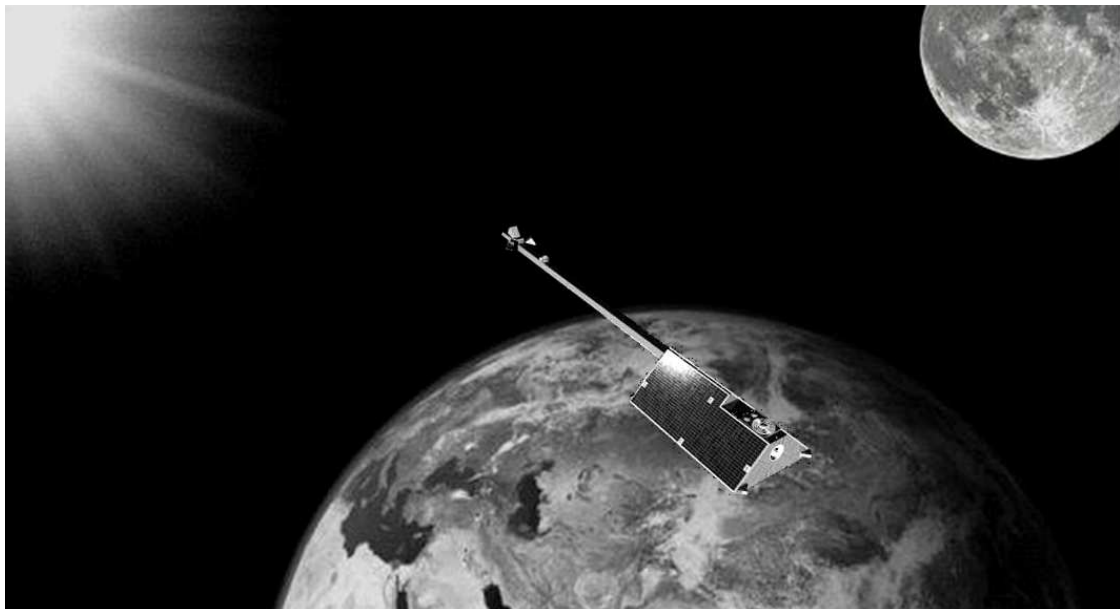


Einfluss des direkten Strahlungsdrucks der Sonne auf CHAMP



Studienarbeit im Studiengang
Geodäsie und Geoinformatik
an der Universität Stuttgart

Emilia Petrescu

Stuttgart, August 2009

Betreuer: Dr.-Ing. Matthias Weigelt
University of Calgary

Prof. Dr.-Ing. Nico Sneeuw
Universität Stuttgart

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich, Emilia Petrescu, dass ich die von mir eingereichte Studienarbeit:

„Einfluss des direkten Strahlungsdrucks der Sonne auf CHAMP“

selbständig verfasst und ausschließlich die angegebenen Hilfsmittel und Quellen verwendet habe.

Datum, Ort: _____

Unterschrift: _____

Zusammenfassung

Ziel dieser Studienarbeit war die Untersuchung der Einfluss des Solardrucks auf einem realen Satelliten. Diese Untersuchung ist für die SWARM-Satellitenmission durchgedacht. Da die ersten SWARM-Messungen Ende 2010 zu erwarten sind, wurden die Daten des CHAMP Missions als Testdaten verwendet.

Für die Ermittlung des Solardrucks wurden die Entfernung Sonne – Satellit und Erdschattendurchgang berücksichtigt. Diese Parameter wurden mittels der Positionen der Sonne, der Erde und des Satelliten bestimmt. Außerdem wurde auch die Solarkonstante miteinbezogen. Für eine genauere Bestimmung waren die Form, der Masse, die Orientierung bezüglich der Sonne und die Oberflächeneigenschaften des Satelliten erforderlich. Da der SWARM Satelliten ähnlich mit dem CHAMP Satelliten wird, könnten diese Daten den letzteren entnommen werden. Der ermittelte Solardruck hat ein Betrag im den Bereich $3,10 \cdot 10^{-9}$ bis $9,08 \cdot 10^{-8} \text{ m / s}^2$.

Untersucht wurde auch der Einfluss der verschiedenen Parameter auf dem ermittelten Solardruck. Es wurde gezeigt, dass die Variation der Satellitenquerschnittsfläche der größte Einfluss aufweist. Der kleinste Einfluss wurde von der Variation der Solarkonstante verursacht, da dieser Parameter durch die Lichtgeschwindigkeit reduziert wurde. Aus diesem Grund wurde beschlossen, dass die Form und Orientierung des Satelliten genau zu modellieren und zu berücksichtigen sind.

Schlüsselwörter:

- direkter Solardruck
- non gravitative Störkraft
- Solarkonstante
- Schattendurchgang
- CHAMP - Satellit

Abstract

This paper studied the analytical evaluation of the influence of the direct solar radiation pressure on a real satellite. The first aim was to secure the gravitational field determination supported by SWARM – satellite mission, which will launch in October 2010. Due to the lack of the characteristic data and measurements of the SWARM mission, which will launch in October 2010 and to the similarities of the SWARM – satellites with the CHAMP – satellite, data and observations from CHAMP were used for the development of this study.

In the calculation of the direct solar pressure a significant role have: the position vectors of the sun and satellite in an inertial geocentric system; the fluctuation of the solar flux; the form, the size, the mass and the orientation of the satellite with respect to the sun; The reflectivity, absorption and radiation pressure coefficient of the satellite components; And the satellite passage through the earth shadow. All these parameters were taken into account during this study. The resulted vector of the acceleration caused by the direct solar radiation pressure has a norm of $3,10 \cdot 10^{-9}$ to $9,08 \cdot 10^{-8} \text{ m / s}^2$.

The weight of each parameter was also analyzed. It was showed that the most influence has the variation of the satellite cross section in the direction of the sun. Therefore a precise modeling of the satellite surface and orientation is most important.

Key words:

- direct solar radiation pressure
- non gravitational perturbation
- solar flux
- earth shadow passage
- satellite CHAMP

Inhaltverzeichnis

1. Einführung	2
2. Theorie und Grundlagen	5
2.1 Keplerbewegung	5
2.2 Störkräfte	6
2.2.1 Inhomogenität des Zentralkörpers	8
2.2.2 Anziehungskraft der anderen Himmelskörper	9
2.2.3 Gezeiten der festen Erde und der Ozeanen	10
2.2.4 Atmosphärenreibung	11
2.2.5 Albedo	12
2.2.6 Weitere Störkräfte	13
3. Direkter Solardruck	14
3.1 Mathematische Beschreibung	14
3.2 Schattendurchgang	16
3.3 Einfluss des Solardrucks auf niedrig fliegende Satelliten	20
3.3.1 Beschreibung der CHAMP-Satellitenmission	21
4. Ergebnisse	30
4.1 Ermittelte Solardruck	30
4.2 Beurteilung der Parametereinflusses	33
4.2.1 Vergleich zum Kugelmodell	33
4.2.2 Reflexionsvermögen	34
4.2.3 Satellitenquerschnittfläche	35
4.2.4 Solarkonstante	35
4.2.5 Flächengradienten zweier Parameter	36
Schlussbetrachtung	39
Abbildungsverzeichnis	41
Literaturverzeichnis	43

1. Einführung

Genauere Angaben der Gravitation sind eine große Unterstützung für die Bestimmung von Höhensystemen, für ein besseres Verständnis des Erdinneren, für die Entwicklung der Erdfigur und so weiter. Deshalb bleibt die Bestimmung des Gravitationsfeldes der Erde immer noch eine der wichtigsten Aufgaben im geodätischen Bereich. Zu diesem Zweck sind ständig neue Methoden entwickelt und verbessert worden. Eine gute Leistungsfähigkeit haben heutzutage die satellitengestützten Methoden, die den Mond und künstliche Satelliten als extraterrestrische Ziele und/oder als Sensoren verwenden (Torge 2001). Im Vergleich zu terrestrischen Schwerefeldmessungen bieten satellitäre Messungen eine weitgehend globale Überdeckung mit homogenen Daten. Satellitengestützte Gravitationsfeldbestimmung basiert sich auf der Position der jeweiligen Satelliten auf ihren Bahnen, und verlangt bei diesen Satelliten hohe Bahngenauigkeit und Orientierung im Bezug auf das Gravitationsfeld. Das bedeutet auch die Reduzierung der gravitativen Störkräfte mittels vordefinierten Modellen und die Messung der nicht-gravitativen Störkräfte mit einem hochempfindlichen Beschleunigungsmesser.

Satellitenmissionen wie CHAMP und GRACE haben diesem Gedanken zufolge das Gravitationsfeld der Erde mit einer Genauigkeit von 10 cm bzw. 1-5 cm und einer Auflösung von 500 km bzw. 300 km gemessen.

Obwohl nur eine begrenzte Anzahl von Satelliten ausschließlich für geodätische Anwendungen geplant werden, kann ein Satellit als bewegtes Ziel in großer Höhe angesehen werden, und mittels seiner Position als Sensor für die Gravitation benutzt werden. (Torge, 2001). Ein gutes Beispiel ist die Satellitenmission SWARM, deren Start für Oktober 2010 geplant ist. Die Satellitenmission SWARM hat als vorgesehene Hauptaufgabe die Bestimmung des magnetischen Feldes der Erde. Gleichzeitig erlaubt ihre Satellitenkonfiguration und Bahnparameter erlauben auch die Gravitationsfeldbestimmung.

In dem Fall eines Satelliten, der nicht explizit für Gravitationsfeldbestimmung ausgerüstet ist, wird dieser wahrscheinlich kein Beschleunigungsmesser an Bord haben. Um doch eine gute Genauigkeit zu gewährleisten, muss die Messung der nicht-gravitativen Störkräfte durch analytische Berechnungen ersetzt werden. Die größten Beträge der nicht-gravitativen Störkräfte ergeben sich aus der Atmosphärrreibung und aus dem Solardruck.

Diese Studienarbeit hat die analytische Alternative für die Bestimmung der Anteile des direkten Solardrucks als Störkraft eines Satelliten untersucht. Zur Berechnung dieses Betrags werden die Position, die Form und die Orientierung des Satelliten, sowie die Positionen der Sonne und der Erde berücksichtigt. Der Einfluss dieser Parameter wurde untersucht und es wurde gezeigt, dass die Satellitenquerschnittfläche bezüglich der Sonnenrichtung von großer Bedeutung ist. Aus diesem Grund wurde festgelegt, dass die Form und Orientierung des Satelliten genau zu modellieren und zu berücksichtigen sind.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich die folgendermaßen:

- **Kapitel 2: Theorie und Grundlagen** – Ausgehend von der mathematischen Beschreibung der Satellitenbewegung auf seine elliptische Bahn wird die Ermittlung des Gravitationsfeldes aus satellitären Messungen vorgestellt. Dieser Kapitel bietet einen Überblick darüber, wie einzelne Störkräfte die Satellitenbahn beeinflussen, ihre Größenordnungen, und wie sie reduziert werden können.
- **Kapitel 3: Direkter Solardruck** – in diesem Kapitel wird der Solardruck ausführlich erklärt. Die möglichen Einsätze der Schattenfunktionen sind detailliert in dem zweiten Teil des Kapitels erläutert. Da die mathematischen Grundlagen auf einem realen Satelliten angewendet wurden, ist die Form, Dimension und Ausrüstung des CHAMP-Satelliten anschließend beschrieben. Die Daten, die für die Berechnung des Solardruckes benutzt wurden, sowie deren notwendige Vorverarbeitungen wurden ebenfalls beschrieben.
- **Kapitel 4: Ergebnisse** – Der letzte Kapitel der vorliegenden Arbeit stellt die Ergebnisse der Ausdenkungen und die Analyse der ergebnen Daten dar. Der

Einfluss der Parameter ist auch individuell für jeden Parameter, sowie durch Flächengradienten zweier Parameter betrachtet.

Eine Zusammenfassung ist zum Schluss vorhanden.

2. Theorie und Grundlagen

2.1 Keplerbewegung

Im Idealfall bewegt sich ein Satellit gleichmäßig und ungestört rund um die Erde auf einer elliptischen Bahn. Die elliptische Bahn eines Satelliten ist durch die sechs Keplerelemente beschrieben: große Halbachse a , erste Exzentrizität e , Inklination i , Rektaszension des aufsteigenden Knotens Ω , Argument des Perigäums ω und wahre Anomalie ν . *Abbildung 2.1-1* stellt die ideale Satellitenbahn im Vergleich zu der tatsächlichen gestörten Bahn und die Keplerelemente dar.

$$e = (a - b)/(a + b)$$

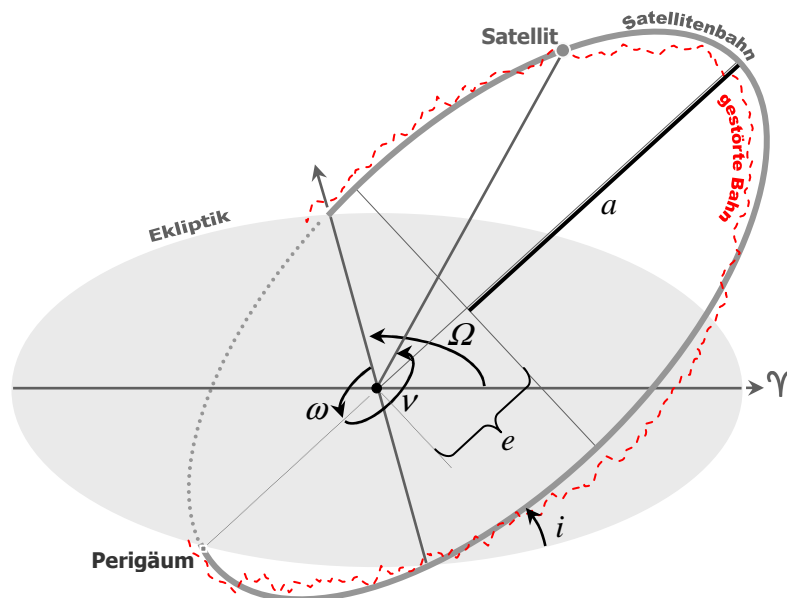


Abbildung 2.1-1: Keplerelemente

Im ungestörten Fall haben die Keplerelemente einen konstanten Wert für alle Umläufe. Die Bewegung des Satelliten auf dieser Bahn kann mithilfe der Newtongleichung ausgedrückt werden:

$$\mathbf{a} = -\frac{GM}{|\mathbf{r}|^3} \cdot \mathbf{r} \quad (2.1-1)$$

- \mathbf{a} – Beschleunigungsvektor, der auf den Satelliten an der Position \mathbf{r} wirkt
- \mathbf{r} – Positionsvektor des Satelliten
- M – Masse der Erde
- G – universelle Gravitationskonstante $6.672 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

2.2 Störkräfte

Im realen Fall beeinflussen mehrere Störkräfte diese Bewegung. Um einen reibungslosen Umlauf des Satelliten zu gewährleisten, müssen diese Störkräfte schon beim Planen der Satellitenmission berücksichtigt werden.

$$\mathbf{a} = -\frac{GM}{|\mathbf{r}|^3} \cdot \mathbf{r} + \mathbf{k}_s \quad (2.2-1)$$

\mathbf{k}_s – resultierende Beschleunigung der Störkräfte

$$\mathbf{k}_s = \ddot{\mathbf{r}}_E + \ddot{\mathbf{r}}_S + \ddot{\mathbf{r}}_M + \ddot{\mathbf{r}}_O + \ddot{\mathbf{r}}_e + \ddot{\mathbf{r}}_D + \ddot{\mathbf{r}}_A + \ddot{\mathbf{r}}_{SP} \quad (2.2-2)$$

Die Richtungsvektoren der bedeutendsten Störkräftebeschleunigungen sind in der *Abbildung 2.2-1* dargestellt.

