10 Laufzeiteffekte beim Durchfliegen einer Turbulenz

Nimmt man nun an, dass jede aerodynamische Box ihren eigenen Sensor besitzt, erhält man analog zu Gleichung (4.9) den ortsabhängigen Anteil des Abwindvektors zu

$$\vec{w}_j^\xi(\omega) = \left[\dots, e^{-i\omega t_{P_j}}, \dots \right]^T = \left[\dots, e^{-i\omega \frac{x_{P_j}}{V_0}}, \dots \right]^T, \quad (4.29)$$

wobei der Index j die jeweilige Box und x_{P_j} die Position des zugehörigen Kollokationspunkts bzgl. P_{ref} bezeichnen.

Zum besseren Verständnis soll an dieser Stelle noch einmal auf die Definitionen der aerodynamischen Panel und Boxen hingewiesen werden. Das in Abb. 3.8 dargestellte Aerodynamikmodell des Flugzeugs wird ein einzelnes Panel z.B. für Flügel, Rumpf, Leitwerke oder Ruder eingeteilt. Jedes Panel wird wiederum in einzelne aerodynamische Boxen unterteilt, die zur Lösung der DLM bzw. TDLM verwendet werden.

4.4.2 V-Stellung der aerodynamischen Boxen

Die Verwendung der Gleichungen (4.27) und (4.28) setzt voraus, dass jedes Element des Abwindvektors \vec{w}_j^{gust} parallel zum Normalenvektor der zugehörigen aerodynamischen Box verläuft. Die Störgeschwindigkeit \vec{w}^{gust} ist jedoch parallel zur z_1 -Achse des in Abb. 4.1 dargestellten Koordinatensystems definiert.

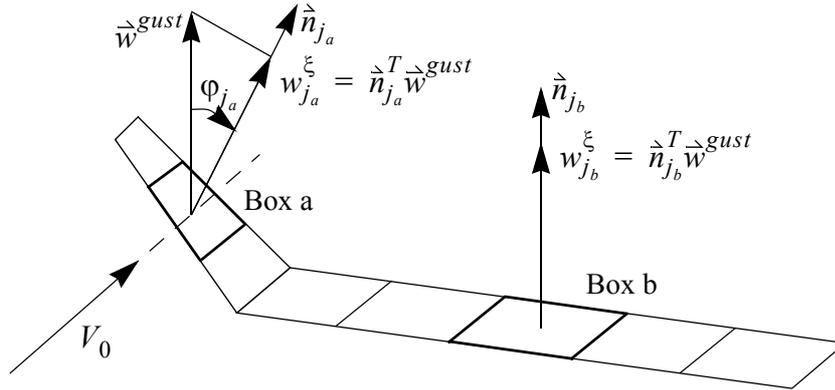


Abb. 4.11 Berücksichtigung der V-Stellung am Beispiel zweier aerodynamischen Boxen

Der Einfluss der V-Stellung der aerodynamischen Boxen wird zweckmäßiger Weise in den ortsabhängigen Anteil \vec{w}_j^ξ des Abwindvektors mit aufgenommen. Durch die in Abb. 4.11 dargestellte Projektion der Störgeschwindigkeit auf den Normalenvektor \vec{n}_j erweitert sich Gleichung (4.29) zu

$$\vec{w}_j^\xi(\omega) = \left[\dots, \cos(\varphi_j) e^{-i\omega \frac{x_{p_j}}{V_0}}, \dots \right]^T. \quad (4.30)$$

Zur Simulation einer lateralen Störgeschwindigkeit ersetzt man lediglich die Cosinusterme in Gleichung (4.30) durch entsprechende Sinusterme.

Analog zu Gleichung (3.35) kann nun wieder eine zusammenfassende Darstellung der instationären Böen- und Turbulenzluftkräfte angegeben werden. Aus (4.27) und (4.28) erhält man mit (4.30)

$$\vec{P}_h^{gust}(\omega) = p_d Q_{hgust}(k, Ma, \phi_{0,x}) w_{P_{ref}}^\tau(\omega). \quad (4.31)$$

Kapitel 5

Zustandsraumapproximation

Motivation

Ziel der Modellbildung ist die Generierung linearer Zustandsraummodelle. Wie in den Kapiteln 3.4.2 und 4.4 beschrieben, wurden alle instationären Luftkräfte mit Hilfe der Doublet-Lattice- bzw. der Transsonischen Doublet-Lattice-Methode berechnet. Sie liegen in Form von aerodynamischen Einflusskoeffizienten als tabellierte Werte für diskrete reduzierte Frequenzen k vor. Dementsprechend können bis zu diesem Punkt der Modellbildung die Bewegungsgleichungen (3.15) des flexiblen Flugzeugs nur im Frequenzbereich aufgestellt und dort auch nur für die jeweiligen Frequenzen ausgewertet werden. Im folgenden Kapitel wird ein Verfahren vorgestellt, mit dessen Hilfe es möglich ist, die instationären aerodynamischen Einflusskoeffizienten durch rationale Funktionen¹ in Abhängigkeit der Laplace-Variablen s zu approximieren. Diese können anschließend mittels inverser Laplace-Transformation in den Zeitbereich überführt werden.

5.1 Eigenschaften der Frequenzbereichsdarstellung

Die größte Schwierigkeit bei der Realisierung der oben genannten Approximation ist es, die Phasen der Übertragungsfunktionen, die durch Totzeiten bestimmt werden, in Übereinstimmung zu bringen. Diese Laufzeiteffekte treten zum Beispiel auf, wenn im Strömungsfeld ein Abwind durch die Auslenkung einer aerodynamischen Box am Flügel entsteht. Diese Störgeschwindigkeit benötigt eine gewisse Zeit, bis sie die aerodynamischen Boxen des Höhenleitwerks erreicht und dort zu aerodynamischen Kräften führt. Des Weiteren können Laufzeiteffekte auch sehr anschaulich bei der Modellierung von Böen- und Turbulenzluftkräften, wie in Abb. 4.10 dargestellt, beschrieben werden.

Damit kann auch erklärt werden, warum es sich bei den aerodynamischen Einflusskoeffizienten um komplexe Matrizen handelt. Jedes Matrixelement besitzt neben einer Amplitude auch eine Phase, die die Laufzeiteffekte zwischen zwei aerodynamischen Boxen beinhaltet.

1. engl. RFA, rational function approximation

5.2 Eigenschaften der rationalen Approximationsmethoden

Rationale Übertragungsfunktionen und kontinuierliche Zustandsraummodelle ermöglichen es nicht, Totzeiten und deren Phasenverschiebungen exakt darzustellen. Stattdessen muss dem Modell eine hohe Anzahl zusätzlicher Lag-States hinzugefügt werden, um diese Laufzeiteffekte zu beschreiben. Die Transformation der instationären Luftkräfte in den Zeitbereich durch Approximation mit rationalen Funktionen ist Thema mehrerer Veröffentlichungen. In *{Schuler [52]}* werden zum Beispiel die Least-Square-Methode nach *{Roger [48]}* und *{Abel [2]}*, die modifizierte Matrix-Padé-Methode nach *{Vepa [59], [60]}* und die Minimum-State-Methode nach *{Karpel [22]}* miteinander verglichen. Alle diese Näherungsverfahren benötigen zusätzliche Lag-States, deren Anzahl jedoch beträchtlich variieren kann. Ziel für ein praxisorientiertes Simulationsmodell muss es sein, einen ausgewogenen und anforderungsangepassten Kompromiss zwischen Simulationsgenauigkeit und Simulationsaufwand durch die Anzahl der zusätzlichen Lag-States zu finden. Aus diesem Grund wurde in der vorliegenden Arbeit die Minimum-State-Methode nach Karpel ausgewählt.

5.3 Theorie zur Minimum-State-Methode nach Karpel

Hierbei handelt es sich um ein iteratives Verfahren zur Approximation instationärer aerodynamischer Einflusskoeffizienten. Der wesentliche Vorteil dieser Methode liegt in der relativ niedrigen Anzahl zusätzlicher Lag-States, welche insbesondere unabhängig von der Anzahl der verwendeten Freiheitsgrade der zu approximierenden Matrizen ist. Die erstellten Zustandsraummodelle eignen sich somit hervorragend für praxisorientierte Simulationsanwendungen und Reglerentwürfe. Dieser Vorteil wird mit einem erhöhten Rechenaufwand für den Iterationsprozess bezahlt, welcher jedoch nur einmalig im Modellbildungsprozess notwendig ist.

In Analogie zur Laplace-Transformierten von Gleichung (3.15) wird zur Approximation eine rationale Übertragungsfunktion

$$\tilde{Q}(\tilde{s}) = A_0 + A_1\tilde{s} + A_2\tilde{s}^2 + D(\tilde{s}I - R)^{-1}E\tilde{s} \quad (5.1)$$

verwendet, wobei

$$\tilde{s} = \frac{b}{V_0}s = i \cdot \frac{b}{V_0}\omega = ik \quad (5.2)$$

analog zur reduzierten Frequenz k , die reduzierte Laplace-Variable beschreibt, um die tabellierten Werte auf der imaginären Achse abzubilden. Somit gilt

$$Q(k) \approx \tilde{Q}(ik). \quad (5.3)$$

Physikalisch betrachtet bedeutet Gleichung (5.1), dass mittels A_0 zusätzliche Steifigkeiten, mittels A_1 zusätzliche Dämpfungen und mittels A_2 zusätzliche Massen in die Bewegungsgleichungen eingebracht werden. Die reelle Diagonalmatrix R wird eingeführt, um die Lag-States zu beschreiben. Die reellwertigen Elemente der Matrizen A_0 , A_1 , A_2 , D und E werden mit einer nichtlinearen Lösung der kleinsten gewichteten Fehlerquadrate bestimmt (Least-Square-Methode). Der gesamte gewichtete Fehler ergibt sich zu

$$\varepsilon_{total} = \sqrt{\sum_{r,c,k} |\tilde{Q}_{r,c}(ik) - Q_{r,c}(k)|^2 W_{r,c}^2} \stackrel{!}{=} \text{Min} . \quad (5.4)$$

Die Indizes r und c bezeichnen hierbei jeweils die Zeilen und Spalten der Matrizen und W eine Gewichtungsmatrix für die verschiedenen Luftkraftkoeffizienten.

Um reellwertige Algebraverfahren zur Bestimmung der Matrizen A_0 , A_1 , A_2 , D und E aus Gleichung (5.1) verwenden zu können, wird diese in ihren Real- und Imaginärteil zerlegt, wobei \tilde{s} nach Gleichung (5.2) durch ik ersetzt wird. Es folgt

$$\begin{aligned} \Re\{Q(k)\} &= F(k) \approx \tilde{F}(k) = A_0 - A_2 k^2 + k^2 DK(k)E \\ \Im\{Q(k)\} &= G(k) \approx \tilde{G}(k) = A_1 k - kDK(k)RE \end{aligned} \quad \text{mit} \quad (5.5)$$

$$K(k) = (k^2 I + R^2)^{-1} . \quad (5.6)$$

Für das weitere Verfahren sind auch die Transponierten der Gleichung (5.5) interessant. Diese ergeben sich zu

$$\begin{aligned} \tilde{F}(k)^T &= A_0^T - A_2^T k^2 + k^2 E^T K(k) D^T \\ \tilde{G}(k)^T &= A_1^T k - k E^T K(k) R D^T \end{aligned} . \quad (5.7)$$

Da es sich bei R und $K(k)$ um Diagonalmatrizen handelt, fällt beim Vergleich der Formulierungen (5.5) und (5.7) auf, dass beide, bis auf den Tausch von D und E , einen identischen Charakter haben, was für das Verfahren von Karpel eine entscheidende Rolle spielt. Laut *{Karpel, Strul [26]}* ist es vom Standpunkt der numerischen Effizienz aus gesehen sinnvoll, dass Minimierungsproblem (5.4) in einzelne Teilprobleme zu zerlegen, wobei jedes auf der standardisierten Approximationsgleichung

$$W^* A_k^* x^* \approx W^* b_k^* \quad (5.8)$$

basiert.

x^* beschreibt dabei eine Teilmenge der unbekanntenen Koeffizienten aus Gleichung (5.1), b_k^* die entsprechende Teilmenge aus den tabellierten Daten und W^* eine diagonale Gewichtungsmatrix zur Teilmenge der tabellierten Werte. Im Fall der Minimum-State-Methode teilt man Gleichung (5.5) spaltenweise und Gleichung (5.7) zeilenweise auf. In Matrixschreibweise erhält man in Analogie zu Gleichung (5.8) für jede einzelne reduzierte Frequenz k_l

$$\text{diag}(W_c) \begin{bmatrix} I & 0 & -k_l^2 I & k_l^2 DK(k_l) \\ 0 & k_l I & 0 & -k_l DK(k_l)R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{0_c} \\ A_{1_c} \\ A_{2_c} \\ E_c \end{bmatrix} \approx \text{diag}(W_c) \begin{bmatrix} F_c(k_l) \\ G_c(k_l) \end{bmatrix} \quad \text{bzw.} \quad (5.9)$$

$$W^* \cdot A_l^* \cdot x^* \approx W^* \cdot b_l^*$$

$$\text{diag}(W_r) \begin{bmatrix} I & 0 & -k_l^2 I & k_l^2 E^T K(k_l) \\ 0 & k_l I & 0 & -k_l E^T K(k_l)R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{0_r}^T \\ A_{1_r}^T \\ A_{2_r}^T \\ D_r^T \end{bmatrix} \approx \text{diag}(W_r) \begin{bmatrix} F_r^T(k_l) \\ G_r^T(k_l) \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

$$W^* \cdot A_l^* \cdot x^* \approx W^* \cdot b_l^*$$

Die gewichtete Lösung für x^* erhält man durch das Lösen des überbestimmten Gleichungssystems

$$Cx^* = b, \text{ wobei} \quad (5.11)$$

$$C = \sum_{l=1:n_k} A_l^{*T} W^{*2} A_l^* \text{ und} \quad (5.12)$$

$$b = \sum_{l=1:n_k} A_l^{*T} W^{*2} b_l^* \text{ gilt,} \quad (5.13)$$

mit den Termen aus Gleichung (5.9) bzw. (5.10).

Bei Gleichung (5.11) handelt es sich um ein symmetrisches Ausgleichsproblem, welches wie folgt formuliert werden kann:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & 0 & C_{13} & C_{14} \\ 0 & C_{22} & 0 & C_{24} \\ C_{13} & 0 & C_{33} & C_{34} \\ C_{14}^T & C_{24}^T & C_{34}^T & C_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{0_c} \\ A_{1_c} \\ A_{2_c} \\ E_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_3 \end{bmatrix}, \quad (5.14)$$

mit den Diagonalmatrizen C_{11} , C_{22} , C_{13} und C_{33} . Es kann gezeigt werden, dass es auf Grund der Struktur von Gleichung (5.14) möglich ist, das Ausgleichsproblem durch sukzessives ineinander Einsetzen der Zeilen von (5.14) auf die Bestimmung von E_c zu reduzieren. Man erhält letztendlich

$$\bar{C}E_c = \bar{b} \text{ und somit } E_c = \bar{C} \setminus \bar{b} \text{ bzw.} \quad (5.15)$$

$$\bar{C}D_r^T = \bar{b} \text{ und } D_r^T = \bar{C} \setminus \bar{b}. \quad (5.16)$$

Der \setminus Operator in den Gleichungen (5.15) und (5.16) deutet auf die Lösung des Ausgleichsproblems hin, da \bar{C} nicht notwendigerweise invertierbar sein muss.

5.4 Lösungsalgorithmus nach Karpel

Zur Lösung des Ausgleichproblems (5.4) wird bei der Minimum-State-Methode nach Karpel die Dynamikmatrix R aus Gleichung (5.1) mit negativen reellen Werten besetzt und eine Startlösung für D vorgegeben. Mit dieser Startlösung wird entsprechend den Gleichungen (5.9) und (5.12) bis (5.15) Spalte für Spalte die Matrix E berechnet. Die Lösung für E wird für die zeilenweise Generierung einer neuen Matrix D entsprechend den Gleichungen (5.10) und (5.12) bis (5.16) verwendet. Diese Berechnungen werden solange wiederholt, bis die Werte für D bzw. E konvergieren bzw. deren Änderungen innerhalb vorgegebener Fehlerschranken liegen. Die Matrizen A_0 , A_1 und A_2 können anschließend, entsprechend der Reduktion von Gleichung (5.14) auf (5.15), durch rückwärtiges Einsetzen von E berechnet werden.

Die spalten- und zeilenweise Aufteilung des Ausgleichsproblems gemäß Gleichung (5.9) und (5.10) bietet den Vorteil, dass für die Approximation jedes einzelnen Koeffizienten $Q_{r,c}(k)$ bis zu drei Randbedingungen (*engl. constraints*) eingebracht werden können. In $\{\text{Karpel [26]}\}$ werden die Randbedingungen in 3 Kategorien unterteilt.

Typ	red. Frequenz	
exakter Stationärwertabgleich	$k = 0$	$A_{0_{r,c}} = F_{r,c}(0)$
exakter Imaginärteilabgleich	$k = k_g \neq 0$	$A_{1_{r,c}} = \frac{1}{k_g} G_{r,c}(k_g) + D_r K(k_g) R E_c$ oder $A_{1_{r,c}} = 0$
exakter Realteilabgleich	$k = k_f \neq 0$	$A_{2_{r,c}} = \frac{1}{k_f^2} (A_{0_{r,c}} - F_{r,c}(k_f)) + D_r K(k_f) E_c$ oder $A_{2_{r,c}} = 0$

Tab. 5.1 Randbedingungen der Minimum-State-Methode nach Karpel

Das Einbringen dieser Randbedingungen bewirkt eine Rechenzeitverkürzung, da aus dem Gleichungssystem (5.14) die zu den gesetzten Randbedingungen gehörenden Unbekannten $A_{*_{r,c}}$ und die entsprechenden Zeilen der C -Matrix gestrichen werden können. Des Weiteren kann durch die Randbedingungen die Approximation besser an gegebene Modellanforderungen angepasst werden. Es muss jedoch immer berücksichtigt werden, dass sich durch das Setzen von Randbedingungen der totale Approximationsfehler erhöht und es in ungünstigen Fällen zu ungewollten Oszillationen in der Nähe der exakt abgeglichenen Tabellenwerte kommen kann.

5.5 Zustandsraummodell der instationären Luftkräfte

Nachdem es gelungen ist, die instationären aerodynamischen Luftkräfte im Frequenzbereich mit rationalen Funktionen zu approximieren, ergibt sich Gleichung (3.35) zu

$$\begin{aligned} \dot{\vec{P}}_h^{aero} = p_d & \left[A_{0hh} \dot{\vec{z}}_h + \frac{b}{V_0} A_{1hh} \dot{\vec{z}}_h + \left(\frac{b}{V_0} \right)^2 A_{2hh} \ddot{\vec{z}}_h + D_{ha_h} \dot{\vec{x}}_{a_h} \right] \dots \\ & + p_d \left[A_{0hc} \dot{\vec{z}}_c + \frac{b}{V_0} A_{1hc} \dot{\vec{z}}_c + \left(\frac{b}{V_0} \right)^2 A_{2hc} \ddot{\vec{z}}_c + D_{ha_c} \dot{\vec{x}}_{a_c} \right] \end{aligned} \quad (5.17)$$

und Gleichung (4.31) zu

$$\dot{\vec{P}}_h^{gust} = p_d \left[A_{0hgust} w_{P_{ref}}^\tau + \frac{b}{V_0} A_{1hgust} \dot{w}_{P_{ref}}^\tau + D_{ha_{gust}} \dot{\vec{x}}_{a_{gust}} \right]. \quad (5.18)$$

Die Differentialgleichungen der zusätzlichen Lag-States erhält man zu

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}}_{a_h} &= \frac{V_0}{b} R_{a_h} \tilde{x}_{a_h} + E_{a_h, h} \dot{\tilde{z}}_h \\ \dot{\tilde{x}}_{a_c} &= \frac{V_0}{b} R_{a_c} \tilde{x}_{a_c} + E_{a_c, h} \dot{\tilde{z}}_c \\ \dot{\tilde{x}}_{a_{gust}} &= \frac{V_0}{b} R_{a_{gust}} \tilde{x}_{a_{gust}} + E_{a_{gust}, h} \dot{w}_{P_{ref}}^\tau\end{aligned}\quad (5.19)$$

Da es sich bei $w_{P_{ref}}^\tau$ bereits um einen Geschwindigkeitsterm handelt und man keine Beschleunigungsableitungen in die Bewegungsgleichungen einbringen möchte, wurde in Gleichung (5.18) keine Matrix A_2 zur Approximation der Böen- und Turbulenzluftkräfte verwendet. Dies kann durch die entsprechende Randbedingung aus Tab. 5.1 erreicht werden. Des Weiteren muss man die Charakteristik der statistischen Geschwindigkeitsverteilung in einem Turbulenzfeld beachten. Deren zweite Ableitung würde zu einem enormen Verrauschen im Zeitverlauf von \tilde{P}_h^{gust} führen, welcher nicht mehr mit gemessenen Daten in Übereinstimmung zu bringen wäre.

5.6 Vergleich zwischen Karpel- und SLSQP-Verfahren

Zum Abschluss dieses Kapitel werden die Leistungsfähigkeit und einige Eigenschaften der Minimum-State-Methode nach Karpel anhand eines akademischen Beispiels verdeutlicht. Hierzu werden zwei, in Strömungsrichtung versetzte, ebene Platten betrachte. Auf Basis des in Abb. 3.10 dargestellten j-Sets ergibt sich hieraus ein Zwei-Freiheitsgrad-Problem. Die zugehörigen Matrizen der aerodynamischen Einflusskoeffizienten $Q_{jj} \in C^{(2 \times 2)}$ wurden für 7 reduzierte Frequenzen $0,0001 \leq k \leq 0,75$ und eine konstante Machzahl berechnet.

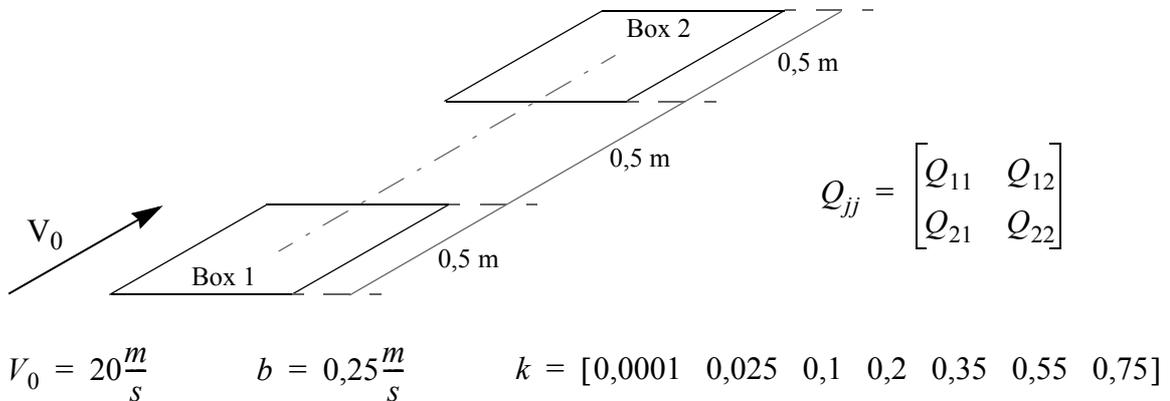


Abb. 5.1 Aerodynamische Beispielfigur

5.6.1 Approximation der aerodynamischen Einflusskoeffizienten

In einem ersten Schritt wurde zur Bestimmung der Approximationskoeffizienten aus Gleichung (5.1) ein SLSQP-Verfahren, wie z.B. in $\{Grimm, Well [17]\}$ beschrieben, verwendet. Hierbei diente der gewichtete Approximationsfehler nach Gleichung (5.4) als Kostenfunktion. Die Startlösung wurde für alle Koeffizienten von A_0 , A_1 , A_2 , D und E zu Null gewählt. Lediglich der Pol des verwendeten Lag-States wurde auf -1 gesetzt.

Nach erfolgter Minimierung der Kostenfunktion wurden Betrag und Phase der einzelnen $Q_{jj}(k)$ -Verläufe ausgewertet. In Abb. 5.2 ist zu erkennen, dass die wesentlichen Matrixelemente ausreichend genau approximiert werden konnten. Lediglich der Koeffizient $Q_{12}(k)$ zeigt Abweichungen in Betrag und Phase. Diese können zwar mit einer zusätzlichen Gewichtung etwas minimiert werden, was jedoch zu größeren Abweichungen bei den anderen Matrixelementen führt. Zudem ist zu beachten, dass es sich bei $Q_{12}(k)$ um den Einflusskoeffizienten der, in Strömungsrichtung gesehenen, hinteren auf die vordere Box handelt und dieser betragsmäßig vernachlässigt werden kann.

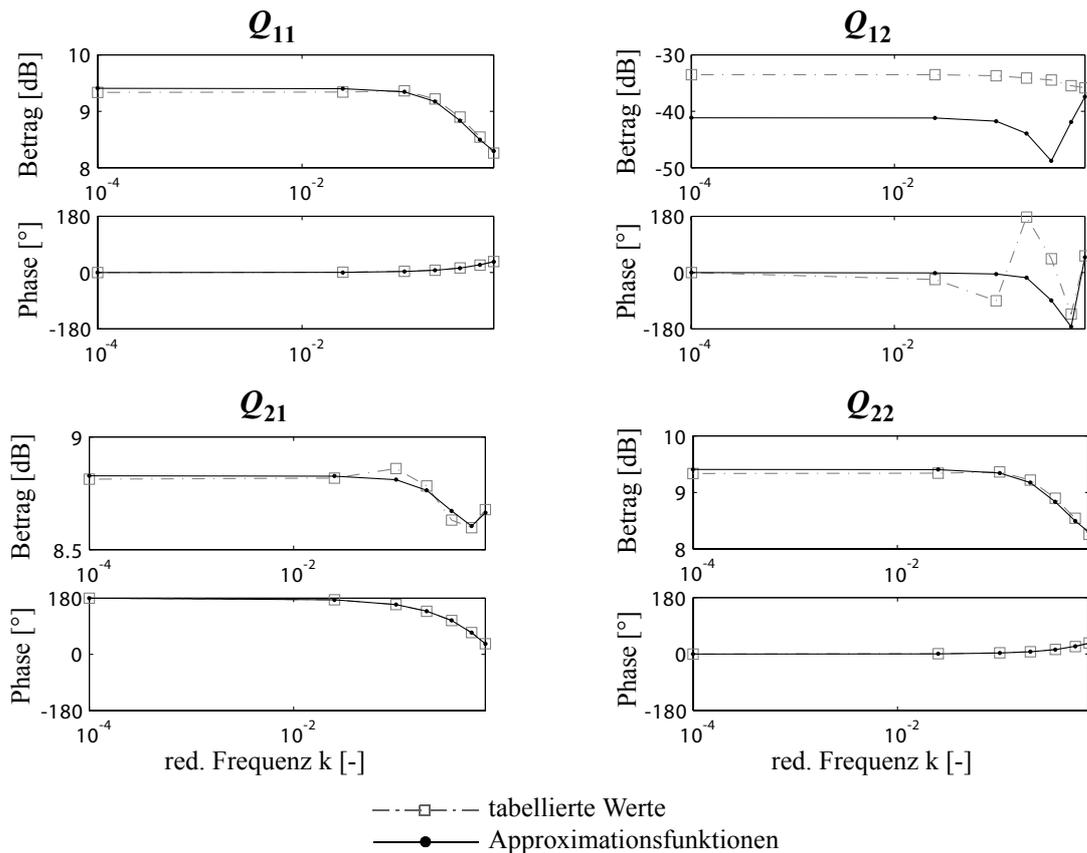


Abb. 5.2 Ergebnisse der Zustandsraumapproximation

Während der Optimierung der Koeffizienten hat sich gezeigt, dass der Wert für den Pol des Lag-States keinen Einfluss auf die Approximationsgenauigkeit hat, was sich mit den Angaben in $\{Karpel [26]\}$ deckt.

Anschließend wurden die Approximationskoeffizienten mit Hilfe der Minimum-State-Methode nach Karpel bestimmt. Im Bereich der Auflösung von Abb. 5.2 stimmen die Ergebnisse mit denen des SLSQP-Verfahrens überein.

In einem nächsten Schritt wurde ein SLSQP-Verfahren dazu verwendet, um über die Kostenfunktion ε_{total} die Startwerte $D_{initial} = [D_{11}, D_{21}]^T$ der Karpel-Methode zu optimieren. Bei diesem Vorgehen stellte sich jedoch heraus, dass nach dem konvergierten Karpel-Verfahren bereits ein lokales Minimum der Kostenfunktion erreicht wurde.

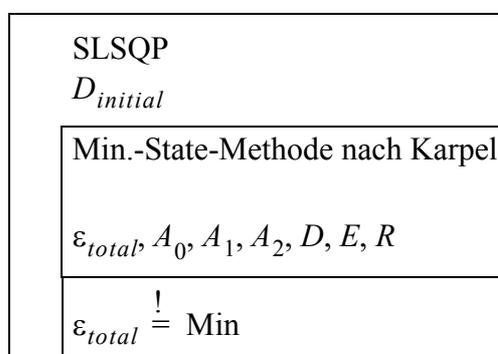


Abb. 5.3 Verknüpfung von SLSQP-Verfahren und Karpel-Methode

5.6.2 Sensitivitätsanalyse

Abschließend wurde die minimale Kostenfunktion ε_{total} der Karpel-Methode und des SLSQP-Verfahrens für eine Variation der Startwerte $[-5 \leq D_{11} \leq 5, -2 \leq D_{21} \leq 14]^T$ ausgewertet. Wie in Abb. 5.4 dargestellt, zeigt die Minimum-State-Methode nach Karpel im betrachteten Suchraum keine bzw. eine sehr geringe Sensitivität bzgl. einer Startwertvariation. Der Wert der optimalen Kostenfunktion liegt konstant bei $\varepsilon_{total} = 0.0225$. Mit dem SLSQP-Verfahren kann in Ausnahmefällen zwar eine kleinere Kostenfunktion erzielt werden, aufgrund der Sensitivität liegt der Wert im Normalfall aber deutlich über dem der Karpel-Methode. Hieraus folgt eine deutlich bessere Anwendbarkeit und Benutzerfreundlichkeit der Minimum-State-Methode.

Des Weiteren ist zu berücksichtigen, dass es sich hierbei nur um ein akademisches Beispiel handelt. In praxisnahen Anwendungen muss man in der Regel aeroelastische Probleme mit mehr als 50 Freiheitsgraden betrachten. Der hieraus resultierende Parametervektor des SLSQP-Verfahrens enthält dann mehr als 10 000 zu optimierende Variablen, was zu einem

extrem hohen Rechenzeitbedarf zur Gradientenbildung und zur Auswertung der Kostenfunktion führt.

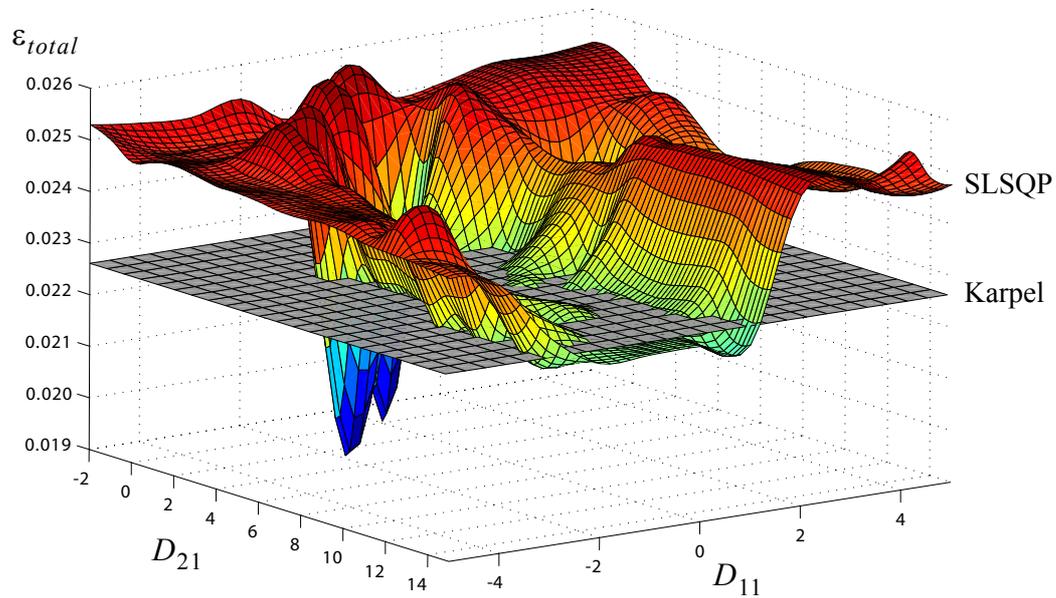


Abb. 5.4 Sensitivitätsanalyse bzgl. der Startwerte $[D_{11}, D_{21}]^T$ Karpel - SLSQP

Kapitel 6

Integrale Modellbildung

Motivation

Nachdem im Vorangegangenen die Methoden zur aeroelastischen Modellbildung einzeln beschrieben wurden, ist das Ziel des nächsten Kapitels, die Dynamik eines freifliegenden elastischen Flugzeugs möglichst genau zu beschreiben. Hierzu wird vom Begriff der integralen Modellbildung Gebrauch gemacht. Im Wesentlichen geht es darum, die Bewegungsgleichungen des aeroelastischen Modells so zu erweitern, dass diese auch die Flugmechanik abbilden können. Im Mittelpunkt der integralen Modellbildung steht die Beschreibung der Wechselwirkungen zwischen den Starrkörperfreiheitsgraden und elastischen Schwingungsformen des Flugzeugs. Aufgrund steigender Flugzeugabmessungen und fortschreitender Strukturoptimierung verschieben sich die Frequenzen der langsamen elastischen Eigenformen, wie zum Beispiel der ersten Flügel- oder Rumpfbiegungen, immer weiter in den Frequenzbereich der Starrkörperformen (Anstellwinkel- und Taumelschwingung). Eine getrennte Betrachtung von Flugmechanik und Aeroelastik ist somit nicht mehr ausreichend und auch im Reglerentwurf gestaltet sich der Einsatz von Filtern zur Separation der Freiheitsgrade sehr komplex.

6.1 Methoden der integralen Modellbildung

Da unter dem Begriff der integralen Modellbildung in der Praxis verschiedene Methoden zusammengefasst werden, sind in Abb. 6.1 zwei Vorgehensweisen exemplarisch dargestellt. Befindet man sich in einer sehr frühen Phase des Entwurfsprozesses, eignet sich die Methode der Erweiterung aeroelastischer Modelle, welche auch Gegenstand dieser Arbeit ist. Der wesentliche Vorteil besteht in der Verwendung virtueller Computermodelle, sowohl in der Struktur- als auch in der Aerodynamik. Ohne dass man auf die Ergebnisse von Windkanalversuchen oder Versuchen mit Prototypen zurückgreifen muss, kann schon zu Beginn des Entwurfsprozesses auf aeroelastische Probleme aufmerksam gemacht werden. In Kapitel 6.2 wird ausführlich auf die erstellte Prozesskette eingegangen.

Ist der Entwicklungsprozess soweit fortgeschritten, dass erste Daten aus Windkanal- oder Flugversuchen zur Verfügung stehen, kann die Methode der Modellintegration zum Einsatz kommen. Aus den Versuchsdaten werden nichtlineare Flugmechanikmodelle erstellt und mit

angepassten Aeroelastikmodellen gekoppelt. In *{Looye, Reschke [31]}* wird die Kopplungsmethode von *{König, Schuler [53]}* mit der Residualised-Model-Methode nach *{Winther, Goggin, Dykman [69]}* verglichen. Hierbei ist zu beachten, dass die Flugmechanikmodelle bereits quasiflexible Eigenschaften besitzen, da zum Beispiel die erfassten Aerodynamikdaten die Flügelbiegung infolge einer Lastvielfachenerhöhung enthalten. Diese quasiflexiblen Eigenschaften müssen im Aeroelastikmodell eliminiert werden, bevor es mit dem Flugmechanikmodell zum integralen Modell gekoppelt werden kann.

