# VT-Forschungsbericht 2012-01

## Numerische Simulation von Verbrennungslärm

Dipl.-Ing. Bernd Michael Mühlbauer

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. Institut für Verbrennungstechnik Stuttgart





Herausgeber

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.

Institut für Verbrennungstechnik

Pfaffenwaldring 38-40 70569 Stuttgart

Telefon Telefax (0 7 11) 68 62 - 3 08 (0 7 11) 68 62 - 5 78

Als Manuskript gedruckt. Abdruck oder sonstige Verwendung nur nach Absprache mit dem Institut gestattet

D93, Stuttgart

### Numerische Simulation von Verbrennungslärm

Von der Fakultät Luft- und Raumfahrttechnik und Geodäsie der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.) genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von

#### Dipl.-Ing. Bernd Michael Mühlbauer

aus Stuttgart

Hauptberichter:	Prof. DrIng. Manfred Aigner
Mitberichter:	Prof. DrIng. Wolfgang Schröder
Mitberichter:	Prof. DrIng. Jan Delfs

Tag der mündlichen Prüfung: 15/12/2011

Institut für Verbrennungstechnik der Luft- und Raumfahrt der Universität Stuttgart

## Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner wissenschaftlichen Tätigkeit am Institut für Verbrennungstechnik in der Abteilung Numerische Simulation des Deutschen Zentrums für Luft und Raumfahrt e.V. (DLR) in Stuttgart.

Mein besonderer Dank gilt meinem Hauptberichter und Institutsleiter Herrn Prof. Dr.-Ing. Manfred Aigner für das entgegengebrachte Vertrauen und die exzellenten Arbeitsbedingungen am Institut. Herrn Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Schröder und Herrn Prof. Dr.-Ing. Jan Werner Delfs danke ich für das Interesse an dieser Arbeit und die freundliche Übernahme des Koreferats.

Ausdrücklich möchte ich mich bei meinem Betreuer Dr.-Ing. habil. Berthold Noll bedanken. Die vielen konstruktiven Diskussionen, die wissenschaftlichen Freiräume, die mir während der Bearbeitung meiner Dissertation gewährt wurden, und seine sehr persönliche Betreuung haben im besonderen Maße zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Herrn Dr.-Ing. Roland Ewert und Dipl.-Ing. Oliver Kornow vom Deutschen Zentrum für Luft und Raumfahrt e.V. (DLR), Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik, Abteilung Technische Akustik, danke ich für die sehr gute Zusammenarbeit.

Besonders schätzte ich während meiner Zeit am Institut das angenehme positive Arbeitsklima. Dafür danke ich allen Kolleginnen und Kollegen. Im besonderen möchte ich Markus Kindler, Elizaveta Ivanova, Holger Ax, Andreas Jeromin und Michael Rachner nennen. Speziell meinen Bürokollegen Axel Widenhorn und Thomas Monz möchte ich für die zahlreichen fachlichen Diskussionen danken, aber auch für die sehr freundschaftliche Atmosphäre, die meinen Alltag stets bereichert hat. Danken möchte ich auch Christian Eberle, dessen Studienarbeit einen wertvollen Beitrag zu dieser Dissertation geleistet hat.

Ganz herzlich möchte ich mich bei meiner Familie und meinen Freunden bedanken, die mich immer bei der Verwirklichung meiner Ziele unterstützt und mir den dafür notwendigen Rückhalt gegeben haben. Speziell meinem Vater danke ich sehr für den Antrieb und die Hilfestellungen. Besonders danke ich meiner Frau Patricia, die mir stets zur Seite stand und mich durch ihre Aufmerksamkeit, Geduld und Herzlichkeit motivierte.

> Stuttgart, im Januar 2012 Bernd Mühlbauer

# Inhaltsverzeichnis

Al	bildu	ingsvei	rzeichnis	7
Ta	abelle	nverze	ichnis	13
N	Nomenklatur			15
Kı	urzfas	assung		21
AI	ostrad	ct		23
1	Einl	eitung		25
	1.1	Nume	rische Simulation von Verbrennungslärm	26
	1.2	Stand	der Forschung	30
	1.3	Zielset	tzung	33
2	The	oretisc	he Grundlagen	35
	2.1	Ström	ung	35
		2.1.1	Bilanzgleichungen reagierender Strömungen	35
		2.1.2	Gemittelte Bilanzgleichungen reagierender Strömungen $\ . \ . \ .$	37
		2.1.3	Turbulenzmodellierung	40
	2.2	Verbre	$\operatorname{ennung}$	44
		2.2.1	Chemische Kinetik	44
		2.2.2	Verbrennungsregime	45
		2.2.3	Verbrennungsmodellierung	46
	2.3	Akust	ik	50
		2.3.1	Feldgrößen	50
		2.3.2	Elementare Größen	51
		2.3.3	Schallgeschwindigkeit	51
		2.3.4	Impedanz	52
		2.3.5	Schallausbreitung	52
	2.4	Thern	noakustik	54
		2.4.1	Direkter Verbrennungslärm	55
		2.4.2	Indirekter Verbrennungslärm	55

3	Enti	ropielär	rm	57
	3.1	Exper	imenteller Aufbau	57
	3.2	Diskus	ssion der experimentellen Daten	60
	3.3	Nume	rische Konfiguration	61
	3.4	Ergeb	nisse $\ldots$	66
		3.4.1	Referenzfall I	66
		3.4.2	Mach-Zahl-Variation	70
		3.4.3	Gasturbinenrelevante Bedingungen	73
		3.4.4	Rechenaufwand	75
4	Sto	chastise	che Modellierung von turbulentem Verbrennungslärm	77
	4.1	Akust	ische Analogie	77
	4.2	RPM-	Methode	78
	4.3	RPM-	CN-Ansatz	82
		4.3.1	Druckgleichung	83
		4.3.2	Statistische Quellmodellierung	87
		4.3.3	Gleichungssystem	88
		4.3.4	Diskussion	90
5	Turl	bulente	r Verbrennungslärm	93
	5.1	DLR-A	A- und DLR-B-Flammen	93
		5.1.1	Experimenteller Aufbau	94
		5.1.2	Numerische Konfiguration	95
		5.1.3	Ergebnisse	99
	5.2	H3-Fla	amme	138
		5.2.1	Experimenteller Aufbau	138
		5.2.2	Numerische Konfiguration	141
		5.2.3	Ergebnisse	142
	5.3	Einges	schlossene DLR-A-Flamme	152
		5.3.1	Experimenteller Aufbau	152
		5.3.2	Diskussion der experimentellen Daten	152
		5.3.3	Numerische Konfiguration	154
		5.3.4	Ergebnisse	154
6	Zus	ammen	ıfassung	161
Lit	erati	urverze	ichnis	165

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Numerische Ansätze zur Verbrennungslärmsimulation	27	
2.1	Borghi-Diagramm	46	
3.1	Entropiewellengenerator	58	
3.2	Versuchsaufbau des Entropiewellengenerators	58	
3.3	Versuchsaufbau des Entropiewellengenerators mit Maßangaben	58	
3.4	Heizmodul	59	
3.5	Gemessene Temperatur und TTL-Signal	60	
3.6	Gemessene Druckfluktuation und TTL-Signal	62	
3.7	Schalldruckpegelspektrum der gemessenen Druckfluktuation	62	
3.8	Gemessene maximale Druckfluktuation als Funktion der Mach-Zahl im		
	engsten Querschnitt der Düse	63	
3.9	Rechengebiet des Entropiewellengenerators	64	
3.10	Rechengebiet und Randbedingungen des Entropiewellengenerators 64		
3.11	3.11 Mach-Zahl- und Temperaturverteilung der RANS-Simulation in der konver-		
	gent-divergenten Düse	66	
3.12	Druckfluktuationen und -spektrum, berechnet mit einer vollreflektierenden		
	Auslassrandbedingung, im Vergleich mit den Messdaten	67	
3.13	Druckfluktuationen und -spektrum, berechnet mit einer nichtreflektieren-		
	den Auslassrandbedingung, im Vergleich mit den Messdaten $\ .$	68	
3.14	Druckfluktuationen und -spektrum, berechnet mit einer teilreflektierenden		
	Auslassrandbedingung, im Vergleich mit den Messdaten	69	
3.15	Gemessene und berechnete maximale Druckfluktuation als Funktion der		
	Mach-Zahl im engsten Querschnitt der Düse	70	
3.16	Verkürztes Rechengebiet des Entropiewellengenerators	71	
3.17	Gemessene und mit nichtreflektierenden Randbedingungen berechnete ma-		
	ximale Druckfluktuation als Funktion der Mach-Zahl im engsten Quer-		
	schnitt der Düse berechnet	72	
3.18	Integrationsvolumen der konvergent-divergenten Düse	72	
3.19	Intensität der akustischen Quelle	73	

3.20	Verteilung der Entropieschallquelle $q[kg/(s^2m^3)]$ bei unterschiedlicher Mach- Zahl im engsten Querschnitt der Düse im Moment der größten Quellstärke	74
4.1	RPM-CN-Ansatz zur numerischen Simulation von turbulentem Verbren- nungslärm	83
5.1 5.2	DLR-A-Flamme und Mikrofonpositionen	94
5.3	Flammen	96 07
5.4	Verteilung der Axialgeschwindigkeit, des Mischungsbruchs und der Temperatur der DLR-A-Flamme	97 101
5.5	Profile der Axialgeschwindigkeit, des Mischungsbruchs, der Temperatur und der Standardabweichung der Temperatur bei $y/D = 0$ der DLR-A-	109
5.6 5.7	Radiale Profile der Axialgeschwindigkeit, des Mischungsbruchs, der Tem- peratur und der Standardabweichung der Temperatur der DLR-A-Flamme Profile der Axialgeschwindigkeit, des Mischungsbruchs, der Temperatur	102
	und der Standardabweichung der Temperatur bei $y/D = 0$ der DLR-B- Flamme	104
5.8	Radiale Profile der Axialgeschwindigkeit, des Mischungsbruchs, der Tem- peratur und der Standardabweichung der Temperatur der DLR-B-Flamme	105
5.9	Analytische Einhüllende, analytische Korrelation und Zwei-Punkt-Korrela- tionen der rekonstruierten Quellen	107
5.10	Verteilung der Quellvarianz aus RANS, Momentaufnahme der RPM-Quell- verteilung und Quellvarianzverteilung der stochastisch rekonstruierten Quel-	
5 11	len der DLR-A-Flamme	107
5.11	A- und DLR-B-Flammen mit $c_{Tl} = 0,273$ und $c_{T\tau} = 0,233$	109
5.12	Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen für verschiedene $c_{TI}$ bei konstantem $c_{T\tau} = 0,233$	110
5.13	Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen	
5.14	und verschiedene $c_{T\tau}$ bei konstantem $c_{Tl} = 0,273$ Gemessene und berechnete A-gewichtete Schalldruckpegelspektren der DLR-	110
	A- und DLR-B-Flammen mit den optimierten Parametern	111

5.15	Gemessene und mit den optimierten Parametern berechnete A-gewichtete Schalldruckpegelspektren der DLR-A-Flamme an den Mikrofonpositionen
	#1 bis #5
5.16	Gemessene und mit den optimierten Parametern berechnete A-gewichtete
	Schalldruckpegelspektren der DLR-A-Flamme an den Mikrofonpositionen
	$#6 \text{ bis } #9 \dots $
5.17	Gemessene und mit den optimierten Parametern berechnete A-gewichtete
	Schalldruckpegelspektren der DLR-B-Flamme an den Mikrofonpositionen
	$#1 \text{ bis } #5 \dots $
5.18	Gemessene und mit den optimierten Parametern berechnete A-gewichtete
	Schalldruckpegelspektren der DLR-B-Flamme an den Mikrofonpositionen
	$#6 \text{ bis } #9 \dots $
5.19	F-Noise-Ähnlichkeitsspektrum und mit den optimierten Parametern be-
	rechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen 117
5.20	Quellgebiet. Diskretisierung und Axialgeschwindigkeit für verschiedene Kon-
0.20	vektionsgeschwindigkeitskomponenten der DLB-A-Flamme 119
5.21	Quellgebiet. Diskretisierung und Axialgeschwindigkeit für verschiedene Kon-
0.21	vektionsgeschwindigkeitskomponenten der DLR-R-Flamme 119
5 22	Berechnete Schalldrucknegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen
0.22	mit verschiedenen Zerfallsmechanismen
5 93	Berechnete akustische Quellverteilung der DLR A und DLR B Flammen
0.20	Determine a wastische Quervertenung der DER-A- und DER-D-Frammen mit $\hat{A}(\boldsymbol{m})$ und $\hat{A}(\boldsymbol{m}')$ 123
5.94	$\begin{array}{c} \text{Intr} A(\boldsymbol{x}) \text{ und } A(\boldsymbol{x}) \\ Zielverteilung der Quellverienz aus PANS Quellverienzverteilung der ste$
0.24	ziervertenung der Quervarianz aus RANS, Quervarianzvertenung der sto- chastisch rekonstruierten Quellen mit $\hat{A}(\boldsymbol{\pi})$ und $\hat{A}(\boldsymbol{\pi}')$ der DLP A Elemme 122
FOF	Chastisch rekonstruierten Quenen mit $A(\mathbf{x})$ und $A(\mathbf{x})$ der DLR-A-Flamme 125 De diele Drefte der Zielsenteilung der Ortellunging eine DANS und der be
5.25	Radiale Prome der Zielverteilung der Quelivarianz aus RANS und der be-
5.00	reconnected Quellvarianz fur $A(\boldsymbol{x})$ und $A(\boldsymbol{x}')$ bei $x/D = 1$ der DLR-A-Flamme 124
5.26	Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen $\hat{\mu}(x) = 1 \hat{\mu}(x)$
	$\operatorname{mit} A(\boldsymbol{x}) \operatorname{und} A(\boldsymbol{x}')  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  $
5.27	Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen an
	der Mikrotonposition $\#1$ auf verschiedenen Rechengittern
5.28	Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen an
	der Mikrofonposition #9 auf verschiedenen Rechengittern
5.29	Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen
	für unterschiedliche Zeitschrittweiten der Akustiksimulation 126
5.30	Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen
	mit $A(\boldsymbol{x}')$ und unterschiedlich diskretisierten Quellgebieten in axialer Rich-
	tung $\ldots \ldots \ldots$

5.31	Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen mit $\hat{A}(\mathbf{x}')$ und unterschiedlich diskretisierten Quellgebieten in radialer Rich-	
	tung $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $12$	27
5.32	Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen	
	mit $\hat{A}(\boldsymbol{x})$ und unterschiedlich diskretisierten Quellgebieten in axialer Rich-	
	tung $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $12$	28
5.33	Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen	
	mit $\hat{A}(\boldsymbol{x})$ und unterschiedlich diskretisierten Quellgebieten in radialer Rich-	
	tung $\ldots$	28
5.34	Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen	
	für eine unterschiedliche Partikelanzahl pro Stromlinie	29
5.35	Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen	
	für unterschiedliche Langevin Subintervalle	30
5.36	Berechnete Momentaufnahme der Druckverteilung der DLR-A-Flamme auf	
	einer RANS-Grundströmung und auf einer homogenen Grundströmung 1	32
5.37	Gemessene und berechnete A-gewichtete Schalldruckpegelspektren der DLR-	
	A-Flamme auf einer RANS-Grundströmung und einer homogenen Grund-	
	strömung an den Mikrofonpositionen $\#1$ bis $\#5$	34
5.38	Gemessene und berechnete A-gewichtete Schalldruckpegelspektren der DLR-	
	A-Flamme auf einer RANS-Grundströmung und einer homogenen Grund-	
	strömung an den Mikrofonpositionen #6 bis #9 $\dots \dots \dots$	35
5.39	Polardiagramme der Richtcharakteristik des abgestrahlten Verbrennungs-	
	lärms der DLR-A-Flamme, berechnet auf einer RANS-Grundströmung und	
	auf einer homogenen Grundströmung für verschiedene Frequenzen $\ . \ . \ . \ .$	37
5.40	Verteilung des Isentropenexponenten der DLR-A-Flamme	38
5.41	Gemessene und berechnete A-gewichtete Schalldruckpegelspektren der DLR-	
	A-Flamme mit konstantem und lokal veränderlichem Isentropenexponenten	
	an den Mikrofon positionen #1 bis #5	39
5.42	Gemessene und berechnete A-gewichtete Schalldruckpegelspektren der DLR-	
	A-Flamme mit konstantem und lokal veränderlichem Isentropenexponenten	
	an den Mikrofon positionen #6 bis #9	40
5.43	Messpositionen zur Erfassung der Schallintensität der H3-Flamme 14	41
5.44	Rechengebiet der Strömungssimulation, akustisches Quellgebiet, Rechenge-	
	biet der Akustiksimulation und akustische Messpositionen der H3-Flamme 14	42
5.45	Profile der Axialgeschwindigkeit, des Mischungsbruchs, der Temperatur	
	und der Standardabweichung der Temperatur bei $y/D=0$ der H3-Flamme $14$	44
5.46	Radiale Profile der Axialgeschwindigkeit, des Mischungsbruchs, der Tem-	
	peratur und der Standardabweichung der Temperatur der H3-Flamme 14	45

5.47	Gemessene und berechnete Schallintensitätspegelspektren der H3-Flamme	
	an den Messpositionen #3 bis #7 $\dots \dots \dots$	46
5.48	Gemessene und berechnete Schallintensitätspegelspektren der H3-Flamme	
	für verschiedene $c_{Tl}$ bei konstantem $c_{T\tau} = 0,233$ und unterschiedliche $c_{T\tau}$	
	bei konstantem $c_{Tl} = 0,273$	47
5.49	Berechnete Momentaufnahme der Druckverteilung der H3-Flamme auf ei-	
	ner RANS-Grundströmung und auf einer homogenen Grundströmung 1	49
5.50	Gemessene und berechnete Schallintensitätspegelspektren der H3-Flamme	
	auf einer RANS-Grundströmung und einer homogenen Grundströmung an	
	den Messpositionen #3 bis #7	50
5.51	Mit den optimierten Parametern berechnete Schalldruckpegelspektren der	
	DLR-A-, DLR-B- und H3-Flammen	51
5.52	F-Noise-Ähnlichkeitsspektrum und mit den optimierten Parametern be-	
	rechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A-, DLR-B- und H3-Flammen 1	.51
5.53	Experimenteller Aufbau der eingeschlossenen DLR-A-Flamme 1	.53
5.54	Mikrofonpositionen für die eingeschlossene DLR-A-Flamme	.53
5.55	Gemessene Schalldruckpegelspektren der eingeschlossenen und der offenen	
	DLR-A-Flamme an den Mikrofon positionen #1 bis #5 von Stöhr $\ \ .\ .\ .\ 1$	.55
5.56	Rechengebiet der Strömungssimulation, akustisches Quellgebiet, Rechen-	
	gebiet der Akustiksimulation und Mikrofonpositionen der eingeschlossenen	
	DLR-A-Flamme	.56
5.57	Berechnete Momentaufnahmen der akustischen Quell- und Druckverteilung	
	der eingeschlossenen DLR-A-Flamme	.57
5.58	Gemessene und berechnete Schalldruckpegelspektren der eingeschlossenen	
	DLR-A-Flamme an den Mikrofonpositionen #1 bis #5 $\ldots \ldots \ldots \ldots 1$	59

# Tabellenverzeichnis

3.1	Berechneter maximaler Schalldruckpegel bei unterschiedlichen Bedingungen	75
5.1	Eigenschaften der CAA-Rechengitter	98
5.2	Eigenschaften der Simulationen mit verschiedenen Zerfallsmechanismen $\ .$ .	120
5.3	Partikelanzahl pro Stromlinie und Gesamtrechenzeit als Funktion des Lan-	
	gevin Subintervalls der DLR-A- und DLR-B-Flammen	130

## Nomenklatur

## Lateinische Symbole

a	Konstante	-
A	Konstante	-
Â	Amplitude	-
В	Konstante	-
c	Konstante	_
С	Fortschrittsvariable	_
c	Schallgeschwindigkeit	m/s
c	Konzentration	$mol/m^3$
$c_p$	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck	J/(kgK)
C	Konstante	_
D	Diffusionskoeffizient	$m^2/s$
e	spezifische innere Energie	J/kg
E	Energie	J
E	spezifische Gesamtenergie	J/kg
$E_r$	Aktivierungsenergie	J/mol
f	Frequenz	1/s
f	Mischungsbruch	_
f	Volumenkraft	$m/s^2$
F	gewichtete Fortschrittsvariable	_
$F_{q_p}$	Vorfaktor des Quellterms der Druckgleichung	$kg/(ms^2K)$
${\mathcal G}$	räumlicher Gauß-Filterkern	_
h	spezifische Enthalpie	J/kg
Ι	Schallintensität	$W/m^2$
j	Diffusionsmassenfluss	$kg/(m^2s)$
$J^H$	Wärmediffusion	$W/m^2, W/m^2, W/m^2$
k	Geschwindigkeitskoeffizient	1/m
k	turbulente kinetische Energie	$m^2/s^2$
k	Wellenzahl	1/m
$\overline{k}$	Quellstärkekoeffizient	$K^2/(m^2s^2)$

K	Relaxationskoeffizient	_
l	Längenskala	m
$l_L$	laminare Flammendicke	m
L	Länge	m
$\mathcal{L}$	Wellenoperator	_
$L_A$	Schalldruckpegel A-gewichtet	dBA
$L_I$	Schallintensitätspegel	dB
$L_p$	Schalldruckpegel	dB
$\dot{m}$	Massenstrom	kg/s
M	Molekulargewicht	kg/mol
n	Dimension	_
n	Konstante	_
n	Stoffmenge	mol
N	Anzahl	_
$\mathcal{O}$	Ordnung	_
p	Druck	Pa
q	Akustischer Quellterm	$kg/(m^3s^2)$
q	Wärmestromdichte	$W/m^2$
$q_p$	Quellterm der Druckgleichung	Pa/s
Q	Fluktuierender Quellterm	_
$Q_V$	Volumen integral des akustischen Quell terms $\boldsymbol{q}$	$kg/s^2$
$\dot{Q}$	Wärmefreisetzungsrate pro Volumen	$W/m^3$
r	Reflexionsfaktor	-
r	Zufallswert	-
r	räumlicher Abstand	m,m,m
R	akustischer Widerstand	$kg/(m^2s)$
R	spezifische Gaskonstante	J/(kgK)
R	Reaktionsrate	$mol/(m^3s)$
$R_m$	universelle Gaskonstante	J/(molK)
$\hat{R}$	Varianz der korrelierten Größe	$K^2/s^2$
$\mathcal{R}$	Kreuzkorrelation	-
s	Zufallswert	-
s	Flammengeschwindigkeit	m/s
S	Quellterm	-
S	chemischer Produktionsterm	$kg/(m^3s)$
$oldsymbol{S}$	Energiespektrum	$Pa^2s, Pa^2s, Pa^2s$
$S_r$	Strahlungsterm	$J/(m^3s)$
t	Zeit	s

Т	Periodendauer	s
Т	Temperatur	K
u	Geschwindigkeit	m/s
$oldsymbol{u}$	Geschwindigkeitsfeld	m/s,m/s,m/s
U	räumliches Feld weißen Rauschens	_
V	Volumen	$m^3$
V	Diffusionsgeschwindigkeit	m/s,m/s,m/s
x	kartesische Koordinate	m
$\boldsymbol{x}$	kartesischer Koordinatenvektor	m,m,m
X	akustische Reaktanz	$kg/(m^2s)$
Y	Massenanteil	_
Z	Elementmassenbruch	_
Z	Impedanz	$kg/(m^2s)$

## Griechische Symbole

$\alpha$	Konstante	—
$\beta$	Konstante	_
$\chi$	skalare Dissipationsrate	1/s
$\delta$	Kronecker-Delta	-
$\epsilon$	turbulente Dissipationsrate	$m^2/s^3$
$\phi$	beliebige Bilanzgröße	_
$\Phi$	Quellterm	1/s
$\gamma$	Isentropenexponent	_
$\eta$	Konzentrationskoeffizient	_
$\lambda$	Wellenlänge	m
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit	W/(mK)
$\mu$	dynamische Viskosität	kg/(ms)
ν	kinematische Viskosität	$m^2/s$
ν	Stöchiometriekoeffizient	_
ρ	Dichte	$kg/m^3$
$\sigma$	Konstante	_
$\sigma$	Kopplungsparameter	_
au	Zeitskala	S
au	zeitlicher Abstand	S
$ au_{ij}$	Schubspannungstensor	Pa
ω	Kreisfrequenz	1/s
ω	Wirbelfrequenz	1/s
$\omega_c$	Quellterm	$kg/m^3s$

-, -, -

 $\boldsymbol{\xi}$  Gauß-verteiltes Raum-Zeit-Feld weißen Rauschens

#### **Indizes und Akzente**

Fourier-transformierte Größe
Mittelwert einer Reynolds-zerlegten Größe
Mittelwert einer Favre-zerlegten Größe
Schwankungsanteil einer Reynolds-zerlegten Größe
Edukt
Schwankungsanteil einer Favre-zerlegten Größe
Produkt
Größe des ungestörten Fernfelds
rückwärts
Konvektion
Excess
Edukt
vorwärts
Laufindex
Kolmogorov
laminar
Produkt
stöchiometrisch
turbulent
Temperatur

#### **Dimensionslose Kennzahlen**

- Ka Karlovitz-Zahl
- Ma Mach-Zahl
- Pr Prandtl-Zahl
- Re Reynolds-Zahl
- Sc Schmidt-Zahl

#### Abkürzungen

APE	Acoustic Perturbation Equations
APE-RF	Acoustic Perturbation Equations for Reacting Flows
APU	Auxiliary Power Unit

BEM	Boundary Element Method
BSL-RSM	Baseline Reynolds Stress Model
BVM	Burning Velocity Model
CAA	Computational Aeroacoustics
CCA	Computational Combustion Acoustics
CFD	Computational Fluid Dynamics
DNC	Direct Noise Computation
DFG	Deutsche Forschungsgemeinschaft
DFT	Discret Fourier Transformation
DNS	Direct Numerical Simulation
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
DRP	Dispersion Relation Preserving
EDM	Eddy Dissipation Model
EWG	Entropiewellengenerator
FW-H	Ffowcs Williams und Hawkings
FRC	Finite Rate Chemistry
LDA	Laser Doppler Anemometrie
LDDRK	Low-dissipation and Low-dispersion Runge-Kutta
LEE	Linearized Euler Equations
LES	Large Eddy Simulation
LIF	Laser-Induced Fluorescence
NRBC	Nonreflecting Radiation Boundary Condition
PDF	Probability Density Function
PIANO	Perturbation Investigation of Aerodynamic Noise
PPP	Points Per Period
PPW	Points Per Wavelength
RANS	Reynolds averaged Navier-Stokes
RPM	Random Particle-Mesh
RPM-CN	Random Particle-Mesh for Combustion Noise
RMS	Root Mean Square
RSM	Reynolds Stress Model
SNGR	Stochastic Noise Generation and Radiation
SST	Shear Stress Transport
TFC	Turbulent Flame Speed Closure
TTL	Transistor-Transistor-Logik

## Kurzfassung

Instationäre Prozesse reagierender Strömungen verursachen Verbrennungslärm mit hohen Schalldruckamplituden. Direkter Verbrennungslärm wird durch turbulente Strömungsstrukturen oder periodische Verbrennungsschwingungen in der Flammenzone generiert, indirekter Verbrennungslärm entsteht hingegen durch die starke Beschleunigung von Entropiemoden oder Wirbeln, zum Beispiel in der ersten Turbinenstufe einer Gasturbine. Die numerische Simulation von sowohl direktem als auch von indirektem Verbrennungslärm ist deshalb eine komplexe Aufgabenstellung, da Strömungsmechanik, Verbrennungstechnik, Akustik und numerische Mathematik miteinander interagieren.

Ziel der Arbeit ist es, einen hocheffizienten und genauen hybriden Computational Fluid Dynamics/Computational Aeroacoustics (CFD/CAA)-Ansatz für die numerische Simulation von turbulentem Verbrennungslärm zu entwickeln. Der numerische Ansatz soll anhand von offenen und eingeschlossenen Strahlflammen validiert und evaluiert werden. Des Weiteren ist vorgesehen, Entropielärm anhand eines generischen Testfalls durch ein direktes Schallberechnungsverfahren (Direct Noise Computation, DNC) in Kombination mit akustischen Randbedingungen zu modellieren.

Zunächst werden numerische Untersuchungen von indirektem Verbrennungslärm in einem generischen Versuchsaufbau, dem Entropiewellengenerator (EWG), vorgestellt. Die Schallerzeugung durch die Beschleunigung von Entropiefluktuationen im EWG wurde umfassend von Bake et al. [6] experimentell untersucht. Im EWG werden einer Rohrströmung Temperaturstörungen mittels eines Heizmoduls aufgeprägt. Diese Entropiemoden werden dann in einer konvergent-divergenten Düse beschleunigt, wobei Entropielärm entsteht. Die Strömung, die akustischen Quellen und die Ausbreitung des Entropielärms werden mit einem direkten Schallberechnungsverfahren simuliert. Hierzu werden die kompressiblen unsteady Reynolds averaged Navier-Stokes (URANS)-Gleichungen in Kombination mit einem Zweigleichungsturbulenzmodell numerisch gelöst. Die akustische Impedanz des EWGs wird mit Hilfe einer teilreflektierenden Randbedingung an der Rechenfeldgrenze abgebildet. Die so berechneten Druckfluktuationen sowie deren spektrale Verteilung stimmen für den Referenzfall mit den experimentellen Daten sehr gut überein. Die berechneten maximalen Entropielärmpegel bei verschiedenen Strömungszuständen sind ebenfalls in sehr guter Ubereinstimmung mit den Messdaten. Eine numerische Analyse der Entropielärmquellen liefert erstmals eine Erklärung für den Verlauf des maximalen Entropieschallpegels im EWG für hohe Strömungsgeschwindigkeiten. Berechnete Entropieschallpegel bei gasturbinenrelevanten Bedingungen im EWG deuten auf einen nicht vernachlässigbaren Beitrag des Entropielärms zur Gesamtschallabstrahlung von Flugtriebwerken hin.

Der in dieser Arbeit entwickelte Random Particle-Mesh for Combustion Noise (RPM-CN)-Ansatz für die numerische Simulation von turbulentem Verbrennungslärm ist eine hybride CFD/CAA-Methode, die auf einer stochastischen Quellrekonstruktion im Zeitbereich beruht. Die Verbrennungslärmquellen werden basierend auf statistischen Turbulenzgrößen, wie sie aus einer Reynolds averaged Navier-Stokes (RANS)-Simulation erhalten werden können, mit der Random Particle-Mesh (RPM)-Methode modelliert. Anschließend wird die Ausbreitung des Verbrennungslärms durch die numerische Lösung der linearisierten Euler Gleichungen (Linearized Euler Equations, LEE) berechnet. Der RPM-CN-Ansatz wird mit Hilfe von Messdaten der DLR-A- und DLR-B-Flammen detailliert validiert. Die offenen, turbulenten, nicht vorgemischten Strahlflammen haben einen identischen geometrischen Aufbau, unterscheiden sich jedoch in der Brennstoffaustrittsgeschwindigkeit und ihrer entsprechenden Reynolds-Zahl. Eine exakte Realisierung der vorgegebenen Modelldefinitionen der akustischen Quellrekonstruktion mit der RPM-Methode wird nachgewiesen. Die mit dem RPM-CN-Ansatz berechneten Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen stimmen über den gesamten Frequenzbereich mit den experimentellen Daten sehr gut überein. Die Übereinstimmung der berechneten Schalldruckpegelspektren mit dem von Tam et al. [124] vorgeschlagenen Ahnlichkeitsspektrum des abgestrahlten Schalls von offenen Strahlflammen belegt die Allgemeingütigkeit des RPM-CN-Ansatzes für die Verbrennungslärmsimulation von offenen Strahlflammen. Die Eignung des RPM-CN-Ansatzes zur Berechnung des abgestrahlten Verbrennungslärms bei einer veränderten Brennstoffzusammensetzung und in eingeschlossenen Geometrien wird anhand von Simulationen der H3-Flamme und der eingeschlossenen DLR-A-Flamme diskutiert.

### Abstract

Unsteady processes in reacting flows generate combustion noise with high sound pressure amplitudes. Direct combustion noise is generated by turbulent flow structures or periodic combustion oscillations in the flame zone, in contrast indirect combustion noise is produced by the strong acceleration of entropy modes or vorticities, for example in the first turbine stage of gas turbines. The numerical simulation of both direct and indirect combustion noise is a complex topic, since fluid mechanics, combustion techniques, acoustics, and numerical mathematics interact.

The objective of this work is to develop a highly efficient and accurate hybrid Computational Fluid Dynamics/Computational Aeroacoustics (CFD/CAA) approach for the numerical simulation of turbulent combustion noise. The numerical algorithm is to be validated and evaluated using open and enclosed jet flames. Furthermore, entropy noise of a generic test case is to be modeled using a Direct Noise Computation (DNC) method in combination with acoustic boundary conditions.

First, numerical investigations of indirect combustion noise in a generic experiment, the Entropy Wave Generator (EWG), are presented. The noise generation due to the acceleration of entropy disturbances in the EWG were comprehensively experimentally investigated by Bake et al. [6]. There, temperature disturbances are inserted to a pipe flow by a heating module. These entropy modes are accelerated in a convergent-divergent nozzle whereby entropy noise is emitted. The flow, the acoustic sources, and the propagation of the entropy noise are simulated applying a direct noise computation method. For this, the compressible unsteady Reynolds averaged Navier-Stokes (URANS) equations in combination with a two-equation turbulence model are numerically solved. The acoustic impedance of the EWG is modeled by a partially reflecting boundary condition. The computed pressure fluctuations as well as their spectral distribution agree very good with the experimental data for a reference case. The computed maximal entropy noise levels at different flow conditions are in very good agreement with measurements as well. For the first time, a numerical analysis of the entropy noise sources provides an explanation for the progression of the maximal entropy noise level at high flow velocities in the EWG. Computed entropy noise levels at gas turbine relevant conditions in the EWG indicate a non negligible contribution of entropy noise to the total noise emissions of aero-engines.

The developed Random Particle-Mesh for Combustion Noise (RPM-CN) approach for

the numerical simulation of turbulent combustion noise is a hybrid CFD/CAA method, based on a stochastic source reconstruction in the time domain. The combustion noise sources are modeled based on statistical turbulence quantities, for example achieved by a Reynolds averaged Navier-Stokes (RANS) simulation, using the Random Particle-Mesh (RPM) method. Subsequently, the propagation of the combustion noise is computed by the numerical solution of the linearized Euler equations (LEE). The RPM-CN approach is validated in detail using measurements of the DLR-A and DLR-B flames. The open, turbulent, non-premixed jet flames are geometrically identical, however, they differ in the fuel exit velocity and their respective Reynolds number. An exact realization of the defined model definitions of the acoustic source reconstruction with the RPM-method is verified. The computed sound pressure level spectra of the DLR-A and the DLR-B flames using the RPM-CN approach agree with the experimental data for the whole frequency range very well. The very good agreement of the computed sound pressure level spectra with the similarity spectrum suggested by Tam et al. [124] for the emitted combustion noise of open jet flames proves additionally the general applicability of the RPM-CN approach for the combustion noise simulation of open jet flames. The suitability of the RPM-CN approach for the computation of combustion noise emitted by flames with a different fuel composition and of enclosed flames is discussed using simulations of the H3 flame and the enclosed DLR-A flame.

## 1 Einleitung

Geräuschemissionen haben sich zu einem Thema mit wachsender gesellschaftlicher und wirtschaftlicher Relevanz entwickelt. In zahlreichen Technologiefeldern, wie beispielsweise dem Flug-, Straßen- und Schienenverkehr, ist die Beherrschung der Geräuschemissionen sowie die Entwicklung geeigneter Geräuschminderungstechnologien eine zentrale Voraussetzung, um die gesellschaftliche Akzeptanz und eine wirtschaftliche Konkurrenzfähigkeit sicherzustellen.

Im Flugverkehr konnte in den letzten Jahrzehnten die Schallabstrahlung, speziell durch den Triebwerks- und Umströmungslärm der Flugzeuge, wesentlich reduziert werden. Der relative Beitrag des Verbrennungslärms zur Gesamtschallabstrahlung von modernen Flugtriebwerken hat jedoch mit der drastischen Minderung von Strahl- und Ventilatorlärm durch erhöhte Nebenstromverhältnisse stark zugenommen. Zur weiteren Reduzierung der Gesamtschallabstrahlung, und um künftige Geräuschminderungsziele von Flughäfen zu erfüllen, ist ein umfassendes Verständnis der akustischen Quellmechanismen sowie eine zuverlässige und effiziente Vorhersage des abgestrahlten Verbrennungslärms notwendig.

Dieser emittierte Schall von Verbrennungssystemen kann in direkten und indirekten Verbrennungslärm klassifiziert werden [119]. Direkter Verbrennungslärm entsteht durch instationäre Verbrennungsprozesse in der Flammenzone [35, 36]. Die Fluktuation der Wärmefreisetzungsrate verursacht zeitliche Dichteschwankungen, die gleichphasige Temperaturund Druckfluktuationen erzeugen und Schall abstrahlen. Die turbulenten Strömungsstrukturen in der Flammenzone generieren aufgrund der lokalen Fluktuation der Wärmefreisetzungsrate turbulenten Verbrennungslärm, der sich durch ein breitbandiges Schalldruckspektrum mit einem Maximum bei relativ niedrigen Frequenzen auszeichnet. Kohärente Strukturen sind in reagierenden Strömungen unter anderem durch den Charakter des Strömungsfelds oder aber auch durch akustische Rückkoppelungen bei Verbrennungsprozessen in eingeschlossenen Geometrien, wie zum Beispiel in Brennkammern von Gasturbinen, begründet und können Verbrennungsschwingungen auslösen. Die kohärenten Strukturen bewirken eine Modulation des konvektiven Transports von Brennstoff und Oxidator in die Flammenzone und können eine Erhöhung der Fluktuation der Wärmefreisetzungsrate zur Folge haben. Verbrennungsschwingungslärm zeigt im Schalldruckspektrum dominante Frequenzen im gesamten Frequenzbereich mit starken Schalldruckamplituden, die bis zur Zerstörung der Maschine führen können.

Indirekter Verbrennungslärm hingegen ist nicht direkt an die Verbrennungsvorgänge in der Flammenzone gekoppelt, sondern beschreibt die Schallgenerierung durch die Beschleunigung von Strömungsstörungen wie Entropiemoden oder Wirbel. In technischen Verbrennungssystemen entstehen in der Verbrennungszone durch die Fluktuation der Wärmefreisetzungsrate Gebiete stark unterschiedlicher Temperatur, welche mit der Strömung konvektieren. Werden diese Entropiemoden mit der Strömung, zum Beispiel in der ersten Turbinenstufe einer Gasturbine, beschleunigt, so wird indirekter Verbrennungslärm, der sogenannte Entropielärm, emittiert [36, 86, 82].

Die Untersuchungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit zielen auf die akustische Quellmodellierung und die numerische Simulation der Ausbreitung von direktem turbulentem Verbrennungslärm und von indirektem Entropielärm ab. Die numerische Simulation von Verbrennungsschwingungen soll nicht Gegenstand dieser Arbeit sein.

#### 1.1 Numerische Simulation von Verbrennungslärm

Die numerische Simulation von Verbrennungslärm ist eine komplexe Aufgabenstellung, da Strömungsmechanik, Verbrennungstechnik, Akustik und numerische Mathematik miteinander interagieren. Zur Berechnung von direktem und indirektem Verbrennungslärm ist zunächst eine genaue Abbildung der strömungsmechanischen und chemischen Vorgänge in der Flammenzone notwendig, um die akustischen Quellen zu bestimmen. Des Weiteren ist eine akkurate Behandlung der Schallausbreitung, im Speziellen der Interaktion mit inhomogenen Grundströmungen und der Wirkung von Rändern, notwendig. Würde die numerische Simulation auf die Berechnung von Verbrennungsschwingungen abzielen, so kann es notwendig sein, zusätzlich die akustische Rückkopplung auf die reagierende Strömung abzubilden.

Candel et al. [27] zeigten in einer zusammenfassenden Arbeit über die Verbrennungslärmforschung, dass sich das Gebiet der numerischen Verbrennungslärmsimulation (Computational Combustion Acoustics, CCA) in einem frühen Entwicklungsstadium befindet und sich an den etablierten Konzepten und Werkzeugen der numerischen Strömungssimulation (Computational Fluid Dynamics, CFD) und der numerischen Aeroakustiksimulation (Computational Aeroacoustics, CAA) orientiert. Abb. 1.1 zeigt ein Flussdiagramm der verschiedenen numerischen Ansätze zur Verbrennungslärmsimulation, deren Eigenschaften im Folgenden erläutert werden.

Zur direkten Schallberechnung (Direct Noise Computation, DNC) werden die kompletten, voll gekoppelten und kompressiblen Bilanzgleichungen für die simultane Berechnung der reagierenden Strömung und der Akustik numerisch gelöst (siehe Abb. 1.1). Bei einer direkten numerischen Simulation (DNS) werden die kleinskaligen turbulenten Schwankungen numerisch in Raum und Zeit aufgelöst. Eine Large Eddy Simulation (LES) hingegen berechnet die großen Wirbelstrukturen direkt und die kleinen Strukturen werden über



Abbildung 1.1: Numerische Ansätze zur Verbrennungslärmsimulation

ein Turbulenzmodell abgebildet. Für die Verbrennungslärmsimulation mit DNC ergeben sich jedoch verschiedene Herausforderungen, wie zum Beispiel die Notwendigkeit genauer Diskretisierungsverfahren, einer sehr feinen räumlichen und zeitlichen Diskretisierung, die Verwendung akustischer Randbedingungen und der Lösung numerisch steifer Gleichungssysteme.

Die Notwendigkeit der Verwendung von dispersions- und dissipationsarmen Diskretisierungsverfahren ist durch die Disparität der Energie, der Längen- und der Zeitskalen, auch bekannt als Multiskalenproblem, begründet. Das Verhältnis von akustischer zu mechanischer Energie entspricht bei Strömungslärm  $E_{\text{Akustik}}/E_{\text{Mech}} \approx 10^{-4} Ma^5$  [129]. Im Bereich geringer Mach-Zahlen ergibt sich ein Verhältnis von  $10^{-9}$  und selbst im Flugverkehr bei Ma = 0, 7 liegt eine Verhältnis von  $10^{-5}$  vor. Sollen die numerischen Fehler, die bei jeder Simulation induziert werden, in der Ordnung der akustischen Größen sein, müssen diese 5 bis 9 Ordnungen kleiner als die hydrodynamischen Größen sein. Um ein akzeptables Signal-Rausch-Verhältnis zu erreichen, sollten die numerischen Fehler mindestens eine weitere Größenordnung kleiner sein. Des Weiteren sind genaue numerische Verfahren auch aufgrund der stark unterschiedlichen Längenskalen bei Verbrennungslärm notwendig. Die Längenskalen der akustischen Wellen sind typischerweise einige Ordnungen größer als die der schallgenerierenden Fluktuationen der Wärmefreisetzungsrate in reagierenden Strömungen. Auch unterscheiden sich bei breitbandigem Schall die kleinsten von den größten akustischen Längenskalen um drei Größenordnungen. Schlussendlich propagieren akustische Wellen mit Schallgeschwindigkeit im Gegensatz zu hydrodynamischen Moden, die mit der Strömungsgeschwindigkeit konvektieren. Für die numerische Aeroakustiksimulation (CAA) und die numerische Verbrennungslärmsimulation (CCA) sind deshalb genauere Diskretisierungsschemata als die der reinen numerischen Strömungsschemata ist nicht die Ordnung des Verfahrens bestimmend. Die Ordnung des Verfahrens gibt einen Anhaltspunkt bezüglich der Fehlerminimierung durch Gitterverfeinerung an, jedoch keine Informationen bezüglich dispersiver und dissipativer Fehler. Dispersive Fehler des Verfahrens wirken sich in einem Phasenfehler aus, dissipative Fehler hingegen verursachen einen Amplitudenfehler. Für die direkte Schallberechnung (DNC) ins Fernfeld sind die Dispersions- und Dissipationsfehler von üblichen CFD-Diskretisierungsschemata viel zu hoch. Ist dagegen eine DNC im Nahfeld von Interesse, so ist die Genauigkeit von CFD-Diskretisierungsschemata vertretbar [129].

