

Michael Wacker

Einfluss von Drehungleichförmigkeiten auf die Zahnradlebensdauer in Fahrzeuggetrieben

Bericht Nr. 144

D 93 ISBN 978-3-936100-45-7

Institut für Maschinenelemente

Antriebstechnik • CAD • Dichtungen • Zuverlässigkeit

Universität Stuttgart Pfaffenwaldring 9 70569 Stuttgart Tel. (0711) 685 – 66170

Prof. Dr.-Ing. B. Bertsche, Ordinarius und Direktor

Einfluss von Drehungleichförmigkeiten auf die Zahnradlebensdauer in Fahrzeuggetrieben

Von der Fakultät Konstruktions-, Produktions- und Fahrzeugtechnik der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.) genehmigte Abhandlung

> Vorgelegt von Dipl.-Ing. Michael Wacker aus Sindelfingen

Hauptberichter:Prof. Dr.-Ing. Bernd BertscheMitberichter:Prof. Dr.-Ing. Karl-Heinz Hirschmann

Tag der mündlichen Prüfung: 21. März 2013

Institut für Maschinenelemente der Universität Stuttgart

2013

Meiner Familie und meinen Eltern gewidmet

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Maschinenelemente (IMA) der Universität Stuttgart.

Mein besonderer Dank gilt an dieser Stelle meinem Doktorvater der Dissertation, Herrn Prof. Dr.-Ing. Bernd Bertsche, Ordinarius und Direktor des Instituts für Maschinenelemente der Universität Stuttgart, für die menschliche, fachliche und wissenschaftliche Betreuung der Arbeit. Insbesondere danke ich Herrn Prof. Bernd Bertsche für die fachlichen Anregungen und Diskussionen, die stetige Förderung, Motivation und Unterstützung sowie das entgegengebrachte Vertrauen, ohne das diese Arbeit sicherlich so nicht zustande gekommen wäre.

Ebenso gilt mein besonderer Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. Karl-Heinz Hirschmann, Universität Rostock, für die kritische Durchsicht der Arbeit, die konstruktiven und von Erfahrung geprägten Hinweise und für die Übernahme des Mitberichts.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Arnold Kistner, stellv. Direktor am Institut für Angewandte und Experimentelle Mechanik der Universität Stuttgart, danke ich für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes bei der mündlichen Prüfung.

Der ZF Getriebe GmbH in Brandenburg, insbesondere den Herren Jens Patzner, Dirk Blechschmidt und Andreas Vogel, gilt mein Dank für die Bereitstellung von Versuchsteilen, der Konstruktion und Fertigung von Aufbaukomponenten und der fachlichen Unterstützung vor und während des Prüfbetriebs.

Mein herzlicher Dank gilt allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Instituts für Maschinenelemente für die kollegiale Zusammenarbeit und das gute, abteilungsübergreifende Institutsklima. Der mechanischen und elektrischen Werkstatt danke ich für die schnelle und zuverlässige Unterstützung, sowohl bei terminierten als auch kurzfristigen Aufträgen. Ebenso danke ich den Mitarbeiterinnen des Sekretariats für die Unterstützung in organisatorischen und verwaltungstechnischen Anliegen.

Bedanken möchte ich mich ebenfalls bei Frau Ulrike Hinselmann und den Herren Peter Hailer, Peter Fietkau, Andreas Schmid, Axel Baumann, Kai Kleofas, Thomas Münzing und Dominic Sieg, die im Rahmen ihrer Studienarbeiten und als wissenschaftliche Hilfskräfte meine Arbeit unterstützt und somit einen Beitrag zum Gelingen dieser Dissertation geleistet haben.

Mein herzlichster Dank gebührt meiner Familie und meinen Eltern, die mich in der Zeit der Entstehung dieser Arbeit stets unterstützt haben.

Inhaltsverzeichnis

Fo	rmela	zeiche	n und Abkürzungen	iv
Ab	strac	t		viii
Ku	rzfas	sung		ix
1	Einl	eitung	ç	1
	1.1	Proble	emstellung	2
	1.2	Ziele	dieser Arbeit	3
	1.3	Aufba	au der Arbeit	4
2	Gru	ndlage	en der Getriebeentwicklung	6
	2.1	Getrie	ebeerprobung	6
	2.2	Meth	oden der Zuverlässigkeitstechnik	10
		2.2.1	Begriffe und Definitionen der Zuverlässigkeitstechnik	10
		2.2.2	Statistische Verteilungen	13
			Normalverteilung	
			Logarithmische Normalverteilung	14
			Exponentialverteilung	15
			Weibullverteilung	16
		2.2.3	Analytische Auswertemethoden zur Parameterschätzung	
			Regressionsanalyse	
			Momentenmethode	
			Maximum-Likelihood Methode	21
			Schätzung der ausfallfreien Zeit t ₀	
		2.2.4	Ermittlung von Vertrauensbereichen	23
	2.3	Betrie	ebsfestigkeit und Lebensdauer	24
		2.3.1	Grundlagen der Betriebsfestigkeit	24
		2.3.2	Ermittlung von Wöhlerlinien	26
		2.3.3	Schadensakkumulationshypothesen	29
3	Die	Versu	chseinrichtung	31
	3.1	Hoche	dynamischer Lastprüfstand	31
	3.2	Steue	erung und Regelung	34

	3.3	Mess-	und Steuerungssystem	35	
	3.4	Verbr	ennungsmotorensimulation	36	
		3.4.1	Grundlagen der Drehschwingungserzeugung durch Verbrennungsmoto	ren36	
		3.4.2	Nachbildung der Drehungleichförmigkeiten am Prüfstand (ETPS)	38	
	3.5	Versu	chsüberwachung mittels FFT-Analyse	40	
	3.6	Schad	ensdetektion	44	
	3.7	Temp	eraturüberwachung	48	
4	Versuchsaufbau und Parametrisierung				
	4.1	Anfor	derungen an die Prüfeinrichtung	50	
	4.2	Ausge	führte Prüfeinrichtung	53	
		4.2.1	Prüfverzahnung	54	
		4.2.2	Wellen und Lagerung	56	
		4.2.3	Prüfgehäuse	58	
		4.2.4	Kupplungen	62	
		4.2.5	Gesamtaufbau	64	
	4.3	Param	netrierung der Versuchsreihen	66	
		4.3.1	Betrachtung der Dynamik des Prüfaufbaus	66	
		4.3.2	Prüfdrehzahl	70	
		4.3.3	Belastungsstufen und Drehschwingungseinleitung	71	
		4.3.4	Zulässigkeit und Reproduzierbarkeit der Versuchsergebnisse	74	
5	Kon	nponei	ntenerprobung	76	
	5.1	Zahnr	adschäden	76	
		5.1.1	Zahnbruch	77	
		5.1.2	Erzeugte Schadensbilder nach erfolgtem Prüflauf	78	
	5.2	Statist	tische Versuchsplanung	81	
	5.3	Meth	odik der Versuchsauswertung	82	
		5.3.1	Ranggrößenbestimmung	82	
		5.3.2	Auswahl der Verteilungsfunktion	83	
		5.3.3	Auswahl der analytischen Methoden zur Parameterschätzung	84	
		5.3.4	Ermittlung der Vertrauensbereiche	87	
		5.3.5	Bestimmung der ausfallfreien Zeit und des Faktors f_{tB}	91	
		5.3.6	Zusammenfassung der ausgewählten Methoden	92	
	5.4	Versu	chsergebnisse	92	
		5.4.1	Auswertung der Verteilungsparameter nach Weibull	96	

		5.4.2	Auswertung der statistischen Lebensdauerwerte	
		5.4.3	Auswertung mit Vertrauensbereichen	105
		5.4.4	Zusammenfassung der statistischen Ergebnisse	
		5.4.5	Übertragung der Ergebnisse zu Wöhler- bzw. Lebensdauerlinien	
6	Inte	gratio	n der Drehungleichförmigkeit in die Zahnradberechnung	124
	6.1	Grund	dlagen der Verzahnungsauslegung	
		6.1.1	Berechnung der Zahnfußspannung nach DIN 3990 Teil 41 (Methode	B)126
		6.1.2	Ergebnisse der Zahnradberechnung nach DIN 3990 für die Prüfverza	hnung129
	6.2	Übert	ragung der Drehungleichförmigkeiten in die Berechnung	130
	6.3	Ermit	tlung der Anwendungsfaktoren aus Versuchsergebnissen	
	6.4	Leber	nsdauereinfluss synthetisch erzeugter Drehschwingungen	
		6.4.1	Synthetisch erzeugte Drehschwingungen	
		6.4.2	Lastkollektivermittlung über Häufigkeitsverteilung	
		6.4.3	Berechnung der K _A -Faktoren mittels der Schadensakkumulationshy	othese140
	6.5	Abgle	ich von Versuch und Berechnung	141
7	Erm	ittlung	g der Zahnradlebensdauer durch repräsentative Lastkollektive	144
	7.1	Simul	ationsumgebung	144
		7.1.1	Fahrzeugmodell	
		7.1.2	Fahrermodell	
		7.1.3	Simulationsstrecke	
		7.1.4	Simulationsablauf	
	7.2	Ergeb	nisse Fahrsimulation	150
		7.2.1	Gangverteilung	
		7.2.2	Klassierung	
	7.3	Leber	nsdauerrechnung mit repräsentativem Lastkollektiv	
8	Zusa	amme	nfassung und Ausblick	156
9	Lite	ratur		159

Formelzeichen, Indizes und Abkürzungen

Zeichen	Einheit	Bedeutung
A _{1,2}	Nm	Amplitude 1.,2. Momentenschwingung
a _i		Rechenhilfswert, Faktor
b	mm	Zahnbreite
b		Formfaktor der Weibullverteilung
<i>B</i> ₁	LW	B ₁ -Lebensdauer
<i>B</i> ₁₀	LW	B ₁₀ -Lebensdauer
B ₅₀	LW	B ₅₀ -Lebensdauer
B_x	LW	B _x -Lebensdauer
C _T	kNm/rad	Drehsteifigkeit
d	mm	Teilkreisdurchmesser
D		Gesamtschädigung
D _i		Teilschädigung
f	Hz	Frequenz
F(t)		Ausfallwahrscheinlichkeit
f(t)		Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte
f_{eig}	Hz	Eigenfrequenz
f _{err}	Hz	Erregerfrequenz
F _n	Ν	Normalkraft
F _r	Ν	Radialkraft
F _t	Ν	Nenn-Umfangskraft
F _T	Ν	Tangentialkraft
f_{tB}		Faktor t_0/B_{10}
Н		Häufigkeit
h _{Fa}	mm	Biegehebelarm
i		Ranggröße
J	kgm ²	Massenträgheit
j		imaginäre Einheit

k		Steigung Wöhlerlinie
К		Korrelationskoeffizient
K _A		Anwendungsfaktor
K _{Fα}		Stirnfaktor
К _{FB}		Breitenfaktor
K _V		Dynamikfaktor
М	Nm	Motormoment
m _n	mm	Normalmodul
M _{nenn}	Nm	Nenn-Motormoment
n	LW	auftretende Lastwechselzahl
Ν	LW	Ertragbare Lastwechselzahl
n		Stichprobenumfang, Anzahl Ausfälle
N _D	LW	Lastwechselzahl Dauerfestigkeitspunkt
n _{Mot}	1/min	Motordrehzahl
P _A	%	Aussagesicherheit
R		Spannungsverhältnis
R(t)		Zuverlässigkeit, Überlebenswahrscheinlichkeit
R _e	N/mm²	Streckgrenze
R _m	N/mm²	Zugfestigkeit
S		Standartabweichung
s ²		Varianz
S _{F,min}		Mindestsicherheitsfaktor
S _{Fmin}		Sicherheitsfaktor
S _{Fn}	mm	Zahndicke Fußbereich
Т	Nm	Moment
Т		charakteristische Lebensdauer
t	S	Zeit
t _o	LW	ausfallfreie Zeit
Y _F		Formfaktor
Y _{RrelT}		relativer Oberflächenfaktor
Y _S		Spannungskorrekturfaktor
Y _β		Schrägungsfaktor

$Y_{\delta relT}$		relative Stützziffer
Ζ		Zylinderzahl
α	0	Eingriffswinkel
λ(t)		Ausfallrate
$\sigma_{\scriptscriptstyle D}$	N/mm²	Spannung Dauerfestigkeitspunkt
σ_F	N/mm²	Zahnfußspannung
$\sigma_{\scriptscriptstyle FE}$	N/mm²	Zahnfußgrundfestigkeit
$\sigma_{\scriptscriptstyle FG}$	N/mm²	Zahnfußgrenzfestigkeit
$\sigma_{\scriptscriptstyle FP}$	N/mm²	zulässige Zahnfußspannung
ω	rad/s	Winkelgeschwindigkeit
Г		Gammafunktion
γ		Schiefe
φ		Phasenwinkel
μ		Lageparameter der Normalverteilung
σ		Streumaß, Formparameter

Indizes	Bedeutung	
а	Amplitude, Axial	
D	Dauerfestigkeitswert	
G	Gas	
ges	Gesamt	
т	Mittelwert	
тах	maximal	
median	Medianwert	
min	minimal	
modal	Modalwert	
n	Normalschnitt, Nenn	
0	Ober	
OSZ	oszillierend	
r	radial	
t	tangential, Stirnschnitt	
u	Unter	

Abkürzung	Bedeutung
Alspa	Software der Firma Converteam
CAD	Computer Aided Design
CAN	Controller-Area-Network
CIL	component-in-the-loop
DFT	Discrete-Fourier-Transformation
Ε	Exponentialverteilung
ETPS	Engine Torque Pulsation Simulation
FEM	Finite-Elemente-Methode
FFT	Fast-Fourier-Transformation
FMEA	Fehler-Möglichkeits- und Einfluss-Analyse
GPS	Global-Positioning-System
IGBT	Insulated-Gate-Bipolar-Transistor
IMA	Institut für Maschinenelemente
LogN2P	2-parametrische Lognormalverteilung
LogN3P	3-parametrische Lognormalverteilung
LV	Likelihood-Verhältnis
LW	Lastwechsel
MLE	Maximum Likelihood Methode
Ν	Normalverteilung
RWDR	Radialwellendichtring
RXX	Regression nach x
SASIMA	Streckenaufzeichnungssystem am IMA
SPARC	Schenck-Pegasus-Advanced-Realtime-Controler
Stars	Automatisierungssoftware von Horiba ATS
ТСИ	Transmission Control Unit
TTL	Transistor-Transistor-Logik
UKF	Umpumpkühlfiltereinheit
VB	Vertrauensbereich
WN	Welle-Nabe-Verbindung
W2P	2-parametrische Weibullverteilung
W3P	3-parametrische Weibullverteilung

Abstract

The influence of rotational irregularities on the durability of gears in automotive transmissions

The influence of rotational irregularities on the lifetime of powertrain components is analysed using a high dynamic load test bench which is installed at the Institute of Machine Components (IMA) at the University of Stuttgart. This test bench is applicable for dynamic testing of power-train components. Due to the high dynamic of the drive engine, high frequency torsional vibrations of gasoline or diesel engines can be simulated realistically.

For detection of the basic influence of rotational irregularities a single-stage transmission with a high torsional stiffness is designed. This setup is used to determine the B10-Wöhlercurve of the pinion regarding the gear tooth failure. The torsional oscillations are superimposed on to the mean value of each load level in three steps.

All test results of the specific load level are analyzed using the 3-parametric Weibulldistribution. The test results with the superimposed oscillations can be refered relatively to the Wöhlercurves with different failure probabilities. In this work the influence of the torsional oscillations of a 4-cylinder combustion engine is demonstrated by fundamental tests on the high dynamic load test bench. The influence of the rotational irregularities is determined using the results of the bench tests. Applying the hypothesis of damage accumulation the durability of gears is determined in relation to the constant load (without the superposition of the rotational irregularities).

The influence of the rotational irregularities is considered using the time-discrete classification. Based on this distribution the load profile of the superimposed oscillations can be determined. Applying the hypothesis of damage accumulation the influence to the single-level Wöhlertest can be identified mathematically. The rotational irregularities can also be introduced in the accumulation by using the application factor.

A measured stress collective or a stress collective gained from a driving simulation tool is usually classified over the load without the information of the rotational irregularities. The influence of the rotational irregularities of a combustion engine is verified in this work using the results of the bench tests. The calculation methods have been validated and adjusted. The durability of a transmission gear (including the superposition of rotational irregularities of the combustion engine) is determined exemplary by using a stress collective generated from a driving simulation tool.

Kurzfassung

Um den Einfluss der Drehmomentungleichförmigkeiten auf die Lebensdauer von Antriebstrangkomponenten untersuchen zu können, wurde am Institut für Maschinenelemente (IMA) der Universität Stuttgart ein hochdynamischer Lastprüfstand aufgebaut. Dieser Prüfstand eignet sich zur dynamischen Prüfung von Antriebstrangkomponenten. Durch die hohe Dynamik der Antriebsmaschine können Drehmomentungleichförmigkeiten ähnlich einem Verbrennungsmotor nachgebildet werden.

Um den grundlegenden Einfluss von Drehmomentungleichförmigkeiten nachzuweisen, wurde ein verdrehsteifes einstufiges Prüfgetriebe aufgebaut. Mittels diesem Aufbau konnte die B_{10} -Wöhlerlinie des Antriebsrades hinsichtlich der Schadensart Zahnbruch ermittelt werden. Die Schwingungsüberlagerung erfolgte in drei Schritten jeweils prozentual über dem Mittelwert der Belastungsstufe.

Alle Versuchsergebnisse der jeweiligen Belastungshorizonte wurden in der Auswertung anhand der dreiparametrischen Weibullverteilung analysiert und ausgewertet. Relativ zur ermittelten Wöhlerlinie unterschiedlicher Ausfallwahrscheinlichkeiten können nun die schwingungsüberlagerten Versuchsdaten betrachtet werden. Der Lebensdauereinfluss mit Drehmomentschwingungsüberlagerung in Analogie zum Vierzylinder-Verbrennungsmotor wird in dieser Arbeit in einem Grundlagenversuch auf dem hochdynamischen Lastprüfstand dargestellt.

Um den Einfluss rechnerisch in der Zahnradberechnung einfließen zu lassen, wurde über eine zeitdiskrete Klassierung eine Häufigkeitsverteilung der Schwingungsanregung gebildet. Ausgehend von dieser Häufigkeitsverteilung kann das Lastkollektiv der überlagerten Schwingungen abgeleitet werden. Mittels der Schadensakkumulationshypothese lässt sich nun der Einfluss zum einstufigen Wöhlerversuch rechnerisch ermitteln. Die theoretische Übertragung der Drehmomentungleichförmigkeiten in die Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern (DIN 3990) kann hierbei über den Anwendungsfaktor realisiert werden.

Ein reales oder aus der Fahrsimulation erzeugtes Lastkollektiv wird üblicherweise über der Belastungsgröße klassiert, wobei die Drehmomentschwingungsinformation hierbei nicht erfasst wird. Anhand der aus dem Versuch gewonnenen Einflussfaktoren der Drehmomentungleichförmigkeit lässt sich mit der Schadensakkumulationshypothese die Lebensdauer einer Getriebestufe mit Drehmomentungleichförmigkeiten eines Verbrennungsmotors relativ zur Konstantbelastung (ohne Drehmomentschwingungsüberlagerung) ermitteln.

Der Lebensdauereinfluss der Drehmomentungleichförmigkeit eines Verbrennungsmotors wurde in dieser Arbeit im Versuch ermittelt, mit Berechnungsverfahren simuliert und abgeglichen. In einem Beispiel konnte mit einem aus der Fahrsimulation gewonnenen Lastkollektiv die Lebensdauer einer Getriebeverzahnung unter Berücksichtigung der Drehmomentschwingungen eines Verbrennungsmotors exemplarisch ermittelt werden.

1 Einleitung

Die Entwicklung technischer Produkte ist heutzutage verstärkt an internationale Vorschriften und Umweltanforderungen geknüpft. Der Trend zur Reduzierung der stark publizierten CO₂ Emissionen, zur Einhaltung von spezifischen Emissionsnormen und zur Ressourcenschonung ist hierbei deutlich zu erkennen. Darüber hinaus vergrößern stetig steigende Kundenerwartungen, umfassende gesetzliche Auflagen und drastisch verschärfte globale Wettbewerbsbedingungen die Herausforderungen an die Entwicklung erfolgsversprechender Produkte. Kürzere Entwicklungszeiten bei zunehmend komplexeren Produkten ist die Zielvorgabe der Unternehmen an Ihre Mitarbeiter – gefördert von Markt und Wettbewerb.

Die Qualität und insbesondere die Zuverlässigkeit der Produkte sind weiterhin das wichtigste Kaufargument des Kunden [Ber04]. Als Zuverlässigkeit wird dabei die Fähigkeit eines Produkts oder einzelner Komponenten bezeichnet, unter vorgegebenen Belastungs- und Funktionsbedingungen in einem bestimmten Zeitraum mit einer gewünschten Wahrscheinlichkeit nicht auszufallen [VDI4001]. Wird die geforderte Zuverlässigkeit eines Produktes nicht erreicht, sind hohe Garantie- und Kulanzkosten zu tragen und es folgt ein unkalkulierbarer Imageverlust der Herstellerfirma.

Die Zuverlässigkeit beschreibt das Ausfallverhalten eines Produkts und stellt damit eine wichtige Produkteigenschaft dar, die schon in der Konstruktionsphase maßgeblich festgelegt wird. Deshalb muss speziell in frühen Phasen der Entwicklung die Abschätzung der Zuverlässigkeit mit einbezogen werden [Wac07]. Die Anwendung qualitativer und quantitativer Zuverlässigkeitsmethoden bildet im Entwicklungsprozess den Grundstein für ein erfolgreiches und zuverlässiges Produkt [VDI2206].

Die genauen Zuverlässigkeitskennwerte des Produkts können nur experimentell ermittelt werden. Die Durchführung von Versuchen ist jedoch sehr zeitaufwendig, kostenintensiv und erfordert einen hohen Einsatz an prüftechnischer Ausrüstung. Die Prüfung von Bauteilen und Baugruppen ist dennoch absolut notwendig, um statistische Kennwerte zu erhalten. Grundlegende Komponentenversuche mit übertragbaren Einflussfaktoren helfen dem Konstrukteur bei der zuverlässigen Auslegung von Bauteilen.

Das Verhältnis von Belastung und Belastbarkeit ist entscheidend für die Lebensdauer eines Bauteils. Die Belastbarkeit lässt sich durch Versuche mit unterschiedlichen Lastniveaus ermitteln. Unterschiedliche Kundenprofile geben jedoch nur mit unscharfen Daten die Feldbelastung wieder. Die Anwendung von realitätsnaher Simulation von Betriebslasten analog zu der erwartenden Produktlebensdauer im Kundeneinsatz liefert repräsentative Ergebnisse. Liegen die statistisch relevanten Belastungen vor, kann ein in Hinblick auf die Betriebsfestigkeit optimaler Bauteilentwurf entwickelt werden.

1.1 Problemstellung

Die Entwicklungen moderner Verbrennungsmotoren sind sehr stark an internationale Vorschriften und Umweltanforderungen geknüpft. Stetig steigende Leistungsdichten verbunden mit hohen Zünddrücken (insbesondere bei Dieselmotoren) erzeugen beachtliche Belastungen des Antriebstrangs infolge entstehender Drehmomentungleichförmigkeiten. Zur Senkung des Kraftstoffverbrauchs werden zunehmend Motoren mit reduzierter Zylinderzahl bei geringen Leerlauf- und Betriebsdrehzahlen eingesetzt. Eine Verstärkung der erzeugten Drehmomentschwingungen ist die Folge dieser Entwicklung.

Durch den Einsatz von mehrzylindrigen Hubkolbenmaschinen (Viertakt-Zyklus) verursachen die prozessbedingten Gaskräfte und die durch den ungleichförmigen Bewegungsablauf auftretenden Massenkräfte in der Kurbelwelle eine Drehmomentpulsation, die sich an der Schwungmasse in Form einer Drehungleichförmigkeit wiederspiegelt. Diese Drehmomentschwingungen werden über die Kupplung in das Getriebe eingeleitet.

Aufwendige Techniken der Torsionsschwingungsdämpfung wie bsp. Zweimassenschwungräder und in die Kupplung integrierte Torsionsschwingungsdämpfer werden entwickelt, können aber zunehmend der massiven Anregung moderner Motorengenerationen nicht immer gerecht werden. Im kostengünstigen Fahrzeugsegment als auch im Nutzfahrzeugbereich sind Kosten und auch untergeordnete Komfortansprüche der Grund für die Einsparung torsionsschwingungsdämpfender Bauteile. Die Anregungen vom Verbrennungsmotor werden in Abhängigkeit der Massenträgheiten und Torsionssteifigkeiten in die im Kraftfluss angeordneten Triebstrangkomponenten eingeleitet.

Die Anregungen der Drehungleichförmigkeiten verursachen im Getriebe ein akustisches Komfortproblem, das sich dem Kunden durch Klapper- und Rasselgeräusche zeigt [Wei91, Lan97, Ryb03, Sto08, Nov10]. Zudem haben auftretende Drehmomentungleichförmigkeiten einen massiven Einfluss auf die Lebensdauer der Antriebstrangkomponenten.

Diskussionen über Kosteneinsparungen im Bereich der Antriebstrangentwicklung, die eine Reduzierung der kostenintensiven torsionsschwingungsdämpfenden Bauteile zur Folge haben, sind an der Tagesordnung. Die Reduktion würde eine überproportionale Schwingungseinleitung in den Triebstrang ermöglichen. Die spezifische konstruktive Berücksichtigung bei der Bauteilauslegung hinsichtlich der Lebensdauer wird aber meist vernachlässigt. Eine Verringerung der Bauteillebensdauer und damit eine Verschlechterung der Bauteilzuverlässigkeit sind durch den Anstieg der Drehmomentungleichförmigkeiten für den Kunden absolut nicht tragbar.

Die absolute Lebensdauerreduzierung in Antriebstrangkomponenten ist derzeit unzureichend bekannt. Allgemeingültige und mittlerweile eher historische Anwendungsfaktoren bei der Bauteilauslegung sind nicht mehr Stand der Technik. Drehmomentschwingungen werden aufgrund hochfrequenter Anregungen in Fahrzeugmessschrieben oftmals nicht erfasst. Rechnergestützte Lastkollektivsimulationen mit expliziter Berücksichtigung der Drehmomentungleichförmigkeiten sind nicht verfügbar. In der klassischen Systementwicklung wird der Drehmomentschwingungseinfluss weder im Fahrversuch noch in der Belastungssimulation berücksichtigt.

1.2 Ziele dieser Arbeit

Ziel der Arbeit ist, den statistischen Lebensdauernachweis eines Zahnrads hinsichtlich der Schadensursache Zahnbruch unter Einflussnahme von Drehmomentschwingungen nachzuweisen und die theoretische Übertragung der Ergebnisse als Grundlage zu einer rechnerischen Bauteilauslegung darzulegen.

Am Institut für Maschinenelemente der Universität Stuttgart wurde ein hochdynamischer Lastprüfstand aufgebaut. Die Antriebs- und Bremsmaschine des Prüfstands konnte durch einen elektromotorischen Antrieb/Abtrieb dargestellt werden. Moderne elektromotorische Antriebe sind zum einen durch ihr geringes Trägheitsmoment und zum anderen durch innovative Umrichtertechnik in der Lage, Drehungleichförmigkeiten nahe einem Verbrennungsmotor im Leistungsbereich heutiger Pkw-Motoren abzubilden. Dies ermöglicht eine grundlegende Untersuchung der Lebensdauerreduzierung einer Antriebstrangkomponente durch den Einfluss von Drehmomentschwingungen.

Die Anforderungen an den Versuchsaufbau müssen der geforderten Untersuchung gerecht werden. Maximale Torsionssteifigkeiten zur Übertragung der Drehmomentschwingungsamplituden bei gleichzeitiger Minimierung der Drehmassen zur Erreichung des realen Dynamikverhaltens stellen den Hauptanspruch an den konstruktiven Aufbau dar.

Der Einfluss der Drehmomentungleichförmigkeiten soll anhand von Ermüdungsschäden hinsichtlich der Zahnfußfestigkeit am Prüfrad ermittelt werden. Anhand gängiger Ausfallverteilungen soll ein statistischer Einfluss im Versuch nachgewiesen und die zugehörigen Wöhler- und Lebensdauerlinien beschrieben werden. Mittels dieser Kenntnisse soll der absolute Lebensdauereinfluss der Drehmomentschwingungen dargestellt werden.

Ein weiteres Ziel dieser Arbeit ist die Verifikation der Versuchsergebnisse mit der Zahnradberechnung (DIN 3990). Hierbei sollen die Drehmomentschwingungen simuliert und mit Hilfe von Schädigungsrechnungen die relative Lebensdauer ermittelt werden. Ein Abgleich der theoretischen Ergebnissen mit den Versuchsdaten ist darzustellen. Die erzielten Ergebnisse sollen dem Konstrukteur als Grundlage zur zukünftigen Bauteilauslegung dienen.

Ein weiteres Ziel dieser Arbeit ist mittels Fahrsimulationsverfahren ein repräsentatives Lastkollektiv eines Bauteils (ohne Drehmomentschwingungen) zu simulieren und anhand gängiger linearer Schadensakkumulationsrechnungen die Lebensdauer des zu betrachteten Bauteils zu bestimmen. Dabei sollen die im Versuch ermittelten Ergebnisse des Drehmomentschwingungseinflusses in die Schädigungsrechnung integriert und die relative Lebensdauer einer Getriebekomponente beispielhaft unter der Berücksichtigung des Drehmomentschwingungseinflusses eines Verbrennungsmotors angegeben werden.

1.3 Aufbau der Arbeit

Einen Überblick über den Aufbau der Arbeit ist in Bild 1.1 dargestellt.

Im Kapitel **Grundlagen der Getriebeentwicklung** wird auf praxisnahe Verfahren zur Erprobung von Getrieben oder deren Komponenten eingegangen. Grundlegende statistische Zusammenhänge hinsichtlich der Auswertung von Versuchsdaten sind ebenfalls in diesem Kapitel beschrieben. Die Darstellung der Grundlagen zu Lebensdauerberechnungen und Betriebsfestigkeitsanalysen runden das Kapitel ab.



Bild 1.1: Aufbau der Arbeit

Der umfangreichste Teil der Arbeit beinhaltet die Prüfstandserprobung. Der Prüfstandsaufbau, die Besonderheiten und die Kenngrößen des Prüfstands sind in Kapitel **Aufbau der Versuchseinrichtung** dokumentiert.

Für die Erprobung der ausgewählten Gangradstufe musste eine entsprechende Vorrichtung konstruiert werden. Den konstruktiven Aufbau, die Funktionalität und die physikalischen Besonderheiten zum Aufbau eines geeigneten Triebstrangs sind in Kapitel **Prüfvorrichtung und Parametrierung** erläutert. Hierbei wird auf die einzelnen Details eingegangen, welche grundlegend zum Aufbau eines drehsteifen Triebstrangs zur Übertragung von Drehmomentschwingungen zu beachten sind. Die Ermittlung der geeigneten Prüfdrehzahl und die Parametrierung der Laststufen werden zudem in diesem Kapitel beschrieben.

Die statistische Auswertung der Versuchsergebnisse und die Auswahl der geeigneten Methoden zur Versuchsdatenauswertung sind im Kapitel **Komponentenerprobung und Versuchsauswertung** aufgeführt. In diesem Abschnitt sind die Kennzahlen der statistischen Auswertung angegeben und die Werte in die entsprechenden Wöhlerbzw. Lebensdauerlinien übertragen worden. Anhand dieser Grafiken kann der im Versuch erzeugte Lebensdauereinfluss aufgrund der überlagerten Drehmomentschwingungseinleitung erstmalig aufgezeigt werden.

Im theoretischen Teil der Arbeit wird mittels synthetisch erzeugten Drehmomentschwingungen der Lebensdauereinfluss auf die Zahnradstufe rechnerisch ermittelt. Der Lebensdauereinfluss kann durch den Anwendungsfaktor in die Berechnung nach DIN 3990 einfließen. Im Kapitel **Integration der Drehungleichförmigkeit in die Zahnradberechnung** konnte eine Übereinstimmung zwischen Berechnung und Versuch nachgewiesen werden.

Als praxisnahes Beispiel wurde mittels der Fahrsimulation ein repräsentatives Lastkollektiv für die im Versuch getestete Gangradstufe erzeugt. Das Kapitel **Ermittlung der Zahnradlebensdauer durch repräsentative Lastkollektive** beinhaltet den Aufbau und die Parametrierung des Simulationsmodells, die Darstellung des erzeugten Lastkollektivs sowie die Lebensdauerberechnung der Zahnradstufe. Unter der Annahme der konstanten Drehmomentschwingungsbeaufschlagung konnte die Reduzierung der Lebensdauer für ein repräsentatives Lastkollektiv aufgezeigt werden.

Im letzten Kapitel **Zusammenfassung und Ausblick** wird die Arbeit zusammengefasst und auf die zentralen Ergebnisse der einzelnen Kapitel eingegangen. Der Ausblick rundet die Gesamtarbeit ab und gibt Hinweise zur Umsetzung der Ergebnisse in praxisnahe Entwicklungsumgebungen.

2 Grundlagen der Getriebeentwicklung

Im folgenden Kapitel wird auf explizite Teilbereiche moderner Grundlagen der Fahrzeuggetriebeentwicklung nach heutigem Stand der Technik eingegangen. Unterschiedliche Erprobungsmöglichkeiten im Entwicklungsprozess und statistische Kenngrößen bei der Auswertung von Versuchsergebnissen werden im Detail vorgestellt. Die Betrachtung der Betriebsfestigkeit mit detaillierten Lebensdauerberechnungen zählen heutzutage ebenso zur standardisierten Bauteilentwicklung wie die repräsentative Belastungsermittlung mittels rechnergestützten Lastkollektivsimulationen.

2.1 Getriebeerprobung

Die rechnergestützte Getriebeentwicklung unterstützt bereits in der Konzeptphase mit Entwicklungsschleifen hinsichtlich Kosten, Funktion, Gewicht und Lebensdauer, Bild 2.1. Die frühzeitige Erkennung von Schwachstellen ist ein weiterer wichtiger Vorteil für den Einsatz von Rechnertools. Zu spät erkannte Detailfehler hinsichtlich Bauteillebensdauer und Funktion haben kostspielige und zeitaufwendige Entwicklungsschleifen zur Folge. Das Ziel eine Reduzierung der Entwicklungszeit wäre dadurch nicht erreicht Bild 2.1.



Bild 2.1: Rechnergestützte Entwicklung von Fahrzeuggetrieben, [Nau07]

Allein der Einsatz moderner Berechnungs- und Simulationsmethoden ist nicht ausreichend für eine zuverlässige Bauteilauslegung. Praxisnahe Versuche, welche die reale Feldbelastung wiederspiegeln, sind daher unumgänglich. Das Zusammenspiel vieler Einzelkomponenten zu einem komplexen Gesamtsystem ist nicht durchgehend und sicher zu beherrschen. In vielen Bereichen eingesetzte mechatronische Systeme erhöhen einerseits den Komplexitätsgrad eines Systems beträchtlich, steigern andererseits aber auch die Leistungsfähigkeit und Funktionalität von Produkten deutlich steigern. Die Vorteile durch eine Kombination aus Mechanik und moderner Informationsverarbeitung (Elektronik und Software) sind in vielen Getriebesystemen nicht mehr wegzudenken. Daher gilt heute der Anspruch, diese Systeme so gut als möglich zu beherrschen, um etwaige Unzuverlässigkeiten der Produkte beim Kunden zu vermeiden. Ein entscheidender Ansatz zur zuverlässigen Beschreibung mechatronischer Systeme ist eine Gesamtbetrachtung in frühen Entwicklungsphasen [Jäg07, Wac07].

Die Fertigung der ersten Prototypen erfolgt im Entwicklungsprozess nach der Detaillierung der Konstruktionen. Vor der eigentlichen Erprobung muss das Getriebesystem anhand einer Systemanalyse untersucht werden, Bild 2.2. Ziel der Systemanalyse ist, die kritischen Komponenten und Baugruppen anhand ihrer Ausfallmechanismen zu kategorisieren. Die Systemelemente werden mittels qualitativer Zuverlässigkeitsmethoden analysiert und in Bereiche unterschiedlicher Ausfallklassen eingeteilt. Beispielhaft seien an dieser Stelle die ABC-Analyse (Bild 2.3) und die FMEA nach [VDA3.2, BER04] genannt.



Bild 2.2: Zuverlässigkeitsanalyse nach [Mai07, Ber04]

Im Gegensatz dazu werden bei den quantitativen Zuverlässigkeitsmethoden die analytischen Berechnungsverfahren eingesetzt. Die Lebensdauer und Zuverlässigkeitskenngrößen werden anhand von Fahrsimulationen und Betriebsfestigkeitsberechnungen (vgl. Kap. 2.3) ermittelt und das Ausfallverhalten von Komponenten und Systemen prognostiziert. Der Erprobungsumfang im Versuch wird aus der Zuverlässigkeitsanalyse abgeleitet. Kritische Komponenten und Baugruppen (A- und B-Teile, Bild 2.3) werden anhand Testplanungsmethoden komponentenweise, baugruppenweise oder im Gesamtsystem (Gesamtgetriebe) erprobt. Erst durch den statistischen Nachweis im Versuch kann eine detaillierte und aussagesichere Angabe zum Lebensdauernachweis erbracht werden.



Bild 2.3: Einteilung der Bauteile nach der ABC – Analyse, [Ber04]

Der Getriebeversuch lässt sich in zwei Kategorien einteilen:

- o Prüfstandsversuch
- o Fahrzeugversuch

Allerdings wird das Erprobungsprogramm für Komponenten, Baugruppen und Prototypaggregate zunächst ausschließlich im Prüfstandsversuch durchgeführt, da in frühen Phasen meist keine Aggregateträger zur Verfügung stehen. Der Prüfstandsversuch gliedert sich wiederum in:

- o Funktionsprüfstände
- o Komponentenprüfstände
- o Aggregatprüfstände und
- o Antriebsstrangprüfstände

Funktionsprüfstände werden für die Funktionstests nach Aufbau und Montage von Gesamtgetrieben eingesetzt. Schleppleistungsuntersuchungen, Temperaturverhalten oder auch Beölungsversuche bei unterschiedlichen Betriebszuständen in den einzel-

nen Gangstufen zeigen oftmals sehr eindrucksvoll den Entwicklungsstand, die Montagereproduzierbarkeit oder auch direkte Mängel von Systemen. Die Getriebe werden auf Funktionsprüfständen meist mit einer E-Maschine angetrieben und sind daher sehr einfach in ihrer Handhabung.

Komponentenprüfstände werden zu Funktions- und Festigkeitsuntersuchungen von einzelnen Bauteilen eingesetzt. Sie bieten die Möglichkeit eine Beanspruchungsüberhöhung (bei identischem Ausfallverhalten) auf die Komponenten einzuleiten und können dadurch repräsentative Betriebslasten in kurzer Zeitdauer erreichen. Eine Raffung von Komponentenerprobungen ermöglicht einen statistischen Lebensdauernachweis über mehrere Bauteile, was aber bei realer Belastungsaufbringung aus Zeitund Kostengründen meist nicht zu vertreten ist. Nachteilig ist bei Komponentenerprobungen, dass die realen Umgebungsbedingungen nicht immer dem Realbetrieb entsprechen können. Die Einzelerprobung von Komponenten kann mögliche Konstruktions-, Fertigungs- oder auch Materialfehler frühzeitig aufzeigen.