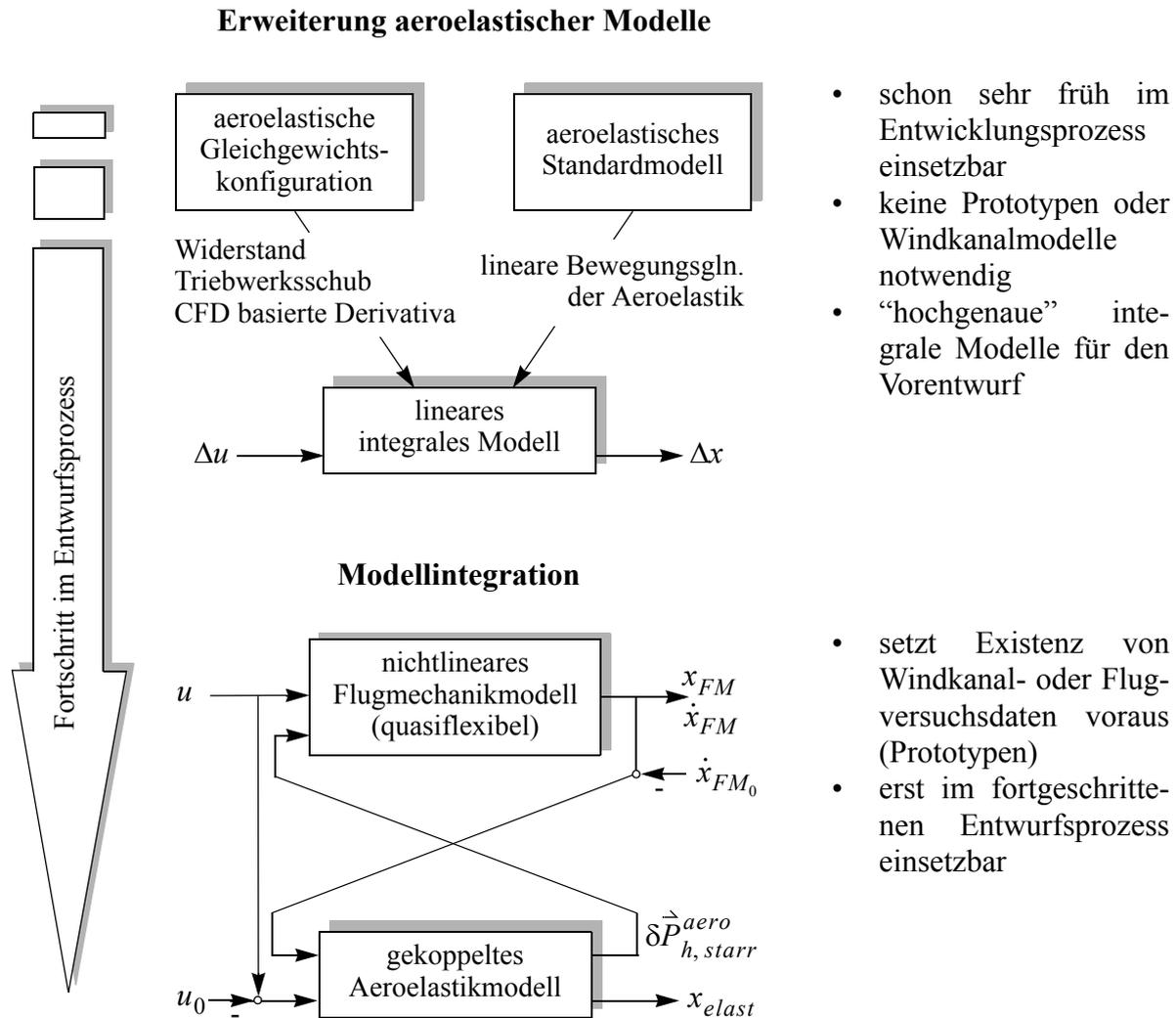


Abb. 6.1 Methoden der integralen Modellbildung

Bei der König-Schuler-Kopplung werden die Starrkörperfreiheitsgrade des Aeroelastikmodells durch die Abweichung $\dot{x}_{FM} - \dot{x}_{FM_0}$ aus dem Flugmechanikmodell ersetzt. Die Differentialgleichungen des Flugmechanikmodells bleiben unangetastet. Bei der Residualised-Model-Kopplung werden die quasistatischen elastischen Formen aus dem Aeroelastikmodell eliminiert und die verbleibenden aerodynamischen Lasten als Zusatzeingänge für das nichtlineare Flugmechanikmodell definiert.

6.2 Prozesskette zur integralen Modellbildung

In Abb. 6.2 ist eine Übersicht der erstellten Prozesskette zur integralen Modellbildung elastischer Transportflugzeuge im transsonischen Machzahlbereich dargestellt. Es wurde hierbei insbesondere auf einen modularen Aufbau geachtet, so dass einzelne Module ohne großen Aufwand ersetzt werden können. So wurden zum Beispiel die ersten integralen Modelle mit Hilfe der Aerodynamikpakete aus MSC.Nastran berechnet.

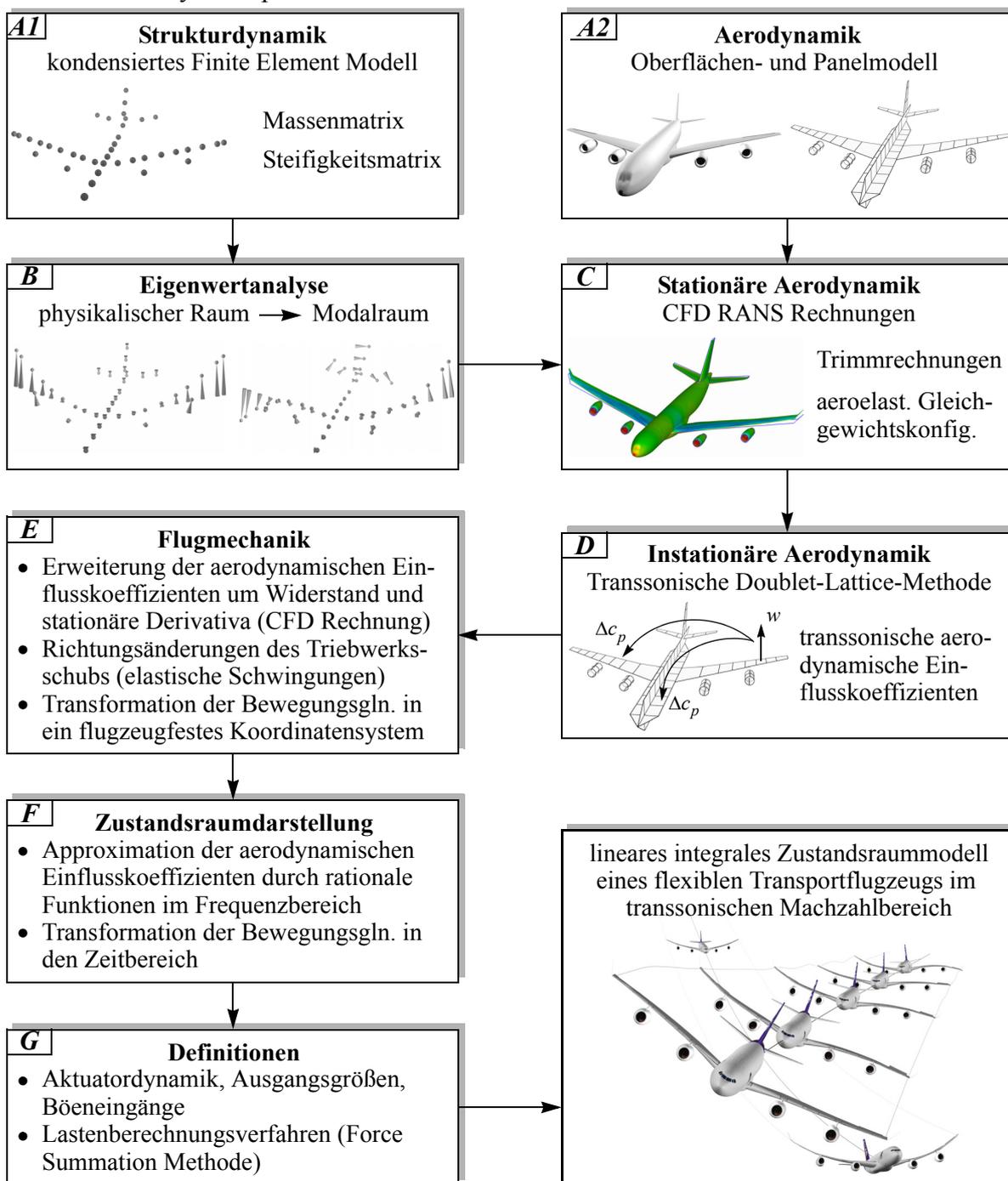


Abb. 6.2 Prozesskette der integralen Modellbildung

Im Verlauf der Arbeit konnten dann schrittweise zuerst die stationäre Aerodynamik durch die Ergebnisse der CFD-Rechnungen am Institut für Aerodynamik und Gasdynamik der Universität Stuttgart und anschließend die instationäre Aerodynamik durch die transsonischen Rechnungen am DLR ersetzt werden. In Abb. 6.3 werden die dazugehörigen MSC.Nastran- und Matlab-Routinen dargestellt. Zusätzlich werden in der Abbildung die erzeugten Daten und, über die Datenströme, die Verknüpfungen der einzelnen Programme untereinander und mit den externen Berechnungen aufgeführt. Detaillierte Angaben können den folgenden Unterkapiteln entnommen werden.

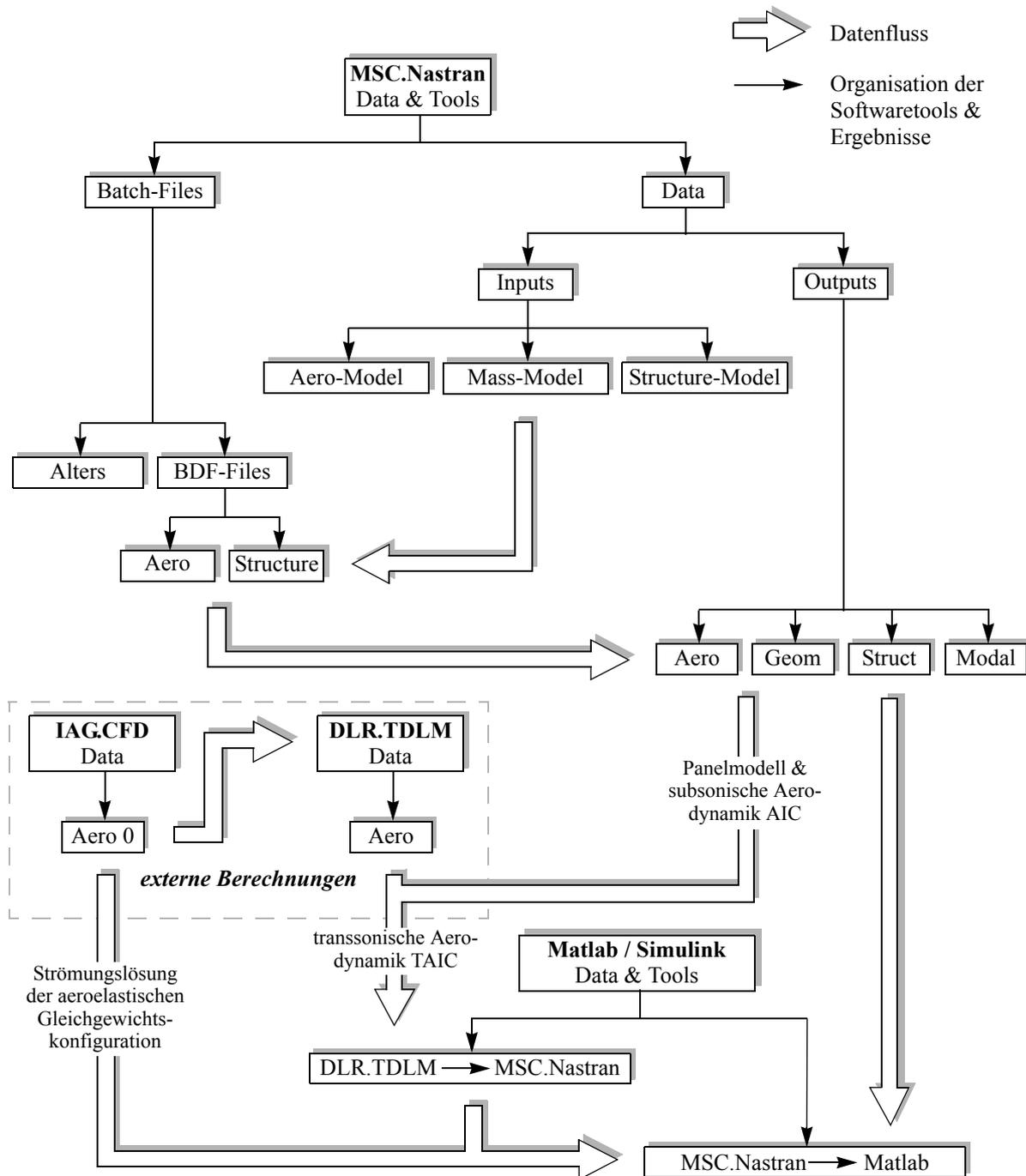


Abb. 6.3 Datenfluss innerhalb der Prozesskette

6.3 Strukturdynamik

Ausgangspunkt der aeroelastischen Modellbildung ist, wie in Abb. 6.2 (A1) dargestellt, ein in MSC.Nastran realisiertes Strukturmodell, welches mittels statischer Kondensation nach *{Guyan [18]}* aus einem komplexen Finite-Element-Modell hervorgegangen ist. Zur Validierung solcher Modelle dienen im Allgemeinen sogenannte Ground-Vibration-Tests, in denen die Frequenzen der Eigenschwingungsformen von Modell und Flugzeug miteinander verglichen werden. Wie in Abb. 6.3 dargestellt, wird das Strukturmodell an sich in zwei verschiedene Eingangsdatensätze unterteilt. Das Modul *Structure-Model* enthält neben den Steifigkeitseigenschaften auch die Strukturmasse. Dazu wird in einem zweiten Datensatz *Mass-Model* die Massenverteilung infolge unterschiedlicher Beladungszustände berücksichtigt.

In einem nächsten Schritt wird mittels einer MSC.Nastran-Steuerdatei (*BDF-File*) eine Eigenwertanalyse durchgeführt. Dabei werden die Massenmatrix M_{gg} , die Steifigkeitsmatrix K_{gg} und die Modalmatrix der Eigenvektoren Φ_{gh} , sowie die zugehörigen Eigenfrequenzen ω_0 in den entsprechenden Ausgangsdatenblöcken abgelegt. Hierzu werden in MSC.Nastran sogenannte DMAP-Alters *{Reymond [44]}* verwendet, mit deren Hilfe in den Programmablauf eingegriffen werden kann, um so die gewünschten Zwischenergebnisse abzuspeichern.

Nach der Eigenwertanalyse ist darauf zu achten, dass in MSC.Nastran ein Bezugspunkt für die Starrkörperbewegung angegeben wird. Da dieser im Allgemeinen nicht dem Schwerpunkt entspricht, kommt es zu einer unerwünschten Kopplung zwischen translatorischen und rotatorischen Starrkörperfreiheitsgraden.

Mit Hilfe der in Anhang B dargestellten Vorgehensweise ist es möglich, eine Verschiebung des Bezugspunkts auf Matrixebene durchzuführen und somit eine Entkopplung von translatorischen und rotatorischen Starrkörperfreiheitsgraden zu erzielen.

6.4 Aerodynamik

Nach den Anpassungen im strukturdynamischen Teil der Prozesskette, werden nun verschiedenen Möglichkeiten aufgezeigt, wie man den aerodynamischen Teil in Bezug auf die Abbildung der flugmechanischen Eigenschaften verbessern kann. Neben der Erweiterung auf den transsonischen Machzahlbereich muss eine Korrektur der Rumpfaerodynamik vorgenommen werden. Zusätzlich werden in den Kapiteln 6.5.2 und 6.6 die Transformation der instationären Aerodynamik in ein mitbewegtes Koordinatensystem und die Aufnahme von Widerstandstermen in die Bewegungsgleichungen des integralen Modells beschrieben.

6.4.1 Aufnahme der transsonischen aerodynamischen Einflusskoeffizienten

Mit dem MSC.Nastran Aerodynamikmodul ist es lediglich möglich, die instationären Luftkraftkoeffizienten $Q_{hh}(Ma, k)$ im subsonischen Machzahlbereich zu berechnen. Eine maßgebliche Zielsetzung dieser Arbeit war die Erweiterung der integralen Modellbildung auf den transsonischen Machzahlbereich. Hierbei war so vorzugehen, dass der modulare Charakter der Prozesskette vollständig erhalten bleibt. Diese Randbedingung war des Weiteren notwendig, da zur externen Berechnung der instationären Aerodynamik am DLR lediglich die stationäre Strömungslösung sowie die Geometrie des Panelmodells erforderlich sind. Die Kopplung zwischen Aero- und Strukturmechanik (G_{kg}) und die Transformation der Einflusskoeffizienten in der Modalraum (Φ_{gh}) war weiterhin nur mittels des Ergebnisses aus der subsonischen MSC.Nastran-Vergleichsrechnung möglich.

Im Folgenden werden die entscheidenden Größen der DLM-Rechnungen mit dem Index *MSC*, die der TDLM-Rechnungen mit dem Index *DLR* bezeichnet. Um in der Gleichung

$$\begin{aligned} Q_{hh}(Ma, \omega) &= Q_{hh}\left(Ma, k = \frac{b}{V_0}\omega, b\right) \\ &= \Phi_{gh}^T G_{kg}^T S_{kj} \left[AIC\left(Ma, k = \frac{b}{V_0}\omega, b\right) \right]^{-1} [D_{1jk} + jkD_{2jk}(b)] G_{kg} \Phi_{gh} \end{aligned} \quad (6.1)$$

grau markierten subsonischen aerodynamischen Einflusskoeffizienten durch die TAIC-Matrizen ersetzen zu können, ergeben sich zwei Forderungen.

1. Es ist darauf zu achten, dass sowohl die subsonische als auch transsonische Einflusskoeffizienten für gleiche physikalische Frequenzen ω ausgewertet wurden, da es zwischen MSC.Nastran und der DLR-Berechnung Unterschiede in der Definition der reduzierten Frequenz gibt. Es gilt

$$\omega = \frac{V_0}{b_{DLR}} k_{DLR} = \frac{2V_0}{b_{MSC}} k_{MSC}. \quad (6.2)$$

Um bei gleicher Bezugslänge $b_{DLR} = b_{MSC}$ identische physikalische Frequenzen zu berechnen, muss für die subsonischen Vergleichsrechnung

$$k_{MSC} = \frac{1}{2} k_{DLR} \quad (6.3)$$

gelten.

2. Da die TAIC-Matrizen am DLR unabhängig von MSC.Nastran berechnet werden, muss sichergestellt werden, dass die Reihenfolge der aerodynamischen Boxen im j -Set mit der subsonischen Vergleichsrechnung übereinstimmt. Des Weiteren ist es durchaus möglich,

dass aus Gründen der Rechenzeit bzw. des Rechenaufwands lediglich TAIC-Matrizen für eine Teilkonfiguration berechnet werden. Hier ist zum Beispiel an Auftriebsysteme, bestehend aus Flügeln, Höhen- und Seitenleitwerk zu denken.

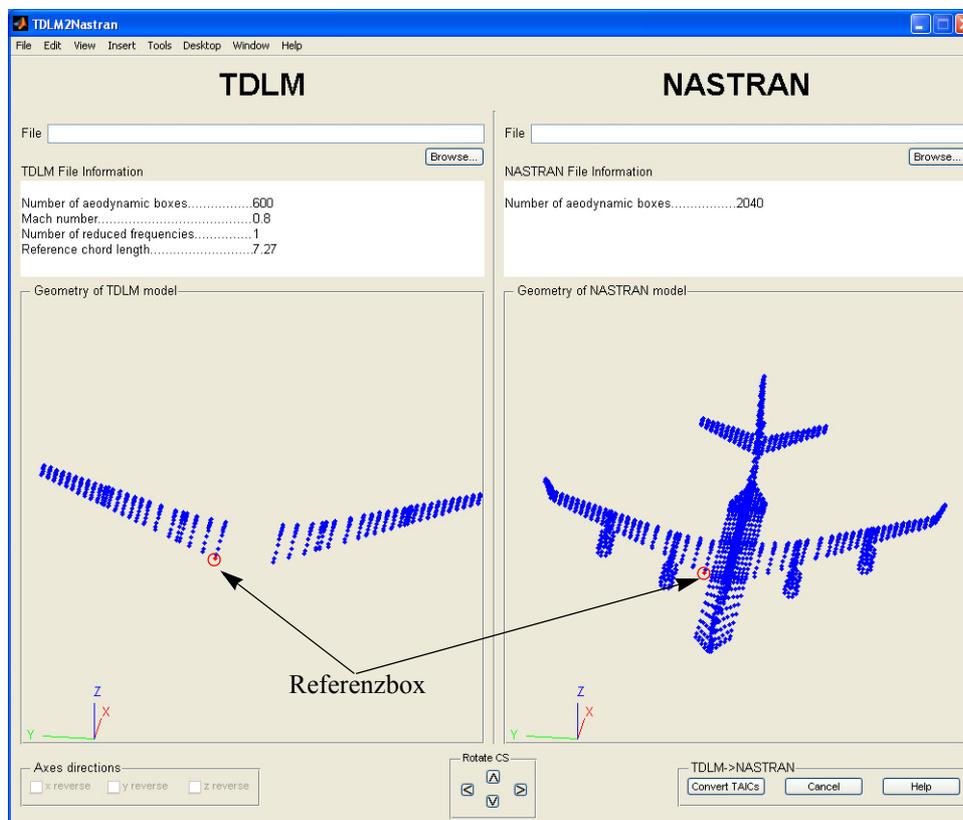


Abb. 6.4 Konvertierung der TDLM-Daten

Zur Konvertierung der TDLM-Daten wurde das in Abb. 6.4 dargestellte Matlab-Programm entwickelt. Hiermit ist es möglich, bei identischen Konfigurationen die TAIC-Matrizen umzusortieren bzw. bei TDLM-Teilkonfigurationen die TAIC-Matrizen in die AIC-Matrizen der Gesamtkonfiguration einzubauen. Um die Konvertierung durchführen zu können, muss vom Benutzer lediglich eine Referenzbox, in Abb. 6.4 rot dargestellt, markiert werden.

Wie in Anhang C dargestellt, wurden zur Validierung der Konvertierung am DLR mit Hilfe der TDLM subsonische Vergleichsrechnungen für eine Auftriebskonfiguration durchgeführt und diese mit den MSC.Nastran-Ergebnissen verglichen. Zum einen wurden direkt die AIC-Matrizen, zum anderen auch ausgewählte Übertragungsfunktionen des rein aeroelastischen Modells betrachtet, um Effekte der Modellerweiterung auszublenden.

6.4.2 Anpassung der instationären Rumpfaerodynamik

Wie in Abb. 3.8 dargestellt, wurde im Aerodynamikmodell der Rumpf durch eine kreuzförmige Panelkonfiguration approximiert. Da ebene Platten höhere Auftriebskräfte als ein röhrenförmiger Körper erzeugen, stimmen die berechneten instationären Luftkraftkoeffizienten

im Rumpfbereich nicht mit praktischen Erfahrungswerten überein. In der Praxis ist es daher üblich, die entsprechenden Spalten der Matrizen $Q_{jj}(k, Ma, \phi_{0,x})$ mit dem Faktor 0.5 zu gewichten.

Des Weiteren führt eine reine Starrkörperrollbewegung bei einer kreuzförmigen Panelkonfiguration zu aerodynamischen Kräften, die in der Realität nicht auftreten. Dieser unerwünschte Effekt kann korrigiert werden, indem die zur Rollbewegung gehörenden Luftkraftkoeffizienten im Rumpfbereich zu Null gesetzt werden. Hierzu muss man sich einer halbgeneralisierten Darstellung

$$Q_{jh}(k, Ma, \phi_{0,x}) = Q_{jj}(k, Ma, \phi_{0,x})[D_{1jk} + jkD_{2jk}(c_{ref})]G_{kg}\Phi_{gh} \quad (6.4)$$

bedienen. Berücksichtigt man, dass die vierte Spalte von Φ_{gh} laut Definition die Starrkörperrollbewegung repräsentiert, benötigt man nur noch Indices der aerodynamischen Boxen für den Rumpf. Es gilt

$$Q_{j=Rumpf, h=4}(k, Ma, \phi_{0,x}) = 0 \quad (6.5)$$

6.5 Transformation der Bewegungsgleichungen in ein mitbewegtes Koordinatensystem

Für flugmechanische und regelungstechnische Anwendungen ist es zweckmäßig, die Bewegungsgleichungen

$$M_{hh}\ddot{z}_h + B_{hh}\dot{z}_h + K_{hh}z_h = \vec{P}_h \quad (6.6)$$

in ein mitbewegtes Koordinatensystem zu transformieren.

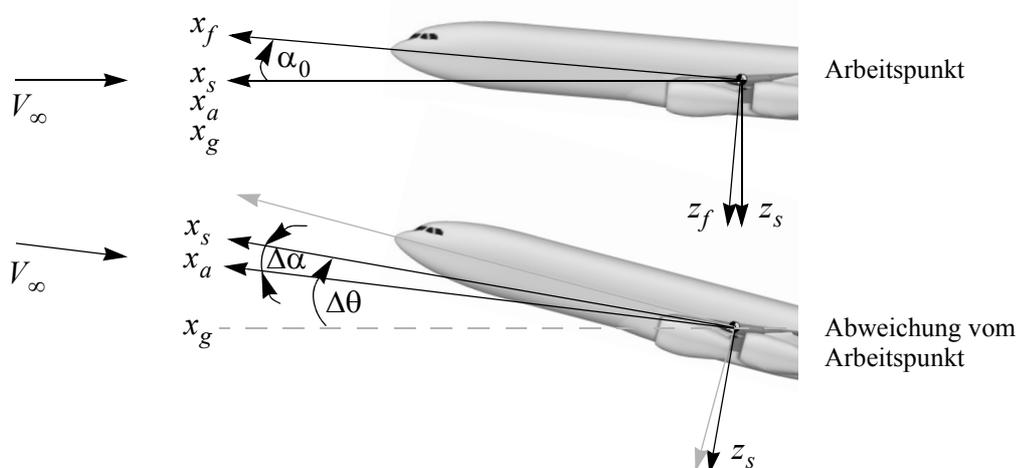


Abb. 6.5 Einführung des Stabilitätsachsensystems

In Abb. 6.5 sind die verwendeten Koordinatensysteme exemplarisch dargestellt. Im oberen Teil der Abbildung sind die Verhältnisse im stationären Arbeitspunkt, hier der horizontale Geradeausflug, dargestellt. Abweichend vom flugzeugorientierten Koordinatensystem (x_f, y_f, z_f) wird ein weiteres körperfestes Koordinatensystem, das Stabilitätsachsensystem (x_s, y_s, z_s) , eingeführt. Da es um den Winkel $-\alpha_0$ bzgl. der körperfesten y_f -Achse gedreht wurde, hat es am Arbeitspunkt die gleiche Ausrichtung wie das aerodynamische Koordinatensystem (x_a, y_a, z_a) und im Spezialfall des stationären Horizontalflugs auch die gleiche Ausrichtung wie das geodätische Koordinatensystem (x_g, y_g, z_g) . Der untere Teil der Abbildung zeigt eine Auslenkung bzw. Abweichung vom stationären Arbeitspunkt mit der resultierenden instationären Änderungen im Anstellwinkel $\Delta\alpha$ und Nickwinkel $\Delta\theta$.

6.5.1 Transformation der Strukturdynamikmatrizen

Die Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrix in den Bewegungsgleichungen (6.6) sind lediglich von der Struktur (Geometrie, Massenverteilung) abhängig und liegen damit in einem körperfesten Koordinatensystem vor. Für die Strukturanalyse fällt das MSC.Nastran Basis-Koordinatensystem mit dem (x_f, y_f, z_f) -System zusammen. Es ist lediglich um 180° um die y_f -Achse gedreht. Um ein mit der Flugmechanik konformes Koordinatensystem zu verwenden, müssen lediglich die Vorzeichen der zu den x -, z -, ϕ - und ψ -Freiheitsgraden gehörenden Zeilen und Spalten in allen drei Matrizen geändert werden. Anschließend muss berücksichtigt werden, dass das Stabilitätsachsensystem zur Anwendung kommt. Die Matrizen müssen demzufolge noch um den Winkel $-\alpha_0$ bzgl. der körperfesten y_f -Achse gedreht werden. Man erhält in generalisierter Form

$$M_{hh(s)} = T_2^T(\alpha_0)L^T M_{hh} L T_2(\alpha_0), \quad (6.7)$$

$$B_{hh(s)} = T_2^T(\alpha_0)L^T B_{hh} L T_2(\alpha_0) \text{ und} \quad (6.8)$$

$$K_{hh(s)} = T_2^T(\alpha_0)L^T K_{hh} L T_2(\alpha_0), \quad (6.9)$$

mit den generalisierten Transformationsmatrizen L und $T_2(\alpha_0)$ entsprechend Gleichung (A.5) und (A.7).

6.5.2 Transformation der aerodynamischen Einflusskoeffizienten

Zur Berechnung der instationären Luftkräfte wird in der linearen Flugmechanik vorausgesetzt, dass sich die Flugzeugstruktur bezüglich eines Koordinatensystems bewegt bzw. deformiert, dessen x -Achse permanent in Richtung der quasistationären Anströmung zeigt. Richtungsänderungen des Geschwindigkeitsvektors werden jedoch in der Doublet-Lattice-

und demzufolge auch in der Transsonischen Doublet-Lattice-Methode nicht berücksichtigt. Aus diesem Grund muss vorausgesetzt werden, dass quasistationäre Richtungsänderungen des Geschwindigkeitsvektor keine aerodynamischen Kräfte hervorrufen. Der Begriff quasi stationär soll in diesem Zusammenhang verdeutlichen, dass sich die Richtung des Geschwindigkeitsvektors wesentlich langsamer ändert, als die Lage des Flugzeugs. Anschaulich kann man dies für stationäre Richtungsänderungen erklären. So müssen die aerodynamischen Kräfte unabhängig vom Azimut ψ sein, denn für aerodynamische Betrachtungen ist es egal, in welche Himmelsrichtung das Flugzeug fliegt. Gleiches gilt für den Nickwinkel θ . Wertet man jedoch die generalisierten Luftkräfte $Q_{hh}(k, Ma, \phi_{0,x})$ bei niedrigen Frequenzen aus, stellt man fest, dass auch stationäre Richtungsänderungen $\Delta\theta$ (Spalte 5) und $\Delta\psi$ (Spalte 6) bereits Luftkräfte generieren, was der obigen Voraussetzung widerspricht.

Die folgenden Ausführungen setzen eine Vorzeichentransformation nach Gleichung (A.5) voraus. Die Matrizen Q_{hh} werden deshalb mit einem * markiert. Es gilt

$$Q_{hh}^*(k, Ma, \phi_{0,x}) = L^T Q_{hh}(k, Ma, \phi_{0,x}) L. \quad (6.10)$$

Anstellwinkelleffekt

In der Theorie der instationären Aerodynamik resultiert ein Inkrement im Nickwinkel $\Delta\theta$ direkt in einem äquivalenten Anstellwinkel

$$\alpha = \Delta\theta \quad (6.11)$$

aus Abb. 6.5. Des Weiteren resultiert ein Inkrement in der Vertikalgeschwindigkeit ebenfalls in einem Anstellwinkel

$$\alpha = \frac{\Delta\dot{z}}{V_0}, \quad (6.12)$$

bzw. nach Transformation in den Frequenzbereich mit $\Delta\dot{z} = s\Delta z = i\omega\Delta z = i\frac{V_0}{b}k\Delta z$ in

$$\alpha(k) = i\frac{k}{b}\Delta z. \quad (6.13)$$

Betrachtet man nun den Fall $\Delta\dot{z} = V_0\Delta\theta$, so ergeben sich die resultierenden Luftkräfte zum einen aus

$$\vec{P}_h^{aero}(\theta) = Q_{hh=\theta}^*(k, Ma, \phi_{0,x})\Delta\theta(k) = Q_{hh=\theta}^*(k, Ma, \phi_{0,x})\alpha(k) \quad (6.14)$$

und zum anderen aus

$$\dot{\vec{P}}_h^{aero}(\dot{z}) = Q_{h h=z}^*(k, Ma, \phi_{0,x}) \Delta z(k) = Q_{h h=z}^*(k, Ma, \phi_{0,x}) \frac{b}{ik} \alpha(k). \quad (6.15)$$

Die aerodynamischen Kräfte aus Gleichung (6.14) und (6.15) sind jedoch nicht gleich. Während der induzierte Abwind bei einer Δz -Verschiebung auf allen aerodynamischen Boxen gleich ist - die V-Stellung wird hier außer Acht gelassen - variiert er bei einer $\Delta\theta$ -Rotation mit zunehmendem Abstand der Boxen vom Rotationspunkt. Da in der Flugmechanik θ und α jedoch unabhängige Variablen sind, ist es nun das Ziel, den Anstellwinkelleffekt der Gleichung (6.15) aus Gleichung (6.14) zu eliminieren. Pro Einheitsverschiebung in α erhält man aus Gleichung (6.15) die aerodynamischen Kräfte zu

$$\frac{\dot{\vec{P}}_h^{aero}(\dot{z})}{\alpha(k)} = Q_{h h=z}^*(k, Ma, \phi_{0,x}) \frac{b}{ik}. \quad (6.16)$$

Hieraus resultiert, dass die θ -Spalte der instationären aerodynamischen Einflusskoeffizienten $Q_{h h=\theta}^*(k, Ma, \phi_{0,x})$ mit

$$Q_{h h=\theta(f)}(k, Ma, \phi_{0,x}) = Q_{h h=\theta}^*(k, Ma, \phi_{0,x}) - Q_{h h=z}^*(k, Ma, \phi_{0,x}) \frac{b}{ik} \quad (6.17)$$

ersetzt werden muss.

Schiebewinkelleffekt

In der Horizontalebene resultiert aus der Theorie der instationären Aerodynamik ein Inkrement im Gierwinkel $\Delta\psi$ direkt in einem äquivalenten Schiebewinkel

$$\beta = -\Delta\psi. \quad (6.18)$$

Des Weiteren resultiert ein Inkrement in der Lateralgeschwindigkeit ebenfalls in einem Schiebewinkel

$$\beta = \frac{\Delta\dot{y}}{V_0}, \quad (6.19)$$

bzw. nach Transformation in den Frequenzbereich mit $\Delta\dot{y} = s\Delta y = i\omega\Delta y = i\frac{V_0}{b}k\Delta y$ in

$$\beta(k) = i\frac{k}{b}\Delta y. \quad (6.20)$$

Betrachtet man nun den Fall $\Delta\dot{y} = V_0\Delta\psi$, so ergeben sich die resultierenden Luftkräfte zum einen aus

$$\dot{P}_h^{aero}(\psi) = Q_{hh=\psi}^*(k, Ma, \phi_{0,x})\Delta(\psi(k)) = -Q_{hh=\psi}^*(k, Ma, \phi_{0,x})\beta(k) \quad (6.21)$$

und zum anderen aus

$$\dot{P}_h^{aero}(\dot{y}) = Q_{hh=y}^*(k, Ma, \phi_{0,x})\Delta(y(k)) = Q_{hh=y}^*(k, Ma, \phi_{0,x})\frac{b}{ik}\beta(k). \quad (6.22)$$

Analog zum Vorgehen bei der Anstellwinkelkorrektur muss der Schiebewinkeleffekt der Gleichung (6.22) aus Gleichung (6.21) eliminiert werden. Man erhält

$$Q_{hh=\psi(f)}(k, Ma, \phi_{0,x}) = Q_{hh=\psi}^*(k, Ma, \phi_{0,x}) + Q_{hh=y}^*(k, Ma, \phi_{0,x})\frac{b}{ik}. \quad (6.23)$$

Transformation in Matrixschreibweise

Berücksichtigt man, dass neben der Anstell- und Schiebewinkelkorrektur auch eine Transformation ins Stabilitätsachsensystem durchgeführt werden muss, erhält man unter Verwendung von Gleichung (A.5) und (A.7)

$$Q_{hh(s)}(k, Ma, \phi_{0,x}) = T_2^T(\alpha_0)L^T Q_{hh}(k, Ma, \phi_{0,x})LS(k)T_2(\alpha_0), \quad (6.24)$$

wobei die Korrekturen (6.17) und (6.22) in der Transformationsmatrix

$$S(k) = \left[\begin{array}{cccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -b/ik & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & b/ik & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{n_{el}} \end{array} \right] \quad (6.25)$$

zusammengefasst werden können. $I_{n_{el}}$ bezeichnet hierbei eine Einheitsmatrix der Dimension der elastischen Freiheitsgrade.

Anschließend müssen auch die Einflusskoeffizienten der Steuerflächen und der atmosphärischen Störungen in das Stabilitätsachsensystem transformiert werden. Man erhält

$$Q_{hc(s)}(k, Ma, \phi_{0,x}) = T_2^T(\alpha_0)L^T Q_{hc}(k, Ma, \phi_{0,x}) \text{ und} \quad (6.26)$$

$$Q_{hgust(s)}(k, Ma, \phi_{0,x}) = T_2^T(\alpha_0)L^T Q_{hgust}(k, Ma, \phi_{0,x}). \quad (6.27)$$

6.5.3 Zusätzliche Kräfte aus dem Wechsel des Koordinatensystems

In Folge der Transformation der Bewegungsgleichungen in ein mitbewegtes Koordinatensystem, müssen die Richtungsänderungen des Gravitationsvektors und der Einfluss des Poissonterms $\vec{\omega}_{cg} \times \vec{V}_{cg}$ in linearisierter Form im integralen Modell erfasst werden.

