

Anna Krolo

Planung von Zuverlässigkeitstests mit weitreichender Berücksichtigung von Vorkenntnissen

D 93
ISBN 3 - 936100 – 10 – 1

Institut für Maschinenelemente

Antriebstechnik • CAD • Dichtungen • Zuverlässigkeit

Universität Stuttgart
Pfaffenwaldring 9
70569 Stuttgart
Tel. (0711) 685 – 6170

Prof. Dr.-Ing. B. Bertsche, Ordinarius und Direktor

Planung von Zuverlässigkeitstests mit weitreichender Berücksichtigung von Vorkenntnissen

Von der Fakultät

Maschinenbau

der Universität Stuttgart

zur Erlangung der Würde eines

Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von

Dipl.-Ing. Anna Krolo

geboren in Bruchsal

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. B. Bertsche

Mitberichter: Prof. Dr. rer. nat. U. Jensen

Tag der Einreichung: 15.10.2003

Tag der mündlichen Prüfung: 23.04.2004

Institut für Maschinenelemente

2004

Meinen Eltern gewidmet

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Wissenschaftliche Mitarbeiterin am Institut für Maschinenelemente (IMA) der Universität Stuttgart.

Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Bernd Bertsche, Leiter des Instituts für Maschinenelemente, für die Ermöglichung der Arbeit, die ständige Förderung der Arbeit und das mir stets entgegengebrachte Vertrauen.

Herrn Prof. Dr. rer. nat. Uwe Jensen, Institut für Angewandte Mathematik und Statistik der Universität Hohenheim, danke ich für die Übernahme des Mitberichts, die kritische Durchsicht der Arbeit und die konstruktiven Hinweise.

Bei allen aktiven und ehemaligen Mitgliedern des „Zuv-Teams“ bedanke ich mich recht herzlich für das menschlich äußerst angenehme und fachlich produktive Arbeitsklima. Insbesondere gilt mein Dank allen Kolleginnen und Kollegen, Studien- und Diplomarbeitern sowie wissenschaftlichen Hilfskräften, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Instituts danke ich für die sehr kollegiale und freundschaftliche Zusammenarbeit.

Stuttgart, im Mai 2004

Anna Krolo

Inhalt

Bezeichnungen und Formelzeichen	iv
Abstract	ix
1 Einleitung.....	1
1.1 Problemstellung	2
1.2 Ziele der Arbeit	3
1.3 Aufbau der Arbeit	3
2 Stand der Forschung und Technik.....	6
2.1 Begriffe und Definitionen	6
2.1.1 Begriffe und Definitionen in der Zuverlässigkeitstechnik.....	6
2.1.2 Begriffe und Definitionen in der Wahrscheinlichkeitstheorie	8
2.2 Statistische Verteilungen.....	12
2.2.1 Hypergeometrische Verteilung	12
2.2.2 Binomialverteilung.....	14
2.2.3 Poissonverteilung	14
2.2.4 Betaverteilung	15
2.2.5 Gleichverteilung.....	17
2.2.6 Exponentialverteilung	17
2.2.7 Weibullverteilung.....	18
2.3 Berücksichtigung statistischer Streubereiche	20
2.3.1 Der Vertrauensbereich	20
2.3.2 Aussagewahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von der Zufallsgröße ...	23
2.4 Nachweis von Zuverlässigkeitsvorgaben durch Lebensdauertests	24
2.4.1 Planung von Tests für den Zuverlässigkeitsnachweis	24
2.4.2 Lebensdauertests mit abweichender Prüfzeit.....	27
2.4.3 Zeitraffende Lebensdauertests	30
2.4.4 Diskrepanzen bei den Ansätzen zur Testplanung	34
3 Verfahren zur Berücksichtigung von Vorkenntnissen.....	36
3.1 Anwendung der Bayes-Formel beim Zuverlässigkeitsnachweis	36
3.2 Gleichverteilung als Vorinformation	38
3.3 Betaverteilung als Vorinformation	39
3.4 Verfahren nach Beyer/Lauster	41
3.4.1 Prüfteile mit konstanter Ausfallrate	42
3.4.2 Prüfteile mit zeitabhängiger Ausfallrate	43
3.5 Verfahren nach Kleyner et al.	47
3.6 Verfahren nach Savchuk/Martz	49
3.7 Verfahren nach Kececioglu.....	51

3.8	Verfahren nach Guida/Pulcini.....	54
3.9	Zusammenhang und Vergleich der Verfahren	56
4	Bestimmung der a priori-Verteilung.....	58
4.1	Ermittlung aus vorangegangenen Versuchen.....	58
4.1.1	Versuche mit keinen oder wenigen Ausfällen	58
4.1.2	Versuche mit ausreichend vielen Ausfällen.....	62
4.2	Ermittlung aus dem Ausfallverhalten eines ähnlichen Produkts	64
4.2.1	Gesamtbetrachtung der gegebenen Ausfalldaten	64
4.2.2	Unterteilung der gegebenen Ausfalldaten in Einzelstichproben.....	64
4.3	Ermittlung aus Berechnungsergebnissen	66
5	Entwicklung eines neuen Verfahrens.....	68
5.1	Beschreibung der Vorkenntnisse anhand einer Betaverteilung	68
5.2	Einführung des Transformationsfaktors.....	68
5.3	Vorgehensweise zur Berücksichtigung von Berechnungsergebnissen	69
5.4	Abweichende Randbedingungen beim Zuverlässigkeitstest.....	71
5.4.1	Berücksichtigung verschiedener Testzeiten und Raffungsfaktoren....	71
5.4.2	Berücksichtigung der Ausfallzeiten schadhafter Teile	72
5.5	Berechnung der a posteriori-Dichte	75
5.6	Testplanung nach der Binomial- und der Betaverteilung im Vergleich	76
5.7	Intervallangabe für den notwendigen Stichprobenumfang	78
6	Möglichkeiten zur Bestimmung des Transformationsfaktors.....	80
6.1	Transformationsfaktor bei ähnlichen Produkten oder Vorgängermodellen...80	
6.1.1	Bewertung des Produkts nach Topfunktionen	80
6.1.2	Bestimmung der Übertragbarkeit von Topfunktionen	82
6.1.3	Gewichtung der Topfunktionen	82
6.1.4	Bestimmung des Transformationsfaktors.....	83
6.2	Transformationsfaktor bei Vorversuchen	83
6.2.1	Einflüsse von Umweltbedingungen auf die Zuverlässigkeit.....	84
6.2.2	Bewertung der Umweltbedingungen.....	85
6.2.3	Bestimmung des Transformationsfaktors.....	85
6.3	Verifizierung des Transformationsfaktors	86
6.3.1	Verifizierung des Transformationsfaktors durch Tests.....	87
6.3.2	Verifizierung des Transformationsfaktors durch Feldbeobachtung....	88
7	Beispielhafte Anwendung.....	90
7.1	Synthetisches Beispiel.....	90
7.1.1	Analyse eines fiktiven Vorgängermodells	92
7.1.2	Vorversuche am fiktiven Produkt unter erhöhter Beanspruchung.....	93
7.1.3	Betriebsfestigkeitsrechnung für das fiktive Produkt.....	95

7.2	Testplanung unter Berücksichtigung der Vorkenntnisse	95
7.2.1	Testplanung für eine Prüfung unter normalen Betriebsbedingungen .	96
7.2.2	Testplanung für eine Prüfung mit überhöhter Beanspruchung	97
7.2.3	Zusammenfassung der Ergebnisse zur Testplanung	99
8	Zusammenfassung und Ausblick.....	100
Literatur	102

Bezeichnungen und Formelzeichen

a	Parameter der Betaverteilung bei Guida/Pulcini, untere Intervallgrenze der stetigen Gleichverteilung
A	Auftretenswahrscheinlichkeit, Parameter der Betaverteilung
A_F	Parameter der Betaverteilung aus Feldbeobachtung für Nachweis des Transformationsfaktors
A_{pot}	möglicher Ausfall
A_{verif}	Parameter der Betaverteilung aus Versuch für Nachweis des Transformationsfaktors
A_0	Parameter der a priori-Betaverteilung
b	Formparameter der Weibullverteilung, Parameter der Betaverteilung bei Guida/Pulcini, obere Intervallgrenze der stetigen Gleichverteilung
b_F	Formparameter der Weibullverteilung aus Feldbeobachtung
b_p	Formparameter der Weibullverteilung bei Prüfbedingungen
b_{verif}	Formparameter der Weibullverteilung aus Nachweistest
b_1, b_2	Grenzwerte für Formparameter bei Guida/Pulcini
B	Bedeutung, Parameter der Betaverteilung
B_F	Parameter der Betaverteilung aus Feldbeobachtung für Nachweis des Transformationsfaktors
$B_{p\gamma}$	Lebensdauer bei einer Ausfallwahrscheinlichkeit von $\gamma\%$ unter Prüfbedingungen
B_{verif}	Parameter der Betaverteilung aus Versuch für Nachweis des Transformationsfaktors
B_0	Parameter der a priori-Betaverteilung
B_γ	Lebensdauer bei einer Ausfallwahrscheinlichkeit von $\gamma\%$
c	Parameter der Betaverteilung bei Guida/Pulcini
d	Parameter der Betaverteilung bei Guida/Pulcini, Anzahl Einheiten in der Grundgesamtheit mit der Eigenschaft E
E, E_k, E_x	Entdeckungswahrscheinlichkeit, Ereignis
\bar{E}	komplementäres Ereignis
$E(\bullet)$	Erwartungswert von \bullet
$f(\bullet)$	Dichtefunktion von \bullet , Funktion von \bullet
$f(\bullet \circ)$	bedingte Dichte von \bullet
$f(t)$	Ausfalldichte

$F(\bullet)$	Verteilungsfunktion von \bullet
F_o	maximal zulässige Ausfallwahrscheinlichkeit
$F(t)$	Ausfallwahrscheinlichkeit
F_0	Ausfallwahrscheinlichkeit des Vorgängers bei Guida/Pulcini
$g(T_j)$	Gewichtung einer Topfunktion
$\bar{g}(T)$	Gewichtungsvektor
i, i'	Rangzahl, Zählvariable
$I(T_j)$	Indikator einer Topfunktion
j	Zählvariable
k	Wählerlinienexponent, Anzahl Einzelstichproben, Anzahl Topfunktionen, Zählvariable
$K_{\text{prüf}}$	Prüfkriterium
l	Anzahl möglicher Fehlerursachen
L_v	Lebensdauerverhältnis
m	Anzahl Teilstichproben, Anzahl möglicher Ausfälle
m_0	Anzahl möglicher Ausfälle beim Vorgänger
n	Stichprobenumfang, Anzahl der Merkmalswerte
n_{ber}	Stichprobenumfang bei Berücksichtigung der Berechnung
n_{verif}	notwendiger Stichprobenumfang für Nachweis des Transformationsfaktors durch Tests
n_0	Stichprobenumfang im Vorversuch
Δn_{ber}	Stichprobenreduktion durch Berechnung
N	Grundgesamtheit
p	Anzahl der a priori-Verteilungen, Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E , Zählvariable
$p(T_j)$	Übertragbarkeit einer Topfunktion
$\bar{p}(T)$	Übertragbarkeitsvektor
$P(\bullet)$	Wahrscheinlichkeit von \bullet
$P(\bullet \circ)$	bedingte Wahrscheinlichkeit von \bullet
P_A	Aussagewahrscheinlichkeit
P_{As}	geforderte Aussagewahrscheinlichkeit
P_{auf}	Auftretenswahrscheinlichkeit einer Umweltbedingung
P_{A0}	a priori-Aussagewahrscheinlichkeit
q	Wahrscheinlichkeit des komplementären Ereignisses \bar{E}
r	Raffungsfaktor
r_{B_γ}	Raffungsfaktor bzgl. der Lebensdauer B_γ

r_{t_0}	Raffungsfaktor bzgl. der ausfallfreien Zeit t_0
r_T	Raffungsfaktor bzgl. der char. Lebensdauer T
$R_{ber}(t)$	berechnete Zuverlässigkeit
R_{med}	Median der Zuverlässigkeit
R_{pmed}	Median der Zuverlässigkeit unter Prüfbedingungen
$R(t)$	Zuverlässigkeit
$R(t_s)$	geforderte Zuverlässigkeit
R_u	Mindestzuverlässigkeit
R_0	a priori-Zuverlässigkeit bei Beyer/Lauster, Zuverlässigkeit des Vorgängers bei Guida/Pulcini
\bar{R}	Mittelwert der Zuverlässigkeit
\bar{R}_F	Mittelwert der Zuverlässigkeit aus Feldbeobachtung
RPZ	Risikoprioritätszahl
RPZ_0	Risikoprioritätszahl des Vorgängers
$s^2(\bullet)$	Streuung von \bullet
s_F^2	Streuung der Zuverlässigkeit aus Feldbeobachtung
S	sicheres Ereignis
t	Zeit
t_a	Ausfallzeit
t_{ber}	berechnete Lebensdauer
t_p	Prüfzeit
t_{p0}	Prüfzeit im Vorversuch
t_s	geforderte Lebensdauer
t_0	ausfallfreie Zeit der Weibullverteilung
t_{0F}	ausfallfreie Zeit der Weibullverteilung aus Feldbeobachtung
t_{0verif}	ausfallfreie Zeit der Weibullverteilung aus Nachweistest
T	charakteristische Lebensdauer der Weibullverteilung, Topfunktion, Vektortransformation
T_{bed}	Testbedingung
T_F	char. Lebensdauer der Weibullverteilung aus Feldbeobachtung
T_p	char. Lebensdauer der Weibullverteilung bei Prüfbedingungen
T_{verif}	char. Lebensdauer der Weibullverteilung aus Nachweistest
u, u_{med}	Variable für Ausfallwahrscheinlichkeit
U_{pot}	mögliche Fehlerursache
UW	Umweltbedingung

$Var(\bullet)$	Varianz von \bullet
w	Gewichtungsfaktor bei Savchuk/Martz
X	Realisierung der Zufallsgröße
x	Anzahl Ausfälle, Anzahl Einheiten mit Eigenschaft E in der Stichprobe, Variable der Zufallsgröße
x_o, x_u	Intervallgrenze
x_q	Quantil
x_0	Anzahl Ausfälle im Vorversuch
\bar{x}	arithmetischer Mittelwert
$\beta(\bullet)$	Betafunktion von \bullet
$\Gamma(\bullet)$	Gammafunktion von \bullet
δ	Verbesserungsfaktor (engl.: improvement factor) bei Guida/Pulcini, Vertrauensgrad (engl.: degree of belief) bei Kececioglu
ϕ	Transformationsfaktor
ϕ_p	Transformationsfaktor bzgl. Vorgängerprodukt
ϕ_v	Transformationsfaktor bzgl. Vorversuch
$\varphi(u)$	Dichtefunktion der Ausfallwahrscheinlichkeit
$\lambda, \lambda(t)$	Ausfallrate
λ_{\max}	maximal zulässige Ausfallrate bei Beyer/Lauster
λ_0	a priori-Ausfallrate bei Beyer/Lauster
μ	Parameter der Poissonverteilung
ρ	Wissensfaktor (engl.: knowledge factor) bei Kleyner et al.
τ	Lebensdauer
Ω	Ereignisraum
\emptyset	leere Menge
\cap	Durchschnitt (Und-Verknüpfung)
\cup	Vereinigung (Oder-Verknüpfung)
\nsubseteq	konstant
\in	Element von

Abstract

Planning of Reliability Tests Considering Prior Information

As technology advances, customers continually make high demands on a product performance and quality. Therefore, the companies are exposed to an increasing competition among manufacturers. An ever decreasing development time and increasing complexity of technical products make it increasingly difficult to maintain market position. Shorter development times contrasted with customer demands for higher reliability and product life require a carefully thought-out and optimised product development process. This also pertains to the product test program.

The higher the reliability requirements on a product are, the more extensive is the test for proving the reliability targets. The classical theory to determine sampling plans yields a large sample-size necessary to demonstrate the product reliability. Above all, the sample-size increases tremendously, if failures have to be taken into account. To use all information about the product given through the development process the application of Bayes procedure is recommended. The reliability demonstration test can be optimally planned regarding sample-size and test duration, if prior information from product development is utilised.

Information about the product lifetime and reliability is often available in early stages from fatigue damage calculations, preceding tests or the analysis of warranty data of a former product which can be treated similarly with regard to its failure behaviour. To consider such information in the planning of subsequent reliability tests, it is necessary to transform the knowledge into a prior distribution. In this work it was suggested how to generate a prior distribution from fatigue damage calculations, preceding tests or the analysis of warranty data of a former product.

The crucial point of this work is the development of a new method to consider prior knowledge within the planning of reliability tests. When prior information is used, there is always the uncertainty to what extent the information about the reliability is valid for the actual product conditions. It is obvious that the information of a former product or preceding tests may not be totally transferable to the current product concerning reliability. Therefore, the so-called "transformation factor" was introduced which artificially reduces the quality level of prior reliability information. Additionally, beginnings of a solution for the quantification and verification of the transformation factor are shown.

In a synthetic example a reliability demonstration test was planned by using calculation results, results of a preceding test and the knowledge about the failure behaviour of a former product. It was shown that the sample-size necessary to demonstrate the reliability requirements decreases with higher transformation factors. Compared with the classical method it was possible to reduce the sample-size.

Further investigations should focus on additional methods for the quantification of the transformation factor. In this context the application of quality management methods is feasible. Furthermore, the practical verification of the procedure is necessary.

Generally, previous knowledge is available for components of a system. However, the reliability is to be proven for the entire system. The prior information that is given by the components can be considered within the planning of a reliability test for the system. The objective for future work is to develop a reliability test procedure for systems, considering prior information about the several system components. The planning of the test regarding cost criteria would complete the investigations.

1 Einleitung

Unternehmen der Maschinenbau- und Fahrzeugindustrie sowie deren Zulieferer sind heutzutage mehr denn je verschärften Randbedingungen unterworfen. Der Produktentstehungsprozeß ist geprägt von kürzeren Entwicklungszeiten, verringerten Entwicklungskosten, minimierten Fehlerkosten sowie gestiegener Produkthaftung. Gleichzeitig nehmen Komplexität und Funktionalität der technischen Erzeugnisse zu. Nicht zuletzt steht der Kunde mit seinen hohen Forderungen an Qualität und Zuverlässigkeit [1]. All diese Aspekte müssen miteinander in Einklang gebracht werden, um zuverlässige Produkte auf den Markt zu bringen.

Qualität ist insbesondere für kleine und mittlere Unternehmen zu einem Überlebensfaktor geworden [2]. Aber auch große Konzerne haben unter Imageverlusten zu leiden, wenn Qualitätsmängel publik werden. Erweist sich beim Kunden ein Produkt als unzuverlässig, wird er dieses mit großer Wahrscheinlichkeit fortan meiden. Hinzu kommt, daß er seinen Unmut anderen potentiellen Käufern mitteilt. Ein Rückgang des Käufervolumens ist vorprogrammiert [2]. Gerade der Automobilbereich hat mit Qualitätsmängeln zu kämpfen, wie eine Statistik des Kraftfahrtbundesamts zeigt, Bild 1.1. Dabei ist in den letzten zehn Jahren ein drastischer Anstieg der Rückrufaktionen aufgrund sicherheitsrelevanter Mängel zu verzeichnen.

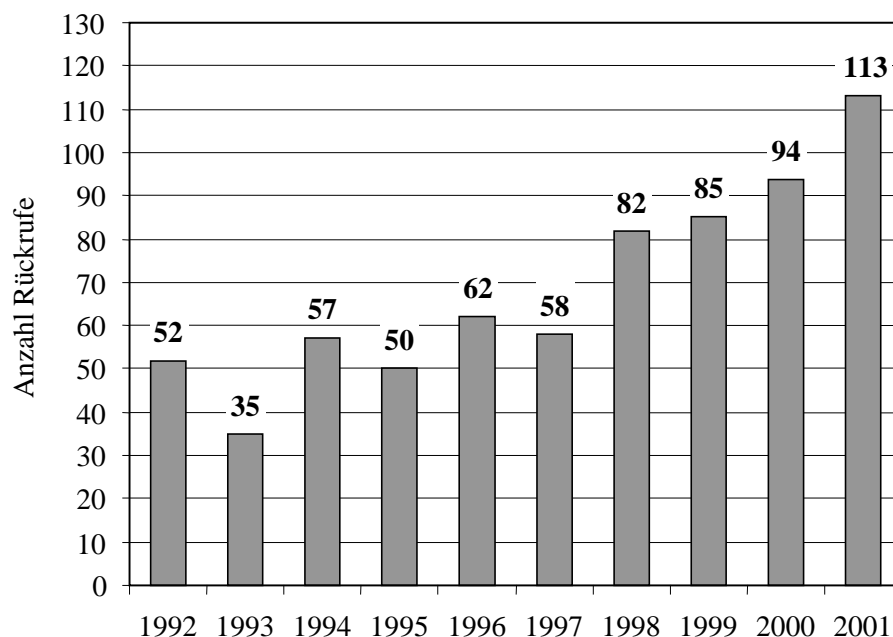


Bild 1.1: Statistik des Kraftfahrtbundesamts über die Anzahl der Rückrufaktionen wegen sicherheitsrelevanter Mängel an Fahrzeugen [3]

1.1 Problemstellung

Die Sicherstellung der Produktzuverlässigkeit ist durch ausgereifte Konstruktionsmethoden allein nicht gewährleistet. Es müssen vielmehr spezielle analytische Zuverlässigkeitsmethoden zum Einsatz kommen [1]. Obwohl es in der Industrie oft an der durchgängigen Anwendung der vorhandenen Methoden mangelt, werden diese vor allem in der Entwicklungs- und Verifikationsphase eingesetzt [4]. Der Fokus der vorliegenden Arbeit richtet sich auf die Verifikationsphase. Den Abschluß vor Serieneinführung eines Erzeugnisses bildet dessen Erprobung, die die tatsächlichen Feldbedingungen möglichst gut abbilden und somit eine statistisch abgesicherte Aussage zur Zuverlässigkeit im Kundenbetrieb liefern soll. Eine gründliche Planung des Testablaufs ist unumgänglich.

Die Planung und Durchführung von Lebensdauertests stützt sich auf die an das Produkt gestellten Anforderungen bzgl. Zuverlässigkeit und der damit verbundenen Aussagesicherheit. Ohne diese Vorgaben lassen sich Versuche, zumindest vom statistischen Gesichtspunkt her gesehen, nicht durchführen. Die Forderung nach einer gewissen Zuverlässigkeit bei einer definierten Lebensdauer reicht allein nicht aus. Aufgrund dessen, daß es sich bei der Zuverlässigkeit um eine Zufallsgröße handelt, ist die Festlegung einer bestimmten Aussagesicherheit unabdingbar.

Der klassische Zuverlässigkeitsnachweis erfolgt nach der Binomialverteilung. In der Regel wird von einem Testablauf ohne auftretende Ausfälle ausgegangen, einem sog. Success Run Test [5], [6]. Danach läßt sich unter Berücksichtigung der geforderten Zuverlässigkeit und Aussagewahrscheinlichkeit der erforderliche Stichprobenumfang ermitteln. Dieser ist je nach Höhe der Zuverlässigkeitsanforderungen in der Praxis oft nicht realisierbar. Beispielsweise bedarf es einer Prüfung von 22 Teilen, um eine Zuverlässigkeit von 90% mit einer Aussagesicherheit von 90% abzusichern, wobei ein zuverlässigkeitsrelevanter Ausfall nicht auftreten darf.

Eine Möglichkeit zur Reduktion des Versuchsaufwands besteht in der Nutzung von Vorinformationen. Diese werden mit den aktuellen Testbedingungen verknüpft, wobei als mathematisches Hilfsmittel die Bayes-Formel dient [7], [8]. Es ergibt sich eine genauere Schätzung für das aktuelle Produkt. Die Bayessche Statistik geht von identischen Gegebenheiten aus, d.h. die Vorkenntnisse und die aktuellen Testbedingungen betreffen genau die selbe Grundgesamtheit. In der Praxis wird meist vernachlässigt, daß Vorkenntnisse und aktuelle Testbedingungen unterschiedlichen Grundgesamtheiten entnommen sind, beispielsweise wenn Vorgängermodelle als Referenz verwendet werden. Aufgrund des reduzierten Stichprobenumfangs besteht die Gefahr, daß die Zuverlässigkeit des Produkts für reale Betriebsbedingungen im Feldeinsatz unzureichend abgesichert ist. Dennoch scheint die Verwendung von Vorkenntnissen gerecht-

fertigt zu sein. Selten handelt es sich bei Produkten um Neuentwicklungen. Meist wird auf Bewährtes zurückgegriffen. So liegt der Anteil an Neuentwicklungen bei nur 15%. Produktänderungen und -anpassungen werden zu 65% durchgeführt, Weiterentwicklungen zu lediglich 20% [9].

1.2 Ziele der Arbeit

Das Hauptziel dieser Arbeit ist die Entwicklung einer neuen Methode zur Planung von Zuverlässigkeitstests, die allgemein anwendbar ist und bestehende Vorinformationen über die Zuverlässigkeit des Produkts bei der Planung von Tests berücksichtigt. Dabei soll es möglich sein, Vorinformationen aus Berechnungen, vorangegangenen Versuchen und konstruktiv ähnlichen Produkten abzuleiten und in die Testplanung einzubeziehen. Mittels eines „Transformationsfaktors“ soll in Betracht gezogen werden, daß bereits vorhandene Informationen zur Zuverlässigkeit nur mit Einschränkungen auf eine neue Situation übertragbar sind. In diesem Zusammenhang wird die Vorgehensweise zur Schätzung und nachträglichen Verifikation des Transformationsfaktors vorgestellt. Bei der Testdurchführung soll berücksichtigt werden, daß die Prüfteile unterschiedlichen Testbedingungen unterzogen werden können. Dies beinhaltet die Einbindung unterschiedlicher Testzeiten und Raffungsfaktoren. Des weiteren sollen Ausfallzeiten der Prüfteile beachtet werden.

1.3 Aufbau der Arbeit

Zur Lösungsfindung ergeben sich die in Bild 1.2 enthaltenen Arbeitsschwerpunkte.

Im Kapitel **Stand der Forschung und Technik** werden die grundlegenden Begriffe und Definitionen aus der Zuverlässigkeitstechnik und Wahrscheinlichkeitstheorie vorgestellt, sowie einige, im Rahmen der hier bearbeiteten Thematik, wichtige Verteilungen. Des weiteren wird auf den Vertrauensbereich und die Aussagewahrscheinlichkeit eingegangen und anschließend der statistische Nachweis von Zuverlässigkeitsvorgaben beschrieben.

Das Kapitel **Verfahren zur Berücksichtigung von Vorkenntnissen** zeigt einige aus der Literatur bekannte Verfahren auf, die bei der Planung von Tests Vorkenntnisse berücksichtigen. Die Verfahren werden vorgestellt und erweitert, so daß eine von der Lebensdauer abweichende Prüfzeit ebenso berücksichtigt werden kann wie eine zeitraffende Lebensdauerprüfung.

Um Vorkenntnisse in der Planung von Tests berücksichtigen zu können, ist es erforderlich, diese mathematisch anhand einer Dichtefunktion zu beschreiben. Im Kapitel **Bestimmung der a priori-Verteilung** wird erläutert, wie Vorkenntnisse aus Vorver-

suchen, dem Ausfallverhalten ähnlicher Produkte sowie Betriebsfestigkeitsrechnungen in Form einer a priori-Dichtefunktion definiert werden können.

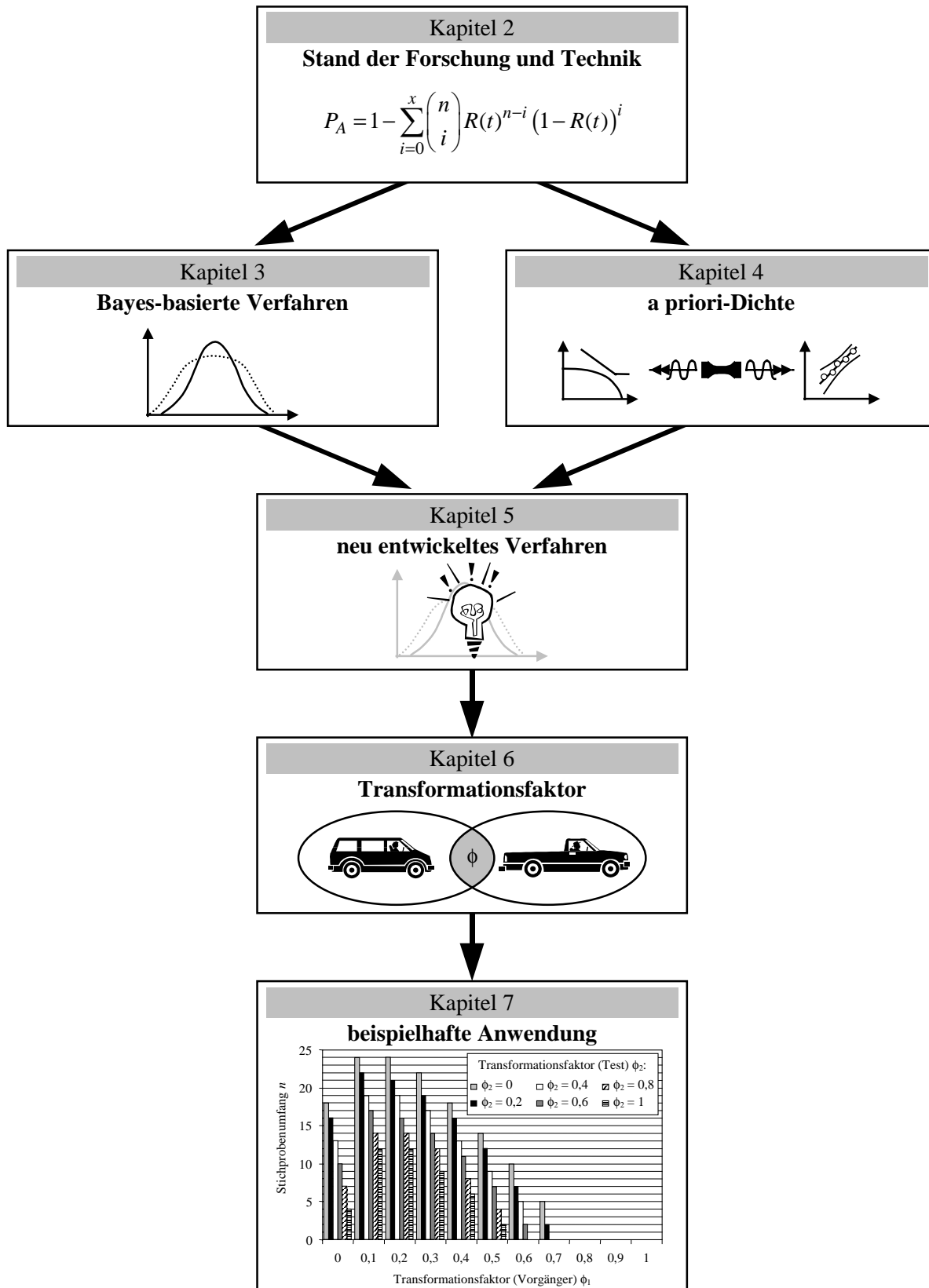


Bild 1.2: Aufbau der Arbeit

Die in dieser Arbeit vorgestellten Verfahren zur Berücksichtigung von Vorkenntnissen sind zum Teil auf bestimmte Arten von Vorkenntnissen beschränkt oder lassen sich in einigen Fällen nur mit aufwendigen numerischen Methoden anwenden. Im Kapitel **Entwicklung eines neuen Verfahrens** wird eine neue Vorgehensweise vorgestellt, die uneingeschränkt anwendbar und mit relativ geringem Rechenaufwand verbunden ist.

Da bei der Nutzung von Vorkenntnissen Unsicherheiten bzgl. ihrer Übertragbarkeit auf aktuelle Betriebsbedingungen bestehen, wird der sog. Transformationsfaktor eingeführt. Im Kapitel **Möglichkeiten zur Bestimmung des Transformationsfaktors** wird eine methodische Vorgehensweise zur Schätzung dieses Faktors vorgestellt.

Das Kapitel **Beispielhafte Anwendung** stellt die Anwendbarkeit des neu entwickelten Verfahrens an einem synthetischen Beispiel dar und schließt die Betrachtungen ab.

2 Stand der Forschung und Technik

Im folgenden Kapitel werden die wichtigsten Begriffe und Definitionen aus der Zuverlässigkeitstechnik und Wahrscheinlichkeitstheorie vorgestellt, sowie einige Verteilungen, die für die Thematik der hier vorliegenden Arbeit grundlegend sind. Der Begriff der Aussagewahrscheinlichkeit wird ausführlich behandelt. Die Behandlung des Nachweises von Zuverlässigkeitsvorgaben durch Lebensdauertests rundet dieses Kapitel ab.

2.1 Begriffe und Definitionen

Zunächst werden die gängigen Begriffe und Definitionen erläutert, angelehnt an die Standardwerke [5], [10]-[19].

2.1.1 Begriffe und Definitionen in der Zuverlässigkeitstechnik

Ausfallwahrscheinlichkeit

Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Ausfalls im Zeitintervall $[0, t]$ wird als Ausfallwahrscheinlichkeit bezeichnet. Allgemein ist die Ausfallwahrscheinlichkeit $F(t)$, auch Ausfallverteilungsfunktion, gegeben als:

$$F(t) = P(\tau \leq t). \quad (2.1)$$

Dabei entspricht $P(\tau \leq t)$ der Wahrscheinlichkeit, daß die Lebensdauer τ einer Betrachtungseinheit die vorgegebene Zeit t unterschreitet. In der Zuverlässigkeitstechnik gilt für die Zufallsgröße $\tau \geq 0$. Die Verteilungsfunktion steigt vom Wert $F(0) = 0$ bis zum Wert $F(\infty) = 1$ monoton an.

Zuverlässigkeit

Das Komplement der Ausfallwahrscheinlichkeit ist die Zuverlässigkeit $R(t)$. Sie ist gegeben als die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Zufallsgröße τ einer Betrachtungseinheit den Wert t überschreitet, d.h. die Einheit im Zeitintervall $[0, t]$ nicht ausfällt:

$$R(t) = P(\tau > t) = 1 - F(t). \quad (2.2)$$

Die Zuverlässigkeit $R(t)$ entspricht einer monoton fallenden Funktion.

Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte

Die Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte $f(t)$ entspricht der Ableitung der Ausfallverteilungsfunktion und gibt die Wahrscheinlichkeit eines Ausfalls zur Zeit t an, bezogen auf ein kleines Zeitintervall dt :

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \frac{dP(\tau \leq t)}{dt}. \quad (2.3)$$

Ausfallrate

Die Ausfallrate $\lambda(t)$ wird in der Zuverlässigkeitstechnik häufig verwendet und beschreibt die Wahrscheinlichkeit eines Ausfalls in einem Zeitintervall dt , bezogen auf die zum Zeitpunkt t intakten Einheiten. Die Ausfallrate ist somit gegeben in Abhängigkeit von der Ausfalldichte und der Zuverlässigkeit:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}. \quad (2.4)$$

Quantil

Unter dem Quantil x_q ist der Wert einer Zufallsgröße zu verstehen, der mit der vorgegebenen Wahrscheinlichkeit q von der Zufallsgröße X unterschritten wird:

$$P(X \leq x_q) = q, \quad 0 \leq q \leq 1. \quad (2.5)$$

Für $q = 0,5$ ist das Quantil $x_{0,5}$ als Median bekannt.

Ein in der Praxis gängiges Quantil ist die B_γ -Lebensdauer, bis zu deren Erreichen $\gamma\%$ aller Einheiten ausgefallen sind. Die B_γ -Lebensdauer berechnet sich aus der Umkehrfunktion der Ausfallwahrscheinlichkeit:

$$B_\gamma = F^{-1}(\gamma/100). \quad (2.6)$$

Erwartungswert

Der Erwartungswert entspricht dem Mittelwert einer Zufallsgröße. Bei stetigen Zufallsgrößen berechnet sich der Erwartungswert allgemein durch folgenden Ausdruck:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx. \quad (2.7)$$

Der Erwartungswert für diskrete Zufallsgrößen ist definiert als:

$$E(X) = \sum_i x_i f(x_i). \quad (2.8)$$

Arithmetischer Mittelwert

Der empirische arithmetische Mittelwert wird aus den Merkmalswerten x_1, x_2, \dots, x_n folgendermaßen berechnet:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (2.9)$$

Varianz

Die Varianz gibt an, wie die Zufallsgröße X um ihren Erwartungswert $E(X)$ streut. Sie wird auch als zweites zentrales Moment bezeichnet und ist bei stetigen Zufallsgrößen allgemein definiert durch:

$$\text{Var}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - E(X))^2 f(x) dx \quad (2.10)$$

und bei diskreten Zufallsgrößen durch:

$$\text{Var}(X) = \sum_i (x_i - E(X))^2 f(x_i). \quad (2.11)$$

Für die Varianz empirischer Merkmalswerte ist der Begriff der Streuung gebräuchlicher. Es gilt:

$$s^2(X) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2. \quad (2.12)$$

2.1.2 Begriffe und Definitionen in der Wahrscheinlichkeitstheorie

Ereignis und Ereignisraum

Im Gegensatz zu determinierten Vorgängen, deren Ergebnisse vorher berechnet werden können, stehen Vorgänge, deren Ergebnisse unbestimmt sind, da sie von zufälligen Faktoren abhängen. Ein Zufallsexperiment, wie etwa das Werfen einer Münze oder das Ziehen von Kugeln aus einer Urne, entspricht einem solchen Vorgang mit nicht vorhersagbarem Ergebnis. Die möglichen Ergebnisse eines Zufallsexperiments sind zufällige Ereignisse, deren Menge den sogenannten Ereignisraum oder Stichprobenraum Ω bildet. Eine Teilmenge des Ereignisraums Ω heißt Ereignis E . Teilmengen, die genau ein Element enthalten, werden als Elementarereignisse bezeichnet. Der gesamte Ereignisraum wird ebenfalls als Ereignis aufgefaßt und heißt das sichere Ereignis S mit $P(S) = 1$. Das zu E entgegengesetzte Ereignis \bar{E} wird als komplementäres Ereignis bzgl. S oder logisches Komplement bezeichnet.

Verknüpfungen von Ereignissen

Mehrere Ereignisse $E_i, i = 1(1)n$ eines Ereignisraums Ω können auf verschiedene Arten miteinander verknüpft sein. Tritt mindestens ein Ereignis E_k ein, handelt es sich um die Oder-Verknüpfung, die als Vereinigung (engl. union) aller Ereignisse E_i bezeichnet wird.

Bei Eintreten von Elementarereignissen, die in allen Ereignissen enthalten sind, spricht man von einer Und-Verknüpfung bzw. dem Durchschnitt (engl. intersection) aller Ereignisse E_i . Im Fall, daß die Ereignisse keine Elementarereignisse gemeinsam haben, schließen sich die Ereignisse gegenseitig aus. Die Ereignisse heißen disjunkt. Der Durchschnitt liefert dann das unmögliche Ereignis \emptyset .

Die Zusammenhänge sind in Bild 2.1 beispielhaft für zwei Ereignisse E_1 und E_2 anhand von Venn-Diagrammen dargestellt.

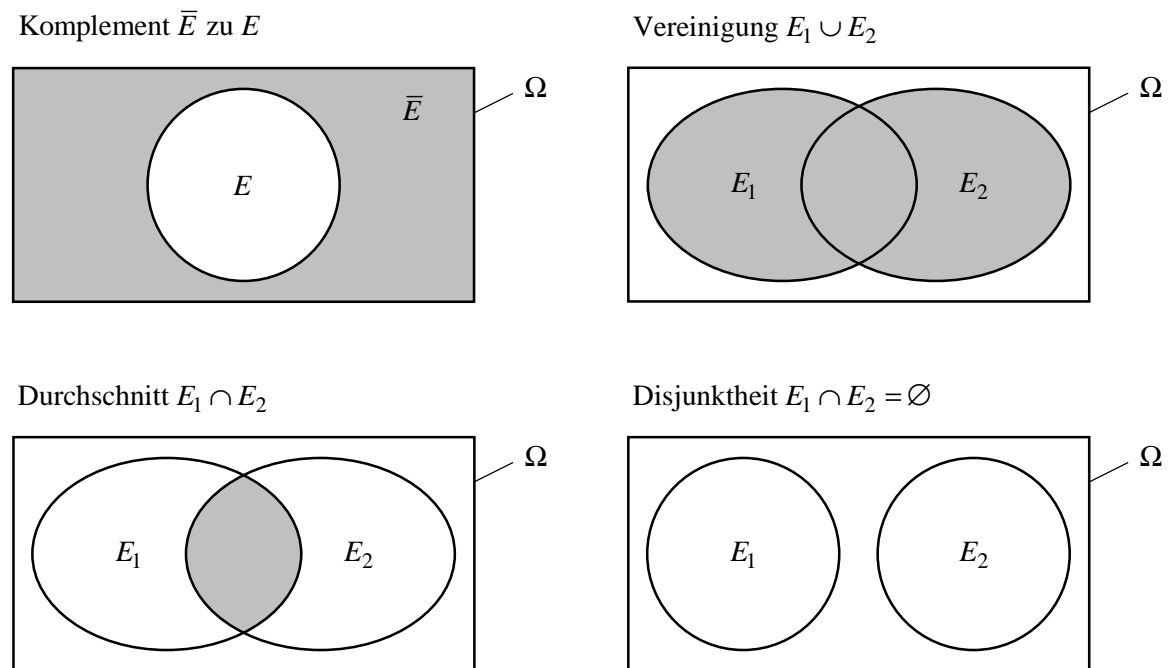


Bild 2.1: Zusammenhänge anhand von Venn-Diagrammen

Bedingte Wahrscheinlichkeit

Gegeben sei ein Ereignis E_1 , das einer Teilmenge des gesamten Ereignisraums Ω entspricht. Das Ereignis E_2 sei ebenfalls eine Teilmenge des Ereignisraums Ω . Wenn sich das Interesse beispielsweise lediglich auf das Ereignis E_1 beschränkt und nicht dem gesamten Ereignisraum Ω gilt, ergibt sich die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E_2 als sog. bedingte Wahrscheinlichkeit:

$$P(E_2|E_1) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_1)}, P(E_1) \neq 0. \quad (2.13)$$

Die bedingte Wahrscheinlichkeit $P(E_2|E_1)$ entspricht der Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E_2 unter der Voraussetzung, daß das Ereignis E_1 ebenfalls eintritt bzw. gilt.

Analog ist die bedingte Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E_1 gegeben durch:

$$P(E_1|E_2) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)}, P(E_2) \neq 0. \quad (2.14)$$

Multiplikationssatz

Aus Gl. (2.13) und (2.14) ergibt sich durch einfaches Umformen der Multiplikationssatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung für das gleichzeitige Eintreffen zweier Ereignisse E_1 und E_2 , das einer Und-Verknüpfung entspricht:

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1)P(E_2|E_1) = P(E_2)P(E_1|E_2) = P(E_2 \cap E_1). \quad (2.15)$$

Allgemein lautet der Multiplikationssatz für das gleichzeitige Eintreffen beliebiger Ereignisse E_1, E_2, \dots, E_n :

$$\begin{aligned} &P(E_1 \cap E_2 \cap \dots \cap E_n) \\ &= P(E_1)P(E_2|E_1)P(E_3|E_1 \cap E_2) \dots P(E_n|E_1 \cap E_2 \cap \dots \cap E_{n-1}). \end{aligned} \quad (2.16)$$

Totale Wahrscheinlichkeit

Es sei E ein Ereignis des gesamten Ereignisraums Ω , der zugleich dem sicheren Ereignis S entspricht. Die Ereignisse E_i bilden eine disjunkte Zerlegung von S . Folglich bilden die Durchschnitte $E_i \cap E$ eine disjunkte Zerlegung von E , Bild 2.2. Die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E ergibt sich dann zu:

$$P(E) = \sum_i P(E_i \cap E). \quad (2.17)$$

Unter Anwendung des Multiplikationssatzes ergibt sich die totale Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E :

$$P(E) = \sum_i P(E_i \cap E) = \sum_i P(E_i)P(E|E_i). \quad (2.18)$$

Bayes-Theorem

Für die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses E_k , das in Verbindung mit dem Ereignis E auftritt, gilt die bedingte Wahrscheinlichkeit nach Gl. (2.13):

$$P(E_k|E) = \frac{P(E_k \cap E)}{P(E)}.$$

Die Anwendung des Multiplikationssatzes nach Gl. (2.15) auf den Zähler und der totalen Wahrscheinlichkeit nach Gl. (2.18) auf den Nenner führt zum sog. Bayes-Theorem oder auch der allgemeinen Bayes-Formel:

$$P(E_k|E) = \frac{P(E_k)P(E|E_k)}{\sum_{i=1}^n P(E_i)P(E|E_i)}, \quad (2.19)$$

benannt nach dem englischen Theologen und Mathematiker Thomas Bayes (1702-1761), dessen Werk posthum im Jahr 1763 veröffentlicht wurde [7].