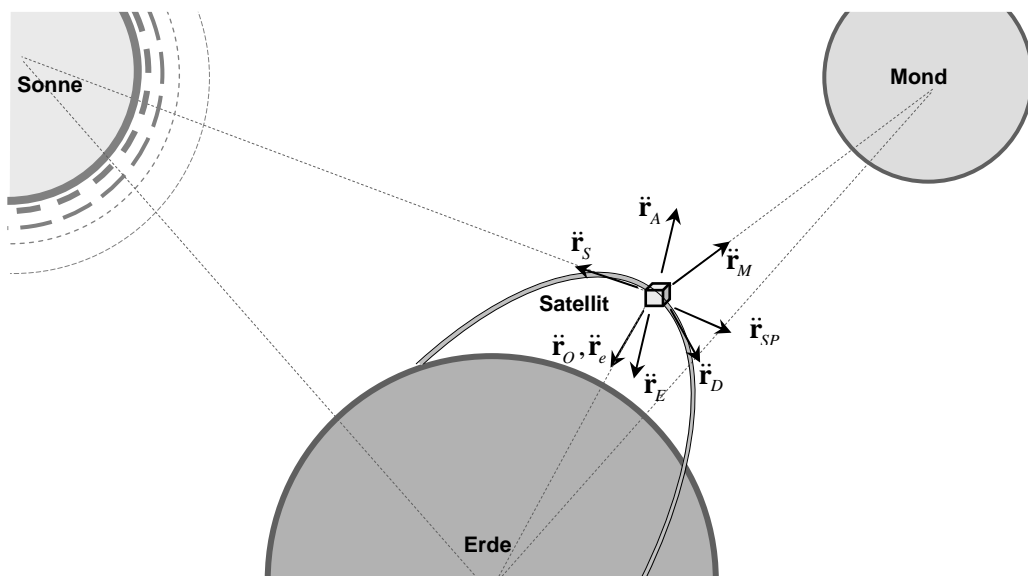


Abbildung 2.2-1: Einfluss der Störkräfte auf einen Satelliten

Tabelle 2.2-1: Übersicht der Störkräfte

	Störkraft	Notation	Ursache	Einfluss	Großenordnung [m/s ²]	berücksichtigt durch	Verweis
gravitative Kräfte	Inhomogenität des Zentralkörpers	$\ddot{\mathbf{r}}_E$	Zentralkörper ist keine Kugel und seine Masse ist nicht gleichmäßig verteilt	~ Nadirrichtung	$1,5 \cdot 10^{-2}$	Modell	Kapitel 2.2.1
	Anziehungskraft der Sonne	$\ddot{\mathbf{r}}_s$	auf den Satelliten wirkende Anziehungskraft der Sonne	in Richtung Satellit - Sonne	$5,0 \cdot 10^{-7}$	Modell	Kapitel 2.2.2
	Anziehungskraft des Mondes	$\ddot{\mathbf{r}}_s$	auf den Satelliten wirkende Anziehungskraft des Mondes	in Richtung Satellit - Mond	$5,4 \cdot 10^{-6}$	Modell	Kapitel 2.2.2
	Gezeiten der festen Erde und des Ozeans	$\ddot{\mathbf{r}}_e, \ddot{\mathbf{r}}_o$	Massenverschiebung der Erde wegen der Anziehungskraft der Sonne und Mond	~ Nadirrichtung	$1,1 \cdot 10^{-7}$	Modell	Kapitel 2.2.3
non - gravitative Kräfte	Atmosphärrreibung	$\ddot{\mathbf{r}}_D$	Reibung des Satelliten mit den Molekülen der Atmosphäre	gegen die Flugrichtung	$7,9 \cdot 10^{-7}$	Messung	Kapitel 2.2.4
	direkter Solardruck	$\ddot{\mathbf{r}}_{SP}$	Druck, der von der Sonne emittierten Photonen auf den Satelliten	gegen die Sonnenrichtung	$9,7 \cdot 10^{-8}$	Messung	Kapitel 3
	reflektierter Solardruck	$\ddot{\mathbf{r}}_A$	Druck, der von der Erde reflektierten Photonen auf den Satelliten	Zenitrichtung	$1,9 \cdot 10^{-8}$	Messung	Kapitel 2.2.5
	<ul style="list-style-type: none"> ◦ Reibkraft wegen der geladenen Molekülen der oberen Atmosphäre ◦ Veränderung der Satellitentemperatur an der Schattengrenze, ◦ elektromagnetische Interaktion in dem Magnetfeld der Erde, ◦ Einfluss des interplanetarischen Staubs 	-	-	-	$\ll 10^{-9}$	nicht berücksichtigt	Kapitel 2.2.6

Die bedeutendsten Störkraftquellen können in gravitativen und non-gravitativen Kräften aufgeteilt werden. In der Tabelle 2.2.1 wird eine Übersicht der Störkräfte dargestellt. Man kann nach den Größenordnungen feststellen, dass der stärkste Einfluss durch die Erdanomalien generiert ist. Die gravitativen Störkräfte, die Atmosphärrreibung und der reflektierte Solardruck sind in den folgenden Kapiteln kurz erklärt. Der direkte Solardruck ist Hauptanteil dieser Arbeit und wird im Kapitel 3 ausführlicher diskutiert.

2.2.1 Inhomogenität des Zentralkörpers

Die Gravitation der Erde ist die Kraft, die den Satelliten auf seiner Umlaufbahn hält. Da aber die Erde keine perfekte Kugel ist und die Dichte des Erdinneren variiert, stellt das Gravitationsfeld keine gleichmäßige Funktion dar. Diese Unstetigkeiten im Gravitationsfeld nennt man Gravitationsanomalien. Das Gravitationspotential lässt sich mit der folgenden Gleichung berechnen (Seeber, 2003):

$$V = \frac{GM}{r} \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a_e}{r} \right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta) \right) \quad (2.2.1-1)$$

C_{nm}, S_{nm} - Harmonische Koeffizienten.

P_{nm} - Legendre Funktionen

Die harmonischen Koeffizienten beschreiben die Massedistribution des Erdinneren. Sie sind aus der Analyse der Satellitenbahnstörungen abgeleitet. Zu diesem Zweck sind die Beobachtung der Satellitenposition und die Reduzierung der anderen Störkräfte notwendig (Seeber, 2003).

$$\mathbf{r}_E = \nabla V$$

Gute Leistungen für die Ermittlung des Gravitationspotentials bringen satellitäre Messungen. Je höher der Satellit fliegt, desto mehr nimmt das Gravitationspotential ab, und ebenfalls verringert sich der Einfluss der Gravitationsanomalien. Aus diesem Grund sind niedrig fliegende Satelliten verwendet (Torge, 2001). Die Satellitenmissionen CHAMP und GRACE haben eine Genauigkeit von 10 cm bzw. 1-5 cm und eine Auflö-

sung von 500 km bzw. 300 km des Gravitationsfelds erreicht. Für die gerade gestartete Satellitenmission GOCE ist die Gravitationsfeldbestimmung mit einer Genauigkeit von 1-2 cm und eine Auflösung von 100 km vorgesehen.

2.2.2 Anziehungskraft der anderen Himmelskörper

Für hochpräzise Bahnberechnung sind die Einflüsse anderer Himmelskörper zu berücksichtigen, wie z.B. des Mondes, der Sonne und der anderen Planeten. Mit der Annahme, dass der Satellit, die Erde und der Mond Punktmassen sind, wird die Beschleunigung des Satelliten bezüglich der Erde bestimmt (Seeber, 2003):

$$\ddot{\mathbf{r}} = \ddot{\mathbf{r}}_0 - \ddot{\mathbf{r}}_{0E} = -\frac{GM}{|\mathbf{r}|^3} \mathbf{r} + G m_M \left(\frac{\rho_M}{|\rho_M|^3} - \frac{\mathbf{r}}{r_M^3} \right) \quad (2.2.2-1)$$

- $\ddot{\mathbf{r}}_0$ - Beschleunigung eines Satelliten bezüglich eines inertialen Koordinatensystems,
- m_M - Masse des Mondes,
- M - Masse der Erde,
- $\ddot{\mathbf{r}}_{0E}$ - die vom Mond verursachte Beschleunigung der Erde.

In der oberen Gleichung ist das erste Element aufgrund der Anziehungskraft der Erde entstanden; das zweite Element entsteht aufgrund der Anziehungskraft des Mondes. D.h. dass der Anteil der durch den Mond erzeugten Beschleunigung ist:

$$\ddot{\mathbf{r}}_M = G m_M \left(\frac{\mathbf{r}_M - \mathbf{r}}{|\mathbf{r}_M - \mathbf{r}|^3} - \frac{\mathbf{r}}{r_M^3} \right) \quad (2.2.2-2)$$

Gleichartig ist der Anteil der von der Sonne erzeugten Beschleunigung:

$$\ddot{\mathbf{r}}_S = G m_S \left(\frac{\mathbf{r}_S - \mathbf{r}}{|\mathbf{r}_S - \mathbf{r}|^3} - \frac{\mathbf{r}}{r_S^3} \right) \quad (2.2.2-3)$$

$$G m_S \approx 1325 \cdot 10^8 \text{ km}^3 \text{ s}^{-2}; \quad G m_M \approx 49 \cdot 10^2 \text{ km}^3 \text{ s}^{-2}$$

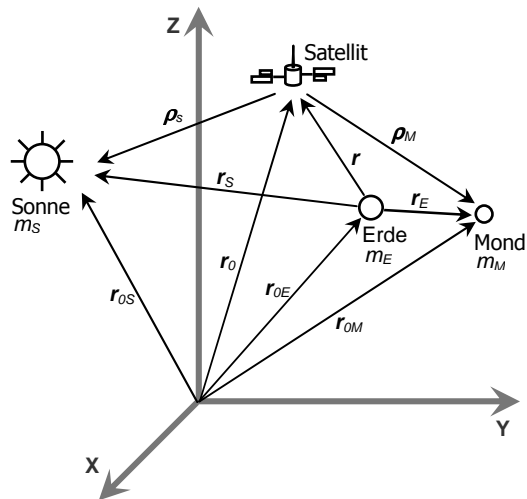


Abbildung 2.2.2-1: Einfluss der Anziehungskraft der Sonne und des Mondes auf einen Satelliten

Diese Formeln können auch für andere Planeten angepasst werden, aber deren Störbeschleunigung ist wegen den großen Entfernungen in den meisten Fällen vernachlässigbar.

2.2.3 Gezeiten der festen Erde und der Ozeanen

Erd- und Ozeangezeiten erzeugen Änderungen des Gravitationsfeldes der Erde, die als indirekte Einflüsse der Sonne und des Mondes betrachtet werden. Die Beschleunigung, die die Gezeiten der festen Erde generieren, ist (Rizos, Stolz, 1985):

$$\ddot{\mathbf{r}}_e = \frac{k_2}{2} \frac{G m_d}{r_d^3} \frac{a_e^5}{r^4} (3 - 15 \cos^2 \theta) \frac{\mathbf{r}}{r} + 6 \cos \theta \frac{\mathbf{r}_d}{r_d} \quad (2.2.3-1)$$

- m_d - Masse der Störkörper (Sonne, Mond),
- r_d - geozentrische inertielle Positionsvektor der Störkörper,
- θ - Winkel zwischen Positionsvektor des Satelliten \mathbf{r} und r_d ,
- k_2 - Love-Zahl.

Die Love-Zahlen hängen von der Dichte und Elastizität des Erdkörpers ab. Sie sind Funktionen der radialen Entfernung von Geozentrum. Das Erdmodell wird als eine Kugel mit festem Mantel, flüssigem äußeren Kern und festem inneren Kern dargestellt.

Die Einflüsse der Ozeangezeiten sind ziemlich schwer zu modellieren, da die Küstenlinien eine irreguläre Form haben.

$$d m_p = \rho_0 h(P, t) d\sigma \quad (2.2.3-4)$$

ρ_0 - mittlere Dichte des Wassers,

t - Zeit,

$d\sigma$ - Flächenelement.

$$\Delta U = \frac{G}{a_e} \sum_n (1 + k'_n) P_{n0} \cos \psi \quad (2.2.3-5)$$

k'_n - Deformationskoeffizient,

P_{n0} - Legendre Polynom,

ψ - geozentrischer Winkel zwischen Startpunkt A und Flächepunkt P .

2.2.4 Atmosphärenreibung

Für niedrig fliegende Satelliten ist die Atmosphärenreibung die wichtigste nicht gravitative Störkraft. Die Atmosphärenreibung entsteht aufgrund der Interaktion des Satelliten mit den Atmosphärenpartikeln und ist abhängig von: (Seeber, 2003)

- der Geometrie des Satelliten
- der Geschwindigkeit des Satelliten
- der Orientierung des Satelliten zur Flugrichtung
- der Dichte, der Temperatur und Komposition der Atmosphäre

$$\ddot{\mathbf{r}}_D = -\frac{1}{2} C_D \cdot \rho(\mathbf{r}, t) \frac{A}{m_s} (\dot{\mathbf{r}} - \dot{\mathbf{r}}_a) |\dot{\mathbf{r}} - \dot{\mathbf{r}}_a|, \quad (2.2.4-1)$$

- m_s - Masse des Satelliten,
- A - Querschnitt des Satelliten,
- C_D - Reibungskoeffizient,
- $\rho(\mathbf{r}, t)$ - Dichte der Atmosphäre in der Nähe des Satelliten,
- $\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}$ - Position- und Geschwindigkeitsvektor des Satelliten,
- $\dot{\mathbf{r}}_a$ - Geschwindigkeit der Atmosphäre in der Nähe des Satelliten.

Typische Werte für C_D liegen zwischen 1,5 und 3,0. Die Dichte der Atmosphäre hängt nicht nur von der Höhe, aber auch von anderen Parametern wie: geographische Position, Jahreszeit, Uhrzeit, Sonne, Magnetikfeld, etc. ab. Die Influenz der Atmosphärrreibung verringert sich mit Steigerung der Höhe. Der Einfluss kann eine Größe von 10^{-3} bis 10^{-9} m/s^2 haben.

