

Finite-Elemente-Methode in der Holzbearbeitung

Am Institut für Werkzeugmaschinen der Universität Stuttgart wird derzeit ein FEM-Pool aufgebaut mit dem Ziel, konstruktive Problemstellungen aus der Praxis für die Praxis mit modernen Hilfsmitteln zu lösen. Zur Darstellung der Anwendungsmöglichkeiten der Finite-Elemente-Methode in der Holzbearbeitung werden in diesem zweiteiligen Beitrag (der erste Teil ist in HOB 12/92 erschienen) vom Institut bearbeitete Projekte aus der Praxis vorgestellt. Der zweite Teil und Schluß befaßt sich mit dem Thema „Schwingungssimulation und optimale Auslegung einer Motor-Lagerung mit Hilfe der FEM“. – Von Prof. Dr.-Ing. Uwe Heisel, Dipl.-Ing. Andreas Fischer und M. Sc. Hua Yuan, Stuttgart¹⁾.

1 Einleitung

Die experimentelle Modalanalyse ermittelt auch bei Maschinen mit sehr komplizierten Strukturen relativ schnell das Schwingungsverhalten (Eigenfrequenzen, Amplituden, Schwingungsformen und modale Dämpfungen) [1,2]. Jedoch erfordert die Messung einer anderen Konstruktionsvariante den Umbau der Maschinenstruktur. Die Optimierung ausschließlich mit der experimentellen Modalanalyse ist daher sehr zeit- und kostenaufwendig.

Eine andere Möglichkeit zur Untersuchung des dynamischen Maschinenverhaltens stellt die Finite-Elemente-Methode (FEM), eine rechnerische Methode, dar. Eine genaue FE-Modellierung komplizierter Maschinenstrukturen ist im Gegensatz zur experimentellen Modalanalyse sehr zeitaufwendig, doch lassen sich lokale Variationen der berechneten Konstruktion mit dem vorhandenen FE-Modell viel leichter und wirtschaftlicher durchführen [3,4]. Die Frage ist nun, ob durch die gleichzeitige Anwendung beider Methoden ein Weg gefunden werden kann, der die Optimierung des dynamischen Maschinenverhaltens erleichtert und schneller zu einer vertretbaren, kostengünstigen Lösung führt. Eine mögliche Vorgehensweise wird anhand des folgenden Beispiels dargestellt.

2 FE-Modellierung aus den Ergebnissen der durchgeführten experimentellen Modalanalyse

Die Untersuchungen wurden an einer Kehlmaschine durchgeführt. Bei der Messung der Hobelschläge auf den vorliegenden Probewerkstücken ließ sich eine störende Frequenz von 50 Hz identifizieren. Zur Bestimmung der dazugehörigen Schwingungsursache wurde eine experimentelle Modalanalyse durchgeführt. Das Ergebnis zeigt im Bereich um 50 Hz mehrere Eigenfrequenzen des Spindel-Antriebsmotor-Systems. Es konnten drei Eigenfrequenzen festgestellt werden. Die Erste bei $f_1 = 41$ Hz, die einer Vertikal-Schwingungsform des Motors entspricht (Abb. 1), die Zweite bei $f_2 = 50$ Hz, die einer Horizontal-Schwingungsform des Motors entspricht (Abb. 2) und die Dritte bei $f_3 = 73$ Hz, die im wesentlichen der Torsionsschwingung des Motors bezüglich der x-Achse entspricht (Abb. 3). Alle drei ermittelten Schwingungsformen zeigen eine gemeinsame Schwachstelle, die zwischen dem Antriebsmotor und der Spindel liegt (Abb. 4).

Um die störenden Schwingungen zu beseitigen, ist eine Minimierung der Übertragung der Erregerfrequenzen anzustreben. Dies bedeutet, daß Eigenfrequenzen in einem Bereich um diese Frequenzpunkte (hier 50 Hz) zu vermeiden sind. Ziel der Optimierung ist die Verschiebung der auftretenden Eigenfrequenzen bei 50 Hz. Diese Optimierung kann mit Hilfe der FEM rechnerisch gelöst werden.

Abb. 4 stellt gleichzeitig auch eine zur FE-Analyse zu betrachtende Teilstruktur dar. Aufgrund der kompliziert geformten Verbindungsteile und der Komponenten

des Maschinenbettes ist eine genaue FE-Modellierung sehr aufwendig. Um die kostenintensive Modellierungsarbeit sowie den danach auszuführenden großen Rechenaufwand zu vermeiden, wurde nun versucht, ein einfaches FE-Modell basierend auf den wichtigsten Informationen der experimentellen Modalanalyse aufzubauen.