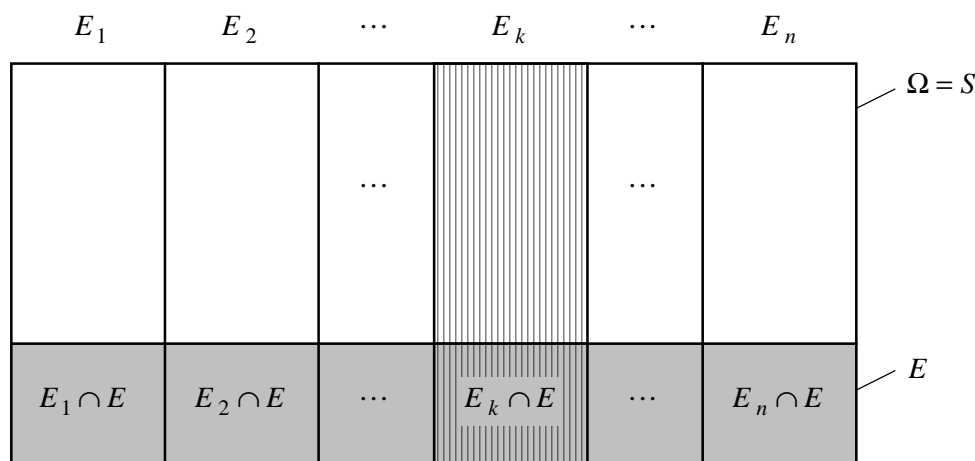


Bild 2.2: Beispiel zur totalen Wahrscheinlichkeit und zum Bayes-Theorem

Beispiel zur Bayes-Formel: Ausschussteile einer Produktion

Eine Firma stellt ein bestimmtes Produkt her. Die Gesamtproduktion teilt sich zu jeweils 20%, 25%, 40% und 15% auf vier verschiedene Maschinen M1 bis M4 auf, d.h. $P(M1) = 0,2$, $P(M2) = 0,25$, $P(M3) = 0,4$ und $P(M4) = 0,15$.

Es ist bekannt, daß die erste Maschine M1 mit einer Wahrscheinlichkeit von 1% Ausschuß produziert. Es handelt sich somit um eine bedingte Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Ausschußteilen unter der Voraussetzung, daß die Teile von Maschine M1 hergestellt wurden. Die Maschinen M2 bis M4 produzieren mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,5%, 0,2% und 1,5% Ausschuß. Die bedingten Wahrscheinlichkeiten sind gegeben durch $P(E|M1) = 0,01$, $P(E|M2) = 0,005$, $P(E|M3) = 0,002$ und $P(E|M4) = 0,015$ mit dem Ereignis E , das dem Merkmal „Ausschuß“ entspricht. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein beliebiges Produkt der Gesamtproduktion Ausschußware ist, berechnet sich nach der totalen Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E zu:

$$P(E) = P(M1)P(E|M1) + P(M2)P(E|M2) + P(M3)P(E|M3) + P(M4)P(E|M4) \\ = 0,2 \cdot 0,01 + 0,25 \cdot 0,005 + 0,4 \cdot 0,002 + 0,15 \cdot 0,015 = 0,0063 = 0,63\%.$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein zufällig der Produktion entnommenes Produkt, das Ausschußware ist, von Maschine M1 stammt, berechnet sich nach der Bayesschen Formel:

$$P(M1|E) = \frac{P(M1)P(E|M1)}{P(E)} = \frac{0,2 \cdot 0,01}{0,0063} = 0,317 = 31,7\%.$$

Es handelt sich hier um eine bedingte Wahrscheinlichkeit, da das Interesse nicht der gesamten Produktion gilt, also sowohl den Ausschußteilen als auch den Gutteilen, sondern lediglich den Ausschußteilen.

Die Bayessche Formel kann anhand von Baumdiagrammen anschaulich erläutert werden. Die Formel läßt sich verbal schreiben als:

$$P(M1|E) = \frac{\text{Wahrscheinlichkeit des günstigen Pfads}}{\text{Summe der Wahrscheinlichkeiten aller Pfade, die zu } E \text{ führen}}.$$

In Bild 2.3 ist das Baumdiagramm für das Beispiel „Ausschußteile einer Produktion“ gezeigt. Das Komplementärereignis \bar{E} entspricht dem Merkmal „kein Ausschuß“.

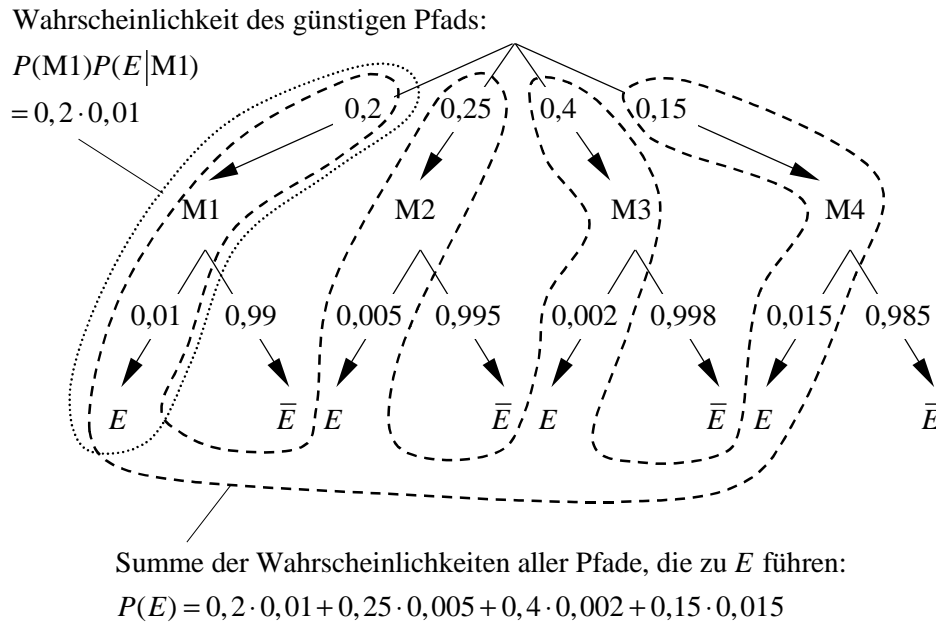


Bild 2.3: Veranschaulichung der bedingten Wahrscheinlichkeit anhand eines Baumdiagramms für das Beispiel „Ausschußteile einer Produktion“

Die in der Zuverlässigkeitstechnik wohl bekannteste, bedingte Wahrscheinlichkeit ist die Ausfallrate. Diese ist definiert als die Wahrscheinlichkeit eines Bauteils zu einem Zeitpunkt auszufallen unter der Voraussetzung, daß es bis zu diesem Zeitpunkt überlebt hat. In diesem Fall bezieht sich die Aussage nicht auf alle Teile der Grundgesamtheit, sondern nur auf die intakten Einheiten, da nur diese noch ausfallen können. Eine Herleitung hierfür ist z.B. in [20] zu finden.

2.2 Statistische Verteilungen

In diesem Kapitel werden einige wichtige Verteilungen diskreter und stetiger Zufallsgrößen beschrieben und deren Anwendung im Rahmen der Qualitätssicherung und Zuverlässigkeitstechnik erläutert [5], [10], [11], [13]-[24].

2.2.1 Hypergeometrische Verteilung

Die hypergeometrische Verteilung eignet sich zur Beschreibung der Wahrscheinlichkeit, mit der eine diskrete Zufallsgröße, die eine bestimmte Eigenschaft besitzt, in einer Stichprobe auftritt, die einer Grundgesamtheit entnommen wird.

Betrachtet wird eine zweistufige Grundgesamtheit, d.h. eine Grundgesamtheit, deren Einheiten in zwei Klassen von Eigenschaften eingeteilt werden, die sich gegenseitig ausschließen – z.B. fehlerhafte und intakte Einheiten. Die Grundgesamtheit von insgesamt N Einheiten besteht aus d Einheiten mit der Eigenschaft E . Die Wahrscheinlichkeit dieser Eigenschaft ist dann $p = d/N$. Die restlichen $N - d$ Einheiten der Grundgesamtheit besitzen die gegenteilige Eigenschaft \bar{E} , deren Wahrscheinlichkeit entsprechend mit $q = (N - d)/N = 1 - p$ gegeben ist.

Aus der Grundgesamtheit wird eine Stichprobe mit dem Umfang n zufällig entnommen, ohne die n Einheiten wieder zur Grundgesamtheit zurückzulegen. Die in der Stichprobe enthaltene Anzahl an Einheiten, die eine bestimmte Eigenschaft, wie etwa die Eigenschaft E , besitzen, wird mit x bezeichnet.

Die Anzahl an Möglichkeiten, x fehlerhafte Einheiten aus den d fehlerhaften Einheiten der Grundgesamtheit in der Stichprobe zu entnehmen, ergibt sich zu:

$$\binom{d}{x}.$$

Analog ergibt sich die Anzahl an Möglichkeiten, $(n - x)$ intakte Einheiten aus den $(N - d)$ intakten Einheiten der Grundgesamtheit in der Stichprobe zu entnehmen, zu:

$$\binom{N - d}{n - x}.$$

Für die Entnahme der Stichprobe mit der Anzahl n aus der Grundgesamtheit mit dem Umfang N , ist die Anzahl an Möglichkeiten gegeben durch:

$$\binom{N}{n}.$$

Allgemein ist die Wahrscheinlichkeit als Zahl der günstigen Fälle dividiert durch die Zahl aller möglichen Fälle gegeben. Die Zahl der günstigen Fälle ergibt sich aus der Multiplikation der Anzahl an Möglichkeiten, fehlerhafte bzw. intakte Einheiten aus der Grundgesamtheit zu entnehmen. Die Anzahl aller möglichen Fälle ist gegeben mit der Anzahl an Möglichkeiten für die Entnahme der Stichprobe. Man erhält somit für die Wahrscheinlichkeit, x fehlerhafte Einheiten in der Stichprobe zu entnehmen:

$$f(x; n, N, d) = \frac{\binom{d}{x} \binom{N - d}{n - x}}{\binom{N}{n}}. \quad (2.20)$$

Die Verteilungsfunktion der hypergeometrischen Verteilung ergibt sich zu:

$$F(x; n, N, d) = \sum_{i=0}^x \frac{\binom{d}{i} \binom{N-d}{n-i}}{\binom{N}{n}}. \quad (2.21)$$

In der Praxis findet die Hypergeometrische Verteilung selten Anwendung. Sie wird je nach Anwendungsfall durch die Binomial- oder Poissonverteilung angenähert [16], [24].

2.2.2 Binomialverteilung

Die Binomialverteilung ist wie die hypergeometrische Verteilung ebenfalls eine diskrete Verteilung. Der Unterschied zur hypergeometrischen Verteilung liegt darin, daß die Entnahme der Einheiten der Stichprobe mit Zurücklegen erfolgt.

Geht man vom mathematischen Grenzfall einer unendlich großen Grundgesamtheit aus ($N \rightarrow \infty$), läßt sich die Binomialverteilung auch auf den Fall der Stichprobenentnahme ohne Zurücklegen anwenden. Unter dieser Voraussetzung sind die Wahrscheinlichkeiten p bzw. q der Eigenschaften E und \bar{E} konstant. Die hypergeometrische Verteilung konvergiert für $N \rightarrow \infty$ und $p = \frac{d}{N}$ gegen die Binomialverteilung.

Die Wahrscheinlichkeit der Entnahme von x Einheiten mit der Eigenschaft E ist p^x . Für die Entnahme von $(n-x)$ Einheiten mit der Eigenschaft \bar{E} ergibt sich die Wahrscheinlichkeit q^{n-x} bzw. $(1-p)^{n-x}$.

Die Einzelwahrscheinlichkeit der Zufallsgröße x (gleich Anzahl der Einheiten mit der Eigenschaft E in der Stichprobe), ist dann gegeben durch die Wahrscheinlichkeitsfunktion:

$$f(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}. \quad (2.22)$$

Die Verteilungsfunktion lautet:

$$F(x; n, p) = \sum_{i=0}^x \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}. \quad (2.23)$$

Folgender Zusammenhang ergibt sich aus der Symmetrieeigenschaft der Summenfunktion der Binomialverteilung und findet sich z.B. in [16]:

$$F(x; n, p) = 1 - F(n-x-1; n, 1-p) = 1 - \sum_{i=x+1}^n \binom{n}{n-i} (1-p)^{n-i} p^i. \quad (2.24)$$

2.2.3 Poissonverteilung

Die Poissonverteilung leitet sich aus der Binomialverteilung ab, falls der Stichprobenumfang theoretisch unendlich groß wird ($n \rightarrow \infty$) und die Wahrscheinlichkeit der

Eigenschaft E theoretisch gegen null geht ($p \rightarrow 0$). Die Einzelwahrscheinlichkeit, in der Stichprobe eine Anzahl an Einheiten der Eigenschaft E zu finden, wird durch die mittlere in der Stichprobe zu erwartende Anzahl von Einheiten der Eigenschaft E bestimmt. Die Einzelwahrscheinlichkeit ergibt sich durch:

$$f(x; \mu) = \frac{\mu^x}{x!} e^{-\mu}, \mu > 0. \quad (2.25)$$

Die Verteilungsfunktion der Poissonverteilung ist gegeben mit:

$$F(x; \mu) = \sum_{i=0}^x \frac{\mu^i}{i!} e^{-\mu}. \quad (2.26)$$

2.2.4 Betaverteilung

Die Betaverteilung eignet sich zur Beschreibung von stetigen Zufallsgrößen im Intervall $[0, 1]$. Die Dichtefunktion der Betaverteilung ist definiert als:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta(A, B)} x^{A-1} (1-x)^{B-1} & 0 \leq x \leq 1; A, B > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}, \quad (2.27)$$

mit den beiden Parametern A und B und der sog. Betafunktion $\beta(\bullet)$:

$$\beta(A, B) = \int_0^1 x^{A-1} (1-x)^{B-1} dx, A, B > 0, \quad (2.28)$$

die in Abhängigkeit von der Gammafunktion $\Gamma(\bullet)$ gegeben ist:

$$\beta(A, B) = \frac{\Gamma(A)\Gamma(B)}{\Gamma(A+B)}. \quad (2.29)$$

Für ganzzahlige Argumente $n > 0$ der Gammafunktion gilt $\Gamma(n) = (n-1)!$.

Für identische Werte der Parameter A und B ergibt sich eine zu $x = 0,5$ symmetrische Dichte. Das Tauschen der Parameter bewirkt eine Spiegelung der Dichtefunktion an der Geraden $x = 0,5$. Es gilt folgende Symmetriebeziehung [13]:

$$\int_0^x \frac{1}{\beta(A, B)} x'^{A-1} (1-x')^{B-1} dx' = 1 - \int_0^{1-x} \frac{1}{\beta(A, B)} x'^{B-1} (1-x')^{A-1} dx'. \quad (2.30)$$

Das Bild 2.4 zeigt einige Dichtefunktionen der Betaverteilung für verschiedene Parameter.

Die Verteilungsfunktion der Betaverteilung ergibt sich durch Integration der Dichtefunktion aus Gl. (2.27):

$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{\beta(A, B)} x'^{A-1} (1-x')^{B-1} dx'. \quad (2.31)$$

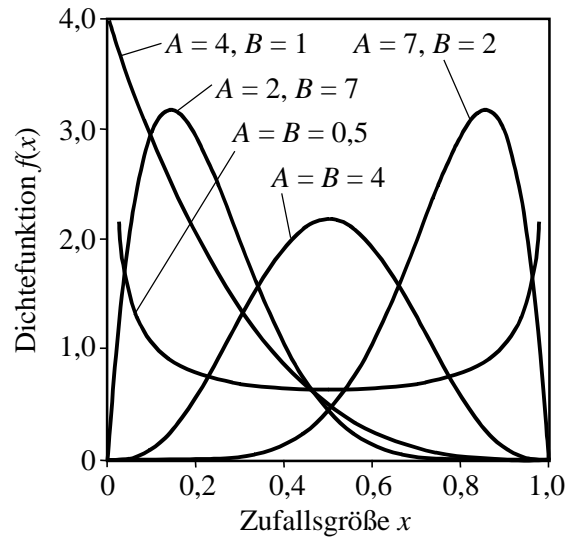


Bild 2.4: Dichte der Betaverteilung für unterschiedliche Parameter A und B

Das Integral der Dichtefunktion ist analytisch nicht lösbar. In [25] ist eine Näherung der Verteilungsfunktion der Betaverteilung durch folgende Summenformel angegeben:

$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{\beta(A, B)} x'^{A-1} (1-x')^{B-1} dx' \approx \frac{1}{\beta(A, B)} \sum_{i=0}^{B-1} (-1)^i \binom{B-1}{i} x^{A+i} (A+i)^{-1}. \quad (2.32)$$

Eine weitere nützliche Eigenschaft der zweiparametrischen Betaverteilung ist, daß ihre Verteilungsfunktion auch durch die Binomialverteilung beschrieben werden kann [25].

Es gilt:

$$\int_p^1 \frac{1}{\beta(A, B)} x^{A-1} (1-x)^{B-1} dx = \sum_{i=0}^{A-1} \binom{A+B-1}{i} p^i (1-p)^{A+B-1-i}. \quad (2.33)$$

Die Werte für die Verteilungsfunktion sind in Tabellen enthalten oder mit gängigen Programmen berechenbar, beispielsweise mit dem Programm Excel© von Microsoft™.

Der Erwartungswert der Betaverteilung ist folgendermaßen gegeben:

$$E(X) = \frac{A}{A+B}. \quad (2.34)$$

Für die Varianz gilt:

$$\text{Var}(X) = \frac{AB}{(A+B)^2 (A+B+1)}. \quad (2.35)$$

Einige bekannte Verteilungen ergeben sich als Sonderfälle der Betaverteilung oder lassen sich durch Transformationen oder Grenzwertbetrachtungen in diese überführen. Hierzu gehören z.B. die Normalverteilung, die Poissonverteilung, die Gammaverteilung, die Chi-Quadrat-Verteilung und die F-Verteilung (Fisherverteilung) [25].

2.2.5 Gleichverteilung

Existiert eine Anzahl n an möglichen Zufallsgrößen und ist deren Wahrscheinlichkeit gleich hoch, eignet sich zur Beschreibung die diskrete Gleichverteilung mit der Dichte:

$$f(x) = \frac{1}{n}, 1 \leq x \leq n, n \in \mathbb{N}. \quad (2.36)$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichte der stetigen Gleichverteilung im Intervall $[a, b]$ ist konstant und gegeben durch:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}. \quad (2.37)$$

Die Verteilungsfunktion läßt sich durch Integration von Gl. (2.37) ermitteln und ergibt sich zu:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b. \\ 1 & x > b \end{cases}. \quad (2.38)$$

Bei Zufallsgrößen im Intervall $[0, 1]$ handelt es sich um den Spezialfall der stetigen Gleichverteilung mit der Dichtefunktion:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.39)$$

und der Verteilungsfunktion:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x & 0 \leq x \leq 1. \\ 1 & x > 1 \end{cases}. \quad (2.40)$$

Dieser Spezialfall entspricht dem Sonderfall der Betaverteilung mit den Parametern $A = B = 1$.

2.2.6 Exponentialverteilung

Die Exponentialverteilung ist die wohl bekannteste Verteilung zur Beschreibung der Streuung von Lebensdauern und entspricht, im Gegensatz zu den zuvor genannten Verteilungen, einer sog. Lebensdauerverteilung. Ihre Dichtefunktion nimmt von einem Anfangswert monoton ab und ist gegeben mit:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, t \geq 0 \text{ und } \lambda > 0. \quad (2.41)$$

Für die Ausfallwahrscheinlichkeit gilt:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}, t \geq 0 \text{ und } \lambda > 0. \quad (2.42)$$

Die Exponentialverteilung besitzt lediglich einen Parameter, nämlich die konstante Ausfallrate $\lambda = \varphi$, die dem Kehrwert des Erwartungswerts der Lebensdauer entspricht. Es gilt für den Erwartungswert $E(\tau) = 1/\lambda$ und die Varianz $Var(\tau) = 1/\lambda^2$.

Das Bild 2.5 zeigt einige Dichtefunktionen der Exponentialverteilung für unterschiedliche Werte der Ausfallrate. Des weiteren ist die konstante Ausfallrate dargestellt.

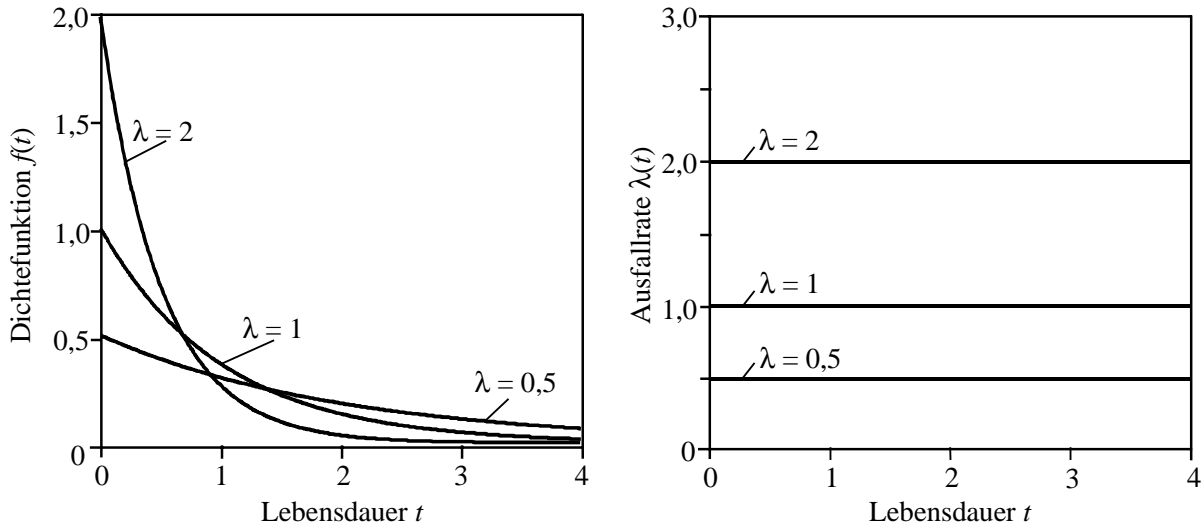


Bild 2.5: Ausfalldichte und Ausfallrate der Exponentialverteilung [10], [26]

Die Exponentialverteilung wird vor allem zur Beschreibung des Ausfallverhaltens elektrotechnischer Produkte angewendet. Bei Maschinenbauprodukten ist sie wegen der konstanten Ausfallrate nur begrenzt anwendbar.

2.2.7 Weibullverteilung

Die Weibullverteilung [27], [28], benannt nach dem Ingenieur und Wissenschaftler Waloddi Weibull (1887–1979), ist die im Maschinenbau am häufigsten verwendete Lebensdauerverteilung. Aufgrund ihrer Flexibilität eignet sie sich zur Beschreibung unterschiedlicher Arten von Ausfallverhalten.

Die Weibullverteilung existiert in der zwei- und dreiparametrischen Form. Die dreiparametrische Dichtefunktion ist definiert als:

$$f(t) = \frac{b}{(T-t_0)} \left(\frac{t-t_0}{T-t_0} \right)^{b-1} e^{-\left(\frac{t-t_0}{T-t_0} \right)^b}, \quad t \geq t_0 \geq 0, T > t_0, b > 0. \quad (2.43)$$

Die Ausfallwahrscheinlichkeit lautet:

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-t_0}{T-t_0} \right)^b}. \quad (2.44)$$

Die Zuverlässigkeit als Komplement der Ausfallwahrscheinlichkeit ist gegeben mit:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-t_0}{T-t_0}\right)^b} \quad (2.45)$$

Die Ausfallrate berechnet sich als Quotient aus Dichte und Zuverlässigkeit zu:

$$\lambda(t) = \frac{b}{(T-t_0)} \left(\frac{t-t_0}{T-t_0}\right)^{b-1} \quad (2.46)$$

Die Lage der Verteilung bzgl. der Zeitachse ist durch die charakteristische Lebensdauer T festgelegt, bei der die Ausfallwahrscheinlichkeit gegeben ist mit $F(T) = 63,2\%$. Die Kurvenform der Verteilung ist durch den Formparameter b definiert. In Bild 2.6 sind zweiparametrische Weibullverteilungen mit $T = 1$ für unterschiedliche Formparameter b dargestellt. Die Weibullverteilung läßt sich für $b = 1$ exakt in die Exponentialverteilung überführen.

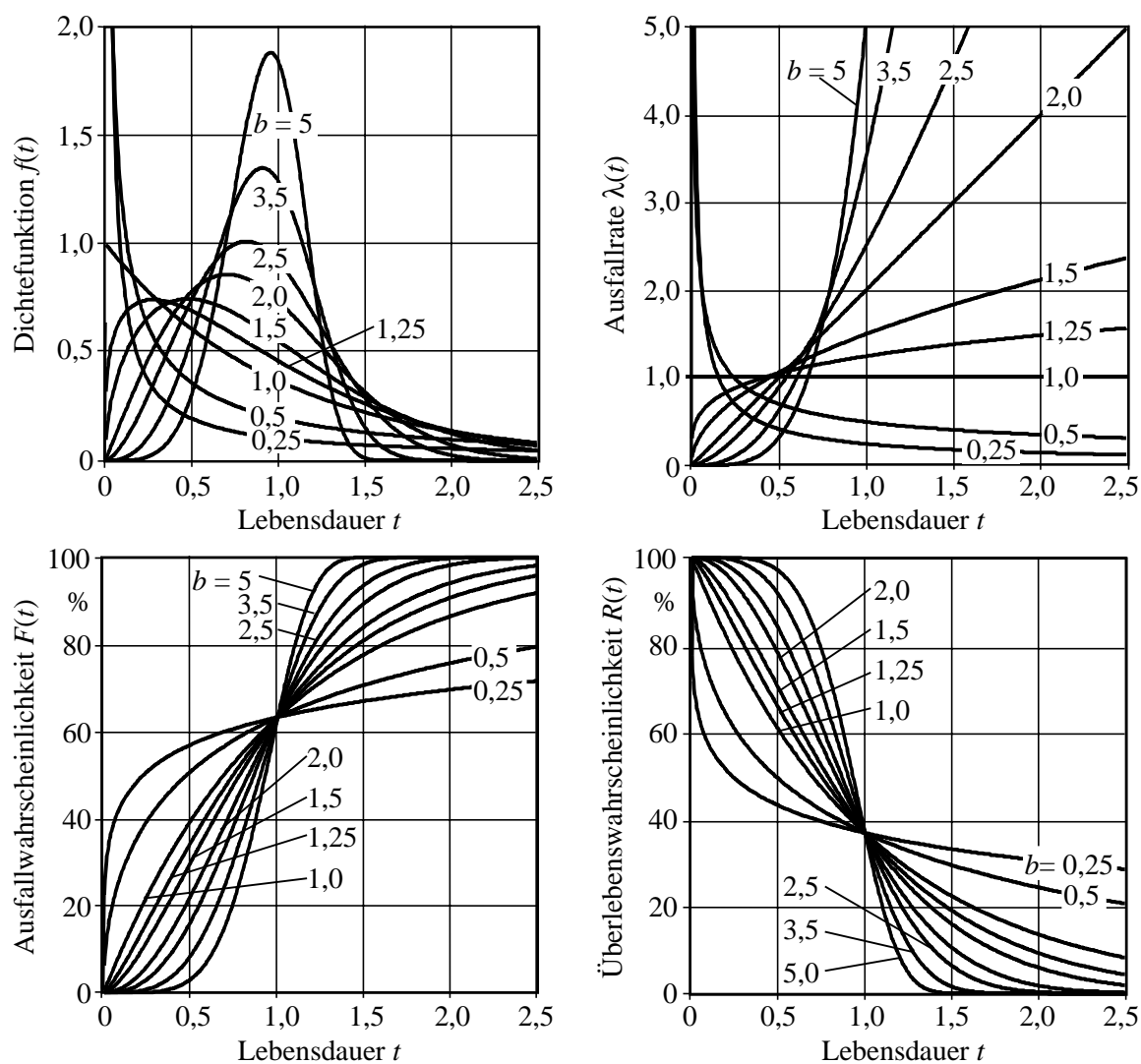


Bild 2.6: Weibullverteilung für unterschiedliche Formparameter b , charakteristische Lebensdauer $T = 1$ und ausfallfreie Zeit $t_0 = 0$ [10], [26]

Im Gegensatz zur zweiparametrischen Form besitzt die dreiparametrische Weibullverteilung zusätzlich die ausfallfreie Zeit t_0 . Diese bewirkt eine Verschiebung der Verteilung längs der Zeitachse und legt somit den zeitlichen Beginn der Ausfälle fest. Die Gleichungen der zweiparametrischen Weibullverteilung leiten sich aus den oben gegebenen Gleichungen der dreiparametrischen Variante ab, indem $t_0 = 0$ gilt.

2.3 Berücksichtigung statistischer Streubereiche

Bei der statistischen Analyse von Versuchen ist man in der Regel darauf angewiesen, aus einer mehr oder weniger kleinen Stichprobe, eine allgemeingültige Aussage über das betreffende Produkt zu treffen. Die Versuchsauswertung liefert jedoch nur eine Aussage über die untersuchte Stichprobe, und zwar über genau diese. Bei einer neuen Stichprobe ist bereits mit einem anderen Ergebnis zu rechnen, auch wenn von den Versuchsbedingungen und der Anzahl an Prüflingen keine Änderungen vorgenommen werden. Das Interesse richtet sich jedoch nicht auf die untersuchte Stichprobe sondern vielmehr auf die Grundgesamtheit. Vor allem bei sehr geringen Stichprobenumfängen kann das Ergebnis der Stichprobe erheblich von dem tatsächlichen Verhalten der Grundgesamtheit abweichen. Ein direkter Schluß von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit birgt somit eine gewisse Unsicherheit. Aus diesem Grund ist es bei der Datenanalyse unumgänglich, eine statistische Sicherheit bzgl. der getroffenen Aussage anzugeben.

2.3.1 Der Vertrauensbereich

Bei der Analyse einer Stichprobe ergibt sich im Idealfall ein Verhalten, das sich durch eine mathematische Verteilungsfunktion annähernd gut beschreiben läßt. Diese Verteilungsfunktion und deren dazugehörige Parameter beziehen sich auf die analysierte Stichprobe. Die Parameter der Stichprobe sind Schätzwerte der Parameter der Verteilungsfunktion, die der Grundgesamtheit entsprechen würde. Die Parameter der Grundgesamtheit entsprechen daher Zufallsgrößen.

Zu einem Schätzwert läßt sich ein Intervall mit einem oberen und einem unteren Grenzwert angeben, in dem die für die Grundgesamtheit gültige Zufallsgröße mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit zu erwarten ist. Das Intervall um einen Schätzwert wird als Vertrauensbereich bezeichnet. So lassen sich beispielsweise bei einer dreiparametrischen Weibullverteilung Vertrauensbereiche für die ausfallfreie Zeit t_0 , die charakteristische Lebensdauer T und den Formparameter b angeben, in deren Grenzen die Parameter der Grundgesamtheit mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit zu erwarten sind. Ebenso können Vertrauensbereiche auch für Ausfallzeiten bzw. deren zugeordnete Ausfallwahrscheinlichkeiten ermittelt werden, da auch die Ausfallzeiten bzw. die Ausfallwahrscheinlichkeiten Zufallsgrößen sind.

Der Vertrauensbereich ist immer verbunden mit einer Wahrscheinlichkeitsangabe. Ein 90%-Vertrauensbereich beispielsweise sagt aus, daß eine Zufallsgröße mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% innerhalb des Vertrauensbereichs liegt und mit einer Wahrscheinlichkeit von 10% außerhalb der Grenzen des Vertrauensbereichs zu erwarten ist [5], [10], [12], [21]. Die in Zusammenhang mit dem Vertrauensbereich angegebene Wahrscheinlichkeit wird als Aussagewahrscheinlichkeit bezeichnet [12] und entspricht der statistischen Sicherheit. Die Wahrscheinlichkeit der Zufallsgröße, außerhalb des Vertrauensbereichs zu liegen, entspricht der sog. Irrtumswahrscheinlichkeit [12], [21].

Wird das Intervall des Vertrauensbereichs durch einen oberen und einen unteren Grenzwert begrenzt, handelt es sich um einen zweiseitigen Vertrauensbereich. Entspricht einer der beiden Grenzwerte der Intervallgrenze des Definitionsbereichs der Zufallsgröße, spricht man von einem einseitigen Vertrauensbereich, der entweder einer linksseitigen oder einer rechtsseitigen Wahrscheinlichkeit entspricht. Allgemein ist die Wahrscheinlichkeit, daß die stetige Zufallsgröße X , die durch die Dichtefunktion $f(x)$ definiert ist, innerhalb eines Intervalls $[x_u, x_o]$ liegt, gegeben als $P(x_u \leq X \leq x_o)$ [21]. Bei einseitigen Wahrscheinlichkeiten ergibt sich für die linksseitige Wahrscheinlichkeit $P(X \leq x)$. Analog ist die rechtsseitige Wahrscheinlichkeit gegeben mit $P(X \geq x)$. Die Zusammenhänge sind beispielhaft in Bild 2.7 dargestellt.

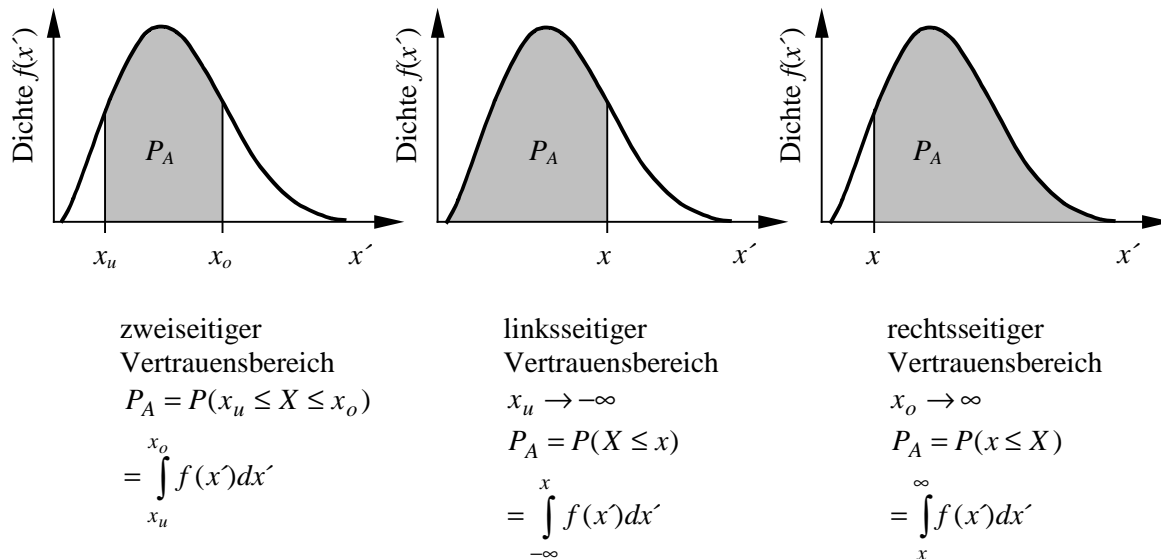


Bild 2.7: Zweiseitiger, linksseitiger und rechtsseitiger Vertrauensbereich

Wie aus Bild 2.7 ersichtlich, entspricht die Aussagewahrscheinlichkeit der zwischen den Grenzwerten des Vertrauensbereichs liegenden Fläche unterhalb der Dichtefunktion. Die Aussagewahrscheinlichkeit berechnet sich daher aus dem Integral der Dichtefunktion mit dem oberen und unteren Grenzwert als Integrationsgrenzen [21].

In [5], [10] ist für eine zweiparametrische Weibullverteilung mit der charakteristischen Lebensdauer $T = 1$ und dem Formparameter $b = 1,5$ aufgezeigt, welche Vertrauensbe-

reiche sich für die Ausfallwahrscheinlichkeiten bei insgesamt 30 Ausfallzeiten ergeben. In Bild 2.8 ist der Streubereich der Ausfallwahrscheinlichkeiten am Beispiel der fünften, zehnten, 15., 20. und 25. Ausfallzeit (Ranggröße) als Dichtefunktion dargestellt. Die Achsen für die Ausfallzeit und die Ausfallwahrscheinlichkeit sind entsprechend transformiert, wodurch die Weibullverteilung in Bild 2.8 als Gerade dargestellt ist.

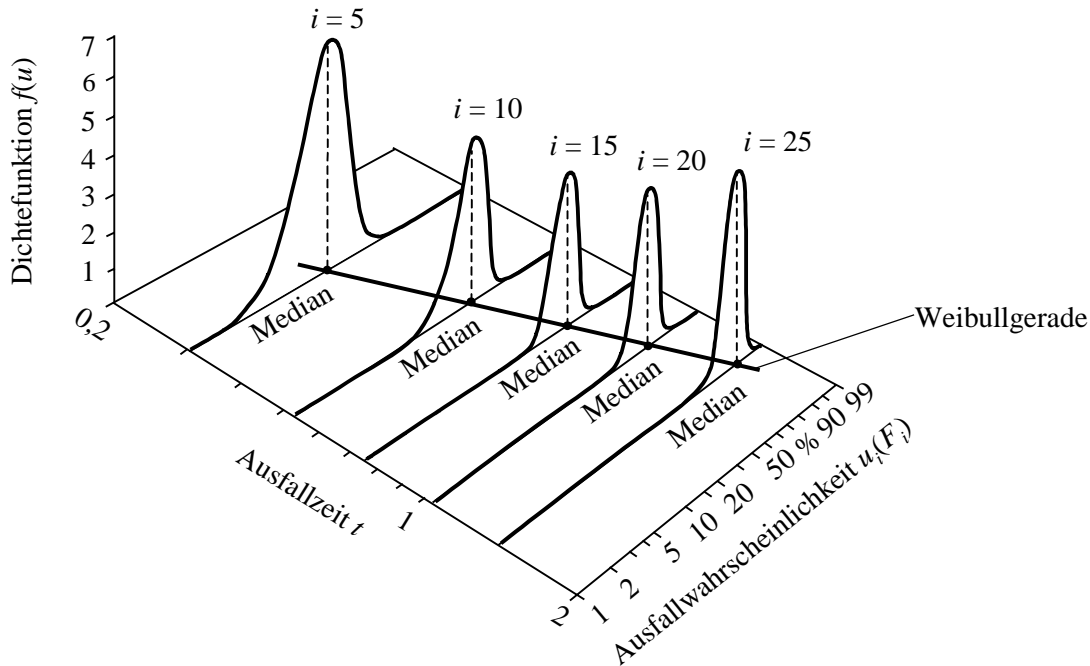


Bild 2.8: Dichtefunktionen der Ausfallwahrscheinlichkeiten der Ausfallzeiten [5], [10]

Die Dichtefunktion der Ausfallwahrscheinlichkeit ist nach [10], [13], [16] mittels der zweiparametrischen Beta-Verteilung gegeben:

$$f(u) = \frac{1}{\beta(i, n-i+1)} u^{i-1} (1-u)^{n-i}, \quad (2.47)$$

wobei die Variable u für die Ausfallwahrscheinlichkeit $F(t)$ steht. Die Parameter sind mit $A = i$ und $B = n - i + 1$ zu wählen. In Gl. (2.47) steht i für die Rangzahl und n für den Stichprobenumfang. Die Aussagewahrscheinlichkeit läßt sich durch Integration von Gl. (2.47) berechnen. Da das Integral nicht geschlossen lösbar ist, existieren keine exakten Gleichungen zur Berechnung von Quantilen. Diese lassen sich jedoch z.B. in Abhängigkeit der F-Verteilung angeben [29], [30]. Für das 50%-Quantil, den Median, ist folgende Näherungsformel bekannt [5], [10], [11], [13], [16], [31]:

$$u_{med} \approx \frac{i - 0,3}{n + 0,4}. \quad (2.48)$$

2.3.2 Aussagewahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von der Zufallsgröße

Bei der Ermittlung einer Aussagewahrscheinlichkeit ist es von Bedeutung, ob die Zufallsgröße die Zuverlässigkeit oder die Ausfallwahrscheinlichkeit ist. Ist eine bestimmte Zuverlässigkeit gefordert, dann entspricht eine solche Anforderung dem Mindestwert der Zuverlässigkeit, d.h. eine Unterschreitung dieses Werts ist mit einer bestimmten Sicherheit zu vermeiden. Anders ist es bei der Ausfallwahrscheinlichkeit. Wird eine bestimmte Ausfallwahrscheinlichkeit für ein Produkt gefordert, so ist das die maximal zulässige Ausfallwahrscheinlichkeit. Eine Überschreitung dieses Werts ist nicht beabsichtigt. In diesem Fall ist es erforderlich, die Ausfallwahrscheinlichkeit mit einer gewissen statistischen Sicherheit zu unterschreiten.

Betrachtet man die Dichtefunktion der Zufallsgröße Zuverlässigkeit, entspricht die Aussagewahrscheinlichkeit der rechtsseitigen Wahrscheinlichkeit, d.h. der Fläche unterhalb der Dichtefunktion innerhalb der Grenzen R_u als Mindestzuverlässigkeit und eins. Die Aussagewahrscheinlichkeit ist dann:

$$P_A = P(R_u \leq R \leq 1) = \int_{R_u}^1 f(R') dR'. \quad (2.49)$$

Dagegen ergibt sich die Aussagewahrscheinlichkeit bei Betrachtung der Dichtefunktion der Ausfallwahrscheinlichkeit als linksseitige Wahrscheinlichkeit. Dies entspricht der Fläche unterhalb der Dichtefunktion zwischen einer Ausfallwahrscheinlichkeit von null und der Grenze F_o , der maximal zulässigen Ausfallwahrscheinlichkeit. Daher gilt in diesem Fall für die Aussagewahrscheinlichkeit:

$$P_A = P(0 \leq F \leq F_o) = \int_0^{F_o} f(F') dF'. \quad (2.50)$$

Die Zusammenhänge sind beispielhaft in Bild 2.9 dargestellt.

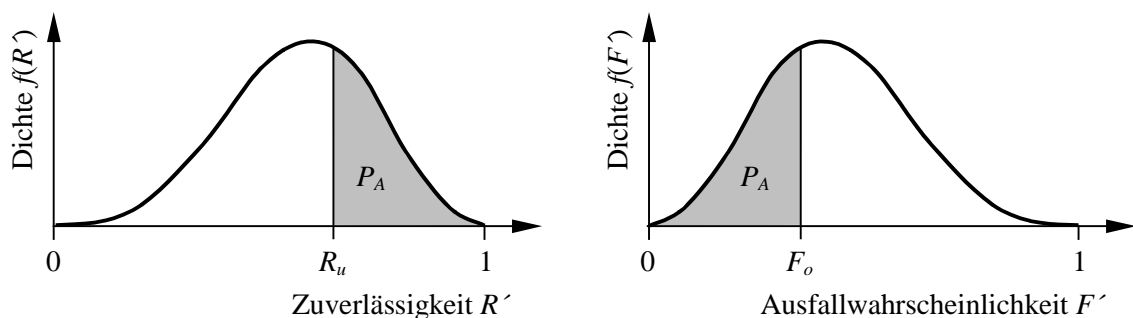


Bild 2.9: Aussagewahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von der Zuverlässigkeit und der Ausfallwahrscheinlichkeit

2.4 Nachweis von Zuverlässigkeitsvorgaben durch Lebensdauerests

Wegen der zunehmenden Komplexität technischer Erzeugnisse und der gestiegenen Anforderungen bzgl. Qualität und Zuverlässigkeit ist der Nachweis der Zuverlässigkeit eines Produkts heutzutage unumgänglich geworden. In diesem Kapitel wird auf den statistischen Nachweis der Zuverlässigkeit bei mechanischen Komponenten eingegangen.

2.4.1 Planung von Tests für den Zuverlässigkeitsnachweis

Die Planung und Durchführung von Lebensdauerests stützt sich auf die an das Produkt gestellten Anforderungen bzgl. Zuverlässigkeit und der damit verbundenen Aussagesicherheit. Ohne diese Vorgaben lassen sich Versuche, zumindest vom statistischen Gesichtspunkt her gesehen, nicht durchführen. Die Forderung einer gewissen Zuverlässigkeit bei einer definierten Lebensdauer reicht allein nicht aus. Aufgrund dessen, daß es sich bei der Zuverlässigkeit um eine Zufallsgröße handelt, ist die Festlegung einer bestimmten Aussagesicherheit unabdingbar.

Die Ausgangssituation bei der Planung von Zuverlässigkeitstests läßt sich beispielhaft mit der Darstellung im Weibullnetz erläutern, Bild 2.10.

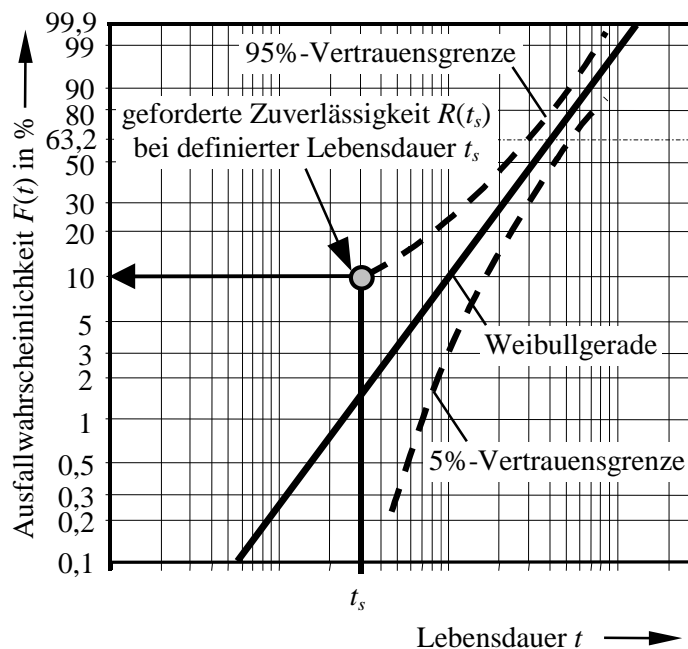


Bild 2.10: Darstellung der Vorgabe an ein Produkt im Weibullnetz

Die geforderte Zuverlässigkeit ist bei einer bestimmten Lebensdauer als Punkt gegeben. Diese Vorgabe ist mittels Tests nachzuweisen. Da eine bestimmte Aussagesicherheit mit dem Test zu erbringen ist, befindet sich der nachzuweisende Punkt entsprechend auf der oberen Vertrauensgrenze, die z.B. die 95%-Grenze sein kann.