2.2.5 Albedo

Ein Teil der auf der Erde fallenden Sonneneinstrahlung wird reflektiert. Das Verhältnis der reflektierten Strahlung zum einfallenden Strahlungsfluss heißt Albedo. Wegen der wechselnden Verteilung von Land, Meer und Wolken ist der Albedoanteil nur schwer zu modellieren (Seeber, 1989). Die Albedo ist stark von der Entfernung zwischen der Erde und dem Satelliten abhängig. Deswegen ist diese Störkraft bei GPS-Satelliten vernachlässigbar, aber muss für niedrig fliegende Satelliten berücksichtigt werden. Der Albedoanteil kann bis zu 25% des Solar-drucks sein, und wird von dem Beschleunigungsmesser zusammen mit der Atmosphärrreibung und dem direkten Solar-druck gemessen (Montenbruck, 2005).

2.2.6 Weitere Störkräfte

Störkräfte wie: Reibkraft wegen der geladenen Moleküle der oberen Atmosphäre (Brundin, 1963); Erhitzung an der Schattengrenze (Sorg, 1981); elektromagnetische Interaktion im Magnetfeld der Erde (PatentDe, 2009); Einfluss des interplanetarischen Staubs (Anderson, 2002), haben sehr kleine Wirkungen auf die Satellitenbahn. Da die aktuellen Realisierungen keine derartig hohe Genauigkeit erreicht haben, sind die Störungen dieser Kräfte nicht relevant.

Eine bedeutende Rolle spielt aber der direkte Solardruck, der die Hauptaufgabe dieser Arbeit ist. Im folgenden Kapitel wird eine ausführliche Beschreibung und Diskussion dieser Störkraft durchgeführt.

3. Direkter Solardruck

3.1 Mathematische Beschreibung

Die Sonne spielt eine große Rolle im Arbeitsvorgang eines Satelliten. Sie dient als Energiequelle des ausgerüsteten Instrumentariums, stört aber auch den Satelliten von seiner Bahn durch ihre Anziehungskraft und durch die Druckkraft, die von dem Zusammenstoß der emittierten Strahlen (Photonen) mit der Satellitenoberfläche verursacht wird.

Wenn die von der Sonne emittierten Photonen die Oberfläche eines Satelliten erreichen, werden diese absorbiert, reflektiert oder gestreut. Dieser Vorgang verursacht einen kleinen Druck, der den Satelliten zur Seite schiebt. Die aufgrund des direkten Solardrucks auf den Satelliten ausgeübte Kraft hängt von der Strahlungsenergie, dem Reflexionsvermögen, der Ausrichtung des Satelliten zur Sonne, dem Querschnitt / Masse – Verhältnis und der Entfernung zwischen Satellit und Sonne ab. (Seeber, 1989)

Die Strahlungsenergie wird durch den Solarflux beschrieben, der in einer Entfernung von $1AU$ ($1AU = 149\,597\,870\,610$ m), etwa 1367 Wm^{-2} entspricht. Tägliche Messungen des Solarfluxes können auf verschiedene Internetseiten (z.B. [SORCE, 2009](#)) gefunden werden. Für eine höhere Genauigkeit ist der Solarflux anhand der tatsächlichen Entfernung zwischen Satellit und Sonne reduziert. (Beutler, 2004)

Der Anteil der Photonen, die absorbiert, reflektiert oder gestreut werden, hängt von den physikalischen und chemischen Eigenschaften der betroffenen Oberfläche ab, und lassen sich mit folgenden Koeffizienten definieren:

α - prozentualer Anteil des absorbierten Lichtes

β - prozentualer Anteil des reflektierten Lichtes

δ - prozentualer Anteil des gestreuten Lichtes

Für diese Koeffizienten gilt folgende Aussage (Sayda, 1997):

$$\alpha + \beta + \delta = 1 \quad (3.1-1)$$

Die Flächen eines Satelliten haben meistens einen hohen Reflektionskoeffizient (Aluminium beschichtet Mylar Sonnensegel) oder hohen Absorptionskoeffizient (Solarpanel). Der Streukoeffizient wird in meisten Fällen vernachlässigt. Aus diesem Grund wird der Reflexionskoeffizient mit ε gekennzeichnet und folgende Vereinfachung wird angenommen (Montenbruck, Gill, 2000):

$$\alpha = \varepsilon ; \quad \beta = 1 - \varepsilon$$

Der Solardruck ist direkt proportional zur Größe der betroffenen Fläche, aber die Orientierung dieser Fläche bezüglich der Sonne hat auch einen bedeutenden Einfluss, da eine Fläche, die senkrecht an der Richtung zur Sonnenrichtung steht, im Vergleich zu einer Fläche, die schief auf die Richtung zur Sonnenrichtung steht, mehr Energie bekommen wird.

Der Absorptionsanteil wird stark von der Richtung zur Sonne geprägt (Montenbruck, Gill, 2000).

$$\mathbf{F}_{abs} = -\frac{\Phi}{c} A \cdot \cos \theta \cdot \mathbf{e}_{sun} \quad (3.1-2)$$

Φ - Solarflux

A - betroffene Fläche

\mathbf{e}_{sun} - Einheitsvektor der Richtung zur Sonne

$$\cos \theta = \mathbf{n}^T \mathbf{e}_{sun}$$

In dem Reflektionsanteil spielt auch der Winkel zwischen dem Normalenvektor der Fläche und der Richtung zur Sonne eine große Rolle (Montenbruck, Gill, 2000).

$$\mathbf{F}_{refl} = -2 \frac{\Phi}{c} A \cdot \cos \theta \cdot \cos \theta \cdot \mathbf{n} \quad (3.1-3)$$

\mathbf{n} - Normalenvektor der Fläche

Die gesamte Kraft der Sonnenstrahlen beträgt (Montenbruck, Gill, 2000):

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{abs} + \mathbf{F}_{refl} = -\frac{\Phi}{c} A \cdot \cos \theta [(1 - \varepsilon) \cdot \mathbf{e}_{sun} + 2 \cdot \varepsilon \cdot \cos \theta \cdot \mathbf{n}] \quad (3.1-4)$$

Für den Fall, dass der Normalenvektor der Fläche und die Richtung zur Sonne sich überlappen und mit der Annahme, $C_R = 1 + \varepsilon$, wird der Solardruck wie folgt ausgedrückt (Montenbruck, Gill, 2000):

$$\ddot{\mathbf{r}}_{SP} = C_R \frac{AU^2}{|\mathbf{r}_{sat} - \mathbf{r}_{sun}|^2} \frac{\Phi A}{c m} \frac{\mathbf{r}_{sat} - \mathbf{r}_{sun}}{|\mathbf{r}_{sat} - \mathbf{r}_{sun}|} \quad (3.1-5)$$

- C_R - Reflexionsvermögen
- AU - Astronomische Einheit
- \mathcal{A} - Querschnitt des Satelliten senkrecht zur Sonne
- m - Masse des Satelliten
- \mathbf{r}_{sat} - geozentrischer Positionsvektor des Satelliten
- \mathbf{r}_{sun} - geozentrischer Positionsvektor der Sonne

Für hohe Genauigkeitsanforderungen, die häufig im geodätischen Bereich auftreten, ist diese Formel nur noch ausreichend, wenn die ganze Struktur und jede Flächeneigenschaft des Satelliten berücksichtigt wird. (Montenbruck, Gill, 2000)

3.2 Schattendurchgang

Bis jetzt wurde angenommen, dass der Satellit immer von der Sonne beleuchtet ist. Der Solardruck ist offensichtlich null, wenn der Satellit von den Sonnenstrahlen verdeckt ist. Das passiert, wenn zwischen Satellit und Sonne ein Hindernis liegt, wie der Mond oder die Erde. Der Mondschatten ist in den meisten Modellen vernachlässigt, da dieses Ereignis selten auftritt, den Erdschatten durchquert der Satellit bei jedem Umlauf um die Erde.

Für die Hypothese: a) die Erde ist eine Kugel von Radius R_E und b) die Sonnenstrahlen laufen parallel, kann man ein zylindrisches Schattenmodell bauen.

Der Satellit befindet sich im Erdschatten, wenn:

- die Entfernung zwischen Satellit und Sonne größer als der Entfernung zwischen Erde und Sonne ist: $|\mathbf{r}_{sun} - \mathbf{r}_{sat}| > |\mathbf{r}_{sun}|$, und

- die Senkrechte des Satelliten auf die Richtung zur Sonne kleiner als die Erdradius ist: $S < R_E$.

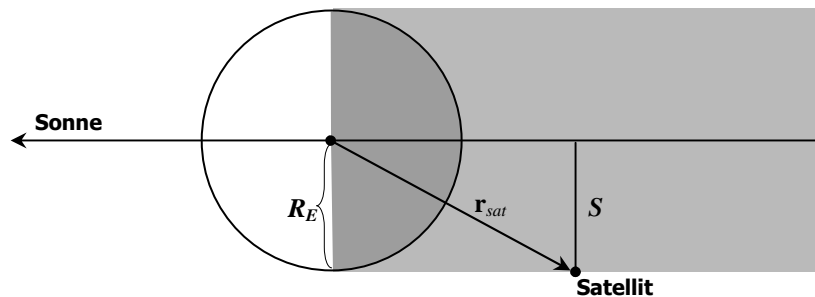


Abbildung 3.2-1: zylindrische Modellierung des Erdschattens

Dieses Näherungsmodell vernachlässigt das Bestehen des Halbschattens. Für diese Ansicht bietet das kegelförmige Modell eine Lösung, wie in der folgenden Abbildung beschrieben ist.

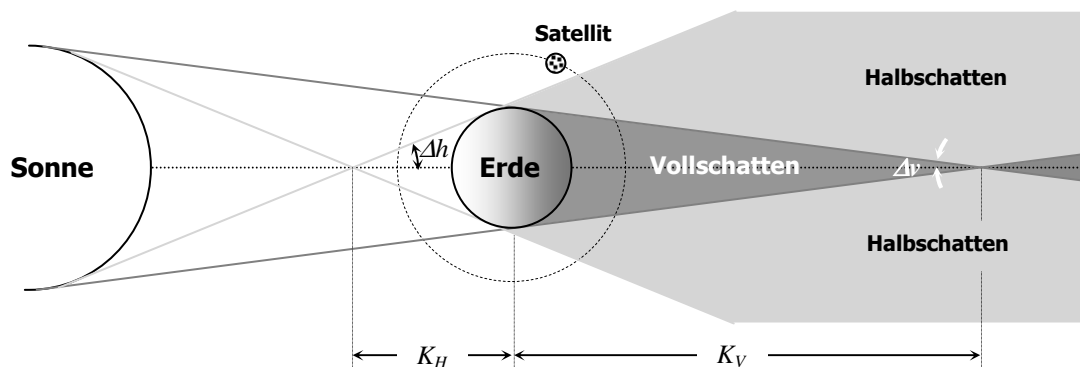


Abbildung 3.2-2: kegelförmige Modellierung des Erdschattens

Die Sonnenstrahlen, die an der Erdoberfläche tangential laufen, bilden zwei Kegel. Die Objekte, die sich in dem Vollschatenkegel befinden, werden von keinen Sonnenstrahlen getroffen. Die Objekte, die sich in dem Halbschatenkegel befinden, werden von einem Teil der Sonnenstrahlen getroffen, da der Rest der Strahlen von der Erde blockiert wird.

Beschreibung der Schattenfunktion

Um Bedingungen für den Standort des Satelliten und einen Wert für die Schattenfunktion abzuleiten, müssen folgende Hilfsgrößen berechnet werden.

- Halbkegelwinkeln (siehe *Abbildung 3.2-2*):

$$\sin \Delta h = \frac{R_{sun} + R_E}{|\mathbf{r}_{sun}|} \quad (3.2-1)$$

$$\sin \Delta v = \frac{R_{sun} - R_E}{|\mathbf{r}_{sun}|} \quad (3.2-2)$$

R_{sun} - Halbmesser der Sonne

- Abstände der Kegelspitzen vom Geozentrum (siehe *Abbildung 3.2-2*):

$$K_H = \frac{R_E}{\sin \Delta h} \quad (3.2-3)$$

$$K_V = \frac{R_E}{\sin \Delta v} \quad (3.2-4)$$

- Geozentrische Positionsvektoren der Kegelspitzen (siehe *Abbildung 3.2-3*):

$$\mathbf{r}_{KH} = K_H \frac{\mathbf{r}_{sun}}{|\mathbf{r}_{sun}|} \quad (3.2-5)$$

$$\mathbf{r}_{KV} = K_V \frac{\mathbf{r}_{sun}}{|\mathbf{r}_{sun}|} \quad (3.2-6)$$

- Position des Satelliten bezüglich der Kegelspitzen (siehe *Abbildung 3.2-3*):

$$\mathbf{r}_{sat}^{KH} = \mathbf{r}_{sat} - \mathbf{r}_{KH} \quad (3.2-7)$$

$$\mathbf{r}_{sat}^{KV} = \mathbf{r}_{sat} - \mathbf{r}_{KV} \quad (3.2-8)$$

Berechnung der Bedingungen:

$$\cos \nabla h = - \frac{\mathbf{r}_{sat}^{KH} \cdot \mathbf{r}_{KH}}{|\mathbf{r}_{sat}^{KH}| \cdot |\mathbf{r}_{KH}|} \quad (3.2-9)$$

$$\cos \nabla v = - \frac{\mathbf{r}_{sat}^{KV} \cdot \mathbf{r}_{KV}}{|\mathbf{r}_{sat}^{KV}| \cdot |\mathbf{r}_{KV}|} \quad (3.2-10)$$

∇h , ∇v - Winkel zwischen der Richtung Erde-Sonne und Satellitenposition bezüglich der Kegelspitzen. (siehe *Abbildung 3.2-3*)

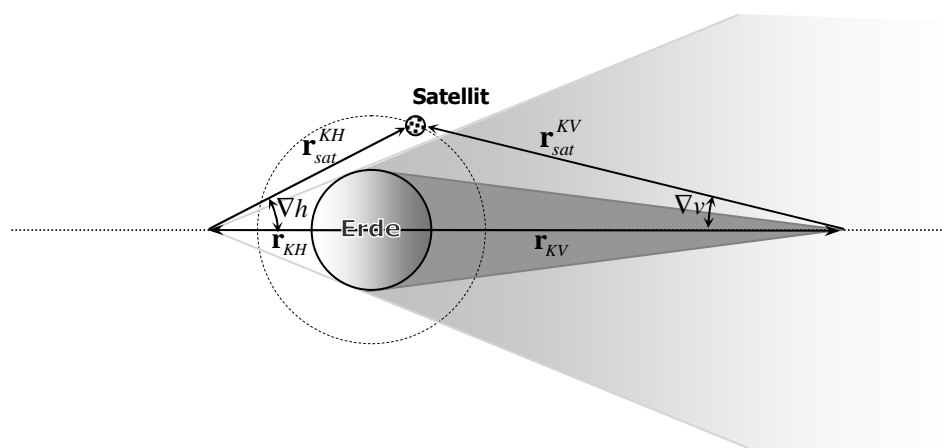


Abbildung 3.2-3: Bedingungen der Schattenfunktion

Der Satellit befindet sich im Halbschatten wenn:

$$\nabla h \leq \Delta h \quad \text{und} \quad |\mathbf{r}_{sat}^{KH}| \geq \sqrt{|\mathbf{r}_{KH}|^2 + R_E^2}$$

Der Satellit befindet sich im Vollschatten wenn:

$$\nabla v \leq \Delta v \quad \text{und} \quad |\mathbf{r}_{sat}^{KV}| \leq \sqrt{|\mathbf{r}_{KV}|^2 + R_E^2}$$

Die einfachste Schattenfunktion wird ein Koeffizient k anhand der oberen Bedingungen bestimmen:

- $k = 1$; der Satellit befindet sich im vollen Sonnenlicht
- $k = 0,5$; der Satellit befindet sich im Halbschatten
- $k = 0$; der Satellit befindet sich im Vollschatten

Da der Solardruck beim Durchgang des Satelliten durch den Halbschattenbereich bis zum Eingang in den Vollschattenbereich ständig abnimmt, ist eine lineare Interpolation des Schattenkoeffizienten sinnvoll.