Weiterhin ist bei der DNC eine feine räumliche und zeitliche Diskretisierung notwendig. Speziell bei turbulenzbedingtem Lärm sind die kleinen Skalen der schallgenerierenden turbulenten Strömung im Raum aufzulösen. Zusätzlich sind die hohen Frequenzen von breitbandigem Schall mit ausreichend Stützstellen zu diskretisieren. Die feine räumliche und zeitliche Diskretisierung verursacht einen sehr hohen Rechenaufwand, insbesondere bei hohen Reynolds-Zahlen. Eine wichtige Aufgabe kommt bei der direkten Schallberechnung (DNC) auch der genauen Abbildung des akustischen Verhaltens an den Rändern im CFD-Verfahren zu. Bei der numerischen Simulation des Verbrennungslärms von offenen Flammen sind akustisch nichtreflektierende Randbedingungen an den Rechenfeldgrenzen zu realisieren. Im Gegensatz zu reflektierenden Randbedingungen erlauben nichtreflektierende Randbedingungen akustischen und numerischen Druckfluktuationen, das Rechengebiet zu verlassen. In eingeschlossenen Geometrien ist die akustische Impedanz an den jeweiligen Rechenfeldgrenzen abzubilden. Ein Weg hierzu ist, die frequenzabhängige akustische Impedanz durch Impedanzrandbedingungen im Zeitbereich zu berücksichtigen. Für CAA-Verfahren sind verschiedene Modellierungsansätze zur Realisierung von nichtreflektierenden Randbedingungen und von Impedanzrandbedingungen im Einsatz. In CFD-Verfahren werden akustische Randbedingungen derzeit noch weit weniger berücksichtigt. Weiterhin ist das sich ergebende kompressible Gleichungssystem zur Beschreibung reagierender Strömungen aufgrund der Vielzahl an physikalischen und chemischen Vorgängen, deren zeitlichen Abläufe sich um viele Größenordnungen unterscheiden können, steif und kann numerisch Probleme bereiten [54].

Die diskutierten Argumente begründeten in der Vergangenheit die Entwicklung von hybriden CFD/CAA-Ansätzen (siehe Abb. 1.1). Hierbei wird das Verbrennungslärmproblem in eine vorangehende Strömungssimulation (CFD) und eine anschließende Akustiksimulation (CAA) getrennt, wobei der Transport der geringen akustischen Energie getrennt von der dazu relativ hohen hydrodynamischen Energie berechnet wird. Hybride Ansätze erlauben, im Speziellen bei niedrigen Mach-Zahlen, die kleinen Skalen der reagierenden Strömung von den großen Skalen der Akustik zu separieren. Die reine Akustiksimulation erlaubt die Verwendung effizient zu lösender linearisierter Gleichungssysteme, dissipations- und dispersionsarmer Diskretisierungsverfahren hoher Ordnung und etablierter akustischer Randbedingungen. Bei einseitig gekoppelten hybriden Ansätzen beruht die Akustiklösung auf der vorausgehenden reagierenden Strömungsfeldsimulation. Für die Berechnung von Verbrennungsschwingungen kann die Rückkopplung der Akustik auf die reagierende Strömung notwendig sein.

Die akustische Quellbestimmung bei hybriden Ansätzen der CCA kann wie in der klassischen CAA in drei Klassen unterteilt werden (siehe Abb. 1.1). Lösungen von Direkten Numerischen Simulationen (DNS) oder von Large Eddy Simulations (LES) liefern die akustischen turbulenzbedingten Quellen direkt. Bei diesen Ansätzen entsteht jedoch zusätzlich zum hohen Rechenaufwand ein hoher Aufwand für die Datenspeicherung und -übergabe der instationären Strömungs- und akustischen Quellfelder an den CAA-Löser. Recheneffizientere Verfahren beruhen auf statistischen Turbulenzgrößen, die beispielsweise durch eine Reynolds averaged Navier-Stokes (RANS)-Simulation erhalten werden können. Die akustischen Quellen sind anschließend mittels der statistischen Lärmtheorie (siehe Kapitel 4) zu modellieren. Hierbei werden statistische Modelle verwendet, um die akustischen Quellen im Frequenzbereich abzubilden. Akustische Quellen im Zeitbereich sind mit Hilfe von stochastischen Modellen realisierbar.

Die Ausbreitung des Schalls wird bei hybriden Ansätzen durch integrale Verfahren oder durch die numerische Lösung von Störgleichungen im Zeitbereich oder im Frequenzbereich abgebildet. Integrale Verfahren basieren auf der Wellengleichung zur Berechnung der Schallausbreitung ins Fernfeld. Zu den gängigen integralen Verfahren zählen die Lighthill-Analogie [77, 78], das Kirchhoff Integral beziehungsweise die Boundary Element Method (BEM) und die Ffowcs Williams und Hawkings Gleichung (FW-H) [80]. Störgleichungen wie die linearisierten Euler Gleichungen (Linearized Euler Equations, LEE) [31] oder die Acoustic Perturbation Equations (APE) [48] sind aufwendiger zu lösen als integrale Verfahren, jedoch kann damit sowohl die Schallentstehung und -ausbreitung in nicht homogenen Strömungen als auch in eingeschlossenen komplexen Geometrien akkurat erfasst werden.

#### 1.2 Stand der Forschung

In frühen Untersuchungen von direktem turbulentem Verbrennungslärm im Jahr 1963 zeigten Bragg [18] theoretisch und Smith et al. [115] experimentell den im Wesentlichen monopolartigen Charakter von turbulenten Flammen. Der ins Fernfeld abgestrahlte Schall wurde mit der als Monopol agierenden Volumenänderung, verursacht durch Verbrennung, in Bezug gebracht. Kotake & Hatta [69] leiteten 1965, basierend auf der akustischen Analogie von Lighthill [77, 78], eine inhomogene Wellengleichung für reagierende Strömungen her. Strahle [117] entwickelte 1971, ebenfalls aufbauend auf der Lighthill-Analogie, eine Wellengleichung unter Verwendung der Erhaltungsgleichungen für reagierende Mehrkomponentenströmungen. Dabei wurde gezeigt, dass die Dichtefluktuation die dominante Schallquelle ist. Strahle [117] zeigte durch theoretische Überlegungen, dass turbulente Verbrennungslärmquellen im niedrigen Mach-Zahl-Bereich wesentlich stärker als turbulente Strömungslärmquellen sind. Der Anteil von turbulentem Verbrennungslärm ist hier wenigstens zwei Größenordnungen höher als der Beitrag des turbulenten Strömungslärms, was auch experimentell belegt ist [113, 114]. In einer weiteren Untersuchung zeigte Strahle 1972 [118] die direkte Korrelation zwischen akustischem Druck und dem Volumenintegral der Zeitableitung der globalen Reaktionsrate. Basierend auf diesen frühen Untersuchungen wurde die Verbrennungslärmtheorie durch die Berücksichtigung von detaillierteren physikalischen und chemischen Effekten erweitert. Zum Beispiel betrachtete Kotake 1975 [68] Einzelheiten der chemischen Reaktionen und Truffaut et al. [128] berücksichtigten 1998 nicht isomolare Effekte. Beide Autoren identifizierten die instationäre Fluktuation der Wärmefreisetzungsrate als die dominante akustische Quelle.

Ein numerisches Verbrennungslärmmodell mit einer statistischen Quellmodellierung für turbulente, nicht vorgemischte Flammen entwickelten Klein & Kok [67] 1999. Das hybride Modell basiert auf einer stationären RANS-Simulation zur reagierenden Strömungsfeldberechnung und der integralen Lösung einer akustischen Analogie mit einem statistisch modellierten Quellterm, der die fluktuierende Wärmefreisetzungsrate repräsentiert. Das Spektrum der Verbrennungslärmquellen wurde basierend auf den statistischen Turbulenzgrößen modelliert und mit Messungen verglichen. Ein ähnliches Modell wurde von Hirsch et al. [58] 2007 zur Berechnung von Lärmemissionen von vorgemischten Drallflammen vorgestellt. Der hybride Ansatz beruht auf einer angenommenen Form der spektralen Verteilungsfunktion der turbulenten Wärmefreisetzungsrate. Aufwendigere hybride Modellierungsansätze basieren auf einer vorangehenden LES für die reagierende Strömungsfeldund akustische Quellberechnung. Flemming et al. [51] kombinierten 2007 die LES mit Lighthill's akustischer Analogie, um turbulenten Verbrennungslärm einer nicht eingeschlossenen Wasserstoffstrahlflamme zu berechnen. Der akustische Quellterm wurde dabei über die Dichtefluktuation modelliert, welche mit LES berechnet und anschließend auf das CAA-Gitter interpoliert wurde. Ihme et al. [64] veröffentlichten 2009 ein hybrides Modell, welches auf einer LES in Kombination mit einer akustischen Analogie zur Simulation des abgestrahlten Schalls von nicht vorgemischten Strahlflammen basiert. Bui et al. [25, 22, 23] publizierten 2008 einen hybriden Ansatz, welcher auf einer inkompressiblen LES und einer anschließenden Integration der Acoustic Perturbation Equations for Reacting Flows (APE-RF) basiert [24]. Mit dem hybriden LES/CAA-Ansatz wurden Refraktionseffekte in reagierenden Strahlströmungen und unterschiedliche akustische Quellterme umfassend numerisch untersucht, wobei die partielle Zeitableitung der Dichte als der dominante akustische Quellterm identifiziert wurde.

Eine erste stochastische Methode zur Modellierung von Korrelationsfunktionen und Spektren basiert auf zufälligen Fourier-Moden und wurde von Kraichnan [71] für Strömungsschall beschrieben. Béchara et al. [9] verwendeten eine modifizierte Version dieses Ansatzes, um Schallquellen von freien turbulenten Strömungen zu modellieren. Eine Weiterentwicklung des Stochastic Noise Generation and Radiation (SNGR)-Modells wurde von Bailly & Lafon [4, 3] und Billson et al. [12] publiziert. Kalitzin et al. [65] verwendeten das SNGR-Modell, um Hinterkantenlärm zu berechnen. Ein neuartiger stochastischer Ansatz, der auch in dieser Arbeit verwendet wird, wurde von Ewert [45, 39, 40] 2005 vorgeschlagen. Der Hauptunterschied zwischen der sogenannten Random Particle-Mesh (RPM)-Methode und den zufälligen Fourier-Moden-Techniken ist darin begründet, dass bei der RPM-Methode Zwei-Punkt-Korrelationen modelliert werden, welche das Lärmspektrum definieren. Bei den zufälligen Fourier-Moden-Ansätzen werden hingegen Wellenzahl-Frequenz-Spektren modelliert, von welchen sich die Korrelationen ableiten lassen aber konzeptionelle Schwächen hinsichtlich von Konvektionsprozessen aufweisen. Die RPM-Methode wurde bislang erfolgreich zur numerischen Simulation von Hinterkantenlärm [45, 38, 43], Hochauftriebslärm [44], Strahllärm [41, 91, 112] und der spektralen Streuung von Turbinentönen [47, 46] verwendet.

Analytische Untersuchungen zu indirektem Verbrennungslärm, im Speziellen zu Entropielärm, stammen aus dem Jahr 1973 von Morfey [86] als Ergänzung zur Strahllärmtheorie von Lighthill [77, 78]. Diese Erweiterung der akustischen Analogie durch den sogenannten Excess Jet Noise war 1975 Grundlage der Beschreibung der Schallgenerierung in inhomogen nicht isotropen Strömungen mit einem akustischen Wellenoperator von Howe [59]. Ffowcs Williams & Howe [50] beschrieben im selben Jahr eine analytische Formulierung für die Schallgenerierung von Entropiefluktuationen in einer Düsenströmung für niedrige Mach-Zahlen mit Hilfe der Green'schen Funktion und einer Abstrahlung in einen Kanal oder in das Freifeld. 1977 stellte Lu [79] ein eindimensionales analytisches Modell für Entropielärm als Funktion von Temperatur, Druck und Geschwindigkeitsstörungen für kleine Mach-Zahlen vor. Eine analytische Formulierung der Schallentstehung durch Entropiemoden in Düsen- und Diffusorströmungen für höhere Mach-Zahlen wurde von Marble & Candel [82] 1977 publiziert. Die Theorie beschreibt eindimensional die Entropieschallgenerierung für Unter- und Überschallströmungen sowie für Überschallströmungen mit senkrechten Stößen in kompakten Düsen. Cumpsty & Marble [29, 30] haben diese eindimensionale Theorie 1977 weiterentwickelt und auf eine vereinfachte abgewickelte Turbinenstufe angewandt, wobei gezeigt wurde, dass ein starker Druckabfall über die Turbinenstufe einen hohen Entropieschallanteil erzeugt. Cumpsty [28] verglich 1979 die Schalldruckamplituden, die durch eine fluktuierende Wärmezufuhr in einer Strömung generiert wurden, mit den in einer vereinfachten Turbinenstufe erzeugten Entropieschallamplituden und kam zu dem Ergebnis, dass in diesem Fall der indirekte über den direkten Schall dominiert.

Zum experimentellen Nachweis und zur Analyse von Entropielärm gibt es bisher relativ wenige Arbeiten. Muthukrishnan et al. [99] untersuchten 1978 die Anteile des direkten und indirekten Verbrennungslärms einer Triebwerksbrennkammer mit Hilfe der Kohärenzanalyse. Guedel et al. [56] publizierten 1986 ähnliche Untersuchungen an einer Hubschraubertriebwerksbrennkammer. Bei experimentellen Arbeiten an reagierenden Systemen bedarf es jedoch einer Methode zur Trennung des indirekten vom direkten Schall. Am California Institute of Technology (Caltech) wurde deshalb 1976 ein Teststand mit einer nicht reagierenden Strömung aufgebaut, in welchem Entropielärm, generiert durch künstlich erzeugte Entropiemoden, vermessen wurde [137, 14, 15]. Im Rahmen der Forschergruppe Combustion Noise der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) wurde von Bake et al. [6] der sogenannte Entropiewellengenerator (EWG) entwickelt. Im EWG können durch eine elektrische Widerstandsheizung definierte Entropiemoden erzeugt werden. In einer Rohrströmung mit klar definierten Ein- und Austrittsrandbedingungen emittieren diese bei der Beschleunigung durch eine konvergent-divergente Düse Entropielärm. Bei den Untersuchungen wurde der Entstehungsmechanismus von Entropieschall experimentell eindeutig und zweifelsfrei nachgewiesen und es wurden Parameterstudien zum Entropielärm durchgeführt.

Mit Hilfe verschiedener numerischer Simulationsmodelle sagten Mathews et al. [83] 1977 eine Dominanz des direkten über den indirekten Verbrennungslärm für ein Triebwerk von Pratt & Whitney voraus. Bloy [13] verwendete 1979 ein eindimensionales Charakteristikenverfahren zur Berechnung der Ausbreitung einer Druckmode, generiert durch eine beschleunigte Entropiefluktuation. 2001 zeigten Tanahashi et al. [126] mit Hilfe einer DNS einer turbulenten Verbrennung den hohen Beitrag von Entropielärm zur Gesamtschallabstrahlung. Leyko et al. [76] wiesen 2009 mit Hilfe einer analytischen und einer semi-analytisch-numerischen Modellierung in einer vereinfachten quasi-1D-Brennkammer nach, dass indirekter Verbrennungslärm nicht zu vernachlässigen ist und in technischen Gasturbinen in die Verbrennungslärmsimulation einbezogen werden muss.

#### 1.3 Zielsetzung

Ziel dieser Arbeit ist zunächst die Validierung eines CFD-Codes als direktes Schallberechnungsverfahrens (DNC) bezüglich der Eignung, Genauigkeit und des Rechenaufwands für die Simulation von Entropielärm im Nahfeld. Der indirekte Verbrennungslärm soll numerisch simuliert werden, wobei die Strömung, die akustischen Quellen und die Schallausbreitung simultan mit einem CFD-Verfahren für kompressible Strömungen behandelt werden sollen. Eine wichtige Aufgabe kommt dabei der Modellierung der akustischen Impedanz an den Rechenfeldgrenzen zu.

Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt in der Entwicklung eines hocheffizienten und genauen hybriden CFD/CAA-Ansatzes und dessen Validierung und Evaluierung mit Hilfe von Messdaten. Der hybride Ansatz soll auf statistischen Turbulenzgrößen einer RANS-Simulation und einer stochastischen Quellrekonstruktion im Zeitbereich basieren (siehe Abb. 1.1). Die stochastisch rekonstruierten Verbrennungslärmquellen sollen die linearisierten Euler Gleichungen (LEE) impfen, welche mit Diskretisierungsverfahren hoher Ordnung und geringen Dissipations- und Dispersionsfehlern numerisch gelöst werden. Der Ansatz verspricht aufgrund der statistischen Betrachtung der turbulenten reagierenden Strömung hoch effektiv zu sein. Zusätzlich entfällt, im Vergleich zu auf LES basierenden hybriden CFD/CAA Methoden, der hohe Aufwand der Datenspeicherung und -übergabe der instationären Strömungs- und akustischen Quellfelder an den CAA-Löser.

Im einleitenden Teil werden zunächst die theoretischen Grundlagen der vorliegenden Arbeit erläutert. Es folgt die Darstellung und Diskussion numerischer Simulationen von Entropielärm im Entropiewellengenerator (EWG) mit einem direkten Schallberechnungsverfahren (DNC). Anschließend wird der im Rahmen dieser Arbeit neu entwickelte hybride Random Particle Mesh for Combustion Noise (RPM-CN)-Ansatz zur numerischen Simulation von turbulentem Verbrennungslärm, basierend auf stochastisch rekonstruierten akustischen Quellen im Zeitbereich, hergeleitet und dessen numerische Umsetzung erläutert. Der RPM-CN-Ansatz wird anhand von Simulationen an offenen und eingeschlossenen, turbulenten, nicht vorgemischten Strahlflammen validiert und umfassend untersucht.
# 2 Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel sind die der numerischen Simulation von Verbrennungslärm zugrunde liegenden theoretischen Grundlagen von Strömung, Verbrennung, Akustik und Thermoakustik zusammengestellt.

# 2.1 Strömung

Einleitend werden die Bilanzgleichungen reagierender Strömungen, die gemittelten Bilanzgleichungen reagierender Strömungen und die in dieser Arbeit verwendeten Ansätze zur Turbulenzmodellierung vorgestellt.

## 2.1.1 Bilanzgleichungen reagierender Strömungen

Zur Beschreibung einer dreidimensionalen reagierenden Strömung sind die Bilanzgleichungen für die Gesamtmasse, die Komponentenmassen, den Impuls und die Energie zu lösen. Die Transportgleichung für eine beliebige Bilanzgröße  $\phi$  in einem strömenden Medium und einem ortsfesten Kontrollvolumen lautet [100]

$$\underbrace{\frac{\partial \rho \phi}{\partial t}}_{\text{eitliche Änderung}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i \phi)}_{\text{konvektiver Transport}} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho D \frac{\partial \phi}{\partial x_i}\right)}_{\text{molekularer Transport}} = \underbrace{S_{\phi}}_{\text{Quelle}}, \quad (2.1)$$

wobei t die Zeit,  $\rho$  die Dichte,  $u_i$  die Geschwindigkeitskomponente in  $x_i$ -Richtung, D den Diffusionskoeffizienten und  $S_{\phi}$  den Quellterm bezeichnet.

Im Folgenden werden die Bilanzgleichungen reagierender Strömungen in Tensor-Schreibweise und konservativer Formulierung näher erläutert, wobei die Einstein'sche Summenkonvention Verwendung findet (i, j = 1, 2, 3). Eine Herleitung des Gleichungssystems ist zum Beispiel in Gerlinger [54] beschrieben.

#### Gesamtmassenbilanz

ze

In kartesischen Koordinaten lautet die Erhaltungsgleichung für die Gesamtmasse, die auch als Kontinuitätsgleichung bekannt ist,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho u_i\right) = 0. \tag{2.2}$$

#### Komponentenmassenbilanz

In einem Gemisch aus  $N_k$  Komponenten werden die Komponentenmassen wie folgt bilanziert:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho Y_{\alpha}\right) + \frac{\partial}{\partial x_{i}}\left(\rho u_{i}Y_{\alpha}\right) + \frac{\partial j_{\alpha i}}{\partial x_{i}} = S_{\alpha}; \qquad \alpha = 1, \ 2, \ ..., \ N_{k-1}.$$

$$(2.3)$$

Den Massenanteil der Komponente  $\alpha$  beschreibt  $Y_{\alpha}$ ;  $j_{\alpha i}$  bezeichnet den Diffusionsmassenfluss der Komponente  $\alpha$  in  $x_i$ -Richtung und  $S_{\alpha}$  stellt den chemischen Produktions-/ Senkenterm der Komponente  $\alpha$  dar. Unter Berücksichtigung der Erhaltungsgleichung für die Gesamtmasse reichen  $N_{k-1}$  Bilanzgleichungen zur vollständigen Beschreibung. Der Diffusionsmassenfluss kann oft durch den Ansatz

$$j_{\alpha i} = -\rho D_{\alpha} \frac{\partial Y_{\alpha}}{\partial x_i} \tag{2.4}$$

beschrieben werden, wobei  $D_{\alpha}$  den Diffusionskoeffizienten der Komponente  $\alpha$  bezeichnet.

## Impulsbilanz

Die Bilanz für den Impuls kann anhand der Navier-Stokes-Gleichung erfolgen:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho u_{i}\right) + \frac{\partial}{\partial x_{i}}\left(\rho u_{i}u_{j}\right) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial p}{\partial x_{i}} = \rho f_{i}.$$
(2.5)

Der Term  $f_i$  kennzeichnet die externen spezifischen Volumenkräfte, p den Druck und  $\tau_{ij}$  den Schubspannungstensor. Unter der Annahme eines Newton'schen Fluids gilt:

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right).$$
(2.6)

#### Energiebilanz

Die Energieerhaltungsgleichung in differentieller Form lautet

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho E\right) + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\rho u_i E + u_i p\right) - \frac{\partial}{\partial x_i}\left(u_j \tau_{ij}\right) + \frac{\partial q_i}{\partial x_i} = \rho u_i f_i + S_r.$$
(2.7)

E stellt dabei die spezifische Gesamtenergie dar

$$E = e + \frac{u^2}{2},\tag{2.8}$$

wobei e die spezifische innere Energie und  $S_r$  den Strahlungsterm kennzeichnet. Aus der Erhaltungsgleichung für die Energie, Gl. (2.7), kann durch Umformungen die Erhaltungsgleichung für die Enthalpie h abgeleitet werden:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho h\right) + \frac{\partial}{\partial x_{i}}\left(\rho u_{i}h\right) - \frac{\partial p}{\partial t} - u_{i}\frac{\partial p}{\partial x_{i}} - \tau_{ij}\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial q_{i}}{\partial x_{i}} = \rho u_{i}f_{i} + S_{r}.$$
(2.9)

Für den Energiefluss  $q_i$  wird häufig bei Vernachlässigung der differentiellen Diffusion  $(D_{\alpha} = D)$  und der Annahme Pr = Sc die Approximation

$$q_i = -\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial h}{\partial x_i} \tag{2.10}$$

verwendet [54].

Die Prandtl-Zahl Pr ist ein Maß für das Verhältnis von Impulstransport zu Wärmetransport

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda},\tag{2.11}$$

wobei  $\mu$  die dynamische Viskosität,  $c_p$  die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck und  $\lambda$  die Wärmeleitfähigkeit darstellt. Die Schmidt-Zahl *Sc* beschreibt das Verhältnis von viskosem Impulstransport zu diffusivem Stofftransport

$$Sc = \frac{\mu}{\rho D},\tag{2.12}$$

wobei D den Diffusionskoeffizienten kennzeichnet.

## Konstitutive Gleichung

Zusätzlich zu den Bilanzgleichungen wird eine Beziehung benötigt, um die thermodynamischen Zustandsgrößen miteinander zu verknüpfen. In einem Gemisch idealer Gase gilt die thermodynamische Zustandsgleichung

$$p = \rho R_m T \sum_{\alpha=1}^{N_k} \frac{Y_\alpha}{M_\alpha},\tag{2.13}$$

wobei  $R_m$  die universelle Gaskonstante und  $M_{\alpha}$  den Molanteil der Komponente  $\alpha$  darstellt.

## 2.1.2 Gemittelte Bilanzgleichungen reagierender Strömungen

Die meisten technisch relevanten Strömungen weisen eine dreidimensionale turbulente Wirbelstruktur auf, gekennzeichnet durch eine instationäre und chaotische Charakteristik. Die dimensionslose Reynolds-Zahl stellt

$$Re = \frac{\rho u L}{\mu},\tag{2.14}$$

das Verhältnis von Trägheits- zu Zähigkeitskräften dar, wobei u eine charakteristische Geschwindigkeit und L eine charakteristische Länge kennzeichnet. Die turbulente Reynolds-Zahl  $Re_t$  charakterisiert den Turbulenzgrad einer Strömung

$$Re_t = \frac{\rho k^{\frac{1}{2}} l_t}{\mu}.$$
(2.15)

Die turbulente kinetische Energie ist durch k und das integrale Längenmaß durch  $l_t$  gekennzeichnet. In der Verbrennungstechnik werden hoch turbulente Strömungen realisiert. Dadurch wird ein hoher Impuls-, Wärme- und Stoffaustausch und somit eine gute Mischung von Brennstoff und Oxidator erreicht. Die Theorie der Turbulenz und die verschiedenen Ansätze zur Modellierung sind zum Beispiel in Pope [106] beschrieben.

Die Abbildung der Turbulenz in einer reagierenden Strömung stellt hohe Anforderungen an die numerische Simulation. Die direkte Lösung der instationären Bilanzgleichungen beschreibt eine turbulente reagierende Strömung vollständig und wird als Direct Numerical Simulation (DNS) bezeichnet. Sollen auch die kleinsten Turbulenzstrukturen vom Rechengitter aufgelöst werden, so steigt die erforderliche Anzahl an Gitterpunkten mit der Ordnung  $\mathcal{O}(Re_t^{9/4})$  an. Gleichzeitig ist mit steigender turbulenter Reynolds-Zahl  $Re_t$ auch der Zeitschritt der Simulation zu reduzieren. Das hat zur Folge, dass der Aufwand solcher Rechnungen in etwa mit  $\mathcal{O}(Re_t^3)$  zunimmt [100, 54]. Die notwendige Rechenleistung und den benötigten Speicherplatz für eine DNS praxisrelevanter Probleme können die existierenden Parallelrechner und auch die Computer der näheren Zukunft meist nicht bieten.

Aufgrund dieser Problematik bietet sich die Lösung zeitlich gemittelter Bilanzgleichungen an. In den folgenden Kapiteln werden zunächst die gemittelten dreidimensionalen Bilanzgleichungen reagierender Strömungen, die auch als Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS)-Gleichungen bekannt sind, beschrieben. Anschließend werden die zur Schließung des Gleichungssystems benötigten und in dieser Arbeit verwendeten Turbulenzmodelle vorgestellt.

Bei den Mittelungsmethoden wird eine Erhaltungsgröße beispielsweise in einen Mittelwert und einen stochastischen Schwankungsanteil zerlegt. Die sogenannte Reynolds-Zerlegung [107] einer beliebigen Größe  $\phi$  lautet

$$\phi = \overline{\phi} + \phi', \tag{2.16}$$

wobei für die Mittelung einer Zustandsgröße  $\phi$  an einem Ort x im Zeitintervall  $[t_0, t_q]$ 

$$\overline{\phi}\left(x,t\right) = \frac{1}{t_g} \int_{t=t_0}^{t_0+t_g} \phi\left(x,t\right) dt$$
(2.17)

gilt. Bei Verbrennungsvorgängen treten starke Dichteschwankungen auf. In diesem Fall ist die Favre-Zerlegung [49] von Vorteil, die einen dichtegewichteten Mittelwert

$$\widetilde{\phi} = \frac{\rho\phi}{\overline{\rho}} \tag{2.18}$$

berücksichtigt

$$\phi = \widetilde{\phi} + \phi''. \tag{2.19}$$

Die Favre-Mittelung einer Zustandsgröße  $\phi$  lautet somit

$$\widetilde{\phi}\left(x,t\right) = \frac{1}{\overline{\rho}\left(x,t\right)} \frac{1}{t_g} \int_{t=t_0}^{t_0+t_g} \rho\left(x,t\right) \phi\left(x,t\right) dt.$$
(2.20)

Durch die Reynolds-Mittelung der Bilanzgleichungen entstehen für Strömungen mit Dichteschwankungen unbekannte Tripelkorrelationen der Form  $\rho' u' \phi'$ . Bei der Favre-Mittelung entstehen nur Korrelationen der Form  $\overline{\rho u'' \phi''}$ . Für die Modellierung von Verbrennungsprozessen wird üblicherweise die Favre-Zerlegung verwendet [100, 54], wobei Korrelationen zweiter Ordnung entstehen. Korrelationen zweiter Ordnung lassen sich mittels Transportgleichungen beschreiben, in denen unbekannte Korrelationen noch höherer Ordnung auftreten. Zur Lösung des Schließungsproblems sind halbempirische Modelle bekannt.

#### Gesamtmassenbilanz

Bei der Mittelung der Kontinuitätsgleichung entstehen aufgrund der Linearität der auftretenden Terme keine zusätzlichen Terme mit fluktuierenden Zustandsgrößen:

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \overline{\rho} \widetilde{u}_k \right) = 0.$$
(2.21)

#### Komponentenmassenbilanz

Die gemittelte Bilanzgleichung der Komponentenmassen lautet:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \overline{\rho} \widetilde{Y}_{\alpha} \right) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \overline{\rho} \widetilde{u}_k \widetilde{Y}_{\alpha} + \overline{\rho} \widetilde{u}_k'' \widetilde{Y}_{\alpha}'' \right) = -\frac{\partial \overline{j}_{\alpha k}}{\partial x_k} + \overline{S}_{\alpha}.$$
(2.22)

Der Term  $\overline{\rho} \widetilde{u_k''} Y_{\alpha''}''$  wird als Reynolds'scher Komponentenfluss bezeichnet und kann durch den Gradienten-Diffusions-Ansatz

$$\overline{\rho}\widetilde{u_k'Y_\alpha''} \approx -\frac{\mu_t}{Sc_t}\frac{\partial Y_\alpha}{\partial x_k}$$
(2.23)

modelliert werden. Die turbulente Schmidt-Zahl  $Sc_t$  lautet

$$Sc_t = \frac{\mu_t}{\overline{\rho}D_t},\tag{2.24}$$

wobei  $\mu_t$  die turbulente Wirbelviskosität und  $D_t$  den turbulenzbedingten Diffusionskoeffizienten kennzeichnet.

#### Impulsbilanz

In der gemittelten Erhaltungsgleichung für den Impuls

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\overline{\rho}\widetilde{u}_{k}\right) + \frac{\partial}{\partial x_{i}}\left(\overline{\rho}\widetilde{u}_{i}\widetilde{u}_{k} + \overline{\rho}\widetilde{u_{i}''u_{k}''}\right) = \frac{\partial\overline{\tau}_{ik}}{\partial x_{k}} - \frac{\partial\overline{p}}{\partial x_{i}} + \overline{\rho}\overline{f_{i}}$$
(2.25)

treten die sogenannten Reynolds'schen Spannungen  $\overline{\rho}u_i''u_k''$  auf, die den Einfluss der Turbulenz auf das Geschwindigkeitsfeld beschreiben. Auf die Modellierung des Reynolds'schen Spannungstensors wird in Kapitel 2.1.3 eingegangen.

## Energiebilanz

Die gemittelte Erhaltungsgleichung für die Energie

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \overline{\rho} \widetilde{E} \right) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \widetilde{u}_k \left( \overline{\rho} \widetilde{E} + \overline{p} \right) \right] = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \widetilde{u}_i \left( \overline{\tau}_{ik} - \overline{\rho u_i'' u_k''} \right) + \overline{u_i'' \tau_{ik}} - \overline{q}_k - \overline{\rho u_k'' h''} - \frac{1}{2} \overline{\rho u_i'' u_i'' u_k''} \right] + \overline{\rho u_i f_i}$$
(2.26)

beinhaltet mehrere ungeschlossene Terme. Der Reynolds'sche Energiefluss $\overline{\rho u_k'' h''}$ kann mit dem Gradienten-Diffusions-Ansatz

$$\overline{\rho u_i'' h''} = \overline{\rho} \widetilde{u_i'' h''} \approx -\frac{\mu_t}{P r_t} \frac{\partial h}{\partial x_i}$$
(2.27)

modelliert werden, wobei die turbulente Prandtl-Zahl

$$Pr_t = \frac{\mu_t c_p}{\lambda_t} \tag{2.28}$$

eine Funktion der turbulenten Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_t$  ist. Die turbulente Prandtl-Zahl wird in der Literatur oft als Konstante mit Werten im Bereich  $0, 2 < Pr_t < 1, 0$  angenommen [106].

#### Konstitutive Gleichung

Neben den Bilanzgleichungen ist auch die thermische Zustandsgleichung zu mitteln, wofür oft die folgende Approximation verwendet wird [54]:

$$\overline{p} = \overline{\rho} \widetilde{T} R_m \sum_{\alpha=1}^{N_k} \frac{\widetilde{Y_\alpha}}{M_\alpha}.$$
(2.29)

## 2.1.3 Turbulenzmodellierung

Mittels der Turbulenzmodellierung erfolgt die Schließung des in der gemittelten Erhaltungsgleichung für den Impuls, Gl. (2.25), auftretenden Reynolds's-Spannungstensors  $\bar{\rho}u_i''u_k''$ . Die gemittelten Erhaltungsgleichungen stellen nur zusammen mit den Turbulenzmodellgleichungen ein geschlossenes Differentialgleichungssystem dar. Turbulenzmodelle werden entsprechend der Anzahl der zu lösenden Transportgleichungen klassifiziert.

Viele Modellierungsansätze [74, 73, 133, 85] beruhen auf dem linearen Wirbelviskositätsansatz von Boussinesq [17]. Dieser basiert auf der Annahme, dass bei turbulenten Strömungen die Reynolds-Spannungen proportional zu den Geschwindigkeitsgradienten der mittleren Hauptströmung sind:

$$-\overline{\rho}\widetilde{u_i''u_j''} \approx \mu_t \left(\frac{\partial \widetilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{u}_j}{\partial x_i}\right) - \delta_{ij} \left(\mu_t \frac{\partial \widetilde{u}_k}{\partial x_k} + \overline{\rho}k\right).$$
(2.30)

Für die massenspezifische turbulente kinetische Energie gilt:

$$k = \frac{1}{2} \frac{\overline{\rho u_i'' u_i''}}{\overline{\rho}}.$$
(2.31)

Die dynamische Wirbelviskosität  $\mu_t$  kann als das Produkt eines turbulenten Geschwindigkeitsmaßes  $u_t$  und eines turbulenten Längenmaßes  $l_t$  gesehen werden:

$$\mu_t \sim \overline{\rho} u_t l_t. \tag{2.32}$$

Im Gegensatz zur molekularen Viskosität  $\mu$  ist die Wirbelviskosität  $\mu_t$  keine Stoffgröße, sondern eine Funktion der Turbulenz. Das Hauptproblem ist daher die Bestimmung der Verteilung von  $\mu_t$  über dem zu untersuchenden Strömungsfeld. Dabei ist zu beachten, dass  $\mu_t$  eine skalare und keine vektorielle Größe darstellt.

Im Folgenden werden die in dieser Arbeit verwendeten Turbulenzmodelle näher erläutert.

## $\textbf{k-}\epsilon\textbf{-Modell}$

Das k- $\epsilon$ -Modell [74, 73] ist ein auf dem Wirbelviskositätsprinzip basierendes Zweigleichungsturbulenzmodell. Das Modell löst für die turbulente kinetische Energie k und für die turbulente Dissipationsrate  $\epsilon$  je eine Transportgleichung:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_k \frac{\partial k}{\partial x_k} = \tau_{ik} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_k} \right], \qquad (2.33)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + u_k \frac{\partial \epsilon}{\partial x_k} = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \tau_{ik} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_k} \right].$$
(2.34)

Die kinematische Wirbelviskosität  $\nu_t$  folgt hier aus:

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon},\tag{2.35}$$

wobei

$$\nu_t = \frac{\mu_t}{\rho} \tag{2.36}$$

gilt.

Die Transportgleichungen beinhalten Modellierungskonstanten, welche für einen Bereich von Strömungsbedingungen angepasst werden. Es werden folgende Konstanten und Zusammenhänge für das Standard-k- $\epsilon$ -Modell vorgeschlagen [74, 73]:

$$\sigma_{k} = 1,0; \quad C_{\epsilon 1} = 1,44; \quad C_{\epsilon 2} = 1,92; \quad \sigma_{\epsilon} = 1,3; \quad C_{\mu} = 0,09;$$
$$\omega = \frac{1}{C_{\mu}} \frac{\epsilon}{k} \quad \text{und} \quad l_{t} = C_{\mu} \frac{k^{3/2}}{\epsilon}.$$

#### k-ω-Modell

Das k- $\omega$ -Modell von Wilcox [133], ebenfalls ein auf dem Wirbelviskositätsprinzip basierendes Zweigleichungsturbulenzmodell, ist dem k- $\epsilon$ -Modell im Wandbereich überlegen. Dieses Modell bildet jedoch freie Scherschichten erfahrungsgemäß schlechter ab [134]. Das Modell ist definiert durch je eine Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie k und für die turbulente Wirbelfrequenz  $\omega$ :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_k \frac{\partial k}{\partial x_k} = \tau_{ik} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \nu + \sigma^* \frac{k}{\omega} \right) \frac{\partial k}{\partial x_k} \right], \qquad (2.37)$$

$$\frac{\partial\omega}{\partial t} + u_k \frac{\partial\omega}{\partial x_k} = \alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ik} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \nu + \sigma \frac{k}{\omega} \right) \frac{\partial\omega}{\partial x_k} \right].$$
(2.38)

Die kinematische Wirbelviskosität folgt hier aus:

$$\nu_t = \frac{k}{\omega},\tag{2.39}$$

und es gelten laut Ref. [133] folgende Konstanten und Zusammenhänge:

$$\beta^* = 0,09; \quad \sigma^* = 0,5; \quad \alpha = \frac{5}{9}; \quad \sigma = 0,5;$$
$$\epsilon = \beta^* \omega k \quad \text{und} \quad l_t = \frac{k^{1/2}}{\omega}.$$

#### Shear Stress Transport Modell

Das auf dem k- $\omega$ -Modell von Wilcox [133] basierende Shear Stress Transport (SST)-Modell von Menter [85] kombiniert die Vorteile des k- $\epsilon$ - und des k- $\omega$ -Modells. Für wandnahe Bereiche wird das k- $\omega$ -Modell und fern von Berandungen wird das k- $\epsilon$ -Modell angewandt. Die Transportgleichungen für die turbulente kinetische Energie k und die Wirbelfrequenz  $\omega$  lauten

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_k \frac{\partial k}{\partial x_k} = \tau_{ik} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \nu + \sigma^* \frac{k}{\omega} \right) \frac{\partial k}{\partial x_k} \right], \qquad (2.40)$$

$$\frac{\partial\omega}{\partial t} + u_k \frac{\partial\omega}{\partial x_k} = \alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ik} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \nu + \sigma \frac{k}{\omega} \right) \frac{\partial\omega}{\partial x_k} \right] \\ + 2\left( 1 - F_1 \right) \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial\omega}{\partial x_j}.$$
(2.41)

 $F_1$  ist hier eine Übergangsfunktion, die einen gleitenden Übergang zwischen den beiden Modellen realisiert. In der Definition der kinematischen Wirbelviskosität wird durch eine Begrenzungsfunktion der Transport der turbulenten Schubspannung modifiziert:

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max\{a_1 \omega, SF_2\}}.$$
(2.42)

Modellkonstanten und weitere Beziehungen werden in Ref. [85] angegeben.

## **Reynolds-Spannungs-Modelle**

 $\overline{\rho}$ 

Reynolds-Spannungs-Modelle (RSM) sind relativ aufwendige RANS-Turbulenzmodelle, da für alle Komponenten des spezifischen Reynolds-Spannungstensors  $\tau_{ij} = \widetilde{u_i'' u_k''}$  und für das turbulente Längenmaß  $l_t$  Transportgleichungen gelöst werden. Im dreidimensionalen Fall hat der Reynolds-Spannungstensor sechs Komponenten, so dass der Rechenaufwand um sieben zusätzliche Transportgleichungen erweitert wird. Reynolds-Spannungs-Modelle basieren nicht auf dem Wirbelviskositätsprinzip, da die Reynolds-Spannungskomponenten direkt berechnet werden. Dadurch entfallen die Bedingungen von Turbulenzmodellen, die auf dem Wirbelviskositätsprinzip basieren, wie zum Beispiel hohe Reynolds-Zahlen und isotrope Wirbelviskosität.

Die meisten Reynolds-Spannungs-Modelle beinhalten eine Gleichung für die turbulente Dissipationsrate  $\epsilon$ , wie zum Beispiel das Launder-Reece-Rodi-Modell [134]:

$$\overline{\rho}\frac{\partial\tau_{ij}}{\partial t} + \overline{\rho}\widetilde{u_k}\frac{\partial\tau_{ij}}{\partial x_k} = -\overline{\rho}P_{ij} + \frac{2}{3}\overline{\rho}\epsilon\delta_{ij} - \overline{\rho}\Pi_{ij} - C_s\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\overline{\rho}k}{\partial t}\left(\tau_{im}\frac{\partial\tau_{jk}}{\partial t} + \tau_{im}\frac{\partial\tau_{ik}}{\partial t} + \tau_{km}\frac{\partial\tau_{ij}}{\partial t}\right)\right], \qquad (2.43)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \overline{\rho} \widetilde{u}_{j} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_{j}} = C_{\epsilon 1} \frac{\overline{\rho} \epsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \widetilde{u}_{i}}{\partial x_{j}} - C_{\epsilon 2} \frac{\overline{\rho} \epsilon^{2}}{k} - C_{\epsilon} \frac{\partial}{\partial x_{k}} \left[ \frac{\overline{\rho} k}{\epsilon} \tau_{km} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_{m}} \right].$$
(2.44)

Das Reynolds-Spannungs-Modell von Wilcox [134] hingegen beinhaltet eine Gleichung für

die turbulente Wirbelfrequenz $\omega$ 

$$\overline{\rho}\frac{\partial\tau_{ij}}{\partial t} + \overline{\rho}\widetilde{u_k}\frac{\partial\tau_{ij}}{\partial x_k} = -\overline{\rho}P_{ij} + \frac{2}{3}\beta^*\overline{\rho}\omega k\delta_{ij} - \overline{\rho}\Pi_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_k}\left[\left(\mu + \sigma^*\mu_t\right)\frac{\partial\tau_{ij}}{\partial x_k}\right],\tag{2.45}$$

$$\overline{\rho}\frac{\partial\omega}{\partial t} + \overline{\rho}\widetilde{u}_{j}\frac{\partial\omega}{\partial x_{j}} = \alpha \frac{\overline{\rho}\omega}{k}\tau_{ij}\frac{\partial\widetilde{u}_{i}}{\partial x_{j}} - \beta\overline{\rho}\omega^{2} + \sigma_{d}\frac{\overline{\rho}}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_{j}}\frac{\partial\omega}{\partial x_{j}} + \frac{\partial}{\partial x_{k}}\left[\left(\mu + \sigma\mu_{t}\right)\frac{\partial\omega}{\partial x_{k}}\right].$$
 (2.46)

Die Modellkonstanten und weitere Zusammenhänge sind in Ref. [134] beschrieben.

