

# Untersuchung der Störanfälligkeit von Meßverfahren zur Bestimmung der MTF aus der Kantenbildanalyse

VON FANG LEI UND HANS J. TIZIANI, Stuttgart

## Zusammenfassung

Bei der Kantenbildanalyse unterscheidet man hauptsächlich zwischen zwei Methoden, nämlich der Differentiationsmethode und der Spektrumverhältnismethode. Die Theorien der beiden Methoden zur Bestimmung der Modulationsübertragungsfunktion (MTF) aus dem Kantenbild werden analytisch erläutert und miteinander verglichen. Nach rein mathematischer Analyse sind beide Methoden äquivalent. Bei der praktischen Anwendung müssen sie aber unterschiedlich behandelt werden. Das Rauschen ist immer ein großes Problem. Bezüglich der Empfindlichkeit gegen Rauschen ist die Spektrumverhältnismethode unter Anwendung der Hanning-Funktion der Differentiationsmethode überlegen. Die Wirkung der Hanning-Funktion auf die Rauschunterdrückung wird analytisch und an Hand von Meßergebnissen diskutiert. Wegen des guten Rauschverhaltens wird die Spektrumverhältnismethode auch zur Bestimmung des Linienbildes verwendet, obwohl dies durch Differentiation des Kantenbildes direkt abgeleitet werden könnte. Das dadurch bestimmte Linienbild wird mit dem aus der Differentiationsmethode bestimmten verglichen.

## Noise Sensitivity Examination of Two Different Edge Gradient Analysis Methods for MTF Calculation

Two different methods for edge gradient analysis are most appropriate, namely the edge differentiation method and the edge spectrum ratio method. The theories of both methods for modulation transfer function (MTF) calculation from the edge pattern are discussed and compared in this paper. From a purely mathematical analysis both methods are equivalent. However for practical applications they have to be treated differently. From the point of noise sensitivity the edge spectrum ratio method using a Hanning window is advantageous. The influence of the Hanning window on noise suppression is analytically and experimentally discussed. Due to an excellent noise immunity the edge spectrum ratio method is used for determination of the line spread function (LSF), though it could be directly obtained by differentiation of the edge pattern. The result will be compared with the differentiation method.

## Analyse de la sensibilité des méthodes pour la détermination de la fonction de transfert à l'aide du bord de plages

Pour l'analyse du bord de plage deux techniques sont discutées, la différentiation et la comparaison par l'analyse de Fourier. Les deux méthodes pour la détermination de la fonction de transfert (MTF) à l'aide du bord de plages sont étudiées. Du point de vue de mathématique les deux méthodes sont équivalentes. Du point de vue expérimental les deux méthodes sont différentes parce que le bruit est un problème. C'est pour cette raison que la comparaison des spectres de l'image du bord de plage avec le bord de plage parfaite en utilisant le »Hanning« fonction est plus avantageux que la différentiation du bord de la plage. La réduction du bruit est discutée du point de vue expérimental et théorique. En plus pour obtenir la réponse impulsionnelle de la fente nous utiliserons la méthode de comparaison des spectres bien qu'il soit la différentiation du bord de plage. La différence des méthodes est discutée.

## 1. Einleitung

Zur Beurteilung der Bildqualität von Luft- und Satellitenbildern wird häufig die Kantenbildanalyse verwendet [1-7]. Dabei wird die optische Übertragungsfunktion (OTF) bzw. Modulationsübertragungsfunktion (MTF) oder die Verwaschungsfunktion (Linienbildfunktion) ermittelt. Zu diesem Zweck kann die Kantenbildanalyse natürliche Szenen, wie z. B. Hausdachkanten, Schatten und Grenzlinien zwischen zwei nutzungshomogenen Flächen mit verschiedenem Grauwert verwenden, während die anderen Methoden oft auf künstliche Muster angewiesen sind [8-10], die in der Praxis aber in den seltensten Fällen einsetzbar sind. In den letzten 20 Jahren hat man für die Kantenbildanalyse verschiedene Rechenmethoden und Auswertungsverfahren entwickelt [1, 2, 5, 6]. Unter ihnen gibt es hauptsächlich zwei Kantenbildmethoden, nämlich die sogenannte Differentiationsmethode und die Spektrumverhältnismethode. Seit langem wird nur die Differentiationsmethode zur Bestimmung der MTF aus dem Kantenbild eingesetzt. Wegen

Nullstellen im Spektrum der endlich ausgedehnten idealen Kante konnte die Spektrumverhältnismethode trotz ihrer theoretischen Einfachheit praktisch nicht verwendet werden. Neulich ist diese Methode durch Einführung der sogenannten Hanning-Funktion zum Einsatz gekommen [1]. Statt der üblichen Rechteckfunktion dient die Hanning-Funktion als Fensterfunktion. Die Multiplikation der idealen Kante mit der Hanning-Funktion beseitigt den Sprung an einem Kantenende im Ortsbereich und dadurch die Nullstellen im Ortsfrequenzbereich. Die Anwendung der Hanning-Funktion ermöglicht nicht nur den praktischen Einsatz der Spektrumverhältnismethode, sondern verbessert auch das Rauschen-Signal-Verhältnis des abgetasteten Kantenbildes. In diesem Artikel wird die Spektrumverhältnismethode mit der üblichen Differentialmethode in bezug auf die Empfindlichkeit gegen Rauschen verglichen. Das Rauschverhalten der beiden Methoden wird nach der Theorie und an Hand von Beispielen erläutert. Mit den beiden Methoden werden computersimulierte Kanten und gemessene künstliche und natürliche Kantenbilder im Luftbild ausgewertet. Die Meßergebnisse der MTF werden gezeigt und diskutiert. Ferner werden die mit den beiden Methoden ermittelten Linienbilder untereinander verglichen. Sie werden durch ihre Breiten charakterisiert.

## 2. Methoden der Kantenbildanalyse

### 2.1 Differentiationsmethode

Bei der Differentiationsmethode wird die OTF bzw. MTF nicht direkt aus dem Kantenbild, sondern aus der Ableitung des Kantenbildes bestimmt. Dadurch wird die Linienbildfunktion erhalten. Aus der Fouriertransformation der Linienbildfunktion ergibt sich dann die OTF bzw. MTF.

Das durch ein ortsinvariantes lineares System aufgenommene Kantenbild kann mit folgendem Faltungsintegral beschrieben werden:

$$K'(u') = \int_{-\infty}^{\infty} K(u) \cdot L(u' - u) du = K(u') * L(u') \quad (1)$$

wobei  $K(u)$ ,  $K(u')$  die Intensitätsverteilung der idealen Kante bzw. des Kantenbildes und  $L(u')$  die Linienbildfunktion sind. \* bedeutet Faltung.

Die ideale Kante  $K(u)$  kann geschrieben werden als:

$$K(u) = \begin{cases} 0 & -\infty < u < 0 \\ 1 & 0 \leq u < \infty \end{cases} \quad (2)$$

Setzt man Gl. (2) und  $u' - u = v$  in Gl. (1) ein, so folgt:

$$K'(u') = \int_{-\infty}^{u'} L(v) dv \quad (3)$$

Wird Gl. (3) differenziert, so erhält man die Linienbildfunktion:

$$\frac{dK'}{du'} = L(u') \quad (4)$$

Die Fouriertransformierte von  $L(u')$  ist die OTF:

$$D(R) = FT [L(u')] \quad (5)$$

Der Betrag von  $D(R)$  ist dann die MTF, die häufig als  $T(R)$  geschrieben und mit  $T(0)$  normiert wird.

