

УДК 62-50

© 1993 г. Д. БЕСТЛЕ, В. ШИЛЕН, П. ЭБЕРХАРД

ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА С АКТИВНО УПРАВЛЯЕМЫМИ ПОДВЕСКАМИ

Рассматривается процедура автоматизированного проектирования транспортного средства с активно управляемой подвеской, включающая составление математической модели и расчет оптимальных параметров. Автоматическое состояние уравнений движения на компьютере и анализ чувствительности позволяют сократить время, требуемое для проектирования таких систем. Приведены примеры, которые свидетельствуют о преимуществе подвесок с активно управляемыми узлами перед чисто «пассивными» системами.

Введение. Пассивные системы подвески транспортных средств, содержащие пружины и демпферы, постоянно совершенствовались на протяжении последнего столетия. В прошлом это совершенствование происходило в результате экспериментов на опытных образцах. Используя опыт и интуицию, инженеры нашли очень хорошие конструктивные решения, удовлетворяющие требованиям комфорта и безопасности. Дальнейшее совершенствование пассивных подвесок едва ли даст существенные результаты. Значительного прогресса можно ожидать на пути создания подвесок с активными элементами, см., например, [1]. В ряде работ такие элементы разрабатываются безотносительно к конкретному транспортному средству. Расчеты обычно проводятся при помощи методов теории управления на моделях с одной степенью свободы или «четверти автомобиля», см., например, [2—4]. Однако применительно к полной модели транспортного средства такие системы могут давать неоптимальные результаты [5]. Существенного улучшения качества подвесок можно добиться только на пути их оптимизации с использованием полной модели. Параметры активных и пассивных элементов должны быть выбраны так, чтобы обеспечить оптимальное поведение транспортного средства в целом. В настоящей статье описывается методика автоматизированного проектирования, которая снижает затраты времени и сил для исследования динамики транспортных средств.

1. Задача проектирования. Автоматизированное проектирование динамических систем, подобных транспортному средству с активной подвеской, включает несколько этапов: составление модели динамической системы; выбор варьируемых переменных; определение критериев оптимизации и ограничений; решение задачи оптимизации, дающее значения искомым переменных. Наконец, оптимальная система должна быть практически реализована. Здесь могут появиться ограничения экономического характера, которые потребуют изменения задачи проектирования. Это изменение может коснуться динамической модели системы, выбора варьируемых параметров и критериев оптимизации, могут также понадобиться дополнительные ограничения.

Динамическая модель в виде системы абсолютно твердых тел хорошо описывает поведение транспортного средства, например, автомобиля, в диапазоне частот до 50 Гц. При движениях с низкими частотами кузов автомобиля, колесные оси и водитель могут рассматриваться как абсолютно твердые тела, подчиненные идеальным связям и соединенные силовыми элементами, как пассивными (пружины и демпферы), так и активными (см. рис. 1 и 5).