# 2.2 Verbrennung

Verbrennung ist eine chemische Redoxreaktion mit Brennstoff und Oxidator, bei der Wärme, Licht oder flüchtige Stoffe freigesetzt werden [130]. Im folgenden Kapitel werden zunächst einige Grundlagen der chemischen Kinetik vorgestellt. Nach der Betrachtung der Verbrennungsregimes werden unterschiedliche Verbrennungsmodellierungsansätze und das in dieser Arbeit verwendete Verbrennungsmodell beschrieben.

## 2.2.1 Chemische Kinetik

Allgemein kann ein Reaktionsmechanismus mit  $r = 1, 2, ..., N_r$  Elementarreaktionen und  $k = 1, 2, ..., N_k$  Komponenten durch die Beziehung

$$\sum_{\alpha=1}^{N_k} \nu'_{\alpha r} M_\alpha \stackrel{k_{fr}}{\underset{k_{br}}{\rightleftharpoons}} \sum_{\alpha=1}^{N_k} \nu''_{\alpha r} M_\alpha$$
(2.47)

beschrieben werden. Die Pfeile kennzeichnen die Richtung der Hin- beziehungsweise Rückreaktion mit den Geschwindigkeitskoeffizienten  $k_{fr}$  und  $k_{br}$  der Reaktion r.  $\nu'_{\alpha r}$  und  $\nu''_{\alpha r}$ stellen die Stöchiometriekoeffizienten der Komponente  $\alpha$  der jeweiligen Hin- beziehungsweise Rückreaktion und  $M_{\alpha}$  das Molekulargewicht der Komponente  $\alpha$  dar.

Die chemische Produktionsrate  $S_{\alpha}$  der Komponente  $\alpha$  ist definiert zu

$$S_{\alpha} = M_{\alpha} \sum_{r=1}^{N_{r}} \left[ (\nu_{\alpha r}'' - \nu_{\alpha r}') \left( k_{fr} \prod_{\beta=1}^{N_{k+1}} c_{\beta}^{\eta_{\beta r}'} - k_{br} \prod_{\beta=1}^{N_{k+1}} c_{\beta}^{\eta_{\beta r}'} \right) \right].$$
(2.48)

Die Konzentration  $c_{\alpha}$  der Komponente  $\alpha$  beträgt

$$c_{\alpha} = \frac{\rho Y_{\alpha}}{M_{\alpha}}.$$
(2.49)

 $\eta'$  und  $\eta''$  kennzeichnen die Konzentrationskoeffizienten. Bei Elementarreaktionen entsprechen diese den Stöchiometriekoeffizienten  $\nu'$  und  $\nu''$ .

Zur Berechnung der chemischen Umsatzrate sind die Geschwindigkeitskoeffizienten der Hin- und Rückreaktion zu bestimmen. Meist wird hierzu der erweiterte ArrheniusAnsatz [2, 54] verwendet, der eine Funktion der Temperatur ist:

$$k_r = A_r T^{n_r} \exp\left(\frac{-E_r}{R_m T}\right).$$
(2.50)

 $A_r$  und  $n_r$  sind Konstanten und  $E_r$  bezeichnet die Aktivierungsenergie.

## 2.2.2 Verbrennungsregime

Für die Verbrennungsmodellierung ist zunächst die Klassifizierung des Verbrennungsvorgangs wichtig. Grundsätzlich wird zwischen vorgemischten und nicht vorgemischten Flammen unterschieden. Bei einer vorgemischten Verbrennung werden Brennstoff und Oxidator gemischt in das Reaktionsvolumen eingebracht. Treten Brennstoff und Oxidator getrennt voneinander in den Brennraum ein, so wird von einer nicht vorgemischten Verbrennung gesprochen. Weiterhin spielen bei der Klassifizierung von Verbrennungsvorgängen die strömungsmechanischen Prozesse eine wichtige Rolle. So wird zwischen laminaren und turbulenten Flammen unterschieden. Im Gegensatz zur laminaren Verbrennung treten bei der turbulenten Verbrennung komplexe Wechselwirkungen zwischen strömungsmechanischen und reaktionskinetischen Vorgängen auf.

Zur Klassifizierung von Verbrennungsvorgängen kann das Borghi-Diagramm [16] (siehe Abb. 2.1) herangezogen werden, das die unterschiedlichen Verbrennungszustände darstellt. Im Borghi-Diagramm ist eine charakteristische dimensionslose Geschwindigkeit  $u'/u_L$  über einer dimensionslosen Längenskala  $l_t/l_L$  aufgetragen. Hierbei kennzeichnet  $u' = \sqrt{2k}$  die Turbulenzintensität,  $u_L$  die laminare Flammengeschwindigkeit,  $l_t$  das integrale Längenmaß und  $l_L$  die laminare Flammendicke.

Außerdem sind im Borghi-Diagramm dimensionslose Kennzahlen eingetragen. Die turbulente Reynolds-Zahl  $Re_t$ , Gl. (2.15), beschreibt den Turbulenzgrad einer Strömung. Bei  $Re_t < 1$  findet eine laminare Verbrennung statt. Der Bereich der turbulenten Verbrennung,  $Re_t > 1$ , lässt sich durch weitere Kennzahlen unterteilen.

Die Karlovitz-Zahl Ka kann zur Beurteilung des Einflusses der kleinskaligen Turbulenz auf die Verbrennung bezüglich der Flammenstreckung und der Flammenverbreiterung herangezogen werden. Die dimensionslose Kennzahl beschreibt den Zusammenhang zwischen der chemischen Zeitskala  $\tau_L$  und der strömungsmechanischen Zeitskala der kleinsten Wirbelstrukturen  $\tau_K$ 

$$Ka = \frac{\tau_L}{\tau_K}.$$
(2.51)

Die chemische Zeitskala  $\tau_L = l_L/u_L$  beschreibt die Zeit bis das chemische Gleichgewicht erreicht wird. Bei der Kolmogorov-Zeitskala  $\tau_K = (\rho k^{3/2}/l_t \mu)^{-1/2}$  ist die Zerfallszeit eines Wirbels der Größe  $l_K$  so groß, wie die durch Diffusion durch den Wirbel hindurch benötigte Zeit. Im Bereich Ka < 1 liegt lokale laminare Vormischverbrennung vor und die innere Struktur der Flamme bleibt von der Turbulenz unbeeinflusst. Ist Ka > 1, so sind die



Abbildung 2.1: Borghi-Diagramm, nach [16]

chemischen Reaktionen langsamer als die Mischungsvorgänge in den kleinsten turbulenten Wirbeln.

Eine weitere wichtige Kenngröße zur Klassifizierung von turbulenten Verbrennungsprozessen ist die Damköhler-Zahl Da, die das Verhältnis des integralen turbulenten Zeitmaßes  $\tau_t = k/\epsilon$  zum chemischen Zeitmaß  $\tau_L$  beschreibt

$$Da = \frac{\tau_t}{\tau_L}.$$
(2.52)

Bei hohen Damköhler-Zahlen (Da > 1) laufen die chemischen Reaktionen wesentlich schneller als die Mischungsvorgänge in den großen Wirbelstrukturen ab, was zu dünnen Flammenreaktionszonen führt. Im Gegensatz hierzu dominieren die Mischungsvorgänge über den chemischen Reaktionen bei niedrigen Damköhler-Zahlen (Da < 1). Die turbulenten Prozesse sind für die Verbrennung von Bedeutung und es bildet sich eine breite Flammenreaktionszone aus.

Ein realer turbulenter Verbrennungsprozess ist normalerweise nicht eindeutig einem Punkt im Borghi-Diagramm zuzuordnen. Aufgrund einer breiten Verteilung der Dissipationsgeschwindigkeiten in einer turbulenten Flamme, erstreckt sich die Verbrennung über verschiedene Bereiche [130].

## 2.2.3 Verbrennungsmodellierung

Die Bilanzgleichungen zur Beschreibung einer dreidimensionalen turbulenten reagierenden Strömung wurden in den vorangegangenen Kapiteln vorgestellt. Ein Element der Bilanzgleichung der Komponentenmassen, Gl. (2.3) beziehungsweise Gl. (2.22), ist die chemische Produktionsrate  $S_{\alpha}$ . Die Verbrennungsmodellierung zielt darauf ab, diese Größe zu beschreiben und die Wechselwirkungen zwischen turbulenten Fluktuationen und chemischer Kinetik zu approximieren. Im Folgenden werden die gebräuchlichsten Verbrennungsmodellierungsansätze und deren Anwendungsbereiche erläutert und anschließend das in dieser Arbeit verwendete Burning Velocity Model (BVM) [101] vorgestellt.

Grundsätzlich können die in dieser Arbeit diskutierten Verbrennungsmodelle in Komponententransportmodelle und Modelle, die auf tabellierter Chemie basieren, unterteilt werden. Komponententransportmodelle, wie das Eddy Dissipation Model (EDM) [81] oder das Finite Rate Chemistry (FRC) Modell [54], beschreiben für jede chemische Komponente eine zusätzliche Transportgleichung. Aufgrund der großen Spanne an chemischen Zeitskalen kann das Gleichungssystem für die Komponenten numerisch steif werden. Bei Modellen, die auf tabellierter Chemie basieren, wie zum Beispiel dem laminaren Flamelet-Modell [135, 101] oder dem Burning Velocity Model (BVM) [101], wird diese Problematik durch die Definition von wenigen Reaktionsfortschrittsvariablen und einer Tabellierung des thermo-chemischen Zustandes umgangen.

Das sehr robuste mischungskontrollierte Eddy Dissipation Model (EDM) [81] ist sowohl für eine vorgemischte als auch für eine nicht vorgemischte turbulente Verbrennungsmodellierung geeignet. Bei der Modellierung werden unendlich schnelle reaktionskinetische Prozesse im Vergleich zu relativ langsamen Mischungsvorgängen in der Flamme vorausgesetzt ( $Da \gg 1$ ). Die Reaktionsrate ist durch die turbulente Mischung der Reaktanden oder durch die turbulente Mischung von frischem mit verbranntem Gas bei vorgemischter Verbrennung bestimmt. Die mittlere Reaktionsrate wird aus den mittleren Konzentrationen und Turbulenzvariablen (zum Beispiel k und  $\epsilon$ ) berechnet. Bei diesem Modellierungsansatz werden kinetische Effekte vernachlässigt. Daher kann damit beispielsweise eine lokale Flammenlöschung und -zündung nicht vorhergesagt werden.

Für die Modellierung von Verbrennungsvorgängen mit relativ langsamen reaktionskinetischen Prozessen im Vergleich zu den Mischungsvorgängen ( $Da \ll 1$ ), sind Finite Rate Chemistry (FRC) Modelle [54] geeignet. Die Reaktionsrate wird bei diesem Modell beispielsweise durch den Arrhenius-Ansatz, Gl. (2.50), berechnet. Streng genommen ist das FRC-Modell nur für relativ langsame Verbrennungsprozesse anwendbar. Bei mischungskontrollierten Verbrennungsvorgängen führt ein solches Modell zu einer ungenauen Bestimmung der chemischen Reaktionsraten. Liegen turbulente Verbrennungszustände in einem weiten Damköhler-Zahl-Bereich vor, ist das kombinierte EDM/FRC-Modell geeignet. Die Reaktionsrate wird dabei für beide Modellvorstellungen ausgewertet und der Minimalwert verwendet.

Bei Komponententransportmodellen sind für chemische Reaktionen Reaktionsmodelle vorgegeben. Die genaue Beschreibung der chemischen Kinetik erfordert für die meisten Brennstoffe umfangreiche Reaktionsmechanismen mit zahlreichen Komponenten. Da für jede Komponente eine Transportgleichung zu lösen ist, sind dreidimensionale instationäre Simulationen für reale Brennkammergeometrien sehr aufwendig. Anstelle detaillierter chemischer Reaktionsmechanismen kann durch eine Reduktion auf wenige Einzelreaktionen oder im Grenzfall auf eine Globalreaktion der Rechenaufwand stark reduziert werden.

Für viele Anwendungen ist jedoch eine exakte Beschreibung der chemischen Reaktionen mit einer Globalreaktion und auch die Annahme unendlich schneller Chemie keinesfalls ausreichend. Eine Möglichkeit, den hohen Rechenaufwand durch die Berücksichtigung von detaillierter Chemie mittels umfangreicher Reaktionsmechanismen zu reduzieren, liegt in der Verwendung von Tabellierungstechniken. Eine weithin bekannte Methode ist der laminare Flamelet-Ansatz [135, 101]. Bei diesem Ansatz wird eine turbulente Flamme durch eine Vielzahl laminarer eindimensionaler Flammen (Flamelets) modelliert. Trotz der Berücksichtigung detaillierter molekularer Transportvorgänge und elementarkinetischer Reaktionen müssen bei diesem Vorgehen turbulente Strukturen nicht aufgelöst und nur zwei zusätzliche skalare Transportgleichungen für den Mischungsbruch und dessen Varianz gelöst werden. Die Kopplung der laminaren Chemie mit dem turbulenten Strömungsfeld (Turbulenz-Chemie-Interaktion) kann zum Beispiel über eine sogenannte Probability Density Function (PDF) [135, 101] realisiert werden.

Im Vorfeld einer Simulation ist eine Flamelet-Tabelle für einen definierten Bereich der Brennstoff-Oxidator-Zusammensetzung, der Einströmtemperatur und des Drucks zu berechnen. Die Flamelet-Tabelle beinhaltet die mittleren Komponentenmassenbrüche  $\widetilde{Y}_i(\widetilde{f}, \widetilde{f''^2}, \widetilde{\chi})$  als Funktion des mittleren Mischungsbruchs  $\widetilde{f}$ , der Varianz des Mischungsbruchs  $\widetilde{f''^2}$  und der skalaren Dissipationsrate  $\widetilde{\chi}$ . Der Mischungsbruch  $\widetilde{f}$  und die Varianz des Mischungsbruchs  $\widetilde{f''^2}$  werden durch Transportgleichungen bestimmt [135, 101]

$$\frac{\partial \left(\overline{\rho}\widetilde{f}\right)}{\partial t} + \frac{\partial \left(\overline{\rho}\overline{u_j}\widetilde{f}\right)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\overline{\mu} + \frac{\mu_t}{\sigma_Z}\right) \frac{\partial \widetilde{f}}{\partial x_j} \right\},\tag{2.53}$$

$$\frac{\partial \left(\overline{\rho}\widetilde{f''^2}\right)}{\partial t} + \frac{\partial \left(\overline{\rho u_j}\widetilde{f''^2}\right)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\overline{\mu} + \frac{\mu_t}{\sigma_{Z''^2}}\right) \frac{\partial \widetilde{f''^2}}{\partial x_j} \right\} + 2\frac{\mu_t}{\sigma_Z} \left(\frac{\partial \widetilde{f}}{\partial x_j}\right)^2 - \overline{\rho}\widetilde{\chi}, \quad (2.54)$$

wobei die skalare Dissipationsrate  $\tilde{\chi}$  durch folgende empirische Beziehung beschrieben ist:

$$\widetilde{\chi} = C_{\chi} \frac{\widetilde{\epsilon}}{\widetilde{k}} \widetilde{f}^{\prime\prime\prime 2}.$$
(2.55)

Der Mischungsbruch f definiert das lokale Mischungsverhältnis der Elementmassenbrüche  $Z_{\alpha}$  der Komponente  $\alpha$ :

$$f_{\alpha} = \frac{Z_{\alpha} - Z_{\alpha,2}}{Z_{\alpha,1} - Z_{\alpha,2}}.$$
 (2.56)

Der Index 1 bezeichnet den Brennstoffstrom und der Index 2 den Oxidatorstrom. Somit gilt f = 1 für reinen Brennstoff und f = 0 für reinen Oxidator. Bei gleichen Diffusionskoeffizienten aller Komponenten oder vernachlässigbarer molekularer Diffusion für den Stofftransport ist der Mischungsbruch unabhängig von der Wahl der Komponente  $(f = f_{\alpha})$ . In der vorliegenden Arbeit wird der Mischungsbruch als Funktion der Elementmassenbrüche von Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff nach der Definition von Bilger [11] berechnet:

$$f = \frac{\frac{2Z_C}{M_C} + \frac{0.5Z_H}{M_H} + \frac{(Z_{O,2} - Z_O)}{M_O}}{\frac{2Z_{C,1}}{M_C} + \frac{0.5Z_{H,1}}{M_H} + \frac{Z_{O,2}}{M_O}}.$$
(2.57)

Das in dieser Arbeit zur Modellierung chemischer Reaktionen verwendete Burning Velocity Model (BVM) [101] ist eine Erweiterung des laminaren Flamelet-Modells [135, 101] für vorgemischte und teil vorgemischte turbulente Verbrennungsprozesse. Der Ansatz ist die Kombination eines Modells, das den Fortschritt der Globalreaktion beschreibt, dem BVM-Modell, das auch als Turbulent Flame Speed Closure (TFC) Modell bekannt ist, und einem Modell zur Beschreibung der Zusammensetzung des Fluids aus reagiertem und nicht reagiertem Anteil. Hierfür wird das zuvor erläuterte laminare Flamelet-Modell verwendet.

Der Fortschritt der chemischen Reaktion wird durch die Fortschrittsvariable c beschrieben. Zur Vermeidung von Randproblemen wird eine Transportgleichung für die gewichtete Fortschrittsvariable  $\tilde{F} = \tilde{f} (1 - \tilde{c})$  gelöst

$$\frac{\partial \left(\overline{\rho}\widetilde{F}\right)}{\partial t} + \frac{\partial \left(\overline{\rho}\widetilde{u}_{j}\widetilde{F}\right)}{\partial x_{j}} = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left\{ \left(\overline{\rho}\overline{D} + \frac{\mu_{t}}{\sigma_{F}}\right) \frac{\partial \widetilde{F}}{\partial x_{j}} \right\} + 2 \left(\overline{\rho}\overline{D} + \frac{\mu_{t}}{\sigma_{F}}\right) \left(\frac{\partial \widetilde{f}}{\partial x_{j}} \frac{\partial \widetilde{c}}{\partial x_{j}}\right) - \widetilde{f}\overline{\omega_{c}}.$$
(2.58)

Für den Verbrennungsquellterm gilt:

$$\overline{\omega_c} = \overline{\rho_u} s_T \left| \nabla \widetilde{c} \right| - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \overline{\rho D} \right) \frac{\partial \widetilde{c}}{\partial x_j} \right).$$
(2.59)

Das Gleichungssystem wird durch ein Modell für die turbulente Flammengeschwindigkeit  $s_T$  geschlossen. Dabei wird die Korrelation von Zimont [136] verwendet

$$s_T = AGu'^{3/4} s_L^{1/2} \lambda_u^{1/4} l_t^{1/4}, \qquad (2.60)$$

wobei die turbulente Flammengeschwindigkeit  $s_T$  unter anderem eine Funktion der laminaren Flammengeschwindigkeit  $s_L$  ist.

# 2.3 Akustik

Im Folgenden werden die Feldgrößen und die elementaren Größen der Akustik eingeführt. Anschließend werden die Schallgeschwindigkeit, die Impedanz und die mathematische Beschreibung der Schallausbreitung behandelt.

## 2.3.1 Feldgrößen

Die Ausbreitung von Schall in Gasen findet durch kleine Druck- und Geschwindigkeitsschwankungen um einen Mittelwert statt. Der Schalldruck p' ergibt sich aus der Differenz zwischen dem örtlichen Druck im Schallfeld p und dem aerodynamischen Gleichdruck  $p_0$ :

$$p(x_i, t) = p_0(x_i, t) + p'(x_i, t).$$
(2.61)

Die Schallschnelle  $u'_i$  ist die dem Schall zugeordnete Wechselgeschwindigkeit der Fluidteilchen:

$$u_i(x_i, t) = u_{0,i}(x_i, t) + u'_i(x_i, t).$$
(2.62)

Auch für starke Schalldrücke sind die Druckfluktuationen im Gegensatz zu den Mittelwerten relativ klein

$$\left|\frac{p'}{p_0}\right| \ll 1,\tag{2.63}$$

wodurch die lineare Behandlung der Ausbreitung von Schall möglich wird.

Akustische Druckfluktuationen werden mittels deren Effektivwert quantifiziert. Der Effektivwert  $\tilde{p}$  wird aus dem Mittelwert des Schalldruckquadrats berechnet:

$$\tilde{p} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{T} p'^{2}(t) dt} = \sqrt{p'^{2}}.$$
(2.64)

Aufgrund der großen Spanne der in der Realität vorkommenden Schalldruckfluktuationen wurde eine logarithmische Skalierung bei der Definition des Schalldruckpegels  $L_p$  eingeführt:

$$L_p = 20 \log_{10} \left(\frac{\tilde{p}}{p_{\text{ref}}}\right).$$
(2.65)

Der Bezugsschalldruck  $p_{\rm ref} = 2 \cdot 10^{-5}$  Pa entspricht der Hörschwelle des Menschen bei 1000 Hz für einen Sinuston. Die Schmerzschwelle des Menschen wird je nach Frequenz mit 120 bis 140 dB angegeben [33].

Die Schallintensität  $I_i$  ist definiert als das Produkt aus Schalldruck und Schallschnelle

$$I_i = \overline{p'u'_i},\tag{2.66}$$

und gibt die pro Flächene<br/>inheit fließende akustische Leistung an. Der entsprechende Schallintensität<br/>spegel mit der Bezugsschallintensität  $I_{\rm ref}=10^{-12}\,{\rm W/m}^2$ lautet

$$L_I = 10 \log_{10} \left( \frac{I_i}{I_{\text{ref}}} \right). \tag{2.67}$$

## 2.3.2 Elementare Größen

Die Anzahl der vollendeten Schwingungen einer Schallwelle pro Zeiteinheit ist die Frequenz f, der die Periodendauer T umgekehrt proportional ist

$$f = \frac{1}{T}.$$
(2.68)

Die Kreisfrequenz  $\omega$  lautet

$$\omega = 2\pi f. \tag{2.69}$$

Den Abstand zweier aufeinander folgenden Wellenfronten beschreibt die Wellenlänge $\lambda$ mit

$$\lambda = \frac{c}{f} = cT, \qquad (2.70)$$

wobe<br/>icdie Schallgeschwindigkeit kennzeichnet. Die Wellenzahl<br/> k folgt aus

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi}{\lambda},\tag{2.71}$$

Für verlustbehaftete Wellenausbreitung ist die Wellenzahl eine komplexe Größe [33].

## 2.3.3 Schallgeschwindigkeit

Die Schallgeschwindigkeit c ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit kleiner Druckstörungen

$$c = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}.$$
(2.72)

Für ein ideales Gas gilt

$$c = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\gamma \frac{R_m T}{M}}$$
(2.73)

und für ein Gemisch idealer Gase

$$c = \sqrt{\frac{R_m T}{\sum \frac{M_i}{\gamma_i} n_i}},\tag{2.74}$$

wobe<br/>i $n_i$  die Stoffmenge und  $\gamma$  den Isentropen<br/>exponenten kennzeichnet.

Die dimensionslose Mach-Zahl beschreibt das Verhältnis einer Geschwindigkeit u zur

Schallgeschwindigkeit c

$$Ma = \frac{u}{c}.$$
 (2.75)

## 2.3.4 Impedanz

Die Impedanz  $Z(\omega)$  charakterisiert das Verhalten einer akustisch reagierenden Fläche im Frequenzbereich. Sie ist definiert als das Verhältnis des akustischen Drucks  $\hat{p}$  zur korrespondierenden Schallschnellenkomponente  $\hat{u}_n$ , normal zur akustisch reagierenden Fläche [132]

$$Z(\omega) = \frac{\hat{p}(\omega)}{\hat{u}_n(\omega)},\tag{2.76}$$

wobei das Dach die Fourier-transformierte Größe kennzeichnet. Die Impedanz  $Z(\omega)$  ist eine komplexe Größe. Die komplexe Formulierung der Impedanz erlaubt eine Spezifizierung der Dämpfung und des Phasenverzugs einer akustischen Welle verursacht durch die akustisch reagierende Fläche:

$$Z(\omega) = R(\omega) + iX(\omega). \tag{2.77}$$

Hierbei kennzeichnen  $R(\omega)$  den akustischen Widerstand und  $X(\omega)$  die akustische Reaktanz, jeweils als Funktion der Frequenz.

Der Reflexionsfaktor  $r(\omega)$  ist ebenfalls eine Funktion der Frequenz und definiert das Verhältnis der Amplitude einer reflektierten Welle zu einer einlaufenden Welle

$$r(\omega) = \frac{Z(\omega) - Z_0}{Z(\omega) + Z_0},$$
(2.78)

wobei  $Z_0$  die Kennimpedanz eines Mediums kennzeichnet

$$Z_0 = \rho_0 c_0. (2.79)$$

Ein Reflexionsfaktor von  $r(\omega) = 1$  entspricht einer vollreflektierenden Fläche, ein Reflexionsfaktor von  $r(\omega) = 0$  einer nichtreflektierenden Fläche.

## 2.3.5 Schallausbreitung

Die Ausbreitung von Schallwellen wird durch die Ausbreitung des skalaren akustischen Wechseldrucks und der vektoriellen akustischen lokalen Geschwindigkeit beschrieben. Eine mathematische Beziehung zur räumlichen und zeitlichen Beschreibung der Schallausbreitung ist die Wellengleichung.

#### Wellengleichung

Die Wellengleichung folgt aus den Bilanzgleichungen (Masse, Impuls und Energie) und der thermodynamischen Zustandsgleichung unter der Annahme linearer Akustik. Die homogene Wellengleichung für den Schalldruck und die Schallschnelle lauten [33]

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = 0, \qquad (2.80)$$

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \boldsymbol{u'}}{\partial t^2} - \nabla^2 \boldsymbol{u'} = 0.$$
(2.81)

Die Ausbreitung von Schallwellen wird auf einem homogenen Fluid ohne Grundströmung und ohne Turbulenz angenommen. Aus der numerischen Lösung der Wellengleichung für definierte Rand- und Anfangsbedingungen folgen die akustischen Feldgrößen.

#### Linearisierte Euler Gleichungen

Die Bilanzgleichungen in Abschnitt 2.1.1 beschreiben die Ausbreitung von hydrodynamischen wie auch von akustischen Größen. Dabei sind akustische Wellen bestimmte Eigenmoden der strömungsmechanischen Bilanzgleichungen. Für die Beschreibung der Akustikausbreitung können oft dissipative Effekte vernachlässigt werden. Unter Vernachlässigung von Reibung und Wärmeleitung lassen sich aus den Bilanzgleichungen die Euler-Gleichungen ableiten. Da die Fluktuation des Drucks in Relation zum Umgebungsdruck meist sehr klein ist, wird diese durch die linearisierte Form der Euler-Gleichungen in der Regel ausreichend genau beschrieben. Die linearisierte Form folgt durch die Zerlegung der Strömungsgrößen in einen gemittelten Wert und in eine zeitabhängige fluktuierende Größe. Durch Einfügen der zerlegten Variablen  $p = \bar{p} + p'$ ,  $\rho = \bar{\rho} + \rho'$  und  $\boldsymbol{u} = \bar{\boldsymbol{u}} + \boldsymbol{u}'$  in die Bilanzgleichungen folgen bei Vernachlässigung aller quadratischen und höheren Terme und einer abschließenden Subtraktion der zeitlich gemittelten Gleichungen die homogenen linearisierten Euler Gleichungen (LEE) [31]:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \overline{\boldsymbol{u}} \cdot \boldsymbol{\nabla} \rho' + \boldsymbol{u}' \cdot \boldsymbol{\nabla} \overline{\rho} + \overline{\rho} \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{u}' + \rho' \boldsymbol{\nabla} \cdot \overline{\boldsymbol{u}} = 0, \qquad (2.82)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}'}{\partial t} + \left(\overline{\boldsymbol{u}} \cdot \boldsymbol{\nabla}\right) \boldsymbol{u}' + \left(\boldsymbol{u}' \cdot \boldsymbol{\nabla}\right) \overline{\boldsymbol{u}} + \frac{\boldsymbol{\nabla} p'}{\overline{\rho}} - \frac{\boldsymbol{\nabla} \overline{p} \rho'}{\overline{\rho}^2} = \boldsymbol{0}, \qquad (2.83)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \overline{\boldsymbol{u}} \cdot \boldsymbol{\nabla} p' + \boldsymbol{u}' \cdot \boldsymbol{\nabla} \overline{p} + \gamma \overline{p} \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{u}' + \gamma p' \boldsymbol{\nabla} \cdot \overline{\boldsymbol{u}} = 0.$$
(2.84)

Die linearisierten Euler Gleichungen erfassen den Transport von Druck-, Entropie- und Wirbelfluktuation und eignen sich zur Abbildung der Schallausbreitung auf inhomogenen Grundströmungen in komplexen Geometrien.

## 2.4 Thermoakustik

Das Gebiet der Thermoakustik behandelt Prozesse, die in Strömungen mit Wärmezufuhr und -abfuhr Schall generieren. Einleitend werden anhand einer inhomogenen Wellengleichung thermo- und aeroakustische Quellen erläutert. Anschließend werden die Eigenschaften des direkten und des indirekten Verbrennungslärms diskutiert.

Dowling [35] leitete aus der Kontinuitäts-, der Navier-Stokes- und der Energiegleichung eine inhomogene Wellengleichung mit einer vollständigen Quellformulierung ab:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla^2 p = -\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\alpha \rho_0}{c_p \rho} \left( \sum_{\substack{n=1\\n=1}^N} \frac{\partial h}{\partial Y_n} \Big|_{\substack{\rho, p, Y_m}} \rho \frac{DY_n}{Dt} + \underbrace{\nabla \cdot \mathbf{q}}_{A2} - \underbrace{\partial u_i}_{A3} \tau_{ij} \right) \right) \right)$$

$$+ \underbrace{\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left( \rho u_i u_j - \tau_{ij} \right)}_{B}$$

$$+ \underbrace{\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial}{\partial t} \left( \left( 1 - \frac{\rho_0 c_0^2}{\rho c^2} \right) \frac{Dp}{Dt} - \frac{(p - p_0)}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \right)}_{C}$$

$$+ \underbrace{\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial t} \left( u_i \rho_e \right)}_{D}.$$

$$(2.85)$$

Dabei kennzeichnet der Index 0 einen geeigneten Referenzwert im akustischen Fernfeld und die Excess Density  $\rho_e$  ist wie folgt definiert:

$$\rho_e = \rho - \rho_0 - \frac{p - p_0}{c_0^2}.$$
(2.86)

Der Term A auf der rechten Seite von Gl. (2.85) repräsentiert die akustischen Quellen durch irreversible Strömungsvorgänge und hat eine monopolartige Charakteristik. Term A1 beinhaltet die Quellterme der instationären Wärmefreisetzung, der nicht isomolaren Verbrennung und der Komponentendiffusion [22]; Term A2 beschreibt die Wärmediffusion und Term A3 viskose Effekte. Term B ist der Quellterm von Lighthill's Strahllärmtheorie [77, 78]. Term C impliziert akustische Quellen, die durch Strömungsschwankungen mit variierender mittlerer Dichte und Schallgeschwindigkeit von der Umgebung generiert werden. Term D beschreibt die dipolartige akustische Quelle, generiert von Impulsänderungen durch Dichte-Inhomogenitäten. Die Terme A, B und C bilden direkte Schallquellen ab. Indirekter Schall wird durch den Term D berücksichtigt.

## 2.4.1 Direkter Verbrennungslärm

Direkter Verbrennungslärm resultiert aus der instationären Volumenexpansion in reaktiven Regionen [18, 115, 27]. Die dominante akustische Quelle ist hier die Fluktuation der Wärmefreisetzungsrate [117, 118]. Direkter Verbrennungslärm wird durch turbulente oder kohärente Strukturen erzeugt. Turbulente Verbrennungslärmquellen sind unter normalen Bedingungen inkohärent und strahlen ein breitbandiges Frequenzspektrum mit einem Maximum bei niedrigen Frequenzen ab [27]. Periodische Verbrennungsschwingungen verursachen hingegen einen tonalen Lärm bei diskreten Frequenzen mit starken Schalldruckamplituden, die bis zur Zerstörung von Maschinenkomponenten führen können.

Eine Analyse der Ordnung des Betrags der Quellstärke zeigt für die typischen niedrigen Mach- ( $Ma \ll 1$ ) und hohen Reynolds-Zahlen ( $Re \gg 1$ ), die in technischen Verbrennungsprozessen anzutreffen sind, dass die dominante akustische Quelle mit der Fluktuation der Wärmefreisetzungsrate  $\dot{Q}'$  (Term A1, Gl. (2.85)), also der instationären Wärmefreisetzung assoziiert ist [57, 68]. Weiter haben analytische [117] wie auch experimentelle Untersuchungen [113, 114] gezeigt, dass bei niedrigen Mach-Zahlen der turbulente Verbrennungslärm um mindestens zwei Größenordnungen größer ist als der turbulenzbedingte Strömungslärm (Term B und C, Gl. (2.85)), der damit hier vernachlässigt werden kann. Außerdem ist das molare Gewicht der Brennstoff-Oxidator-Mischung in den meisten praktischen Verbrennungssystemen näherungsweise konstant, da das Gemisch einen hohen Stickstoffanteil hat. Daher kann der akustische Quellterm durch nicht isomolare Verbrennungen für die meisten Anwendungen ebenfalls vernachlässigt werden. Dieser spielt nur in Verbrennungsvorgängen mit hohem Sauerstoffanteil eine Rolle [128]. Akustische Quellterme, die mit dem Transport von Impuls, Komponenten und Wärme auf der molekularen Ebene verknüpft sind, Terme A2 und A3 in Gl. (2.85), können ebenfalls vernachlässigt werden [27].

## 2.4.2 Indirekter Verbrennungslärm

Die Zerlegung eines Strömungsfelds in Entropie, Wirbelstärke und Druck anstelle von Geschwindigkeit, Druck und Dichte wurde 1953 von Kovasznay [70] eingeführt. Mit diesen drei von ihm eingeführten Größen läßt sich das komplette strömungsmechanische System beschreiben. Der Vorteil dieser Betrachtungsweise zeigt sich durch die Entkopplung der Differentialgleichungen für eine gleichförmigen Grundströmung [5]. In solchen Strömungen konvektieren Entropie- und Wirbelstärkemoden mit der Strömungsgeschwindigkeit und Druckmoden mit der Schallgeschwindigkeit, ohne dass diese miteinander interagieren. Liegt eine beschleunigte oder verzögerte Strömung vor, so sind der Transport von Entropie-, Wirbelstärke- und Druckmoden miteinander gekoppelt. Indirekter Schall, also erzeugte Druckfluktuationen durch eine Interaktion der hydrodynamischen mit der akustischen Mode, können somit durch eine Beschleunigung von Entropie- wie auch durch eine Beschleunigung von Wirbelstärkefluktuationen generiert werden.

In einem technischen Strömungssystem, wie zum Beispiel in einer Gasturbine, werden lokal überkritische Strömungszustände mit Geschwindigkeiten im Bereich der Schallgeschwindigkeit erreicht. Bei instationären Verbrennungsvorgängen werden durch die Fluktuationen der Wärmefreisetzungsrate starke Entropiemoden in der Flamme generiert. Diese Entropiemoden konvektieren mit der Strömung durch die Brennkammer ohne relevanten Schall zu generieren. Erfahren diese Entropiemoden dann aber in der ersten Turbinenstufe eine starke Beschleunigung, findet eine Kopplung und somit ein Energietransfer zwischen den Moden, statt. Das heißt, die Beschleunigung von Entropiemoden generiert akustische Druckfluktuationen und Wirbel. Der dabei emittierte "Entropielärm", der sogenannte "Excess Noise" oder auch bekannt als "akustische Bremsstrahlung" [50], wird durch Term D in Gl. (2.85) beschrieben.

# 3 Entropielärm

Eine Herausforderung bei der Untersuchung von Entropielärm ist die Separation vom direkten Verbrennungslärm. Daher wurde am DLR-Institut für Antriebstechnik, Berlin, ein experimenteller Aufbau für nicht reagierende Strömungen entwickelt. Im sogenannten Entropiewellengenerator (EWG) [6] kann einer Rohrströmung eine definierte Temperaturstörung mittels eines Heizmoduls aufgeprägt werden. Die erzeugten Entropiemoden werden in einer konvergent-divergenten Düse beschleunigt, wobei Entropieschall entsteht, welcher in einer Messstrecke von Mikrofonen detektiert wird. Der EWG wurde von Bake et al. [6, 5] detailliert experimentell untersucht.

Im folgenden Kapitel werden numerische Simulationen der Generierung und der Ausbreitung von Entropielärm im EWG mit Hilfe eines direkten Schallberechnungsverfahrens (DNC) vorgestellt. Zunächst wird der experimentelle Aufbau beschrieben und die Messdaten werden diskutiert. Anschließend wird die numerische Konfiguration erläutert und die Ergebnisse werden mit Messdaten verglichen und diskutiert [98, 94, 95, 97, 96, 6].

# 3.1 Experimenteller Aufbau

Eine ausführliche Beschreibung des Versuchsaufbaus und der angewendeten Messtechniken sind in Bake et al. [6, 5] dargestellt. Abb. 3.1 zeigt den Entropiewellengenerator, Abb. 3.2 eine schematische Skizze und Abb. 3.3 zeigt eine nicht maßstabsgetreue Skizze des Versuchsaufbaus mit Maßangaben.

Der EWG besteht aus den folgenden Komponenten:

- Beruhigungskammer
- Heizmodul
- konvergent-divergente Düse
- Messstrecke mit Mikrofonen
- flexibler Schlauch
- Adapter
- reflexionsarmer Auslass

Die bei Umgebungsbedingungen aus einer Labordruckleitung zugeführte Luftströmung wird über eine Massenstromregeleinheit gesteuert. Die Luft wird durch eine Beruhigungskammer geführt, bevor diese in den Rohrabschnitt strömt, der das Heizmodul beinhaltet. Das Heizmodul besteht aus vier Ringebenen, jede durch zehn Platindrähte über dem



Abbildung 3.1: Entropiewellengenerator [6]



Abbildung 3.2: Versuchsaufbau des Entropiewellengenerators, nach [6]



Abbildung 3.3: Versuchsaufbau des Entropiewellengenerators mit Maßangaben, nach [6] (Längenangaben in mm)

Querschnitt aufgespannt (siehe Abb. 3.4). Stromab des Rohrstücks wird die Strömung im konvergenten Teil einer Düse beschleunigt und im divergenten Teil verzögert. Der in der konvergent-divergenten Düse generierte Entropieschall propagiert stromab durch eine Messstrecke. Im Anschluss an die Messstrecke folgt ein flexibler Schlauch. Zwischen dem runden Schlauch und dem abschließenden quadratischen reflektionsarmen Auslass werden die Strömung und die akustischen Wellen durch einen Adapter geführt, in dem ein Übergang von einem kreisförmigen in einen quadratischen Querschnitt stattfindet.



Abbildung 3.4: Heizmodul [5]

Stromab des Heizmoduls wird die Entropiemode mit einem Thermoelement gemessen, akustische Wellen werden mittels wandbündiger Mikrofone an vier axialen Positionen in der Messstrecke detektiert. Der Ursprung des im Folgenden verwendeten Koordinatensystems liegt in der am weitesten stromab gelegenen Ringebene des Heizmoduls und im Zentrum des Rohrs mit positiver Richtung der x-Achse in Strömungsrichtung (siehe Abb. 3.3). Entsprechend dieser Definition ist das Thermoelement bei  $x_{\text{Thermo}} = 34 \text{ mm}$ platziert. Der engste Querschnitt der Düse liegt bei  $x_{\text{Düse}} = 105, 5 \text{ mm}$  und die Mikrofonmesspositionen sind bei  $x_{AGR1} = 456 \text{ mm}, x_{AGR2} = 836 \text{ mm}, x_{AGR3} = 1081 \text{ mm}$  und  $x_{AGR4} = 1256 \text{ mm}.$ 

Das Heizelement kann mit einer elektrischen Gesamtleistung von bis zu P = 200 W angeregt werden und der maximal zuführbare Luftmassenstrom beträgt  $\dot{m} = 64, 8$  kg/h. Eine Mach-Zahl von  $Ma_{Düse} = 1, 0$  im engsten Querschnitt der Düse wird bei einem Massenstrom von  $\dot{m} = 39, 6$  kg/h erreicht.

## 3.2 Diskussion der experimentellen Daten

Im Folgenden werden die Messdaten der Konfiguration Referenzfall I [6] diskutiert. Der Referenzfall I ist für einen zugeführten Luftmassenstrom von  $\dot{m} = 42$  kg/h unter atmosphärischen Bedingungen definiert. Das Heizmodul wird elektrisch mit einer Pulsdauer von  $\Delta t = 0, 10$ s einmal pro Sekunde angeregt. Die Energiezufuhr erzeugt in der Strömung einen Temperaturhub von  $\Delta T = 9$  K.

Die gemessene Temperatur stromab des Heizmoduls und das Transistor-Transistor-Signal (TTL), das die Anregung des Heizelements steuert, sind in Abb. 3.5 dargestellt. Das Heizelement erfährt eine rechteckförmige Anregung von  $\Delta t = 0, 1$  s. Der Temperaturverlauf zeigt einen verzögerten Anstieg. Hwang et al. [62] zeigten, dass selbst schnelles Heizen einen verzögerten Anstieg der Drahttemperatur nach sich zieht und somit auch einen verzögerten Anstieg der Fluidtemperatur.



Abbildung 3.5: Gemessene Temperatur und TTL-Signal [6]

Die Zufuhr von Energie in die Strömung erzeugt ein Gebiet erhöhter Temperatur beziehungsweise erniedrigter Dichte. Diese Entropiemode konvektiert mit Strömungsgeschwindigkeit in die konvergent-divergente Düse. Die Beschleunigung der Entropiemoden in der konvergent-divergenten Düse generiert Lärm, den sogenannten Entropieschall. Dieser propagiert mit Schallgeschwindigkeit stromauf und stromab zu den Mikrofonpositionen. An den Mikrofonen wird das Drucksignal daher mit einem gewissen Zeitverzug detektiert. Der Zeitverzug ist die Summe aus der Konvektionszeit der Entropiemode zur Düse mit Strömungsgeschwindigkeit und der Propagationszeit der akustischen Wellen zu den Mikrofonpositionen mit der Summe aus Strömungsgeschwindigkeit und Schallgeschwindigkeit. Das detektierte phasengemittelte Signal des Mikrofons bei  $x_{AGR4} = 1256$  mm ist in Abb. 3.6 aufgetragen. Das Signal S<sub>1</sub> zeigt eine positive Druckfluktuation. Diese wird durch die Beschleunigung des positiven Entropiegradienten erzeugt, welcher durch das Einschalten der Energiezufuhr generiert wurde. Das Abschalten der Energiequelle erzeugt einen negativen Entropiegradienten. Dessen Beschleunigung in der Düse verursacht das negative Drucksignal S<sub>2</sub>. Die Oszillationen in Folge der Drucksignale S<sub>1</sub> und S<sub>2</sub> entstehen durch Reflexionen, welche stromab der Messstrecke stattfinden. Die akustischen Wellen werden dort teilweise reflektiert und propagieren in die Messstrecke stromauf zurück. Die Überlagerung der sich stromab ausbreitenden und der reflektierten stromauf propagierenden akustischen Wellen resultiert in einem oszillierenden Drucksignal. Der gemessene Zeitverzug von  $\Delta t \approx 0,01$  s ist nahezu identisch mit dem rechnerischen Zeitverzug von  $\Delta t = 0,0095$  s. Abb. 3.7 zeigt das Schalldruckpegelspektrum der Messdaten, ausgewertet mit einer Diskreten Fourier-Transformation (DFT) und einem Schmalbandspektrum von 1 Hz an der Position  $x_{AGR4} = 1256$  mm. Das Spektrum zeigt, dass der energiereiche Spektralanteil der Druckfluktuation im Bereich f < 100 Hz liegt.