Aggregatprüfstände dienen dazu, kritische Komponenten im Getriebe gezielt unter dem Einfluss aller Randbedingungen zu erproben. Der Verbrennungsmotor wird durch eine elektrische Antriebseinheit ersetzt. Die Belastungen werden je nach Konfiguration von einem oder auch bis zu vier Bremsmotoren aufgebracht. Häufig wird eine Erprobung auf dem Aggregatprüfstand zur Schwachstellenanalyse verwendet, in der alle Bauteile den verschärften Belastungen unter ungünstigsten Randbedingungen ausgesetzt werden. Stand der Technik sind bei dieser Prüfstandsvariante stationäre Prüfbetriebe mit untergeordneten Dynamikanforderungen. Moderne Prüfstandstechnik ermöglicht jedoch durch die Einbindung von Simulationstechnik reproduzierbare Lastkollektivsimulationen im "component-in-the-loop (CIL)" – Prozess als auch hochdynamische Drehschwingungssimulationen eines realen Verbrennungsmotors [NIC04].

Antriebsstrangprüfstände sind analog zu den Aggregatprüfständen aufgebaut. Allerdings werden diese nicht von einem Elektromotor, sondern von einem befeuerten Verbrennungsmotor angetrieben. Bei der Festigkeitserprobung wird diese Prüfstandsart zum Nachfahren von realen Streckenkollektiven, aber auch für synthetisch generierte Lastkollektiverprobungen eingesetzt. Durch die hohe Dynamik des Aufbaus in Kombination mit echtzeitfähiger Simulationsumgebung eignen sich diese Prüfstände sogar zur Nachbildung von Missbrauchstests [Mue04].

Sind die Prüfstandsversuche im Erprobungsprozess erfolgreich absolviert, kann mit dem Fahrzeugversuch begonnen werden. Bei der Fahrzeugerprobung handelt es sich immer um eine Systemerprobung. Sie schließt sich als letzten Teil der Erprobungsphase an. Die ersten Versuche werden in Versuchsfahrzeugen durchgeführt. Seriennahe Getriebebaustufen (Vorserie) werden im Rahmen sogenannter Feldtests erprobt. Dabei stellt jeder Hersteller eine repräsentative Versuchsstrecke, einer Mischung aus Stadt-, Land- und Autobahnanteilen, zusammen. Diese Versuchsstrecken bilden gleichzeitig die Referenz für den Abgleich von Lastkollektiven der rechnergestützten Fahrsimulation.

2.2 Methoden der Zuverlässigkeitstechnik

Der statistische Nachweis über das Ausfallverhalten eines Bauteils ist entscheidend für die Entwicklung zuverlässiger Produkte. Im Folgenden werden die wichtigsten Kenngrößen und Methoden der technischen Zuverlässigkeitstechnik vorgestellt.

2.2.1 Begriffe und Definitionen der Zuverlässigkeitstechnik

Das Ausfallverhalten technischer Produkte wird durch eine Vielzahl von Definitionen beschrieben. Nachfolgend werden die wichtigsten Begriffe der Zuverlässigkeitstechnik bezugnehmend zu einigen Standardwerken erläutert [Ber04, VDA3.2, Ebe97, Mee98, Mey03, Bei95, Här83, Küh01, Sac06, Web92].

Zuverlässigkeit R(t)

"Die Zuverlässigkeit R(t) ist definiert als die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Produkt während einer definierten Zeitdauer t unter gegebenen Funktions- und Umgebungsbedingungen nicht ausfällt [Ber04]".

Ausfallwahrscheinlichkeit F(t)

Die Ausfallwahrscheinlichkeit F(t) beschreibt die Wahrscheinlichkeit eines Ausfalls im Zeitintervall [0,t] und stellt die Summe der Ausfälle als Funktion der Zeit dar. Die Zuverlässigkeit R(t) und die Ausfallwahrscheinlichkeit F(t) stehen in folgendem Zusammenhang:

$$F(t) = 1 - R(t)$$
 (2.1)

Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte f(t)

Ausfallzeiten treten im Versuch rein zufällig auf. In der Diagrammdarstellung wird die Abszisse in Intervallklassen aufgeteilt. Auf der Ordinate ist die relative Häufigkeit aufgetragen, auf der klassenweise der Anteil der ausgefallenen Versuchswerte in Bezug zur Stichprobenanzahl aufgetragen wird.



Bild 2.4: Histogramm der Ausfallhäufigkeiten und Dichtefunktion f(t) (Anzahl der Ausfälle $n \rightarrow \infty$), [Ber04]

Mit steigendem Stichprobenumfang sinkt die Klassenbreite der Intervalle. Im Grenzfall $n \rightarrow \infty$ nähert sich der Umriss einer Kurve, die der Dichtefunktion f(t) entspricht, Bild 2.4. Die Fläche unterhalb der Dichtefunktion ergibt immer den Wert 1,0 (100% Ausfall). Die Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte f(t) gibt die zugehörige Ausfallhäufigkeit des Bauteils zum Zeitpunkt t an und ist definiert als Funktion:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}$$
(2.2)

Ausfallrate $\lambda(t)$

Bei der Berechnung der Ausfallrate $\lambda(t)$ werden die Ausfälle zur Zeit t auf die Anzahl der noch intakten Einheiten bezogen.

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{Ausfälle \ zum \ Zeitpunkt \ t}{Anzahl \ der \ noch \ intakten \ Einheiten}$$
(2.3)

Die Ausfallrate $\lambda(t)$ beschreibt auch das Ausfallrisiko eines Teils, wenn dies zum betrachteten Zeitpunkt nicht ausgefallen ist. Wird die Ausfallrate zur Beschreibung eines Produktes grafisch dargestellt ergibt sich die vielbeschriebene "Badewannenkurve", Bild 2.5.



Bild 2.5: Die "Badewannenkurve", [Ber04]

Die "Badewannenkurve" untergliedert das Ausfallverhalten in drei Teile. Der Bereich 1 beschreibt mit einer stark abfallenden Kennlinie das Ausfallverhalten von Frühausfällen. Ursache dieses Verhaltens sind z.B. Montagefehler, Fertigungsfehler, Werkstofffehler oder eklatante Konstruktionsfehler. Der mittlere Bereich (Bereich 2) zeigt die Zufallsausfälle - ein Ausfallverhalten mit einer über der Zeit konstanten Ausfallrate. Bedienungs- und Wartungsfehler sind die Hauptursache für ein Ausfallverhalten mit konstantem Ausfallrisiko. Der Bereich 3 beschreibt die Verschleiß- und Ermüdungsausfälle mit einer über der Lebensdauer massiv ansteigenden Kennlinie der Ausfallrate.

B_x-Lebensdauer

Die B_x -Lebensdauer beschreibt ein Bauteil mit der Lebensdauer B, bei der x Prozent aller Einheiten ausgefallen sind. Der Index x entspricht dabei der Ausfallwahrscheinlichkeit. Übliche Werte sind B_1 , B_{10} , B_{50} und B_{90} .

Statistische Maßzahlen:

Der empirische arithmetische **Mittelwert** wird oftmals als Lageparameter der Ausfallzeiten angegeben. Die starke Abweichung des Mittelwerts aufgrund von Versuchsausreißern erfordert eine objektive und von Erfahrung geprägte Bewertung der Ausfalldaten. Der Mittelwert ist aber oftmals ein wichtiger Faktor in der Versuchsauswertung und berechnet sich wie folgt:

$$t_{m} = \frac{t_{1} + t_{2} + \dots + t_{n}}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} t_{i}$$
(2.4)

Der **Medianwert** beschreibt die Ausfallzeit, in der genau die Hälfte aller Ausfälle aufgetreten ist. Oberhalb und unterhalb des Medianwertes liegen also jeweils 50% der Ausfälle. Die Ausfallwahrscheinlichkeit für t_{median} liegt damit bei $F(t_{median}) = 0,5$.



Bild 2.6: Mittelwert, Median und Modalwert bei einer linkssymmetrischen Verteilungsfunktion, [Wil04]

Der **Modalwert** ist ein sehr bedeutsamer Kennwert und beschreibt den Zeitpunkt, an dem die häufigsten Ausfälle zu verzeichnen sind. Am Beispiel der Dichtefunktion ist der Modalwert das globale Maximum der Funktionskurve zum Zeitpunkt t_{modal} , Bild 2.1.

Verläuft die Dichtefunktion vollsymmetrisch, so zeigen alle drei Lageparameter t_m , t_{median} und t_{modal} den identischen Wert an. Dies ist der Fall für eine normalverteilte Dichtefunktion, Kap. 2.2.2.

Die empirische **Varianz** s^2 beschreibt die Größe der Streuung der Ausfallzeiten um den Mittelwert t_m . und berechnet sich wie folgt:

$$s^{2} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (t_{i} - t_{m})^{2}$$
(2.5)

Die **Standardabweichung** *s* ist als die Wurzel der Varianz definiert und besitzt dieselbe Dimension wie die Ausfallzeiten.

$$s = \sqrt{s^2} \tag{2.6}$$

2.2.2 Statistische Verteilungen

Die Ausfälle technischer Produkte identischer Konfiguration weichen trotz homogener Belastungseinleitung voneinander deutlich ab. Zur mathematischen Beschreibung des Ausfallverhaltens können verschiedene Verteilungsfunktionen verwendet werden. Ziel ist, mittels der mathematischen Verteilungsfunktion das Ausfallverhalten möglichst exakt abbilden zu können. Spezifische Komponenten weisen ein ähnliches Ausfallverhalten auf, die anhand einer Auswahl mathematischer Verteilungsfunktionen bestmöglich beschrieben werden können. Daher werden folgend die statistischen Verteilungen vorgestellt, welche speziell in der Anwendung antriebstechnischer Problemstellungen standardisiert wurden [Ber04, Bei97, Sac06, Wil04].

Normalverteilung

Die Normalverteilung wird in vielen Bereichen auch als Gaußverteilung bezeichnet. Streuende Messdaten sind selten das Ergebnis einer einzigen Einflussgröße, sondern eher ein Zusammenspiel vieler bekannten und unbekannten Parameter. Viele zufällig verteilte Zustandsgrößen streuen in der Summe ihrer Einflussgrößen gleichermaßen um einen zentralen Punkt. Dieser Zustand wird häufig mit einer der bekanntesten Ausfallverteilungen, der Normalverteilung, mathematisch approximiert.

Die Dichtefunktion verläuft völlig symmetrisch. Daher weisen Mittelwert, Modalwert und Medianwert dieselben Werte auf, Bild 2.6. Die Ausfallrate $\lambda(t)$ verläuft monoton steigend, Bild 2.7, so dass der Bereich der Zufallsausfälle hin zu den Ermüdungsausfällen abgedeckt werden könnte. Die Normalverteilung beginnt jedoch bei negativen Werten. In Lebensdauerversuchen sind aber keine negativen Ausfallzeiten vorhanden. Zusätzlich können nur Ausfälle beschrieben werden, welche ein Verhalten symmetrisch zum Mittelwert vorweisen, was bei technischen Produkten selten der Fall ist. Aus diesen Gründen eignet sich die Normalverteilung nicht zur Beschreibung technischer Produkte. Zufällig verteilte Betriebslasten lassen sich aber meist sehr gut mit der Normalverteilung darstellen, weshalb diese Verteilungsform trotzdem erwähnt wird. Die Normalverteilung wird mittels dem Lageparameter $\mu = t_m$ und dem Streumaß σ beschrieben und lässt sich nicht analytisch, sondern nur numerisch lösen. Daher wird in der Praxis meist auf Tabellenwerte zurückgegriffen. Für die mathematische Beschreibung der Normalverteilung gilt:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(t-t_m)^2}{2\sigma^2}}$$
(2.7)

Ausfallwahrscheinlichkeit

$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{0}^{t} e^{-\frac{(\tau - t_m)^2}{2\sigma^2}} d\tau$$
 (2.8)

$$R(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{t}^{\infty} e^{-\frac{(\tau - t_m)^2}{2\sigma^2}} d\tau$$
(2.9)

(2.10)

Ausfallrate

Dichtefunktion

Zuverlässigkeit



 $\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$

Bild 2.7: Grafische Darstellung der Normalverteilung

Logarithmische Normalverteilung

Eine Sonderform der Normalverteilung ist die logarithmische Normalverteilung, auch Lognormalverteilung genannt. Wird die Zufallsvariable t in logarithmierter Form in Gl. (2.7) - (2.10) eingesetzt, so erhält man die Ausfallkenngrößen der Lognormalverteilung. Mit dem Formparameter σ , dem Lageparameter $\mu=t_m$ und der Variablen t ist eine Beschreibung unterschiedlicher, jedoch stets linkssymmetrischer Dichtefunktionen möglich, Bild 2.8. Damit korreliert die Verteilungsform sehr gut mit Früh- und auch Zufallsausfällen. Der Bereich der ermüdungs- und verschleißbedingten Ausfälle mit monoton steigenden Ausfallraten kann jedoch nicht durchgehend gut approximiert werden [Ber04, VDA3.2, Wil04].

Dichtefunktion
$$f(t) = \frac{1}{\sigma \cdot t \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\lg t - \mu)^2}{2\sigma^2}}$$
(2.11)
Ausfallwahrscheinlichkeit
$$F(t) = \int_0^t \frac{1}{\sigma \cdot \tau \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\lg \tau - \mu)^2}{2\sigma^2}} d\tau$$
(2.12)

 $J_0 \ \sigma \cdot \tau \cdot \sqrt{2\pi}$ R(t) = 1 - F(t)(2.13)

Zuverlässigkeit

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \tag{2.14}$$



Bild 2.8: Grafische Darstellung der zweiparametrischen Lognormalverteilung

Die bisherige Betrachtung der Lognormalverteilung ist auf die zweiparametrische Form beschränkt. Die logarithmische Normalverteilung wird in der Praxis auch in einer dreiparametrischen Form verwendet. Die dreiparametrische Form berücksichtigt analog zur Weibullverteilung einen zusätzlichen Lageparameter t_0 :

$$f(t) = \frac{1}{(t-t_0)\cdot\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(lg(t-t_0)-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad t \ge t_0, \, \sigma, \, t_0 > 0$$
(2.15)

Die dreiparametrische Verteilungsfunktion liefert eine bessere Näherung für ermüdungsbedingtes Ausfallverhalten bei Bauteilen mit nachgewiesener ausfallfreien Zeit. Die dreiparametrische Lognormalverteilung findet in der Praxis jedoch wenig Anwendung.

Exponentialverteilung

Die Exponentialverteilung ist ein anwendungsorientiertes Modell für die ausschließliche Beschreibung von Zufallsausfällen. Diese Verteilungsform wird aufgrund dieser Eigenschaft im Bereich elektronischer Produkte eingesetzt. Mechanische Bauteile können allerdings kaum mit der Exponentialverteilung sinnvoll abgebildet werden. Die Verteilungsform wird mittels eines Parameters, der Ausfallrate λ mathematisch

beschrieben. Die Ausfallrate λ ist unabhängig vom betrachteten Zeitpunkt konstant. Die Dichtefunktion nimmt von einem Anfangswert monoton ab, was dem Verhalten mechanischer Bauteile nicht entspricht. Dies wurde anschaulich anhand der "Badewannenkurve" gezeigt, Bild 2.5. Mathematisch gilt für die Exponentialverteilung [Ber04, Voß02]:

Dichtefunktion	$f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t},$	$t \geq 0$ und $\lambda > 0$	(2.16)
Ausfallwahrscheinlichkeit	$F(t)=1-e^{-\lambda t},$	$t \geq 0$ und $\lambda > 0$	(2.17)
Zuverlässigkeit	$R(t)=e^{-\lambda t},$	$t \geq 0$ und $\lambda > 0$	(2.18)
Ausfallrate	$\lambda(t) = konst.$		(2.19)

Weibullverteilung

Die Weibullverteilung hat bei Lebensdauer- und Zuverlässigkeitsuntersuchungen eine weite Verbreitung gefunden. Sie geht auf den schwedischen Forscher Waloddi Weibull (1887-1979) zurück, der sich Mitte des zwanzigsten Jahrhunderts mit der Theorie der Materialermüdung beschäftigte und 1951 seine Verteilungsfunktion vorstellte [Wei51, Luk99]. Er entwickelte diese Verteilung rein auf empirischer Grundlage und wendete sie zur Beschreibung der Bruchfestigkeit mechanischer Bauteile an. Die Lebensdauer mechanischer Komponenten lässt sich mit dieser Verteilungsform aufgrund der sehr variablen Anpassungsfähigkeit der Weibullverteilung ideal approximieren.

Durch die Flexibilität der Verteilungsform hat die Weibullverteilung im Maschinenbau als auch in der Automobilindustrie eine herausragende Bedeutung erhalten [Ber04, VDA3.2]. Besonders im Bereich der Ermüdungsschäden hat sich die Weibullverteilung standardisiert, so dass mittlerweile übliche Ausfallmechanismen anhand vergleichender Ausfallparameter bewertet werden können [Ber89].

Die Weibullverteilung existiert in Form einer zweiparametrischen und einer dreiparametrischen Verteilung. Neben dem Formparameter b und der charakteristischen Lebensdauer T besitzt die dreiparametrische Weibullverteilung einen zusätzlichen Parameter, die ausfallfreie Zeit t_0 .

Der Formparameter b beschreibt den prinzipiellen Kurvenverlauf der Weibullfunktion. Er wird als Ausfallsteilheit oder Streuparameter bezeichnet, da sich mittels dieses Parameters Aussagen über die Form der Ausfalldichte bzw. über die Streuung der Ausfallzeiten t_i treffen lassen. Die Weibullverteilung eignet sich zur Beschreibung unterschiedlichen Ausfallverhaltens und deckt für unterschiedliche Formparameter bden gesamten Bereich der Badewannenkurve (Bild 2.5) ab. Für die Bereiche gilt wie folgt [Wil04]:

- Für Bereich 1 der Frühausfälle: b < 1
- Für Bereich 2 der Zufallsausfälle: b = 1
- Für Bereich 3 der Verschleißausfälle: b > 1

Durch Variation des Formparameters lassen sich mit der Weibullverteilungsfunktion verschiedene andere Verteilungsformen annähern [Wil04, VDI4009]:

Mit dem Formfaktor *b* = 1 ergibt sich exakt die Exponentialverteilung.

Mit dem Formfaktor b = 2 kann näherungsweise die Lognormalverteilung dargestellt werden.

Mit dem Formfaktor b = 3,2...3,6 kann näherungsweise die Normalverteilung dargestellt werden.

Zum Zeitpunkt t = T nimmt der Exponent der e-Funktion den Wert 1 an. Der Lageparameter T wird in Zuverlässigkeitstechnik als charakteristische Lebensdauer T bezeichnet und beschreibt die Lebensdauer bei einer Ausfallwahrscheinlichkeit von F(t=T)= 63,2%. Je größer T wird, umso mehr verläuft die Ausfallkurve hin zu längeren Laufzeiten.



Bild 2.9: Grafische Darstellung der Weibullverteilung (charakteristische Lebensdauer T = 1, ausfallfreie Zeit $t_0 = 0$)

Bei zahlreichen Ausfallmechanismen geht einem Versagen eine gewisse Zeit der Schadensentstehung voraus. Beispielsweise entsteht bei der Schadensart Zahnbruch im Zuge der Schädigung ein Riss. Nach dem Anriss erfolgt das Risswachstum bis zum
endgültigen Ausbruch des Zahnes. Die Angabe einer ausfallfreien Zeit bei der Lebensdauerbetrachtung ist bei diesem Beispiel sinnvoll [Ber89]. Daraus ergibt sich, dass die ausfallfreie Zeit t_0 positiv sein muss, da ansonsten der erste Ausfall eines Bauteils vor der eigentlichen Laufzeit zu verzeichnen wäre. Mathematisch kann eine negative ausfallfreie Zeit entstehen, muss aber entsprechend analysiert, bewertet und gegebenenfalls durch die Wahl einer anderen Verteilungsfunktion korrigiert werden. Im Folgenden wird die Weibullverteilung in zwei- und dreiparametrischer Form mathematisch beschrieben:

	zweiparametrisch (2.20, 2.21, 2.22, 2.23)	dreiparametrisch (2.24, 2.25, 2.26, 2.27)
Dichte- funktion	$f(t) = \frac{b}{T} \cdot \left(\frac{t}{T}\right)^{b-1} e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^{b}}$	$f(t) = \frac{b}{T - t_0} \cdot \left(\frac{t - t_0}{T - t_0}\right)^{b - 1} e^{-\left(\frac{t - t_0}{T - t_0}\right)^b}$
Ausfallwahr- scheinlichkeit	$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^{b}}$	$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-t_0}{T-t_0}\right)^b}$
Zuverlässig- keit	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b}$	$R(t) = e^{-\left(\frac{t-t_0}{T-t_0}\right)^b}$
Ausfallrate	$\lambda(t) = \frac{b}{T} \cdot \left(\frac{t}{T}\right)^{b-1}$	$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{b}{T - t_0} \cdot \left(\frac{t - t_0}{T - t_0}\right)^{b - 1}$

2.2.3 Analytische Auswertemethoden zur Parameterschätzung

Die Bestimmung der Parameter einer Lebensdauerverteilung erfolgt anhand von unterschiedlichen Schätzverfahren. Analytische Auswertemethoden sind bei der Parameterschätzung für die entsprechende Verteilungsfunktion einer Stichprobe genauer und schneller als z.B. grafische Auswertungen. Die Parameterschätzung von Lebensdauerverteilungen erfolgt mit der Regressionsanalyse, der Momentenmethode und auch mittels der Maximum-Likelihood-Methode. Weitere Schätzverfahren sind in [Här83, Sac00, Har84, Law83] beschrieben.

Regressionsanalyse

Die Regressionsanalyse wird häufig auch als Methode der kleinsten Fehlerquadrate bezeichnet und beinhaltet das Ziel, vorgegebene Messgrößen durch eine analytische Funktion möglichst genau zu erfassen. Verbreitet ist die Beschreibung der Ausgleichskurven in Form eines Polynomansatzes:

$$y(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i \cdot x^i = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$$
(2.28)

Es wird in diesem Fall ein Zusammenhang zwischen der unabhängigen Variablen x (Kovariablen, Regressor) und der abhängigen Variablen y (Zielvariablen) hergestellt. Gesucht werden die Parameter a_i mit denen das Polynom die Messdaten in Form von Wertepaaren $(x_i|y_i)$ möglichst genau approximiert. Da das Polynom bei der Appro-

ximation nicht genau eine Kurve durch die Messpunkte ergibt, wird diese Gleichung nicht exakt erfüllt. Es bedarf daher der Einführung einer Abweichung s_i , welche den Abstand zwischen Kurve und Messpunkt beschreibt. Für k Messwerte ergibt sich so ein Gleichungssystem der Form

$$y_{1} = a_{0} + a_{1}x_{1} + a_{2}x_{1}^{2} + \dots + a_{n}x_{1}^{n} + s_{1}$$

$$y_{2} = a_{0} + a_{1}x_{2} + a_{2}x_{2}^{2} + \dots + a_{n}x_{2}^{n} + s_{2}$$

$$\vdots$$

$$y_{k} = a_{0} + a_{1}x_{k} + a_{2}x_{k}^{2} + \dots + a_{n}x_{k}^{n} + s_{k}$$
(2.29)

Dieses Gleichungssystem lässt sich anschaulich in Matrizenschreibweise darstellen:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_k & x_k^2 & \cdots & x_k^n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_k \end{bmatrix}$$
(2.30)
$$\underline{y} = \underline{A} \cdot \underline{l} + \underline{s}$$

bzw.

<u>y</u> und <u>A</u> sind die gegebenen Größen, <u>l</u> ist der sogenannte Lösungsvektor mit den gesuchten Koeffizienten a_i und <u>s</u>. Umgestellt nach der Abweichung (dem Fehler) <u>s</u>, kommt man so zu dem Ansatz der kleinsten Fehlerquadrate, mit dem die Summe der quadrierten Abstände s_i , zu einem Minimum wird:

$$S = \sum_{k} s_i^2 = \sum_{k} (\underline{y} - \underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{l}})^2 = Min.$$
 (2.31)

Zur Schätzung der gesuchten Größen bildet man die partiellen Ableitungen von S nach den zu minimierenden Variablen a_0 bis a_n . Die partielle Ableitung von S nach a_i wird zu null gesetzt (Minimum) und man erhält den gesuchten Lösungsvektor:

$$\underline{l} = \left(\underline{\underline{A}}^{T}\underline{\underline{A}}\right)^{-1} \left(\underline{\underline{A}}^{T}\underline{\underline{y}}\right)$$
(2.32)

Bei der Anwendung der Regressionsanalyse auf eine Ausgleichsgerade einer Verteilungsfunktion der Form y(x) = mx + b ergeben sich die gesuchten Größen mit minimiertem Fehler, Bild 2.10. Die nichtlinearen Lebensdauerverteilungen erfordern eine Transformation der Ausfalldaten in eine Form, die eine lineare Abhängigkeit zwischen Ausfallzeiten und Ausfallwahrscheinlichkeit herstellt. Die Rücktransformation der ermittelten Koeffizienten liefert die Form- und Lageparameter der ausgewählten Lebensdauerverteilung.



Bild 2.10: Regressionsgerade, [Ber04]

Ist aufgrund der Lage der Versuchswerte eine Krümmung der Ausfallkurve erkennbar, so deutet dies auf eine ausfallfreie Zeit t_0 hin (Weibullnetz). Eine gute Schätzung der ausfallfreien Zeit wird iterativ bestimmt und bildet mit einer Transformation der Versuchswerte um t_0 die beste Näherung der Punkte an eine Gerade.

Ein Maß für die Qualität der Parameterschätzung mittels der Regressionsanalyse liefert der Korrelationskoeffizient *K*, der je nach funktionalem Zusammenhang einen Wert zwischen $-1 \le K \le 1$ annehmen kann. Der Korrelationskoeffizient *K*=1 bedeutet, dass alle Versuchspunkte genau auf einer Geraden im Verteilungsdiagramm liegen [Ber04, Wil04].

$$K = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - x_m) \cdot (y_i - y_m)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - x_m)^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} (y_i - y_m)^2}}$$
(2.33)

Momentenmethode

Als empirische Momente einer Verteilung gelten die statistischen Größen wie Mittelwert t_m , Standartabweichung s und Schiefe γ . Die Momentenmethode [Ber04, Mey03, Web92] basiert auf dem Vergleich von theoretischen Verteilungsmomenten mit empirischen Momenten aus einer Stichprobe, wobei die theoretischen Momente mit dem Erwartungswert E(t), der Varianz var(t) und der Schiefe $S_3(t)$ beschrieben sind. Bei dem Schätzverfahren werden zunächst die Momente der Stichprobe ermittelt, um diese dann beispielsweise mit der Weibull-Verteilung zwecks bester Übereinstimmung (Korrelation) zu vergleichen [Rei78].

Für den allgemeinen Fall lassen sich auf jeder Seite drei Momente aufstellen:

arithmetischer Mittelwert:	$E(t) = \overline{t}$
Varianz:	$Var(t) = s^2$
Schiefe:	$S_3(t) = \gamma$

Bei Funktionen ohne vorhandener ausfallfreien Zeit t_0 genügen zur Parameterschätzung die ersten beiden Momentenbedingungen. Die Verwendung der Momentenmethode zur Parameterschätzung einer dreiparametrischen Weibullverteilung ist im Vergleich mathematisch deutlich aufwändiger. Dabei müssen die theoretischen Momente mittels der Gammafunktion $\Gamma(t)$ ausgedrückt werden. Die Beschreibung der theoretischen Momente mit Hilfe der Gammafunktion ist in [Ber04] ausführlich aufgeführt. Die Lösung dieser Gleichungssysteme erfolgt mit numerischen Verfahren. Nachteilig für die Anwendung der Momentenmethode ist, dass diese nur bei vollständigen Stichproben angewandt werden kann.

Maximum-Likelihood Methode

Die Maximum-Likelihood Methode [Ber04, Wil04, Nel82, Mey03] ist eine bewährte Methode zur Ermittlung einer Schätzfunktion für die Parameterbestimmung einer Lebensdauerverteilung. Die mit der Maximum-Likelihood Methode approximierten Form- und Lageparameter einer Ausfallkurve besitzen die größte Wahrscheinlichkeit, die Stichprobe am besten zu beschreiben. Diese Methode lässt sich prinzipiell in allen Bereichen der statistischen Parameterschätzung anwenden. Zunehmend wird sie in der technischen Zuverlässigkeitstechnik eingesetzt [Abe00].

Die Grundüberlegung der Methode ist, dass bei einem großen Stichprobenumfang von einem Verteilungshistogramm zur Dichtefunktion und damit von Häufigkeiten zu Wahrscheinlichkeiten übergangen werden kann (Gesetz der großen Zahlen), [Ber04, Sac06].

Die Wahrscheinlichkeit *L*, dass sich genau ein bestimmter (Dichte-) Funktionswert aus dem gegebenen Stichprobenumfang heraus ergibt, lässt sich als Wahrscheinlichkeit von auftretenden Einzelintervallen darstellen:

$$L = f(t_1) \cdot f(t_2) \cdot \dots \cdot f(t_n) \tag{2.34}$$

Diese Funktion wird als Likelihood-Funktion bezeichnet. Ähnlich wie bei dem Regressionsverfahren wird eine Stelle gesucht, bei der L das globales Maximum erreicht (bei der Regressionsanalyse wurde nach dem minimalen Fehler gesucht, hier nach der maximalen Übereinstimmung), vgl. Bild 2.11. Beispielsweise bedeutet dies für die dreiparametrische Weibullverteilung, dass die partielle Ableitung von L nach T, b und t_0 zu null gesetzt werden muss. Um sich die Rechnung zu erleichtern wird Llogarithmiert um so aus dem Produkt der Funktionswerte eine Summe zu erhalten:

$$L = f(t_1, T, b, t_0) \cdot f(t_2, T, b, t_0) \cdot \dots \cdot f(t_n, T, b, t_0) = \prod_{i=1}^n f(t_i, T, b, t_0)$$
(2.35)

 \downarrow logarithmieren \downarrow

$$ln(L) = \sum_{i=1}^{n} ln(f(t_i, T, b, t_0))$$
(2.36)

 \downarrow gesucht \downarrow

$$\frac{d(ln(L))}{dT} = 0, \frac{d(ln(L))}{db} = 0, \frac{d(ln(L))}{dt_0} = 0$$
(2.37)

Mittels geeigneter numerischer Berechnungsverfahren können alle drei Verteilungsparameter aus den nichtlinearen Gleichungen ermittelt werden. Die ermittelten Extrempunkte sind zur Beschreibung der Ausfallkurve die bestmöglichen Parameter der Likelihoodfunktion. Je größer der Betrag des Likelihoodwertes ist, desto besser wird die Funktion durch die ermittelten Parameter beschrieben. Dieser ist üblicherweise (bei Zuverlässigkeitsrechnungen) negativ, da f < 1 ist und der Logarithmus von L negative Werte annimmt.



Bild 2.11: Darstellung der Likelihood-Funktion, [Ber04]

Schätzung der ausfallfreien Zeit to

Bei der Vorgehensweise zur Schätzung der ausfallfreien Zeit t_0 stellen alle Verfahren hinsichtlich der zu erzielenden Genauigkeit nur eine Näherungslösung dar. Besonders historisch gewachsene grafische Schätzungen wie beispielsweise die Methode nach Dubey [Ber04], repräsentieren nicht mehr den Stand der Technik, obgleich dieses Verfahren sehr schnell und einfach anzuwenden ist. Dennoch weist auch die analytische Beschreibung der ausfallfreien Zeit für kleine Stichprobenumfänge erhebliche Streuungen auf. Approximiert man die ausfallfreie Zeit auf eine große Stichprobe, so lässt sich diese mit Punktschätzungsverfahren sehr gut bestimmen. Die ausfallfreie Zeit ist in der Versuchsauswertung als streuende Zufallsvariable mit entsprechendem Vertrauensbereich zu betrachten. Bei sehr kleinen Stichproben muss jedoch durch ein massives Aufweiten des Streumaßes die Sinnhaftigkeit einer grundsätzlichen t_0 - Annahme anwendungsspezifisch überprüft werden.

Die Maximum-Likelihood Methode ist ein analytisches Verfahren zur Punkt- und Intervallschätzung der ausfallfreien Zeit. Die Methode versucht den Parameter so zu bestimmen, dass die ermittelte Verteilung mit hoher Wahrscheinlichkeit der Verteilung der Versuchswerte nahe kommt. Weitere Verfahren wie Methoden nach Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling, Kuiper sowie Cramer von Mises sind für vollständige Stichproben bei hohem Berechnungsaufwand anwendbar [Wil04]. Eine Methode zur Intervallschätzung auch bei unvollständigen Stichproben wird durch die Mann-Scheuer-Fertig Methode beschrieben [Ber04, Man73]. Diese Methode konvergiert sehr schnell zu dem gesuchten Parameter und kann deshalb auch für kleinere Stichproben verwendet werden [Ber89].

Die Transformation der Ausgleichskurve durch die ausfallfreie Zeit ergibt bei einer idealen Schätzung eine Ausgleichsgerade. Die Bedingung $0 < t_0 < t_1$ muss aber immer erfüllt sein, da die ausfallfreie Zeit wirklich den Wert darstellen muss, an dem bis zu einem bestimmten Zeitpunkt kein einziges Bauteil ausgefallen ist. Die bestmögliche Korrelation der Ausgleichsgerade durch die mit t_0 korrigierten Versuchspunkte ist ein Maß für eine genaue Schätzung der ausfallfreien Zeit. Diese Theorie wird heute oftmals in kommerziellen Auswertungsprogrammen zur t_0 Bestimmung anhand verschiedener Intervallschachtelungsalgorithmen umgesetzt. Beispielhaft seien an dieser Stelle der Golden-Section-Search-Algorithmus, die Methode nach Brent und auch die Methode nach Nelder-Mead genannt [Ber04, Rel05].

2.2.4 Ermittlung von Vertrauensbereichen

Die Auswertung einer Stichprobe und damit die Parameterbestimmung der Ausfallverteilungsfunktion bildet aufgrund der streuenden Versuchswerte immer nur die Verteilung einer bestimmten Wahrscheinlichkeit ab. Jede weitere Stichprobe würde sich von vorherigen Daten unterscheiden. Je größer der Stichprobenumfang, desto genauer ist die Schätzung der Wahrscheinlichkeitsaussage.

Ziel einer Versuchsauswertung ist, Intervallgrenzen der Funktionsparameter zu ermitteln, die den streuenden Versuchswerten eine definierte Wahrscheinlichkeit zuordnet. Diese Intervalle können in sogenannten Vertrauensbereichen dargestellt werden. Wird zur Auswertung der Medianrang einer Verteilung gewählt, so werden die Funktionsparameter oder grafische Ausfallkurven mit einer Ausfallwahrscheinlichkeit von 50% angeben. Dies bedeutet, dass 50% der ausgefallenen Teile über und 50% der Versuchswerte einer Grundgesamtheit unterhalb der dargestellten Kurve liegen.

Häufig wird bei der Zuverlässigkeitsbewertung technischer Systeme ein Vertrauensbereich von 90% angegeben, was einer oberen Aussagesicherheitsgrenze von 95% und einer unteren Intervallgrenze von 5% entspricht. Die Angabe eines 90% igen Vertrauensbereichs bedeutet, dass beispielsweise 90 von insgesamt 100 Teilen innerhalb dieser Intervallgrenze liegen werden. Bei dieser Angabe handelt es sich um einen zweiseitigen Vertrauensbereich [Kro04]. Die Angabe einseitiger Vertrauensbereiche wird in der Versuchsauswertung nur sehr spezifisch angewandt.

Für kleine Stichproben ist die Bestimmung der Vertrauensbereiche sehr unsicher, so dass die Intervallgrenzen weit auseinander laufen können. Im Gegensatz dazu lassen sich mit großen Stichproben mit engen Intervallgrenzen die Bauteillebensdauer und die zugehörige Ausfallwahrscheinlichkeit präzise angeben.

2.3 Betriebsfestigkeit und Lebensdauer

Die Bestimmung der Lebensdauer eines Produkts steht in direktem Zusammenhang zwischen der auftretenden Belastung auf das Bauteil und der ertragbaren Beanspruchung der Komponente, [Hai06].



Bild 2.12: Zusammenhang zwischen auftretender und ertragbarer Belastung bzw. Beanspruchung, [Ber04]

Eine festigkeitsmäßige Ausnutzung des Werkstoffs verbunden mit niedrigen Fertigungs-, Material- und Betriebskosten sind maßgebliche Kriterien für ein wirtschaftliches Produkt. Um die Lebensdauer präzise und zuverlässig beschreiben zu können, bedarf es der Information von genauen Eingangsparametern. Unscharfe Daten führen in der Betriebsfestigkeit zu massiven Streuwerten, die es zu minimieren gilt.

2.3.1 Grundlagen der Betriebsfestigkeit

Die Belastung eines Bauteils kann statisch oder dynamisch sein. Belastungen werden mittels Methoden der Festigkeitslehre untersucht. Die berechneten Bauteilspannungen werden mit den Werkstoffkennwerten (Streckgrenze, Zugfestigkeit, etc...) ins Verhältnis gesetzt und der Quotient mit einem durch die Beanspruchungsart definierten Sicherheitsfaktor verglichen. Auslegungskriterium für statische Bauteilbelastungen ist die Fließgrenze des verwendeten Werkstoffs [Iss97]. Der Ausfallzeitpunkt ist bei statischen Versuchen dann erreicht, wenn durch die Belastung die zulässige Beanspruchung des Werkstoffs einmal überschritten wurde und der Werkstoff partiell zu fließen beginnt, so dass die Funktion des Bauteils nicht mehr gewährleistet ist.

Dynamische Belastungen hingegen sind geprägt von stochastischen oder deterministischen Lastverläufen. Auf dem Gebiet der Schwingfestigkeit wird daher die Bauteilauslegung in mehrere Bereiche eingeteilt. Mechanische Antriebstrangkomponenten werden abhängig von den auftretenden Belastungen und der ertragbaren Beanspruchung statisch, zeitfest, betriebsfest oder dauerfest ausgelegt. Die zulässigen Beanspruchungen im Bereich der Zeitfestigkeit werden mit der Wöhlerlinie beschrieben. Eine betriebsfeste Auslegung mit einem Lastkollektiv lässt sich anhand der Lebensdauerlinie darstellen, Bild 2.13.



Bild 2.13: Unterteilung der Schwingfestigkeit hinsichtlich Bauteilauslegung, [Ber04]

Grundsätzlich existieren zwei unterschiedliche Verfahren zur Bestimmung der Betriebsfestigkeit von Bauteilen und Systemen. Zum einen der experimentelle Betriebsfestigkeitsnachweis und zum anderen der rechnerische Nachweis anhand dessen:

- Nennspannungskonzept (Strukturspannungs und Kerbspannungskonzept)
- Kerbgrund- oder auch örtlichen Konzept
- Bruchmechanikkonzept.