Aus den experimentell ermittelten Schwingungsformen ist ersichtlich, daß die Verformungen des Motors und dessen Verbindungsteile im Vergleich zu denen des Gestellteils im Gebiet der Schwachstelle vernachlässigbar sind. So läßt sich mit der genauen Beschreibung der wesentlichen zur Problemlösung beitragenden Strukturelemente ein einfaches Modell aufbauen. Modelliert wurde ein einfaches Feder-Masse-Balken-Modell aus 5 Federelementen, 2 Massenelementen und 16 Balkenelementen (Abb. 5). Hierbei beschreibt die Feder F_1 die Steifigkeit der Schwachstelle, wobei das elastische Zentrum des Federelements genau in der Position der Schwachstelle liegt. Die Masse M_1 besitzt die Gesamtmasse und das Gesamtträgheitsmoment aller Zwischenteile, die sich zwischen der Schwachstelle und dem Motor befinden. Das massen- und massenträgheitsmomentenbehaftete Massenelement M_2 ersetzt den Antriebsmotor. Die Federelemente F_2 bis F_5 entsprechen den vier Befestigungen des Motors. Die 16 masselosen und steifen Balkenelemente dienen der Lagebestimmung der Massenelemente und der Federelemente.

3 Identifikation der Systemparameter

Um die Schwingungen des realen Systems mit dem einfachen FE-Modell zu simulieren, müssen zunächst die Federsteifigkeiten der Feder F_1 , also die drei translatorischen Steifigkeiten k_x , k_y , k_z und die drei Torsionssteifigkeiten k_{xx} , k_{yy} , k_{zz} anhand der durch die experimentelle Modalanalyse ermittelten Schwingungskennwerte identifiziert werden. Hierbei werden die Federn F_2 bis F_5 als steif betrachtet. Die Eigenfrequenzen sind unter Berücksichtigung der Massenverteilung von M_1 und M_2 und der für die jeweilige Schwingungsform in Frage kommenden Steifigkeiten bestimmt. So lassen sich aus der Vertikal-Schwingungsform bei $f_1 = 41$ Hz die Steifigkeiten k_y und k_{zz} , aus der Horizontal-Schwingungsform bei $f_2 = 50$ Hz die Werte k_x und k_{yy} und aus der Torsionsschwingung bei $f_3 = 73$ Hz die Torsionssteifigkeit k_{xx} identifizieren. Die translatorische Steifigkeit k_x ist in diesem Fall unwesentlich und kann als unendlich groß betrachtet werden.

Diese Identifikation kann durch eine Reihe von Anpassungsrechnungen des FE-Modells an die experimentelle Messung durchgeführt werden. Dabei werden die Steifigkeiten des Federelements F_1 so lange variiert, bis die errechneten Eigenfrequenzen und die dazugehöri-

¹⁾ Prof. Dr.-Ing. U. Heisel ist Institutsleiter am Institut für Werkzeugmaschinen (IfW) der Universität Stuttgart mit dem Versuchsfeld für Holzbearbeitungsmaschinen. Dipl.-Ing. A. Fischer ist wissenschaftlicher Mitarbeiter und Leiter der Arbeitsgruppe Maschinendynamik sowie Leiter des FEM-Pools. M. Sc. H. Yuan ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am IfW.

gen Schwingungsformen mit den experimentellen Ergebnissen übereinstimmen.

Eine andere bessere Möglichkeit zur Identifikation der Feder F_1 ist die automatische Lösung dieser Aufgabe durch einen entsprechenden Optimierungsansatz. Der Optimierungsansatz für die Identifikation lautet:

$$\text{Min } f(\mathbf{k}) = \sqrt{(f_1 - \tilde{f}_1)^2 + (f_2 - \tilde{f}_2)^2 + (f_3 - \tilde{f}_3)^2}$$

$$\text{mit } g_i(\mathbf{k}) \leq 0, i = 1, 2, 3$$

wobei \tilde{f}_1, \tilde{f}_2 und \tilde{f}_3 jeweils die drei aus der Messung bekannten Eigenfrequenzen von 41 Hz, 50 Hz und 73 Hz, und f_1, f_2 und f_3 die zu berechnenden Eigenfrequenzen sind. Der Vektor der Entwurfsvariablen lautet $\mathbf{k} = [k_y \ k_z \ k_{xx} \ k_{yy} \ k_{zz}]^T$, $g_i(\mathbf{k}) \leq 0$ sind Nebenbedingungen, die die Übereinstimmung der berechneten Schwingungsformen mit den experimentell ermittelten Schwingungsformen gewährleisten.