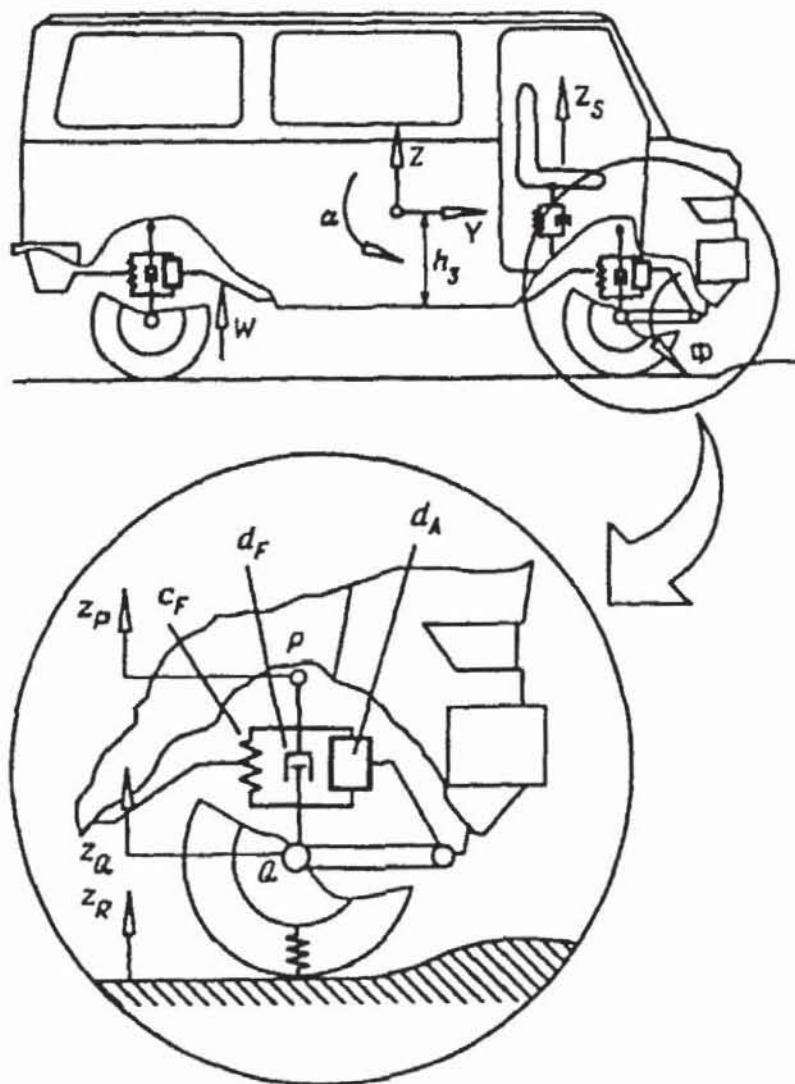


Рис. 1

Конфигурация механической системы с f степенями свободы, состоящей из многих тел, описывается вектором обобщенных координат $y \in R^f$. Например, для плоской модели автомобиля с шестью степенями свободы, представленной на рис. 1, в качестве обобщенных координат приняты следующие переменные: горизонтальное (y) и вертикальное (z) смещения кузова автомобиля, угол α поворота кузова в вертикальной плоскости, угол φ поворота торсиона переднего колеса, смещение w задней оси и вертикальное смещение водителя (z_s).

Движение механической системы с f степенями свободы описывается совокупностью f дифференциальных уравнений второго порядка, которые можно получить, например, применяя принцип Даламбера [6]:

$$M(t, y) \ddot{y} + k(t, y, \dot{y}) = q(t, y, \dot{y}). \quad (1.1)$$

Здесь M — $f \times f$ -матрица инерционных коэффициентов, k — f -вектор обобщенных центробежных и кориолисовых сил, q — f -вектор обобщенных сил, отвечающих силе тяжести и силам, развиваемым в соединительных элементах.

На рис. 1 изображены три соединительных элемента. Линейные пружины подвески действуют на корпус и на ось колеса с силой, пропорциональной относительному смещению:

$$F_c = c_f (z_p - z_q). \quad (1.2)$$

Здесь c_f — коэффициент жесткости. Сила, развиваемая линейным демпфером, пропорциональна относительной скорости:

$$F_d = d_f (\dot{z}_p - \dot{z}_q). \quad (1.3)$$

Более точные модели должны также учитывать нелинейные зависимости, например, кубическую:

$$F_d = d_f (\dot{z}_p - \dot{z}_q)^3. \quad (1.4)$$

Возможно, что лучшего гашения колебаний удастся добиться при помощи устройств, генерирующих силу, пропорциональную абсолютной скорости кузова автомобиля:

$$F_d = d_A \dot{z}_p \quad (1.5)$$

Такие устройства должны иметь активную систему управления.