Richtungsänderung des Gravitationsvektors

Die Richtungsänderung des Gravitationsvektors im mitbewegten Koordinatensystem wird über die Matrix $Q_{hh(s)}^{\Delta G}$ erfasst. Hierzu wird die halbgeneralisierte Massenmatrix M_{hg} in das Stabilitätsachsensystem transformiert und von rechts mit dem Gravitationsvektor $\vec{g}_{g(s)}$, ebenfalls im Stabilitätsachsensystem dargestellt, multipliziert. Den modalen Gewichtskraftvektor erhält man zu

$$\vec{P}_{h(s)}^{\Delta G} = M_{hg(s)} \vec{g}_{g(s)}. \quad (6.28)$$

Wird anschließend die Transformationsmatrix vom geodätischen in das Stabilitätsachsensystem um den Arbeitspunkt linearisiert, erhält man die Einflusskoeffizientenmatrix des Gravitationsvektors zu

$$Q_{hh(s)}^{\Delta G} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n_h \times 3} & \left. \frac{\partial T}{\partial \phi} \right|_0 \vec{P}_{h(s)}^{\Delta G} & \left. \frac{\partial T}{\partial \theta} \right|_0 \vec{P}_{h(s)}^{\Delta G} & \left. \frac{\partial T}{\partial \psi} \right|_0 \vec{P}_{h(s)}^{\Delta G} & \mathbf{0}_{n_h \times n_{el}} \end{bmatrix}. \quad (6.29)$$

Für den Spezialfall des stationären Geradeausflugs berechnet sich die Einflusskoeffizientenmatrix mit der Flugzeugmasse m zu

$$Q_{hh(s)}^{\Delta G} = m \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n_h \times 3} & \begin{bmatrix} 0 \\ g \\ 0 \\ \mathbf{0}_{(n_h-3) \times 1} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -g \\ 0 \\ 0 \\ \mathbf{0}_{(n_h-3) \times 1} \end{bmatrix} & \mathbf{0}_{n_h \times 1} & \mathbf{0}_{n_h \times n_{el}} \end{bmatrix}. \quad (6.30)$$

Poissonterm

Zur Berücksichtigung des Poissonterms müssen lediglich die drei translatorischen Starrkörperfriheitsgrade der modalen Bewegungsgleichungen betrachtet werden. Die Linearisierung des Vektorprodukts $\vec{\omega}_{cg} \times \vec{V}_{cg}$ erhält man zu

$$Q_{hh(s), trans}^{\omega \times V} = m(\vec{\omega}_{0cg} \times \Delta \vec{V}_{cg} + \Delta \vec{\omega}_{cg} \times \vec{V}_{0cg}), \quad (6.31)$$

wobei mit m die Flugzeugmasse, mit $\Delta \vec{V}_{cg}$ die Abweichungen $[\Delta u \ \Delta v \ \Delta w]^T$ und mit $\Delta \vec{\omega}_{cg}$ die Abweichungen $[\Delta p \ \Delta q \ \Delta r]^T$ vom Arbeitspunkt bezeichnet werden. Für den Spezialfall des stationären Geradeausflugs erhält man unter Berücksichtigung der Frequenzbereichsbeziehungen $q = i\omega\theta = i\frac{V_0}{b}k\theta$ und $r = i\omega\psi = i\frac{V_0}{b}k\psi$ die Einflusskoeffizientenmatrix zu

$$i\omega Q_{hh(s)}^{\omega \times V} = i\frac{\omega}{V_0} \left[\begin{array}{c} 0_{n_h \times 3} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ m \\ 0 \\ 0_{(n_h-3) \times 1} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -m \\ 0_{(n_h-3) \times 1} \end{bmatrix} \\ 0_{n_h \times 1} \quad 0_{n_h \times n_{el}} \end{array} \right], \quad (6.32)$$

wobei n_h die Gesamtanzahl der modalen Freiheitsgrade und n_{el} die Anzahl der elastischen Freiheitsgrade bezeichnen.

6.6 Aufnahme von Widerstandstermen

Eine Voraussetzung zur Anwendung der transsonische Doublet-Lattice-Methode war die vereinfachende Annahme einer reibungsfreien Potentialströmung. Dies hat zur Folge, dass im Aeroelastikmodell keinerlei reibungsbedingte aerodynamische Widerstandsterme enthalten sind. Für rein aeroelastische Betrachtungen spielen diese keine Rolle, da zum einen die Flächenträgheitsmomente der Flügel um die körperfeste z -Achse wesentlich größer als die um die x -Achse sind. Das heißt, bei einer äquivalenten Kraft wäre die Durchbiegung in x -Richtungen um ein Vielfaches kleiner als in z -Richtung. Zum anderen ist zu berücksichtigen, dass aufgrund der aerodynamischen Güte des Flugzeugs natürlich auch die Widerstandskräfte deutlich kleiner als die Auftriebskräfte sind. Für flugmechanische Betrachtungen spielen die aerodynamischen Widerstandskräfte jedoch eine entscheidende Rolle, da sie zum Beispiel zur dynamischen Stabilität eines Flugzeugs beitragen und auch in entsprechenden Starrkörperformen zu beobachten sind. Das Ziel ist es nun, zur Anpassung des integralen Modells Widerstandsterme in die aerodynamischen Einflusskoeffizientenmatrizen Q_{hh} zu implementieren, um damit die Repräsentation der Flugmechanik zu verbessern. Dement-

sprechend reicht es aus, den Starrkörperanteil $Q_{hh, starr}$ der aerodynamischen Einflusskoeffizienten zu betrachten.

Aus Kapitel 3.3.1 ist bekannt, dass die stationäre Gleichgewichtskonfiguration mit Hilfe der RANS-Gleichungen berechnet wurde. Hieraus können zum einen der Widerstandsbeiwert c_{W0} , zum anderen die Widerstandskräfte auf dem Strukturset g ermittelt werden. Aufgrund numerischer Probleme bei der Integration der Reibungsbeiwerte und Transformation auf das Strukturmodell kann es jedoch zu Abweichungen zwischen beiden Größen kommen. Um mit Gleichung (3.35) konforme Widerstandskoeffizienten zu erzeugen, muss entweder die Gesamtwiderstandskraft W auf den dynamischen Druck p_d bezogen oder der Widerstandsbeiwert c_W mit der Bezugsflügelfläche S_A multipliziert werden.

Für die folgenden Ausführungen wird angenommen, dass die stationär berechneten Widerstandsterme lediglich Funktionen des Anstellwinkels α , des Schiebewinkels β und der Fluggeschwindigkeit V sind. Für die Komponenten der Gesamtwiderstandskraft erhält man im Stabilitätsachsensystem

$$\vec{W} = \begin{bmatrix} -W(\alpha_0 + \Delta\alpha, \beta_0 + \Delta\beta, V_0 + \Delta V) \cos(\Delta\alpha) \cos(\Delta\beta) \\ -W(\alpha_0 + \Delta\alpha, \beta_0 + \Delta\beta, V_0 + \Delta V) \sin(\Delta\beta) \\ -W(\alpha_0 + \Delta\alpha, \beta_0 + \Delta\beta, V_0 + \Delta V) \sin(\Delta\alpha) \end{bmatrix}. \quad (6.33)$$

In linearisierter Form erhält man unter Verwendung einer verkürzten Schreibweise

$$W_\alpha = \left. \frac{\partial W(\alpha, \beta, V)}{\partial \alpha} \right|_{\alpha_0, \beta_0, V_0} \quad \text{und} \quad W_\beta = \left. \frac{\partial W(\alpha, \beta, V)}{\partial \beta} \right|_{\alpha_0, \beta_0, V_0}, \quad (6.34)$$

für die Abweichungen $\Delta \vec{W}$ der Widerstandskomponenten vom Arbeitspunkt (α_0, β_0, V_0)

$$\Delta \vec{W} = \begin{bmatrix} -W_\alpha \Delta\alpha - W_\beta \Delta\beta - 2 \frac{W_0}{V_0} \Delta V \\ -W_0 \Delta\beta \\ -W_0 \Delta\alpha \end{bmatrix}. \quad (6.35)$$

Nach Transformation in den Frequenzbereich und unter Berücksichtigung der Beziehungen (6.13) und (6.20) erhält man die generalisierten Widerstandskoeffizienten zu

$$Q_{hh(s)}^{\Delta W}(k) = \begin{bmatrix} -2\frac{W_0}{p_d b} ik & -\frac{W_\beta}{p_d b} ik & -\frac{W_\alpha}{p_d b} ik & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{W_0}{p_d b} ik & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{W_0}{p_d b} ik & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{0}{0} & -\frac{0}{0} & -\frac{0}{0} & -\frac{0}{0} & -\frac{0}{0} & -\frac{0}{0} & -\frac{0}{0} \end{bmatrix} \cdot \quad (6.36)$$

In Gleichung (6.36) beschreibt die erste Zeile die linearisierte Betragsänderung des Widerstandsvektors, die zweite die linearisierte Rotation des Widerstandsvektors um die z -Achse und die dritte Zeile die linearisierte Rotation um die y -Achse.

6.7 Aufnahme der stationären Derivativa

Mit stationären Derivativa werden in dieser Arbeit zum einen Richtungsänderungen stationärer aerodynamischer Größen und zum anderen Betragsänderungen aerodynamischer Größen bezeichnet, die linear vom Stationärwert abhängen. Die ersten stationären Derivativa wurden bereits in Kapitel 6.6 in Form der Richtungsänderungen des Widerstandsvektors und seiner Geschwindigkeitsabhängigkeit eingeführt.

Selbige Betrachtung kann für den Auftriebsvektor durchgeführt werden. In Komponenten des Stabilitätsachsensystems ergeben sich die Komponenten der Gesamtauftriebskraft zu

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} A(\alpha_0 + \Delta\alpha, V_0 + \Delta V) \sin(\Delta\alpha) \\ 0 \\ -A(\alpha_0 + \Delta\alpha, \beta_0 + \Delta\beta, V_0 + \Delta V) \cos(\Delta\alpha) \end{bmatrix}. \quad (6.37)$$

In linearisierter Form erhält man unter Verwendung von

$$A_\alpha = \left. \frac{\partial A(\alpha, \beta, V)}{\partial \alpha} \right|_{\alpha_0, \beta_0, V_0} \quad \text{und} \quad A_\beta = \left. \frac{\partial A(\alpha, \beta, V)}{\partial \beta} \right|_{\alpha_0, \beta_0, V_0}, \quad (6.38)$$

für die Abweichungen $\Delta \vec{A}$ der Auftriebskomponenten vom Arbeitspunkt (α_0, β_0, V_0)

werksbewegungen resultieren demzufolge instationäre Richtungsänderungen des Triebwerksschubs.

In Abb. 6.6 sind die einzelnen Kräfte am Triebwerk dargestellt. Es handelt sich hierbei um den Bruttoschub F_B und den Gondelwiderstand (engl. ram drag) R_D eines Triebwerks. Mit dem Index f ist das flugzeugfeste Koordinatensystem, mit dem Index tw das triebwerksfeste System und mit dem Index tw_a das Koordinatensystem bezeichnet, welches den Strömungsverhältnissen an der Triebwerksgondel angepasst ist. σ_{TW} beschreibt den Einbauwinkel um die y_f - und v_{TW} den Einbauwinkel um die z_f -Achse. Um das Kräftegleichgewicht in x_s -Richtung wieder herzustellen wird vorausgesetzt, dass für den Fall des stationären Horizontalflugs an jedem der vier Triebwerke, mit $v_{TW} = 0$

$$F_{B_0} \cos(\sigma_{TW}) - R_{D_0} \cos(\alpha_{TW_0}) = \frac{W_0}{4} \quad (6.42)$$

gilt. Da keine Daten für den Gondelwiderstand vorliegen, wird dieser auf $R_{D_0} = \varepsilon F_{B_0}$ mit $0 \leq \varepsilon \ll 1$ gesetzt.

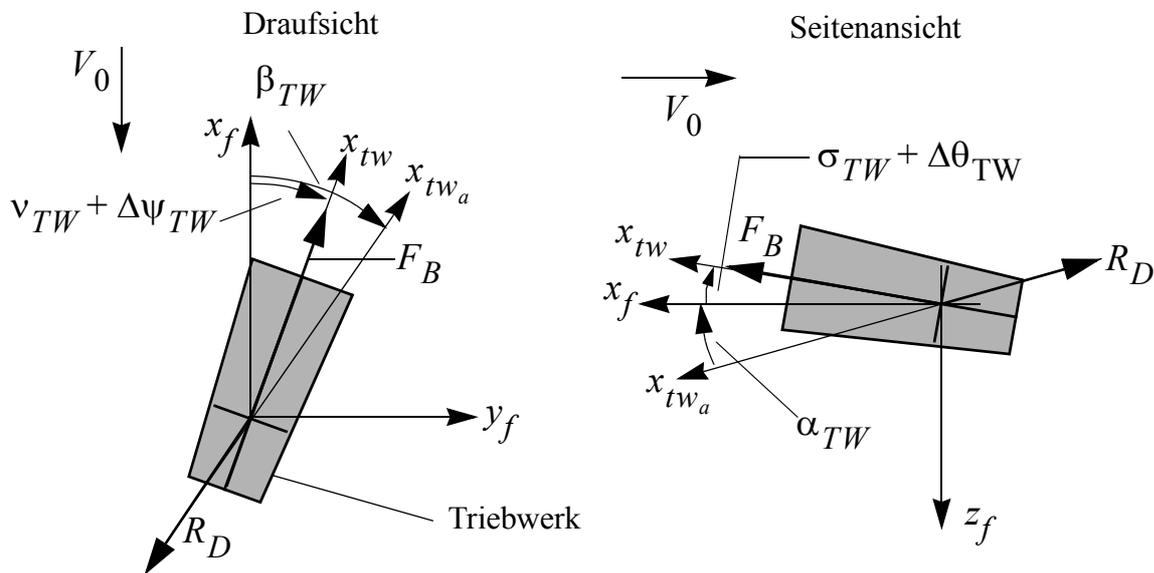


Abb. 6.6 Kräfte am Triebwerk {Hanel [19]}

In Koordinaten des körperfesten Koordinatensystems ergibt sich der Kraftvektor an einem Triebwerk zu

$$\dot{\vec{P}}^{TW} = F_B \begin{bmatrix} \cos(\sigma_{TW} + \Delta\theta_{TW}) \cos(\nu_{TW} + \Delta\psi_{TW}) \\ \cos(\sigma_{TW} + \Delta\theta_{TW}) \sin(\nu_{TW} + \Delta\psi_{TW}) \\ -\sin(\sigma_{TW} + \Delta\theta_{TW}) \end{bmatrix} - R_D \begin{bmatrix} \cos(\alpha_{TW}) \cos(\beta_{TW}) \\ \cos(\alpha_{TW}) \sin(\beta_{TW}) \\ \sin(\alpha_{TW}) \end{bmatrix}. \quad (6.43)$$

Im Folgenden wird der Einfluss der Einbauwinkel bei der Linearisierung von Gleichung (6.43) vernachlässigt. Man erhält damit für ein Triebwerk die Abweichungen vom Arbeitspunkt zu

$$\Delta \dot{\vec{P}}^{TW} = F_B \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta\psi_{TW} \\ -\Delta\theta_{TW} \end{bmatrix} - R_D \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta\beta \\ \Delta\alpha \end{bmatrix}, \quad (6.44)$$

wobei $\Delta\theta_{TW}$ und $\Delta\psi_{TW}$ die Schwenkwinkel infolge elastischer Schwingungen bezeichnen.

Extrahiert man nun die Zeilen $\Phi_{gh}^{TW_r}$ der Modalmatrix, die die translatorischen Freiheitsgrade einer der vier Triebwerksgondeln repräsentieren, erhält man mit einer Aufteilung in Real- und Imaginärteil die generalisierten Einflusskoeffizienten für alle Triebwerke zu

$$Q_{hh}^{\Delta TW}(\omega) = Q_{hh}^{\Delta TW} \Re + i\omega Q_{hh}^{\Delta TW} \Im, \quad (6.45)$$

mit

$$Q_{hh}^{\Delta TW}(\omega) = \sum_{r=1}^4 \left(\Phi_{gh}^{TW_r} \right)^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_B \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -F_B & 0 \end{bmatrix} \Phi_{gh}^{TW_r} \dots \quad (6.46)$$

$$+ i\omega \left(\Phi_{gh}^{TW_r} \right)^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_D}{V_0} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_D}{V_0} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Phi_{gh}^{TW_r}$$

Zur anschließenden Transformation

$$Q_{hh(s)}^{\Delta TW}(\omega) = T_2^T(\alpha_0) Q_{hh}^{\Delta TW} \quad (6.47)$$

in das Stabilitätsachsensystem muss lediglich die transponierte T_2 -Matrix vormultipliziert werden, da sich in Gleichung (6.44) die Größen $\Delta\alpha$ und $\Delta\beta$ bereits auf dieses System beziehen und $\Delta\theta$ und $\Delta\psi$ lediglich aus den elastischen Verformungen resultieren.

6.9 Zustandsraumdarstellung

Nachdem alle Kräfte zur Erweiterung des aeroelastischen Modells hergeleitet wurden, können die Bewegungsgleichungen des integralen Modells im Frequenzbereich aufgestellt werden. Fasst man die aerodynamischen Einflusskoeffizienten zu

$$Q_{hh(s)}^{aero}\left(\frac{b}{V_0}\omega\right) = Q_{hh(s)}\left(\frac{b}{V_0}\omega, Ma, \phi_{0,x}\right) + Q_{hh(s)}^{\Delta A}\left(\frac{b}{V_0}\omega\right) + Q_{hh(s)}^{\Delta W}\left(\frac{b}{V_0}\omega\right) \quad (6.48)$$

zusammen, erhält man

$$\left\{ -\omega^2 M_{hh(s)} + i\omega B_{hh(s)} + K_{hh(s)} - p_d Q_{hh(s)}^{aero}\left(\frac{b}{V_0}\omega\right) \dots \right. \\ \left. - Q_{hh(s)}^{\Delta TW}(\omega) - i\omega Q_{hh(s)}^{\omega \times V} - Q_{hh(s)}^{\Delta G} \right\} \dot{z}_h = p_d Q_{hc(s)}\left(\frac{b}{V_0}\omega\right) \dot{z}_c + p_d Q_{hgust(s)}\left(\frac{b}{V_0}\omega\right) w_{P_{ref}}^\tau(\omega) \quad (6.49)$$

Um eine Transformation in den Zeitbereich zu ermöglichen, ist es, wie in Kapitel 5 beschrieben, notwendig, die diskreten Tabellenwerte der aerodynamischen Einflusskoeffizienten im Frequenzbereich durch rationale Funktionen zu approximieren. Beim Einsatz der Minimum-State-Methode von *{Karpel [22]}* können verschiedene Strategien angewendet werden. Eine Möglichkeit ist, nur einen Satz an zusätzlichen Lag-States zur Approximation der Gesamtmatrix $\begin{bmatrix} Q_{hh(s)}^{aero} & Q_{hc(s)} & Q_{hgust(s)} \end{bmatrix}$ zu verwenden. Hierbei ist jedoch zu beachten, dass die Schwierigkeiten bei der Optimierung (5.4) der Turbulenzdynamik einen Einfluss auf die gesamte Approximation haben.

In der vorliegenden Arbeit wurde die Approximation der Einflusskoeffizienten $Q_{hgust(s)}$ getrennt durchgeführt. Damit ist zwar in der Regel eine höhere Anzahl an Lag-States verbunden aber ebenfalls eine bessere Approximationsgenauigkeit. Des Weiteren kann mit diesem Vorgehen die Simulation von Böen- und Turbulenzeinflüssen sauber vom Rest der Betrachtungen getrennt werden. Man erhält somit

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} Q_{hh(s)}^{aero} & Q_{hc(s)} \end{bmatrix} &\approx \begin{bmatrix} A_{0hh} & A_{0hc} \end{bmatrix} + i\frac{b}{V_0}\omega \begin{bmatrix} A_{1hh} & A_{1hc} \end{bmatrix} - \left(\frac{b}{V_0}\omega\right)^2 \begin{bmatrix} A_{2hh} & A_{2h} \end{bmatrix} \dots \\ &+ D_{ha_n} \left(i\frac{b}{V_0}\omega I - R_{a_n} \right)^{-1} i\frac{b}{V_0}\omega \begin{bmatrix} E_{a_hh} & E_{a_hc} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.50)$$

und

$$Q_{hgust(s)} \approx A_{0hgust} + i \frac{b}{V_0} \omega A_{1hgust} + D_{ha_g} \left(i \frac{b}{V_0} \omega I - R_{a_g} \right)^{-1} i \frac{b}{V_0} \omega E_{a_gust} . \quad (6.51)$$

In Gleichung (6.50) bezieht sich der Index a_h auf die Lag-States \dot{x}_{a_h} für $\begin{bmatrix} Q_{hh(s)}^{aero} & Q_{hc(s)} \end{bmatrix}$, in Gleichung (6.51) der Index a_g auf die Lag-States \dot{x}_{a_gust} für $Q_{hgust(s)}$.

Nachdem man die Approximationen in Gleichung (6.49) eingesetzt hat, kann man anschließend die Terme für $-\omega^2 \dot{z}_h$, $i\omega \dot{z}_h$ und \dot{z}_h zusammenfassen und die Substitutionen

$$\begin{aligned} \widehat{M}_{hh} &= M_{hh(s)} - p_d \left(\frac{b}{V_0} \right)^2 A_{2hh} \\ \widehat{B}_{hh} &= B_{hh(s)} - p_d \frac{b}{V_0} A_{1hh} - Q_{hh}^{\Delta TW} \zeta_m(s) - Q_{hh(s)}^{\omega \times V} \\ \widehat{K}_{hh} &= K_{hh(s)} - p_d A_{0hh} - Q_{hh}^{\Delta TW} \Re(s) - Q_{hh(s)}^{\Delta G} \end{aligned} \quad (6.52)$$

eingeführen. Aus der inversen Laplace-Transformation erhält man die Bewegungsgleichungen im Zeitbereich zu

$$\begin{aligned} \widehat{M}_{hh} \ddot{z}_h + \widehat{B}_{hh} \dot{z}_h + \widehat{K}_{hh} z_h &= p_d \left(A_{0hc} \dot{z}_c + \frac{b}{V_0} A_{1hc} \dot{z}_c + \left(\frac{b}{V_0} \right)^2 A_{2hc} \ddot{z}_c + D_{ha_h} \dot{x}_{a_h} \right) \dots \\ &+ p_d \left(A_{0hgust} w_{P_{ref}}^\tau + \frac{b}{V_0} A_{1hgust} \dot{w}_{P_{ref}}^\tau + D_{ha_g} \dot{x}_{a_gust} \right) \end{aligned} \quad (6.53)$$

Aus den Integratorgliedern der Approximationen (6.50) und (6.51) erhält man die Differentialgleichungen

$$\begin{aligned} \dot{x}_{a_h} &= \frac{V_0}{b} R_{a_h} \dot{x}_{a_h} + E_{a_h h} \dot{z}_h + E_{a_h c} \dot{z}_c \\ \dot{x}_{a_gust} &= \frac{V_0}{b} R_{a_g} \dot{x}_{a_g} + E_{a_g w} \dot{w}_{P_{ref}}^\tau \end{aligned} \quad (6.54)$$

der zusätzlichen Lag-States.

Damit sind sämtliche Voraussetzungen zur Aufstellung der Zustandsraumdarstellung der Bewegungsdifferentialgleichungen des integralen Flugzeugmodells gegeben. Mit dem Zustands- und Eingangsvektor

$$\dot{\hat{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\hat{z}}_h \\ \dot{\hat{z}}_h \\ \dot{\hat{x}}_{a_h} \\ \dot{\hat{x}}_{a_{gust}} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \dot{\hat{u}} = \begin{bmatrix} \dot{\hat{z}}_c \\ \dot{\hat{z}}_c \\ \ddot{\hat{z}}_c \\ W_{P_{ref}}^\tau \\ \dot{W}_{P_{ref}}^\tau \end{bmatrix}, \quad (6.55)$$

sowie der zugehörigen System- und Eingangsmatrix

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 \\ -\widehat{M}_{hh}^{-1} \widehat{K}_{hh} & -\widehat{M}_{hh}^{-1} \widehat{B}_{hh} & p_d \widehat{M}_{hh}^{-1} D_{ha_h} & p_d \widehat{M}_{hh}^{-1} D_{ha_g} \\ 0 & E_{a_h} & \frac{V_0}{b} R_{a_h} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{V_0}{b} R_{a_g} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad (6.56)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_d \widehat{M}_{hh}^{-1} A_{0hc} & p_d \frac{b}{V_0} \widehat{M}_{hh}^{-1} A_{1hc} & p_d \left(\frac{b}{V_0}\right)^2 \widehat{M}_{hh}^{-1} A_{2hc} & p_d \widehat{M}_{hh}^{-1} A_{0hw} & p_d \frac{b}{V_0} \widehat{M}_{hh}^{-1} A_{1hw} \\ 0 & E_{a_{hc}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E_{a_{gw}} \end{bmatrix},$$

erhält man die linearisierte Zustandsraumdarstellung

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B\dot{\hat{u}}. \quad (6.57)$$

Da die Starrkörpergrößen x_{cg} , y_{cg} , z_{cg} und ψ_{cg} keinen Einfluss in den Differentialgleichungen (6.57) haben, können diese Größen aus dem Zustandsvektor und die entsprechenden Zeile und Spalten aus der System- und Eingangsmatrix gelöscht werden.

In der Ausgangsgleichung

$$\dot{y} = C\hat{x} + D\dot{\hat{u}} \quad (6.58)$$

können nun alle gewünschten Messsignale generiert werden. Hierbei ist zu beachten, dass an dieser Stelle auch wieder die Transformation (3.12) vom generalisierten in den physikali-

schen Raum möglich ist. Dazu werden einzelne Zeilen aus der Modalmatrix Φ_{gh} extrahiert, welche die gewünschten Freiheitsgrade der entsprechenden Messpunkte enthalten.

Das Ziel eines anschließenden Reglerentwurfs soll es sein, neben der Flugmechanik auch den Komfort in Form von Schwingungsreduktion zu optimieren. Hierzu müssen aus einer beschränkten Anzahl von Messsignalen \dot{y} geeignete Steuereingänge \ddot{u} generiert werden, um auch die elastischen Schwingungsformen $\ddot{z}_{h_{elast}}$ des Systems (6.57) günstig zu beeinflussen. Um einzelne Moden gezielt in den Messsignalen beobachten zu können, ist es deshalb notwendig, die Messpunkte in deren Schwingungsbäuchen zu platzieren. Eine ausführliche Strategie zur Optimierung von Sensorpositionen ist in *{Hanel [19]}* dargestellt.

6.10 Analyse der integralen Modelle

Wird der stationäre Horizontalflug als Arbeitspunkt gewählt, lässt sich das integrale Modell in ein Modell der Längs- und ein Modell der Seitenbewegung aufteilen, da die Kopplungsterme zwischen den jeweiligen Freiheitsgraden vernachlässigt werden können. Bevor die Aufspaltung des integralen Modells beschrieben wird, muss noch näher auf die Approximation der Aktuatordynamik und die Generierung bestimmter Messsignale eingegangen werden.

6.10.1 Aktuatordynamik

Da das integrale Modell in Gleichung (6.55) die Bereitstellung der Ruderausschläge \ddot{z}_c , -geschwindigkeiten \dot{z}_c und -beschleunigungen \ddot{z}_c erfordert, ist eine Aktuatordynamik zu implementieren. Im vorliegenden Bericht wurde für alle Ruder die einheitliche Übertragungsfunktion

$$T_u = \frac{0.072}{6.91 \cdot 10^{-7} s^3 + 4.96 \cdot 10^{-5} s^2 + 8.84 \cdot 10^{-3} s + 0.072} \quad (6.59)$$

gewählt. Wird diese dem integralen Modell vorgeschaltet, wandern die Größen \ddot{z}_c , \dot{z}_c und \ddot{z}_c in den Zustandsvektor \dot{x} .

6.10.2 Messsignale

Abb. 6.7 zeigt die Knotenpunkte des verwendeten Strukturmodells in Bezug auf die Flugzeughülle. Bei industriellen FE-Modellen können dies bis zu 500 Knoten sein. Für einen praxisorientierten Einsatz ist es jedoch nicht sinnvoll, die Beschleunigungen aller Strukturpunkte in den Reglerentwurf mit einzubeziehen. Zum einen ist es technisch sehr aufwändig und teuer, derart viele Messsensoren im Flugzeug zu verbauen, zum anderen wäre

man beim Entwurf mit der Vielzahl an Rückführungen überfordert. Aus diesen Gründen beschränkt man sich auf technisch sinnvolle Beschleunigungsmessungen. Diese sind in Abb. 6.7 für den hier dargestellten markiert und mit den zugehörigen Beschleunigungsvektoren versehen.

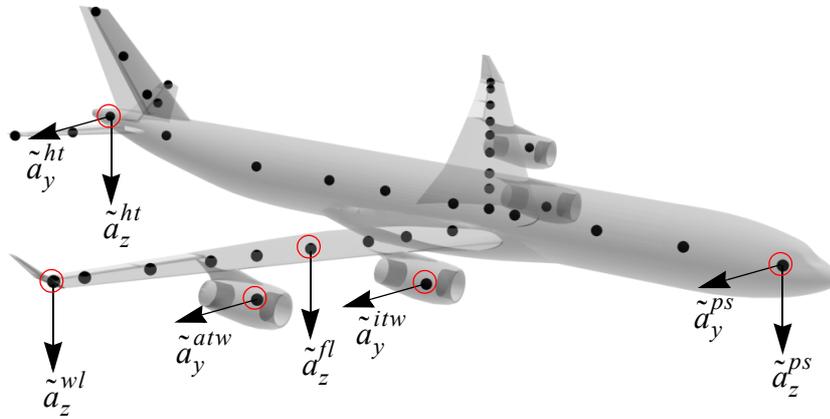


Abb. 6.7 Messsignale zur Schwingungsdämpfung

Im weiteren Verlauf des Reglerentwurfs werden zur Dämpfung der elastischen Schwingungen diese aus den Messsignalen an den Strukturpunkten zu extrahieren sein. Die Aufspaltung von Gleichung (3.12) liefert

$$\ddot{\tilde{z}}_g(t) = \begin{bmatrix} \Phi_{gh, starr} & \Phi_{gh, elast} \end{bmatrix} \ddot{\tilde{z}}_h(t). \quad (6.60)$$

In der Praxis würde man von einer gemessenen Beschleunigung in einem Strukturpunkt den Anteil der Starrkörperbewegung abziehen, da $\Phi_{gh, starr}$ anhand der Geometrieinformationen gegeben ist und die Starrkörperbeschleunigungen ebenfalls gemessen werden. Beim Aufbau der Messgleichungen des integralen Modells kann man jedoch sofort über die Beziehung

$$\ddot{\tilde{z}}_{g, elast}(t) = \begin{bmatrix} 0 & \Phi_{gh, elast} \end{bmatrix} \ddot{\tilde{z}}_h(t) \quad (6.61)$$

aus den gemessenen Beschleunigungen den elastischen Anteil $\tilde{a} = \ddot{\tilde{z}}_{g, elast}(t)$ extrahieren, welcher im Folgenden mit der Tilde über dem Beschleunigungssymbol gekennzeichnet wird.

6.10.3 Modell der Längsbewegung

Das integrale Modell der Längsbewegung enthält die Starrkörperfreiheitsgrade der Vertikalebene sowie die symmetrischen Struktureigenformen des Flugzeugs. Im Eingangsvektor

$$\dot{\tilde{u}} = \begin{bmatrix} \xi_c^i, \xi_c^a, \eta_c \end{bmatrix}^T \quad (6.62)$$

sind die Kommandos für die symmetrischen Ruderausschläge zusammengefasst und in Tab. 6.1 einzeln beschrieben.

Element	Variable	Einheit	Bedeutung
1	ξ_c^i	[rad]	symmetrischer Ausschlag der inneren Querruder
2	ξ_c^a	[rad]	symmetrischer Ausschlag der äußeren Querruder
3	η_c	[rad]	kommandierter Ausschlag des Höhenruders

Tab. 6.1 Eingangsvariablen der Längsbewegung

Das Verhalten des Höhenruders wurde intern so modelliert, dass ein positives Kommando η_c eine positive Nickrate q zur Folge hat.

Der Zustandsvektor

$$\dot{\hat{x}} = \left[\theta, e_1^s \dots e_7^s, u, w, q, \dot{e}_1^s \dots \dot{e}_7^s, x_1^{ls} \dots x_7^{ls}, \xi, \xi^a, \eta, \dot{\xi}^i, \dot{\xi}^a, \dot{\eta}, \ddot{\xi}^i, \ddot{\xi}^a, \ddot{\eta} \right]^T \quad (6.63)$$

enthält 34 Einträge. Die einzelnen Komponenten mit ihren Einheiten und Bedeutungen werden in Tab. 6.2 aufgelistet.

Element	Variable	Einheit	Bedeutung
1	θ	[rad]	Nickwinkel
2	e_1^s	[1]	1. vertikale Flügelbiegung (modal)
3	e_2^s	[1]	2. vertikale Flügelbiegung (modal)
4	e_3^s	[1]	1. vertikale Rumpfbiegung (modal)
5	e_4^s	[1]	laterale Schwingung der inneren Triebwerke (modal)
6	e_5^s	[1]	laterale Schwingung der äußeren Triebwerke (modal)
7	e_6^s	[1]	1. longitudinale Flügelbiegung (modal)
8	e_7^s	[1]	vertikale Schwingung der inneren Triebwerke (modal)
9	u	[m/s]	Geschwindigkeitskomponenten in x -Richtung des Stabilitätsachsensystems
10	w	[m/s]	Geschwindigkeitskomponenten in z -Richtung des Stabilitätsachsensystems

Element	Variable	Einheit	Bedeutung
11	q	[rad/s]	Nickrate
12 - 18	\dot{e}_1^s bis \dot{e}_7^s	[1/s]	zeitliche Ableitungen der modalen Struktureigenformen
19 - 25	x_1^{ls} bis x_7^{ls}	[1]	aerodynamische Lag-States
26 - 28	ξ^i, ξ^a, η	[rad]	symmetrische Ruderausschläge
29 - 31	$\dot{\xi}^i, \dot{\xi}^a, \dot{\eta}$	[rad/s]	symmetrische Rudergeschwindigkeiten
32 - 34	$\ddot{\xi}^i, \ddot{\xi}^a, \ddot{\eta}$	[rad/s ²]	symmetrische Ruderbeschleunigungen

Tab. 6.2 Zustandsvariablen der Längsbewegung

Die generalisierten Freiheitsgrade e_1^s bis e_7^s der elastischen Struktureigenformen sind im Zustandsvektor (6.63) nach aufsteigenden Eigenfrequenzen der Eigenwertanalyse (3.7) sortiert. Auf diesen Zusammenhang wird im Folgenden noch einmal bei der Auswertung der Polverteilung des integralen Modells eingegangen.

Der Ausgangsvektor

$$\dot{y} = \left[C^*, \theta, q, \alpha, a_z^{cg}, \tilde{a}_z^{ps}, \tilde{a}_z^{ht}, \tilde{a}_z^{fl}, \tilde{a}_z^{wl}, \tilde{a}_y^{itw}, \tilde{a}_y^{atw}, \xi^i, \xi^a, \eta, \dot{\xi}^i, \dot{\xi}^a, \dot{\eta}, \ddot{\xi}^i, \ddot{\xi}^a, \ddot{\eta} \right]^T \quad (6.64)$$

umfasst die 20 Messsignale aus Tab. 6.3.

Element	Variable	Einheit	Bedeutung
1	C^*	[1]	C^* -Größe, Gleichung (7.4)
2	θ	[rad]	Nickwinkel
3	q	[rad/s]	Nickrate
4	α	[rad]	Anstellwinkel
5	a_z^{cg}	[m/s ²]	Starrkörperbeschleunigung im Schwerpunkt (z-Richtung)
6	\tilde{a}_z^{ps}	[m/s ²]	elastische z-Beschleunigung am Pilotensitz (Abb. 6.7)
7	\tilde{a}_z^{ht}	[m/s ²]	elastische z-Beschleunigung im Heck (Abb. 6.7)
8	\tilde{a}_z^{fl}	[m/s ²]	elastische z-Beschleunigung im Flügel (Abb. 6.7)
9	\tilde{a}_z^{wl}	[m/s ²]	elastische z-Beschleunigung im Winglet (Abb. 6.7)

Element	Variable	Einheit	Bedeutung
10	\tilde{a}_y^{itw}	[m/s ²]	elastische y -Beschleunigung im inneren Triebwerk (Abb. 6.7)
11	\tilde{a}_y^{atw}	[m/s ²]	elastische y -Beschleunigung im äußeren Triebwerk (Abb. 6.7)
12 - 14	ξ^i, ξ^a, η	[rad]	symmetrische Ruderausschläge (siehe Tab. 6.1)
15 - 17	$\dot{\xi}^i, \dot{\xi}^a, \dot{\eta}$	[rad/s]	symmetrische Rudergeschwindigkeiten
18 - 20	$\ddot{\xi}^i, \ddot{\xi}^a, \ddot{\eta}$	[rad/s ²]	symmetrische Ruderbeschleunigungen

Tab. 6.3 Ausgangsvariablen der Längsbewegung

Die Eigenwertanalyse der Systemmatrix der Längsbewegung liefert die in Abb. 6.8 dargestellte Polverteilung. In der Gesamtdarstellung links unten sind sehr gut die stark gedämpften Pole L_1 bis L_7 der Lag-States zu erkennen. Da für die inneren und äußeren symmetrischen Querruder sowie für die Höhenruder die gleiche Übertragungsfunktion (6.59) verwendet wurde, sind die grün dargestellten Aktuatorpole A 3-fach überlagert.