Fortsetzung Seite 173

Fortsetzung von Seite 168

## 2.2 Spektrumverhältnismethode

Bei der Spektrumverhältnismethode braucht das Kantenbild nicht differenziert zu werden. Die MTF kann direkt aus dem Verhältnis der Amplituden des Fourier-Spektrums des Kantenbildes zum Fourier-Spektrum der idealen Kante ermittelt werden. Nach dem Faltungssatz der Fouriertheorie ergibt sich aus Gl. (1):

$$k'(R) = k(R) \cdot D(R) \quad (6)$$

$k'(R)$  und  $k(R)$  sind die Fouriertransformierten von  $K'(u')$  und  $K(u)$ .  $D(R)$  ist die Fouriertransformierte von  $L(u')$  bzw. OTF nach Gl. (5).

Aus Gl. (6) folgt:

$$D(R) = \frac{k'(R)}{k(R)} \quad (7)$$

$$T(R) = |D(R)| = \left| \frac{k'(R)}{k(R)} \right| \quad (8)$$

Wird die ideale Kante unendlich ausgedehnt und wie in Gl. (2) beschrieben, so lautet ihre Fouriertransformierte  $k(R)$ :

$$k(R) = \int_{-\infty}^{\infty} K(u) \cdot e^{-j2\pi R u} du = \int_0^{\infty} e^{-j2\pi R u} du = \frac{1}{j2\pi R} \quad (9)$$

Mit Gl. (9) kann Gl. (7) umgeschrieben werden zu:

$$D(R) = j2\pi R \cdot k'(R) = j2\pi R \cdot \text{FT}[K'(u')] \quad (10)$$

Nach der Fouriertheorie erhält man:

$$\text{FT}\left[\frac{dK'}{du'}\right] = j2\pi R \cdot \text{FT}[K'(u')] \quad (11)$$

Aus Gln. (10) und (11) ergibt sich dann:

$$D(R) = \text{FT}\left[\frac{dK'}{du'}\right] \quad (12)$$

Vergleicht man Gl. (12) mit Gln. (4) und (5), dann sieht man, daß die eine Methode aus der anderen Methode theoretisch abgeleitet werden kann. Die Voraussetzung für diese gegenseitige Ableitbarkeit ist, daß die Objektfunktion eine unendlich ausgedehnte ideale Kantenfunktion ist. Rein mathematisch betrachtet, gibt es unter der obengenannten Voraussetzung eine formale Äquivalenz zwischen den beiden Kantenbildmethoden.

Die bei der numerischen Rechnung verwendete ideale Kantenfunktion und das abgetastete Kantenbild von Luft- und Satellitenbild können aber nicht unendlich ausgedehnt werden. Sie sind oft mit einem rechteckigen Fenster abgeschnitten, d. h. mit einer Rechteckfunktion multipliziert. In diesem Fall wird das Intervall der idealen Kantenfunktion in Gl. (2) geändert:

$$K(u) = \begin{cases} 0 & -\infty < u < L/2, L < u < \infty \\ 1 & L/2 \leq u \leq L \end{cases} \quad (13)$$

wobei  $L$  die Länge der abgeschnittenen Kante ist.

Die Fouriertransformierte dieser begrenzten idealen Kante ist dann:

$$k(R) = \int_{\frac{L}{2}}^L e^{-j2\pi Ru} du = \frac{e^{-j\frac{3}{2}\pi RL}}{\pi R} \sin \frac{\pi RL}{2} \quad (14)$$

Abgesehen von einer Phasenverschiebung in Gl. (14) und einer Konstante, ist das Fourier-Spektrum der begrenzten idealen Kante im Vergleich zu dem der unbegrenzten idealen Kante in Gl. (9) mit einer Sinus-Funktion moduliert. In Gl. (14) erkennt man, daß es sich dabei um nichts anderes, als um das Spektrum einer Rechteckfunktion mit der Breite  $L/2$  und der Verschiebung  $3L/4$  zum Ursprung handelt. Die Anwendung von Gl. (7) bzw. (8) setzt aber voraus, daß  $k(R)$  nicht gleich null sein darf. In Gl. (14) sieht man, daß  $k(R)$  bei  $R = 2n/L$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) gleich null ist. Somit kann die Division in Gl. (7) bzw. (8) nicht durchgeführt werden. Das ist der Grund, warum die Spektrumverhältnismethode zur Kantenbildanalyse bisher praktisch nicht einsetzbar war.

Das rechteckige Fenster ruft den Sprung an einem Rand der Kante und dadurch die Unstetigkeit bei der diskreten Fouriertransformation hervor. Daher ist ein rechteckiges Fenster nicht geeignet, und es muß eine andere Fensterart gesucht werden. Wir fanden, daß die Hanning-Funktion [11] ein sehr geeignetes und vor allem einfachstes Fenster ist [1]. Sie ist definiert durch

$$H(u) = \begin{cases} 1/2 - 1/2\cos(2\pi u/L) & 0 \leq u \leq L \\ 0 & -\infty < u < 0, L < u < \infty \end{cases} \quad (15)$$

Durch die Multiplikation mit der Hanning-Funktion ist die ideale Kantenfunktion:

$$K_H(u) = \begin{cases} 0 & -\infty < u < L/2, L < u < \infty \\ 1/2 - 1/2\cos(2\pi u/L) & L/2 \leq u \leq L \end{cases} \quad (16)$$

Die Fouriertransformation von  $K_H(u)$  ergibt:

$$k_H(R) = \frac{1}{2} \int_{\frac{L}{2}}^L e^{-j2\pi Ru} du - \frac{1}{2} \int_{\frac{L}{2}}^L \cos(2\pi u/L) \cdot e^{-j2\pi Ru} du \quad (17)$$

Das erste Integral in Gl. (17) entspricht Gl. (14) und beschreibt den Anteil des Spektrums der mit einer Rechteckfunktion begrenzten idealen Kante. Das zweite Integral in Gl. (17) wird wie folgt berechnet:

$$\int_{\frac{L}{2}}^L \cos(2\pi u/L) \cdot e^{-j2\pi Ru} du = j \cdot \frac{e^{-j\frac{3}{2}\pi RL}}{\pi R} \cdot \frac{R^2 L^2}{R^2 L^2 - 1} \cos(\pi RL/2) \quad (18)$$

Dann ergibt sich aus Gln.(14), (17) und (18):

$$k_H(R) = \frac{e^{-j\frac{3}{2}\pi RL}}{2\pi R} \left[ \sin(\pi RL/2) + j \cdot \frac{R^2 L^2}{1 - R^2 L^2} \cos(\pi RL/2) \right] \quad (19)$$

Im Vergleich zu  $k(R)$  in Gl. (14) ist der Realteil von  $k_H(R)$  gleich  $\underline{1}k(R)$ .  $k_H(R)$  hat noch 2 zusätzlich einen Imaginärteil mit einer Cosinus-Funktion, die bei  $R = (2n-1)/L$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) gleich null ist. Da  $\sin(\pi RL/2)$  im Realteil und  $\cos(\pi RL/2)$  im Imaginärteil nicht gleichzeitig null sein

können, gibt es keine Nullstellen mehr im Spektrum der begrenzten idealen Kante nach Multiplikation mit der Hanning-Funktion. Die Spektren  $k(R)$  und  $k_H(R)$  sind in Abb. 1 zusammen dargestellt.