Инженер, проектирующий систему подвески, может, до некоторой степени, свободно выбирать коэффициенты жесткости (c_f) и демпфирования (d_f), а также управляющие параметры (d_A). Любой из перечисленных параметров может выступать в качестве варьируемой переменной в задаче проектирования. Эти параметры входят в обобщенные силы q и непосредственно влияют на динамику автомобиля. Геометрические и инерционные характеристики, такие как высота центра масс кузова, массы и моменты инерции отдельных элементов, также могут изменяться в некоторых пределах. Они влияют на поведение автомобиля через изменение матрицы инерции M и обобщенных сил инерции k . Объединяя все варьируемые параметры в вектор $p \in R^n$ и вводя вектор обобщенных скоростей $z = \dot{y}$, уравнения движения (1.1) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \dot{y} &= z, \\ M(t, y, p) \dot{z} + k(t, y, z, p) &= q(t, y, z, p). \end{aligned} \quad (1.6)$$

Уравнения (1.6) должны быть дополнены начальными условиями для фазовых переменных y и z в некоторый заданный момент времени t^0 :

$$\begin{aligned} y(t^0) &= y^0, \quad \Phi^0(t^0, y^0, p) = 0, \quad \det \frac{\partial \Phi^0}{\partial y^0} \neq 0; \\ z(t^0) &= z^0, \quad \Phi^0(t^0, y^0, z^0, p) = 0, \quad \det \frac{\partial \Phi^0}{\partial z^0} \neq 0. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Якобианы вектор-функций Φ^0 и Φ^0 должны быть отличными от нуля для того, чтобы y^0 и z^0 определялись из (1.7) единственным образом.

Для того, чтобы использовать методы оптимизации с целью поиска наилучших значений варьируемых параметров необходимо иметь критерий качества. Одна из основных целей подвески — повышение комфорта при движении за счет изоляции кузова автомобиля от колес, непосредственно воспринимающих неровности дороги. Комфортабельность автомобиля можно характеризовать величиной ускорения \ddot{z}_i , которое испытывает водитель. Если основной причиной дискомфорта является наезд на отдельные неровности (бугры), то за критерий качества можно взять интеграл от квадрата ускорения \ddot{z}_i , умноженного на квадрат времени:

$$\Psi_c = \int_{t^0}^{t^1} t^2 \ddot{z}_i^2 dt. \quad (1.8)$$

Другая важная роль подвески состоит в обеспечении безопасности движения. Опасность может возникнуть из-за колебаний вследствие взаимодействия колес с дорогой. Если с динамической точки зрения рассматривать шину как линейную пружину, то сила, приложенная к колесу, пропорциональна смещению колеса относительно поверхности дороги (рис. 1). Функционал, характеризующий безопасность автомобиля, имеет вид

$$\Psi_s = \int_{t^0}^{t^1} (z_Q - z_R)^2 dt. \quad (1.9)$$

Хорошей изоляции кузова можно добиться за счет очень мягкой подвески, однако это приведет к большим относительным смещениям между кузовом и колесами. Для того, чтобы ограничить эти смещения, в критерий качества можно включить интеграл

$$\Psi_D = \int_0^{t'} \left(\frac{z_p - z_Q}{s_0} \right)^2 dt, \quad (1.10)$$

где s_0 — заданная величина относительного смещения, которая не должна значительно превышать во время движения.

Момент времени t' в функционалах (1.8)—(1.10) может задаваться пользователем или определяться неявно через терминальные условия $y' = y(t')$, $z' = z(t')$:

$$H^1(t', y', z', p) = 0,$$

$$\dot{H}^1 \triangleq \frac{dH^1}{dt'} = \frac{\partial H^1}{\partial t'} + \left(\frac{\partial H^1}{\partial y'} \right)' z' + \left(\frac{\partial H^1}{\partial z'} \right)' \dot{z}' \neq 0, \quad (1.11)$$

$$y' = y(t'), \quad z' = z(t').$$

Если моделируется наезд автомобиля на отдельную неровность, момент времени t' следует взять достаточно большим для того, чтобы колебания успели существенно затухнуть.

2. Параметрическая оптимизация систем многих тел. Описанная в п. 1 задача проектирования может быть сведена к задаче нелинейного программирования. Если всем варьируемым параметрам присвоены определенные значения, движение системы $y(t)$, $z(t)$ полностью определяется из уравнений (1.6) с начальными условиями (1.7). Момент окончания процесса находится из уравнения (1.11). В этом случае критерии качества (1.8)—(1.10) являются функциями варьируемых параметров.