Der maximale Entropieschalldruck als Funktion der Mach-Zahl im engsten Querschnitt der Düse ist in Abb. 3.8 dargestellt. Für die unterschiedlichen Betriebspunkte wurde die Energiezufuhr angepasst, um einen konstanten Temperaturhub von  $\Delta T = 9$  K zu realisieren. Die maximale Druckfluktuation zeigt einen stetigen Anstieg über der Mach-Zahl im engsten Querschnitt der Düse bis zu einem Maximum bei  $Ma_{Düse} \approx 0, 7$ . Darüber hinaus nimmt die maximale Druckfluktuation wieder ab. Für diesen Verlauf konnte erstmals im Rahmen der numerischen Untersuchungen der vorliegenden Arbeit eine Erklärung gefunden werden (siehe Abschnitt 3.4.2).

## 3.3 Numerische Konfiguration

Die Entropielärmsimulationen wurden mit dem kommerziellen Software Paket ANSYS CFX 11 durchgeführt. Der EWG wurde in den Simulationen durch ein 10°-Segment abgebildet, wobei die Rotationssymmetrie der Geometrie ausgenutzt wurde. Die Auslassrandbedingung wird dabei am Übergang vom Schlauch zum Adapter platziert. Eine Skizze des Rechengebiets ist in Abb. 3.9 und eine Skizze des Rechengebiets und die Randbedingungen sind in Abb. 3.10 dargestellt.

Die Rechengeometrie wird durch ein unstrukturiertes Hexaeder-basiertes Rechengitter mit 57 000 Gitterknoten diskretisiert. Das Rechengitter ist dazu geeignet, akustische Moden mit einer Frequenz von bis zu f = 2800 Hz und hydrodynamische Störungen mit einer Frequenz von bis zu f = 100 Hz basierend auf 50 Stützstellen pro Wellenlänge (Points Per Wavelength, PPW) aufzulösen. Die Berechnung der maximal aufgelösten Frequenzen basiert auf der mittleren Schallgeschwindigkeit und der mittleren axialen Strömungsgeschwindigkeit stromab des Heizmoduls.



Abbildung 3.6: Gemessene Druckfluktuation und TTL-Signal [6]

![](_page_63_Figure_3.jpeg)

Abbildung 3.7: Schalldruckpegelspektrum der gemessenen Druckfluktuation

![](_page_64_Figure_0.jpeg)

Abbildung 3.8: Gemessene maximale Druckfluktuation als Funktion der Mach-Zahl im engsten Querschnitt der Düse [6]

Für die akkurate numerische Simulation akustischer Phänomene in eingeschlossenen Geometrien ist es notwendig, das akustische Verhalten, das heißt die akustische Impedanz, an den Rechengebietsgrenzen abzubilden. In diesem Fall ist die akustische Impedanz stromab der Rechengebietsgrenze mit der Auslassrandbedingung entsprechend zu modellieren. Da zum Zeitpunkt der numerischen Arbeiten keine gemessene Impedanz des Entropiewellengenerators und auch keine Impedanzrandbedingung in ANSYS CFX 11 zur Verfügung standen, wurde das akustische Verhalten stromab des Schlauchs mit einer nichtreflektierenden Randbedingungsformulierung [131] näherungsweise abgebildet. Die in dieser Arbeit verwendete Randbedingung basiert auf einer Non Reflecting Boundary Condition (NRBC) Formulierung [131, 104, 8]. Die hier verwendete Formulierung von Widenhorn et al. [131] ist im Unterschied zu der von Poinsot & Lele [104] vorgestellten Methode für druckbasierte Löser abgeleitet [131]. Der realisierte Reflexionsfaktor  $r(\omega)$ , Gl. (2.78), der Randbedingungsformulierung [111]

$$r(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\omega}{K}\right)^2}} \tag{3.1}$$

ist eine Funktion der Kreisfrequenz  $\omega$  und des Relaxationskoeffizienten

$$K = \sigma \left(1 - Ma^2\right) c/L, \qquad (3.2)$$

![](_page_65_Figure_1.jpeg)

Abbildung 3.9: Rechengebiet des Entropiewellengenerators

![](_page_65_Figure_3.jpeg)

Abbildung 3.10: Rechengebiet und Randbedingungen des Entropiewellengenerators

wobei  $\sigma$  den Kopplungsparameter, *Ma* die Mach-Zahl der Strömung, *c* die Schallgeschwindigkeit und *L* die Rechengebietsgröße kennzeichnen. Durch eine Anpassung des Kopplungsparameters  $\sigma$  wird der Reflexionsfaktor  $r(\omega)$  verändert und eine vollreflektierende, teilreflektierende oder nichtreflektierende Randbedingung realisiert.

Am Einlass des Rechengebiets wurde eine reflektierende Massenstromeinlassrandbedingung verwendet und ein konstanter Massenstrom von  $\dot{m} = 42$  kg/h bei einer Temperatur von T = 300 K definiert. Die Vorgabe einer reflektierenden Randbedingung ist hier gerechtfertigt, da die Beruhigungskammer, an der die Einlassrandbedingung platziert ist, durch einen starken Querschnittssprung akustisch von der Messstrecke stromab entkoppelt ist (siehe Abb. 3.9 und 3.10). Die Seitenflächen des Rechensegments wurden mit der Symmetrierandbedingung modelliert. Die das Rechengebiet beschränkenden Wände wurden mit einer adiabaten reibungsbehafteten Wandrandbedingung abgebildet.

Es wurden die dreidimensionalen kompressiblen URANS-Gleichungen in Kombination mit dem k- $\epsilon$ -Turbulenzmodell gelöst. Die Verwendung des vergleichsweise einfachen Zweigleichungsturbulenzmodells kann mit dem geringen Einfluss der Turbulenz auf die Ausbreitung der Entropiemode und der Akustik gerechtfertigt werden. Die räumliche Diskretisierung wurde durch ein High Resolution Verfahren realisiert. Hier wurde ein Aufwindverfahren verwendet, das im Wesentlichen zweiter Ordnung genau ist und bei dem lediglich an Stellen, wo Extremwerte auftreten, auf erste Ordnung reduziert wird [100]. Für die zeitliche Diskretisierung fand das Second Order Euler Backward Transient Scheme Anwendung. Bei den Rechenläufen der vorliegenden Arbeit bestand ein Zeitschritt der Simulation aus drei inneren Iterationen. Wie umfangreiche Voruntersuchungen zeigten, ist die verwendete Zeitschrittweite von  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-5}$  s in Verbindung mit den verwendeten Diskretisierungsansätzen dazu geeignet, akustische und hydrodynamische Störungen basierend auf 50 Stützstellen pro Periode (Points Per Period, PPP) bis zu einer maximalen Frequenz von f = 400 Hz aufzulösen.

Die das Heizmodul modellierende Energiequelle wurde analog zu den vier Drahtebenen im Versuchsaufbau den entsprechenden vier Zellebenen des Rechengitters durch Quellen in der Energiegleichung zugeführt. Der Quellterm wurde in einer CFX User Fortran Routine implementiert, wobei die Energiequelle mittels eines linearen Anstiegs und eines exponentiellen Abfalls modelliert wurde, um die endlichen Gradienten der Entropiemode abzubilden.

Zunächst wurde eine stationäre RANS-Rechnung durchgeführt. Deren Ergebnis diente als Startlösung für die instationären Simulationen zur Berechnung der Konvektion der Entropiemode und der Entstehung und Ausbreitung des Entropieschalls. An den Positionen wo die Mikrofone des experimentellen Aufbaus waren, wurden die Druckfluktuationen der numerischen Simulation aufgezeichnet.

# 3.4 Ergebnisse

Im Folgenden werden die numerischen Simulationen von Entropielärm im EWG für den Referenzfall I (siehe Abschnitt 3.2) vorgestellt, mit Messdaten verglichen und diskutiert. Weiterhin werden Entropieschallsimulationen für eine variierende Düsen-Mach-Zahl und unter gasturbinenrelevanten Bedingungen und abschließend der Rechenaufwand der numerischen Simulationen dargestellt.

## 3.4.1 Referenzfall I

Die berechnete Mach-Zahl- und Temperaturverteilung in der konvergent-divergenten Düse der RANS-Simulation ist in Abb. 3.11 dargestellt. Die Luft strömt durch den Rohrabschnitt, der das Heizmodul beinhaltet, mit einer mittleren axialen Geschwindigkeit von u = 12, 4 m/s und einer Temperatur von T = 300 K. Stromab des Heizmoduls wird die Strömung in der konvergent-divergenten Düse beschleunigt. Im engsten Querschnitt der Düse beträgt die berechnete Mach-Zahl exakt  $Ma_{\text{Düse}} = 1, 0$ . Im divergenten Teil der Düse erfährt die Strömung zunächst eine weitere Beschleunigung bis auf eine maximale Mach-Zahl von  $Ma_{\text{max}} = 1, 32$ , wodurch die Temperatur in der Düse auf  $T_{\text{min}} = 222 \text{ K}$ sinkt, bevor die Verzögerung auftritt und die Temperatur wieder ansteigt.

![](_page_67_Figure_5.jpeg)

Abbildung 3.11: Mach-Zahl- und Temperaturverteilung der RANS-Simulation in der konvergent-divergenten Düse

Im Folgenden wird der Einfluss verschiedener akustischer Auslassrandbedingungen auf die berechneten Druckfluktuationen an der Mikrofonposition  $x_{AGR4} = 1256$  mm (siehe Abb. 3.3) vorgestellt.

#### Vollreflektierende Auslassrandbedingung

Standard-Auslassrandbedingungen von kommerziellen CFD-Codes, wie zum Beispiel von ANSYS CFX 11, verhalten sich akustisch vollreflektierend. Abb. 3.12a zeigt einen Vergleich der hiermit berechneten Druckfluktuationen mit den Messdaten. Die erste Druckschwankung stimmt qualitativ gut mit den Messdaten überein. Die berechneten Druckfluktuationen nach der ersten Druckschwankung weichen jedoch stark von den experimentellen Daten ab. Die in der Düse generierten Druckfluktuationen propagieren in der Simulation stromab und werden an der Auslassrandbedingung abhängig von der Frequenz reflektiert. Die reflektierten Druckfluktuationen propagieren stromauf und die sich ergebende Überlagerung verursacht das oszillierende Drucksignal. Dieser Effekt begründet auch die etwas zu gering berechnete Amplitude des ersten Signals.

In Abb. 3.12b ist das Druckspektrum der berechneten und gemessenen Druckfluktuationen, ausgewertet mit einer Diskreten Fourier-Transformation (DFT) und einem Schmalbandspektrum von 1 Hz, dargestellt. Abb. 3.12b zeigt, dass die energiereichen Frequenzen der Messdaten unterhalb von f = 100 Hz auch im berechneten Spektrum gefunden werden. Das simulierte Druckspektrum zeigt jedoch über den gesamten dargestellten Frequenzbereich im Vergleich mit dem gemessenen Druckspektrum geringe Abweichungen.

![](_page_68_Figure_4.jpeg)

a) Druckfluktuation

b) Druckspektrum

Abbildung 3.12: Druckfluktuationen und -spektrum, berechnet mit einer vollreflektierenden Auslassrandbedingung, im Vergleich mit den Messdaten

#### Nichtreflektierende Auslassrandbedingung

Abb. 3.13a zeigt die berechneten Druckfluktuationen unter Verwendung der nichtreflektierenden Auslassrandbedingung ( $\sigma = 0, 25$ ) [131] im Vergleich mit den Messdaten. Die Drucksignale zeigen eine verbesserte Übereinstimmung mit den experimentellen Daten, obwohl die Amplituden etwas zu hoch vorhergesagt sind. Aufgrund der geringen Reflexionen an der Auslassrandbedingung sind keine Oszillationen im Druckverlauf nach den Signalen vorhanden. Daher sind die berechneten Amplituden etwas erhöht.

Das Druckspektrum der berechneten Druckfluktuationen, dargestellt in Abb. 3.13b, zeigt im Vergleich zum Spektrum der Messdaten deutliche Abweichungen. Im niedrigen Frequenzbereich f < 40Hz werden die Amplituden der dominierenden Frequenzen zu niedrig vorausgesagt. Dagegen sind die berechneten Amplituden bei f = 45Hz und f = 125Hz überbestimmt.

![](_page_69_Figure_4.jpeg)

Abbildung 3.13: Druckfluktuationen und -spektrum, berechnet mit einer nichtreflektierenden Auslassrandbedingung, im Vergleich mit den Messdaten

## Teilreflektierende Auslassrandbedingung

Die Anpassung des Kopplungsparameters  $\sigma$  der Randbedingung realisiert eine definierte Reflexion entsprechend Gl. (3.1) als Funktion der Frequenz. In dieser Arbeit wurde der Kopplungsparameter mit dem Ziel kalibriert, eine möglichst gute Übereinstimmung der berechneten Druckfluktuationen mit den Messdaten zu erhalten. Abb. 3.14a zeigt den mit dem Kopplungsparameter  $\sigma = 1,8$  in der Auslassrandbedingungsformulierung berechneten Druckverlauf. Die Überlagerung von stromab und teilreflektierten stromauf propagierenden Druckfluktuationen resultiert in einem Druckverlauf, der eine sehr gute Übereinstimmung mit den Messwerten zeigt. Die Drucksignale stimmen sowohl bezüglich der Amplitude als auch bezüglich der Form gut mit den experimentellen Daten überein. Das Spektrum der berechneten Druckfluktuationen und der spektrale Verlauf der Messdaten in Abb. 3.14b sind nahezu identisch. Das berechnete Druckspektrum zeigt die gleichen dominanten Frequenzen wie das experimentell bestimmte Spektrum. Auch die Übereinstimmung der Amplituden der dominanten Frequenzen mit den Messdaten ist sehr gut.

![](_page_70_Figure_1.jpeg)

Abbildung 3.14: Druckfluktuationen und -spektrum, berechnet mit einer teilreflektierenden Auslassrandbedingung, im Vergleich mit den Messdaten

#### Diskussion

Die Ergebnisse der numerischen Simulationen zeigen, dass die vollreflektierende wie auch die nichtreflektierende Auslassrandbedingung nicht dazu geeignet sind, die Entropielärmausbreitung im EWG korrekt abzubilden. Jedoch liefert die Anwendung der nichtreflektierenden Auslassrandbedingung eine Methode, um die Ausbreitung von Entropieschall ohne die Überlagerung durch reflektierte akustische Wellen numerisch zu untersuchen. Die Anwendung der teilreflektierenden Randbedingung mit dem Kopplungsparameter  $\sigma = 1, 8$  bildet die akustische Impedanz an der Auslassrandbedingung gut ab. Sowohl die berechneten Druckfluktuationen als auch das Schalldruckpegelspektrum zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit den Messdaten.

Die geringen Abweichungen zwischen gemessenen und berechneten Daten mit der teilreflektierenden Auslassrandbedingung sind wahrscheinlich auf die immer noch vereinfachte Modellierung der tatsächlich vorliegenden Impedanz zurückzuführen. Die zur Modellierung der Impedanz verwendete teilreflektierende Randbedingung beruht auf der Annahme, dass die Reflexion entsprechend Gl. (3.1) abgebildet wird. Exakt könnte die tatsächliche Impedanz stromab der Messstrecke nur mit Impedanzrandbedingungen im Zeitbereich abgebildet werden [132, 61], welche zum Zeitpunkt der numerischen Arbeiten nicht zur Verfügung standen.

## 3.4.2 Mach-Zahl-Variation

Zur Untersuchung des Einflusses der Mach-Zahl im engsten Querschnitt der Düse auf den generierten Entropieschall im EWG wurden unterschiedliche Betriebspunkte simuliert. Analog zum Experiment wurde der Massenstrom an der Einlassrandbedingung variiert und die zugeführte Energie angepasst, um einen konstanten Temperaturhub von  $\Delta T = 9$  K zu gewährleisten. Alle Simulationen wurden mit der teilreflektierenden Auslassrandbedingung und einem Kopplungsparameter von  $\sigma = 1,8$  durchgeführt. Die berechneten maximalen Druckfluktuationen  $p'_{\text{max}}$  als Funktion der Mach-Zahl im engsten Querschnitt der Düse  $Ma_{\text{Düse}}$  sind in Abb. 3.15 gegen die Messdaten aufgetragen. Die Simulationsergebnisse sind in sehr guter Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Wie die Messdaten, sagen auch die numerischen Simulationen den Abfall des generierten Entropieschalls für Mach-Zahlen im engsten Querschnitt der Düse  $Ma_{\text{Düse}} > 0, 7$  voraus.

![](_page_71_Figure_3.jpeg)

Abbildung 3.15: Gemessene und berechnete maximale Druckfluktuation als Funktion der Mach-Zahl im engsten Querschnitt der Düse

Im Folgenden werden numerische Untersuchungen vorgestellt, die dem Verständnis des Verlaufs des generierten Entropieschalls über der Mach-Zahl dienen. Zunächst werden Simulationsrechnungen mit nichtreflektierenden Randbedingungen vorgestellt, die darlegen, dass der Abfall des Entropieschallverlaufs für hohe Strömungsgeschwindigkeiten nicht durch überlagerte Reflexionen begründet ist. Anschließend wird eine Analyse der Entropieschallquellen vorgestellt, die eine Erklärung für den Abfall des generierten Entropieschalls bei hohen Mach-Zahlen liefert.
Akustische Wellen erfahren im experimentellen Aufbau des Entropiewellengenerators stromauf des Heizmoduls am Querschnittssprung zur Beruhigungskammer und stromab der Messstrecke im Abschnitt des Querschnittswechsels Reflexionen. Im Gegensatz zur experimentellen Diagnostik bietet die numerische Analyse mit Hilfe von nichtreflektierenden Randbedingungen die Möglichkeit, Entropieschall ohne die Überlagerung von reflektierten akustischen Wellen zu untersuchen. Hierzu wurde eine nichtreflektierende Einlassrandbedingung [131] am Übergang zwischen der Beruhigungskammer zum Rohr und eine nichtreflektierende Auslassrandbedingung [131] am Übergang vom Schlauch zum Adapter verwendet. Eine Skizze des verkürzten Rechengebiets ist in Abb. 3.16 dargestellt.



Abbildung 3.16: Verkürztes Rechengebiet des Entropiewellengenerators

In Abb. 3.17 ist die berechnete maximale Druckfluktuation als Funktion der Mach-Zahl im engsten Querschnitt der Düse aufgetragen. Die berechneten maximalen Schalldruckfluktuationen sind im Vergleich mit den Messdaten überbestimmt. Da in der Simulation keine Überlagerungen von reflektierten Druckfluktuationen stattfinden, sind die maximalen Druckfluktuationen überhöht. Der vorhergesagte Entropieschallverlauf zeigt für hohe Strömungsgeschwindigkeiten aber ebenfalls einen Abfall. Daher kann die Überlagerung von reflektierten akustischen Wellen nicht die Ursache für den Abfall des generierten Entropieschalldrucks bei hohen Mach-Zahlen sein.

Zur weiteren numerischen Untersuchung wurde eine akustische Quelltermanalyse durchgeführt. Hierzu wurde der Entropielärmquellterm (Term D) der inhomogenen Wellengleichung (2.85) von Dowling [35] herangezogen. Dieser Quellterm beschreibt akustische Quellen, die durch die Beschleunigung von Dichteinhomogenitäten verursacht werden:

$$q = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial t} \left( u_i \rho_e \right). \tag{3.3}$$

Die Intensität einer akustischen Quelle ist definiert durch das Volumenintegral  $Q_V$  des akustischen Quellterms q über das Düsenvolumen  $V_N$ :

$$Q_V = \int_{V_N} q \, dV. \tag{3.4}$$



Abbildung 3.17: Gemessene und mit nichtreflektierenden Randbedingungen berechnete maximale Druckfluktuation als Funktion der Mach-Zahl im engsten Querschnitt der Düse berechnet

Das Integrationsvolumen  $V_N$  ist in Abb. 3.18, welche einen Ausschnitt des Rechengebiets darstellt, hervorgehoben.



Abbildung 3.18: Integrationsvolumen der konvergent-divergenten Düse

Abb. 3.19 zeigt die berechnete Intensität der akustischen Quelle  $Q_V$  über der Zeit für die unterschiedlichen Strömungsbedingungen. Die Verläufe der Intensität der akustischen Quelle  $Q_V$  zeigen einen monotonen Anstieg mit steigender Mach-Zahl in der Düse. Aus dieser Betrachtung folgt, dass mit steigender Strömungsgeschwindigkeit auch die Intensität der akustischen Quelle stetig zunimmt. Die Ursache für den Abfall des generierten Entropieschalls für hohe Mach-Zahlen ist somit nicht durch die Intensität der akustischen Quelle begründet.

Die numerischen Simulationen liefern zusätzlich Momentaufnahmen der räumlichen Verteilung der akustischen Quellen q, Gl. (3.3). Abb. 3.20 zeigt repräsentative Verteilungen der akustischen Quellen des Entropieschalls im Düsengebiet für die verschiedenen Strömungsbedingungen im Moment der größten Quellstärke. Die Skalierung der Verteilung ist



Abbildung 3.19: Intensität der akustischen Quelle

jeweils mit der maximalen akustischen Quellintensität normalisiert. Alle Darstellungen der akustischen Quellen im Bereich niedriger Mach-Zahlen ( $Ma_{Düse} < 0, 7$ ) zeigen eine ähnliche räumliche Verteilung: Akustische Quellen sind im konvergenten und teilweise im divergenten Teil der Düse vorzufinden. Starke positive akustische Quellen sind nahe der Achse und geringe negative akustische Quellen im Bereich der Düsenwand positioniert. Im Gegensatz dazu zeigen die akustischen Quellen für hohe Mach-Zahlen ( $Ma_{Düse} > 0, 7$ ) eine andere Charakteristik. Die akustischen Quellen sind vorwiegend im divergenten Teil der Düse nahe eines Verdichtungsstoßes zu finden. Positive akustische Quellen sind stromauf und negative akustische Quellen stromab eines Verdichtungsstoßes positioniert.

Für Strömungen im hohen Mach-Zahl-Bereich werden in der Düse stromab und stromauf des Verdichtungsstoßes positive und negative akustische Druckfluktuationen generiert. Die positiven und negativen akustischen Druckfluktuationen propagieren stromab zu den Mikrofonpositionen. Durch deren Überlagerung resultiert eine Abschwächung der maximalen Schalldruckamplitude. Damit konnte erstmals gezeigt werden, dass die stark unterschiedliche Quellverteilung in den verschiedenen Strömungszuständen die Ursache für den Abfall der maximalen Druckfluktuationen im EWG im hohen Mach-Zahl-Bereich ist.

### 3.4.3 Gasturbinenrelevante Bedingungen

Die in den vorangegangenen Abschnitten diskutierten Experimente und numerischen Simulationen im EWG wurden bei Umgebungsbedingungen durchgeführt. Im Folgenden werden numerische Entropielärmsimulationen im EWG bei gasturbinenrelevanten Bedingungen vorgestellt.



Abbildung 3.20: Verteilung der Entropieschallquelle  $q \; [kg/(s^2m^3)]$  bei unterschiedlicher Mach-Zahl im engsten Querschnitt der Düse im Moment der größten Quellstärke

Die gemittelte Temperatur am Austritt einer Brennkammer einer modernen Gasturbine wurde hier zu T = 1750 K und der Druck zu p = 40 bar angenommen [108, 20]. Temperaturfluktuationen des heißen Abgases können  $\Delta T = 100$  K und mehr betragen [52]. Im Folgenden werden Entropieschallsimulationen im EWG unter Verwendung der nichtreflektierenden Auslassrandbedingung ( $\sigma = 0, 25$ ) vorgestellt, um die maximalen Druckfluktuationen ohne überlagerte Reflexionen zu ermitteln. Der zugeführte Massenstrom wurde jeweils so angepasst, dass die maximale Mach-Zahl des Referenzfalls I (siehe Abschnitt 3.4.1) von  $Ma_{max} = 1, 32$  erreicht wurde.

In Tab. 3.1 ist der berechnete Entropieschall für verschiedene Randbedingungen aufgetragen. Fall #1 entspricht dem Referenzfall I bei Umgebungsbedingungen mit einer pulsangeregten Strömung bei einer Eintrittstemperatur von T = 300 K, einem mittleren Druck von p = 1 bar und einem Temperaturhub von  $\Delta T = 9$  K. Die berechneten Druckfluktuationen haben einen maximalen Schalldruckpegel von  $L_p = 118$  dB. Im Fall #2 wurde mit einer Eintrittstemperatur von T = 1750 K gerechnet. Die erhöhte Strömungstemperatur bedingt einen Abfall des maximalen Schalldruckpegels auf  $L_p = 109$  dB. Fall #3 wurde mit einem Temperaturhub von  $\Delta T = 100$  K simuliert. Der generierte maximale Schalldruckpegel steigt auf  $L_p = 127$  dB. Im Fall #4 wurde der Rechnung ein Druck von p = 40 bar zugrunde gelegt. Basierend auf diesem Überdruck wird ein maximaler Schalldruckpegel von  $L_p = 160$  dB vorhergesagt. Dieses Ergebnis deutet darauf hin, dass Entropielärm in Turbomaschinen sehr stark sein kann.

#	$T [\mathrm{K}]$	$\Delta T [\mathrm{K}]$	p [bar]	$Ma_{\text{Düse}}[-]$	$L_p \left[ \mathrm{dB} \right]$
1	300	9	1	1,0	118
2	1750	9	1	1,0	109
3	1750	100	1	1,0	127
4	1750	100	40	1,0	160

Tabelle 3.1: Berechneter maximaler Schalldruckpegel bei unterschiedlichen Bedingungen

### 3.4.4 Rechenaufwand

Die CFD-Rechnungen wurden parallel auf acht 1,8 GHz Dual Core AMD Opteron Prozessoren durchgeführt. Der Rechenaufwand einer Simulation betrug 44 CPU-Stunden.

# 4 Stochastische Modellierung von turbulentem Verbrennungslärm

Im Folgenden wird einleitend anhand der akustischen Analogie abgeleitet, dass Zwei-Punkt-Korrelationen von akustischen Quellen ein akustisches Spektrum vollständig beschreiben. Für die Modellierung von turbulenzbedingtem Verbrennungslärm sind daher nur wenige statistische Informationen über die turbulente Strömung notwendig. Die stochastische Modellierung der turbulenten Verbrennungslärmquellen wird in dieser Arbeit mit der Random Particle Mesh (RPM)-Methode [45, 39, 40] realisiert, da RPM fluktuierende Felder im Zeitbereich generiert, die vorgegebenen Zwei-Punkt-Korrelationen genügen. Es wird die RPM-Methode und deren numerische Diskretisierung vorgestellt. Anschließend wird der auf der RPM-Methode basierende Random Particle Mesh for Combustion Noise (RPM-CN)-Ansatz [91, 88, 90, 93, 97, 92, 89] zur Modellierung von turbulenten Verbrennungslärmquellen und zur Berechnung der Schallausbreitung entwickelt und zusammengefasst.

# 4.1 Akustische Analogie

Akustische Analogien [77] können die Schallgenerierung und -ausbreitung durch turbulente Quellen beschreiben [38]. Die lineare Wellengleichung mit einem Wellenoperator  $\mathcal{L}$ , dem Schalldruck p' und der Quelle Q im Zeitbereich lautet:

$$\mathcal{L}p'(\boldsymbol{x},t) = Q(\boldsymbol{x},t).$$
(4.1)

Das Leistungsdichtespektrum S des akustischen Drucks p' kann als Funktion statistischer Eigenschaften der Quelle formuliert werden [66]

$$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{x},\omega) = \int \int_{V_s} \widetilde{G}^*\left(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega\right) \widetilde{G}\left(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}+\boldsymbol{r},\omega\right) \widetilde{Q}_{12}\left(\boldsymbol{y},\boldsymbol{r},\omega\right) d\boldsymbol{r} d\boldsymbol{y}, \tag{4.2}$$

wobei

$$\overline{p'^2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{S}(\boldsymbol{x}, \omega) \, d\omega \tag{4.3}$$

gilt. Gl. (4.2) ist die Basis aller statistischen Lärmtheorien im Frequenzraum. Die exakte Green'sche Funktion und ihre konjugierte Komplexe im Frequenzraum stellen  $\widetilde{G}$  und  $\widetilde{G^*}$ 

dar. Die Kreuzspektraldichte  $\tilde{Q}_{12}$  der Quelle Q kann durch eine Fourier-Transformation der Zwei-Punkt-Korrelation zwischen den Punkten  $y_1 = y$  und  $y_2 = y + r$  und dem zeitlichen Abstand  $\tau = t_1 - t_2$  berechnet werden:

$$\widetilde{Q}_{12}\left(\boldsymbol{y},\boldsymbol{r},\omega\right) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{Q\left(\boldsymbol{y},t\right)Q\left(\boldsymbol{y}+\boldsymbol{r},t+\tau\right)} e^{i\omega\tau} d\tau.$$
(4.4)

Aus diesen Ausführungen kann gefolgert werden, dass ein akustisches Spektrum eindeutig beschrieben ist, wenn die Zwei-Punkt-Korrelationen der akustischen Quellen bekannt sind. Bei turbulenzbedingtem Lärm folgt daher eine erhebliche Reduktion der notwendigen statistischen Informationen über die turbulente Strömung. Höhere statistische Momente und damit eine detailliertere Beschreibung der Turbulenzstruktur sind für die Bestimmung der akustischen Spektren nicht notwendig.

Eine künstlich generierte fluktuierende Quelle, die die Zwei-Punkt-Korrelationen der akustischen Quellen realisiert, beschreibt daher ein akustisches Spektrum eindeutig. Diese Zwei-Punkt-Korrelationen können zum Beispiel durch eine stationäre RANS-Simulation bestimmt werden. Einer RANS-Simulation fehlt im Gegensatz zu einer DNS oder LES-Simulation die zeitaufgelöste Berechnung der turbulenten Fluktuation, die zur Bestimmung der turbulenten akustischen Quellen benötigt werden. Aus RANS-Zweigleichungsturbulenzmodellen können jedoch lokale turbulente Zeit- und Längenskalen abgeleitet werden, wobei deren Richtungsabhängigkeit vernachlässigt wird.

# 4.2 RPM-Methode

Die Random Particle-Mesh (RPM)-Methode wurde von Ewert für die numerischen Simulation von Hinterkantenlärm [45, 38, 43], Hochauftriebslärm [44], Strahllärm [41, 91, 112] und der spektralen Streuung von Turbinentönen [47, 46] entwickelt. Eine ausführliche Beschreibung dieser Methode ist beispielsweise in Ref. [45, 39, 40] gegeben. Daher wird die Modellierung im Folgenden zusammenfassend dargestellt.

Die RPM-Methode ist eine Euler-Lagrange'sche Methode und wird dazu verwendet, eine statistisch stationär fluktuierende Schallquelle  $Q(\boldsymbol{x}, t)$  im Euler'schen Raum zu modellieren. RPM generiert stochastisch instationäre turbulente Felder, welche lokale Ein- und Zwei-Punkt-Statistiken der fluktuierenden Quelle  $\langle Q(\boldsymbol{x}, t)Q(\boldsymbol{x}, t+\tau)\rangle$  und  $\langle Q(\boldsymbol{x}, t)Q(\boldsymbol{x} + \tau)\rangle$  erfüllen. Die generierten Zwei-Punkt-Korrelationen

$$\mathcal{R}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{r},\tau) = \langle Q(\boldsymbol{x},t)Q(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{r},t+\tau)\rangle$$
$$= \hat{R} \exp\left\{-\frac{|\tau|}{\tau_s} - \frac{\pi \left(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{u}_c\tau\right)^2}{4l_s^2}\right\}$$
(4.5)

haben räumlich eine Gauß- und zeitlich eine exponentielle Verteilung, wobei  $\langle ... \rangle$  eine

Ensemble-Mittelung darstellt. Der Parameter  $\hat{R}$  kennzeichnet die Varianz der korrelierten Größe für verschwindenden räumlichen und zeitlichen Abstand  $\boldsymbol{r}$  und  $\tau$ . Die integrale Längen- und Zeitskala der turbulenten Fluktuationen stellen  $l_s$  und  $\tau_s$  dar. Taylor's Hypothese der eingefrorenen Turbulenz [127] wird durch die Konvektionsgeschwindigkeit  $\boldsymbol{u}_c$ berücksichtigt. Für eine inhomogene Turbulenz sind  $\hat{R}$ ,  $l_s$ ,  $\tau_s$  und  $\boldsymbol{u}_c$  eine Funktion des Ortes  $\boldsymbol{x}$ .

Die fluktuierende Größe Q wird durch räumliches Filtern eines Feldes weißen Rauschens  $\mathcal{U}$  erzeugt. Die Filterung lautet:

$$Q(\boldsymbol{x},t) = \int_{V_{S}^{n}} \hat{A}(\boldsymbol{x}) \mathcal{G}(|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|, l_{s}(\boldsymbol{x})) \mathcal{U}(\boldsymbol{x}', t) d^{n}\boldsymbol{x}'.$$
(4.6)

Dabei kennzeichnet  $\mathcal{G}$  einen räumlichen Filterkern,  $V_S^n$  das angenommene Quellvolumen und *n* die Dimension. Die Amplitudenfunktion  $\hat{A}$  realisiert eine lokale Zielvarianz der fluktuierenden Größe Q. Das räumliche Feld weißen Rauschens  $\mathcal{U}$  wird mit einer Langevin-Gleichung [72] generiert. Die Langevin-Gleichung beschreibt die Geschwindigkeit eines Fluidpartikels in einer turbulenten Strömung [106] und ist im Lagrange'schen Raum folgendermaßen formuliert

$$\frac{D_0}{Dt}\mathcal{U} = -\frac{1}{\tau_s}\mathcal{U} + \sqrt{\frac{2}{\rho_0^c \tau_s}}\xi(\boldsymbol{x}, t), \qquad (4.7)$$

wobei der Ausdruck  $D_0/Dt = \partial/\partial t + \boldsymbol{u}_0^c \cdot \boldsymbol{\nabla}$  die substantielle Zeitableitung kennzeichnet. Das stationäre Geschwindigkeitsfeld  $\boldsymbol{u}_0^c(\boldsymbol{x})$  bestimmt die letztendlich erzielte Konvektionsgeschwindigkeit  $\boldsymbol{u}_c$ . Die Dichte  $\rho_0^c$  ist dabei so definiert, dass  $\boldsymbol{\nabla} \cdot (\rho_0^c \boldsymbol{u}_0^c) = 0$  gilt. Die Größe  $\xi$  ist ein Gauß-verteiltes Raum-Zeit-Feld weißen Rauschens, das folgenden Bedingungen genügt

$$\langle \xi(\boldsymbol{x},t) \rangle = 0, \tag{4.8}$$

$$\langle \xi(\boldsymbol{x},t)\xi(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{r},t+\tau)\rangle = \delta(\tau)\delta(\boldsymbol{r}), \qquad (4.9)$$

wobe<br/>i $\delta$ die Dirac-Delta-Funktion kennzeichnet.

Im Lagrange'schen Raum reduziert sich die Langevin-Gleichung (4.7) zu einer einfachen zeitabhängigen Gleichung entlang der charakteristischen Linien, definiert durch  $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{u}_0^c$ . Sind  $\tau_s$  und  $\rho_0^c$  entlang der charakteristischen Linien konstant, dann beschreibt Gl. (4.7) einen Ornstein-Uhlenbeck-Prozess [106] mit der Eigenschaft, dass  $\mathcal{U}$  eine Gauß-Verteilung mit einer exponentiell dekorrelierten Autokorrelationsfunktion aufweist. Für genügend kleine räumliche und zeitliche Abstände  $\boldsymbol{r}$  und  $\tau$ , wobei die Lösung der Konvektionsgleichung  $D_0 f/Dt = 0$  näherungsweise  $f(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{r}, t + \tau) = f(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{r} - \boldsymbol{u}_0^c \tau, t)$  ist, gilt

$$\left\langle \mathcal{U}\left(\boldsymbol{x},t\right)\right\rangle =0,\tag{4.10}$$

$$\langle \mathcal{U}(\boldsymbol{x},t)\mathcal{U}(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{r},t+\tau)\rangle = \frac{1}{\rho_0^c}\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{u}_0^c\tau)\exp\left(-\frac{|\tau|}{\tau_s}\right).$$
 (4.11)

Die fluktuierende Größe Q, welche durch Faltung des Feldes  $\mathcal{U}$  mit dem Gauß-Filterkern  $\mathcal{G}$  generiert wird, hat ebenfalls die Eigenschaft der Gauß-Verteilung. Variiert  $\tau_s$  oder  $\rho_0^c$  entlang der Charakteristiken, wenn diese also ein stationäres, aber inhomogenes Feld im Euler'schen Raum darstellen, wird die effektiv erzeugte zeitliche Dekorrelationsfunktion nicht exakt exponentiell sein. Die Abklingzeit ist dabei durch den lokalen Wert von  $\tau_s(\boldsymbol{x})$  definiert. Jedoch sind die im Raum mit der Strömung konvektierenden Änderungen von  $\tau_s$  oder  $\rho_0^c$  gewöhnlich wesentlich langsamer als die durch die Zeitskala  $\tau_s$  selbst verursachte Änderung, so dass Gl. (4.11) mit  $\tau_s(\boldsymbol{x})$  auch im Fall einer inhomogenen Zeitskala eine sehr gute Näherung darstellt. Darüber hinaus bleibt die Dichte in Gl. (4.11) formal unverändert, beeinflusst aber die lokale Größe  $\rho_0^c(\boldsymbol{x})$ .

Basierend auf der Definition der fluktuierenden Quelle Q, Gl. (4.6), lautet deren Zwei-Punkt-Korrelation

$$\mathcal{R}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{r},\tau) = \langle Q(\boldsymbol{x},t)Q(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{r},t+\tau)\rangle$$
  
= $\hat{A}(\boldsymbol{x})\hat{A}(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{r}) \iint \mathcal{G}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}',l_s(\boldsymbol{x})) \mathcal{G}(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}'',l_s(\boldsymbol{x}))$   
 $\times \langle \mathcal{U}(\boldsymbol{x}',t)\mathcal{U}(\boldsymbol{x}'',t+\tau)\rangle \ \mathrm{d}^n \boldsymbol{x}' \mathrm{d}^n \boldsymbol{x}''.$  (4.12)

In diesen Ausdruck kann die rechte Seite von Gl. (4.11) für das gemittelte Feld weißen Rauschens mit der Annahme des allgemeinen Falls nicht eingefrorener Turbulenz mit endlichem  $\tau_s$ , eingesetzt werden:

$$\mathcal{R}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{r},\tau) = \frac{\hat{A}(\boldsymbol{x})\hat{A}(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{r})}{\rho_0^c} \exp\left(-\frac{|\tau|}{\tau_s}\right) \iint \mathcal{G}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}',l_s(\boldsymbol{x})) \ \mathcal{G}(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}'',l_s(\boldsymbol{x})) \\ \times \delta(\boldsymbol{x}''-\boldsymbol{x}'-\boldsymbol{u}_0^c\tau) \ \mathrm{d}^n \boldsymbol{x}' \mathrm{d}^n \boldsymbol{x}''.$$
(4.13)

Anschließend wird diese Zwei-Punkt-Korrelation durch eine Integration über die doppelt gestrichene Größe und durch Ausnutzung der Eigenschaften der Delta-Funktion zu

$$\mathcal{R}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{r},\tau) = \frac{\hat{A}(\boldsymbol{x})\hat{A}(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{r})}{\rho_0^c(\boldsymbol{x})} \exp\left(-\frac{|\tau|}{\tau_s}\right) \\ \int \mathcal{G}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}',l_s(\boldsymbol{x}))\mathcal{G}(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{r}-\boldsymbol{x}'-\boldsymbol{u}_0^c\tau,l_s(\boldsymbol{x})) \,\mathrm{d}^n\boldsymbol{x}'.$$
(4.14)

Mit den Definitionen  $\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{x}' - \boldsymbol{x}, \, \boldsymbol{r}^* = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{u}_0^c \tau$  und der Annahme, der Filterkern sei eine

gerade Funktion, welche  $\mathcal{G}(\boldsymbol{\xi}) = \mathcal{G}(-\boldsymbol{\xi})$  genügt, kann der integrale Teil durch die Faltung

$$\mathcal{C}(\boldsymbol{r}^*) = \int \mathcal{G}(\boldsymbol{r}^* - \boldsymbol{\xi}) \mathcal{G}(\boldsymbol{\xi}) \, \mathrm{d}^n \boldsymbol{\xi}$$
(4.15)

beschrieben werden. Durch die Wahl eines Gauß-Filters

$$\mathcal{G}(\boldsymbol{\xi}) = \exp\left(-\frac{\pi}{2} \frac{|\boldsymbol{\xi}|^2}{l_{\rm s}^2}\right) \tag{4.16}$$

folgt, dass das Faltungsintegral ebenfalls Gauß-förmig ist [45, 39, 40]:

$$\mathcal{C}(\boldsymbol{r}^*) = l_{\mathrm{s}}^n \exp\left(-\frac{\pi}{4} \frac{|\boldsymbol{r}^*|^2}{l_{\mathrm{s}}^2}\right).$$
(4.17)

In Verbindung mit der Definition von  $r^*$  folgt die Zwei-Punkt-Korrelation, Gl. (4.14), zu

$$\mathcal{R}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{r},\tau) = \frac{\hat{A}(\boldsymbol{x})\hat{A}(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{r})}{\rho_0^c(\boldsymbol{x})} l_{\rm s}^n(\boldsymbol{x}) \exp\left(-\frac{|\tau|}{\tau_s} - \frac{\pi|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{u}_0^c\tau|^2}{4l_{\rm s}^2(\boldsymbol{x})}\right)$$
(4.18)

und führt somit zu einer exakten Realisierung der Zwei-Punkt-Korrelation, Gl. (4.5), wenn die Amplitude nur eine schwache Funktion von r ist, so dass

$$\hat{A}(\boldsymbol{x})\hat{A}(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{r})\simeq\hat{A}(\boldsymbol{x})^2 \tag{4.19}$$

gilt. Um die entsprechende Varianz  $\mathcal{R}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{0}, 0) = \hat{R}$  aus Gl. (4.5) zu realisieren, muss die Amplitudenfunktion

$$\hat{A}(\boldsymbol{x}) = \sqrt{\frac{\rho_0^c(\boldsymbol{x})\hat{R}(\boldsymbol{x})}{l_s^n(\boldsymbol{x})}}$$
(4.20)

genügen. Solange sich die Amplitude  $\hat{A}$  nur langsam über der Längenskala  $l_s$  ändert, ist die Bedingung von  $\hat{A}$  aus Gl. (4.19) erfüllt.