In diesem Artikel werden die kontinuierlichen Spektren der mit und ohne Hanning-Funktion begrenzten idealen Kante analytisch berechnet und diskutiert. In der Literatur [1] wurden die diskreten Spektren in beiden Fällen numerisch untersucht. Dort hat man den gleichen Schluß gezogen, wie oben erwähnt. Wenn die ideale Kante mit einem rechteckigen Fenster abgeschnitten wird, ist eine Division bei der Spektrumverhältnismethode weder numerisch noch analytisch durchführbar. Erst durch Einführung der Hanning-Funktion als Fenster kann die Spektrumverhältnismethode ohne Probleme zur Kantenbildanalyse eingesetzt werden [1]. Damit die OTF in Gl. (7) und MTF in Gl. (8) unverändert bleiben, muß das abgetastete Kantenbild  $K'(u')$  auch mit der Hanning-Funktion multipliziert werden, bevor  $K'(u')$  fouriertransformiert wird. Die Gleichungen (7) und (8) ergeben sich dann zu:

$$D(R) = \frac{k'_H(R)}{k_H(R)} \quad (20)$$

$$T(R) = |D(R)| = \left| \frac{k'_H(R)}{k_H(R)} \right| \quad (21)$$

Dabei ist  $k'_H(R)$  die Fouriertransformierte des mit der Hanning-Funktion multiplizierten Kantenbildes  $K'_H(u')$ . Zur Auswertung von Luft- und Satellitenbildern werden die modifizierten Formeln (20) und (21) verwendet.

Aus einem computersimulierten Kantenbild, das aus der Faltung einer idealen Kante mit einer Gaußfunktion entstanden ist, wurde die MTF mit den beiden oben diskutierten Methoden berechnet. In Abb. 2 ist die mit der Spektrumverhältnismethode ermittelte MTF-Kurve gezeigt. Die mit der Differentiationsmethode berechnete MTF-Kurve unterscheidet sich nicht von der Kurve in Abb. 2. Die berechneten MTF-Kurven stimmen sehr gut mit der erwarteten MTF-Kurve überein. Es zeigt sich, daß die beiden Methoden das gleiche Ergebnis liefern, wenn das benutzte Kantenbild rauschfrei ist.

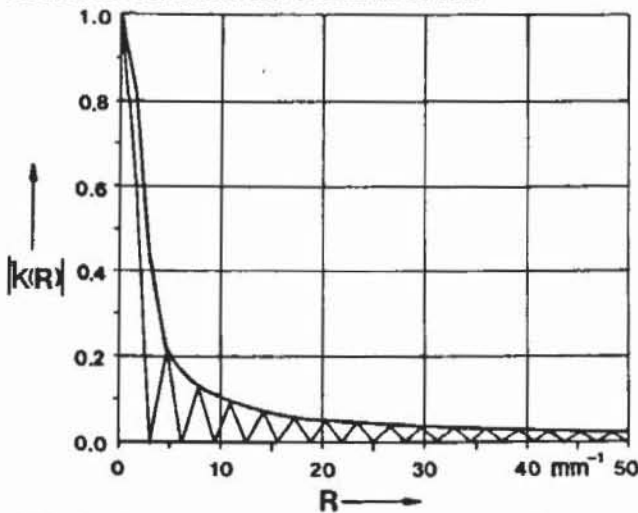


Abb. 1: Spektrum der begrenzten idealen Kante.  
 — mit Multiplikation der Hanning-Funktion.  
 - - - mit Multiplikation der Rechteckfunktion.  
 Kantenlänge 0,64 mm.

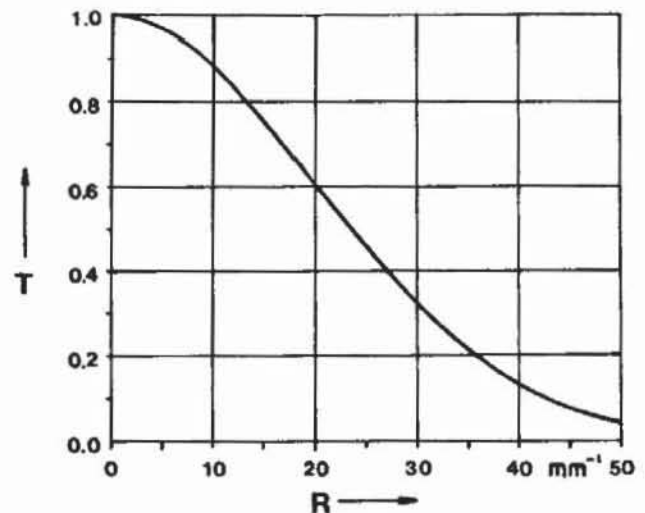


Abb. 2: MTF ermittelt mit der Spektrumverhältnismethode aus einem computersimulierten Kantenbild, die Kurve deckt sich mit der aus der Differentiationsmethode ermittelten MTF-Kurve.

### 3. Empfindlichkeit der Kantenbildmethoden gegen Rauschen

Bei der obigen Analyse hat man das Rauschen im Kantenbild noch nicht berücksichtigt. In Wirklichkeit wird das abgetastete Kantenbild durch Filmkorn, atmosphärische Streuung und