Für die Identifikation der Systemparameter wurden die Schwingungen des Motorlagerung-Systems mit dem FE-Modell simuliert. Die drei dabei ermittelten Eigenfrequenzen und die zugehörigen Schwingungsformen sind in Abb. 6 dargestellt.

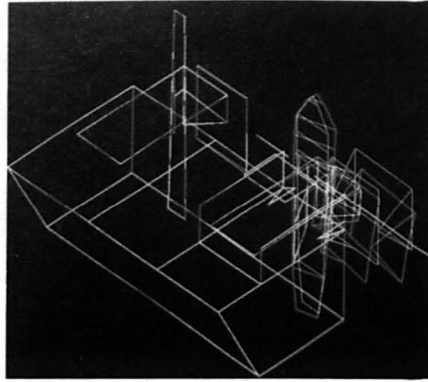


Abb. 1: Schwingungsform aus der Modalanalyse bei 41 Hz

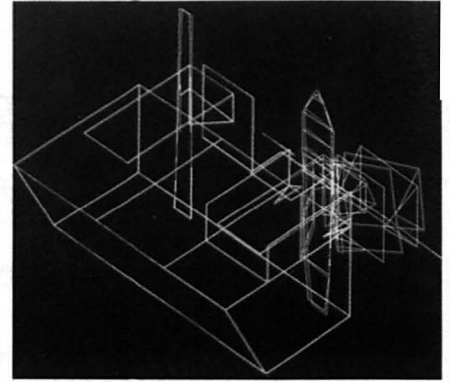


Abb. 3: Schwingungsform aus der Modalanalyse bei 73 Hz

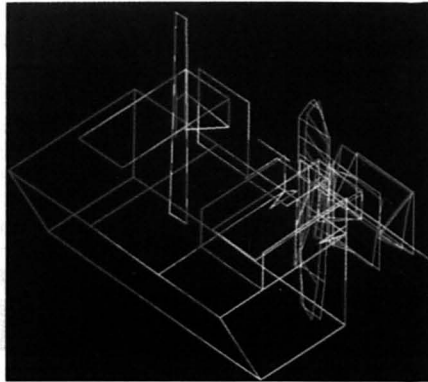


Abb. 2: Schwingungsform aus der Modalanalyse bei 50 Hz

4 Optimierung der Steifigkeit der Motorlagerung

Die Zielsetzung der Optimierung ist, die am nächsten bei 50 Hz liegenden Eigenfrequenzen möglichst weit aus diesem Bereich um 50 Hz zu verschieben. Um die betreffende Schwingung mit der Frequenz von 50 Hz nun zu vermeiden, wurde eine Eigenfrequenzverstimmung durch optimale Auslegung der Steifigkeiten der Motorbefestigungen, die im Modell den Steifigkeiten der Federelemente F_2 bis F_5 entsprechen, am Rechner durchgeführt. Hierbei gilt, daß die vier Federn gleiche Steifigkeiten aufweisen.

Der Optimierungsansatz wurde wie folgt formuliert:

$$\text{Max } f(\mathbf{x}) = \min \{|f_j - f_0|, j = 1, 2, \dots, n\},$$

$$\text{mit } a_i \leq x_i \leq b_i, i = 1, 2, \dots, 6.$$

Hierbei gelten:
 $f(\mathbf{x})$ Zielfunktion,

$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T$ Vektor der Entwurfsvariablen, wobei x_1, x_2 und x_3 die drei translatorischen Steifigkeiten jeweils in x-, y- und z-Richtung, x_4, x_5 und x_6 die drei Torsionssteifigkeiten jeweils bezüglich x-, y- und z-Achse bedeuten,
 f_j die j-te Eigenfrequenz des Systems,
 f_0 die vorgegebene Erregerfrequenz, hier 50 Hz,

n die Anzahl der zu ermittelnden Eigenfrequenzen,
 a_i die obere Grenze des Konstruktionsparameters x_i und
 b_i die untere Grenze des Konstruktionsparameters x_i .