Diese Grenze entspricht der Aussagewahrscheinlichkeit [5]. Die zugehörige Weibullverteilung, die in Bild 2.10 als Gerade dargestellt ist, ergibt sich durch den nachzuweisenden Punkt, das Ausfallverhalten des Produkts, das die Steigung der Geraden im Weibullnetz (Formparameter) festlegt, und den Stichprobenumfang, mit dem die Prüfung erfolgt. Betrachtet man lediglich die Vorgabe, ist das Wissen der gesamten Verteilung zunächst nicht relevant. Relevant ist lediglich der Stichprobenumfang, der im Versuch geprüft wurde, und das Versuchsergebnis, d.h. wieviel Prüflinge vor Erreichen der definierten Lebensdauer ausgefallen sind. Beide Größen beeinflussen die Dichtefunktion der Ausfallwahrscheinlichkeit, die bereits in Kap. 2.3.1 erläutert wurde.

Die Aussagewahrscheinlichkeit läßt sich ermitteln aus der Dichtefunktion der Ausfallwahrscheinlichkeit bzw. Zuverlässigkeit unter Berücksichtigung der theoretischen Hintergründe aus Kap. 2.3.2. In Abhängigkeit der Zuverlässigkeit ergibt sich die Aussagewahrscheinlichkeit als Integral der Betadichtefunktion:

$$\begin{aligned} P_A &= \int_{R=R(t_s)}^1 \frac{1}{\beta(n-i+1, i)} R^{n-i} (1-R)^{i-1} dR \\ &= \int_{R=R(t_s)}^1 \frac{1}{\beta(n-x, x+1)} R^{n-x-1} (1-R)^x dR. \end{aligned} \quad (2.51)$$

Dabei steht n für den Stichprobenumfang und i für die Rangzahl. Diese bestimmt sich in Abhängigkeit der während des Versuchs aufgetretenen Anzahl an Ausfällen x zu $i = x + 1$. Dies läßt sich aus Sicht der schlechtesten Annahme folgendermaßen begründen: Bei einer Prüfung von n Prüflingen bis zur geforderten Lebensdauer t_s und x aufgetretenen Ausfällen vor Erreichen des Testendes ereignet sich bei Testende gerade noch ein Ausfall.

Die Aussagewahrscheinlichkeit wird auch in Form der Binomialverteilung angegeben [5], [6], [32]-[35] und ergibt sich folgendermaßen:

$$P_A = 1 - \sum_{i=0}^x \binom{n}{i} R(t_s)^{n-i} (1-R(t_s))^i. \quad (2.52)$$

Verläuft der Test ohne Ausfälle, handelt es sich um den sog. Success Run [5], [6]. Die Aussagewahrscheinlichkeit berechnet sich in diesem Fall durch Einsetzen von $x = 0$ in Gl. (2.52) und ist gegeben durch:

$$P_A = 1 - R(t_s)^n. \quad (2.53)$$

Die Verteilungsfunktion der Betaverteilung ist ebenfalls beschrieben mit der Binomialverteilung [25]. Die Ermittlung der Aussagewahrscheinlichkeit liefert daher sowohl mit der Betaverteilung als auch mit der Binomialverteilung gleiche Ergebnisse.

Von Larson wurden in [32] die Zusammenhänge zwischen Aussagewahrscheinlichkeit, Zuverlässigkeit, Stichprobenumfang und Anzahl der Ausfälle auf Basis der Binomialverteilung graphisch in einem Nomogramm dargestellt, Bild 2.11.

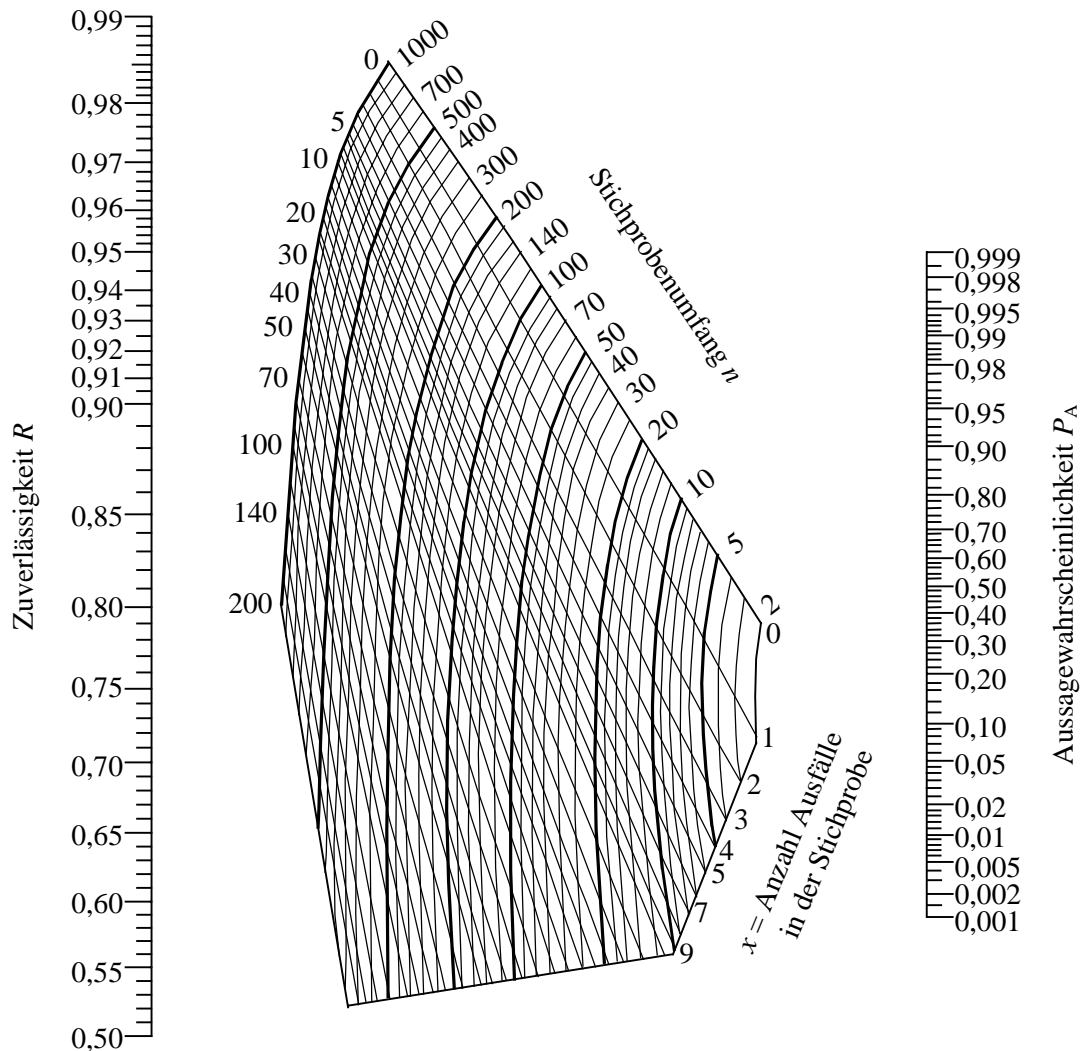


Bild 2.11: Larson-Nomogramm [5], [32]

Der Ansatz nach der Binomialverteilung rührt von der Stichprobenentnahme aus einer Grundgesamtheit her. Der Anteil der zuverlässigen Einheiten in der Grundgesamtheit ist zum Zeitpunkt t gefordert mit der Zuverlässigkeit $R(t)$. Eine Stichprobenentnahme aus dieser Grundgesamtheit und das daraus resultierende Ergebnis – Anzahl schadhafte und intakte Einheiten in der Stichprobe – liefert nach [32] die Wahrscheinlichkeit, daß die geforderte Zuverlässigkeit $R(t)$ in der Grundgesamtheit mindestens erreicht wird. Diese Wahrscheinlichkeit entspricht der Aussagewahrscheinlichkeit und ist allgemein nach Gl. (2.52) gegeben bzw. im Fall, daß sich in der Stichprobe keine fehlerhaften Einheiten finden, nach Gl. (2.53).

Nach der Binomialverteilung erfolgt die Stichprobenentnahme mit Zurücklegen der entnommenen Einheiten in die Grundgesamtheit [16], [24]. Bei der praktischen Durch-

führung von Tests macht dies aus zwei Gründen keinen Sinn. Zum einen werden schadhafte Teile ausgemustert und nicht wieder dem Prozeß zugeführt, zum anderen werden intakte Teile ebenfalls ausgesondert, da sie, nachdem sie einer Lebensdauerprüfung bis zu einer Zeit t unterzogen wurden, bereits bis zu einem gewissen Grad vorgeschädigt sind. Eine exakte Beschreibung der Stichprobenentnahme ist mit der Hypergeometrischen Verteilung gegeben. Die Annahme einer Binomialverteilung entspricht daher einer Näherungslösung. Eine solche Näherung ist in der Praxis gerechtfertigt, da die Grundgesamtheit im Vergleich zur Stichprobe sehr groß ist. In der Literatur, z.B. [16], [24], wird die Binomialverteilung als Näherung zur Hypergeometrischen Verteilung empfohlen, falls die Grundgesamtheit mindestens 50 Teile umfaßt und das Verhältnis zwischen Stichprobenumfang und Grundgesamtheit kleiner 0,1 ist.

Die anhand eines Tests gewonnene Information zu den geprüften Bauteilen liegt nur bis zur entsprechenden Prüfzeit vor. Bis zu diesem Zeitpunkt ist bekannt, wie viele Prüflinge vor Erreichen des Testendes ausgefallen sind und wie viele das Testende ohne Ausfall erreicht haben. Eine Information über den Zeitpunkt hinaus ist nicht mehr gegeben. Entspricht die Prüfzeit der geforderten Lebensdauer t_s , sind die zuvor genannten Gln. (2.51)-(2.53) gültig. Wie von der geforderten Lebensdauer abweichende Prüfzeiten zu behandeln sind, wird im folgenden erläutert.

2.4.2 Lebensdauertests mit abweichender Prüfzeit

Die zur Verfügung stehende Testdauer ist nicht immer gleich der nachzuweisenden Lebensdauer. Sowohl eine Verringerung als auch eine Erhöhung der Testzeit hat einen Einfluß auf die Aussagekraft des Zuverlässigkeitstests. Für die folgenden Betrachtungen ist die Unterscheidung der Prüfzeit t_p von der geforderten Lebensdauer t_s notwendig.

Der Einfluß einer von der geforderten Lebensdauer abweichenden Prüfzeit auf den Zuverlässigkeitstest läßt sich anhand von Bild 2.12 erläutern. Es wird dabei vereinfachend von einem Test ohne Ausfälle ausgegangen, wobei die theoretischen Überlegungen jedoch allgemeingültig sind.

- ❶ Die Prüfung ohne Ausfall bis zur geforderten Lebensdauer t_s bedeutet theoretisch: Bei Erreichen der geforderten Lebensdauer t_s ist ein Prüfling gerade am Ausfallen. Die Ausfallwahrscheinlichkeit ist durch den geprüften Stichprobenumfang festgelegt.
- ❷ Die Prüfung ohne Ausfall bis zu einer Prüfzeit t_p , die kleiner ist als die geforderte Lebensdauer t_s , bedeutet theoretisch: Bei Erreichen der Prüfzeit t_p ist ein Prüfling gerade am Ausfallen. Die Ausfallwahrscheinlichkeit bleibt bei gleichem Stichprobenumfang unverändert. Es gilt $F^*(t_p) = F(t_s)$. Das nachgewiesene Aus-

fallverhalten verschiebt sich dann in den neuen Punkt (gestrichelte Linie).

- ③ Das nachgewiesene Ausfallverhalten entspricht der gestrichelten Linie und nicht dem geforderten Ausfallverhalten. Die Ausfallwahrscheinlichkeit bei der geforderten Lebensdauer t_s ist nun höher als die geforderte Ausfallwahrscheinlichkeit. Es gilt $F^*(t_s) > F(t_s)$.
- ④ Das geforderte Ausfallverhalten soll eingehalten werden, d.h. die volle Linie repräsentiert das Ausfallverhalten des Bauteils. Wenn ein Prüfling bei der Prüfzeit t_p gerade am Ausfallen ist und gleichzeitig die geforderte Ausfallwahrscheinlichkeit $F(t_s)$ unverändert bleiben soll, ergibt sich bei der Prüfzeit eine niedrigere Ausfallwahrscheinlichkeit $F(t_p)$ als bei der geforderten Lebensdauer. Es ist dann $F(t_p) < F(t_s)$. Um diese Bedingung einhalten zu können, ist eine Erhöhung des notwendigen Stichprobenumfangs erforderlich.

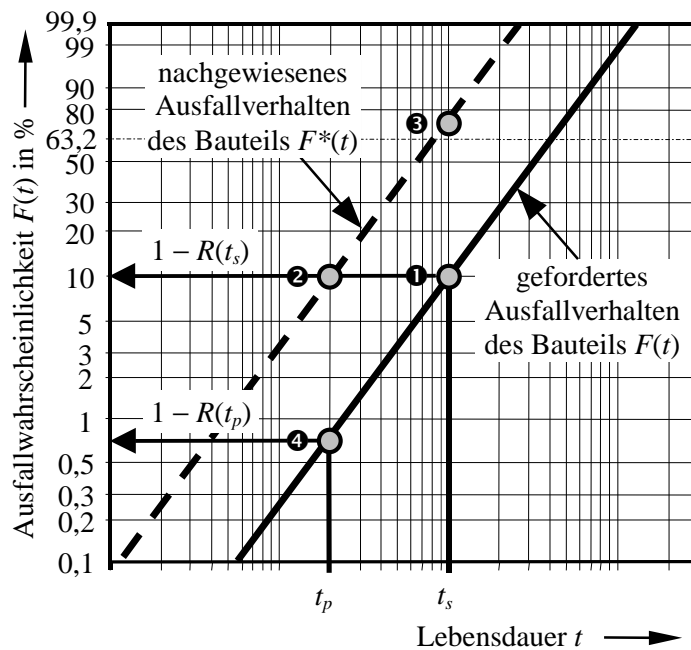


Bild 2.12: Einfluß einer von der geforderten Lebensdauer abweichenden Prüfzeit auf die Zuverlässigkeit (hier: Prüfzeit geringer als geforderte Lebensdauer)

Somit läßt sich festhalten: Ist die Prüfzeit geringer als die geforderte Lebensdauer, ist der notwendige Stichprobenumfang zum Nachweis der Vorgabe zu erhöhen. Für den Fall, daß die Prüfzeit höher ist als die geforderte Lebensdauer, ist der Effekt gerade gegenteilig, d.h. der notwendige Stichprobenumfang wird geringer.

Es sei hier darauf hingewiesen, daß es in beiden Fällen erforderlich ist, das gesamte Ausfallverhalten festzulegen, d.h. es reicht nicht mehr nur die Forderung nach einem einzigen Punkt, nämlich einer bestimmten Lebensdauer und der zugehörigen Ausfall-

wahrscheinlichkeit bzw. Zuverlässigkeit. Wie aus Bild 2.12 ersichtlich wird, ist vielmehr die gesamte Ausfallverteilung festzulegen.

Für die weiteren Untersuchungen soll daher die Weibullverteilung zugrunde gelegt werden. Im zweiparametrischen Fall ist die Zuverlässigkeit bei der geforderten Lebensdauer t_s nach Gl. (2.45) gegeben:

$$R(t_s) = e^{-\left(\frac{t_s}{T}\right)^b} . \quad (2.54)$$

Falls die Prüfzeit t_p ungleich der geforderten Lebensdauer t_s ist, ergibt sich die Zuverlässigkeit bei der Prüfzeit zu:

$$R(t_p) = e^{-\left(\frac{t_p}{T}\right)^b} . \quad (2.55)$$

Wird der Logarithmus von Gl. (2.54) und Gl. (2.55) ins Verhältnis gesetzt und das Verhältnis von Prüfzeit zu geforderter Lebensdauer als Lebensdauerverhältnis $L_v = t_p/t_s$ definiert, ergibt sich folgende Beziehung:

$$\frac{\ln R(t_p)}{\ln R(t_s)} = \frac{-\left(\frac{t_p}{T}\right)^b}{-\left(\frac{t_s}{T}\right)^b} = \left(\frac{t_p}{t_s}\right)^b = L_v^b \rightarrow \ln R(t_p) = L_v^b \ln R(t_s), \quad (2.56)$$

woraus der Zusammenhang zwischen der Zuverlässigkeit bei der Prüfzeit $R(t_p)$ und der Zuverlässigkeit bei der geforderten Lebensdauer $R(t_s)$ unter Berücksichtigung des Lebensdauerverhältnisses L_v resultiert:

$$R(t_p) = R(t_s)^{L_v^b} . \quad (2.57)$$

Die Einführung des Lebensdauerverhältnisses und die Herleitung der Beziehung aus Gl. (2.57) ist bereits in [36] genannt. Im Fall einer dreiparametrischen Weibullverteilung ist die ausfallfreie Zeit beim Lebensdauerverhältnis folgendermaßen berücksichtigt [5]:

$$L_v = \frac{t_p - t_0}{t_s - t_0}, \quad (2.58)$$

woraus sich die Prüfzeit ableiten läßt. Voraussetzung bei der Ermittlung der notwendigen Prüfzeit ist es, daß die ausfallfreie Zeit der Weibullverteilung für das betreffende Produkt bekannt ist.

Wird ein Zuverlässigkeitstest durchgeführt und weicht dabei die Prüfzeit von der geforderten Lebensdauer ab, ist bei der Ermittlung der Aussagewahrscheinlichkeit zusätzlich die Beziehung aus Gl. (2.57) zu berücksichtigen. Auf Basis der Binomialverteilung ergibt sich die Aussagewahrscheinlichkeit bzgl. der Zuverlässigkeit bei der

geforderten Lebensdauer unter Berücksichtigung des Lebensdauerverhältnisses folgendermaßen:

$$P_A = 1 - \sum_{i=0}^x \binom{n}{i} R(t_s)^{L_v^b(n-i)} \left(1 - R(t_s)^{L_v^b}\right)^i. \quad (2.59)$$

Treten während des Tests keine Ausfälle auf, vereinfacht sich Gl. (2.59) zu:

$$P_A = 1 - R(t_s)^{L_v^b n}. \quad (2.60)$$

Die Gln. (2.59) und (2.60) sind allgemeingültig, wobei für das Lebensdauerverhältnis $L_v = 1$ gesetzt werden kann, falls die Prüfzeit gleich der geforderten Lebensdauer ist. In [37], [38] ist das Lebensdauerverhältnis ebenfalls bei Weibull-verteilterm Ausfallverhalten berücksichtigt, wobei in [37] lediglich der Success Run Test erwähnt ist.

2.4.3 Zeitraffende Lebensdauertests

Zur Reduktion von Prüfzeiten unterliegen Bauteile im Versuch meist höheren Beanspruchungen als im normalen Nutzungsbetrieb. Dadurch ergeben sich im Versuch höhere Schädigungen des Bauteils als im realen Betrieb und folglich auch niedrigere Lebensdauern. Um die Lebensdauer des Bauteils im Normalbetrieb prognostizieren zu können, ist es unabdingbar, die Relation zwischen den Versuchsbedingungen und den realen Bedingungen zu ermitteln. Mit der Kenntnis über die Relation lassen sich die aus dem Versuch gewonnenen Ergebnisse auf das Feldverhalten übertragen. Dies ist jedoch nur dann gerechtfertigt, wenn durch die höhere Beanspruchung keine Änderung des Ausfallmechanismus verursacht wird [5], [34], [37], [39], [40].

Die Relation zwischen dem Bauteilverhalten im Versuch und im Feld läßt sich mittels des Raffungsfaktors quantifizieren. Dieser ist allgemein definiert als das Verhältnis zwischen der Lebensdauer unter normalen Betriebsbedingungen und der Lebensdauer bei zeitraffenden Prüfbedingungen, unter der Voraussetzung, daß die Ausfallwahrscheinlichkeit identisch ist [5], [34], [37], [40]-[42]:

$$r_{B_\gamma} = \frac{B_\gamma}{B_{p\gamma}}. \quad (2.61)$$

Besitzt der Raffungsfaktor den Wert eins, handelt es sich nicht um einen zeitraffenden Versuch, sondern um einen Versuch, der die tatsächlichen Betriebsbedingungen simuliert. Am Beispiel der zweiparametrischen Weibullverteilung ist in Bild 2.13 qualitativ dargestellt, wie sich die Ausfallgeraden im Versuch und unter normalen Betriebsbedingungen ergeben, wenn von einem zeitraffenden Versuch ausgegangen wird.

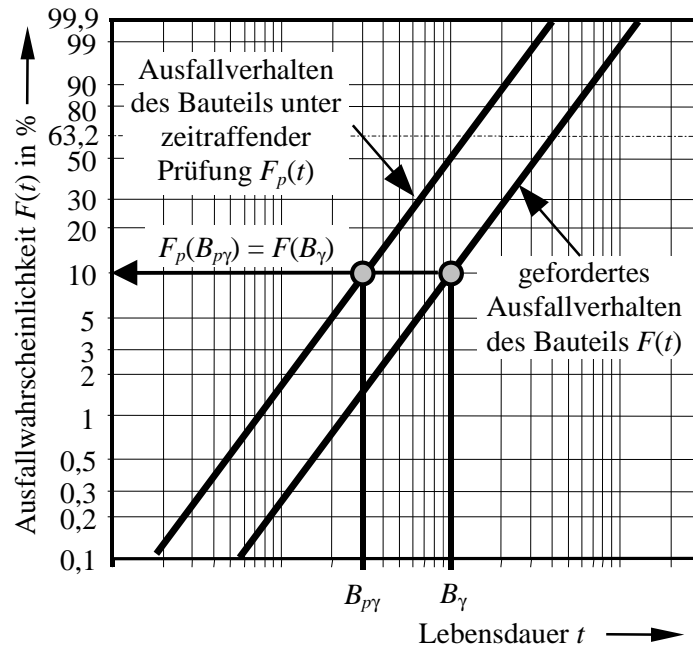


Bild 2.13: Ausfallverhalten bei zeitraffender Prüfung und normalen Betriebsbedingungen beispielhaft im Weibullnetz

In der folgenden Betrachtung wird die zweiparametrische Weibullverteilung zur Beschreibung des Bauteilausfallverhaltens, sowohl im Versuch als auch unter realen Betriebsbedingungen, zugrunde gelegt. Die Funktion für die Überlebenswahrscheinlichkeit des Bauteils im Versuch ergibt sich nach:

$$R_p(t) = e^{-\left(\frac{t}{T_p}\right)^{b_p}} \quad (2.62)$$

und für den realen Betrieb nach:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b} \quad (2.63)$$

Nach Umformen und Einsetzen von Gl. (2.62) in Gl. (2.63) ergibt sich für das Bauteil unter realen Betriebsbedingungen die Zuverlässigkeit bei einer Zeit t nach:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{T_p}{T} \left[\ln\left(\frac{1}{R_p(t)}\right) \right]^{\frac{1}{b_p}}\right)^b} \quad (2.64)$$

Identische Formparameter im Versuch und im Feld

Unter der Voraussetzung, daß die Ausfallmechanismen im Versuch und unter realen Bedingungen übereinstimmen, kann von annähernd gleichen Formparametern ausgegangen werden [5]; daher gilt $b_p = b$. Mit der Definition des Raffungsfaktors nach Gl. (2.61) folgt die Beziehung $rT_p = T$, wonach mit Gl. (2.64) folgender Zusammenhang resultiert:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{T_p}{rT_p} \left[\ln\left(\frac{1}{R_p(t)}\right) \right]^{\frac{1}{b}}\right)^b} = e^{-\frac{\ln(1/R_p(t))}{r^b}} \rightarrow \ln R(t) = -\frac{1}{r^b} \ln(1/R_p(t)) \quad (2.65)$$

$$\rightarrow R_p(t) = R(t)^{r^b}.$$

Die Beziehung in Gl. (2.65) ist nur für den im Versuch und unter realen Bedingungen gleichen Zeitpunkt t gültig. Ist die Prüfzeit im Versuch ungleich der geforderten Lebensdauer bei Nutzungsbedingungen, muß die Beziehung mit Berücksichtigung des Lebensdauerverhältnisses aus Gl. (2.57) ebenfalls beachtet werden. Es folgt dann:

$$R_p(t_p) = R(t_s)^{(rL_v)^b}. \quad (2.66)$$

Für die Aussagewahrscheinlichkeit eines zeitraffenden Tests ergibt sich unter Berücksichtigung von aufgetretenen Ausfällen nach der Binomialverteilung folgender Ausdruck:

$$P_A = 1 - \sum_{i=0}^x \binom{n}{i} R(t_s)^{(rL_v)^b(n-i)} \left(1 - R(t_s)^{(rL_v)^b}\right)^i. \quad (2.67)$$

Bei einem Test ohne Ausfälle vereinfacht sich Gl. (2.67) zu:

$$P_A = 1 - R(t_s)^{(rL_v)^b n}. \quad (2.68)$$

Der Einfluß einer zeitraffenden Prüfung auf die Aussagewahrscheinlichkeit bzgl. normaler Betriebsbedingungen ist beispielhaft in Bild 2.14 dargestellt.

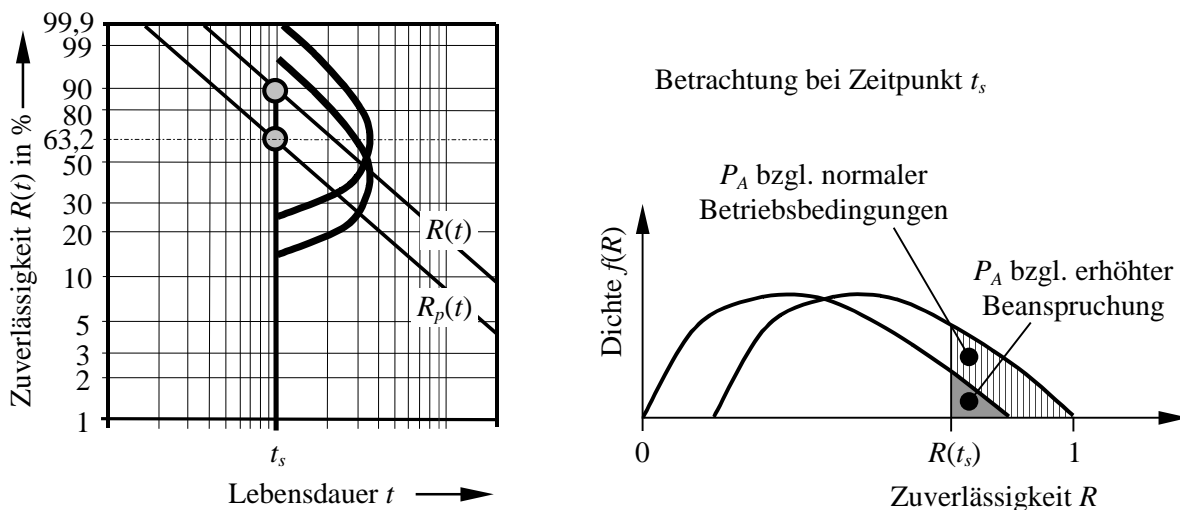


Bild 2.14: Zuverlässigkeitsfunktion bei zeitraffender Prüfung und normalen Betriebsbedingungen beispielhaft im Weibullnetz - Qualitativer Einfluß auf Aussagewahrscheinlichkeit

Das Bauteil besitzt bei höherer Beanspruchung eine niedrigere Zuverlässigkeit bei der geforderten Lebensdauer als bei normalen Betriebsbedingungen. Der Zusammenhang

ist mit Gl. (2.65) gegeben. Ausgehend vom gleichen Stichprobenumfang und gleicher Prüfzeit liefert daher eine Prüfung unter erhöhter Beanspruchung eine höhere Aussagewahrscheinlichkeit bzgl. der Zuverlässigkeit bei normalen Betriebsbedingungen. Diese ist in Bild 2.14 qualitativ als karierte Fläche dargestellt. Die Aussagewahrscheinlichkeit, bezogen auf die Betriebsbedingungen bei erhöhter Beanspruchung, entspricht qualitativ der grauen Fläche in Bild 2.14. Die gleiche Aussagewahrscheinlichkeit ergibt eine Prüfung bei normaler Betriebsbelastung mit sonst unveränderten Testresultaten.

Unterschiedliche Formparameter im Versuch und im Feld

Trotz gleicher Ausfallmechanismen im Versuch und im Feld ist es in der Praxis oftmals der Fall, daß die Formparameter unterschiedlich sind. Bei geringen äußeren Belastungen zeigt sich eine größere Streuung der Lebensdauer, d.h. der Formparameter ist geringer als bei höheren Belastungen, bei denen die Streuung der Lebensdauer geringer wird [5], [10], [41], [43], [44].

Im Fall einer zweiparametrischen Weibullverteilung ergibt sich der Raffungsfaktor durch Umformen von Gl. (2.62) und (2.63) nach der Lebensdauer und Einsetzen in die Bedingung aus Gl. (2.61) zu:

$$r_{B_\gamma} = \frac{T b \sqrt[b]{-\ln R(B_\gamma)}}{T_p b_p \sqrt[b_p]{-\ln R_p(B_{p\gamma})}}. \quad (2.69)$$

Da die Voraussetzung zu erfüllen ist, daß die Ausfallwahrscheinlichkeit im Versuch und bei realen Bedingungen gleich ist, ergibt sich folglich für einen beliebigen Zeitpunkt t unter normalen Betriebsbedingungen $R(t) = R_p(B_{p\gamma}) = R(B_\gamma)$, womit sich Gl. (2.69) vereinfacht zu:

$$r = \frac{T}{T_p} \left[\ln \frac{1}{R(t)} \right]^{\frac{1}{b} - \frac{1}{b_p}}. \quad (2.70)$$

Aus Gl. (2.70) ist ersichtlich, daß der Raffungsfaktor von den Parametern der Weibullverteilungen und der Zuverlässigkeit im Feld abhängig ist. Wird Gl. (2.70) nach dem Quotienten T_p/T umgeformt und in Gl. (2.64) eingesetzt, ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$R_p(t) = R(t) r^{b_p}, \quad (2.71)$$

der nur dann gültig ist, wenn der betrachtete Zeitpunkt t im Versuch und bei realen Betriebsbedingungen übereinstimmt. Bei einer Prüfzeit, die von der geforderten Lebensdauer abweicht, ist das Lebensdauerverhältnis nach Gl. (2.57) einzuführen. Somit gilt:

$$R_p(t_p) = R(t_s)^{L_v^b r^b p} . \quad (2.72)$$

Für die Prognose des Ausfallverhaltens unter Feldbeanspruchung ist es erforderlich, den Raffungsfaktor zu kennen. Andernfalls ist eine Prognose bzgl. der Feldbedingungen nicht möglich. Der Raffungsfaktor sollte daher für einzelne Komponenten aus vorangegangenen Produkten bekannt und dokumentiert sein und kontinuierlich aktualisiert werden. Die Ermittlung von Raffungsfaktoren erfolgt auf Basis von entweder physikalischen oder empirischen Modellen, die den Zusammenhang zwischen Belastungsniveau und Ausfallmechanismus beschreiben [37], [40]-[42], [45]-[49].

Für einen zeitraffenden Test berechnet sich die Aussagewahrscheinlichkeit bzgl. der Zuverlässigkeit bei der geforderten Lebensdauer allgemein nach:

$$P_A = 1 - \sum_{i=0}^x \binom{n}{i} R(t_s)^{L_v^b r^b p (n-i)} \left(1 - R(t_s)^{L_v^b r^b p} \right)^i , \quad (2.73)$$

wobei evtl. von der Lebensdauer abweichende Prüfzeiten mittels des Lebensdauerverhältnisses berücksichtigt sind. Bei einem Success Run Test vereinfacht sich Gl. (2.73) zu:

$$P_A = 1 - R(t_s)^{L_v^b r^b p n} . \quad (2.74)$$

Bei den Gln. (2.71), (2.72), (2.73) und (2.74) ist zu beachten, daß der Raffungsfaktor eine Funktion der Ausfallwahrscheinlichkeit ist und entsprechend in Abhängigkeit von der geforderten Zuverlässigkeit bei realen Betriebsbedingungen zu wählen ist. Der Raffungsfaktor ist in diesem Fall gegeben nach Einsetzen von Gl. (2.70). Die Gln. (2.72)-(2.74) gehen in die Gln. (2.66)-(2.68) über, falls die Formparameter im Versuch und bei realen Betriebsbedingungen als gleich angenommen werden können.

Die geforderte Lebensdauer und die damit verbundene Zuverlässigkeit für Feldbedingungen wird in dieser Arbeit als konstant angesehen. Um möglichst viele Kundeneinsätze abzudecken, ist es daher erforderlich, diese Zielgrößen für einen kritischen Anwendungsfall festzulegen, der den Großteil aller möglichen Belastungsfälle repräsentiert. Andere, weniger kritische Anwendungsfälle sind damit automatisch in der Betrachtung enthalten. In [50] wird beispielsweise der 95%-Kunde festgelegt, so daß mit dessen Nachweis lediglich 5% aller Kunden unberücksichtigt bleiben. Denkbar ist auch die Festlegung des 90%-Kunden [5].

2.4.4 Diskrepanzen bei den Ansätzen zur Testplanung

Wie bereits in den vorangegangenen Kapiteln erwähnt, basiert die Planung von Zuverlässigkeitstests auf der Betaverteilung nach Gl. (2.51) oder der Binomialverteilung nach Gl. (2.52). Werden bei einem Versuch alle Prüflinge bis zur geforderten Lebensdauer und ohne Raffung getestet, sind beide Ansätze als gleich anzusehen. Anders ist es,

wenn abweichende Testzeiten und Raffungsfaktoren zu berücksichtigen sind. In diesem Fall liefern die Ansätze unterschiedliche Ergebnisse, die auf theoretische Vereinfachungen zurückzuführen sind.

Mit Berücksichtigung des Lebensdauerhältnisses und des Raffungsfaktors ergibt sich eine Abhängigkeit der unter Testbedingungen nachgewiesenen Zuverlässigkeit und der für normale Betriebsbedingungen geforderten Zuverlässigkeit, die mit Gl. (2.66) bzw. (2.72) gegeben ist. Die Herleitung dieser Beziehungen wurde anhand der Weibullgeraden durchgeführt. Hierzu ist anzumerken, daß diese dem Median entspricht und somit einer Aussagewahrscheinlichkeit von 50% zugeordnet ist. Die Beziehungen in den Gln. (2.66) und (2.72) gelten folglich lediglich für eine Aussagewahrscheinlichkeit von 50%. Bei anderen Aussagewahrscheinlichkeiten sind diese einfachen Zusammenhänge theoretisch ungültig. Dies läßt sich am einfachsten erkennen aus der Darstellung im Weibullnetz in Bild 2.10. Dort ist zu sehen, daß z.B. die Vertrauensgrenzen im Weibullnetz keine Geraden mehr darstellen, sondern gekrümmte Linien. Die Beziehungen in Gl. (2.66) und (2.72) sind daher für Aussagewahrscheinlichkeiten ungleich 50% theoretisch nicht gültig.

Beim Binomialansatz wurden die Beziehungen zur Berücksichtigung der abweichenden Prüfbedingungen zugrunde gelegt, wobei sich die Aussagewahrscheinlichkeit je nach Testdurchführung entsprechend nach den Gln. (2.59), (2.60), (2.67), (2.68), (2.73), (2.74) berechnet. Dieser Ansatz ignoriert die Tatsache, daß die Vertrauensgrenzen im Weibullnetz keine Geraden darstellen. Es wird vielmehr unterstellt, daß die Dichtefunktion der Ausfallwahrscheinlichkeit bzw. Zuverlässigkeit für jeden Zeitpunkt die gleiche Form besitzt, was theoretisch nicht zutrifft. Im Gegensatz dazu steht die Betaverteilungsdichte, die je nach Ausfallzeit eine andere Form besitzt, siehe hierzu Bild 2.8.

Es sei an dieser Stelle vermerkt, daß der Ansatz nach der Binomialverteilung bei der Prüfplanbestimmung abweichende Ergebnisse liefert, wenn ein Lebensdauerverhältnis und/oder Raffungsfaktor berücksichtigt werden muß, da die Vorgehensweise vom theoretischen Ansatz nicht ganz korrekt ist. Andererseits ist dieser Ansatz in [5], [36] als Standard festgelegt. Auf die Unterschiede, die sich im Vergleich zur Betaverteilung ergeben, wird im Kap. 5.6 dieser Arbeit ausführlicher eingegangen.

3 Verfahren zur Berücksichtigung von Vorkenntnissen

Bei der Planung von Tests und deren Durchführung bringt eine bestimmte Anforderung bzgl. der Zuverlässigkeit und der damit verbundenen Aussagesicherheit einen entsprechend hohen Versuchsaufwand mit sich, der sich in der notwendigen Anzahl an Probanden widerspiegelt. Der theoretisch ermittelte Stichprobenumfang steht oftmals nicht im Verhältnis zu der in der Praxis tatsächlich zur Verfügung stehenden Anzahl an Prüflingen. Eine Möglichkeit zur Reduktion des Versuchsaufwands besteht in der Nutzung von Vorinformationen. Solche Vorinformationen können beispielsweise Informationen aus Berechnungsergebnissen, Vorversuchen, Vorgängerprodukten u.a. sein.

Es existieren mehrere Ansätze in der Literatur zur Berücksichtigung von Vorinformationen über die Zuverlässigkeit bzw. über das Ausfallverhalten. Die bekannten Verfahren werden in den folgenden Kapiteln behandelt. Da die Verfahren alle auf dem Satz von Bayes basieren, wird zuerst dessen Anwendung bei der Zuverlässigkeitstestplanung behandelt.

3.1 Anwendung der Bayes-Formel beim Zuverlässigkeitsnachweis

Mathematisches Hilfsmittel zur Nutzung von Vorkenntnissen bei der Planung von Zuverlässigkeitstests ist die Bayes-Formel nach Gl. (2.19). Dabei werden im Fall der Zuverlässigkeitstestplanung folgende zwei Informationen miteinander verknüpft: bereits bekannte Informationen und durch den aktuellen Test zusätzlich gewonnene Informationen, Bild 3.1.

Bereits bekannte Informationen werden durch die Wahrscheinlichkeit für einen Zuverlässigkeitswert ausgedrückt, d.h. in Form einer Dichtefunktion zur Beschreibung der Zufallsgröße Zuverlässigkeit. Jene wird als a priori-Dichte bezeichnet [18], [51]. Zusätzlich gewonnene Informationen sind durch die Wahrscheinlichkeit für eine Anzahl an Ausfällen gegeben, die während des aktuellen Tests auftreten. Dies läßt sich mittels der Einzelwahrscheinlichkeit der Binomialverteilung beschreiben. Die Ergebnisse des aktuellen Tests liefern mit den bereits bekannten Informationen in Form der a posteriori-Dichte [18], [51] eine verbesserte Schätzung des tatsächlichen Werts der Zufallsgröße.

Die aus dem Bayes-Theorem resultierende a posteriori-Dichte läßt sich beim Übergang von diskreten zu stetigen Zufallsgrößen folgendermaßen angeben [6], [33], [37], [51], [52]:

$$f(R|E_x) = \frac{P(E_x|R)f(R)}{\int_0^1 P(E_x|R)f(R)dR}, \quad (3.1)$$

wobei mit $f(R)$ die a priori-Dichte der Zuverlässigkeit bezeichnet ist. Die Wahrscheinlichkeit $P(E_x|R)$ entspricht einer bedingten Wahrscheinlichkeit und steht für die aktuellen Testergebnisse, gegeben durch die Einzelwahrscheinlichkeit der Binomialverteilung:

$$P(E_x|R) = \binom{n}{x} R^{n-x} (1-R)^x. \quad (3.2)$$

Die Variable x steht für die Anzahl der auftretenden Ausfälle während des Tests, n entspricht dem Stichprobenumfang. Treten während des Zuverlässigkeitstests keine Ausfälle auf, d.h. $x = 0$, handelt es sich um den sog. Success Run. Die Gl. (3.2) reduziert sich in diesem Fall auf:

$$P(E_{x=0}|R) = R^n. \quad (3.3)$$

Ist während der Prüfung zusätzlich ein Lebensdauerverhältnis und ein Raffungsfaktor zu berücksichtigen, so ergibt sich mit Gl. (2.72) folgender Ausdruck für die bedingte Wahrscheinlichkeit:

$$P(E_x|R) = \binom{n}{x} R^{L_v^b r^{b_p} (n-x)} \left(1 - R^{L_v^b r^{b_p}} \right)^x, \quad (3.4)$$

bzw. bei einem Test ohne Ausfälle:

$$P(E_{x=0}|R) = R^{L_v^b r^{b_p} n}. \quad (3.5)$$

Durch Integration der a posteriori-Dichte von $R(t_s)$ bis eins, wie in Kap. 2.3.2 erläutert, ergibt sich die a posteriori-Aussagewahrscheinlichkeit bzgl. der Zuverlässigkeit bei der geforderten Lebensdauer.

$$P_A = \int_{R(t_s)}^1 f(R|E_x)dR = \frac{\int_{R(t_s)}^1 P(E_x|R)f(R)dR}{\int_0^1 P(E_x|R)f(R)dR}. \quad (3.6)$$

Für elektronische Komponenten, bei denen konstante Ausfallraten zugrunde liegen, wird in [53] auf Basis des Bayesschen Theorems anhand neuer Tests eine Abschätzung

der Ausfallrate vorgenommen. Die Vorkenntnis über die Ausfallrate wird anhand einer Gammaverteilung [17] quantifiziert.

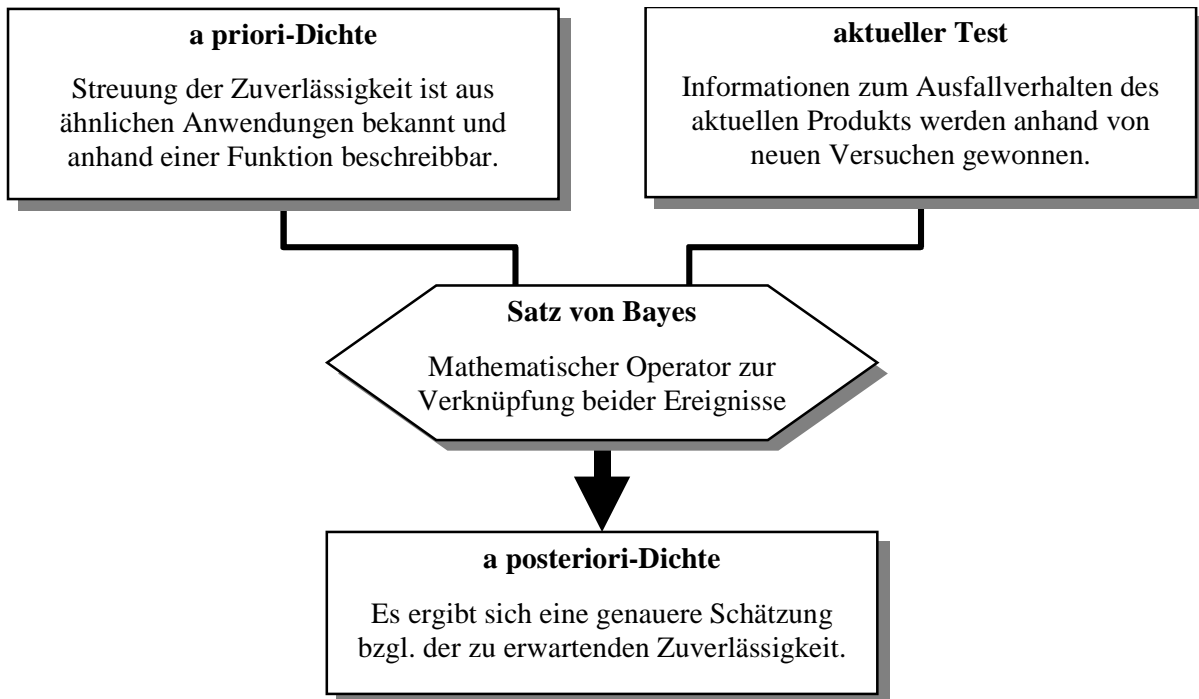


Bild 3.1: Testplanung auf Basis von Vorkenntnissen

3.2 Gleichverteilung als Vorinformation

Liegt vor Beginn eines Zuverlässigkeitstests noch keinerlei Vorinformation vor, kann zumindest davon ausgegangen werden, daß die Zuverlässigkeit des zu prüfenden Produkts eine gleichverteilte Zufallsgröße ist, also mit gleich hoher Wahrscheinlichkeit einen beliebigen Wert im Intervall $[0, 1]$ annehmen wird [31], [33], [51]. Die Dichtefunktion der Zuverlässigkeit ist nach Gl. (2.39) gegeben mit $f(R) = 1$. Mit Gl. (2.49) folgt für die a priori-Aussagewahrscheinlichkeit:

$$P_{A0} = 1 - R(t_s). \quad (3.7)$$

Bei einer Zuverlässigkeitsvorgabe von $R(t_s) = 90\%$ liegt mit der Gleichverteilung bereits eine a priori-Aussagewahrscheinlichkeit von $P_{A0} = 10\%$ vor.