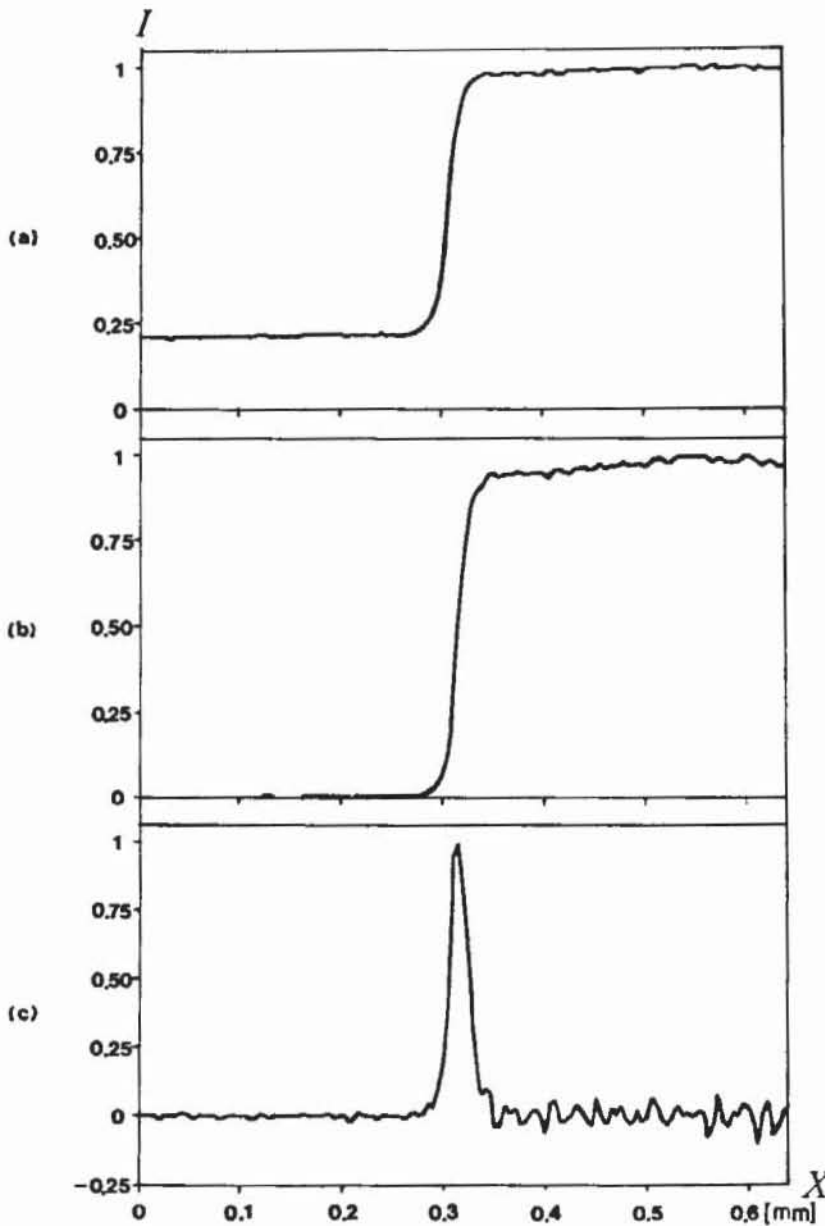


Abb. 3:  
 (a) Dichteprofil eines künstlichen Kantenbildes.  
 (b) Intensitätsverteilung des mit dem Gamma-Wert 1,2 umgerechneten effektiven Kantenbildes.  
 (c) Intensitätsverteilung des aus dem Kantenbild differenzierten Linienbildes.

zufällige Objektstrukturen bei natürlichen Szenen mehr oder weniger verrauscht. Abb. 3a zeigt das Dichteprofil eines abgetasteten Kantenbildes, das einem künstlichen Kantenbild im Luftbild entspricht. Die zwei Plateaus sind wegen des Filmkornrauschens nicht glatt. Um die MTF des Gesamtsystems zu bestimmen, muß das gemessene Dichteprofil über die Schwärzungskurve des Films in die sogenannte effektive Belichtung umgerechnet werden. Beim linearen Bereich der Schwärzungskurve kann mit dem Gamma-Wert umgerechnet werden, der als Tangens der Neigung des geradlinigen Teils definiert ist. Dieser Prozeß verstärkt das Rauschen auf dem oberen Plateau des Kantenbildes. Dies ist in Abb. 3b deutlich zu erkennen. Die Verstärkung des Rauschens läßt sich mathematisch verifizieren.

Auf dem geradlinigen Teil der Schwärzungskurve gilt:

$$D = \gamma \lg E - D_0 \quad (22)$$

Dabei bedeutet:

D: Dichtewert,

E: wirksame Belichtung,

$\gamma$ : Gamma-Wert,

$D_0$ : Dichtewert im Schnittpunkt des geradlinigen Teils mit der Ordinatenachse.

Für die Schwärzungsdifferenz gilt:

$$\Delta D = \gamma \cdot \Delta(\lg E) = \gamma / (E \cdot \ln 10) \cdot \Delta E \quad (23)$$

Aus Gl. (23) folgt:

$$\Delta E = E \cdot \ln 10 / \gamma \cdot \Delta D \quad (24)$$

Setzt man:

$$E' = E / E_{\max}, \quad D' = D / D_{\max}$$

so erhält man:

$$\Delta E' = E' \cdot \ln 10 / \gamma \cdot D_{\max} \cdot \Delta D' \quad (25)$$

mit:

$$0 \leq E' \leq 1, \quad \ln 10 \approx 2,3.$$

Normalerweise ist der Gamma-Wert  $\gamma$  für die Luftbildphotographie kleiner als 2 und  $D_{\max}$  größer als 1 [12, 13]. Für die hier ausgewerteten Luftbilder wurde der Kodak-Panatomic-X-Film verwendet, der Gamma-Wert war 1,2.

Daraus ergibt sich auf dem oberen Plateau des Kantenbildes:

$$\Delta E' > \Delta D' \quad (26)$$

wie in Abb. 3a und 3b gezeigt wird. Die gemessene Schwärzungsschwankung (Rauschen) auf dem oberen Plateau wird durch Umrechnen in die wirksame Belichtung verstärkt. Diese wirksame Intensitätsverteilung des Kantenbildes dient zur weiteren Kantenbildanalyse.

Der große Nachteil der Differentiationsmethode ist, daß sie sehr empfindlich gegen Rauschen ist und durch Differentiation des wirksamen Kantenbildes das Rauschen nochmals verstärkt. Diesen Effekt erkennt man beim Linienbild in Abb. 3c und an stärkeren Schwankungen der MTF-Kurve (siehe Abb. 4b). Im Vergleich zur Differentiationsmethode ist die neu entwickelte Spektrumverhältnismethode weniger empfindlich gegen Rauschen, da die Multiplikation des

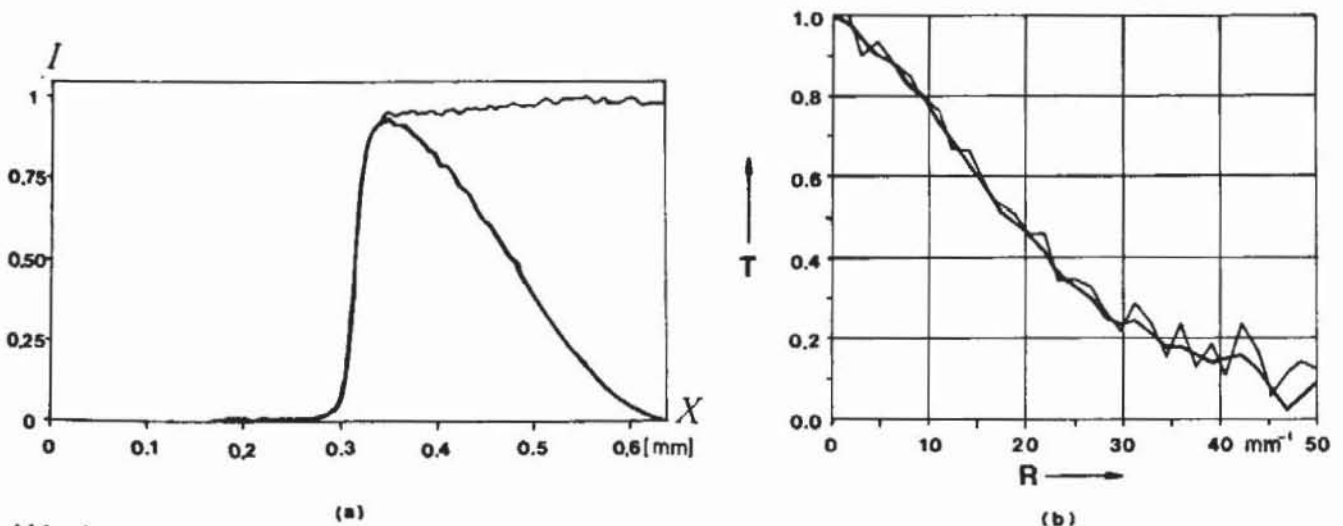


Abb. 4:

- (a) ———: Mit der Hanning-Funktion multipliziertes künstliches Kantenbild.
- - - - -: Ohne Multiplikation mit der Hanning-Funktion.
- (b) ———: Mit der Spektrumverhältnismethode ermittelte MTF-Kurve.
- - - - -: Mit der Differentiationsmethode ermittelte MTF-Kurve.

wirksamen Kantenbildes mit der Hanning-Funktion das Rauschen nicht verstärkt, sondern im Gegenteil, im fernerem Plateaubereich zunehmend unterdrückt. In Abb. 4a sind die Kantenbilder mit und ohne Multiplikation mit der Hanning-Funktion dargestellt. In Abb. 4a (dicke Kurve) erkennt man deutlich, daß das Rauschen auf den beiden Plateaus mit Hilfe der Hanning-Funktion vom Kantenübergang bis zum Kantenrand zunehmend unterdrückt ist. Die Wirkung der Hanning-Funktion auf die Rauschunterdrückung sieht man auch bei der daraus ermittelten MTF-Kurve in Abb. 4b. In Abb. 4b ist auch die mit der Differentiationsmethode bestimmte MTF-Kurve (dünne Linie) zum Vergleich dargestellt. Sie schwankt wesentlich stärker als die mit der Spektrumverhältnismethode ermittelte MTF-Kurve.

Im Ortsfrequenzbereich betrachtet, wirkt das Spektrum der Hanning-Funktion als eine Glättungsfunktion. Einer Multiplikation des Kantenbildes mit der Hanning-Funktion im Ortsbereich entspricht eine Faltung des Spektrums des verrauschten Kantenbildes mit dem Spektrum der Hanning-Funktion. Dadurch wird das Spektrum des verrauschten Kantenbildes geglättet, was eine MTF-Kurve mit schwächeren Schwankungen zur Folge hat.

Ist das Rauschen additiv und stochastisch, dann kann das Faltungsintegral in Gl. (1) geschrieben werden als:

$$K'(u') = K(u') * L(u') + N(u') \tag{27}$$

Das abgetastete Kantenbild enthält den verwaschenen Teil  $K(u') * L(u')$  und das additive Rauschen  $N(u')$ .  $N(u')$  ist eine Zufallsvariable und ihre Varianz  $\sigma^2$  ist nach Definition der Erwartungswert von  $(N - \bar{N})^2$ , wobei  $\bar{N}$  der Erwartungswert von  $N(u')$  ist.  $\bar{N}$  ist häufig Null.

Es gilt dann:

$$\sigma^2 = E[(N - \bar{N})^2] \tag{28}$$

Das mit der Hanning-Funktion multiplizierte Kantenbild wird beschrieben durch:

$$K'_H(u') = K'(u') \cdot H(u') = [K(u') * L(u')] \cdot H(u') + N(u') \cdot H(u') \tag{29}$$

Setzt man  $N_H(u') = N(u') \cdot H(u')$ , so ist die Varianz  $\sigma_H^2$  von  $N_H(u')$ :

$$\sigma_H^2 = E[(N_H - \bar{N}_H)^2] = E[(NH - \bar{N}H)^2] = H^2 \cdot E[(N - \bar{N})^2] = H^2 \cdot \sigma^2 \tag{30}$$

Im Vergleich zu  $\sigma^2$  ist die Varianz  $\sigma_H^2$  mit dem Quadrat der Hanning-Funktion moduliert.

Wird die Hanning-Funktion in Gl. (30) eingesetzt, so ergibt sich:

$$\sigma_H^2 = 1/4[1 - \cos(2\pi u'/L)]^2 \cdot \sigma^2 \quad \text{für } 0 \leq u' \leq L \tag{31}$$

Weil

$$0 \leq 1/4[1 - \cos(2\pi u'/L)]^2 \leq 1 \quad \text{für } 0 \leq u' \leq L$$

so gilt:

$$\sigma_H^2 \leq \sigma^2 \tag{32}$$

Betrachtet man Gl. (31) noch näher für einige typische Punkte, dann ergibt sich:

$$\begin{aligned} u' = 0, u' = L; & \quad \sigma_H^2 = 0; & \quad \text{rauschfrei.} \\ u' = L/2; & \quad \sigma_H^2 = \sigma^2; & \quad \text{Rauschen unverändert.} \\ u' = L/4, u' = 3L/4; & \quad \sigma_H^2 = \frac{1}{4}\sigma^2; & \quad \text{Rauschen vierfach unterdrückt.} \end{aligned}$$

Wie oben analysiert, ist das Rauschen durch Anwendung der Hanning-Funktion an den Rändern des Kantenbildes verschwunden und bleibt in der Mitte des Kantenübergangs unverändert. In den Punkten zwischen der Mitte und dem Rand wird das Rauschen zunehmend unterdrückt.



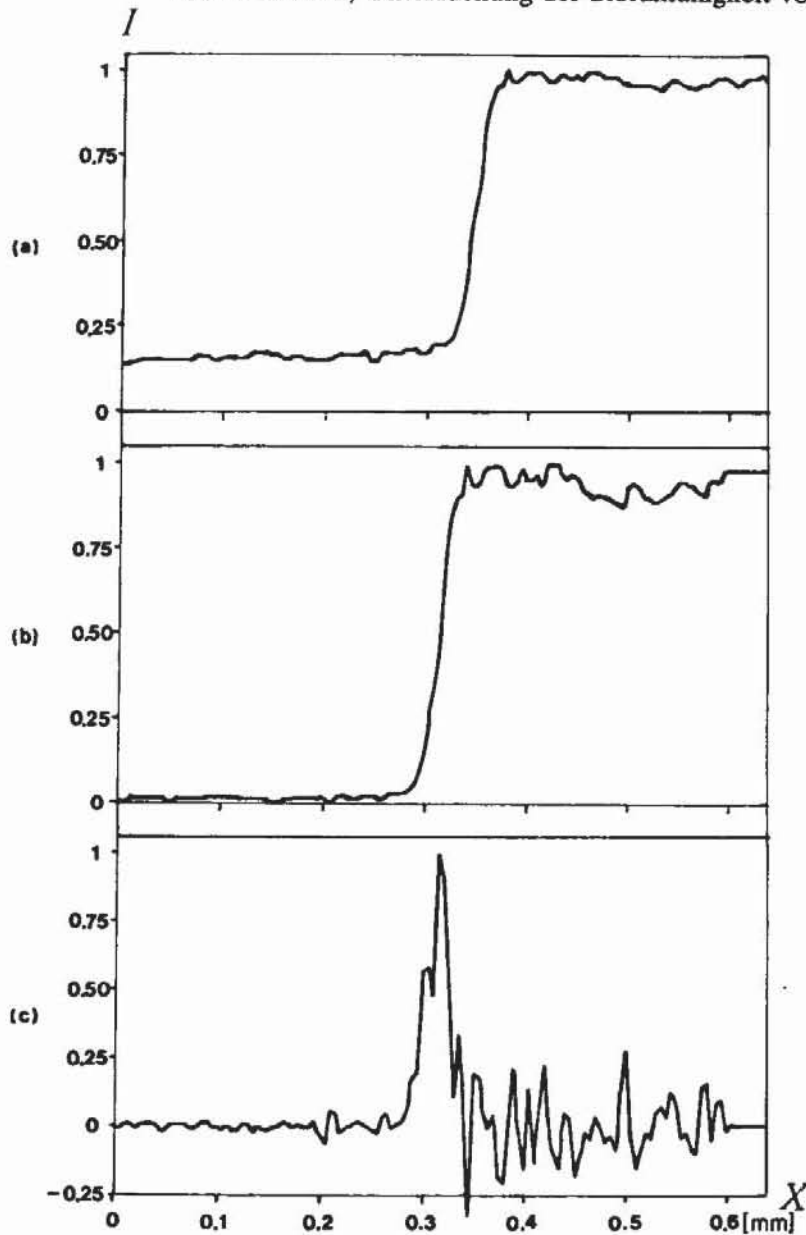


Abb. 5:  
 (a) Dichteprofil eines natürlichen Kantenbildes.  
 (b) Intensitätsverteilung des mit dem Gamma-Wert 1,2 umgerechneten effektiven Kantenbildes.  
 (c) Intensitätsverteilung des aus dem Kantenbild differenzierten Linienbildes.