Die Anwendung des Nennspannungskonzepts beruht auf einem elastischen Werkstoffverhalten im Bauteil. In einem oder mehreren kritischen Nennquerschnitten werden anhand der Belastung die Nennspannungen im Bauteil ermittelt. Spannungskonzentrationen bei komplexer Bauteilgeometrie werden mittels Formfaktoren bzw. Kerbspannungsfaktoren berücksichtigt. Formfaktoren bzw. Kerbspannungsfaktoren bilden jedoch in vielen Bereichen nicht exakt den eigentlichen Spannungszustand ab. Trotz einiger Einschränkungen in der Genauigkeit kommt dieses Verfahren in der Betriebsfestigkeitsrechnung am häufigsten zur Anwendung.

Das Strukturspannungskonzept ist eine verbesserte Methode zur Bestimmung der Nennspannungen bei Schweißnahtverbindungen. Dabei wird die Berücksichtigung des elastischen Werkstoffverhaltens meist mittels der Finite-Elemente-Methoden (FEM) dargestellt. Analog hierzu arbeitet die Methode des Kerbspannungskonzepts auch mit Hilfe der FE-Rechnung um die elastischen Spannungszustände direkt in der Kerbstelle analysieren zu können (Spezifizierung des Nennspannungskonzepts). Das Kerbgrund-, oder häufig auch als örtliches Konzept bezeichnet, betrachtet abweichend zu den bisherigen Methoden nicht die Spannungszustände im elastischen Bereich, sondern ermittelt den Zusammenhang zwischen äußerer Belastung und auftretendem Dehnungsverlauf im Bauteil (elastisch-plastisches Werkstoffverhalten). Dabei muss zwischen auftretender Belastung und berechneter Dehnung im Werkstoff durch den Einfluss von Wechselplastifizierungen und Materialdämpfungen nicht zwingend ein linearer Zusammenhang entstehen.

Das Bruchmechanikkonzept betrachtet ein schon angerissenes Bauteil und beschreibt die Rissfortschrittsbildung bis zum definitiven Ende der Lebensdauer. Die örtlichen Spannungen und Dehnungen verlieren mit diesem Konzept ihre Aussagekraft sobald ein makroskopischer Schwingungsriss auftritt. Angesichts der geringen Bedeutung im Fahrzeugtriebstrang wird dieses Verfahren auch nicht weiter vertieft [Ber04, Hai06, Rad07, Zam85].

2.3.2 Ermittlung von Wöhlerlinien

Die Ermittlung der Wöhlerlinie im sogenannten Wöhlerversuch wurde nach dem Eisenbahningenieur August Wöhler benannt, der in den Jahren zwischen 1850 und 1870 Schwingfestigkeitsuntersuchungen an Eisenbahnachsen durchführte [Iss97]. Beim Wöhlerversuch werden mehrere identische Bauteile sinnvoll gestaffelter Schwingbeanspruchungen unterworfen und die zugehörige Schwingspielzahl bis zum Bruch ermittelt [DIN50]. Der Wöhlerversuch wird häufig auch als Einstufenversuch bezeichnet, da die für das Bauteil eingestellte Belastung während des Versuchs nicht mehr geändert wird (Spannungsverhältnis R = const.).



Bild 2.14: Begriffe und Bereiche einer Schwingbeanspruchung, [DIN50, Roo05, Hai06]

Je nach Komponente wird die schwingende Belastung sinusförmig aufgetragen (Bsp. Wellen, Lager, etc...). Bei Zahnrädern im Getriebe wird eine konstante Last aufgebaut, die sich durch die rotatorische Drehbewegung in eine auf die Zähne wirkende schwellende Schwingbeanspruchung überträgt. Ziel des Wöhlerversuchs ist, die Belastbarkeit des realen Bauteils für unterschiedliche Belastungen aufzuzeigen. Die Begrifflichkeiten sowie die verschiedenen Belastungsbereiche einer Schwingbeanspruchung sind in Bild 2.14 dargestellt. Die Wöhlerkurve beschreibt eine Abhängigkeit vieler Einflussgrößen. Die Ermittlung der Wöhlerlinie sollte nach Möglichkeit am realen Bauteil ermittelt werden, um die Streuung der Einflussgrößen zu minimieren. Aus Kostengründen wird häufig auch anhand von Werkstoffproben die ertragbare Werkstofffestigkeit im Probenquerschnitt aufgezeigt. Die betriebsfeste Auslegung eines Bauteils anhand von Werkstoffwöhlerlinien setzt eine sehr genaue rechnerische Methode nach Kap. 2.3.1 voraus.

Die Wöhlerlinie ist in drei unterschiedliche Bereiche eingeteilt. Der typische Verlauf und die Einteilung der jeweiligen Bereiche zeigt Bild 2.15.



Bild 2.15: Wöhlerdiagramm mit charakteristischen Größen, [Hai06]

Das Wöhlerdiagramm geht immer pro Lasthorizont von einer bestimmten Anzahl ertragbarer Schwingspiele aus bis ein Bauteil versagt bzw. bricht. Für eine Schwingspielzahl von einem Schwingspiel wäre diese Grenze gerade die Zugfestigkeit R_m (von Französisch "resitance maximale") des Werkstoffs. An dieser Stelle hat das Wöhlerdiagramm seinen Ausgangspunkt. Ausgehend von hier lässt sich das Diagramm in weitere Bereiche einteilen:

Bereich der quasi-statischen Festigkeit:

Vor der Kurzzeitfestigkeit verläuft der Bereich der quasi-statischen Festigkeit. Dieser Abschnitt beschreibt den Bereich der ersten zehn Schwingspiele. Die Wöhlerkurve weist in diesem Bereich des Wöhlerdiagramms einen nahezu horizontalen Verlauf auf.

Bereich der Kurzzeitfestigkeit K:

Ausgehend vom Bereich der quasi-statischen Festigkeit beschreibt die Kurzzeitfestigkeit den Bereich bis zum Erreichen der Streckgrenze R_e ("resistance elastique"). Daneben lässt sich der Bereich K auch näherungsweise als Bereich der ersten $5 \cdot 10^4$ Schwingspiele definieren [Roo05, Hai06].

Bereich der Zeitfestigkeit Z:

In der Betriebsfestigkeitsrechnung ist der Bereich der Zeitfestigkeit von zentraler Bedeutung. Der Bereich der Zeitfestigkeit ist im Schaubild deutlich durch seinen geneigten Verlauf erkennbar. Bei doppellogarithmischer Auftragung der Achsen folgt dieser dem Verlauf einer Geraden, der sogenannten Zeitfestigkeitsgeraden. Oft wird dieser Teil auch als Wöhlergerade bezeichnet, obwohl dieser nur einen Bereich des Wöhlerdiagramms darstellt. Der Zeitfestigkeitsbereich endet mit dem Beginn des Dauerfestigkeitsbereiches und wird näherungsweise im Intervall von $5 \cdot 10^4$ bis $2 \cdot 10^6$ Lastwechsel beschrieben, [Hai06].

Bereich der Dauerfestigkeit D:

Der Bereich der Dauerfestigkeit ist dadurch gekennzeichnet, dass eine Last innerhalb dieses Bereiches beliebig oft ertragen werden kann, ohne dass ein Versagen auftritt. Für eine Betriebsfestigkeitsbetrachtung sind vor allem die Lastniveaus interessant, die oberhalb des Dauerfestigkeitsbereichs liegen. Man spricht bei Stahlwerkstoffen in aller Regel von Dauerfestigkeit, wenn eine Schwingspielzahl von über 2·10⁶ Lastwechsel ohne Schaden erreicht wird. Einige Untersuchungen empfehlen jedoch, auch im Gebiet der Dauerfestigkeit einen schädigungsrelevanten Anteil in die Betriebsfestigkeit mit einzubeziehen, jedoch mit verändertem Verlauf zur Zeitfestigkeitsgeraden [Hai06, Rad07].

Für eine gegebene Spannungsamplitude σ_a ergibt sich die ertragbare Schwingspielzahl im Zeitfestigkeitsgebiet zu:

$$N = N_D \cdot \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_D}\right)^{-k}$$
(2.38)

Der Wöhlerexponent *k* definiert die Steigung der Wöhlerkurve im Wöhlerdiagramm in doppellogarithmischer Darstellung im Bereich der Zeitfestigkeit. Im direkten Vergleich zu einer geometrisch berechneten Geradensteigung im logarithmischen Wöhlerdiagramm verhält sich der Wöhlerexponent *k* wie der negative Kehrwert der Geradensteigung. Je größer der Wert von *k* ist, desto flacher verläuft die Gerade. Eine flache Gerade reagiert mit hohem Lebensdauerverlust durch geringfügige Belastungserhöhungen. Form und Lage einer Wöhlerkurve ist im Wesentlichen abhängig vom Werkstoff, der Bauteilgeometrie, der Oberflächenbeschaffenheiten, den Wärmebehandlungen und deren Mittel- und Eigenspannungszuständen. Die grundsätzlichen Belastungsparameter spielen zusätzlich eine signifikante Rolle.

Die im Wöhlerversuch auftretenden Bruchlastwechselzahlen sind als Zufallsgrößen zu behandeln und müssen durch mehrere Versuche und statistischen Methoden belegt und ausgewertet werden. Analog zur Theorie der Zuverlässigkeitstechnik in Kap. 2.2 müssen die Streubereiche der ermittelten Wöhlerkurven anhand der jeweiligen Ausfallwahrscheinlichkeiten im Wöhlerdiagramm angegeben werden. Wöhlerlinien werden üblicherweise mit einer Ausfallwahrscheinlichkeit von 1%, 10%, 50% und 90% angegeben (B₁, B₁₀, B₅₀, B₉₀ – Linie), [Ber04, Nau07, Hai06, Rad07].

2.3.3 Schadensakkumulationshypothesen

Regellose Schwingspiele repräsentieren die reale Feldbelastung einer mechanischen Komponente in Fahrzeuggetrieben. Die im Fahrzeug gemessenen oder durch rechnerunterstütze Fahrsimulation erzeugten Lastkollektive müssen zur Lebensdauerberechnung klassiert und mittels einer Schadensakkumulationshypothese gegen die ermittelte Wöhlerkurve gerechnet werden.

Durch die Anwendung von Klassierverfahren erfolgt aus einem zeitlich kontinuierlichen Verlauf der Last über Zeit eine tabellarische Aufzählung von Zeitschritten oder Lastwechseln innerhalb einer definierten Belastungsklasse. Informationen über den zeitlichen Verlauf der Belastung bzw. die Reihenfolge von Laststufen gehen dabei verloren.

Klassierverfahren können in ein- und zweiparametrische Klassierverfahren unterschieden werden. Zu den einparametrischen Verfahren gehören unter anderem die Extremwertzählung, die Klassengrenzenüberschreitungszählung, die Bereichspaarzählung, die Momentanwertzählung und die Verweildauerzählung. Standardisierte zweiparametrische Verfahren sind die Von-Bis-Zählung, die Bereichspaar-Mittelwert-Zählung sowie die Rainflow-Zählung. Einparametrische Verfahren liefern ein Kollektiv, zweiparametrische Methoden eine zweidimensionale Matrix. Der zweite Parameter beinhaltet in der Regel den Mittelwert der auftretenden Amplitude und ermöglicht so die Integration einer Mittelspannungskorrektur in die Betriebsfestigkeitsrechnungen [San08, DIN45, Wes88].

Mit der linearen Schadensakkumulationshypothese wird anhand von ermittelter Betriebsbeanspruchung und Wöhlerlinie eine Aussage über den Schädigungszustand eines eingesetzten Bauteils getroffen. Sie stellt damit den Zusammenhang zwischen der ertragbaren Belastung in Form einer Wöhlerlinie und der vom Lastkollektiv ausgehenden Beanspruchung her. Je nach Zusammenhang zwischen Schädigung und Schwingspielzahlverhältnis wird zwischen linearen und nichtlinearen Akkumulationshypothesen unterschieden. In der Praxis haben sich die historisch gewachsenen linearen Hypothesen jedoch bewährt, vgl. [Pal24, Lan37, Mül38, Min45].

In der Konstruktionsphase soll mit dieser Methode eine sichere Auslegung gegen schwingende Betriebsbeanspruchung zielführend sein [DIN3990-6]. Grundüberlegung hierbei ist, dass jedes Lastspiel eine schädigende Wirkung (Teilschädigung) verursacht. Die Summe aller Teilschädigungen ist ein Maß des Schädigungszustands der Komponente. Per Definition ist ein Bauteil ausgefallen, sobald die Schadenssumme den Wert D = 1 erreicht.



Bild 2.16: Lineare Schadensakkumulationshypothesen, [VDA3.2]

Lineare Schadensakkumulationshypothesen nach Palmgren-Miner (Miner-original). Miner-Haibach (Miner-modifiziert) und Corten-Dolan (Miner-elementar) bestimmen im Maschinen- und Fahrzeugbau die Betriebsfestigkeitsberechnung maßgeblich, vgl. Bild 2.16. Die Schadenshypothese nach Palmgren-Miner ignoriert alle Lastamplituden unterhalb der Dauerfestigkeitsgrenze. Die Hypothese nach Corten-Dolan verwendet die Annahme, dass alle Lastamplituden zur Schädigung des Bauteils beitragen. Miner-Haibach definiert für Schädigungen unterhalb der Dauerfestigkeitsgrenze eine geringere (halbe) Steigung der Wöhlerlinie. Somit gilt für die einzelnen Hypothesen folgender Zusammenhang, [Hai02, Rad07, Bux86, Zam85]:

Palmgren-Miner

$$D = \sum_{i}^{n} \frac{n_{i}}{N_{D}} \left(\frac{\sigma_{i}}{\sigma_{D}}\right)^{k} \bigg|_{\sigma_{max}} \ge \sigma_{i} \ge \sigma_{D}$$

$$D = \sum_{i}^{n} \frac{n_{i}}{N_{D}} \left(\frac{\sigma_{i}}{\sigma_{D}}\right)^{k} \bigg|_{\sigma_{max}} \ge \sigma_{i} \ge \sigma_{D}$$
(2.39)

$$\sum_{i}^{n} N_{D} \langle \sigma_{D} \rangle \left| \sigma_{max} \ge \sigma_{i} \ge \sigma_{D} \right| + \sum_{i}^{n} \frac{n_{i}}{N_{D}} \left(\frac{\sigma_{i}}{\sigma_{D}} \right)^{2k-1} \right| \sigma_{D} > \sigma_{i} \ge 0$$

$$D = \sum_{i}^{n} \frac{n_{i}}{N_{D}} \left(\frac{\sigma_{i}}{\sigma_{D}} \right)^{k} \left| \sigma_{max} \ge \sigma_{i} \ge 0$$
(2.40)
$$(2.41)$$

Corten-Dolan

3 Die Versuchseinrichtung

Zur Untersuchung der Lebensdauer von Triebstrangkomponenten wurde am Institut für Maschinenelemente (IMA) der Universität Stuttgart ein hochdynamischer Lastprüfstand aufgebaut. Dieser Prüfstand wurde im Rahmen dieser Grundsatzuntersuchung verwendet und wird im Folgenden detailliert beschrieben.

3.1 Hochdynamischer Lastprüfstand

Das Kernstück des hochdynamischen Lastprüfstands besteht aus einer elektrischen Verspannungseinheit, welche auf einem dreiteiligen Maschinenbett aufgebaut ist. Die Maschinenbettplatten sind zur Stabilisierung und Aufnahme der hohen Traglasten form- und kraftschlüssig miteinander verbunden. Aufgebaut ist das Plattenfeld auf einem Membranluftfedersystem, um hochfrequente Schwingungen nicht auf den Prüfstandsraum zu übertragen. Die in der Mitte angeordnete Maschinenbettplatte ist um 90° gedreht. Es besteht die Möglichkeit, die beiden Maschinen auf dem niveaure-gulierendem Maschinenbett sowohl in Richtung der Drehachse als auch quer dazu zu verschieben. Somit ist ein flexibler Prüfstandsaufbau auch für weiterführende Untersuchungen gewährleistet, Bild 3.1.



Bild 3.1: Hochdynamischer Lastprüfstand mit Versuchsaufbau

Die in Bild 3.1 dargestellte Anordnung der elektrischen Maschinen ist durch das einstufige Versuchsgetriebe bestimmt. Die Abtriebsmaschine steht daher in identischer Achsrichtung zur Antriebsmaschine, jedoch parallelverschoben um den Achsabstand des Versuchsgetriebes in horizontaler Richtung. Die elektrische Verspannungseinheit bilden in diesem Aufbau die beiden Asynchronmaschinen. Während die Antriebsmaschine für die Leistungszuführung verantwortlich ist, läuft die Abtriebsmaschine im Generatorbetrieb. Die durch die Bremsmaschine erzeugte elektrische Leistung wird in den Umrichter zurückgespeist und dem Antrieb wieder zugeführt. Abgesehen von dynamischen Betriebspunkten muss lediglich die auftretende Verlustleistung beider Maschinen inklusive der Triebstrangverlust als elektrische Energie vom externen Stromnetz bezogen werden.

Die Besonderheit des Prüfstands besteht darin, dass die Antriebsmaschine (bezogen auf Ihre Leistung) ein äußerst niedriges Trägheitsmoment aufweist. Diese Maschine kann dadurch hochdynamische Lastwechselreaktionen erzeugen und Drehungleichförmigkeiten ähnlich einem Verbrennungsmotor nachbilden. Dank der modernen IGBT-Umrichtertechnik ist es heutzutage möglich, Drehschwingungen bis hin zu 300 Hz nachzubilden. Dadurch kann die Charakteristik verschiedener Verbrennungsmotoren von 1- bis 16-Zylinder synthetisch erzeugt werden. Hierzu steht ein separates Softwaremodul im Umrichter zur Verfügung, das die typischen Drehmomentschwingungen aufprägt. Der Vorteil dieser elektrischen Antriebsmaschine im Vergleich zu einem realen Verbrennungsmotor liegt dabei in der variabel definierbaren Anregungsamplitude. Prüfaufgaben können unter zusätzlicher Integration von Drehmomentschwingungen gezielt parametriert werden. Dies wäre bei einem real befeuerten Verbrennungsmotor in dieser Form nicht möglich.

Speziell für Grundlagenuntersuchungen ist diese Maschine äußerst gut geeignet. Durch die kompakte und trägheitsarme Bauform ist die Antriebsmaschine thermisch hoch beansprucht. Eine kombinierte Luft- als auch Wasserkühlung des Mantels ermöglicht den Dauerbetrieb im Volllastbereich. Die Kühlmitteltemperatur als auch die Durchflussmenge des Kühlmediums muss aus Sicherheitsgründen spezifisch zum Prüfbetrieb angepasst werden, um Schäden durch Überhitzung, Kondenswasserbildung im Stand oder auch durch Kavitation zu vermeiden.

An der Maschinenrückseite befindet sich ein optischer Drehgeber (Schlitzscheibe mit 512 Segmenten) zur genauen Aufnahme des Drehzahlsignals. Eine frequenzmodulierte Drehmomentmessnabe (Messbereich ± 1 kNm) ist an der Maschinenausgangsseite montiert. Die Antriebsmaschine ist auf einem höhenverstellbaren Unterbau aufgebaut, um Achsabstände von Prüfgetrieben variabel anpassen zu können. Über federdruckbelastete Rollen auf der Unterseite des Maschinenunterbaus kann die Maschine an die jeweilige Aufbauposition verschoben werden. Die technischen Daten der Antriebsmaschine sind in der Tabelle 3.1 dargestellt. Das charakteristische Momentenund Leistungskennfeld dieser Maschine zeigt Bild 3.2. Der hierbei dargestellte Kurzzeitbetrieb kann nur kurzzeitig (10s) und mit einer darauffolgenden Temperaturerholungsphase (60s) für dynamische Betriebszustände verwendet werden.

Eigenschaften	Antriebsmaschine	Abtriebsmaschine
Nennmoment [Nm]	704	1.484
Nenndrehzahl [min ⁻¹]	4.475	2.960
Nennleistung [kW]	330	460
Überlastmoment [Nm]	1.000	1.781
Max. Drehzahl [min ⁻¹]	8.000	8.000
Trägheitsmoment [kgm ²]	0,31	1,57





Bild 3.2: Motorkennfeld der Antriebsmaschine

Die Abtriebsmaschine verfügt im Gegensatz zur Antriebsmaschine über mehr Leistung und damit auch über mehr Drehmoment (Bremsmoment), da die maximalen Drehzahlbereiche von An- und Abtriebsmaschine identisch sind, Tabelle 3.1. Die im Vergleich zum Antrieb größere Drehmomentkapazität ermöglicht in diesem Prüfstandskonzept die Prüfung von mehrstufigen Fahrzeuggetrieben. Das Trägheitsmoment der Abtriebsmaschine ist deutlichst größer als dies der Antriebsseite. Eine hochdynamische Schwingungseinleitung ist mit dieser Maschine nicht möglich. Für den generatorischen Konstantbetrieb und zur Simulation großer Trägheiten durch angepasste Reglereinstellungen eignet sich diese Maschine in besonderem Maße für das Aufbringen einer möglichst konstanten Bremslast.

Die Abtriebsmaschine ist auf einem starren Unterbau aufgebaut, der sich analog zur Antriebsseite über federdruckbelastete Rollen horizontal auf dem Plattenfeld verschieben lässt.



Bild 3.3: Motorkennfeld der Abtriebsmaschine

Im Gegensatz zur kombinierten Kühlung der Antriebsmaschine ist die Abtriebsmaschine lediglich mit einer Luftkühlung versehen. Simultan zur Antriebsmaschine ist auf der Maschinenrückseite ein Drehgeber und an der Flanschseite eine Drehmomentmessnabe (Messbereich ±2kNm) montiert. Die technischen Daten der Abtriebsmaschine sind ebenfalls in der Tabelle 3.1 dargestellt.

In Bild 3.2 und Bild 3.3 sind die jeweiligen (typischen) Kennfelder der Asynchronmaschine abgebildet. Die demonstrierten Überlastbereiche sind jedoch auch auf der Abtriebsseite nur kurzzeitig (60s) fahrbar. Diese Leistungsbereiche sollten im Überlastbetrieb nur für temporäre Beschleunigungsaufgaben verwendet werden und nicht innerhalb des eigentlichen Prüfprogramms enthalten sein.

Zur Kühlung des Prüfraumes sind Klimageräte vorhanden, die trotz der entstehenden Abwärme in der Versuchsumgebung ein konstantes Temperaturniveau ermöglichen.

3.2 Steuerung und Regelung

Die Regelung und Steuerung des Prüfstands erfolgt durch das SPARC 1.6 Regelungssystems der Firma Horiba ATS (Schenck Pegasus Advanced Realtime Controller). Das SPARC-System wird in der aufgebauten Konfiguration durch das Automatisierungssystem Stars erweitert. Dadurch ist nicht nur eine manuelle Sollwertvorgabe und Parametrisierung des Prüflaufs möglich sondern ein vollautomatisierter Prüfablauf durch Vorgabe von Prüfablaufprogrammen realisierbar. Sämtliche Prüfparameter, Messgrößen und Überwachungseinstellungen können in einem System eingestellt und bei Bedarf variiert werden.

Beide Elektromotoren können sowohl getrennt voneinander (Einzelbetrieb), als auch in Kombination mit mechanischer Koppelung miteinander betrieben werden. In Tabelle 3.2 sind die möglichen Regelungsarten des Prüfstands dargestellt.

Regelungsart	Antrieb	Abtrieb
Drehzahl - Drehmoment	Drehzahl	Drehmoment
Drehmoment - Drehzahl	Drehmoment	Drehzahl
Drehzahl - Drehzahl	Drehzahl	Drehzahl

Tabelle 3.2: Mögliche Regelungsarten des Prüfstands mit mechanischer Koppelung

Für das in dieser Untersuchung verwendete Prüfprogramm wurde die Regelungsart Drehmoment - Drehzahl verwendet. Durch das Aufbringen von Drehmomentschwingungen muss an der Antriebsmaschine mit der Stellgröße Drehmoment gefahren werden, da die Steuerung der Drehmomentschwingungssimulation momentenbasierend arbeitet. Um den Drehzahlpunkt während der Versuchsdurchführung konstant zu halten wird die Abtriebsmaschine durch eine Drehzahlregelung auf den geforderten Wert eingestellt. Durch diese Art der Prüfstandsansteuerung wird der Triebstrang im laufenden Betrieb verspannt, d.h. das an der Antriebsmaschine vorgegebene Drehmoment wird durch den Triebstrang geleitet und abtriebsseitig stellt sich das drehzahlgeregelte Gegenmoment ein. Aktuelle Prüfstands- und Messgrößen können mittels der Stars-Oberfläche visualisiert und protokolliert werden.

3.3 Mess- und Steuerungssystem

Das Messtechniksystem des hochdynamischen Lastprüfstands ist zweigeteilt. Zum einen werden die Drehzahlen und Drehmomente der Asynchronmaschinen über eine integrierte Messwerteerfassung im SPARC-Regler erfasst. Alle weiteren Messwerte wie z.B. Temperaturen, externe Messgeräte (Laserrotationsvibrometer) etc. werden über ein externes dSpace-Messwerteerfassungssystem erfasst und ggf. aufgezeichnet. Ausgehend von einer Prozessorkarte mit integriertem Speicher kann das dSpace-System autark arbeiten. Alle weiteren Datenverarbeitungsmodule werden über die Prozessorkarte angesteuert und verarbeitet. Das System hat den Vorteil, nicht nur als reine Messwerteerfassung zu fungieren sondern ermöglicht gleichzeitig die Übernahme externer Steuerungsaufgaben. Mittels eines Zweipunktreglers konnte beispielsweise eine Zusatzkühlung durch ein Kühlgebläse realisiert werden. Über einen CAN-Controller ist eine Kommunikationsplattform zwischen Prüfstandssteuerung, Automatisierung, Messtechnik und falls notwendig auch zum Prüfling mit integriertem Steuergerät (TCU) möglich. Am Institut für Maschinenelemente (IMA) wurde eine CAN-Bus Schnittstelle zwischen dem dSpace-System und der Prüfstandssteuerung (Sparc und Stars) aufgebaut. Die Schnittstelle zum SPARC-Regler bietet sowohl die Möglichkeit der Prüfstandsabschaltung, der Fehlerquittierung als auch der externen Sollwertvorgabe. Dadurch kann eine externe Abschaltung des Prüfstands z.B. durch ein Schadensfrüherkennungssystem oder auch über definierte Temperaturgrenzen realisiert werden. Die CAN-Bus Schnittstelle zwischen dSpace und Stars dient zusätzlich der Messsignalübermittlung. So können alle Messwerte in jedem System erfasst und in die jeweilige Prüfstandsumgebung integriert werden.

Das auf der Prozessorkarte ausgeführte Programm basiert auf einem Matlab/Simulink-Modell. In diesem Matlab/Simulink-Modell werden alle verwendeten Ein- und Ausgabe-Boards als Funktionsblöcke dargestellt. Die Toolbox "Realtime-Workshop" wandelt dieses Simulinkmodell in einen C-Code um, der wiederum in einer selbstausführenden *.exe-Datei auf der Prozessorkarte ausgeführt wird. Alle Variablen können mittels der Mess- und Steuerungsoberfläche im Programm Control-Desk visualisiert oder auch variiert werden.

3.4 Verbrennungsmotorensimulation

Ein diskontinuierlicher Verbrennungsprozess und die oszillierende Massenwirkung verursacht an der Kurbelwelle eines Verbrennungsmotors eine Drehmomentpulsation, die sich in Form ungleichförmiger Drehmomentschwingungen darstellt. Umweltanforderungen und gesetzliche Vorschriften erfordern stetig steigende Leistungsdichten und geringere Abgasemissionen. Die Folge sind extrem hohe Verbrennungsdrücke bei kleiner Zylinderzahl und damit pro Kurbelwellenumdrehung härtere Zündstöße zur Leistungsgewinnung. Drehschwingungen wirken störend auf das akustische Verhalten des Antriebstrangs und beeinträchtigen die Lebensdauer der schwingfähigen Bauteile. Die Entstehung als auch die vereinfachte Nachbildung der Drehmomentschwingungen vom Verbrennungsmotor durch moderne Prüfstandstechnik wird nun im Folgenden näher beschrieben.

3.4.1 Grundlagen der Drehschwingungserzeugung durch Verbrennungsmotoren

Gas- und Massekräfte erzeugen beim Verbrennungsmotor die Drehkraft (Tangentialkraft), welche am Kurbelzapfen jedes einzelnen Zylinders wirksam ist. Bei niederen Drehzahlen bewirken vor allem die Gaskräfte eine Drehmomentungleichförmigkeit, bei hohen Drehzahlen dominieren die Massekräfte. Die Tangentialkräfte ändern sich entsprechend den Kurbelverhältnissen und erzeugen zusätzlich eine ungleichförmige Bewegung des Kurbeltriebs in Abhängigkeit vom Kurbelwinkel. Daher treten an der Kurbelwelle Schwankungen des Drehmomentungleichförmigkeiten sind einer mittleren Drehzahl der Schwungscheibe überlagert. Das Schwungrad wirkt als Energiespeicher, um damit einen möglichst gleichförmigen Rundlauf zu gewährleisten. Physikalisch entsteht der zeitlich veränderliche Drehzahlverlauf infolge eines entsprechenden Drehmomentverlaufs. Der Zusammenhang ist über den Drallsatz definiert:

$$\omega = \frac{1}{J} \int T(t) \cdot dt \tag{3.1}$$

In Bild 3.4 ist die oszillierende Drehkraft (Tangentialkraft) eines Einzylinder-Viertaktmotors dargestellt. Der Drehkraftverlauf F_T setzt sich aus der Überlagerung der oszillierenden Massekraft F_{Tosz} und der Gaskraft F_{TG} zusammen.



Bild 3.4: Drehkraft F_{T} an einem einzelnen Zylinder, [BarO4]

Die Anzahl der Schwingspiele pro Kurbelwellenumdrehung wird als Ordnung bezeichnet. Beim Einzylinder-Viertaktmotor ist die 0,5.-Ordnung die Hauptordnung mit der die Drehungleichförmigkeit auftritt [Ryb03]. Die erste Ordnung zeigt die zweitstärkste Ungleichförmigkeit, im Vergleich zur Hauptordnung hat sie jedoch nur eine Amplitude von ca. 10-20%. Alle weiteren Ordnungen sind messbar, jedoch im Rahmen einer Lebensdaueruntersuchung vernachlässigbar.

Mit steigender Zylinderzahl und höherem Massenträgheitsmoment des Kurbeltriebs und des Schwungrads verringert sich die Drehungleichförmigkeit. Eine steigende Zylinderzahl bei vergleichbarer Motorleistung wirkt sich positiv auf die Drehschwingungsanregung aus. Ein höheres Massenträgheitsmoment sorgt für einen ruhigen Lauf im unteren Drehzahlbereich. Die Massenkräfte steigen jedoch quadratisch mit der Drehzahl an, so dass bei sehr hohen Drehzahlen die Massekräfte eine übergeordnete Rolle spielen.

Der Gasdruckverlauf eines Einzelzylinders zeigt im Viertakt-Zyklus eine Taktperiode von 720°. Bezogen auf die 360° der Kurbelwelle bedeutet dies, dass der Gasdruckverlauf Anteile der 0,5., 1,0., 1,5.,... Ordnung aufweist. Grundsätzlich regen die Gas- und Massenkräfte vielfache Ordnungen an, das heißt es treten beim realen Verbrennungsmotor Schwingungen mit einem Maximum während einer halben Kurbelwellenumdrehung (0.5. Ordnung) und alle ganzzahlige Vielfache dieser Frequenz (1., 1.5. ... Ordnung) auf. Die Bezeichnung n. Ordnung bedeutet hierbei n Schwingspiele pro Wellenumdrehung.

Um den aktiven Gas- und Massekräften konstruktiv entgegenzuwirken, ist häufig der Einbau von Ausgleichswellen erforderlich. Üblicherweise werden Ausgleichswellen zur Reduzierung der 1. und 2. Ordnung eingesetzt. Maßnahmen zur Reduzierung der Ungleichförmigkeiten durch Ausgleichswellen können bezüglich der ersten Ordnung auf der Kurbelwelle angebracht werden oder durch einen kurbelwellenseitigen Hochtrieb aktiv gegen die Anregung der 2. Ordnung entgegenwirken. In [Bar04, Mol07] ist der mathematische Zusammenhang zwischen den Kräften und Momenten im Verbrennungsmotor enthalten. Hierbei wird rechnerisch auch zwischen der Gas- und Massekräften unterschieden.



Bild 3.5: Harmonische Anteile an der Drehkraft bei einem Einzelzylinder, [Bar04]

Um Aussagen über den Drehmomentverlauf treffen zu können, wird der Verlauf mittels einer FFT-Analyse in seine harmonischen Schwingungsanteile (Reihe von Sinusschwingungen) zerlegt. Damit lassen sich die im Schwingungssignal enthaltenen Einzelschwingungen visuell darstellen. In Bild 3.5 sind die harmonischen Schwingungsanteile am Beispiel des Einzylindermotors dargestellt. Eindeutig erkennbar ist die sinkende Schwingungsamplitude bei zunehmenden Ordnungen.

3.4.2 Nachbildung der Drehungleichförmigkeiten am Prüfstand (ETPS)

Ein Verbrennungsmotor liefert im jeweiligen Betriebspunkt einen ungleichförmigen Drehzahlverlauf. Die konstruktiven und physikalischen Eigenschaften des Motors können über das spezifische Motorkennfeld hinaus nicht variiert werden. Aus diesem Grund wurde am Institut für Maschinenelemente ein elektromotorischer Antrieb eingesetzt, welcher im Vergleich zu standardisierten E-Antrieben hochdynamische Schwingungsanregungen einleiten kann.

Der Vorteil dieses Prüfaufbaus im Vergleich zu einem verbrennungsmotorischen Antrieb liegt in der variabel definierbaren Anregungsamplitude, was im Rahmen einer Grundlagenuntersuchung absolut notwendig ist.

Mit der Sondersoftware ALSPA des Umrichterherstellers Converteam werden die Drehmomentungleichförmigkeitsverläufe von Verbrennungsmotoren parametrisiert. Die Simulation von Drehmomentungleichförmigkeiten wird in der Prüfstandsumgebung als ETPS-Betrieb bezeichnet (Engine Torque Pulsation Simulation). Der Drehmomentverlauf von 4-Takt-Motoren, der sich aus der Überlagerung von Gas- und Massenkräften ergibt, wird hierbei im Umrichter simuliert. Diese Konfiguration hat den Vorteil, dass die SPARC - Reglerfrequenz unabhängig von der Drehmomentschwingungseinleitung arbeitet. Eine Realisierung der hochfrequenten Schwingungsanregung nahe einem Verbrennungsmotor ist damit gewährleistet. Der Algorithmus beruht auf der Addition zweier Sinusfunktionen, welche durch die Parameter Amplitude der ersten Sinusfunktion (A_1), Amplitude der zweiten Sinusfunktion (A_2) und einem Phasenverschiebungswinkel (φ) festgelegt werden. Diese Schwingungen werden dem konstanten inneren Moment des Motors (T_i) überlagert [Als03]. Somit ergibt sich das Moment des Antriebsmotors zu:

$$T = T_i + A_1 \sin(\omega t) + A_2 \sin(2\omega t + \varphi)$$
(3.2)

Die Kreisfrequenz ω ergibt sich aus dem Motortyp und der Drehzahl. Ein Einzylinder-Viertaktmotor benötigt für einen Arbeitstakt zwei Kurbelwellenumdrehungen und die Gaskraft erzeugt hierbei genau einen Momentenstoß, der dem ersten Sinus entspricht. Somit hat die erste Sinusschwingung eine Periode über zwei Wellenumdrehungen. Entsprechend hat ein Zweizylinder zwei Stöße, also einen Stoß pro Wellenumdrehung.

Bei dem in Bild 2.4 gezeigten Beispiel eines 4-Zylinder-Viertaktmotors, der einen Zündabstand von einer halben Kurbelwellenumdrehung hat, ergeben sich bei der ersten Schwingung zwei Maxima während einer Wellenumdrehung und bei der zweiten vier. Bei dem simulierten Drehmomentverlauf in Bild 2.4 wurden die Parameter $A_1 = M_i$, $A_2 = 0.5 M_i$ und $\varphi = 30^\circ$ festgelegt. Dargestellt sind nur die Schwankungen ohne den konstanten Mittelwert.



Bild 3.6: Drehmomentenverlauf eines Vierzylinder - Motors

Bei der Lebensdauerprüfung wird nur die dominante Ordnung des Verbrennungsmotors simuliert, so z.B. beim 4-Zylinder die 2. Ordnung. Die 4. Ordnung des Vierzylindermotors ist aufgrund der im Vergleich zur zweiten Ordnung verhältnismäßig kleinen Amplitude bezüglich der Zahnradlebensdauer vernachlässigbar. Eine Anregung der vierten Ordnung würde bei doppelter Anregungsfrequenz durch das Drehsteifigkeitsverhalten des Prüfaufbaus gedämpft werden und könnte somit nicht mit der vorgegebenen Amplitude durch den Triebstrang übertragen werden. Im Lebensdauerversuch mit Drehmomentungleichförmigkeiten ist daher eine Parametrierung der Hauptfrequenz (2. Ordnung beim 4-Zylindermotor) absolut ausreichend.

3.5 Versuchsüberwachung mittels FFT-Analyse

Zur Versuchsparametrierung als auch zur Überwachung müssen mittels der Fast Fourier Transformation (FFT) die Messdaten analysiert werden. Nur durch einen korrekt parametrierten Versuchslauf, durch den Nachweis über die Reproduzierbarkeit der Versuche und durch eine regelmäßige Versuchsüberwachung wird gewährleistet, wissenschaftlich korrekte Ergebnisse darstellen zu können.

Messungen im Versuch bestehen aus einem kontinuierlichen Signal über der Zeit (Bsp. Seismograph) oder aus einer Auflistung von Werten zu diskreten Zeitpunkten (Bsp. Sensorabtastung), vgl. Bild 3.7. Das erhaltene Signal besteht aus einer Überlagerung der verschiedensten Schwingungsquellen. Häufig interessieren einzelne Schwingfrequenzen oder definierte Ordnungen beziehungsweise der Anteil der einzelnen Quellen am Gesamtsignal.



Bild 3.7: Beispiele für Signalaufzeichnungen (analog: Seismograph, analog/digital: Oszilloskop, Tabelle/diskrete Zahlenwerte)

Als geeignetes Mittel zur Untersuchung dieser Signale hat sich die Fourier-Transformation erwiesen. Die Fourier-Transformation ist nach Jean Baptiste Joseph Fourier (1768 – 1830) benannt, einem französischen Mathematiker und Physiker. Dieser zeigte, dass die zeitliche Darstellung periodischer Funktionen umkehrbar ist und eindeutig in eine spektrale Darstellung überführt werden kann [Wec06].

Die FFT hat sich zu einem Werkzeug entwickelt, dessen Anwendungsspanne sich über Bereiche wie angewandte Mechanik, Akustik, Biomedizin, Signalverarbeitung, Messtechnik, Radartechnik, Elektromagnetik und Nachrichtentechnik erstreckt [Bri97].