Lineare Interpolation des Halbschattens

Im ersten Schritt wird die Position des Lotfußpunktes bestimmt. Das Kreuzprodukt aus dem Einheitsvektor der geozentrischen Sonnenposition und dem Einheitsvektor der Satellitenposition liefert einen Vektor \mathbf{a} , der senkrecht auf der Ebene Sonne-Erde-Satellit steht.

$$\mathbf{a} = \mathbf{e}_{sun} \times \mathbf{e}_{sat} \quad (3.2-11)$$

$$\mathbf{e}_{sun} = \frac{\mathbf{r}_{sun}}{|\mathbf{r}_{sun}|} \quad (2.3-17)$$

$$\mathbf{e}_{sat} = \frac{\mathbf{r}_{sat}}{|\mathbf{r}_{sat}|} \quad (3.2-12)$$

Eine weitere Kreuzprodukt zwischen dem gerade berechneten Vektor \mathbf{a} und dem Einheitsvektor \mathbf{e}_{sun} liefert einen Vektor \mathbf{b} , der in der Ebene Sonne-Erde-Satellit liegt und senkrecht auf \mathbf{e}_{sun} steht.

$$\mathbf{b} = \frac{\mathbf{e}_{sun} \times \mathbf{a}}{|\mathbf{e}_{sun} \times \mathbf{a}|} \quad (3.2-13)$$

$$l = \frac{\mathbf{e}_{sat}(2) \cdot \mathbf{e}_{sun}(1) - \mathbf{e}_{sat}(1) \cdot \mathbf{e}_{sun}(2)}{-\mathbf{b}(2) \cdot \mathbf{e}_{sun}(1) + \mathbf{b}(1) \cdot \mathbf{e}_{sun}(2)} \quad (3.2-14)$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{e}_{sat} + l \cdot \mathbf{b} \quad (3.2-15)$$

$$L_1 = \tan \Delta v \cdot |\mathbf{r}_{KV} - \mathbf{L}| \quad (2.3-22)$$

$$L_2 = \tan \Delta h \cdot |\mathbf{r}_{KH} - \mathbf{L}| \quad (3.2-16)$$

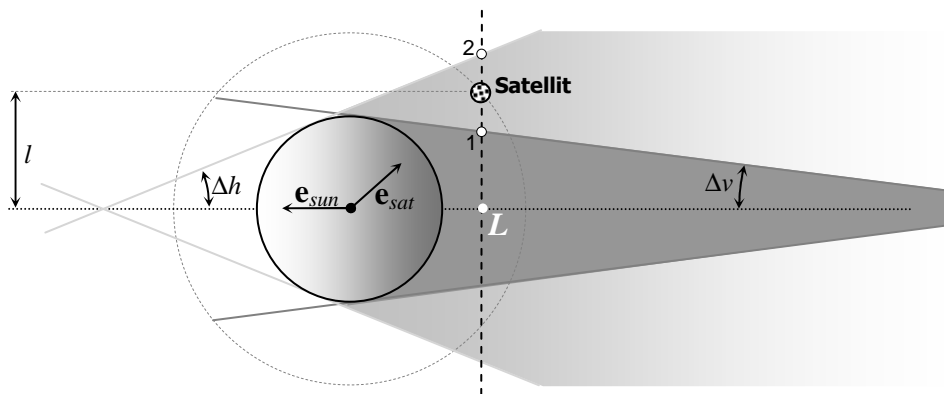


Abbildung 3.2-4: lineare Interpolationen des Halbschattens

In Halbschatten ist der Koeffizient der Schattenfunktion:

$$k = \frac{|l - L_1|}{|L_2 - L_1|} \quad (3.2-17)$$

Mit:

- L_1 – Abstand des Punktes 1 vom Lotfußpunkt L
- L_2 – Abstand des Punktes 2 vom Lotfußpunkt L
- l – Abstand des Satelliten vom Lotfußpunkt L

3.3 Einfluss des Solardrucks auf niedrig fliegende Satelliten

Jeder Satellit, dessen Position und Geschwindigkeit sich beobachten lässt, kann als Sensor für Gravitationsfeldbestimmung angewendet werden. Das schließt die Modellierung der Störkräfte ein. Im folgenden Abschnitt wird die Modellierung des direkten Solardruckes auf einen realen Satelliten untersucht. Aktuelle Untersuchungen sind für die SWARM-Mission vorgesehen. Die SWARM-Mission entspricht den Anforderungen der Gravitationsfeldbestimmung und gibt eine Gelegenheit für neue Messungen. Reale Messungen von dem SWARM-Satelliten sind ab Ende 2010 zu erwarten. Wegen der starken Ähnlichkeit zwischen SWARM- und CHAMP- Satelliten werden in dieser Arbeit Messdaten und Beschreibungen der CHAMP-Mission verwendet.

3.3.1 Beschreibung der CHAMP-Satellitenmission

Challenging Mini-Satellite Payload for Geophysical Research and Application (CHAMP) wurde unter der Beobachtung der GeoForschungsZentrum (GFZ), Potsdam, am 15. Juli 2000 gestartet. Mit eine fast kreisförmigen polaren Bahn, 450 km Flughöhe und eine Inklination von $87,3^\circ$ wurde eine 5-jährige Lebensdauer des Satelliten geplant. Die Höhe wurde wegen der Atmosphärrreibung bis zu 300 km oder weniger reduziert, damit der Satellit empfindlicher für eine Variation von Parametern wird. Die Masse des Satelliten war 522,5 kg beim Start, davon 20 kg Instrumentarium und 30 kg der Arm, und wurde wegen Treibstoffverbrauch gesenkt.

Die Aufgaben des Satelliten sind: Darstellen des Gravitationsfeldes; Darstellen des Magnetfeldes; Profile der Ionosphäre und Troposphäre.

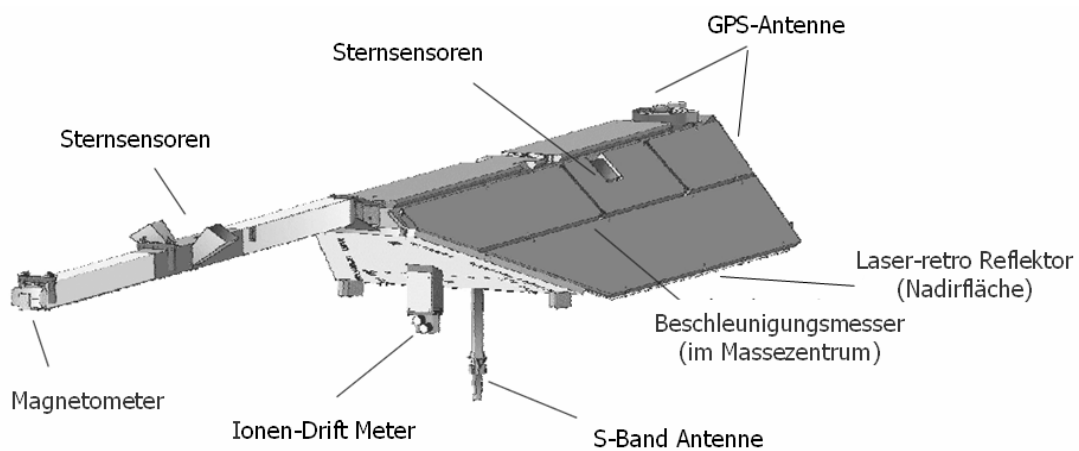


Abbildung 3.3.1-1: vorne Ansicht des CHAMP-Satelliten

Die Ausrüstung des Satelliten umfasst:

- TRSR-2 GPS-Empfänger, der mit einem Multipleantennensystem verbunden ist;
- dreiachsiger STAR Beschleunigungsmesser, der sich im Massezentrum befindet;
- Laser-Retro Reflektor, für Grundbeobachtungen;
- Fluxgate Magnetometer, Overhauser Magnetometer;

- Advanced Stellar Compass (ASC),
- digitaler Ionen-Drift Meter.

Globale Modelle für Gravitationsfeld der Erde werden von GPS- und Beschleunigungsmesserbeobachtungen abgeleitet. Die inertielle Orientierung der Beschleunigungsmesserachsen wird mit dem ASC-System gemessen. Das Gravitationsfeld wurde mit einer Verzögerung von einigen Monaten postprozessiert.

Macro Modell des CHAMP - Satelliten

Der CHAMP-Satellit besteht aus einem Hauptkörper, der große Flächen mit Solarzellen auf der linken und rechten Seite hat, und einen 4m langen Arm. Eine numerische Beschreibung der Flächendimensionen und Orientierungen ist in der folgenden Tabelle gegeben:

Tabelle 3.3.1-1: Macro Modell des CHAMP - Satelliten

Beschreibung der Fläche	Fläche m ²	Normalenvektor der Fläche		
		x	y	z
Top	1,2920	1,0000	0,0000	0,0000
Bottom	3,6239	-1,0000	0,0000	0,0000
Left Solar Panel	3,1593	0,7070	0,0000	0,7070
Left Solar Panel apron	0,3020	-0,7070	0,0000	-0,7070
Right Solar Panel	3,1593	0,7070	0,0000	-0,7070
Right Solar Panel apron	0,3020	-0,7070	0,0000	0,7070
Alf Panel	0,4902	-0,3420	-0,9397	0,0000
Front Panel	1,2199	-0,9397	0,3420	0,0000
Top Boom	0,9300	1,0000	0,0000	0,0000
Bottom Boom	0,9300	-1,0000	0,0000	0,0000
Left Boom	0,9300	0,0000	0,0000	-1,0000
Right Boom	0,9300	0,0000	0,0000	1,0000
Front Boom	0,0500	0,0000	1,0000	0,0000

Die Normalenvektoren der Oberflächen sind in dem Koordinatensystem der Beschleunigungsmesser gegeben. Das Bezugssystem der Raumflugkörper hat die x-Achse im Ze-

nitrichtung, y-Achse im Flugrichtung und die z-Achse komplementär, um das linke Koordinatensystem abzuschließen (siehe *Abbildung 3.3.1-2 a*).

Die kumulierte Fläche des Satelliten beträgt $17,3186 \text{ m}^2$. Wegen ihrer Größe und Beschichtung hat die untere Fläche der stärkste Einfluss, wenn sie in der Sonne liegt. Die linken, rechten und oberen Seiten des Satellitenkörpers sind mit Solarzellen abgedeckt. Sie sind zwischen den größten Flächen und haben darum ebenfalls einen großen Einfluss. Im Vergleich zu diesen drei Flächen sind die anderen Flächen bedeutend kleiner, aber da sie mit Aluminiumfolien abgedeckt sind, zeigen sie immer noch einen signifikanten Einfluss. Aus diesem Grund sind alle Flächen zu berücksichtigen.

Durch differentiale GPS-Messungen wurden Position und Geschwindigkeit mit einer Genauigkeit von wenigen Zentimetern beobachtet. Der Beschleunigungsmesser hat eine Auflösung von $3 \cdot 10^{-9} \text{ m/s}^2$. Um Exzentrizitäten zu vermeiden, wurde der Beschleunigungsmesser möglich nah am Massenzentrum gelegt und die Orientierung des Satelliten wurde mittels Sternbeobachtungen korrigiert. (Seeber, 2000) Die Messungen der Beschleunigungsmesser sind im normalen Fall zur Reduzierung der non-gravitativen Störkräfte inklusiv des Solar-drucks verwendet.

Beschreibung der verwendeten Daten

Für die Berechnung der Solar-druck mittels der *Gleichung (2.3-5)* sind folgende Daten notwendig:

- geozentrischer Positionsvektor des Satelliten,
- geozentrischer Positionsvektor der Sonne,
- Größe, Orientierung und Oberflächeneigenschaft der Oberflächen,
- Solarkonstante,
- Masse des Satelliten.

Die geozentrischen Positionsvektoren des Satelliten und der Sonne sind mit einer Ab-tastrate von 30 Sekunden gegeben. Für jede Position wird der Betrag des Solar-drucks berechnet.

Um genaue Berechnungen durchzuführen, werden die Größe und die Orientierung jeder Oberfläche des Satelliten berücksichtigt. Gesucht wird der effektive Querschnitt des Sa-

telliten bezüglich der Sonnenrichtung. Das heißt, dass alle Oberflächen, die von der Sonne beleuchtet sind, in einer zur Sonnenrichtung senkrechten Ebene projiziert werden. Die projizierten Flächen werden addiert. Zu diesem Zweck werden die Angaben von der *Tabelle 3.1-1* benutzt. Erstens müssen die Normalenvektoren der Satellitenoberflächen von dem Bezugssystem der Raumflugkörper in dem Bezugssystem der Beschleunigungsmesser transformiert werden.

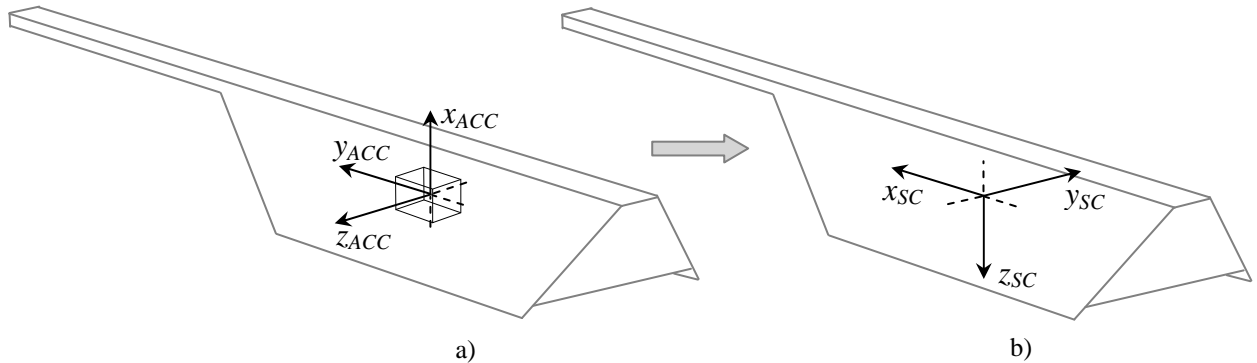


Abbildung 3.3.1-2: a) Bezugssystem der Beschleunigungsmesser;
b) Bezugssystem der Raumflugkörper.