При проектировании технических систем всегда имеются ограничения на варьируемые параметры. Если указаны только верхние и нижние границы для этих параметров, то область их допустимых значений при поиске оптимального решения представляется в виде

$$P = \{p \in R^h : p'_i \leq p_i \leq p''_i, i = 1, \dots, h\}.$$

Минимизация каждого из функционалов (1.8)—(1.10) по отдельности представляет собой задачу нелинейного программирования, которую можно решить, пользуясь любым стандартным методом. В общем случае оптимальные наборы варьируемых параметров

$$p_C: \Psi_C^* \triangleq \Psi_C(p_C) = \min_{p \in P} \Psi_C(p),$$

$$p_S: \Psi_S^* \triangleq \Psi_S(p_S) = \min_{p \in P} \Psi_S(p),$$

$$p_D: \Psi_D^* \triangleq \Psi_D(p_D) = \min_{p \in P} \Psi_D(p)$$

будут различными для различных функционалов. Допустимого набора параметров, который доставлял бы абсолютный минимум всем трем функционалам одновременно в общем случае не существует. Например, для очень высокой комфортабельности требуется очень мягкая подвеска, однако ограниченности относительных смещений кузова и колес можно добиться только при достаточно жесткой подвеске. При наличии нескольких критериев качества, выражающих противоречивые требования, можно воспользоваться теорией многокритериальной оптимизации [7, 8]. Здесь наиболее распространен подход, связанный с использованием комбинированного, «взвешенного» критерия оптимальности. Вместо отдельных функционалов вида (1.8)—(1.10) берется их взвешенная сумма

$$\Psi = w_c \frac{\Psi_c}{\Psi_c^*} + w_s \frac{\Psi_s}{\Psi_s^*} + w_D \frac{\Psi_D}{\Psi_D^*}, \quad (2.1)$$

$$w_c + w_s + w_D = 1,$$

которая и минимизируется по параметрам p . В этом случае многокритериальная оптимизация снова приводит к задаче нелинейного программирования.

Процедура численного решения таких задач представляет собой итерационный процесс, на каждом шаге которого находятся допустимые значения варьируемых параметров, уменьшающие минимизируемую функцию по сравнению с предыдущим шагом. Начальные значения варьируемых параметров задаются пользователем. Использование таких процедур для оптимизации параметров транспортных средств требует очень большого компьютерного времени. На каждом шаге необходимо вычислять функционал (2.1), что, в свою очередь, требует численного интегрирования уравнений движения. Поэтому рекомендуется применять быстро сходящиеся алгоритмы, такие как метод последовательного квадратичного программирования [9].

3. Анализ чувствительности. Алгоритмы оптимизации высокого уровня, такие как метод последовательного квадратичного программирования, требуют не только вычисления функций, но также информации о градиентах минимизируемой функции и функций, описывающих ограничения. Поскольку в задачах проектирования градиенты, как правило, не могут быть вычислены аналитически, некоторые алгоритмы предусматривают для определения градиентов численное дифференцирование, т. е. конечно-разностную аппроксимацию производных:

$$\nabla \Psi_k \approx \frac{\Psi(p + \Delta p_k e_k) - \Psi(p)}{\Delta p_k}, \quad k = 1, \dots, h,$$

где $\Delta p_k e_k$ — малое приращение варьируемой переменной p_k . Однако использование конечно-разностных формул при оптимизации систем многих тел не даст хороших результатов из-за весьма большой погрешности вычисления Ψ в ходе численного интегрирования. Поэтому представляется разумным использовать методы анализа чувствительности с целью получения аналитических оценок для градиентов.

Для анализа чувствительности интегральных функционалов вида (1.8)—(1.10) разработаны два метода: метод непосредственного дифференцирования и метод сопряженных переменных [10]. Ограничимся здесь описанием только метода сопряженных переменных, который предпочтителен с вычислительной точки зрения.