Die Theorie der Fourier-Transformation geht davon aus, dass ein beliebiges Signal als eine Überlagerung verschiedener Sinusschwingungen dargestellt werden kann, wobei die einzelnen Schwingungen in ihrem Betrag und ihrer Phasenlage variieren können (Spektraldarstellung). Das aufgezeichnete Zeitsignal wird mittels der FFT in das Frequenzspektrum überführt, Bild 3.8. Man bezeichnet diese Transformation auch als Frequenz- oder Spektralanalyse. Über die Inverse Fourier-Transformation gelangt man ohne Informationsverlust vom Spektralbereich wieder zurück in den Zeitbereich. Für diese Transformation wird auch der Ausdruck Synthese verwendet.



Bild 3.8: Anwendung der Fast-Fourier-Transformation

Das Frequenzspektrum besteht aus Spektrallinien, die in Abhängigkeit einer Frequenzachse dargestellt werden. Die einzelnen Spektrallinien sind ein Maß für die Intensität und die Häufigkeit des Auftretens von Schwingungen mit zugehöriger Frequenz im zugrundeliegenden Zeitfenster [Uch99].



Bild 3.9: Überführung eines Signals aus dem Zeitbereich in den Frequenzbereich am Beispiel einer Sägezahnfunktion, [Kar05]

Bild 3.9 zeigt beispielhaft die Überführung einer Sägezahnfunktion aus dem Zeitbereich in den Frequenzbereich. Dargestellt wird die Signalzerlegung in einzelne Sinusschwingungen und die Ableitung der Spektraldarstellung aus den Einzelschwingungen. Je nach Art des eingehenden Signals (kontinuierlich oder diskret) ergeben sich unterschiedliche Ansätze für die Transformation. Ein harmonisches Signal lässt sich darstellen als:

$$y(t) = y^{c} \cos(\omega t) + y^{s} \sin(\omega t)$$

= $\hat{y} \cdot \cos(\omega t + \varphi_{0})$
= $y^{*} e^{j\omega t} + \bar{y}^{*} e^{-j\omega t}$ (3.3)

 y^{c}, y^{s} ... Cosinus –, bzw. Sinuskoef fizeinten \hat{y} ... Amplitude [dB, Nm, ...] ω ... Winkelgeschwindigkeit [Hz] φ_{0} ... Nullphasenwinkel

Diese Darstellung ist insbesondere in den Ingenieurswissenschaften interessant, da sich so Aussagen über einzelne Frequenzanteile und deren Intensität treffen lassen.

Der allgemeine Ansatz für die Überführung vom Zeitbereich in den Frequenzbereich ergibt aus dem Zusammenhang:

$$F(j\omega) = \int_{0}^{\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} dt, \qquad (3.4)$$

bzw. über die Rücktransformation

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega.$$
(3.5)

t ... Variable im Zeitbereich [s]

 $\omega \dots Kreisfrequenz = 2\pi f [Hz]$

$$j$$
 ... imaginäre Einheit ($j^2 = -1$)

Die Fourier-Transformation geht von einem unendlichen Integrationsbereich aus, was bei praktischen Anwendungen nicht durchführbar ist. Zudem zeigen die Integrale eine schlechte Konvergenz, so dass sich die allgemeine Fourier-Transformation schlecht für eine praktische Berechnung eignet.

Die FFT ist ein Algorithmus zur schnellen Berechnung der Welle und damit auch in der kontinuierlichen Fourier-Transformation. Die DFT stellt eine Approximation der allgemeinen Fourier-Transformation für diskrete, zeitbegrenzte und periodische Signale dar. Grundlage für eine DFT-Analyse ist ein Signalausschnitt endlicher Länge, welcher nach beiden Seiten periodisch fortgesetzt werden kann. Die Ausschnitte aus dem Zeitsignal werden auch Blöcke genannt. Aus diesen Blöcken wird näherungsweise eine Fourierreihe berechnet. Das sich aus der DFT ergebende Spektrum ist gleichermaßen ein Linienspektrum. Der Abstand zweier Spektrallinien beträgt

$$\Delta f = \frac{1}{N \cdot T} \tag{3.6}$$

Die Variable *N* beschreibt die Zahl der Stützstellen und die Variable T die Länge des betrachteten Zeitintervalls. Da die Werte der DFT auf der negativen Achse zu den Werten der positiven Achse konjugiert komplex sind, wird die DFT üblicherweise nur im Bereich $[0, \frac{f}{2}]$ dargestellt. Die DFT hat insgesamt *N* unabhängige Signalwerte als Eingangsgrößen. Deshalb kann die komplexe Funktion auch nicht mehr als *N* unabhängige Ausgangsgrößen liefern, nämlich $\frac{N}{2}$ reelle und $\frac{N}{2}$ imaginäre Werte, [Kol00, Kam06, Hof01, Rup05].

Die Fast-Fourier-Transformation baut auf dem Ansatz der Diskreten Fourier-Transformation auf. Es handelt sich hierbei um einen in den 60er Jahren von Cooley und Turkey entwickelten Algorithmus, der speziell für die rechnergestützte numerische Lösung entwickelt wurde.

Während bei der DFT für *N* zu transformierende Werte N^2 komplexe Multiplikatoren und Additionen notwendig sind, benötigt die FFT nur $N \cdot \log_2(N)$ dieser Operationen, sofern *N* eine Potenz von 2 ist. Folglich lassen sich bis zu 99% der Rechenoperationen im Vergleich zur DFT einsparen, [Kol00, Bri97, Kam06, Rup05].

Entscheidend für eine aussagekräftige FFT-Analyse eines Messsignals ist die Qualität der vorliegenden Messdaten. Vor der Festlegung der Abtastfrequenz eines Signals muss die maximale Frequenz bekannt sein, welche mittels der FFT-Analyse im Spektrum dargestellt werden soll. Das Abtasttheorem nach *Shannon* und Nyquist besagt, dass die Abtastfrequenz mindestens das Zweifache der höchsten im Signal vorhandenen Frequenz betragen muss. Nur durch Einhaltung dieser Bedingung kann aus einem zeitdiskreten Signal das Ursprungssignal ohne Informationsverlust wieder hergestellt werden. Die Grenzfrequenz $\frac{1}{2}f_{abtast}$ wird als Nyquist-Frequenz bezeichnet [Kol00, Kam06]. Wird die doppelte Abtastfrequenz nicht eingehalten spricht man von einer Unterabtastung (Aliasing). Um eine Verfälschung des Spektrums zu vermeiden muss das Signal vorab über einen Tiefpassfilter (Antialiasingfilter) gehen. In der Praxis werden deutlich höhere Abtastfrequenzen (Faktor 5) verwendet, um die mit dem Aliasing verbundenen Fehler zu reduzieren.

In der Praxis müssen bei den FFT-Analysen Fensterfunktionen zur Gewichtung der Abtastwerte verwendet werden, damit keine Verfälschungen durch Faltungseffekte auftreten. Liegt eine Synchronisation zwischen Messfrequenz und Abtastfrequenz vor, so kann direkt ohne zusätzliche Fensterung des Datenblocks die FFT ausgeführt werden. Da dies bei der FFT zur Überwachung des Prüflaufs der Fall ist, wurde hier mit dem sogenannten Rechteckfenster gearbeitet. Das Signal wird nur am Anfang und am Ende der Betrachtung abgeschnitten. Die Funktion und Einsatzgebiete weiterer Fenstermethoden sind in [Kol00] beschrieben.

3.6 Schadensdetektion

Mechanischer Verschleiß an Maschinenelementen führt zwangsläufig zu einer begrenzten Lebensdauer. Im Getriebesektor ist die Werkstoffermüdung an Verzahnungen oder Lagerungen bis heute ein kritisches Thema bei der genauen Bestimmung der Lebensdauer.

Die Ermüdung im Werkstoff äußert sich in der Regel in Form einer Mikrorissbildung. Das Risswachstum führt schließlich zum Ausfall des Bauteils. Die Ermittlung der Zahnfußtragfähigkeit und damit die Schadensursache Zahnbruch ist in dieser Arbeit das untersuchte Ausfallkriterium.

Mikrorissbildungen im Zahnfußbereich eines Zahns verursachen innerhalb kurzer Zeit den weiteren Bruchverlauf bis hin zum duktilen Restbruch. Der Bruch kann eine totale Zerstörung des Getriebeaufbaus zur Folge haben. Minimale Schäden potenzieren sich in der Regel zu erheblich größeren Schäden, die es jedoch zu vermeiden gilt.

Ziel ist es, einen sich ankündigenden Ausfall rechtzeitig zu detektieren, bevor das ausfallende Bauteil eine Zerstörung umliegender Komponenten verursacht. Diese Aufgabe wird von Schadensfrüherkennungssystemen übernommen. Mittels dieser Systeme können Bauteil- oder Maschinenfehler frühzeitig erkannt werden. Speziell bei Lebensdaueruntersuchungen von Maschinenelementen werden diese Geräte eingesetzt, wobei Schadensfrüherkennungssysteme vorwiegend im Prüfstandsbereich verwendet werden.

Auf dem Prüfgetriebe wird ein Beschleunigungssensor montiert. Beschleunigungssensoren erzeugen aufgrund der auftretenden Schwingungen ein elektronisches Signal, welches es zu analysieren gilt. Anhand der auftretenden Schwingfrequenzen sind die einzelnen Komponenten aufgrund ihrer schwingungstechnischen Eigenschaften zu lokalisieren und hinsichtlich der Schädigung detektierbar. Die geeignete Position des Schwingungssensors am Gehäuse muss für eine prozesssichere und damit auch feinfühlige Schadensdetektion empirisch ermittelt werden. Die im Versuch realisierte Lösung ist in Bild 3.10 dargestellt. Ebenso wird in Bild 3.10 zwischen Luftschall und Körperschall schematisch unterschieden, wobei zur Erkennung der angebrochenen Zahnräder eine rein körperschallorientierte Signalanalyse durchführt wird. Die Messung des Körperschalls ist der Messung des Luftschalls vorzuziehen, da der Einfluss äußerer Störgrößen wie z.B. Umgebungslärm geringer ist und sich dadurch eine bessere Reproduzierbarkeit der Versuchsbedingungen ergibt.

Bei der Überwachung mittels eines Schadensfrüherkennungssystems können Prüflinge bis zu einem definierten Schädigungsgrad detektiert und der Prüfstand automatisiert abgeschaltet werden. Die rechtzeitige Abschaltung des Prüfstands verhindert die totale Zerstörung des Testobjekts. Dies reduziert die Prüfzeiten und ermöglicht kurze Rüstzeiten für den nächsten Prüfling. Dadurch können unnötige Betriebskosten vermieden und die Prüfstandskapazitäten besser genutzt werden, [Kol00, Rei89].



Bild 3.10: Schematische Darstellung der Positionierung des Beschleunigungssensors

In Bild 3.10 ist die Anbauposition des Schwingungssensors erkennbar. Dieser wurde an der Stirnseite des Getriebegehäuses angebracht. Die Lage des Sensors war zur Detektion der Schadensursache Zahnbruch sehr gut geeignet, da die Übertragung mechanischer Schwingungen der Verzahnung gleichförmig über beide Gehäuseteile zum Schwingungssensor verlief.

Das Funktionsprinzip des Delta - Analysers der Firma Reilhofer KG ist in Bild 3.11 dargestellt. Der Schwingungssensor an der beschriebenen Position des Gehäuses liefert ein Körperschallsignal, das im Rechner digital weiterverarbeitet wird. Zur Durchführung einer Ordnungsanalyse wird die Drehzahlinformation der drehzahlgeregelten Abtriebsmaschine mittels eines TTL-Signals an die Signalverarbeitung des Schadensfrüherkennungssystems übermittelt. Eine Frequenzanalyse hätte zur Folge, dass geringe Drehzahlabweichungen im Prüfbetrieb eine ständige Veränderung der sensiblen Ausfallfrequenz verursachen würden. Damit wäre eine sensible Parametrierung zur Zahnbrucherkennung nicht mehr in der Form möglich, wie es anhand der Ordnungsanalyse durchgeführt werden konnte.



Bild 3.11: Funktionsprinzip des Schadensfrüherkennungssystem

Im Rahmen der Signalanalyse beginnt das Schadensfrüherkennungssystem mit einer Lernphase. In dieser Phase wird der Neuzustand der Bauteile analysiert und als Referenzspektrum abgelegt. Hierbei wird nicht nur die Amplitude der jeweiligen Schwingungsordnung gespeichert, sondern zudem die Häufigkeitsverteilung der Schwingungsamplitude explizit für jede Ordnung. Anhand dieser Informationen wird ein oberes und ein unteres Grenzspektrum um das Referenzspektrum gebildet. Während dem Versuchslauf sollte das zum Überwachungszeitpunkt vorherrschende Spektrum im Bereich des Referenzbandes liegen. Über- oder unterschreitet das aktuelle Spektrum die festgelegten Grenzspektren, so wird dies als Abweichung registriert. Diese partiellen Abweichungen in den Spektren werden spektrallinienweise bewertet und bilden den Änderungsindex. Die Gesamtheit aller Änderungsindizes ergibt den Flächenindex. Im Flächenindex kann eine Alarmschwelle festgelegt werden, die zur Freigabe der Prüfstandsabschaltung dient. Der Wert der Alarmschwelle muss jedoch empirisch für jeden Prüfaufbau und für jede Schadensart neu definiert werden. In der vorliegenden Arbeit wurde die Alarmschwelle zur Prüfstandsabschaltung auf einen Wert zwischen 1800 und 2000 angesetzt (laststufenabhängig). Damit wurde eine Abschaltgrenze definiert, bei der in der Regel der erste Zahn am Antriebsrad ausgebrochen war.

In Bild 3.12 ist die Überwachungsmaske für einen durchgeführten Versuchslauf abgebildet. Im unteren Fenster wird das angelernte Referenzspektrum angezeigt (dunkelblau). Die hellblauen Bereiche über und unter der Referenzlinie bilden das Referenzband. Wird wie im vorliegenden Fall der Bereich der Grenzspektren überschritten, so wird dies im Änderungsindex dargestellt (mittleres Fenster). Der beschriebene Flächenindex (oberes Fenster) veranschaulicht die Gesamtbetrachtung aller Änderungsindizes bis zur Prüfstandsabschaltung (Trenner – Schaltung) bei einer eingestellten Alarmschwelle von 2000.

Der Grund für den in diesem Beispiel dargestellten Ausfall ist die Überschreitung des Referenzbandes im Bereich der Zahneingriffsfrequenz. Das Prüfgetriebe besteht aus einem Zahnradpaar mit 37 Zähnen auf der Antriebsseite und 40 Zähnen auf der Abtriebsseite. Der dargestellte Schwingungspeak der 40. Ordnung beschreibt damit das Verhalten der Zahnradstufe (abtriebsseitig). Die Schwingungsausschläge im Abstand der Gangübersetzung von ±1,081 zeigen mittels der Seitenbänder das Verhalten des Antriebsrades [Kol00]. Wird aufgrund eines fehlenden Zahns die Zahneingriffsfrequenz gestört, wird dies vom System erkannt und der Prüfstand abgeschaltet.

Das Schadensüberwachungssystem ist darüber hinaus in der Lage, defekte Lagerstellen zu detektieren. Meist zeigt sich ein Lagerausfall in der von der Anzahl an Wälzkörpern geprägten Schwingungsordnung. Ein weiterführender Lagerschaden wird jedoch ein undefinierbares Spektrum darstellen, so dass trotz eingestelltem Zahnbruch-Flächenindex auf jeden Fall die Abschaltung des Prüfbetriebs ausgelöst wird.



3.7 Temperaturüberwachung

Gleichförmige Umgebungsbedingungen ist die Grundvoraussetzung für einen reproduzierbaren Versuchsbetrieb. Ein wichtiger Parameter bei der Versuchsdurchführung ist die Temperatur. Die physikalischen Eigenschaften und Beschaffenheiten des Schmieröls hängen zu großen Teilen von der Betriebstemperatur ab. Die Umgebungstemperatur des Getriebegehäuses ist eine Einflussgröße zur konstruktiv festgelegten Lagertoleranz und damit auch zur Lagerreibung. Nur durch ein konstantes Temperaturniveau im Ölsumpf und in der Umgebung (Prüfraum) können wissenschaftliche Parameterstudien zur Bestimmung des Drehmomentungleichförmigkeitseinflusses darstellt werden.

Die im Prüfraum vorhandenen leistungsführenden Geräte werden alle mit der Umgebungsluft gekühlt. Umrichter, Antriebs- und Abtriebsmaschine und das Prüfgehäuse produzieren im Prüfbetrieb eine Abwärme, die im Prüfraum mit den installierten Klimatisierungen abgekühlt werden muss. Die drei installierten Klimaanlagen konnten im hier beschriebenen Prüfbetrieb die konstante Prüfraumtemperatur auf ca. 28°C einregeln.

Zur Kühlung des Prüfgetriebes wurde ein Kühlgebläse eingebaut, das mittels der Umgebungsluft das Prüfgetriebe und die Ölwanne kühlen konnte. Der größte Wärmeentzug im Öl wurde durch eine Umpumpkühlfiltereinheit (UKF) realisiert, Bild 3.13.



Bild 3.13: Am Prüfstand integrierte Umpumpkühlfiltereinheit

Am Prüfgehäuse wurde an der Ölablassschraube das Öl in die UKF-Einheit über ein Vorsieb eingeleitet und durch einen Ölfilter ($10\mu m$) gepumpt. Der Filtervorgang ist aufgrund der im Öl vorhandenen Partikel infolge vorangegangener Zahnbrüche notwendig. Das gefilterte Öl wird durch einen Öl-Wasser-Wärmetauscher gefördert, in

dem der notwendige Wärmeentzug stattfindet. Der Wärmetauscher ist am Kaltwasserkreislauf des Gebäudes der Universität Stuttgart angeschlossen. Die manuelle Regelung der Kaltwasserdurchflussmenge bestimmt die Kühlleistung des Wärmetauschers und damit die Öleintrittstemperatur im Prüfgehäuse.

Das installierte Kühlgebläse dient durch den Einsatz der UKF-Einheit nur noch zur Feinjustierung der geforderten Ölsumpftemperatur von 50°C. Die Grenzen des integrierten Zweipunktreglers zur Steuerung des Kühlgebläses konnten dadurch sehr eng eingestellt werden. Dadurch war eine sehr genaue Einhaltung der Ölsumpftemperatur möglich und somit konnten konstante Umgebungsbedingungen während des gesamten Versuchsumfangs gewährleistet werden.

4 Versuchsaufbau und Parametrisierung

Der Einfluss der Drehmomentschwingungen auf die Zahnfußfestigkeit wurde experimentell ermittelt. Für diese Aufgabe wurde ein spezieller Prüfaufbau konstruiert, gefertigt und aufgebaut. Die Anforderung an den Prüfaufbau, die ausgeführte Konstruktion und die Besonderheiten der im Rahmen dieses Vorhabens eingesetzten Prüfeinrichtung wird in diesem Kapitel näher beschrieben.

Im Rahmen der Grundlagenuntersuchung ist es erforderlich, die Versuchsparameter gezielt so zu wählen, dass eine unerwünschte Beeinflussung auf die zu untersuchende Einflussgröße durch Abhängigkeiten weiterer Parameter vermieden wird. Die Festlegung der Versuchsparameter, die exakte Parametrierung der zu untersuchenden Einflussgröße und die Reproduzierbarkeit der Ergebnisse durch konstante Umgebungsbedingungen kennzeichnen die Qualität dieser wissenschaftlichen Ergebnisse maßgeblich. Daher gehend wird in diesem Abschnitt der Arbeit gezielt auf die Parametrierung der Versuchsreihen eingegangen.

4.1 Anforderungen an die Prüfeinrichtung

Der hohe konstruktive Anteil dieser Arbeit erfordert ein Vorgehen entsprechend der VDI-Richtlinie 2221, [Pah07, VDI2221, VDI2222, VDI 2225, Rot94]. Der darin beschriebene Prozess gliedert sich in folgende vier Hauptbereiche: Planen und Klären der Aufgabenstellung, Konzipieren, Entwerfen und Ausarbeiten.



Bild 4.1: Konstruktionsmethodik in Anlehnung an [VDI2221]

Während der Planungsphase wird die Beschreibung der Problemstellung ausgearbeitet und vollständig analysiert. Das Resultat der ersten Phase ist eine inhaltlich vollständige Anforderungsliste. Diese stellt ein wichtiges Hilfsmittel und eine verbindliche Arbeitsgrundlage für alle nachfolgenden Schritte dar. Folgende Hauptanforderungen seien an dieser Stelle als Auszug aus der ausführlichen Anforderungsliste nach [Fie07] genannt:

- o Einbau der verwendeten Serienverzahnung gemäß des Serienstandards
- Dynamische Drehmomentbelastung des Triebstrangs bis 700 Nm
- Maximale Drehsteifigkeit des Aufbaus bei gleichzeitiger Minimierung der Massenträgheiten
- Integration eines Überlastschutzes
- Ölsumpfschmierung der Zahnradstufe mit konstantem Temperaturniveau von 50°C (Kühlung vorsehen)
- Optische Kontrollmöglichkeiten des Ölstands (im Betrieb) und des Verzahnungszustands (im Stillstand)
- Aufbau der Messtechnik (Temperatursensoren) und Anbringung des Schwingungssensors zur Zahnbrucherkennung
- Einfache und schnelle Montage des Prüflings zur Minimierung der Rüstzeiten

Beim Konzipieren wird eine prinzipielle Lösung der Aufgabe festgelegt. Mittels gedanklicher Abstraktion wird die Aufgabenstellung auf die wesentliche Problematik reduziert. Ziel der Abstraktion ist es, konventionelle Vorstellungen, Vorfixierungen und Vorurteile einzuschränken und somit innovativere und wirtschaftlichere Lösungen zu ermöglichen. Das Ergebnis der Abstraktion repräsentiert die straffe Formulierung der Gesamtfunktion der Aufgabenstellung. In Bild 4.2 ist die abstrahierte Gesamtfunktion des Versuchsaufbaus dargestellt. Die reduzierte Aufgabe der Versuchseinrichtung ist ein Zahnradpaar unter Drehbewegung mit einem Drehmoment zu belasten, bis die Schadensursache Zahnbruch am Antriebsrad eintritt.



Bild 4.2: Abstrahierte Gesamtfunktion des Versuchsaufbaus



Die abstrahierte Gesamtfunktion lässt sich wiederum in Teilfunktionen unterteilen und anhand einer Funktionsstruktur der Aufgabenstellung darstellen, Bild 4.3. Den Teilfunktionen können geeignete Wirkprinzipien zur Lösungsfindung zugeordnet werden. Nach fortschreitender Konkretisierung der aussichtsreichsten Varianten erfolgt eine Bewertung und Auswahl des zu realisierenden Konzepts.

In der Entwurfsphase wird die ausgewählte Lösungsvariante der Konzeptphase ausgearbeitet und anhand der Anforderungen konstruktiv umgesetzt. In der Konstruktionsmethodik verankerte Rubrik der Ausarbeitung wird die aus dem Entwurf erarbeitete Lösungsvariante dokumentiert und alle erforderlichen Unterlagen zur Fertigung abgeleitet.

Diese Arbeit wurde nach der beschriebenen Konstruktionsmethodik ausgeführt. Zur besseren Übersichtlichkeit werden einzelne Iterationen des Entscheidungsprozesses, Bewertungen der einzelnen Varianten und Rückschritte in vorhergehende Phasen nicht aufgeführt und das Ergebnis der endgültigen Lösungsvariante dargestellt. Im Folgenden wird auf die ausgeführte Konstruktion detailliert eingegangen und die Anforderung an die jeweiligen Komponenten erläutert.

4.2 Ausgeführte Prüfeinrichtung

Der Prüfaufbau ist in folgende Baugruppen aufgeteilt: An der drehmomentabgebenden Seite der Antriebsmaschine ist ein Drehmomentmessflansch mit frequenzmodulierter Messwertübertragung angebracht. Direkt auf dem Messflansch ist eine drehsteife Lamellenkupplung montiert, welche die Verbindung zwischen der Antriebsmaschine und dem Prüfgetriebe herstellt. Das Prüfgetriebe ist einstufig ausgeführt und ist auf einem variabel einstellbaren Unterbau aufgebaut. Abtriebsseitig verbindet eine Lamellenkupplung mit integrierter Sicherheitskupplung die Abtriebswelle des Prüfgehäuses mit dem zweiten Drehmomentmessflansch der Abtriebsmaschine, Bild 4.4.

Entscheidend für die Übertragung von Drehmomentschwingungen durch den Triebstrang sind die Minimierung der Massenträgheitsmomente im Triebstrang und eine möglichst hohe Verdrehsteifigkeit der Bauteile. Ein niedriges Trägheitsmoment und hohe Steifigkeiten sind entscheidend für die geforderte Dynamik, da ansonsten die Schwingfrequenz des nachgebildeten Verbrennungsmotors physikalisch nicht nachgebildet werden kann. Geringe Trägheitsmomente und hohe Drehsteifigkeiten widersprechen sich, so dass bei der konstruktiven Auslegung des Prüfgetriebetriebstrangs ein optimaler Kompromiss methodisch gefunden werden musste.

In Bild 4.4 ist eine Übersicht des Prüfaufbaus als 3D-CAD-Modell dargestellt.


Bild 4.4: Gesamtkonstruktion der Prüfeinrichtung ohne Schutzvorrichtungen

4.2.1 Prüfverzahnung

Um realistische und vergleichbare Versuchsergebnisse zu erhalten, wurde eine nach dem heutigen Stand der Technik eingesetzte Serienverzahnung verwendet. Bei dem ausgewählten Gangradpaar handelt es sich um die 5. Gangradstufe eines modernen Doppelkupplungsgetriebes im sportlichen Fahrzeugsegment. Alle Versuchsräder wurden aus einer Materialcharge mit den serienüblichen Fertigungsverfahren und Werkzeugen hergestellt. Eine realitätsnahe Interpretation der Versuchsergebnisse ist daher möglich, da nur die in der Serienfertigung vorhandenen Bauteilstreuungen in Werkstoff und Geometrie vorhanden sind. Damit können sowohl der Einfluss von unterschiedlichen Werkstoffeigenschaften als auch fertigungsbedingte Geometrieabweichungen vernachlässigt werden. An der Antriebsseite wird eine Verzahnung mit 37 Zähnen und einer Zahnbreite von 14 mm verwendet. Druckeinprägende Fertigungsverfahren wie beispielsweise Kugelstrahlverfahren wurden an diesem Antriebsrad nicht durchgeführt, um die Streuung der Bauteile durch einen zusätzlichen Parameter nicht zu vergrößern und die Lastwechselzahlen im Versuch einzuschränken.

Das Abtriebsrad hat 40 Zähne und wurde durch kugelgestrahlte Fertigungsverfahren im Zahnfußbereich verfestigt. Eingeprägte Druckeigenspannungen wirken den schädigungsrelevanten Zugspannungen im Werkstoff entgegen und setzen die auftretenden Maximalspannungen deutlich herab. Dadurch wird einer Werkstoffermüdung entgegengewirkt und die ertragbare Lastwechselzahl bis zum Versagen hinsichtlich der Schadensart Zahnbruch erhöht.

Der Ausfall durch Zahnbruch wird durch diese Auswahl gezielt am Antriebsrad (= Prüfrad) erzwungen. Ausfälle durch Zahnbruch am Abtriebsrad konnte über die gesamte Prüfzeit vermieden werden.

Die Zahnräder wurden aus Einsatzstahl 20MnCr5 gefertigt, durch serienübliche Wärmebehandlungsverfahren einsatzgehärtet und im Honprozess endbearbeitet. Die formschlüssige Verbindung zu den Getriebewellen bildet bei beiden Zahnrädern eine flankenzentrierte Keilwellenverbindung. Die Fertigung der Keilwellenverzahnung als 0-Verzahnung ermöglichte die spielfreie Verbindung der Zahnräder auf der Welle in Verbindung mit einer einfachen Montagemöglichkeit.



Bild 4.5: Antriebsrad mit 37 Zähnen (Prüfling) und Abtriebsrad (40 Zähne)

Tabelle 4.	1: Verzahnu	ngsdaten der	Prüfverzahnung
	I. VCIZUIIIIU	ing subter act	i i ui vei zui iliulig

	Antriebsrad	Abtriebsrad		
Normalmodul	1,9	975		
Zähnezahl	37	40		
Übersetzung	1,0	1,081		
Schrägungswinkel 25°		5°		
Schrägungsrichtung	Rechts Links			
Teilkreisdurchmesser	80,63 mm	87,17 mm		
Achsabstand im Gehäuse	85 mm			

In Tabelle 4.1 sind einige Verzahnungsdaten der Zahnradstufe dargestellt. Eine Darstellung der eingesetzten Prüfverzahnung ist in Bild 4.5 abgebildet.

Die Antriebsradverzahnung musste als Sonderrad für dieses Vorhaben gefertigt werden, da im Seriengetriebe dieses Rad als Losrad ausgeführt ist und daher für eine Grundsatzuntersuchung nur bedingt geeignet wäre. Die Verzahnungsgeometrie wurde analog der Serienverzahnung ausgeführt.

4.2.2 Wellen und Lagerung

Die Hauptanforderung der verwendeten Wellen ist die Übertragung der dynamischen Vorgänge auf die Prüfverzahnung. Die Wellen müssen daher sehr drehsteif ausgeführt werden und eine spielfreie formschlüssige Welle-Nabe-Verbindung für die Zahnräder ermöglichen.

In der ausgeführten Konstruktion kann auf der Antriebsseite und auf der Abtriebsseite dieselbe Wellengeometrie verwendet werden, da die Lageraufnahmen im Gehäuse spiegelbildlich aufgebaut sind. Die Drehmomenteinleitung bzw. Ableitung wird über eine kraftschlüssige Welle-Nabe-Verbindung realisiert, die zusätzlich mit einer Passfeder ergänzt wurde, um Relativbewegungen zwischen Welle und Kupplungsnabe durch hochdynamische Vorgänge auszuschließen. Die Lauffläche der Dichtungslippe des im Gehäuse angebrachten Wellendichtrings (RWDR) musste ebenso in die Wellenkontur mit einfließen, wie auch die zur Montage notwendigen Einführschrägen.



Bild 4.6: Wellenbaugruppe mit Beschreibung der Funktionsbereiche

Die Wellen wurden aus dem Einsatzstahl 20MnCr5 gefertigt, durch standardisierte Wärmebehandlungsverfahren einsatzgehärtet und im gehärteten Zustand auf die notwendigen Toleranzmaße geschliffen. Die Zahnräder werden mittels einer Keilwellenverbindung formschlüssig mit der Welle verbunden. Um den Verschleiß (Passungs-

rost) der Keilwellenverbindung durch die hochdynamische Belastung der Zahnräder zu minimieren, wurde die Oberfläche der Wellen zusätzlich hartverchromt.

Die Festlagereinheit bildet ein Vierpunktlager in Kombination mit einem Zylinderrollenlager. Das Vierpunktlager der Festlagereinheit stützt rein die axialen Kräfte ab, das Zylinderrollenlager hingegen nimmt ausschließlich die radialen Kräfte auf. Mittels einer einsatzgehärteten und geschliffenen Zwischenhülse werden beide Lager geometrisch voneinander getrennt. Die Loslagerseite der Fest-Los Lagerung wurde mit einer Rollenhülse ausgeführt. Die Besonderheit dieser Lagerung besteht darin, dass die Innenlauffläche der Rollenhülse direkt auf den Wellen angeordnet ist. Der klassische Innenring der Lagerung entfällt dadurch. Eine entsprechende Oberflächenbearbeitung der Wellen wurde berücksichtigt. Durch diese Maßnahme konnte ein Probandenwechsel ohne eine Demontage von Lagerungen erfolgen, da der Innendurchmesser der Zentralmutter als auch der Zahnräder über dem Außendurchmesser der Loslagerinnenlauffläche liegt, vgl. Bild 4.7 und Bild 4.8.

Der geometrische Aufbau der Wellenbaugruppe ermöglicht es zudem einen Zahnradwechsel ohne Demontage der Festlagereinheiten durchzuführen. Die Festlagereinheit wird auf dem vorgesehenen Lagersitz der Wellen montiert. Entsprechend einsatzgehärtete Zwischenhülsen passen die axiale Lage der Komponenten auf den Wellen an. Mittels der Zentralmutter wird die gesamte Einheit von Zahnrad, Zwischenhülsen und Festlagereinheit verspannt. Die Schraubensicherung wurde durch radial angeordnete Madenschrauben mit Messingdruckstück zur mechanischen Verstemmung und durch Flüssigsicherung Loctide[®] 272 realisiert.



Bild 4.7: Explosionszeichnung Welleneinheit

An jeder Wellenbaugruppe des Getriebegehäuses ist ein Zahnradwechsel durch Lösen der Zentralmutter möglich. Sowohl die Zentralmutter als auch das Zahnrad lassen sich über den Wellenabsatz der Loslagerlauffläche abnehmen und wieder montieren. Eine Demontage der Wellen aus dem Gehäuse ist aufgrund der bestehenden Festlagereinheit nicht notwendig. Ein Wechsel der Prüfräder ist aufgrund dieser Bauweise sehr schnell möglich, was die Rüstzeiten pro Prüfling auf ein Minimum reduziert. Der Umbau eines Prüflings konnte in ca. einer Stunde bewerkstelligt werden.



Bild 4.8: Antriebs- bzw. Abtriebswelle in montiertem Zustand

4.2.3 Prüfgehäuse

Die Hauptaufgabe des Prüfgehäuses ist die Aufnahme der axialen als auch radialen Lagerreaktionskräfte. Die Anforderung an den Gehäuseaufbau besteht darin, schädigungsrelevante Einflussparameter hinsichtlich der Schadensart Zahnbruch zu reduzieren bzw. so weit als möglich zu eliminieren. Nur dadurch ist es möglich, gezielte wissenschaftliche Grundlagenuntersuchungen durchzuführen, die den Einfluss einer definierten Parametervariation relativ zueinander darstellen.

Das Prüfgehäuse zur Prüfung der Zahnräder wurde einstufig ausgeführt, vgl. Bild 4.10. Der festgelegte Achsabstand von 85 mm ist in horizontaler Richtung umgesetzt worden, um die Beölungszustände im Getriebe zu optimieren. Die An- und Abtriebswelle sind gegenüberliegend zur Anbindung an die vorhandene Prüfeinrichtung angeordnet. Das Prüfgehäuse musste sehr steif ausgeführt werden, um den Einfluss von Geometrieabweichungen infolge der auftretenden Belastungen zu eliminieren. Zusätzlich birgt die Schadensursache Zahnbruch die Gefahr einer Verklemmung des abgebrochenen Zahns und damit könnte eine schwer definierbare Überlast auf die beteiligten Komponenten übertragen werden. Um diesem Effekt Rechnung zu tragen, wurde das Prüfgehäuse äußerst robust aufgebaut. Ein im Verhältnis zu Fahrzeuggetrieben geringerer axialer Lagerabstand minimiert die auftretende Wellendurchbiegung infolge radialer und axialer Verzahnungskräfte.



Bild 4.9: Das realisierte Prüfgehäuse

Das Prüfgehäuse wurde so konstruiert, dass die Abnahme der antriebsseitigen Seitenwand möglich ist. Dadurch kann das Gehäuse in zwei Baugruppen geteilt werden, vgl. Bild 4.12. In jeder Seitenwand ist jeweils eine der zwei Wellen an der Festlagerseite fixiert. Die Bauform der Rollenhülse in Kombination mit der Innenlauffläche auf dem Wellenabsatz ermöglicht eine Montage durch axiales Verschieben der Gehäusebaugruppen. Über Passstiftverbindungen werden die Gehäuseteile zueinander positioniert, so dass der Zusammenbau für alle Prüfräder identisch ist, vgl. Bild 4.9.



Bild 4.10: 2D-Schnittdarstellung des Prüfgehäuses

Über den Schaudeckel ist eine visuelle Überprüfung des Prüfaufbaus oder auch die Detektion eines Schadens im Stillstand möglich. Ein angebrachtes Ölschauglas bietet die Möglichkeit der Überwachung des Ölstands, vgl. Bild 4.11 und Bild 4.12. Von außen am Prüfgehäuse angeflanschte Lagerdeckel dichten das Prüfgehäuse ab. Die Lagerdeckel des Losrads werden statisch mittels Flachdichtungen abgedichtet, die dynamische Dichtung im Lagerdeckel der Festlagerseite übernimmt ein handelsüblicher Radialwellendichtring (RWDR) ab.



Bild 4.11: 3D-CAD-Darstellung des Prüfgehäuses

Die beiden Gehäusebaugruppen werden statisch mittels eines umlaufenden O-Rings abgedichtet. In den Seitenwänden integrierte Ölfangtaschen dienen der aktiven Schmierung der Lagerstellen. Die aus 1,5mm starkem Blech konstruierte Ölwanne dient der konvektionellen Wärmeabgabe an die Umgebung, wobei die maßgebliche Wärmeabführ über den umlaufenden Ölstrom durch die Umpumpkühlfiltereinheit realisiert wurde.



Bild 4.12: Geteiltes Gehäuse zum zeitsparenden Wechsel der Probanden

Aufgebaut wurde das Prüfgehäuse auf einem spezifisch angefertigten Unterbau. Im Unterbau wurde ein Kühlgebläse integriert, das die Wärmeabgabe durch Konvektion etwas verbessert und zur Feinregelung der Temperatur eingesetzt wurde. Die Aufgabe des Unterbaus ist, den Achsabstand über der Maschinenbettplatte auf ein Maß von 800 mm einzustellen (Spitzenhöhe der E-Maschinen). Die Besonderheit der angefertigten Konstruktion liegt in der variablen Einstellmöglichkeit der Montageplatte auf dem das Prüfgehäuse aufgebaut ist. Das auf dem Unterbau befestigte und durch Passstifte fixierte Prüfgehäuse kann in drei Längsrichtungen und zudem über zwei Rotationsfreiheitsgrade feinfühlig eingestellt werden. Eine genaue Ausrichtung der Wellen im Prüfgehäuse zu den Maschinenflanschen der Asynchronmaschinen ist dadurch möglich. Mittels eines optischen Lasermesssystems konnte somit der radiale als auch der Winkelversatz ideal eingestellt werden. Die Darstellung des Unterbaus ist in Bild 4.13 abgebildet.



Bild 4.13: Unterbau zur Prüfgetriebekonstruktion

4.2.4 Kupplungen

Neben der Drehmomentübertragung sind die Aufgaben der Kupplungen jeweils den axialen, radialen und winkligen Versatz zwischen Maschine und Prüfgehäuse auszugleichen. Zudem muss eine schnelle Montage und Demontage des Prüfgehäuses beim Zahnradwechsel gewährleistet sein. Die Übertragung von hochdynamischen Drehmomentungleichförmigkeiten durch eine Kupplung erfordert eine möglichst hohe Drehsteifigkeit der Kupplung, als auch im Gegenzug eine trägheitsarme Ausführung bei absoluter Spielfreiheit. Die hohe Drehsteifigkeit ermöglicht die unveränderte Durchleitung von hochdynamischen Drehmomentschwingungen durch die Kupplung. Die Auswahl einer trägheitsarmen Kupplung ist gekoppelt an die Leistungsfähigkeit der Antriebsmaschine. Die Antriebsmaschine muss entsprechend ihrer Leistungsdaten in der Lage sein, im gewünschten Frequenzbereich die geforderten Schwingungsamplituden, sowie entsprechende Beschleunigungen und Verzögerungen am Prüfgetriebeeingang zu erzielen. Eine den Anforderungen entsprechende Auswahl der Kupplungen wurde anhand von Bewertungstabellen durchgeführt, [Fie07]. Es wurden Stahllamellenkupplungen ausgewählt, welche als Sonderanfertigung direkt an die Messflansche der Drehmomentmessnaben angebaut werden konnten. Der erforderliche metallfreie Raum für die Messwertübertragung der Drehmomentmessnaben wurde eingehalten. Das Messsignal wird induktiv auf den Abnehmer übertragen und konnte bei metallischem Material in der Umgebung gestört werden.