$\mathbf{X}_{ACC} = [x_{ACC} \quad y_{ACC} \quad z_{ACC}]'$ - Koordinatensystem der Beschleunigungsmesser

$\mathbf{X}_{SC} = [x_{SC} \quad y_{SC} \quad z_{SC}]'$ - Koordinatensystem der Raumflugkörper

$$\mathbf{X}_{SC} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{X}_{ACC} = \begin{bmatrix} y_{ACC} \\ -z_{ACC} \\ -x_{ACC} \end{bmatrix} \quad (3.2-1)$$

Da die Positionsvektoren des Satelliten und der Sonne in inertialen geozentrischen Koordinatensystem liegen, müssen auch die Normalenvektoren der Satellitenoberflächen im gleichen System angebracht werden. Mit einer Abtastung von 10 Sekunden ist die Orientierung des Satelliten mittels Quaternionen gegeben.

Quaternionen können als Extensionen der komplexen Zahlen mit zwei zusätzlichen imaginären Dimensionen beschrieben werden. Der Haupteinsatz der Quaternionen ist die Darstellung der 3D Drehungen. Sie beschreiben der Vektor einer Rotationsachse und ein Drehwinkel um diese Achse. Die Quaternionen unterstützen die folgende Berechnung der Rotationsmatrix (EuclideanSpace, 2009):

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2 \cdot q_1 \cdot q_2 - 2 \cdot q_0 \cdot q_3 & 2 \cdot q_1 \cdot q_3 - 2 \cdot q_0 \cdot q_2 \\ 2 \cdot q_1 \cdot q_2 - 2 \cdot q_0 \cdot q_3 & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2 \cdot q_2 \cdot q_3 - 2 \cdot q_0 \cdot q_1 \\ 2 \cdot q_1 \cdot q_3 - 2 \cdot q_0 \cdot q_2 & 2 \cdot q_2 \cdot q_3 - 2 \cdot q_0 \cdot q_1 & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (3.2-2)$$

Folgende Konvention der Quaternionen wurde benutzt (Lühr, 2002):

$$q_1 = e_x \cdot \sin \frac{\delta}{2}; \quad q_2 = e_y \cdot \sin \frac{\delta}{2}; \quad q_3 = e_z \cdot \sin \frac{\delta}{2}; \quad q_0 = \cos \frac{\delta}{2}.$$

e_x, e_y, e_z - Kosinusrichtungen der Rotationsachse,

δ - Rotationswinkel

Die oben beschriebene Rotationsmatrix führt eine Koordinatentransformation vom inertialen globalen Koordinatensystem in Raumflugzeugkoordinatensystem ein:

$$\mathbf{X}_{SC} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{X}_i \quad (3.2-3)$$

\mathbf{X}_i - inertiales geozentrisches Koordinatensystem

$$\Rightarrow \mathbf{X}_i = \mathbf{R}' \cdot \mathbf{X}_{SC} = \mathbf{R}' \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{X}_{ACC} \quad (3.2-3)$$

Die Satellitenoberflächen werden bezüglich der Sonnenrichtung projiziert. Dafür sind die Winkeln zwischen jeder Oberfläche und die Richtung zur Sonne notwendig.

$$\theta_i = \arccos \frac{\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{r}_{SatSun}}{|\mathbf{n}_i| \cdot |\mathbf{r}_{SatSun}|}, \quad (3.2-4)$$

$$\text{WO: } \mathbf{r}_{SatSun} = \frac{\mathbf{r}_{Sat} - \mathbf{r}_{Sun}}{|\mathbf{r}_{Sat} - \mathbf{r}_{Sun}|}.$$

θ_i - Winkel zwischen Normalenvektor der Oberfläche i und der Richtung zur Sonne,

\mathbf{n}_i - Normalenvektor der Oberfläche i in inertialem geozentrischem Koordinatensystem,

\mathbf{r}_{Sat} - geozentrischer Positionsvektor des Satelliten,

\mathbf{r}_{Sun} - geozentrischer Positionsvektor der Sonne.

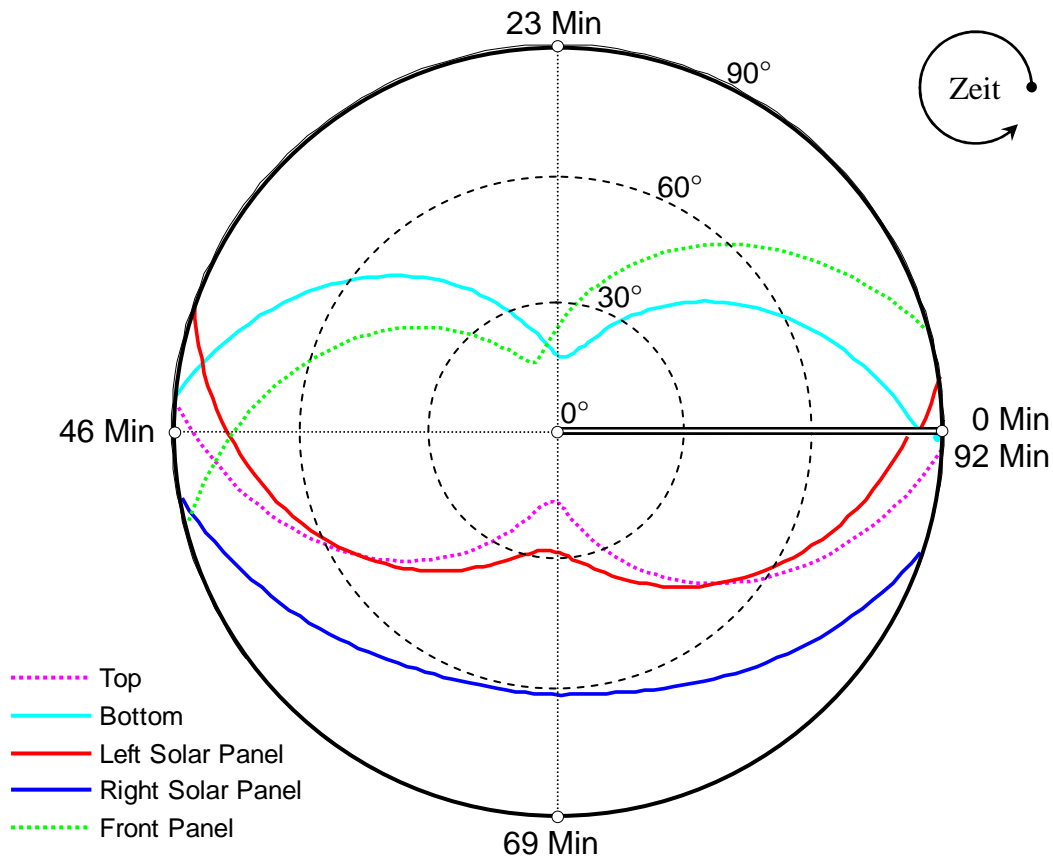


Abbildung 3.3.1-3: Orientierung der Satellitenoberflächen bezüglich der Sonne

Die *Abbildung 3.3.1-3* zeigt die Schwankungen der Winkel θ_i von fünf verschiedener Satellitenoberflächen in einem Satellitenumlauf, wenn diese Oberflächen von der Sonne beleuchtet sind. In die mathematisch positive Richtung ist der Zeit auf dem Kreis dargestellt. Der Winkel θ_i nimmt Werten von 0° bis 180° , aber wenn der Winkel 90° überschreitet, ist die entsprechende Fläche nicht mehr von der Sonne beleuchtet und sie wird nicht mehr berücksichtigt. Je näher die Variationslinie zum Kreiszentrum ist, desto größer ist der Anteil der entsprechenden Oberfläche in dem gesamten Satellitenquerschnitt. Die Normalenvektoren der oberen und unteren Oberfläche zeigen in gegenseitige Richtungen. Dadurch wird die Summe der entsprechenden Winkel immer 180° sein. Man kann das auf der *Abbildung* erkennen, da die Variationslinien dieser Winkel bei 90° sich schneiden.

Die *Abbildung 3.3.1-4* zeigt, wie die Größe der Satellitenquerschnittsfläche in einem Umlauf variiert. Von der gesamten Satellitenoberfläche wird nur 37,98% bis 62,02% gleichzeitig in Sonnensichtbereich liegen. Die berechnete Satellitenquerschnittsfläche

nimmt Werte von 1,25 bis 6,68 m². Das ist die tatsächliche Fläche, die in den weiteren Berechnungen verwendet wird.

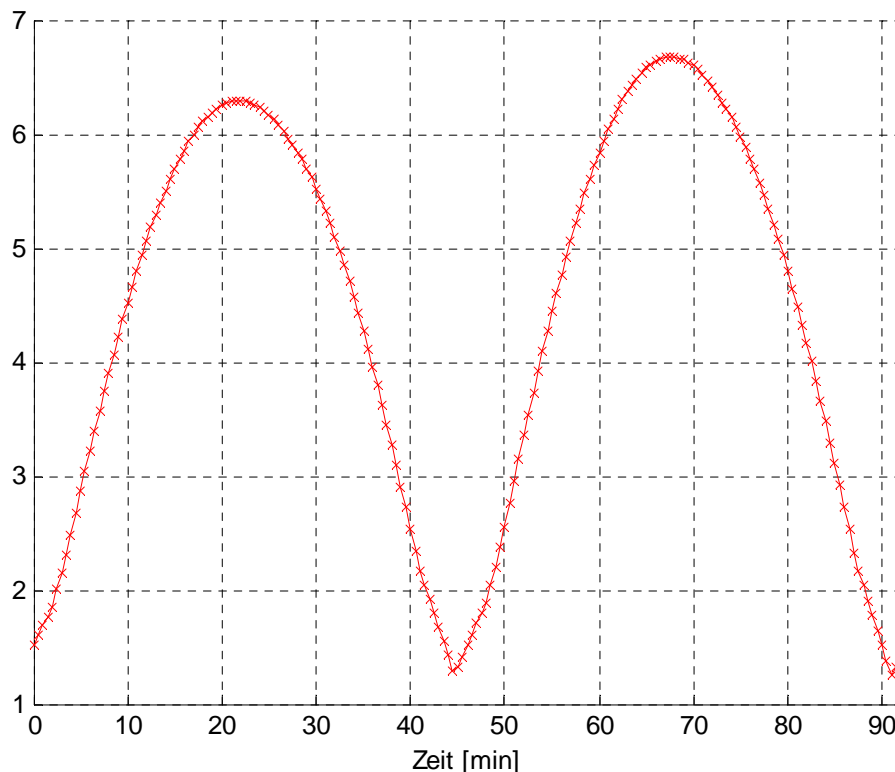


Abbildung 3.3.1-4: Variation der Satellitenquerschnittsfläche bezüglich der Richtung zur Sonne in einem Umlauf

Die Variation des Satellitenquerschnittes hat meistens einen glatten Verlauf, da es um Drehungen gleicher Oberfläche handelt. Bei Eintritt oder Austritt einer größeren Oberfläche in dem Sonnensichtbereich wird in der Variation ein Knick auftreten. Das ist besonders bemerkbar in den Minimumpunkten der Variation, wie z.B. in der Minute 44, da an diese Stelle die untere Oberfläche von dem Sonnensichtbereich verschwindet und die linke Oberfläche eintritt.

Oberflächeneigenschaften

Ein anderer wichtiger Aspekt der Satellitenoberflächen ist von den physikalischen und chemischen Eigenschaften der entsprechenden Oberflächen gestellt. Da die Satellitenoberflächen meistens von Solarzellen oder Aluminium bedeckt sind, wurden diese Eigenschaften durch einen Koeffizienten der Reflexionsvermögen C_R von 1,21 für Flächen mit Solarzellen bzw. 1,88 für Aluminium bedeckten Flächen eingesetzt (Mon-

tenbruck, 2005). Das heißt, dass für $7,9106 \text{ m}^2$ der gesamte Oberfläche $C_R = 1,21$ ist bzw. für $9,408 \text{ m}^2$ der gesamte Oberfläche $C_R = 1,88$ ist.

Solarkonstante

Die Quelle des Solardrucks ist die Strahlungsenergie der Sonne, die durch der Solarkonstante geben wird. Die Solarkonstante entspricht der Leistung pro Quadratmeter einer Fläche, die senkrecht zur Strahlung steht. Je größer der Abstand zur Sonne ist, desto kleiner ist die Solarkonstante. Die Solarkonstante zeigt auch unregelmäßige Schwankungen unabhängig vom Abstand. Die Internetseite *SORCE* (The Solar Radiation and Climate Experiment – *SORCE*, 2009) stellt Messungen der Solarkonstante aus einer Entfernung von 1AU mit eine Frequenz von 6 Stunden von den letzten 6 Jahren zur Verfügung. In der *Abbildung 3.3.1-5* sind die Messungen der Solarkonstante im den Jahr 2003 dargestellt.

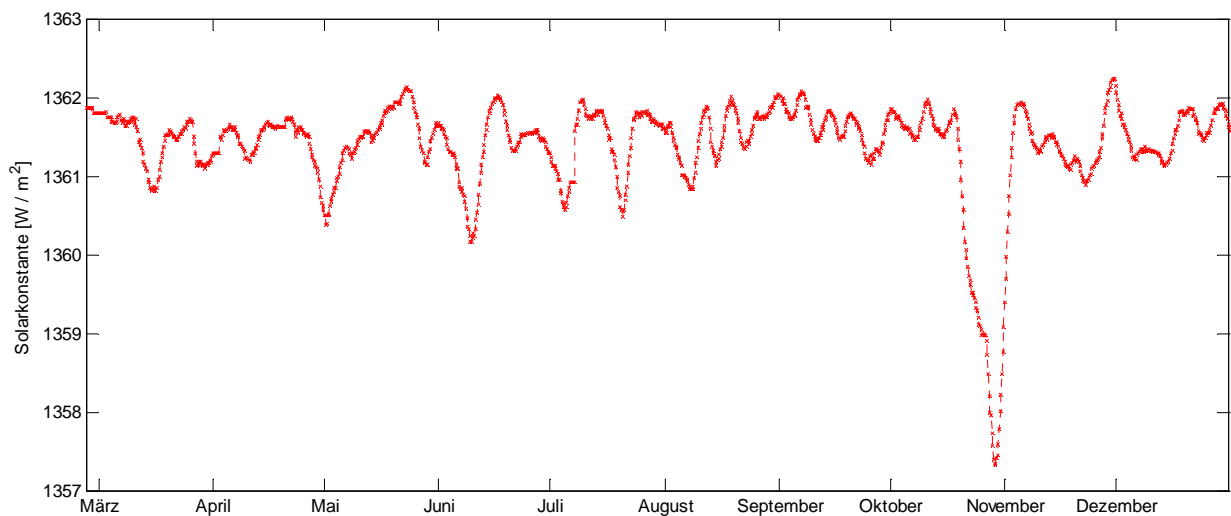


Abbildung 3.3.1-5: Schwankungen des Solarkonstantes in dem Jahr 2003

Das Jahr 2003 ist ein besonders interessantes Jahr zum Auswerten, da wegen des 11-Jahren Zyklus die Sonne eine bedeutende Aktivität gezeigt hat. In dem Jahr 2003 hat die Solarkonstante eine maximale Variation von $5,3 \text{ W/m}^2$ gehabt. Seit 2003 haben sich die Schwankungen der Solarkonstante viel beruhigt. Im 2009 liegt der maximale Unterschied der Solarkonstante unter $0,4 \text{ W / m}^2$.