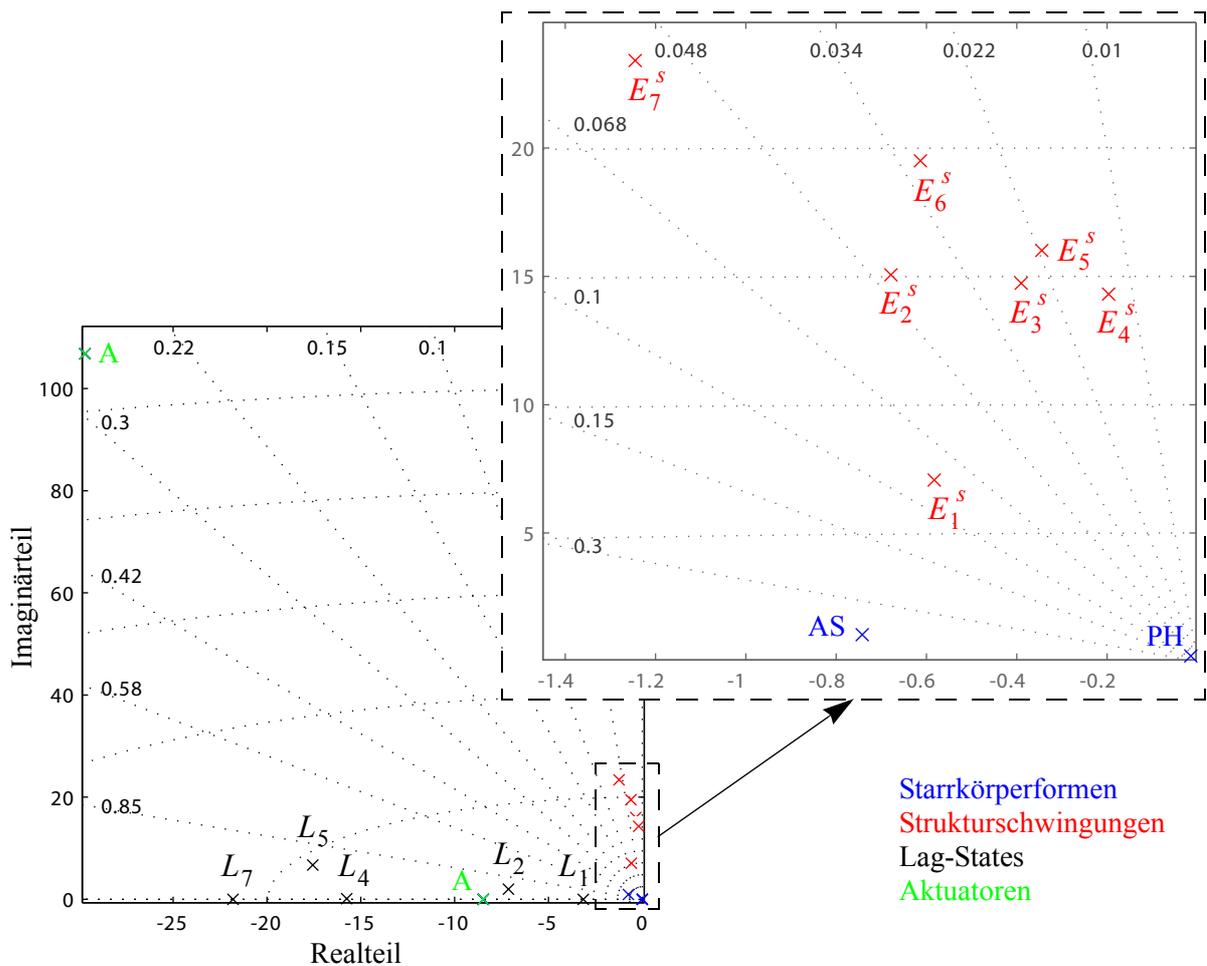


Abb. 6.8 Polverteilung der Längsbewegung

Mit Hilfe der Modalanalyse des linearen Modells konnten die einzelnen Pole den in Tab. 6.4 zusammengefassten Bewegungs- und Struktureigenformen zugeordnet werden. Hierbei ist zu beobachten, dass im Lauf der integralen Modellbildung die elastischen Struktureigenformen e_2^s und e_4^s ihre Reihenfolge bezüglich Eigenfrequenz getauscht haben.

Der in Gleichung (3.14) eingeführte modale Dämpfungsfaktor $\zeta_m = 0.01$ wird durch die Modellbildung erhöht. Ursache der zusätzlichen Dämpfung sind die Approximationskoeffizienten A_{1hh} in Gleichung (6.52). Auf Grund der Struktur der Matrix A_{1hh} ist die Dämpfungserhöhung einer Struktureigenform auch von der Struktureigenform selber abhängig. War nach der Lösung des Eigenwertproblems (3.7) die 2. vertikale Flügelbiegung e_2^s die langsamere, so haben sich sowohl Frequenz und Dämpfung durch die aeroelastische Kopplung erhöht. Die Dämpfungserhöhung der lateralen Schwingung der inneren Triebwerke e_4^s fällt dagegen deutlich geringer aus und ist mit einer Frequenzreduktion verbunden.

Pol	Frequenz	Dämpfung	Beschreibung
PH	0.0402	0.0206	Phygoide
AS	1.2041	0.6158	Anstellwinkelschwingung
L_1	3.1502	1.0000	Lag State
E_1^s	7.0848	0.0822	1. vertikale Flügelbiegung (modal)
L_2, L_3	7.4037	0.9632	Lag-State
A	8.4785	1.0000	Aktuatorpol (3-fach)
E_4^s	14.3135	0.0137	laterale Schwingung der inneren Triebwerke (modal)
E_3^s	14.7335	0.0265	1. vertikale Rumpfbiegung (modal)
E_2^s	15.0748	0.0450	2. vertikale Flügelbiegung (modal)
E_5^s	16.0123	0.0215	laterale Schwingung der äußeren Triebwerke (modal)
L_4	16.5808	1.0000	Lag-State
L_5, L_6	18.6940	0.9747	Lag-State
E_6^s	19.5063	0.0314	1. longitudinale Flügelbiegung (modal)
L_7	21.8132	1.0000	Lag-State
E_7^s	23.4382	0.0531	vertikale Schwingung der inneren Triebwerke (modal)
A	110.8579	0.2679	Aktuatorpolpaar (3-fach)

Tab. 6.4 Pole der Längsbewegung

6.10.4 Modell der Seitenbewegung

Das integrale Modell der Seitenbewegung enthält die Starrkörperfreiheitsgrade der Horizontalebene, sowie die asymmetrischen Struktureigenformen des Flugzeugs. Im Eingangsvektor

$$\dot{\vec{u}} = \left[\xi_c^i, \xi_c^a, \zeta_c \right]^T \quad (6.65)$$

sind die Kommandos für die asymmetrischen Ruderausschläge zusammengefasst und in Tab. 6.5 einzeln beschrieben.

Element	Variable	Einheit	Bedeutung
1	ξ_c^i	[rad]	asymmetrischer Ausschlag der inneren Querruder
2	ξ_c^a	[rad]	asymmetrischer Ausschlag der äußeren Querruder
3	ζ_c	[rad]	kommandierter Ausschlag des Seitenruders

Tab. 6.5 Eingangsvariablen der Seitenbewegung

Das Verhalten der Ruder wurde intern so modelliert, dass positive Kommandos ξ_c eine positive Rollrate p und ein positives Kommando ζ_c eine positive Gierrate r zur Folge hat.

Der Zustandsvektor

$$\dot{\vec{x}} = \left[\phi, e_1^{as} \dots e_7^{as}, u, w, q, \dot{e}_1^{as} \dots \dot{e}_7^{as}, x_1^{ls} \dots x_7^{ls}, \xi^i, \xi^a, \zeta, \dot{\xi}^i, \dot{\xi}^a, \dot{\zeta}, \ddot{\xi}^i, \ddot{\xi}^a, \ddot{\zeta} \right]^T \quad (6.66)$$

enthält 34 Einträge. Die einzelnen Komponenten mit ihren Einheiten und Bedeutungen werden in Tab. 6.6 aufgelistet.

Element	Variable	Einheit	Bedeutung
1	θ	[rad]	Rollwinkel
2	e_1^{as}	[1]	1. vertikale Flügelbiegung (modal)
3	e_2^{as}	[1]	1. laterale Rumpfbiegung (engl. fishtailing mode) (modal)
4	e_3^{as}	[1]	vertikale Schwingung der äußeren Triebwerke (modal)
5	e_4^{as}	[1]	laterale Schwingung der inneren Triebwerke (modal)
6	e_5^{as}	[1]	laterale Schwingung der äußeren Triebwerke (modal)

Element	Variable	Einheit	Bedeutung
7	e_6^{as}	[1]	Rumpf-Leitwerk-Torsion (modal)
8	e_7^{as}	[1]	2. laterale Rumpfbiegung (modal)
9	v	[m/s]	Geschwindigkeitskomponenten in y -Richtung des Stabilitätsachsensystems
10	p	[rad/s]	Rollrate
11	r	[rad/s]	Gierrate
12 - 18	\dot{e}_1^s bis \dot{e}_7^s	[1/s]	zeitliche Ableitungen der modalen Struktureigenformen
19 - 25	x_1^{ls} bis x_7^{ls}	[1]	aerodynamische Lag-States
26 - 28	ξ^i, ξ^a, ζ	[rad]	asymmetrische Ruderausschläge (siehe Tab. 6.5)
29 - 31	$\dot{\xi}^i, \dot{\xi}^a, \dot{\zeta}$	[rad/s]	Rudergeschwindigkeiten
32 - 34	$\ddot{\xi}^i, \ddot{\xi}^a, \ddot{\zeta}$	[rad/s ²]	Ruderbeschleunigungen

Tab. 6.6 Zustandsvariablen der Seitenbewegung

Der Ausgangsvektor

$$\dot{y} = \left[\phi, p, r - \phi \frac{g}{V_0}, \beta, a_y^{cg}, \tilde{a}_y^{ps}, \tilde{a}_y^{ht}, \tilde{a}_z^{fl}, \tilde{a}_z^{wl}, \tilde{a}_y^{itw}, \tilde{a}_y^{atw}, \xi^i, \xi^a, \zeta, \dot{\xi}^i, \dot{\xi}^a, \dot{\zeta}, \ddot{\xi}^i, \ddot{\xi}^a, \ddot{\zeta} \right]^T \quad (6.67)$$

umfasst die 20 Messsignale aus Tab. 6.7.

Element	Variable	Einheit	Bedeutung
1	ϕ	[rad]	Rollwinkel
2	p	[rad/s]	Rollrate
3	$r - \phi \frac{g}{V_0}$	[rad/s]	koordinierte Gierrate
4	β	[rad]	Schiebewinkel
5	a_y^{cg}	[m/s ²]	Starrkörperbeschleunigung im Schwerpunkt (y -Richtung)
6	\tilde{a}_y^{ps}	[m/s ²]	elastische y -Beschleunigung am Pilotensitz (Abb. 6.7)
7	\tilde{a}_y^{ht}	[m/s ²]	elastische y -Beschleunigung im Heck (Abb. 6.7)

Element	Variable	Einheit	Bedeutung
8	\tilde{a}_z^{fl}	[m/s ²]	elastische z-Beschleunigung im Flügel (Abb. 6.7)
9	\tilde{a}_z^{wl}	[m/s ²]	elastische z-Beschleunigung im Winglet (Abb. 6.7)
10	\tilde{a}_y^{itw}	[m/s ²]	elastische y-Beschleunigung im inneren Triebwerk (Abb. 6.7)
11	\tilde{a}_y^{atw}	[m/s ²]	elastische y-Beschleunigung im äußeren Triebwerk (Abb. 6.7)
12 - 14	ξ^i, ξ^a, ζ	[rad]	asymmetrische Ruderausschläge (siehe Tab. 6.5)
15 - 17	$\dot{\xi}^i, \dot{\xi}^a, \dot{\zeta}$	[rad/s]	asymmetrische Rudergeschwindigkeiten
18 - 20	$\ddot{\xi}^i, \ddot{\xi}^a, \ddot{\zeta}$	[rad/s ²]	asymmetrische Ruderbeschleunigungen

Tab. 6.7 Ausgangsvariablen der Seitenbewegung

Die Eigenwertanalyse der Systemmatrix der Seitenbewegung liefert die in Abb. 6.9 dargestellte Polverteilung.

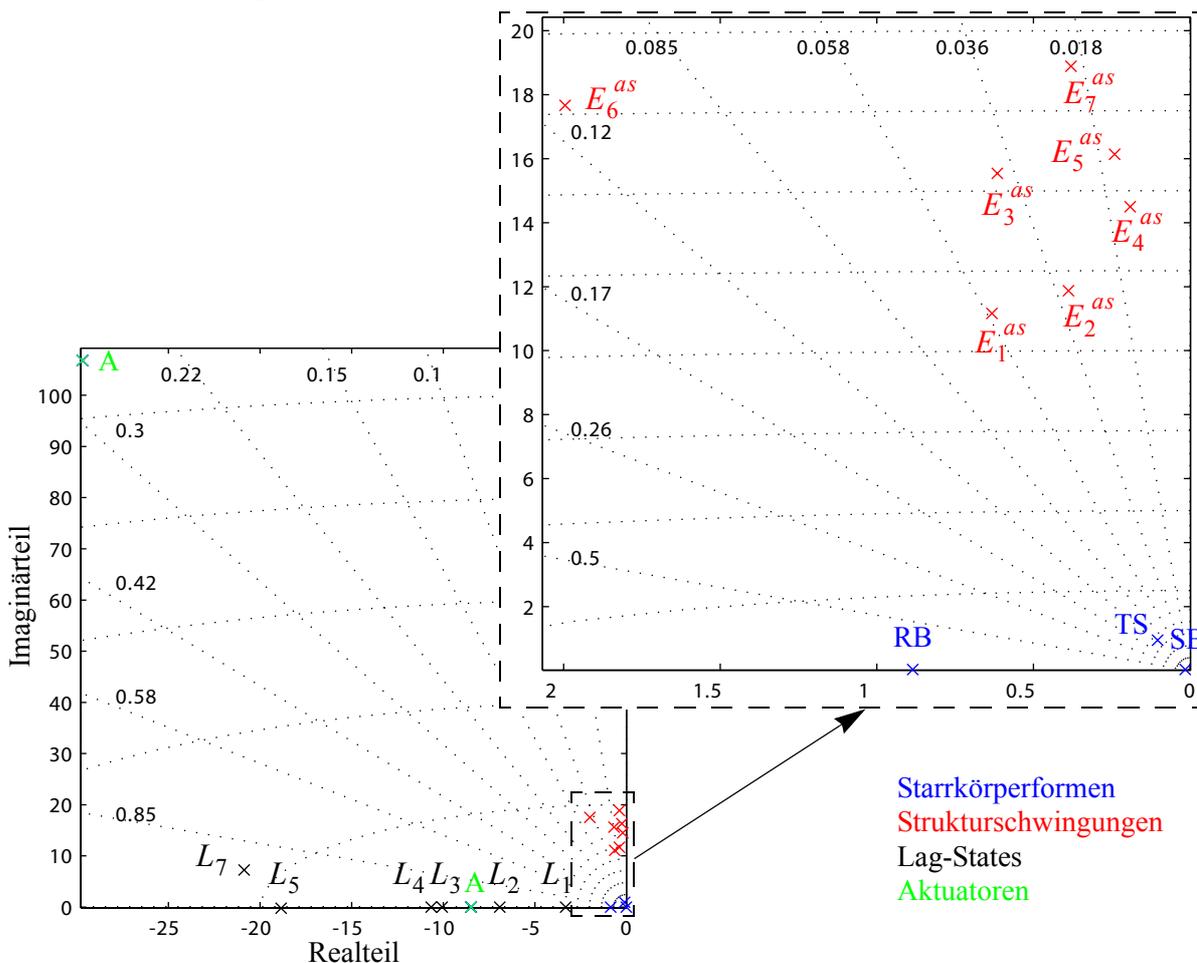


Abb. 6.9 Polverteilung der Seitenbewegung

Analog zur Längsbewegung sind in der Gesamtdarstellung links unten sehr gut die stark gedämpften Pole L_1 bis L_7 der Lag-States und die 3-fach überlagerten Aktuatorpole **A** zu erkennen. Mit Hilfe der Modalanalyse des linearen Modells konnten die einzelnen Pole den in Tab. 6.8 zusammengefassten Bewegungs- und Struktureigenformen zugeordnet werden. Hierbei ist wieder zu beobachten, dass im Lauf der integralen Modellbildung die elastischen Struktureigenformen e_3^{as} und e_4^{as} ihre Reihenfolge bezüglich der Eigenfrequenz getauscht haben und allgemein die Dämpfungserhöhungen von den Struktureigenformen selber abhängig sind.

Pol	Frequenz	Dämpfung	Beschreibung
SB	0.0067	1.0000	Spiralbewegung
RB	0.8658	1.0000	Rollbewegung
TS	0.9562	0.1079	Taumelschwingung
L_1	3.3138	1.0000	Lag-State
L_2	6.9133	1.0000	Lag-State
A	8.4785	1.0000	Aktuatorpol (3-fach)
L_3	10.0525	1.0000	Lag-State
L_4	10.6609	1.0000	Lag-State
E_1^{as}	11.1045	0.0573	1. vertikale Flügelbiegung (modal)
E_2^{as}	11.7240	0.0333	1. laterale Rumpfbiegung, engl. Fishtailing Mode (modal)
E_4^{as}	14.5159	0.0142	laterale Schwingung der inneren Triebwerke (modal)
E_3^{as}	15.6652	0.0430	vertikale Schwingung der äußeren Triebwerke (modal)
E_5^{as}	16.3092	0.0153	laterale Schwingung der äußeren Triebwerke (modal)
E_6^{as}	17.6440	0.1135	Rumpf-Leitwerk-Torsion (modal)
L_5	18.3501	1.0000	Lag-State
E_7^{as}	18.8933	0.0201	2. laterale Rumpfbiegung (modal)
L_6, L_7	22.0968	0.9445	Lag-State
A	110.8579	0.2679	Aktuatorpolpaar (3-fach)

Tab. 6.8 Pole der Seitenbewegung

6.10.5 Vergleich zwischen DLM und TDLM

Am Beispiel der asymmetrischen Struktureigenformen soll der Einfluss der Methoden zur Bestimmung der instationären Luftkräfte verdeutlicht werden. In Abb. 6.10 sind hierzu die Pole der elastischen Eigenformen aus Tab. 6.8 dargestellt. Innerhalb der Prozesskette zur integralen Modellbildung wurden dabei die DLM (+) und die TDLM (x) zur Generierung der instationären Luftkräfte verwendet.

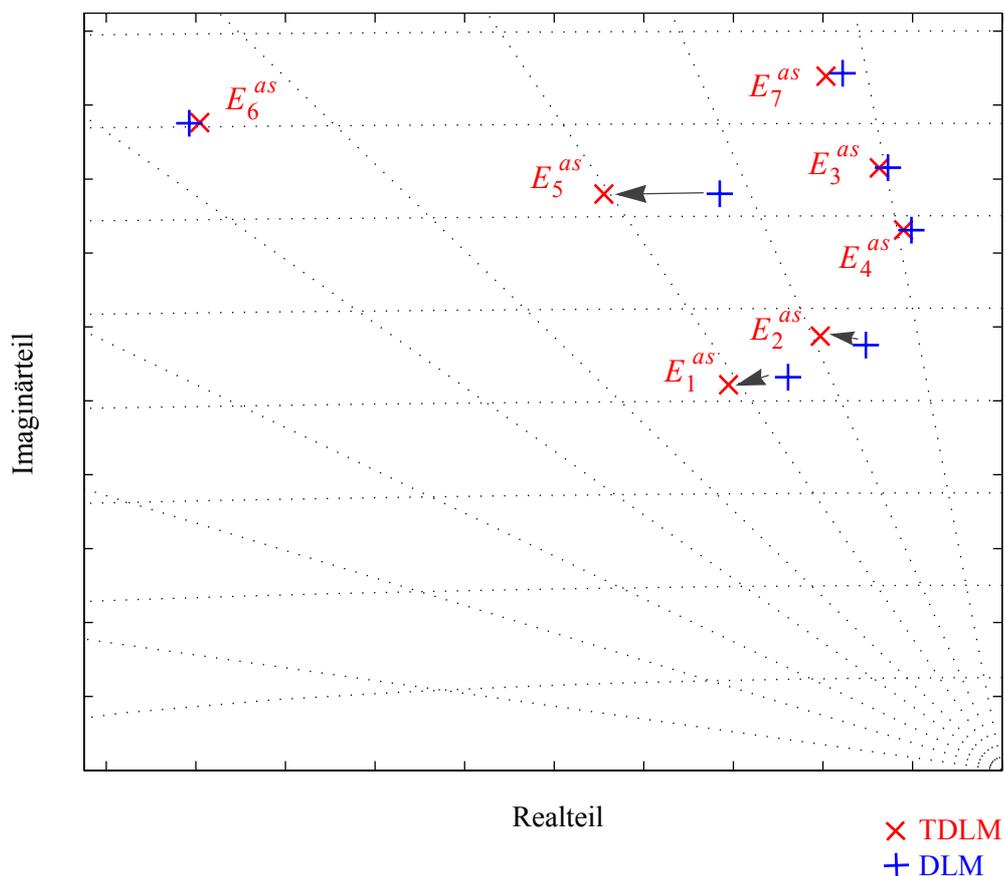


Abb. 6.10 Vergleich zwischen DLM und TDLM

Die Verwendung der TDLM im Modellbildungsprozess bewirkt bei den hier verwendeten Randbedingungen überwiegend eine Dämpfungserhöhung gegenüber dem auf der DLM basierenden Modell. Ein maßgeblicher Einfluss ist bei der 1. vertikalen Flügelbiegung E_1^{as} , der 1. lateralen Rumpfbiegung E_2^{as} und insbesondere der lateralen Schwingung der äußeren Triebwerke E_5^{as} zu beobachten. Lediglich der Pol der Rumpf-Leitwerk-Torsion E_6^{as} wird etwas schwächer gedämpft.

Der Einfluss auf die Flügel- und Rumpfbiegung kann mit Hilfe der großen Flächen an aerodynamischen Boxen (Abb. 3.8) in diesen Bereichen erklärt werden. Der Wechsel der aerodynamischen Methode hat hier in Summe eine große Änderung der aerodynamischen Kräfte zur Folge. Im Bereich der Triebwerke ist das Verhältnis aus Fläche der aerodynamischen

Boxen zu Strukturmasse deutlich geringer. Der Einfluss der TDLM auf die laterale Schwingung der äußeren Triebwerke ist durch die Kopplung mit der Rumpfschwingung bedingt.

6.10.6 Kurzzusammenfassung der Teilmodelle

Teilmodell	Eingänge	Zustände	Ausgänge
Längsbewegung	# 3, Gl. (6.62), Tab. 6.1	# 34, Gl. (6.63), Tab. 6.2	# 20, Gl. (6.64), Tab. 6.3
Seitenbewegung	# 3, Gl. (6.65), Tab. 6.5	# 34, Gl. (6.66), Tab. 6.6	# 20, Gl. (6.67), Tab. 6.7

Tab. 6.9 Kurzzusammenfassung der Teilmodelle

Kapitel 7

Reglerentwurf

Motivation

Nach Abschluss der Modellbildung stehen nun die integralen Bewegungsgleichungen eines flexiblen Großraumflugzeugs im transsonischen Machzahlbereich zur Verfügung. Die zugehörigen Zustandsraummodelle beinhalten die Kopplung der Bewegungsformen von Flugmechanik und Aeroelastik. Ziel des folgenden Kapitels soll es sein, eine prinzipielle Vorgehensweisen für den Entwurf eines integralen Dämpfungs- und Vorgaberegelsystems vorzustellen. Dazu wurde das Gesamtmodell am Arbeitspunkt, dem horizontalen Geradeausflug, in ein Modell der Längs- und Seitenbewegung aufgespalten.

In der Längsbewegung soll der Pilot mittels Sidestick eine geschwindigkeitsabhängige Kombination aus Lastvielfachem n_z und Nickrate q , ein C^* -Kommando, vorgeben können. Neben einer hinreichenden Dämpfung der Starrkörperfreiheitsgrade (Anstellwinkelschwingung, Phygoide) sollen ebenfalls die elastischen Schwingungen der Struktur ausreichend gedämpft werden.

In der Seitenbewegung soll der Pilot mittels Sidestick eine Rollrate p vorgeben, welcher das Flugzeug, entsprechend eines vorgegebenen Antwortverhaltens, möglichst genau folgen soll. Hierbei wird zusätzlich die Bedingung gestellt, dass der Kurvenflug koordiniert durchgeführt werden soll. Unerwünschte Querbeschleunigungen a_y sind somit vom Regler zu vermeiden. Des Weiteren sollen auch hier die elastischen Schwingungen der Struktur ausreichend gedämpft werden.

Der maßgebliche Unterschied zwischen einem starren und einem elastischen Flugzeug ist die Existenz der zusätzlichen elastischen Bewegungsformen und die damit verbundene Kopplung mit den Starrkörperfreiheitsgraden. Im Allgemeinen kommt es beim Reglerentwurf dabei zu Konflikten zwischen Anforderungen bzgl. der Flugmechanik und den gewünschten Komfoteigenschaften, welche maßgeblich durch die Aeroelastik bestimmt werden. Am einfachsten lässt sich dies am Beispiel der Rollbewegung verdeutlichen. Soll das Flugzeug einem Rollkommando möglichst schnell folgen, muss dazu über die Querruder ein entsprechendes Rollmoment erzeugt und über das Seitenruder eine Kurvenkoordination gewährleistet werden. Da die Querruder sehr weit außen am Flügel positioniert sind, erzeugen

Auftriebskräfte infolge der Klappenausschläge immer auch eine Biegung der Flügel. Der Seitenruderausschlag erzeugt wiederum Scherkräfte im Rumpf, welche zu einem seitlichen Wedeln (*engl. fishtailing*) führen können. Des Weiteren sind die Schwingungen des Rumpfes stark mit denen der Triebwerke gekoppelt, so dass diese ebenfalls angeregt werden. Wird nun die gesamte verfügbare Steuerenergie in die Optimierung der Flugmechanik investiert, um das Flugzeug schnell rollen zu lassen, ist es nicht mehr möglich durch zusätzliche Steuerkommandos die elastischen Schwingungen zu dämpfen. Um dennoch eine Schwingungsreduktion zu erzielen, ist es dann notwendig, die Anforderungen an die flugmechanischen Eigenschaften zu reduzieren.

7.1 Klassischer Reglerentwurf

Um den integralen Reglerentwurf besser definieren zu können, soll zunächst eine kurze Zusammenfassung zum klassischen Entwurf gegeben werden. In diesem Zusammenhang besteht das wesentliche Unterscheidungskriterium in der strikten Trennung von Reglern für den flugmechanischen und aeroelastischen Anteil. In der Praxis wird diese Trennung durch den Einsatz komplexer Filter realisiert. Diese spalten, wie in Abb. 7.1 dargestellt, die Messsignale in einen niederfrequenten flugmechanischen und einen hochfrequenten aeroelastischen Anteil auf. Im anschließenden Reglerentwurf werden zwei getrennte, parallellaufende Rückführungen implementiert *{Teufel [57]}*.

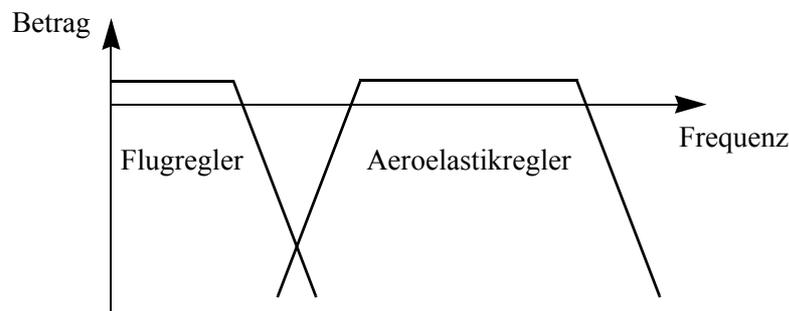


Abb. 7.1 Frequenzverteilung des klassischen Reglerentwurfs

Vorteile

Da beide Rückführungen getrennt voneinander betrachtet werden, können alle bekannten Entwurfsverfahren, auf den jeweiligen Frequenzbereich angepasst, verwendet werden. Nach dem Filtern der Signale ist es im aufgespalteten Modell möglich, die Pole der Flugmechanik und die der Aeroelastik getrennt voneinander zu verschieben. Des Weiteren können die Regler einfacher an unterschiedliche Zustände angepasst werden. Für einen abweichenden Flugzustand ist in erster Linie lediglich der Flugregler anzupassen. Für unterschiedliche Massenverteilungen oder Struktureigenschaften ist es ausreichend, den Aeroelastikregler zu verändern.

Sollte es ein kritischer Flugzustand erfordern, ist es möglich, den Aeroelastikregler auszublenken, um so eine vergrößerte Bandbreite für den Flugregler zur Verfügung zu stellen. In ruhigen Flugphasen kann die Priorität in Richtung des Aeroelastikreglers verschoben werden, um so den Komfort für die Passagiere zu erhöhen. In der Industrie wird dieses Vorgehen zum Beispiel beim Durchfliegen von Turbulenzen eingesetzt. Abschließend kann noch die geringere Komplexität eines klassischen Reglerentwurfs hervorgehoben werden, welche ihm, gerade im Hinblick auf die luftfahrttechnische Zulassung, Vorteile verschafft.

Nachteile

Wie in Abb. 7.1 dargestellt, müssen zur frequenzabhängigen Separation der Messsignale leistungsfähige Filter eingesetzt werden. Diese sind jedoch sehr teuer und auch sehr schwierig zu implementieren. Des Weiteren wird bei der Filterung der Signale vorausgesetzt, dass eine gegenseitige Beeinflussung beider Regelkreise vernachlässigt werden kann. Damit kann das Verhalten des Reglers bei einer unerwünschten Kopplung nicht beschrieben werden bzw. wäre dieses Verhalten gänzlich unbekannt. Die Wahrscheinlichkeit, dass sich beide Regelkreise dann gegenseitig destabilisieren ist jedoch relativ hoch.

Der gravierende Nachteil im klassischen Reglerentwurf ist jedoch in der zukünftigen Weiterentwicklung von Großraumflugzeugen zu sehen. Mit zunehmender Nutzlast, stetiger Strukturoptimierung sowie dem Einsatz neuer Materialien kommt es zu immer flexibleren Strukturen. Das wesentliche Problem hierbei ist die Verschiebung der elastischen Struktureigenformen in den Frequenzbereich der flugmechanischen Bewegungsformen. Zum einen wird es damit immer schwieriger, wenn nicht unmöglich, die einzelnen Frequenzbereiche sauber über Filter voneinander zu trennen. Zum anderen muss zur Gewährleistung gewisser Komforteigenschaften die Bandbreite des Flugreglers verringert werden, was wiederum Schwierigkeiten mit der Einhaltung der flugmechanischen Anforderungen nach sich ziehen kann.

7.2 Integraler Reglerentwurf

Infolge der in Kapitel 7.1 aufgeführten Nachteile des klassischen Reglerentwurfs beschäftigt man sich seit einiger Zeit mit der Entwicklung integraler Regler. Dabei wird, wie in Abb. 7.2 dargestellt, ein Regler zur Beeinflussung sowohl der flugmechanischen Bewegungsformen als auch der strukturdynamischen Eigenformen eingesetzt.

Wie in der Einleitung zu Kapitel 7 bereits erwähnt wurde, stehen die Zielsetzungen des flugmechanischen und des aeroelastischen Reglerentwurfs in Konflikt zueinander. Herkömmliche Einschrittentwurfverfahren oder z. B. die in *{Stevens and Lewis [56]}* vorgestellte sukzessive Schließung von SISO-Rückführungen führen aufgrund der gegenseitigen Kopplung in der Regel nicht zum Ziel. Vielmehr muss ein Verfahren gefunden werden, mit dem es möglich ist, einen optimalen Kompromiss zwischen flugmechanischen und Komfortanforderungen zu erzielen.

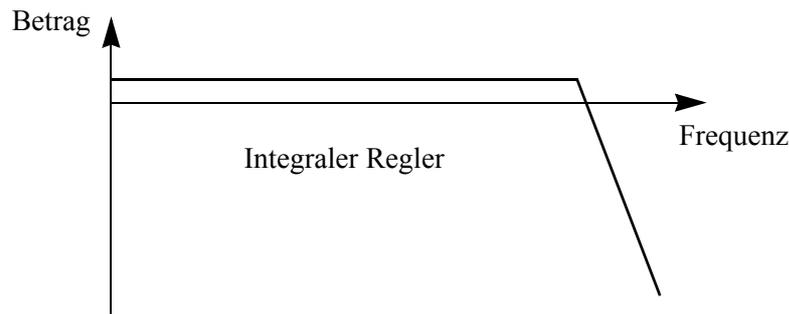


Abb. 7.2 Frequenzverteilung des integralen Reglerentwurfs

Diese Zielsetzung lässt den Reglerentwurf anfangs komplexer gegenüber dem klassischen Ansatz erscheinen, da eine Superposition verschiedener Gütekriterien notwendig ist. Auf den zweiten Blick wird es jedoch nur noch eine gemeinsame Rückführung und somit ein wesentlich einfacheres Design des geschlossenen Regelkreises geben. Der Wegfall der aufwändigen Filter, die gemeinsame Betrachtung von flugmechanischen und aeroelastischen Bewegungsformen sowie deren Kopplung eröffnen die Möglichkeit, neben einer ausreichenden Dämpfung der elastischen Schwingungsformen auch eine genügend große Bandbreite für den flugmechanischen Anteil des Reglers zur Verfügung zu stellen. Die relevanten Verfahren für einen integralen Reglerentwurf bilden im Zeitbereich die Eigenstrukturvorgabe, Linear Quadratic Regulator (LQR), Linear Quadratic Regulator mit Ausgangsvektorrückführung (LQRY), Linear Quadratic Gaussian (LQG) und Linear Quadratic Gaussian/Loop Transfer Recovery (LQG/LTR) sowie im Frequenzbereich das H_∞ -Verfahren und die μ -Synthese.

In *{Schönrock [51]}* wurde ein Vergleich zwischen klassischem und integralem Reglerentwurf am Beispiel der Seitenbewegung eines flexiblen Transportflugzeugs durchgeführt. Als ein wichtiges Ergebnis bleibt festzuhalten, dass es nur mit Hilfe der integralen Regelung möglich war, die Kopplung zwischen flugmechanischen Bewegungsformen (Rollbewegung) und aeroelastischen Eigenformen (Flügelschwingung, Triebwerkschwingung) auszunutzen und so z. B. die lateralen Schwingungen der äußeren Triebwerke zu reduzieren.

Sowohl in *{Schuler [52]}* als auch in *{Hanel [19]}* wurde zur Auslegung integraler Regler das H_∞ -Verfahren, wie z. B. in *{Doyle, Glover, Kahrhonekar, Francis [10]}* beschrieben, verwendet. Hierzu werden im Frequenzbereich ausgewählte Übertragungsfunktionen des geschlossenen Regelkreises vorgegebenen Gewichtungsfunktionen angepasst, um so ein bestimmtes Maß an Robustheit und Störgrößenunterdrückung zu erzielen.

In *{Florian [15]}* wird ein Reglerentwurf mit Hilfe eines Linear Quadratic Regulators mit Ausgangsvektorrückführung, basierend auf *{Moerder, Calise [38]}*, vorgestellt. Dabei wurden die Gewichtungsmatrizen Q und R über ein nichtlineares Optimierungsverfahren bestimmt, in dem die Steuerbarkeits- und Flugeigenschaftsanforderungen in der Kostenfunktion und die Komfortkriterien in den Nebenbedingungen enthalten sind. Der Vorteil des integrierten LQRY-Entwurfs liegt in der geringeren Anzahl an Optimierungsparametern. Es

müssen lediglich die Elemente der Diagonalmatrizen Q und R bestimmt werden, anstatt die gesamte Reglermatrix K . Dabei ist jedoch zu beachten, dass der LQRY-Entwurf einen stabilen Regelkreis als Startlösung verlangt. Da für einen allgemeinen Entwurf nicht vorausgesetzt werden kann, dass der offene Regelkreis stabil ist, muss zuerst über andere Verfahren eine stabilisierende Verstärkungsmatrix K gefunden werden.

7.3 Reglerentwurfskriterien

Die Güte von Flugreglern wird generell von Piloten beurteilt. Es handelt sich somit auch immer um eine subjektive Beurteilung, welche in *{Brockhaus [8]}* von folgenden Faktoren abhängig gemacht wird:

- Flugzeugtyp (Transportflugzeug, Militärjet)
- Flugaufgabe (Start, Reiseflug, Kunstflug)
- Umgebungsbedingungen (Vibrationen, Lärm)
- Schwierigkeitsgrad der Flugaufgabe (Landung bei schlechter Sicht, Triebwerksausfall)

In einem nächsten Schritt müssen zunächst die gewünschten Anforderungen an das Flugzeugverhalten definiert werden, an denen der spätere Reglerentwurf gemessen und bewertet werden kann. Hierbei ist zwischen den reinen Flugeigenschaftsanforderungen (*engl. flying qualities requirements*) und den Steuerungsanforderungen (*engl. handling qualities requirements*) zu unterscheiden *{Brockhaus [8]}*.

Flugeigenschaftsanforderungen beziehen sich im Wesentlichen auf Parameter der Starrkörperbewegungen. So werden für bestimmte Eigenformen wie Phygoide, Anstellwinkelschwingung oder Taumelschwingung Stabilitätskriterien in Form von Frequenz- und Dämpfungsbereichen vorgegeben. Die Steuerungsanforderung bewerten den Arbeitsaufwand, mit dem ein Pilot geforderte Flugmanöver mit einem Flugzeug mit bestimmten Flugeigenschaften durchführen kann. Als anschauliches Beispiel lässt sich hierzu der koordinierte Kurvenflug anführen. Zum einen hat der Regler die Aufgabe, dass das Flugzeug dem Rollkommando des Piloten für diesen intuitiv folgt, zum anderen müssen Roll- und Gierbewegung mit Hilfe des Reglers koordiniert werden, um die zusätzliche Arbeitsbelastung des Piloten zu minimieren. Ein weiteres Entwurfskriterium lässt sich aus der Entwicklung von Flugzeugfamilien ableiten. Neben der Ähnlichkeit des Cockpits und der Bedienelemente in allen Flugzeugen einer Familie sollen mittels entsprechender Flugregler auch die Flug- und Manövereigenschaften einander angeglichen werden, um so die Kosten für die Pilotenaus- und -fortbildung möglichst gering zu halten.

Um eine Klassifizierung der einzelnen Anforderungen vornehmen zu können, wurden z.B. in *{Cooper, Harper [9]}* Pilotenbeurteilungen in 3 Gütegrade (*engl. level 1-3*) unterteilt. Zusätzlich wurden in *{MIL-F-8785C [36]}* und *{MIL-STD-1797 [37]}* die Flugzeugtypen in 4 Klassen (*engl. class I-IV*) sowie die Flugabschnitte in 3 Kategorien (*engl. category A-C*)

aufgeteilt. Eine Zusammenfassung findet sich in *{Brockhaus [8]}* und *{Pamadi [40]}*. Die hier verwendeten integralen Modelle des flexiblen Transportflugzeuges im stationären Horizontalflug entsprechen somit

$$\begin{aligned} & \text{Flugzeugtyp: Klasse III} \\ & \text{Flugabschnitt: Kategorie B} \quad , \\ & \text{Gütegrad: 3} \end{aligned} \quad (7.1)$$

wobei ein Ziel des Reglerentwurfes sein muss, die Dynamik des Flugzeuges so zu verändern, dass es Gütegrad 1 entspricht.