Die Kupplungen sind mit einem Zwischenrohr versehen, so dass radiale und winkelige Versätze zwischen Flanschflächen und Getriebewellen ausgeglichen werden können, vgl. Bild 4.14.



Bild 4.14: Sonderanfertigung Lamellenkupplung – Einbau antriebseitig, [May06]

Die Welle-Nabe Verbindungen zur Drehmomenteinleitung ins Getriebe wurde mit zweiteiligen Halbschalennaben realisiert. Die Drehmomentübertragung erfolgte einerseits durch den Klemmsitz der Halbschalen kraftschlüssig, andererseits ist im abnehmbaren Teil der Halbschale eine Passfedernut integriert. Die realisierte Passfeder verhindert Mikrobewegungen im Presssitz. Die Realisierung der Halbschalenvariante hat den Vorteil, dass das Getriebegehäuse in radialer Richtung nach oben abgenommen werden kann, ohne gleichzeitig die Kupplungen an den Maschinenseiten zu lösen.

Um den Prüfaufbau im Schadensfall vor Zerstörung zu schützen, wurde in die abtriebsseitige Stahllamellenkupplung zusätzlich eine Sicherheitskupplung integriert. Dieses Sicherheitselement unterbricht bei einem vorab kalibrierten Drehmoment automatisch den Kraftfluss. Die über Tellerfedern vorgespannten Rastelemente übertragen bis unmittelbar vor dem eingestellten Auslösemoment spielfrei das geforderte Drehmoment. Im Falle der Überlastung unterbricht die Kupplung dauerhaft den Kraftschluss um eine Überlastung der Triebstrangkomponenten zu verhindern. Im Stillstand kann manuell die Sicherheitskupplung wieder mechanisch aktiviert werden. In Bild 4.15 ist ein Schnittbild der abtriebsseitigen Stahllamellenkupplung mit integriertem Sicherheitselement dargestellt.

Eindeutiger Vorteil dieser Kupplungsart ist die spielfreie Drehmomentübertragung bei sehr hohem Drehsteifigkeitsverhalten. Die Massenträgheit ist für diese Untersuchung ausreichend gering, so dass der E-Maschine am Antrieb genügend Leistung zur Verfügung steht, um die geforderte Drehmomentschwingungseinleitung im zugehörigen Frequenzbereich realisieren zu können. Die Bauform ist sehr robust und gleichzeitig wartungsarm, was insgesamt zu einer zuverlässigen Funktion im Prüfbetrieb führte.



Bild 4.15: Sonderanfertigung Lamellenkupplung– Einbau abtriebsseitig, [May06]

4.2.5 Gesamtaufbau

In Bild 4.16 ist der Gesamtaufbau der Prüfeinrichtung mit geöffneten Wellenschutzvorrichtungen dargestellt. Die über den Ausgleichskupplungen angebrachten Wellenschutzvorrichtungen haben die Funktion, die Bewegung der Kupplungen im Schadensfall stark einzugrenzen und damit die Umgebung zu schützen.

Die aufgebauten Kupplungen wurden herstellerseitig gewuchtet und sind auf eine maximale Drehzahl von 4500 1/min begrenzt. Die Montage der Halbschalennaben erfordert im Klemmsitz ein gleichförmig eingestelltes Spaltmaß. Andernfalls wäre eine Unwucht (Schwingung 1. Ordnung) im Triebstrang vorhanden, welche die Versuchsergebnisse maßgeblich beeinflussen könnte.

Die Parametrierung der gesteuerten Drehmomentwerte der Antriebsmaschine wird mit dem dargestellten Messflansch durchgeführt. Während der Drehmomentschwingungseinleitung (ETPS) wurde die Messnabe am Antrieb ausgebaut und gegen einen Adapterflansch getauscht, vgl. Bild 4.17. Ein erneutes Ausrichten des Triebstrangs ist nicht nötig, da der Adapterflansch analog zum Messflansch im selben Zentrierbund positioniert wird.



Bild 4.16: Realisierter Gesamttriebstrang mit geöffneten Wellenschutzvorrichtungen



Bild 4.17: Zwischenflansch und Drehmomentmessflansch der Antriebsseite

4.3 Parametrierung der Versuchsreihen

In der vorliegenden Untersuchung ist der Einfluss der Drehmomentungleichförmigkeiten hinsichtlich der Schadensart Zahnbruch untersucht worden. Sowohl der Versuchsaufbau als auch die Versuchsparameter müssen so ausgewählt werden, dass die Variation des zu untersuchenden Parameters die umliegenden Prüfbedingungen nicht beeinflussen. Weiter ist es zwingend erforderlich, dass bei der Parameterauswahl der Versuche ein eindeutiger Schadensfall vorliegt. Unterschiedliche Schadensereignisse führen zu einer Mischverteilung und verfälschen bei Grundsatzuntersuchungen die Versuchsergebnisse. Nur durch Einhaltung dieser Maßnahmen können reproduzierbare Versuchsergebnisse erzielt werden, die den gewünschten Parametereinfluss wissenschaftlich darlegen.

4.3.1 Betrachtung der Dynamik des Prüfaufbaus

Die Betrachtung der Dynamik des Prüfaufbaus ist schon in der Konstruktionsphase frühzeitig mit einzubinden. Nur dadurch lassen sich die Betriebsbedingungen richtig einschätzen und die Komponenten entsprechend auslegen.

Um den Versuchsaufbau mit hochdynamischen Drehmomentschwingungen beaufschlagen zu können, muss der Prüfaufbau möglichst drehsteif ausgeführt werden. Eigenfrequenzen des Triebstrangs bilden sich unter Umständen mit hohen Amplituden aus und können den Aufbau sehr schnell überlasten. Durch die in diesem Aufbau sehr geringe innere Dämpfung des Systems, z. B. durch Plansch- oder Reibungsverluste, werden die Schwingungsamplituden der Eigenfrequenzen nicht wesentlich abgeschwächt. Aufgrund der physikalisch vorhandenen und zusätzlich aufgeprägten Schwingungsanregungen muss vermieden werden, den Prüfstand aktiv im Bereich der Eigenfrequenz zu betreiben. Anregungen 6. Ordnung liefert der Umrichter durch das Wechselfeld der drei Stromphasen. Trotz gewuchteter Triebstrangkomponenten bleibt ein geringes Maß an Restunwucht und zeigt sich in Form einer Schwingungsanregung der 1. Ordnung. Verstärkt wird die 1. Ordnung durch deren harmonische Anteile und durch den zweipoligen Aufbau der Asynchronmaschinen (Anregung 2. Ordnung). Diese Anregungsordnungen sind physikalisch immer vorhanden. Zudem wird durch die in der Verbrennungsmotorsimulation gesteuerte Schwingungseinleitung eines Vierzylinderverbrennungsmotors eine Anregung der 2. Ordnung massiv aufgeprägt, vgl. Kap. 3.4.

Theoretische Betrachtungen des Gesamtsystems wurden in einem ersten Schritt mit einem Zweimassenschwinger durchgeführt. Damit lässt sich die 1. Torsionseigenfrequenz des Antriebstrangs einfach ermitteln. Dieses Modell lässt sich anwenden, wenn zwei Drehmassen im Momentenfluss deutlich größer sind als alle anderen. Da dies im dargelegten Versuchsaufbau aufgrund der dominanten massebehafteten Asynchronmaschinen der Fall ist, ist der Ansatz des Zweimassenschwingers durchaus vertretbar.

In Tabelle 4.2 sind alle Massenträgheitsmomente und Drehfedersteifigkeiten der im Prüfaufbau verwendeten Komponenten aufgeführt. Das Ersatzmodell des Zweimassenschwingers besteht aus zwei starren Drehmassen in Verbindung mit einer masselosen, linearen Drehfeder, vgl. Bild 4.18.

Komponente	J [10 ⁻³ kgm²]	C_{τ} [kNm/rad]	
Antriebsmaschine	310	-	
Messwelle Antrieb	13,2	1800	
Kupplung Antrieb	27	435	
Welle mit drehenden Teilen	0,8512	274,02	
Zahnrad Antrieb	0,8440	-	
Zahnrad Abtrieb	0,7935	-	
Kupplung Abtrieb	42	293	
Flansch Abtrieb	11,795	7346	
Messwelle Abtrieb	29,6	3300	
Abtriebsmaschine	1570 -		
WN-Verbindung auf Welle	-	600	
WN-Verbindung Messnabe	-	1200	

Tabelle 4.2: Massenträgheitsmomente und Drehfedersteifigkeiten



Bild 4.18: Ersatzmodell des Zweimassenschwingers, [Fie07]

Die im Ersatzmodell angenommene lineare Federsteifigkeit der Drehfeder berechnet sich aus der Reihenschaltung der einzelnen Steifigkeiten zu:

$$C_{TErsAn} = \frac{1}{C_{TMesswAn}} + \frac{1}{C_{TKupAn}} + \frac{1}{C_{TWelleAn}} + \frac{2}{C_{TWNMessw}} + \frac{2}{C_{TWNWelle}}$$
(4.1)

$$C_{TErsAB} = \frac{i^2}{C_{TWelleAb}} + \frac{i^2}{C_{TKupAb}} + \frac{i^2}{C_{TMessWAb}} + \frac{i^2}{C_{TFlaAb}} + \frac{2 \cdot i^2}{C_{TWNMessW}} + \frac{3 \cdot i^2}{C_{TWNWelle}}$$
(4.2)

Somit ergibt sich für die Ersatzdrehfedersteifigkeit c_{Tges} :

$$C_{Tges} = \frac{1}{C_{TErsAn} + C_{TErsAb}}$$

$$C_{Tges} = 35,63 \frac{kNm}{rad}$$
(4.3)

Die in die Berechnung eingehenden Komponentensteifigkeiten der Abtriebsseite wurde mittels der im Getriebe eingesetzten Übersetzung *i* auf die Antriebsseite reduziert. Dieser Ansatz ist erforderlich, da sich die anschließende Berechnung auf die Antriebsseite bezieht. Die Drehfedersteifigkeiten der Welle-Nabe-Verbindungen wurden nach [Die76, Wes96] abgeschätzt.

Die Massenträgheitsmomente der einzelnen Komponenten werden auf zwei Ersatzmassen reduziert. Einer Masse J_1 werden die vom Antrieb ausgehenden Massen bis einschließlich des ersten Zahnrads im Versuchsgetriebe (=Prüfrad) zugeordnet. Entsprechend hierzu besteht die zweite Masse J_2 aus dem Abtriebsrad bis hin zur Masse der Abtriebsmaschine. Die jeweiligen Ersatzmassenträgheiten berechnen sich aus der Summe der Einzelmassen, wobei die Trägheitsmomente der Abtriebsseite auf die Antriebsseite reduziert werden.

$$J_1 = J_{Antrieb} + J_{MesswelleAn} + J_{KupplungAn} + J_{WelleAn} + J_{Prüfrad}$$

$$J_1 = 0,3519 \ kgm^2 \tag{4.4}$$

$$J_{2} = \frac{1}{i^{2}} \left(J_{ZR \ Abtrieb} + J_{WelleAb} + J_{KupplungAb} + J_{Flansch} + J_{MesswelleAb} + J_{Abtrieb} \right)$$

$$J_2 = 1,416 \, kgm^2 \tag{4.5}$$

Im System des Zweimassenschwingers existieren zwei Rotationsfreiheitsgrade. Zum einen die Verdrehung der Masse 1 als auch zum anderen die der Masse 2. Dieses Modell besitzt daher auch zwei Dreheigenfrequenzen. Die erste Eigenfrequenz liegt bei f = 0 Hz und beschreibt eine gleichphasige Drehbewegung des Gesamtsystems ohne Veränderung der Federspannung (Starrkörperbewegung). Die eigentliche Eigenfrequenz – in diesem Modell die zweite Eigenfrequenz – visualisiert einen gegenphasigen Schwingungszustand beider Drehmassen und berechnet sich nach [HBM02] zu:

$$f_{Eig} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{C_{Tges} \cdot \frac{J_1 + J_2}{J_1 \cdot J_2}} = 56,59 \, Hz \tag{4.6}$$

Die Bedeutung der Eigenfrequenz liegt darin, dass das freie System ohne äußere Erregung mit dieser Frequenz schwingt. Die Reduktion der Drehsteifigkeiten und Trägheitsmomente auf die Abtriebsseite ergibt dieselbe Eigenfrequenz.

Grundsätzlich gilt, dass bei einer Anregung eines ungedämpften Systems im Bereich der Eigenfrequenz die Amplituden der Drehschwingungen und damit physikalisch die Momente sehr groß werden. Im Falle der theoretisch betrachteten dämpfungslosen Modelle gehen die Amplituden sogar gegen unendlich. Aber auch bei gedämpften Prüfstandsaufbauten kann eine Amplitudenüberhöhung auftreten, welche eine eingeprägte Momentenschwingung am Antrieb um ein vielfaches verstärkt. Da dies unweigerlich zu einem Bauteilversagen führt, muss dieser Fall unbedingt vermieden werden.

Für eine in der Praxis übliche Faustformel gilt, dass die Anregungsfrequenz in den Triebstrang um den Faktor 1,4 von jeder Eigenfrequenz entfernt sein sollte:

$$f_{err} \le 1.4 \cdot f_{Eig} \text{ oder } f_{err} \ge 1.4 \cdot f_{Eig}$$

$$(4.7)$$

Wird dieser Bereich der aktiven Schwingungseinleitung vermieden, kann sichergestellt werden, dass keine unzulässig hohen Torsionsmomente auftreten. Im realen System existieren jedoch mehrere Eigenfrequenzen, welche in ihren Bereichen nach Gl. 4.7 durch aktive Anregungsfrequenzen nicht im Prüfbetrieb durchlaufen werden dürfen. Daher ist es erforderlich, spezifische Drehzahlbereiche zu kennen, in denen alle Anregungsfrequenzen der Prüfeinrichtung (hier 1., 2. und 6.-Ordnung) keine Verstärkung der Eigenfrequenzamplituden verursachen. Eine Betreibung des Prüfstands erfordert aufgrund der wenigen zulässigen Frequenzbänder ein explizites Feingefühl und mechanische Kenntnisse über das Betriebsverhalten im unzulässigen Drehzahlbereich.

In Bild 4.19 ist beispielhaft für den Lastfall 470 Nm mit 20% ETPS (2. Ordnung) das Amplitudenspektrum dargestellt. Die im Versuch nachgewiesene 1. Eigenfrequenz der Versuchseinrichtung beläuft sich je nach Drehmomentbelastung zwischen 58 Hz und 60 Hz. Auffällig ist an dieser Stelle der Vergleich mit der theoretischen Vorbetrachtung des Aufbaus. Nach Gl. 4.6 wurde anhand dem Modell des Zweimassenschwingers eine Eigenfrequenz von 56,59 Hz ermittelt. Die gute Übereinstimmung von Theorie und Praxis zeigt eindeutig, dass die dominanten Drehmassen der An- und Abtriebsmaschine das Eigenfrequenzverhalten der Prüfeinrichtung maßgeblich bestimmen. Vereinfachte Modellannahmen wie die Vernachlässigung der Dämpfungsanteile und die nichtelastische (starre) Verbindung beider Zahnräder wirken sich auf das Endergebnis nur mit untergeordneter Bedeutung aus.



Bild 4.19: Amplitudenspektrum Lastfall 470 Nm – 20% ETPS

4.3.2 Prüfdrehzahl

Eine besondere Herausforderung stellt in diesem Fall die Festlegung der Prüfdrehzahl dar. Ziel ist es, keine Anregungsfrequenzen im unzulässigen Bereich der Torsionseigenfrequenzen zu platzieren. Folgende Anforderungen an die Bestimmung der Prüfdrehzahl wurden festgelegt:

- Maximale Anregung von Drehschwingungsamplituden der 2. Ordnung
- o Möglichst hohe Prüfdrehzahl zur Reduzierung der Versuchsdauer
- o Aus Sicherheitsgründen muss die erste Ordnung unterkritisch gefahren werden
- Keine Beeinflussung der Eigenfrequenzamplituden durch aktive Drehschwingungsleitung

Die Prüfdrehzahl muss zum einen so festgelegt werden, dass die Drehmomentschwingungen der 2. Ordnung bestmöglichst in den drehsteifen Aufbau eingeleitet werden. Zum anderen sollte die Prüfdrehzahl möglichst hoch gewählt werden, um die gesamte Versuchsdauer zu reduzieren. Dies steht wiederum in widersprüchlichem Zusammenhang, da bei einer zu hohen Drehfrequenz eine Drehmomentschwingungsübertragung durch das begrenzte Drehsteifigkeitsverhalten des Aufbaus nicht mehr möglich ist. Zudem muss der Versuchsdrehzahlpunkt so gewählt werden, dass durch eine Anregung der beschriebenen Drehschwingungen keine Eigenfrequenz angeregt wird. Eine Veränderung des Schwingungsverhaltens im Bereich der Eigenfrequenz würde die Versuchsergebnisse deutlich verfälschen. Die optimale Prüfdrehzahl wurde daher auf 2300 Umdr./min abtriebsseitig im Versuch iterativ ermittelt. Eine Übertragung der geforderten Drehmomentschwingungen wurde überkritisch erreicht. Die 1. Ordnung bleibt bei diesem Drehzahlpunkt unterkritisch und verhindert dadurch eine gefährliche Verstärkung der Resonanzfrequenz im Notfallbetrieb. Mittels der Fast-Fourier-Transformation (FFT) der Messwerte konnten diese Effekte analysiert und die Zulässigkeit des Versuchsdrehzahlpunktes nachgewiesen werden, vgl. Bild 4.19.



Bild 4.20: Differenz-FFT bei 500 Nm, 20 % Anregungsamplitude abzüglich 0% ETPS

Anhand einer Differenz-FFT-Analyse kann bestätigt werden, dass aufgrund der zusätzlichen Drehmomentschwingungseinleitung die Resonanzstelle im Vergleich zur Konstantbelastung (Wöhlerversuch) nicht verändert wird. Bild 4.20 zeigt beispielhaft für die Belastung von 500 Nm an der Antriebsmaschine, dass der Unterschied zwischen der Konstantbelastung und zusätzlich aufgeprägter Drehmomentungleichförmigkeit sich rein im Peak der Drehmomentschwingungseinleitung unterscheidet.

Somit konnte eine Prüfdrehzahl ermittelt werden, in der eine hohe Drehmomentschwingungseinleitung zum Prüfrad erreicht wurde und dabei das Eigenfrequenzverhalten keinerlei Beeinflussung erfährt.

4.3.3 Belastungsstufen und Drehschwingungseinleitung

Zur Ermittlung der Wöhlerlinie als auch der Lebensdauerlinien mit Drehmomentschwingungsüberlagerung wurden drei Lasthorizonte definiert. Die Serienverzahnung wird in Fahrzeugen bis 450 Nm Nennmoment eingesetzt. Da die geplante Prüfung im Zeitfestigkeitsgebiet ablaufen sollte, wurden folgende drei Laststufen zur Bestimmung der Zeitfestigkeitsgerade festgelegt:

- o 470 Nm
- o 500 Nm
- o 530 Nm

Ziel der Untersuchung ist, den Lebensdauereinfluss von Drehmomentungleichförmigkeiten im Vergleich zu einer Konstantbelastung grundlegend herauszuarbeiten. Demzufolge wurden zuerst Versuche ohne Drehschwingungseinleitung (Wöhlerversuche) mit konstanter Drehmomentbeaufschlagung durchgeführt. Im zweiten Schritt wurden Versuche mit denselben Grundlaststufen durchgeführt, jedoch mit zusätzlich aufgeprägten Drehmomentschwingungen analog denen eines heutigen 4-Zylinder-Verbrennungsmotors. Die dominanten Schwingungsordnungen eines 4-Zylindermotors sind nach Kap. 3.4 die 2. und 4. Ordnung.

Die Prüfdrehzahl wurde so festgelegt, dass aufgrund des Steifigkeitsverhaltens des Aufbaus die 2. Schwingungsordnung maximal eingeleitet werden konnte. Drehmomentungleichförmigkeiten der 4. Schwingungsordnung im 4-Zylinder Verbrennungsmotor besitzen im Vergleich zur 2. Ordnung eine nur geringfügige Schwingungsamplitude von ca. 10%-20%, die zusätzlich aufgrund der physikalischen Eigenschaften bei höheren Frequenzen reduziert werden. Im Rahmen der hier durchgeführten Grundsatzuntersuchung wurde daher gehend auf die Parametrierung der 4. Schwingungsordnung verzichtet und ausschließlich eine Anregungsamplitude der 2. Ordnung aufgeprägt.

Die Parametrierung der Drehmomentschwingungen erfolgte wiederum in drei Stufen. Die Anregung der Schwingungsamplituden wurde immer prozentual zur jeweiligen Mittelwert der Laststufe eingestellt. Drehmomentungleichförmigkeiten mit Schwingungsamplituden von 10%, 20% und 30% konnten so im Versuch erreicht werden. Die Parametrierung der ETPS-Schwingungen erfolgte prozentual auf das Nennmoment der Antriebsmaschine, so dass die Einstellwerte der Laststufen auf das Nennmoment der Antriebsmaschine umgerechnet werden mussten.

Um eine statistische Aussage des B_{10} -Wertes (Medianwerte) sicherzustellen, sind pro Lastniveau jeweils zehn Bauteile getestet worden. Drei Laststufen mit jeweils vier Drehmomentschwingungsstufen (inklusive 0% ETPS) ergibt insgesamt 12 Versuchsvarianten, was einer gesamten Probandenzahl von 120 Zahnrädern entspricht.

Den Nachweis für die im Prüfstand parametrierten Drehmomentschwingungen erwies sich als eine wissenschaftliche Herausforderung. Während des Prüfbetriebs mit voller Prüfdrehzahl konnten die Drehmomentschwingungen nicht absolut gemessen werden, da die Drehmomentmessnaben einer physikalischen Dämpfung des Signals unterliegen. Zudem können im Messsignal die jeweiligen Frequenzanteile nur anhand der FFT-Analyse visualisiert werden. Unvollständige Schwingspiele am Ende eines Messschriebs ergeben einen ungenauen Amplitudenwert, so dass nur mit einer Vielzahl an Messungen der eigentliche Amplitudenwert abgeschätzt werden kann. Die korrekte Überprüfung der Parameter musste damit bei einer geringen Prüfdrehzahl durchgeführt werden. Die Kombination beider Methoden lieferte den Nachweis der Erreichung der geforderten Schwingungsamplituden im Prüfbetrieb. Das Leistungspotential der Antriebsmaschine reichte auch für die oberste Laststufe (530 Nm) in Verbindung mit der höchsten ETPS-Stufe (30%) aus.



Bild 4.21: Variantenvergleich der Amplitudenspektren im Lastfall 470 Nm mit drei unterschiedlich parametrierten Drehmomentschwingungsamplituden

Bild 4.21 vergleicht die Amplitudenspektren, am Beispiel der Laststufe 470 Nm, der drei unterschiedlich parametrierten Drehmomentschwingungsamplituden von 10%, 20% und 30% mit der Konstantbelastung. Durch eine Normierung der y-Achse (Amplitude) lässt sich der Dämpfungseinfluss der Messnabe rechnerisch eliminieren. Deutlich zu erkennen ist der lineare Anstieg der Drehmomentungleichförmigkeitsamplitude bei der 2. Ordnung. Zusätzlich verdeutlicht die Grafik die Zulässigkeit der Versuchsdurchführung, da bis auf die ETPS- Schwingungsamplituden alle weiteren Ordnungen im Wöhlerversuch als auch bei den Lebensdauerversuchen mit aktiver Drehmomentschwingungseinleitung konstant gehalten werden. Eine Reduzierung der Zahnradlebensdauer aufgrund äußerer Störeinflüsse kann damit ausgeschlossen werden.

4.3.4 Zulässigkeit und Reproduzierbarkeit der Versuchsergebnisse

Die Zulässigkeit und Reproduzierbarkeit der Ergebnisse setzt ein wissenschaftliches Vorgehen voraus. Die Festlegung der Schadensursache Zahnbruch ist damit zwingend für alle Probanden aufgrund einer Ermüdung im Zahnfußbereich zu erreichen. Ausfälle durch Überlast im Kurzzeitfestigkeitsbereich wurden ausgeschlossen, so dass ein eindeutiges Schadensbild für alle Probanden nachgewiesen werden konnte. Eine feinfühlige Abschaltung der Versuche mittels eines integrierten Schadensfrüherkennungssystems konnte so parametriert werden, dass die Abschaltgrenze gezielt beim ersten Zahnbruch erfolgte, vgl. Kap. 3.6.

Um die Schadensart Zahnbruch eindeutig zu erzielen, müssen weitere Zahnschäden, beispielsweise Zahnflankenschäden, vermieden werden. Die Ölsumpftemperatur wurde auf 50°C festgelegt um eine ideale Schmierfilmdicke auf der Zahnflanke zu erreichen. Diese Öltemperatur konnte infolge der hohen Last nur durch aktive Kühlungsmaßnamen erzielt werden. Durch ein Ölkühlaggregat mit angebautem Öl-Wasser-Kühler in Kombination mit einer Luftkühlung des Gehäuses konnte die Öltemperatur auf konstantem Niveau feinfühlig eingeregelt werden. Um Zahnflankenschäden aktiv zu vermeiden, wurde die Einspritzung des Getriebeöls vom Kühlaggregat so angeordnet, dass die laufenden Verzahnungseingriffe direkt mit temperiertem Öl beaufschlagt wurden. Ein konstruktiv festgelegter Ölstand im Getriebe wurde so definiert, dass die Zähne beider Zahnräder im Ölbad stehen. Mit diesen tribologischen Maßnahmen ist es gelungen, Zahnflankenschäden vollständig zu vermeiden und den eindeutigen Nachweis eines festigkeitsbedingten Versagens im Zahnfußbereich zu erbringen.

Die Ausfallursache Zahnbruch sollte planmäßig immer am Antriebsrad (=Prüfrad) auftreten. Durch Kugelstrahlverfahren erzeugte Druckeigenspannungen an der Bauteiloberfläche erhöhen die Zahnradlebensdauer hinsichtlich der Schadensart Zahnbruch erheblich. Diese Maßnahme wurde nur am Abtriebsrad durchgeführt, um den Zahnbruch gezielt nur auf der Antriebsseite zu erzeugen.

Im Zuge der Versuchsdurchführung war zu klären, ob drehschwingungsbeaufschlagte Probanden nicht nur punktuell sondern tatsächlich über den gesamten Umlauf mit der gleichen Last belastet werden. Theoretisch betrachtete Drehmomentschwingungen der zweiten Ordnung hätten die Folge, dass exakt überlagerte Sinusschwingungen immer genau zwei um 180° versetzte Zähne maximal belasten würden. Dies wiederum bedeutet, dass genau dieses Zähnepaar aufgrund der irrealen Belastungsverdichtung einen verfrühten Ausfall zu verzeichnen hätte. Der reale Einfluss der Drehmomentschwingungen auf die Zahnbruchlebensdauer wäre damit stark in Frage zu stellen.

Bild 4.22 zeigt ein getestetes Zahnrad, an dem der Bruch nicht exakt an einer Stelle auftrat, sondern gleichzeitig an zwei geometrisch getrennten Stellen erzeugt wurde. Beide Bruchstellen visualisierten dasselbe Bruchbild, so dass der zweite Bruch keine Folge des ersten Bruches war und damit beide Schäden unabhängig voneinander erzeugt wurden. Dieses Phänomen trat während der Versuchszeit bei mehreren Zahnrädern auf, was für eine gleichförmige Belastung über den gesamten Umfang spricht. Zu begründen ist diese Eigenschaft durch den Maschinenschlupf der Antriebsmaschine, der die Drehmomentschwingungen als Schwebung über der Grunddrehzahl aufprägt. Eine geometrisch bedingte Gesamtüberdeckung von 3,04 der Zahnradstufe verteilt die aufgeprägte Last zudem auf mehrere im Eingriff stehende Zähne, so dass einzelne Belastungspeaks nicht nur auf einen einzelnen Zahn einwirken.



Bild 4.22: Prüfling mit zwei räumlich voneinander getrennten Bruchstellen

5 Komponentenerprobung

Im Rahmen dieser Arbeit soll der grundlegende Einfluss der Drehmomentungleichförmigkeiten auf die Zahnbruchlebensdauer wissenschaftlich aufgezeigt werden. Anhand dieser Vorgabe wurden Bauteilversuche mit gezielten Parametervariationen durchgeführt. Die Ausgangsbasis bildet der einstufige Wöhlerversuch (Konstantbelastung). Weiter wurden auf drei unterschiedlichen Lastniveaus jeweils drei Anregungsamplituden eines simulierten 4-Zylinder-Verbrennungsmotors aufgeprägt. Die Amplitude der Drehmomentschwingungen bezieht sich jeweils prozentual auf den Mittelwert der Grundbelastung. Statistische Methoden der Zuverlässigkeitstechnik erlauben es, anhand der dreiparametrischen Verteilungsform die Lebensdauer des Zahnrades hinsichtlich der Schadensart Zahnbruch einer Ausfallwahrscheinlichkeit zuzuordnen. Die in Theorie und Praxis häufig referenzierten Medianwerte und die zugehörigen Vertrauensintervalle sind ebenso Bestandteil der Versuchsauswertung wie auch die Angabe der ausfallfreien Zeit. Mittels dieser Auswertegrößen lässt sich hieraus eine Wöhler- bzw. Lebensdauerlinie einer gewünschten Ausfallwahrscheinlichkeit ableiten, welche den Lebensdauereinfluss wiederspiegeln. Diese Vorgehensweise wird nun im Folgenden für die durchgeführten Bauteilversuche detailliert erläutert.

5.1 Zahnradschäden

Grundsätzlich lässt sich die Lebensdauergrenze einer Zahnradstufe durch zwei unterschiedliche Ausfallarten einteilen. Zum einen sind es Zahnflankenschäden und zum anderen der Bruch eines Zahns aufgrund einer Werkstoffermüdung im Zahnfußbereich, vgl. Bild 5.1. Die im Rahmen dieser Untersuchung geplante Ausfallursache wurde einheitlich als Ermüdungsbruch im Zahnfußbereich (Zahnbruch) festgelegt, was sich bei allen Versuchen mit Hilfe der Versuchsparametrierung (vgl. Kap. 4.3) reproduzierbar darstellen lies. Zahnflankenschäden wie bsp. Pittings sind während der gesamten Versuchsdurchführung nicht aufgetreten, so dass auf diese im Speziellen nicht weiter eingegangen wird.

Die maßgebliche Beeinflussung der auftretenden Zahnradschäden wird durch folgende Parameter bestimmt, [Nau07]:

- Betriebsbedingungen (Art der Belastung, Zahnkräfte und Zusatzkräfte, Umfangsgeschwindigkeit, Temperatur),
- o Werkstoffauswahl und Wärmebehandlung
- o Verzahnungsgeometrie, Herstellungsgenauigkeit und Fertigungsverfahren
- o Oberflächenbehandlung und Oberflächenrauheit,
- Schmierstoffauswahl (chemische und physikalische Eigenschaften).



Bild 5.1: Einteilung der Zahnschäden an Zahnradgetrieben nach [DIN3979]

5.1.1 Zahnbruch

Ein Ausfall durch Zahnbruch ist gekennzeichnet durch das Ausbrechen ganzer Zähne oder zumindest großer Teile davon. Diese Ausfallart darf in der heutigen Praxis nicht mehr im Feld auftreten, dass dies zwangläufig zum Gesamtausfall des Fahrzeugs führt. Die explizite Betrachtung in der Entwicklungsphase zur Vermeidung dieser Schadensart ist daher enorm wichtig. Die Beanspruchung der Zähne eines umlaufenden Zahnrads ist in der Regel rein schwellend. Die Ausnahme bilden hierbei die Zwischenräder, welche einer wechselnden Beanspruchung ausgesetzt sind.

Der Ausfall eines Zahnrads durch die Schadensart Zahnbruch wird in zwei unterschiedliche Kategorien eingeteilt: Der Gewaltbruch und der Dauerbruch. Der Gewaltbruch ist in der Regel die Folge einer unvorhergesehenen Überlastung der Verzahnung. Die daraus resultierende Bruchfläche zeichnet sich durch eine matte Oberfläche aus, die aus einem duktilen Restbruchgefüge besteht, das kraterförmig ausgebildet ist.

Beim Ermüdungsbruch hingegen liegt die Schadensursache in der anwachsenden Werkstoffschädigung durch die wiederholende Beanspruchung. Daher gehend kann ein Schwingungsbruch in drei unterschiedliche Phasen eingeteilt werden: Rissentstehung, Rissausbreitung und Restbruch. Der Anriss geht in der Regel bei oberflächengehärteten Teilen von der Oberflächenzone aus. Sobald der Riss eine bestimmte Größe erreicht hat, wirkt er wie eine scharfe Kerbe. Der daraus entstandene dreiachsige Spannungszustand führt schließlich zum duktilen Restbruch, [Hai06].

Ein Dauerbruch ist durch zwei Zonen gekennzeichnet: die Dauerbruchfläche und die Restbruchfläche. Die Dauerbruchfläche ist ebenflächig und gegebenenfalls mit Rastlinien (wechselnde Beanspruchung bei Zwischenrädern) durchsetzt. Die Restbruchfläche entspricht in ihrem Erscheinungsbild dem eines duktilen Gewaltbruches.

Der Anriss beginnt im Zahnfußbereich auf der unter Zug belasteten Seite, vgl. Bild 5.2 und Bild 5.3. Seine Ausbildung wird durch fertigungsbedingte Mikrorisse oder Bearbeitungsriefen noch begünstigt. In der Untersuchung nach [Bro95] liegen die Bruchtangentenwinkel im Bereich zwischen 25° und 45° bei einem Dauerbruchanteil zwischen 8% und 37%. Bei spannungsoptischen Untersuchungen wurde jedoch festgestellt, dass die auftretenden maximalen Biegespannungen in guter Näherung an den Berührpunkten der 30°-Tangenten an die Zahnfußausrundung anliegen, [KLIV06].



Bild 5.2: Biegespannung am Zahnfuß, [Nau07]



5.1.2 Erzeugte Schadensbilder nach erfolgtem Prüflauf

In Bild 5.4 ist der Rissverlauf an einem angerissenen, aber noch nicht abgebrochenen Zahn dargestellt. Exemplarisch wird hier deutlich, dass die 30° Tangente an die Zahnfußausrundung repräsentativ für diese Untersuchung gilt.

Bild 5.5 visualisiert die Seitenansicht eines ausgebrochenen Zahns (links) und stellt zudem das getestete Zahnrad mit einem ausgebrochenen Zahn dar.

Die Bruchfläche eines Zahnbruchs ist in Bild 5.6 dargestellt. Repräsentativ für alle erzeugten Zahnschäden zeigt dieses Bild den Unterschied zwischen der Dauerbruchfläche und dem duktilen Restgewaltbruch. In seltenen Fällen sind bis zu drei Zähne hintereinander gebrochen. Die Ausfallzeit zwischen dem ersten Zahnbruch und den darauf folgenden Zahnbrüche fällt aufgrund des ersten fehlenden Zahns und damit durch die massive Reduzierung der Überdeckung extrem kurz aus. Die Anzahl der Versuche mit mehreren gebrochen Zähnen nimmt mit wachsender Belastung zu.



Bild 5.4: Rissverlauf an einem angerissenen, aber noch nicht gebrochenen Zahn



Bild 5.5: Seitenansicht (links) und Darstellung eines Zahnrades nach dem Prüflauf

Dies weist darauf hin, dass die Abschaltung extrem feinfühlig eingestellt werden muss, um reproduzierbare Ergebnisse zu erhalten. Der Gesamtindex im Schadensfrüherkennungssystem musste daher für die einzelnen Belastungsstufen jeweils angepasst werden. Anhand der gleichmäßigen Dauerbruchflächen bei mehrfachen zeitgleichen Zahnbrüchen ist zu erkennen, dass die Belastung auch mit aufgeprägten Drehmomentschwingungen eine gleichförmige über den Umfang verteilte Belastung darstellt. Die Aussage nach Kap. 4.3.4 kann dadurch bestätigt werden.



Bild 5.6: Bruchfläche im Zahnfußbereich - Draufsicht

5.2 Statistische Versuchsplanung

Ausgangspunkt jeder Versuchsdurchführung bildet die Methodik der Zuverlässigkeitstestplanung. Speziell bei Lebensdauerversuchen sind wichtige Grundsätze und Vorgehensweisen zu beachten, die im Folgenden beschrieben werden. Die Testplanung von Lebensdauerversuchen lässt sich in eine statistische Prüfplanung und eine versuchstechnisch-messtechnische Planung (vgl. Kap. 3 und 4) unterteilen. Die statistische Prüfplanung beinhaltet folgende Punkte:

- Festlegung der nachzuweisenden Zuverlässigkeitsangabe mit zugehöriger Aussagesicherheit und daraus abgeleitet die erforderliche Anzahl der Prüflinge.
- Definition der Testbelastung zur Auslegung der Teststrategie (vollständige oder zensierte Tests).
- Bestimmung der Laststufenanzahl und absoluter Betrag der einzelnen Laststufen zur Durchführung der Tests im definierten Betriebsfestigkeitsgebiet (Bsp. Zeitfestigkeitsgebiet).
- Auswahl der in Frage kommenden Verteilungsfunktionen und Festlegung der Vertrauensbereichsgröße anhand Fachinformationen, vorausgegangenen Untersuchungen und Expertenwissen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde das Ziel formuliert, für jede Belastungsstufe einen B₁₀-Wert mit einer Aussagesicherheit von 50% (Mediankurve) versuchstechnisch nachzuweisen. Nach Tabelle 5.1 ist ersichtlich, dass dafür mindestens ein Stichprobenumfang von 7 Teilen notwendig ist. Anhand der zur Verfügung stehenden Versuchszeit war es jedoch möglich, pro Lasthorizont eine Probandenzahl von 10 Teilen zu testen.

	n = 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
i =1	50,00	29,29	20,63	15,91	12,95	10,91	9,43	8,30	7,41	6,70
2		70,71	50,00	38,57	31,38	26,45	22,85	20,11	17,96	16,23
3			79,37	61,43	50,00	42,14	36,41	32,05	28,62	25,86
4				84,09	68,62	57,86	50,00	44,02	39,31	35,51
5					87,06	73,56	63,59	55,98	50,00	45,17
6						89,09	77,15	67,95	60,69	54,83
7							90,57	79,87	71,38	64,49
8								91,70	82,04	74,14
9									92,59	83,77
10										93,30

Tabelle 5.1: Medianwerte in % bei einem Stichprobenumfang n und der Ranggröße i

Die Belastungsstufen von 470 Nm, 500 Nm und 530 Nm wurden so festgelegt, dass fast alle Versuchspunkte im Zeitfestigkeitsgebiet der Wöhlerlinie liegen und die Teile durch dieselbe Schadensursache ausfallen. Die Versuchsreihe der unteren Grenze von 470 Nm erzielte nur zwei Schäden, welche eine Lastwechselzahl von über der nach Norm definierten Grenze der Zeitfestigkeit (und damit Beginn der Dauerfestigkeit) von $3 \cdot 10^6$ Lastwechseln erreicht haben. Die maximale Belastung von 530 Nm wurde so gewählt, dass selbst bei Drehmomentschwingungsamplituden von 30% bezogen auf den Mittelwert der statische oder quasistatische Bereich in der Betriebsfestigkeitsbetrachtung nicht erreicht wird. Tabelle 5.2 visualisiert die Versuchsmatrix. Insgesamt wurden 120 Probanden bis zum Zahnbruch getestet, so dass die Auswertungen immer von vollständigen Stichproben ausgingen.