Для функционала

$$\Psi(p) = G^1(t^1, y^1, z^1, p) + \int_0^1 F(t, y, z, \dot{z}, p) dt$$

градиент может быть представлен в виде:

$$\begin{aligned} \nabla \Psi &= \frac{d\Psi}{dp} = \frac{\partial G^1}{\partial p} - \tau^1 \frac{\partial H^1}{\partial p} - \left(\frac{\partial \Phi^0}{\partial p} \right)^T \zeta^0 - \left(\frac{\partial \Phi^0}{\partial p} \right)^T \eta^0 + \\ &+ \int_0^1 \left[\frac{\partial F}{\partial p} + \left(\frac{\partial (m\dot{z} + k - q)}{\partial p} \right)^T (v - \xi) \right] dt. \end{aligned}$$

Сопряженные переменные $\tau^1, \mu(t), \nu(t), \xi(t), \zeta^0, \eta^0$ находятся из алгебраических и дифференциальных уравнений. Переменная τ^1 и терминальные значения $\mu(t^1)$ и $\nu(t^1)$ определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \tau^1 &= \frac{G^1 + F^1}{H^1}, \\ \mu(t^1) &= \frac{\partial G^1}{\partial y^1} - \tau^1 \frac{\partial H^1}{\partial y^1}, \end{aligned}$$

$$M^1 v(t^1) = \frac{\partial G^1}{\partial z^1} - \tau^1 \frac{\partial H^1}{\partial z^1}.$$

Для вычисления функций $\mu(t)$ и $v(t)$ необходимо численно, в обратном времени, проинтегрировать сопряженные дифференциальные уравнения

$$\dot{\mu} = \left(\frac{\partial (M\dot{z} + k - q)}{\partial y} \right)^T (v + \xi) - \frac{\partial F}{\partial y},$$

$$M\dot{v} = -\mu - Mv + \left(\frac{\partial (k - q)}{\partial z} \right)^T (v + \xi) - \frac{\partial F}{\partial z},$$

где вспомогательная переменная $\xi(t)$ определяется в ходе интегрирования из системы линейных алгебраических уравнений

$$M\xi = \frac{\partial F}{\partial \dot{z}}.$$

Переменные η^0 и ζ^0 находятся последовательно из систем линейных алгебраических уравнений

$$\left(\frac{\partial \Phi^0}{\partial z^0} \right)^T \eta^0 = M^0 v(t^0), \quad \left(\frac{\partial \Phi^0}{\partial y^0} \right)^T \zeta^0 = \mu(t^0) - \left(\frac{\partial \Phi^0}{\partial y^0} \right)^T \eta^0.$$

Исследования показали, что метод сопряженных переменных имеет преимущества перед численным дифференцированием [11].

4. Автоматизированное проектирование. Составление уравнений движения для системы со многими степенями свободы «вручную» занимает много времени и, кроме того, требует очень большого внимания, чтобы избежать ошибок. Анализ чувствительности, который требует вычисления частных производных, также трудоемок. Поэтому обе эти процедуры желательно автоматизировать, используя компьютер.

За последние два десятилетия разработана методика автоматического вывода уравнений движения систем многих тел в числовом или символьном виде [12]. Для анализа чувствительности целесообразно использовать систему символьных вычислений типа NEWUOL [13]. Исходя из геометрического описания отдельных тел и соединяющих их шарниров, эта программа выводит уравнения движения в символьном виде.

Любой параметр, входящий в уравнения движения системы, может использоваться как варьируемая переменная. Частные производные по варьируемым переменным и фазовым координатам вычисляются автоматически при помощи пакета программ MAPLE [14], предназначенного для символьных преобразований. Уравнения движения, а также сопряженные уравнения интегрируются численно. Система этих уравнений достаточно сложна, и в сопряженные уравнения входят фазовые координаты уравнений движения. Поэтому для интегрирования предпочтительно использовать многошаговые алгоритмы и соответствующие методы интерполяции [11].