7.3.1 Kriterien der Längsbewegung

Betrachtet man zunächst die Flugeigenschaftskriterien, so sind in *{MIL-F-8785C [36]}* für ein Flugzeug vom Gütegrad 1 die folgenden Dämpfungsbereiche

$$\begin{aligned} 0.04 & \leq \zeta_{PH} \\ 0.35 & \leq \zeta_{AS} \leq 1.3 \end{aligned} \quad (7.2)$$

für Phygoide und Anstellwinkelschwingung gegeben. Tab. 6.4 kann entnommen werden, dass lediglich die Dämpfung $\zeta_{PH} = 0.0206$ der Phygoide erhöht werden muss.

Als erster Anhaltspunkt für die Bewertung der Steuerbarkeitseigenschaften dient das Verhältnis aus Phygoiden- und Anstellwinkelschwingungsfrequenz. Dieses soll kleiner 0.1 sein, das heißt, je größer der Abstand der beiden Frequenzen, desto positiver wird das Steuerbarkeitsverhalten beurteilt. Tab. 6.4 kann ein zufriedenstellendes Verhältnis von

$$\frac{\omega_{PH}}{\omega_{AS}} = \frac{0.0402}{1.2041} = 0.03 < 0.1 \quad (7.3)$$

entnommen werden.

Die entgültige Bewertung der Steuerbarkeit des Flugzeuges wird am Folgeverhalten des von *{Tobie, Elliot, Malcom [58]}* eingeführten C^* -Kriteriums

$$C^* = f(n_z^{PS}, q) \quad (7.4)$$

ausgerichtet. Es handelt sich hierbei um eine Linearkombination des am Pilotensitz auftretenden Lastvielfachen n_z^{PS} und der auf die Erdbeschleunigung g bezogenen Nickrate q . Hintergrund ist die Tatsache, dass Piloten das Flugzeugverhalten sowohl nach dem Lastvielfachen als auch nach der Nickrate beurteilen. Wird mit hohen Geschwindigkeiten in großer Höhe geflogen sind keine räumlichen Orientierungsmöglichkeiten vorhanden.

Die ohnehin sehr kleinen Nickgeschwindigkeiten können zum einen vom Piloten visuell nicht erfasst werden, zum anderen ist der Beschleunigungsanteil aus

$$a_z^{cg} = -V_0 \dot{\gamma} \approx -V_0 q \quad (7.5)$$

in Gleichung (7.4) dominierend. Anders verhält es sich bei niedrigen Fluggeschwindigkeiten in geringer Höhe. Hier kann sich der Pilot in der Regel räumlich orientieren und so die Nickraten auch visuell erfassen um des Flugverhalten zu bewerten. Da gleichzeitig aber auch aufgrund der geringeren Fluggeschwindigkeit der Beschleunigungseinfluss der Nickrate abnimmt, wird diese mit einer konstanten mittleren Geschwindigkeit V_m gewichtet in Gleichung (7.4) erfasst. Um die elastischen Beschleunigungen \tilde{a}_z^{ps} aus der Folgeregelung für C^* zu eliminieren, wird die Näherung

$$C^* = \frac{1}{g}(-a_z^{cg} + x^{ps} \dot{q} + V_m q), \quad (7.6)$$

mit der Schwerpunktsbeschleunigung a_z^{cg} und dem Abstand x^{ps} des Pilotensitzes vom Schwerpunkt, verwendet. Diese so zusammengesetzte Ausgangsvariable soll im gesamten Flugbereich ein einheitliches Verhalten zeigen, insbesondere was Anstiegszeit und Überschwingen betrifft. In der Literatur werden lediglich die in Abb. 7.3 dargestellten Bereichsgrenzen \underline{C}^* und \overline{C}^* angegeben. Da die Vorgabe von Bereichsgrenzen in der Regleroptimierung jedoch zu unerwünschten Oszillationen im Antwortverhalten führen kann, wird angenommen, dass sich die optimale C^* -Antwort C_{opt}^* als Mittelwert der beiden Grenzverläufe ergibt.

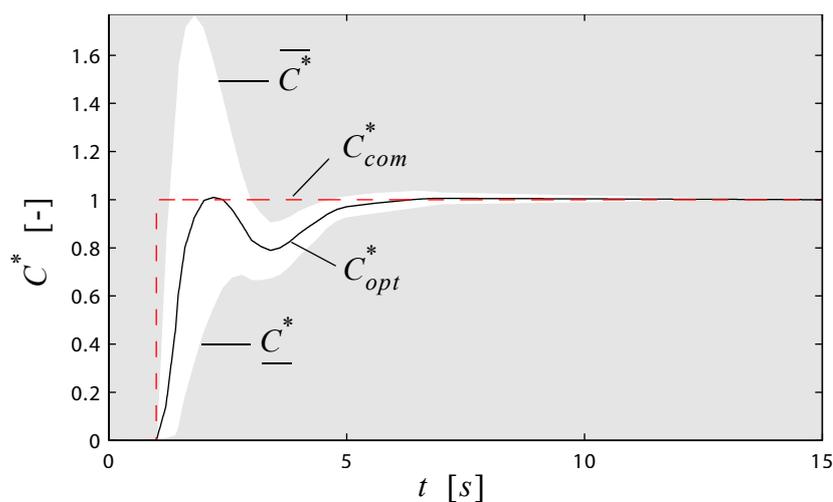


Abb. 7.3 C^* -Referenzverlauf (normiert)

7.3.2 Kriterien der Seitenbewegung

Die Flugeigenschaftskriterien sind in der Seitenbewegung über das Polpaar der Taumelschwingung sowie über die Zeitkonstanten der Roll- und Spiralbewegung bestimmt, welche für das unregelte Flugzeug Tab. 6.8 entnommen werden können. In $\{MIL-F-8785C [36]\}$ werden die Dämpfung und die Frequenz der Taumelschwingung eines Flugzeuges vom Gütegrad 1 mit

$$\zeta_{TS} \geq \max\{\zeta_{TS} \geq 0.08, \omega_{TS}\zeta_{TS} \geq 0.15\} \text{ und} \quad (7.7)$$

$$\omega_{TS} \geq 0.4 \quad (7.8)$$

charakterisiert. Die Rollzeitkonstante wird mit

$$T_R < 1.4s \quad (7.9)$$

angegeben. Eine weitere Möglichkeit zur Beschreibung der Rollbewegung besteht in der Vorgabe einer Zeit bis zum Erreichen eines Rollwinkels. Hier wird für moderne Transportflugzeuge ein Rollwinkel von $\phi = 30^\circ$ in 2s festgelegt, was einer durchschnittlichen Rollrate $p = 15^\circ/s$ entspricht. Für die Spiralbewegung wird lediglich ein stabiles und neutrales Verhalten verlangt.

Die Steuerbarkeitsanforderungen werden anhand eines koordinierten Kurvenflugs beurteilt. Hierzu wird per Sidestick eine konstante Rollrate kommandiert, der das Flugzeug im Sinne eines PT_1 -Verhaltens mit der Übertragungsfunktion im Frequenzbereich

$$G_p = \frac{1}{T_R s + 1} \text{ folgen soll.} \quad (7.10)$$

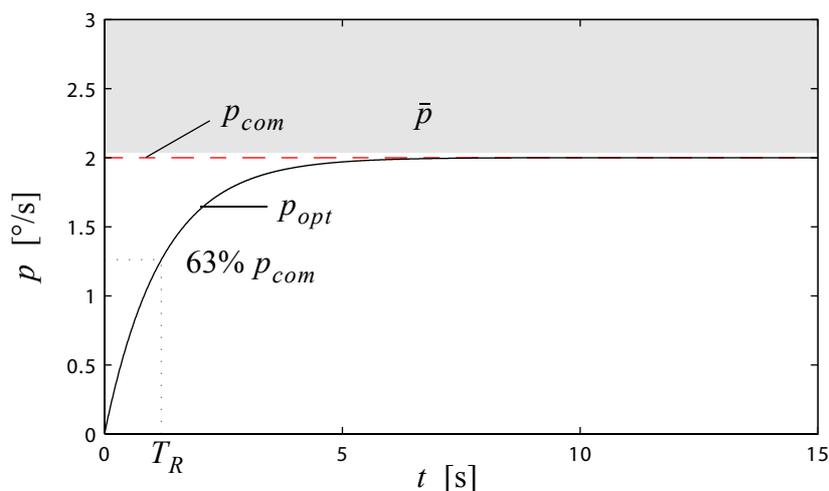


Abb. 7.4 Folgeverhalten der Rollbewegung

Dabei hat der Regler zusätzlich die Aufgabe, den Kurvenflug zu koordinieren, das heißt, im Wesentlichen die Querschleunigung a_y zu minimieren. In $\{MIL-STD-1797 [37]\}$ ist ein zulässiges Verhältnis aus Lastvielfachen und Rollrate von

$$\frac{n_{y \max}}{p_{\max}} < 0.012 \frac{g}{^\circ/s} \quad (7.11)$$

gegeben. Dies entspricht bei einer maximalen Rollrate $p = 15^\circ/s$ einer maximal zulässigen Querschleunigung von $a_{y \max} < 1.766 \text{ m/s}^2$.

7.3.3 Komfortkriterien

Es werden im Folgenden zuerst reine Flugregler für die Längs- und Seitenbewegung entworfen. Diese haben die Aufgabe, die gestellten Flugeigenschafts- und Steuerbarkeitsanforderungen optimal zu gewährleisten. Bei den anschließend durchgeführten Simulationen werden die elastischen Beschleunigungen aus Abb. 6.7 aufgezeichnet. Ziel des integralen Reglerentwurfs ist es dann, neben der Einhaltung der Starrkörperanforderung auch eine Komforterhöhung in Form einer Reduktion der auftretenden elastischen Beschleunigungen zu ermöglichen. Hierzu werden verschiedene Niveaus von 50%, 75% und schließlich 90% Vibrationsreduktion eingeführt.

7.4 Integraler Regler der Längsbewegung

7.4.1 Reglerarchitektur

Ausgehend von einer Auswahl von Messsignalen wurden zur Dämpfung der Phygoiden- und Anstellwinkelschwingung eine θ - und q -Rückführung verwendet. Wie in Kapitel 7.3.1 erläutert, soll das Flugzeug in der Längsbewegung einem C^* -Kommando C_{com}^* folgen. Hierzu wurde die in Abb. 7.5 dargestellte PI-Struktur eingeführt, um über die integrierte Regeldifferenz

$$\int \Delta C^* = \int (C_{com}^* - C^*) dt \quad (7.12)$$

eine stationäre Genauigkeit zu erzielen. Berücksichtigt man, dass ein stationäres C^* -Kommando nach Gleichung (7.6) einer von Null verschiedenen Nickrate $q \neq 0$ entspricht und somit auch $\theta \neq 0$ gilt, müssen niederfrequente Anteile aus den zurückgeführten Signalen über einen Hochpass herausgefiltert werden. Für die Pilotensignale wurde eine Eckfrequenz von $\omega_{HP} = 1 \text{ rad/s}$ festgelegt. Des Weiteren werden die elastischen Beschleunigungsmessungen zur Vibrationsreduktion eingesetzt.

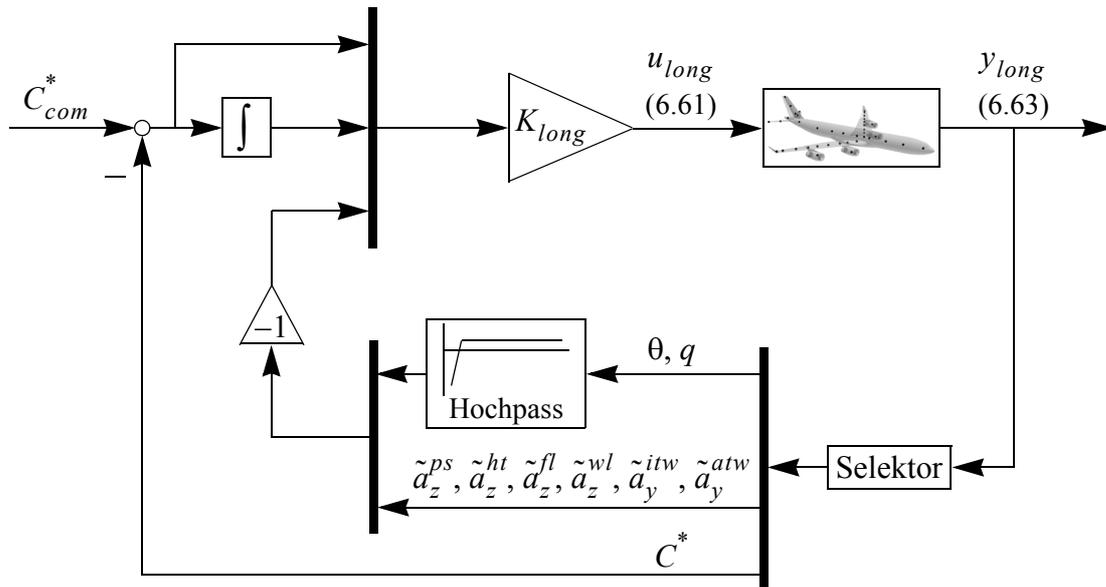


Abb. 7.5 Reglerarchitektur der Längsbewegung

Die Verstärkungsmatrix K_{long} des integralen Reglers ergibt sich zu

$$K_{long} = \begin{matrix} \xi_c^i \\ \xi_c^a \\ \eta_c \end{matrix} \begin{bmatrix} \Delta C^* & \int \Delta C^* & \theta_{HP} & q_{HP} & \tilde{a}_z^{ps} & \tilde{a}_z^{ht} & \tilde{a}_z^{fl} & \tilde{a}_z^{wl} & \tilde{a}_y^{itw} & \tilde{a}_y^{atw} \\ & & K_{starr} & & & & & & & K_{elast} \\ & & & & & & & & & \end{bmatrix} \quad (7.13)$$

und kann somit in zwei Bereiche aufgeteilt werden. Die Teilmatrix $K_{starr} : (3 \times 4)$ ermöglicht die gezielte Beeinflussung der Flugeigenschaftskriterien und der Steuerbarkeitsanforderung. Über die zweite Teilmatrix $K_{elast} : (3 \times 6)$ wird die Vibrationsreduktion und damit eine Komforterhöhung gewährleistet.

7.4.2 Entwurfsverfahren

In der vorliegenden Arbeit wird der Reglerentwurf, ähnlich wie in *{Florian [15]}*, anhand einer Optimierung von Kostenfunktionen durchgeführt. Aufgrund der in Kapitel 7.2 beschriebenen Nachteile wird die Verstärkungsmatrix K_{long} jedoch nicht mit Hilfe eines *LQRY*-Entwurfs bestimmt, sondern direkt der nichtlinearen Optimierung entnommen. Der daraus resultierende erhöhte Optimierungsaufwand wird unter Berücksichtigung gesteigerter Rechenleistung in Kauf genommen. Aus Gleichung (7.13) ist ersichtlich, dass dabei 30 Parameter optimiert werden müssen. Diese Anzahl lässt sich aufgrund flugmechanischer Überle-

gungen jedoch noch reduzieren, indem nur physikalisch sinnvolle Rückführungen betrachtet und die restlich Matrixelemente von vorneherein auf Null gesetzt werden. Als Algorithmus wurde ein am Institut für Flugmechanik und Flugregelung in Matlab implementiertes SLSQP-Verfahren verwendet.

Kostenfunktion

Als zu minimierende Kostenfunktion bzw. Zielfunktion des Optimierungsverfahrens dient im Fall der Längsbewegung das C^* -Messsignal im Ausgangsvektor (6.64). Dieses soll dem in Abb. 7.3 dargestellten optimalen Verlauf C_{opt}^* bestmöglich angenähert werden. Da der Korridor für den zulässigen C^* -Verlauf in Richtung Stationärwert immer enger wird, wurde eine zusätzlich Gewichtungsfunktion $W(t)$ eingeführt, die Abweichungen vom Optimalverlauf mit zunehmender Simulationszeit stärker bestraft. Die erweiterte Kostenfunktion

$$f_{long} = \frac{1}{T} \int_0^T |C_{opt}^*(t) - C^*(t)| W(t) dt \stackrel{!}{=} \text{Min} \quad (7.14)$$

ergibt sich somit aus dem auf die Simulationszeit T normierten zeitlichen Integral der gewichteten C^* -Abweichungen.

Nebenbedingungen

Mit Hilfe der Nebenbedingungen lässt sich das Konzept des integralen Reglerentwurfs realisieren. Hierzu können zum einen obere Schranken angegeben werden, die von den elastischen Beschleunigungen während der Optimierung der Kostenfunktion nicht zu überschreiten sind. Diese werden im Folgenden als elastische Nebenbedingungen bezeichnet. Zum anderen wurde ein Algorithmus entwickelt, mit dem die Polwanderung beim Schließen des Regelkreises beobachtet werden kann. Damit besteht die Möglichkeit, insbesondere die gewünschte Mindestdämpfung ausgewählter Eigenformen vorzugeben.

Des Weiteren kann gezielt Einfluss auf den Steueraufwand genommen werden, indem in Analogie zu den elastischen Beschleunigungen obere Schranken für die Ruderausschläge und deren Geschwindigkeiten angegeben werden. Für die Steuerflächen der Längsbewegung gelten die folgenden Werte.

innere Querruder:	$\xi_{max}^i = \pm 25^\circ$	$\dot{\xi}_{max}^i = 40^\circ/\text{s}$
äußere Querruder:	$\xi_{max}^a = \pm 25^\circ$	$\dot{\xi}_{max}^a = 40^\circ/\text{s}$
Höhenruder:	$\eta_{max} = \pm 15^\circ$	$\dot{\eta}_{max} = 30^\circ/\text{s}$

Tab. 7.1 Zulässige Ruderansteuerungen der Längsbewegung

7.4.3 Auswertung

Im Folgenden werden die Steuerbarkeitseigenschaften und Komfortkriterien für 4 verschiedene Reglerentwürfe ausgewertet. Hierzu wurde der geschlossene Regelkreis mit einem konstanten C^* -Kommando $C_{com}^* = 0.1587$ beaufschlagt, welches einer Änderung des Lastvielfachen von $\Delta n_z = 0.1$ entspricht. In einem ersten Entwurf wurde ein reiner PI-Regler generiert und die Kostenfunktion ohne das Setzen elastischer Nebenbedingungen optimiert. In der anschließenden Simulation wurden die Maximalwerte der elastischen Beschleunigungen aufgezeichnet.

Beschleunigungsmesser	Maximalwert
Pilotensitz	$ \tilde{a}_z^{ps} _{max} = 0.422 [m/s^2]$
Heck	$ \tilde{a}_z^{ht} _{max} = 0.263 [m/s^2]$
Flügelmitte	$ \tilde{a}_z^{fl} _{max} = 0.102 [m/s^2]$
Flügelspitze / Winglet	$ \tilde{a}_z^{wl} _{max} = 1.112 [m/s^2]$
innere Triebwerksgondel	$ \tilde{a}_y^{itw} _{max} = 0.047 [m/s^2]$
äußere Triebwerksgondel	$ \tilde{a}_y^{atw} _{max} = 0.265 [m/s^2]$

Tab. 7.2 Maximalwerte der elastischen Beschleunigungen der Längsbewegung

Danach wurden mit Hilfe des SLSQP-Verfahrens 3 integrale Regler entwickelt, die während der Optimierung der Kostenfunktion anhand der elastischen Nebenbedingungen die Beschleunigungen aus Tab. 7.2 um 50%, 75% und schließlich um 90% reduzieren sollten. Zusätzlich wurden in den Nebenbedingungen Dämpfungserhöhungen für die elastischen Polpaare aus Abb. 6.8 verankert. Für die Polpaare E_4^s und E_5^s der Triebwerkschwingungen sollte eine Dämpfungserhöhung von 20% erzielt werden. Die Dämpfung der Polpaare E_1^s , E_2^s , E_3^s und E_6^s sollte um 10% erhöht werden. Die Dämpfung des Polpaars E_7^s war möglichst nicht zu verändern, da es zum einen schon sehr gut gedämpft ist und zum anderen die Beeinflussung höherfrequenter elastischer Eigenformen, die nicht im Modell enthalten sind, vermieden werden sollte (*engl. spill over effects*).

In den folgenden Abbildungen sind die Ergebnisse der 4 Regler dargestellt. Die roten Kurven gehören zum reinen PI-Regler ohne Vibrationsreduktion, alle magentafarbenen Kurven zum integralen Regler mit einer 50%-igen Vibrationsreduktion, Kurven in blau zum Regler mit einer 75%-igen Vibrationsreduktion und die schwarzen Kurven zum Regler mit einer 90%-igen Vibrationsreduktion. In den Ergebnisauswertungen wird deshalb auch von den Begriffen **0%-Regler**, **50%-Regler**, **75%-Regler** und **90%-Regler** Gebrauch gemacht.

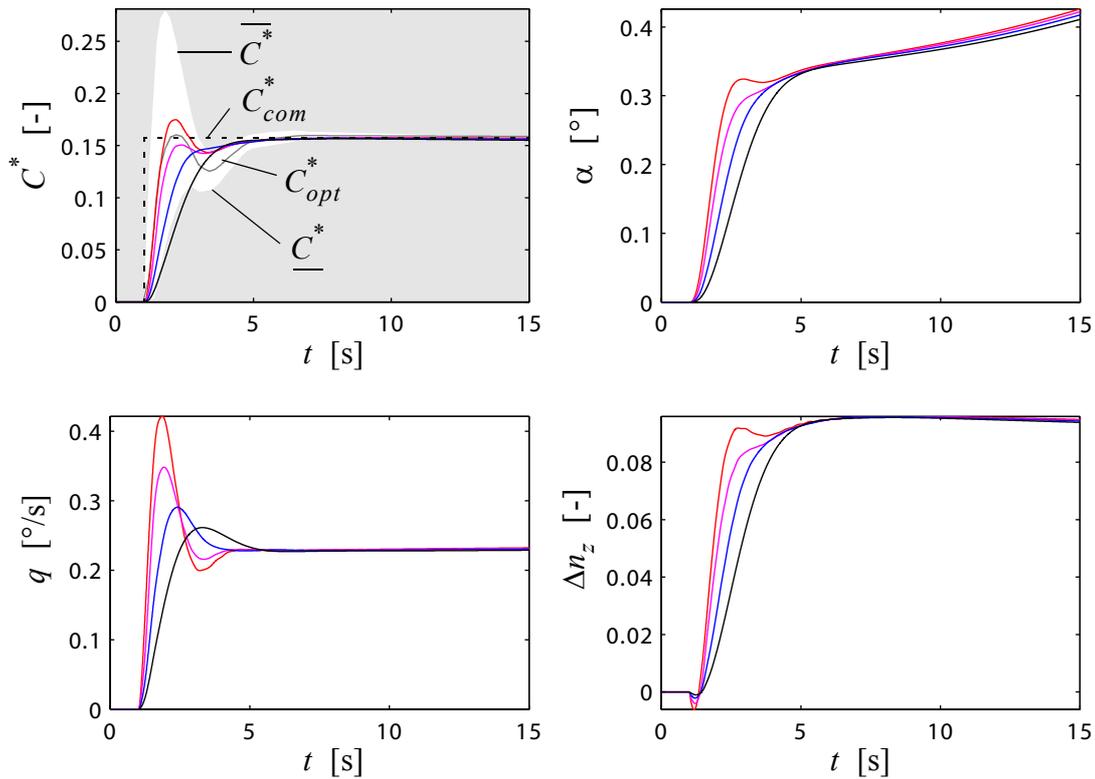


Abb. 7.6 Starrkörperparameter der Längsbewegung, Vibrationsreduktion (0%, 50%, 75%, 90%)

Betrachtet man das Steuerbarkeitskriterium C^* in Abb. 7.6, so kann man feststellen, dass sowohl der reine PI-Regler, als auch der 50%- und der 75%-Regler die Anforderungen erfüllen. Des Weiteren sind beim Regler mit 50% Vibrationsdämpfung, im Vergleich zum PI-Regler, noch keine signifikanten Einbußen bzgl. des optimalen C^* -Verlaufs festzustellen. Das Setzen der elastischen Nebenbedingungen zeigt sich am deutlichsten zu Beginn des C^* -Kommandos. Die Folgeregelung wird ausschließlich über den Höhenruderausschlag η gesteuert. Dieser erzeugt jedoch ebenfalls elastische Beschleunigungen im Heckbereich des Flugzeugs, welche auch nicht mit Hilfe der zusätzlichen symmetrischen Querruderausschläge minimiert werden können. Infolgedessen müssen zur 75%-igen und 90%-igen Vibrationsreduktion erhöhte Einbußen im C^* -Folgeverhalten in Kauf genommen werden. Maßgebliche Ursache hierfür ist der verlangsamte Aufbau der Nickrate q . Dies führt soweit, dass im Fall des 90%-Reglers die Schranke \underline{C}^* unterschritten wird und der Regler somit die flugmechanischen Anforderungen nicht mehr erfüllen kann. Der Verlauf im stationären C^* -Bereich ist jedoch für alle Regler gut und die Anforderungen bzgl. der stationären Genauigkeit zufriedenstellend.

In Abb. 7.7 sind die symmetrischen Ruderausschläge der vier Regler dargestellt. Als erstes bleibt festzuhalten, dass alle Maximalwerte aus Tab. 7.1 mit hohen Reserven eingehalten wurden. Anhand des Höhenruderausschlags η und dessen Geschwindigkeit $\dot{\eta}$ kann abgelesen werden, dass dieser ausschließlich zur Starrkörperregelung eingesetzt wurde. Des Weiteren können, ausgehend vom η -Verlauf, auch noch einmal die Einbußen im Nickratenanstieg und damit auch im C^* -Verlauf erklärt werden. Mit zunehmender Vibrationsreduktion ist es erforderlich, dass der Verlauf des Höhenruderausschlags weicher gestaltet wird, um so die elastischen Beschleunigungen im Heckbereich auf das geforderte Niveau zu minimieren.

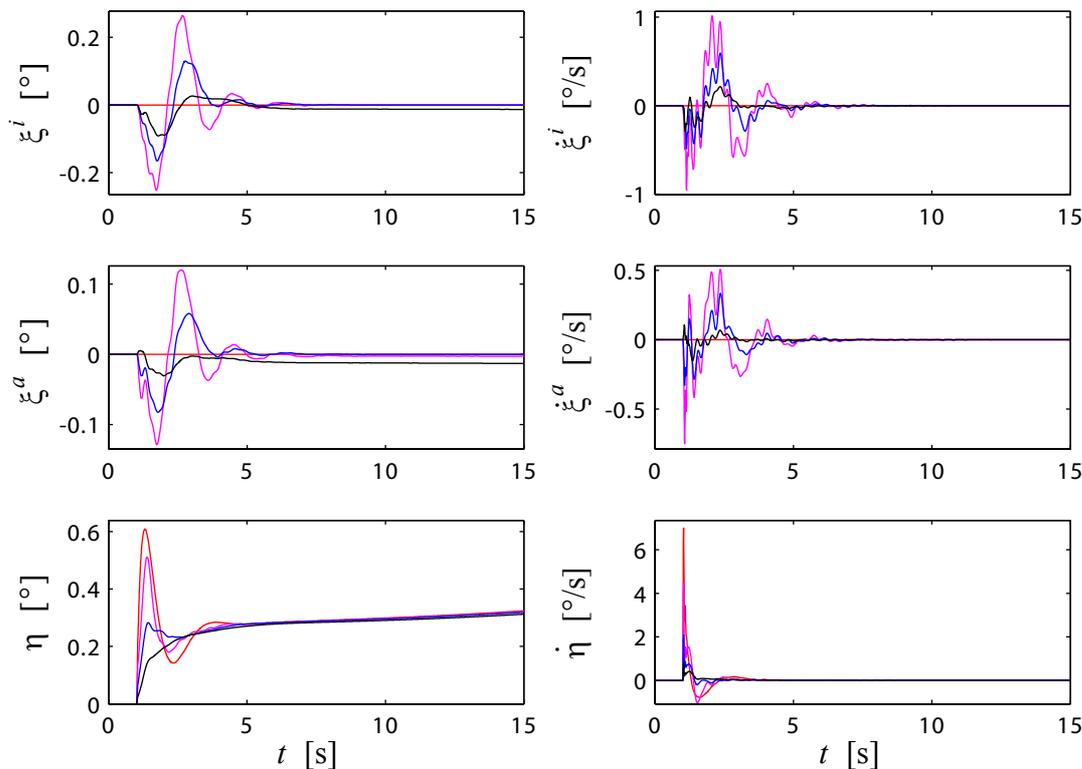


Abb. 7.7 Ruderausschläge der Längsbewegung, Vibrationsreduktion (0%, 50%, 75%, 90%)

Die Funktion der Vibrationsreduktion der integralen Regler ist in den Verläufen der Querruderausschläge und insbesondere an den höherfrequenten Anteilen in den Geschwindigkeitssignalen $\dot{\xi}^i$ und $\dot{\xi}^a$ zu erkennen. Des Weiteren ist zu beobachten, dass die Querruderaktivitäten mit zunehmender Vibrationsreduktion wieder abnehmen. Dies kann damit erklärt werden, dass die Querruder überwiegend zur Dämpfung der elastischen Beschleunigungen im Bereich der Flügel und Triebwerke verwendet werden. Die entscheidende Größe ist jedoch die Beschleunigung im Heckbereich, die nur über einen weichen Höhenruderausschlag minimiert werden kann. Aufgrund der daraus resultierenden weichen Starrkörperbewegung sind auch die elastischen Beschleunigungen in der übrigen Flugzeugstruktur geringer und damit ebenfalls die benötigte Steuerenergie der Querruder.

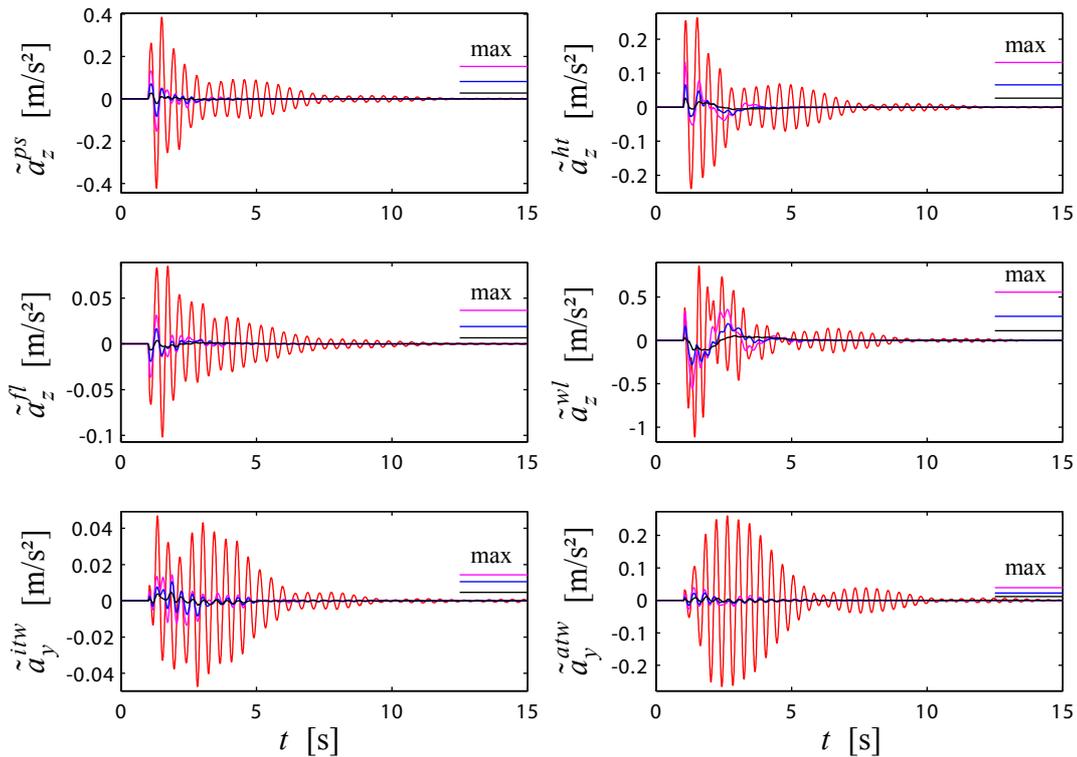


Abb. 7.8 Elastische Beschleunigungen der Längsbewegung, Vibrationsreduktion (0%, 50%, 75%, 90%)

In Abb. 7.8 und Tab. 7.3 sind die Ergebnisse der Vibrationsreduktionen dargestellt. Die roten Kurven repräsentieren die zu reduzierenden elastischen Beschleunigungen des reinen PI-Reglers. In den Abbildungen sind jeweils auf der rechten Seite nochmals die maximalen Beschleunigungen der integralen Regler graphisch dargestellt.

[m/s ²]	50%		75%		90%	
	Soll	Ist	Soll	Ist	Soll	Ist
$ \tilde{a}_z^{ps} _{max}$	0.211	0.153	0.106	0.082	0.042	0.028
$ \tilde{a}_z^{ht} _{max}$	0.132	0.132	0.066	0.066	0.026	0.026
$ \tilde{a}_z^{fl} _{max}$	0.051	0.037	0.026	0.019	0.010	0.006
$ \tilde{a}_z^{wl} _{max}$	0.556	0.556	0.278	0.278	0.111	0.111
$ \tilde{a}_y^{itw} _{max}$	0.024	0.014	0.012	0.011	0.005	0.005
$ \tilde{a}_y^{atw} _{max}$	0.133	0.039	0.066	0.023	0.027	0.012

Tab. 7.3 Auswertung der Vibrationsreduktion, Längsbewegung

Aus dem Verlauf der elastischen Beschleunigung \tilde{a}_z^{ht} am Flugzeugheck wird ersichtlich, dass die Maximalwerte bereits unmittelbar mit dem Ausschlag des Höhenruders auftreten und somit auch nicht durch überlagerte Höhenrudersignale reduziert werden können sondern nur durch eine weichere Starrkörperbewegung. Tab. 7.3 zeigt zudem, dass bei Gewährleistung eines bestimmten Vibrationsniveaus im Flugzeugheck auch automatisch das gleiche Niveau am Pilotensitz, inklusive einer Reserve von ca. 30%, erreicht wird.

Die zweite Zeile in Abb. 7.8 zeigt die elastischen Beschleunigungen \tilde{a}_z^{fl} und \tilde{a}_z^{wl} entlang des Flügels. Es fällt auf, dass die Beschleunigung in der Flügelmitte nur etwa einem Zehntel der Beschleunigung an der Flügelspitze entspricht, was auf eine verhältnismäßig geringe Steifigkeit der Flugzeugstruktur schließen lässt. Mit Hilfe der Querruder können die Vibrationen gut gedämpft werden. Zusätzlich lässt sich aus den Beschleunigungen an der Flügelspitze der Anteil der hochfrequenten Schwingungen deutlich reduzieren. Aus Tab. 7.3 geht wieder hervor, dass, wenn durch den Querrudereingriff das vorgeschriebene Vibrationsniveau an der Flügelspitze gewährleistet werden kann, die Vibrationen in der Flügelmitte eine Reserve von ca. 30% gegenüber den geforderten Grenzwerten aufweisen.

Die unteren beiden Darstellungen in Abb. 7.8 veranschaulichen die lateralen Beschleunigungen \tilde{a}_y^{itw} und \tilde{a}_y^{atw} an den inneren bzw. äußeren Triebwerksgondeln. Betrachtet man zunächst die roten Kurven des PI-Reglers, so fällt auf, dass zum einen die Maximalwerte der Beschleunigungen am inneren Triebwerk unmittelbar beim Einleiten des C^* -Kommandos auftreten, wohingegen sich das äußere Triebwerk erst aufschwingt. Zum anderen betragen die Maximalwerte am äußeren Triebwerk über das Fünffache der Werte am inneren Triebwerk. Besonders letzterer Sachverhalt kann eine stark unterschiedliche Abnutzung der Lager in den Triebwerken nach sich ziehen. Mit dem Einsatz der integralen Regler können die Beschleunigungsamplituden wie gewünscht reduziert werden. Mit zunehmender Vibrationsreduktion verringern sich die Reserven für die Beschleunigungen am inneren Triebwerk von 40% für den 50%-Regler über 10% beim 75%-Regler auf Null beim 90%-Regler. Die Reserven am äußeren Triebwerk sinken zwar auch, liegen aber immer deutlich über 50%. Des Weiteren kann das Verhältnis zwischen den Triebwerksbeschleunigungen von 5 auf 2 reduziert werden.

In Abb. 7.9 und Tab. 7.4 wird abschließend für die vier verschiedenen Regler die Polverschiebung bei der Schließung des Regelkreises aus Abb. 7.5 betrachtet. Der Einsatz des PI-Reglers hat fast ausschließlich einen Einfluss auf die Starrkörperpole. Dies ist daran zu erkennen, dass die roten Markierungen (x) für die elastischen Pole E_1^s bis E_7^s auf den Ausgangspunkten der anderen Polwanderungskurven liegen bzw. nahezu mit den Pollagen aus Abb. 6.8 übereinstimmen. Das Polpaar der Phygoidenschwingung (PH) wird mit Hilfe des PI-Reglers auf die reelle Achse verschoben und ist damit ideal gedämpft. Im Fall der integralen Regler wandert einer der Pole ebenfalls auf die reelle Achse, der zweite bildet mit dem Pol des Hochpassfilters ein neues Polpaar, welches aber stets eine Dämpfung von $\zeta > 0.97$ aufweist und damit mehr als ausreichend gedämpft ist.