Belastung mit	0% Anregung	10% Anregung	20% Anregung	30% Anregung
470 Nm	10 Teile	10 Teile	10 Teile	10 Teile
500 Nm	10 Teile	10 Teile	10 Teile	10 Teile
530 Nm	10 Teile	10 Teile	10 Teile	10 Teile

Tabelle 5.2: Durchgeführte	Versuchsmatrix
----------------------------	----------------

5.3 Methodik der Versuchsauswertung

Die statistische Versuchsauswertung kann auf vielfache Art und Weise erfolgen. Einige mathematische Verteilungsformen können mit unterschiedlich bestimmbaren Vertrauensgrenzen gekoppelt werden. Doch welche Methode ist die Richtige für diese Versuchsergebnisse? In der Vergangenheit sind vielfache Versuche zur Bestimmung der Zahnfußtragfähigkeit gefahren worden, so dass sich die möglichen Auswertevarianten durchaus einschränken lassen. In [Ber89] werden für einige Maschinenelemente anhand der Weibullverteilung spezifische Parameterbereiche für die jeweilige Ausfallursache angegeben. Im Folgenden wird nun die Vorgehensweise zur Versuchsauswertung aufgezeigt und eine begründete Auswahl der Methoden getroffen.

5.3.1 Ranggrößenbestimmung

Bei der Versuchsauswertung wird den einzelnen Ausfallzeiten eine Ranggröße zugeteilt. Aufgrund des Streuungseinflusses der Ausfallzeiten bei unterschiedlichen Stichproben sind die Ranggrößen als Zufallsgrößen zu betrachten. Die Beschreibung der Ranggrößen kann daher anhand einer Verteilung beschrieben werden. Die mathematische Angabe der Ranggrößenverteilung führt auf die erweiterte Binomialverteilung, vgl. [Ber04, Bro95, Sac06, Bon86, Kap77, Här83]. Die Ausfallwahrscheinlichkeiten bzw. Medianränge berechnen sich wie folgt:

$$P_{A} = \sum_{k=j}^{n} {n \choose k} \cdot F(t)^{k} \cdot (1 - F(t))^{n-k}$$
(5.1)

Mit $P_A = 0.5$ ergeben sich die iterativ zu bestimmenden Medianränge, die wie folgt definiert sind:

$$0.5 = \sum_{k=i}^{n} \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \cdot F(t)^k \cdot (1 - F(t))^{n-k}$$
(5.2)

In der Praxis wird folgende Näherungslösung verwendet:

$$F(t_i) \approx \frac{i - 0.3}{n + 0.4} \tag{5.3}$$

Im Rahmen dieser Untersuchung wurden alle Ranggrößen entsprechend der beschriebenen Binomialverteilung im Weibulldiagramm zugeordnet. Die in Tabelle 5.1 dargestellten Werte gehören zu dieser Verteilung. Eine weitere Variante zur Bestimmung der Ranggrößenverteilung ist die wenig verbreitete Methode nach Kaplan-Meier, [Rel05]. Aus Standardisierungsgründen bei vergleichbaren Untersuchungen wird im Rahmen dieser Arbeit das Medianrangverfahren auf Basis der Binomialverteilung durchgehend verwendet.

5.3.2 Auswahl der Verteilungsfunktion

In der Zuverlässigkeitstechnik hat sich eine Vielzahl von mathematischen Verteilungsfunktionen etabliert, um das Ausfallverhalten von Komponenten und Baugruppen möglichst genau abzubilden. In Kapitel 2.2.2 ist ein Auszug aus den existierenden Verteilungen dargestellt, die im speziellen das Ausfallverhalten technischer Produkte am besten repräsentieren. Diese zur Auswahl stehenden Verteilungen sind wie folgt:

- Weibullverteilung, zwei und dreiparametrisch (W2P und W3P)
- Lognormalverteilung, zwei und dreiparametrisch (LogN2P und LogN3P)
- Normalverteilung (N)
- Exponentialverteilung (E)

Für die aufgeführten Verteilungsfunktionen wurde auf Basis der getesteten Laststufen (Stichprobe mit 10 Teilen) ein Ranking aufgestellt, vgl. Tabelle 5.3. Die Bewertung wurde anhand folgender Parameter durchgeführt:

- Reihenfolge der Anpassung (Goodness-of-fit) Gewichtung 40%
- Anpassung der Darstellung Gewichtung 10%
- Likelihood-Verhältnis Gewichtung 50%

Das Ergebnis des Rankings ist in Tabelle 5.3 dargestellt. Insgesamt lässt sich feststellen, dass in den vorliegenden Ausfalldaten eine ausfallfreie Zeit existiert, da die dreiparametrischen Verteilungsfunktionen (Weibull W3P und Lognormal LogN3P) die beste Approximation der Ausfallpunkte liefern. Bertsche [Ber89] bestätigt in seiner Arbeit, dass für ein Zahnrad in Fahrzeuggetrieben hinsichtlich Zahnradschäden eine ausfallfreie Zeit existiert. Diese Aussage kann durch die in diesem Vorhaben erzeugten Ausfalldaten bestätigt werden. Der Schädigungsmechanismus hinsichtlich der Schadensart Zahnbruch ist geprägt von einer Rissbildung und daraus aufbauend von einem Risswachstum bis zum letztendlichen duktilen Restbruch.

	W2P	W3P	E	Ν	LogN2P	LogN3P
470Nm, 0%	3	1	5	4	2	1
500Nm, 0%	3	1	5	4	2	1
530Nm, 0%	4	1	6	5	3	2
470Nm, 10%	4	1	6	5	3	2
500Nm, 10%	4	1	6	5	3	2
530Nm, 10%	4	1	6	5	3	2
470Nm, 20%	4	1	6	5	3	2
500Nm, 20%	5	1	6	3	4	2
530Nm, 20%	5	2	6	4	3	1
470Nm, 30%	4	1	6	5	3	2
500Nm, 30%	5	1	6	4	3	2
530Nm, 30%	3	2	5	4	2	1
\sum	48	14	69	53	34	20
Ranking	4	1	6	5	3	2

Tabelle 5.3: Ranking der Verteilungsfunktionen

Die zweiparametrischen Verteilungsformen zeigen aufgrund mangelhafter Korrelation keine zufriedenstellende Abbildung des Ausfallgeschehens. Die zweiparametrischen Verteilungsformen wurden daher ausgeschlossen.

Die Auswahl der dreiparametrischen Verteilungsfunktionen beschränkt sich auf die Weibull- und Lognormalverteilung. Im Vergleich zur Weibullverteilung liefert die Lognormalverteilung im Bereich der ermüdungs- und verschleißbedingten Ausfälle aufgrund der monoton steigenden Ausfallrate nur eine begrenzte Möglichkeit zur Beschreibung der Ausfallkurven, [Wil04]. Zudem ist die Lognormalverteilung bei weitem nicht so verbreitet wie die Weibullverteilung, was die Vergleichbarkeit der Ausfallparameter mit bisherigen Zahnbruchversuchen erschwert. Aus diesen Gründen und aufgrund der Bewertung (siehe Tabelle 5.3) wurde die Versuchsauswertung mittels der dreiparametrischen Weibullverteilung (W3P) durchgeführt.

5.3.3 Auswahl der analytischen Methoden zur Parameterschätzung

In Kapitel 2.2.3 sind die analytischen Auswertemethoden zur Parameterschätzung der Verteilungsfunktion dargestellt. Die Auswahl der Verteilungsfunktion mit der dreiparametrischen Weibullverteilung wurde im vorherigen Kapitel festgelegt. Die Bestimmung der drei Unbekannten (Formparameter *b*, charakteristische Lebensdauer *T* und

ausfallfreie Zeit t_0) muss nun anhand analytischer Methoden durchgeführt werden. Die für diese Untersuchung standardisierten Methoden lauten, vgl. Kapitel 2.2.3:

- Regressionsanalyse
- Maximum-Likelihood-Methode
- Momentenmethode.

Die Schätzung der charakteristischen Lebensdauer T zeigt bei allen drei Verfahren eine gute Übereinstimmung, wobei die Beschreibung des Ausfallverhaltens zwischen der zwei- und dreiparametrischen Verteilungsform nur geringe Differenzen aufweist. Im Gegensatz dazu existiert ein enger Zusammenhang zwischen der Schätzung des Formparameters *b* und der ausfallfreien Zeit t_0 . Daher können die Werte des Formparameters zwischen einer zwei- und einer dreiparametrischen Verteilung nicht miteinander verglichen werden. Mit zunehmender ausfallfreier Zeit wird der ermittelte Formparameter immer kleiner, vgl. [Kit83].

Die Regressionsanalyse und die Maximum-Likelihood-Methode liefern bei der Bestimmung der ausfallfreien Zeit immer Werte, die kleiner der Ausfallzeit der ersten Ranggröße einer Stichprobe sind. Die Momentenmethode ergibt eine ausfallfreie Zeit, welche über der Ausfallzeit des ersten Versuchswertes liegt, was schlichtweg unrealistisch ist. Aufgrund dieser Eigenschaft wurde im Rahmen dieser Arbeit auf die Anwendung der Momentenmethode verzichtet.

Die Anwendung der Regressionsanalyse ist eine vielfach bewährte Standardmethode zur Auswertung vollständiger Stichproben mittels der Weibullverteilung. Dieses Verfahren wird deshalb in kommerziellen Softwarepaketen auch als Standardverfahren angeboten. Innerhalb dieser Methode wird zwischen der Anpassung der *y*-Werte auf die Versuchskurve (Regression *y* nach *x*) und der Anpassung der *x*-Werte eines Wertepaars auf die Versuchskurve (Regression *x* nach *y*) unterschieden. Abernethy [Abe00] vergleicht in seiner Arbeit beide Verfahren und erhält die eindeutige Aussage, dass die Regression der *x*-Werte der Versuchspunkte unabhängig von der Stichprobengröße die bessere Näherung zur Beschreibung des Ausfallverhaltens mechanischer Produkte darstellt. Dieses Ergebnis ist auch logisch nachvollziehbar, da die Streuung der Versuchswerte in Richtung der Abszisse verläuft. Die Ordinatenwerte werden einer statischen Vertrauensgrenze (Medianwerte mit 50%) zugeordnet und variieren lediglich bei der Betrachtung der Vertrauensbereiche.

Die ersten Ranggrößen werden bei der Regressionsanalyse aufgrund der logarithmischen Achsskalierung meist stärker gewichtet, was im Kreise der Statistiker oftmals auf Kritik stößt. Im Ingenieurwesen ist in der Regel der Bereich kleiner Ranggrößen das höchst interessierende Gebiet, so dass diese Übergewichtung nicht negativ gewertet wird.

Die Maximum-Likelihood-Schätzung ist ein Verfahren, das aufgrund ihrer exzellenten statistischen Eigenschaften von Statistikern bevorzugt eingesetzt wird, vgl. [Abe00]. Ein in der Literatur häufig genannter Nachteil der Maximum-Likelihood-Methode ist

der erhöhte Rechenaufwand im Vergleich zur Regressionsanalyse. Durch den Einsatz moderner Rechnertechnik stellt diese Tatsache heutzutage keine Beeinträchtigung mehr dar, so dass immer häufiger die Methode nicht nur zur Auswertung zensierter Tests, sondern auch bei vollständigen Stichproben angewandt wird.

Die Likelihood-Funktion ist eine Funktion der Datenpunkte, die zum Teil analytisch als auch iterativ gelöst werden muss. Für die Weibullverteilung muss der Formparameter *b* und die charakteristische Lebensdauer *T* als Parameter ermittelt werden, in dem die Likelihood-Funktion maximiert wird. Für die Bestimmung von zwei Parametern, stellt die log-Likelihood-Funktion eine dreidimensionale Oberfläche in anschaulicher Form eines Berges dar, vgl. Bild 5.7. Die Spitze des Berges lokalisiert den maximalen Likelihoodfunktionswert und damit die bestmögliche Schätzung der Parameter in der transformierten *b*-*T*-Ebene.



Bild 5.7: Anwendung der log-Likelihood-Funktion für die Weibullverteilung, [Abe00]

Schon in der Vergangenheit wurde von einigen Statistikern die Maximum-Likelihood-Methode als vorrangiges Verfahren eingesetzt, vgl. [Nel82 und Law82]. Aufgrund der Theorie des Verfahrens, dass Häufigkeiten in Wahrscheinlichkeiten übergehen (Gesetz der großen Zahlen), ist die Anwendung hin zu kleinen Stichprobenumfängen umstritten. Häufig wird die sichere Anwendung der Maximum-Likelihood-Methode erst ab einer Probandenzahl von 30 bis 50 Stück empfohlen, [Rel05]. Der auftretende Fehler der Schätzung äußert sich oftmals in der zu großen Schätzung des Formparameters *b*. Immer häufiger wird mittels individueller Anpassungen auch für kleine Stichprobenumfänge die Eignung der Maximum-Likelihood-Methode untersucht, um dieses hervorragende statistische Verfahren in ganzheitlicher Anwendungsbreite zu bestätigen, [Ful00]. Viele genannte statistische Eigenschaften sprechen für die Anwendung der Maximum-Likelihood-Methode. Auch im Hinblick auf die Betrachtung der Vertrauensbereichsermittlung, vgl. Kapitel 5.3.4, ist diese Methode das einzige Verfahren, das einen durchgängigen mathematischen Ansatz zur bestmöglichen Datenanalyse und deren Parameterschätzung im Rahmen der Weibullverteilung verfolgt. Durch den in dieser Arbeit realisierte kleine Stichprobenumfang pro Laststufe muss jedoch die Maximum-Likelihood-Methode mit dem Regressionsverfahren (x nach y) verglichen werden, um die Unsicherheit, bedingt durch den mathematischen Ansatz, im interessierenden Teil der Ausfallkurve auszuschließen.

5.3.4 Ermittlung der Vertrauensbereiche

Führt man mehrere Versuchsreihen unter gleichen Bedingungen durch, so werden nicht nur die einzelnen Versuchswerte innerhalb einer Stichprobe streuen, sondern auch die Ranggrößen selbst. Damit sind die Ranggrößen als Zufallsvariablen zu verstehen. Für viele Stichproben müsste sich so für die *i*-te Ranggröße eine Verteilung ergeben, die wiederum als deren Dichtefunktion verstanden werden kann, vgl. Kapitel 2.2.4. In Bild 5.8 sind Dichtefunktionen für unterschiedliche Ranggrößen-Ausfallwahrscheinlichkeiten mit den zugehörigen Vertrauensbereichen dargestellt.



Bild 5.8: Dichtefunktionen der Ranggrößen-Ausfallwahrscheinlichkeiten und ihre 90 %-Vertrauensbereiche, [VDA3.2]

Somit streuen bei der statistischen Betrachtung von Versuchswerten sowohl die Ranggrößenverteilung als auch grundsätzlich die Versuchswerte selbst. Es muss damit ein Verfahren zur Ermittlung der Vertrauensbereiche angewandt werden, das die Aussagesicherheit zu den wahren Werten bestmöglichst beschreibt.

Zur Ermittlung der Vertrauensbereiche sind folgende Verfahren standardisiert und werden zur Auswertung technischer Ausfalldaten angewandt, [Abe00]:

- o Beta-Binomialverteilung
- Fisher-Matrix
- o Likelihood Verhältnis

Zur Beschreibung der Dichtefunktion φ der *i*-ten Ranggröße wird die Binomialverteilung (Beta-Verteilung) herangezogen. Sie ist beschrieben durch den Zusammenhang, vgl. [Ber89]:



Bild 5.9: β -Verteilung für einen Stichprobenumfang von n=10 Teilen. Links: $\varphi(u, i)$, i=1...5. Rechts: Die dazugehörige u-i-Ebene, [Mün08]



Bild 5.10: β -Verteilung für einen Stichprobenumfang von n=100 Teilen. Links: $\varphi(u, i)$, i=1..50. Rechts: Die dazugehörige u-i-Ebene, [Mün08]

 $\varphi(u)$ geht hierbei aus der Multinomialverteilung hervor mit dem Ansatz einer konstanten Ausfalldichtefunktion f und einer definierten Ausfallwahrscheinlichkeit F. In diesem Ansatz wird $F(t_i)$ durch u ersetzt. Damit ist die Dichteverteilung der einzelnen Ranggrößen lediglich abhängig vom Stichprobenumfang n, vgl. Bild 5.9 und Bild 5.10.

Mit steigendem *n* werden die Verteilungen schmaler, was sich entsprechend auf die Vertrauensbereiche auswirkt, vgl. [Sac06]. Bild 5.11 zeigt eindrucksvoll den Einfluss

des zweiseitigen Vertrauensbereichs auf den Formparameter *b* am Beispiel der zweiparametrischen Weibullgeraden. Die Aufweitung der Vertrauensbereiche durch eine geringe Stichprobenanzahl ergibt damit eine sehr große Spanne der Parameterbereiche. Anders formuliert besteht für kleine Stichprobenumfänge eine starke Beeinflussung des Formparameterwertes von den einzelnen Ausfallpunkten. Die Bewertung der Formfaktoren bedarf daher einer genauen Überprüfung der Versuchsparameter.



Bild 5.11: Einfluss der Vertrauensbereiche auf den Formparameter der Weibullverteilung (Laststufe 470Nm mittleres Moment mit 10% ETPS-Überlagerung)

Die Anwendung der Vertrauensintervallbildung anhand der Beta-Binomialverteilung berücksichtigt nur die statistische Streuung der Ranggrößenverteilung. Zielinhalt der Ergebnisdarstellung in dieser Arbeit ist die signifikante Angabe der Lebensdauer im Intervallbereich einer zugeordneten Ausfallwahrscheinlichkeit. Abernethy [Abe00] bezeichnet diese Art der Vertrauensbereiche als konservative Beschreibung der Vertrauensbereiche mit einer zu großen Aufweitung der Intervallgrenzen (im Vgl. zur Fisher-Matrix oder auch dem Likelihood-Verhältnis). Aufgrund der rein statistischen Bestimmung der Vertrauensgrenzen über der Ranggrößenverteilung wird diese Methode im Rahmen dieser Arbeit nicht verwendet. Speziell bei Zahnradversuchen ist die charakteristische Lebensdauerstreuung die zentrale Eigenschaft, welche bei der Ermittlung von Vertrauensbereichen maßgeblichen Einfluss haben sollte. Dies wird innerhalb dieser Methode ausgeblendet, was zu einer ablehnenden Bewertung führte. Die gezielte Anwendung weiterer Verfahren (Fisher-Matrix und Likelihood-Verhältnis) ermöglicht beispielsweise die Bestimmung der Vertrauensbereiche unter Berücksichtigung der Streuung der einzelnen Ausfallpunkte (Confidence Bounds on Time).
Ein genanntes Verfahren zur Bestimmung der Vertrauensintervalle ist die nach R. Fisher benannte Fisher-Matrix. Die relativ umfangreiche und verhältnismäßig komplexe Methodik in der Anwendung der Fisher-Matrix ist in [Nel82, Nel04 und Llo62] ausführlich dargelegt. Per Definition lässt sich anhand der negativen partiellen Ableitungen der Likelihood-Funktion die Fisher-Matrix aufbauen. Die Inverse der Fisher-Matrix stellt die Kovarianz-Matrix dar. Mit der aus der Varianz und Kovarianz aufgebauten Matrix der gesuchten Parameterwerte kann diese mit der Fisher-Matrix gleichgesetzt werden. Die Lösung der mathematischen Beziehung durch Substitution beinhaltet die Parameterwerte der gesuchten Vertrauensintervalle.

Ein Vorteil dieser Methode ist die Extrapolation der Vertrauensintervalle über die statistische Spanne der Versuchswerte hinaus, was im Rahmen der Beta-Binomialverteilung nur über Näherungsverfahren (Bsp. V_q-Verfahren) möglich ist. Im Vergleich zur Beta-Binomialverteilung sind die Vertrauensintervalle der Fisher-Matrix deutlich optimistischer und damit auch innerhalb engeren Intervallgrenzen gehalten. Für kleine Stichproben (10 oder weniger Probanden) ist die Methode der Fisher-Matrix als zu optimistisch anzusehen. Speziell für kleine Stichprobenumfänge wird zur Bestimmung der Vertrauensbereiche die Verwendung der Methodik nach dem Likelihood-Verhältnis empfohlen, [Abe00, Rel05].

Die Bestimmung der Vertrauensintervalle mittels des Likelihood-Verhältnisses basiert auf derselben Grundtheorie wie die beschriebene Parameterschätzung der Maximum-Likelihood-Methode. Die explizite mathematische Beschreibung der Methode ist in [Law82, Abe00, Rel05] dargelegt. Die in Bild 5.7 vereinfacht dargestellte dreidimensionale Oberfläche spiegelt das Verfahren wieder. Die Extremwertbestimmung der Likelihood-Funktion ermittelt die bestmögliche Näherung der Medianwerte. Eine zweidimensionale Kontur-Darstellung als Schnittkontur der dreidimensionalen Fläche mit der Parameterebene im gewünschten Vertrauensintervallbereich visualisiert die Intervallgrenzen der gesuchten Parameter (hier *b* und *T* der Weibullverteilung). Für große Stichprobenumfänge nähert sich die Kontur-Darstellung eher einer elliptischen Form, während sich für kleine Probandenumfänge die Form in ein dreieckiges Abbild verändert.

Im Vergleich zur Fisher-Matrix ist die Methode nach dem Likelihood-Verhältnis mathematisch deutlich einfacher gehalten, was jedoch hinsichtlich der Qualität der Ergebnisse absolut keinen Nachteil bedeutet. Speziell für kleine Stichproben wird die Methode nach dem Likelihood-Verhältnis bevorzugt angewandt. Ein weiterer Vorteil der Methode ist, dass die Vertrauensgrenzen nicht zwingend symmetrisch um die jeweiligen Schätzwerte liegen. Für die Auswertung der im Rahmen dieser Arbeit vorliegenden Versuchswerte gilt damit das Likelihood-Verhältnis als das geeignetste Verfahren zur Bestimmung der Vertrauensbereichsintervalle.

Insgesamt ist zu bemerken, dass die ermittelten Vertrauensbereiche in ihrer Qualität und Richtigkeit von der Qualität der geschätzten Verteilungsparameter stark abhängig sind, [Paw01].

5.3.5 Bestimmung der ausfallfreien Zeit und des Faktors f_{tB}

Ein in der Praxis immer wieder in Frage gestelltes Thema im Rahmen von Versuchsauswertungen ist die tatsächliche Existenz einer ausfallfreien Zeit t₀. Für einen eindeutigen Nachweis einer ausfallfreien Zeit ist ein Stichprobenumfang von mindestens zehn Probanden erforderlich. Bertsche hat in seiner Arbeit [Ber89] die Existenz der ausfallfreien Zeit für einige Maschinenelemente, insbesondere auch für Zahnräder mit der Schadensart Zahnbruch, dargestellt. Dabei ist strukturiert der Nachweis anhand empirischer Hinweise, werkstoffmechanischer Grundsätze, bruchmechanischer Konzepte und wahrscheinlichkeitstheoretischer Begründungen ausführlich geführt worden. Die beste Korrelation mittels der dreiparametrischen Weibullverteilung und damit die Annahme einer ausfallfreien Zeit der im Rahmen dieser Arbeit ausgewerteten Versuchswerte unterstreichen die Ausführungen nach [Ber89]. Die unterschiedlichen Verfahren zur Bestimmung der ausfallfreien Zeit wurden in Kapitel 2.2.3 aufgelistet. Das in dieser Arbeit verwendete mathematische Verfahren zur Bestimmung der ausfallfreien Zeit ist das Intervallschachtelungsverfahren nach Nelder-Mead, [Rel05]. Dieses Verfahren versucht durch Transformation der Versuchspunkte die bestmögliche Korrelation an eine Ausfallgerade zu erreichen. Liegen alle transformierten Versuchspunkte auf einer Gerade, wäre die bestmögliche Schätzung der ausfallfreien Zeit erzielt. Auf die Angabe eines Streubereichs der ausfallfreien Zeit wurde im Rahmen dieser Arbeit aufgrund der kleinen Stichprobe von 10 Teilen verzichtet. Um den Streubereich einer ausfallfreien Zeit sinnvoll darzulegen, sollte die Stichprobe einen deutlich höheren Umfang aufweisen. Zu große Streubereiche aufgrund kleiner Stichprobenumfänge sind für wissenschaftliche Auswertungen nicht verwertbar.

Bei der statistischen Auswertungen von Versuchen unter Berücksichtigung einer ausfallfreien Zeit t_0 hat es sich als zweckmäßig erwiesen, einen Faktor $f_{tB} = t_0/B_{10}$ anzugeben, [Ber89, Ber04]. Dabei wird nicht allein die ausfallfreie Zeit als Wert angegeben, sondern ein Bezug zur B_{10} -Lebensdauer hergestellt. Somit ist die Vergleichbarkeit der unterschiedlichen Versuche gegeben. Vorausgesetzt es handelt sich um ein äquivalentes Bauteil mit identischem Schadensereignis. Der zu vergleichende Faktor f_{tB} ist damit abhängig von der Form des Bauteils, vom Werkstoff und dessen Bearbeitung, von der Belastung und vom Schadensbild. Für die Zahnbruchlebensdauer in Fahrzeuggetrieben ist ein Faktor f_{tB} im Bereich zwischen 0,8 und 0,95 zu erwarten, [Ber89]. Mittels dem Faktor f_{tB} lässt sich auch die B_x -Lebensdauer einer weibullverteilten Ausfallkurve bestimmen, [Ber04]. Gl.(5.5 zeigt beispielsweise die Umrechnung der B_{10} -Lebensdauer in eine B_1 -Lebensdauer:

$$B_{1} = B_{10} \cdot \left[(1 - f_{tB}) \cdot \sqrt[b]{\frac{\ln(0,99)}{\ln(0,9)}} + f_{tB} \right].$$
 (5.5)

5.3.6 Zusammenfassung der ausgewählten Methoden

Aufgrund der bisher beschriebenen Vor-und Nachteile in der Anwendung der einzelnen Verfahren muss letztendlich für die erzeugten Versuchsdaten eine Auswahl der vielen Variationsmöglichkeiten getroffen werden. Als Verteilungsfunktion wurde im Ranking eindeutig die dreiparametrische Weibullverteilung aufgrund der besten ganzheitlichen Korrelation ermittelt. Hinsichtlich der mathematischen Durchgängigkeit der Maximum-Likelihood-Methode, wäre die Parameterschätzung der Medianwerte als auch die Bestimmung der Vertrauensbereiche mit einem theoretischen Ansatz ideal durchführbar. Aufgrund des kleinen Stichprobenumfangs ist jedoch der Vergleich mit dem Regressionsverfahren (x nach y) notwendig, um die Zulässigkeit des Maximum-Likelihood-Verfahrens zu bestätigen. Hinsichtlich der Vertrauensintervallbildung ist aufgrund der dargelegten Eigenschaften das Likelihood-Verhältnis die geeignetste Methode für die im Versuch bestimmten Ausfalldaten. Dies ist unabhängig von der Wahl der analytischen Methode der Parameterschätzung. Hinsichtlich der Bestimmung der ausfallfreien Zeit als dritten Parameterwert der Weibullverteilung wird ein gängiges Intervallverfahren nach Nelder-Mead verwendet, was auch in kommerziellen Anwendungen eingesetzt wird.

5.4 Versuchsergebnisse

In Tabelle 5.4 bis Tabelle 5.6 sind die erzielten Versuchsergebnisse gesammelt dargestellt. Dabei unterscheiden sich die Tabellen grundsätzlich von der Grundbelastung, welche dem mittleren Verspannmoment im Betrieb entspricht. Tabelle 5.4 beinhaltet alle Versuchsergebnisse mit einer Torsionsmittellast von 470 Nm, Tabelle 5.5 enthält die Ergebnisse für 500 Nm und zuletzt zeigt Tabelle 5.6 die erzielten Lastwechselzahlen für 530 Nm. Die jeweiligen Parametervariationen bezüglich der Drehmomentschwingungsamplitude sind ebenfalls in den jeweiligen Grundlasttabellen enthalten. Alle Tabellen wurden in zwei Ebenen sortiert.

Die erste Ebene sieht eine aufsteigende Sortierung nach der Größe der Drehschwingungsamplitude vor, während die zweite Ebene die ermittelten Lastwechselzahlen aufsteigend darstellt. Obwohl die Versuchsergebnisse dadurch einen sehr geordneten Eindruck hinterlassen, wurden diese in willkürlicher Durchmischung abwechselnd erprobt. Dadurch lässt sich eine Mittelung der nicht beeinflussbaren Umgebungsbedingungen (beispielsweise Gehäuselagerung) erzielen.

Während der Versuche wurden alle Randbedingungen konstant eingehalten um gezielt den Einfluss der Drehmomentschwingungen auf die Lebensdauer heraus zu arbeiten. Trotzdem unterliegen die Ergebnisse beachtlichen Streuungen, die jedoch dem heutigen Stand der Materialbeschaffenheit und Fertigungsqualität entsprechen.

Lfd. Nr.	Drehmoment [Nm]	ETPS [%]	Zylinderzahl	Lastwechsel bis Bruch
1	470	0	-	1214658
2	470	0	-	1568198
3	470	0	-	1651362
4	470	0	-	1852617
5	470	0	-	2053331
6	470	0	-	2055177
7	470	0	-	2123707
8	470	0	-	2245313
9	470	0	-	4095029
10	470	0	-	4581127
11	470	10	4	891918
12	470	10	4	972908
13	470	10	4	1047176
14	470	10	4	1052388
15	470	10	4	1071708
16	470	10	4	1119618
17	470	10	4	1313430
18	470	10	4	1642795
19	470	10	4	1809174
20	470	10	4	2768131
21	470	20	4	618514
22	470	20	4	770960
23	470	20	4	782180
24	470	20	4	806150
25	470	20	4	822541
26	470	20	4	998702
27	470	20	4	1159231
28	470	20	4	1175659
29	470	20	4	1183487
30	470	20	4	2235951
31	470	30	4	397723
32	470	30	4	415288
33	470	30	4	466593
34	470	30	4	483289
35	470	30	4	518145
36	470	30	4	526497
37	470	30	4	564144
38	470	30	4	636073
39	470	30	4	957134
40	470	30	4	1023562

Tabelle 5.4: Versuchsergebnisse mit einer Drehmomentbelastung von 470 Nm

Lfd. Nr.	Drehmoment [Nm]	ETPS [%]	Zylinderzahl	Lastwechsel bis Bruch
41	500	0	-	710449
42	500	0	-	723064
43	500	0	-	788184
44	500	0	-	1183394
45	500	0	-	1238244
46	500	0	-	1262476
47	500	0	-	1359871
48	500	0	-	1928273
49	500	0	-	2011819
50	500	0	-	2887752
51	500	10	4	493060
52	500	10	4	564507
53	500	10	4	636677
54	500	10	4	660070
55	500	10	4	669094
56	500	10	4	676873
57	500	10	4	756404
58	500	10	4	925685
59	500	10	4	1442176
60	500	10	4	1847383
61	500	20	4	399828
62	500	20	4	417425
63	500	20	4	429781
64	500	20	4	445718
65	500	20	4	536355
66	500	20	4	574065
67	500	20	4	588751
68	500	20	4	592436
69	500	20	4	662987
70	500	20	4	845861
71	500	30	4	257790
72	500	30	4	270230
73	500	30	4	316068
74	500	30	4	324855
75	500	30	4	330111
76	500	30	4	334205
77	500	30	4	356035
78	500	30	4	363216
79	500	30	4	393406
80	500	30	4	676898

Tabelle 5.5: Versuchsergebnisse mit einer Drehmomentbelastung von 500 Nm

Lfd. Nr.	Drehmoment [Nm]	ETPS [%]	Zylinderzahl	Lastwechsel bis Bruch
81	530	0	-	402213
82	530	0	-	411416
83	530	0	-	450292
84	530	0	-	489821
85	530	0	-	793302
86	530	0	-	858825
87	530	0	-	968036
88	530	0	-	1185491
89	530	0	-	1235749
90	530	0	-	2025667
91	530	10	4	315409
92	530	10	4	326790
93	530	10	4	362746
94	530	10	4	388063
95	530	10	4	409167
96	530	10	4	435404
97	530	10	4	485315
98	530	10	4	544039
99	530	10	4	544156
100	530	10	4	928089
101	530	20	4	221646
102	530	20	4	228003
103	530	20	4	247111
104	530	20	4	283016
105	530	20	4	305564
106	530	20	4	365969
107	530	20	4	378808
108	530	20	4	388850
109	530	20	4	421112
110	530	20	4	493514
111	530	30	4	147384
112	530	30	4	151024
113	530	30	4	185258
114	530	30	4	219111
115	530	30	4	243606
116	530	30	4	259537
117	530	30	4	287655
118	530	30	4	353171
119	530	30	4	376495
120	530	30	4	404671

Tabelle 5.6: Versuchsergebnisse mit einer Drehmomentbelastung von 530 Nm

5.4.1 Auswertung der Verteilungsparameter nach Weibull

Für die Auswertung nach der dreiparametrischen Weibullverteilung wurden zwei analytische Auswertemethoden herangezogen und im Detail gegenübergestellt (Regressionsanalyse und Maximum-Likelihood-Methode). Bild 5.12 bis 5.15 zeigen dabei für die jeweiligen Laststufen die Ausfallkurven im Weibulldiagramm bei einer Aussagesicherheit von 50% (Mediankurven). Bei der Betrachtung der Kurvenverläufe ist auffällig, dass alle Kurven der Regressionsanalyse (rot) unterhalb einer Ausfallwahrscheinlichkeit von 50% tendenziell zu niedrigeren Lastwechselzahlen im Vergleich zur Maximum-Likelihood-Methode (blau) tendieren. Ab einem Schnittpunkt der Kurven zwischen einer Ausfallwahrscheinlichkeit von 50%-60% existiert ein entgegengesetztes Verhalten, so dass in diesem Bereich die Maximum-Likelihood-Methode eine eher konservativere Schätzung berechnet. Dieses durchgehende Verhalten der Kurven spiegelt sich in den Wertetabellen des Formparameters *b* wieder.

In den Tabellen 5.7 bis 5.10 sind die Wertetabellen der Weibullparameter für beide beschriebenen Auswertemethoden vergleichend dargestellt. Zudem enthalten die Tabellen Werte über den Korrelationsfaktor K und dem Likelihood-Funktionswert In(L). Anhand dieser Werte lässt sich die beste Übereinstimmung der Kurvenverläufe zu den vorgegebenen Ausfallzahlen darstellen. Korrelationswerte >96% signalisieren die richtige Wahl der Verteilungsfunktion als dreiparametrische Weibullverteilung. Vergleicht man beide Auswertemethoden anhand des Likelihood-Funktionswertes, so kann man von einer annähernd äquivalenten mathematischen Übereinstimmung der jeweiligen Versuchspunkte zu den Ausfallkurven sprechen. Der marginale Vorteil der Regressionsanalyse ist verschwindend gering.

Die Schätzung der ausfallfreien Zeit t_0 nach Nelder-Mead wurde bei beiden Methoden eingesetzt, so dass derselbe Wert für beide Methoden gilt. Auf die Angabe der vorhandenen Streuung der ausfallfreien Zeit wurde gezielt verzichtet, da der erprobte Stichprobenumfang für eine eindeutige Aussage unzureichend wäre. Bei der Betrachtung der Vertrauensintervalle (vgl. Kap. 5.4.3) würde eine Streuung der ausfallfreien Zeit die Intervalle im Bereich kleiner Ausfallwahrscheinlichkeiten massiv verändern, so dass eine unscharfe Streuungsangabe aufgrund der kleinen Stichproben die Folge wäre.

Vergleicht man die charakteristische Lebensdauer *T* beider Auswertemethoden, so lässt sich feststellen, dass die Abweichungen beider Verfahren durchgehend im Bereich kleiner 2% liegen. Dies bestätigt das oben beschriebene Verhalten der Auswerteverfahren zwischen der Regressionsanalyse und Maximum-Likelihood-Methode.

Insgesamt kann bestätigt werden, dass der Formparameter für Auswertungen mittels der Maximum-Likelihood-Methode durchgängig höhere Werte erzielt. Hinsichtlich des Schadensbildes Zahnbruch als Ermüdungsschaden lassen sich die höheren Werte des Formfaktors in der Badewannenkurve besser darstellen. Eine konservative Schätzung der Werte über 50% Ausfallwahrscheinlichkeit ist angesichts des kleinen Stichprobenumfangs sinnvoll, da die Werte massiv vom Wert der höchsten Ranggröße abhängen.