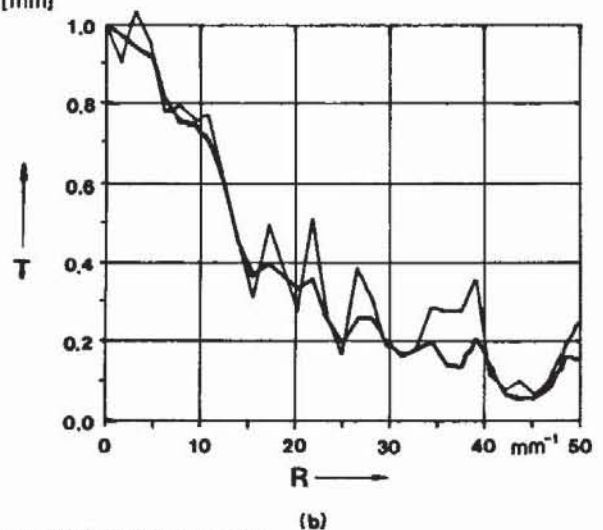
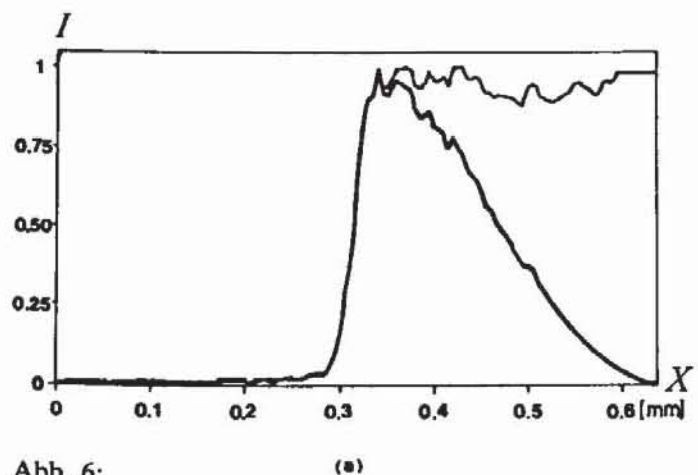


Abb. 6:  
 (a) —: Mit der Hanning-Funktion multipliziertes natürliches Kantenbild.  
 —: Ohne Multiplikation mit der Hanning-Funktion.  
 (b) —: Mit der Spektrumverhältnismethode ermittelte MTF-Kurve.  
 —: Mit der Differentiationsmethode ermittelte MTF-Kurve.

Abb. 5 und Abb. 6 zeigen noch ein weiteres Beispiel zum Vergleich beider Methoden und die Wirkung der Hanning-Funktion auf die Rauschunterdrückung. In Abb. 5 ist das Kantenbild eines Hausdachschatens abgetastet. Das Rauschen eines solchen natürlichen Kantenbildes ist viel stärker als das eines künstlichen Kantenbildes. In Abb. 5b ist dieses Rauschen, wie oben erwähnt, wieder durch Umrechnen mit dem Gamma-Wert verstärkt. In Abb. 6b sieht man, daß die Spektrumverhältnismethode mit Hilfe der Hanning-Funktion ein wesentlich besseres Ergebnis liefert als die Differentiationsmethode. Ein Vergleich der beiden Methoden zeigt, daß die Spektrumverhältnismethode der Differentiationsmethode bezüglich der Empfindlichkeit gegen Rauschen überlegen ist.

#### 4. Bestimmung des Linienbildes mit der Spektrumverhältnismethode

Zur Beurteilung der Luft- und Satellitenbilder eignen sich die OTF bzw. die MTF gelegentlich auch das Punkt- und Linienbild oder Kantenbild [14]. Aus praktischen Gründen wird für die Bestimmung der OTF bzw. MTF das Linienbild dem Punktbild vorgezogen [15–17]. Bei der digitalen Bildverarbeitung kann das Linienbild bzw. das Punktbild durch Entfaltung zur Bildverbesserung eingesetzt werden. Das Punktbild kann dreidimensional aus Linienbildern in verschiedenen Richtungen rekonstruiert werden [18]. Mathematisch betrachtet, ist es zwar einfacher, das Linienbild durch Differentiation des Kantenbildes direkt zu bestimmen. Dieser Prozeß ist sehr empfindlich gegen Rauschen, wie in Abb. 3c und Abb. 5c gezeigt wird. Verschiedene Anpassungs- und Glättungsverfahren wurden zur Abschwächung des Rauscheffektes angewendet [4, 6, 7, 15, 17]. Das Verfahren wird dadurch aufwendiger und Fehler können eingeführt werden. Als Alternative zur Differentiation hat man noch die sogenannte „Fourier transform technique“ zur Ermittlung des Linienbildes benutzt [17]. Dabei hat man zur Glättung des abgetasteten Kantenbildes eine trigonometrische Polynomreihe verwendet und zur Reduzierung des Fenstereffektes eine Filterung des Kantenbildes vorgenommen. Bei dieser Methode treten sowohl Probleme bei der Bestimmung der Anzahl der Polynomkoeffizienten auf, als auch bei der Wahl der Toleranzen zur Auswertung des Filterungseffektes.

Mit der neu entwickelten Spektrumverhältnismethode kann das Linienbild durch Fourierreücktransformation der ermittelten OTF bestimmt werden. Die Rücktransformation von Gl. (20) ergibt:

$$L(u') = FT^{-1}[D(R)] = FT^{-1} \left[ \frac{k'_H(R)}{k_H(R)} \right] \quad (33)$$

Die Linienbilder sind jeweils nach Gl. (4) und Gl. (33) aus einem computersimulierten Kantenbild berechnet. Abb. 7 zeigt das mit der Spektrumverhältnismethode berechnete Linienbild. Das Linienbild, das durch Differentiation desselben Kantenbildes ermittelt ist, hat den gleichen Verlauf, wie in Abb. 7 gezeigt. Es wurde eine sehr gute Übereinstimmung der beiden Methoden gefunden. Da die Hanning-Funktion vor der Fouriertransformation des Kantenbildes das Rauschen unterdrückt und somit die ermittelte OTF wenig vom Rauschen beeinflusst wird, ist das nach Gl. (33) bestimmte Linienbild aus dem abgetasteten Kantenbild rauschärmer als das nach Gl. (4) bestimmte. In Abb. 8 und Abb. 9 werden die mit den beiden Methoden bestimmten Linienbilder verglichen. Die dazu verwendeten Kantenbilder entsprechen denen in Abb. 3a und in Abb. 5a. Die Abbildungen 8 und 9 zeigen, daß der Verlauf des mit der Spektrumverhältnismethode ermittelten Linienbildes glatter ist als der Verlauf des durch Differentiation des Kantenbildes direkt abgeleiteten Linienbildes.