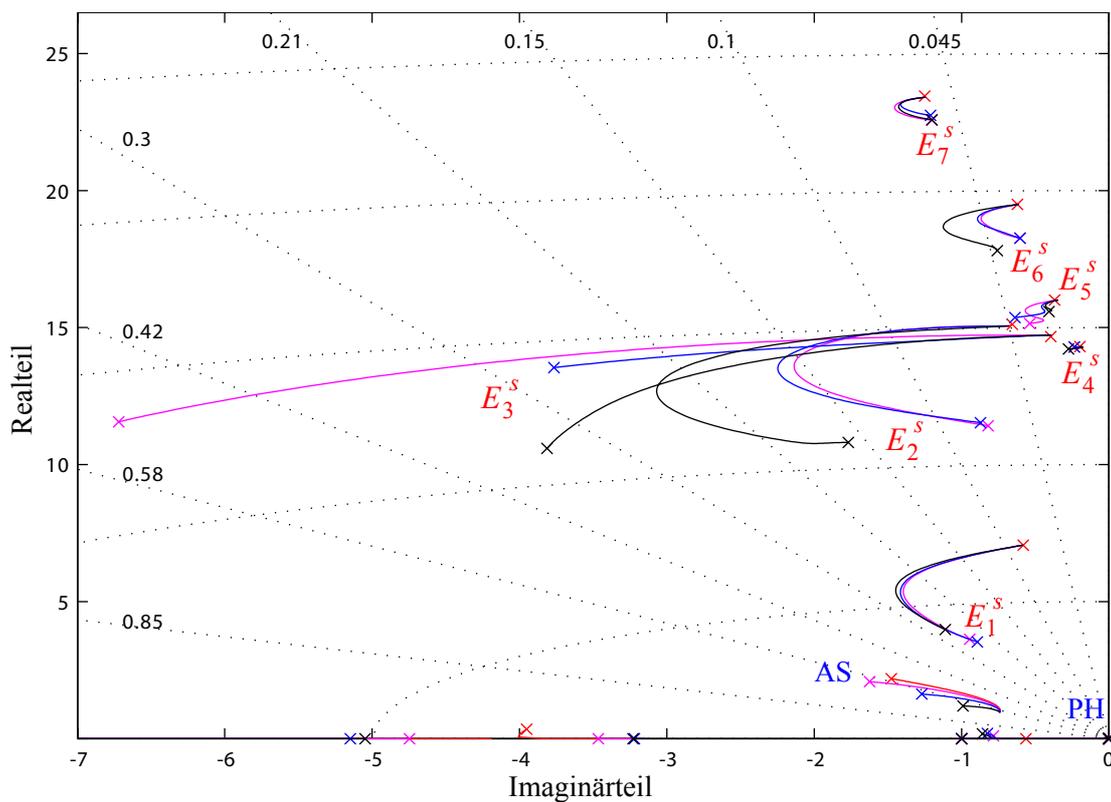


Abb. 7.9 Polverschiebung der Längsbewegung, Vibrationsreduktion (0%, 50%, 75%, 90%)

	PI (0%)		50%		75%		90%	
	ω	ζ	ω	ζ	ω	ζ	ω	ζ
PH	0.002	1	0.002	1	0.003	1	0.003	1
	0.564	1	0.791	0.992	0.845	0.975	0.876	0.980
AS	2.64	0.559	2.64	0.616	2.06	0.616	1.55	0.639
E_1^s	7.09	0.082	3.74	0.252	3.64	0.245	4.13	0.269
E_2^s	15.1	0.0434	11.4	0.0717	11.6	0.0754	11.0	0.161
E_3^s	14.7	0.0269	13.4	0.503	14.1	0.268	11.3	0.339
E_4^s	14.3	0.0137	14.3	0.0165	14.3	0.0165	14.2	0.0193
E_5^s	16.0	0.0230	15.2	0.0354	15.4	0.0415	15.6	0.0260
E_6^s	19.5	0.0318	18.3	0.0330	18.3	0.0330	17.8	0.0425
E_7^s	23.5	0.0532	22.6	0.0531	22.8	0.0531	22.6	0.0531

Tab. 7.4 Pole der geregelten Längsbewegung, Vibrationsreduktion (0%, 50%, 75%, 90%)

Die Frequenz der Anstellwinkelschwingung (AS) wird mit allen vier Reglern erhöht. Mit dem PI-Regler wird die Dämpfung zwar um 10% reduziert, liegt aber immer noch im geforderten Bereich (7.2). Die Dämpfungsreduktion kann mit dem q -Verlauf aus Abb. 7.6, der zur Minimierung der Kostenfunktion (7.14) notwendig ist, erklärt werden. Da die Zustandsvariable q im Wesentlichen in der Anstellwinkelschwingung zu beobachten ist, schlägt sich der geforderte Überschwinger zu Beginn des C^* -Kommandos negativ auf deren Dämpfung aus. Kann bei den integralen Reglern die Kostenfunktion unter Berücksichtigung der elastischen Nebenbedingungen nur noch mit einem flacheren Nickratenverlauf optimiert werden, ist somit auch eine höhere Dämpfung der Anstellwinkelschwingung möglich.

Wie Tab. 7.4 zu entnehmen ist, konnte die Dämpfung der kritischen Triebwerkseigenformen E_4^s und E_5^s um die geforderten 20% erhöht werden. Eine größere Polverschiebung in Richtung höhere Dämpfung kann mit den üblichen Steuerklappen auch nicht erwartet werden, da diese einfach zu weit von den Triebwerken entfernt sind. Des Weiteren wirken die Luftkräfte der Querruder vornehmlich in z -Richtung und können somit laterale Beschleunigungen in y -Richtung nur indirekt über die Flügelstruktur oder über die Kopplung mit der Rumpfschwingung minimieren bzw. dämpfen. In *{Ahlers [1]}* wurde der Einsatz zusätzlicher Steuerflächen in den Triebwerkspylonen und Winglets untersucht und so die Triebwerksschwingungen noch stärker beeinflusst.

Einen wesentlichen Einfluss haben die integralen Regler auf die Polpaare der zweiten vertikalen Flügelbiegung E_2^s und der ersten vertikalen Rumpfbiegung E_3^s . Für letztere konnte die Dämpfung mit dem 50%-Regler auf das 19-fache erhöht werden, was über die zuvor besprochene Kopplung mit den Triebwerksschwingungen auch diesen zu Gute kommt. Die Frequenz der ersten Flügelbiegung E_1^s konnte nahezu halbiert und zudem die Dämpfung verdreifacht werden.

Die Dämpfung der longitudinalen Flügelbiegung E_6^s wurde mit dem 50%- und 75%-Regler um 5% erhöht. Erst mit dem 90%-Regler konnten die geforderten 10% Dämpfungserhöhung erreicht werden. Die Frequenz der elastischen Eigenform wurde mit allen drei integralen Reglern leicht abgesenkt.

Betrachtet man noch das Polpaar E_7^s , welches zur vertikalen Schwingung der inneren Triebwerke gehört, so wurde die Dämpfung, wie gefordert, nicht verändert und auch die Frequenz nur minimal abgesenkt.

7.5 Integraler Regler der Seitenbewegung

7.5.1 Reglerarchitektur

Wie in Kapitel 7.3.2 erläutert, soll das Flugzeug in der Seitenbewegung einem Rollkommando p_{com} folgen. Hierzu wurde die in Abb. 7.10 dargestellte PI-Struktur eingeführt, um über die integrierte Regeldifferenz

$$\int \Delta p = \int (p_{com} - p) dt \quad (7.15)$$

eine stationäre Genauigkeit zu erzielen.

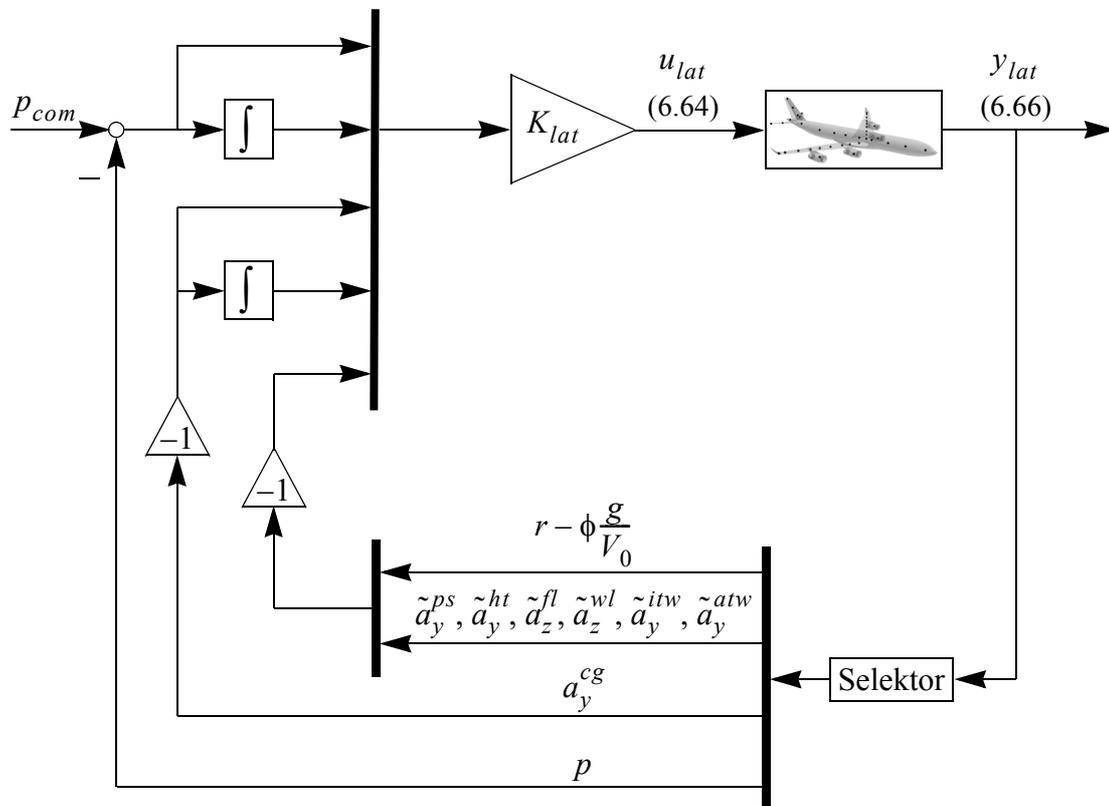


Abb. 7.10 Reglerarchitektur der Seitenbewegung

Der Kurvenflug sollte zudem koordiniert durchgeführt, die laterale Beschleunigung a_y^{cg} im Schwerpunkt damit zu Null geregelt werden. Wie in $\{Hanel [19]\}$ gezeigt, kann im linearisierten Fall die Beziehung

$$\phi = \frac{V_0}{g}(\beta - r) \quad (7.16)$$

zwischen dem Rollwinkel ϕ , der Fluggeschwindigkeit V_0 , dem Schiebewinkelderivativ $\dot{\beta}$ und der Gierrate r hergeleitet werden. Für den koordinierten Kurvenflug mit $\dot{\beta} = 0$ kann somit eine koordinierte Gierrate

$$r_{koordiniert} = r - \frac{\phi g}{V_0} \stackrel{!}{=} 0 \quad (7.17)$$

generiert werden, um die Taumelschwingung zu dämpfen. Um den Passagierkomfort zusätzlich zu erhöhen, wurde ebenfalls die Schwerpunktsbeschleunigung a_y^{cg} und deren Integral $\int a_y^{cg}$ zurückgeführt. Des Weiteren werden die elastischen Beschleunigungsmessungen zur Vibrationsreduktion eingesetzt. Die Verstärkungsmatrix K_{lat} des integralen Reglers ergibt sich zu

$$K_{lat} = \begin{matrix} \xi_c^i \\ \xi_c^a \\ \zeta_c \end{matrix} \left[\begin{array}{cccccc} \Delta p, \int \Delta p, \Delta a_y^{cg}, \int \Delta a_y^{cg}, r - \frac{\phi g}{V_0}, \tilde{a}_y^{ps}, \tilde{a}_y^{ht}, \tilde{a}_z^{fl}, \tilde{a}_z^{wl}, \tilde{a}_y^{itw}, \tilde{a}_y^{atw} & & & & & \\ & K_{starr} & & & & \\ & & & & & K_{elast} \\ & & & & & \end{array} \right] \quad (7.18)$$

und kann somit in zwei Bereiche aufgeteilt werden. Die Teilmatrix $K_{starr} : (3 \times 5)$ ermöglicht die gezielte Beeinflussung der Flugeigenschaftskriterien und der Steuerbarkeitsanforderung. Über die zweite Teilmatrix $K_{elast} : (3 \times 6)$ wird die Vibrationsreduktion und damit eine Komforterhöhung gewährleistet.

7.5.2 Entwurfsverfahren

Analog zu Kapitel 7.4.2 kommt auch zum Entwurf des Reglers für die Seitenbewegung eine nichtlineare Optimierung zum Einsatz. Auch hier kann der Optimierungsaufwand durch die Eliminierung physikalisch unsinniger Rückführungen minimiert werden. Im konkreten Fall werden die Matrixelemente

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots & K_{\xi^i \leftarrow \Delta a_y^{cg}} & K_{\xi^i \leftarrow \int \Delta a_y^{cg}} & K_{\xi^i \leftarrow r_{koordiniert}} \\ K_{\xi^a \leftarrow \Delta p} & K_{\xi^a \leftarrow \int \Delta p} & K_{\xi^a \leftarrow \Delta a_y^{cg}} & K_{\xi^a \leftarrow \Delta a_y^{cg}} & K_{\xi^a \leftarrow r_{koordiniert}} \\ K_{\zeta \leftarrow \Delta p} & K_{\zeta \leftarrow \int \Delta p} & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} = 0 \quad (7.19)$$

aus dem Starrkörperanteil K_{starr} der Verstärkungsmatrix (7.18) zu Null gesetzt. Aus Gleichung (7.19) ist ersichtlich, dass zur Koordination der Starrkörperbewegungen lediglich die inneren Querruder ξ^i und das Seitenruder ζ verwendet werden. Als numerisches Verfahren für den Reglerentwurf wurde wieder das am Institut für Flugmechanik und Flugregelung in Matlab implementierte SLSQP-Verfahren verwendet.

Kostenfunktion

Im Fall der Seitenbewegung handelt es sich bei der Kostenfunktion

$$f_{lat} = \frac{1}{T} \int \left(\begin{bmatrix} w_p(t) & w_{a_y^{cg}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |p_{opt}(t) - p(t)| \\ |a_y^{cg}| \end{bmatrix} \right) dt \stackrel{!}{=} \text{Min} \quad (7.20)$$

um eine Kombination aus zwei Qualitätskriterien. Zum einen wird über $|p_{opt}(t) - p(t)|$ das Folgeverhalten bzgl. der optimalen Rollrate und zum anderen über $|a_y^{cg}|$ der Passagierkomfort bewertet. Über die Funktionen $w_p(t)$ und $w_{a_y^{cg}}$ kann sowohl eine Gewichtung bzgl. der Zeit als auch der Kostenkriterien untereinander vorgenommen werden.

Nebenbedingungen

An dieser Stelle soll nur auf den entsprechenden Abschnitt in Kapitel 7.4.2 verwiesen werden. Analog lassen sich auch hier entsprechende elastische Nebenbedingungen bzgl. maximaler Vibrationsbeschleunigungen bzw. minimaler Dämpfung elastischer Struktureigenformen definieren. Der maximale Steueraufwand wird durch folgende obere Schranken für die Ruderausschläge und deren Geschwindigkeiten beschrieben.

innere Querruder:	$\xi_{max}^i = \pm 25^\circ$	$\dot{\xi}_{max}^i = 40^\circ/\text{s}$
äußere Querruder:	$\xi_{max}^a = \pm 25^\circ$	$\dot{\xi}_{max}^a = 40^\circ/\text{s}$
Seitenruder:	$\zeta_{max} = \pm 15^\circ$	$\dot{\zeta}_{max} = 20^\circ/\text{s}$

Tab. 7.5 Maximale Steuerausschläge der Seitenbewegung

7.5.3 Auswertung

Im Folgenden werden die Steuerbarkeitseigenschaften und Komfortkriterien für 4 verschiedene Reglerentwürfe ausgewertet. Hierzu wurde der geschlossene Regelkreis mit einem konstanten Rollkommando $p_{com} = 2^\circ/s$ beaufschlagt. In einem ersten Entwurf wurden ein reiner PI-Regler generiert und die Kostenfunktion (7.20) ohne das Setzen elastischer Nebenbedingungen optimiert. In der anschließenden Simulation wurden die Maximalwerte der elastischen Beschleunigungen aufgezeichnet.

Beschleunigungsmesser	Maximalwert
Pilotensitz	$ \tilde{a}_y^{ps} _{max} = 0.335 [m/s^2]$
Heck	$ \tilde{a}_y^{hl} _{max} = 0.274 [m/s^2]$
Flügelmitte	$ \tilde{a}_z^{fl} _{max} = 0.205 [m/s^2]$
Flügelspitze / Winglet	$ \tilde{a}_z^{wl} _{max} = 2.672 [m/s^2]$
innere Triebwerksgondel	$ \tilde{a}_y^{itw} _{max} = 0.181 [m/s^2]$
äußere Triebwerksgondel	$ \tilde{a}_y^{atw} _{max} = 0.286 [m/s^2]$

Tab. 7.6 Maximalwerte der elastischen Beschleunigungen der Seitenbewegung

Danach wurden mit Hilfe des SLSQP-Verfahrens 3 integrale Regler entwickelt, die während der Optimierung der Kostenfunktion anhand der elastischen Nebenbedingungen die Beschleunigungen aus Tab. 7.6 um 50%, 75% und schließlich um 90% reduzieren sollten. Zusätzlich wurden in den Nebenbedingungen Dämpfungserhöhungen für die elastischen Polpaare aus Abb. 6.9 verankert. Für die Polpaare E_4^{as} und E_5^{as} der Triebwerkschwingungen sollte eine Dämpfungserhöhung von 20% erzielt werden. Die Dämpfung des Polpaars E_2^{as} sollte um 10% gesteigert werden. Die bereits gute Dämpfung der Polpaare E_1^{as} und E_3^{as} war um 5% zu erhöhen. Die beiden Polpaare E_6^{as} und E_7^{as} sollten in ihrer Dämpfung bzw. Frequenz möglichst nicht verändert werden, um eine Beeinflussung höherfrequenter elastischer Eigenformen, die nicht im Modell enthalten sind, zu vermeiden (*engl. spill over effects*). Das Polpaar E_6^{as} ist zudem bereits sehr gut gedämpft.

Analog zur Längsbewegung gehören in den folgenden Abbildungen die roten Kurven zum reinen PI-Regler ohne Vibrationsreduktion, alle magentafarbenen Kurven zum integrale Regler mit einer 50%-igen Vibrationsreduktion (**50%-Regler**), Kurven in blau zum Regler mit einer 75%-igen Vibrationsreduktion (**75%-Regler**) und die schwarzen Kurven zum Regler mit einer 90%-igen Vibrationsreduktion (**90%-Regler**).

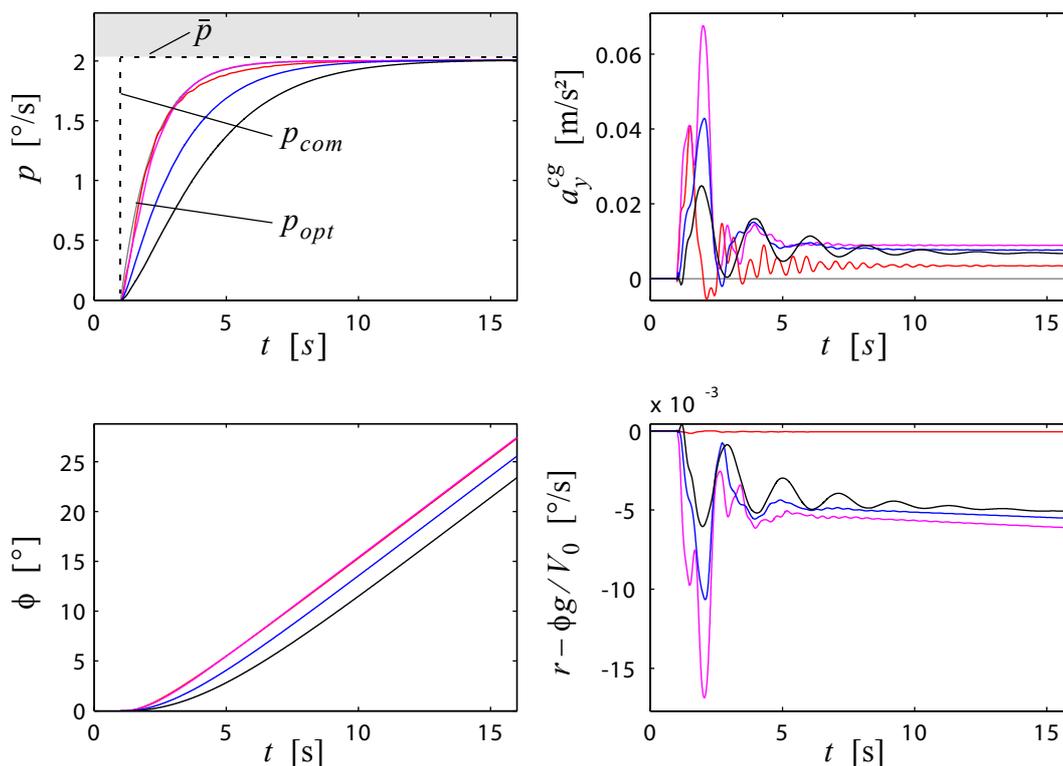


Abb. 7.11 Starrkörperparameter der Seitenbewegung, Vibrationsreduktion (0%, 50%, 75%, 90%)

Betrachtet man das Steuerbarkeitskriterium p in Abb. 7.11, so kann man feststellen, dass sowohl der reine PI-Regler, als auch der 50%-Regler die Anforderungen erfüllen. Bei beiden Reglern sind keinerlei Abweichungen zum optimalen Verlauf p_{opt} festzustellen. Der integrale Regler mit 50% Vibrationsdämpfung kann die gesetzten Nebenbedingung durch die Zuhilfenahme der äußeren Querruder und höherfrequenter Anteile im Seitenrudersignal nahezu vollständig erfüllen. In Tab. 7.7 sind lediglich geringe Überschreitungen der oberen Schranken für die elastischen Beschleunigungen zu verzeichnen. Der 75%- und 90%-Regler zeigen dagegen Einbußen bzgl. der Rollbewegung. Um die elastischen Nebenbedingungen zu erfüllen, muss eine weichere Rollbewegung eingeleitet werden und das Flugzeug kann somit nicht mehr so schnell der kommandierten Rollrate folgen. Das Setzen der elastischen Nebenbedingungen kann ebenfalls in der lateralen Schwerpunktsbeschleunigung a_y^{cg} und in der koordinierten Gierrate $r - \phi g / V_0$ beobachtet werden. Muss keine Rücksicht auf die elastischen Beschleunigungen, insbesondere am Flugzeugheck und in den Flügelspitzen, genommen werden, kann das Seitenruder ζ gezielt eingesetzt werden, um diese Größen möglichst schnell zu minimieren. Durch das Setzen der elastischen Nebenbedingungen muss der Einsatz des Seitenruders gedrosselt werden, was wiederum zu etwas höheren lateralen Schwerpunktsbeschleunigungen und koordinierten Gierraten bei der Einleitung des Rollmanövers führt. Die Maximalwerte liegen aber immer noch weit unterhalb der zulässigen Grenzwerte (7.11). Der Verlauf im stationären p -Bereich ist für alle Regler sehr gut und die Anforderungen bzgl. der stationären Genauigkeit sind erfüllt.

In Abb. 7.12 sind die asymmetrischen Ruderausschläge der vier Regler dargestellt. Als erstes bleibt festzuhalten, dass alle Maximalwerte aus Tab. 7.5 mit hohen Reserven eingehalten wurden. Anhand der asymmetrischen Ausschläge der inneren Querruder ξ^i und deren Geschwindigkeiten $\dot{\xi}^i$ kann abgelesen werden, dass diese, im Fall der integralen Regler, sowohl zur Starrkörperkoordination als auch zur Vibrationsdämpfung eingesetzt werden. Des Weiteren können hier noch einmal die Einbußen im Rollratenanstieg erklärt werden. Mit zunehmender Vibrationsreduktion ist es erforderlich, dass der Verlauf der Querruderausschläge weicher gestaltet wird, um so die elastischen Beschleunigungen, insbesondere in den Flügelspitzen und im Heckbereich, auf das geforderte Niveau zu minimieren. Denn erstere können auch nicht mehr durch die gegenläufigen Ausschläge der äußeren Querruder ξ^a genügend reduziert werden.

Das Seitenruder ζ wird ebenfalls sowohl zur Kurvenkoordination als auch, wie an den höherfrequenten Anteilen der Geschwindigkeitssignale $\dot{\zeta}$ zu erkennen ist, zur Vibrationsreduktion eingesetzt.

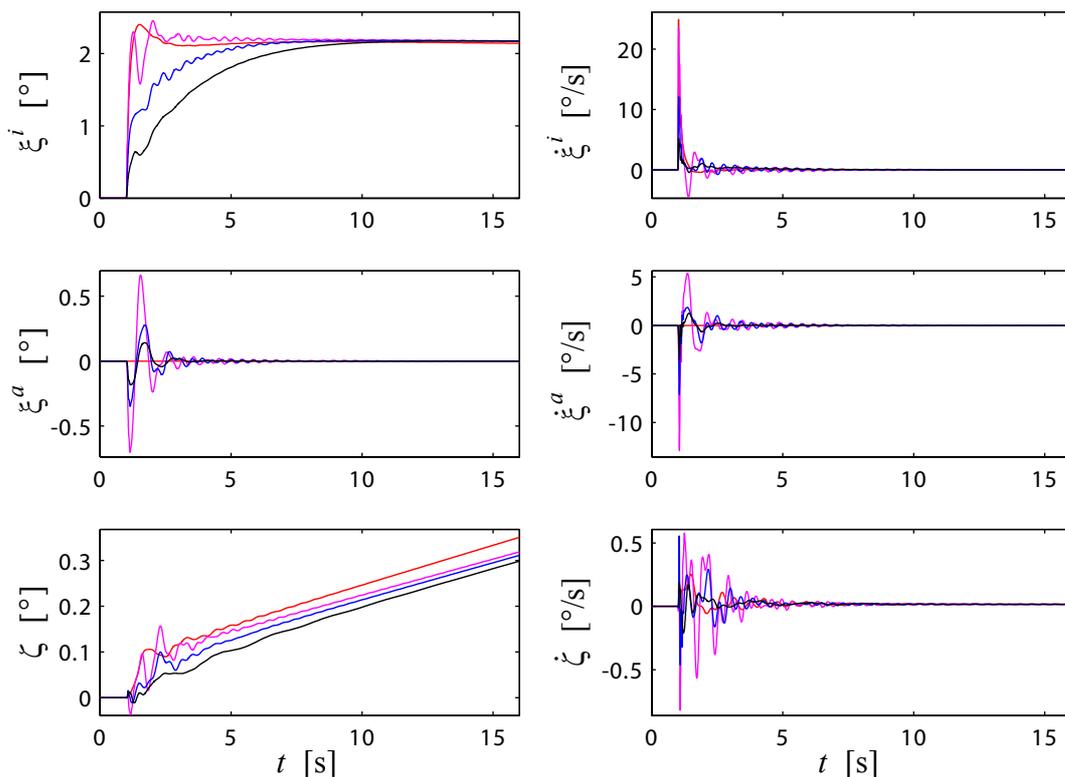


Abb. 7.12 Ruderausschläge der Seitenbewegung, Vibrationsreduktion (0%, 50%, 75%, 90%)

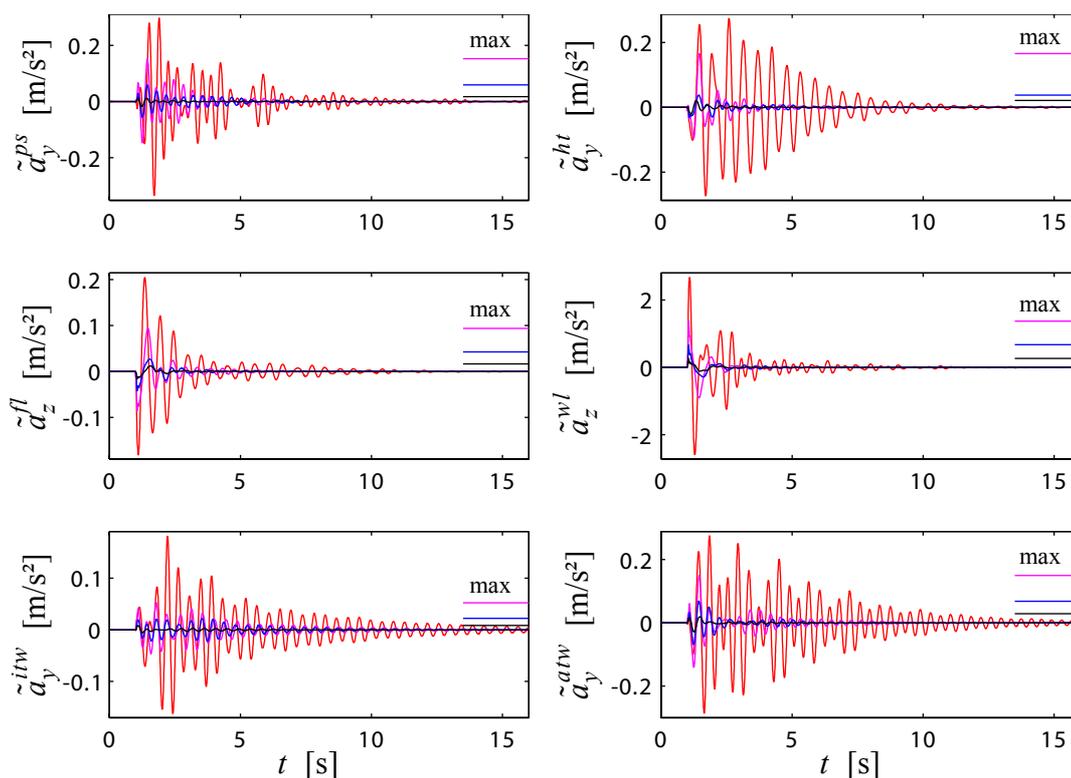


Abb. 7.13 Elastische Beschleunigungen der Seitenbewegung, Vibrationsreduktion (0%, 50%, 75%, 90%)

In Abb. 7.13 sind die Ergebnisse der Vibrationsreduktionen dargestellt. Die roten Kurven repräsentieren die zu reduzierenden elastischen Beschleunigungen des reinen PI-Reglers. In den Abbildungen sind jeweils auf der rechten Seite nochmals die maximalen Beschleunigungen der integralen Regler graphisch dargestellt.

Die Rollbewegung wird über einen asymmetrischen Ausschlag der inneren Querruder eingeleitet. Hieraus resultiert, dass die maximalen elastischen Beschleunigungen in der Flügelstruktur auch unmittelbar nach dem Einleiten des Rollmanövers auftreten. Betrachtet man die roten Kurven in der zweiten Zeile aus Abb. 7.13, so erkennt man, dass beim Einleiten der Rechtskurve ($p > 0$) der Messpunkt in der Mitte des rechten Flügels eine negative elastische Beschleunigung ($\tilde{a}_z^{fl} < 0$) erfährt. Der Messpunkt an der rechten Flügelspitze erfährt erwartungsgemäß eine positive elastische Beschleunigung ($\tilde{a}_z^{wl} > 0$). Diese gegensätzlichen Vorzeichen in den beiden elastischen Beschleunigungen deuten auf die Dominanz der ersten asymmetrischen Flügelbiegung hin, welche in der Mitte eines Flügels einen Schwingungsbauch ausbildet.

Im Gegensatz zur Auswertung der Längsbewegung zeigen die Schwingungen in der Rumpfstruktur und den Triebwerken ihre maximalen Amplituden erst nach einer kurzen Ein-

schwingphase. Die Ähnlichkeiten in den jeweiligen Kurven des PI-Reglers weisen noch einmal auf eine Kopplung zwischen Rumpf- und Triebwerksschwingungen hin.

[m/s ²]	50%		75%		90%	
	Soll	Ist	Soll	Ist	Soll	Ist
$ \tilde{a}_y^{ps} _{max}$	0.167	0.153	0.084	0.059	0.033	0.018
$ \tilde{a}_y^{ht} _{max}$	0.137	0.166	0.069	0.038	0.027	0.021
$ \tilde{a}_z^{fl} _{max}$	0.102	0.094	0.051	0.042	0.020	0.016
$ \tilde{a}_z^{wl} _{max}$	1.336	1.375	0.668	0.668	0.267	0.267
$ \tilde{a}_y^{itw} _{max}$	0.091	0.052	0.045	0.022	0.018	0.009
$ \tilde{a}_y^{atw} _{max}$	0.143	0.149	0.071	0.068	0.029	0.029

Tab. 7.7 Auswertung der Vibrationsreduktion, Seitenbewegung

Anhand Tab. 7.7 kann auch der Konflikt zwischen flugmechanischem Steuerbarkeitskriterium und aeroelastischen Komfortkriterien erneut veranschaulicht werden. Dieser resultiert aus numerischer Sicht betrachtet, in einem Skalierungsproblem innerhalb des SLSQP-Verfahrens. Das Optimierungsverfahren versucht die Kostenfunktion (7.20) bestmöglich zu minimieren. Treten dabei minimale Verletzungen der elastischen Nebenbedingungen auf, ist es eine Frage der Skalierung, ob das Verfahren weiterhin auf die Minimierung der Kostenfunktion oder das Einhalten der Nebenbedingungen hinarbeitet. Mathematisch gesehen wird jedoch immer dasselbe Problem gelöst. Im Fall des integralen Reglers mit einer 50%igen Vibrationsreduktion wurde die Skalierung so gewählt, dass das Verfahren auf eine Minimierung der Kostenfunktion ausgelegt war, auch wenn die elastischen Nebenbedingungen leicht verletzt wurden. Hierdurch kam es im Heckbereich des Flugzeugs infolge des Seitenrudereinsatzes zu einer 20%igen Vibrationsüberschreitung.

Die Skalierungen für den 75%- und 90%-Regler wurden so gewählt, dass sie eine Verletzung der Nebenbedingungen stärker erfassten bzw. bestrafte und das Optimierungsverfahren zum Einhalten dieser veranlassten. Des Weiteren mussten die Startlösungen für die Optimierungen so gewählt werden, dass diese bereits die Nebenbedingungen erfüllten, auch wenn dies sich nachteilig auf die initiale Kostenfunktion auswirkt. Die hieraus resultierenden weicheren Rollmanöver, verbunden mit einer erhöhten Kostenfunktion, gewährleisteten das Einhalten der oberen Schranken der elastischen Vibrationen.

In Abb. 7.14 und Tab. 7.8 wird abschließend für die vier verschiedenen Regler die Polverschiebung bei der Schließung des Regelkreises aus Abb. 7.10 betrachtet. Der Einsatz des PI-Reglers hat einen überwiegenden Einfluss auf die Starrkörperpole. Dies ist daran zu erken-

nen, dass die roten Markierungen (x) für die elastischen Pole E_1^s bis E_7^s auf den Ausgangspunkten der anderen Polwanderungskurven liegen bzw. nahezu mit den Pollagen aus Abb. 6.9 übereinstimmen. Der Pol der Rollbewegung (RB) wird mit Hilfe des reinen PI-Reglers am weitesten nach links verschoben. Auch mit dem 50%-Regler wird noch eine Rollkonstante $T_R < 1$, entsprechend Forderung (7.9) erzielt. Im Fall des 75%-Reglers fallen die Pole der Rollbewegung und der Spiralbewegung (SB) zusammen und können die Steuerbarkeitsanforderungen, wie schon in Abb. 7.11 festgestellt, nicht mehr erfüllen. Kommt der 90%-Regler zum Einsatz entsteht aus beiden Bewegungsformen ein schwingungsfähiges Polpaar, welches jedoch stark gedämpft ist. Das Dämpfungskriterium (7.7) für die Taumel-schwingungen (TS) wird mit Hilfe aller 4 Regler erfüllt.