5. Численные результаты. На рис. 1 изображена «плоская» модель микроавтобуса, состоящая из четырех твердых тел. Вектор обобщенных координат $y \in R^6$ имеет вид

$$y = (y, z, \alpha, \varphi, w, z_1).$$

Динамика такой системы описывается двенадцатью дифференциальными уравнениями первого порядка. Рассматривается случай, когда микроавтобус, движущийся с постоянной скоростью 20 м/с переезжает через бугорок синусоидальной формы высотой 0.1 м и длиной 3 м. Такие бугорки часто делаются на дорогах в пустонаселенных местах, они заставляют водителей снижать скорость.

Передняя и задняя подвески представляются состоящими из параллельно соединенных силовых элементов с характеристиками (1.2)—(1.5). Если параметр



Рис. 2



Рис. 3

d_A равен нулю, то подвеска называется пассивной; в противном случае она называется активной. Демпферы могут иметь линейную характеристику (1.3) или степенную характеристику вида (1.4).

Коэффициенты демпфирования и жесткости передней и задней подвесок (d_F, d_R, c_F, c_R), высота центра масс h_3 и, в случае активных подвесок, параметр управления d_A принимаются за варьируемые переменные. Они могут быть объединены в вектор варьируемых переменных $p \in R^6$:

$$p = (d_F, d_R, c_F, c_R, h_3, d_A)^T.$$

Для оптимизации используется критерий качества (2.1) с различными наборами весовых коэффициентов. На рис. 2 изображена зависимость вертикального ускорения водителя от времени для исходного и оптимального наборов варьируемых параметров. Оптимизация здесь проводилась по отношению к функционалу (1.8) на модели со степенными характеристиками демпферов. Как в случае активной, так и в случае пассивной подвесок оптимизация приводит к повышению комфортабельности езды. В частности, при использовании активной подвески уменьшаются максимальное ускорение и уровень медленно затухающих колебаний.

Оказывается, что сильное уменьшение минимизируемого функционала происходит на нескольких первых шагах итерационного процесса, после чего функционал почти перестает изменяться. Несмотря на это, процедура оптимизации не сходится из-за значительного изменения варьируемых параметров, слабо влияющих на критерий качества. При создании реальных машин с динамическими