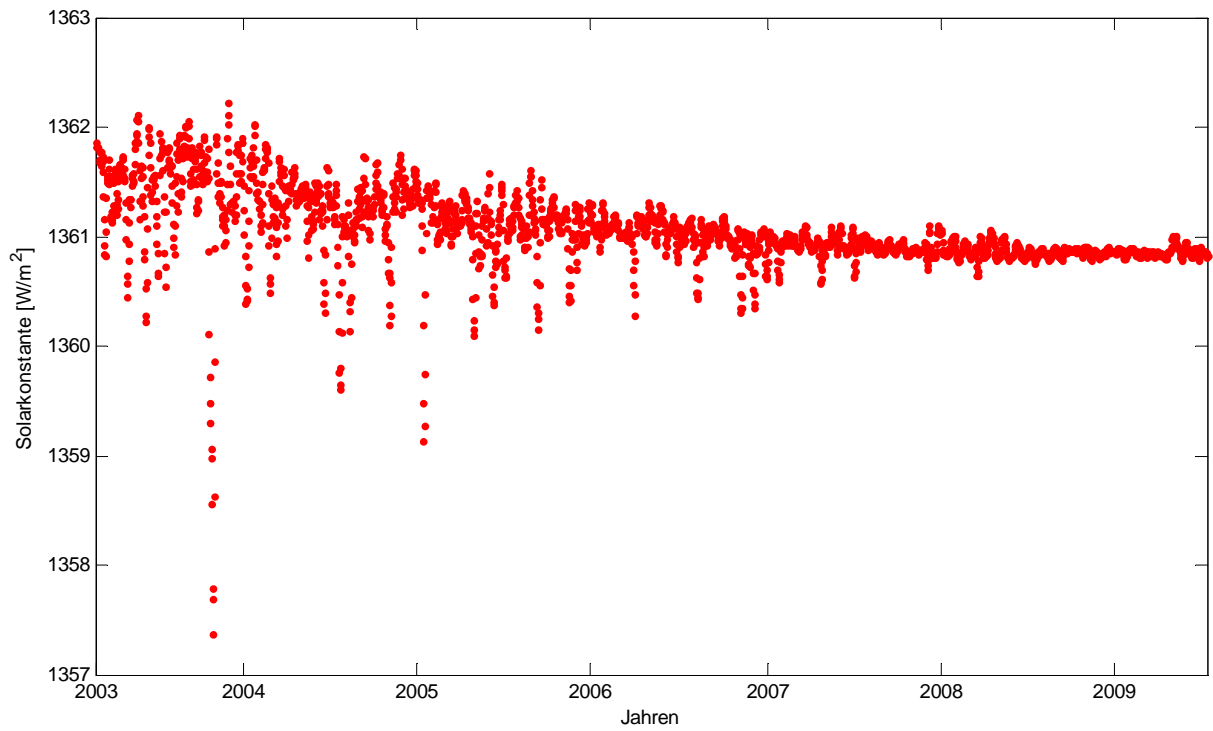


Abbildung 3.3.1-6: Schwankungen des Solarkonstantes ab 1.02.2003 bis 1.07.2009

4. Ergebnisse

Unter diesen Annahmen wurde der Solardruck für den CHAMP-Satellit an dem Tag 1. März 2003 mit der *Gleichung (2.3-5)* modelliert. In diesem Kapitel werden der ermittelte Solardruck und der Einfluss von verschiedenen Parametern diskutiert.

4.1 Ermittelte Solardruck

In der *Abbildung 4.1-1* ist die Variation des Solardrucks am 1. März 2003 für alle drei Vektorkomponenten in geozentrisches inertiales Koordinatensystems dargestellt.

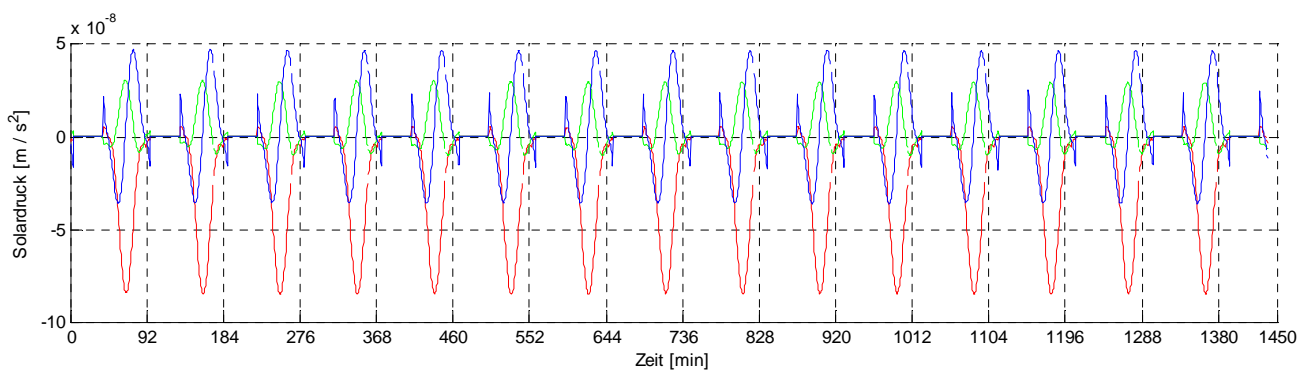


Abbildung 4.1-1: Schwankung des Solardruckes in einem Tag

Der X-Komponente ist mit einer roten Linie repräsentiert, hat negative Werte und die größten Schwankungen. Am 21. März findet das Frühlingsäquinoktium statt und die X-Achse des inertiales Koordinatensystems ist parallel mit der Sonnerrichtung. Da der Zeitpunkt der ausgewerteten Messungen sich dem Zeitpunkt des Frühlingsäquinoktiums nähert, und der Solardruck gegen der Sonnenrichtung wirkt, sind die Werte der X-Komponente vernünftig. Die Y- und Z-Komponente, die mit der grünen bzw. blauen Linie repräsentiert sind, schwingen zwischen $-3,62 \cdot 10^{-8}$ und $4,71 \cdot 10^{-8}$ m/s^2 . Alle

Komponenten werden wegen des Schattendurchgangs bei jedem Umlauf um der Erde Null. Man kann in dieser Darstellung die 15 Umläufe des Satelliten um der Erde erkennen. Der Einfluss des Solardruckes hat bei alle Umläufen eines Tages einen ähnlichen Verlauf, da der Satellit die gleichen Orientierungen bezüglich der Sonne aufweist.

Schattendurchgang

Wenn der Satellit im Erdschatten liegt, wird der Solardruck abgeschaltet. In der *Abbildung 4.1-2* sind die Koeffizienten der Schattenfunktion für den Tag 1.März 2003 veranschaulicht. Man kann in der Abbildung die 15 Umläufe erkennen, die der Satellit an dem Tag macht. Den Positionsvektoren des Satelliten mit einer Abtastung von 30 Sekunden entsprechen 2880 Messungen in einem Tag. Bei 60,76% der Messungen liegt der Satellit in der Sonne. Das heißt, dass der Satellit voll von dem Solardruck beeinflusst und der Koeffizient der Schattenfunktion ist Eins. Nur bei 9 Messungen (0,31%) liegt der Satellit in dem Halbschatten. Grund dafür ist, dass der Halbschattendurchgang nur 10 Sekunden dauert. In diesem Fall hat der Koeffizient der Schattenfunktion einen Wert zwischen Null und Eins. Bei 38,93% der Messungen liegt der Satellit in Vollschatten. Kein Solardruck wirkt auf dem Satellit aus und der Koeffizient der Schattenfunktion ist Null.

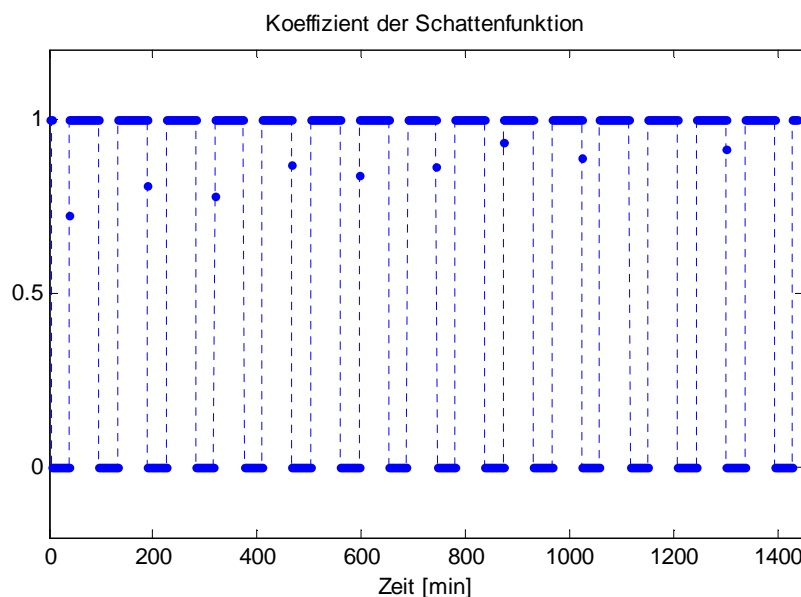


Abbildung 4.1-2: Koeffizient der Schattenfunktion in einem Tag

Umlaufabschnitt

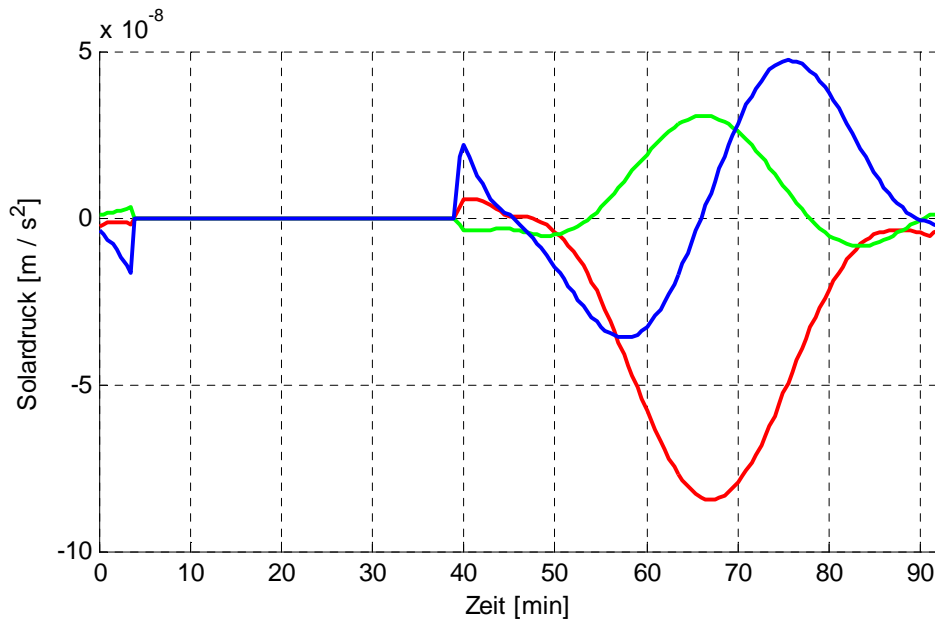


Abbildung 4.1-3: Schwankung der Solardruck in einem Umlauf

Für eine bessere Visualisierung ist der Solardruck im Falle eines Umlaufs des Satelliten um der Erde in der *Abbildung 4.1-3* dargestellt. Der Satellit erfolgt einen Umlauf in 92 Minuten und fliegt 35 Minuten durch den Erdschatten. In dieser Zeit wird der Solardruck Null. Da der Halbschattendurchgang nur 10 Sekunden dauert, zeigt die Funktion der Solardruck einer abrupten Abwechslung.

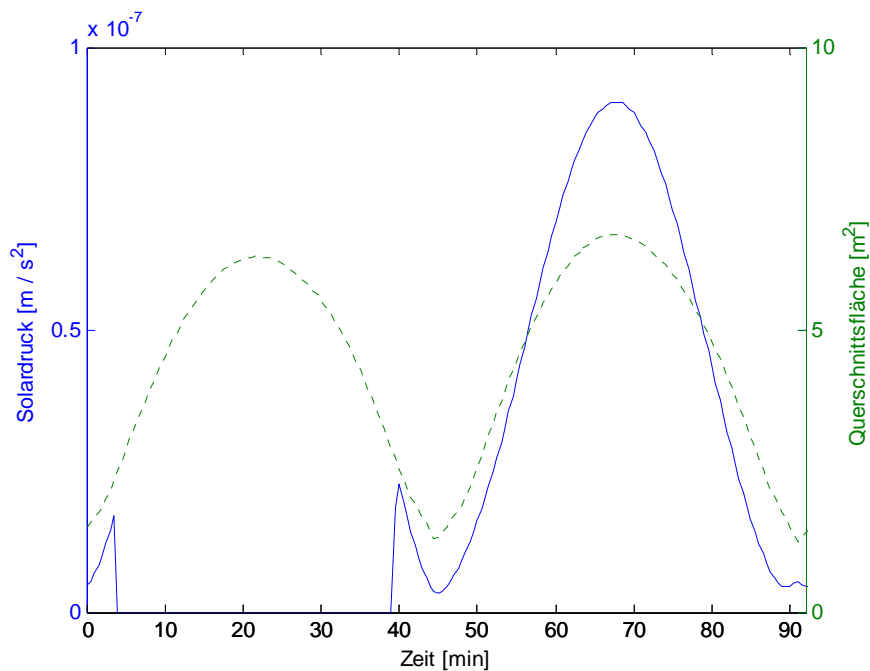


Abbildung 4.1-4: Vergleich zwischen Schwankung des Solardrucksbetrags und Variation der Querschnittsfläche

Der gesamte Betrag des Solardruckes schwingt in der aktuellen Messungen zwischen $9,08 \cdot 10^{-8}$ und $3,10 \cdot 10^{-9} \text{ m / s}^2$. In der *Abbildung 4.1-3* ist ein Vergleich zwischen Variation des Solardruckes und der Satellitenquerschnittfläche in einem Umlauf vorgestellt.