Zur Beurteilung der Bildqualität mit Hilfe des Linienbildes wird die Halbwertsbreite als Kriterium benutzt [15]. In der Tabelle 1 sind die Halbwertsbreiten der mit den beiden Methoden berechneten Linienbilder zum Vergleich zusammengestellt.

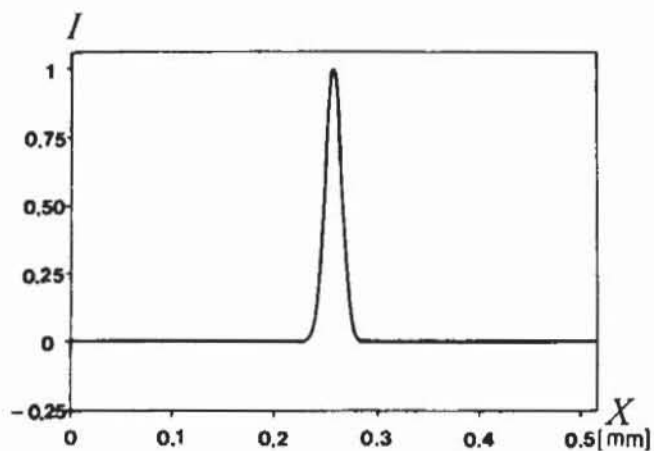


Abb. 7: Das Linienbild wurde mit der Spektrumverhältnismethode aus einem computersimulierten Kantenbild ermittelt. Das durch Differentiation desselben Kantenbildes ermittelte Linienbild hat den gleichen Verlauf.

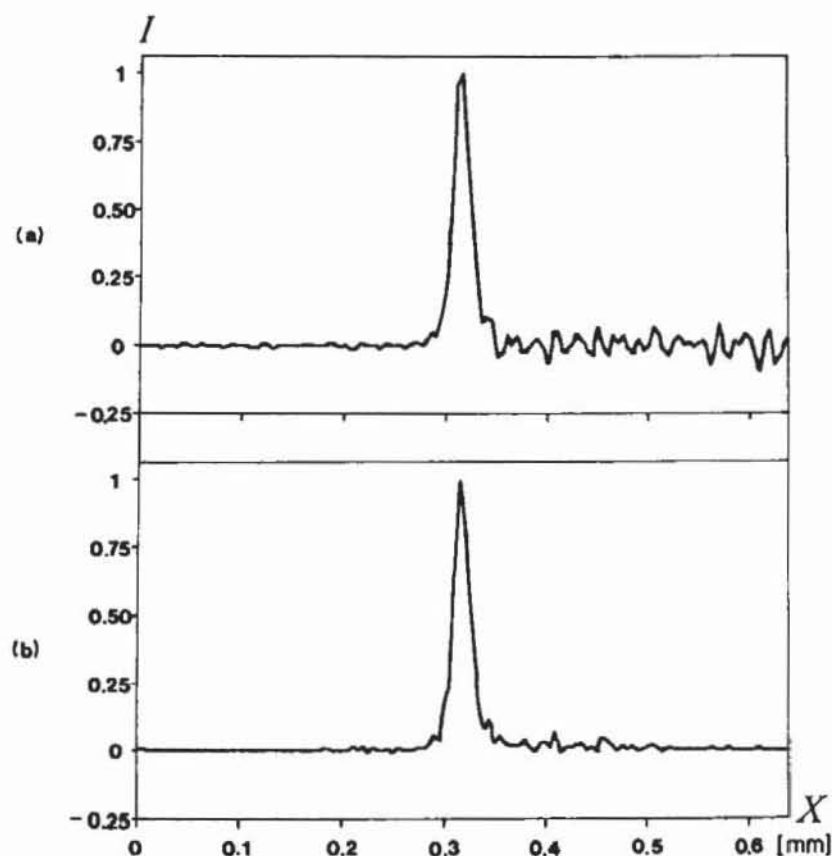


Abb. 8:  
 (a) Durch Differentiation eines künstlichen Kantenbildes ermitteltes Linienbild.  
 (b) Mit der Spektrumverhältnismethode ermitteltes Linienbild.

Tabelle 1 Breiten von Linienbildern (Einheit:  $\mu\text{m}$ )

Methode	Simulierte Kante		Künstliche Kante		Natürliche Kante	
	HW	W	HW	W	HW	W
Differentiation	19	20	20	33	27	55
Spektrumverhältnis	19	20	20	27	25	41

HW: Halbwertsbreite.  
 W: Äquivalente Breite.

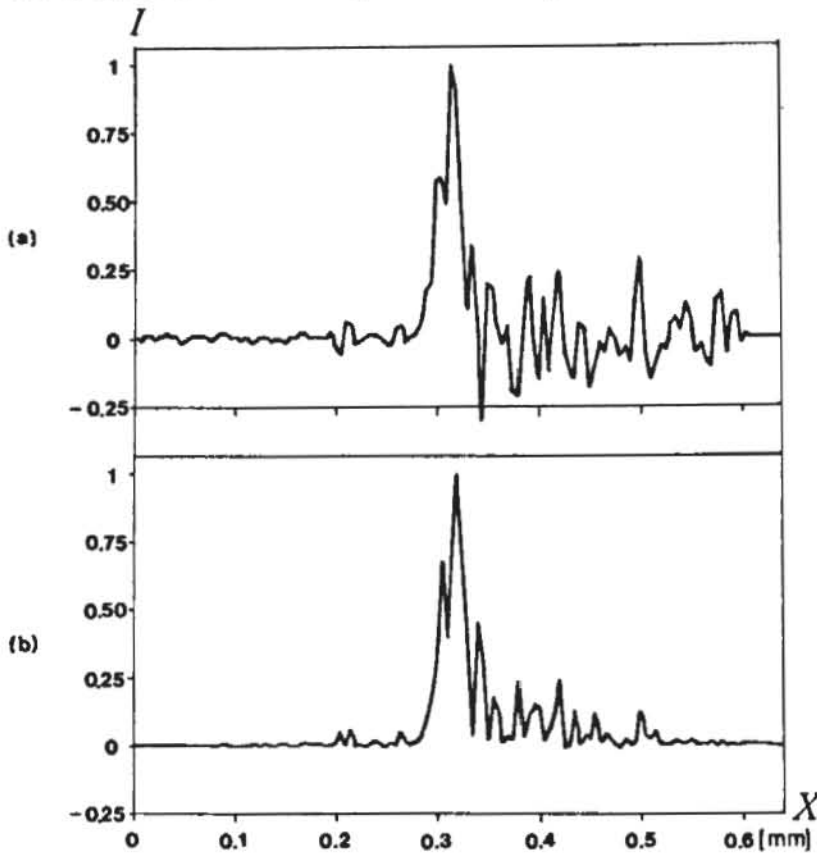


Abb. 9:  
 (a) Durch Differentiation eines natürlichen Kantenbildes ermitteltes Linienbild.  
 (b) Mit der Spektrumverhältnismethode ermitteltes Linienbild.