Wird die Gleichverteilung als a priori-Dichte und Gl. (3.2) für die bedingte Wahrscheinlichkeit in Gl. (3.1) eingesetzt, ergibt sich als a posteriori-Dichte eine Beta-Verteilung mit:

$$f(R|E_x) = \frac{R^{n-x}(1-R)^x}{\int_0^1 R^{n-x}(1-R')^x dR'} = \frac{R^{n-x}(1-R)^x}{\beta(n-x+1, x+1)}. \quad (3.8)$$

Die Integration von Gl. (3.8) liefert die Aussagewahrscheinlichkeit. Mit der Binomialverteilung läßt sich nach Gl. (2.33) auch schreiben:

$$P_A = 1 - \sum_{i=0}^x \binom{n+1}{i} R(t_s)^{n-i+1} (1 - R(t_s))^i. \quad (3.9)$$

Bei einem Test ohne Ausfälle vereinfacht sich die Formel in Gl. (3.9) zu:

$$P_A = 1 - R(t_s)^{n+1}. \quad (3.10)$$

Aus Gl. (3.9) und (3.10) wird ersichtlich, daß sich durch die Berücksichtigung der Gleichverteilung der Stichprobenumfang um ein, bis zur geforderten Lebensdauer getestetes, Teil reduziert (siehe auch [52]).

Im Fall, daß die Prüfzeit nicht der geforderten Lebensdauer entspricht und zusätzlich verschärfte Prüfbedingungen herrschen, berechnet sich die a posteriori-Dichte nach Einsetzen von Gl. (3.4) in Gl. (3.1) zu:

$$f(R|E_x) = \frac{R^{L_v^b r^b p (n-x)} \left(1 - R^{L_v^b r^b p}\right)^x}{\int_0^1 R'^{L_v^b r^b p (n-x)} \left(1 - R'^{L_v^b r^b p}\right)^x dR'}. \quad (3.11)$$

Die Aussagewahrscheinlichkeit berechnet sich durch Integration von Gl. (3.11). Eine analytische Lösung existiert nicht, jedoch läßt sich durch den Zusammenhang mit der Binomialverteilung allgemein schreiben:

$$P_A = 1 - \sum_{i=0}^x \binom{n + \frac{1}{L_v^b r^b p}}{i} R(t_s)^{L_v^b r^b p (n-i)+1} \left(1 - R(t_s)^{L_v^b r^b p}\right)^i \quad (3.12)$$

bzw. für den Success Run Test:

$$P_A = 1 - R(t_s)^{L_v^b r^b p n+1}. \quad (3.13)$$

Die Gln. (3.12) und (3.13) lassen erneut erkennen, daß eine Reduktion des Stichprobenumfangs um ein Teil gegeben ist. In [54] wird als a priori-Dichte ebenfalls eine Gleichverteilung angenommen, wobei diese sich auf ein Intervall $[0, R_{\max}]$ beschränkt, mit $R_{\max} < 1$.

3.3 Betaverteilung als Vorinformation

Informationen zur Zuverlässigkeit können u.U. bereits vor der Durchführung von Zuverlässigkeitstests vorhanden sein. Diese Information muß in Form einer a priori-Dichte verfügbar sein. Der Streubereich der Ausfallwahrscheinlichkeit ist nach [10], [13], [16] anhand einer zweiparametrischen Betaverteilung beschrieben, wie in Kap.

2.3.1 bereits erwähnt. Folglich läßt sich auch die Zufallsgröße Zuverlässigkeit mit der Betaverteilung beschreiben. Die a priori-Dichte der Zuverlässigkeit ist somit in Form von Gl. (2.27) gegeben. Die Parameter A und B erhalten den Index 0 zur Kennzeichnung der Vorinformation:

$$f(R) = \frac{1}{\beta(A_0, B_0)} R^{A_0-1} (1-R)^{B_0-1}. \quad (3.14)$$

Im folgenden wird zunächst das Lebensdauerverhältnis nicht berücksichtigt, d.h. es wird davon ausgegangen, daß die Prüfzeit der geforderten Lebensdauer entspricht. Dann ergibt sich nach Anwendung der Bayes-Formel für die a posteriori-Dichte der Zuverlässigkeit wiederum eine zweiparametrische Betaverteilung:

$$f(R|E_x) = \frac{R^{A_0-1+n-x} (1-R)^{B_0-1+x}}{\int_0^1 R^{A_0-1+n-x} (1-R)^{B_0-1+x} dR} = \frac{R^{A_0-1+n-x} (1-R)^{B_0-1+x}}{\beta(A_0+n-x, B_0+x)}. \quad (3.15)$$

Aus Gl. (3.15) wird ersichtlich, daß sich die Parameter der a posteriori-Dichte aus der Summe der Parameter der a priori-Dichte und dem für den Versuch verwendeten Stichprobenumfang, sowie der Anzahl an aufgetretenen Ausfällen ergeben. Die a posteriori-Dichte läßt sich somit, ohne Anwendung des Satzes von Bayes, sehr leicht bestimmen. Sie entspricht immer einer Betaverteilung, wenn die a priori-Dichte ebenfalls eine Betaverteilung ist. Ihre Parameter sind gegeben mit [30], [55]-[57]:

$$\begin{aligned} A &= A_0 + n - x \\ B &= B_0 + x. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Die Aussagewahrscheinlichkeit ergibt sich durch Integration von Gl. (3.15). Durch den Zusammenhang zwischen Binomialverteilung und Betaverteilung läßt sich schreiben:

$$P_A = 1 - \sum_{i=0}^{B_0+x-1} \binom{A_0+n+B_0-1}{i} R(t_s)^{A_0+n+B_0-1-i} (1-R(t_s))^i, \quad (3.17)$$

unter der Voraussetzung, daß der Parameter B_0 der a priori-Verteilung ganzzahlig ist. Andernfalls muß die Aussagewahrscheinlichkeit aus der numerischen Integration von Gl. (3.15) ermittelt werden.

Falls die Prüfzeit ungleich der geforderten Lebensdauer ist und die Prüfung unter Berücksichtigung zeittraffender Bedingungen erfolgt, resultiert die a posteriori-Aussagewahrscheinlichkeit nach Anwendung der Bayes-Formel und Integration der a posteriori-Dichtefunktion in folgendem Ausdruck:

$$P_A = \frac{\int_{R(t_s)}^1 R^{L_v^b r^{b_p} (n-x)+A_0-1} \left(1 - R^{L_v^b r^{b_p}}\right)^x (1-R)^{B_0-1} dR}{\int_0^1 R^{L_v^b r^{b_p} (n-x)+A_0-1} \left(1 - R^{L_v^b r^{b_p}}\right)^x (1-R)^{B_0-1} dR}. \quad (3.18)$$

Die Integration in Gl. (3.18) muß mit numerischen Hilfsmitteln gelöst werden. Eine Beschreibung mit der Binomialverteilung ist an dieser Stelle nicht mehr möglich. Des weiteren ist anzumerken, daß es sich bei der a posteriori-Dichte nicht mehr um eine Betaverteilung handelt. Die Gl. (3.16) kann nicht mehr angewendet werden.

Bei einem Success Run Test ergibt sich als a posteriori-Dichte erneut eine Betadichte:

$$f(R|E_{x=0}) = \frac{R^{L_v^b r^{b_p} n+A_0-1} (1-R)^{B_0-1}}{\beta\left(L_v^b r^{b_p} n + A_0, B_0\right)}. \quad (3.19)$$

Die Parameter der a posteriori-Dichte können aus den aktuellen Versuchsbedingungen und den a priori-Parametern einfach bestimmt werden:

$$\begin{aligned} A &= A_0 + L_v^b r^{b_p} n \\ B &= B_0. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Die Aussagewahrscheinlichkeit läßt sich aus Gl. (3.19) folgendermaßen angeben:

$$P_A = 1 - \sum_{i=0}^{B_0-1} \binom{L_v^b r^{b_p} n + A_0 + B_0 - 1}{i} R(t_s)^{L_v^b r^{b_p} n + A_0 + B_0 - 1 - i} (1 - R(t_s))^i \quad (3.21)$$

und entspricht dabei einer Beschreibung durch die Binomialverteilung. Hierbei ist zu beachten, daß diese nur gültig ist, wenn der Parameter B_0 der a priori-Verteilung eine ganze Zahl ist.

Ein Sonderfall ergibt sich, wenn für die Parameter der a priori-Verteilung $A_0 = 1$ und $B_0 = 1$ gilt. In diesem Fall handelt es sich bei der a priori-Verteilung um die Gleichverteilung, wie bereits im vorangegangenen Kap. 3.2 erläutert.

3.4 Verfahren nach Beyer/Lauster

Von Beyer und Lauster [36] wurde ein Verfahren entwickelt, das Vorkenntnisse in Form eines gegebenen Werts, wie der Ausfallrate oder der Zuverlässigkeit des Vorgängers, in der Planung von Tests berücksichtigt. Unterschieden wird nach Prüfteilen mit konstanter Ausfallrate und Prüfteilen mit zeitabhängiger Ausfallrate.

3.4.1 Prüfteile mit konstanter Ausfallrate

Die Bestimmung der Aussagewahrscheinlichkeit eines Tests, bei dem Teile mit konstanter Ausfallrate geprüft werden, erfolgt auf Grundlage der Poissonverteilung [24], [58]. Demnach berechnet sich die Aussagewahrscheinlichkeit unter Berücksichtigung von Ausfällen folgendermaßen:

$$P_A = 1 - \sum_{i=0}^x \frac{(nt_p \lambda_{\max})^i}{i!} e^{-nt_p \lambda_{\max}}, \quad (3.22)$$

wobei Vorkenntnisse bzgl. der Ausfallrate noch nicht berücksichtigt sind. Bei einer Prüfung ohne Ausfälle vereinfacht sich Gl. (3.22) zu:

$$P_A = 1 - e^{-nt_p \lambda_{\max}}. \quad (3.23)$$

Beyer und Lauster gehen davon aus, daß Vorkenntnisse über die Ausfallrate bereits vor der Durchführung eines Tests vorhanden sind. Dabei wird angenommen, daß der Wert λ_0 für die Ausfallrate aus einer Vorprüfung mit dem Stichprobenumfang n_0 und der Prüfzeit t_{p0} bekannt ist. Die Vorprüfung erfolgt ohne Ausfälle. Die a priori-Dichte der Ausfallrate ist dann gegeben in Form einer Exponentialverteilung:

$$f(\lambda) = n_0 t_{p0} e^{-\lambda n_0 t_{p0}} = \frac{1}{\lambda_0} e^{-\frac{\lambda}{\lambda_0}}. \quad (3.24)$$

Die Vorkennntnis λ_0 entspricht dem Erwartungswert der a priori-Dichte und ist gültig für eine Aussagewahrscheinlichkeit von $P_{A0} = 63,2\%$. Dies läßt sich aus Gl. (3.23) ermitteln.

Als bedingte Verteilung zur Berücksichtigung der aktuellen Testergebnisse wird erneut die Poissonverteilung zugrunde gelegt:

$$P(E_x | \lambda) = \frac{(n\lambda t_p)^x}{x!} e^{-n\lambda t_p}. \quad (3.25)$$

Eingesetzt in den Satz von Bayes resultiert folgende a posteriori-Dichte:

$$f(\lambda | E_x) = \frac{1}{x!} \left(nt_p + \frac{1}{\lambda_0} \right)^{x+1} \lambda^x e^{-\left(nt_p + \frac{1}{\lambda_0} \right) \lambda}. \quad (3.26)$$

Sind Vorkenntnisse über die Ausfallrate anhand eines Werts λ_0 vorhanden und werden zusätzliche Tests zum Nachweis der zu erwartenden Ausfallrate λ_{\max} durchgeführt, läßt sich die Aussagewahrscheinlichkeit folgendermaßen ermitteln:

$$P_A = 1 - \sum_{i=0}^x \frac{1}{i!} \left[\left(nt_p + \frac{1}{\lambda_0} \right) \lambda_{\max} \right]^i e^{-\left(nt_p + \frac{1}{\lambda_0} \right) \lambda_{\max}}. \quad (3.27)$$

Treten während des Tests keine Ausfälle auf, läßt sich Gl. (3.27) vereinfachen zu:

$$P_A = 1 - e^{-\left(nt_p + \frac{1}{\lambda_0}\right)\lambda_{\max}}. \quad (3.28)$$

Für einen Success Run Test läßt sich mit Gl. (3.28) der notwendige Prüfumfang, abhängig von der maximal zulässigen Ausfallrate und der geforderten Aussagewahrscheinlichkeit, in Form einer kumulierten Testzeit nt_p ermitteln:

$$nt_p = -\frac{\ln(1 - P_{As})}{\lambda_{\max}} - \frac{1}{\lambda_0}. \quad (3.29)$$

Die Gl. (3.29) basiert auf der Annahme, daß jedes Prüfteil der gleichen Testzeit t_p unterliegt. Ist dies nicht der Fall, ergibt sich:

$$\sum_{i=1}^n t_{pi} = -\frac{\ln(1 - P_{As})}{\lambda_{\max}} - \frac{1}{\lambda_0}. \quad (3.30)$$

Durch überhöhte Belastungen lassen sich Prüfzeiten reduzieren, wobei die Zeitersparnis mittels des Raffungsfaktors r quantifiziert ist. Bei zeitraffenden Lebensdauerests folgt zur Bestimmung der Aussagewahrscheinlichkeit:

$$P_A = 1 - \sum_{i=0}^x \frac{1}{i!} \left[\left(nrt_p + \frac{1}{\lambda_0} \right) \lambda_{\max} \right]^i e^{-\left(nrt_p + \frac{1}{\lambda_0} \right) \lambda_{\max}}. \quad (3.31)$$

Erfolgt die Prüfung ohne Ausfälle und ist für jedes Prüfteil eine andere Testzeit vorgesehen, resultiert der Prüfumfang in der kumulierten Testzeit:

$$r \sum_{i=1}^n t_{pi} = -\frac{\ln(1 - P_{As})}{\lambda_{\max}} - \frac{1}{\lambda_0}. \quad (3.32)$$

Die Gl. (3.32) basiert auf einer einheitlichen Prüfung aller Testteile, wodurch der Raffungsfaktor unverändert bleibt. Als a priori-Dichte der Ausfallrate wird in [59] eine Gammaverteilung zugrunde gelegt. In [60]-[62] wird neben der konstanten Ausfallrate auch der Raffungsfaktor als Zufallsvariable betrachtet, so daß dieser ebenfalls mittels einer a priori-Dichte beschrieben wird.

3.4.2 Prüfteile mit zeitabhängiger Ausfallrate

Bei einer zeitabhängigen Ausfallrate, wie es bei mechanischen Bauteilen der Fall ist, ist es nicht mehr möglich, die Poissonverteilung beim Zuverlässigkeitsnachweis zugrunde zu legen. Die oben aufgeführten Betrachtungen lassen sich daher nur bedingt auf mechanische Bauteile übertragen. Es ist erforderlich, die Fälle mit und ohne Ersatz von ausgefallenen Prüflingen getrennt zu behandeln.

Prüfung mit Ersatz ausgefallener Teile

Treten während eines Tests Ausfälle auf und werden die ausgefallenen Teile durch weitere Prüflinge ersetzt, kann, unter der Voraussetzung, daß es sich um „gleich alte“ Ersatzprüflinge handelt, erneut die Poissonverteilung angewendet werden.

Bei mechanischen Komponenten liegt zur Beschreibung des Ausfallverhaltens die Weibullverteilung zugrunde. Diese läßt sich durch folgende Transformation in eine Exponentialverteilung überführen:

$$t_p' = t_p^b \text{ und } \lambda' = \frac{1}{T^b}. \quad (3.33)$$

Die Ergebnisse aus dem vorangegangenen Abschnitt lassen sich auf t_p' und λ' übertragen. Bei mechanischen Komponenten ist anstatt einer Ausfallrate eine Mindestzuverlässigkeit als Forderung formuliert. Über die Weibullverteilung läßt sich folgender Zusammenhang aufstellen:

$$\ln \frac{1}{R(t_p)} = \left(\frac{t_p}{T} \right)^b. \quad (3.34)$$

Mit Gl. (3.33), (3.34) und (3.22) ergibt sich für die Aussagewahrscheinlichkeit bei der Prüfung von mechanischen Komponenten, falls keine Vorkenntnisse vorliegen:

$$P_A = 1 - R(t_p)^n \sum_{i=0}^x \frac{\left(n \ln(1/R(t_p)) \right)^i}{i!}. \quad (3.35)$$

Die Gl. (3.35) liefert eine Aussage bzgl. der geforderten Zuverlässigkeit nur dann, wenn alle Prüflinge bis zur geforderten Lebensdauer geprüft werden, so daß gilt $t_p = t_s$. Falls abweichende Prüfzeiten zu beachten sind, ist das Lebensdauerverhältnis nach Gl. (2.57) zu berücksichtigen, wonach sich für die Aussagewahrscheinlichkeit folgender Zusammenhang ergibt:

$$P_A = 1 - R(t_s)^{nL_v^b} \sum_{i=0}^x \frac{\left(nL_v^b \ln(1/R(t_s)) \right)^i}{i!}. \quad (3.36)$$

Zeitraffende Lebensdauertests liefern mit Berücksichtigung des Raffungsfaktors für die Aussagewahrscheinlichkeit folgenden Ausdruck:

$$P_A = 1 - R(t_s)^{L_v^b r^{b_p} n} \sum_{i=0}^x \frac{\left(L_v^b r^{b_p} n \ln(1/R(t_s)) \right)^i}{i!}. \quad (3.37)$$

Die Gln. (3.35), (3.36) und (3.37) basieren lediglich auf den aktuellen Prüfergebnissen, d.h. es sind keinerlei Vorkenntnisse berücksichtigt. Ähnlich dem Ansatz bei elektronischen Bauteilen, bei denen Kenntnisse über die zu erwartende Ausfallrate gegeben sind, werden Vorkenntnisse für mechanische Bauteile in Form eines Zuverlässigkeits-

werts R_0 angenommen. Analog zu den Beziehungen aus Gl. (3.33) und (3.34) läßt sich formulieren:

$$\ln \frac{1}{R_0} = \lambda_0 t_{p0}^b. \quad (3.38)$$

Mit Gl. (3.33), (3.27) und (3.38) resultiert für die Aussagewahrscheinlichkeit bei der Prüfung von mechanischen Komponenten, falls Vorkenntnisse verwendet werden können:

$$P_A = 1 - R(t_s)^{nL_v^b + 1/\ln(1/R_0)} \sum_{i=0}^x \frac{1}{i!} \left(nL_v^b \ln(1/R(t_s)) + \frac{\ln(1/R(t_s))}{\ln(1/R_0)} \right)^i. \quad (3.39)$$

Falls zeitraffende Prüfbedingungen vorliegen, ergibt sich mit Gl. (3.39) und (2.65) folgender Ausdruck für die Aussagewahrscheinlichkeit:

$$P_A = 1 - R(t_s)^{L_v^b r^{b_p} n + \frac{1}{\ln(1/R_0)}} \sum_{i=0}^x \frac{1}{i!} \left(L_v^b r^{b_p} n \ln \left(\frac{1}{R(t_s)} \right) + \frac{\ln(1/R(t_s))}{\ln(1/R_0)} \right)^i. \quad (3.40)$$

Die hier dargelegten Beziehungen basieren auf den Zusammenhängen, die sich bei der Prüfung von Bauteilen mit konstanter Ausfallrate ergeben. Analog ist deshalb auch bei mechanischen Komponenten zu beachten, daß die a priori-Zuverlässigkeit R_0 bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von $P_{A0} = 63,2\%$ festgelegt ist und aus einem Test ohne Ausfälle resultiert.

Prüfung ohne Ersatz ausgefallener Teile

Werden ausgefallene Prüflinge nicht ersetzt, liegt die Binomialverteilung zur Ermittlung der Aussagewahrscheinlichkeit zugrunde. Sind keine Vorkenntnisse vorhanden, berechnet sich die Aussagewahrscheinlichkeit unter Berücksichtigung des Lebensdauerhältnisses und des Raffungsfaktors nach Gl. (2.73) bzw. (2.74).

In [36] werden Vorkenntnisse berücksichtigt, die aus einem Vorversuch mit n_0 Prüflingen ohne Ausfälle resultieren. Die a priori-Dichte entspricht dann einer Betaverteilung der Form:

$$f(R) = n_0 R^{n_0-1}. \quad (3.41)$$

Die a posteriori-Dichte berechnet sich nach:

$$f(R|E_x) = \frac{R^{L_v^b(n-x)+n_0-1} \left(1 - R^{L_v^b}\right)^x}{\int_0^1 R'^{L_v^b(n-x)+n_0-1} \left(1 - R'^{L_v^b}\right)^x dR'}. \quad (3.42)$$

Die Aussagewahrscheinlichkeit berechnet sich durch Integration von Gl. (3.42) und läßt sich nach der Binomialverteilung schreiben:

$$P_A = 1 - \sum_{i=0}^x \binom{n + \frac{n_0}{L_v^b}}{i} R(t_s)^{L_v^b(n-i)+n_0} (1 - R(t_s)^{L_v^b})^i. \quad (3.43)$$

In Gl. (3.43) ist die Vorkenntnis gegeben als die Anzahl n_0 der bereits geprüften Teile. Beyer und Lauster führen hier erneut eine Vorkenntnis in Form der a-priori-Zuverlässigkeit R_0 ein. Da es sich um einen Vorversuch ohne Ausfälle handelt, leitet sich aus Gl. (2.53) mit einer Aussagewahrscheinlichkeit von $P_{A0} = 63,2\%$ der Stichprobenumfang folgendermaßen ab:

$$n_0 = \frac{1}{\ln(1/R_0)}. \quad (3.44)$$

Eingesetzt in Gl. (3.43) ergibt sich die Aussagewahrscheinlichkeit zu:

$$P_A = 1 - R(t_s)^{L_v^b n + 1/\ln(1/R_0)} \sum_{i=0}^x \binom{n + \frac{1}{L_v^b \ln(1/R_0)}}{i} \left(\frac{1 - R(t_s)^{L_v^b}}{R(t_s)^{L_v^b}} \right)^i. \quad (3.45)$$

Bei einer Prüfung ohne Ausfälle vereinfacht sich Gl. (3.45) zu:

$$P_A = 1 - R(t_s)^{L_v^b n + 1/\ln(1/R_0)}. \quad (3.46)$$

Die aufgeführten Zusammenhänge wurden von Beyer und Lauster graphisch in einem Nomogramm dargestellt, Bild 3.2.

Raffungsfaktoren sind im Nomogramm nicht explizit berücksichtigt. Die Integration des Raffungsfaktors liefert für einen Testablauf mit Ausfällen [63], [64] folgenden Ausdruck für die Aussagewahrscheinlichkeit:

$$P_A = 1 - R(t_s)^{L_v^b r^{b_p} n + 1/\ln(1/R_0)} \sum_{i=0}^x \binom{n + \frac{1}{L_v^b r^{b_p} \ln(1/R_0)}}{i} \left(\frac{1 - R(t_s)^{L_v^b r^{b_p}}}{R(t_s)^{L_v^b r^{b_p}}} \right)^i. \quad (3.47)$$

Für einen Testablauf ohne Ausfälle ergibt sich:

$$P_A = 1 - R(t_s)^{L_v^b r^{b_p} n + 1/\ln(1/R_0)}. \quad (3.48)$$

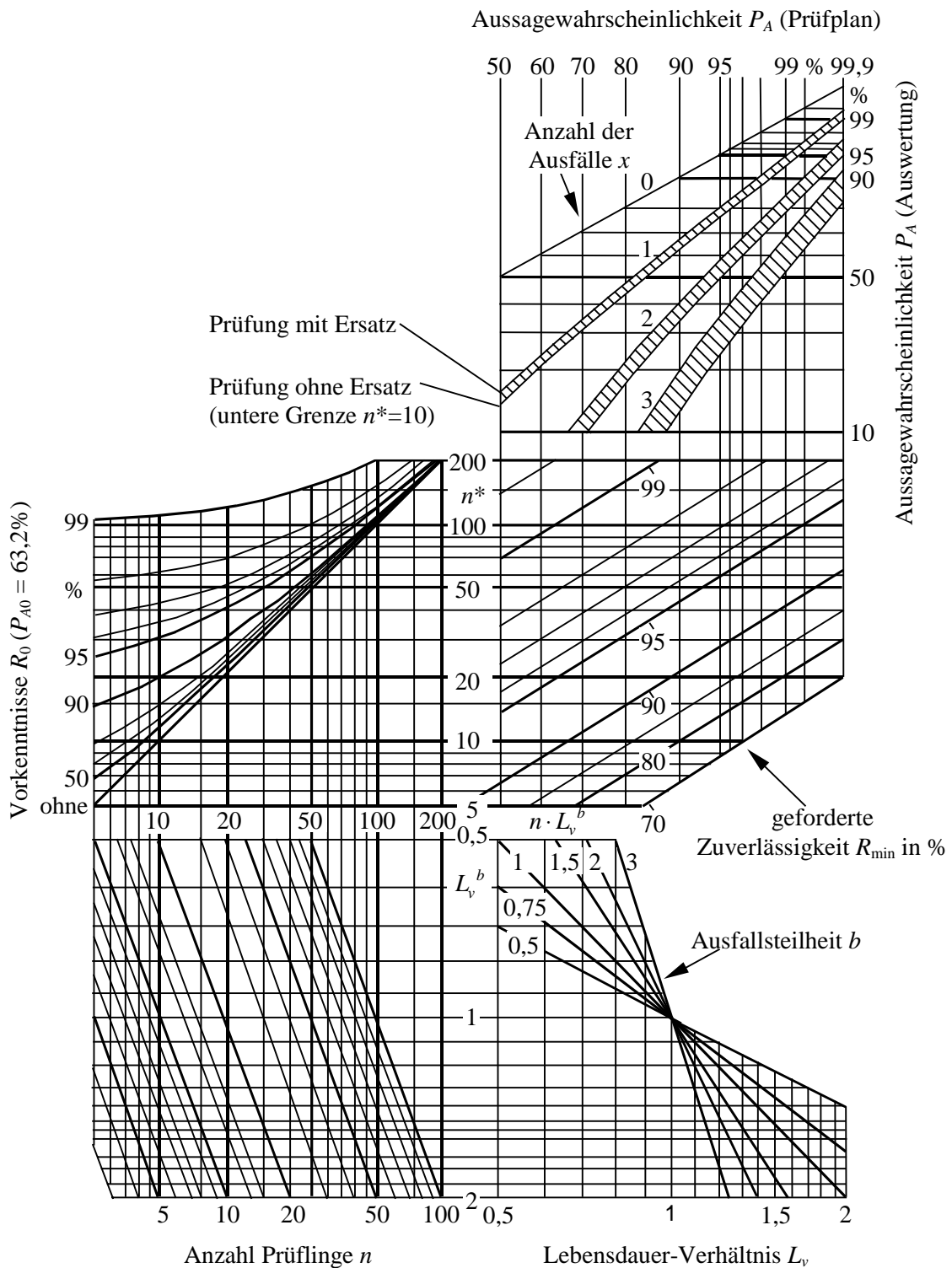


Bild 3.2: Beyer/Lauster-Nomogramm [5], [36]

3.5 Verfahren nach Kleyner et al.

Die bisher betrachteten Verfahren zur Berücksichtigung von Vorkenntnissen haben alle eine Tatsache gemeinsam: Sie gehen davon aus, daß die Vorkenntnis vollständig auf die neue Situation übertragen werden kann. In der Praxis ist eine solche Annahme nicht gerechtfertigt, da mit jeder Änderung eines bestehenden Bauteils auch das Risiko

besteht, daß die aus der Vorkenntnis zugrunde gelegte Zuverlässigkeit vom neuen Produkt nicht erreicht wird.

Von Kleyner et al. wurde in [65] ein Verfahren vorgestellt, das die Unsicherheit bzgl. der Nutzung von Vorkenntnissen bei der Planung von Zuverlässigkeitstests einbezieht. Die Vorkenntnis ist mit einer Beta-Verteilung beschrieben. Kleyner et al. führen nun den sog. „knowledge factor“ ρ ein, der im folgenden als Wissensfaktor bezeichnet wird. Mittels des Wissensfaktors wird die aus der bisherigen Situation ermittelte Beta-Verteilungsdichte und die Dichte der Gleichverteilung gewichtet, wobei eine Mischverteilung entsteht. Diese wird als a priori-Dichte verwendet:

$$f(R) = \frac{\rho}{\beta(A_0, B_0)} R^{A_0-1} (1-R)^{B_0-1} + (1-\rho). \quad (3.49)$$

Der Wissensfaktor ist im Bereich $0 \leq \rho \leq 1$ zu wählen und beschreibt die Ähnlichkeit zwischen aktuellem Produkt und Vorkenntnis. Je ähnlicher sich diese sind, desto höher wird der Wissensfaktor. Ist die Vorkenntnis vollständig auf das neue Produkt übertragbar, so ergibt sich für den Wissensfaktor $\rho = 1$. Lassen sich die Vorinformationen für neue Tests nicht verwenden, ist der Wissensfaktor mit $\rho = 0$ zu wählen. Ein Nachteil bei der Wahl des Wissensfaktors besteht darin, daß dies subjektiv geschieht und für dessen Schätzung keine berechnende Methode bekannt ist.

Wird die Mischverteilung aus Gl. (3.49) und die bedingte Wahrscheinlichkeit aus Gl. (3.2) in das Bayes-Theorem eingesetzt, ergibt sich die a posteriori-Aussagewahrscheinlichkeit durch Integration:

$$P_A = \frac{\int_{R(t_s)}^1 \left[\frac{\rho}{\beta(A_0, B_0)} R^{A_0+n-x-1} (1-R)^{B_0+x-1} + (1-\rho) R^{n-x} (1-R)^x \right] dR}{\rho \frac{\beta(A_0+n-x, B_0+x)}{\beta(A_0, B_0)} + (1-\rho) \beta(n-x+1, x+1)}. \quad (3.50)$$

Für den Success Run leitet sich die Aussagewahrscheinlichkeit direkt aus Gl. (3.50) ab, indem für die Anzahl an Ausfällen $x = 0$ gesetzt wird. Es ergibt sich:

$$P_A = \frac{\int_{R(t_s)}^1 \frac{\rho}{\beta(A_0, B_0)} R^{A_0+n-1} (1-R)^{B_0-1} dR + \frac{(1-\rho)}{n+1} (1-R(t_s))^{n+1}}{\rho \frac{\beta(A_0+n, B_0)}{\beta(A_0, B_0)} + \frac{(1-\rho)}{n+1}}. \quad (3.51)$$

Unter Berücksichtigung des Lebensdauerverhältnisses und des Raffungsfaktors folgt für die Aussagewahrscheinlichkeit bei einem Test mit Ausfällen [63], [64], [66]:

$$P_A = \frac{\int_{R(t_s)}^1 z \left(1 - R'^{L_v^b r^{b_p}}\right)^x dR'}{\int_0^1 z \left(1 - R'^{L_v^b r^{b_p}}\right)^x dR'} \quad (3.52)$$

$$\text{mit } z = \frac{\rho}{\beta(A_0, B_0)} R'^{A_0 + L_v^b r^{b_p} (n-x) - 1} (1 - R')^{B_0 - 1} + (1 - \rho) R'^{L_v^b r^{b_p} (n-x)}.$$

Für einen Test ohne Ausfälle gilt:

$$P_A = \frac{\int_{R(t_s)}^1 \left[\frac{\rho}{\beta(A_0, B_0)} R'^{A_0 + L_v^b r^{b_p} n - 1} (1 - R')^{B_0 - 1} \right] dR'}{\rho \frac{\beta(A_0 + L_v^b r^{b_p} n, B_0)}{\beta(A_0, B_0)} + \frac{(1 - \rho)}{L_v^b r^{b_p} n + 1}} + \frac{\frac{(1 - \rho)}{L_v^b r^{b_p} n + 1} \left(1 - R(t_s)^{L_v^b r^{b_p} n + 1}\right)}{\rho \frac{\beta(A_0 + L_v^b r^{b_p} n, B_0)}{\beta(A_0, B_0)} + \frac{(1 - \rho)}{L_v^b r^{b_p} n + 1}}. \quad (3.53)$$

Gilt für den Wissensfaktor $\rho = 0$, geht das Verfahren nach Kleyner et al. in den Gleichverteilungsansatz über. Die Gln. (3.52) und (3.53) entsprechen dann Gl. (3.12) und (3.13). Bei einer vollständigen Übertragung der Vorkenntnisse, d.h. $\rho = 1$, entspricht das Verfahren nach Kleyner et al. dem Ansatz nach der Betaverteilung. Die Gl. (3.52) geht in diesem Fall in Gl. (3.18) über. Die Gl. (3.53) entspricht Gl. (3.21).

3.6 Verfahren nach Savchuk/Martz

Die von Savchuk und Martz in [67] bzw. davor von Martz und Zimmer in [68], [69] veröffentlichte Vorgehensweise ist ähnlich dem Verfahren nach Kleyner et al. Es wird ebenfalls eine Mischverteilung als a priori-Verteilung verwendet, allerdings berücksichtigen Savchuk und Martz mehrere Betadichten aufgrund unterschiedlicher Vorkenntnisse. Diese können nach [67] beispielsweise durch differierende Einschätzungen von einzelnen Experten auftreten. Die Betadichten werden jeweils mit einem Gewichtungsfaktor w_i multipliziert und ergeben in der Summe die a priori-Dichtefunktion:

$$f(R) = \sum_i \frac{w_i}{\beta(A_{0i}, B_{0i})} R^{A_{0i} - 1} (1 - R)^{B_{0i} - 1}. \quad (3.54)$$

Die Gewichtungsfaktoren werden so gewählt, daß ihre Summe eins ergibt. Wie beim Verfahren nach Kleyner et al. wird für die Quantifizierung der Gewichtungsfaktoren keine Vorgehensweise empfohlen. Vielmehr ist man auch hier auf Schätzungen angewiesen. Durch die Gewichtungsfaktoren werden die unterschiedlichen Expertenmeinungen zu verschiedenen Anteilen bei der Vorkenntnis, die über das Produkt vorhanden ist, berücksichtigt. Die Vorgehensweise zur Ermittlung der a priori-Verteilung aus

mehreren Verteilungen unter Berücksichtigung von Gewichtungsfaktoren ist bereits in [56], [70] genannt.

Mit der a priori-Dichte aus Gl. (3.54) und der bedingten Wahrscheinlichkeit aus Gl. (3.2) ergibt sich die Aussagewahrscheinlichkeit aus dem Bayesschen Theorem durch Integration der a posteriori-Dichte:

$$P_A = \frac{\int_{R(t_s)}^1 \left[\sum_i \frac{w_i}{\beta(A_{0i}, B_{0i})} R^{A_{0i}+n-x-1} (1-R)^{B_{0i}+x-1} \right] dR'}{\sum_i w_i \frac{\beta(A_{0i}+n-x, B_{0i}+x)}{\beta(A_{0i}, B_{0i})}}. \quad (3.55)$$

Im Fall eines Tests ohne Ausfälle ergibt sich die Aussagewahrscheinlichkeit zu:

$$P_A = \frac{\int_{R(t_s)}^1 \left[\sum_i \frac{w_i}{\beta(A_{0i}, B_{0i})} R^{A_{0i}+n-1} (1-R)^{B_{0i}-1} \right] dR'}{\sum_i w_i \frac{\beta(A_{0i}+n, B_{0i})}{\beta(A_{0i}, B_{0i})}}. \quad (3.56)$$

Beim Verfahren nach Savchuk/Martz berechnet sich die Aussagewahrscheinlichkeit allgemein, unter Berücksichtigung eines Lebensdauerverhältnisses und eines Rafungsfaktors, nach der folgenden Formel:

$$P_A = \frac{\int_{R(t_s)}^1 \left[\sum_i \frac{w_i}{\beta(A_{0i}, B_{0i})} R^{A_{0i}+L_v^{b_r b_p} (n-x)-1} (1-R)^{B_{0i}-1} \right] \left(1 - R^{L_v^{b_r b_p}} \right)^x dR'}{\int_0^1 \left[\sum_i \frac{w_i}{\beta(A_{0i}, B_{0i})} R^{A_{0i}+L_v^{b_r b_p} (n-x)-1} (1-R)^{B_{0i}-1} \right] \left(1 - R^{L_v^{b_r b_p}} \right)^x dR'}. \quad (3.57)$$

Im Fall eines Tests ohne Ausfälle ergibt sich die Aussagewahrscheinlichkeit zu:

$$P_A = \frac{\int_{R(t_s)}^1 \left[\sum_i \frac{w_i}{\beta(A_{0i}, B_{0i})} R^{A_{0i}+L_v^{b_r b_p} n-1} (1-R)^{B_{0i}-1} \right] dR'}{\int_0^1 \left[\sum_i \frac{w_i}{\beta(A_{0i}, B_{0i})} R^{A_{0i}+L_v^{b_r b_p} n-1} (1-R)^{B_{0i}-1} \right] dR'}. \quad (3.58)$$

In [71] wird Expertenwissen zur Schätzung von Ausfallraten verwendet. Eine Gewichtung der unterschiedlichen Expertenmeinungen erfolgt dabei nicht mit Faktoren, sondern durch die Angabe von Streuungen der Ausfallrate in Form einer Standardabweichung. Je höher die Standardabweichung wird, desto unsicherer ist die Einschätzung des Experten.

3.7 Verfahren nach Kececioglu

Das im folgenden beschriebene Verfahren wird in [6] von Kececioglu vorgeschlagen. Im Unterschied zu den bisher beschriebenen Verfahren verwendet Kececioglu zur Beschreibung der Zufallsgröße Zuverlässigkeit anstatt einer Beta-Verteilung eine Triangular2-Verteilung (siehe auch [33]). Die Dichtefunktion der Triangular2-Verteilung ist folgendermaßen definiert:

$$f(R) = \begin{cases} \frac{2R(1-\delta)}{R(t_s)^2} & 0 \leq R < R(t_s) \\ \frac{2\delta(1-R)}{(1-R(t_s))^2} & R(t_s) \leq R \leq 1 \end{cases} \quad (3.59)$$

Die Triangular2-Verteilung besitzt zwei Parameter, zum einen die geforderte Zuverlässigkeit $R(t_s)$ und zum anderen den von Kececioglu benannten „degree of belief“ δ (Vertrauensgrad). In Bild 3.3 ist die Dichtefunktion der Triangular2-Verteilung beispielhaft dargestellt.

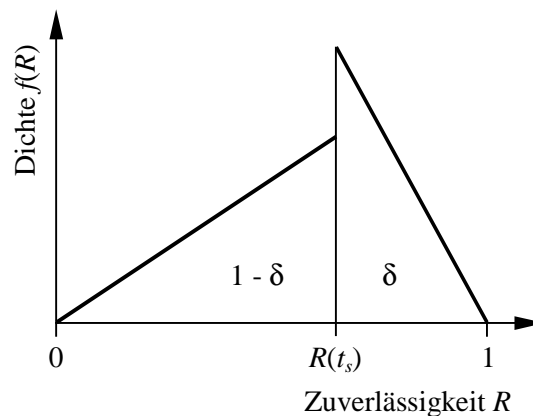


Bild 3.3: Dichtefunktion der Triangular2-Verteilung

Es ist ersichtlich, daß die Fläche unterhalb der Dichtefunktion abhängig ist vom Vertrauensgrad. Dabei entspricht die Fläche von $R(t_s)$ bis eins genau dem Vertrauensgrad. In Kap. 2.3.2 wurde bereits gezeigt, daß es sich bei dieser Fläche um die Aussagewahrscheinlichkeit handelt. Der Vertrauensgrad entspricht somit der a priori-Aussagewahrscheinlichkeit. Der Beweis hierfür ist folgendermaßen erbracht:

$$\begin{aligned} P_{A0} &= \int_{R(t_s)}^1 f(R) dR = \int_{R(t_s)}^1 \frac{2\delta(1-R)}{(1-R(t_s))^2} dR = \frac{2\delta}{(1-R(t_s))^2} \left(R - \frac{1}{2} R^2 \right) \Bigg|_{R(t_s)}^1 \\ &= \frac{2\delta}{(1-R(t_s))^2} \left(\frac{1}{2} R(t_s)^2 - R(t_s) \right) = \frac{\delta(1-R(t_s))^2}{(1-R(t_s))^2} = \delta \quad \square \end{aligned}$$

Nach Anwendung des Satzes von Bayes ergibt sich die Aussagewahrscheinlichkeit für einen Test mit n Probanden und x Ausfällen in Abhängigkeit des Vertrauensgrads δ und der geforderten Zuverlässigkeit $R(t_s)$ zu:

$$P_A = \frac{1}{1 + \frac{(1-\delta)(1-R(t_s))^2 \int_0^{R(t_s)} R'^{n-x+1} (1-R')^x dR'}{\delta R(t_s)^2 \int_{R(t_s)}^1 R'^{n-x} (1-R')^{x+1} dR'}} \quad (3.60)$$

Bei einem Test ohne Ausfälle vereinfacht sich Gl. (3.60) zu:

$$P_A = \frac{1}{1 + \frac{(1-\delta)(1-R(t_s))^2 (n+1)R(t_s)^n}{\delta(1+(n+1)R(t_s)^{n+2} - (n+2)R(t_s)^{n+1})}} \quad (3.61)$$

In Bild 3.4 ist der notwendige Stichprobenumfang in Abhängigkeit vom Vertrauensgrad für einen Test ohne Ausfälle und einen Test mit einem Ausfall dargestellt. Die Kurven gelten für unterschiedliche Werte für die Aussagewahrscheinlichkeit und die Zuverlässigkeit. Es ist offensichtlich, daß der zu prüfende Stichprobenumfang mit steigendem Vertrauensgrad sinkt. Der Vertrauensgrad entspricht der bereits vor dem Test erreichten bzw. geschätzten Aussagewahrscheinlichkeit. Je höher diese ist, desto geringer wird der zusätzliche Testaufwand. Die Anzahl der zu testenden Prüflinge steigt mit höher werdenden Werten für die geforderte Aussagewahrscheinlichkeit und Zuverlässigkeit.

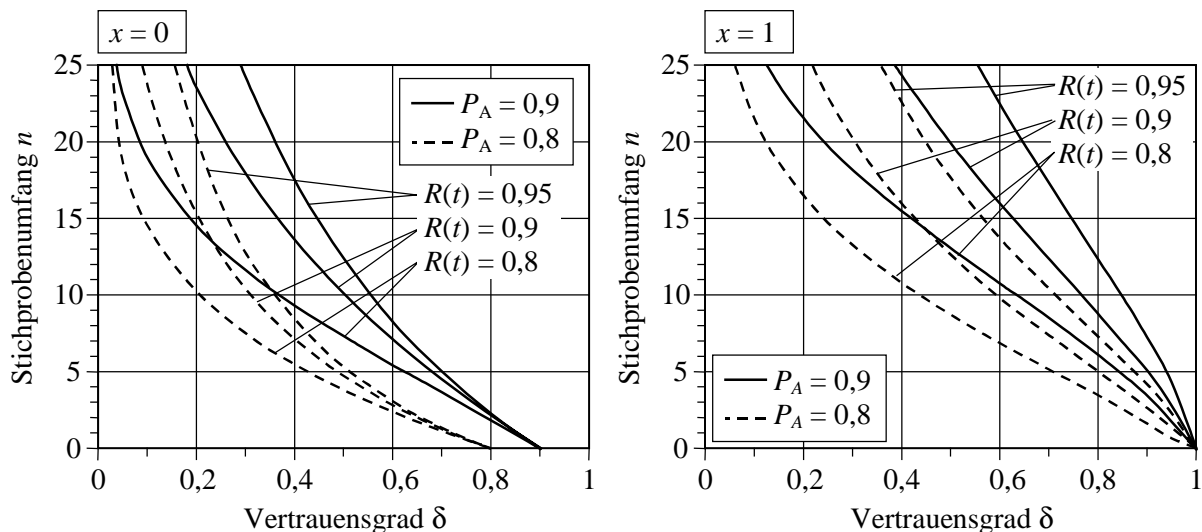


Bild 3.4: Notwendiger Stichprobenumfang in Abhängigkeit vom Vertrauensgrad bei unterschiedlichen Werten für die Zuverlässigkeit und die Aussagewahrscheinlichkeit beim Success Run und bei einem Test mit einem Ausfall

Werden das Lebensdauerverhältnis und der Raffungsfaktor in die Prüfbedingungen mit einbezogen, resultiert für die Aussagewahrscheinlichkeit bei einem Test mit Ausfällen folgender Zusammenhang:

$$P_A = \frac{\int_{R(t_s)}^1 \frac{(1-R')}{(1-R(t_s))^2} R'^{L_v^b r^{b_p} (n-x)} \left(1 - R'^{L_v^b r^{b_p}}\right)^x dR'}{y+z}$$

mit $y = \int_0^{R(t_s)} \frac{(1-\delta)}{\delta R(t_s)^2} R'^{L_v^b r^{b_p} (n-x)+1} \left(1 - R'^{L_v^b r^{b_p}}\right)^x dR'$ und $z = \int_{R(t_s)}^1 \frac{(1-R')}{(1-R(t_s))^2} R'^{L_v^b r^{b_p} (n-x)} \left(1 - R'^{L_v^b r^{b_p}}\right)^x dR'.$ (3.62)

Wird beim Test kein Ausfall verzeichnet, vereinfacht sich Gl. (3.62) zu:

$$P_A = \frac{1}{(1-\delta)(1-R(t_s))^2 \left(L_v^b r^{b_p} n + 1\right) R(t_s)^{L_v^b r^{b_p} n}} \cdot \frac{1}{\delta \left[1 + \left(L_v^b r^{b_p} n + 1\right) R(t_s)^{L_v^b r^{b_p} n+2} - \left(L_v^b r^{b_p} n + 2\right) R(t_s)^{L_v^b r^{b_p} n+1}\right]}. \quad (3.63)$$

Aus Bild 3.4 ist ersichtlich, daß sich bei einem Vertrauensgrad von $\delta = 0,25$ für eine Zuverlässigkeitsvorgabe von $R(t) = 90\%$ und $P_A = 90\%$ ein Stichprobenumfang von $n = 21$ Teilen ergibt, wenn ein Test ohne Ausfälle zugrunde liegt. Das bedeutet, daß bereits vor dem Test eine Aussagewahrscheinlichkeit von $P_{A0} = 25\%$ vorliegt. Wird als Vorkenntnis die Gleichverteilung angesetzt, ergibt sich für die gleiche Vorgabe ebenfalls ein erforderlicher Stichprobenumfang von $n = 21$. Beim Gleichverteilungsansatz ist für eine Zuverlässigkeit $R(t) = 90\%$ nach Gl. (3.7) eine a priori-Aussagewahrscheinlichkeit von $P_{A0} = 10\%$ gegeben. Folglich liefert der Ansatz nach Kececioglu trotz höherer a priori-Aussagewahrscheinlichkeit keine Reduzierung des notwendigen Stichprobenumfangs gegenüber der Gleichverteilung.