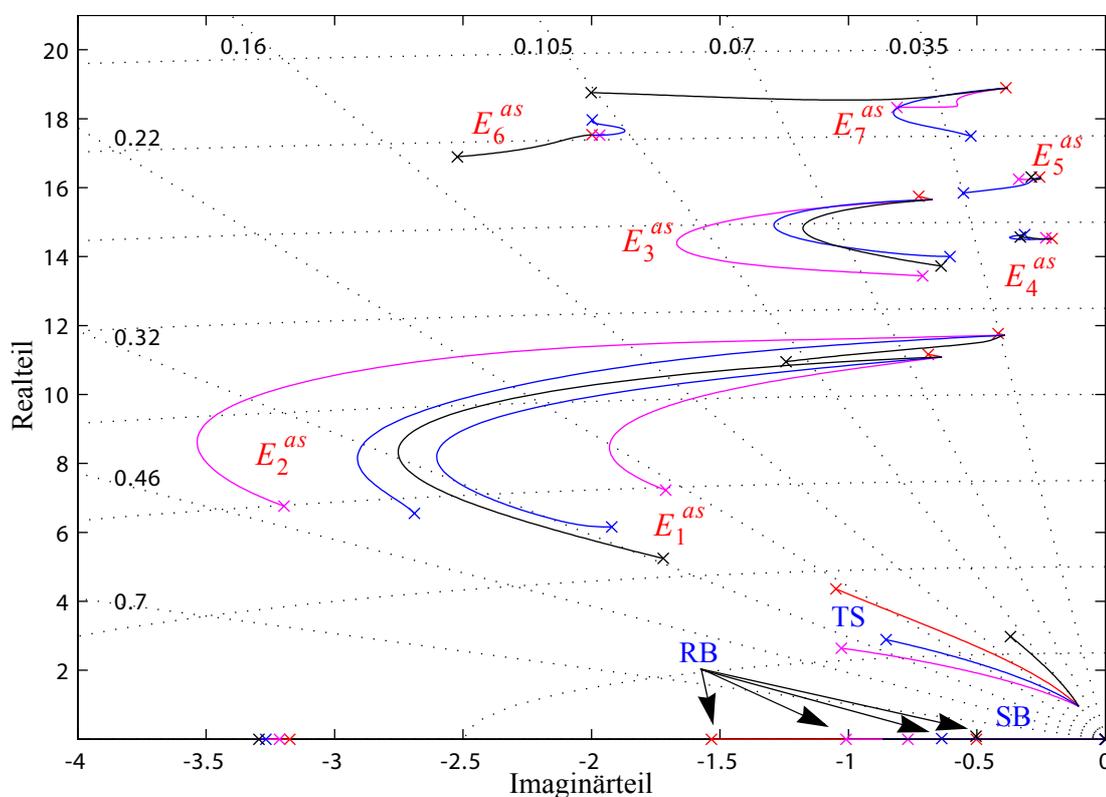


Abb. 7.14 Polverschiebung der Seitenbewegung, Vibrationsreduktion (0%, 50%, 75%, 90%)

Wie Tab. 7.8 zu entnehmen ist, konnte die Dämpfung der kritischen Triebwerkseigenformen E_4^{as} und E_5^{as} um die geforderten 20% erhöht werden. Analog zur Längsbewegung bleibt auch hier festzuhalten, dass eine größere Polverschiebung in Richtung höhere Dämpfung mit den üblichen Steuerklappen nicht zu erwarten ist, da diese einfach zu weit von den Triebwerken entfernt sind. Des Weiteren wirken die Luftkräfte der Querruder vornehmlich in z -Richtung und können somit laterale Beschleunigungen in y -Richtung nur indirekt über die Flügelstruktur oder über die Kopplung mit der Rumpfschwingung minimieren bzw. dämpfen.

	PI (0%)		50%		75%		90%	
	ω	ζ	ω	ζ	ω	ζ	ω	ζ
SB	0.502	1.000	0.768	1.000	0.637	1.000	0.511	0.985
RB	1.533	1.000	1.009	1.000	0.637	1.000	0.511	0.985
TS	4.481	0.234	2.832	0.363	3.010	0.283	3.002	0.123
E_1^{as}	11.18	0.062	7.424	0.230	6.450	0.298	5.519	0.312
E_2^{as}	11.77	0.035	7.479	0.427	7.082	0.382	11.02	0.113
E_3^{as}	15.76	0.046	13.46	0.053	14.02	0.043	13.74	0.047
E_4^{as}	14.52	0.014	14.55	0.016	14.64	0.021	14.57	0.023
E_5^{as}	16.31	0.016	16.25	0.021	15.86	0.035	16.31	0.019
E_6^{as}	17.65	0.113	17.63	0.112	18.08	0.110	17.08	0.148
E_7^{as}	19.90	0.020	18.35	0.044	17.51	0.030	18.86	0.106

Tab. 7.8 Pole der geregelten Seitenbewegung, Vibrationsreduktion (0%, 50%, 75%, 90%)

Einen wesentlichen Einfluss haben die integralen Regler auf die Polpaare der ersten vertikalen Flügelbiegung E_1^{as} und der ersten lateralen Rumpfbiegung E_2^{as} . Für letztere konnte die Dämpfung mit dem 50%-Regler auf das 12-fache erhöht werden, was über die zuvor besprochene Kopplung mit den Triebwerksschwingungen auch diesen zu Gute kommt. Die Frequenz der ersten Flügelbiegung verringert sich stetig mit zunehmender Vibrationsreduktion. Bei der Rumpfbiegung steigt die Frequenz bei einer 90%igen Vibrationsreduktion wieder auf den Wert des PI-Reglers an. Dies kann mit einem verminderten Seitenrudereinsatz erklärt werden, da die daraus resultierenden elastischen Beschleunigungen im Heckbereich gering gehalten werden müssen.

Die Änderung der Frequenz der Rumpf-Leitwerk-Torsion E_6^{as} liegt im Bereich von 3%. Im Fall des 50%- und des 75%-Reglers wurde die Dämpfung leicht vermindert, was aber aufgrund der hohen Grunddämpfung in Kauf genommen wird. Die Frequenz des Polpaars E_7^{as} , welches zur zweiten lateralen Rumpfbiegung gehört, wird ebenfalls etwas reduziert. Die Beeinflussungen der elastischen Polpaare E_6^{as} und E_7^{as} erfüllen damit nicht ganz die selbst gesetzten Anforderungen. Abhilfe könnte zum einen eine Umformulierung der Nebenbedingungen innerhalb des Optimierungsverfahrens bewirken. Zum anderen kann eine ausführlichere Bewertung der Frequenz- und Dämpfungsveränderungen z.B. mit einem Modell mit mehr elastischen Eigenformen durchgeführt werden, was jedoch nicht mehr Bestandteil dieser Arbeit war.

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

Betrachtet man die Entwicklung in der zivilen Luftfahrt, so kann man erkennen, dass der Kostendruck auf die Fluggesellschaften immer größer wird. Um diesen wirtschaftlichen Anforderungen gerecht zu werden, muss der gesamte Luftverkehr einer ständigen Optimierung unterzogen werden. Neben den Personalkosten haben die Wartungs- und Treibstoffkosten einen wesentlichen Anteil an den direkten Betriebskosten (*engl. direct operating costs*) einer Gesellschaft. Hier werden die Flugzeughersteller zukünftig immer stärker in die Pflicht genommen, dem Markt effizientere Flugzeuge zur Verfügung zu stellen. Neben optimierten Triebwerken zur Minimierung des Treibstoffbedarfs werden auch immer höhere Anforderungen an die Aerodynamik und die Struktur gestellt. Die Folge sind Transportflugzeuge mit einem immer größeren Nutzlast-Strukturmasse-Verhältnis und höheren Reisefluggeschwindigkeiten im transsonischen Machzahlbereich. Aus diese Optimierungen resultieren immer flexiblere Strukturen, für die es nicht mehr ausreichend ist, sie in der Flugmechanik als Starrkörpermodell zu betrachten. Neben den konventionellen Flugreglern rückt der Einsatz von Aeroelastikreglern zur Beeinflussung und Dämpfung der Strukturschwingungen in den Vordergrund. Zum einen mindern diese elastischen Eigenformen der Flugzeugstruktur den Passagierkomfort, zum anderen erhöhen sie das Risiko für Materialermüdungen (Fatigue) und wirken sich somit negativ auf die Wartungs- und Betriebskosten aus.

Die Auslegung von Flug- und Aeroelastikreglern erfordert die Bereitstellung integraler Modelle, die neben den Starrkörperfreiheitsgraden auch die elastischen Freiheitsgrade der Struktur abbilden und ebenfalls die Kopplung untereinander erfassen. Es handelt sich hierbei um einen multidisziplinären Ansatz aus Strukturmechanik, Aerodynamik, Stochastik und mathematischen Optimierungsmethoden.

Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist die Bereitstellung einer Prozesskette zur integralen Modellbildung flexibler Transportflugzeuge und die Erweiterung der Aerodynamik auf den transsonischen Machzahlbereich. Um das Thema abzurunden, werden anhand der bereitgestellten Modelle integrale Flug- und Aeroelastikregler für die Längs- und Seitenbewegung erstellt. Betrachtet man einen sehr frühen Entwicklungsstatus im Flugzeugentwurf, so weisen die bisherigen Prozessketten zur integralen Modellbildung zwei maßgebliche Nachteile in der verwendeten Aerodynamik auf. Stehen noch keine experimentellen Daten aus Windkanal- oder Flugversuchen zur Verfügung, konnten zum einen nur Abschätzungen für die aerodynamischen Widerstandsterme, basierend auf dem induzierten Widerstand eines

Panelverfahrens, gegeben werden. Zum anderen wurden für die instationären Luftkräfte subsonische Berechnungsmethoden verwendet, was bei transsonischen Betrachtungen den Einsatz von Korrekturfaktoren notwendig machte. Die hier vorgestellte Vorgehensweise setzt die Integration von Teilergebnissen externer Partner voraus. Demzufolge ist ein modularer Aufbau der Prozesskette und ihrer Bestandteile dringend erforderlich.

Zur Beschreibung der Strukturmechanik wird ein kondensiertes Finite-Element-Modell verwendet. Um eine weitere Reduktion der Freiheitsgrade zu erzielen, wird anhand einer Eigenwertanalyse eine Transformation in den Modalraum vorgenommen. Die so generierten Bewegungsgleichungen enthalten neben den sechs Starrkörperfreiheitsgraden eine angepasste Anzahl von linear unabhängigen elastischen Freiheitsgraden (*engl. mode shapes*). Des Weiteren ist es damit möglich, eine modale Dämpfungsmatrix einzuführen. Alle weiteren Schritte in der Prozesskette behandeln die Generierung der äußeren Kräfte auf der rechten Seite der Bewegungsgleichungen. In der Aeroelastik gehören hierzu im Wesentlichen die aerodynamischen Kräfte in Abhängigkeit der Strukturverformung.

Im nächsten Schritt wird die stationäre aeroelastische Gleichgewichtskonfiguration an einem definierten Arbeitspunkt bestimmt. Dies geschieht in enger Kooperation mit dem Institut für Aerodynamik und Gasdynamik der Universität Stuttgart. Nach der Bereitstellung der Strukturdaten (Geometrie, Masse, Steifigkeit) in Matrixform werden dort, ausgehend von einem Oberflächenmodell des Flugzeugs, dreidimensionale Multiblockgitter erstellt. Diese dienen als Rechengebiet für ein numerisches CFD-Verfahren, mit dessen Hilfe die RANS-Gleichungen gelöst werden können. Da es sich bei einem frei fliegenden Flugzeug um ein statisch unbestimmtes Problem handelt, setzt sich die Bestimmung der aeroelastischen Gleichgewichtskonfiguration aus den Teilproblemen Trimmung und elastische Deformationsbestimmung zusammen und kann somit nur iterativ berechnet werden. Ergebnis sind zum einen die stationären Luftkräfte auf die elastisch verformte Flugzeugstruktur und die Strömungslösung im definierten Rechengitter. Die verwendete CFD-Rechnung bietet den Vorteil, dass auch die reibungsbedingten Widerstandskräfte in den Ergebnissen enthalten sind.

Es folgt die Generierung der instationären Luftkräfte. Da eine zeitechte Berechnung über die Lösung von Navier-Stokes-Gleichungen mit heutigen Rechnern schlichtweg unmöglich ist, wird auf Methoden im Frequenzbereich zurückgegriffen. Mit Hilfe potentialtheoretischer Verfahren werden die Druckänderungen auf die einzelnen aerodynamischen Boxen eines Panelmodells, bestehend aus ebenen Platten, in Abhängigkeit harmonischer Schwingungen der anderen Boxen berechnet. Im subsonischen Machzahlbereich kann hierzu die DLM angewendet werden. Mit dieser ist es jedoch nicht möglich, transsonische Strömungseffekte, wie die Lage und Stärke von Verdichtungsstößen, korrekt abzubilden. Hierzu wurde am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt in Göttingen die TDLM implementiert. Grundlage ist die oben beschriebene stationäre Strömungslösung eines CFD-Verfahrens, die vom Oberflächenmodell auf das Panelmodell interpoliert wird. So werden zusätzliche Quellterme in die Potentialgleichungen eingeführt, welche die Verdichtungsstöße in der transsonischen Strömung repräsentieren. Ergebnis dieser Rechnungen sind komplexwertige Matrizen, welche im Frequenzbereich die instationären Luftkräfte in Abhängigkeit der Flugzeugverformung linear abbilden.

Um den Anforderungen eines integralen Modells gerecht zu werden, werden die instationären Aerodynamikmatrizen an die Flugmechanik angepasst. Da der Flugzeugrumpf im Panelmodell durch eine Kreuzpanelanordnung approximiert wurde, ist zum einen eine Skalierung der zugehörigen Matrixelemente notwendig, zum anderen müssen im Rumpfbereich Luftkräfte aus einer reinen Rollbewegung eliminiert werden. Des Weiteren sind in den potenzialtheoretischen Methoden der Aeroelastik keine quasistationären Richtungsänderungen des Anströmvektors berücksichtigt. Durch eine Korrektur der Anstellwinkel- und Schiebewinkeleffekte kann eine Anpassung der instationären Luftkraftmatrizen auf Matrixebene durchgeführt werden, um sie so in die Bewegungsgleichungen in einem mitbewegten Koordinatensystem einzufügen. Nun können auch die stationären CFD-Luftkräfte und deren Derivativa in die Matrizen mit aufgenommen werden. Somit ist es möglich, reibungsbedingte aerodynamische Widerstandskräfte in den Bewegungsgleichungen abzubilden. Dies erfordert des Weiteren, die Richtungsänderungen des Triebwerksschubs infolge der Triebwerksschwingungen im Modell zu implementieren. Nachdem zur Darstellung der Bewegungsgleichungen ein mitbewegtes Koordinatensystem ausgewählt wurde, ist es notwendig, Kräfte aus der Rotation des Gewichtskraftsvektors und des Poissonterms zu erfassen. Zusätzlich werden Methoden aufgezeigt, mit denen instationäre Luftkräfte aus Böen und Turbulenzen in die Modellgleichungen integriert werden können.

Zu diesem Zeitpunkt des Modellbildungsprozesses liegen die linearen Bewegungsgleichungen nur im Frequenzbereich vor. Da alle instationären Luftkräfte mit den vorgestellten Verfahren nur für diskrete reduzierte Frequenzen berechnet werden können, ist eine einfache Transformation in den Zeitbereich nicht ohne weiteres möglich. Mit Hilfe der Minimum-State-Methode müssen zuerst die instationären Aerodynamikmatrizen durch rationale Funktionen der reduzierten Laplace-Variable approximiert werden. Dies beinhaltet die Aufnahme zusätzlicher Lag-States in die Bewegungsgleichungen. Anschließend können diese mittels Laplace-Transformation in den Zeitbereich überführt werden, um die für die regelungstechnischen Anwendungen übliche Zustandsraumdarstellung zu generieren. Für die spätere Reglerauslegung ist es sinnvoll, die integralen Zustandsraummodelle in Teilmodelle der Längs- und Seitenbewegung aufzuspalten. Die Ausgangsgleichungen werden im Wesentlichen durch die Transformation der modalen Zustandsvariablen in physikalische Messgrößen wie körperfeste Beschleunigungen oder elastische Verformungen bestimmt.

Abschließend werden verschiedene integrale Regler für die Längs- und Seitenbewegung entworfen. Hierbei wird ein nichtlineares Optimierungsverfahren eingesetzt, um Kostenfunktionen, welche die Steuerbarkeitseigenschaften des Flugzeugs bewerten, zu minimieren. Dies geschieht unter Berücksichtigung elastischer Nebenbedingungen, welche eine Vibrationsreduktion und die Verbesserung des Passagierkomforts gewährleisten. Hierbei muss man jedoch berücksichtigen, dass es sich bei optimaler flugmechanischer Manövrierbarkeit und maximaler aeroelastischer Vibrationsreduktion um Entwurfskriterien handelt, die in der Regel im Konflikt zueinander stehen. Die erstellten Regler zeigen auf, dass es mit den üblichen Steuerflächen nur bis zu einem gewissen Grad möglich ist, die elastischen Vibrationen der Flugzeugstruktur zu reduzieren, ohne dabei Einbußen in den Steuerbarkeitsanforderungen hinnehmen zu müssen.

Wie aus der vorliegenden Arbeit ersichtlich wird, behandelt die integrale Modellbildung eine Fülle verschiedenster Teilgebiete der Ingenieurwissenschaften. Da leider nicht alle abschließend bearbeitet werden konnten, sollen an dieser Stelle Anregungen für zukünftige Forschungsthemen gegeben werden.

Mit dem Einsatz faserverstärkter Verbundwerkstoffe im Flugzeugbau lässt sich die Strukturmechanik nicht mehr ohne weiteres anhand linearen Verformungstheorien wie dem Hookeschen Gesetz beschreiben. Zur Bestimmung der aeroelastischen Gleichgewichtskonfiguration wäre es dann notwendig, das Programm zur numerischen Strömungslösung direkt mit einem komplexen Finite-Element-Programm zu koppeln. Hierbei wäre auch eine direkte Strukturoptimierung im Modellbildungsprozess denkbar. Bei der Berechnung der stationären Strömungslösung stellen die Umströmung der Triebwerke und die Modellierung des Triebwerksschubs eine zusätzliche Herausforderung dar.

Möchte man reine Simulationsmodelle (z. B. zur Lastenberechnung) erstellen, wäre es bei der stetig fortschreitenden Entwicklung der Computerleistung denkbar, auf die Darstellung der instationären Luftkräften mittels Zeitbereichsverfahren überzugehen. Zur Erstellung linearer Zustandsraummodelle müssten diese dann um den Arbeitspunkt linearisiert werden, und eine Gegenüberstellung mit den üblichen Methoden der Frequenzbereichsdarstellung und anschließender Approximation könnte interessante Ergebnisse liefern.

Der hier vorgestellte Reglerentwurf sollte nur eine prinzipielle Vorgehensweise verdeutlichen. Die Berücksichtigung von Robustheit und Stabilitätsreserven stand hierbei außen vor. Es ist jedoch durchaus denkbar, diese in den Nebenbedingungen des Optimierungsverfahrens zu verankern. Des Weiteren könnte dieses Verfahren auch als Ausgangspunkt für einen LQRY-Entwurf (Ausgangsvektorrückführung) verwendet werden, um einen stabilen inertialen Regelkreis zur Verfügung zu stellen. Die Grenzen der konventionellen Steuerung wurden in dieser Arbeit aufgezeigt. Forschungen in Richtung zusätzlicher Steuerflächen an den Triebwerkspylonen stoßen in der Industrie aufgrund von Konstruktions- und Wirtschaftlichkeitsbedenken sowie zusätzlicher Systemkomplexität auf Widerstand. Gleiches gilt für Vorflügelkonzepte im Bereich des Cockpits von Passagierflugzeugen. Die negative Beeinflussung der restlichen Aerodynamik wird als zu groß erachtet. Die Integration von Steuerflächen im Hinterkantenbereich der Winglets wird jedoch mit großem Interesse verfolgt. Ein weiterer Ansatz besteht in der Regelung mittels aktiver Massen, insbesondere, um die Strukturschwingungen im Rumpfbereich positiv zu beeinflussen. Hierbei werden bewegliche Massen mit einer entsprechenden Aktuatorik z. B. unter dem Kabinenboden platziert, um beim Auftreten lateraler Schwingungen diesen entgegen zu wirken. Über die bekannte Kopplung zwischen Rumpf und Triebwerksschwingungen könnten auch diese Struktureigenformen gedämpft werden.

Anhang A

Koordinatensysteme und Koordinatentransformationen

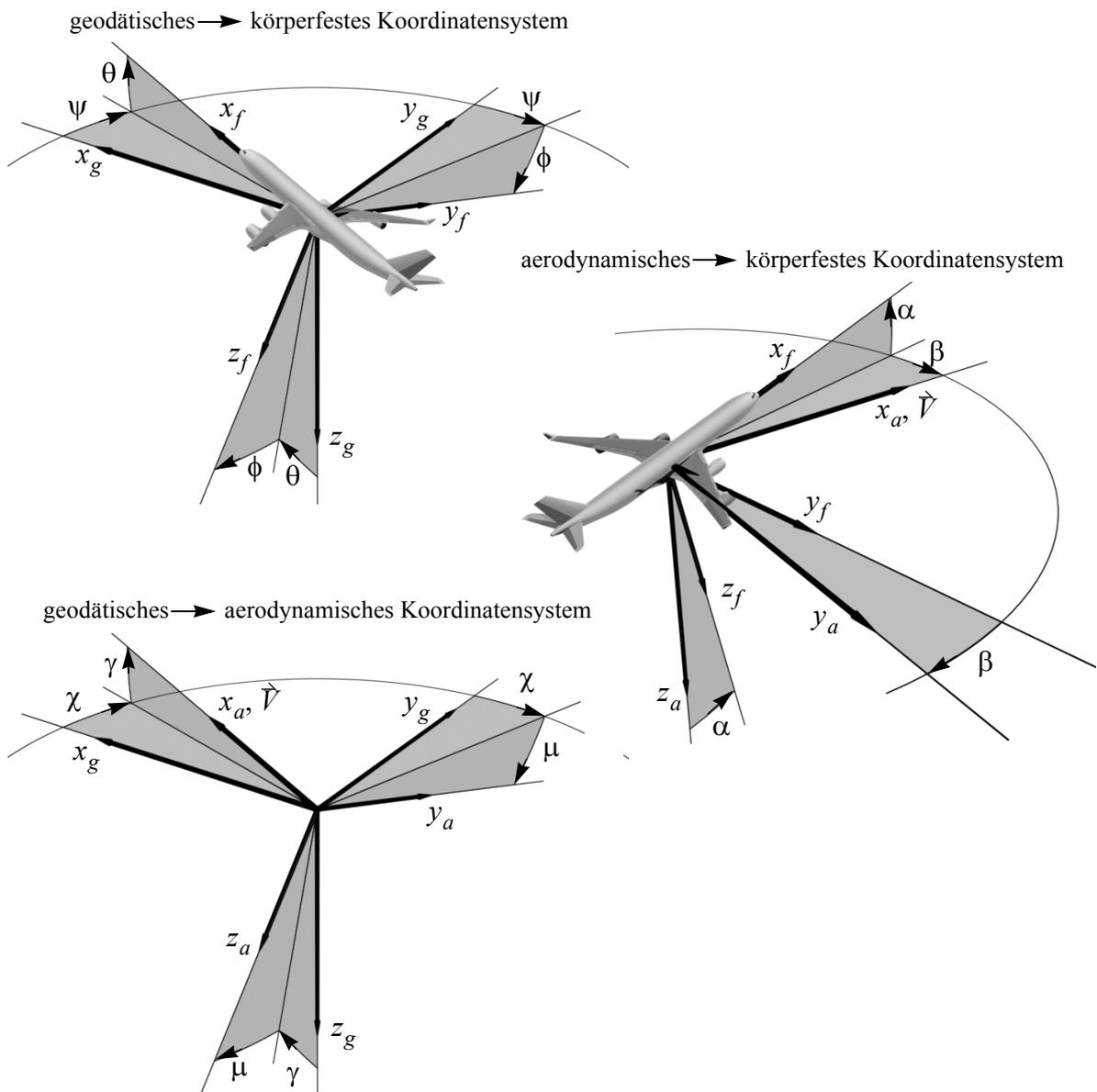


Abb. A.1 Flugmechanische Koordinatensysteme

Um die Dynamik eines Flugzeugs beschreiben zu können, müssen dessen relative Positionen und Geschwindigkeiten sowie absolute und relative Beschleunigungen analysiert werden. Häufig ist eine Aufspaltung der einzelnen Kräfte und Momente, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektoren in deren verschiedene Komponenten notwendig. Die Benutzung angepasster Koordinatensysteme kann die Aufstellung der Bewegungsgleichungen wesentlich vereinfachen. In Abb. A.1 sind hierzu die drei wichtigsten flugmechanischen Koordinatensysteme angegeben. Zur Transformation zwischen den einzelnen Koordinatensystemen wird in der Regel die Euler-Transformation verwendet. Zur Simulation komplexer Flugbahnen muss jedoch die Orientierung der Koordinatensysteme im Raum mittels Quaternionen beschrieben werden. Eine Euler-Transformation setzt sich immer aus einem Produkt dreier Teilmatrizen

$$\begin{aligned}
 T_1(x) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & \cos(x) & \sin(x) & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & -\sin(x) & \cos(x) & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(x) & \sin(x) & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin(x) & \cos(x) & | & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & I_{n_{el}} \end{bmatrix} \\
 T_2(x) &= \begin{bmatrix} \cos(x) & 0 & -\sin(x) & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ \sin(x) & 0 & \cos(x) & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(x) & 0 & -\sin(x) & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin(x) & 0 & \cos(x) & | & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & I_{n_{el}} \end{bmatrix} \\
 T_3(x) &= \begin{bmatrix} \cos(x) & \sin(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ -\sin(x) & \cos(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(x) & \sin(x) & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin(x) & \cos(x) & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & | & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & I_{n_{el}} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

zusammen, die jeweils eine Rotation um eine kartesische Achse beschreiben. Die Reihenfolge innerhalb der Multiplikation ist dabei stets zu beachten. Gleichung (A.1) setzt die Verwendung von generalisierten Koordinaten, entsprechend Gleichung (3.11), voraus, so dass die Matrizen neben den sechs Starrkörpertransformationen auch eine Einheitsmatrix $I_{n_{el}}$ zur Transformation der elastischen Freiheitsgrade besitzen. Im Folgenden werden die verwendeten Koordinatensystemen und zugehörigen Transformationen kurz beschrieben.

A.1 Geodätisches Koordinatensystem (g)

Alle schwerkraftbedingten Kräfte und Momente werden im geodätischen (x_g, y_g, z_g) Koordinatensystem aus Abb. A.1 aufgestellt. Die Richtung der z_g -Achse ist identisch mit der des Gravitationsvektors \vec{g} . Des Weiteren handelt es sich hierbei um ein Inertialsystem, welches sich zur Aufstellung der Bewegungsgleichungen eignet, da seine Achsenausrichtungen konstant sind. Die x_g -Achse zeigt dabei nach Norden, die y_g -Achse nach Osten. Die Transformation vom geodätischen in das körperfeste Koordinatensystem ergibt sich zu

$$\begin{bmatrix} \vec{z}_{h, starr} \\ \vec{z}_{h, elast} \end{bmatrix}_{(f)} = T_1(\phi)T_2(\theta)T_3(\psi) \cdot \begin{bmatrix} \vec{z}_{h, starr} \\ \vec{z}_{h, elast} \end{bmatrix}_{(g)}, \quad (\text{A.2})$$

mit den Lagewinkeln ϕ , θ , ψ aus Abb. A.1. Entsprechend ergibt sich die Transformation vom geodätischen in das aerodynamische Koordinatensystem zu

$$\begin{bmatrix} \vec{z}_{h, starr} \\ \vec{z}_{h, elast} \end{bmatrix}_{(a)} = T_1(\mu)T_2(\gamma)T_3(\chi) \cdot \begin{bmatrix} \vec{z}_{h, starr} \\ \vec{z}_{h, elast} \end{bmatrix}_{(g)}, \quad (\text{A.3})$$

mit den Flugwindwinkeln μ , γ , χ .

A.2 Aerodynamisches Koordinatensystem (a)

Zur Abbildung der Luftkräfte wird das aerodynamische (x_a, y_a, z_a) Koordinatensystem verwendet. Die x_a -Achse ist parallel zum Vektor \vec{V} der Fluggeschwindigkeit. Der Auftriebsvektor \vec{A} aus Abb. 2.1 ist entlang der negativen z_a -Richtung definiert, der aerodynamische Widerstandsvektor \vec{W} entlang der negativen x_a -Achse und aerodynamische Querkräfte \vec{Q} entlang der negativen y_a -Achse. Die Transformation vom aerodynamischen in das geodätische Koordinatensystem ergibt sich aus der Invertierung von Gleichung (A.3). Entsprechend ergibt sich die Transformation vom aerodynamischen in das körperfeste Koordinatensystem zu

$$\begin{bmatrix} \vec{z}_{h, starr} \\ \vec{z}_{h, elast} \end{bmatrix}_{(f)} = T_2(\alpha)T_3(-\beta) \cdot \begin{bmatrix} \vec{z}_{h, starr} \\ \vec{z}_{h, elast} \end{bmatrix}_{(a)}, \quad (\text{A.4})$$

mit dem Anstellwinkel α und dem Schiebewinkel β aus Abb. A.1.

A.3 Körperfeste Koordinatensysteme

Die Bewegungsgleichungen werden für regelungstechnische Anwendungen letztendlich in ein körperfestes Koordinatensystem transformiert. Zum einen bleiben durch diese Transformation alle massebezogenen Größen wie der Trägheitstensor konstant, zum anderen werden alle Messsignale durch körperfeste Sensoren erfasst. Innerhalb der Prozesskette kommen verschiedene körperfeste Koordinatensysteme zur Anwendung.

A.3.1 Flugzeugfestes Koordinatensystem (f)

Das in Abb. A.1 dargestellte flugzeugfeste (x_f, y_f, z_f) Koordinatensystem ist so definiert, dass seine x_f -Achse entlang der Flugzeuglängsachse nach vorne zeigt. Die z_f -Achse liegt in der Flugzeugsymmetrieebene, steht senkrecht auf x_f und zeigt nach unten. Die y_f -Achse ergänzt die beiden anderen zu einem orthogonalen Rechtshandsystem. Die Transformation in das geodätische bzw. aerodynamische Koordinatensystem ergibt sich aus der Invertierung von Gleichung (A.2) bzw. (A.4).

A.3.2 MSC.Nastran Basiskoordinatensystem (bks)

Sowohl das Finite-Element-Modell aus Abb. 3.3 als auch das aerodynamische Panelmodell aus Abb. 3.8 werden in MSC.Nastran in einem Basiskoordinatensystem definiert. Dieses entspricht einem um 180° um die y -Achse gedrehten flugzeugfesten (x_f, y_f, z_f) Koordinatensystem. Seine x_{bks} -Achse zeigt also nach hinten, die z_{bks} -Achse nach oben. Damit werden auch die Struktur-, Aerodynamik- und modalen Matrizen in diesem Koordinatensystem berechnet. Die Transformation in ein mit der Flugmechanik konformes Koordinatensystem kann über

$$\begin{bmatrix} \vec{z}_{h, starr} \\ \vec{z}_{h, elast} \end{bmatrix}_{(bks)} = L \cdot \begin{bmatrix} \vec{z}_{h, starr} \\ \vec{z}_{h, elast} \end{bmatrix}_{(f)}, \text{ mit } L = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & I_{n_{el}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

erfolgen.

A.3.3 Stabilitätsachsensystem (s)

Um die genannten Vorteile eines flugzeugfesten Koordinatensystems nutzen zu können und nach einer Linearisierung auf die Beziehungen

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta\dot{x}}{V_0} \text{ bzw. } \Delta\beta = \frac{\Delta\dot{y}}{V_0} \quad (\text{A.6})$$

zurückgreifen zu können, wird ein weiteres körperfestes Koordinatensystem, das Stabilitätsachsensystem, eingeführt. Dieses ist für einen stationären Flugzustand (α_0, β_0) identisch mit dem aerodynamischen Koordinatensystem, wird aber mit dem Index (s) bezeichnet. Im Fall des stationären Horizontalflugs gilt

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_{h, starr} \\ \dot{z}_{h, elast} \end{bmatrix}_{(f)} = T_2(\alpha_0) \cdot \begin{bmatrix} \dot{z}_{h, starr} \\ \dot{z}_{h, elast} \end{bmatrix}_{(s)}, \quad (\text{A.7})$$

mit T_2 entsprechend (A.1).

Anhang B

Entkopplung der Starrkörpereigenformen

Die folgenden Erläuterungen dienen zur ausführlichen Beschreibung des in Kapitel 6.3 verwendeten Verfahrens zur Entkopplung der Starrkörperformen. Ziel der Modellbildung ist die Darstellung der aeroelastischen Bewegungsgleichungen des Flugzeugs in einem körperfesten Koordinatensystem, dessen Ursprung sich im Flugzeugschwerpunkt befindet. Zur strukturdynamischen Analyse muss in MSC.Nastran jedoch ein Bezugspunkt für die Starrkörperbewegungen angegeben werden. Dieser entspricht aufgrund unterschiedlicher Beladungszustände im Allgemeinen nicht dem Schwerpunkt. Das vorgestellte Verfahren zeigt eine Möglichkeit, auf Basis der abgespeicherten Daten aus Abb. 6.3, eine Bezugspunktverschiebung in den Schwerpunkt und somit eine Entkopplung von translatorischen und rotatorischen Starrkörperfreiheitsgraden durchzuführen.

Betrachtet wird ein einfaches Finite-Element-Modell aus zwei Knotenpunkten. Die gesamten Masseneigenschaften sind in den Masselementen (Masse: m_1 , Trägheitstensor: T_1) und (Masse: m_2 , Trägheitstensor: T_2) zusammengefasst. Da die Steifigkeitseigenschaften für diese Rechnung keine Rolle spielen, kann die Verbindung als starr angenommen werden.

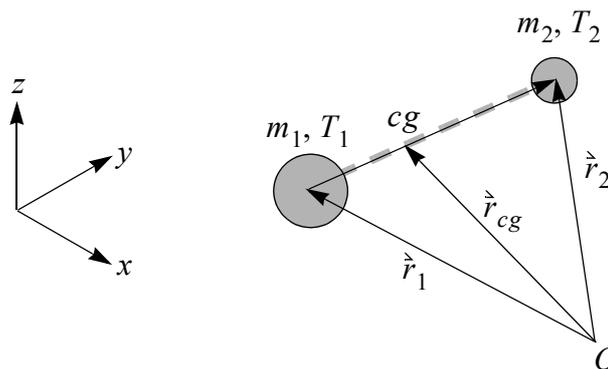


Abb. B.1 Exemplarisches Finite-Element-Modell

Des Weiteren werden mit den Ortsvektoren \vec{r}_1 und \vec{r}_2 die Positionen der Massenmittelpunkte bezüglich der Koordinatenursprungs O bezeichnet. Der Ortsvektor zum Massenmittel- bzw. Schwerpunkt cg ergibt sich damit zu

$$\dot{\vec{r}}_{cg} = \dot{\vec{r}}_1 + \frac{m_2}{m_1 + m_2}(\dot{\vec{r}}_2 - \dot{\vec{r}}_1) = \frac{m_1 \dot{\vec{r}}_1 + m_2 \dot{\vec{r}}_2}{m_1 + m_2}. \quad (\text{B.1})$$

Nach erfolgter strukturdynamischer Analyse in MSC.Nastran erhält man die physikalische Massenmatrix des in Abb. B.1 dargestellten Modells zu

$$M_{gg} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_2 \end{bmatrix}, \quad (\text{B.2})$$

wobei die translatorischen Trägheitseigenschaften einer Masse in

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

und die rotatorischen im Trägheitstensor

$$T = \begin{bmatrix} T_{xx} & -T_{yx} & -T_{zx} \\ -T_{yx} & T_{yy} & -T_{zy} \\ -T_{zx} & -T_{zy} & T_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

zusammengefasst werden. Zur Generierung der Matrix der Starrkörperformen wird das Kreuzprodukt aus $\vec{\omega} \times \vec{r}$ durch die entsprechende Matrixschreibweise

$$\vec{\omega} \times \vec{r} = \begin{bmatrix} 0 & r_z & -r_y \\ -r_z & 0 & r_x \\ r_y & -r_x & 0 \end{bmatrix} \vec{\omega} = R \vec{\omega} \quad (\text{B.5})$$

ersetzt. Die Modalmatrix der Starrkörperformen bezüglich O ergibt sich damit zu

$$\Phi_{gh} = \begin{bmatrix} I & R_1 \\ 0 & I \\ I & R_2 \\ 0 & I \end{bmatrix}. \quad (\text{B.6})$$

Transformiert man die physikalische Massenmatrix mittels Φ_{gh} in den generalisierten Raum, erhält man

$$M_{hh} = \Phi_{gh}^T M_{gg} \Phi_{gh} = \begin{bmatrix} M_1 + M_2 & m_1 R_1 + m R_2 \\ m_1 R_1 + m R_2 & m_1 R_1^2 + T_1 + m_2 R_2^2 + T_2 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.7})$$

In Folge der besetzten Nebendiagonale von M_{hh} resultiert in Gleichung (3.13) eine Kopplung zwischen translatorischen und rotatorische Starrkörperfreiheitsgraden. Unter Berücksichtigung der Definition (B.5) ist ersichtlich, dass die Nebendiagonalelemente eine Ähnlichkeit mit der Schwerpunktsdefinition (B.1) haben.

Möchte man die Starrkörperformen bzgl. des Schwerpunkts definieren, muss man lediglich die Transformation $\dot{r}_1 - \dot{r}_{cg}$ und $\dot{r}_2 - \dot{r}_{cg}$, mit Hilfe von Definition (B.5) auf Gleichung (B.6) übertragen und dabei beachten, dass ein Nebendiagonalblock der modalen Massenmatrix der Schwerpunktsdefinition entspricht. Den Vorfaktor $1/(m_1 + m_2)$ kann man dem ersten Diagonalelement entnehmen. Für die modale Verschiebungsmatrix erhält man

$$\Delta\Phi_{gh} = -\frac{1}{m_1 + m_2} \begin{bmatrix} 0 & m_1 R_1 + m_2 R_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & m_1 R_1 + m_2 R_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 0 & R_{cg} \\ 0 & 0 \\ 0 & R_{cg} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.8})$$

Wird diese auf die Modalmatrix der Starrkörperformen bzgl. O angewendet, ergibt sich die Modalmatrix bzgl. des Schwerpunkts zu

$$\Phi_{gh(cg)} = \Phi_{gh} + \Delta\Phi_{gh} = \begin{bmatrix} I & R_1 \\ 0 & I \\ I & R_2 \\ 0 & I \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & R_{cg} \\ 0 & 0 \\ 0 & R_{cg} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & -\frac{m_2}{m_1 + m_2}(R_2 - R_1) \\ 0 & I \\ I & \frac{m_1}{m_1 + m_2}(R_2 - R_1) \\ 0 & I \end{bmatrix}. \quad (\text{B.9})$$

Die neu berechnete modale Massenmatrix $M_{hh(cg)}$ besitzt nun keine Nebendiagonalblöcke mehr und weist somit eine Entkopplung der translatorischen und rotatorischen Starrkörperformen auf.

$$M_{hh(cg)} = \Phi_{gh(cg)}^T M_{gg} \Phi_{gh(cg)} = \begin{bmatrix} M_1 + M_2 & 0 \\ 0 & M_1 R_{1(cg)}^2 + T_1 + M_2 R_{2(cg)}^2 + T_2 \end{bmatrix} \quad (\text{B.10})$$

Anhang C

Validierung der TAIC-Konvertierung

Um die in Kapitel 6.4.1 beschriebene Konvertierung der TAIC-Matrizen zu validieren, wurden die TDLM-Rechnungen am DLR noch im subsonischen Modus durchgeführt, um sie anschließend mit den AIC Matrizen der MSC.Nastran Rechnungen zu vergleichen. Hierzu wurden folgende Randbedingungen gewählt.