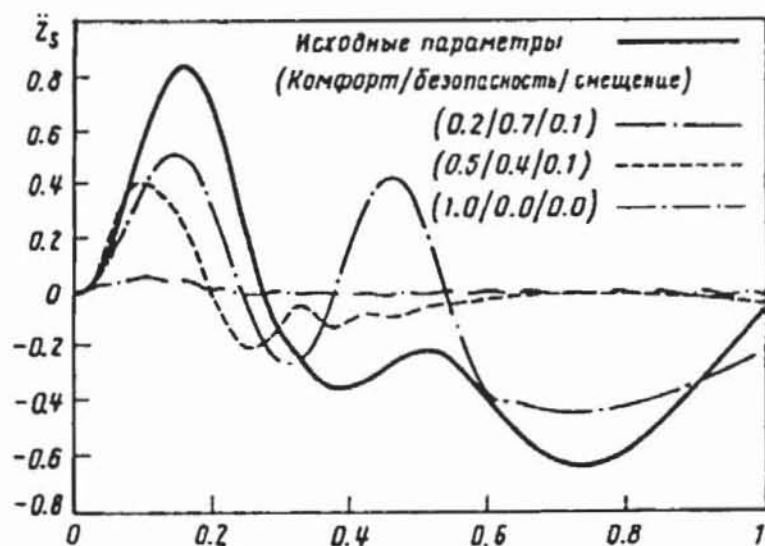


Рис. 4

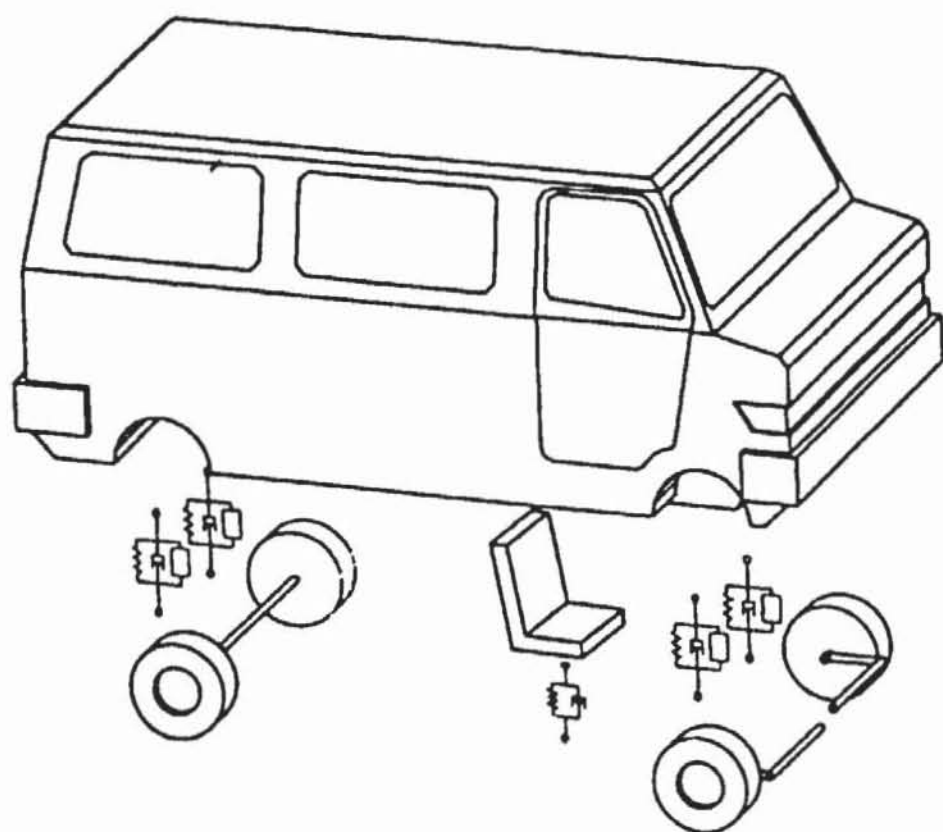


Рис. 5

характеристиками, близкими к оптимальным, такие параметры не требуют очень точной подгонки, что свидетельствует о робастности конструкции.

На рис. 3 показаны оптимальные зависимости ускорения от времени, характеризующие комфортабельность автомобиля, для различных критериев оптимизации (1.8)—(1.10). Оптимизация по отношению к относительным смещениям дает наибольшие ускорения. Оптимизация по критерию безопасности езды приводит к небольшим ускорениям, однако колебания при этом затухают медленно. Сравнение результатов оптимизации по отдельным критериям свидетельствует о том, что улучшение одного из показателей ведет к ухудшению других. Поэтому только многокритериальный подход может привести к приемлемому с инженерной точки зрения решению, см. рис. 4. Если, например, вместо критерия комфортабельности (1.8) использовать «взвешенный» комбинированный критерий, то улучшение комфортабельности в результате оптимизации будет не столь большим, как показано на рис. 3. Тем не менее улучшение комфортабельности будет

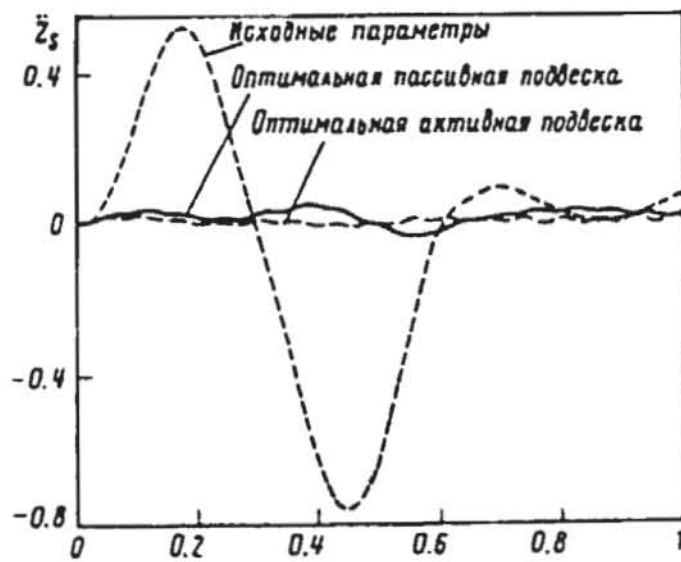


Рис 6

существенным, по сравнению с начальной ситуацией, но при этом не придется очень сильно жертвовать критерием безопасности или относительного смещения. Выбор удачных весовых коэффициентов w_C , w_S , w_D в комбинированном функционале (2.1) зависит от инженерной интуиции.