Aus Gl. (3.62) und (3.63) wird ersichtlich, daß der Ansatz nach Kececioglu bei einem Vertrauensgrad $\delta \rightarrow 0$ dahingehend versagt, daß die Aussagewahrscheinlichkeit gegen null strebt bzw. der notwendige Stichprobenumfang gegen unendlich. Ohne Vorkenntnis kann dieses Verfahren nicht angewendet werden.

Eine ähnliche Vorgehensweise ist in [72] beschrieben. Anstatt einer Triangular2-Verteilung wird dort als a priori-Dichte eine Verteilung verwendet, die durch den geforderten Zuverlässigkeitswert in zwei Bereiche getrennt wird, wobei die Dichtefunktion in diesen Bereichen jeweils konstant ist.

3.8 Verfahren nach Guida/Pulcini

Grundlage des in [73] vorgestellten Verfahrens bildet ein Produkt, daß einem Optimierungsprozeß unterworfen ist. Es handelt sich um ein Modell, das ein Zuverlässigkeitswachstum [74], [75] beschreibt, d.h. das aktuelle Produkt erreicht aufgrund von eingeführten Verbesserungsmaßnahmen eine höhere Zuverlässigkeit als dessen Vorgänger. In diesem Punkt unterscheidet sich das Verfahren nach Guida und Pulcini wesentlich von den übrigen, in diesem Kapitel aufgeführten Modellen.

Vorkenntnisse sind aus der Datenanalyse eines Vorgängerprodukts vorhanden und werden anhand einer Betaverteilung beschrieben. Der Verbesserungsfaktor δ (engl.: improvement factor) entspricht dem Quotienten aus der Ausfallwahrscheinlichkeit F des aktuellen Produkts und der Ausfallwahrscheinlichkeit F_0 des Vorgängerprodukts:

$$\delta = \frac{F}{F_0} = \frac{1-R}{1-R_0}. \quad (3.64)$$

Der Verbesserungsfaktor liegt im Intervall]0, 1]. Für $\delta = 1$ sind keine Verbesserungsmaßnahmen eingeleitet worden, so daß beim neuen Produkt mit einer gleichbleibenden Zuverlässigkeit zu rechnen ist. Je kleiner δ wird, desto effektiver sind die durchgeführten Optimierungsmaßnahmen. Der Verbesserungsfaktor wird als Zufallsvariable mit einer Betaverteilung beschrieben:

$$f(\delta) = \frac{\delta^{a-1}(1-\delta)^{b-1}}{\beta(a,b)}. \quad (3.65)$$

Mit Gl. (3.64) und (3.65) resultiert für den Verbesserungsfaktor folgender Ausdruck:

$$f\left(\frac{1-R}{1-R_0}\right) = \frac{\left(\frac{1-R}{1-R_0}\right)^{a-1} \left(\frac{R-R_0}{1-R_0}\right)^{b-1}}{\beta(a,b)}. \quad (3.66)$$

Die Vorverteilung bzgl. des aktuellen Produkts ergibt sich nach [73] aus der Betaverteilung des Vorgängerprodukts und der Betaverteilung des Verbesserungsfaktors. Der Einfachheit halber nähern Guida und Pulcini die daraus resultierende a priori-Dichtefunktion für das aktuelle Produkt mit einer Betaverteilung an:

$$f(R) = \frac{R^{c-1}(1-R)^{d-1}}{\beta(c,d)}. \quad (3.67)$$

Die Parameter c und d berechnen sich durch Gleichsetzen des Erwartungswerts und der Varianz der Betaverteilung mit den entsprechenden Verteilungsmomenten der exakten a priori-Dichtefunktion. Für die Parameter der Näherungsfunktion ergeben sich folgende Bestimmungsgleichungen:

$$\frac{c}{c+d} = 1 - \frac{aB}{(a+b)(A+B)} \quad \text{und} \quad (3.68)$$

$$\frac{cd}{(c+d)^2(c+d+1)} = \frac{aB(bB+a^2A+bB^2+aA+bA+abA+bAB)}{(a+b)^2(a+b+1)(A+B)^2(A+B+1)}.$$

Guida und Pulcini berücksichtigen bei den aktuellen Testbedingungen unterschiedliche Prüfzeiten. Der Gesamtstichprobenumfang wird in m einzelne Unterstichproben n_i eingeteilt. Die bedingte Verteilung lautet dann:

$$P(E_x|R) = \prod_{i=1}^m \binom{n_i}{x_i} R^{L_{vi}^b(n_i-x_i)} \left(1 - R^{L_{vi}^b}\right)^{x_i}. \quad (3.69)$$

Nach Anwendung des Satzes von Bayes ergibt sich die a posteriori-Dichtefunktion zu:

$$f(R|E_x) = \frac{R^{c-1}(1-R)^{d-1} \prod_{i=1}^m R^{L_{vi}^b(n_i-x_i)} \left(1 - R^{L_{vi}^b}\right)^{x_i}}{\int_0^1 R'^{c-1}(1-R')^{d-1} \prod_{i=1}^m R'^{L_{vi}^b(n_i-x_i)} \left(1 - R'^{L_{vi}^b}\right)^{x_i} dR'}. \quad (3.70)$$

Guida und Pulcini schlagen in [73] vor, den Formparameter der Weibullverteilung in Form eines Intervalls $[b_1, b_2]$ anzugeben, wobei jener innerhalb des Intervalls als gleichverteilte Zufallsgröße abgeschätzt wird. Danach wird Gl. (3.70) zu:

$$f(R|E_x) = \int_{b_1}^{b_2} \frac{R^{c-1}(1-R)^{d-1} \prod_{i=1}^m R^{L_{vi}^b(n_i-x_i)} \left(1 - R^{L_{vi}^b}\right)^{x_i}}{\int_0^1 R'^{c-1}(1-R')^{d-1} \prod_{i=1}^m R'^{L_{vi}^b(n_i-x_i)} \left(1 - R'^{L_{vi}^b}\right)^{x_i} dR'} db. \quad (3.71)$$

Die Aussagewahrscheinlichkeit ergibt sich aus der Integration von Gl. (3.71):

$$P_A = \int_{b_1}^{b_2} \frac{\int_{R(t_s)}^1 R'^{c-1}(1-R')^{d-1} \prod_{i=1}^m R'^{L_{vi}^b(n_i-x_i)} \left(1 - R'^{L_{vi}^b}\right)^{x_i} dR'}{\int_0^1 R'^{c-1}(1-R')^{d-1} \prod_{i=1}^m R'^{L_{vi}^b(n_i-x_i)} \left(1 - R'^{L_{vi}^b}\right)^{x_i} dR'} db. \quad (3.72)$$

Neben unterschiedlichen Prüfzeiten lassen sich zusätzlich unterschiedliche Raffungsfaktoren einführen, so daß für die Aussagewahrscheinlichkeit folgt:

$$P_A = \int_{b_1}^{b_2} \frac{\int_{R(t_s)}^1 R'^{c-1}(1-R')^{d-1} \prod_{i=1}^m R'^{L_{vi}^b r_i^{b,p}(n_i-x_i)} \left(1 - R'^{L_{vi}^b r_i^{b,p}}\right)^{x_i} dR'}{\int_0^1 R'^{c-1}(1-R')^{d-1} \prod_{i=1}^m R'^{L_{vi}^b r_i^{b,p}(n_i-x_i)} \left(1 - R'^{L_{vi}^b r_i^{b,p}}\right)^{x_i} dR'} db. \quad (3.73)$$

Treten während des Tests keine Ausfälle auf, ist in Gl. (3.73) $x_i = 0$ zu setzen. Danach läßt sich für die Aussagewahrscheinlichkeit folgender Ausdruck schreiben:

$$P_A = \int_{b_1}^{b_2} \frac{\int_{R(t_s)}^1 R'^{c + \sum_{i=1}^m L_{vi}^b r_i^{b_p} n_i - 1} (1 - R')^{d-1} dR'}{\beta\left(c + \sum_{i=1}^m L_{vi}^b r_i^{b_p} n_i, d\right)} db. \quad (3.74)$$

Wie bereits erwähnt, liegt dem Verfahren nach Guida und Pulcini ein Optimierungsprozeß des Produkts zugrunde. Ein direkter Vergleich mit den bisherigen Verfahren ist nur dann möglich, wenn der Verbesserungsfaktor $\delta = 1$ gesetzt wird, also von einem unveränderten Qualitätsstandard ausgegangen wird.

Weitere Ansätze zur Testplanung, bei denen Zuverlässigkeitswachstumsmodelle zugrunde liegen, finden sich in [76], [77].

3.9 Zusammenhang und Vergleich der Verfahren

Die vorgestellten Verfahren basieren alle auf der Bayes Statistik und ermöglichen die Einbindung von Vorkenntnissen in der Planung von aktuellen Zuverlässigkeitstests. Untenstehendes Bild 3.5 zeigt zusammenfassend die untersuchten Verfahren sowie deren Zusammenhänge. Folgendes läßt sich zusammenfassen:

- Der Ansatz nach der Gleichverteilung kann zugrunde gelegt werden, wenn Vorwissen nicht ausreichend bekannt ist und dadurch die Wahrscheinlichkeit für jeden Zuverlässigkeitswert gleich hoch eingeschätzt wird.
- Das Verfahren von Beyer und Lauster basiert auf Vorkenntnissen aus einem Success Run Test und ist dadurch in der Anwendung beschränkt. Die Vorkenntnisse werden vollständig für das aktuelle Produkt verwendet.
- Die Verfahren nach Kleyner et al. sowie Savchuk und Martz bewerten die Vorkenntnisse pessimistischer, d.h. die Aussage über die Zuverlässigkeit wird durch Faktoren künstlich verschlechtert.
- Das Verfahren nach Guida und Pulcini legt dem Produkt einen Optimierungsprozeß zugrunde, so daß die Zuverlässigkeit beim aktuellen Produkt besser bewertet wird als beim Vorgänger. Hierfür wird ebenfalls ein Faktor eingeführt.

Die unterschiedlichen Verfahren lassen sich unter gewissen Voraussetzungen ineinander überführen:

- Die Verfahren nach Kleyner et al., Savchuk und Martz sowie Guida und Pulcini gehen teilweise auf den Ansatz nach der Betaverteilung zurück. Dies ist dann der Fall, wenn Vorkenntnisse vollständig auf die neue Situation übertragen werden

bzw. im Fall des Guida/Pulcini-Verfahrens keine Verbesserungsmaßnahmen am Produkt durchgeführt wurden.

- Der Ansatz nach der Gleichverteilung und das Verfahren nach Beyer und Lauster entsprechen Sonderfällen der Betaverteilung.
- Das Verfahren nach Kleyner et al. entspricht in einem Spezialfall dem Ansatz nach der Gleichverteilung, nämlich falls Vorkenntnisse nicht berücksichtigt werden ($\rho = 0$). Das Verfahren nach Beyer und Lauster läßt sich ebenfalls in den Ansatz nach der Gleichverteilung überführen, falls $R_0 = 36,8\%$.
- Lediglich das Verfahren nach Kececioglu weist keine Gemeinsamkeiten mit den übrigen Verfahren auf, da als a priori-Verteilung keine Betaverteilung sondern eine Triangular2-Verteilung verwendet wird.

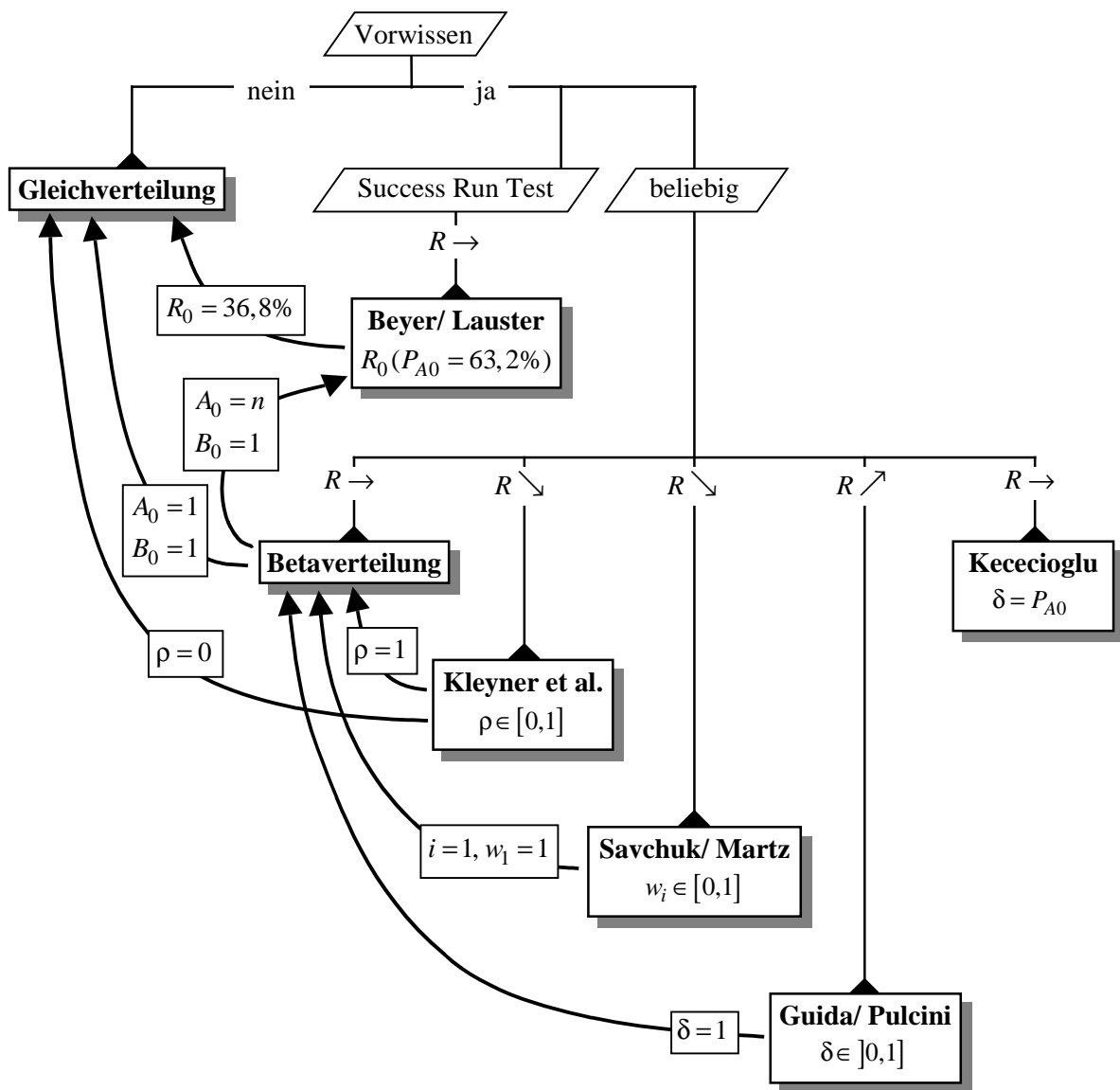


Bild 3.5: Untersuchte Verfahren zur Berücksichtigung von Vorkenntnissen und deren Zusammenhänge

4 Bestimmung der a priori-Verteilung

Liegen Vorkenntnisse über das Ausfallverhalten bereits vor, ist es nun erforderlich, diese Kenntnis bzgl. der Zuverlässigkeit in Form einer Betaverteilung zu definieren. Im folgenden wird aufgezeigt, wie die Betaverteilung bestimmt wird, falls Kenntnisse aus Versuchen bekannt sind oder das Ausfallverhalten eines ähnlichen Produkts genutzt werden soll. Des Weiteren wird eine Vorgehensweise vorgestellt, die es ermöglicht, Berechnungsergebnisse in Form einer a priori-Dichtefunktion darzustellen.

4.1 Ermittlung aus vorangegangenen Versuchen

Mittels der Betaverteilung wird die Zufallsgröße Zuverlässigkeit beschrieben. Es stellt sich nun die Frage, wie die Parameter der Betaverteilung festgelegt werden. Wie in Kap. 3.2 gezeigt, ist es möglich die Gleichverteilung anzunehmen, falls keine genaueren Kenntnisse vorhanden sind. Wurden jedoch bereits Versuche durchgeführt, ist es erforderlich, deren Ergebnisse in Form einer Betaverteilung darzustellen.

Wie in Kap. 2.3.1 bereits erläutert, ist der Vertrauensbereich einer Stichprobenverteilung definiert durch die zweiparametrische Betaverteilung. Die Grenzwerte der Ausfallwahrscheinlichkeit sind nach Gl. (2.47) zu bestimmen. Die Parameter der Betaverteilung hängen ab vom Stichprobenumfang n und der Rangzahl i . Somit ist die Beta-dichte bei Berücksichtigung der Zufallsgröße Zuverlässigkeit folgendermaßen bestimmt:

$$f(R) = \frac{1}{\beta(A, B)} R^{A-1} (1-R)^{B-1} \quad \text{mit } A = n - i + 1 \text{ und } B = i. \quad (4.1)$$

Die Dichtefunktion der Zuverlässigkeit ist unabhängig von der Ausfallverteilung der Stichprobe, d.h. es ist lediglich von Interesse, wie viele Prüflinge die Stichprobe besitzt und wie viele davon während des Tests ausgefallen sind. Bei der Bestimmung der a priori-Verteilung aus Vorversuchen ist nach zwei Versuchsarten zu trennen: Versuche mit keinen oder wenigen Ausfällen und Versuche mit einer ausreichend hohen Anzahl an Ausfällen, so daß eine Anpassung der Ausfalldaten mittels einer Weibullverteilung möglich wird.

4.1.1 Versuche mit keinen oder wenigen Ausfällen

Treten bei einem Versuch bis zum Testende keine Ausfälle auf, läßt sich keine exakte Aussage treffen, jedoch eine Mindestaussage. Dabei wird von der ungünstigsten An-

nahme ausgegangen, und zwar, daß theoretisch beim Erreichen des Testendes gerade ein Prüfling dabei ist auszufallen. Der tatsächliche erste Ausfall kann wesentlich später eintreten, was durch die Beendigung des Tests zum festgelegten Zeitpunkt jedoch nicht ermittelt werden kann. Daher muß von diesem schlechtesten Fall ausgegangen werden. Für die Rangzahl gilt dann $i = 1$. Fallen während des Versuchs ein oder mehrere Teile aus, so beeinflußt das auch die Wahl der Rangzahl. Bei einem eingetretenen Ausfall fällt theoretisch bei Erreichen des Testendes gerade das zweite Bauteil aus, entsprechend der Annahme des ungünstigsten Falls. Folglich ergibt sich die Rangzahl $i = 2$. Allgemein ist die Rangzahl in Abhängigkeit der insgesamt vor Testende aufgetretenen Ausfälle x gegeben mit $i = 1 + x$. Die Rangzahl ist immer abhängig vom letzten Ausfall, der sich immer gerade bei Testende ereignet, d.h. in der Realität, also während des Tests, aber noch nicht eingetreten ist.

Vorversuche mit einer von der erforderlichen Lebensdauer abweichenden Prüfzeit

Bei der Nutzung von Vorkenntnissen ist es erforderlich, daß diese für genau den Zeitpunkt vorliegen, für den die Vorgaben zu erfüllen sind, d.h. für die geforderte Lebensdauer. Wurde eine Prüfung bis zur geforderten Lebensdauer durchgeführt, sind Kenntnisse zu dieser Lebensdauer vorhanden und können in der weiteren Betrachtung direkt berücksichtigt werden. Weicht die Prüfzeit des Versuchs von der geforderten Lebensdauer ab, sind Kenntnisse zwar vorhanden, jedoch lediglich für die Prüfzeit. Im weiteren Verlauf ist es daher notwendig, diese Informationen auf den interessierenden Zeitpunkt, nämlich die geforderte Lebensdauer, zu transformieren, Bild 4.1.

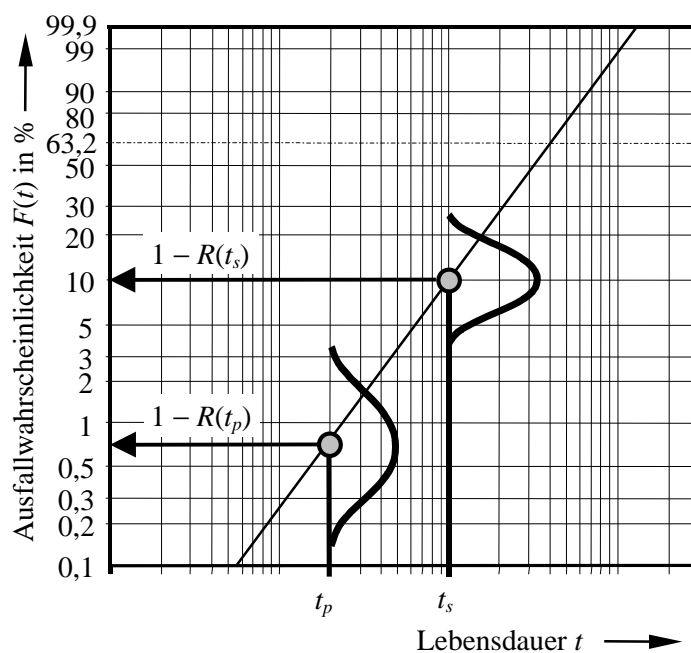


Bild 4.1: Beispielhafte Darstellung der unterschiedlichen Streubereiche (Dichtefunktionen) bei der geforderten Lebensdauer t_s und bei der Prüfzeit t_p

Die Vorkenntnis sei beschrieben mit einer Betaverteilung, deren Parameter allgemein nach Gl. (4.1) gegeben sind. Dabei ist bei der Bestimmung der Rangzahl zu beachten, daß die Prüfung nicht bis zur geforderten Lebensdauer erfolgt, sondern eine davon abweichende Prüfzeit zugrunde liegt. Die Beziehung zwischen der Zuverlässigkeit bei der Prüfzeit und der Zuverlässigkeit bei der geforderten Lebensdauer ist für Weibullverteiltes Ausfallverhalten nach Gl. (2.57) gegeben. Des weiteren ist nach der Näherungsformel für den Median (Gl. (2.48)) ein Zusammenhang zwischen der Rangzahl und der Ausfallwahrscheinlichkeit bzw. Zuverlässigkeit vorhanden. Mit diesen beiden Beziehungen berechnet sich die Rangzahl folgendermaßen:

$$i \approx \left(1 - R_{med}(t_p)^{\frac{1}{L_v^b}} \right) (n + 0,4) + 0,3. \quad (4.2)$$

Die mit Gl. (4.2) ermittelte Rangzahl entspricht der Rangzahl, die sich bei der geforderten Lebensdauer unter Zugrundelegen einer Weibullverteilung ergibt.

Mit Gl. (4.2) und Gl. (4.1) ergibt sich für die gültigen Parameter der Beta-Vorverteilung:

$$A = n - \left(1 - R_{med}(t_p)^{\frac{1}{L_v^b}} \right) (n + 0,4) + 0,7 \text{ und} \quad (4.3)$$

$$B = \left(1 - R_{med}(t_p)^{\frac{1}{L_v^b}} \right) (n + 0,4) + 0,3.$$

Bei Gl. (4.3) ist zu beachten, daß die Zuverlässigkeit $R_{med}(t_p)$, die sich aus dem Vorversuch ergeben hat, dem Median entspricht und damit eine Aussagewahrscheinlichkeit von 50% zugrunde liegt. Die Zuverlässigkeit bei der Prüfzeit ist daher für eine Aussagewahrscheinlichkeit von 50% zu ermitteln. Traten beim Vorversuch keine Ausfälle auf, ergibt sich für die Parameter der Betaverteilung:

$$A = n - \left(1 - 0,5^{\frac{1}{L_v^b}} \right) (n + 0,4) + 0,7 \text{ und } B = \left(1 - 0,5^{\frac{1}{L_v^b}} \right) (n + 0,4) + 0,3. \quad (4.4)$$

Vorversuche mit zeitraffender Prüfung

Bei der Bestimmung der a priori-Verteilung ist es entscheidend, ob bei den Versuchen zeitraffende Prüfbedingungen zu berücksichtigen sind. Ist dies der Fall, ist es erforderlich, die Beziehung aus Gl. (2.72) zu berücksichtigen, bei der sowohl das Lebensdauer Verhältnis als auch der Raffungsfaktor enthalten sind. Das Bild 4.2 zeigt die Zusammenhänge beispielhaft im Weibullnetz.

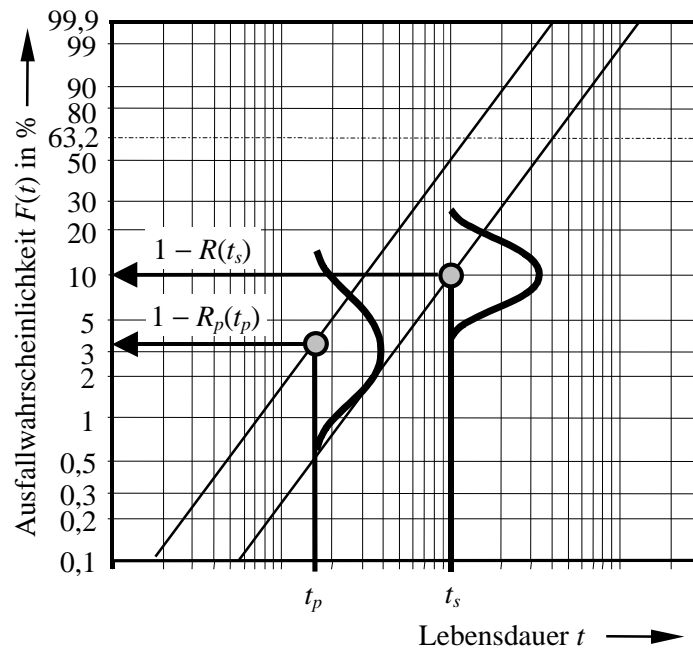


Bild 4.2: Beispielhafte Darstellung der unterschiedlichen Streubereiche (Dichtefunktionen) bei der geforderten Lebensdauer t_s und bei der Prüfzeit t_p unter Berücksichtigung einer zeitraffenden Prüfung

Analog zur vorangegangenen Vorgehensweise ergeben sich die Parameter der Beta-Verteilung unter Berücksichtigung des Raffungsfaktors und des Lebensdauerverhältnisses zu:

$$A = n - \left(1 - R_{pmed}(t_p)^{\frac{1}{L_v^b r^{b_p}}} \right) (n + 0,4) + 0,7 \text{ und} \quad (4.5)$$

$$B = \left(1 - R_{pmed}(t_p)^{\frac{1}{L_v^b r^{b_p}}} \right) (n + 0,4) + 0,3.$$

Die Zuverlässigkeit $R_{pmed}(t_p)$, die mittels des zeitraffenden Tests bei der Prüfzeit ermittelt wurde, entspricht dem Median. Handelt es sich um einen Versuch ohne Ausfälle, berechnen sich die Parameter der Beta-Verteilung nach folgender Gleichung:

$$A = n - \left(1 - 0,5^{\frac{1}{L_v^b r^{b_p} n}} \right) (n + 0,4) + 0,7 \text{ und} \quad (4.6)$$

$$B = \left(1 - 0,5^{\frac{1}{L_v^b r^{b_p} n}} \right) (n + 0,4) + 0,3.$$

4.1.2 Versuche mit ausreichend vielen Ausfällen

Treten während eines Versuchs genügend Ausfälle auf, so ist es möglich, die vorliegenden Ausfallzeiten auszuwerten und das Ausfallverhalten durch eine Verteilungsfunktion zu beschreiben, beispielsweise durch die Weibullverteilung. Ein geeignetes Auswerteverfahren ist je nach Zensierungstyp der Stichprobe festzulegen [5], [78]-[83]. Zunächst wird ein Test betrachtet, der das Feldverhalten des Produkts ohne Zeitraffung simuliert. Die Ausfallwahrscheinlichkeit bei der geforderten Lebensdauer ist im Fall der Weibullverteilung gegeben nach:

$$F(t_s) = 1 - e^{-\left(\frac{t_s - t_0}{T - t_0}\right)^b} \quad (4.7)$$

Dieser Wert entspricht gleichzeitig dem Median der Betaverteilung, der annähernd durch Gl. (2.48) bestimmt werden kann. Werden diese beiden Beziehungen gleichgesetzt, ergibt sich eine Abhängigkeit der Rangzahl i von den Weibullparametern, der geforderten Lebensdauer und dem geprüften Stichprobenumfang:

$$1 - e^{-\left(\frac{t_s - t_0}{T - t_0}\right)^b} = \frac{i - 0,3}{n + 0,4} \rightarrow i = (n + 0,4) \left[1 - e^{-\left(\frac{t_s - t_0}{T - t_0}\right)^b} \right] + 0,3. \quad (4.8)$$

Mit der nach Gl. (4.8) berechneten Rangzahl ergeben sich die Parameter der Betaverteilung entsprechend nach Gl. (4.1). Danach sind die Parameter folgendermaßen definiert:

$$A = n - (n + 0,4) \left(1 - e^{-\left(\frac{t_s - t_0}{T - t_0}\right)^b} \right) + 0,7 \quad \text{und} \quad B = (n + 0,4) \left(1 - e^{-\left(\frac{t_s - t_0}{T - t_0}\right)^b} \right) + 0,3. \quad (4.9)$$

Handelt es sich um einen zeitraffenden Versuch, ist der Raffungsfaktor zusätzlich zu berücksichtigen. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung für den Feldeinsatz läßt sich über den Raffungsfaktor aus der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Versuchsergebnisse ableiten. Im allgemeinen Fall, wenn dreiparametrische Weibullverteilungen mit unterschiedlichen Formparametern zugrunde liegen, gilt für die Ausfallwahrscheinlichkeit im Feldbetrieb bei der geforderten Lebensdauer:

$$F(t_s) = 1 - e^{-\left(\frac{(T_p - t_{p0})^{b_p} \sqrt{\ln(1/(1 - F_p(t_s)))} + t_{p0} - r_{i0} t_{p0}}{r_T T_p - r_{i0} t_{p0}}\right)^b} \quad \text{mit} \quad F_p(t_s) = 1 - e^{-\left(\frac{t_s - t_{p0}}{T_p - t_{p0}}\right)^{b_p}} \quad (4.10)$$

Daraus resultiert für die Parameter der a priori-Dichte:

$$\begin{aligned}
 A &= n - (n + 0,4) \left(1 - e^{-\left(\frac{(T_p - t_{p0})^{b_p} \sqrt{\ln(1/(1-F_p(t_s)))} + t_{p0} - r_{i0} t_{p0}}{r_T T_p - r_{i0} t_{p0}} \right)^b} \right) + 0,7 \text{ und} \\
 B &= (n + 0,4) \left(1 - e^{-\left(\frac{(T_p - t_{p0})^{b_p} \sqrt{\ln(1/(1-F_p(t_s)))} + t_{p0} - r_{i0} t_{p0}}{r_T T_p - r_{i0} t_{p0}} \right)^b} \right) + 0,3.
 \end{aligned}
 \tag{4.11}$$

Beim Raffungsfaktor ist aufgrund der unterschiedlichen Formparameter darauf zu achten, daß jener eine Funktion der Zeit ist. Deshalb gehen die Werte für den Raffungsfaktor entsprechend in Abhängigkeit der charakteristischen Lebensdauer und der ausfallfreien Zeit in Gl. (4.10) und (4.11) ein. Handelt es sich um zweiparametrische Weibullverteilungen, läßt sich für die Parameter der a priori-Dichte schreiben:

$$\begin{aligned}
 A &= n - (n + 0,4) \left(1 - e^{-\frac{\left(\ln \frac{1}{(1-F_p(t_s))} \right)^{\frac{b}{b_p}}}{r_T^b}} \right) + 0,7 \text{ und} \\
 B &= (n + 0,4) \left(1 - e^{-\frac{\left(\ln \frac{1}{(1-F_p(t_s))} \right)^{\frac{b}{b_p}}}{r_T^b}} \right) + 0,3.
 \end{aligned}
 \tag{4.12}$$

Bei identischen Formparametern im Versuch und im Feld vereinfacht sich Gl. (4.12) zu:

$$\begin{aligned}
 A &= n - (n + 0,4) \left(1 - (1 - F_p(t_s)) \frac{1}{r^b} \right) + 0,7 \text{ und} \\
 B &= (n + 0,4) \left(1 - (1 - F_p(t_s)) \frac{1}{r^b} \right) + 0,3.
 \end{aligned}
 \tag{4.13}$$

4.2 Ermittlung aus dem Ausfallverhalten eines ähnlichen Produkts

Zur Reduktion des Prüfaufwands eines neuen Produkts können Informationen eines ähnlichen, im Feld bereits bewährten Produkts hilfreich sein. Liegen genügend Ausfalldaten aus dem Feld vor, lassen sich diese mittels einer statistischen Auswertung analysieren und beispielsweise mit einer Weibullverteilung beschreiben. Im weiteren Verlauf ist es erforderlich, den Streubereich der Ausfallwahrscheinlichkeit bei der geforderten Lebensdauer zu ermitteln. An dieser Stelle werden zwei Möglichkeiten vorgestellt, mit denen sich die a priori-Dichte aus dem Ausfallverhalten eines ähnlichen Produkts bestimmen läßt. Eine Möglichkeit besteht darin, die gegebenen Ausfalldaten eines Produkts im Gesamten zu betrachten. Die andere Vorgehensweise beruht darauf, daß die Gesamtinformation in einzelne Teilinformationen untergliedert werden kann, aus denen sich anschließend der Streubereich ermitteln läßt.

4.2.1 Gesamtbetrachtung der gegebenen Ausfalldaten

Die Vorgehensweise zur Bestimmung der a priori-Parameter ist die gleiche wie bei der Analyse eines Versuchs mit ausreichend vielen Ausfällen (Kap. 4.1.2). Auch an dieser Stelle wird zugrunde gelegt, daß sich das Ausfallverhalten mittels einer Weibullverteilung beschreiben läßt. Analog ergeben sich die Parameter der Betaverteilung nach Gl. (4.9). Dabei ist zu beachten, daß das betrachtete Produkt unter gleichen Feldbedingungen eingesetzt ist. Dies ist nicht zwangsläufig der Fall. Bei unterschiedlichen Einsatzbedingungen können Raffungsfaktoren vorhanden sein. So kann beispielsweise eine Komponente, die in einem Taxi eingesetzt wird, anders beansprucht werden als eine Komponente, die in einem durchschnittlichen Fahrzeug eingebaut ist [41]. Sind solche Unterschiede vorhanden, ist Gl. (4.11), (4.12) oder (4.13) anzuwenden.

Diese Vorgehensweise kann allgemein angewendet werden, wenn Ausfalldaten vorhanden sind. Es sei jedoch zu beachten, daß eine Extrapolation der Verteilung über die Ausfallwerte hinaus immer ein gewisses Risiko birgt, da sich in diesen Bereichen andere Ausfallmechanismen überlagern und die geschätzten Parameter der Verteilung dann nicht mehr zutreffend sein könnten.

4.2.2 Unterteilung der gegebenen Ausfalldaten in Einzelstichproben

Anders läßt sich die Streuung der Zuverlässigkeit bei einer definierten Lebensdauer ermitteln, indem die gegebene Gesamtinformation über ein ähnliches Produkt in Einzelinformationen aufgeteilt wird. Dabei kann die Einteilung der Gesamtpopulation in Einzelstichproben so erfolgen, daß nach gemeinsamen Kriterien wie beispielsweise Einsatzgebiet, Kunde oder Produktionsmonat getrennt wird.

Die so getrennten Ausfalldaten können zunächst einzeln ausgewertet werden, beispielsweise mittels einer Weibullverteilung. Bei der Wahl des Auswerteverfahrens ist zusätzlich zu beachten, um welchen Stichprobentyp es sich handelt und welche Zusatzinformationen im Fall einer zensierten Stichprobe vorhanden sind. In [5], [81], [84]-[92] wird speziell auf die Auswertung von Feldausfällen eingegangen. Somit ist das Ausfallverhalten jeder Einzelstichprobe durch eine separate Verteilungsfunktion beschrieben. Die Zuverlässigkeit bei der geforderten Lebensdauer ist mit der entsprechenden Verteilungsfunktion für jede Einzelstichprobe gegeben. Aufgrund der nicht völlig identischen Randbedingungen ist anzunehmen, daß der Wert für die Zuverlässigkeit bei jeder Einzelstichprobe unterschiedlich ist, wodurch sich eine Streuung dieser Größe ergibt. Eine Gesamtaussage über das Produkt ließe sich demnach durch die Beschreibung dieser Streuung anhand einer Betaverteilung treffen.

Die Parameter der Betaverteilung lassen sich beispielsweise mit der Momentenmethode aus den empirischen Werten schätzen [17]. Durch Gleichsetzen der theoretischen Verteilungsmomente mit den empirischen Stichprobenmomenten ergibt sich ein Gleichungssystem zur Bestimmung der unbekanntenen Verteilungsparameter. Liegen k Zuverlässigkeitswerte R_i , $i = 1(1)k$, vor, ergibt sich als erstes empirisches Moment der arithmetische Mittelwert nach Gl. (2.9):

$$\bar{R} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k R_i. \quad (4.14)$$

Für das zweite empirische Stichprobenmoment s^2 , die Streuung oder Varianz, gilt nach Gl. (2.12):

$$s^2 = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k (R_i - \bar{R})^2. \quad (4.15)$$

Der Erwartungswert $E(R)$ und die Varianz $Var(R)$ der Betaverteilung bestimmen sich nach Gl. (2.34) und (2.35). Durch Gleichsetzen dieser theoretischen Verteilungsmomente mit den empirischen Stichprobenmomenten in Gl. (4.14) und (4.15) ergeben sich zwei Bestimmungsgleichungen für die beiden Parameter der Betaverteilung:

$$A = -\frac{\bar{R}(\bar{R}^2 - \bar{R} + s^2)}{s^2} \quad \text{und} \quad B = \frac{(\bar{R}-1)(\bar{R}^2 - \bar{R} + s^2)}{s^2}. \quad (4.16)$$

Da die Betaverteilung zwei Parameter besitzt, sind zwei Gleichungen zur Ermittlung der gesuchten Parameter ausreichend. In [30] ist eine weitere Vorgehensweise gegeben, nach der aus empirischen Daten die Parameter der Betaverteilung bestimmt werden können, wobei vorausgesetzt ist, daß die gegebenen Daten aus einzelnen Stichproben stammen.

4.3 Ermittlung aus Berechnungsergebnissen

Informationen zur Zuverlässigkeit eines Produkts werden nicht nur über Tests oder über das Ausfallverhalten ähnlicher Produkte gewonnen, sondern liegen oft auch in Form einer Berechnung vor. Das Resultat einer Schadensakkumulationsrechnung ist eine bestimmte Lebensdauer bei einer definierten Ausfallwahrscheinlichkeit, wobei diese durch die Wöhlerlinie gegeben ist [5], [93]. Im weiteren Verlauf ist es erforderlich, diese Information, die für die berechnete Lebensdauer gültig ist, auf die geforderte Produktlebensdauer zu transformieren. Hierfür ist es notwendig, das Ausfallverhalten des Produkts abzuschätzen. Unter der Annahme, daß das Ausfallverhalten mittels einer Weibullverteilung beschrieben ist, läßt sich bei geschätztem Formparameter b die Zuverlässigkeit des Produkts bei der geforderten Lebensdauer aus den Ergebnissen der Schadensakkumulation ableiten:

$$R_{ber}(t_s) = (1 - F(t_{ber}))^{(t_s/t_{ber})^b} . \quad (4.17)$$

In Gl. (4.17) steht t_{ber} für die mittels der Schadensakkumulation berechnete Lebensdauer, $F(t_{ber})$ für die zur Wöhlerlinie gehörige Ausfallwahrscheinlichkeit und t_s für die geforderte Lebensdauer des Produkts.

Im weiteren Verlauf ist es notwendig, die mit Gl. (4.17) ermittelte Zuverlässigkeit in Form einer a priori-Dichte darzustellen. In [72], [94], [95] wird eine unstetige a priori-Dichte verwendet, die für zwei getrennte Bereiche definiert ist und jeweils in diesen Bereichen konstant ist.

Im folgenden wird eine solche Verteilung zur Beschreibung der Berechnungsergebnisse zugrunde gelegt. Die Vorgehensweise ist ähnlich der in [94], [95] dargestellten Vorgehensweise. Allerdings ist die Dichtefunktion so definiert, daß ihre Unstetigkeitsstelle nicht innerhalb des Intervalls $]R(t_s), 1[$ liegt, wie es in [94], [95] der Fall ist. Vielmehr wird der Sprung der Dichtefunktion bei der geforderten Zuverlässigkeit $R(t_s)$ festgelegt. Die a priori-Aussagewahrscheinlichkeit bzgl. der geforderten Zuverlässigkeit wird beibehalten. Somit ergibt sich folgende Gleichung für die a priori-Dichte:

$$f(R) = \begin{cases} \frac{R(t_s)}{R_{ber}(t_s)} & 0 \leq R < R(t_s) \\ 1 - \frac{R(t_s)^2}{R_{ber}(t_s)} & R(t_s) \leq R \leq 1 \end{cases} . \quad (4.18)$$

Die Zusammenhänge sind in Bild 4.3 dargestellt.

Im Gegensatz zur Vorgehensweise in [94], [95] liefert eine Berechnung auf Basis der hier angegebenen a priori-Dichte immer einen geringeren Stichprobenumfang als der Gleichverteilungsansatz. Vor dem Hintergrund einer praktischen Anwendung ist es

gerechtfertigt, einem Berechnungsergebnis einen stärkeren Einfluß auf die Reduktion des notwendigen Stichprobenumfangs zukommen zu lassen und jenes folglich höher zu bewerten als den Gleichverteilungsansatz.

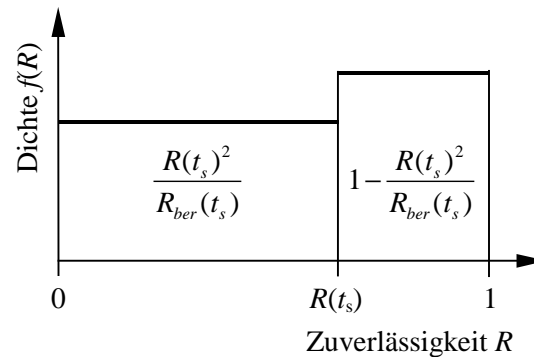


Bild 4.3: Dichtefunktion zur Berücksichtigung der Zuverlässigkeitsaussage aus Berechnungsergebnissen

Sinnvoll ist dieser Ansatz nur dann, wenn die aus der Berechnung gewonnene Zuverlässigkeit höher ist als die Vorgabe für das Produkt. Andernfalls kann es durchaus der Fall sein, daß die Stichprobenreduktion geringer ausfällt als beim Gleichverteilungsansatz. Dies kann in der Praxis weitestgehend ausgeschlossen werden, da für eine berechnende Auslegung mindestens der geforderte Zuverlässigkeitswert als Ziel vorausgesetzt wird bzw. gegebenenfalls zusätzliche Sicherheitsfaktoren berücksichtigt werden.

5 Entwicklung eines neuen Verfahrens

In diesem Kapitel wird ein Verfahren vorgestellt, das, basierend auf dem Satz von Bayes, Vorkenntnisse bei der Planung von Zuverlässigkeitstests berücksichtigt.