Der in dieser Arbeit verwendete Stromlinienansatz zur numerischen Diskretisierung bildet ein konvektierendes Feld weißen Rauschens durch konvektierende Teilchen ab, die geeignete Zufallswerte transportieren. Die Zufallswerte sind Gauß-förmige Abkömmlinge, deren Varianz proportional zum Kehrwert der Partikeldichte ist. Stromlinien spannen das Quellgebiet über dem Feld  $u_0$  auf. Das Konvektionsfeld ist durch die zeitgemittelte Grundströmung  $\tilde{u}$  der RANS-Simulation definiert. Die Zufallswerte werden mit einer konstanten Taktrate auf der ersten Position stromauf jeder Stromlinie aufgeprägt. Die Teilchen konvektieren entlang einer Stromlinie, bis sie stromab aus dem Quellgebiet austreten. Im ersten Schritt werden die Zufallswerte entlang einer Stromlinie sequentiell räumlich gefiltert. Anschließend werden die Werte gewichtet und in normaler Richtung entlang der Stromlinie auf das CAA-Gitter verteilt. Der Ansatz realisiert eine gute Näherung des Raum-Zeit-Felds weißen Rauschens bis zu einer Cut-Off Frequenz, die durch die Taktrate definiert ist [40].

Um die Langevin-Gleichung (4.7) zu diskretisieren, ändern sich die Zufallswerte, die durch die Teilchen transportiert werden, entsprechend der Gleichung

$$r_i^{n+1} = \alpha r_i^n + \beta s_i^n. \tag{4.21}$$

Hierbei kennzeichnen  $r_i^{n+1}$  und  $r_i^n$  die Zufallswerte eines Teilchens zur Zeit n+1 und n. Die Größe  $s_i^n$  ist ein Gauß-verteilter neuer Zufallswert mit derselben Varianz wie  $r_i$ . Diese Methode realisiert einen exponentiellen Abfall [12]. Die Konstante  $\alpha$  folgt durch die Diskretisierung der Langevin-Gleichung (4.7). Diese ist mit der Zeitskala  $\tau_s$  wie folgt verknüpft

$$\alpha = 1 - \frac{\Delta t}{\tau_s},\tag{4.22}$$

wobe<br/>i $\varDelta t$ der Zeitschritt zwischen der Zeit $n{+}1$  und <br/> nist. Um den Effektivwert von  $r_i$ über der Zeit zu realisieren, gilt

$$\beta = \sqrt{2\Delta t/\tau_s}.\tag{4.23}$$

## 4.3 RPM-CN-Ansatz

Die von Mühlbauer und Ewert entwickelte RPM-CN-Methode [89] zur Simulation von turbulentem Verbrennungslärm basiert auf modellierten Quellfluktuationen, die Zwei-Punkt-Korrelationen aus RANS-Berechnungen erfüllen. Mit der RPM-Methode werden die fluktuierenden Verbrennungslärmquellen stochastisch im Zeitbereich rekonstruiert. Die Ausbreitung des Verbrennungslärms wird auf Basis der modellierten akustischen Quellen durch die numerische Lösung der linearisierten Euler Gleichungen (LEE) berechnet. Ein Flussdiagramm des RPM-CN-Ansatzes ist in Abb. 4.1 dargestellt.

Für die Entwicklung eines auf der RPM-Methode basierenden Verbrennungslärmmodells wurde das statistische Strahllärmmodell von Tam & Auriault [121] als Leitfaden herangezogen. Der Quellterm von Tam & Auriault's Strahllärmmodell basiert auf der substantiellen Zeitableitung  $D_0q_s/DT$  einer Größe  $q_s$ , die als hydrodynamische Druckfluktuation im Strahl interpretiert werden kann. Der Term wird als Quelle der Druckgleichung der linearisierten Euler Gleichungen (LEE) verwendet und kann stochastisch mit der RPM-Methode rekonstruiert werden [21, 39, 91, 41]. Analog zielt auch die Entwicklung im Folgenden auf eine Druckgleichung für reagierende Strömungen mit einer substantiellen Zeitableitung als Quelle ab. Dieser Verbrennungslärmquellterm wird stochastisch mit der RPM-Methode modelliert. Die Ausbreitung der Akustik wird durch die Integration der entsprechenden Druckgleichung in Kombination mit der Kontinuitäts- und der Impulsgleichung der ursprünglichen LEE berechnet.



Abbildung 4.1: RPM-CN-Ansatz zur numerischen Simulation von turbulentem Verbrennungslärm

In den folgenden Abschnitten wird zunächst eine Druckgleichung für reagierende Strömungen mit einem Verbrennungslärmquellterm hergeleitet. Anschließend wird die statistische Modellierung des Verbrennungslärmquellterms beschrieben und das Gleichungssystem des RPM-CN-Ansatzes vorgestellt. Abschließend werden die Eigenschaften des entwickelten Verbrennungslärmmodells diskutiert.

### 4.3.1 Druckgleichung

Die Druck-Dichte-Beziehung lautet

$$\frac{1}{c^2}\frac{Dp}{Dt} = \frac{D\rho}{Dt} + \rho\Phi, \qquad (4.24)$$

wobei  $\Phi$  eine akustische Quelle kennzeichnet und für die Schallgeschwindigkeit  $c^2 = \gamma p / \rho$ gilt. Candel et al. [27] definieren die akustische Quelle einer reagierenden Strömung zu

$$\Phi = \frac{\dot{Q}}{\rho c_p T} + M \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{M}\right) + \frac{1}{\rho c_p T} \left[ \boldsymbol{\nabla} \cdot \lambda \boldsymbol{\nabla} T + \boldsymbol{\tau} : \boldsymbol{\nabla} \boldsymbol{u} - \sum_{k=1}^{N} \rho Y_k c_{pk} \boldsymbol{V}_k^D \cdot \boldsymbol{\nabla} T \right]. \quad (4.25)$$

 $\dot{Q}$  stellt dabei die Wärmefreisetzungsrate pro Volumeneinheit dar. Die Variablen  $\rho$ ,  $c_p$ , T, M,  $\lambda$ ,  $\tau$  und u kennzeichnen die lokale Dichte, die Wärmekapazität bei konstantem Druck, die Temperatur, die mittlere Molmasse, die Wärmeleitfähigkeit, den Schubspannungsten-

sor und die Geschwindigkeit der Mischung.  $Y_k$  und  $V_k^D$  bezeichnen den Massenbruch und die Diffusionsgeschwindigkeit der Spezies k.

Die Energieerhaltungsgleichung setzt die Wärmefreisetzungsrate pro Volumeneinheit  $\dot{Q}$ mit der Temperatur T, dem Druck p, dem Schubspannungstensor  $\boldsymbol{\tau}$  und der Wärmediffusion  $\boldsymbol{J}^H$  zueinander in Beziehung:

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \dot{Q} + \frac{Dp}{Dt} + \boldsymbol{\tau} : \boldsymbol{\nabla} \boldsymbol{u} - \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{J}^H.$$
(4.26)

Die Entwicklung der Druckgleichung beginnt durch Einsetzen der Kontinuitätsgleichung, Gl. (2.2), in die Druck-Dichte-Beziehung, Gl. (4.24):

$$\frac{Dp}{Dt} + \gamma p \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{u} = \gamma p \boldsymbol{\Phi}. \tag{4.27}$$

Eine Reynolds-Zerlegung (siehe Abschnitt 2.1.2) und die Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung auf der linken Seite liefert

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \overline{\boldsymbol{u}} \cdot \boldsymbol{\nabla} p' + \boldsymbol{u}' \cdot \boldsymbol{\nabla} \overline{p} + \overline{\boldsymbol{u}} \cdot \boldsymbol{\nabla} \overline{p} + \gamma \overline{p} \boldsymbol{\nabla} \cdot \overline{\boldsymbol{u}} + \gamma \overline{p} \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{u}' + \gamma p' \boldsymbol{\nabla} \cdot \overline{\boldsymbol{u}} = \gamma p \boldsymbol{\Phi}.$$
(4.28)

Durch eine zeitliche Mittelung folgt

$$\overline{\boldsymbol{u}} \cdot \boldsymbol{\nabla} \overline{p} + \gamma \overline{p} \boldsymbol{\nabla} \cdot \overline{\boldsymbol{u}} = \gamma \overline{p} \overline{\boldsymbol{\Phi}}. \tag{4.29}$$

Eine anschließende Subtraktion der Gl. (4.29) von Gl. (4.28) ergibt

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \overline{\boldsymbol{u}} \cdot \boldsymbol{\nabla} p' + \boldsymbol{u}' \cdot \boldsymbol{\nabla} \overline{p} + \gamma \overline{p} \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{u}' + \gamma p' \boldsymbol{\nabla} \cdot \overline{\boldsymbol{u}} = q_p.$$
(4.30)

Die linke Seite der Gleichung (4.30) entspricht der Druckgleichung der LEE, Gl. (2.84).

Mit  $\gamma p/\rho=c^2$  folgt der Quellterm auf der rechten Seite zu

$$q_p = (\gamma p \Phi)' = \rho c^2 \Phi - \overline{\rho c^2 \Phi}.$$
(4.31)

Weiter wird die Energiegleichung, Gl. (4.26), dazu benutzt die Wärmefreisetzungsrate in Gl. (4.25) als Funktion der Temperatur auszudrücken. Der komplette Quellterm der Druck-Dichte-Beziehung folgt damit zu

$$\Phi = \frac{1}{T}\frac{DT}{Dt} - \frac{1}{\rho c_p T}\frac{Dp}{Dt} + M\frac{D}{Dt}\left(\frac{1}{M}\right).$$
(4.32)

Die drei Terme in Gl. (4.32) repräsentieren zusammen eine kompakte vollständige Formulierung aller Quellanteile aus Gl. (4.25). Der erste Term von Gl. (4.32) basiert auf der substantiellen Zeitableitung der Temperatur und der zweite Term auf der substantiellen Zeitableitung des Drucks. Der erste Term ist bei nicht isothermen oder reagierenden Strahlströmungen dominierend. Der zweite Term ist dem Strahllärmquellterm, wie er von Tam & Auriault [121] benutzt wird, ähnlich. Er ist hauptsächlich dem Schall zuzuordnen, der in kalten Strahlen durch turbulente Geschwindigkeitsfluktuationen generiert wird. Da bei Flammen im niedrigen Mach-Zahl-Bereich der Schall, der durch turbulente Geschwindigkeitsfluktuationen generiert wird, vernachlässigbar ist [117], dominiert in diesem Fall der erste über den zweiten Term. Der dritte Term wird bedeutend, wenn sich bei reagierenden Strömungen das mittlere Molekulargewicht der Reaktionsprodukte von den -edukten merklich unterscheidet. Das molare Gewicht der Brennstoff-Oxidator-Mischung ist jedoch in den meisten praktischen Verbrennungssystemen näherungsweise konstant, da das Gemisch einen hohen Stickstoffanteil hat. Daher kann der akustische Quellterm durch nicht isomolare Verbrennungen für die meisten Anwendungen ebenfalls vernachlässigt werden. Dieser spielt nur in Verbrennungsvorgängen mit hohem Sauerstoffanteil eine Rolle [128]. Daher repräsentiert der Temperaturterm für eine quasi-isomolare Verbrennung den dominanten Beitrag dieser drei Terme, welche die vollständige Quelle der Druck-Dichte-Beziehung, Gl. (4.30), beschreiben.

Die sehr kompakte Quellformulierung in Gl. (4.32) folgt auch direkt aus der Beschreibung des Temperaturdifferentials durch totale Ableitungen

$$dT = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_{\rho, Y_k} dp + \left(\frac{\partial T}{\partial \rho}\right)_{p, Y_k} d\rho + \sum_{k=1}^N \left(\frac{\partial T}{\partial Y_k}\right)_{\rho, p, Y_{m \neq k}} dY_k.$$
(4.33)

Wird ein perfektes Gas angenommen, dann gilt

$$dT = \frac{T}{p}dp - \frac{T}{\rho}d\rho - T\sum_{k=1}^{N} \frac{M}{M_{k}}dY_{k}.$$
(4.34)

Gl. (4.32) kann als Quellterm der Druck-Dichte-Beziehung, Gl. (4.24), abgeleitet werden.

Aus Gl. (4.31) und Gl. (4.32) folgt der Quellterm der linearisierten Druckgleichung, Gl. (2.84), zu:

$$q_p = \left(\gamma R_m \ \rho \frac{D}{Dt} \left(\sum \frac{Y_\alpha}{M_\alpha} T\right) + (\gamma - 1) \frac{Dp}{Dt}\right)'. \tag{4.35}$$

 $R_m$  ist die universelle Gaskonstante, wobei für ein ideales Gas  $R_m \sum Y_{\alpha}/M_{\alpha} = R$  gilt. Bis hierher wurden keine Vereinfachungen verwendet, so dass der Quellterm, Gl. (4.35), allgemein gültig ist.

Um eine Quelltermformulierung zu erhalten, welche statistisch modelliert werden kann, werden im Folgenden Fluktuationen des Isentropenexponenten vernachlässigt ( $\gamma \simeq \overline{\gamma}$ ). Abb. 5.40 zeigt die Verteilung des Isentropenexponenten einer offenen, turbulenten, nicht vorgemischten Stickstoff-gespülten Methan-Wasserstoff-Strahlflamme. Aufgrund der geringen räumlichen Änderung des Isentropenexponenten im Strömungsfeld scheint diese Annahme gerechtfertigt. Des Weiteren werden nur die dominanten Terme erster Ordnung aus Gl. (4.35) beibehalten. Für Tripelkorrelationen gilt näherungsweise

$$(\rho ab)' = \bar{\rho}a''\tilde{b} + \bar{\rho}\tilde{a}b'' + \rho'\tilde{a}\tilde{b}.$$
(4.36)

Der Quellterm folgt damit zu

$$q_{p} \simeq \bar{\gamma}\bar{\rho}\tilde{R}\left(\frac{DT}{Dt}\right)'' + \bar{\gamma}\bar{\rho}R''\left(\underbrace{\widetilde{DT}}{Dt}\right) + \bar{\gamma}\rho'\tilde{R}\left(\underbrace{\widetilde{DT}}{Dt}\right) + (\bar{\gamma}-1)\left(\frac{Dp}{Dt}\right)' + \bar{\gamma}R_{m}\bar{\rho}T''\sum\frac{1}{M_{\alpha}}\left(\underbrace{\widetilde{DY_{\alpha}}}{Dt}\right) + \bar{\gamma}R_{m}\bar{\rho}\tilde{T}\sum\frac{1}{M_{\alpha}}\left(\frac{DY_{\alpha}}{Dt}\right)'' + \bar{\gamma}R_{m}\rho'\tilde{T}\sum\frac{1}{M_{\alpha}}\left(\underbrace{\widetilde{DY_{\alpha}}}{Dt}\right).$$

$$(4.37)$$

Die Einpunktstatistiken aller Größen in Gl. (4.37) werden durch die RANS-Simulation bereitgestellt. Zur statistischen Schallmodellierung sind zudem Zwei-Punkt-Korrelationen zu modellieren. Dazu wird die Näherung  $D/Dt \simeq \widetilde{D}/Dt$  mit  $\widetilde{D}/Dt = \partial/\partial t + \widetilde{u} \cdot \nabla$ eingeführt. Darauf basierend vereinfachen sich Terme wie  $(\widetilde{DT}/Dt)$  und  $(\widetilde{DY_{\alpha}}/Dt)$  zu

$$\left(\widetilde{\frac{DT}{Dt}}\right) \simeq \frac{\widetilde{D}\widetilde{T}}{Dt} = \widetilde{\boldsymbol{u}} \cdot \boldsymbol{\nabla}\widetilde{T} \quad , \tag{4.38}$$

$$\left(\widetilde{\frac{DY_{\alpha}}{Dt}}\right) \simeq \frac{\widetilde{D}\widetilde{Y}_{\alpha}}{Dt} = \widetilde{\boldsymbol{u}} \cdot \boldsymbol{\nabla}\widetilde{Y}_{\alpha}, \tag{4.39}$$

und

$$\left(\frac{DT}{Dt}\right)'' \simeq \frac{\widetilde{D}T''}{Dt} \quad , \tag{4.40}$$

$$\left(\frac{DY_{\alpha}}{Dt}\right)'' \simeq \frac{\widetilde{D}Y_{\alpha}''}{Dt}.$$
(4.41)

Des Weiteren gilt

$$\left(\frac{Dp}{Dt}\right)' \simeq \frac{\widetilde{D}p'}{Dt}.$$
(4.42)

Letztendlich folgt so der Quellterm der hergeleiteten Druckgleichung für reagierende Strö-

mungen (4.30) zu

$$q_{p} \simeq \bar{\gamma}\bar{\rho}\widetilde{R}\frac{\widetilde{D}T''}{Dt} + \bar{\gamma}\bar{\rho}R''\widetilde{\boldsymbol{u}}\cdot\boldsymbol{\nabla}\widetilde{T} + \bar{\gamma}\rho'\widetilde{R}\widetilde{\boldsymbol{u}}\cdot\boldsymbol{\nabla}\widetilde{T} + (\bar{\gamma}-1)\frac{\widetilde{D}p'}{Dt} + \bar{\gamma}R_{m}\left(\bar{\rho}T'' + \rho'\widetilde{T}\right)\sum\frac{1}{M_{\alpha}}\widetilde{\boldsymbol{u}}\cdot\boldsymbol{\nabla}\widetilde{Y_{\alpha}} + \bar{\gamma}R_{m}\bar{\rho}\widetilde{T}\sum\frac{1}{M_{\alpha}}\frac{\widetilde{D}Y_{\alpha}''}{Dt}.$$
 (4.43)

### 4.3.2 Statistische Quellmodellierung

Bei den in dieser Arbeit untersuchten Stickstoff-verdünnten Methan-Wasserstoff- und Wasserstoff-Flammen im niedrigen Mach-Zahl-Bereich ist es angemessen, Änderungen im Molekulargewicht aufgrund des hohen Stickstoffanteils zu vernachlässigen, also eine isomolare Verbrennung anzunehmen. Daher werden in dieser Arbeit Effekte durch nicht isomolare Verbrennung ( $M = \sum Y_{\alpha}/M_{\alpha} = \text{konst. und } R'' = 0$ ) und durch Schall, der durch turbulente Druckfluktuationen generiert wird, aufgrund der betrachteten niedrigen Mach-Zahlen, vernachlässigt. Dadurch vereinfacht sich in diesem Fall der Quellterm, Gl. (4.43), <sup>ZU</sup>

$$q_p \simeq \bar{\gamma}\bar{\rho}\widetilde{R} \; \frac{\widetilde{D}T''}{Dt} + \bar{\gamma}\widetilde{R}\widetilde{\boldsymbol{u}} \cdot \boldsymbol{\nabla}\widetilde{T} \; \rho'. \tag{4.44}$$

Der erste Term in Gl. (4.44) ist dominant, da die Änderung der gemittelten Temperatur im Raum im zweiten Term typischerweise klein im Vergleich zu den großen Änderungen des ersten Terms ist. Das heißt, wenn  $l_0$  die typische Längenskala der durchschnittlichen Temperaturfluktuationen ist und  $\tau_s$  die Zeitskala der zeitlichen Gradienten der Temperatur, dann ist  $1/\tau_s \gg |\tilde{u}|/l_0$ . Bei Vernachlässigung des zweiten Terms folgt der Quellterm zu:

$$q_p \simeq \bar{\gamma} \bar{\rho} \tilde{R} \; \frac{\tilde{D}T''}{Dt}. \tag{4.45}$$

Tam & Auriault [121] modellieren die Zwei-Punkt-Korrelationen ihres Strahllärmquellterms durch

$$\left\langle \frac{\overline{D}q_s}{Dt}(\boldsymbol{x},t) \frac{\overline{D}q_s}{Dt}(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{\xi},t+\tau) \right\rangle$$
  
=  $\frac{A}{\tau_s^2} \exp\left\{ -\frac{|\boldsymbol{\xi}|}{u_c \tau_s} - \frac{\ln(2)}{l_s^{*2}} \left( (\boldsymbol{\xi}-u_c \tau)^2 + \eta^2 + \zeta^2 \right) \right\}$  (4.46)

mit  $\boldsymbol{\xi} = (\xi, \eta, \zeta)^T$ . Es wird eine Konvektion durch die Geschwindigkeit  $u_c$  in x-Richtung angenommen und die Konvektion in y- und z-Richtung vernachlässigt ( $v_c = 0$ ;  $w_c = 0$ ). Die Zeitskala  $\tau_s$  beschreibt eine zeitliche Korrelationszeit, abgeleitet von statistischen Turbulenzgrößen des Turbulenzmodells

$$\tau_s = c_\tau \frac{k}{\epsilon} \tag{4.47}$$

mit  $c_{\tau} = 0,233. k$  und  $\epsilon$  kennzeichnen die turbulente kinetische Energie und die turbulente Dissipationsrate.  $l_s^*$  stellt eine integrale Längenskala dar

$$l_s^* = c_l^* \frac{k^{3/2}}{\epsilon} \tag{4.48}$$

mit  $c_l^* = 0,256.$ 

Die Korrelationsfunktion, Gl. (4.46), entspricht der von der RPM-Methode generierten Zwei-Punkt-Korrelation, Gl. (4.5), wenn eine konstante Grundströmung in x-Richtung  $\boldsymbol{u}_c = (u_c, 0, 0)^T$  benutzt wird:

$$\langle Q(\boldsymbol{x},t)Q(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{\xi},t+\tau)\rangle = \hat{R}\exp\left\{-\frac{|\tau|}{\tau_s} - \frac{\pi}{4l_s^2}\left((\boldsymbol{\xi}-u_c\tau)^2 + \eta^2 + \zeta^2\right)\right\}.$$
 (4.49)

Die Längenskala ist für die Modellierung mit RPM entsprechend

$$l_s = l_s^* \sqrt{\pi/4 \ln(2)} = 1,064 l_s^* \tag{4.50}$$

anzupassen, damit diese mit der Längenskala von Tam & Auriault [121] übereinstimmt. Somit folgt für die RPM-Methode

$$l_s = c_l \frac{k^{3/2}}{\epsilon} \tag{4.51}$$

mit  $c_l = 0,273$ . Des Weiteren gilt für die Varianz  $\hat{R} = A/\tau_s^2$ . Es ist zu beachten, dass die durch die RPM-Methode generierten Fluktuationen näherungsweise die Taylor'sche Konvektionshypothese erfüllen, welche die Substitution  $|\xi|/u_c$  für  $|\tau|$  in Gl. (4.49) erlaubt, die damit in Gl. (4.46) übergeht. Streng genommen beschreiben die Zwei-Punkt-Korrelationen keine eingefrorene Turbulenz, da sie einen zeitlichen Dekorrelationsmechanismus beinhalten. Daher sind Gl. (4.46) und Gl. (4.49) nicht exakt identisch. Die kleinen Unterschiede wurden detailliert von Morris & Boluriaan [87] diskutiert.

An dieser Stelle ist anzumerken, dass alle weiteren Terme in Gl. (4.43) in ähnlicher Art statistisch mit RPM modelliert werden können, wie zuvor für Gl. (4.45) beschrieben [89].

### 4.3.3 Gleichungssystem

Im Folgenden ist das Gleichungssystem des RPM-CN-Ansatzes [89] für die numerische Simulation von turbulentem Verbrennungslärm zusammengefasst. Dieses beinhaltet die in Abschnitt 4.3.1 hergeleitete Druckgleichung für reagierende Strömungen mit dem Verbrennungslärmquellterm auf der rechten Seite. Die hergeleitete Druckgleichung, Gl. (4.30), entspricht der linken Seite der Druckgleichung der LEE, Gl. (2.84), und wird in Kombination mit der Kontinuitäts- und der Impulsgleichung der ursprünglichen LEE, Gln. (2.82) und (2.83), zur Berechnung der Ausbreitung des Verbrennungslärms gelöst.

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \widetilde{\boldsymbol{u}} \cdot \boldsymbol{\nabla} \rho' + \boldsymbol{u}' \cdot \boldsymbol{\nabla} \overline{\rho} + \overline{\rho} \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{u}' + \rho' \boldsymbol{\nabla} \cdot \widetilde{\boldsymbol{u}} = 0$$
(4.52)

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}'}{\partial t} + \left(\widetilde{\boldsymbol{u}} \cdot \boldsymbol{\nabla}\right) \boldsymbol{u}' + \left(\boldsymbol{u}' \cdot \boldsymbol{\nabla}\right) \widetilde{\boldsymbol{u}} + \frac{\boldsymbol{\nabla} p'}{\overline{\rho}} - \frac{\boldsymbol{\nabla} \overline{p} \rho'}{\overline{\rho}^2} = \boldsymbol{0}$$
(4.53)

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \widetilde{\boldsymbol{u}} \cdot \boldsymbol{\nabla} p' + \boldsymbol{u}' \cdot \boldsymbol{\nabla} \overline{p} + \gamma \overline{p} \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{u}' + \gamma p' \boldsymbol{\nabla} \cdot \widetilde{\boldsymbol{u}} = q_p$$
(4.54)

Da bei reagierenden RANS-Simulationen gewöhnlich Favre-gemittelte Geschwindigkeiten berechnet werden, werden diese anstelle der Reynolds-gemittelten Geschwindigkeiten in den LEE benutzt. Der Effekt durch Favre- anstatt von Reynolds-gemittelten Geschwindigkeiten auf die Wellenausbreitung kann als vernachlässigbar angenommen werden, da die Strömungsgeschwindigkeiten in technischen Flammen gering sind (Ma < 0, 1) [75].

Der Verbrennungslärmquellterm gemäß Gl. (4.45) basiert auf einer substantiellen Zeitableitung von Favre-Fluktuationen der Temperatur

$$q_p = \frac{\gamma \overline{p}}{\widetilde{T}} \frac{\widetilde{D}T''}{Dt}.$$
(4.55)

Die Zwei-Punkt-Korrelationen der substantiellen Zeitableitung der Temperaturfluktuationen in Gl. (4.55) werden mit Gl. (4.46) modelliert. Die Längen- und Zeitskala  $l_T$  und  $\tau_T$  der turbulenten Temperaturfluktuationen unterscheiden sich von der Längen- und Zeitskala  $l_s$  und  $\tau_s$ , wie sie im Strahllärmmodell von Tam & Auriault [121] Anwendung finden, da andere Modellkonstanten verwendet werden. Um diese eindeutig zu kennzeichnen, werden die betreffenden Parameter im Folgenden  $l_T$ ,  $\tau_T$ ,  $c_{Tl}$  und  $c_{T\tau}$  benannt, anstelle von  $l_s$ ,  $\tau_s$ ,  $c_l$  und  $c_{\tau}$ . Infolgedessen wird die Varianz der substantiellen Zeitableitung der Temperaturfluktuationen

$$\hat{R} = \frac{T''^2}{c_q^2 \tau_T^2}.$$
(4.56)

aus der Varianz der Favre-gemittelten Temperaturfluktuationen  $\widetilde{T''^2}$ , einer Kalibrierungskonstante  $c_q$  und einer turbulenten Zeitskala  $\tau_T$  der Temperaturfluktuationen beschrieben. Aus Gl. (4.56) in Verbindung mit Gl. (4.20) folgt die Amplitude zu

$$\hat{A} = \frac{1}{c_q \tau_T} \sqrt{\frac{\rho_0^c \widetilde{T''^2}}{l_T^n}},$$
(4.57)

wobei n die Dimension kennzeichnet.

Die modellierte Korrelationsfunktion hat drei charakteristische Parameter: die Längenskala  $l_T$  und die Zeitskala  $\tau_T$  der turbulenten Temperaturfluktuationen und die Temperaturvarianz  $\widetilde{T''^2}$ . Die Längenskala  $l_T$  charakterisiert die Größe und die Zeitskala  $\tau_T$  die Abklingzeit der Temperaturfluktuationen.

Die Längen- und Zeitskala  $l_T$  und  $\tau_T$  der turbulenten Temperaturfluktuationen sind durch folgende Beziehungen mit den statistischen Turbulenzgrößen des k- $\epsilon$ -Turbulenzmodells verknüpft:

$$l_T = c_{Tl} \frac{k^{3/2}}{\epsilon},\tag{4.58}$$

$$\tau_T = c_{T\tau} \frac{k}{\epsilon},\tag{4.59}$$

wobei k die turbulente kinetische Energie,  $\epsilon$  die turbulente Dissipationsrate und  $c_{Tl}$  und  $c_{T\tau}$  Kalibrierungskonstanten kennzeichnen.

Zur Berechnung der Temperaturvarianz wird zusätzlich zu den gemittelten Bilanzgleichungen eine Transportgleichung mit den Konstanten  $c_{\text{prod}} = 2,0$  und  $c_{\text{diss}} = 2,0$  numerisch gelöst [54, 100]

$$\frac{\partial \overline{\rho}\widetilde{T''^{2}}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho}\widetilde{u_{j}}\widetilde{T''^{2}}}{\partial x_{j}} = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left\{ \left( \overline{\mu} + \frac{\mu_{t}}{Pr_{t}} \right) \frac{\partial \rho \widetilde{T''^{2}}}{\partial x_{j}} \right\} + c_{\text{prod}} \frac{\mu_{t}}{Pr_{t}} \left( \frac{\partial \widetilde{T}}{\partial x_{j}} \right)^{2} - c_{\text{diss}}\overline{\rho} \frac{\overline{\epsilon}}{\widetilde{k}}\widetilde{T''^{2}}.$$
(4.60)

Abschließend wird die mit RPM generierte Quelle  $\widetilde{D}T''/Dt$  mit dem Vorfaktor

$$F_{q_p} = \frac{\gamma \overline{p}}{\widetilde{T}} \tag{4.61}$$

multipliziert, um den Verbrennungslärmquellterm  $q_s$ , Gl. (4.55), zu realisieren.

### 4.3.4 Diskussion

Der entwickelte Random Particle Mesh for Combustion Noise (RPM-CN)-Ansatz zur turbulenten Verbrennungslärmsimulation beruht auf einer stochastischen Quellrekonstruktion im Zeitbereich mit der RPM-Methode. Bisher wurden stochastische Methoden im Zeitbereich, die Ein- und Zwei-Punkt-Korrelationen erfüllen, ausschließlich für nicht reagierende Strömungen angewandt. Die hergeleitete Druckgleichung mit dem Verbrennungslärmquellterm auf der rechten Seite wird zusammen mit der Kontinuitäts- und der Impulsgleichung der LEE gelöst. Der entwickelte Ansatz verspricht, im Vergleich zu Ansätzen, welche auf einer LES beruhen, hoch effektiv zu sein.

Im Folgenden wird die Eignung der RPM-Methode zur Verbrennungslärmquellmodellierung betrachtet. Die mit der RPM-Methode generierten Zwei-Punkt-Korrelationen der skalaren Quelle sind Gauß-förmig. Derzeit sind keine Daten über die reale Form der Korrelationsfunktion des abgeleiteten Verbrennungslärmquellterms vorhanden. Beim Einfluss der Längenskala auf die Akustik ist zwischen kohärenten und inkohärenten Quellfluktuationen zu unterscheiden. Ist die turbulente Längenskala kleiner als die akustische Wellenlänge, so können die kohärenten Schallquellen als akustisch kompakt erachtet werden, was bedeutet, dass die Akustik nur durch die lokale Korrelationslänge bestimmt wird und nicht durch die Form der Korrelationsfunktion. Die Annahme der Kompaktheit ist mit guter Näherung für Verbrennungslärm bei kleinen Mach-Zahlen, wie sie in den meisten technischen Verbrennungsprozessen vorliegen, gegeben. Daher kann die Verwendung einer räumlichen Gauß-Verteilung als geeignet erachtet werden, unabhängig von der tatsächlich vorliegenden Form.

Das hergeleitete Gleichungssystem des RPM-CN-Ansatzes hat vorteilhafte Eigenschaften für die Simulation der Verbrennungslärmausbreitung. Zum einen sind die LEE dazu geeignet, akustische Brechungseffekte in Scherschichten exakt aufzulösen. Das betrifft Grundströmungen mit starken Geschwindigkeits- und Dichtegradienten, wie sie beispielsweise in Verbrennungsproblemstellungen auftreten. Zum anderen transportieren die LEE Entropiemoden und Wirbel. Dies erlaubt die direkte Simulation von indirektem Verbrennungslärm, generiert durch die Beschleunigung von Entropiefluktuationen oder durch die Beschleunigung von Wirbel (vergleiche Kapitel 2.4.2).

# 5 Turbulenter Verbrennungslärm

Im folgenden Kapitel werden Verbrennungslärmsimulationen mit dem in Kapitel 4 entwickelten RPM-CN-Ansatz vorgestellt. Die Validierung, Modellparameteroptimierung und -untersuchungen des hybriden CFD/CAA-Ansatzes werden mit Hilfe von Messdaten der DLR-A- und DLR-B-Flammen durchgeführt. Die Flammen haben einen identischen geometrischen Aufbau und die gleiche Brennstoffzusammensetzung. Die offenen, nicht vorgemischten, turbulenten Strahlflammen unterscheiden sich lediglich in der Brennstoffdüsenaustrittsgeschwindigkeit, und damit der entsprechenden Reynolds-Zahl, und eignen sich somit zum Nachweis der Reynolds-Zahl-Skalierung des numerischen Ansatzes. Zusätzlich werden Verbrennungslärmberechnungen der H3-Flamme vorgestellt und diskutiert. Anhand der offenen, nicht vorgemischten, turbulenten Wasserstoffstrahlflamme, die einen identischen geometrischen Aufbau wie die DLR-A- und die DLR-B-Flammen hat, wird der Einfluss des Brennstoffs auf die Verbrennungslärmsimulation anhand des RPM-CN-Ansatzes ermittelt. Abschließend wird der RPM-CN-Ansatz auf eine eingeschlossene Strahlflamme angewendet. Es werden Simulationsergebnisse der DLR-A-Flamme, die durch ein Hüllrohr eingeschlossen ist, vorgestellt. Anhand dieser Berechnung wird die Eignung des numerischen Ansatzes zur Verbrennungslärmsimulation in eingeschlossenen Geometrien diskutiert.

## 5.1 DLR-A- und DLR-B-Flammen

Die DLR-A- und DLR-B-Flammen wurden im Rahmen des International Workshop on Measurement and Computation of Turbulent Non-Premixed Flames [7] umfassend experimentell untersucht. Die Geschwindigkeitsfelder der reagierenden Strömung wurden mittels Laser Doppler Anemometrie (LDA) von Schneider et al. [109] vermessen. Meier et al. [84] und Bergmann et al. [10] bestimmten die Temperaturverteilung und die Verteilung der chemischen Zusammensetzung der Flammen mittels Raman-, Rayleigh-Streuung- und Laser-Induced Fluorescence (LIF)-Techniken. Die spektrale Schallabstrahlung wurde von Singh et al. [114] experimentell untersucht.

Zunächst werden in diesem Kapitel der experimentelle Aufbau und die numerische Konfiguration der Strömungs- und der Akustiksimulationen dargelegt. Anschließend werden die Ergebnisse der Verbrennungslärmsimulationen mit RPM-CN vorgestellt und diskutiert.

### 5.1.1 Experimenteller Aufbau

Im Strömungsfeld der offenen, nicht vorgemischten, turbulenten Strahlflammen reagiert ein mit Stickstoff verdünntes Methan-Wasserstoff-Gemisch. Der Brennstoff mit einer Zusammensetzung von 22,1 Vol-%  $CH_4$ , 33,2 Vol-%  $H_2$  und 44,7 Vol-%  $N_2$  und einem stöchiometrischen Mischungsbruch von 0, 167 wird durch ein 0, 35m langes, gerades Brennstoffrohr mit einem Innendurchmesser von D = 0,008 m in den axialsymmetrischen Brenner geführt. Die mittlere Brennstoffaustrittsgeschwindigkeit bei der DLR-A-Konfiguration beträgt 42, 15 m/s bei einer Temperatur von 292 K. Die Reynolds-Zahl, basierend auf dem Brennstoffdüsenaustrittsdurchmesser D, der Brennstoffaustrittsgeschwindigkeit  $u_{\text{Jet}}$  und der kinematischen Viskosität des Brennstoffgemischs  $\nu$  entspricht 15 200. Bei der DLR-B-Flamme tritt der Brennstoff mit einer mittleren Geschwindigkeit von 63, 2 m/s bei einer Temperatur von 292 K und einer entsprechenden Reynolds-Zahl von 22 800 aus. In beiden Konfigurationen umströmt eine Mantelströmung von trockener Luft das Brennstoffrohr mit einer mittleren Austrittsgeschwindigkeit von 0, 3 m/s bei einer Temperatur von 292 K. Der Austrittsdurchmesser der Mantelströmung beträgt 0, 14 m. Abb. 5.1 zeigt ein Foto der DLR-A-Flamme und eine Skizze der Mikrofonpositionen.



Abbildung 5.1: DLR-A-Flamme und Mikrofonpositionen

### 5.1.2 Numerische Konfiguration

Im Folgenden wird die numerische Konfiguration der reagierenden Strömungssimulation und der Akustiksimulation vorgestellt.

### Strömungssimulation

Die Simulationen der reagierenden Strömung wurden mit dem kommerziellen Softwarepaket ANSYS CFX 11 durchgeführt. Abb. 5.2a zeigt das dreidimensionale Rechengebiet der Strömungssimulation. Das Rechengebiet wurde durch ein zylindrisches unstrukturiertes Hexaeder-basiertes Gitter mit 370 000 Gitterknoten diskretisiert. Das Rechengebiet umfasst 94 D in axialer und 112 D in radialer Richtung und ist in den Regionen, in denen hohe Gradienten erwartet werden, stark verfeinert. Die Streckungsrate der Gitterzellen wurde auf 10% begrenzt.

Die Brennstoffzufuhr wurde mit einer Geschwindigkeitseinlassrandbedingung abgebildet. Das am Brennstoffeintritt experimentell bestimmte Geschwindigkeitsprofil und die Profile der turbulenten kinetischen Energie und der turbulenten Dissipationsrate der DLR-A- und DLR-B-Flammen wurden bei einer Temperatur von 295 K vorgegeben. Die Mantelströmung wurde mit einem Massenstrom von 5,5 g/s bei einer Temperatur von 295 K und die Turbulenz mit einer niedrigen Intensität von 1% definiert. Die Wände des Brennstoffrohrs und der Mantelströmung wurden mit einer adiabaten Wandrandbedingung modelliert. Die Randbedingungen auf den Flächen, die das Rechengebiet umschließen, wurden mit Druck-Opening-Randbedingungen definiert, die es der Strömung erlauben, in beide Richtungen über die Grenzfläche zu konvektieren. Es wurde die Option Static Pressure for Entrainment verwendet, wobei keine Ausströmrichtung vorzugeben ist. Des Weiteren wurde ein statischer Druck von 0 Pa definiert und die Zero Gradient Option für die Turbulenz gesetzt, wodurch gilt, dass der Geschwindigkeitsgradient normal zur Fläche gleich Null ist [1]. Dies bedeutet, dass keine Änderung der Geschwindigkeit in orthogonaler Richtung zur Fläche angenommen wird.

Die reagierenden Strömungsfelder der DLR-A- und DLR-B-Flammen wurden durch eine numerische Lösung der dreidimensionalen kompressiblen RANS-Gleichungen berechnet. Es wurden unterschiedliche Zwei-Gleichungs- wie auch Reynolds-Stress-Turbulenzmodelle untersucht. Für diese Konfigurationen lieferte das Baseline Reynolds Stress Model (BSL-RSM) [1] die beste Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Chemische Reaktionen wurden mit dem Burning Velocity Model (BVM) [101] berücksichtigt, wobei die vorab bestimmte laminare Flammengeschwindigkeit als Funktion des Mischungsbruchs [19] hinterlegt und die turbulente Flammengeschwindigkeit mit der Ziemont-Korrelation [136] bestimmt wurde. Zusätzlich zu den RANS-Gleichungen wurde eine Temperaturvarianztransportgleichung, Gl. (4.60), numerisch gelöst. Der vollimplizite Löser von ANSYS CFX 11 basiert auf einer finiten Volumenformulierung für unstrukturierte Gitter. Zur Lösung des linearen gekoppelten Gleichungssystems wurde ein Mehrgitterverfahren verwendet. Für die räumliche Diskretisierung wurde ein High Resolution Scheme [100] gewählt. In diesem Fall ist dies ein Aufwind-Verfahren, welches im Wesentlichen zweiter Ordnung genau ist. Lediglich bei lokalen Extrema wird auf erste Ordnung reduziert. In den Simulationen wurde der Auftrieb durch eine Quelle in einer Impulsgleichung berücksichtigt. Wärmestrahlungseffekte wurden nicht berücksichtigt.



a) CFD-Rechengebiet

b) Quellgebiet und CAA-Rechengebiet

#### Akustiksimulation

In Abb. 5.2b sind das Quellgebiet, das Rechengebiet der Akustiksimulation, die Mikrofonpositionen und der Kreis der Druckmonitorpunkte zur Auswertung der Richtcharakteristik dargestellt. Die akustische Quellmodellierung ist bislang auf zweidimensional-ebene Verhältnisse beschränkt. Die stochastische Rekonstruktion der turbulenten Verbrennungslärmquellen mit der RPM-Methode wurde auf einem zweidimensional-ebenen Quellgebiet, dem sogenannten Patch, mit einer Dimension von 31 D in axialer und 5D in radialer Richtung, durchgeführt (siehe Abb. 5.2). Das Quellgebiet spannen 40 Stromlinien auf, wobei jede Stromlinie mit 250 Stützstellen diskretisiert ist.

Die zur akustischen Quellmodellierung notwendigen Größen werden auf dem Quellgebiet und über eine Eingabedatei zur Verfügung gestellt. Wie in Kapitel 4 erläutert ist die

Abbildung 5.2: Rechengebiet der Strömungssimulation, akustisches Quellgebiet, Rechengebiet der Akustiksimulation, Mikrofonpositionen und Kreis der Druckmonitorpunkte zur Richtcharakteristikenauswertung der DLR-A- und DLR-B-Flammen

akustische Quellrekonstruktion eine Funktion des Quellstärkekoeffizienten  $\overline{k}$ , der ein Maß für die Intensität der akustischen Quelle darstellt, der Längenskala  $l_T$  und der Zeitskala  $\tau_T$ der Temperaturfluktuationen. Für eine zweidimensional-ebene Quellmodellierung gilt:

$$\overline{k} = \frac{3\pi}{4} \frac{1}{c_q^2} \frac{1}{l_T^2 \tau_T^2} \widetilde{T}^{\prime\prime\prime 2} = \underbrace{\frac{1}{c_q^2 c_{Tl}^2 c_{T\tau}^2}}_{\text{RPMkfac}} \underbrace{\frac{3\pi}{4} \frac{1}{l^2 \tau^2} \widetilde{T}^{\prime\prime\prime 2}}_{\overline{k}_{\text{Patch}}},$$
(5.1)

$$L_T = \underbrace{c_{Tl}}_{\text{RPMIfac}} \underbrace{\frac{k^{3/2}}{\epsilon}}_{l_{\text{Patch}}},$$
(5.2)

$$\tau_T = \underbrace{c_{T\tau}}_{\text{RPMtfac}} \underbrace{\frac{k}{\epsilon}}_{\tau_{\text{Patch}}}.$$
(5.3)

Des Weiteren ist der Vorfaktor  $F_{q_p}$ , Gl. (4.61), des Quellterms  $q_p$ , Gl. (4.55), auf dem Quellgebiet vorzugeben. Die konstanten Vorfaktoren RPMkfac, RPMlfac und RPMtfac werden in der Eingabedatei definiert. Die Variablen  $\overline{k}_{Patch}$ ,  $l_{Patch}$ ,  $\tau_{Patch}$  und  $F_{q_p}$  werden auf dem Quellgebiet zur Verfügung gestellt. Eine Darstellung der Patchvariablenverteilung auf einem Quellgebiet der DLR-A-Flamme ist in Abb. 5.3 dargestellt. Die Verteilung des Quellstärkekoeffizienten in Abb. 5.3a zeigt unter anderem, dass die dominanten akustischen Quellen im Bereich x/D < 10 nahe dem Brennstoffdüsenaustritt positioniert sind.