Zielfunktionen weisen in Abhängigkeit der Entwurfsvariable meist mehrere lokale Optima auf. Um dies darzustellen, werden für verschiedene Bereiche der Entwurfsvariable Optimierungsrechnungen durchgeführt. Gerade die Einfachheit des Modells erlaubt es auch, andere Konstruktionsbedingungen in die Optimierung aufzunehmen. In den folgenden Rechenfällen wurden die Federsteifigkeiten in N/m gerechnet. Für jedes lokale Optimum ergibt sich ein

Tafel: Zusammenfassung der Verteilung der Eigenfrequenzen bei optimalen Steifigkeiten der Lagerung (in:Hz)

| Mode | Rechenfall 1 | Rechenfall 2 | Rechenfall 3 | Rechenfall 4 | Rechenfall 5 |
|------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1 | 1,1 | 6,4 | 21,0 | 31,0 | 5,1 |
| 2 | 1,2 | 8,2 | 25,4 | 31,1 | 5,6 |
| 3 | 1,2 | 9,4 | 27,2 | 68,8 | 11,7 |
| 4 | 10,3 | 30,7 | 71,4 | 71,6 | 14,3 |
| 5 | 10,5 | 69,3 | 121,9 | 156,9 | 20,6 |
| 6 | 15,4 | 69,9 | 174,0 | 198,2 | 29,4 |
| 7 | 155,6 | 159,7 | 177,9 | 208,0 | 158,5 |
| 8 | 251,8 | 272,8 | 429,4 | 459,2 | 253,9 |

Satz von acht Eigenfrequenzen. Die ersten acht Eigenfrequenzen aus den verschiedenen Rechenfällen sind in einer Tabelle (Tafel 1) zusammengefaßt. Aus den Verteilungen der Eigenfrequenzen ist ersichtlich, daß bei jedem Rechenfall die Eigenfrequenz von 50 Hz in verschiedener Weise verschoben wurde.

Es ist wichtig darauf hinzuweisen, daß man bei der Optimierung auch die statischen und die dynamischen Nachgiebigkeiten durch Nachgiebigkeitsbeschränkungen über die Nebenbedingungen berücksichtigen kann.

5 Zusammenfassung

Der Einsatz der FEM als Konstruktions-

Rechenfall 1:

Gesuchtes Intervall: $10^3 \leq x_i \leq 10^4, i = 1, 2, \dots, 6$

Optimum: $f(\mathbf{x}^*) = 34,6$

Optimale Entwurfsvariablen: $\mathbf{x}^* = 10^3 [1.040 \ 1.041 \ 1.007 \ 1.062 \ 1.004 \ 1.000]^T$

Rechenfall 2:

Gesuchtes Intervall: $10^4 \leq x_i \leq 10^5, i = 1, 2, \dots, 6$

Optimum: $f(\mathbf{x}^*) = 19,3$

Optimale Entwurfsvariablen: $\mathbf{x}^* = 10^4 [6.498 \ 5.229 \ 3.147 \ 1.000 \ 2.258 \ 6.037]^T$

Rechenfall 3:

Gesuchtes Intervall: $10^5 \leq x_i \leq 10^6, i = 1, 2, \dots, 6$

Optimum: $f(\mathbf{x}^*) = 21,4$

Optimale Entwurfsvariablen: $\mathbf{x}^* = 10^5 [4.821 \ 4.323 \ 7.863 \ 1.000 \ 3.405 \ 4.765]^T$

Rechenfall 4:

Gesuchtes Intervall: $10^6 \leq x_i \leq 10^7, i = 1, 2, \dots, 6$

Optimum: $f(\mathbf{x}^*) = 18,8$

Optimale Entwurfsvariablen: $\mathbf{x}^* = 10^6 [4.026 \ 1.564 \ 1.120 \ 1.088 \ 2.554 \ 3.618]^T$

Rechenfall 5:

Annahme: x_4, x_5, x_6 bleiben sehr klein

Gesuchtes Intervall: $10^5 \leq x_i \leq 10^6, i = 1, 2, 3$

Optimum: $f(\mathbf{x}^*) = 20,6$

Optimale Entwurfsvariablen: $\mathbf{x}^* = 10^5 [1.001 \ 1.063 \ 1.005]^T$

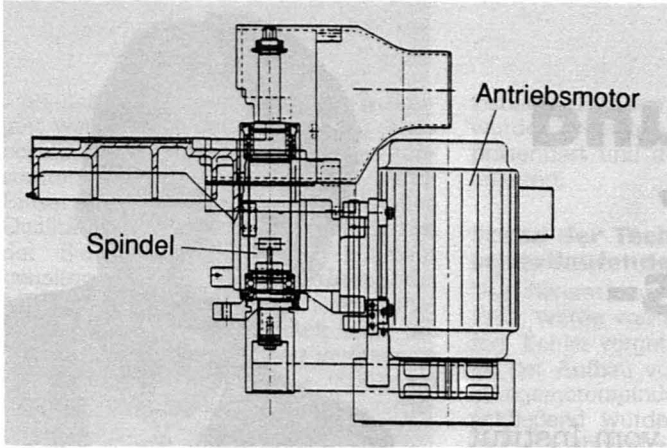


Abb. 4: Teilstruktur des Spindel-Antriebsmotor-Systems

tion 34 (1982) H.6, S. 229-238.
 [4] Weck, M.; Feldermann, J.: Berechnung und Steifigkeitsoptimierung von Bauteilen aus Faserverbundwerkstoffen. VDI-Z 131 (1989), Nr. 5, S. 84-88.
 HOB-KENNZIFFER 90