DLR-TDLM-Rechnung	MSC.NASTRAN-Rechnung
$Ma = 0.8$	$Ma = 0.8$
$b_{DLR} = 7.27 \text{ m}$	$b_{MSC} = b_{DLR}$
$k_{DLR} = 0.001, 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, \dots$ $0.5, 0.7, 1.0, 1.5, 2.0, 3.0, 4.0$	$k_{MSC} = \frac{1}{2}k_{DLR}$

Tab. C.1 Randbedingungen der Vergleichsrechnungen

Als aerodynamisches Modell wurde in beiden Rechnungen eine DLR-Auftriebskonfiguration, analog Abb. 3.8, jedoch ohne Kreuzpanel im Rumpfbereich, verwendet.

C.1 Absolute Differenzen der generalisierten Luftkraftkoeffizienten

Für einen ersten Vergleich wurden die maximalen absoluten Differenzen zwischen beiden Rechnungen herangezogen und dabei Real- und Imaginärteil der generalisierten Luftkraftkoeffizienten getrennt voneinander betrachtet. In Tab. C.2 bezeichnen r die Zeile der Einflussmatrix, also den beeinflussten Mode, c die Spalte der Einflussmatrix, also den beeinflussenden Mode, und Δ_{abs} die maximale absolute Differenz zwischen den Einflussmatrizen für eine reduzierte Frequenz k_{MSC} .

k_{MSC}	Realteil					Imaginärteil				
	r	c	$Q_{hh_{DLR}}$	$Q_{hh_{MSC}}$	Δ_{abs}	r	c	$Q_{hh_{DLR}}$	$Q_{hh_{MSC}}$	Δ_{abs}
0.0005	4	44	5.30e+1	5.34e+1	4.05e-1	4	4	-4.77e+1	-4.81e+1	3.78e-1
0.005	4	44	5.30e+1	5.34e+1	4.05e-1	4	4	-4.77e+2	-4.81e+2	3.78
0.025	4	4	-2.81e+1	-2.87e+1	6.33e-1	4	4	-2.39e+3	-2.41e+3	1.89e+1
0.05	4	4	-1.15e+2	-1.18e+2	2.55	4	4	-4.77e+3	-4.80e+3	3.76e+1
0.1	4	4	-4.64e+2	-4.75e+2	1.01e+1	4	4	-9.46e+3	-9.53e+3	7.38e+1
0.15	4	4	-1.02e+3	-1.04e+3	2.18e+1	4	4	-1.40e+4	-1.41e+4	1.07e+2
0.2	4	4	-1.73e+3	-1.77e+3	3.64e+1	4	4	-1.83e+4	-1.84e+4	1.37e+2
0.25	4	4	-2.49e+3	-2.54e+3	5.24e+1	4	4	-2.23e4	-2.24e+4	1.63e+2
0.35	4	4	-3.67e+3	-3.76e+3	8.39e+1	4	4	-2.95e+4	-2.97e+4	2.05e+2
0.5	4	4	-4.03e+3	-4.16e+3	1.30e+2	4	4	-3.92e+4	-3.95e+4	2.56e+2
0.75	4	4	-6.76e+2	-8.75e+2	1.99e+2	4	4	-5.51e+4	-5.55e+4	3.09e+2
1.0	4	4	5.06e+3	4.81e+3	2.47e+2	4	4	-7.43e+4	-7.47e+4	3.40e+2
1.5	4	4	1.77e+4	1.74e+4	2.82e+2	4	4	-1.12e+5	-1.13e+5	3.94e+2
2.0	4	4	3.43e+4	3.41e+4	2.93e+2	4	4	-1.55e+5	-1.56e+5	4.82e+2

Tab. C.2 Maximale absolute Differenzen der generalisierten Luftkraftkoeffizienten

Es ist zu erkennen, dass die maximale absolute Differenz überwiegend im Matrixelement 4,4 zu finden ist. Dieses beschreibt den Einfluss der Starkkörperrollbewegung auf selbige. Relativ gesehen liegt die maximale absolute Differenz im Bereich von 1-3%. Lediglich bei den reduzierten Frequenzen 0.5, 0.75, 1.0 treten im Realteil Differenzen von bis zu 25% auf. Abschließend kann noch gesagt werden, dass die maximalen absoluten Differenzen überwiegend im Bereich der betragsmäßig größten Matrixelemente auftreten.

C.2 Relative Differenzen der generalisierten Luftkraftkoeffizienten

Als nächstes wurden die maximalen relativen Differenzen

$$\Delta_{rel}(r, c, k) = \frac{|\Re\{Q_{hh_{DLR}}(r, c, k) - Q_{hh_{MSC}}(r, c, k)\}|}{\frac{1}{2}(|\Re\{Q_{hh_{DLR}}(r, c, k)\}| + |\Re\{Q_{hh_{MSC}}(r, c, k)\}|)} \quad (C.1)$$

zwischen beiden Rechnungen betrachtet. Entsprechendes gilt für den Imaginärteil der Luftkraftkoeffizienten. In Gleichung (C.1) beschreibt der Zähler die absolute Differenz. Der Nenner beschreibt die Bezugsgröße und ist ein Maß für den Abstand der Matrixelemente. Das Maximum des relativen Fehlers nach Gleichung (C.1) liegt bei 2, genau dann, wenn $Q_{hh_{DLR}}$

und $Q_{hh_{MSC}}$ unterschiedliche Vorzeichen haben. Real- und Imaginärteil wurden wieder getrennt voneinander betrachtet.

Es wurden nun diejenigen Matrixelemente zum Vergleich herangezogen, die neben dem maximalen relativen Fehler den maximalen Abstand voneinander haben.

k_{MSC}	Realteil					Imaginärteil				
	z	c	$Q_{hh_{DLR}}$	$Q_{hh_{MSC}}$	Δ_{rel}	z	c	$Q_{hh_{DLR}}$	$Q_{hh_{MSC}}$	Δ_{rel}
0.0005	105	53	-2.61e-5	1.70e-6	2	4	30	-3.75e-5	7.85e-6	2
0.005	105	53	-2.63e-5	1.58e-6	2	4	30	-3.22e-4	1.32e-4	2
0.025	51	5	-6.40e-5	2.93e-5	2	4	44	8.08e-3	-6.41e-3	2
0.05	3	199	-6.65e-4	4.02e-5	2	5	74	6.15e-4	-1.84e-3	2
0.1	4	92	6.35e-4	-5.00e-3	2	15	4	6.52e-4	-6.66e-6	2
0.15	49	105	2.67e-5	-7.26e-6	2	3	150	-4.81e-5	1.39e-4	2
0.2	52	5	2.49e-3	-1.96e-4	2	4	148	-2.16e-3	2.39e-2	2
0.25	2	125	-2.05e-5	4.38e-5	2	4	44	9.98e-3	-1.19e-1	2
0.35	3	188	-2.53e-4	6.49e-6	2	5	42	-1.15e-2	4.05e-4	2
0.5	151	120	1.66e-5	-1.05e-5	2	4	84	1.54e-2	-4.05e-2	2
0.75	163	4	-3.78e-4	1.44e-3	2	4	195	7.93e-4	-5.90e-4	2
1.0	49	105	6.92e-7	-2.79e-5	2	4	80	3.06e-2	-6.71e-3	2
1.5	5	94	-5.89e-3	2.59e-3	2	169	3	6.96e-5	-2.49e-5	2
2.0	62	138	8.98e-6	-3.12e-7	2	4	98	1.84e-2	-3.79e-2	2

Tab. C.3 Maximale relative Differenzen der generalisierten Luftkraftkoeffizienten

Aus Tab. C.3 ist ersichtlich, dass die maximalen relativen Abweichungen in sehr unterschiedlichen Zeilen und Spalten auftreten. Meist ist der beeinflusste oder der beeinflussende Modeindex sehr groß, so dass diese Abweichungen bei einer Modellreduktion keine Rolle spielen. Zum anderen sind die Größenordnungen der Matrixelement bei denen die maximalen relativen Abweichungen auftreten, im Vergleich zu Tab. C.2 sehr gering.

C.3 Vergleich ausgewählter Übertragungsfunktionen

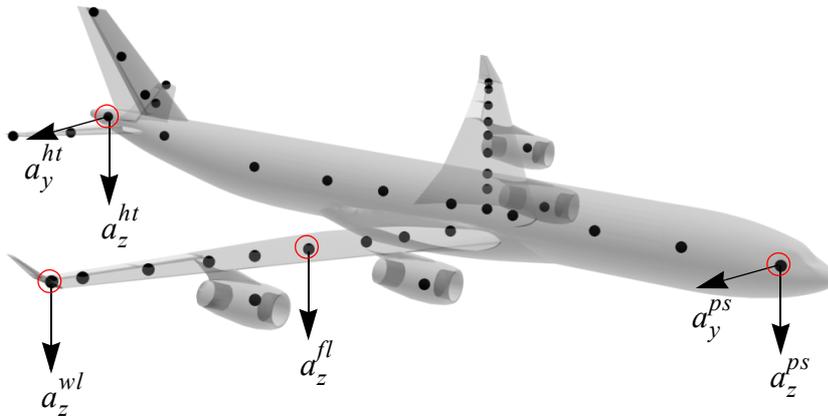


Abb. C.1 Referenzpunkte der Übertragungsfunktionen

Eine weitere Aussage zur Konvertierung der aerodynamischen Einflusskoeffizienten kann mit Hilfe der Frequenzgänge ausgewählter Übertragungsfunktionen getroffen werden. Hierzu wurden, wie in Abb. C.1 dargestellt, folgende Strukturpunkte zum Vergleich herangezogen.

- Pilotensitz (*ps*)
- Rumpffende / Heck (*ht*)
- Flügelmitte (*fl*)
- Flügelspitze / Winglet (*wl*)

Die Abbildungen zeigen die Übertragungsfunktionen

Übertragungsfunktion	von	auf
$G_{a_z, \eta}$	Höhenruderausschlag η	z-Beschleunigungen
$G_{a_z, \xi}$	asymmetrischer Querruderausschlag ξ	z-Beschleunigungen
$G_{a_y, \xi}$	asymmetrischer Querruderausschlag ξ	y-Beschleunigungen
$G_{a_y, \zeta}$	Seitenruderausschlag ζ	y-Beschleunigungen

Tab. C.4 Übertragungsfunktionen

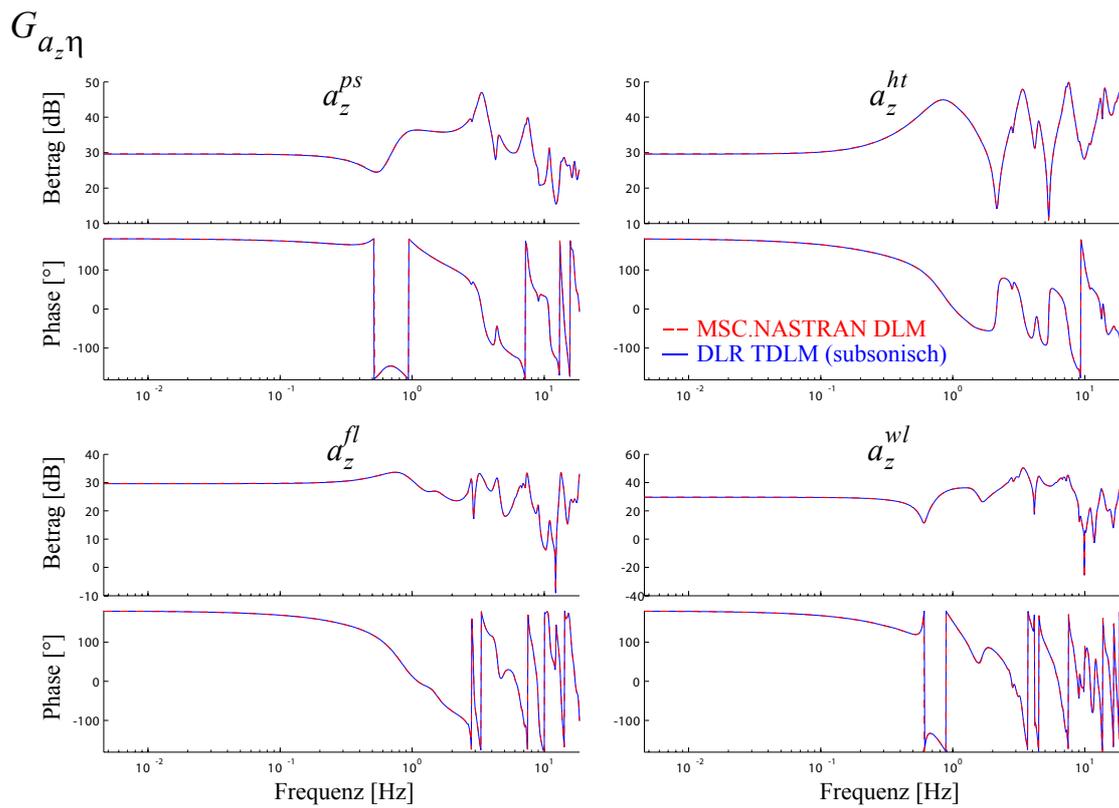


Abb. C.2 Übertragungsfunktionen vom Höhenruder auf Vertikalbeschleunigungen

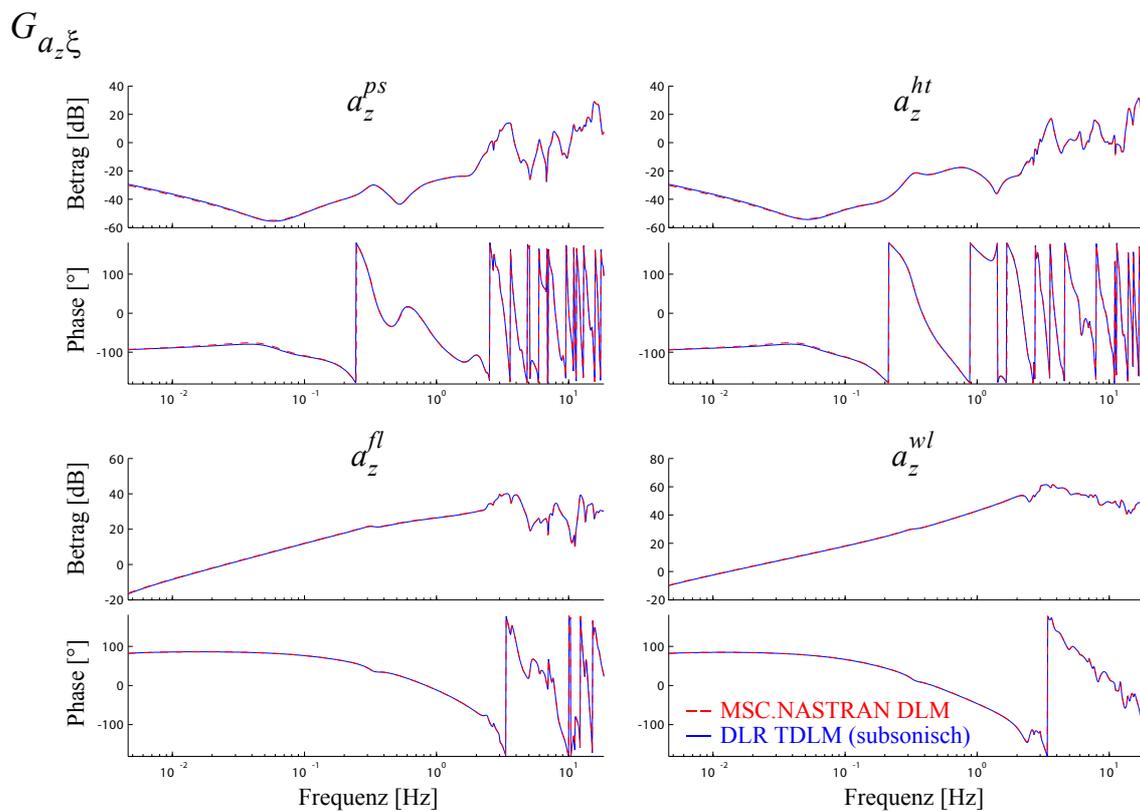


Abb. C.3 Übertragungsfunktionen vom asymm. Querruder auf Vertikalbeschleunigungen

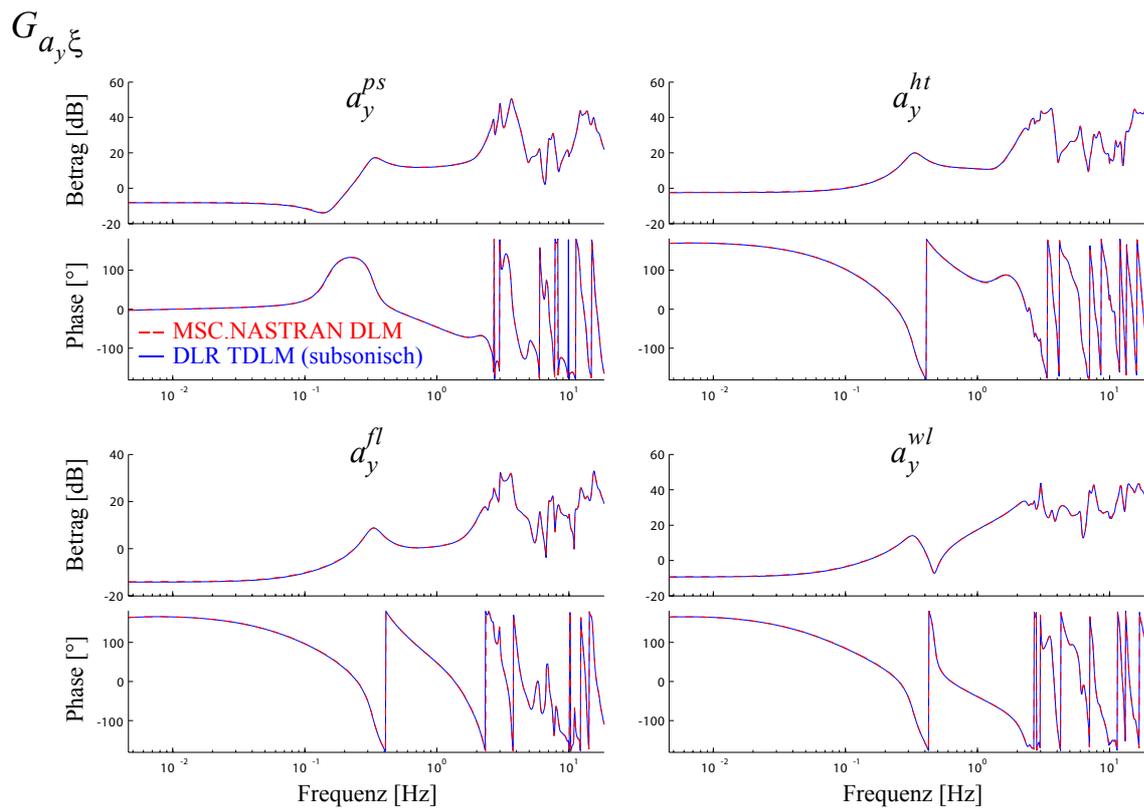


Abb. C.4 Übertragungsfunktionen vom asymm. Querruder auf Lateralbeschleunigungen

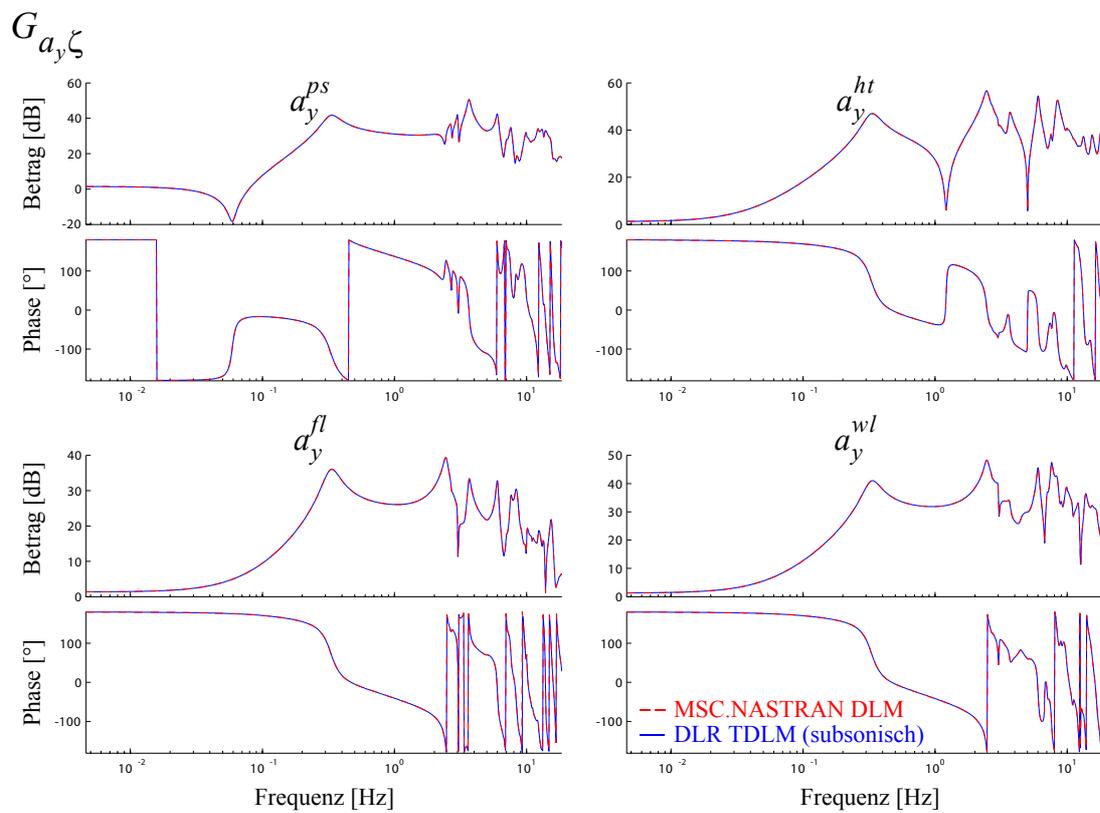


Abb. C.5 Übertragungsfunktionen vom Seitenruder auf Lateralbeschleunigungen

C.4 Zusammenfassung

Abschließend bleibt festzuhalten, dass erwartungsgemäß die größten absoluten Differenzen bei den betragsmäßig größten Matrixelementen auftreten. Diese Abweichungen liegen in der Regel jedoch unter 3%.

Die maximalen relativen Abweichungen treten bei betragsmäßig sehr viel kleineren Matrixelemente auf. Die Unterschiede in den Größenordnungen betragen durchschnittlich sechs Zehnerpotenzen.

Aus dem Vergleich der Übertragungsfunktionen geht hervor, dass auch bei maximaler Modeanzahl (200 Moden aus der Modalanalyse) alle Übertragungsfunktionen sehr gut übereinstimmen. Es wurde zusätzlich der Einfluss der Aufteilung der aerodynamischen Boxen untersucht. Die Auswertung der Übertragungsfunktionen für die subsonischen Rechnungen ergab jedoch, dass die Verfeinerung der TDLM Aufteilung keinen merklichen Einfluss hat.

Mit den hier dargestellten Vergleichen wurde gezeigt, dass der Datenaustausch zwischen dem DLR Gö und dem IFR sowie die Transformation und der Einbau der TDLM Matrizen in die MSC.Nastran Rechnungen erfolgreich waren.

Literatur

- [1] Ahlers, J.: Untersuchungen zum Einsatz zusätzlicher Steuerflächen für die Aeroelastikregelung eines Verkehrsflugzeugs, Studienarbeit, Institut für Flugmechanik und Flugregelung, Universität Stuttgart, 1999
- [2] Abel, I.: An Analytical Technique for Predicting the Characteristics of a Flexible Wing Equipped With an Active Flutter-Suppression System and Comparison With Wind-Tunnel Data, NASA Technical Paper 1367, 1979
- [3] Albano, E; Rodden, W. P.: Doublet-Lattice-Method for Calculating Lift Distributions on Oscillating Surfaces in Subsonic Flows, AIAA Journal, Vol. 7, No. 2, 1969
- [4] Ballmann, J.: Sonderforschungsbereich 401 der RWTH Aachen, <http://www.luf-mech.rwth-aachen.de/sfb401/>
- [5] Bisplinghoff, R. L.; Ashley, H.; Halfman, R. L.: Aeroelasticity, Dover Publications, Inc., 1955
- [6] Brendes G; Voß, R.: Transonic Flutter Calculations For A Low Wing Transport Aircraft Using The Transonic Doublet Lattice Method, DLR-Bericht, 1998
- [7] Brink-Spalink, J.; Bruns, J. M.: Correction of Unsteady Aerodynamic Influence Coefficients Using Experimental or CFD Data, IFASD 2001
- [8] Brockhaus, R.: Flugregelung, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1994
- [9] Cooper, G. E.; Harper, Jr., R. P.: The use of pilot rating in the evaluation of aircraft handling qualities, NASA, Technical Note D-5153, NASA, Washington, D. C., 1969
- [10] Doyle, J. C.; Glover, K.; Khargonekar, P. P.; Francis, B. A.: State-Space Solutions to Standard H_2 and H_∞ Control Problems, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 34, No. 8, 1989
- [11] Dryden, H. L.: A Review of the Statistical Theory of Turbulence, Turbulence - Classical Papers on Statistical Theory, S. K. Friedlander and Leonard Topper, Interscience Publishers, Inc., 1961
- [12] Etkin, B.: Dynamics of Flight, John Wiley & Sons, INC, 1996
- [13] Etkin, B.: The Turbulent Wind and its Effect on Flight, The AIAA Wright Brothers Lecture, UTIAS Review No. 44, 1980
- [14] Federal Aviation Regulation, Part 25 Airworthiness Standarts: Transport Category Airplanes, <http://www.airweb.faa.gov>
- [15] Florian, C.: Integrated Flight and Aeroelastic Control Design using Linear Quadratic Regulator for a Large Transport Aircraft, Research Intership, Institut für Flugmechanik und Flugregelung, Universität Stuttgart, 2004

-
- [16] Försching, H. W.: Grundlagen der Aeroelastik, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1974
- [17] Grimm, W.; Well, K. H.: Nichtlineare Optimierung, Skriptum zur Vorlesung, Institut für Flugmechanik und Flugregelung, Universität Stuttgart, 2001
- [18] Guyan, R.J.: Reduction of Stiffness and Mass Matrices, AIAA Journal, Vol. 3, No. 2, 1965
- [19] Hanel, M.: Robust Integrated Flight and Control System Design for a Large Transport Aircraft, Dissertation, Institut für Flugmechanik und Flugregelung, Universität Stuttgart, 2000
- [20] Hanel, M.; Teufel, P.: Modellbildung für das flexible Flugzeug, Technische Bericht IFR TR 02-002, Institut für Flugmechanik und Flugregelung, Universität Stuttgart, 2002
- [21] Hoblit, F.M.: Gust Loads on Aircraft, AIAA Education Series, ISBN 0-930403-45-2
- [22] Karpel, M.: Time-Domain Aeroservoelastic Modeling Using Weighted Unsteady Aerodynamic Forces, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 33, No. 1, January - February 1990
- [23] Karpel, M.: Reduced-Order Aeroelastic Models via Dynamic Residualization, Journal of Aircraft, Vol. 27, No. 5, May 1990
- [24] Karpel, M.; Moulin, B.; Chen, P.C.: Dynamic Response of Aeroservoelastic Systems to Gust Excitation, Journal of Aircraft, Vol. 42, No. 5, 2005
- [25] Karpel, M.; Presente, E.: Structural Dynamic Loads in Response to Impulsive Excitation, Journal of Aircraft, Vol. 32, No. 4, July - August 1995
- [26] Karpel, M.; Strul, E.: Minimum-State Unsteady Aerodynamic Approximations with Flexible Constraints, Journal of Aircraft, Vol. 33, No. 6, November - December 1996
- [27] Kier, T.: Comparison of Unsteady Aerodynamic Modelling Methodologies with respect to Flight Loads Analysis, Proc. of AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, San Francisco, 2005
- [28] Konstadinopoulos, P.; Thrasher, D. F.; Mook, D. T.; Nayfeh, A. H.; Watson, L.: A Vortex-Lattice Method for General, Unsteady Aerodynamics, Journal of Aircraft, Vol. 22, No. 1, January 1985
- [29] Kröplin, B.; Hodapp, M.; v. Trady-Tuch, G.: Einführung in die Methode der Finite Elemente, Vorlesungsskript Diskretisierungsverfahren, Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen, Universität Stuttgart, dritte überarbeitete Fassung, November 2002
- [30] Looye, G.: Integration of Rigid and Aeroelastic Aircraft Models using the Residualised Model Method, International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, No. IF-046. IFASD, 2005.
- [31] Looye, G.; Reschke, C.: Comparison of Model Integration Approaches for Flexible Aircraft Flight Dynamics Modelling, Proc. of International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, München, 2005

- [32] Lutz, T.: Flugzeug- und Flugkörperaerodynamik I, Vorlesungsskript Sommersemester 2003, Institut für Aerodynamik und Gasdynamik, Universität Stuttgart, 2003
- [33] Mauermann, T.: The FEMSPLINE - Method for Connecting Condensed Structural Models and Aerodynamic Models, Paper, Airbus Hamburg, December 2004
- [34] Michael, M.: Realisierung eines Kopplungsschemas zur aeroelastischen Berechnung von Tragflügeln, Studienarbeit, Institut für Aerodynamik und Gasdynamik, Universität Stuttgart, 2004
- [35] Milne, R. D.: Dynamics of the Deformable Aeroplane. Technical Report R&M 3345, Her Majesty's Stationary Office, 1964
- [36] MIL-F-8785C: Flying qualities of piloted airplanes, U.S. Department of Defense Military Specification, 1980
- [37] MIL-STD-1797: Flying qualities of piloted airplanes, U.S. AirforceDepartment 1990
- [38] Moerder, D.; Calise, A. J.: Convergence of a Numerical Algorithm for Calculating Optimal Output Feedback Gains, IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. AC-30, No. 9, 1985
- [39] Nagel, B.; Monner, H. P.; Breitbach, E.: Aerolastic Tailoring Transonischer Tragflügel auf Basis Anisotroper und Aktiver Strukturen, Institut für Strukturmechanik, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrttechnik Braunschweig, 2004
- [40] Pamadi, B. N.: Performance, stability, dynamics, and control of airplanes, AIAA Education Series, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1998
- [41] Parisch, H.: Diskretisierung II, Vorlesungsskript, Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen, Universität Stuttgart, April 2004
- [42] Reschke, C.: Integrated Flight Loads Modelling and Analysis for Flexible Transport Aircraft, Dissertation, Institut für Flugmechanik und Flugregelung, Universität Stuttgart, Juli 2006
- [43] Reschke, C.; Kier T.: An Integrated Model for Aeroelastic Simulation of large flexible Aircraft using MSC.Nastran, German Aerospace Center, Institute of Robotics and Mechatronics Oberpfaffenhofen, September 2004
- [44] Reymond, M.: DMAP Programmer's Guide, MSC.Nastran, Vol. 1, 2005
- [45] Ribner, H. S.: Spectral Theory of Buffeting and Gust Response; Unification and Extension, Journal of Aeronautical Science, Vol. 23, No. 12, 1956
- [46] Robertson, R. E.; Schwertassek, R.: Dynamics of Multibody Systems, Springer Verlag, 1988
- [47] Rodden, W. P.; Johnson, E.: Aeroelastic Analysis User's Guide, MSC.Nastran Version 68, 2004
- [48] Roger, K. L.: Airplane Math Modeling Methods for Active Control Design, AGARD-CP-228, August, 1977
- [49] Ruprecht, A.: Turbulenzmodellierung für ingenieurmäßige Anwendungen, Projektvortrag, Institut für Strömungsmechanik und hydraulische Strömungsmaschinen, Universität Stuttgart, 2000

- [50] Schiehlen, W.: Multibody System Dynamics: Roots and Perspectives, Multibody System Dynamics, Vol. 1, No. 1, 1997
- [51] Schönrock, O.: Design of Robust Control for Flexible A340 Lateral Movement, Studienarbeit, Department of Aerospace Engineering and Mechanics, University of Minnesota, Minneapolis, Institut für Flugmechanik und Flugregelung, Universität Stuttgart, 2004
- [52] Schuler, J.: Flugregelung und aktive Schwingungsdämpfung für flexible Großraumflugzeuge, Modellbildung und Simulation, Dissertation, Institut für Flugmechanik und Flugregelung, Universität Stuttgart, 1997
- [53] Schuler, J.; König, K.: Integral control of large flexible aircraft, RTO AVD Specialists Meeting on Structural Aspects of Flexible Aircraft Control, RTO MP - 36, October 1999
- [54] Schwertaasek, R.: Mehrkörpersimulation für Raumfahrtanwendungen I, Vorlesungsskript Sommersemester 1994, Institut für Flugmechanik und Flugregelung, Universität Stuttgart, 1994
- [55] Siebert G.: Numerical Simulation of Fluid-Structure Interaction Using Loose Coupling Methods, Dissertation, Fachbereich Maschinenbau, Technische Universität Darmstadt, 2002
- [56] Stevens, B.L.; Lewis, F.L.: Aircraft Control and Simulation, John Wiley & Sons, Inc., 1992
- [57] Teufel, P.: Böenmodellierung und Lastabminderung für ein flexibles Flugzeug, Dissertation, Institut für Flugmechanik und Flugregelung, Universität Stuttgart, 2003
- [58] Tobie, H. N.; Elliott, E. M.; Malcom, L. G.: A new longitudinal handling qualities criterion, Proceeding of the National Aerospace Electronics Conference, Dayton 1966
- [59] Vepa, R.: On the Use of Padé Approximants to Represent Unsteady Aerodynamic Loads for Arbitrarily Small Motions of Wings, Proceedings of the AIAA 14th Aerospace Sciences Meeting, Washington, D.C., AIAA Paper No. 76 - 17, January 26 - 28, 1976
- [60] Vepa, R.: Finite State Modeling of Aeroelastic Systems, NASA CR - 2779, February 1977
- [61] Vinh, L. S.; Edwards, J. W.; Seidel, D. A.; Batina, J. T.: Transonic Stability and Control of Aircraft using CFD Methods, AIAA, CP-4374, 1988
- [62] von Kármán, T.: Progress in the Statistical Theory of Turbulence, Turbulence - Classical Papers on Statistical Theory, S. K. Friedlander and Leonard Topper, Interscience Publishers, Inc. 1961
- [63] Vörsmann, P.: Wind-shear detection from PCM-recorded MLS-flight data, ICAS-Kongress, 1980
- [64] Voß, R.: Instationäre Aerodynamikverfahren für den Entwurf großer transsonischer Transportflugzeuge, DGLR - Jahrestagung, Dresden, DGLR - JT96 - 067, September 1996

-
- [65] Voß, R.: Transonic Doublet Lattice Methode, MODYAS Projektvortrag, September 2004
 - [66] Wallner, E: Modellbildung und Regelungsentwurf für den Airbus A340-300 mittels eines Wirbelgitterverfahrens, Studienarbeit, Institut für Flugmechanik und Flugregelung, Universität Stuttgart, 1997
 - [67] Waszak, M. R.; Schmidt, D. K.: Flight Dynamics of Aeroelastic Vehicles, Journal of Aircraft, Vol. 25, No. 6, 1988
 - [68] Well, K. H.: Flugmechanik, Manuskript zur Vorlesung, Institut für Flugmechanik und Flugregelung, Universität Stuttgart, 2002
 - [69] Winther, B. A.; Goggin, P. J.; Dykman, J. R.: Reduced-order dynamic aeroelastic model development and integration with nonlinear simulation, Journal of Aircraft, Vol. 37, No. 5, 2000
 - [70] Zole, A.; Karpel, M.: Continuous Gust Response and Sensitivity Derivatives Using State-Space Models, Journal of Aircraft, Vol. 31, No. 5, 1994

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name	Marquard Michael
Geburtsdatum	17. September 1979
Geburtsort	Bad Salzungen
Staatsangehörigkeit	deutsch
Familienstand	verheiratet

Schulbildung

09/1986 - 08/1991	Grundschule in Bad Liebenstein
09/1991 - 08/1994	Gymnasium in Bad Liebenstein
09/1994 - 07/1998	Goetheschule Imenau Spezialklasse mathematisch-naturwissenschaftlicher Richtung Abschluss: Allgemeine Hochschulreife

Wehrdienst

11/1998 - 08/1999	Panzergrenadierbataillon 152 in Schwarzenborn
-------------------	---

Studium

10/1999 - 11/2004	Universität Stuttgart Luft- und Raumfahrttechnik Abschluss: Diplom-Ingenieur
-------------------	--

Studienintegrierte Praktika

08/1998 - 10/1998	BTZ GmbH in Dietlas Grundpraktikum im Bereich der Metallverarbeitung
10/2001 - 03/2002	VIRES Simulationstechnologie GmbH in Rosenheim Fachpraktikum im Bereich der Softwareentwicklung

Berufstätigkeit / Promotion

12/2004 - 11/2007	Universität Stuttgart Institut für Flugmechanik und Flugregelung
seit 12/2007	Gustav Wahler GmbH & Co. KG in Esslingen Produktmanagement Grundlagen