Abbildung 5.3: Verteilungen des Quellstärkekoeffizienten, der Längenskala, der Zeitskala und des Vorfaktors des Verbrennungslärmquellterms auf einem Quellgebiet der DLR-A-Flamme

Die akustische Quellrekonstruktion und die Akustiksimulationen wurden mit dem DLR-CAA-Code "Perturbation Investigation of Aerodynamic Noise" (PIANO) [32] durchgeführt. Die Ausbreitung der Akustik wurde durch die numerische Lösung der linearisierten Euler Gleichungen (LEE) berechnet. Es wurde ein Dispersion Relation Preserving (DRP)-Schema vierter Ordnung von Tam & Webb [125] im Raum und die Low-Dissipation and Low-Dispersion Runge-Kutta (LDDRK)-Methode [60] vierter Ordnung für die zeitliche Diskretisierung verwendet. Das Rechengebiet wurde von akustisch nichtreflektierenden Radiation-Randbedingungen nach Tam & Webb [125] umschlossen. Alle Simulationen wurden und ohne Dämpfung gerechnet.

Das CAA-Rechengebiet wurde durch ein zweidimensional-ebenes blockstrukturiertes Gitter diskretisiert (siehe Abb. 5.2b). Das Rechengebiet umfasst 94 D in axialer und 113 D in radialer Richtung, ist in acht Blöcke unterteilt und erstreckt sich so bis zu den äußeren Mikrofonpositionen. Rechenläufe wurden auf fünf unterschiedlich diskretisierten Rechengittern durchgeführt. In Tab. 5.1 sind die Eigenschaften der untersuchten CAA-Rechengitter aufgetragen.

#	$\Delta x_{\text{Patch}} [\text{m}]$	$\Delta t_{\rm CAA} [{\rm s}]$	$l_{T,\min}$ [m]	Gitterknoten
1	0,00200	$2 \cdot 10^{-6}$	0,00600	54 000
2	0,00150	$1,5\cdot 10^{-6}$	0,00450	66 000
3	0,00100	$1 \cdot 10^{-6}$	0,00300	94 000
4	0,00075	$0,75 \cdot 10^{-6}$	0,00225	125000
5	0,00050	$0,5\cdot 10^{-6}$	0,00150	191 000

Tabelle 5.1: Eigenschaften der CAA-Rechengitter

Die CAA-Rechengitter unterscheiden sich in der jeweiligen Gitterweite im Quellgebiet. Die Gitterweite im Quellgebiet ist bei allen Rechengittern in x- und y-Richtung gleich und äquidistant ( $\Delta x_{\text{Patch}} = \Delta y_{\text{Patch}}$ ). Außerhalb des Quellgebiets ist die maximale Gitterweite  $\Delta x_{\text{max}} = \Delta y_{\text{max}} = 0,0045$ m für alle Rechengitter identisch und die Streckungsrate auf 10% beschränkt. Die maximale Gitterweite wurde durch die maximal aufzulösende Frequenz  $f_{\text{max}}$  und die Anzahl der erforderlichen Stützstellen pro Wellenlänge bei dem verwendeten räumlichen Diskretisierungsverfahren ermittelt. Alle untersuchten Rechengitter lösen mit dem verwendeten DRP-Disketisierungsschema [125] akustische Wellen bis zu einer maximalen Frequenz von  $f_{\text{max}} = 11\,000\,\text{Hz}$ , basierend auf 7 Punkten pro Wellenlänge (PPW), auf. Weiterhin ist die maximal zulässige Zeitschrittweite der Akustiksimulation  $\Delta t_{\text{CAA.max}}$  eine Funktion der minimalen Gitterweite im Rechengebiet und der Mach-Zahl [32]:

$$\Delta t_{\text{CAA,max}} = \frac{2,83\Delta x_{\min}}{\pi \left(1 + Ma\right)}.$$
(5.4)

In Tab. 5.1 ist die in den Akustiksimulationen verwendete Zeitschrittweite  $\Delta t_{\text{CAA}}$  der verschiedenen Rechengitter aufgetragen. Diese ist im Vergleich zur maximal zulässigen Zeitschrittweite  $\Delta t_{\text{CAA,max}}$ , Gl. (5.4), etwas geringer gewählt, um numerische Instabilitäten bei der Berechnung der Akustikausbreitung über die steilen Geschwindigkeits- und Dichtegradienten des Strömungsfelds zu vermeiden. Die mit dem Quellmodell rekonstruierten Fluktuationen sind vom Rechengitter erfahrungsgemäß mit mindestens drei Stützstellen aufzulösen [42]. Die minimale aufgelöste Längenskala  $l_{T,\min}$  der akustischen Quellen folgt daher als Funktion der konstanten Gitterweite  $\Delta x_{\text{Patch}}$  im Quellgebiet zu

$$l_{T,\min} = 3\Delta x_{\text{Patch}}.$$
(5.5)

### 5.1.3 Ergebnisse

Zunächst werden die Ergebnisse der reagierenden Strömungssimulationen der DLR-Aund DLR-B-Flammen mit den Messdaten verglichen. Es folgt eine Validierung der Verbrennungslärmsimulationen anhand der experimentellen Daten. Anschließend werden verschiedene Modellierungsansätze und Modellparameterstudien des RPM-CN-Ansatzes vorgestellt und diskutiert. Der Einfluss von Refraktionseffekten und der Einfluss des Isentropenexponenten auf die Berechnung der Akustikausbreitung wird numerisch untersucht. Abschließend wird der Rechenaufwand der RPM-CN-Simulationen dargestellt.

### Strömungsfeld

In Abb. 5.4 sind berechnete Verteilungen der Axialgeschwindigkeit, des Mischungsbruchs und der Temperatur der DLR-A-Flamme dargestellt. Berechnete axiale Profile bei y/D = 0und radiale Profile in verschiedenen Ebenen der Axialgeschwindigkeit, des Mischungsbruchs, der Temperatur und der Standardabweichung der Temperatur der DLR-A-Flamme sind in Abb. 5.5 und 5.6 Messwerten gegenübergestellt. In Abb. 5.7 und 5.8 sind die berechneten axialen Profile bei y/D = 0 und berechnete radiale Profile der Axialgeschwindigkeit, des Mischungsbruchs, der Temperatur und der Standardabweichung der Temperatur gegen Messwerte der DLR-B-Flamme aufgetragen. Für die Axialgeschwindigkeit der DLR-B-Flamme liegen keine Messdaten vor. Der Mischungsbruch wurde nach der Definition von Bilger [11] berechnet und der Referenzdurchmesser entspricht dem Düsenaustrittsdurchmesser des Brennstoffrohrs D = 0,008 m.

Die berechneten axialen und radialen Profile der DLR-A- und DLR-B-Flammen weisen eine gute Übereinstimmung mit den Messdaten auf. Die berechneten Axialgeschwindigkeitsprofile bei y/D = 0 in Abb. 5.5a zeigen insbesondere für x/D < 20 und x/D > 60 eine sehr gute Übereinstimmung mit den Messdaten. Im Bereich 20 < x/D < 60 treten gewisse Abweichungen im Vergleich zu den experimentell bestimmten Axialgeschwindigkeitsprofilen auf. Diese Abweichungen sind auch in den radialen Profilen in Abb. 5.6a erkennbar. Für x/D > 20 ist die berechnete Axialgeschwindigkeit auf der Achse geringer als bei den Messdaten und der Strahl etwas breiter. Die berechneten axialen und radialen Profile des Mischungsbruchs (siehe Abb. 5.5b, 5.6b, 5.7b und 5.8b) und der Temperatur (siehe Abb. 5.5c, 5.6c, 5.7c und 5.8c) sind in guter Übereinstimmung mit den experimentellen Daten, zeigen jedoch ebenfalls im Bereich 20 < x/D < 60 gewisse Abweichungen. Die Transportgleichung für die Temperaturvarianz liefert in Kombination mit der RANS-Simulation eine zufriedenstellende Übereinstimmung der axialen und radialen Profile der Standardabweichung der Temperatur mit den Messdaten (siehe Abb. 5.5d, 5.6d, 5.7d und 5.8d). Die Amplituden der Profile werden durch die Simulation gut abgebildet, jedoch zeigt sich in der Form eine im Vergleich mit den Messdaten breitere Flamme.

Detaillierte numerische Untersuchungen haben gezeigt, dass die Abweichungen des berechneten Strömungsfelds nicht von den Randbedingungen oder der Verbrennungsmodellierung abhängig sind. Weiterhin ergaben Simulationen mit einem stark verfeinerten Rechengitter von 2 100 000 Gitterknoten keine erwähnenswerte Verbesserung der Simulationsergebnisse im Vergleich mit den Messdaten. Es wurden unterschiedliche RANS-Turbulenzmodelle getestet und das Baseline Reynolds Stress Model (BSL-RSM) lieferte in diesem Fall die beste Übereinstimmung mit den Messdaten. Es wurde schon in anderen Untersuchungen beobachtet, dass Standard-RANS-Turbulenzmodelle nicht optimal dafür geeignet sind, die Mischungsprozesse eines Freistrahls akkurat zu berechnen [105]. Zum einen werden instationäre Phänomene nicht berücksichtigt und zum anderen wird die Turbulenz vereinfacht modelliert, wodurch die turbulenten Mischungsprozesse nicht adäquat wiedergegeben werden. Jedoch konnten mit modifizierten Zweigleichungsturbulenzmodellen, die in jüngerer Vergangenheit entwickelt wurden, gute Simulationsergebnisse für runde Freistrahlen erzielt werden [53]. Abweichungen des Mischungsbruchs und der Temperatur von den Messdaten sind auch in dem nicht exakt berechneten Geschwindigkeitsfeld begründet. Die Abweichungen des Profils der Standardabweichung der Temperatur von den experimentellen Daten sind in der vereinfachten Turbulenz- und Verbrennungsmodellierung verursacht, da die Temperaturvarianztransportgleichung, Gl. (4.60), eine Funktion der turbulenten kinetischen Energie, der turbulenten Dissipationsrate und der Temperatur ist. Dennoch liefert der verwendete Simulationsansatz eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit den Messdaten bei einem sehr geringen Rechenaufwand. Die Ergebnisse sind insbesondere für die Verbrennungslärmsimulationen mit RPM-CN geeignet, da die wesentlichen akustischen Quellen (siehe Abb. 5.3a) im Bereich der guten Übereinstimmung der Simulationen mit den Messdaten bei x/D < 10 lokalisiert sind.



Abbildung 5.4: Verteilung der Axialgeschwindigkeit, des Mischungsbruchs und der Temperatur der DLR-A-Flamme

### Validierung

Im folgenden Abschnitt wird die Validierung des RPM-CN-Ansatzes anhand von Vergleichen der rekonstruierten Verbrennungslärmquellen mit den Modelldefinitionen der RPM-Methode, von berechneten mit experimentell bestimmten Schalldruckpegelspektren und mit einem von Tam et al. [124] vorgeschlagenen Ähnlichkeitsspektrum durchgeführt.

**Quellrekonstruktion** Zunächst werden numerische Untersuchungen vorgestellt, in denen die Genauigkeit der stochastischen Quellmodellierung bei der Berechnung der vorgegebenen Zwei-Punkt-Korrelationen und der Rekonstruktion der Quellvarianz analysiert wird.

Abb. 5.9 zeigt eine statistische Auswertung des mit der RPM-Methode generierten fluktuierenden Quellterms. Dieser wurde in einem generischen Testfall für eine konstante Konvektionsgeschwindigkeit ( $u_c = 13, 8 \text{ m/s}$ ), eine konstante Längen- ( $l_T = 0,0005 \text{ m}$ ) und eine konstante Zeitskala ( $\tau_T = 1, 45 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ ) berechnet. Die aufgetragene Zwei-Punkt-Korrelation  $\mathcal{R}_{12}$  zwischen zwei Stützstellen *i* für die jeweilige Zeitverschiebung  $\tau$  wurde aus den instationären Zeitreihen des Quellterms  $Q_i(x_i, t)$  durch die Integration über das Zeitintervall  $\Delta T$  ausgewertet:

$$\mathcal{R}_{12}(\tau) = \overline{Q_1(x_1, t)Q_2(x_2, t+\tau)} = \frac{1}{\Delta T} \int_{T_0}^{T_0 + \Delta T} Q_1(x_1, t)Q_2(x_2, t+\tau) \mathrm{d}t.$$
 (5.6)



Abbildung 5.5: Profile der Axialgeschwindigkeit, des Mischungsbruchs, der Temperatur und der Standardabweichung der Temperatur beiy/D=0der DLR-A-Flamme



Abbildung 5.6: Radiale Profile der Axialgeschwindigkeit, des Mischungsbruchs, der Temperatur und der Standardabweichung der Temperatur der DLR-A-Flamme



Abbildung 5.7: Profile der Axialgeschwindigkeit, des Mischungsbruchs, der Temperatur und der Standardabweichung der Temperatur bei $y/D\,=\,0$ der DLR-B-Flamme



Abbildung 5.8: Radiale Profile der Axialgeschwindigkeit, des Mischungsbruchs, der Temperatur und der Standardabweichung der Temperatur der DLR-B-Flamme

Alle 14 verwendeten Stützstellen sind äquidistant entlang der x-Achse mit einem konstanten Abstand ( $\Delta x = 0,001 \,\mathrm{m}$ ) verteilt. Beginnend mit der am weitesten links liegenden Zwei-Punkt-Korrelationskurve bezieht sich die Folge von Korrelationskurven auf die Zwei-Punkt-Korrelationen zwischen den Punktkombinationen 1-2 und 1-14.

Abb. 5.9 zeigt, dass die vorgegebene räumliche und zeitliche Korrelation sehr gut durch die RPM-Methode rekonstruiert wird. Das heißt, für eine bestimmte Kombination von zwei Stützstellen haben die jeweiligen generierten Zwei-Punkt-Korrelationen die vorgegebene Gauß-Form. Darüber hinaus nimmt die maximale Korrelation ab, je weiter stromab die zweite Stützstelle gewählt wird. Die Einhüllende aller Kurven hat einen exponentiellen Abfall. Es kann im Vergleich zur analytischen Einhüllenden  $\exp(-|\tau|/\tau_T)$  nur eine sehr geringe Abweichung festgestellt werden. Die horizontale Position des Maximums der Zwei-Punkt-Korrelationen ist sukzessive zu einer größeren Zeitverschiebung  $\tau$  für die Zwei-Punkt-Korrelationen mit weiter stromab liegender zweiter Stützstelle verschoben. Der konstante Zeitabstand von  $\Delta \tau = 7, 25 \cdot 10^{-5}$  s zwischen den Maxima spiegelt die Vorgabe einer konstanten Konvektionsgeschwindigkeit wieder. Basierend auf der konstanten Zeitverschiebung  $\Delta \tau = 7, 25 \cdot 10^{-5}$  s zwischen den Maxima und dem identischen Abstand zwischen je zwei Stützstellen  $\Delta x = 0,001$  m kann die definierte Konvektionsgeschwindigkeit in x-Richtung  $u_c = 13, 8$  m/s exakt realisiert werden.

Eine weitere wichtige Eigenschaft des stochastischen Modells ist die akkurate Rekonstruktion der Quellvarianzverteilung  $\hat{R}$ , Gl. (4.56). Um diese Eigenschaft der RPM-Methode darzustellen, zeigt Abb. 5.10 die vorgegebene Verteilung der Quellvarianz aus RANS, eine Momentaufnahme der Quellverteilung von RPM und die zeitgemittelte Quellvarianzverteilung des RPM-Modells. Die durch RPM realisierte Quellvarianzverteilung wurde durch eine Mittelung von 100 000 Momentaufnahmen der Quellverteilung erzeugt. Die aus der RPM-Methode resultierende Quellvarianzverteilung zeigt eine sehr gute Übereinstimmung mit der RANS-Vorgabe sowohl bezüglich der Struktur als auch bezüglich der absoluten Amplituden.

**Parameteroptimierung** Alle im Folgenden diskutierten Schalldruckpegelspektren wurden durch eine Fast Fourier Transformation (FFT) der berechneten Schalldruckreihen generiert. Die Schalldruckreihen mit einer Gesamtzeit von 0,2 s wurden mit einer Mittelungsprozedur in Intervalle unterteilt und deren geglättete spektrale Verteilung berechnet. Entsprechend dem Nyquist-Shannon-Theorem liefert die Auswertung eine Auflösung bis zu einer minimalen Frequenz von 100 Hz. Das Schalldruckpegelspektrum wurde mit einem Schmalbandspektrum von 25 Hz analog zu den Messdaten [114] berechnet.

Die Rechenläufe in der vorliegenden Arbeit wurden für zweidimensional-ebene Verhältnisse durchgeführt, da die akustische Quellmodellierung mit der RPM-Methode bislang auf zweidimensional-ebene Verhältnisse beschränkt ist. Bei zweidimensional-ebenen Akustiksimulationen wird die Schallabstrahlung in der dritten Raumrichtung vernachlässigt.


Abbildung 5.9: Analytische Einhüllende, analytische Korrelation und Zwei-Punkt-Korrelationen der rekonstruierten Quellen



Abbildung 5.10: Verteilung der Quellvarianz aus RANS, Momentaufnahme der RPM-Quellverteilung und Quellvarianzverteilung der stochastisch rekonstruierten Quellen der DLR-A-Flamme

Insbesondere wird eine radiale Abnahme der Schalldruckamplitude proportional  $1/\sqrt{r}$ anstelle von 1/r realisiert [31]. Weiterhin werden durch die ebene Behandlung der Akustikausbreitung Brechungseffekte an den steilen Geschwindigkeits- und Dichtegradienten des Strömungsfelds nicht akkurat berücksichtigt. Aus diesem Grund sind im Folgenden zur Validierung der Quellmodellierung die berechneten Schalldruckpegelspektren der DLR-Aund DLR-B-Flammen an der Mikrofonposition #1 (siehe Abb. 5.1) aufgetragen. Die an dieser Position detektierten Schallwellen sind von relativ geringen akustischen Brechungseffekten beeinflusst, da sich akustische Wellen auf dem Weg zur Mikrofonposition #1 näherungsweise senkrecht über die Grundströmungsgradienten (siehe Abb. 5.4) ausbreiten. Der Einfluss von Brechungseffekten wird in Abschnitt 5.1.3 detaillierter numerisch untersucht.

Aufgrund bisher nicht vorhandener Daten bezüglich der typischen Form der Korrelationsfunktion des hier verwendeten Verbrennungslärmquellterms  $q_p$ , Gl. (4.55), sind die Parameter  $c_{Tl}$  und  $c_{T\tau}$  zur Berechnung der Längen- und Zeitskala  $l_T$  und  $\tau_T$ , Gl. (4.58) und (4.59), und auch der die Amplitude A, Gl. (4.57), erfassende Parameter  $c_q$  zu bestimmen. Im ersten Schritt wurden die Konstanten entsprechend der RPM-Realisierung [21, 39, 91] von Tam & Auriault's Strahllärmmodell [121] gewählt. Die in Abb. 5.11 dargestellten Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen wurden daher mit den Parametern  $c_{Tl} = c_l = 0,273$  und  $c_{T\tau} = c_{\tau} = 0,233$  berechnet. Da die zweidimensionalebene Quelltermmodellierung noch nicht bezüglich der Amplitude angepasst ist, werden die Schalldruckpegelspektren nicht absolut mit den Messdaten [114] verglichen. Für einen Vergleich mit den Messdaten sind die berechneten Schalldruckpegelspektren mit einer A-Gewichtung (dBA) aufgetragen. Der A-Gewichtungsfilter ist eine frequenzabhängige Korrektur des Schalldruckpegels, durch die das physiologische Hörvermögen des menschlichen Ohrs abgebildet werden soll [34]. Die Form wie auch die relative Amplitudenverschiebung der berechneten Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen in Abb. 5.11 zeigen im Vergleich mit den Messdaten größere Abweichungen. Dies ist nicht verwunderlich, da nicht zu erwarten ist, dass die Längen- und Zeitskalen der Temperaturfluktuationen,  $l_T$  und  $\tau_T$ , identisch zu denen der akustischen Quellfluktuationen eines kalten Strahls,  $l_s$  und  $\tau_s$ , sind. Daher waren die Parameter  $c_{Tl}$ ,  $c_{T\tau}$  und  $c_q$  für die zweidimensional-ebene Verbrennungslärmsimulation mit RPM-CN zu optimieren.

In Abb. 5.12 und 5.13 sind Variationen der Parameter  $c_{Tl}$  und  $c_{T\tau}$  aufgetragen, die den Einfluss der Konstanten auf die berechneten Schalldruckpegelspektren der DLR-Aund DLR-B-Flammen darstellen. Der Parameter  $c_q$  bewirkt entsprechend Gl. (4.57) eine reine Amplitudenverschiebung der Schalldruckpegelspektren. Daher wird auf eine Darstellung der berechneten Schalldruckpegelspektren mit verschiedenen  $c_q$  verzichtet. Die Schalldruckpegelspektren sind ohne A-Gewichtung ausgewertet, um den Einfluss der Filterfunktion auszuschließen.



Abbildung 5.11: Gemessene und berechnete A-gewichtete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen mit  $c_{Tl} = 0,273$  und  $c_{T\tau} = 0,233$ 

Die berechneten Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen zeigen ähnliche Abhängigkeiten von den Parametern  $c_{Tl}$  und  $c_{T\tau}$ . Bei verändertem  $c_{Tl}$  ist in Abb. 5.12 für f > 1000 Hz eine geringe Amplitudenverschiebung bei unverändertem spektralem Verlauf festzustellen. Lediglich im niedrigen Frequenzbereich ist eine geringe Veränderung der spektralen Form erkennbar. Die Abhängigkeit der Schalldruckpegelamplituden von  $c_{Tl}$  folgt zum einen direkt aus der Amplitudenfunktion  $\hat{A}$ , Gl. (4.57), die eine Funktion von  $1/l_T$  ist. Zum anderen beeinflusst der die Längenskala der Temperaturfluktuationen  $l_T$  skalierende Parameter  $c_{Tl}$  das Volumen der Quellfluktuationen und damit implizit die Schalldruckpegelamplituden. Die beiden Effekte wirken entgegengesetzt. Eine Erhöhung von  $c_{Tl}$  bedingt eine Absenkung der Amplitude aufgrund der geringeren Amplitudenfunktion. Das größere Korrelationsvolumen hingegen generiert Fluktuationen der Quelle mit höherer Schallintensität und bedingt somit einen Anstieg der Amplitude. Abb. 5.12 zeigt, dass der letztgenannte Effekt über den Einfluss durch die Amplitudenfunktion im dargestellten Bereich dominiert. Der zeitliche Zerfall und somit der spektrale Verlauf ist keine Funktion von  $c_{Tl}$ .

Die Variation von  $c_{T\tau}$  in Abb. 5.13 bedingt eine Veränderung der Form wie auch der Amplitude der berechneten Schalldruckpegelspektren. Mit steigendem  $c_{T\tau}$  fallen die Amplituden und die Form der Spektren zeigt einen stärkeren Abfall hin zu höheren Frequenzen. Die Amplitudenverschiebung in Abhängigkeit von  $c_{T\tau}$  ist mit der Amplitudenfunktion  $\hat{A}$ , Gl. (4.57), die eine Funktion von  $1/\tau_T$  ist, zu erklären. Die spektrale Form wird durch den zeitlichen Zerfall entsprechend Gl. (4.49) und somit ebenfalls durch den Parameter  $c_{T\tau}$ , der die Zeitskala  $\tau_T$  skaliert, beeinflusst. Eine Erhöhung von  $c_{T\tau}$  bedingt einen langsameren zeitlichen exponentiellen Zerfall der fluktuierenden Quellen und führt zu einem



Abbildung 5.12: Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen für verschiedene  $c_{Tl}$  bei konstantem  $c_{T\tau} = 0,233$ 



Abbildung 5.13: Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen und verschiedene  $c_{T\tau}$  bei konstantem  $c_{Tl} = 0,273$ 

steileren Abfall der berechneten Schalldruckpegelspektren hin zu höheren Frequenzen.

Um einen optimierten Parametersatz für die Verbrennungslärmmodellierung der DLR-Aund DLR-B-Flammen mit dem zweidimensional-ebenen RPM-CN-Ansatz zu ermitteln, wurde eine Parameteroptimierung nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate vorgenommen. Hierfür wurde eine Vielzahl von Simulationsrechenläufen durchgeführt. Jede Berechnung wurde mit einem unterschiedlichen Parametersatz gerechnet. Um die beste Übereinstimmung zwischen den berechneten Schalldruckpegelspektren und den Messdaten zu erhalten, wurde eine lineare Korrelation zwischen den Parametern und dem resultierenden Schalldruckpegelspektrum angenommen. Dies führt zu einer kleinsten Fehlerquadrateformulierung, die für jeden Parameter gelöst werden kann. Die Parameteroptimierung wurde mit Hilfe der Software MATLAB durchgeführt.

Wie Abb. 5.12 zeigt, ist der Einfluss von  $c_{Tl}$  auf die berechnete spektrale Form und die relative Amplitudenverschiebung zwischen den berechneten Schalldruckpegelspektren sowohl für die DLR-A- als auch die DLR-B-Flamme gering. Daher wird für den optimierten Modellparametersatz entsprechend dem Strahllärmmodell von Tam & Auriault [121]  $c_{Tl} = 0,273$  verwendet. Weiterhin folgt aus der Parameteroptimierung mit MATLAB die beste Übereinstimmung mit den Messdaten für  $c_{T\tau} = 1,89$  und für  $c_q = 251,19$ . Die Quelltermmodellierung zeigt bezüglich der zweiten und höheren Dezimalstellen von  $c_{T\tau}$ jedoch nur eine geringe Sensitivität. Aus diesem Grund wird im Folgenden aus den schon vorhandenen Berechnungsergebnissen (siehe Abb. 5.13)  $c_{T\tau} = 1,864$  gewählt.

Die mit den optimierten Parametern  $c_{Tl} = 0,273$ ,  $c_{T\tau} = 1,864$  und  $c_q = 251,19$  berechneten und die gemessenen Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen an der Mikrofonposition #1 sind A-gewichtet in Abb. 5.14 aufgetragen. Die berechneten Schalldruckpegelspektren sind sowohl für die DLR-A- als auch für die DLR-B-Flamme in sehr guter Übereinstimmung mit den experimentell ermittelten Daten über den gesamten Frequenzbereich. Die Form wie auch die absoluten Amplituden der berechneten Schalldruckpegelspektren zeigen nur sehr geringe Abweichungen von den experimentell erhobenen Daten. Die gute Übereinstimmung der Simulationen beider Flammen mit den experimentellen Daten weist auf die Unabhängigkeit des RPM-CN-Ansatzes von der Reynolds-Zahl hin.



Abbildung 5.14: Gemessene und berechnete A-gewichtete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen mit den optimierten Parametern

In Abb. 5.15, 5.16, 5.17 und 5.18 sind die mit den optimierten Parametern berechneten Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen den experimentell ermittelten Daten an den Mikrofonpositionen #1 bis #9 gegenübergestellt. Die Ubereinstimmung der Simulations- mit den Messdaten ist für die DLR-A- und DLR-B-Flammen vergleichbar. An den radial versetzten Mikrofonpositionen #1 bis #5 (siehe Abb. 5.1) in der Brennstoffaustrittsebene zeigen die berechneten Schalldruckpegelspektren sowohl für die DLR-A- als auch für die DLR-B-Flamme eine sehr gute Übereinstimmung mit den Messdaten. Die nicht exakt abgebildete radiale Abnahme der Amplitude entsprechend  $1/\sqrt{r}$  durch die zweidimensional-ebene numerische Behandlung der Akustikausbreitung anstelle von 1/r zeigt in diesem Fall keinen ausschlaggebenden Einfluss aufgrund der geringen radialen Ausbreitungsdistanz. An den stromab versetzten Mikrofonpositionen #6bis #9 sind Abweichungen von den experimentellen Daten festzustellen. Die berechneten Schalldruckpegelspektren sind im niedrigen Frequenzbereich unter- und im höheren Frequenzbereich, speziell an den Mikrofonpositionen #7 und #8, überbestimmt. Die berechnete spektrale Form weicht daher von den gemessenen Schalldruckpegelspektren ab. Die Abweichung der berechneten von den gemessenen Schalldruckpegelspektren wird in der zweidimensional-ebenen Behandlung der Akustikausbreitung und damit auch in der vereinfachten Behandlung von Refraktionseffekten vermutet. Der Einfluss von Refraktionseffekten auf die Berechnung der Akustikausbreitung wird in Abschnitt 5.1.3 detailliert numerisch untersucht.

**Åhnlichkeitsspektrum** Tam et al. [124] analysierten umfassende experimentelle Messdaten, die zeigen, dass der abgestrahlte Verbrennungslärm von Flugzeughilfstriebwerken (Auxiliary Power Units, APU) einem Ähnlichkeitsspektrum folgt. Die gefundene spektrale Form ist identisch zum F-Noise-Spektrum, dem Ähnlichkeitsspektrum von Hochgeschwindigkeitsstrahlen, das durch große turbulente Strukturen generiert wird [123]. Darüber hinaus beobachteten Tam et al. [124], dass abgestrahlter Verbrennungslärm von einer offenen turbulenten Flamme ebenfalls dem F-Noise-Ähnlichkeitsspektrum folgt.

In Abb. 5.19 sind das F-Noise-Spektrum und die mit den optimierten Parametern berechneten Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen aufgetragen. Das Diagramm zeigt, dass die mit dem RPM-CN-Ansatz berechneten Verbrennungslärmspektren ineinander fallen und in guter Übereinstimmung mit dem von Tam et al. [124] vorgeschlagenen Ähnlichkeitsspektrum sind. Dies belegt zusätzlich die Allgemeingültigkeit der optimierten Parameter zur Verbrennungslärmberechnung für Strahlflammen mit RPM-CN.



Abbildung 5.15: Gemessene und mit den optimierten Parametern berechnete A-gewichtete Schalldruckpegelspektren der DLR-A-Flamme an den Mikrofonpositionen #1 bis #5



Abbildung 5.16: Gemessene und mit den optimierten Parametern berechnete A-gewichtete Schalldruckpegelspektren der DLR-A-Flamme an den Mikrofonpositionen #6 bis #9



Abbildung 5.17: Gemessene und mit den optimierten Parametern berechnete A-gewichtete Schalldruckpegelspektren der DLR-B-Flamme an den Mikrofonpositionen #1 bis #5



Abbildung 5.18: Gemessene und mit den optimierten Parametern berechnete A-gewichtete Schalldruckpegelspektren der DLR-B-Flamme an den Mikrofonpositionen #6 bis #9



Abbildung 5.19: F-Noise-Ähnlichkeitsspektrum und mit den optimierten Parametern berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen

#### Modellierungsansätze

Im folgenden Abschnitt werden verschiedene Modellierungsansätze von RPM-CN vorgestellt. Zunächst wird der Einfluss unterschiedlicher Zerfallsmechanismen auf die Verbrennungslärmsimulation diskutiert. Es folgt eine Analyse der Ortsabhängigkeit der Amplitudenfunktion.

**Zerfallsmechanismen** Die mit dem RPM-CN-Ansatz generierten Verbrennungslärmquellfluktuationen werden durch unterschiedliche Zerfallsmechanismen beeinflusst. Auf die modellierten Korrelationen der akustischen Quellen können aufgrund der numerischen Realisierung zeitliche Zerfalls- und/oder Scherprozesse einwirken. Der zeitliche Zerfall der Quellfluktuationen entsprechend  $\exp(-|\tau|/\tau_T)$  in Gl. (4.5) ist eine Funktion der Zeitskala  $\tau_T$ , Gl. (4.59). Durch einen hohen Wert von  $c_{T\tau}$ , der einen langsamen zeitlichen Zerfall bedingt, kann der zeitliche Zerfall künstlich vernachlässigbar klein gehalten werden.

Das RPM-CN-Verbrennungslärmmodell basiert auf dem Strahllärmmodell von Tam & Auriault [121]. In diesem wird die axiale Konvektionsgeschwindigkeit als Funktion der Axialgeschwindigkeit auf der Mittellinie ( $u_c = 0, 67 \cdot \tilde{u}_{y/D=0}$ ) approximiert. Die Konvektionsgeschwindigkeitskomponenten in radialer und azimutaler Richtung werden vernachlässigt ( $v_c = 0$ ;  $w_c = 0$ ). Bei dieser Realisierung der Konvektionsgeschwindigkeit findet aufgrund einer radial nicht veränderlichen Axialgeschwindigkeit keine Scherung statt.

Die Konvektionsgeschwindigkeitskomponenten definieren zum einen die Konvektion der Partikel entlang der Stromlinien und zum anderen die Lage der Stromlinien und somit die Form und räumliche Diskretisierung des Quellgebiets. In Abb. 5.20 und 5.21 sind das Quellgebiet, dessen Diskretisierung und die axiale Konvektionsgeschwindigkeit für verschiedene Umsetzungen der Konvektionsgeschwindigkeit der DLR-A- und DLR-B-Flammen dargestellt. In Abb. 5.20a und 5.21a ist die axiale Konvektionsgeschwindigkeit entsprechend des Strahllärmmodells von Tam & Auriault [121] als Funktion der Axialgeschwindigkeit auf der Mittellinie definiert und die radiale Konvektionsgeschwindigkeit ist vernachlässigt  $(u_c = 0, 67 \cdot \widetilde{u}_{y/D=0}; v_c = 0)$ . Die Stromlinien verlaufen parallel und das generierte Quellgebietsgitter hat eine äquidistante Diskretisierung. Eine radial veränderliche Axialgeschwindigkeit und eine vernachlässigte radiale Konvektionsgeschwindigkeit  $(u_c = \tilde{u}; v_c = 0)$  führen ebenfalls zu parallelen Stromlinien und einem äquidistanten Quellgebietsgitter (siehe Abb. 5.20b und 5.21b). Die Quellgebiete, die in Abb. 5.20c und 5.21c dargestellt sind, basieren auf einer veränderlichen Axial- und Radialgeschwindigkeit  $(u_c = \tilde{u}; v_c = \tilde{v})$  und zeigen dagegen eine Einschnürung der Stromlinien. Die in Abb. 5.20b, 5.21b, 5.20c und 5.21c dargestellten Quellgebiete verursachen aufgrund der radial veränderlichen Axialgeschwindigkeit einen Zerfall der Fluktuationen aufgrund von Scherung, da die Partikel entlang der Stromlinien mit unterschiedlicher Geschwindigkeit konvektieren. Bei einer Quellmodellierung basierend auf einer radial nicht veränderlichen Axialgeschwindigkeit (Abb. 5.20a und 5.21a) findet keine Scherung statt.

Im Folgenden wird der Einfluss der Zerfallsmechanismen auf die berechneten Schalldruckpegelspektren analysiert. Hierzu wurden Simulationen mit verschiedenen Kombinationen der Zerfallsmechanismen durchgeführt. In Tab. 5.2 sind die Eigenschaften der Rechenläufe aufgetragen. In Abb. 5.22 sind Schalldruckpegelspektren, berechnet mit den verschiedenen Zerfallsmechanismen, dargestellt. Es sind Schalldruckpegelspektren, die nur mit zeitlichem Zerfall, nur mit Zerfall aufgrund von Scherung und mit deren Kombination berechnet wurden, aufgetragen. Die Auswirkungen der verschiedenen Zerfallsmechanismen auf die berechneten Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen sind ähnlich, jedoch für die DLR-A-Flamme stärker. Der zeitliche Zerfall in Simulation #2bewirkt im Vergleich zu Rechnung #1 einen Anstieg des Schalldruckpegelspektrums im höheren Frequenzbereich (f > 4000 Hz) und damit einen schwächeren spektralen Abfall hin zu höheren Frequenzen. Der Zerfall aufgrund von Scherung in Simulation #3 emittiert Schall im niedrigen Frequenzbereich (f < 400 Hz). Die zusätzliche Berücksichtigung der variablen Radialgeschwindigkeitskomponente in Simulation #4 resultiert in einem Schalldruckpegelspektrum, das im Vergleich zum Rechenfall #3 im unteren Frequenzbereich einen etwas breiteren Hügel zeigt. Die Kombination aus zeitlichem Zerfall und Zerfall aufgrund von Scherung resultiert in einem Schalldruckpegelspektrum, das eine Einhüllende der Schalldruckpegelspektren, berechnet mit den einzelnen Zerfallsmechanismen, darstellt.



Abbildung 5.20: Quellgebiet, Diskretisierung und Axialgeschwindigkeit für verschiedene Konvektionsgeschwindigkeitskomponenten der DLR-A-Flamme



Abbildung 5.21: Quellgebiet, Diskretisierung und Axialgeschwindigkeit für verschiedene Konvektionsgeschwindigkeitskomponenten der DLR-B-Flamme

#	$c_{T\tau}\left[- ight]$	$u_c \left[m/s\right]$	$v_c \left[m/s ight]$	zeitlich	Scherung
1	108	$0, 67 \cdot \widetilde{u}_{\mathrm{y/D}=0}$	0	-	-
2	1,864	$0, 67 \cdot \widetilde{u}_{\mathrm{y/D}=0}$	0	Х	-
3	108	$\widetilde{u}$	0	-	Х
4	108	$\widetilde{u}$	$\widetilde{v}$	-	Х
5	1,864	$\widetilde{u}$	0	х	Х

Tabelle 5.2: Eigenschaften der Simulationen mit verschiedenen Zerfallsmechanismen



Abbildung 5.22: Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen mit verschiedenen Zerfallsmechanismen

Alle in den vorangegangenen und in den folgenden Abschnitten diskutierten Verbrennungslärmsimulationen wurden mit der Konvektionsgeschwindigkeit entsprechend dem Strahllärmmodell von Tam & Auriault [121] berechnet, wobei die axiale Konvektionsgeschwindigkeit als Funktion der Axialgeschwindigkeit auf der Mittellinie definiert und die radiale Konvektionsgeschwindigkeitskomponente vernachlässigt ist ( $u_c = 0, 67 \cdot \tilde{u}_{\text{RANS},y/D=0}$ ;  $v_c = 0$ ).

**Ortsabhängigkeit der Amplitudenfunktion** Es werden zwei unterschiedliche numerische Realisierungen der Amplitudenfunktion vorgestellt und deren Einfluss auf die Genauigkeit der Rekonstruktion der Quellvarianz und der berechneten Schalldruckpegelspektren diskutiert.

Die Filteroperation der RPM-Methode, Gl. (4.6), ist eine Funktion der Amplitude  $\hat{A}$ , Gl. (4.57). Diese ist durch statistische Turbulenzgrößen definiert und realisiert eine lokale Zielvarianz  $\hat{R}$  der fluktuierenden Größe Q. In der numerischen Realisierung wird die Amplitude  $\hat{A}$  aus dem Quellstärkekoeffizienten  $\overline{k}$ , Gl. (5.1), berechnet. Wird der Quellstärkekoeffizient auf dem Quellgitter vorgegeben, ist die Amplitude  $\hat{A}(\boldsymbol{x}')$  auf den Gitterknoten des Quellgebiets  $\boldsymbol{x}'$  definiert. Zur Realisierung einer höheren Genauigkeit gibt es die Option, die statistischen Turbulenzgrößen statt auf dem Quellgitter auf dem CAA-Gitter vorzugeben. Die Amplitude  $\hat{A}(\boldsymbol{x})$  ist dann auf den Gitterknoten des CAA-Rechengebiets  $\boldsymbol{x}$ definiert. Grundsätzlich kann die Amplitudenfunktion  $\hat{A}(\boldsymbol{x})$  in Gl. (4.6) vor das Integral gezogen werden, wenn die statistischen Turbulenzgrößen auf dem CAA-Rechengitter definiert sind. Die Filterung realisiert dann eine Varianz von 1,0 und eine anschließende Multiplikation mit  $\hat{A}(\boldsymbol{x})$  die exakte Quellvarianzvorgabe. Eine Filterung der Amplitudenfunktion  $\hat{A}(\boldsymbol{x}')$  im Integral in Gl. (4.6) wirkt wie ein räumlicher Tiefpass und führt zu einer Glättung. Wenn die Diskretisierung des CAA-Rechengitters im Quellgebiet feiner ist als die des Quellgitters, steht zusätzlich eine höhere Anzahl an räumlichen Stützstellen zur Verfügung. Des Weiteren werden auch außerhalb des Quellgebiets statistische Turbulenzgrößen zur Verfügung gestellt, welche zur räumlichen Filterung von Partikeln am Rand des Quellgebiets benötigt werden.

In Abb. 5.23 sind Momentaufnahmen der Quellverteilung der DLR-A- und DLR-B-Flammen dargestellt, wobei die Amplitudenfunktion auf dem Quellgitter  $A(\mathbf{x}')$  beziehungsweise auf dem CAA-Rechengitter  $\hat{A}(\boldsymbol{x})$  berechnet wurde. In den untersuchten Rechenfällen haben das CAA-Rechengitter im Quellgebiet und das Quellgitter dieselbe räumliche Auflösung von 250 Stützstellen in axialer und 40 Stützstellen in radialer Richtung. Besonders im Bereich kleiner Längenskalen nahe des Brennstoffdüsenaustritts (siehe Abb. 5.3b) ist erkennbar, dass mit  $\hat{A}(\boldsymbol{x})$  eine feinere Auflösung der Quellen realisiert wird. Diese Aussage bestätigt Abb. 5.24, in welcher die rekonstruierte zeitgemittelte Quellvarianz mit  $A(\mathbf{x})$  und  $A(\mathbf{x}')$  der Zielvorgabe der Quellvarianz aus RANS der DLR-A-Flamme gegenübergestellt ist. Die rekonstruierte Quellvarianz stromauf nahe des Brennstoffdüsenaustritts und die radialen Gradienten der Quellvarianz werden mit  $A(\mathbf{x}')$  breiter, was zu einer weniger genauen Realisierung der RANS-Zielvorgabe führt. Dies ist in Abb. 5.25 besser erkennbar. Dort sind die radialen Profile der Zielverteilung der Quellvarianz aus RANS und der berechneten Quellvarianz mit  $\hat{A}(\boldsymbol{x})$  und  $\hat{A}(\boldsymbol{x}')$  bei x/D = 1 der DLR-A-Flamme dargestellt, die die genaue Realisierung der Quellvarianz durch  $\hat{A}(\boldsymbol{x})$  und eine Glättung durch  $A(\mathbf{x}')$  zeigt.