4.2 Beurteilung der Parametereinflusses

4.2.1 Vergleich zum Kugelmodell

Um den Einfluss der einzelnen Funktionsparametern in der *Gleichung (2.3-5)* bei der Berechnung des Solardruckes zu beurteilen, wurde das Satellitenmodell auf einen Kugelmodell reduziert. Es wurde angenommen, dass anstatt der komplexen Satellitenstruktur mit einem Satellit gearbeitet wird, der die Form einer Kugel mit $4,25 \text{ m}^2$ Querschnitt hat und der mit Solarzellen bedeckt ist, das heißt $C_R = 1,21$. Entsprechend der *Abbildung 3.3.1-5* wurde eine Solarkonstante von $1361,8 \text{ W / m}^2$ eingesetzt.

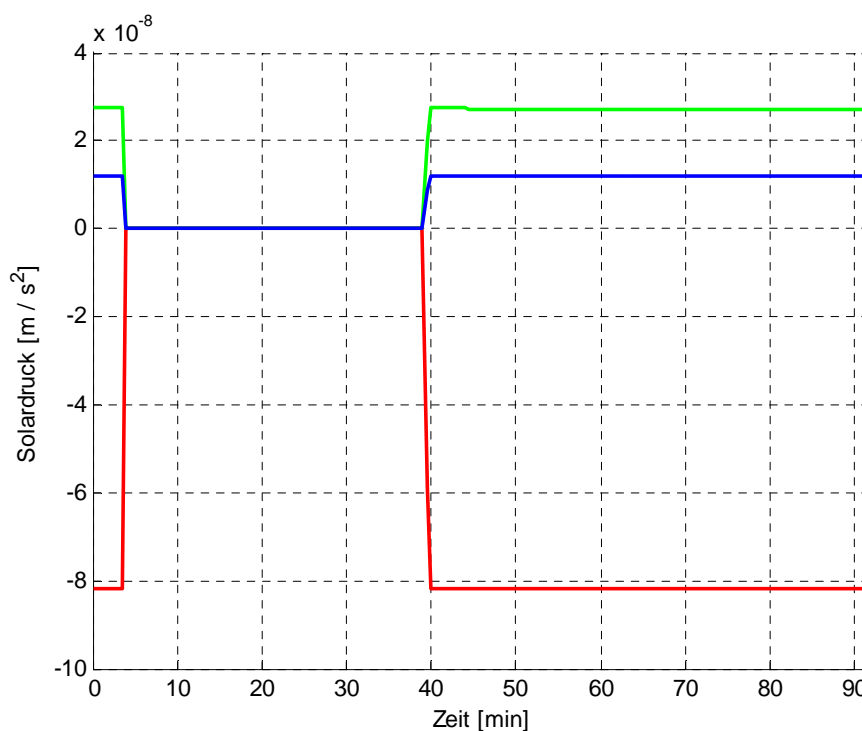


Abbildung 4.2.1-1: Schwankung der Solardruck – Kugelmodell - in einem Umlauf

Die *Abbildung 4.2.1-1* stellt den ermittelten Solardruck für ein solches Kugelmodell in einem Satellitenumlauf. Man kann sehen, dass alle Komponenten des Solardrucks einen konstanten Verlauf haben. Die einzige Störung in den Verlauf wurde bei der Schattenfunktion erzeugt.

Für die Beurteilung des ermittelten Solardrucks wurden die Solarkonstante, die Fläche des Satellitenquerschnittes und die Reflexionsvermögen der Satellitenoberfläche berücksichtigt. Für die erste Satellitenposition des Datensatzes 1. März 2003 wurden die Gradienten dieser Parameter bestimmt. Alle drei Gradienten zeigen eine lineare Entwicklung.

4.2.2 Reflexionsvermögen

Der Gradient auf Reflexionsvermögen wurde mit einer Solarkonstante von $1361,8 \text{ W / m}^2$ und einer Fläche von $4,25 \text{ m}^2$ berechnet. Die Variation der Reflexionsvermögen wurde von 1,2 bis 1,9 eingesetzt, um eine Änderung von Solarzellen bis Aluminiumfolien abzudecken. In der *Abbildung 4.2.2-1* ist der Variation des Solardrucks bei verschiedenen Reflexionsvermögen dargestellt. Aus der Abbildung kann man beurteilen, dass der Solardruck bei Aluminiumoberflächen stärker ist. Es wurde eine Steigerung des Solardrucks von $2,6641 \cdot 10^{-8} \text{ m / s}^2$ bezüglich des Reflexionsvermögens gezeigt.

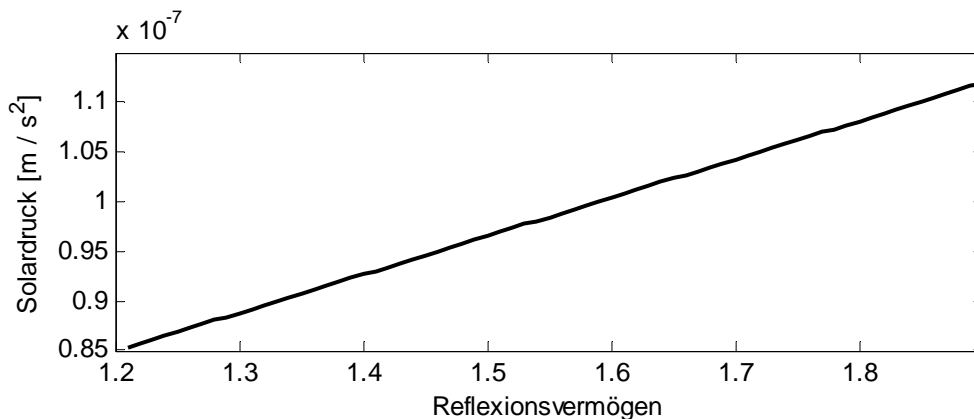


Abbildung 4.2.2-1: Gradient des Solardrucks auf Reflexionsvermögen

4.2.3 Satellitenquerschnittfläche

Die meisten Parameter bleiben relativ konstant für begrenzte Zeit. Die Querschnittfläche des Satelliten wird sich während des Satellitenumlaufs ständig ändern. Anhand der *Abbildung 3.3.1-4* kann man aussagen, dass die Satellitenquerschnittfläche 5 m^2 in nur 25 Minuten zu- oder abnimmt. Es wurde eine Veränderung der Querschnittfläche von $1,5 \text{ m}^2$ bis $6,5 \text{ m}^2$ untersucht.

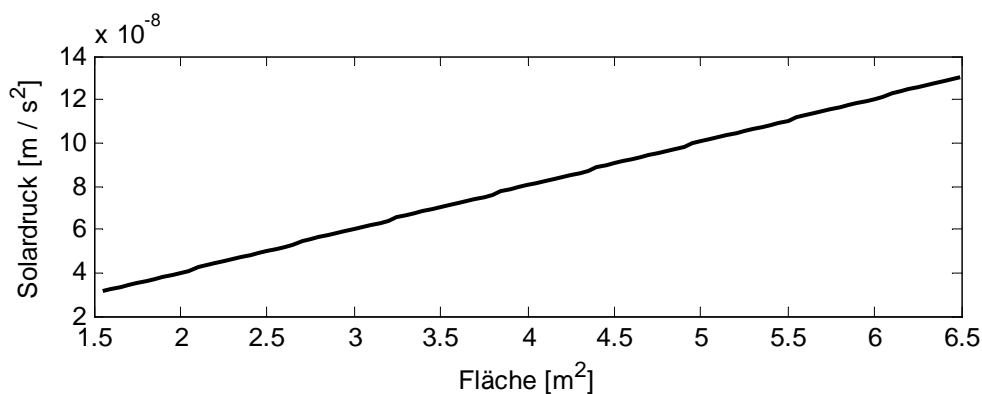


Abbildung 4.2.3-1: Gradient des Solar drucks auf Querschnittfläche

Das Gradient des Solar drucks auf der Querschnittfläche zeigt, dass die 5 m^2 Veränderung der Querschnittfläche einen Unterschied von $9,9385 \cdot 10^{-8} \text{ m} / \text{s}^2$ des Solar druckes verursacht. Die Querschnittfläche ist der Variationsparameter des Solar drucks mit der größten Ordnung und Veränderungsrate.

4.2.4 Solarkonstante

Um die möglichen Bereiche der Solarkonstante abzudecken, wurde bezüglich der *Abbildung 3.3.1-5* die Veränderung der Solarkonstante von $1357 \text{ W} / \text{m}^2$ bis $1363 \text{ W} / \text{m}^2$ eingesetzt. In der *Abbildung 4.2.4-1* ist der Gradient des Solar drucks auf Solarkonstante dargestellt. Der maximale Unterschied der Solarkonstante, der im Jahr 2003 aufgetreten ist, bewirkt eine Variation des Solar druckes von $3,759 \cdot 10^{-10} \text{ m} / \text{s}^2$. Die Veränderung der Solarkonstante ist der schwächste Variationsparameter des Solar drucks. Grund dafür ist,

dass in der Gleichung (2.3-5) die Solarkonstante durch die Lichtgeschwindigkeit geteilt ist.

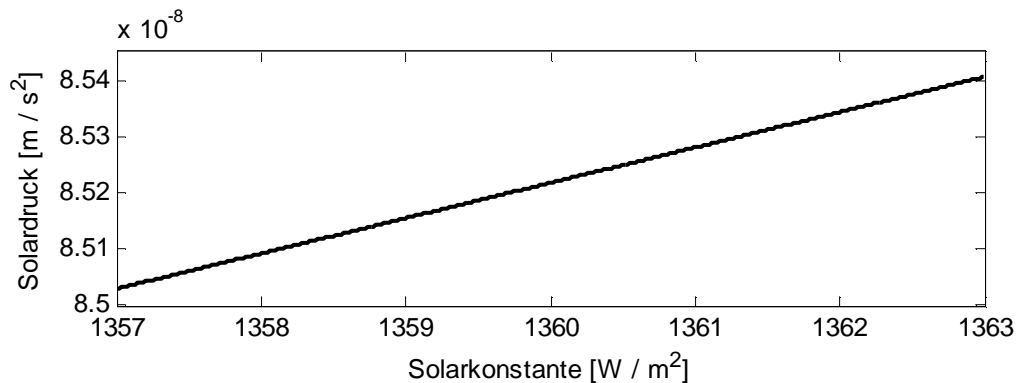


Abbildung 4.2.4-1: Gradient des Solardrucks auf Solarkonstante

4.2.5 Flächengradienten zweier Parameter

Für Untersuchungszwecken wurden Flächengradienten je von zwei Parameter gebildet. Variation des Solardruckes bezüglich Solarkonstante - Fläche; Solarkonstante - Reflexionsvermögen; und Fläche – Reflexionsvermögen sind folglich repräsentiert.

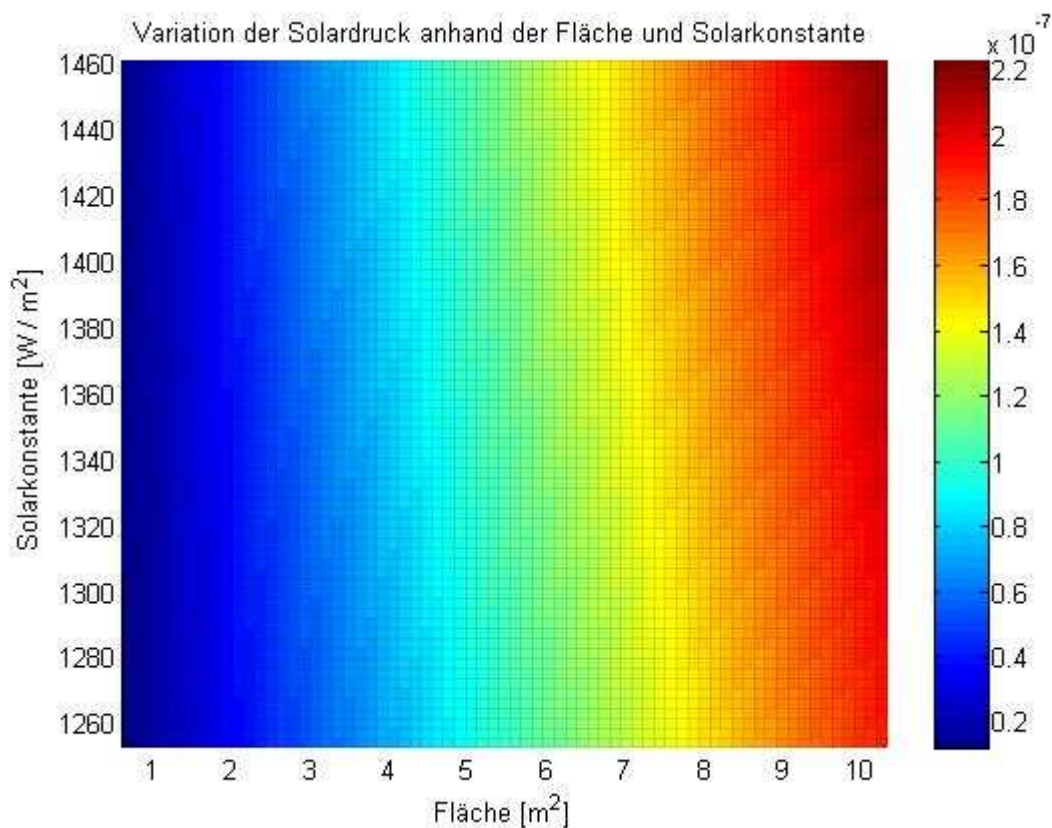


Abbildung 4.2.5-1: Gradient des Solardrucks auf Fläche und Solarkonstante

In der *Abbildung 4.2.5-1* ist der Gradient des Solardrucks auf Querschnittsfläche und Solarkonstante dargestellt. Da die Solarkonstante ein viel schwächerer Parameter als die Fläche ist, wurde der Interwall der Solarkonstantenvariation viel vergrößert, so dass ein Einfluss in beide Richtungen erkennbar ist. Reale Solarkonstanten liegen um den Wert 1360 W / m^2 , aber ein Bereich von 200 W / m^2 ist notwendig, um die Veränderung der Solarkonstante zu verdeutlichen. Je höher die Solarkonstante und die Fläche sind, desto größer wird auch der Solardruck.