Das Linienbild kann noch durch eine äquivalente Breite charakterisiert werden [16]. Diese Breite ist definiert durch:

$$W = \frac{\int_0^L L(u') du'}{L(u'_0) |_{\max}} \quad (34)$$

$u'_0$  ist die der Maximalintensität entsprechende Koordinate. Die äquivalente Breite ist nichts anderes als die Breite einer Rechteckfunktion, deren Höhe der Maximalintensität des Linienbildes und deren Flächeninhalt der Fläche zwischen dem Linienbild und der Abszissenachse entspricht. Sie ist auch für verschiedene Linienbilder in Tabelle 1 angegeben. Tabelle 1 zeigt, daß die Ergebnisse bei einer simulierten Kante für beide verwendeten Methoden gleich sind. Bei einer künstlichen Kante sind die mit den beiden Methoden berechneten Halbwertsbreiten gleich, aber die mit der Differentiationsmethode berechnete äquivalente Breite ist wegen verstärkten Rauschens größer als die mit der Spektrumverhältnismethode berechnete. Bei einer natürlichen Kante sieht man den Unterschied der Ergebnisse noch deutlicher.

Trotz des mit der Fourier-Hin- und Rücktransformation verbundenen Rechenaufwandes hat die Spektrumverhältnismethode den Vorteil, daß das damit bestimmte Linienbild wenig verrauscht und damit besser auszuwerten ist. Sie bietet sich zur Bestimmung des Linienbildes aus dem Kantenbild bevorzugt an.

## 5. Schlußfolgerung

In dieser Arbeit wurde die Kantenbildanalyse für zwei Methoden gründlich untersucht. Die beiden hier diskutierten Methoden wurden theoretisch und auch an Hand von Meßergebnissen verglichen. Besonders wurde ihr Rauschverhalten analysiert. Der Vergleich zeigt, daß die Spektrumverhältnismethode der oft benutzten Differentiationsmethode überlegen ist, da sie weniger

rauschenfällig ist. Durch Einführung der Hanning-Funktion wurde die Spektrumverhältnismethode erst praktisch durchführbar. Der zweite Vorteil der Hanning-Funktion ist, daß ihre Multiplikation mit dem Kantenbild das Rauchen auf den Kantenplateaus unterdrücken kann, während es die Differentiation des Kantenbildes verstärkt. Anstelle der direkten Differentiation des Kantenbildes wurde die Spektrumverhältnismethode auch zur Bestimmung des Linienbildes eingesetzt. Wegen ihres guten Rauschverhaltens ist sie auch hierfür besser geeignet, obwohl sie einen größeren Rechenaufwand als die Differentiationsmethode benötigt.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die neu entwickelte Spektrumverhältnismethode sowohl zur Bestimmung der MTF als auch zur Ermittlung des Linienbildes aus dem Kantenbild wesentliche Vorteile besitzt.

Für die Unterstützung im SFB 228 danken wir der DFG, auch sei der Firma Wild für die zur Verfügung gestellten Luftbilder gedankt.

#### Literatur

- [1] LEI, FANG und TIZIANI, H. J.: Eine neue Methode zur Bestimmung der MTF aus dem Kantenbild. *Optik* 74 (1986), S. 17–21
- [2] JONES, R. A.: An Automated Technique for Deriving MTF's from Edge Traces. *Phot. Sci. Eng.* 11 (1967), S. 102–106
- [3] JONES, R. A., and YEADON, EDWARD C.: Determination of the Spread Function from Noisy Edge Scans. *Phot. Sci. Eng.* 13 (1969), S. 200–204
- [4] SIEVERS, J.: Die Kantenbildanalyse als Mittel zur Bestimmung von „Bildparametern“. Beitrag für die Arbeitsgruppe „semantische Information“ der Kommission E der OEEPE (1976)
- [5] SCOTT, F., SCOTT, R. M., and SCHACK, R. V.: The Use of Edge Gradients in Determining Modulation Transfer Function. *Phot. Sci. Eng.* 7 (1963), S. 345–349
- [6] GLIATTI, E. L.: Modulation Transfer Analysis of Aerial Imagery. *Photogrammetria*, 33 (1977), S. 171–191
- [7] GERENCSEK, MIKLOS G.: Automated Edge Gradient Analysis (EGA) for Testing Photogrammetric Systems. *Photogrammetria*, 35 (1979), S. 101–115
- [8] KÖLBL, O.: Arbeitstagung: Kammerkalibrierung in der photogrammetrischen Praxis (1985). Deutsche Geodätische Kommission, Reihe B, Heft 275, S. 48–64. Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, herausgegeben v. G. Kupfer u. W. Wester-Ebbinghaus.
- [9] SCHWIDEFESKY, K.: Kontrastübertragungsfunktionen zur Bewertung der Bildgüte in der Photogrammetrie. *BuL* 28 (1960), S. 86–101
- [10] ROSENAU, JR., MILTON, D., SCOTT, FRANK, and THIESSEN, JR., WILLIAM, F.: Correction of Aerial Photographic Tests for Atmospheric Scattering. *Phot. Sci. Eng.* 7 (1963), S. 92–95
- [11] BRIGHAM, E. O.: *The Fast Fourier Transform*. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey (1974)
- [12] SCHWIDEFESKY, K.: Über die bei Luftaufnahmen wirksame Beleuchtung. *BuL* 28 (1960), S. 46–62
- [13] SIEVERS, J.: Probleme bei der Schwärzungsmessung in Luftbildern. *BuL* 46 (1978), S. 171–179
- [14] TIZIANI, H. J.: Beurteilung der Bildqualität von Luftbildkamern. *Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik* 77 (1977), S. 137–146
- [15] ANUTA, PAUL E., BARTOLUCCI, LUIS A., DEAN, M. ELLEN, LOZANO, D. FABIAN, MALARET, ERICK, MCGILLEM, CLARE D., VALDES, JOSE A., and VALENZUELA, CARLOS R.: LANDSAT-4 MSS and Thematic Mapper Data Quality and Information Content Analysis. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. GE-22, No. 3 (1984), S. 222–236
- [16] MALARET, ERICK, BARTOLUCCI, LUIS A., LOZANO, D. FABIAN, ANUTA, PAUL E. and MCGILLEM, CLARE D.: LANDSAT-4 and LANDSAT-5 Thematic Mapper Data Quality Analysis. *Phot. Eng.* 51 (1985), S. 1407–1416
- [17] CARNAHAN, WALTER H. and ZHOU, GUOPING: Fourier Transform Techniques for the Evaluation of the Thematic Mapper Line Spread Function. *Phot. Eng.* 52 (1986), S. 639–648
- [18] ROSENFELD, A. and KAK, A.: *Digital Picture Processing*, 2nd ed., Vol. 2, Academic Press, New York, NY. (1982).

Anschrift der Verfasser: Dipl.-Ing. FANG LEI und Prof. Dr. HANS J. TIZIANI, Institut für Technische Optik, Pfaffenwaldring 9, D- 7000 Stuttgart 80.

Eingang des Manuskriptes: 24. 2. 1988