Der Einfluss der numerischen Realisierung der Amplitudenfunktion auf die berechneten Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen ist in Abbildung 5.26 dargestellt. Die Schalldruckpegelspektren, die mit  $\hat{A}(\boldsymbol{x}')$  berechnet wurden, sind im Vergleich zu den Simulationen mit  $\hat{A}(\boldsymbol{x})$  um 4 dB (DLR-A) beziehungsweise 3 dB (DLR-B) überbestimmt. Eine Analyse zeigte, dass die Flächenintegrale der RANS-Zielverteilung der Quellvarianz und der Quellvarianzverteilung der stochastisch rekonstruierten Quellen mit  $\hat{A}(\boldsymbol{x}')$  bei x/D = 1 (siehe Abb. 5.25) identisch sind. Es ist daher davon auszugehen, dass die erhöhte Schalldruckamplitude nicht durch die Glättung der Quellvarianz sondern durch die räumliche Glättung der Längenskala  $l_T$  verursacht ist, da eine lokale Erhöhung des Korrelationsvolumens in räumlich größeren Quellfluktuationen und damit in einer höheren Schallintensität resultiert.

Bei allen in den vorangegangenen und in den folgenden Abschnitten diskutierten Verbrennungslärmsimulationen wurde daher zur Gewährleistung einer hohen numerischen Genauigkeit die Amplitude  $\hat{A}(\boldsymbol{x})$  aus statistischen Turbulenzgrößen auf dem CAA-Rechengitter  $\boldsymbol{x}$  berechnet.

### Modellparameterstudien

Im Folgenden werden Unabhängigkeitsstudien bezüglich der Diskretisierung des CAA-Rechengitters, der Zeitschrittweite der Akustiksimulation, der Diskretisierung des Quellgitters, der Partikelanzahl und des Langevin Subintervalls vorgestellt.

**CAA-Rechengitter** In Abb. 5.27 und 5.28 sind die Schalldruckpegelspektren an den Mikrofonpositionen #1 und #9 (siehe Abb. 5.1) der DLR-A- und DLR-B-Flammen, berechnet mit unterschiedlichen CAA-Rechengittern, aufgetragen. Mit steigender Nummerierung der Rechengitter (siehe Tab. 5.1) wird die Diskretisierung im Quellbereich feiner. Für alle Rechnungen wurde die minimale Längenskala zu  $l_{T,\min} = 0,006 \,\mathrm{m}$  und die Zeitschrittweite zu  $\Delta t_{\rm CAA} = 0.5 \cdot 10^{-6}$  s definiert. Die berechneten Schalldruckpegelspektren zeigen ab dem Gitter #2 eine Unabhängigkeit hinsichtlich der Gitterdiskretisierung. Die berechneten Schalldruckpegelspektren mit Gitter #1 werden sowohl für die DLR-A- als auch für die DLR-B-Flamme im unteren Frequenzbereich (f < 4000 Hz für die DLR-A-Flamme, f < 6000 Hz für die DLR-B-Flamme) überbestimmt. Die Gitterstudie an der Mikrofonposition #1 in Abb. 5.27 weist die Unabhängigkeit hinsichtlich der Quellmodellierung nach. Abb. 5.28 weist zusätzlich auf eine Unabhängigkeit der Schalldruckpegelspektren an der Mikrofonposition #9 bezüglich der zweidimensional-ebenen Berechnung der Schallausbreitung hin, da die detektierten Schallwellen an dieser Position von Refraktionseffekten beeinflusst sind. Der Einfluss von Refraktionseffekten auf die Schallausbreitung der DLR-A- und DLR-B-Flammen wird im Abschnitt 5.1.3 näher untersucht.

Alle in den vorangegangenen und in den folgenden Abschnitten diskutierten Verbrennungslärmsimulationen wurden mit Gitter #3 berechnet.

**Zeitschrittweite** In Abb. 5.29 sind Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen, berechnet mit unterschiedlicher Zeitschrittweite der Akustiksimulation, dargestellt. Die Simulationsergebnisse zeigen, dass die Berechnung der Akustikausbreitung im untersuchten Bereich unabhängig von der gewählten Zeitschrittweite ist.

Alle in den vorangegangenen und in den folgenden Abschnitten diskutierten Verbrennungslärmsimulationen wurden mit einer Zeitschrittweite von  $\Delta t = 10^{-6}$  s gerechnet.



Abbildung 5.23: Berechnete akustische Quellverteilung der DLR-A- und DLR-B-Flammen mit  $\hat{A}(\boldsymbol{x})$  und  $\hat{A}(\boldsymbol{x}')$ 



Abbildung 5.24: Zielverteilung der Quellvarianz aus RANS, Quellvarianzverteilung der stochastisch rekonstruierten Quellen mit  $\hat{A}(\boldsymbol{x})$  und  $\hat{A}(\boldsymbol{x}')$  der DLR-A-Flamme



Abbildung 5.25: Radiale Profile der Zielverteilung der Quellvarianz aus RANS und der berechneten Quellvarianz für  $\hat{A}(\boldsymbol{x})$  und  $\hat{A}(\boldsymbol{x}')$  bei x/D = 1 der DLR-A-Flamme



Abbildung 5.26: Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen mit  $\hat{A}({\bm x})$  und  $\hat{A}({\bm x}')$ 



a) DLR-A

b) DLR-B

Abbildung 5.27: Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen an der Mikrofonposition #1 auf verschiedenen Rechengittern



Abbildung 5.28: Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen an der Mikrofonposition #9 auf verschiedenen Rechengittern



Abbildung 5.29: Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen für unterschiedliche Zeitschrittweiten der Akustiksimulation

**Quellgitter** In Abb. 5.30 und 5.31 sind Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen, berechnet mit  $\hat{A}(\boldsymbol{x}')$  (siehe Abschnitt 5.1.3) und unterschiedlicher räumlicher Diskretisierung des Quellgebiets in axialer (1000x40, 250x40, 100x40, 50x40 und 25x40) beziehungsweise radialer Richtung (250x80, 250x40, 250x30, 250x20 und 250x10), dargestellt. Die Diskretisierung ist bei einer konstanten Quellgebietsgröße von x/D = 31 und y/D = 5 in axialer wie auch in radialer Richtung jeweils äquidistant. Die Abb. 5.30 und 5.31 zeigen, dass die Verbrennungslärmsimulation mit  $\hat{A}(\boldsymbol{x}')$  ab einer räumlichen Diskretisierung von 100 Stützstellen in axialer Richtung und 40 Stützstellen in radialer Richtung unabhängig ist.

Berechnete Schalldruckpegelspektren mit  $\hat{A}(\boldsymbol{x})$  (siehe Abschnitt 5.1.3) und unterschiedlicher räumlicher Diskretisierung des Quellgebiets in axialer (1000x40, 250x40, 100x40, 50x40 und 25x40) beziehungsweise radialer Richtung (250x80, 250x40, 250x30, 250x20 und 250x10) sind in der Abb. 5.32 und 5.33 dargestellt. Mit  $\hat{A}(\boldsymbol{x})$  ist die Modellierung für alle untersuchten Diskretisierungsintervalle sowohl von der Diskretisierung in axialer als auch in radialer Richtung im untersuchten Bereich unabhängig, da die statistischen Turbulenzgrößen auf dem unveränderten CAA-Rechengitter bereitgestellt werden. In detaillierten Voruntersuchungen konnte des Weiteren gezeigt werden, dass die Simulationen unabhängig von der hier gewählten Größe des Quellgebiets sind.

Alle in den vorangegangenen und in den folgenden Abschnitten diskutierten Verbrennungslärmsimulationen wurden mit einer Quellgebietsgröße von x/D = 31 und y/D = 5und einer räumlichen Diskretisierung von 250x40 durchgeführt.



a) DLR-A

b) DLR-B

Abbildung 5.30: Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen mit  $\hat{A}(\boldsymbol{x}')$  und unterschiedlich diskretisierten Quellgebieten in axialer Richtung



Abbildung 5.31: Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen mit  $\hat{A}(\boldsymbol{x}')$  und unterschiedlich diskretisierten Quellgebieten in radialer Richtung



a) DLR-A

b) DLR-B

Abbildung 5.32: Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen mit  $\hat{A}(\boldsymbol{x})$  und unterschiedlich diskretisierten Quellgebieten in axialer Richtung



Abbildung 5.33: Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen mit  $\hat{A}(\boldsymbol{x})$  und unterschiedlich diskretisierten Quellgebieten in radialer Richtung

**Partikelanzahl** In Abb. 5.34 sind Schalldruckpegelspektren dargestellt, die mit unterschiedlicher Partikelanzahl pro Stromlinie berechnet wurden. Die Partikelanzahl pro paralleler Stromlinie ist dabei jeweils identisch. Die Berechnungen zeigen eine Unabhängigkeit bezüglich der Schalldruckpegelspektren ab 300 Partikeln pro Stromlinie sowohl für die DLR-A- als auch die DLR-B-Flamme.

Alle in den vorangegangenen und in den folgenden Abschnitten diskutierten Verbrennungslärmsimulationen wurden mit 400 Partikeln pro Stromlinie durchgeführt.



Abbildung 5.34: Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen für eine unterschiedliche Partikelanzahl pro Stromlinie

Langevin Subintervall Das Langevin Subintervall definiert das Verhältnis der RPM-Zeitschrittweite  $\Delta t_{\rm RPM}$  zur Zeitschrittweite der CAA-Simulation  $\Delta t$  und steuert die Taktrate, mit der Partikel in das Quellgebiet eingetragen werden. Für  $\Delta t_{\rm RPM}/\Delta t = 1$  werden zu jedem Zeitschritt  $\Delta t$  der Akustiksimulation Partikel in das Quellgebiet eingetragen. Bei dieser numerischen Umsetzung kann jedoch die Partikelanzahl pro Stromlinie frei vorgegeben werden (siehe Abschnitt 5.1.3). Eine Erhöhung von  $\Delta t_{\rm RPM}/\Delta t > 1$  bedeutet grundsätzlich eine Verringerung des Rechenaufwands. Jedoch kann dann die Partikelzahl nicht mehr frei gewählt werden, sondern folgt bei der numerischen Realisierung immer als Funktion der lokalen Konvektionsgeschwindigkeit. In Tab. 5.3 ist die Anzahl an Partikeln pro Stromlinie n und die Gesamtrechenzeit  $t_{\text{ges}}$  als Funktion des Langevin Subintervalls für die DLR-A- und DLR-B-Flammen aufgetragen. Mit steigendem Wert des Langevin Subintervalls nimmt die Partikelanzahl und somit die Gesamtrechenzeit ab. Da die Konvektionsgeschwindigkeit in axialer Richtung radial konstant ist  $(u_c = 0, 67 \cdot \widetilde{u}_{\text{RANS}, v/D=0})$ siehe Abschnitt 5.1.3), ist die Partikelanzahl pro paralleler Stromlinie jeweils identisch. Die Partikelanzahl pro Stromlinie ist bei der DLR-B-Flamme geringer im Vergleich zur DLR-A-Flamme, da lokal eine höhere axiale Konvektionsgeschwindigkeit vorliegt. In Abb. 5.35

sind berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen für unterschiedliche Langevin Subintervalle dargestellt. Im untersuchten Bereich sind die berechneten Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen bis zum Langevin Subintervall von  $\Delta t_{\rm RPM}/\Delta t = 30$  beziehungsweise  $\Delta t_{\rm RPM}/\Delta t = 10$  unabhängig. Für höhere Werte von  $\Delta t_{\rm RPM}/\Delta t$  weichen die berechneten Schalldruckpegelspektren voneinander ab.

Alle in den vorangegangenen und in den folgenden Abschnitten diskutierten Verbrennungslärmsimulationen wurden daher mit einem Langevin Subintervall von  $\Delta t_{\rm RPM}/\Delta t = 1$ und einer konstanten Partikelanzahl von 400 pro Stromlinie (siehe Abschnitt 5.1.3) berechnet.

	DL	R-A	DLR-B		
$\Delta t_{\rm RPM} / \Delta t$ [-]	n [-]	$t_{\rm ges}$ [CPUh]	n [-]	$t_{\rm ges}$ [CPUh]	
1	11347	3345	7699	1645	
10	1136	57	771	47	
20	569	45	386	30	
30	380	28	258	24	
40	285	28	194	19	
50	228	19	155	18	

Tabelle 5.3: Partikelanzahl pro Stromlinie und Gesamtrechenzeit als Funktion des Langevin Subintervalls der DLR-A- und DLR-B-Flammen



a) DLR-A



Abbildung 5.35: Berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen für unterschiedliche Langevin Subintervalle

#### Numerische Untersuchungen

Im folgenden Abschnitt wird der Einfluss von Refraktionen, das heißt der Brechung akustischer Wellen an den Geschwindigkeits- und Dichtegradienten der Strömung, auf die Ausbreitung des Verbrennungslärms numerisch untersucht. Im Anschluss wird die Wirkung des Isentropenexponenten auf die numerische Berechnung von akustischen Refraktionen betrachtet.

**Refraktion** Akustische Wellen werden in Strahlströmungen an Geschwindigkeits- und Dichtegradienten gebrochen. In kalten Strahlströmungen im hohen Mach-Zahl-Bereich entstehen Refraktionen durch hohe Geschwindigkeitsgradienten. Dagegen dominieren in heißen und reagierenden Strahlströmungen im niedrigen Mach-Zahl-Bereich die Refraktionen an steilen Dichte- beziehungsweise Schallgeschwindigkeitsgradienten. Refraktionseffekte sind frequenzabhängig [23] und verursachen in kalten, in heißen sowie in reagierenden Strahlströmungen den sogenannten Cone of Silence, einen Bereich mit reduzierter Schalleinstrahlung, der bereits für einige Testfälle experimentell [55, 110] und numerisch [26, 63, 23] nachgewiesen wurde.

Bei der Akustiksimulation auf der mit RANS berechneten lokal veränderlichen Grundströmung treten Refraktionen an den steilen Geschwindigkeits- und Dichtegradienten auf (siehe Abb. 5.4). Zur numerischen Untersuchung des Einflusses von Refraktionen auf den abgestrahlten Schall der DLR-A- und DLR-B-Flammen wurde der Verbrennungslärm mit RPM-CN auf einer homogenen Grundströmung berechnet. Bei der Simulation der Akustikausbreitung auf einer homogenen Grundströmung findet keine Brechung von akustischen Wellen statt, da keine Geschwindigkeits- und Dichtegradienten im Strömungsfeld vorliegen. In Abb. 5.36 ist eine auf der RANS-Grundströmung berechnete Momentaufnahme der Schalldruckverteilung einer auf einer homogenen Grundströmung berechneten Momentaufnahme der Schalldruckverteilung der DLR-A-Flamme gegenübergestellt. Die Schalldruckverteilung in Abb. 5.36a, die auf einem inhomogenen Geschwindigkeits- und Dichtefeld berechnet wurde, zeigt den Schallschatten. Dagegen hat die Schalldruckverteilung in Abb. 5.36b eine omnidirektionale Charakteristik, welche auf die monopolartigen Verbrennungslärmquellen zurückzuführen ist.

Die gemessenen und berechneten A-gewichteten Schalldruckpegelspektren auf der homogenen Grundströmung sind in Abb. 5.37 und 5.38 den Simulationen auf einer mit RANS berechneten Grundströmung an den Mikrofonpositionen #1 bis #9 der DLR-A-Flamme gegenübergestellt. Die berechneten Schalldruckpegelspektren der DLR-B-Flamme zeigen vergleichbare Abhängigkeiten und sind deshalb nicht dargestellt. Der Einfluss von Refraktionen auf die Schalldruckpegelspektren an den Mikrofonpositionen #1 bis #5 für f < 6000 Hz ist vernachlässigbar. Oberhalb von 6000 Hz liegen die mit der RANS-Grundströmung berechneten Schalldruckpegelspektren allerdings um circa 2 dB niedriger.



b) Homogene Grundströmung

Abbildung 5.36: Berechnete Momentaufnahme der Druckverteilung der DLR-A-Flamme auf einer RANS-Grundströmung und auf einer homogenen Grundströmung

Mit steigendem axialem Abstand der Mikrofonpositionen von der Brennstoffdüsenaustrittsebene nimmt der Einfluss von Refraktionseffekten auf das berechnete Schalldruckpegelspektrum zu. An der Mikrofonposition #9 weichen die berechneten spektralen Verläufe für Frequenzen oberhalb 2000 Hz deutlich voneinander ab.

Die Übereinstimmung mit den Messdaten an den weiter stromab liegenden Mikrofonpositionen ist durch die Berücksichtigung von Refraktionen verbessert und zeigt die Notwendigkeit der korrekten Abbildung der Brechung akustischer Wellen bei Verbrennungslärmsimulationen. Die in dieser Arbeit diskutierten Verbrennungslärmsimulationen basieren auf einer zweidimensional-ebenen Quellrekonstruktion und daher auf einer zweidimensionalebenen Behandlung der Akustikausbreitung. Dabei werden dreidimensionale Refraktionseffekte nicht berücksichtigt. Von einer dreidimensionalen Akustiksimulation wäre daher eine exaktere Abbildung der Ausbreitung des Verbrennungslärms zu erwarten.

Zur Auswertung der Richtcharakteristik des abgestrahlten Verbrennungslärms wurden Druckmonitorpunkte einheitlich auf einem Kreis mit einem Radius von r/D = 50 um den Mittelpunkt (x/D; y/D) = (0; 0) verteilt (siehe Abb.5.2). In Abb. 5.39 sind Polardiagramme der Richtcharakteristik für unterschiedliche Frequenzen des abgestrahlten Verbrennungslärms der DLR-A-Flamme dargestellt, berechnet mit der RANS-Gundströmung und der homogenen Grundströmung. Die  $\Theta = 90^{\circ}$  Achse entspricht der Flammenachse bei y/D = 0. Die berechnete Richtcharakteristik der abgestrahlten Akustik auf der homogenen Grundströmung in Abb. 5.39b zeigt im niedrigen Frequenzbereich (f = 500 Hz, f = 1000 Hz und f = 2000 Hz) ein näherungsweise omnidirektionales Abstrahlverhalten. Im höheren Frequenzbereich (f = 5000 Hz und  $f = 10\ 000 \text{ Hz}$ ) ist eine multipolare Abstrahlung des Verbrennungslärms, emittiert durch die mit RPM-CN generierten Quellen, erkennbar. Aufgrund der Annahme, dass die Abstrahlung der Akustik ohne Berücksichtigung der Grundströmungsgradienten nicht durch Refraktionen beeinflusst ist, kann rückgeschlossen werden, dass die von RPM-CN generierten Verbrennungslärmquellen im niederfrequenten Bereich monopolartigen und im höheren Frequenzbereich multipolartigen Charakter aufweisen. Die Berücksichtigung von Refraktionen bei der Berechnung der Akustikausbreitung mit der RANS-Grundströmung verursacht den auch in Abb. 5.39a erkennbaren Schallschatten. Des Weiteren zeigen die Polardiagramme, dass die Refraktionseffekte frequenzabhängig sind. Die Abstrahlung im hohen Frequenzbereich ist stärker von Refraktionen geprägt als im niedrigen Frequenzbereich. Diese Erkenntnis deckt sich mit den Ergebnissen einer numerischen Untersuchung von Refraktionen anhand eines generischen Testfalls von Bui et al. [23]. Verbrennungslärmquellen von offenen turbulenten Flammen wurden in frühen experimentellen Untersuchungen [18, 115] als eine Verteilung von Monopolquellen in der Flammenzone charakterisiert. Allerdings wurde ein schwach nicht isotroper Anteil des abgestrahlten Verbrennungslärms festgestellt. Bui et al. [23] zeigten anhand numerischer Untersuchungen eines generischen Testfalls, dass dieser Ef-



Abbildung 5.37: Gemessene und berechnete A-gewichtete Schalldruckpegelspektren der DLR-A-Flamme auf einer RANS-Grundströmung und einer homogenen Grundströmung an den Mikrofonpositionen #1 bis #5



Abbildung 5.38: Gemessene und berechnete A-gewichtete Schalldruckpegelspektren der DLR-A-Flamme auf einer RANS-Grundströmung und einer homogenen Grundströmung an den Mikrofonpositionen #6 bis #9

fekt zumindest teilweise auf Refraktionen zurückzuführen ist.

Bei allen in den vorangegangenen und in den folgenden Abschnitten diskutierten Verbrennungslärmsimulationen wurden Refraktionen berücksichtigt, indem die Ausbreitung des Verbrennungslärms auf einer mit RANS berechneten Grundströmung simuliert wurde. Abweichungen hiervon werden ausdrücklich genannt.

**Isentropenexponent** Bei der Akustiksimulation mit PIANO wird in den Termen 4 und 5 der Druckgleichung der LEE, Gl. (4.54), ein konstanter Isentropenexponent angenommen. Bei reagierenden Strömungen ist diese Annahme nur bedingt gerechtfertigt. Eine Verteilung des mit RANS berechneten Isentropenexponenten der DLR-A-Flamme ist in Abb. 5.40 dargestellt. Der Isentropen<br/>exponent variiert zwischen  $\overline{\gamma}_{\rm min}$  = 1,25 und  $\overline{\gamma}_{\rm max}~=~1,4.$ Im Folgenden wird der Einfluss eines lokal veränderlichen Isentropenexponenten ( $\gamma = \overline{\gamma}$ ) im Vergleich zu einem konstanten Isentropenexponenten ( $\gamma = 1, 4$ ) auf die berechneten Schalldruckpegelspektren mit RPM-CN untersucht. Das Ergebnis ist in Abb. 5.41 und 5.42 dargestellt. Dort sind A-gewichtete Schalldruckpegelspektren der DLR-A-Flamme, berechnet mit konstantem ( $\gamma = 1, 4$ ) und lokal veränderlichem Isentropenexponenten ( $\gamma = \overline{\gamma}$ ), an den Mikrofonpositionen #1 bis #9 den Messdaten gegenübergestellt. Die berechneten Schalldruckpegelspektren der DLR-B-Flamme zeigen vergleichbare Abhängigkeiten und sind deshalb nicht aufgetragen. An den Mikrofonpositionen #1bis #7 sind die berechneten Schalldruckpegelspektren mit lokal veränderlichem Isentropenexponenten deckungsgleich mit den Simulationsergebnissen, die auf einem konstanten Isentropenexponenten basieren. Lediglich die berechneten Schalldruckpegelspektren an den Mikrofonpositionen #8 und #9 zeigen im höheren Frequenzbereich geringe Abweichungen voneinander. Es ist daher davon auszugehen, dass der Einfluss eines lokal veränderlichen Isentropenexponenten auf die Refraktionseffekte bei den zweidimensionalebenen Simulationen nur gering ist und vernachlässigt werden kann.

Alle in den vorangegangenen und in den folgenden Abschnitten diskutierten Verbrennungslärmsimulationen wurden mit einen konstantem Isentropenexponenten ( $\gamma = 1, 4$ ) durchgeführt.

### Rechenaufwand

Die CFD-Rechnungen wurden parallel auf zwei IBM Power5 Prozessoren durchgeführt. Der Rechenaufwand einer CFD-Simulation betrug hierbei insgesamt circa 11 CPU-Stunden. Die anschließende Quellrekonstruktion und die Berechnung der Ausbreitung des Verbrennungslärms wurden auf einem 1,8 GHz Dual Core AMD Opteron Prozessor gerechnet. Der Rechenaufwand dieser Simulation betrug im Mittel 35 CPU-Stunden pro Rechenfall.



a) RANS-Grundströmung

b) Homogene Grundströmung

Abbildung 5.39: Polardiagramme der Richtcharakteristik des abgestrahlten Verbrennungslärms der DLR-A-Flamme, berechnet auf einer RANS-Grundströmung und auf einer homogenen Grundströmung für verschiedene Frequenzen



Abbildung 5.40: Verteilung des Isentropenexponenten der DLR-A-Flamme

# 5.2 H3-Flamme

Die H3-Konfiguration definiert eine offene, nicht vorgemischte, turbulente Wasserstoffstrahlflamme. Die H3-Flamme unterscheidet sich in der Brennstoffzusammensetzung, der Brennstoffaustrittsgeschwindigkeit und der entsprechenden Reynolds-Zahl von den DLR-Aund DLR-B-Flammen (siehe Abschnitt 5.1). Die Standardflamme wurde im Rahmen des International Workshop on Measurement and Computation of Turbulent Non-Premixed Flames [7] umfassend untersucht. Das Geschwindigkeitsfeld und die chemische Zusammensetzung wurden detailliert von Pfuderer et al. [102] und Tacke [120] mittels LDA-, Raman/Rayleigh- und LIF-Methoden vermessen. Im Gegensatz zu den DLR-A- und DLR-B-Flammen liegen keine gemessenen Schalldruckpegelspektren vor. Es wurden jedoch Schallintensitätspegelspektren von Piscoya et al. [103] experimentell bestimmt.

Zunächst werden der experimentelle Aufbau und die numerische Konfiguration erläutert. Anschließend werden Verbrennungslärmsimulationen der H3-Flamme mit dem RPM-CN-Ansatz vorgestellt und diskutiert.

# 5.2.1 Experimenteller Aufbau

Der geometrische Aufbau der H3-Flamme ist identisch zum Versuchsaufbau der DLR-Aund DLR-B-Flammen (siehe Abschnitt 5.1.1). Bei der H3-Konfiguration tritt der mit Stickstoff verdünnte Wasserstoff mit einer Brennstoffzusammensetzung von 50 Vol- $\% H_2$ und 50 Vol- $\% N_2$  und einem stöchiometrischen Mischungsbruch von 0, 31 bei einer Temperatur von 294 K mit einer mittleren Brennstoffaustrittsgeschwindigkeit von 34,8 m/s



Abbildung 5.41: Gemessene und berechnete A-gewichtete Schalldruckpegelspektren der DLR-A-Flamme mit konstantem und lokal veränderlichem Isentropenexponenten an den Mikrofonpositionen #1 bis #5



Abbildung 5.42: Gemessene und berechnete A-gewichtete Schalldruckpegelspektren der DLR-A-Flamme mit konstantem und lokal veränderlichem Isentropenexponenten an den Mikrofonpositionen #6 bis #9

aus. Die Reynolds-Zahl von 10 000 basiert auf dem Brennstoffdüsenaustrittsdurchmesser D, der Brennstoffaustrittsgeschwindigkeit  $u_{\text{Jet}}$  und der kinematischen Viskosität  $\nu$  des Brennstoffgemischs. Die Messpositionen der experimentell bestimmten Schallintensitätspegelspektren [103] sind in Abb. 5.43 dargestellt.



Abbildung 5.43: Messpositionen zur Erfassung der Schallintensität der H3-Flamme

# 5.2.2 Numerische Konfiguration

Im Folgenden werden die numerische Konfiguration der reagierenden Strömungssimulation und der Akustiksimulationen vorgestellt.

### Strömungssimulation

Die numerische Konfiguration der Strömungssimulation entspricht der Konfiguration der Simulation der DLR-A- und DLR-B-Flammen (siehe Abschnitt 5.1.2). Jedoch wurden an der Brennstoffeinlassrandbedingung Profile der axialen Geschwindigkeit, der turbulenten kinetischen Energie und der Dissipationsrate gemäß einer LES-Rechnung [37] der H3-Flamme vorgegeben. Abb. 5.44a zeigt das dreidimensionale Rechengebiet der Strömungssimulation.

# Akustiksimulation

Auch die numerische Konfiguration der akustischen Quellrekonstruktion und der Akustiksimulation ist ähnlich zu der Konfiguration der Verbrennungslärmsimulation der DLR-Aund DLR-B-Flammen (siehe Abschnitt 5.1.2). Zur Erfassung der Schallintensität an den Messpositionen musste jedoch die Dimension des Rechengebiets auf 94 D in axialer und 138 D in radialer Richtung erweitert werden. Die Diskretisierung im Quellgebiet entspricht Gitter #3 der Verbrennungslärmsimulation der DLR-A- und DLR-B-Flammen (siehe Tab. 5.1). Die Anzahl der Gitterknoten beträgt hier 110 000. Das Quellgebiet und das Rechengebiet der Akustiksimulation und die Positionen zur Auswertung der Schallintensitätspegelspektren sind in Abb. 5.44 dargestellt.



a) CFD-Rechengebiet

b) Quellgebiet und CAA-Rechengebiet

Abbildung 5.44: Rechengebiet der Strömungssimulation, akustisches Quellgebiet, Rechengebiet der Akustiksimulation und akustische Messpositionen der H3-Flamme

# 5.2.3 Ergebnisse

Im folgenden Abschnitt werden die Ergebnisse der reagierenden Strömungssimulation und der Verbrennungslärmberechnungen experimentellen Daten gegenübergestellt und diskutiert.

### Strömungsfeld

Berechnete axiale Profile bei y/D = 0 und radiale Profile in verschiedenen Ebenen der Axialgeschwindigkeit, des Mischungsbruchs, der Temperatur und der Standardabweichung der Temperatur sind in Abb. 5.45 und 5.46 Messdaten gegenübergestellt. Der Referenzdurchmesser entspricht dem Düsenaustrittsdurchmesser des Brennstoffrohrs D = 0,008 m. Der Mischungsbruch wurde nach der Definition von Bilger [11] berechnet.

Die berechneten radialen Profile und das axiale Profil der Axialgeschwindigkeit zeigen eine gute Übereinstimmung mit den Messdaten. Lediglich im Bereich x/D < 15 ist der Strahl auf der Mittellinie etwas zu schnell und für 15 < x/D < 45 geringfügig langsa-
mer berechnet als gemessen. Eine ähnliche Übereinstimmung mit den Messdaten zeigen die radialen Profile und das axiale Profil des Mischungsbruchs. Die berechneten Profile der Temperatur und der Standardabweichung der Temperatur sind für x/D < 10 in guter Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Die simulierten radialen Profile zeigen für x/D > 10 eine etwas zu breite Verteilung der Temperatur und der Standardabweichung der Temperatur. Die Abweichungen von den Messdaten sind vermutlich in der Vernachlässigung der Instationarität und der vereinfachten Turbulenzmodellierung begründet (siehe Abschnitt 5.1.3). Für die Verbrennungslärmsimulationen mit RPM-CN sind die berechneten Daten jedoch gut geeignet, da die dominanten akustischen Quellen (siehe Abb. 5.3a) im Bereich der guten Übereinstimmung von Simulation und Messung bei x/D < 10 liegen.

#### Verbrennungslärm

Die im Folgenden diskutierten Schallintensitätspegelspektren wurden durch eine Fast Fourier Transformation (FFT) der berechneten Schalldruck- und Schallschnellereihen generiert und entsprechend Gl. (2.67) ausgewertet. Die berechneten Schalldruck- und Schallschnellereihen mit einer Gesamtzeit von 0,2 s wurden mit einer Mittelungsprozedur in Intervalle unterteilt und deren geglättete spektrale Verteilung berechnet. Entsprechend dem Nyquist-Shannon-Theorem liefert die Auswertung eine Auflösung bis zu einer minimalen Frequenz von 100Hz. Das Schallintensitätspegelspektrum wurde mit einem Schmalbandspektrum von 1 Hz analog zu den Messdaten von Piscoya et al. [103] ausgewertet. Die Berechnungen wurden mit den an den DLR-A- und DLR-B-Flammen optimierten Parametern (siehe Abschnitt 5.1.3) durchgeführt.

In Abb. 5.47 sind berechnete Schallintensitätspegelspektren der H3-Flamme an verschiedenen Positionen den Messdaten von Piscoya et al. [103] gegenübergestellt. An der Messposition #3 (siehe Abb. 5.43) kann vom geringsten Einfluss der akustischen Brechung ausgegangen werden, da die akustischen Wellen näherungsweise senkrecht über die Gradienten des Strömungsfelds propagieren (siehe Abschnitt 5.1.3). Daher wird die Quellmodellierung im Folgenden anhand des berechneten Schallintensitätspegelspektrums an der Messposition #3 diskutiert. An dieser Messposition liegt eine gute Übereinstimmung des berechneten Schallintensitätspegelspektrums mit den Messdaten für f < 2500 Hz vor. Über 2500 Hz wird der berechnete Abfall des Spektrums etwas zu gering im Vergleich mit den Messdaten abgebildet. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass die berechneten Schallintensitätspegelspektren nicht bezüglich der Amplitude aufeinander verschoben sind. Das heißt, mit den an den DLR-A- und DLR-B-Flammen optimierten Parametern (siehe Abschnitt 5.1.3) kann die Amplitude des abgestrahlten Schallintensitätpegelspektrums der H3-Flamme gut vorhergesagt werden.



Abbildung 5.45: Profile der Axialgeschwindigkeit, des Mischungsbruchs, der Temperatur und der Standardabweichung der Temperatur bei $y/D\,=\,0$ der H3-Flamme



Abbildung 5.46: Radiale Profile der Axialgeschwindigkeit, des Mischungsbruchs, der Temperatur und der Standardabweichung der Temperatur der H3-Flamme



Abbildung 5.47: Gemessene und berechnete Schallintensitätspegelspektren der H3-Flamme an den Messpositionen #3 bis#7

Die Abweichung des berechneten vom experimentell ermittelten spektralen Verlaufs für f > 2500 Hz kann mehrere Ursachen haben. Zunächst könnten die Abweichungen dadurch begründet sein, dass die für die zweidimensional-ebene RPM-CN-Simulation optimierten Parameter der DLR-A- und DLR-B-Flammen nicht für die H3-Flamme gültig sind und dass für diese abweichende Parameter gelten. Daher sind in Abb. 5.48 Studien der Parameter  $c_{Tl}$  und  $c_{T\tau}$  dargestellt (vergleiche Abschnitt 5.1.3). Die berechneten Schallintensitätspegelspektren der H3-Flamme zeigen ähnliche Abhängigkeiten wie die der DLR-A- und DLR-B-Flammen (siehe Abb. 5.12 und 5.13). Auch eine starke Erhöhung des zeitlichen Zerfalls ( $c_{T\tau} = 7,456$ ) kann den spektralen Abfall des gemessenen Schallintensitätspegelspektrums jedoch nicht exakt abbilden.



Abbildung 5.48: Gemessene und berechnete Schallintensitätspegelspektren der H3-Flamme für verschiedene  $c_{Tl}$  bei konstantem  $c_{T\tau} = 0,233$  und unterschiedliche  $c_{T\tau}$  bei konstantem  $c_{Tl} = 0,273$ 

Als weitere mögliche Ursache kommt die nicht ausreichend genaue Abbildung von akustischen Refraktionen bei der zweidimensional-ebenen Simulation der Akustikausbreitung in Betracht. Wie anhand der Simulationen der DLR-A-Flamme in Abschnitt 5.1.3 gezeigt, kommen an den Mikrofonpositionen stromab der Brennstoffdüsenaustrittsebene Refraktionseffekte zum Vorschein. In Abb. 5.49 sind Momentaufnahmen der Schalldruckverteilung der H3-Flamme, die auf einer RANS-Grundströmung und einer homogenen Grundströmung mit Fernfeldbedingungen berechnet wurden, dargestellt. Der Einfluss von Refraktionen auf die Schalldruckverteilung ist anhand des Schallschattens in Abb. 5.49a erkennbar. Die Messpositionen #6 und #7 sind im Schallschatten positioniert. Abb. 5.50 zeigt gemessene und berechnete Schallintensitätspegelspektren der H3-Flamme auf einer RANS-Grundströmung und einer homogenen Grundströmung an den Messpositionen #3 bis #7. An der Messposition #3 ist der Einfluss von Refraktionseffekten auf das berechnete Schallintensitätspegelspektrum am geringsten. Mit zunehmendem axialem Abstand der Messposition von der Brennstoffdüsenaustrittsebene nimmt diese Abhängigkeit jedoch erwartungsgemäß zu. Speziell an den Messpositionen #6 und #7 ist, trotz der schlechter vorhergesagten Schallintensität, eine bessere Übereinstimmung des spektralen Verlaufs der berechneten Schallintensitätspegelspektren durch die Berücksichtigung von Refraktionseffekten in den Simulationen im Vergleich mit den Messdaten erkennbar. Daher ist es möglich, dass die Abweichungen der berechneten von den gemessenen Schallintensitätspegelspektren durch eine dreidimensionale Simulation der Akustikausbreitung und somit einer genaueren Abbildung von Refraktionseffekten minimiert werden könnten.

In Abb. 5.51 ist das berechnete Schalldruckpegelspektrum der H3-Flamme den berechneten Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen gegenübergestellt. Das Schalldruckpegelspektrum der H3-Flamme wurde analog zu den Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen in Abschnitt 5.1.3 berechnet und an der Mikrofonposition #1 der DLR-Strahlflammen (siehe Abb. 5.1) ausgewertet. Die DLR-A- und DLR-B-Flammen haben einen identischen geometrischen Aufbau und dieselbe Brennstoffzusammensetzung (22, 1 Vol-%  $CH_4$ , 33, 2 Vol-%  $H_2$  und 44, 7 Vol-%  $N_2$ ), unterscheiden sich jedoch in der Brennstoffaustrittsgeschwindigkeit und damit in der entsprechenden Reynolds-Zahl. Das Schalldruckpegelspektrum der DLR-B-Flamme (Re = 22800) zeigt im Vergleich mit der DLR-A-Flamme ( $Re = 15\,200$ ) im niedrigen Frequenzbereich ( $f < 2000\,\text{Hz}$ ) einen etwas geringeren spektralen Abfall. Für  $f > 2000 \,\mathrm{Hz}$  ist das berechnete Schalldruckpegelspektrum der DLR-B-Flamme im Vergleich zur DLR-A-Flamme um circa 10 dB erhöht. Die H3-Flamme unterscheidet sich von den DLR-Strahlflammen in der Brennstoffzusammensetzung (50 Vol-%  $H_2$  und 50 Vol-%  $N_2$ ) und der Reynolds-Zahl (Re = 10000). Das Schalldruckpegelspektrum der H3-Flamme hat jedoch einen ähnlichen spektralen Abfall und Amplituden auf ähnlichen Niveau im Vergleich zum Schalldruckpegelspektrum der DLR-A-Flamme, trotz der geringeren Reynolds-Zahl. Dies kann durch die erhöhte Reaktionsrate der Stickstoff-verdünnten Wasserstoff-Flamme im Vergleich zum Stickstoffverdünnten Methan-Wasserstoff-Gemisch erklärt werden. Die erhöhte Reaktionsrate verursacht stärkere Verbrennungslärmquellen, da diese entsprechend Gl. (4.55) eine Funktion von DT''/Dt sind.

In Abb. 5.52 sind berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A-, DLR-B- und H3-Flammen gegen das F-Noise-Ähnlichkeitsspektrum an der Mikrofonposition #1 der DLR-Flammen aufgetragen (siehe Abschnitt 5.1.3). Die Verbrennungslärmsimulation der H3-Flamme mit RPM-CN, deren Ergebnisse im Vergleich mit den Messdaten Abweichungen bezüglich der spektralen Form der Schallintensitätspegelspektren zeigen (siehe Abb. 5.47), weist ein Schalldruckpegelspektrum auf, das in guter Übereinstimmung mit dem von Tam et al. [124] vorgeschlagenen F-Noise-Spektrum ist.



Abbildung 5.49: Berechnete Momentaufnahme der Druckverteilung der H3-Flamme auf einer RANS-Grundströmung und auf einer homogenen Grundströmung



Abbildung 5.50: Gemessene und berechnete Schallintensitätspegelspektren der H3-Flamme auf einer RANS-Grundströmung und einer homogenen Grundströmung an den Messpositionen #3 bis #7



Abbildung 5.51: Mit den optimierten Parametern berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A-, DLR-B- und H3-Flammen



Abbildung 5.52: F-Noise-Ähnlichkeitsspektrum und mit den optimierten Parametern berechnete Schalldruckpegelspektren der DLR-A-, DLR-B- und H3-Flammen

## 5.3 Eingeschlossene DLR-A-Flamme

Aufbauend auf der Validierung und Evaluierung der Verbrennungslärmmodellierung an offenen, nicht vorgemischten, turbulenten Strahlflammen in den Abschnitten 5.1 und 5.2 werden im Folgenden Verbrennungslärmsimulationen für eine eingeschlossene Strahlflamme mit RPM-CN vorgestellt. Als Testfall wurde die offene DLR-A-Flamme durch ein Hüllrohr eingeschlossen. Der Rohrdurchmesser wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit mittels CFD-Berechnungen so ausgelegt, dass die reagierende Strömung nur eine geringe Beeinflussung durch das Hüllrohr erfährt. Schalldruckpegelspektren im Hüllrohr und außerhalb des Hüllrohrs wurden von Stöhr [116] experimentell bestimmt.

Im Folgenden werden der experimentelle Aufbau dargestellt und die Messdaten diskutiert. Es folgt eine Erläuterung der numerischen Konfiguration. Anschließend werden die Ergebnisse von Verbrennungslärmsimulationen der eingeschlossenen DLR-A-Flamme mit dem RPM-CN-Ansatz vorgestellt und diskutiert.

### 5.3.1 Experimenteller Aufbau

Der geometrische Aufbau der eingeschlossenen DLR-A-Flamme ist mit Ausnahme des zusätzlichen Hüllrohrs identisch zum Versuchsaufbau der offenen DLR-A-Flamme (siehe Abschnitt 5.1.1). Das Hüllrohr hat einen Innendurchmesser von 0, 3 m, eine Länge von 0, 5m und ist auf einer Bodenplatte montiert. Den experimentellen Aufbau der eingeschlossenen DLR-A-Flamme zeigt Abb. 5.53 [116]. Abb. 5.54 stellt eine Skizze der Anordnung der Mikrofonpositionen dar. Die Mikrofone an den Positionen #2 bis #4 sind wandbündig im Hüllrohr positioniert.

### 5.3.2 Diskussion der experimentellen Daten

Die Schalldruckpegelspektren wurden aus den gemessenen Druckreihen mittels einer Fast Fourier Transformation (FFT) berechnet. Die gemessenen Druckreihen mit einer Gesamtzeit von 60 s und einer Abtastrate von 200 000 Hz wurden mit einer Mittelungsprozedur in Intervalle unterteilt und deren geglättete spektrale Verteilung berechnet. Entsprechend dem Nyquist-Shannon-Theorem folgt aus der Messzeit die minimale spektrale Frequenzauflösung zu 10 Hz.

In Abb. 5.55 sind gemessene Schalldruckpegelspektren der eingeschlossenen und der offenen DLR-A-Flamme von Stöhr [116] an den Mikrofonpositionen #1 bis #5 gegeneinander aufgetragen. Die Schalldruckpegelspektren wurden mit einem Schmalbandspektrum von 1 Hz und ohne A-Gewichtung ausgewertet. Die Schalldruckpegelspektren der eingeschlossenen DLR-A-Flamme weisen an allen Mikrofonpositionen Überhöhungen bei den Frequenzen von 260, 1655 und 2660 Hz auf. Die experimentell bestimmten Schalldruckpegelspektren im Hüllrohr sind im höheren Frequenzbereich (f > 4000 Hz) um circa 10 dB (#2) beziehungsweise circa 15 dB (#3 und #4) zu höheren Amplituden verschoben. Die



Abbildung 5.53: Experimenteller Aufbau der eingeschlossenen DLR-A-Flamme [116]



Abbildung 5.54: Mikrofonpositionen für die eingeschlossene DLR-A-Flamme, nach [116]

Schalldruckpegelspektren außerhalb des Hüllrohrs sind für Frequenzen über 4000 Hz um 5 dB (#1) beziehungsweise um 10 dB (#5) zu höheren Amplituden verschoben.

## 5.3.3 Numerische Konfiguration

Im Folgenden wird die numerisch Konfiguration der reagierenden Strömungssimulation und der Akustiksimulation vorgestellt.

### Strömungssimulation

Die numerische Konfiguration für die reagierende Strömungssimulation der eingeschlossenen DLR-A-Flamme ist ähnlich zu der der offenen DLR-A-Flamme (siehe Abschnitt 5.1.2). Hier wurde jedoch die Rotationssymmetrie der Geometrie ausgenutzt und das Rechengebiet durch ein 2°-Segment abgebildet. Abb. 5.56a zeigt das Rechengebiet. Das zylindrische unstrukturierte Hexaeder-basierte Rechengitter bestand aus 149000 Gitterknoten, umfasste 56 D in radialer, 120 D in axialer Richtung und wurde in den Regionen mit zu erwartenden hohen Gradienten stark verfeinert. Die Streckungsrate der Gitterzellen wurde auf 10% begrenzt. Das Hüllrohr wurde in der Simulation mit einer adiabaten reibungsbehafteten Wandrandbedingung abgebildet und die Seitenflächen des Rechensegments wurden mit einer Symmetrierandbedingung modelliert.