На рис. 5 изображена пространственная модель автомобиля, состоящая из пяти твердых тел. Кузов автомобиля обладает шестью степенями свободы, задняя ось — двумя степенями свободы, по одной степени свободы имеет каждое переднее колесо, и одна степень свободы (движение в вертикальном направлении) приходится на водителя. В качестве варьируемых параметров здесь используются коэффициенты жесткости и демпфирования передней и задней подвесок, а также параметры управления для активных элементов этих подвесок. Подвески всех колес предполагаются одинаковыми. Внешнее возмущение моделируется силой, входящей в правые части уравнений движения. Эти силы брались таковыми, чтобы вызвать пространственное движение системы. Для простоты при оптимизации использовался только критерий качества (1.8).

Из графиков на рис. 6 видно, что оптимизация приводит к существенному повышению комфортабельности как при пассивных, так и при активных подвесках. Уже рассмотрение плоской модели свидетельствует о том, что подвески, включающие как активные, так и пассивные элементы дают значительно лучшие результаты, чем чисто пассивные подвески. Однако для окончательного выбора параметров пространственной модели автомобиля следует также использовать многокритериальный подход.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *D. Karnopp and G. Heess: Electronically Controllable Vehicle Suspensions. Vehicle System Dynamics 20, 1991.*
2. *D. Karnopp: Design Principles for Vibration Control Systems Using Semi-Active Dampers. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control 112, 1990.*
3. *M. M. ElMadany: Optimal Linear Active Suspensions with Multivariable Integral Control. Vehicle System Dynamics 19, 1990.*
4. *R. C. Redfield: Performance of Low-Bandwidth, Semi-Active Damping Concepts for Suspension Control. Vehicle System Dynamics 20, 1991.*
5. *R. G. Langlois, D. M. Hanna, and R. J. Anderson: Implementing Preview Control on an Off-Road Vehicle with Active Suspension. In: G. Sauvage (ed.) Proceedings of the 12th IAVSD-Symposium, Lyon 1991. Supplement to Vehicle System Dynamics 20, 1991.*
6. *W. Shiehlen: Technische Dynamik. Stuttgart: Teubner, 1986.*

7. *A. Osyczke: Multicriteria Optimization in Engineering.* New York: Ellis Horwood, 1984.
8. *Ch.-L. Hwang and A. S. Masud: Multiple Objective Decision Making — Methods and Applications.* Lect. Notes in Economics and Math. Sys., vol. 164. Berlin: Springer, 1979.
9. *R. Fletcher: Practical Methods of Optimization.* Chichester: Wiley, 1987.
10. *Haug E. J.: Design Sensitivity Analysis of Dynamic Systems.* In: Mota-Soares, C. A. (ed.) *Computer Aided Design: Structural and Mechanical Systems.* Berlin: Springer 1987.
11. *D. Bestle and P. Eberhard: Analyzing and Optimizing Multibody Systems.* Mechanics of Structures and Machines 20, 1992.
12. *W. Schiehlen (ed.): Multibody Systems Handbook.* Berlin: Springer, 1990.
13. *E. Kreuzer and G. Leister: Programmsystem NEWEUL'90, User's Guide AN-24.* Stuttgart: University, Institute B of Mechanics, 1991.
14. *B. W. Char et al.: MAPLE-Reference Manual.* Waterloo: Waterloo Maple Publ., 1990.

ФРГ, г. Штутгарт
Ин-т механики Штутгартского ун-та

Поступила в редакцию
8.X.1992