Bild 5.12: Vergleich Regressionsanalyse und Maximum-Likelihood-Methode, Wöhlerversuche ohne Drehschwingungsüberlagerung

\backslash	T _{An} [Nm]	Schätzverfahren	b	<i>t</i> _o [LW]	<i>T</i> [LW]	К	ln (<i>L</i>)
TPS	470	Regressionsanalyse	1,243	1045406	2497149	0,96	-150,2
		Maximum-Likelihood	1,334	1045490	2467607	-	-150,1
	500	Regressionsanalyse	1,076		1500419	0,96	-146,1
)% E	500	Maximum-Likelihood	1,257	282344	1472537	-	-145,8
С	F 2 0	Regressionsanalyse	0,929	228860	916803	0,96	-142,2
	530	Maximum-Likelihood	1,081	338800	898646	-	-142,0

Tabelle 5.7: Vergleich der Parameterwerte (Medianwerte) zwischen der Regressionsanalyse und Maximum-Likelihood-Methode – ohne Drehschwingungsüberlagerung



Bild 5.13: Vergleich Regressionsanalyse und Maximum-Likelihood-Methode, Lebensdauerversuche mit 10% Drehschwingungsüberlagerung

Tabelle 5.8: Vergleich der Parameterwerte (Medianwerte) zwischen der Regressionsanalyse und Maximum-Likelihood-Methode – 10% Drehschwingungsüberlagerung

\backslash	T _{An} [Nm]	Schätzverfahren	b	<i>t_o</i> [LW]	<i>T</i> [LW]	К	ln (<i>L</i>)
TPS	470	Regressionsanalyse	0,878	969200	1369307	0,98	-141,3
	470	Maximum-Likelihood	0,954	000390	1357130	-	-141,2
	F 0 0	Regressionsanalyse	0,951	460174	880658	0,97	-139,0
0% E	500	Maximum-Likelihood	1,021	408174	870858	-	-139,0
1(F 20	Regressionsanalyse	0,861	207725	479795	0,99	-130,4
	530	Maximum-Likelihood	0,993	307735	473399	-	-130,2



Bild 5.14: Vergleich Regressionsanalyse und Maximum-Likelihood-Methode, Lebensdauerversuche mit 20% Drehschwingungsüberlagerung

Tabelle 5.9: Vergleich der Parameterwerte (Medianwerte) zwischen der Regressionsanalyse und Maximum-Likelihood-Methode – 20% Drehschwingungsüberlagerung

	T _{An} [Nm]	Schätzverfahren	b	<i>t</i> _o [LW]	<i>T</i> [LW]	К	ln (<i>L</i>)
TPS	470	Regressionsanalyse	1,188	FEOTEE	1107593	0,96	-140,7
	470	Maximum-Likelihood	1,253	500755	1095575	-	-140,7
	500	Regressionsanalyse	0,897	200822	563238	0,98	-130,0
0% I	500	Maximum-Likelihood	1,117	390832	555593	-	-129,7
2	F 2 0	Regressionsanalyse	1,492	102050	355994	0,98	-127,4
	530	Maximum-Likelihood	1,804	183828	352298	-	-127,1



Bild 5.15: Vergleich Regressionsanalyse und Maximum-Likelihood-Methode, Lebensdauerversuche mit 30% Drehschwingungsüberlagerung

Tabelle 5.10: Vergleich der Parameterwerte (Medianwerte) zwischen der Regressionsanalyse und Maximum-Likelihood-Methode – 30% Drehschwingungsüberlagerung

\backslash	T _{An} [Nm]	Schätzverfahren	b	<i>t</i> _o [LW]	<i>T</i> [LW]	К	ln (<i>L</i>)
TPS	470	Regressionsanalyse	0,887	296701	606397	0,99	-132,8
	470	Maximum-Likelihood	1,010	200191	599705	-	-132,6
	F 0 0	Regressionsanalyse	1,032	240470	373042	0,96	-126,4
0% E	500	Maximum-Likelihood	1,137	248478	368153	-	-126,3
3(F 20	Regressionsanalyse	1,394	110001	285314	0,98	-127,6
	530	Maximum-Likelihood	1,723	112231	280771	-	-127,2

5.4.2 Auswertung der statistischen Lebensdauerwerte

In den Bildern 5.12 bis 5.15 sind die unterschiedlichen Drehmomentschwingungsamplituden (inklusive der Konstantbelastung) jeweils in einem Weibulldiagramm aufgetragen. Darin ist der Lebensdauereinfluss der unterschiedlichen Torsionsmittellast zu erkennen. Die Kurvenverläufe wandern mit steigendem Drehmoment nach links.

Abweichend von dieser Darstellung ist in den Bildern 5.16 bis 5.18 und den Tabellen 5.11 bis 5.13 der direkte Einfluss der unterschiedlich überlagerten Drehmomentschwingungen für jede Drehmomentstufe einzeln dargestellt. Die Verschiebung der Ausfallkurven in Richtung kleinerer Lastwechselzahlen bestätigt den nicht unerheblichen Einfluss der zunehmenden Drehmomentschwingungsüberlagerung im Vergleich zur Konstantbelastung. In den Diagrammen sind die standardisierten Lebensdauerwerte B_1 , B_{10} und B_{50} ablesbar, wobei die Lastwechselzahl bis zum Versagen prinzipiell für jede beliebige Ausfallwahrscheinlichkeit als Medianwert abgelesen werden kann. Anhand des Stichprobenumfangs von zehn Zahnrädern muss jedoch jedem Anwender der Versuchsdaten bewusst sein, dass von diesen Lebensdauerwerten der B_{10} und B_{50} -Wert mit einer Aussagesicherheit von 50% (Median) statistisch nachgewiesen ist, während der B_1 -Wert anhand mathematischer Näherungsverfahren (analog V_q -Verfahren, vgl. [Ber04]) interpoliert wurde.

In den Tabellen 5.11 bis 5.13 sind die Lebensdauerwerte (Medianwerte) zum Vergleich für die Auswertemethoden Regressionsanalyse und Maximum-Likelihood-Methode dargestellt. Um den Unterschied beider Verfahren aufzuzeigen, wurde der Quotient beider Lebensdauerwerte (Regressionsanalyse in Bezug zur Maximum-Likelihood-Methode) als Faktor $k_{x,i}$ ausgewiesen (für i = 1;10;50). Die Tabellen unterscheiden sich analog zu den Weibulldiagrammen in der Höhe der Drehmomentübelastung und beinhalten die Lebensdauerwerte für die zugehörigen Drehmomentüberlagerungsstufen. Zusätzlich wurde für die einzelnen Versuchsreihen der Faktor f_{tB} ermittelt, vgl. Kap. 5.3.5, um anhand dieses Werts die Vergleichbarkeit der Versuche darzustellen. In [Ber89] wurde gezeigt, dass für den Schadensfall Zahnbruch ein Faktor f_{tB} zwischen 0,8 - 0,95 zu erwarten ist. Der im Rahmen dieser Versuchsauswertung ermittelte Wertebereich von 0,72 - 0,97 zeigt eine gute Übereinstimmung zu denen nach [Ber89]. Die niederen Werte gehören zur hohen Maximallast mit zusätzlicher Drehmomentschwingungsüberlagerung von 30%.

Die Übereinstimmung der beiden Kurvenverläufe, die mit unterschiedlichen Auswertemethoden gewonnen wurden, wird auch durch die Lebensdauerwerte bestätigt. So weisen die Lebensdauerwerte B_1 und B_{50} nur marginale Unterschiede zwischen beiden Auswertemethoden auf. Die B_{10} -Wert zeigen im Vergleich dazu größere Abweichungen, trotzdem korrelieren diese mit einem Wert von >97%. Diese Zahlenwerte bestätigen die Gleichwertigkeit beider Auswertemethoden, obgleich die deutlichen Streuungen der Versuchswerte eine weitaus größere Abweichung erwarten lassen.



Bild 5.16: Weibulldiagramm der Laststufe 470 Nm, 0%-30% ETPS, Auswertung nach der Maximum-Likelihood-Methode (MLE)

Tabelle 5.11: Vergleich der Lebensdauerwerte (Medianwerte) zwischen der Regressionsanalyse und Maximum-Likelihood-Methode – Belastung 470 Nm, 0%-30% ETPS

	ETPS	Methode	<i>B</i> ₁ [LW]	<i>k</i> _{x,1}	<i>B</i> ₁₀ [LW]	<i>k</i> _{x,10}	<i>B</i> ₅₀ [LW]	k _{x,50}	f_{tB}
	0%	RRX*	1081387	0.00	1283065	0.00	2126523	1,00	0,82
ufe 470 Nm	070	MLE**	1090659	0,99	1308551	0,98	2125859		0,80
	10%	RRX*	871042	1.00	906966	0.00	1198319	1,00	0,96
		MLE**	872321	1,00	914563	0,99	1201194		0,95
gsst	20%	RRX*	572142	1.00	643036	0.00	962444	1,00	0,87
stun	20%	MLE**	574356	1,00	649496	0,99	959924		0,87
Belas	200/	RRX*	388017	4.00	404143	0,99	532041	0,99	0,96
	30% -	MLE**	389026	1,00	409703		534881		0,94

*RRX – Regressionsanalyse (x nach y) **MLE – Maximum-Likelihood-Verfahren



Bild 5.17: Weibulldiagramm der Laststufe 500 Nm, 0%-30% ETPS, Auswertung nach der Maximum-Likelihood-Methode (MLE)

Tabelle 5.12: Vergleich der Lebensdauerwerte (Medianwerte) zwischen der Regressionsanalyse und Maximum-Likelihood-Methode – Belastung 500 Nm, 0%-30% ETPS

\backslash	ETPS	Methode	<i>B</i> ₁ [LW]	<i>k</i> _{<i>x</i>,1}	<i>B</i> ₁₀ [LW]	<i>k</i> _{x,10}	<i>B</i> ₅₀ [LW]	<i>k</i> _{x,50}	f_{tB}
	0%	RRX*	598070	0.09	698361	0.05	1236255	0.00	0,84
Ч	078	MLE**	608210	0,98	733519	0,95	1248216	0,99	0,80
ufe 500 N	10%	RRX*	471442	1.00	506868	0.00	748716	1,00	0,92
		MLE**	472614	1,00	512566	0,99	749359		0,91
gsst	200/	RRX*	391855	1.00	404866	0.00	505418	0,99	0,97
stun	20%	MLE**	393512	1,00	412800	0,98	509500		0,95
Belas	200/	RRX*	249923	1.00	262555	0,99	335810	1,00	0,95
	30%	MLE**	250575	1,00	265028		335187		0,94

*RRX – Regressionsanalyse (x nach y) **MLE – Maximum-Likelihood-Verfahren



Bild 5.18: Weibulldiagramm der Laststufe 530 Nm, 0%-30% ETPS, Auswertung nach der Maximum-Likelihood-Methode (MLE)

Tabelle 5.13: Vergleich der Lebensdauerwerte (Medianwerte) zwischen der Regressionsanalyse und Maximum-Likelihood-Methode – Belastung 530 Nm, 0%-30% ETPS

	ETPS	Methode	<i>B</i> ₁ [LW]	<i>k</i> _{x,1}	<i>B</i> ₁₀ [LW]	<i>k</i> _{x,10}	<i>B</i> ₅₀ [LW]	<i>k</i> _{x,50}	f_{tB}
	0%	RRX*	342939	0.00	390090	0.05	728344	0,99	0,87
ufe 530 Nm	078	MLE**	346788	0,99	408619	0,95	737628		0,83
	10%	RRX*	308556	1.00	320322	0.00	420119	0,99	0,96
		MLE**	309346	1,00	324910	0,99	422263		0,95
gsst	20%	RRX*	191741	0.07	221944	0.06	318498	0.00	0,83
stun	20%	MLE**	197001	0,97	232224	0,90	321321	0,99	0,79
Belas	200/	RRX*	121846	0.00	149358	0,93	246066	0,99	0,77
	30%	MLE**	127032	0,90	160335		249120		0,72

*RRX – Regressionsanalyse (x nach y) **MLE – Maximum-Likelihood-Verfahren

5.4.3 Auswertung mit Vertrauensbereichen

Die Bestimmung aller Vertrauensbereichsintervalle wurde mit der Methode des Likelihood-Verhältnisses durchgeführt, vgl. Kap. 5.3.4. In den Bildern 5.19 bis 5.27 sind die unterschiedliche Versuchsergebnisse mit einem Vertrauensintervall von 90% (5% -95%) dargestellt. Darin unterscheiden sich in den Bildern 5.19 bis 5.21 die Ausfallkurven für den Lasthorizont von 470 Nm, in den Bildern 5.22 bis 5.24 die Ausfallkurven für das mittlere Verspannmoment von 500 Nm und in Analogie dazu die Darstellung der Weibullkurven für 530 Nm in den Bildern 5.25 bis 5.27. Die grafische Aufbereitung der Ausfallkurven (inklusive der Vertrauensintervalle) ist zum einen farblich auf die jeweilige Anregungsamplitude der aufgeprägten Drehmomentungleichförmigkeiten abgestimmt (braun - 0%; grün - 10%; blau - 20%; rot - 30%). Zum anderen sind die Diagramme so aufgebaut, dass für jede Anregungsamplitudenstufe (10%, 20% und 30%) die Darstellungen der statistischen Ausfallkurven in Relation zur Konstantbelastung (Wöhlerversuch) aufgeführt wurden. Ein direkter Vergleich der Vertrauensintervalle kann damit visuell erfolgen.

Bei der Betrachtung der Ausfallkurven fällt auf, dass die Vertrauensintervallgrenzen zwischen der Konstantbelastung (0% ETPS) und der Belastung mit überlagerter Drehmomentschwingungsamplitude von 10% sehr eng beieinander liegen und sich sogar teilweise überschneiden. Ab einer Anregungsamplitude von 20% ist erkennbar, dass die Vertrauensintervalle in Relation zur Konstantbelastung für die relevanten Ausfallwahrscheinlichkeiten keine Überschneidungen mehr aufweisen.

Die Tabellen 5.14, 5.16 und 5.18 beinhalten die Weibullparameter der Ausfallkurven für die unterschiedlichen Drehmomentstufen. Darin enthalten sind die minimalen und maximalen Werte des Formparameters *b* und der charakteristischen Lebensdauer *T* für jede Belastungsstufe (im Vergleich zu den Medianwerten). Analog hierzu sind in den Tabellen 5.15, 5.17 und 5.19 die Lebensdauerwerte B_1 , B_{10} und B_{50} für die Aussagesicherheiten von 5%, 50% und 95% angegeben.

Im Vergleich zu den größeren Abweichungen des Formparameters *b* (Medianwerte) zwischen beiden Auswertemethoden (RRX zu MLE) verhalten sich die Werte beim Vertrauensintervall deutlich besser. Für die Angabe des Formparameters im Vertrauensbereich haben die analytischen Methoden im Mittel eine Differenz von <4%. Die absolute Differenz der *b*-Werte zwischen den Auswertemethoden (RRX zu MLE) liegt bei <0,1 (VB 90%). Die charakteristische Lebensdauer *T* weicht bei den unterschiedlichen Auswertemethoden dagegen nur noch um <2% ab.

Die mit beiden Auswertemethoden ermittelten Lebensdauerwerte B_1 , B_{10} und B_{50} weisen im Vergleich eine mittlere Abweichung von weniger als 1,5% auf, so dass für diese Werte eine absolut äquivalente Lebensdauerschätzung beim Vertrauensintervall vorliegt. Die geringe absolute Abweichung der Intervalle hin zu sehr kleinen Ausfallwahrscheinlichkeiten liegt an der Nicht-Berücksichtigung der ausfallfreien Zeit beim Vertrauensintervall, vgl. Kap. 5.3.5.



Bild 5.19: Weibulldiagramm mit Vertrauensintervall (90%) der Laststufe 470 Nm, 0% und 10% ETPS, Auswertung nach MLE und Likelihood-Verhältnis

Tabelle 5.14: Angabe der Parameterwerte für die Weibullverteilung inklusive Vertrauensbereich (90%) mittels dem Likelihood-Verhältnis, Belastung 470 Nm, 0%-30% ETPS

	<u> </u>	Belastungsstufe 470 Nm						
		0% ETPS	10% ETPS 20% ETPS		30% ETPS			
	min	0,861	0,613	0,814	0,643			
b	median	1,334	0,954	1,253	1,010			
	max	1,906	1,369	1,772	1,463			
	min	1947414	1126680	890809	503187			
Т	median	2467607	1357130	1095575	599705			
	max	3227834	1758232	1404198	762147			
t ₀	median	1045496	868390	560755	386791			



Bild 5.20: Weibulldiagramm mit Vertrauensintervall (90%) der Laststufe 470 Nm, 0% und 20% ETPS, Auswertung nach MLE und Likelihood-Verhältnis

Tabelle 5.15: Angabe der Lebensdauerwerte inklusive Vertrauensbereich (90%) mittelsdem Likelihood-Verhältnis, Belastung 470 Nm, 0%-30% ETPS

		Belastungsstufe 470 Nm						
		0% ETPS	10% ETPS	20% ETPS	30% ETPS			
	95%	1051109	868596	562286	386920			
<i>B</i> ₁	median	1090659	872321	574356	389026			
	5%	1197840	890137	609268	398239			
	95%	1127294	877244	586805	391469			
B ₁₀	median	1308551	914563	649496	409703			
	5%	1587058	995486	750606	446817			
B ₅₀	95%	1675152	1024329	786395	458803			
	median	2125859	1201194	959924	534881			
	5%	2713733	1478921	1194830	649234			



Bild 5.21: Weibulldiagramm mit Vertrauensintervall (90%) der Laststufe 470 Nm, 0% und 30% ETPS, Auswertung nach MLE und Likelihood-Verhältnis

Der Einfluss der überlagerten Drehmomentschwingungsamplituden ist in den Tabellen 5.15, 5.17 und 5.19 zu erkennen, in dem für die jeweilige Belastungsstufe und der ausgewählten Ausfallwahrscheinlichkeit die im Versuch ermittelte Lastwechselzahl abgelesen wird. Die Abnahme der Lastwechselzahl von links nach rechts gibt den absoluten Lebensdauereinfluss für die Drehmomentungleichförmigkeitsstufen von 10%, 20% und 30% wieder.

Die Weibullgeraden mit visualisiertem Vertrauensbereich sind explizit so dargestellt, dass die Bezugskurve ohne Drehmomentschwingungseinfluss immer als Referenz abgebildet ist. Je größer der Abstand von der Bezugskurve zur Weibullkurve mit Drehmomentschwingungen ist, desto stärker ist der Einfluss der überlagerten Drehmomentschwingungen auf die Abnahme der Lebensdauer. Die dargestellten Vertrauensintervalle zwischen den Grenzen von 5% und 95% zeigen durchgängig ein Aufweiten des Intervallbereichs hin zu großen Ausfallwahrscheinlichkeiten. Durch die Nicht-Berücksichtigung des Streuparameters t_0 tendiert das Vertrauensintervall für kleine Ausfallwahrscheinlichkeiten hin zu kleineren Bereichsgrenzen. Die logarithmische Skalierung der Abszisse beeinflusst jedoch etwas den optischen Eindruck. Die Überführung der 3-parametrischen Weibullkurve in eine 2-parametrische Weibullgerade zeigt wiederum den typischen Verlauf der Vertrauensintervalle mit beidseitigem Aufweiten des Intervallbereichs hin zu kleinen und großen Ausfallwahrscheinlichkeiten, vgl. Bild 5.11.



Bild 5.22: Weibulldiagramm mit Vertrauensintervall (90%) der Laststufe 500 Nm, 0% und 10% ETPS, Auswertung nach MLE und Likelihood-Verhältnis

		Belastungsstufe 500 Nm							
		0% ETPS	10% ETPS	20% ETPS	30% ETPS				
	min	0,797	0,658	0,699	0,738				
b	median	1,257	1,021	1,117	1,137				
	max	1,832	1,460	1,648	1,606				
	min	1130827	690166	485990	318885				
Т	median	1472537	870858	555593	368153				
	max	1984469	1172945	666412	446178				
t_0	median	585344	468174	390832	248478				

Tabelle 5.16: Angabe der Parameterwerte für die Weibullverteilung inklusive Vertrauensbereich (90%) mittels dem Likelihood-Verhältnis, Belastung 500 Nm, 0%-30% ETPS



Bild 5.23: Weibulldiagramm mit Vertrauensintervall (90%) der Laststufe 500 Nm, 0% und 20% ETPS, Auswertung nach MLE und Likelihood-Verhältnis

dem Likelihood-Verhältnis, Belastung 500 Nm, 0%-30% ETPS									
		Belastungsstufe 500 Nm							
		0% ETPS	0% ETPS 10% ETPS 20% ETPS		30% ETPS				
	95%	587595	468462	391015	248666				
<i>B</i> ₁	median	608210	472614	393512	250575				
	5%	671455	489981	403061	256934				
	95%	626105	477768	395783	252761				
B ₁₀	median	733519	512566	412800	265028				
	5%	907505	582308	443850	286596				
	95%	955646	606887	452087	294786				
B ₅₀	median	1248216	749359	509500	335187				
	5%	1634385	964153	589526	392764				

Tabelle 5.17: Angabe der Lebensdauerwerte inklusive Vertrauensbereich (90%) mittels dem Likelihood-Verhältnis, Belastung 500 Nm, 0%-30% ETPS



Bild 5.24: Weibulldiagramm mit Vertrauensintervall (90%) der Laststufe 500 Nm, 0% und 30% ETPS, Auswertung nach MLE und Likelihood-Verhältnis

Für die Schadensart Zahnbruch wurde in [Ber89] ein typischer Wertebereich des Formparameters *b* von 1,2 bis 2,2 angegeben (Mittelwerte). Die Ergebnisse zeigen Abweichungen hin zu kleineren als auch größeren Werten. Der Wertebereich des Formparameters *b* geht von 0,95 bis 1,80 (Medianwerte). Die Vertrauensbereichsgrenzen mit einer Aussagesicherheit von 5% liegen im Bereich von 1,37 bis 2,66, während bei einer Aussagesicherheit von 95% sich der Wertebereich von 0,61 bis 1,08 erstreckt. Der nach [Ber89] angegebene mittlere Wertebereich deckt sich weitestgehend mit den Versuchswerten dieser Arbeit. Es ist jedoch festzustellen, dass die Intervallgrenzen nach oben und unten im Rahmen der Vertrauensgrenzen durchaus über- bzw. unterschritten werden.

Eine oftmals beschriebene Tendenz, dass mit steigender Belastung die Streuung der Versuchswerte reduziert wird und damit ein Anstieg des Formfaktors *b* verbunden ist, konnte im Rahmen dieser Versuchsreihe nicht durchgängig bestätigt werden. Für eine explizite Betrachtung des Formfaktors ist zudem ein Stichprobenumfang pro Versuchsreihe von 10 Probanden nicht ausreichend. Der Einfluss eines Versuchspunktes kann für diesen Stichprobenumfang den Wert des Formparameters maßgeblich beeinflussen. Daher ist ein absoluter Vergleich der Wertebereiche nicht zulässig.



Bild 5.25: Weibulldiagramm mit Vertrauensintervall (90%) der Laststufe 530 Nm, 0% und 10% ETPS, Auswertung nach MLE und Likelihood-Verhältnis

Tabelle 5.18: Angabe der Parameterwerte für die Weibullverteilung inklusive Vertrauensbereich (90%) mittels dem Likelihood-Verhältnis, Belastung 530 Nm, 0%-30% ETPS

		Belastungsstufe 530 Nm							
		0% ETPS	10% ETPS	20% ETPS	30% ETPS				
	min	0,684	0,633	1,131	1,078				
b	median	1,081	0,993	1,804	1,723				
	max	1,580	1,431	2,664	2,553				
	min	656324	397528	303683	231240				
Т	median	898646	473399	352298	280771				
	max	1290073	602593	415425	346138				
t ₀	median	338860	307735	183858	115591				



Bild 5.26: Weibulldiagramm mit Vertrauensintervall (90%) der Laststufe 530 Nm, 0% und 20% ETPS, Auswertung nach MLE und Likelihood-Verhältnis

Tabelle 5.19: Angabe der Lebensdauerwerte inklusive Vertrauensbereich (90%) mittels dem Likelihood-Verhältnis, Belastung 530 Nm, 0%-30% ETPS

		Belastungsstufe 530 Nm						
		0% ETPS	10% ETPS	20% ETPS	30% ETPS			
	95%	339385	307825	186360	117586			
B ₁	median	346788	309346	197001	127032			
	5%	376309	316115	217611	146405			
	95%	354278	311167	203122	132581			
B ₁₀	median	408619	324910	232224	160335			
	5%	511713	353145	267471	195009			
	95%	540935	362884	275092	202485			
B ₅₀	median	737628	422263	321321	249120			
	5%	1019143	512606	373060	302100			



Bild 5.27: Weibulldiagramm mit Vertrauensintervall (90%) der Laststufe 530 Nm, 0% und 30% ETPS, Auswertung nach MLE und Likelihood-Verhältnis

5.4.4 Zusammenfassung der Ergebnisse

Ziel dieser Arbeit ist den Einfluss der Drehmomentungleichförmigkeiten auf die Lebensdauer von Zahnrädern bezüglich Zahnbruch aufzuzeigen. Als Referenz dienen durchgängig die einstufigen Wöhlerversuche, welche ohne Drehmomentschwingungsüberlagerungen durchgeführt wurden. In Tabelle 5.20 sind die Versuchsergebnisse als Medianwerte in Bezug zur Konstantbelastung für die jeweiligen Parameter dargestellt. Die ermittelten prozentualen Lebensdauerfaktoren für die drei Drehmomentungleichförmigkeiten werden getrennt für die Grundbelastungsstufen (470 Nm, 500 Nm und 530 Nm) und für die Ausfallwahrscheinlichkeitspunkte von 10% und 50% dargestellt. In Analogie dazu liefert Tabelle 5.21 die prozentualen Lebensdauerfaktoren im Vertrauensintervall nach dem Likelihood-Verhältnis für eine Aussagesicherheit von 5%. Tabelle 5.22 zeigt die entsprechenden Werte im Vertrauensintervall für eine Aussagesicherheit von 95%.

Die über den Grundbelastungsstufen gemittelten prozentualen Lebensdauerfaktoren sind in Tabelle 5.23 dargestellt. Darin lassen sich direkt die gemittelten B_{10} - und B_{50} -Lebensdauerfaktoren im 90% igem Vertrauensintervall ablesen.

Bild 5.28 stellt den Zusammenhang zwischen den überlagerten Drehmomentschwingungen und der mittleren prozentualen Lebensdauerabnahme für eine Ausfallwahrscheinlichkeit von 10% dar – resultierend aus den Versuchsergebnissen. Bild 5.29 zeigt dies analog zu Bild 5.28 für eine Ausfallwahrscheinlichkeit von 50%, jedoch zusätzlich mit einer Trenddarstellung für höhere Drehmomentschwingungsamplituden, die allerdings nicht experimentell bestätigt wurden.

Tabelle 5.20: Erzielte Lebensdauerfaktoren mit Drehschwingungsüberlagerung im Verhältnis zur Konstantbelastung für Ausfallwahrscheinlichkeiten von 10% und 50%, Medianwerte nach der MLE-Methode

Dre	ehmoment	470	Nm	n 500 Nm 530		Nm	
Ausfallwahrsch.		10%	50%	10%	50%	10%	50%
		100%	100%	100%	100%	100%	100%
l% u	0% ETP3	(Ref.)	(Ref.)	(Ref.)	(Ref.)	(Ref.)	(Ref.)
isdauerfaktor [in	10% ETPS	69,89%	56,50%	69,88%	60,03%	79,51%	57,25%
	20% ETPS	49,63%	45,15%	56,28%	40,82%	56,83%	43,56%
Leber	30% ETPS	31,31%	25,16%	36,13%	26,85%	39,24%	33,77%

Tabelle 5.21: Erzielte Lebensdauerfaktoren mit Drehschwingungsüberlagerung im Verhältnis zur Konstantbelastung für Ausfallwahrscheinlichkeiten von 10% und 50%, Aussagesicherheit von 5% nach der MLE-Methode, VB nach Likelihood-Verhältnis

Dre	vrehmoment 470 Nm 500 Nm		Nm	530 Nm			
Ausfallwahrsch.		10%	50%	10%	50%	10%	50%
sdauerfaktor [in %]	0% ETPS	100% (Ref.)	100% (Ref.)	100% (Ref.)	100% (Ref.)	100% (Ref.)	100% (Ref.)
	10% ETPS	62,73%	54,50%	64,17%	58,99%	69,01%	50,30%
	20% ETPS	47,30%	44,03%	48,91%	36,07%	52,27%	36,61%
Leber	30% ETPS	28,15%	23,92%	31,58%	24,03%	38,11%	29,64%

Tabelle 5.22: Erzielte Lebensdauerfaktoren mit Drehschwingungsüberlagerung im Verhältnis zur Konstantbelastung für Ausfallwahrscheinlichkeiten von 10% und 50%, Aussagesicherheit von 95% nach der MLE-Methode, VB nach Likelihood-Verhältnis

Dre	ehmoment	470	470 Nm 500 Nm		530 Nm		
Ausfallwahrsch.		10%	50%	10%	50%	10%	50%
	0% FTPS	100%	100%	100%	100%	100%	100%
» u	0/01115	(Ref.)	(Ref.)	(Ref.)	(Ref.)	(Ref.)	(Ref.)
ısdauerfaktor [ir	10% ETPS	77,81%	61,15%	76,31%	63,51%	87,83%	67,08%
	20% ETPS	52,05%	46,94%	63,21%	47,31%	57,33%	50,85%
Leber	30% ETPS	34,73%	27,39%	40,37%	30,85%	37,42%	37,43%

Tabelle 5.23: Mittelwertbildung der Lebensdauerfaktoren über Drehmomentlaststufen mit Differenzierung der Aussagesicherheiten von 5%, 50% und 95% - Auswertung nach der MLE-Methode, VB nach Likelihood-Verhältnis

Lebe	ensdauer	B ₁₀			B ₅₀		
Aussagesicherheit		5%	50%	95%	5%	50%	95%
ler-	0% ETPS	100%	100%	100%	100%	100%	100%
dau		(Ref.)	(Ref.)	(Ref.)	(Ref.)	(Ref.)	(Ref.)
erte der Lebensc faktoren [in%]	10% ETPS	65,30%	73,09 %	80,65%	54,60%	57,93%	63,91%
	20% ETPS	49,49%	54,25%	57,53%	38,90%	43,18%	48,37%
Mittelw	30% ETPS	32,61%	35,56%	37,51%	25,86%	28,59%	31,89%

Die Mittelwertbildung in Tabelle 5.23 setzt voraus, dass unabhängig von den Grundbelastungsstufen der Einfluss der Drehmomentungleichförmigkeitstufen auf die Lebensdauer konstant ist. Tendenziell wird bei größerer Grundbelastung der Drehmomentungleichförmigkeitseinfluss hinsichtlich der Lebensdauer kleiner, vgl. Tabelle 5.20 bis 5.22. Unsicherheiten wie z.B. die Streuung der Versuchswerte bei der relativ kleinen Probandenzahl zeigen, dass die Annahme eines mittleren Faktors durchaus angebracht ist.



Bild 5.28: Zusammenhang zwischen der überlagerten Drehschwingungen und der mittleren prozentualen Lebensdauerabnahme - B₁₀ Werte für Median und VB von 90%



Bild 5.29: Zusammenhang zwischen der überlagerten Drehschwingungen und der mittleren prozentualen Lebensdauerabnahme - B₅₀ Werte für Median und VB von 90%

5.4.5 Übertragung der Ergebnisse auf Wöhler- bzw. Lebensdauerlinien

Per Definition unterscheiden sich Wöhler- und Lebensdauerlinien von der differenten Belastungsart, vgl. Bild 5.30. Wöhlerlinien werden mit einer definierten einstufigen Belastung experimentell ermittelt. Im Gegensatz dazu beruhen im Versuch ermittelte Lebensdauerlinien auf einem vorgegebenen Lastkollektiv, das anwendungsabhängig festzulegen ist. Die im Rahmen dieser Arbeit dargestellten Wöhlerlinien, wurden mit konstantem Drehmoment ohne zusätzliche Drehmomentschwingungsüberlagerung ermittelt. Jeder einzelne Zahn erfährt dabei eine schwellende Belastung pro Radumdrehung, deren Höhe nur vom Drehmoment abhängig ist. Bei den Lebensdauerlinien wurden zusätzlich zur Grundbelastung zusätzliche Drehmomentschwingungen überlagert. Jeder einzelne Zahn erfährt zwar immer noch eine rein schwellende Belastung pro Wellenumdrehung, jedoch ist die Belastungshöhe je nach Lage der Drehmomentschwingungsüberlagerung unterschiedlich. Daher gehend werden alle mit Drehmomentschwingungen beaufschlagten Versuche im Diagramm als Lebensdauerlinien bezeichnet.



Bild 5.30: Entstehung von Wöhler- und Lebensdauerlinie (hier für eine schwellende Beanspruchung), [Hai06]

In Bild 5.31 sind die Wöhler- und Lebensdauerkurven für die B_1 -Lebensdauern für den im Versuch nachgewiesenen Zeitfestigkeitsbereich zwischen 470 und 530 Nm dargestellt. Die Versuchspunkte nach Kapitel 5.4.3 wurden in ein doppellogarithmisches Wöhlerdiagramm eingetragen und mit Hilfe dem Regressionsverfahren (Regression nach *x*-Werten) eine Gerade durch die jeweiligen drei Versuchspunkte gelegt. Die durchgezogene Line entspricht der Mediankurve während die gestrichelten Linien den Bereich des 90%igen Vertrauensintervalls zeigen. Analog zur gesamten Auswertung der Versuchsdaten sind die Laststufen der Drehmomentschwingungsüberlagerung farblich gekennzeichnet.



Bild 5.31: B₁-Wöhlerkurve und B₁-Lebensdauerlinien mit Vertrauensintervall (90%)

Tabelle 5.24: Geradensteigung k und Korrelationsfaktor K der B ₁ -Wöhler- und Lebens
dauerlinien mit Vertrauensbereich und Mittelwertbildung

Lebensdauer	B ₁ - P	P _A =5%	B ₁ - Median		<i>B₁</i> - <i>P_A</i> =95%	
Parameter	k	K [%]	k	K [%]	k	K [%]
0% ETPS	9,63	99,99	9,54	99,99	9,41	99,99
10% ETPS	8,63	99,50	8,64	99,24	8,65	99,15
20% ETPS	8,55	98,30	8,88	96,62	9,16	95,56
30% ETPS	8,32	99,21	9,29	98,05	9,88	97,30
Mittelwert	8,78	99,25	9,09	98,47	9,27	98,00

In Analogie zu den B_1 -Kurven sind in den Bildern 5.33 und 5.35 die Wöhler- und Lebensdauerlinien der B_{10} - und B_{50} -Werte dargestellt. Bei der Betrachtung der Vertrauensintervalle ist zu erkennen, dass hin zu steigender Ausfallwahrscheinlichkeiten der Intervallbereich deutlich ansteigt. Dies ist im Wesentlichen darin zu begründen, dass die ausfallfreie Zeit t_0 als Parameter der dreiparametrischen Weibullverteilung aufgrund des kleinen Stichprobenumfangs als einen nicht streuenden Parameter angenommen wurde. Wichtig ist an dieser Stelle auch darauf hinzuweisen, dass die Lebensdauerwerte der B_{10^-} und B_{50} -Linien anhand der hier getesteten Probandenzahl als im Versuch nachgewiesene Größen zu behandeln sind. Die B_1 - Werte hingegen sind statistische Interpolationsgrößen, welche aufgrund ihrer Unschärfe einer gezielten fachkundigen Betrachtung zu unterziehen sind. Dies lässt sich auch anhand der Tatsache zeigen, dass einzelne Versuchspunkte nach der Bildung der Regressionsgeraden außerhalb des dargestellten Vertrauensbereichs liegen, was praktisch gesehen eher unwahrscheinlich bis statistisch unmöglich ist. Im nachgewiesenen B_{10^-} und B_{50^-} Bereich ist diese Eigenschaft nicht mehr zu erkennen.



Bild 5.32: Erreichte Lebensdauerfaktoren mit überlagerten Drehschwingungen in Bezug zur Grundbelastung ohne ETPS für eine B₁-Lebensdauer (Medianwerte)

Ein zentraler Parameter zur Beschreibung der Lebensdauer im Wöhlerdiagramm ist die Steigung *k*, vgl. Kap. 2.3. In Tabelle 5.24 sind die Steigungen der jeweiligen Wöhler- und Lebensdauerlinien angegeben. Zusätzlich wurde der jeweilige Mittelwert an den überlagerten Drehmomentschwingungen ermittelt. Die einzelnen Steigungen unterscheiden sich nur wenig. Dies bestätigt die Theorie, nach der die Steigungen der Geraden aufgrund derselben Material- und Fertigungscharge annähernd gleich sein müssen. Lediglich die Tatsache, dass sich der Streubereich hin zu höheren Laststufen verringert und dass sich die Linien im Bereich statischer Festigkeiten wieder zusammenfinden ergibt eine geringe Abweichung der Werte.

Die Tabellen 5.25 und 5.26 beinhalten die jeweiligen Steigungswerte für die B_{10} und B_{50} -Linien. Auffällig ist, dass die Mittelwerte der Geradensteigung hin zu größeren Ausfallwahrscheinlichkeiten kleiner werden, was wiederum bedeutet, dass die Geraden im Diagramm steiler dargestellt werden. Zudem werden die *k*-Werte hin zu steigenden Aussagesicherheiten tendenziell größer, so dass im Vertrauensintervall hin zu höheren Belastungen oftmals entsprechend breitere Intervallbereiche zu verzeichnen sind. Die gute Übereinstimmung der Steigungswerte für den moderaten Stichproben-umfang lässt auf einen reproduzierbaren Versuchsbetrieb schließen. Lediglich im Bereich der 30%igen Drehmomentschwingungsüberlagerung sind deutlichere Unterschiede zu verbuchen.



Bild 5.33: B₁₀-Wöhlerkurve und B₁₀-Lebensdauerlinien mit Vertrauensintervall (90%)

Tabelle 5.25: Geradensteigung k und Korrelationsfaktor K der B ₁₀ -Wöhler- und Le-
bensdauerlinien mit Vertrauensbereich und Mittelwertbildung

Lebensdauer	B ₁₀ - A	P _A =5%	B ₁₀ - Median		<i>B</i> ₁₀ - <i>P</i> _A =95%	
Parameter	k	K [%]	k	K [%]	k	K [%]
0% ETPS	9,41	99,94	9,68	99,96	9,63	99,99
10% ETPS	8,62	99,99	8,62	99,74	8,64	99,33
20% ETPS	8,59	99,99	8,55	99,27	8,80	97,30
30% ETPS	6,90	99,94	7,80	99,66	8,99	98,38
Mittelwert	8,38	99,97	8,66	99,66	9,02	98,75

Zusätzlich sind in den Tabellen 5.24, 5.25 und 5.26 die jeweiligen Korrelationswerte *K* der einzelnen Wöhler- und Lebensdauerlinien angegeben. Hier ist die sehr gute Übereinstimmung der Versuchswerte durchgängig über 95% hervorzuheben, wobei die Mehrzahl der Versuchspunkte sogar mit einem deutlich höheren Wert korrelieren.

Bild 5.32 zeigt die erreichten Lebensdauerfaktoren mit überlagerten Drehmomentschwingungen in Bezug zur Grundbelastung ohne ETPS für eine B_1 -Lebensdauer (Medianwerte). Analog hierzu liefern die Bilder 5.34 und 5.36 die entsprechenden Diagramme für die B_{10} - und B_{50} -Lebensdauern (alles Medianwerte).



Bild 5.34: Erreichte Lebensdauerfaktoren mit überlagerten Drehschwingungen in Bezug zur Grundbelastung ohne ETPS für eine B₁₀-Lebensdauer (Medianwerte)



Bild 5.35: B₅₀-Wöhlerkurve und B₅₀-Lebensdauerlinien mit Vertrauensintervall (90%)

Tabelle 5.26: Geradensteigung k und Korrelationsfaktor K der B50-Wöhler- und Le-
bensdauerlinien mit Vertrauensbereich und Mittelwertbildung

Lebensdauer	B ₅₀ - P _A =5%		B ₅₀ - Median		<i>B₅₀ - P_A</i> =95%	
Parameter	k	K [%]	k	K [%]	k	K [%]
0% ETPS	8,15	99,99	8,81	99,98	9,40	99,95
10% ETPS	8,80	98,37	8,69	99,46	8,64	99,99
20% ETPS	9,71	98,89	9,12	99,46	8,74	99,98
30% ETPS	6,39	97,40	6,37	98,78	6,81	99,91
Mittelwert	8,26	98,66	8,25	99,42	8,40	99,96



Bild 5.36: Erreichte Lebensdauerfaktoren mit überlagerten Drehschwingungen in Bezug zur Grundbelastung ohne ETPS für eine B₅₀-Lebensdauer (Medianwerte)

In den Diagrammen ist auch zu erkennen, dass die Kurven tendenziell hin zu größeren Momenten eine leichte positive Steigung aufweisen. Dies bedeutet, dass die Gewichtung der Drehmomentschwingungsüberlagerung hin zu größeren Momenten einen geringeren Einfluss auf die Lebensdauer hat. Die Parallelität der Kurven bedeutet einen gleichbleibenden Lebensdauerfaktor. Praktisch gesehen bildet der Mittelwert einer Kurve einen statistischen Vergleichswert. Abweichungen dieser Vergleichswerte zu Kapitel 5.4.4 sind als Folge der durchgeführten Regressionsanalyse möglich.