### Akustiksimulation

Die numerische Konfiguration der Akustiksimulation entsprach ebenfalls der der Simulation der offenen DLR-A-Flamme (siehe Abschnitt 5.1.2). Das CAA-Rechengebiet wurde jedoch stromauf und stromab erweitert, um das Volumen außerhalb des Hüllrohrs abzubilden. Das akustische Quellgebiet, das Rechengebiet der Akustiksimulation und die Mikrofonpositionen sind in Abb. 5.56b dargestellt. Das Rechengebiet umfasste 188 D in axialer, 110 D in radialer Richtung und das Rechengitter bestand aus 28 Blöcken und 195 000 Gitterknoten. Die Wände des Hüllrohrs und der Brennstoffleitung sind in Abb. 5.56b durch dicke Linien hervorgehoben. Diese wurden in der Akustiksimulation durch eine adiabate nicht haftende Wandrandbedingung nach Tam & Dong [122] modelliert.

## 5.3.4 Ergebnisse

Im folgenden Abschnitt werden die Ergebnisse der Strömungs- und Verbrennungslärmsimulation experimentellen Daten gegenübergestellt und diskutiert.

### Strömungsfeld

Vom Strömungsfeld der eingeschlossenen DLR-A-Flamme sind keine experimentellen Daten verfügbar. Die numerisch berechneten Profile des Strömungsfelds sind jedoch nahezu identisch mit den entsprechenden Profilen der offenen DLR-A-Flamme. Daher wird auf die ausführliche Darstellung der RANS-Daten verzichtet und auf Abschnitt 5.1.3 verwiesen.



Abbildung 5.55: Gemessene Schalldruckpegelspektren der eingeschlossenen und der offenen DLR-A-Flamme an den Mikrofonpositionen #1 bis #5 von Stöhr [116]



a) CFD-Rechengebiet

b) Quellgebiet und CAA-Rechengebiet

Abbildung 5.56: Rechengebiet der Strömungssimulation, akustisches Quellgebiet, Rechengebiet der Akustiksimulation und Mikrofonpositionen der eingeschlossenen DLR-A-Flamme

#### Verbrennungslärm

Die im Folgenden diskutierten berechneten Schalldruckpegelspektren wurden entsprechend der Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen in Abschnitt 5.1.3 und analog zu den Messdaten von Stöhr [116] mit einem Schmalbandspektrum von 1 Hz und ohne A-Gewichtung ausgewertet. Die Verbrennungslärmsimulationen wurden mit den an den offenen DLR-A- und DLR-B-Flammen optimierten Parametern (siehe Abschnitt 5.1.3) durchgeführt.

Berechnete Momentaufnahmen der Verteilung der akustischen Quellen und des Drucks der eingeschlossenen DLR-A-Flamme sind in Abb. 5.57 dargestellt. Die Verteilung der akustischen Quellen ist ähnlich zur akustischen Quellverteilung der offenen DLR-A-Flamme (siehe Abb. 5.10b). Bei der berechneten Momentaufnahme der Verteilung des akustischen Drucks in Abb. 5.57b ist im Vergleich zur berechneten Schallabstrahlung der offenen Flamme in Abb. 5.36a der Einfluss der Berandung eindeutig erkennbar. Die Schallwellen werden an den Wänden reflektiert und strahlen an den offenen Rohrenden ab.



Abbildung 5.57: Berechnete Momentaufnahmen der akustischen Quell- und Druckverteilung der eingeschlossenen DLR-A-Flamme

In Abb. 5.58 sind berechnete Schalldruckpegelspektren der eingeschlossenen DLR-A-Flamme an den Mikrofonpositionen #1 bis #5 den Messdaten von Stöhr [116] gegenübergestellt. Es sei betont, dass die Schalldruckpegelspektren nicht bezüglich der Amplitude ineinander verschoben sind. Im Hüllrohr, an den Messpositionen #2 bis #4, ist die Sägezahnform der gemessenen Schalldruckpegelspektren auch in den Simulationsergebnissen zu finden. Alle berechneten Schalldruckpegelspektren zeigen dominante Moden bei 260, 1655 und 2660 Hz entsprechend den Messdaten. Die Amplituden der dominanten Frequenzen sind jedoch im Vergleich zu den Messdaten deutlich unterbestimmt.

Da davon auszugehen ist, dass die akustische Quellmodellierung, entsprechend der Validierung anhand der offenen DLR-A- und DLR-B-Flammen, in guter Übereinstimmung mit der Realität ist, sind die Ursachen der Abweichung der berechneten Spektren von den Messdaten in der Berechnung der Akustikausbreitung zu suchen. Dass der angewendete Modellierungsansatz die Verbrennungsakustik der eingeschlossenen DLR-A-Flamme nicht optimal wiedergibt, kann verschiedene Ursachen haben. Zum einen wird die Akustikausbreitung bislang zweidimensional-eben behandelt. Die zweidimensional-ebene Simulation der Ausbreitung akustischer Wellen im Rohr bildet jedoch keine realistische Rohrakustik ab. Der zweidimensional-ebene Ansatz ist maximal dafür geeignet, ebene Moden zu berechnen. Daher wäre es möglich, dass eine dreidimensionale Berechnung der Akustikausbreitung eine bedeutende Verbesserung der Übereinstimmung der Simulationsergebnisse im Vergleich mit den Messdaten ergeben würde. Zum anderen wird in dem verwendeten hybriden CFD/CAA-Ansatz keine Rückkoppelung von akustischen Wellen auf die reagierende Strömung abgebildet. Falls die dominanten Moden der eingeschlossenen Strahlflamme daher durch eine akustische Rückkopplung entstehen würden, könnten diese mit dem vorgestellten hybriden Ansatz ohne Rückkoppelung nicht erfasst werden.



Abbildung 5.58: Gemessene und berechnete Schalldruckpegelspektren der eingeschlossenen DLR-A-Flamme an den Mikrofonpositionen #1 bis #5

# 6 Zusammenfassung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden zunächst numerische Simulationsrechnungen zur Untersuchung von indirektem Verbrennungslärm in einem generischen Teststand, dem sogenannten Entropiewellengenerator (EWG), vorgestellt und diskutiert (siehe Kapitel 3). Die Strömung, die akustischen Quellen und die Ausbreitung von Entropielärm wurden dabei simultan mit einem direkten Schallberechnungsverfahren (Direct Noise Computation, DNC) abgebildet. Hierzu wurden die kompressiblen unsteady Reynolds averaged Navier-Stokes (URANS)-Gleichungen in Kombination mit einem Zweigleichungsturbulenzmodell numerisch gelöst. Eine wichtige Teilaufgabe war dabei die Modellierung der akustischen Impedanz des Teststands an den Rechenfeldgrenzen. Die mit einer vollreflektierenden und einer nichtreflektierenden Auslassrandbedingung berechneten Druckfluktuationen und deren Schalldruckpegelspektren zeigten größere Abweichungen von den experimentellen Daten. Erst die Modellierung der akustischen Impedanz mit einer teilreflektierenden Auslassrandbedingung ergab berechnete Druckfluktuationen die in Amplitude und spektraler Verteilung sehr gut mit den Messdaten übereinstimmen. Damit wurden Entropielärmsimulationen für unterschiedliche Düsen-Mach-Zahlen im EWG angestellt. Die berechneten maximalen Entropieschalldruckpegel sind ebenfalls in sehr guter Übereinstimmung mit den Messdaten. Weiterhin wurde eine Methode entwickelt, um die akustischen Quellen von Entropielärm numerisch zu untersuchen. Diese wurde dazu verwendet, eine Erklärung für den experimentell wie auch numerisch festgestellten und bisher nicht erklärbaren Verlauf der maximalen Entropieschalldruckpegel bei hohen Mach-Zahlen im EWG abzuleiten. Abschließend wurden Entropielärmberechnungen bei gasturbinenrelevanten Bedingungen durchgeführt. Die Simulationsergebnisse zeigen, dass Entropielärm in Flugtriebwerken sehr hohe Werte annehmen kann.

Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt in der Entwicklung, Validierung und Evaluierung eines hocheffizienten und genauen Ansatzes zur numerischen Simulation von direktem turbulentem Verbrennungslärm. Der hergeleitete Random Particle-Mesh for Combustion Noise (RPM-CN)-Ansatz ist eine hybride Computational Fluid Dynamics/Computational Aeroacoustics (CFD/CAA)-Methode und basiert auf der Modellierung von akustischen Quellen im Zeitbereich. Die Random Particle-Mesh (RPM)-Methode wurde hier für die stochastische Rekonstruktion der Verbrennungslärmquellen, basierend auf statistischen Turbulenzgrößen, wie sie zum Beispiel aus einer Reynolds averaged Navier-Stokes (RANS)- Simulation erhalten werden können, verwendet. Anschließend wird die Ausbreitung des Verbrennungslärms durch die numerische Lösung der linearisierten Euler Gleichungen (LEE) berechnet. Der im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelte RPM-CN-Ansatz ist aufgrund der stationären statistischen Berechnung der turbulenten reagierenden Strömung hocheffizient. Die verlässliche Berechnung der Akustikausbreitung wird durch effizient zu lösende linearisierte Bilanzgleichungen, dissipations- und dispersionsarme Diskretisierungsverfahren und in der CAA etablierte akustische Randbedingungen gewährleistet.

Der entwickelte RPM-CN-Ansatz wurde anhand von Messdaten der DLR-A- und DLR-B-Flammen validiert und evaluiert (siehe Kapitel 5.1). Dies sind offene, nicht vorgemischte, turbulente Strahlflammen, die identisch bezüglich des geometrischen Aufbaus und der Brennstoffzusammensetzung sind. Die Stickstoff-verdünnten Methan-Wasserstoff-Flammen unterscheiden sich jedoch in der Brennstoffaustrittsgeschwindigkeit und damit in der entsprechenden Reynolds-Zahl und eignen sich somit zur Untersuchung der Erfassung der Reynolds-Zahl-Abhängigkeit im verwendeten numerischen Ansatz. Zur Validierung wurden Ergebnisse der numerischen Simulationen mit Messdaten der reagierenden Strömung, mit Modelldefinitionen der Quellmodellierung und mit experimentell bestimmten Schalldruckpegelspektren verglichen. Die berechneten axialen und radialen Profile der RANS-Simulationen sind in guter Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Die exakte Realisierung der vorgegebenen räumlichen und zeitlichen Korrelationen der stochastisch rekonstruierten Fluktuationen mit RPM wurde nachgewiesen. Die Rekonstruktion der Quellvarianz mit RPM ist sowohl bezüglich der Verteilung als auch bezüglich der Amplituden in sehr guter Übereinstimmung mit der Zielvorgabe. Der Einfluss der Längen- und Zeitskalen der Temperaturfluktuationen auf die berechneten Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und DLR-B-Flammen wurde mittels einer umfangreichen Parameterstudie gezeigt und diskutiert. Die mit einem so optimierten Parametersatz berechneten Schalldruckpegelspektren der DLR-A- und der DLR-B-Flammen sind in sehr guter Übereinstimmung mit den Messdaten und mit einem von Tam et al. vorgeschlagenen Ähnlichkeitsspektrum. Anhand von Verbrennungslärmsimulationen der DLR-A- und DLR-B-Flammen wurden verschiedene Modellierungsansätze diskutiert und bewertet. Weiterhin wurden Modellparameterstudien durchgeführt, wobei die Unabhängigkeit bezüglich des Rechengitters, der Zeitschrittweite der Akustiksimulation, der Diskretisierung des Quellgebiets, der Partikelanzahl pro Stromlinie und der Taktrate der Aktualisierung des Dekorrelationsterms nachgewiesen wurde. Anhand numerischer Untersuchungen wurde der Einfluss von Refraktionseffekten und des Isentropenexponenten auf die Berechnung der Ausbreitung des Verbrennungslärms diskutiert.

Der RPM-CN-Ansatz wurde außerdem zur numerischen Verbrennungslärmsimulation für die H3-Flamme verwendet (siehe Kapitel 5.2). Die H3-Flamme hat einen identischen geometrischen Aufbau wie die DLR-A- und DLR-B-Flammen, unterscheidet sich jedoch in der Brennstoffzusammensetzung, der Brennstoffaustrittsgeschwindigkeit und der entsprechenden Reynolds-Zahl. Die berechneten Schallintensitätspegelspektren der Stickstoffverdünnten Wasserstoff-Flamme sind in guter Übereinstimmung mit den Messdaten und das berechnete Schalldruckpegelspektrum entspricht in guter Näherung dem F-Noise-Ähnlichkeitsspektrum.

Abschließend wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit Berechnungen des abgestrahlten Schalls der eingeschlossenen DLR-A-Flamme durchgeführt und anhand der Simulationsergebnisse die Eignung des in der vorliegenden Arbeit hergeleiteten RPM-CN-Ansatzes für die Verbrennungslärmberechnung in eingeschlossenen Geometrien diskutiert. Die eingeschlossene DLR-A-Flamme entspricht vom geometrischen Aufbau der offenen DLR-A-Flamme ist jedoch zusätzlich von einem Hüllrohr umgeben. Die mit dem entwickelten RPM-CN-Modell berechneten Schalldruckpegelspektren zeigen im höheren Frequenzbereich sowohl für den Verlauf als auch für die Amplituden des Spektrums eine gute Übereinstimmung mit den Messdaten. Im niedrigen Frequenzbereich werden die experimentell bestimmten Überhöhungen im Frequenzspektrum von der Simulation erfasst. Hier wird jedoch an allen Mikrofonpositionen eine zu geringen Amplitude ermittelt.

# Literaturverzeichnis

- [1] ANSYS-INC.: ANSYS CFX-Solver, Theory Release 11.0. Canonsburg, Pennsylvania, Dezember 2006
- [2] ARRHENIUS, S.: Über die Reaktionsgeschwindigkeit bei der Inversion von Rohrzucker durch Säuren. In: Z. Phys. Chem. 4 (1889), S. 226–278
- BAILLY, C. ; JUVE, D.A.: A stochastic approach to compute subsonic noise using linearized Euler's equations. In: AIAA 1999-1872. Greater Seattle, Washington, 1999
- [4] BAILLY, C. ; LAFON, P. ; CANDEL, S.M.: Computation of noise generation and propagation for free and confined turbulent flows. In: AIAA 1996-1732. State College, Pennsylvania, 1996
- [5] BAKE, F.: Schallentstehung durch Temperaturschwankungen in der Strömung einer Düse: Nachweis und Parameterstudie zum Entropieschall von Brennkammern.
   Berlin, Deutschland, Technische Universität Berlin, Diss., 2008
- BAKE, F. ; RICHTER, C. ; MÜHLBAUER, B. ; KINGS, N. ; RÖHLE, I. ; THIELE, F. ;
   NOLL, B.: The Entropy Wave Generator (EWG): A reference case on entropy noise.
   In: Journal of Sound and Vibration 326 (2009), S. 574–598
- BARLOW, R.S. (Hrsg.): Proceedings of the TNF Workshops. Livermore, California
   : Sandia National Laboratories, 1996-2004
- [8] BAUM, M.; POINSOT, T.; THEVENIN, D.: Accurate boundary conditions for multicomponent reactive flows. In: *Journal of Computational Physics* 116 (1994), Nr. 2, S. 247–261
- [9] BECHARA, W. ; BAILLY, C. ; LAFON, P. ; CANDEL, S.M.: Stochastic approach to noise modelling for free turbulent flows. In: AIAA Journal 32 (1994), Nr. 3, S. 455–463
- [10] BERGMANN, V.; MEIER, W.; WOLFF, D.; STRICKER, W.: Application of spontaneous Raman and Rayleigh Scattering and 2D LIF for the characterization of a

turbulent CH4/H2/N2 jet diffusion flame. In: Applied Physics 66 (1998), Nr. 4, S.  $489{-}502$ 

- [11] BILGER, R. W.: The structure of turbulent non-premixed flames. In: Symposium (International) on Combustion 22 (1988), Nr. 1, S. 475–488
- [12] BILLSON, M. ; ERIKSSON, L.-E. ; DAVIDSON, L.: Jet noise prediction using stochastic turbulence modeling. In: AIAA 2003-3282. Hilton Head, South Carolina, 2003
- BLOY, A.W.: The pressure waves produced by the convection of temperature disturbances in high subsonic nozzle flows. In: *Journal of Fluid Mechanics* 94 (1980), Nr. 3, S. 465–745
- BOHN, M.S.: Noise produced by the interaction of acoustic waves and entropy waves with high-speed nozzle flows. Pasadena, California, California Institute of Technology, Diss., 1976
- BOHN, M.S.: Response of a subsonic nozzle to acoustic and entropy disturbances.
   In: Journal of Sound and Vibration 52 (1977), Nr. 2, S. 283–297
- [16] BORGHI, R: Turbulent combustion modelling. In: Progress in Energy and Combustion Science 14 (1988), S. 245–292
- [17] BOUSSINESQ, J.: Essai sur la théorie des eaux courantes. In: BOUSSINESQ, J. (Hrsg.): Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences en 1872. 1877 (23)
- [18] BRAGG, S.L.: Combustion noise. In: Journal of the Institute of Fuel 36 (1963), S. 12–16
- [19] BRAUN-UNKOFF, M.: *Private Mitteilung.* Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Institut für Verbrennungstechnik, Abteilung Chemische Kinetik
- [20] BREHM, N. ; SCHILLING, Th. ; BAER, H.-J. ; BITTLINGER, G. ; KAPPLER, G. ; RACKWITZ, L. ; CHATZIAPOSTOLOU, A. ; SCHMIDT, K.-J.: Development of an annular combustor with axially integrated burning zones and demonstration in a BR 700 core engine. In: 14th International Symposium on Airbreathing Engines, ISABE 99-7163. Florence, Italy, 1999
- [21] BRINKMANN, B.: Numerische Simulation des hochfrequenten Effekts von Düsenrandmodifikationen, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik, Abteilung Technische Akustik, Diplomarbeit, Oktober 2007

- [22] BUI, T.P. ; IHME, M. ; SCHRÖDER, W. ; PITSCH, H.: Analysis of different sound source formulations to simulate combustion generated noise using a hybrid LES/APE-RF method. In: International Journal of Aeroacoustics 1-2 (2009), S. 95–123
- [23] BUI, T.P.; SCHRÖDER, W.: Acoustic wave refraction in open turbulent flames. In: Acta Acoustica united with Acoustica 95 (2009), S. 440–447
- BUI, T.P.; SCHRÖDER, W.; MEINKE, M.: Acoustic perturbation equations for reacting flows to compute combustion noise. In: *International Journal of Aeroacoustics* 6 (2007), Nr. 4, S. 335–355
- [25] BUI, T.P.; SCHRÖDER, W.; MEINKE, M.: Numerical analysis of the acoustic field of reacting flows via acoustic perturbation equations. In: *Computers & Fluids* 37 (2008), Nr. 9, S. 1157–1169
- [26] CANDEL, S.M.: Numerical solution of conservation equations arising in linear wave theory: application to aeroacoustics. In: *Journal of Fluid Mechanics* 83 (1977), Nr. 3, S. 465–493
- [27] CANDEL, S.M.; DUROX, D.; DUCRUIX, S.; BIRBAUD, A.-L.; NOIRAY, N.; SCHUL-LER, T.: Flame dynamics and combustion noise: progress and challenges. In: *International Journal of Aeroacoustics* 8 (2009), Nr. 1, S. 1–56
- [28] CUMPSTY, N.A.: Jet engine combustion noise: Pressure, entropy and vorticity perturbations produced by unsteady combustion or heat addition. In: *Journal of Sound* and Vibration 66 (1979), Nr. 4, S. 527–544
- [29] CUMPSTY, N.A.; MARBLE, F.E.: Core noise from gas turbine exhausts. In: Journal of Sound and Vibration 54 (1977), Nr. 2, S. 297–309
- [30] CUMPSTY, N.A.; MARBLE, F.E.: The interaction of entropy fluctuations with turbine blade rows; a mechanism of turbojet engine noise. In: *Proceedings of the Royal Society A* 357 (1977), S. 323–344
- [31] DELFS, J.W.: Grundlagen der Aeroakustik (Basics of Aeroacoustics) Vorlesungsmanuskript / Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik, Abteilung Technische Akustik. Braunschweig, Deutschland, November 2008. – Forschungsbericht
- [32] DELFS, J.W.; BAUER, M.; EWERT, R.; GROGGER, H.A.; LUMMER, M.; LAUKE, T.G.W.: Numerical simulation of aerodynamic noise with DLR's aeroacoustic code

PIANO - PIANO manual version 5.2 / Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik, Abteilung Technische Akustik. Braunschweig, Deutschland, Januar 2007. – Forschungsbericht

- [33] DEUTSCHE GESELLSCHAFT FÜR AKUSTIK E.V.: DEGA-Empfehlung 101, Akustische Wellen und Felder. Berlin, Deutschland, März 2006. – Forschungsbericht
- [34] Norm DIN EN 61672-1 Oktober 2003. Elektroakustik Schallpegelmesser Teil 1: Anforderungen
- [35] DOWLING, A.P.: Thermoacoustics and Instabilities. In: CRIGHTON, D.G. (Hrsg.)
  ; DOWLING, A.P. (Hrsg.); FFOWCS WILLIAMS, L.E. (Hrsg.); HECKL, M. (Hrsg.)
  ; LEPPINGTON, F.G. (Hrsg.): Modern methods in analytical acoustics. London, United Kingdom : Springer-Verlag, 1992
- [36] DOWLING, A.P.: Acoustics of unstable flows. In: TATSUMI, T. (Hrsg.); WATANABE,
   E. (Hrsg.); KAMBE, T. (Hrsg.): *Theoretical and Applied Mechanics*. Amsterdam, Netherlands : Elsevier, 1996, S. 171–186
- [37] DREIZLER, A.: Flame data base for turbulent nonpremixed flames. Forschungsbericht. – http://www.tudarmstadt.de/fb/mb/ekt/flamebase/Welcome.html
- [38] EWERT, R.: Slat noise trend predictions using CAA with stochastic sources from a random particle mesh method (RPM). In: AIAA 2006-2667. Cambridge, Massachusetts, 2006
- [39] EWERT, R.: RPM the fast Random Particle-Mesh method to realize unsteady turbulent sound sources and velocity fields for CAA applications. In: AIAA 2007-3506. Rome, Italy, 2007
- [40] EWERT, R.: Broadband slat noise prediction based on CAA and stochasic sound sources from a fast random particle-mesh (RPM) method. In: *Computers & Fluids* 37 (2008), S. 369–387
- [41] EWERT, R.: CAA prediction of broadband trailing-edge and jet noise In: Brouwer,
   H.H.; Rienstra, S.W.: Aeroacoustics research in Europe: The CEAS-ASC report on
   2007 highlights. In: Journal of Sound and Vibration 318 (2008), Nr. 4-5, S. 625–654
- [42] EWERT, R: *Private Mitteilung.* Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik, Abteilung Technische Akustik
- [43] EWERT, R. ; APPEL, C. ; DIERKE, J. ; HERR, M.: RANS/CAA based prediction of NACA 0012 broadband trailing edge noise and experimental validation. In: AIAA 2009-3269. Miami, Florida, 2009

- [44] EWERT, R.; DIERKE, J.; POTT-POLENSKE, M; APPEL, C.; EMUNDS, R.; SUCLIF-FE, M.: CAA-RPM prediction and validation of slat setting influence on broadband high-lift noise generation. In: AIAA 2010-3833. Stockholm, Sweden, 2010
- [45] EWERT, R.; EMUNDS, R.: CAA slat noise studies applying stochastic sound sources based on solenoidal digital filters. In: *AIAA 2005-2862*. Monterey, California, 2005
- [46] EWERT, R. ; KORNOW, O. ; DELFS, J.W. ; YIN, J. ; RÖBER, T. ; ROSE, M.: A CAA based approach to tone haystacking. In: AIAA 2009-3217. Miami, Florida, 2009
- [47] EWERT, R. ; KORNOW, O. ; TESTER, B.J. ; POWLES, C.J. ; DELFS, J.W. ; Ro-SE, W.: Spectral broadening of jet engine turbine tones. In: AIAA 2008-2940. Vancouver, Canada, 2008
- [48] EWERT, R. ; SCHRÖDER, W.: Acoustic perturbation equations based on flow decomposition via source filtering. In: *Journal of Computational Physics* 188 (2003), S. 365–398
- [49] FAVRE, A.: Equations des gaz turbulente compressible. In: Journal de Mechanique 4 (1965), S. 361–390
- [50] FFOWCS WILLIAMS, J.E.; HOWE, M.S.: The generation of sound by density inhomogeneities in low mach number nozzle flows. In: *Journal of Fluid Mechanics* 70 (1975), Nr. 3, S. 605–622
- [51] FLEMMING, F.; SADIKI, A.; JANICKA, J.: Investigation of combustion noise using a LES/CAA hybrid approach. In: *Proceedings of the Combustion Institute* 31 (2007), S. 3189–3196
- [52] GENSSLER, S.: Private Mitteilung. MTU Aero Engines GmbH
- [53] GEORGIADIS, N.J.; YODER, D.A.; ENGBLOM, W.A.: Evaluation of two-equation turbulence models for jet flow prediction. In: AIAA Journal 44 (2006), Nr. 12, S. 3107–3114
- [54] GERLINGER, P.: Numerische Verbrennungssimulation Effiziente numerische Simulation turbulenter Verbrennung. Berlin, Deutschland : Springer-Verlag, 2005
- [55] GRANDE, E.: Refraction of sound by jet flow and jet temperature. In: NASA CR-840, 1967
- [56] GUEDEL, A.; FARRANDO, A.: Experimental study of turboshaft engine core noise.
   In: Journal of Aircraft 23 (1986), Nr. 10, S. 763–767

- [57] HASSAN, H.A.: Scaling of combustion generated noise. In: J. Fluid Mech. 66 (1974), Nr. 3, S. 445–453
- [58] HIRSCH, C. ; WÄSLE, J. ; WINKLER, A. ; SATTELMAYER, T.: A spectral model for the sound pressure from turbulent premixed combustion. In: *Proceedings of the Combustion Institute* 31 (2007), S. 1435–1441
- [59] HOWE, M.S.: Contributions to the theory of aerodynamic sound, with application to excess jet noise and the theory of flute. In: *Journal of Fluid Mechanics* 71 (1975), Nr. 4, S. 625–673
- [60] HU, F.Q.; HUSSAINI, M.Y.; MANTHEY, J.L.: Low-dissipation and low-dispersion Runge-Kutta schemes for computational acoustics. In: *Journal of Computational Physics* 124 (1996), S. 177–191
- [61] HUBER, A.; POLIFKE, W.: Impact of fuel supply impedance on combustion stability of gas turbines. In: ASME Turbo Expo, GT2008-51193. Berlin, Deutschland, 2008
- [62] HWANG, I.; KIM, Y.: Measurement of thermo-acoustic waves induced by rapid heating of nickel sheet in open and confined spaces. In: International Journal of Heat and Mass Transfer 49 (2006), Nr. 3, S. 575–581
- [63] IHME, M. ; KALTENBACHER, M. ; PITSCH, H.: Numerical simulation of flow- and combustion-induced sound using a hybrid LES/CAA approach. In: Proceedings of the Summer Programm 2006. Stanford, California, 2006
- [64] IHME, M.; PITSCH, H.; BODONY, D.: Radiation of noise in turbulent non-premixed flames. In: *Proceedings of the Combustion Institute* 32 (2009), Nr. 1, S. 1545–1553
- [65] KALITZIN, G. ; KALITZIN, N. ; WILDE, A.: A factorization scheme for RANS turbulence models and SNGR predictions of trailing edge noise. In: AIAA 2000-1982. Lahaina, Hawaii, 2000
- [66] KHAVARAN, A.; BRIDGES, J.: Modelling of fine-scale turbulence mixing noise. In: Journal of Sound and Vibration 279 (2005), S. 1131–1154
- [67] KLEIN, S.A.; KOK, J.B.W.: Sound generation by turbulent non-premixed flames.
   In: Combustion Science and Technology 149 (1999), Nr. 1, S. 267–295
- [68] KOTAKE, S.: On combustion noise related to chemical reactions. In: Journal of Sound and Vibration 42 (1975), Nr. 3, S. 399–410
- [69] KOTAKE, S. ; HATTA, K.: On the noise of diffusion flames. In: Japan Society of Mechanical Engineers Journal 8 (1965), Nr. 30, S. 211–219

- [70] KOVASZNAY, L.S.G.: Turbulence in supersonic flow. In: Journal of the Aeronautical Sciences 20 (1953), Nr. 10, S. 657–682
- [71] KRAICHNAN, R.H.: Diffusion by a random velocity field. In: *Physics of Fluids* 13 (1970), S. 22–31
- [72] LANGEVIN, P.: Sur la theorie du mouvement Brownien. In: Comptes Rendus Acad. Sci. Paris 146 (1908), S. 530–533
- [73] LAUNDER, B.E.; SHARMA, B.I.: Application of the eddy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. In: Letters in Heat and Mass Transfer 1 (1974), Nr. 2, S. 131–138
- [74] LAUNDER, B.E.; SPALDING, D.B.: Mathematical Models of Turbulence. London, United Kingdom : Academic Press, 1972
- [75] LEFEBVRE, A.H.: *Gas turbine combustion*. Washington, DC : Hemisphere Publishing Corporation, 1983
- [76] LEYKO, M. ; NICOUD, F. ; POINSOT, T.: Comparison of direct and indirect combustion noise mechanisms in a model combustor. In: AIAA Journal 47 (2009), Nr. 11, S. 2709–2716
- [77] LIGHTHILL, M.J.: On sound generated aerodynamically. I. General Theory. In: Proceedings of the Royal Society A 211 (1952), S. 564–587
- [78] LIGHTHILL, M.J.: On sound generated aerodynamically. II. Turbulence as a source of sound. In: *Proceedings of the Royal Society A* 222 (1954), S. 1–32
- [79] LU, H.Y.: An analytical model for entropy noise of subsonic nozzle flow. In: AIAA Journal 16 (1978), Nr. 12, S. 1235–1239
- [80] LYRINTZIS, A.S.: Integral acoustics methods: From the (CFD) near-field to the (acoustic) far-field. In: International Journal of Aeroacoustics 2 (2003), Nr. 2, S. 95–128
- [81] MAGNUSSEN, B.F. ; HJERTAGER, B.H.: On mathematical modeling of turbulent combustion with special emphasis on soot formation and combustion. In: Sixteenth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute. Pittsburgh, Pennsylvania, 1976, S. 719–729
- [82] MARBLE, F.E. ; CANDEL, S.M.: Acoustic disturbance from gas non-uniformities convected through a nozzle. In: *Journal of Sound and Vibration* 55 (1977), Nr. 2, S. 225–243

- [83] MATHEWS, D.C.; REKOS JR., N.F.; NAGEL, R.T.: Combustion noise investigations
   Technical Report FAA RD-77-3. In: *Pratt & Whitney Aircraft Group, United Technologies Corporation*. East Hartford, Connecticut, 1977
- [84] MEIER, W. ; BARLOW, R.S. ; CHEN, Y.-L.: Raman/Rayleigh/LIF measurements in a turbulent CH4/H2/N2 jet diffusion flame: experimental techniques and turbulence-chemistry interaction. In: *Combustion and Flame* 126 (2000), S. 326–343
- [85] MENTER, F.R.: Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. In: AIAA Journal 32 (1994), Nr. 8, S. 1598–1605
- [86] MORFEY, C.L.: Amplification of aerodynamic noise by convected flow inhomogeneities. In: Journal of Sound and Vibration 31 (1973), Nr. 4, S. 391–397
- [87] MORRIS, P.J.; BOLURIAAN, S.: The prediction of jet noise from CFD data. In: AIAA 2004-2977. Manchester, United Kingdom, 2004
- [88] MÜHLBAUER, B.; EWERT, R.; KORNOW, O.; BOYDE, J.; NOLL, B.; DELFS, J.W.; AIGNER, M.: Evaluation of the RPM-CN approach for broadband combustion noise prediction. In: AIAA 2009-3285. Miami, Florida, 2009
- [89] MÜHLBAUER, B.; EWERT, R.; KORNOW, O.; NOLL, B.: Evaluation of the RPM approach for the simulation of broadband combustion noise. In: AIAA Journal 48 (2010), Nr. 7, S. 1379–1390
- [90] MÜHLBAUER, B.; EWERT, R.; KORNOW, O.; NOLL, B.; AIGNER, M.: Numerical simulation of broadband combustion noise with the RPM-CN approach. In: ASME Turbo Expo, GT2009-59870. Orlando, Florida, 2009
- [91] MÜHLBAUER, B.; EWERT, R.; KORNOW, O.; NOLL, B.; DELFS, J.W.; AIGNER,
   M.: Simulation of combustion noise using CAA with stochastic sound sources from RANS. In: AIAA 2008-2944. Vancouver, Canada, 2008
- [92] MÜHLBAUER, B.; EWERT, R.; KORNOW, O.; NOLL, B.; DELFS, J.W.; AIGNER, M.: Numerical simulation of broadband combustion noise based on stochastic sound sources - In: Juve, D.A.: Aeroacoustics research in Europe: The CEAS-ASC report on 2008 highlights. In: Journal of Sound and Vibration 328 (2009), S. 213–242
- [93] MÜHLBAUER, B.; EWERT, R.; KORNOW, O.; NOLL, B.; DELFS, J.W.; AIGNER, M.: Numerical simulation of broadband combustion noise based on stochastic source reconstruction. In: 16th International Congress on Sound and Vibration. Krakow, Poland, 2009

- [94] MÜHLBAUER, B.; NOLL, B.; AIGNER, M.: Numerical simulation of entropy noise and its acoustic sources in aero-engines. In: ASME Turbo Expo, GT2008-50321. Berlin, Deutschland, 2008
- [95] MÜHLBAUER, B. ; NOLL, B. ; AIGNER, M.: Numerical study of the generation and propagation of entropy noise. In: *International conference on jets wakes and separated flows*. Berlin, Deutschland, 2008
- [96] MÜHLBAUER, B.; NOLL, B.; AIGNER, M.: Numerical investigation of the fundamental mechanism for entropy noise generation in aero-engines. In: Acta Acoustica united with Acoustica 95 (2009), S. 470–478
- [97] MÜHLBAUER, B.; NOLL, B.; EWERT, R.; KORNOW, O.; AIGNER, M.: Numerical RANS/URANS simulation of combustion noise. In: SCHWARZ, A. (Hrsg.); JANICKA, J. (Hrsg.): *Combustion noise* Bd. W. 1. New York : Springer-Verlag, 2009, S. 1–28
- [98] MÜHLBAUER, B.; WIDENHORN, A.; LIU, M.; NOLL, B.; AIGNER, M.: Fundamental mechanism of entropy noise in aero-engines: numerical simulation. In: ASME Turbo Expo, GT2007-27173. Montreal, Canada, 2007
- [99] MUTHUKRISHNAN, M. ; STRAHLE, W.C. ; NEALE, D.H.: Separation of hydrodynamic, entropy, and combustion noise in a gas turbine combustor. In: AIAA Journal 16 (1978), Nr. 4, S. 320–327
- [100] NOLL, B.: Numerische Strömungsmechanik. Berlin, Deutschland : Springer-Verlag, 1993
- [101] PETERS, N.: Turbulent combustion Cambridge monographs on mechanics. Cambridge University Press, 2000
- [102] PFUDERER, D.G.; NEUBER, A.A.; FRÜCHTEL, G.; HASSEL, E.P.; JANICKA, J.: Turbulence modulation in jet diffusion flames: Modeling and experiments. In: *Combustion and Flame* 106 (1996), Nr. 3, S. 301–307
- [103] PISCOYA, R. ; BRICK, H. ; OCHMANN, M. ; KÖLTZSCH, P.: Equivalent source method and boundary element method for calculating combustion noise. In: Acta Acoustica united with Acoustica 94 (2008), Nr. 4, S. 514–527
- [104] POINSOT, T.; LELE, S.: Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. In: Journal of Computational Physics 101 (1992), Nr. 1, S. 104–129
- [105] POPE, S.B.: An explanation of the turbulent round jet/plane-jet anomaly. In: AIAA Journal 16 (1978), Nr. 3, S. 279–281

- [106] POPE, S.B.: Turbulent flows. Cambridge, United Kingdom : Cambridge University Press, 2000
- [107] REYNOLDS, O.: On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society* of London. A 186 (1895), S. 123–164
- [108] ROLLS-ROYCE: *The jet engine*. 2nd edition. Derby, United Kingdom : Rolls-Royce PLC, 2005
- [109] SCHNEIDER, C. ; DREIZLER, A. ; JANICKA, J.: Flow field measurements of stable and locally extinguishing hydrocarbon-fuelled jet flames. In: *Combustion and Flame* 135 (2003), S. 185–190
- [110] SCHUBERT, L.K.: Numerical study of sound refraction by a jet flow. I. Ray Acoustics. In: Journal of the Acoustical Society of America 51 (1972), Nr. 2A, S. 439–446
- [111] SELLE, L. ; NICOUD, F. ; POINSOT, T.: Actual impedance of nonreflecting boundary conditions: Implications for computation of resonators. In: AIAA Journal 42 (2004), Nr. 5, S. 958–964
- [112] SIEFERT, M.; EWERT, R.: Sweeping sound generation in jets realized with a random particle-mesh method. In: AIAA 2009-3369. Miami, Florida, 2009
- [113] SINGH, K.K. ; FRANKEL, S.H. ; GORE, J.P.: Effects of combustion on the sound pressure generated by circular jet flows. In: AIAA Journal 41 (2003), Nr. 2, S. 319–321
- [114] SINGH, K.K.; FRANKEL, S.H.; GORE, J.P.: Study of spectral noise emissions from standard turbulent nonpremixed flames. In: AIAA Journal 42 (2004), Nr. 5, S. 931–936
- [115] SMITH, T.J.B.; KILHAM, J.K.: Noise generation by open turbulent flames. In: Journal of the Acoustical Society of America 35 (1963), Nr. 5, S. 715–724
- [116] STÖHR, M.: Private Mitteilung. Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Institut für Verbrennungstechnik, Abteilung Verbrennungsdiagnostik
- [117] STRAHLE, W.C.: On combustion generated noise. In: Journal of Fluid Mechanics 49 (1971), Nr. 2, S. 399–414
- [118] STRAHLE, W.C.: Some results in combustion generated noise. In: Journal of Sound and Vibration 23 (1972), Nr. 1, S. 113–125

- [119] STRAHLE, W.C.: A review of combustion generated noise. In: Progress in Astronautics and Aeronautics 37 (1975), S. 229–248
- [120] TACKE, M.: Zur Stabilität angehobener turbulenter Diffusionsflammen, Technische Universität Darmstadt, Diss., 1998
- [121] TAM, C.K.M. ; AURIAULT, L.: Jet mixing noise from fine-scale turbulence. In: AIAA Journal 37 (1999), Nr. 2, S. 145–153
- [122] TAM, C.K.M.; DONG, Z.: Wall boundary conditions for high-order finite-difference schemes in computational aeroacoustics. In: *Theoret. Comput. Fluid Dynamics* 6 (1992), S. 303–322
- [123] TAM, C.K.M.; GOLEBIOWSKI, M.; SEINER, J.M.: On the two components of turbulent mixing noise from supersonic jets. In: AIAA 96-1716. State College, Pennsylvania, 1996
- [124] TAM, C.K.M.; PASTOUCHENKO, N.N.; MENDOZA, J.; BROWN, D.: Combustion noise of auxiliary power units. In: AIAA 2005-2829. Monterey, California, 2005
- [125] TAM, C.K.M.; WEBB, J.: Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for computational acoustics. In: *Journal of Computational Physics* 107 (1993), S. 262–281
- [126] TANAHASHI, M.; TSUKINARI, S.; SAITOH, T.; MIYAUCHI, T.; CHOI, G.; IKAME, M.; KISHI, T.; HARUMI, K.; HIRAOKA, K.: On the sound generation and its controls in turbulent combustion field. In: 3rd Symposium on Smart Control of Turbulence. Tokyo, Japan, 2002
- [127] TAYLOR, G.I.: The spectrum of turbulence. In: Proc. R. Soc. Lond. A 164 (1938), S. 476–490
- [128] TRUFFAUT, J.-M. ; SEARBY, G. ; BOYER, L.: Sound emission by non-isomolar combustion at low Mach numbers. In: *Combustion Theory Modelling* 2 (1998), S. 423–428
- [129] WAGNER, C.; HÜTTL, T.; SAGAUT, P.: Large-eddy simulation for acoustics. Cambridge, United Kingdom : Cambridge University Press, 2007
- [130] WARNATZ, J. ; MAAS, U. ; DIBBLE, R.W.: Verbrennung. Berlin, Deutschland : Springer-Verlag, 2001

- [131] WIDENHORN, A. ; NOLL, B. ; AIGNER, M.: Accurate boundary conditions for the numerical simulation of thermoacoustic phenomena in gas-turbine combustion chambers. In: ASME Turbo Expo, GT2006-90441. Barcelona, Spain, 2006
- [132] WIDENHORN, A.; NOLL, B.; AIGNER, M.: Impedance boundary conditions for the numerical simulation of gas turbine combustion systems. In: ASME Turbo Expo, GT2008-50445. Berlin, Deutschland, 2008
- [133] WILCOX, D.C.: Multiscale model for turbulent flows. In: AIAA Journal 26 (1988), Nr. 11, S. 1311–1320
- [134] WILCOX, D.C.: Turbulence modeling for CFD. La Canada, California : DCW Industries Inc., 2006
- [135] WILLIAMS, F.A.: Recent advances in theoretical description of turbulent diffusion flames - In: Murthy SNB (ed) Turbulent mixing in non-reactive and reactive flows. Plenum Press, 1975. – 189 S.
- [136] ZIMONT, V.L.: Gas premixed combustion at high turbulence. Turbulent flame closure combustion model. In: *Experimental Thermal and Fluid Science* 21 (2000), S. 179–186
- [137] ZUKOWSKI, E.E.; AUERBACH, J.M.: Experiments concerning the response of supersonic nozzles to fluctuating inlet conditions. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 98 (1976), S. 60–63

# Lebenslauf

## Persönliche Daten

Name	Bernd Michael Mühlbauer
Geburtsdatum	10. Oktober 1978
Geburtsort	Stuttgart
Staatsangehörigkeit	Deutsch

## Schulbildung

1985 - 1989	Schillerschule, Neuhausen a.d.F.
1989 - 1998	Otto-Hahn-Gymnasium, Ostfildern
19. Juni 1998	Allgemeine Hochschulreife

## Zivildienst

Sept. 1998 – Sept. 1999	Karl-Schubert-Werkstätten und	Wohngemeinschaften e.V.,
	Filderstadt	

## Studium

Okt. 1999 – Sept. 2005	Universität Stuttgart, Studium der Verfahrenstechnik
Aug. 2002 – Dez. 2002	Rollins College, Orlando, Florida, Major: International Business
31. August 2005	Diplom

## Praktikum

Okt. 2004 – März 2005	THERMO-SYSTEM Industrie- & Trocknungstechnik Gmb	ьΗ,
	Filderstadt	

## Berufliche Tätigkeit

seit November 2005 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Institut für Verbrennungstechnik, Stuttgart