Abb. 6: Schwingungsformen des Feder-Masse-Balken-Systems

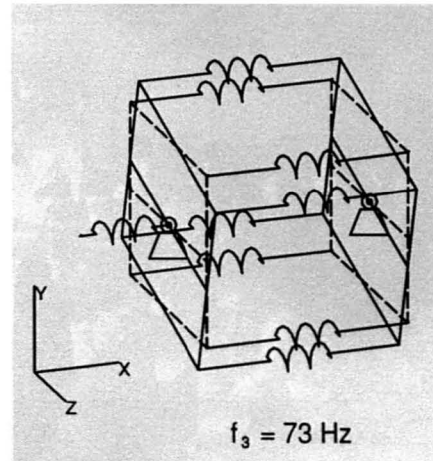
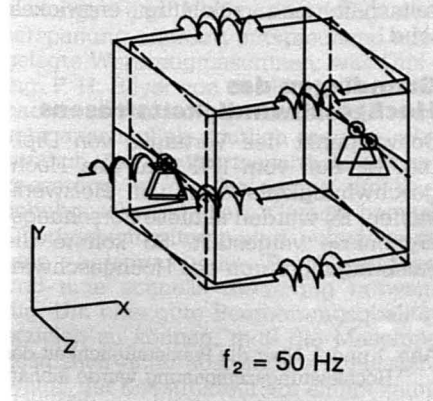
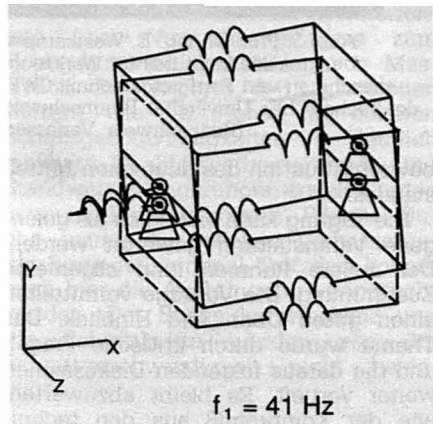
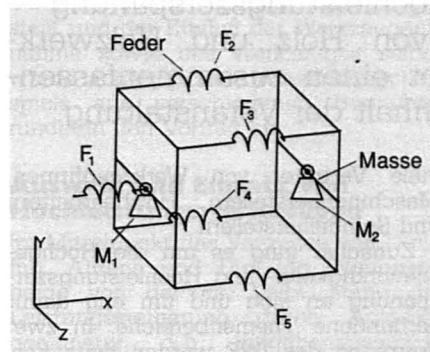


Abb. 5: vereinfachtes FE-Modell



hilfsmittel kann umso schneller und kostengünstiger erfolgen, desto klarer das Problem beschrieben und modelliert werden kann. Zur Modellierung kann mit den heute vorhandenen experimentellen Methoden sehr schnell eine Basis geschaffen werden, die es erlaubt, sehr einfache und trotzdem das eigentliche Problem beschreibende Modelle aufzubauen. Durch Beschränkung auf das Wesentliche sind dann schnelle und gezielte Optimierungsrechnungen möglich.

Im FEM-Pool sollen praktische Probleme der Industrie mit modernen wissenschaftlichen Methoden bearbeitet werden. Priorität muß dabei das Ergebnis und nicht das Hilfsmittel an sich erhalten. Das hier exemplarisch dargestellte besonders einfache Modell ist dann genauso gut bzw. besser, weil praktisch das gleiche Ergebnis mit weit weniger Aufwand erreicht wurde.

Schrifttum

- [1] Allemang, R.J.: Experimental Modal Analysis. Proc. of the 10th Int. Seminar on Modal Analysis K. U. Leuven Belgium Sept. 1985.
- [2] Fischer, A.: Konstruktionsoptimierung mit Hilfe der Modalanalyse. Schriftliche Fassung der Vorträge zum FTK, Springer-Verlag, 1991, S. 155-156.
- [3] Peeken, H.; Widyanata, J; Knoll, G.: Rechnerunterstützte Konstruktion von Maschinengehäusen zur Optimierung von Steifigkeit, Festigkeit und Betriebssicherheit hydrodynamischer Gleitlager, dargestellt am Beispiel des Getriebekastens. Konstruk-