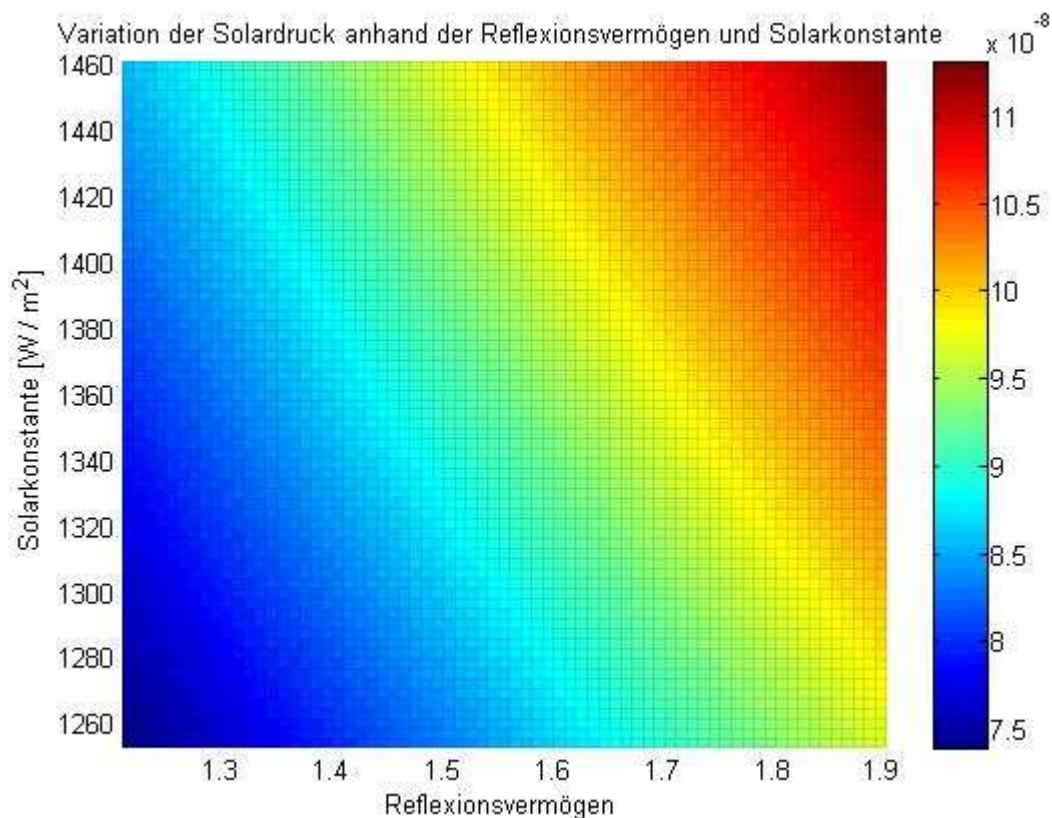


Abbildung 4.2.5-2: Gradient des Solardrucks auf Reflexionsvermögen und Solarkonstante

In der *Abbildung 4.2.5-2* ist der Gradient des Solardrucks auf Reflexionsvermögen und Solarkonstante dargestellt. Man kann in der Abbildung den Einfluss der Solarkonstante deutlicher als bei dem Gradienten auf Fläche und Solarkonstante erkennen, aber die Vergrößerung des Intervalls für die Solarkonstante ist immer noch notwendig, da der Reflexionsvermögen auch ein starken Parameter ist.

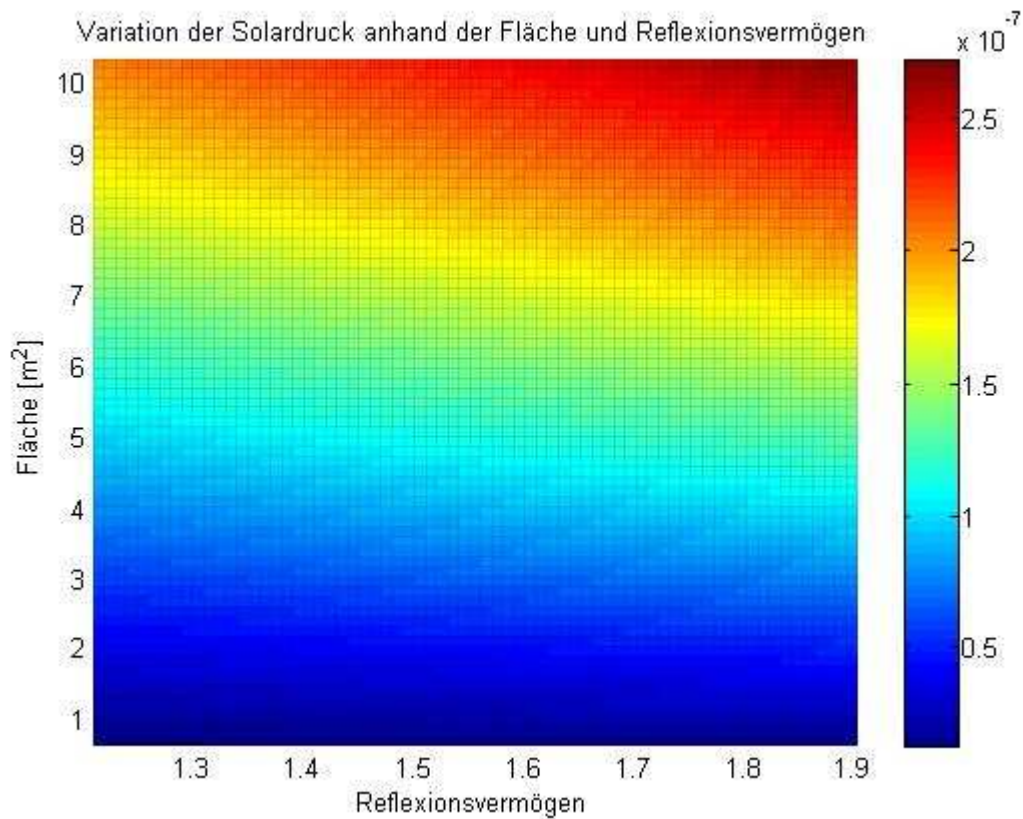


Abbildung 4.2.5-3: Gradient des Solardrucks auf Fläche und Reflexionsvermögen

Abbildung 4.2.5-3 zeigt den Gradient des Solardrucks auf Reflexionsvermögen und Querschnittsfläche. In diesem Fall ist die Darstellung mehr ausgewogen. Die Fläche spielt eine bedeutsamere Rolle, aber der Wirkung der Reflektivität ist immer noch ohne Überhöhung sichtbar. Je größer der Querschnittfläche und die Reflektivität ist, desto größer der Einfluss wird der Solardruck auf dem Satelliten.

Schlussbetrachtung

Ziel dieser Studienarbeit war die Untersuchung des Einflusses des Solar-drucks auf einem realen Satelliten. Diese Untersuchungen sind für die SWARM-Satellitenmission durchdacht. Da die ersten Messungen der SWARM-Satelliten Ende 2010 zu erwarten sind, wurden CHAMP-Daten als Testdaten verwendet.

Für die Ermittlung des Solar-drucks wurden die Entfernung Sonne – Satellit und Erdschattendurchgang mittels der Positionen der Sonne, Erde und des Satelliten berücksichtigt. Außerdem wurde die Solarkonstante beachtet. Für eine genauere Bestimmung waren die Form, Masse, Orientierung bezüglich der Sonne und Oberflächeneigenschaften des Satelliten erforderlich. Der ermittelte Solar-druck hat einen Betrag in dem Bereich $3,10 \cdot 10^{-9}$ bis $9,08 \cdot 10^{-8} \text{ m / s}^2$. Das stimmt mit den Aussagen in der Literatur (Beutler, 2004), dass der Solar-druck in der Größenordnung $9,7 \cdot 10^{-8} \text{ m / s}^2$ liegt, überein.

Untersucht wurden die Einflüsse der Variation von der Solarkonstante, des Reflexionsvermögens und der Satellitenquerschnittfläche auf dem ermittelten Solar-druck.

Der kleinste Einfluss wurde von der Variation der Solarkonstante ausgelöst, da dieser Parameter von der Lichtgeschwindigkeit reduziert wurde. Die Solarkonstante ist auch ein Parameter, der sehr wenig variiert. Im Jahr 2003 stand eine besondere Sonnenaktivität ein und damit eine maximale Variation der Solarkonstante von 5 W / m^2 . Im Jahr 2009 ist die Sonnenaktivität ruhiger und die maximale Variation der Solarkonstante unter $0,4 \text{ W / m}^2$ liegt.

Ein bedeutsamer Einfluss hat die Variation der Reflexionsvermögen gezeigt. Da die Satellitenoberfläche unterschiedlich beschichtet ist, ist es wichtig, bei der Modellierung des Satelliten den richtigen Reflexionskoeffizienten für jede Fläche zu bestimmen.

Die Variation der Satellitenquerschnittfläche hat den stärksten Einfluss verursacht und ist der Parameter, der während den Satellitenumlauf am meisten variiert. Da die Satellitenquerschnittfläche von der Modellierung und Orientierung des Satelliten abhängt, hat die genaue Beschreibung des MacroModells, Position und Rotation des Satelliten große Bedeutung.

Die Berechnungen und Darstellungen wurden unter Matlab programmiert. Der entstandene Quellcode zur Solardruckbestimmung liegt als Funktion vor und ist in anderen Programmen einsetzbar.

Obwohl die Ermittlung des Solardruckes analytisch möglich ist, ist das Verzichten auf den Beschleunigungsmesser nur möglich, wenn alle non-gravitativen Störungen bestimmt werden können. Der Solardruck ist nicht die einzige und auch nicht die größte Störkraft, die mittels der Beschleunigungsmesser reduziert wird. Zurzeit liefern die Beobachtungen der Beschleunigungsmesser bessere Ergebnisse als analytischen Bestimmungen. Aber die Untersuchungen der Störkräfte können das bessere Verständnis der Bahnrechnungen und die Kalibrierung der Beschleunigungsmesser unterstützen.

Abbildungsverzeichnis

<i>Abbildung 2.1-1:</i> Keplerelemente.....	5
<i>Abbildung 2.2-1:</i> Einfluss der Störkräfte auf einem Satelliten	6
<i>Abbildung 2.2.2-1:</i> Einfluss der Anziehungskraft der Sonne und des Mondes auf einem Satelliten.....	10
<i>Abbildung 3.2-1:</i> zylindrische Modellierung des Erdschattens.....	17
<i>Abbildung 3.2-2:</i> kegelförmige Modellierung des Erdschattens.....	17
<i>Abbildung 3.2-3:</i> Bedingungen der Schattenfunktion.....	18
<i>Abbildung 3.2-4:</i> linearer Interpolation des Halbschattens.....	20
<i>Abbildung 3.3.1-1:</i> vorne Ansicht des CHAMP-Satelliten.....	21
<i>Abbildung 3.3.1-2:</i> a) Bezugssystem der Beschleunigungsmesser b) Bezugssystem der Raumflugkörper;	24
<i>Abbildung 3.3.1-3:</i> Orientierung der Satellitenoberfläche bezüglich der Sonne.....	26
<i>Abbildung 3.3.1-4:</i> Variation des Satellitenquerschnittes bezüglich der Richtung zur Sonne in einem Umlauf.....	27
<i>Abbildung 3.3.1-5:</i> Schwankungen des Solarkonstantes in dem Jahr 2003.....	28
<i>Abbildung 3.3.1-6:</i> Schwankungen des Solarkonstantes ab 1.01.2003 bis 1.07.2009.....	29
<i>Abbildung 4.1-1:</i> Schwankung des Solardruckes in einem Tag	30
<i>Abbildung 4.1-2:</i> Koeffizient der Schattenfunktion in einem Tag	31
<i>Abbildung 4.1-3:</i> Schwankung der Solardruck in einem Umlauf.....	32
<i>Abbildung 4.1-4:</i> Vergleich zwischen Schwankung des Solardrucksbetrags und Variation der Querschnittfläche	32
<i>Abbildung 4.2.1-1:</i> Schwankung der Solardruck – Kugelmodell - in einem Umlauf.....	33
<i>Abbildung 4.2.2-1:</i> Gradient des Solardrucks auf Reflexionsvermögen.....	34
<i>Abbildung 4.2.3-1:</i> Gradient des Solardrucks auf Querschnittfläche.....	35
<i>Abbildung 4.2.4-1:</i> Gradient des Solardrucks auf Solarkonstante.....	36

<i>Abbildung 4.2.5-1: Gradient des Solardrucks auf Fläche und Solarkonstante.....</i>	<i>36</i>
<i>Abbildung 4.2.5-2: Gradient des Solardrucks auf Reflexionsvermögen und Solarkonstante.....</i>	<i>37</i>
<i>Abbildung 4.2.5-3: Gradient des Solardrucks auf Fläche und Reflexionsvermögen.....</i>	<i>38</i>

Literaturverzeichnis

- Anderson, J.D.; Laing, P.A.; Lau, E.L.; Liu, A.S.; Nieto, M.M.; Turyshev, S.G. (2002): Study of the anomalous acceleration of Pioneer 10 and 11, PACS nr: 04.80.-y, 95.10.Eg, 95.55.Pe; 11 April 2002
- Beutler, G. (2004): Methods of Celestial Mechanics, Springer 2004 (Seiten 188 - 210)
- Brundin, C. L. (1963): Effects of Charged Particles on the Motion of an Earth Satellite; AIAA Journal, Vol. 1, No. 11, November 1963
- EuclideanSpace (<http://www.euclideanspace.com/math/index.htm>) am 25. August 2009 um 11:39 Uhr
- Förste, Ch. (2002): Format Description: The CHAMP Data Format, Report No. CH-GFZ-FD-001, GeoForschungsZentrum Postdam 2002
- Lühr, H.; Grunwald L.; Förste, Ch. (2002): CHAMP Reference Systems, Transformations and Standards, Report No. CH-GFZ-RS-002, GeoForschungsZentrum Postdam 2002
- Montenbruck, O.; Gill, E. (2005): Satellite Orbits, Springer 2005 (Seiten 77 - 83)
- PatentDe (<http://www.patent-de.com/19971113/DE69218728T2.html>) am 24. August 2009 um 13:32 Uhr
- Reigber, C.; Lühr, H.; Schwintzer, P. (2001): Announcement of Opportunity for CHAMP, Report No. CH-GFZ-AO-001, GeoForschungsZentrum Postdam 2001
- Sayda, F. (1997): Studienarbeit: Direkter Solardruck als Störeinfluß auf Satellitenbahnen mit einer Umsetzung in eine Mathlabfunktion, Geodätisches Institut - Universität Stuttgart, Stuttgart 1997
- Seeber, G. (1989): Satellitengeodäsie, Walter de Gruyter 1989
- Seeber, G. (2003): Satellite geodesy, Walter de Gruyter 2003
- Sorg, H. (1981): Advances in Inertial Navigation Systems and Components; AGARDo-graph No. 254; Universität Stuttgart; Institut A für Mechanik; 16 Julie 1981

SOURCE (http://lasp.colorado.edu/sorce/data/tsi_data.htm#summary_table) am 4. August 2009 um 21:27 Uhr.

Torge, W. (2001): Geodäsie, Walter de Gruyter 2001