5.1 Beschreibung der Vorkenntnisse anhand einer Betaverteilung

Die Vorkenntnisse für das hier beschriebene Verfahren seien mit einer Betaverteilung beschrieben. Der Vorteil bei der Beschreibung der a priori-Verteilung anhand einer Betaverteilung liegt darin, daß als a posteriori-Verteilung erneut eine Betaverteilung resultiert. Die Parameter der a posteriori-Verteilung ergeben sich aus den Parametern der a priori-Verteilung und den aktuell gegebenen Versuchsbedingungen entsprechend nach Gl. (3.16). Existieren mehrere Vorkenntnisse, d.h. sind mehrere a priori-Verteilungen gegeben, läßt sich für die Parameter der a posteriori-Verteilung allgemein schreiben:

$$A = \sum_{i=1}^p A_{0i} + n - x = \sum_{i=1}^p A_{0i} + n - (i - 1) \text{ und} \tag{5.1}$$
$$B = \sum_{i=1}^p (B_{0i} - 1) + x + 1 = \sum_{i=1}^p (B_{0i} - 1) + (i - 1) + 1.$$

In Gl. (5.1) stehen die Parameter A_{0i} und B_{0i} für die unterschiedlichen a priori-Verteilungsparameter. Die Versuchsbedingungen des geplanten Tests sind mit dem Stichprobenumfang n und der Anzahl an Ausfällen x gegeben, wobei die Anzahl der aufgetretenen Ausfälle auch in Abhängigkeit von der Rangzahl i geschrieben werden kann. Durch die Verallgemeinerung mit der Rangzahl ist es möglich, beliebige Versuchsbedingungen, sprich abweichende Testzeiten oder Raffungsfaktoren, zu integrieren.

5.2 Einführung des Transformationsfaktors

Wenn Vorinformationen in der Testplanung verwendet werden, besteht die Unsicherheit, inwieweit diese Informationen auf die aktuellen Bedingungen übertragbar sind. Es sei an dieser Stelle noch einmal erwähnt, daß die Bayessche Statistik von identischen Gegebenheiten ausgeht. Die Kenntnisse, die zu einer bestimmten Grundgesamtheit in Form der a priori-Verteilung bereits gegeben sind, werden durch zusätzliche

Informationen über genau die selbe Grundgesamtheit verbessert. Es ergibt sich damit anhand der a posteriori-Verteilung eine genauere Schätzung für die Grundgesamtheit.

Bei der praktischen Anwendung des Bayes-Theorems wird dieser Umstand vernachlässigt. Dadurch besteht die Gefahr, daß die Zuverlässigkeit des Produkts für reale Betriebsbedingungen im Feldeinsatz unzureichend abgesichert ist; und zwar je höher die Diskrepanz zwischen vorigen und aktuellen Gegebenheiten ist. Sind beispielsweise Vorkenntnisse aus einem Prüfstandsversuch gegeben, der nicht alle relevanten Betriebsbedingungen simuliert, besteht die Gefahr, daß zuverlässigkeitsbestimmende Merkmale nicht abgeprüft wurden. Wird diese Vorkenntnis in der weiteren Vorgehensweise berücksichtigt, beispielsweise bei der Planung eines Tests unter realen Betriebsbedingungen, ist im günstigsten Fall mit einer Reduktion des Testaufwands zu rechnen. Dagegen steigt das Risiko, daß die mit dem Test gewonnene Aussage für die tatsächlichen Betriebsbedingungen ungültig ist.

Im folgenden wird daher der sogenannte Transformationsfaktor $\phi \in [0, 1]$ eingeführt, der es ermöglicht, Vorkenntnisse nur zu einem gewissen Anteil zu berücksichtigen. Die Vorkenntnisse sind anhand einer Betaverteilung beschrieben, wobei der Parameter A_0 mit der Anzahl an Gutteilen einer geprüften Stichprobe gleichgesetzt werden kann. Je höher die Anzahl an Gutteilen ist, desto besser ist das Produkt. Um das gute Produkt, das als Vorkenntnis eingeht, künstlich zu verschlechtern, wird die Anzahl an Gutteilen mit dem Transformationsfaktor multipliziert, d.h. es resultiert ein modifizierter Parameter ϕA_0 . Da die Parameter der Betaverteilung miteinander verknüpft sind, ergibt sich der zweite modifizierte Parameter zu $\phi(B_0 - 1) + 1$. Unter Berücksichtigung des Transformationsfaktors ergibt sich eine modifizierte a priori-Dichte der Form:

$$f(R) = \frac{1}{\beta(\phi A_0, \phi(B_0 - 1) + 1)} R^{\phi A_0 - 1} (1 - R)^{\phi(B_0 - 1)}. \quad (5.2)$$

Grundsätzlich läßt sich sagen: Ist der Transformationsfaktor $\phi = 1$, wird die Vorkenntnis vollständig auf die neue Situation übertragen. Der Transformationsfaktor $\phi = 0$ hat zur Folge, daß Vorkenntnisse ignoriert werden. Für $0 < \phi < 1$, wird die Vorinformation nur zu einem bestimmten Anteil berücksichtigt. Auf Möglichkeiten zur Quantifizierung des Transformationsfaktors wird gesondert in Kap. 6 eingegangen.

5.3 Vorgehensweise zur Berücksichtigung von Berechnungsergebnissen

Wie mehrere Vorinformationen berücksichtigt werden können, wurde in Kap. 5.1 erläutert. Einzige Bedingung bei der dort genannten Vorgehensweise ist, daß die verschiedenen Vorinformationen in Form von Betaverteilungen quantifiziert sind. Aus

den einzelnen Betaverteilungen und den aktuellen Prüfbedingungen leiten sich entsprechend nach Gl. (5.1) die Parameter der a posteriori-Verteilung ab, die selbst ebenfalls einer Betaverteilung entspricht. Bei der Definition einer a priori-Verteilung aus Berechnungsergebnissen, wie in Kap. 4.3 gezeigt, handelt es sich um eine von einer Betaverteilung abweichende Funktion. D.h. diese Information läßt sich zur Bestimmung der Parameter der a posteriori-Verteilung nicht direkt in Gl. (5.1) integrieren.

Die a priori-Dichtefunktion aus der Berechnung ist der Gleichverteilung ähnlich; sie verläuft in den entsprechenden Definitionsbereichen konstant. Die Berücksichtigung der Gleichverteilung erspart bei der Testplanung einen Prüfling. Dabei beeinflußt diese Vorinformation lediglich einen Parameter der a posteriori-Dichte, nämlich denjenigen, der die Information über die Anzahl an Gutteilen der Stichprobe enthält. Analog soll daher zunächst ermittelt werden, welche Stichprobenreduktion sich bei der Berücksichtigung einer a priori-Verteilung nach Gl. (4.18) ergibt. Die Aussagewahrscheinlichkeit eines Tests ohne Ausfälle ergibt sich unter Berücksichtigung einer Vorkennntnis aus der Berechnung nach:

$$P_{As} = \frac{R(t_s)^{n_{ber}+3} - R(t_s)^2 + R_{ber}(t_s) - R_{ber}(t_s)R(t_s)^{n_{ber}+1}}{R(t_s)^{n_{ber}+2} - R(t_s)^2 + R_{ber}(t_s) - R_{ber}(t_s)R(t_s)^{n_{ber}+1}}. \quad (5.3)$$

Mit Gl. (5.3) läßt sich mit numerischen Mitteln der notwendige Stichprobenumfang n_{ber} berechnen, wobei die geforderten Werte für die Aussagewahrscheinlichkeit P_{As} und die Zuverlässigkeit $R(t_s)$ und der berechnete Zuverlässigkeitswert $R_{ber}(t_s)$ gegeben sind. Gegenüber dem Gleichverteilungsansatz liefert die Integration der Berechnungsergebnisse eine Stichprobenreduktion Δn_{ber} , die folgendermaßen ermittelt werden kann:

$$\Delta n_{ber} = \frac{\ln(1 - P_{As})}{\ln(R(t_s))} - n_{ber}. \quad (5.4)$$

Mit Berücksichtigung der Stichprobenreduktion nach Gl. (5.4) und Integration dieser Gegebenheiten bei der Bestimmung der Parameter der a posteriori-Verteilung nach Gl. (5.1) folgt:

$$A = \sum_{i=1}^p A_{0i} + \Delta n_{ber} + n - x = \sum_{i=1}^p A_{0i} + \Delta n_{ber} + n - i + 1 \text{ und} \quad (5.5)$$

$$B = \sum_{i=1}^p (B_{0i} - 1) + x + 1 = \sum_{i=1}^p (B_{0i} - 1) + i.$$

Der Transformationsfaktor ist in Gl. (5.5) noch nicht enthalten, d.h. Vorkenntnisse werden vollständig auf die aktuelle Situation übertragen.

5.4 Abweichende Randbedingungen beim Zuverlässigkeitstest

In der Praxis ist es selten der Fall, daß alle Prüflinge einer Stichprobe bis zur gleichen Testzeit geprüft werden. Des weiteren treten häufig unterschiedlich hohe Belastungen an den Prüflingen auf, wodurch sich entsprechend unterschiedliche Raffungsfaktoren ergeben. Im vorliegenden Kapitel wird gezeigt, wie sich unterschiedliche Testzeiten und Raffungsfaktoren bei der Durchführung eines Zuverlässigkeitstests berücksichtigen lassen. Des weiteren wird eine Vorgehensweise vorgestellt, die es ermöglicht, bei ausgefallenen Testteilen nicht nur die Anzahl der Ausfälle zu berücksichtigen, sondern auch deren erreichte Ausfallzeit.

5.4.1 Berücksichtigung verschiedener Testzeiten und Raffungsfaktoren

Wird ein Lebensdauertest so durchgeführt, daß unterschiedliche Raffungsfaktoren und unterschiedliche Lebensdauerhältnisse gelten, ist es erforderlich, die Gesamtanzahl der Prüflinge entsprechend in Gruppen gleicher Randbedingungen aufzuteilen. Somit erhält man in der Gesamtstichprobe Teilstichproben, deren Prüflinge wiederum mit identischem Lebensdauerverhältnis und identischem Raffungsfaktor getestet werden. Im Extremfall können sich Teilstichproben ergeben, die jeweils nur ein Prüfteil enthalten. Der Gesamtstichprobenumfang n läßt sich in Abhängigkeit der m Teilstichprobenumfänge n_j angeben:

$$n = \sum_{j=1}^m n_j . \quad (5.6)$$

Die in Gl. (5.6) angegebenen Teilstichproben liefern eine Aussage zur Zuverlässigkeit des Bauteils bis zur Testzeit. Es ist daher erforderlich, die Rangzahl entsprechend für die geforderte Lebensdauer anzupassen. Unter Zugrundelegen, daß das Ausfallverhalten des Produkts mittels einer Weibullverteilung beschrieben ist, folgt für die Rangzahl einer Teilstichprobe:

$$i_j = \left(1 - R_{pmed,j}(t_p)^{\frac{1}{L_{vj}^b r_j^{b_p}}} \right) (n_j + 0,4) + 0,3 . \quad (5.7)$$

Die Zuverlässigkeit $R_{pmed,j}(t_p)$ berechnet sich aus Gl. (2.52) bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von $P_A = 0,5$ und der entsprechenden Anzahl an Prüflingen und Ausfällen in der Teilstichprobe. Tritt bei einer Teilstichprobe bis zur Testzeit kein Ausfall auf, so vereinfacht sich Gl. (5.7) zu:

$$i_j = \left(1 - 0,5^{\frac{1}{L_{vj}^b r_j^{b_p} n_j}} \right) (n_j + 0,4) + 0,3 . \quad (5.8)$$

5.4.2 Berücksichtigung der Ausfallzeiten schadhafter Teile

Treten bei einem Zuverlässigkeitstest keine Ausfälle auf, wird im schlechtesten Fall angenommen, der erste Ausfall ereigne sich gerade bei Beendigung des Tests (siehe auch Kap. 2.4.1). Falls also ein Ausfall tatsächlich gerade bei der Zeit auftritt, bei der der Test beendet wird, kann dies wie ein Test ohne Ausfall behandelt werden. Anders läßt sich auch folgendes ableiten: Ereignet sich während des Tests vor der definierten Testzeit ein Ausfall, so ist es möglich, die restlichen Prüflinge, falls vorhanden, bis zur Ausfallzeit des schadhafte Prüflings ohne zusätzliche Ausfälle zu testen. Somit läßt sich bis zur Ausfallzeit eine Aussage aus den Testergebnissen gewinnen, wobei erneut der Ausfall ignoriert wird, da er gerade bei dem Zeitpunkt aufgetreten ist, zu welchem die Aussage gemacht wird. Je nachdem, wie hoch die Ausfallzeit im Vergleich zur Testzeit ist, ergibt sich durch diese Vorgehensweise eine günstigere Aussage. Ein Beispiel hierzu wird im folgenden aufgeführt.

Beispiel:

Gegeben sind $n = 10$ Prüflinge. Die geforderte Lebensdauer ist mit $t_s = 1000$ h gegeben. Es soll geprüft werden, welche Zuverlässigkeit $R(t_s)$ bei der Lebensdauer t_s mit einer Aussagewahrscheinlichkeit $P_A = 50\%$ nachgewiesen werden kann. Während des Tests fällt ein Prüfling bei $t_a = 800$ h aus, die anderen Prüflinge überstehen die Testzeit von $t_p = t_s = 1000$ h ohne Ausfälle. Es stellt sich nun die Frage, welche Zuverlässigkeit bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von $P_A = 50\%$ für die geforderte Lebensdauer $t_s = 1000$ h nachgewiesen werden kann.

1. Möglichkeit: Testergebnisse werden ermittelt für t_s mit Berücksichtigung eines Ausfalls ($x = 1$)

Nach der Binomialverteilung ist die Aussagewahrscheinlichkeit P_A gegeben:

$$P_A = 1 - \sum_{i=0}^1 \binom{n}{i} R(t_s)^{n-i} (1 - R(t_s))^i = 1 - \sum_{i=0}^1 \binom{10}{i} R(t_s)^{10-i} (1 - R(t_s))^i = 0,5$$

$$\rightarrow R(t_s = 1000\text{h}) = 83,77\%.$$

2. Möglichkeit: Testergebnisse werden ermittelt für t_a wie bei Test ohne Ausfall

Nach der Formel für den Success Run ist die Aussagewahrscheinlichkeit:

$$P_A = 1 - R(t_a)^n = 1 - R(t_a)^{10} = 0,5 \rightarrow R(t_a = 800\text{h}) = 93,3\%.$$

Unter der Annahme, der Parameter der Weibullverteilung sei aus Erfahrungswerten bekannt, z.B. $b = 2$, läßt sich die Zuverlässigkeit bei t_s folgendermaßen ermitteln:

$$R(t_s) = R(t_a) \left(\frac{t_a}{t_s} \right)^b = 0,933^{0,8^2} = 89,74\%.$$

Es ergibt sich eine günstigere Aussage bei Möglichkeit 2 als bei Möglichkeit 1. Die Berücksichtigung der Ausfallzeit ist in diesem Beispiel von Vorteil.

Das oben genannte Beispiel zeigt, daß es durchaus Sinn macht, die Ausfallzeiten zu berücksichtigen. Die einzige Bedingung, die bei dieser Vorgehensweise gewährleistet sein muß, ist die Kenntnis über den Formparameter der Weibullverteilung. Eine solche Vorgehensweise läßt sich allerdings auch nur dann anwenden, wenn die untersuchten Prüflinge vom Ausfallverhalten her mit einer Weibullverteilung beschrieben werden können.

Im vorangestellten Kap. 5.4.1 wurde aufgezeigt, wie sich eine Gesamtstichprobe mit unterschiedlichen Teilstichproben auf die Parameter der a posteriori-Dichte auswirkt. Die Teilstichproben sind so definiert, daß ihre Prüflinge identische Raffungsfaktoren und identische Lebensdauerverhältnisse besitzen. Neben den zwei Kriterien Raffungsfaktor und Lebensdauerverhältnis läßt sich eine Teilstichprobe auch nach dem Kriterium Ausfallzeit bzw. erreichte Testzeit bilden. Das bedeutet, daß die Teilstichproben folgendermaßen getrennt werden können: Teilstichproben ohne Ausfälle und Teilstichproben mit Ausfällen.

Die Teilstichproben ohne Ausfälle werden nach gleichen Lebensdauerverhältnissen aufgeteilt; diese sind bereits bei den Ausführungen aus Kap. 5.4.1 berücksichtigt. Bei den Teilstichproben mit Ausfällen ist zusätzlich nach identischer Ausfallzeit zu trennen. Die Wahrscheinlichkeit, daß zwei Prüflinge bei genau der gleichen Zeit ausfallen, ist nahezu null, so daß bei solchen Teilstichproben davon ausgegangen werden kann, daß sie nur aus einem Prüfling bestehen. Unter Berücksichtigung der Ausfallzeiten t_{ak} läßt sich die Gesamtstichprobe folgendermaßen in ihre Teilstichproben aufteilen:

$$n = \sum_j n_j + \sum_k x_k . \quad (5.9)$$

Die Einteilung der Gesamtstichprobe erfolgt in Teilstichproben, die entweder nur Gutteile n_j oder nur Schlechteile x_k enthalten. Der erste Summand in Gl. (5.9) steht für die Teilstichproben, bei denen keine Ausfälle auftreten. Der zweite Summand enthält die Teilstichproben, bei denen ausschließlich Ausfälle berücksichtigt sind.

Wird ein Test bis zu einer Ausfallzeit betrachtet, d.h. beim interessierenden Zeitpunkt ist gerade ein Teil am Ausfallen, die restlichen Teile der Stichprobe erreichen diesen Zeitpunkt in intaktem Zustand, ist zu beachten, daß die Rangzahl gleich ist wie die Anzahl der Ausfälle. In Kap. 2.4.1 ist erläutert, wie die Rangzahl i von der Anzahl an eingetretenen Ausfällen abhängt, nämlich $i = x + 1$. Dies ist dann der Fall, wenn sich die Ausfälle zeitlich vor dem betreffenden Zeitpunkt ereignen. Im anderen Fall ereignet sich der Ausfall genau bei dem betreffenden Zeitpunkt. Es muß daher zwischen diesen beiden Fällen bei der Bestimmung der Rangzahl unterschieden werden. Dies

wirkt sich ebenfalls auf die Festlegung der Parameter der a posteriori-Verteilung aus. Um die Unterschiede deutlich hervorzuheben, wird die Rangzahl bei Beachtung der Ausfallzeit in den folgenden Ausführungen mit i' bezeichnet.

Die Wahrscheinlichkeit, daß mehr als ein Ausfall bei exakt der gleichen Ausfallzeit eintritt, ist nahezu null. In den folgenden Betrachtungen wird deshalb angenommen, daß bei Berücksichtigung von Ausfallzeiten eine Teilstichprobe entsprechend aus nur einem Teil besteht, d.h. $x_k = 1$. Die Rangzahl i' bei der Ausfallzeit t_a ergibt sich mit $i'(t_a) = x_k = 1$. Die Zuverlässigkeitsaussage wird jedoch für die geforderte Lebensdauer benötigt, d.h. es ist zu beachten, daß sich die Rangzahl bei der Lebensdauer t_s entsprechend ändert. Wird ein Weibull-verteiltes Ausfallverhalten angenommen, ergibt sich eine Beziehung zwischen der Zuverlässigkeit bei der Ausfallzeit $R(t_a)$ und der Zuverlässigkeit bei der geforderten Lebensdauer $R(t_s)$ mit:

$$R(t_s) = R(t_a) \left(\frac{t_a}{t_s} \right)^{\frac{1}{b}}. \quad (5.10)$$

Da es sich um einen Test mit einem Prüfling bis zur Ausfallzeit t_a handelt, ergibt sich der Medianwert der Zuverlässigkeit $R(t_a) = 0,5$. Mit der Näherungsformel für den Median und der Beziehung nach Gl. (5.10) läßt sich für die Rangzahl bei der geforderten Lebensdauer schreiben:

$$i_k' = 1,4 \left(1 - 0,5 \left(\frac{t_{ak}}{t_s} \right)^{\frac{1}{b}} \right) + 0,3. \quad (5.11)$$

Ist zusätzlich ein Raffungsfaktor zu beachten, ergibt sich für die Rangzahl bei der geforderten Lebensdauer:

$$i_k' = 1,4 \left(1 - 0,5 \left(\frac{t_{ak}}{t_s} \right)^{\frac{1}{r_k b_p}} \right) + 0,3. \quad (5.12)$$

Wie bereits erwähnt, teilt sich die Gesamtstichprobe in Teilstichproben mit einheitlichen Testzeiten und Raffungsfaktoren ein, wobei alle Teile ohne Ausfall getestet wurden, und Teilstichproben, die jeweils einen ausgefallenen Prüfling enthalten. In diesen beiden Fällen sind Gl. (5.8) und (5.12) für die Bestimmung der Rangzahl bei der geforderten Lebensdauer relevant. Diese Vorgehensweise läßt sich auch bei der Bestimmung der a priori-Dichte anwenden, wenn es sich um einen Test mit unterschiedlichen Testbedingungen handelt.

5.5 Berechnung der a posteriori-Dichte

Die hier gezeigte Vorgehensweise basiert auf Vorkenntnissen, die mittels Betaverteilungen beschrieben werden können. Der Vorteil dabei liegt darin, daß sich für die a posteriori-Verteilung ebenfalls eine Betaverteilung ergibt. Die Parameter der a posteriori-Verteilung lassen sich dabei ohne viel Rechenaufwand ableiten.

Treffen alle Vorkenntnisse von der Zuverlässigkeitsaussage eindeutig auf das aktuelle Produkt mit seinen tatsächlichen Betriebsbedingungen zu, ergibt sich die a posteriori-Dichte als Betaverteilung mit folgenden Parametern:

$$A = \sum_{i=1}^p A_{0i} + \Delta n_{ber} + \sum_j n_j - \sum_j (i_j - 1) + \sum_k x_k - \left(\sum_k i_k' - 1 \right) \text{ und} \quad (5.13)$$

$$B = \sum_{i=1}^p (B_{0i} - 1) + \sum_j (i_j - 1) + \left(\sum_k i_k' - 1 \right) + 1.$$

In Gl. (5.13) ist berücksichtigt, daß der durchzuführende Zuverlässigkeitstest, der schlußendlich zum Nachweis der Produkthanforderungen dient, unter unterschiedlichen Testbedingungen durchgeführt wird. Vorkenntnisse sind mit dem Index 0 gekennzeichnet. Die Rangzahlen i_j bzw. i_k' sind entsprechend nach Gl. (5.8) bzw. (5.12) zu berechnen.

Da Vorkenntnisse meistens nicht vollständig auf die aktuellen Bedingungen zu übertragen sind, ist der Transformationsfaktor einzuführen. Dabei läßt sich für jede Vorkenntnis ein gesonderter Transformationsfaktor angeben. Mit Einführung des Transformationsfaktors in Gl. (5.13) folgt für die a posteriori-Dichtefunktion:

$$f(R) = \frac{1}{\beta(A, B)} R^{A-1} (1-R)^{B-1} \text{ mit den Parametern}$$

$$A = \sum_{i=1}^p \phi_i A_{0i} + \Delta n_{ber} + \sum_j n_j - \sum_j (i_j - 1) + \sum_k x_k - \left(\sum_k i_k' - 1 \right) \text{ und} \quad (5.14)$$

$$B = \sum_{i=1}^p \phi_i (B_{0i} - 1) + \sum_j (i_j - 1) + \left(\sum_k i_k' - 1 \right) + 1.$$

Durch Integration läßt sich aus Gl. (5.14) die Aussagewahrscheinlichkeit ermitteln. Der Vorteil der so gegebenen a posteriori-Dichte liegt darin, daß sie einer Betaverteilung entspricht. Die Verteilungsfunktion der Betaverteilung ist z.B. auch in gängiger Software enthalten, wie Microsoft™ Excel©. Im Gegensatz zu anderen Verfahren läßt sich die Aussagewahrscheinlichkeit ohne spezielle Berechnungsprogramme ermitteln. Des weiteren ist bei dieser Vorgehensweise die Reihenfolge der eingebundenen Informationen irrelevant. Die a posteriori-Dichte bleibt immer gleich, was nicht bei allen Verfahren, die in Kap. 3 beschrieben sind, gewährleistet ist.

5.6 Testplanung nach der Binomial- und der Betaverteilung im Vergleich

In Kap. 2.4 wurden zwei Ansätze vorgestellt, mit denen der erforderliche Stichprobenumfang zur Erfüllung der Zuverlässigkeitsvorgaben eines Produkts ermittelt werden kann: Der Ansatz nach der Binomialverteilung und der Ansatz nach der Betaverteilung. Beide Ansätze liefern identische Ergebnisse, wenn beim Test alle Prüflinge bis zur geforderten Lebensdauer getestet werden und es sich um einen Test handelt, der ohne Raffung durchgeführt wird. Wie bereits in Kap. 2.4.4 erwähnt, gibt es bei abweichenden Testbedingungen Unterschiede zwischen den Ansätzen.

Nach der Binomialverteilung berechnet sich die Aussagewahrscheinlichkeit unter Berücksichtigung eines Lebensdauerverhältnisses und Raffungsfaktors allgemein nach Gl. (2.67). Beim Success Run Test vereinfacht sich die Beziehung zu Gl. (2.68). Der Ansatz nach der Binomialverteilung entspricht einer Näherungslösung, da, wie bereits in Kap. 2.4.4 erläutert, zugrunde gelegt wird, daß die Dichtefunktion der Zuverlässigkeit immer die gleiche Form besitzt, unabhängig vom betrachteten Zeitpunkt. Die korrekte Beziehung zur Ermittlung der Aussagewahrscheinlichkeit liefert die Betaverteilung mit Gl. (2.51). Die Parameter der Betaverteilung sind allgemein definiert nach Gl. (4.1), wobei die Rangzahl unter Berücksichtigung eines Lebensdauerverhältnisses und Raffungsfaktors nach Gl. (5.7) berechnet wird. Fallen beim Test keine Prüflinge aus, gilt für die Bestimmung der Rangzahl Gl. (5.8). Um den Vergleich mit der Binomialverteilung zu ermöglichen, wird an dieser Stelle von einheitlichen Bedingungen für alle Prüfteile ausgegangen. Dies kommt der Betrachtung einer einzigen Teilstichprobe gleich.

Die Unterschiede zwischen Binomialverteilung und Betaverteilung sind am Beispiel eines Success Run Tests in Bild 5.1 und Bild 5.2 dargestellt. Die dort enthaltenen Diagramme gelten für den Nachweis einer Zuverlässigkeit von $R(t_s) = 90\%$. Die Kurven zeigen die Abhängigkeit der notwendigen Prüfzeit vom Stichprobenumfang.

Die Diagramme sind folgendermaßen anzuwenden:

- Bekannte Größen sind der Raffungsfaktor r , der Formparameter b der Weibullverteilung sowie die geforderte Lebensdauer t_s bei der Zuverlässigkeit $R(t_s) = 90\%$.
- Bei vorgegebenem Stichprobenumfang n läßt sich die erforderliche Prüfzeit t_p in Abhängigkeit vom entsprechenden Ordinatenwert $f(n)$ für die vorgegebene Aussagewahrscheinlichkeit bestimmen. Ist die Prüfzeit vorgegeben, läßt sich zunächst der Ordinatenwert berechnen und anschließend der erforderliche Stichprobenumfang aus dem Diagramm ablesen.

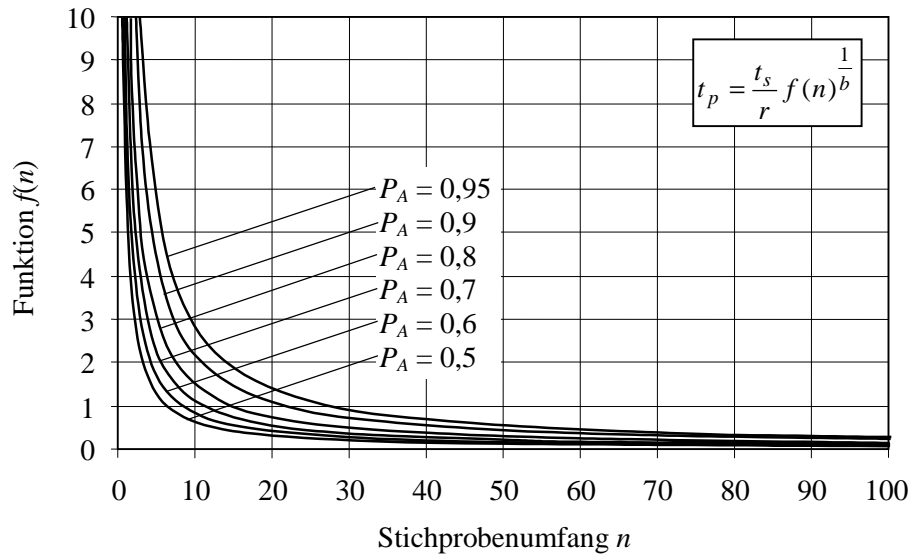


Bild 5.1: Success Run Test nach Binomialverteilung für Zuverlässigkeit $R(t_s) = 90\%$

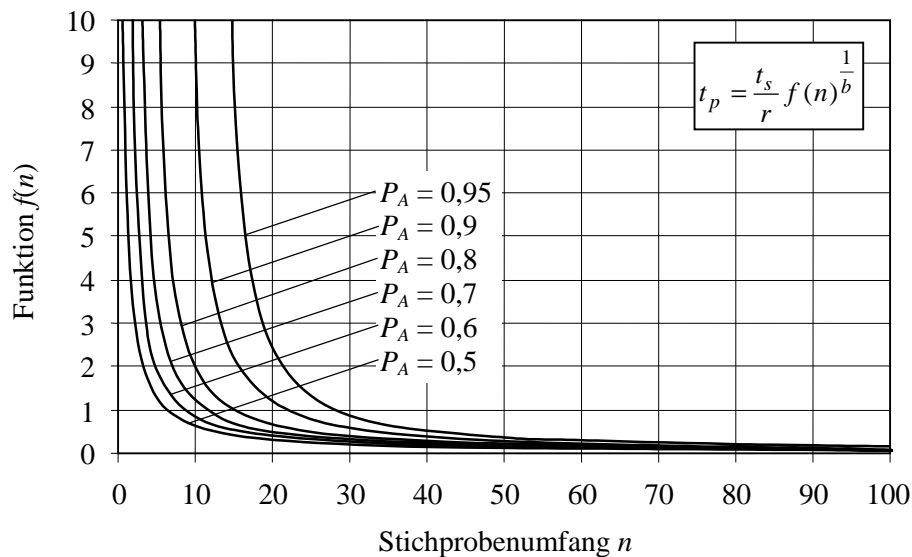


Bild 5.2: Success Run Test nach Betaverteilung für Zuverlässigkeit $R(t_s) = 90\%$

Sowohl bei dem Ansatz nach der Binomialverteilung als auch bei dem nach der Beta-verteilung sinkt der erforderliche Stichprobenumfang mit steigendem Ordinatenwert $f(n)$. Unter der Bedingung, daß für den Raffungsfaktor $r \geq 1$ gilt (andernfalls macht eine Erprobung keinen Sinn), läßt sich festhalten: Für $f(n) \geq 1$ ist die Prüfzeit mindestens so hoch wie die geforderte Lebensdauer. Eine Prüfzeitverkürzung läßt sich daher erst für $f(n) < 1$ realisieren.

Der Vergleich der beiden Ansätze zeigt, daß die Beta- und die Binomialverteilung vor allem im Bereich $f(n) > 1$ deutliche Unterschiede im erforderlichen Stichprobenumfang liefern, Bild 5.3. Der Ansatz nach der Binomialverteilung kann somit nur beschränkt als Näherung für denjenigen nach der Betaverteilung angesehen werden.

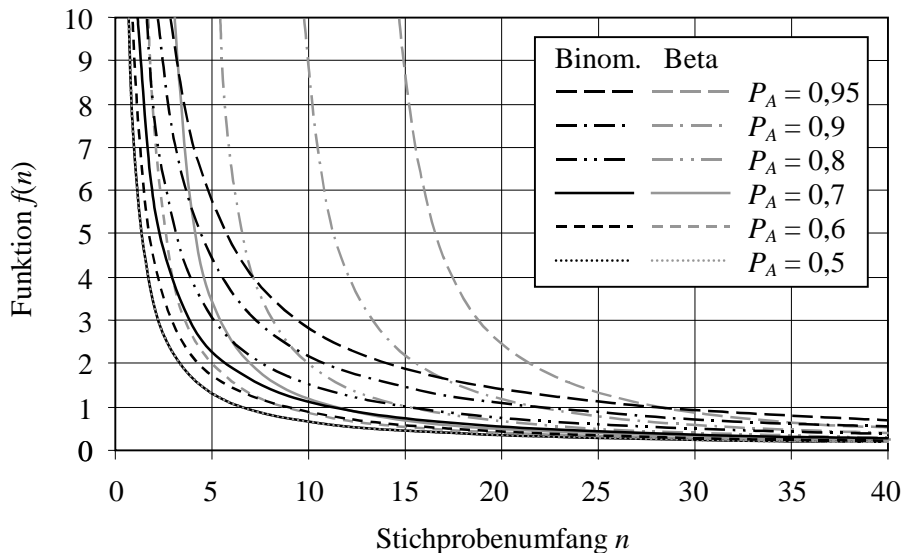


Bild 5.3: Vergleich: Success Run Test für Zuverlässigkeit $R(t_s) = 90\%$

Auffallend ist, daß der Stichprobenumfang beim Ansatz nach der Binomialverteilung mit steigender Funktion $f(n)$ immer gegen null strebt. Beim Ansatz nach der Betaverteilung strebt der Stichprobenumfang mit steigender Funktion $f(n)$ gegen einen Grenzwert $n \geq 0$. Für den Ansatz nach der Betaverteilung läßt sich festhalten: Je höher die geforderte Aussagewahrscheinlichkeit ist, desto höher ist auch der mindestens notwendige Stichprobenumfang. Dieser Grenzwert ist unabhängig von der Höhe der Testzeit und der Raffung.

5.7 Intervallangabe für den notwendigen Stichprobenumfang

Die Integration von Vorkenntnissen in die Planung von Zuverlässigkeitstests hat nicht zwangsläufig eine Reduktion des erforderlichen Stichprobenumfangs zur Folge. Je höher der Einfluß der Vorkenntnis wird (dies ist abhängig von den Parametern der Vorverteilung), desto mehr aktuelle Prüflinge sind notwendig, um die durch die a priori-Verteilung gewonnene Aussage zu widerlegen. In der Praxis kann dies zu einem ins Unermeßliche steigenden Stichprobenumfang führen, so daß ein Nachweis nicht mehr zu realisieren ist. In einem solchen Fall macht die Angabe des notwendigen Stichprobenumfangs innerhalb eines Intervalls Sinn. Die Grenzen des Intervalls entsprechen dem notwendigen Testumfang mit und ohne Berücksichtigung der gegebenen Vorkenntnisse.

Sind Vorkenntnisse gegeben und werden diese in die Planung von aktuellen Tests einbezogen, berechnet sich die Aussagewahrscheinlichkeit durch Integration der a posteriori-Dichte aus Gl. (5.14). Daraus läßt sich der notwendige Stichprobenumfang n bei gegebener Zuverlässigkeit $R(t_s)$ und Aussagewahrscheinlichkeit P_{As} ermitteln.

Ausgehend davon, daß die Prüflinge den gleichen Testbedingungen unterliegen, ergibt sich:

$$P_{As} = \frac{\int_{R(t_s)}^1 \frac{\sum_{i=1}^p \phi_i A_{0i} + \Delta n_{ber} + n - i}{R^{i-1}} \frac{\sum_{i=1}^p \phi_i (B_{0i} - 1) + i - 1}{(1 - R)^{i-1}} dR'}{\beta \left(\sum_{i=1}^p \phi_i A_{0i} + \Delta n_{ber} + n - i + 1, \sum_{i=1}^p \phi_i (B_{0i} - 1) + i \right)}. \quad (5.15)$$

Mit Gl. (5.15) berechnet sich der notwendige Stichprobenumfang n unter Verwendung der gegebenen Vorkenntnisse. Werden Vorkenntnisse nicht berücksichtigt, liegt Gl. (2.51) zugrunde. Der für diesen Fall erforderliche Stichprobenumfang n^* berechnet sich aus folgendem Ausdruck:

$$P_{As} = \frac{\int_{R(t_s)}^1 R^{n^* - i} (1 - R)^{i-1} dR'}{\beta(n^* - i + 1, i)}. \quad (5.16)$$

Mit Gl. (5.15) und Gl. (5.16) läßt sich der notwendige Stichprobenumfang in Form eines Intervalls angeben. Rein statistisch gesehen, ist die Prüfung des kleinsten Stichprobenumfangs innerhalb des ermittelten Intervalls zum Nachweis der Vorgaben ausreichend.

6 Möglichkeiten zur Bestimmung des Transformationsfaktors

Im vorliegenden Kapitel werden Möglichkeiten aufgezeigt, wie der Transformationsfaktor festgelegt werden kann. Die Vorgehensweise zu dessen Quantifizierung richtet sich nach der Art der Vorkenntnis. Es wird dabei unterschieden zwischen Vorkenntnissen, die aus ähnlichen Produkten oder Vorgängermodellen bekannt sind, und Vorkenntnissen, die sich aus vorangegangenen Testläufen ergeben.

6.1 Transformationsfaktor bei ähnlichen Produkten oder Vorgängermodellen

Es wurde bereits aufgezeigt, wie Zuverlässigkeitsinformationen zu ähnlichen oder älteren Produkten in der Planung von Tests verwendet werden können. Aufgrund von mehr oder weniger starken Änderungen bei einem neuen Produkt ist es ratsam, solche Vorinformationen nur bedingt zu berücksichtigen. Es wird hier eine Methode vorgestellt, die es ermöglicht, den Transformationsfaktor zur Übertragung dieser Kenntnisse abzuschätzen. Die Vorgehensweise basiert auf den Unterlagen einer FMEA [96]. Dabei ist es erforderlich, daß diese sowohl für das Produkt existiert, dessen Zuverlässigkeitsinformation als Vorkenntnis verwendet wird, als auch für das aktuelle Produkt. In Bild 6.1 ist ein Auszug aus einer FMEA nach [10] dargestellt.

6.1.1 Bewertung des Produkts nach Topfunktionen

Die FMEA ist eine Methode zur Darlegung möglicher Fehler und Störgrößen eines Produkts und zur Abschätzung der damit verbundenen Risiken. Die Risikobewertung findet dabei ausgehend von den Topfunktionen statt und wird in der sog. Risikoprioritätszahl für jede mögliche Fehlerursache quantifiziert.

Die Zuverlässigkeit eines Produkts wird maßgeblich bestimmt durch dessen erbrachte Funktionen. Daher bietet es sich an, Gemeinsamkeiten zwischen mehr oder weniger ähnlichen Produkten bzgl. deren Zuverlässigkeit aus den gegebenen Topfunktionen abzuleiten. Bei der Übertragung von Vorkenntnissen aus ähnlichen Produkten oder Vorgängermodellen kann davon ausgegangen werden, daß die Topfunktionen weitestgehend identisch sind. Änderungen oder Neuerungen eines Produkts finden sich eher in der konstruktiven Gestaltung als in der Erfüllung von Topfunktionen wieder.

		F M E A Produkt					nummer: eite:			
Typ/Modell/Fertigung/Charge:			ach-Nummer: aßnahmenstand:		Verantwortlich: Firma:		rstellt:			
FMEA/Systemelement: Schrägrad 2. Gang (Vorgelege)			ach-Nummer: aßnahmenstand:		Verantwortlich: Firma:		rstellt: erändert:			
Mögliche Fehlerfolgen	B	Mögliche Fehler	Mögliche Fehlerursachen	Vermeidungsmaßnahmen	A	Entdeckungsmaßnahmen	E	RPZ	V/T	
Funktion: Drehmoment übertragen										
keine Drehmomentübertragung; Getriebeausfall	9	Zahnbruch	Auslegung	ausführliche Berechnung	2	Belastungsprüfstand	3	54		
				Vergleich mit bish. Auslegung						
				Versuchserprobung						
			Werkstoff	bewährter Werkstoff	2	Qualitätskontrolle; Belastungsprüfstand	4	72		
			Fertigung	Kontrolle der wichtigsten Maße, insbes. Fußausrundung	3	Maßkontrollen	4	108		
keine gleichförmige Übertragung; Schwingungen, Geräusche	7	Zahngrübchen		

Bild 6.1: Beispiel für eine Produkt-FMEA eines Getriebe-Zahnrad nach [10]

6.1.2 Bestimmung der Übertragbarkeit von Topfunktionen

Ausgehend davon, daß bei vergleichbaren Produkten weitestgehend identische Funktionen zu erfüllen sind, soll zunächst die grundsätzliche Übertragbarkeit der Vorkenntnisse festgelegt werden. Dabei wird jede Topfunktion getrennt betrachtet. Die Überlegung liegt vorrangig darin, daß Vorkenntnisse übertragen werden können, wenn das Risiko beim aktuellen Produkt bzgl. einer bestimmten Topfunktion geringer bewertet ist. Birgt das aktuelle Produkt ein höheres Risiko, sollten Vorkenntnisse nicht weiter verwendet werden.

Eine Maßgröße für das Risiko einer Topfunktion ist die Risikoprioritätszahl RPZ . Dabei wird jede mögliche Ausfallursache hinsichtlich Auftretenswahrscheinlichkeit, Bedeutung und Entdeckung bewertet und das mögliche Risiko mittels der Risikoprioritätszahl zusammengefaßt.

Zur Bewertung des Risikos bzgl. einer Topfunktion werden die Summen aller maximalen Risikoprioritätszahlen, die sich zu jedem potentiellen Ausfall ergeben, miteinander verglichen. Somit ergibt sich zunächst pro Topfunktion folgender Indikator $I(T_j)$:

$$I(T_j) = \frac{\sum_{i=1}^m \max \{ RPZ(A_{pot, ji}) \}}{\sum_{i=1}^{m_0} \max \{ RPZ_0(A_{pot, ji}) \}}. \quad (6.1)$$

Je nachdem, welchen Wert der Indikator annimmt, läßt sich die Übertragbarkeit $p(T_j)$ bzgl. einer Topfunktion bestimmen:

$$I(T_j) > 1 \rightarrow p(T_j) = 0 \text{ bzw. } I(T_j) \leq 1 \rightarrow p(T_j) = 1. \quad (6.2)$$

Über alle Topfunktionen gesehen, läßt sich die Übertragbarkeit mittels eines Vektors $\bar{p}(T)$ zusammenfassen:

$$\bar{p}(T) = (p(T_1), \dots, p(T_j), \dots, p(T_k)). \quad (6.3)$$

Für $p(T_j) = 0$ findet keine Übertragbarkeit statt. Für $p(T_j) = 1$ werden Kenntnisse übertragen. Falls beim aktuellen Produkt Topfunktionen vorhanden sind, die beim alten Produkt nicht relevant waren, ist die Übertragbarkeit gleich null zu setzen, d.h. $p(T_j) = 0$. Topfunktionen, die nur beim alten Produkt gefordert waren, sind bei der Betrachtung zu ignorieren. Des weiteren ist an dieser Stelle anzumerken, daß sich die Betrachtung auf nur solche Funktionen beschränken kann, die zuverlässigkeitsrelevant sind.

6.1.3 Gewichtung der Topfunktionen

Nachdem ermittelt ist, ob die Vorinformation grundsätzlich übertragen werden kann, ist zu bewerten, in welcher Höhe dies geschieht. Hierfür wird für jede Topfunktion

eine Gewichtung eingeführt. Betrachtet wird dabei lediglich das aktuelle Produkt. Es ergibt sich für jede Topfunktion des neuen Produkts eine Gewichtung $g(T_j)$:

$$g(T_j) = \frac{\sum_{i=1}^{l_j} (11 - A(U_{pot, ji}))}{\sum_{j=1}^k \left(\sum_{i=1}^{l_j} (11 - A(U_{pot, ji})) \right)}, \quad (6.4)$$

die als Quotient aus der Summe der Komplemente der Auftretenswahrscheinlichkeiten der betrachteten Topfunktion bezogen auf die Summe der Komplemente der Auftretenswahrscheinlichkeiten aller Topfunktionen festgelegt wird. Die Gl. (6.4) führt zu einer Rangfolge innerhalb der Funktionen. Über alle Topfunktionen gesehen, ergibt sich der Gewichtungsvektor $\bar{g}(T)$ wie folgt:

$$\bar{g}(T) = (g(T_1), \dots, g(T_j), \dots, g(T_k)). \quad (6.5)$$

Entscheidend für die Gewichtung der Topfunktionen ist die Auftretenswahrscheinlichkeit A der möglichen Fehlerursachen. Die Entdeckung E der Fehlerursache ist irrelevant, ebenso die Bedeutung B , da ein Eintreten des Fehlers in jedem Fall zu einer Funktionsbeeinträchtigung führt, unabhängig von diesen beiden Größen. Die Wichtigkeit einer Funktion bestimmt sich demnach lediglich über die Wahrscheinlichkeit, daß die Fehlerursachen im Betrieb nicht auftreten.

6.1.4 Bestimmung des Transformationsfaktors

Der Transformationsfaktor ϕ_P quantifiziert die gesamte Übertragbarkeit von Vorinformationen, d.h. bzgl. aller gegebenen Topfunktionen. Er ist daher definiert als das Skalarprodukt des Übertragbarkeits- und des Gewichtungsvektors:

$$\phi_P = \bar{g}(T) \bar{p}(T)^T. \quad (6.6)$$

Das hier beschriebene Verfahren zur Abschätzung des Transformationsfaktors basiert auf einer rein pragmatischen Vorgehensweise. Dessen Richtigkeit ist an dieser Stelle nicht verifiziert. Eine Möglichkeit zur Überprüfung und Anpassung des Transformationsfaktors wird in Kap. 6.3 gezeigt.

6.2 Transformationsfaktor bei Vorversuchen

Es existieren diverse Umweltbedingungen, die die Zuverlässigkeit technischer Erzeugnisse beeinflussen. Zur Absicherung der Zuverlässigkeit der Produkte ist es deshalb erforderlich, solche Umwelteinflüsse bei der Planung von Tests zu berücksichtigen. Je mehr Einflüsse im Versuch nachgebildet werden, desto genauer trifft das Ergebnis auf reale Betriebsbedingungen zu.

6.2.1 Einflüsse von Umweltbedingungen auf die Zuverlässigkeit

Die Einflüsse von Umweltbedingungen auf die Zuverlässigkeit werden nach [97] in mechanische [98], thermisch-klimatische [99], chemisch-biologische [100] und elektromagnetische [101] Einflüsse eingeteilt. In Tabelle 6.1 sind die einzelnen Kategorien aufgelistet.

Tabelle 6.1: Einteilung der Einflüsse von Umweltbedingungen

mechanische Einflüsse	<ul style="list-style-type: none"> • Schwingungen • Stöße • Beschleunigung • Beschallung • seismische Beanspruchung
thermisch-klimatische Einflüsse	<ul style="list-style-type: none"> • Umgebungstemperatur • Sonneneinstrahlung • Luftfeuchte • Niederschläge • Luftdruck, -änderungen
chemisch-biologische Einflüsse	<ul style="list-style-type: none"> • Luftfeuchte und Betauung • Luftverunreinigungen • Kontamination (flüssige/feste Stoffe, wie Mineralöle, Ruß, Fette, Hydraulikflüssigkeiten, Lösungsmittel, Säuren, Salzwasser) • Sonneneinstrahlung • Schimmelpilze • sonstige Einflüsse (z.B. durch Tiere, Schädlinge, Vogel bei Flugzeug)
elektromagnetische Einflüsse	<ul style="list-style-type: none"> • magnetische Felder • elektrische Felder • elektromagnetische Felder • unerwünschte Signale (Spannungsänderungen, -überhöhungen) durch andere Geräte

Zur Absicherung der Zuverlässigkeit unter realen Betriebsbedingungen ist es erforderlich, alle relevanten Umwelteinflüsse im Versuch nachzubilden. Je weniger Einflüsse simuliert werden, desto höher ist das Risiko, daß das Produkt im Feld aufgrund eines im Versuch nicht berücksichtigten Umwelteinflusses eine Funktionsstörung erfährt. Es steigt somit zwangsläufig das Risiko, daß das Produkt die geforderte Zuverlässigkeit im Feld nicht erreicht.

Bei der Verwendung von Vorversuchen zur Ermittlung des Testumfangs für einen abschließenden Zuverlässigkeitstest sollte berücksichtigt werden, inwieweit relevante Umweltbedingungen im Vorversuch simuliert bzw. vernachlässigt wurden. Aus Basis

dieser Überlegungen wird eine Möglichkeit vorgeschlagen, wie sich der Transformationsfaktor bei der Übertragung von Vorversuchen festlegen läßt.

6.2.2 Bewertung der Umweltbedingungen

Da die unterschiedlichen Umweltbedingungen die Zuverlässigkeit des Produkts maßgeblich beeinflussen, wird im folgenden zunächst eine Bewertung der möglichen Umweltbedingungen vorgenommen. Zum Tragen kommen dabei lediglich solche Umweltgrößen, die für das betreffende Produkt relevant sind. Die Basis bietet an dieser Stelle das Lastenheft. Dort sind die Randbedingungen festgehalten, die für das Produkt im jeweiligen Einsatzfall zu beachten sind.

Die relevanten Randbedingungen können bzgl. ihrer Prüfung im Vorversuch analysiert werden. Hierbei ist zunächst grundsätzlich zu untersuchen, ob eine Umweltbedingung im Vorversuch berücksichtigt wurde oder nicht. Dies liefert eine erste grobe Einschätzung. Weiterhin lassen sich die Umweltbedingungen im Detail bewerten. Hierbei ist es vor allem ausschlaggebend, ob im Vorversuch verschärfte oder gegebenenfalls sogar verminderte Testbedingungen bezogen auf eine bestimmte Umweltgröße auftraten. Traten verschärfte oder neutrale Testbedingungen auf, sind die normalen Gegebenheiten im Feld auf jeden Fall abgedeckt. Bei verminderten Testbedingungen besteht für den tatsächlichen Betriebseinsatz ein Risiko. Im letzten Fall sollten Vorversuche bzgl. der Einschätzung der betreffenden Umweltgröße mit Vorsicht behandelt werden. Als verschärfte Testbedingungen sind solche einzustufen, die die Lebensdauer und Zuverlässigkeit des Produkts negativ beeinflussen. Verminderte Testbedingungen wirken sich begünstigend aus, d.h. das Produkt erreicht unter den Bedingungen im Vorversuch wahrscheinlich höhere Lebensdauern als im Feld. Abschließend ist es erforderlich, die Auftretenswahrscheinlichkeit einer Umweltbedingung für den Feldeinsatz abzuschätzen. Je höher die Wahrscheinlichkeit ist, daß das Produkt einer möglichen Umweltbedingung im Feld tatsächlich ausgesetzt wird, desto höher sollte diese Umweltbedingung bei der Bestimmung des Transformationsfaktors zum Tragen kommen.

In Tabelle 6.2 ist eine beispielhafte Bewertung eines Vorversuchs dargestellt.

6.2.3 Bestimmung des Transformationsfaktors

Basierend auf der zuvor beschriebenen Vorgehensweise zur Bewertung der möglichen Umweltbedingungen läßt sich der Transformationsfaktor ϕ_V zur Übertragung von Vorkenntnissen aus Vorversuchen folgendermaßen bestimmen:

$$\phi_V = \frac{\sum_i K_{\text{prüf}}(UW_i) T_{\text{bed}}(UW_i) P_{\text{auf}}(UW_i)}{\sum_i P_{\text{auf}}(UW_i)}. \quad (6.7)$$

Wie bereits in Kap. 6.1.4 angesprochen, bedarf es auch bei dieser Vorgehensweise einer Verifizierung.

Tabelle 6.2: Beispielhafte Bewertung möglicher Umweltbedingungen

Im Feld auftretende Umweltbedingungen UW_i	geprüft? ja = 1, nein = 0 $K_{\text{prüf}}$	Testbedingungen verschärft/neutral = 1, vermindert = 0 T_{bed}	Auftretenswahrscheinlichkeit im Feld P_{auf}
Beanspruchung durch wechselndes Drehmoment	1	1	1
Stöße	0	0 (da nicht geprüft)	0,1
Beschleunigungen vertikal	1	0	0,8
Umgebungstemperatur >50°C	1	0	0,5
Luftfeuchtigkeit >90%	1	1	0,7
...

6.3 Verifizierung des Transformationsfaktors

Die Bestimmung des Transformationsfaktors, wie es in den vorangegangenen Abschnitten beschrieben ist, entspricht einer pragmatischen Vorgehensweise. Diese soll es ermöglichen, den Transformationsfaktor im voraus festzulegen und eine Systematik in dessen Bestimmung einzubringen, aufbauend auf den Funktions- und Umgebungsbedingungen des Produkts unter realen Betriebsbedingungen.

Grundsätzlich ist zu beachten, daß ein Test die Zuverlässigkeit eines Produkts mit einer bestimmten statistischen Sicherheit nachweist, jedoch nicht beeinflusst. Welche Zuverlässigkeit das Produkt im Feld erreicht, wird bereits im Vorfeld festgelegt, wie etwa durch die Konstruktion, Materialauswahl oder die Fertigung. Die Zuverlässigkeit des Produkts ist daher unabhängig davon, ob ein Test durchgeführt wird oder nicht.

Bei der Verwendung von Vorkenntnissen wird bereits im Vorfeld eine statistische Sicherheit festgelegt, die durch nachfolgende Tests vergrößert wird. Die vorab bereits gültige statistische Sicherheit ist maßgeblich abhängig vom Stichprobenumfang, der im Vorversuch geprüft wurde bzw. bei der Ausfalldatenanalyse eines ähnlichen Produkts gegeben war, und der Anzahl an beobachteten Ausfällen bis zum betreffenden Zeitpunkt. Soll der tatsächliche Wert des Transformationsfaktors verifiziert werden, entspricht dies einer Verifizierung der statistischen Aussagesicherheit.

6.3.1 Verifizierung des Transformationsfaktors durch Tests

Die mittels des Transformationsfaktors modifizierte a priori-Dichte, die letztendlich als Vorkenntnis dient, soll anhand eines Nachweistests bestätigt werden. Dieser muß am aktuellen Produkt mit Berücksichtigung der tatsächlichen Feldbedingungen erfolgen, um den Vergleich zwischen Annahme und Realität anstellen zu können.

Durch die Vorinformation und den Transformationsfaktor sind die Parameter der modifizierten a priori-Dichte gegeben. Wenn die modifizierte a priori-Dichte repräsentativ für das aktuelle Produkt ist, folgt daraus, daß die Parameter bei diesem unverändert bleiben. Ist dies der Fall, ist die Schätzung des Transformationsfaktors zutreffend. Ergeben sich beim aktuellen Produkt abweichende Parameter, gibt es zwei Möglichkeiten: Das aktuelle Produkt ist besser als angenommen, womit der Transformationsfaktor zu niedrig geschätzt wurde, oder das aktuelle Produkt ist schlechter als angenommen, womit der Transformationsfaktor zu hoch gewählt wurde.

Für die Verifikation des Transformationsfaktors ist es erforderlich, die Ausfallverteilung des aktuellen Produkts zu bestimmen, sowie deren Vertrauensbereich. Hierfür ist es notwendig, daß im Nachweistest eine hinreichende Anzahl an Ausfällen erzwungen wird. Der Nachweistest kann sowohl mit einer vollständigen als auch einer zensierten Stichprobe erfolgen. Dies hängt im wesentlichen von der Anzahl der insgesamt zu prüfenden Teile ab, die durch die Parameter der modifizierten a priori-Dichte festgelegt ist. Der Stichprobenumfang für den Nachweistest ergibt sich folgendermaßen:

$$n_{\text{verif}} = \phi A_0 + \phi(B_0 - 1). \quad (6.8)$$

Je kleiner der Stichprobenumfang für den Nachweistest wird, desto eher ist es praktisch möglich, alle Teile zerstörend zu prüfen. Bei hohen Stichprobenumfängen ist eine zensierte Prüfung sinnvoll. Die Art der Prüfung ist individuell festzulegen.

Die mit dem Nachweistest geprüfte Stichprobe läßt sich mittels einer Weibullverteilung beschreiben. Je nach Zensierungstyp ist ein geeignetes Verfahren zur Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit zu wählen [5], [78]-[83]. Aus den geschätzten Parametern der Weibullverteilung und dem Stichprobenumfang nach Gl. (6.8) kann anschließend die tatsächliche Betaverteilung beim festgelegten Zeitpunkt, der geforderten Lebensdauer t_s , bestimmt werden. Die Parameter sind dann:

$$A_{\text{verif}} = n_{\text{verif}} - (n_{\text{verif}} + 0,4) \left(1 - e^{-\left(\frac{t_s - t_{0\text{verif}}}{T_{\text{verif}} - t_{0\text{verif}}} \right)^{b_{\text{verif}}}} \right) + 0,7 \quad \text{und} \quad (6.9)$$

$$B_{\text{verif}} = (n_{\text{verif}} + 0,4) \left(1 - e^{-\left(\frac{t_s - t_{0\text{verif}}}{T_{\text{verif}} - t_{0\text{verif}}} \right)^{b_{\text{verif}}}} \right) + 0,3.$$

Stimmen die nach Gl. (6.9) ermittelten Parameter mit den Parametern der modifizierten a priori-Dichte exakt überein, wurde der Wert für den Transformationsfaktor richtig abgeschätzt. Falls die Parameter unterschiedlich sind, ist zu prüfen, welcher Stichprobenumfang sich bei Zugrundelegen der realen Bedingungen für einen Test ergeben würde. Dieser tatsächlich notwendige Stichprobenumfang ist ein Maß für die Beurteilung des Transformationsfaktors. Ist jener niedriger als der Stichprobenumfang, der sich durch die modifizierte a priori-Dichte ergeben hat, läge die Schätzung des Transformationsfaktors auf der sicheren Seite. Ist der eigentlich notwendige Stichprobenumfang höher als der tatsächlich geprüfte Stichprobenumfang, ist der Transformationsfaktor zu gut geschätzt worden. Dies hat zur Folge, daß die Vorgaben nicht ausreichend statistisch abgesichert wurden. Zusätzliche Tests sind dann erforderlich.

6.3.2 Verifizierung des Transformationsfaktors durch Feldbeobachtung

Die im vorangegangenen Abschnitt beschriebene Vorgehensweise bietet präventiv die Möglichkeit, den Wert für den Transformationsfaktor zu verifizieren. Der Transformationsfaktor läßt sich auch im nachhinein anhand der tatsächlichen Feldgeschehnisse überprüfen. Grundlage hierfür bieten die Ausfälle, die beim betreffenden Produkt im Feld beobachtet werden. Diese können zur Ermittlung des Streubereichs bei der geforderten Lebensdauer statistisch ausgewertet werden, beispielsweise anhand der Weibullverteilung. Dabei sind zwei Wege denkbar: Die Gesamtbetrachtung des Produkts und die Unterteilung des Produkts in Einzelstichproben. Die Vorgehensweise zur Bestimmung der tatsächlichen Betadichte der Zuverlässigkeit ist analog der in Kap. 4.2 beschriebenen Möglichkeiten zur Ermittlung der Vorverteilung aus dem Ausfallverhalten eines ähnlichen Produkts.

Bedingung ist an dieser Stelle, daß sich das Ausfallverhalten des Produkts im Feld mittels einer Weibullverteilung beschreiben läßt. Abhängig von den geschätzten Weibull-Parametern ergibt sich bei der geforderten Lebensdauer die Betaverteilung nach Gl. (4.1) mit den Parametern wie folgt:

$$A_F = n_F - (n_F + 0,4) \left(1 - e^{-\left(\frac{t_s - t_{F0}}{T_F - t_{F0}} \right)^{b_F}} \right) + 0,7 \quad \text{und} \quad (6.10)$$

$$B_F = (n_F + 0,4) \left(1 - e^{-\left(\frac{t_s - t_{F0}}{T_F - t_{F0}}\right)^{b_F}} \right) + 0,3.$$

Die in Gl. (6.10) angegebenen Parameter sind gültig für eine Gesamtbetrachtung des Produkts. Dies ist nur eine mögliche Vorgehensweise. Außerdem ließe sich das Produkt in Einzelstichproben unterteilen, getrennt beispielsweise nach Einsatzgebiet oder Produktionsmonat, wie bereits in Kap. 4.2.2 beschrieben. Analog der dort beschriebenen Vorgehensweise zur Bestimmung der a priori-Verteilung ergibt sich anhand der unterschiedlichen Zuverlässigkeitswerte im Feld eine Betaverteilung nach Gl. (4.1) mit folgenden Parametern:

$$A_F = -\frac{\bar{R}_F (\bar{R}_F^2 - \bar{R}_F + s_F^2)}{s_F^2} \quad \text{und} \quad B_F = \frac{(\bar{R}_F - 1)(\bar{R}_F^2 - \bar{R}_F + s_F^2)}{s_F^2}. \quad (6.11)$$

Die Formeln zur Berechnung des arithmetischen Mittelwerts der Zuverlässigkeit und der empirischen Streuung sind in Kap. 4.2.2 enthalten.

Bei einer exakten Übereinstimmung der tatsächlichen Parameter aus Gl. (6.10) oder (6.11) mit den Parametern der modifizierten Dichte in Gl. (5.2) wäre der Wert für den Transformationsfaktor exakt abgeschätzt worden. Bei differierenden Ergebnissen ist zu prüfen, ob das Produkt im Feld die angestrebte Zuverlässigkeit erreicht hat oder nicht. Liegt die tatsächliche Zuverlässigkeit unter der Vorgabe, deutet das auf eine zu optimistische Schätzung des Transformationsfaktors hin. Die Folge ist, daß Mängel während der Erprobung durch zu geringe Stichprobenumfänge unentdeckt geblieben sind. Eine Einleitung von Korrekturmaßnahmen zur Verbesserung der Qualität des Produkts wäre infolgedessen ausgeblieben. Die Erprobung hat somit das Ziel verfehlt. Ein Erreichen bzw. Überschreiten der geforderten Zuverlässigkeit im Feld deutet auf eine pessimistische Schätzung des Transformationsfaktors hin und bestätigt gleichzeitig die Vorgehensweise während der Erprobung. Eine Korrektur des Transformationsfaktors liefert weitere Möglichkeiten zur Stichprobenreduktion.

7 Beispielhafte Anwendung

In diesem Kapitel wird an einem synthetischen Beispiel das neu entwickelte Verfahren angewendet.

7.1 Synthetisches Beispiel

Betrachtet wird ein synthetisches Beispiel. Es sei der notwendige Testumfang für ein Produkt zu bestimmen, dessen Zuverlässigkeit $R(t_s) = 90\%$ bei der geforderten Lebensdauer $t_s = 150$ mit einer Aussagewahrscheinlichkeit $P_{As} = 90\%$ nachzuweisen ist. Falls keine Vorkenntnisse zu dem Produkt vorhanden sind, wird der notwendige Stichprobenumfang nach Gl. (2.52) ermittelt. Bedingung für die Anwendung dieser Beziehung ist, daß die Prüfzeit bei allen Prüflingen gleich der geforderten Lebensdauer ist, also gilt $t_p = t_s = 150$. Das Bild 7.1 zeigt den für den Nachweis der Anforderungen notwendigen Stichprobenumfang in Abhängigkeit der vor Beendigung des Tests auftretenden Anzahl an Ausfällen.

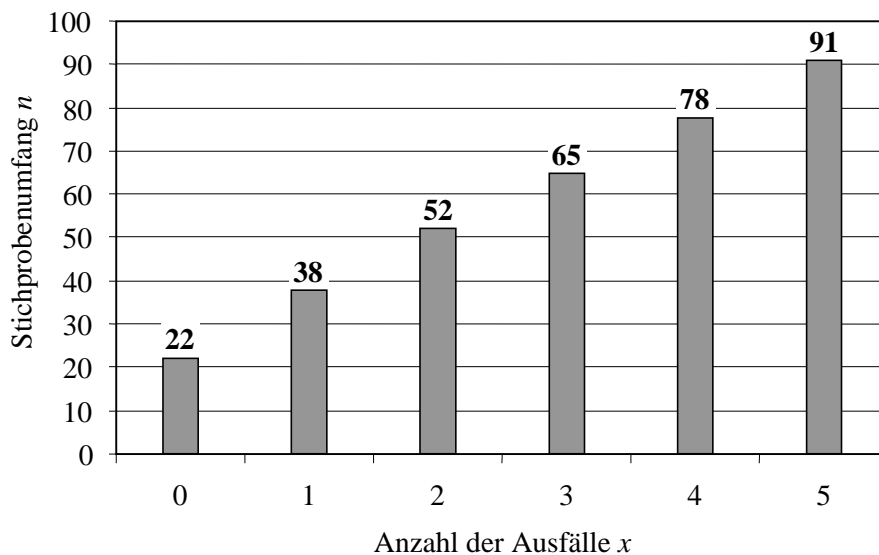


Bild 7.1: Notwendiger Stichprobenumfang nach der Binomialverteilung für den Nachweis der Zuverlässigkeit $R(t_s) = 90\%$ mit einer Aussagewahrscheinlichkeit $P_{As} = 90\%$

Handelt es sich um einen zeitraffenden Zuverlässigkeitsnachweis und entspricht die Testzeit nicht der geforderten Lebensdauer, ist Bild 7.1 nicht mehr gültig. Die Bestimmung des notwendigen Stichprobenumfangs erfolgt dann nach der Betaverteilung. Demnach lassen sich die Prüfbedingungen für einen Test ohne Ausfälle aus Bild 5.2 bestimmen, wobei für das hier genannte Beispiel die Kurve für eine Aussagewahr-

scheinlichkeit von $P_{As} = 90\%$ gültig ist. Daraus abgeleitet ergibt sich die Darstellung in Bild 7.2, in der die Abhängigkeit der notwendigen Prüfzeit vom Formparameter der Weibullverteilung gezeigt ist. Die Prüfzeit t_p berechnet sich aus dem Ordinatenwert $f(b)$, der geforderten Lebensdauer t_s und dem Raffungsfaktor r . Aus Bild 7.2 ist ersichtlich, daß der Ordinatenwert und somit die notwendige Prüfzeit mit steigendem Formparameter sinkt. Des weiteren ist erkennbar, daß bei steigendem Stichprobenumfang kürzere Prüfzeiten notwendig sind und umgekehrt. Für den Ordinatenwert $f(b) < 1$ ergibt sich in jedem Fall eine Prüfzeit, die geringer ist als die geforderte Lebensdauer, unabhängig vom Raffungsfaktor. Im Bereich $f(b) > 1$ ist die Verringerung der Prüfzeit gegenüber der geforderten Lebensdauer abhängig von der Höhe der Raffung.

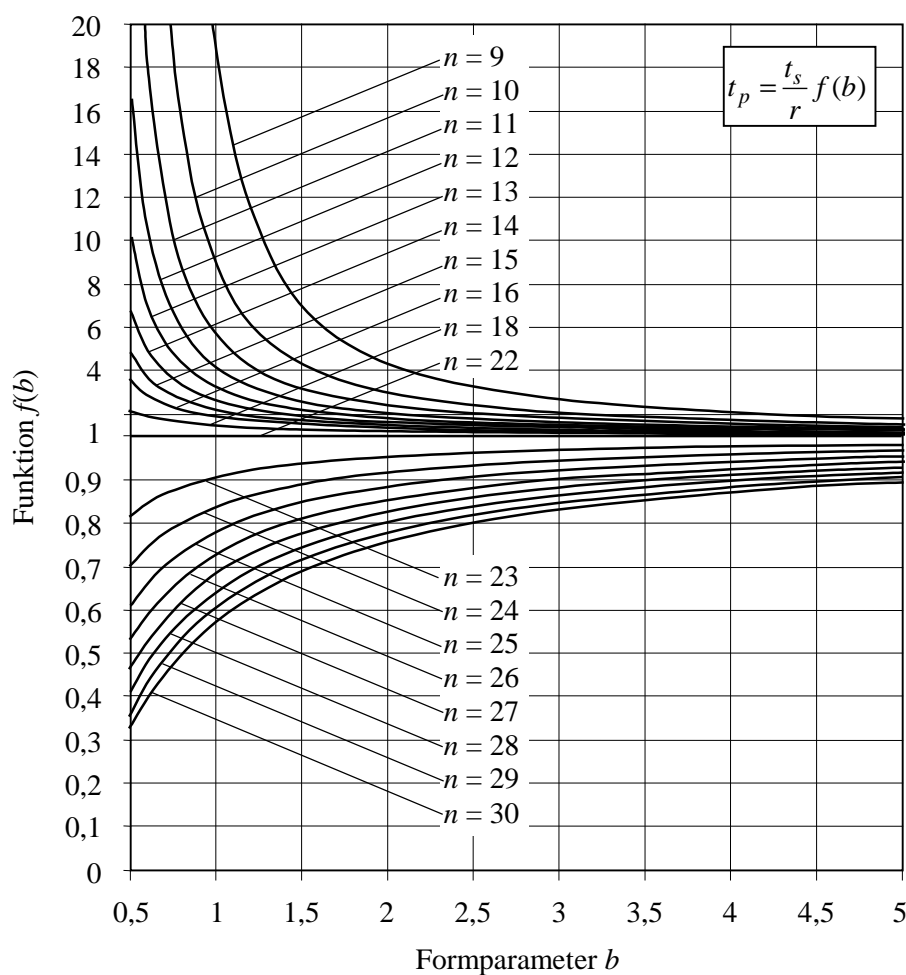


Bild 7.2: Abhängigkeit der Prüfzeit t_p vom Formparameter b für einige Stichprobenumfänge (Zuverlässigkeit $R(t_s) = 90\%$, Aussagewahrscheinlichkeit $P_{As} = 90\%$)

Durch die Integration von Vorkenntnissen läßt sich der Prüfaufwand reduzieren. Dies soll im folgenden aufgezeigt werden.

7.1.1 Analyse eines fiktiven Vorgängermodells

Bei einem Vorgängerprodukt seien bereits Ausfalldaten aus dem Nutzungsbetrieb vorhanden. Da es sich um ein Produkt mit großer Produktionsstückzahl handelt, werde die Gesamtpopulation in Einzelstichproben unterteilt, z.B. nach Produktionsmonaten. Aus der Weibullanalyse der Ausfalldaten seien für jede Einzelstichprobe die Zuverlässigkeitswerte in Tabelle 7.1 hervorgegangen.

Tabelle 7.1: Analyse eines Vorgängermodells

Einzelstichprobe i	Zuverlässigkeit $R_i(t_s)$
1	0,84
2	0,88
3	0,89
4	0,90
5	0,91
6	0,91
7	0,92
8	0,93
9	0,95
10	0,98
11	0,99

Aus den Zuverlässigkeitswerten in Tabelle 7.1 ergibt sich der arithmetische Mittelwert nach Gl. (4.14) zu:

$$\bar{R} = 0,9182.$$

Die Varianz ist nach Gl. (4.15):

$$s^2 = 0,00015803.$$

Die Parameter der Betaverteilung lassen sich nach Gl. (4.16) ermitteln. Mit den Ergebnissen für den arithmetischen Mittelwert und die Varianz folgt:

$$A_{01} = 435,5643 \text{ und } B_{01} = 38,8127.$$

Die zugehörige Betadichte ist in Bild 7.3 dargestellt.

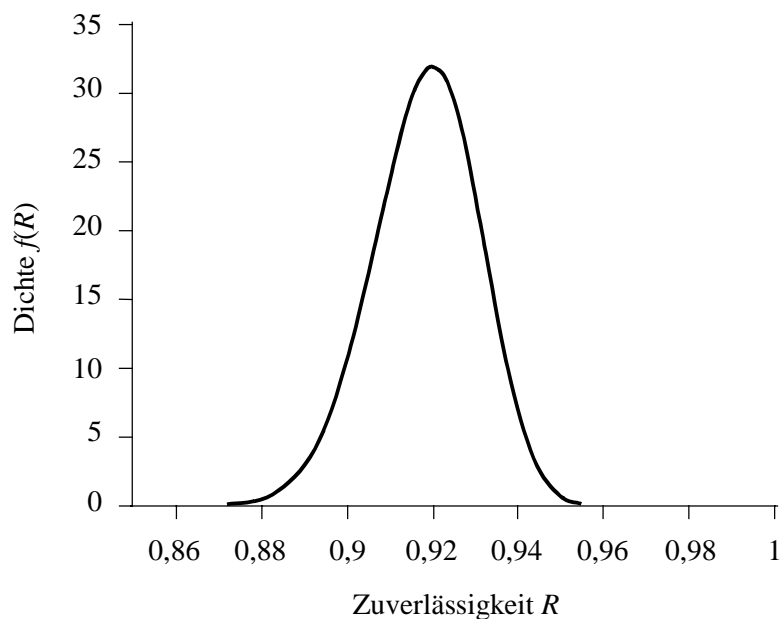


Bild 7.3: A priori-Dichte ermittelt aus den Werten in Tabelle 7.1

7.1.2 Vorversuche am fiktiven Produkt unter erhöhter Beanspruchung

Das aktuelle Produkt sei in einer modifizierten Form bereits getestet worden. Der Versuch sei sowohl zeitraffend durchgeführt worden als auch mit Prüfzeiten, die nicht der geforderten Lebensdauer entsprechen. Die Versuchsbedingungen zeigt Tabelle 7.2.

Tabelle 7.2: Versuchsbedingungen

Stichprobenumfang n_0	9
Anzahl Ausfälle x_0 ($t_a = 50$)	1
Lebensdauerverhältnis L_{v0}	0,5
Raffungsfaktor r_0	3
Formparameter b (geschätzt)	1,3

Keine Berücksichtigung der Ausfallzeit

Bei der Bestimmung der a priori-Dichtefunktion wird die Ausfallzeit des schadhaften Prüflings zunächst nicht berücksichtigt. Aus den Versuchsbedingungen in Tabelle 7.2 berechnet sich die Zuverlässigkeit bzgl. der Prüfzeit aus Gl. (2.52), indem für die Ausgawahrscheinlichkeit 0,5 gesetzt wird. Bezogen auf das Ausfallverhalten unter Testbedingungen ergibt sich folgender Medianwert für die Zuverlässigkeit bei der Prüfzeit:

$$R_{pmed}(t_p) = 0,8204.$$

Die Parameter der Betaverteilung, gültig für die tatsächlichen Einsatzbedingungen und die geforderte Lebensdauer, berechnen sich nach Einsetzen der Daten aus Tabelle 7.2 und des Medianwerts der Zuverlässigkeit in Gl. (4.5) zu:

$$A_{02} = 8,6632 \text{ und } B_{02} = 1,3368.$$

Berücksichtigung der Ausfallzeit

Bei der Bestimmung der a priori-Verteilung läßt sich der Ausfallzeitpunkt $t_a = 50$ des schadhafte Prüflings berücksichtigen. Hierzu ist es erforderlich, den Vorversuch in Einzelstichproben einzuteilen. Die intakten Einheiten werden deshalb getrennt von dem schadhafte Prüfling betrachtet. Für die insgesamt acht intakten Prüflinge ergibt sich nach Gl. (4.6) eine Betaverteilung mit den Parametern:

$$A = 8,2812 \text{ und } B = 0,7188.$$

Für den ausgefallenen Prüfling läßt sich eine separate Betaverteilung bestimmen. Mit Gl. (5.12) und der Ausfallzeit $t_a = 50$ berechnen sich die Parameter wie folgt:

$$A = 1 \text{ und } B = 1.$$

Die Verknüpfung beider Verteilungen erfolgt analog der Vorgehensweise zur Bestimmung der a posteriori-Dichte in Kap. 5.5. Nach Gl. (5.13) resultiert für die Versuchsergebnisse im Gesamten eine Betaverteilung mit den folgenden Parametern:

$$A_{02} = 9,2812 \text{ und } B_{02} = 0,7188.$$

Die Dichtefunktionen mit und ohne Berücksichtigung der Ausfallzeit des schadhafte Prüflings sind in Bild 7.4 dargestellt.

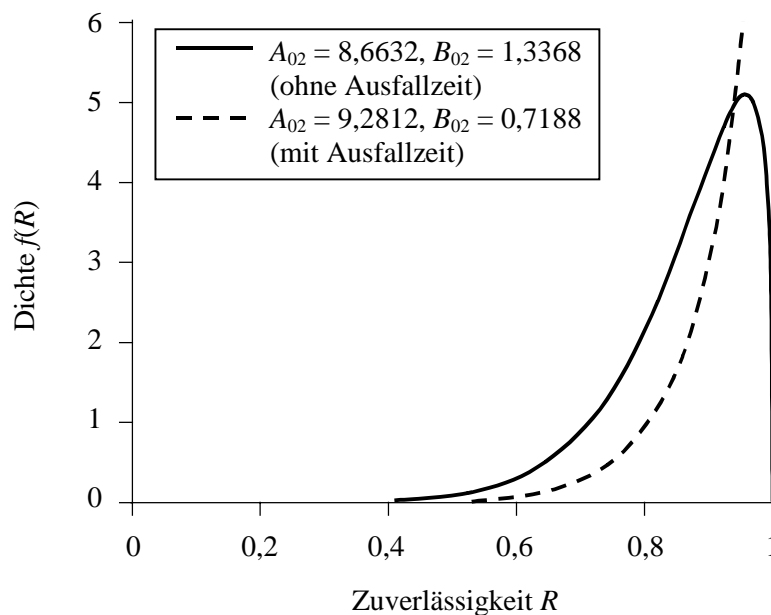


Bild 7.4: A priori-Dichte ohne und mit Berücksichtigung der Ausfallzeit, ermittelt aus den Werten in Tabelle 7.2

Aus den Parametern der a priori-Dichtefunktionen wird ersichtlich, daß sich die Berücksichtigung der Ausfallzeit positiv auf die Ermittlung des notwendigen Stichprobenumfangs auswirkt, da sich in diesem Fall ein höherer Gutläuferanteil ergibt. Dies hat eine Erhöhung der Aussagewahrscheinlichkeit und somit eine Reduzierung des Stichprobenumfangs zur Folge.

7.1.3 Betriebsfestigkeitsrechnung für das fiktive Produkt

Es soll davon ausgegangen werden, daß eine Betriebsfestigkeitsrechnung eine B_1 -Lebensdauer von 43 ergeben hat, d.h. die Zuverlässigkeit beträgt an dieser Stelle 99%. Von Interesse ist die Zuverlässigkeit bei der geforderten Lebensdauer, also bei $t_s = 150$. Nach Gl. (4.17) berechnet sich diese zu $R_{ber}(t_s) = 95\%$. Demnach resultiert folgende a priori-Dichtefunktion aus Gl. (4.18):

$$f(R) = \begin{cases} 0,9474 & 0 \leq R < 0,9 \\ 1,4737 & 0,9 \leq R \leq 1 \end{cases}$$

Die grafische Darstellung der a priori-Dichte zeigt Bild 7.5. Durch die Integration der Betriebsfestigkeitsrechnung ergibt sich nach Gl. (5.3) ein notwendiger Stichprobenumfang von $n_{ber} = 18$. Mit Gl. (5.4) folgt eine Stichprobenreduktion von:

$$\Delta n_{ber} = 4.$$

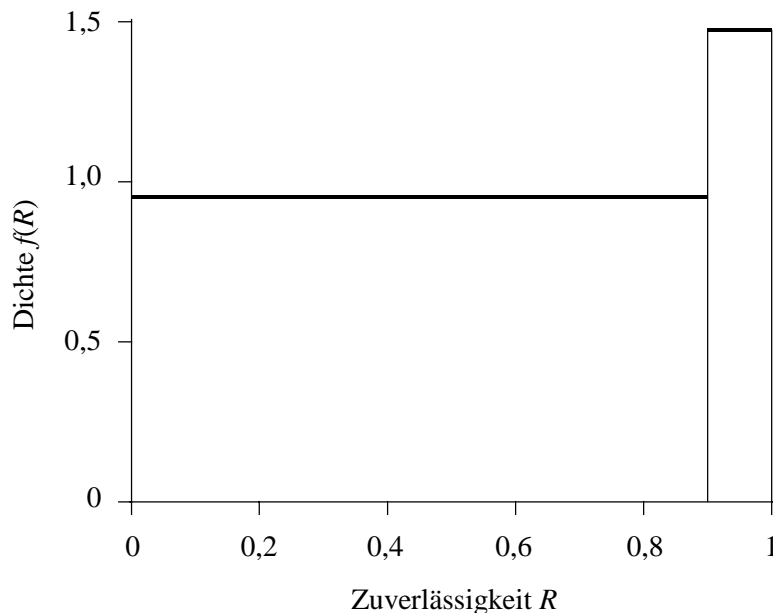


Bild 7.5: A priori-Dichte ermittelt aus den Berechnungsergebnissen

7.2 Testplanung unter Berücksichtigung der Vorkenntnisse

Die Ermittlung des erforderlichen Stichprobenumfangs erfolgt nun auf Basis der gegebenen Vorkenntnisse. Dabei sollen zwei Testvarianten berücksichtigt werden: zum einen eine Prüfung unter normalen Betriebsbedingungen und zum anderen eine Prü-

fung unter überhöhter Beanspruchung. Bei beiden Varianten wird davon ausgegangen, daß während des Tests keine Ausfälle auftreten. Des weiteren ist bzgl. der Informationen aus Vorversuch und Vorgängermodell jeweils ein Transformationsfaktor berücksichtigt.

7.2.1 Testplanung für eine Prüfung unter normalen Betriebsbedingungen

Für die aktuellen Prüflinge gelten zunächst die Voraussetzungen, daß sie ohne überhöhte Beanspruchung, bis zur erforderlichen Lebensdauer und ohne Ausfall getestet werden. Nach Gl. (5.14) ergibt sich daraus durch Integration die Aussagewahrscheinlichkeit zu:

$$P_{As} = \int_{R(t_s)}^1 \frac{1}{\beta(A, B)} R^{A-1} (1-R)^{B-1} dR \equiv 0,9,$$

$$A = \phi_1 A_{01} + \phi_2 A_{02} + \Delta n_{ber} + n \text{ und } B = \phi_1 (B_{01} - 1) + \phi_2 (B_{02} - 1) + 1.$$

Für die Übertragung der Information aus Vorgänger und Vorversuch sind zwei unterschiedliche Transformationsfaktoren ϕ_1 und ϕ_2 berücksichtigt. Der noch zu prüfende Stichprobenumfang n ist abhängig davon, ob die Ausfallzeit des schadhafte Prüflings aus dem Vortest berücksichtigt wird oder nicht.

Keine Berücksichtigung der Ausfallzeit

Das Bild 7.6 zeigt den notwendigen Stichprobenumfang für den Fall, daß die Ausfallzeit nicht berücksichtigt wird. Aus dem Diagramm wird ersichtlich, daß sich ohne die Integration der Vorinformationen des Vorgängermodells, d.h. $\phi_1 = 0$, teilweise ein niedrigerer Stichprobenumfang ergibt als mit Berücksichtigung dieser Information. Für einige Werte des Transformationsfaktors ϕ_1 ergibt sich sogar ein höherer Stichprobenumfang als mit der klassischen Vorgehensweise. Dies liegt daran, daß die Vorinformation als Verteilung in die Betrachtung eingeht. Dann ist es von beiden Parametern, A_{01} und B_{01} , abhängig, ob eine Stichprobenreduktion erzielt wird oder nicht. Es läßt sich lediglich für $B_{01} \leq 1$ sicher sagen, daß sich ein reduzierter Stichprobenumfang ergibt. Für $B_{01} > 1$ ist der erforderliche Stichprobenumfang abhängig vom Parameter A_{01} und den zusätzlich gegebenen Vorkenntnissen. Für das vorliegende Beispiel zeigt sich, daß der erforderliche Stichprobenumfang niedriger wird, je höher der Transformationsfaktor ϕ_2 ist, Bild 7.6. Werden die Vorinformationen vollständig auf die aktuelle Situation übertragen, sind keine weiteren Tests für den Nachweis der Vorgabe notwendig.

Berücksichtigung der Ausfallzeit

In Bild 7.7 ist der notwendige Stichprobenumfang dargestellt, der sich unter Berücksichtigung der Ausfallzeit des schadhafte Prüflings aus dem Vorversuch ergibt. Ver-

glichen mit den Ergebnissen in Bild 7.6 ist der notwendige Stichprobenumfang insgesamt geringer, d.h. die Berücksichtigung der Ausfallzeit wirkt sich positiv aus.

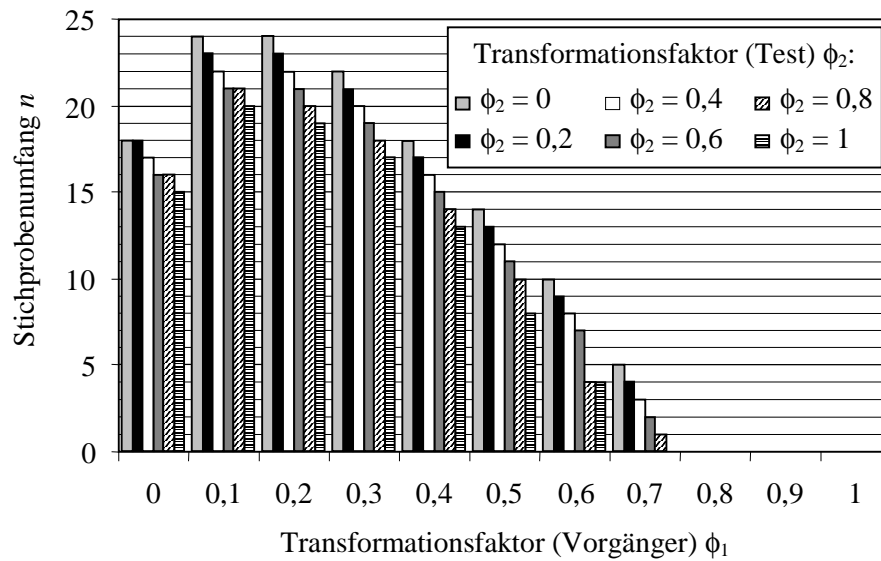


Bild 7.6: Notwendiger Stichprobenumfang für den Nachweis der Zuverlässigkeit $R(t_s) = 90\%$ mit einer Aussagewahrscheinlichkeit $P_{As} = 90\%$

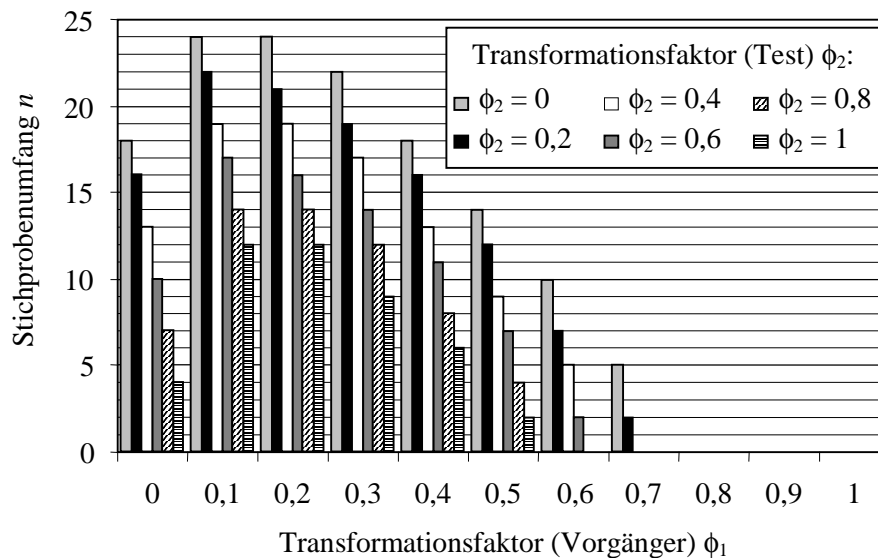


Bild 7.7: Notwendiger Stichprobenumfang unter Berücksichtigung der Ausfallzeit ($R(t_s) = 90\%$, $P_{As} = 90\%$)

7.2.2 Testplanung für eine Prüfung mit überhöhter Beanspruchung

Wie im vorangegangenen Kapitel gezeigt, läßt sich der erforderliche Stichprobenumfang durch die Berücksichtigung der Ausfallzeit reduzieren. Des weiteren wird an dieser Stelle untersucht, welche Auswirkungen eine Prüfung mit erhöhter Beanspruchung auf den erforderlichen Testumfang hat. Dabei wird angenommen, daß der Formparameter unter normalen Betriebsbedingungen und überhöhter Beanspruchung gleich ist. Es gilt erneut die Voraussetzung, daß bei den aktuellen Tests keine Ausfälle auftreten.

Die Aussagewahrscheinlichkeit berechnet sich durch Integration von Gl. (5.14) und es ergibt sich für den hier betrachteten Fall folgender Ausdruck:

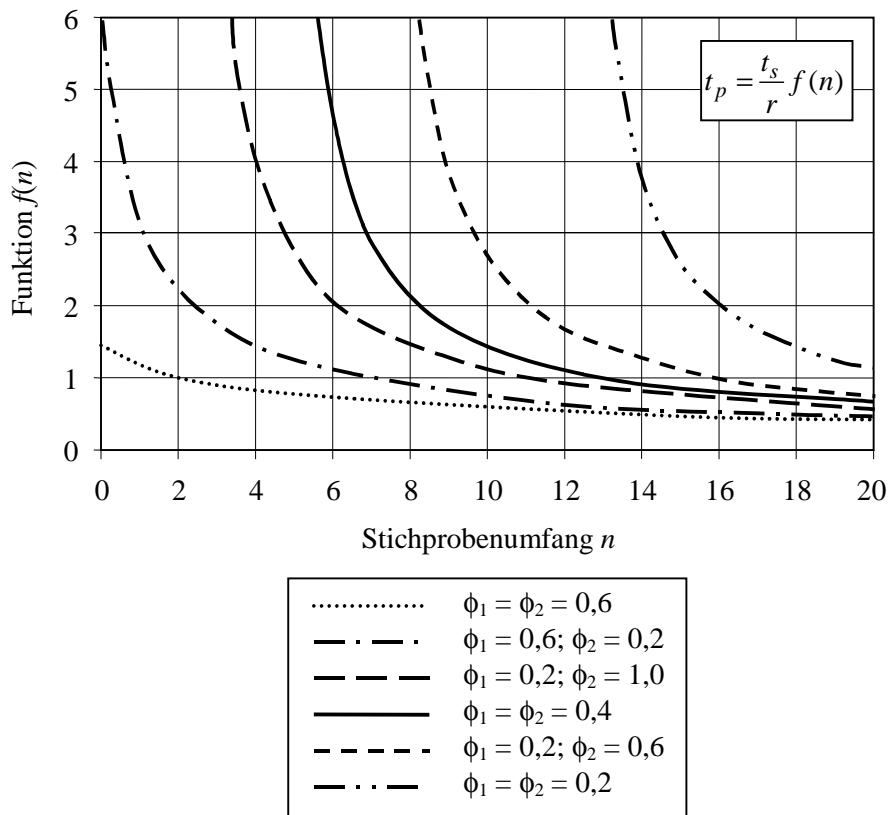
$$P_{As} = \int_{R(t_s)}^1 \frac{1}{\beta(A, B)} R^{A-1} (1-R)^{B-1} dR \equiv 0,9,$$

$$A = \phi_1 A_{01} + \phi_2 A_{02} + \Delta n_{ber} + n - \left(1 - 0,5 \left(\frac{rt_p}{t_s} \right)^b n \right) (n + 0,4) + 0,7$$

und

$$B = \phi_1 (B_{01} - 1) + \phi_2 (B_{02} - 1) + \left(1 - 0,5 \left(\frac{rt_p}{t_s} \right)^b n \right) (n + 0,4) + 0,3.$$

Das Bild 7.8 zeigt für verschiedene Kombinationen der Transformationsfaktoren ϕ_1 und ϕ_2 die notwendige Prüfzeit t_p in Abhängigkeit vom Stichprobenumfang n . Der Darstellung liegt der Formparameter $b = 1,3$ zugrunde. Dieser Wert wurde für das hier vorliegende synthetische Beispiel angenommen.



*Bild 7.8: Notwendige Prüfzeit unter Berücksichtigung der Ausfallzeit
($R(t_s) = 90\%$, $P_{As} = 90\%$)*

Die Prüfzeit t_p berechnet sich bei gegebenem Stichprobenumfang n aus dem Ordinalwert $f(n)$, der geforderten Lebensdauer t_s und dem Raffungsfaktor r , entsprechend der Formel in Bild 7.8. Beispielsweise ergibt sich für die Transformationsfaktoren $\phi_1 = \phi_2 = 0,6$ schon mit $n = 2$ Prüflingen eine im Verhältnis zur geforderten Lebensdauer niedrigere Prüfzeit, falls es sich um einen zeitraffenden Versuch handelt, bei dem für den Raffungsfaktor $r > 1$ gilt. Je nach Höhe der Raffung ist eine weitere Reduktion der Prüfzeit möglich.

7.2.3 Zusammenfassung der Ergebnisse zur Testplanung

Eine Zusammenfassung der Ergebnisse zur Testplanung ist in Bild 7.9 dargestellt. Dort ist der notwendige Stichprobenumfang enthalten, der sich durch die Berücksichtigung aller Vorkenntnisse im einzelnen sowie gemeinsam ergibt. Zum Vergleich ist der notwendige Stichprobenumfang ohne Berücksichtigung der Vorinformationen aufgeführt. Die Angaben basieren auf einer Prüfung unter normalen Betriebsbedingungen bis zur geforderten Lebensdauer, wobei die Ausfallzeit des Prüflings im Vorversuch ebenfalls berücksichtigt ist. Die Werte für die Transformationsfaktoren ϕ_1 und ϕ_2 wurden beispielhaft im Intervall $[0,4, 0,6]$ vorgegeben.

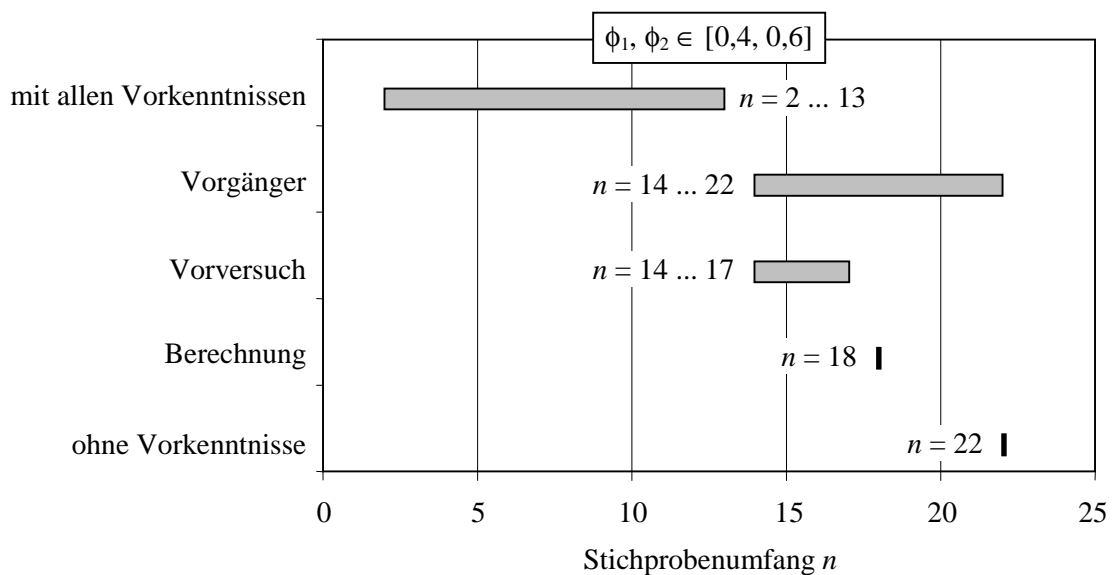


Bild 7.9: Notwendiger Stichprobenumfang bei Integration der unterschiedlichen Arten von Vorkenntnissen im Vergleich ($R(t_s) = 90\%$, $P_{As} = 90\%$)

Es zeigt sich, daß die Integration jeder Vorkenntnis im Vergleich zur klassischen Vorgehensweise zu einer Stichprobenreduktion führt, die mehr oder minder stark ausfällt. Das größte Streuband für den erforderlichen Stichprobenumfang ergibt sich, wenn nur die Analyse des Vorgängermodells in die Betrachtung einbezogen wird. Für die hier gewählten Transformationsfaktoren $\phi_1, \phi_2 \in [0,4, 0,6]$ resultiert ein erforderlicher Stichprobenumfang von zwei bis 13, wenn alle Vorkenntnisse in die Berechnung eingehen.

8 Zusammenfassung und Ausblick

Die Zuverlässigkeit eines Produkts ist als entscheidendes Verkaufsargument maßgeblich verantwortlich für die Stellung eines Unternehmens im Wettbewerb. Eine in allen Phasen des Produktentstehungsprozesses durchgängige Anwendung von Zuverlässigkeitsmethoden ist heutzutage unumgänglich geworden. Im Rahmen dieser Arbeit wurde speziell auf den statistischen Nachweis der Zuverlässigkeit in der Erprobungsphase eingegangen.

Der Begriff der Aussagewahrscheinlichkeit wurde ausführlich erläutert, da dieser neben der Lebensdauer und Zuverlässigkeit zentraler Bestandteil eines statistischen Nachweises ist. In diesem Zusammenhang wurde die klassische Vorgehensweise zur Bestimmung des Testumfangs erläutert, deren Basis die Binomialverteilung darstellt. Der notwendige Stichprobenumfang zum Zuverlässigkeitsnachweis läßt sich auch mit der Betaverteilung ermitteln. Diese ist auch mit der Binomialverteilung beschrieben. Voraussetzung ist jedoch, daß die Prüfung Informationen bis zur geforderten Lebensdauer liefert. Ist dies nicht der Fall, ist die Einführung des Lebensdauerverhältnisses erforderlich. Bei zeitraffender Prüfung ist zusätzlich der Raffungsfaktor zu berücksichtigen. Es wurde aufgezeigt, daß der klassische Ansatz nach der Binomialverteilung bei der Prüfplanbestimmung abweichende Ergebnisse liefert, wenn ein Lebensdauerverhältnis und/oder Raffungsfaktor zu berücksichtigen ist.

Die aus der Literatur bekannten Verfahren zur Berücksichtigung von Vorkenntnissen wurden analysiert und dahingehend erweitert, daß eine von der Lebensdauer abweichende Prüfzeit ebenso berücksichtigt werden kann wie eine zeitraffende Lebensdauerprüfung. Die Verfahren unterscheiden sich hauptsächlich darin, wie Vorinformationen für die aktuellen Testbedingungen genutzt werden. Das Verfahren nach Beyer/Lauster beschränkt sich auf Vorkenntnisse, die aus einem Success Run Test resultieren, und ist dadurch nicht allgemein anwendbar. Die allgemeinste Vorgehensweise bietet der Ansatz nach der Betaverteilung, der beliebige Vorkenntnisse mit aktuellen Testergebnissen verknüpft. Die Übertragung der Vorkenntnisse erfolgt vollständig, d.h. es wird von statistisch identischen Grundgesamtheiten ausgegangen. Im Gegensatz dazu stehen die Verfahren nach Kleyner et al., Savchuk/Martz und Guida/Pulcini, bei denen die aus der Vorkenntnis gewonnene Aussage beeinflußt wird, indem Faktoren eingeführt werden, um die Vorkenntnis künstlich zu verschlechtern oder zu verbessern. Es wurde aufgezeigt, daß sich die Verfahren je nach Wahl der Faktoren und Randbedingungen ineinander überführen lassen. Lediglich der Ansatz nach Kececio-

glu weicht von der prinzipiellen Vorgehensweise ab, so daß Gemeinsamkeiten zu den anderen Verfahren nicht hergestellt werden können.

Die mathematische Aufbereitung der Information, die zur Planung von aktuellen Tests als Vorkenntnis verwendet wird, stellt einen weiteren Schritt dieser Arbeit dar. Es wurde aufgezeigt, wie sich Ergebnisse aus Versuchen, Informationen zum Ausfallverhalten ähnlicher Produkte sowie Berechnungsergebnisse in Form einer a priori-Dichte definieren lassen.

Den Kernpunkt dieser Arbeit bildet die Entwicklung eines neuen Verfahrens zur Berücksichtigung von Vorkenntnissen bei der Planung von aktuellen Tests. In diesem Zusammenhang wurde ein Verfahren vorgestellt, das uneingeschränkt anwendbar ist, d.h. beliebige Arten von Vorkenntnissen berücksichtigt. Zur Berücksichtigung von Unsicherheiten bei der Nutzung von Vorkenntnissen wurde der sog. Transformationsfaktor eingeführt. Dieser wurde so festgelegt, daß die Parameter der Vorverteilung beeinflußt werden, was zur Folge hat, daß eine einfache Verknüpfung mehrerer Vorkenntnisse möglich ist. Des weiteren wurde ein Lösungsansatz zur Quantifizierung und Verifizierung des Transformationsfaktors vorgestellt, getrennt nach Art der Vorkenntnis. Die Anwendung des neu entwickelten Verfahrens an einem synthetischen Beispiel rundet die Arbeit ab.

Weitergehende Untersuchungen sollten den hier vorgestellten Lösungsansatz zur Bestimmung des Transformationsfaktors weiterverfolgen und dessen Potential nutzen. Hier ist beispielsweise die Anwendung von Methoden aus dem Qualitätsmanagement denkbar. Weiterhin ist die praktische Verifizierung des Ansatzes notwendig.

Die mit dieser Arbeit abgeschlossenen Betrachtungen beschränken sich auf die Erprobung kompletter Produkte, wobei auch die Vorkenntnisse für das komplette Produkt verfügbar sein müssen. Häufig sind Vorkenntnisse für Komponenten eines Systems vorhanden, der Zuverlässigkeitsnachweis soll jedoch für das gesamte System erbracht werden. Informationen über das System liegen daher nur vereinzelt vor. Beispielsweise können Versuche oder Zuverlässigkeitsanalysen zu Einzelkomponenten durchgeführt worden sein. Solche Informationen können bei der Planung von Tests für das Gesamtsystem berücksichtigt werden. Hierzu ist es erforderlich, Systembetrachtungen durchzuführen. Dabei sollte das Ziel darin bestehen, eine Methode zu entwickeln, mit der sich der Zuverlässigkeitsnachweis für ein System optimal gestalten läßt, indem Informationen zu den Einzelkomponenten berücksichtigt werden. Eine Planung des Versuchs nach Kostenaspekten würde die Untersuchungen abrunden.

Literatur

- [1] Bertsche, B.; Marwitz, H.; Ihle, H.; Frank, R.: Entwicklung zuverlässiger Produkte. Konstruktion 50, Heft 4, 1998, S. 41-44
- [2] Pfeifer, T.: Qualitätsmanagement: Strategien, Methoden, Techniken. München: Hanser, 1993
- [3] Rückruf-Rekord: Jetzt drohen Versicherer den Zulieferern. Produktion Nr. 40, Landsberg: Moderne Industrie, 2. Oktober 2002
- [4] Rzepka, B.; Schröpel, H.; Bertsche, B.: Studie zur Anwendung von Zuverlässigkeitsmethoden in der Industrie. Zuverlässige Produkte: Basis für hohe Kundenzufriedenheit, VDI-Berichte 1713, Düsseldorf: VDI, 2002, S. 279-299
- [5] Verband der Automobilindustrie e.V. (VDA): Qualitätsmanagement in der Automobilindustrie: Zuverlässigkeitssicherung bei Automobilherstellern und Lieferanten. Teil 2, 3. überarbeitete und erweiterte Aufl., Frankfurt: VDA-QMC, 2000
- [6] Kececioglu, D.: Reliability and Life Testing Handbook. Vol. 2, New Jersey: Prentice Hall PTR, 1993
- [7] Bayes, T.: An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. Philosophical Transactions of the Royal Society, 53, 1763 (erneut veröffentlicht in: Biometrika, 45, 1958, S. 296-315)
- [8] Cornfield, J.: Bayes Theorem. Review of the International Statistical Institute, Vol. 35, No. 1, 1967, S. 34-49
- [9] Lechner, G.; Naunheimer, H.: Fahrzeuggetriebe. Berlin: Springer, 1994
- [10] Bertsche, B.; Lechner, G.: Zuverlässigkeit im Maschinenbau. Berlin: Springer, 1999
- [11] Abernethy, R. B.: The New Weibull Handbook. Huston: Distr. Golf Publishing Company, 1994
- [12] Sachs, L.: Angewandte Statistik: Anwendung stochastischer Methoden. 9. überarbeitete Aufl. Berlin: Springer, 1999
- [13] Härtler, G.: Statistische Methoden für die Zuverlässigkeitsanalyse. Berlin:

- VEB Verl. Technik, Wien: Springer, 1983
- [14] Weber, H.: Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Ingenieure. 3. Aufl., Stuttgart: Teubner, 1992
- [15] Voß, W.: Taschenbuch der Statistik. Leipzig: Fachbuchverlag, München: Hanser, 2000
- [16] Kühlmeyer, M.: Statistische Auswertungsmethoden für Ingenieure. Berlin: Springer, 2001
- [17] Beichelt, F.: Stochastik für Ingenieure: Eine Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Mathematische Statistik. Stuttgart: Teubner, 1995
- [18] Kleiter, G. D.: Bayes-Statistik: Grundlagen und Anwendungen. Berlin: de Gruyter, 1980
- [19] Bamberg, G.; Baur, F.: Statistik. München: Oldenbourg, 2001
- [20] Belyaev, Y. K.; Kahle, W.: Methoden der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik bei der Analyse von Zuverlässigkeitsdaten. Stuttgart: Teubner, 2000
- [21] Verein Deutscher Ingenieure: Prüfverteilungen und ihre Anwendungen auf Vertrauensbereiche und statistische Tests. VDI-Richtlinie 4009, Blatt 2, Düsseldorf: VDI, 1984
- [22] Verein Deutscher Ingenieure: Weibull-Verteilung und andere Extremwertverteilungen. VDI-Richtlinie 4009, Blatt 5, Düsseldorf: VDI, 1985
- [23] Verein Deutscher Ingenieure: Numerische Verfahren zur Bestimmung von Verteilungsparametern in der Zuverlässigkeitsrechnung. VDI-Richtlinie 4009, Blatt 7, Düsseldorf: VDI, 1985
- [24] Reinert, U.; Blaschke, H.; Brockstieger, U.: Technische Statistik in der Qualitätssicherung: Grundlagen für Produktions- und Verfahrenstechnik. Berlin: Springer, 1998
- [25] Kao, J. H. K.: The Beta Distribution in Reliability and Quality Control. Proc. seventh national symposium on reliability & quality control, Philadelphia, 1961, S. 496-511
- [26] Fritz, A.: Berechnung und Monte-Carlo Simulation der Zuverlässigkeit und Verfügbarkeit technischer Systeme. Diss., Institut für Maschinenelemente, Universität Stuttgart, 2001
- [27] Weibull, W.: A Statistical Distribution Function of Wide Applicability.

- Journal of Applied Mechanics, 1951, S. 293-297
- [28] Luko, S. N.: A Review of the Weibull Distribution and Selected Engineering Applications. SAE-Paper 1999-01-2859, 1999
- [29] Reichelt, C.: Rechnerische Ermittlung der Kenngrößen der Weibull-Verteilung. Fortschr.-Ber. VDI-Z., Reihe 1, Nr. 56, Düsseldorf: VDI, 1978
- [30] Martz, H. F.; Waller, R. A.: The Basics of Bayesian Reliability Estimation from Attribute Test Data. Springfield: U.S. Department of Commerce, 1976
- [31] Lipson, C.; Sheth, N. J.: Statistical Design and Analysis of Engineering Experiments. New York: McGraw-Hill, 1973
- [32] Larson, H. R.: Nomographic Binomial Distribution: Analysis and Design. Western Electric Engineer, 1965, S. 20-29
- [33] Martz, H. F.; Waller, R. A.: Bayesian Reliability Analysis. New York: Wiley, 1982
- [34] Tobias, P. A.; Trindade, D. C.: Applied Reliability. 2nd edition, Florida: CRC Press, 1995
- [35] Bremer, J.: Abschätzung von Zuverlässigkeit und Lebensdauer mittels verteilungsfreier Methoden. Qualität und Zuverlässigkeit, Jahrg. 33, Heft 5, 1988, S. 247-250
- [36] Beyer, R.; Lauster, E.: Statistische Lebensdauerprüfpläne bei Berücksichtigung von Vorkenntnissen. Qualität und Zuverlässigkeit, Jahrg. 35, Heft 2, 1990, S. 93-98
- [37] Meeker, W. Q.; Escobar, L. A.: Statistical Methods for Reliability Data. New York: Wiley, 1998
- [38] Lu, M.-W.; Rudy, R. J.: Laboratory Reliability Demonstration Test Considerations. IEEE Transactions on Reliability, Vol. 50, No. 1, 2001, S. 12-16
- [39] Quentin, H.: Leben im Zeitraffer: Mit zeitraffenden Zuverlässigkeitsversuchen die Lebensdauer von Produkten ermitteln. Qualität und Zuverlässigkeit, Jahrg. 45, Heft 8, 2000, S. 988-992
- [40] Nelson, W.: Accelerated Testing: Statistical Models, Test Plans, and Data Analyses. New York: Wiley, 1990
- [41] Krolo, A.; Fritz, A.; Bertsche, B.: Correlation Between the Failure Behavior of Automotive Components Under Taxi & Field Operating Conditions. Proc.

- Ann. Reliability & Maintainability Symp., 2001, S. 314-321
- [42] Groebel, D. J.; Mattas, A.; Sun, F.-B.: Determination and Interpretation of Activation Energy Using Accelerated-Test Data. Proc. Ann. Reliability & Maintainability Symp., 2001, S. 58-63
- [43] Guérin, F.; Dumon, B.; Hambli, R.: Determining the shape parameter of a Weibull distribution from mechanical damage models. Proc. Ann. Reliability & Maintainability Symp., 2001, S. 156-160
- [44] Bertsche, B.: Zur Berechnung der System-Zuverlässigkeit von Maschinenbauprodukten. Diss., Institut für Maschinenelemente, Universität Stuttgart, 1989
- [45] Guérin, F.; Dumon, B.; Hambli, R.; Tebbi, O.: Accelerated Testing Based on a Mechanical-Damage Model. Proc. Ann. Reliability & Maintainability Symp., 2001, S. 372-376
- [46] Vogt, M.; Neu, H. R.: Auswertungsverfahren zur Korrelation von Felddaten und Erprobungsbedingungen von Kfz-Komponenten. Zuverlässige Produkte: Basis für hohe Kundenzufriedenheit, VDI-Berichte 1713, Düsseldorf: VDI, 2002, S. 161-174
- [47] Vogt, M.; Neu, H. R.: Method for correlation of failure data from durability tests and field of automotive engine parts with spontaneous failure mode. Proc. European Safety and Reliability Conference, Lisse: Swets & Zeitlinger, 2003, S. 1629-1635
- [48] Maisch, M.; Depping, H.; Bertsche, B.: Zuverlässigkeitstestplanung am Beispiel einer Planetenradstufe eines Nutzfahrzeuggetriebes. Zuverlässige Produkte: Basis für hohe Kundenzufriedenheit, VDI-Berichte 1713, Düsseldorf: VDI, 2002, S. 243-261
- [49] Krasich, M.: Accelerated Testing for Demonstration of Product Lifetime Reliability. Proc. Ann. Reliability & Maintainability Symp., 2003, S. 117-123
- [50] Lu, M.-W.; Rudy, R. J.: Reliability Test Target Development. Proc. Ann. Reliability & Maintainability Symp., 2000, S. 77-81
- [51] Stange, K.: Bayes-Verfahren: Schätz- und Testverfahren bei Berücksichtigung von Vorinformationen. Berlin: Springer, 1977
- [52] Breipohl, A. M.; Prairie, R. R.; Zimmer, W. J.: A Consideration of the Bayesian Approach in Reliability Evaluation. IEEE Transactions on Reliability, 1965, S. 107-113

- [53] Department of Defense: Electronic Reliability Design Handbook. MIL-HDBK-338B, Washington: DoD, 1998
- [54] Prairie, R. R.; Zimmer, W. J.: An Iterative Bayes Procedure for Reliability Assessment. Proc. Ann. Reliability & Maintainability Symp., 1990, S. 10-14
- [55] Ten, L. M.; Xie, M.: Bayes Reliability Demonstration Test Plan for Series-Systems with Binomial Subsystem Data. Proc. Ann. Reliability & Maintainability Symp., 1998, S. 241-246
- [56] Winkler, R. L.: The Consensus of Subjective Probability Distributions. Management Science, Vol. 15, No. 2, 1968, S. B-61-B-75
- [57] Dyer, D.; Chiou, P.: An information-theoretic approach to incorporating prior information in binomial sampling. Commun. Statist.–Theor. Meth., Vol.13, 1984, S. 2051-2083
- [58] Verein Deutscher Ingenieure: Methoden der Punkt- und Bereichsschätzung von Zuverlässigkeitskenngrößen und Testen von Hypothesen. VDI-Richtlinie 4009, Blatt 9, Düsseldorf: VDI, 1983
- [59] Villacourt, M.; Mahaney, M.: Designing a Reliability Demonstration Test on a Lithography Expose Tool Using Bayesian Techniques. IEEE Transactions on Components, Packaging, and Manufacturing Technology, Part A, Vol. 17, No. 3, 1994, S. 458-462
- [60] Pathak, P. K.; Singh, A. K.; Zimmer, W. J.: Bayes Estimation of Hazard & Acceleration in Accelerated Testing. IEEE Transactions on Reliability, Vol. 40, No. 5, 1991, S. 615-621
- [61] Zimmer, W. J.; Deely, J. J.: A Bayes Ranking of Survival Distributions Using Accelerated or Correlated Data, IEEE Transactions on Reliability, Vol. 45, No. 3, 1996, S. 499-504
- [62] Briš, R.: Reliability demonstration tests of highly reliable components. Proc. European Safety and Reliability Conference, Rotterdam: Balkema, 1998, S. 399-407
- [63] Krolo, A.; Rzepka, B.; Bertsche, B.: The Use of Bayes Theorem to Accelerated Life Tests. Proc. European Safety and Reliability Conference , Bagneux: ISdF, 2002, S. 611-615
- [64] Krolo, A.; Rzepka, B.; Bertsche, B.: Considering Prior Information for Accelerated Tests with a Lifetime-Ratio. Proc. 3rd International Conference on

- Mathematical Methods in Reliability, Trondheim: NTNU, 2002
- [65] Kleyner, A.; Bhagath, S.; Gasparini, M.; Robinson, J.; Bender, M.: Bayesian Techniques to Reduce the Sample Size in Automotive Electronics Attribute Testing. *Microelectron. Reliab.*, Vol. 37, No. 6, 1997, S. 879-883
- [66] Krolo, A.; Rzepka, B.; Bertsche, B.: Application of Bayes Statistics to Reduce Sample-Size, Considering a Lifetime-Ratio. *Proc. Ann. Reliability & Maintainability Symp.*, 2002, S. 577-583
- [67] Savchuk, V. P.; Martz, H. F.: Bayes Reliability Estimation Using Multiple Sources of Prior Information: Binomial Sampling. *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 43, No. 1, 1994; S. 138-144
- [68] Martz, H.; Zimmer, W.: A Nonparametric Bayes Empirical-Bayes Procedure for Estimating the Percent Nonconforming in Accepted Lots. *Journal of Quality Technology*, Vol. 22, No. 2, 1990, S. 95-104
- [69] Martz, H. F.; Zimmer, W. J.: The Risk of Catastrophic Failure of the Solid Rocket Boosters on the Space Shuttle. *The American Statistician*, Vol. 46, No. 1, 1992, S. 42-47
- [70] Winkler, R. L.; Cummings, L. L.: On the Choice of a Consensus Distribution in Bayesian Analysis. *Organizational Behavior and Human Performance*, Vol. 7, 1972, S. 63-76
- [71] Groen, F. J.; Lopez Droguett, E.: Bayesian Estimation of the Variability of Reliability Measures. *Proc. Ann. Reliability & Maintainability Symp.*, 2003, S. 182-187
- [72] Hsieh, P. I.; Ling, J.: A Framework of Integrated Reliability Demonstration In System Development. *Proc. Ann. Reliability & Maintainability Symp.*, 1999, S. 258-264
- [73] Guida, M.; Pulcini, G.: A Bayes Approach to Automotive Components Reliability Testing and Development. *Proc. European Conference on Safety and Reliability*, 3rd Volume, Torino: Politecnico di Torino, 2001, S. 1971-1978
- [74] Department of Defense: Reliability Growth Management. MIL-HDBK-189, Washington: DoD, 1981
- [75] Verein Deutscher Ingenieure: Zuverlässigkeitswachstum bei Systemen. VDI-Richtlinie 4009, Blatt 8, Düsseldorf: VDI, 1985
- [76] Kaplan, S.; Cunha, G. D. M.; Dykes, A. A., Shaver, D.: A Bayesian Method-

- ology for Assessing Reliability During Product Development. Proc. Ann. Reliability & Maintainability Symp., 1990, S. 205-209
- [77] Kerscher, W. J.; Booker, J. M.; Bement, T. R.; Meyer, M. A.: Characterizing Reliability in a Product/Process Design-Assurance Program. Proc. Ann. Reliability & Maintainability Symp., 1998, S. 105-112
- [78] Johnson, L. G.: The Statistical Treatment of Fatigue Experiments. Amsterdam: Elsevier, 1964
- [79] Weber, H.: Statistische Auswertung von Lebensdauerversuchen nach Weibull bei der Entwicklung von Bauelementen der Pneumatik. Ölhydraulik und Pneumatik, Heft 8, 1976, S. 529-533
- [80] Raaijmakers, F. J. M.: Reliability estimation with censored data. Safety and Reliability, Hansen & Sandtorv, 1998, S. 1353-1357
- [81] Fritz, A.; Krolo, A.; Bertsche, B.: Analysis of Warranty Data for the Prediction of the Early-Failure Behavior of Automotive Systems. Proc. European Safety and Reliability Conference, Rotterdam: Balkema, 2000, S. 975-982
- [82] Krolo, A.; Olbrich, M.; Haas, W.; Bertsche, B.: Untersuchung zur Zuverlässigkeit von druckbelastbaren Wellendichtungen. Zuverlässig Abdichten: Moderne Dichtsysteme in der Anwendung, VDI-Berichte 1579, Düsseldorf: VDI, 2000, S. 143-160
- [83] Pozsgai, P.; Krolo, A.; Bertsche, B., Fritz, A.: SYSLEB - A Tool for the Calculation of the System Reliability from raw Failure Data. Proc. Ann. Reliability & Maintainability Symp., 2002, S. 542-549
- [84] Uludag, A. I.: Aussagen über die zeitliche Entwicklung von Schadensfällen an Hand weniger Informationen aus dem Felde: Anwendung von Computer und Weibull-Methode. Grundlagen Landtechnik, Bd. 22, Nr. 2, 1972
- [85] Eckel, G.: Bestimmung des Anfangsverlaufs der Zuverlässigkeitsfunktion von Automobilteilen. Qualität und Zuverlässigkeit, Jahrg. 22, Heft 9, 1977, S. 206-208
- [86] Fritz, A.; Körner, T.; Bertsche, B.: Frühzeitige Zuverlässigkeitsaussagen aus Kundendienstdaten am Beispiel eines Nutzfahrzeug-Automatgetriebes. Getriebe in Fahrzeugen, Düsseldorf: VDI, 1998, S. 113-131
- [87] Lu, M.-W.: Automotive Reliability Prediction Based on Early Field Failure Warranty Data. Qual. Reliab. Engng. Int. 14, 1998, S. 103-108

- [88] Pauli, B.: Zuverlässigkeitsprognosen für elektronische Steuergeräte im Kraftfahrzeug: Modellbildungen und deren praktische Anwendung. Aachen: Shaker, 1998
- [89] Pauli, B.: Eine neue Methode zur Bestimmung der kilometerabhängigen Lebensdauervertelung von Kfz-Komponenten. *Automobiltechnische Zeitschrift* 100, Heft 4, 1999
- [90] Ronniger, C. U.: Zuverlässigkeitsanalyse mit Weibull in Entwicklung und Serie. *Automobiltechnische Zeitschrift* 101, Heft 11, 1999, S. 942-948
- [91] Pauli, B.; Meyna, A.: Zuverlässigkeitsprognosen für Kfz-Komponenten bei unvollständigen Daten. *Automobiltechnische Zeitschrift* 102, 2000, S. 1104-1107
- [92] Yang, G.; Zaghati, Z.: Two-Dimensional Reliability Modeling From Warranty Data. *Proc. Ann. Reliability & Maintainability Symp.*, 2002, S. 272-278
- [93] Haibach, E.: Betriebsfestigkeit: Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung. 2. Aufl., Berlin: Springer, 2002
- [94] Krolo, A.; Bertsche, B.: Zuverlässigkeitsnachweis anhand von Tests unter Berücksichtigung von Vorinformationen. *Zuverlässige Produkte: Basis für hohe Kundenzufriedenheit*, VDI-Berichte 1713, Düsseldorf: VDI, 2002, S. 341-359
- [95] Krolo, A.; Bertsche, B.: An Approach for the Advanced Planning of a Reliability Demonstration Test based on a Bayes Procedure. *Proc. Ann. Reliability & Maintainability Symp.*, 2003, S. 288-294
- [96] Verband der Automobilindustrie e.V. (VDA): Qualitätsmanagement in der Automobilindustrie. Sicherung der Qualität vor Serieneinsatz: System-FMEA. Teil 2, 1. Aufl., Frankfurt: VDA-QMC, 1996
- [97] Verein Deutscher Ingenieure: Einflüsse von Umweltbedingungen auf die Zuverlässigkeit technischer Erzeugnisse: Grundlagen. VDI-Richtlinie 4005, Blatt 1, Düsseldorf: VDI, 1981
- [98] Verein Deutscher Ingenieure: Einflüsse von Umweltbedingungen auf die Zuverlässigkeit technischer Erzeugnisse: Mechanische Einflüsse der Umwelt. VDI-Richtlinie 4005, Blatt 2, Düsseldorf: VDI, 1983
- [99] Verein Deutscher Ingenieure: Einflüsse von Umweltbedingungen auf die Zuverlässigkeit technischer Erzeugnisse: Thermisch-klimatische Einflüsse der Umwelt. VDI-Richtlinie 4005, Blatt 3, Düsseldorf: VDI, 1983

- [100] Verein Deutscher Ingenieure: Einflüsse von Umweltbedingungen auf die Zuverlässigkeit technischer Erzeugnisse: Chemisch-biologische Einflüsse der Umwelt. VDI-Richtlinie 4005, Blatt 4, Düsseldorf: VDI, 1983
- [101] Verein Deutscher Ingenieure: Einflüsse von Umweltbedingungen auf die Zuverlässigkeit technischer Erzeugnisse: Elektromagnetische Einflüsse der Umwelt. VDI-Richtlinie 4005, Blatt 5, Düsseldorf: VDI, 1983

Lebenslauf

Anna Krolo,
geboren am 11. Januar 1973 in Bruchsal

Schulbildung

1979 – 1980	Grundschule, Bruchsal
1980 – 1983	Grundschule, Calw
1983 – 1992	Gymnasium, Calw

Studium

10/92 – 02/99	Maschinenbau an der Universität Stuttgart Hauptfächer: - Konstruktionstechnik - Technologiemanagement Abschluß: Dipl.-Ing.
---------------	--

Beruf

04/99 – 05/99	Projektingenieurin an der TTI GmbH, Stuttgart
06/99 – 03/03	Wissenschaftliche Mitarbeiterin am IMA
seit 04/03	Wissenschaftliche Mitarbeiterin im Forschungsbereich Triebstrang und Getriebe bei der DaimlerChrysler AG, Stuttgart

Liste der bisher erschienenen Berichte aus dem IMA:

Nr.	Verfasser	Titel
1	H.K. Müller	Beitrag zur Berechnung und Konstruktion von Hochdruckdichtungen an schnelllaufenden Wellen
2	W. Passera	Konzentrisch laufende Gewinde-Wellen-Dichtung im laminaren Bereich
	K. Karow	Konzentrische Doppelgewindewellendichtung im laminaren Bereich
3	F.E. Breit	Die Kreiszyinderschalendichtung: Eine Axialspaltdichtung mit druckabhängiger Spaltweite
	W. Sommer	Dichtungen an Mehrphasensystemen: Berührungsfreie Wellendichtungen mit hochviskosen Sperrflüssigkeiten
4	K. Heitel	Beitrag zur Berechnung und Konstruktion konzentrisch und exzentrisch betriebener Gewindewellendichtungen im laminaren Bereich
5	K.-H. Hirschmann	Beitrag zur Berechnung der Geometrie von Evolventenverzahnungen
6	H. Däuble	Durchfluß und Druckverlauf im radial durchströmten Dichtspalt bei pulsierendem Druck
7	J. Rybak	Einheitliche Berechnung von Schneidrädern Für Außen- und Innenverzahnungen Beitrag zu Eingriffsstörungen beim Hohlrad-Verzahnungen mittels Schneidrad
8	D. Franz	Rechnergestütztes Entwerfen von Varianten auf der Grundlage gesammelter Erfahrungswerte
9	E. Lauster	Untersuchungen und Berechnungen zum Wärmehaushalt mechanischer Schaltgetriebe
10		Festschrift zum 70. Geburtstag von Prof. Dr.-Ing. K. Talke
11	G. Ott	Untersuchungen zum dynamischen Leakage- und Reibverhalten von Radialwellendichtringen
12	E. Fuchs	Untersuchung des elastohydrodynamischen Verhaltens von berührungsfreien Hochdruckdichtungen
13	G. Sedlak	Rechnerunterstütztes Aufnehmen und Auswerten spannungsoptischer Bilder
14	W. Wolf	Programmsystem zur Analyse und Optimierung von Fahrzeuggetrieben
15	H. v. Eiff	Einfluß der Verzahnungsgeometrie auf die Zahnfußbeanspruchung innen- und außenverzählter Geradstirnräder
16	N. Messner	Untersuchung von Hydraulikstangendichtungen aus Polytetrafluoräthylen
17	V. Schade	Entwicklung eines Verfahrens zur Einflanken-Wälzprüfung und einer rechnergestützten Auswertemethode für Stirnräder
18	A. Gührer	Beitrag zur Optimierung von Antriebssträngen bei Fahrzeugen
19	R. Nill	Das Schwingungsverhalten loser Bauteile in Fahrzeuggetrieben
20	M. Kammüller	Zum Abdichtverhalten von Radial-Wellendichtringen
21	H. Truong	Strukturorientiertes Modellieren, Optimieren und Identifizieren von Mehrkörpersystemen
22	H. Liu	Rechnergestützte Bilderfassung, -verarbeitung und -auswertung in der Spannungsoptik
23	W. Haas	Berührungsfreie Wellendichtungen Für flüssigkeitsbespritzte Dichtstellen
24	M. Plank	Das Betriebsverhalten von Wälzlagern im Drehzahlbereich bis 100.000/min bei Kleinstmengenschmierung
25	A. Wolf	Untersuchungen zum Abdichtverhalten von druckbelastbaren Elastomer- und PTFE-Wellendichtungen
26	P. Waidner	Vorgänge im Dichtspalt wasserabdichtender Gleitringdichtungen
27	Hirschmann u.a.	Veröffentlichungen aus Anlaß des 75. Geburtstags von Prof. Dr.-Ing. Kurt Talke
28	B. Bertsche	Zur Berechnung der Systemzuverlässigkeit von Maschinenbauprodukten
29	G. Lechner; K.-H.Hirschmann; B. Bertsche	Forschungsarbeiten zur Zuverlässigkeit im Maschinenbau
30	H.-J. Prokop	Zum Abdicht- und Reibungsverhalten von Hydraulikstangendichtungen aus Polytetrafluoräthylen
31	K. Kleinbach	Qualitätsbeurteilung von Kegelradsätzen durch integrierte Prüfung von Tragbild, Einflankenwälzabweichung und Spielverlauf
32	E. Zürn	Beitrag zur Erhöhung der Meßgenauigkeit und -geschwindigkeit eines Mehrkoordinatentasters
33	F. Jauch	Optimierung des Antriebsstranges von Kraftfahrzeugen durch Fahrsimulation
34	J. Grabscheid	Entwicklung einer Kegelrad-Laufprüfmaschine mit thermografischer Tragbilderfassung
35	A. Hölderlin	Verknüpfung von rechnerunterstützter Konstruktion und Koordinatenmeßtechnik
36	J. Kurfess	Abdichten von Flüssigkeiten mit Magnetflüssigkeitsdichtungen
37	G. Borenus	Zur rechnerischen Schädigungsakkumulation in der Erprobung von Kraftfahrzeugteilen bei stochastischer Belastung mit variabler Mittellast

Nr.	Verfasser	Titel
38	E. Fritz	Abdichtung von Maschinenspindeln
39	E. Fritz; W. Haas; H.K. Müller	Berührungsfreie Spindelabdichtungen im Werkzeugmaschinenbau. Konstruktionskatalog
40	B. Jenisch	Abdichten mit Radial-Wellendichtringen aus Elastomer und Polytetrafluorethylen
41	G. Weidner	Klappern und Rasseln von Fahrzeuggetrieben
42	A. Herzog	Erweiterung des Datenmodells eines 2D CAD-Systems zur Programmierung von Mehrkoordinatenmeßgeräten
43	T. Roser	Wissensbasiertes Konstruieren am Beispiel von Getrieben
44	P. Wäschle	Entlastete Wellendichtringe
45	Z. Wu	Vergleich und Entwicklung von Methoden zur Zuverlässigkeitsanalyse von Systemen
46	W. Richter	Nichtwiederholbarer Schlag von Wälzlagereinheiten für Festplattenlaufwerke
47	R. Durst	Rechnerunterstützte Nutprofilentwicklung und clusteranalytische Methoden zur Optimierung von Gewindewerkzeugen
48	G.S. Müller	Das Abdichtverhalten von Gleitringdichtungen aus Siliziumkarbid
49	W.-E. Krieg	Untersuchungen an Gehäuseabdichtungen von hochbelasteten Getrieben
50	J. Grill	Zur Krümmungstheorie von Hüllflächen und ihrer Anwendung bei Werkzeugen und Verzahnungen
51	M. Jäckle	Entlüftung von Getrieben
52	M. Köchling	Beitrag zur Auslegung von geradverzahnten Stirnrädern mit beliebiger Flankenform
53	M. Hildebrandt	Schadensfrüherkennung an Wälzkontakten mit Körperschall-Referenzsignalen
54	H. Kaiser	Konstruieren im Verbund von Expertensystem, CAD-System, Datenbank und Wiederholteil-such-system
55	N. Stanger	Berührungsfrei abdichten bei kleinem Bauraum
56	R. Lenk	Zuverlässigkeitsanalyse von komplexen Systemen am Beispiel PKW-Automatikgetriebe
57	H. Naunheimer	Beitrag zur Entwicklung von Stufenlosgetrieben mittels Fahrsimulation
58	G. Neumann	Thermografische Tragbilderfassung an rotierenden Zahnrädern
59	G. Wüstenhagen	Beitrag zur Optimierung des Entlasteten Wellendichtrings
60	P. Brodbeck	Experimentelle und theoretische Untersuchungen zur Bauteilzuverlässigkeit und zur Systemberechnung nach dem Booleschen Modell
61	Ch. Hoffmann	Untersuchungen an PTFE-Wellendichtungen
62	V. Hettich	Identifikation und Modellierung des Materialverhaltens dynamisch beanspruchter Flächen-dichtungen
63	K. Riedl	Pulsationsoptimierte Außenzahnradpumpen mit ungleichförmig Übersetzenden Radpaaren
64	D. Schwuchow	Sonderverzahnungen Für Zahnradpumpen mit minimaler Volumenstrompulsation
65	T. Spörl	Modulares Fahrsimulationsprogramm Für beliebig aufgebaute Fahrzeugtriebstränge und Anwendung auf Hybridantriebe
66	K. Zhao	Entwicklung eines räumlichen Toleranzmodells zur Optimierung der Produktqualität
67	K. Heusel	Qualitätssteigerung von Planetengetrieben durch Selektive Montage
68	T. Wagner	Entwicklung eines Qualitätswissensinformationssystems Für die Konstruktion
69	H. Zellmann	Optimierung des Betriebsverhaltens von Getriebeentlüftungen
70	E. Bock	Schwimmende Wellendichtringe
71	S. Ring	Anwendung der Verzahnungstheorie auf die Modellierung und Simulation des Werkzeug-schleifens
72	M. Klöpfer	Dynamisch beanspruchte Dichtverbindungen von Getriebegehäusen
73	C.-H. Lang	Losteilgeräusche von Fahrzeuggetrieben
74	W. Haas	Berührungsfreies Abdichten im Maschinenbau unter besonderer Berücksichtigung der Fanglabryrinthe
75	P. Schiberna	Geschwindigkeitsvorgabe für Fahrsimulationen mittels Verkehrssimulation
76	W. Elser	Beitrag zur Optimierung von Wälzgetrieben
77	P. Marx	Durchgängige, bauteilübergreifende Auslegung von Maschinenelementen mit unscharfen Vorgaben
78	J. Kopsch	Unterstützung der Konstruktionstätigkeiten mit einem Aktiven Semantischen Netz
79	J. Rach	Beitrag zur Minimierung von Klapper- und Rasselgeräuschen von Fahrzeuggetrieben
80	U. Häussler	Generalisierte Berechnung räumlicher Verzahnungen und ihre Anwendung auf Wälzfräseherstellung und Wälzfräsen
81	M. Hüsges	Steigerung der Tolerierungsfähigkeit unter fertigungstechnischen Gesichtspunkten
82	X. Nastos	Ein räumliches Toleranzbewertungssystem für die Konstruktion
83	A. Seifried	Eine neue Methode zur Berechnung von Rollenlagern über lagerinterne Kontaktbeanspruchungen
84	Ch. Dörr	Ermittlung von Getriebelastkollektiven mittels Winkelbeschleunigungen

Nr.	Verfasser	Titel
85	A. Veil	Integration der Berechnung von Systemzuverlässigkeiten in den CAD-Konstruktionsprozeß
86	U. Frenzel	Rückenstrukturierte Hydraulikstangendichtungen aus Polyurethan
87	U. Braun	Optimierung von Außenzahnradpumpen mit pulsationsarmer Sonderverzahnung
88	M. Lambert	Abdichtung von Werkzeugmaschinen-Flachführungen
89	R. Kubalczyk	Gehäusegestaltung von Fahrzeuggetrieben im Abdichtbereich
90	M. Oberle	Spielbeeinflussende Toleranzparameter bei Planetengetrieben
91	S. N. Dogan	Zur Minimierung der Losteilgeräusche von Fahrzeuggetrieben
92	M. Bast	Beitrag zur werkstückorientierten Konstruktion von Zerspanwerkzeugen
93	M. Ebenhoch	Eignung von additiv generierten Prototypen zur frühzeitigen Spannungsanalyse im Produktentwicklungsprozeß
94	A. Fritz	Berechnung und Monte-Carlo Simulation der Zuverlässigkeit und Verfügbarkeit technischer Systeme
95	O. Schrems	Die Fertigung als Versuchsfeld für die qualitätsgerechte Produktoptimierung
96	M. Jäckle	Untersuchungen zur elastischen Verformung von Fahrzeuggetrieben
97	H. Haiser	PTFE-Compounds im dynamischen Dichtkontakt bei druckbelastbaren Radial-Wellendichtungen
98	M. Rettenmaier	Entwicklung eines Modellierungs-Hilfssystems für Rapid Prototyping gerechte Bauteile
99	M. Przybilla	Methodisches Konstruieren von Leichtbauelementen für hochdynamische Werkzeugmaschinen
100	M. Olbrich	Werkstoffmodelle zur Finiten-Elemente-Analyse von PTFE-Wellendichtungen
101	M. Kunz	Ermittlung des Einflusses fahrzeug-, fahrer- und verkehrsspezifischer Parameter auf die Getriebelastkollektive mittels Fahrsimulation
102	H. Ruppert	CAD-integrierte Zuverlässigkeitsanalyse und -optimierung
103	S. Kilian	Entwicklung hochdynamisch beanspruchter Flächendichtverbindungen
104	A. Flaig	Untersuchung von umweltschonenden Antriebskonzepten für Kraftfahrzeuge mittels Simulation
105	B. Luo	Überprüfung und Weiterentwicklung der Zuverlässigkeitsmodelle im Maschinenbau mittels Mono-Bauteil-Systemen
106	L. Schüppenhauer	Erhöhung der Verfügbarkeit von Daten für die Gestaltung und Berechnung der Zuverlässigkeit von Systemen
107	J. Ryborz	Klapper - und Rasselgeräuschverhalten von Pkw- und Nkw- Getrieben
108	M. Würthner	Rotierende Wellen gegen Kühlschmierstoff und Partikel berührungsfrei abdichten
109	C. Gitt	Analyse und Synthese leistungsverzweigter Stufenlosgetriebe