6 Integration der Drehungleichförmigkeit in die Zahnradberechnung

In Kapitel 5.4 wurde im Versuch nachgewiesen, dass die überlagerten Drehmomentschwingungen einen erheblicher Einfluss auf die Lebensdauer hinsichtlich der Schadensart Zahnbruch haben. Die Übertragung dieser experimentellen Ergebnisse auf eine allgemeingültige und anerkannte Methodik in der Zahnradauslegung wäre für die Entwicklung von Fahrzeuggetrieben ein großer Fortschritt.

Bis heute stellt in der Verzahnungsauslegung bei Getrieben die Norm DIN 3990 das zentrale Element dar. Hinter der Berechnung nach DIN 3990 steckt ein theoretischer Modellansatz, der mittels unzähliger Versuchsdaten verifiziert wurde. Das anerkannte Berechnungsverfahren steht für die Getriebeentwicklung in kommerziellen oder eigens programmierten Berechnungsprogrammen zur Verfügung.

Deshalb ist das angestrebte Ziel dieser Arbeit, den im Versuch nachgewiesenen Lebensdauereinfluss mittels eines geeigneten Faktors in der Zahnradberechnung nach DIN 3990 zu verankern. Ausgehend von diesem Modellansatz soll ein mit Drehmomentschwingungen beaufschlagtes synthetisches Lastkollektiv erzeugt und über die Methodik der Schadensakkumulationshypothese gegen die nach Norm definierten Lebensdauerlinien gerechnet werden. Darin soll der nach dem theoretischen Modell erzeugte Lebensdauereinfluss durch überlagerte Drehmomentschwingungen visualisiert werden. Ein direkter Vergleich der theoretischen Ergebnisse mit den im Versuch verifizierten Einflussfaktoren soll die Übertragbarkeit der Ergebnisse bestätigen.

6.1 Grundlagen der Verzahnungsauslegung

Die Verzahnungsauslegung in Getrieben erfolgt im Wesentlichen entsprechend der Norm DIN 3990. Alternative Verfahren wie beispielsweise die Berechnung nach dem internationalen Standard der ISO6336, vgl. [ISO6336], werden in einigen Ländern und Anwendungsgebieten angewandt. Der Unterschied zwischen beiden Normen ist je nach Anwendungsfall meist marginal, [KisO1]. Bei den Fahrzeuggetrieben wird in Deutschland die DIN 3990 eingesetzt, weshalb die DIN 3990 auch im Rahmen dieser Arbeit verwendet wird.

Aufgrund des umfangreichen Inhalts als auch durch die gesonderten Vorgaben bei spezifisch unterteilten Einsatzbereichen ist die Norm in mehrere Teilnormen untergliedert. Die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten wesentlichen Teilnormen sind nachfolgend aufgeführt:

- DIN 3990 Teil 1: Einführung und allgemeine Faktoren [DIN 3990-1]
- DIN 3990 Teil 3: Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit [DIN3990-3]

- DIN 3990 Teil 5: Dauerfestigkeit und Werkstoffqualitäten [DIN3990-5]
- o DIN 3990 Teil 6: Betriebsfestigkeitsrechnung [DIN3990-6]
- DIN 3990 Teil 41: Anwendungsnorm für Fahrzeuggetriebe [DIN3990-41]

Je nach Anwendungsfall kann die Berechnung im Detail komplex werden, da die Berechnung der Zahnräder auf einer Vielzahl von Einflussfaktoren beruht. In der Norm sind unterschiedliche Methoden zur Bestimmung dieser Einflussfaktoren angegeben, um den Anforderungen unterschiedlichster Anwendungsgebiete gerecht zu werden. Je nach Einsatzgebiet dürfen Verzahnungen mehr, weniger oder sogar nur minimalen Verschleiß aufzeigen. In sicherheitskritischen Fällen benötigt man Zahnräder von höchster Betriebssicherheit und Lebensdauer, wie diese beispielsweise bei Pumpenantrieben in Kernkraftwerken zum Einsatz kommen. Die Bestimmung der einzelnen Einflussfaktoren der Zahnradberechnung wird daher in folgende Methoden unterteilt:

- Methode A: Hierbei handelt es sich um eine experimentelle Methode. Alle Einflussfaktoren müssen durch Versuche und Messungen bestimmt werden. Diese Methode wird eher selten angewandt, da oftmals im Vergleich zu den anderen Methoden die betreffenden Zusammenhänge noch nicht ausreichend erforscht sind oder eine Messung aufgrund ungeeigneter Messeinrichtungen nicht zur Verfügung steht.
- Methode B: Die Bestimmung der Einflussfaktoren erfolgt unter bestimmten Annahmen und Vereinfachungen. In den meisten Anwendungsfällen ist diese Methode hinreichend genau. Es muss jedoch immer geprüft werden, ob die Annahmen für die vorliegenden Verhältnisse zutreffen. Diese Methode ist trotz der getroffenen Vereinfachungen noch sehr genau.
- Methode C: Bei dieser Methode werden zur Bestimmung der Einflussfaktoren vereinfachte Näherungsgleichungen verwendet. Wiederum ist zu prüfen, ob diese Annahmen für den Anwendungsfall zutreffend sind.
- Methode D und E: Hierbei werden f
 ür bestimmte Anwendungsgebiete Sonderverfahren zur Bestimmung der Einflussfaktoren eingesetzt, die nur unter eingeschränkten Voraussetzungen anwendbar sind.

Eindeutig zu erkennen ist, dass die Genauigkeit der Methoden in alphabetischer Reihenfolge abnimmt. Abhängig vom jeweiligen Anwendungsfall muss eine dieser Methoden gewählt werden. Es muss immer ein Kompromiss von erforderlicher Genauigkeit und vertretbarem Rechenaufwand getroffen werden.

Bei der Auslegung von Fahrzeuggetrieben hat innerhalb industrieller Anwendungen die DIN 3990 Teil 41 [DIN3990-41] einen besonderen Stellenwert. Diese Anwendungsnorm basiert auf den Grundregeln nach DIN 3990 Teil 1 bis 3. Die Berechnung ist speziell auf Fahrzeuggetriebe abgestimmt und es werden spezifische Vereinfachungen für diesen Anwendungsfall getroffen. Die Verzahnungsauslegung nach Me-
thode B ist heutzutage für serienübliche Bauteile die standardisierte Vorgehensweise, weshalb diese auch in dieser Arbeit zur Anwendung gekommen ist. Da im Rahmen dieses Vorhabens die Schadensart Zahnbruch untersucht wurde, wird nachfolgend auf die Berechnungsgrundlagen der Schadensart Zahnbruch nach DIN 3990 Teil 41 (Methode B) eingegangen.

6.1.1 Berechnung der Zahnfußspannung nach DIN 3990 Teil 41 (Methode B)

Zur Untersuchung der Schadensart Zahnbruch muss die Zahnfußtragfähigkeit bestimmt werden. Sie basiert auf der maximal auftretenden örtlichen Zahnfußspannung, welche aus der resultierenden Zahnkraft entlang der Eingriffslinie am Kopf bzw. am äußeren Zahneingriffspunkt über den Biegehebelarm $h_{\rm Fa}$ (bzw. $h_{\rm Fe}$) entsteht, siehe Bild 5.2. Die Zahnkräfte verursachen neben der maßgeblichen Biegebeanspruchung auch Druck- und Schubspannungen im Zahnfußbereich. Untersuchungen haben jedoch gezeigt, dass die Biegespannung die maßgebliche Beanspruchung für die Berechnung ist (Biegespannung entspricht der Vergleichsspannung). Diese muss sowohl für das Rad als auch für das Ritzel einzeln bestimmt werden und berechnet sich mit den entsprechenden Einzelfaktoren zu:

$$\sigma_F = \frac{F_t}{b \cdot m_n} \cdot Y_F \cdot Y_S \cdot Y_\beta \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha}$$
(6.1)

Die Variablen aus Gl. (6.1) haben folgende Bedeutung:

*F*t Nennumfangskraft am Teilkreis,

Die Zahnfußspannung ist direkt proportional zur Nenn-Umfangskraft $\mathrm{F}_{\mathrm{t}}.$ Sie berechnet sich aus dem Nenn-Moment T und Teilkreisdurchmesser d zu:

$$F_t = \frac{2 \cdot T}{d} \tag{6.2}$$

Alternativ zur Nennbelastung kann auch die maximale Umfangslast aus Messdaten angenommen werden. Das Ergebnis dieser Betrachtung ist eine Auslegung mit hohen Sicherheitsreserven bzw. dient dies zur Überprüfung der statischen Festigkeitswerte.

Eine weitere Variante in der Zahnradauslegung ist die Ermittlung der äquivalenten Umfangskraft. Die Berechnung der äquivalenten Umfangskraft erfolgt aus einem Drehmomentkollektiv, die mit Hilfe der Schadensakkumulationshypothese ermittelt wird. Die Schädigungssumme in Bezug auf die Dauerfestigkeit ist damit identisch zum repräsentativen Lastkollektiv. Die entsprechende Berechnung über das äquivalente Drehmoment erfolgt nach [DIN3990-6] nach Gleichung 6.3:

$$T_{eq} = \left(\frac{n_1 \cdot T_1^k + n_2 \cdot T_2^k + \cdots}{N_{eq}}\right)^{\frac{1}{k}}$$
(6.3)

b Zahnbreite in mm,

*m*_n Normalmodul in mm,

*Y*_F Formfaktor nach DIN 3990, Teil 41, Seite 12,

Der Formfaktor berücksichtigt den Einfluss der Zahnform auf die Biegenennspannung beim Kraftangriff im äußeren Eingriffspunkt. Die Bestimmung muss getrennt für Ritzel und Rad erfolgen. Bei schrägverzahnten Rädern wird der Formfaktor für ein Ersatzrad mit Geradverzahnung bestimmt.

*Y*_s Spannungskorrekturfaktor (Kerbformzahl) DIN 3990, Teil 41, Seite 13,

Der Spannungskorrekturfaktor dient zur Umrechnung der Biegenennspannung in die örtliche Zahnfußspannung aufgrund der vorherrschenden Kerbwirkung.

*Y*_β Schrägungsfaktor nach DIN 3990, Teil 41, Seite 13,

Dieser Faktor berücksichtigt in der Zahnfußbeanspruchung den Unterschied zwischen der Schrägverzahnung und der zunächst für die Berechnung zugrunde gelegten Ersatz-Geradverzahnung im Normalschnitt.

K_A Anwendungsfaktor,

Der Anwendungsfaktor K_A berücksichtigt alle Kräfte, die über die Nenn-Umfangskraft hinaus von außen in das Getriebe eingeleitet werden. Diese Kräfte hängen von der Charakteristik der treibenden und getriebenen Maschine und den Betriebsbedingungen ab. In DIN 3990 werden Anhaltswerte für den Anwendungsfaktor vorgeschlagen.

K_v Dynamikfaktor nach DIN 3990, Teil 41, Seite 7–8,

Der Dynamikfaktor berücksichtigt die Auswirkung von inneren dynamischen Kräften, die durch Schwingungen zwischen Ritzel und Rad hervorgerufen werden. Dabei wird zwischen unter- und überkritischen Schwingungszuständen unterschieden.

*K*_{Fβ} Breitenfaktor nach DIN 3990, Teil 41, Seite 9,

Der Breitenfaktor berücksichtigt die Auswirkung ungleichmäßiger Lastverteilung über die gesamte Zahnbreite. Es muss hierbei beachtet werden, dass dieser Ansatz von einer angemessenen Flankenlinien – Winkelkorrektur und einer definierten Breitenballigkeit ausgeht. Die im Betrieb auftretenden Verformungen werden aufgrund der sich einstellenden Lastverteilungen ausgeglichen.

$K_{F\alpha}$ Stirnfaktor nach DIN 3990, Teil 41, Seite 9.

Der Stirnfaktor berücksichtigt die ungleichmäßige Kraftaufteilung auf mehrere gleichzeitig im Eingriff befindliche Zahnradpaare (Berücksichtigung der Verzahnungsgenauigkeit).

Um die örtlich auftretende Zahnfußspannung bewerten zu können, bedarf es der Kenntnis über die maximal zulässige Zahnfußspannung. Die zulässige Zahnfußspannung σ_{FP} bestimmt sich nach DIN 3990, Teil 41 zu:

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{FE}}{S_{Fmin}} \cdot Y_{\delta relT} \cdot Y_{RrelT} = \frac{\sigma_{FG}}{S_{Fmin}}$$
(6.4)

Hierbei bedeuten die einzelnen Parameter:

σ_{FE} Zahnfußgrundfestigkeit nach DIN 3990, Teil 5, Seite 4–10,

Die Zahnfußgrundfestigkeit ist die Biege-Nenn-Schwellfestigkeit einer ungekerbten Probe des Zahnradwerkstoffes unter der Annahme voller Elastizität.

S_{Fmin} Sicherheitsfaktor für Zahnfußbeanspruchung nach DIN 3990, Teil 41, Seite 2.

$Y_{\delta,relT}$ Relative Stützziffer nach DIN 3990, Teil 41, Seite 14,

Die relative Stützziffer $Y_{\delta relT}$ berücksichtigt die Kerbempfindlichkeit des Werkstoffs und dessen spezifische Modifikation (Bsp. Wärmebehandlung).

Y_{RrelT} Relativer Oberflächenfaktor nach DIN 3990, Teil 41, Seite 14.

Der relative Oberflächenfaktor Y_{RrelT} bewertet die Abhängigkeit der Zahnfußspannung von der Oberflächenbeschaffenheit im Zahngrund.

σ_{FG} Zahnfußgrenzfestigkeit nach DIN 3990, Teil 41, Seite 11.



Bild 6.1: Lebensdauerlinie zur Bestimmung der zulässigen Zahnfußspannung für den Werkstoff 20MnCr5 für 1% und 10% Ausfallwahrscheinlichkeit [DIN3990T41]

Der Quotient aus der zulässigen Zahnfußspannung σ_{FP} und tatsächlicher Zahnfußspannung σ_F bildet den rechnerischen Sicherheitsfaktor S_F , der wiederum dem definierten Sollwert der Mindestsicherheit im Wertebereich überlegen sein muss. Die Lebensdauerlinie zur Bestimmung der zulässigen Zahnfußspannung ist in Bild 6.1 dargestellt. Diese ist für den einsatzgehärteten Werkstoff 20MnCr5 für die jeweilige Ausfallwahrscheinlichkeit von 1% und 10% gültig.

$$S_F = \frac{\sigma_{FP} \cdot S_{Fmin}}{\sigma_F} = \frac{\sigma_{FG}}{\sigma_F} \ge S_{Fmin}$$
(6.5)

6.1.2 Ergebnisse der Zahnradberechnung nach DIN 3990 für die Prüfverzahnung

Die Prüfverzahnung wurde anhand DIN 3990 Teil 41 Methode B nachgerechnet. Eine Auswahl maßgeblicher Berechnungsergebnisse ist in Tabelle 6.1 angegeben. Die berechneten Faktoren gelten jeweils für die Ritzelverzahnung im Getriebe. Auf die Werteangabe des Gegenrades wurde verzichtet, da das Ritzel das höher beanspruchte Zahnrad der Prüfverzahnung ist (= Prüfrad der Untersuchung). Die ermittelten Stützziffern als auch die Oberflächenfaktoren wirken sich auf die Lage der in Bild 6.1. dargestellten Lebensdauerlinien aus. Die in der Norm angegebene Zahnfußgrundfestigkeit für eine definierte statistische Lebensdauer wird mit einem Sicherheitsfaktor beaufschlagt. Dadurch kann erst die Angabe der zulässigen Zahnfußspannung erfolgen, nachdem der Sicherheitsfaktor integriert wurde. Die Auslegung der Sicherheitsfaktoren wirk definiert. Üblicherweise wird für die Auslegung von Fahrzeuggetrieben ein Wertebereich von 1, 1 - 1, 4 angenommen.

Parameter	Formelzeichen	Wert und Einheit
Effektive Zahnfußspannung bei 500 Nm	$\sigma_{ extsf{F}}$	974,63 N/mm ²
Anwendungsfaktor Zahnfußfestigkeit	K _A	1,000
Dynamikfaktor	Κv	1,029
Relative Stützziffer (statische Festigkeit)	$Y_{\delta relT}$	1,040
Relative Stützziffer (dynamische Festigkeit)	$Y_{\delta relT}$	0,997
Rel. Oberflächenfaktor (statische Festigkeit)	Y _{RrelT}	1,000
Rel. Oberflächenfaktor (dyn. Festigkeit)	Y _{RrelT}	1,053

Tabelle 6.1: Berechnungsergebnisse der Prüfverzahnung nach DIN 3990 Teil 41

6.2 Übertragung der Drehungleichförmigkeiten in die Berechnung

Per Definition nach DIN 3990 [DIN3990-1] berücksichtigt der Anwendungsfaktor K_A alle entstehenden zusätzlichen Kräfte im Zahneingriff, welche über die Nenn-Umfangskraft hinaus von außen in das Getriebe eingeleitet werden. Diese beschriebenen "äußeren Kräfte" hängen maßgeblich von der Charakteristik der treibenden und getriebenen Maschine als auch von den Betriebsbedingungen ab. Innermotorische Vorgänge im Verbrennungsmotor erzeugen exakt diese beschriebene zusätzliche Überlast, welche in der theoretischen Betrachtung mit Hilfe des Anwendungsfaktors berücksichtigt werden können.

Der Anwendungsfaktor wurde in der Vergangenheit oft verwendet, um die direkte Berechnung mit Lastkollektiven zu umgehen. Der Einfluss des Kollektives konnte mit Hilfe des Anwendungsfaktors berücksichtigt werden. Dadurch wurde der Rechenaufwand im Vergleich zur Lebensdauerbestimmung mit Lastkollektiven verringert. Heute stehen durch die Verwendung von rechnergestützten Berechnungsprogrammen bessere Möglichkeiten zur Betriebsfestigkeitsberechnung zur Verfügung. Auch hinsichtlich des heutigen Standes der Messtechnik, lassen sich lange Wegstrecken mit moderaten Abtastraten und die damit verbunden hohen Datenmengen problemlos aufzeichnen. Statt mit dem Anwendungsfaktor zu rechnen, kann eine direkte Lastkollektivrechnung mit vertretbarem Rechenaufwand durchgeführt werden. Dadurch wird der Anwendungsfaktor in diesem Fall zu 1,0 gesetzt und geht nicht mehr direkt in die Berechnung der rechnerischen Beanspruchung mit ein. In Bild 6.2 sind beide Vorgehensweisen prinzipiell dargestellt:



Früher: Verwendung des KA Faktors um Lastkollektive zu umgehen



Heute: Drehmomentverlauf bereits in Lastkollektivrechnung berücksichtigt

Bild 6.2: Vergleich Anwendung K_A-Faktor

Nachdem der Anwendungsfaktor nicht mehr zur Beschreibung der Lastkollektive verwendet wurde, konnte man diesen für die ungleichförmigen und hochdynamischen Belastungsarten der Maschinen wieder einsetzen. In [DIN3990-41] ist spezifisch für Fahrzeuggetriebe eine Tabelle mit Anwendungsfaktoren angegeben. Darin wird jedoch nicht unterschieden, in welcher Höhe die Drehmomentschwingungsamplituden der Verbrennungsmotoren vorliegen. Ebenfalls ist die Zylinderanzahl nicht angegeben, so dass auf einen unabhängigen Ungleichförmigkeitsgrad hinsichtlich der Motorbauart geschlossen werden muss. Nachdem sich die Art der Ungleichförmigkeiten von Verbrennungsmotoren in letzter Zeit stark verändert bzw. verstärkt haben, bedarf es einer erneuten Ermittlung der Anwendungsfaktoren. In der Norm wird lediglich über die Ganganzahl der Getriebe und damit über den jeweiligen Ganganteil der einzelnen Gänge differenziert. Die Angaben der Anwendungsfaktoren für Vier- und Fünfganggetriebe entsprechen jedoch bei weitem nicht mehr dem aktuellen Stand der entwickelten Fahrzeuggetriebe.

Hochdynamische Lastkollektivmessungen am Zahnfuß sind aufgrund des Aufwands nur bedingt möglich. Drehzahlschwankungen lassen sich deutlich einfacher aufzeichnen. Die für die Lebensdauer relevanten Drehmomentschwankungen können aus dem Drehzahlkollektiv nur mittels eines Mehrkörpermodells ermittelt werden. Die dadurch unvermeidliche Unschärfe ist meist für die Lebensdauerberechnung von Zahnrädern zu groß. Dadurch ist dieser Ansatz vielfach unbrauchbar, dient lediglich für relative Vergleichsmessungen und weniger für eine absolute Bestimmung der Zahnfußbeanspruchung. Die äquivalente Belastung aus dem Lastkollektiv muss demzufolge mit einem gesonderten Zuschlagsfaktor (=Anwendungsfaktor) kombiniert werden.

Der Anwendungsfaktor bietet also die ideale Voraussetzung, um eine Integration der vom Verbrennungsmotor erzeugten Drehmomentschwingungen in die Zahnradberechnung zu realisieren. Andere Faktoren der Berechnungsnorm sind per Definition nicht dazu geeignet. Die Einführung eines neuen zu definierenden Faktors ist aufgrund des schon bestehenden Anwendungsfaktors nicht sinnvoll.

Der Anwendungsfaktor ist abhängig von mehreren Berechnungsfaktoren, vgl. Kap. 6.1.1. Somit gelten für die Berechnung nach DIN 3990 folgende Zusammenhänge:

$$K_{V}$$
; $K_{F\beta}$; $K_{F\alpha} = f(K_{A})$

Die im Rahmen dieser Untersuchung vorgestellten Ergebnisse betrachten jeweils den Gesamteinfluss des Anwendungsfaktors auf die Lebensdauer der Komponenten. Der Einfluss des Anwendungsfaktors auf die weiteren Faktoren ist darin enthalten. Bei der Verwendung des Anwendungsfaktors an sich, müssen ggf. die jeweiligen Abhängigkeiten korrigiert werden, vgl. Bild 6.3. Der Einfluss des Anwendungsfaktors auf die übrigen Faktoren ist jedoch marginal und kann bei kleinen Werten um den Wert eins meist vernachlässigt werden. Am Beispiel der Prüfverzahnung erkennt man in Bild 6.3, dass die Abweichung des Anwendungsfaktors weniger als 1% ist, so dass vielfach dieser Effekt für diese Auswertung vernachlässigbar klein ist.



Bild 6.3: Darstellung der prozentualen Abweichung von $K_{Ges} = K_A \cdot K_V \cdot K_{FB} \cdot K_{F\alpha}$ zur Referenz $K_{Ges} = f(K_A = 1)$ am Beispiel der Prüfverzahnung

6.3 Ermittlung der Anwendungsfaktoren aus Versuchsergebnissen

In Kapitel 5.4.5 wurden die Wöhler- und Lebensdauerlinien aus den statistisch ausgewerteten Versuchsergebnissen dargestellt. Im Folgenden soll nun der im Versuch nachgewiesene Einfluss der Drehmomentungleichförmigkeiten auf den Anwendungsfaktor K_A übertragen werden. Ohne die Verwendung eines speziellen Faktors, müsste jede auftretende Belastung an einer entsprechenden Lebensdauerlinie mit zugehörigen Drehmomentschwingungsamplituden verrechnet werden. Dies wäre für eine Schädigungsrechnung sehr aufwändig bzw. es wäre dies nur mittels der linearen Interpolation der Versuchsergebnisse möglich. Anstatt unterschiedliche Lebensdauerlinien zu verwenden, soll zukünftig ein Lastkollektiv gegen die Wöhlerlinie gerechnet und der Einfluss der Drehmomentungleichförmigkeiten durch spezifische Anwendungsfaktoren berücksichtigt werden. Die Anwendungsfaktoren bewirken somit im Rahmen der Schadensakkumulationsrechnung eine Verringerung der berechneten Lebensdauer. Formuliert man diesen Effekt hinsichtlich gleichbleibender Lebensdauern im Wöhler- oder Lebensdauerdiagramm, so bewirkt der Anwendungsfaktor als Einflussgröße der Drehmomentungleichförmigkeiten eine Erhöhung der äquivalenten Belastung bei identischen ertragbaren Lastwechselzahlen.

Die Vorgehensweise zur Bestimmung der im Versuch ermittelten Anwendungsfaktoren ist in Bild 6.4 schematisch dargestellt. Darin ist beispielsweise eine Lebensdauerkurve mit Drehmomentschwingungsamplituden von 10% (bezogen auf das Nennmoment) im Vergleich zur Wöhlerlinie dargestellt. Ermittelt man auf der Lebensdauerlinie für eine Laststufe von beispielsweise 500Nm die ertragbare Lastwechselzahl, so lässt sich die ertragbare Last bei identischer Lebensdauer auf der Wöhlerkurve ablesen. Die ertragbare Last auf der Wöhlerkurve entspricht dem Produkt aus dem Anwendungsfaktor und der gewählten Referenzlaststufe. Setzt man nun die ermittelten Belastungshöhen bei gleichbleibender Lebensdauer ins Verhältnis zueinander, so erhält man den im Versuch ermittelten Anwendungsfaktor.



identische Lebensdauer

Bild 6.4: Vorgehen zur Bestimmung des K_A-Faktors

Je nach Lage der Lebensdauerlinien und der Wöhlerlinie zueinander, streuen die Anwendungsfaktoren über der Belastungshöhe. Eine Tendenz zu marginal kleineren Anwendungsfaktoren hin zu höheren Belastungen sind in den Tabellen 6.2, 6.3 und 6.4 zu erkennen. Der arithmetische Mittelwert des Anwendungsfaktors ist im untersuchten Nennmomentbereich als geeignet anzusehen. Dies ist aufgrund der eng beieinander liegenden Belastungsniveaus auf dem Prüfstand nicht anders zu erwarten, da nur ein Teil des Zeitfestigkeitsgebietes abgedeckt wird. In den Tabellen 6.2, 6.3 und 6.4 sind die ermittelten Anwendungsfaktoren der Versuchsergebnisse für eine Ausfallwahrscheinlichkeit von 1%, 10% und 50% dargestellt.

K_{A} -Faktoren für Auswertung W3P, B_{1} -Lebensdauer (Medianwerte), experimentell			
	10% ETPS	20% ETPS	30% ETPS
470 Nm	1,027	1,064	1,109
500 Nm	1,021	1,059	1,108
530 Nm	1,015	1,055	1,106
Mittelwert	1,021	1,059	1,108

Tabelle 6.2: Anwendungsfaktoren für Versuchsergebnisse der B₁-Lebensdauerwerte

K_{A} -Faktoren für Auswertung W3P, B_{10} -Lebensdauer (Medianwerte), experimentell				
	10% ETPS 20% ETPS 30% ETPS			
470 Nm	1,040	1,073	1,126	
500 Nm	1,033	1,065	1,113	
530 Nm	1,026	1,058	1,100	
Mittelwert	1,033	1,065	1,113	

Tabelle 6.3: Anwendungsfaktoren für Versuchsergebnisse der B₁₀-Lebensdauerwerte

Tabelle 6.4: Anwendungsfaktoren für Versuchsergebnisse der B₅₀-Lebensdauerwerte

K_{A} -Faktoren für Auswertung W3P, B_{50} -Lebensdauer (Medianwerte), experimentell			
	10% ETPS	20% ETPS	30% ETPS
470 Nm	1,065	1,098	1,173
500 Nm	1,064	1,100	1,153
530 Nm	1,063	1,102	1,135
Mittelwert	1,064	1,100	1,154



Bild 6.5: Verlauf der Anwendungsfaktoren für die B₁-Versuchswerte (Median mit VB)

Die einzelnen Werte wie auch die berechneten Mittelwerte bestätigen, dass die Anwendungsfaktoren hin zu steigenden Drehmomentschwingungsamplituden wie auch hin zu größeren Ausfallwahrscheinlichkeiten ansteigen. In den Bildern 6.5, 6.6 und 6.7 sind die Verläufe der Anwendungsfaktoren für unterschiedliche Ausfallwahrscheinlichkeiten aufgezeigt. Zusätzlich wurden zu den Mediankurven auch die Grafen im Vertrauensbereich mittels gestrichelter Darstellung visualisiert (5% und 95% Kurven).



Bild 6.6: Verlauf der Anwendungsfaktoren für die B₁₀-Versuchswerte (Median mit VB)



Bild 6.7: Verlauf der Anwendungsfaktoren für die B₅₀-Versuchswerte (Median mit VB)

Auffällig ist auch, dass die Vertrauensbereiche hin zu höheren Ausfallwahrscheinlichkeiten deutlich größer werden. Dies ist durch die Auswertung nach der 3parametrischen Weibullverteilung nach Kapitel 5.4 bedingt, wodurch die Vertrauensbereiche durch die konstant definierte ausfallfreie Zeit im Bereich kleiner Ausfallwahrscheinlichkeiten verhältnismäßig eng werden.

Schön zu erkennen sind die annähernd parallelen Verläufe der Kurven mit Drehmomentschwingungsamplituden von 10% und 20%. Lediglich die 30%-Linien weichen von dieser Parallelität ab. Diese Abweichungen liegen jedoch immer im Bereich üblicher Streuwerte und sind durch die relativ hohen Laststufen mit Drehmomentungleichförmigkeiten (Spitzenlast mit abweichenden Streuungsbändern) zu begründen.

Der Zusammenhang zwischen Anwendungsfaktor und erreichter Lebensdauer ist aus Kapitel 5.4.4 zu entnehmen.

6.4 Lebensdauereinfluss synthetisch erzeugter Drehschwingungen

In Kapitel 6.3 wurde der Einfluss der Drehmomentungleichförmigkeiten für die experimentellen Versuchsergebnisse anhand der Anwendungsfaktoren dargestellt. Im folgenden Abschnitt soll die Bestimmung des Drehmomentungleichförmigkeitseinflusses rein theoretisch erfolgen. Dabei werden synthetische Drehmomentschwingungsverläufe erzeugt und mittels der linearen Schadensakkumulationshypothese der theoretische Ausfall berechnet. Die theoretisch ermittelten Anwendungsfaktoren sollten in der Gegenüberstellung zu den experimentellen Anwendungsfaktoren vergleichbare Werte liefern. Die detaillierte Vorgehensweise als auch die bestätigten Ergebnisse werden im Folgenden näher beschrieben.

6.4.1 Synthetisch erzeugte Drehschwingungen

Um den Einfluss der Drehmomentungleichförmigkeiten zu berücksichtigen, muss der gewünschte Drehmomentverlauf hochauflösend simuliert werden. Analog zur Prüfstandserprobung, vgl. Kapitel 3.4.2, werden die Drehmomentungleichförmigkeiten eines Vierzylinder-Verbrennungsmotors durch definierte Sinus-Schwingungen angenähert. Die Schwingfrequenz wird dominiert von der 2. Motorordnung, vgl. Kapitel 3.4.1. Weitere Motorordnungen wie beispielsweise die vierte Ordnung werden vernachlässigt. Der zeitliche Momentenverlauf lässt sich dann wie folgt beschreiben:

$$M(t) = M_{mittel} + M_a \cdot \sin(2\pi t \cdot \frac{Z}{2} \cdot \frac{n_{Mot}}{60})$$
(6.6)

Dem mittleren Moment M_{mittel} wird eine sinusförmige Schwingung mit der Amplitude M_{a} überlagert. Die Frequenz ergibt sich als Vielfaches aus der Motordrehzahl und Zylinderhalbierenden. In Bild 6.8 ist ein synthetischer Drehmomentverlauf mit Drehmomentschwingungsüberlagerung schematisch dargestellt.



Bild 6.8: Idealisierter Drehmomentverlauf mit Drehschwingungsüberlagerung

Überträgt man die überlagerte Sinus-Schwingung der 2. Antriebswellenordnung auf die Belastung pro Wellenumdrehung der einzelnen Zähne, so ergibt sich für die Zahnbelastung ein schwellender Verlauf mit unterschiedlichen Maximallasten, vgl. Bild 6.9.



Bild 6.9: Beispielhafte schwellende Zahnbelastung über dem Momentenverlauf

Da im Prüfbetrieb die Sinus-Funktion der Drehmomentschwingungsamplituden mit der Drehzahl eine Schwebung erzeugen, vgl. Kapitel 4.3, wird folgende Annahme getroffen: Die Belastung der Einzelzähne am Prüfrad ist für eine große Anzahl von Wellenumdrehungen identisch. Jeder Zahn erfährt mit derselben Wahrscheinlichkeit die gleiche Belastung durch die sinusförmigen Drehmomentschwingungsamplituden. Der im Eingriff eines Zahnradpaares veränderliche Biegehebelarm wird als normalverteilter Einflussparameter gewertet. Abweichungen werden aus Gründen der untergeordneten Beeinflussung im Rechenmodell nach DIN 3990 vernachlässigt.

6.4.2 Lastkollektivermittlung über Häufigkeitsverteilung

Der synthetisch generierte hochdynamische Drehmomentverlauf aus Kapitel 6.4.1 muss mittels einer zeitdiskreten Klassierung in ein Lastkollektiv überführt werden, um die einheitliche Belastung der einzelnen Zähne beschreiben zu können. Häufig angewendete Klassiermethoden im niederfrequenten Bereich können für diese Anwendung nicht verwendet werden, da diese meist innerhalb einer Wellenumdrehung nur einen Lastpunkt erfassen. Für diesen Belastungswert gilt damit ein Lastspiel pro Umdrehung für jeden Zahn des betrachteten Zahnrads. Dies ist bei der expliziten Betrachtung der Drehmomentschwingungen zu ungenau bzw. die Drehmomentschwingungen können damit nicht realitätsgetreu erfasst werden. Abhilfe kann nur mittels einer hochauflösenden Klassierungsmethode im Zeitbereich geschaffen werden. Die zeitdiskrete Klassierung des Momentenverlaufs mit überlagerten Drehmomentschwingungen erfolgt anhand der Häufigkeitsverteilung des Momentenverlaufs, vgl. Bild 6.10.



Bild 6.10: Zeitdiskrete Klassierung des Momentenverlaufs mit Häufigkeitsverteilung

Die aus dem Drehmomentverlauf abgeleitete Häufigkeitsverteilung ist die Grundlage der hier angewendeten Methodik. Die Häufigkeit *H* wird beschrieben durch ein bestimmtes Lastniveau, der bestimmten Simulationszeit und einer gewählten Abtastzeit Δt . Die Berechnung der Lebensdauer erfolgt gewöhnlich in Lastwechseln. Daher muss die zeitliche Häufigkeitsverteilung in äquivalente Lastwechsel nach Gl. 6.7 umgerechnet werden.

$$L_w = \frac{H}{\frac{60s}{\Delta t \cdot n_{Mot}}}$$
(6.7)



Bild 6.11: Häufigkeitsverteilung der Sinusschwingung für 500 Nm mit 30% ETPS



Bild 6.12: Lastkollektiv zur Bestimmung der Lebensdauer durch Extrapolation

Da die Drehzahl im Prüfbetrieb konstant ist besteht ein linearer Zusammenhang zwischen der zeitlichen Verweildauer und der Verweildauer in Lastwechseln. Ausgehend von dieser Häufigkeitsverteilung kann das Lastkollektiv bestimmt werden. Für den Lastfall von 500Nm mittlerem Drehmoment und einer Drehmomentschwingungsüberlagerung von 30% ist beispielhaft in Bild 6.11 die Häufigkeitsverteilung und in Bild 6.12 das entsprechend abgeleitete Lastkollektiv dargestellt. Ausgehend von dem ermittelten Lastkollektiv kann mittels der linearen Schadensakkumulationshypothese die Lebensdauer bei entsprechender Kenntnis der Bauteilwöhlerlinie berechnet werden.

6.4.3 Berechnung der K_A-Faktoren mittels der Schadensakkumulationshypothese

Die nach Kapitel 6.4.2 erzeugten synthetischen Lastkollektive sind die Grundlage zur weiteren Bestimmung der rechnerischen Anwendungsfaktoren. Mittels der linearen Schadensakkumulationshypothese (nach Miner-Haibach) kann die Schädigung anhand der Schädigungssumme bestimmt werden. Für diese Berechnungen sind Informationen der Wöhlerkurve notwendig. Dafür wurden die nach DIN 3990 vorgegebenen Lebensdauerkurven mit den Parametern der Prüfverzahnung angepasst und ins Rechenmodell implementiert. Anpassungen sind aufgrund des Einflusses der relativen Stützziffern als auch durch den Einfluss der relativen Oberflächenfaktoren sowohl im statischen als auch im dauerfesten Lastniveau notwendig. Entscheidend für die Berechnung ist die exakte Steigung der maßgeblichen Lebensdauerline, vgl. Tabelle 6.5. Je nach Lage können beachtliche Streuungen entstehen.

	Statistische Lebensdauer	
Parameter	B ₁ B ₁₀	
Zahnfußgrenzfestigkeit (statisch)	2392 N/mm ²	2454 N/mm ²
Zahnfußgrenzfestigkeit (dauerfest) 966 N/mm ² 1029		1029 N/mm ²
rechnerischer Sicherheitsfaktor	1,2	1,2
Steigung Wöhlerlinie nach DIN 3990	9,075	9,465

Tahelle 6 5 .	∆naenasste	Werte der	Tehensdauer	rlinien nacl	DIN 3990
TUDENE 0.J. /	Angepussie	werte uer	Lebensuuuei	iiiiieii iiuci	1 DIN 3330

Im weiteren Verlauf wird im Rechenmodell für das vorliegende Lastkollektiv die äquivalente Beanspruchung berechnet. Dies bedeutet, dass im Vergleich zum referenzierten Lastkollektiv für diese äquivalente Beanspruchung die identische Schädigung bei äquivalenter Lastspielzahl vorliegt. Daraus lässt sich eine Aussage über den Einfluss der Drehmomentungleichförmigkeiten treffen. Setzt man die äquivalente Zahnfußspannung ins Verhältnis zur mittleren Zahnfußspannung der synthetisch erzeugten Belastung, so erhält man den rechnerisch ermittelten Anwendungsfaktor.

In Tabelle 6.6 sind die ermittelten Anwendungsfaktoren für die B_1 -Lebensdauerwerte angegeben. Analog hierzu enthält Tabelle 6.7 die Werte für eine Ausfallwahrscheinlichkeit von 10%. Entsprechend der Angabe der Anwendungsfaktoren aus den Versuchsergebnissen wurden jeweils über der Drehmomentschwingungsstufe die arithmetischen Mittelwerte gebildet.

Auffällig ist hier, dass bei identischer Drehmomentschwingungsüberlagerung über der Grundbelastung so gut wie keine Änderungen bei den Werten zu erkennen ist. Auch der Unterschied zwischen den unterschiedlichen Ausfallwahrscheinlichkeiten ist sehr marginal und könnte als identisch bezeichnet werden. Anwendungsfaktoren für eine Ausfallwahrscheinlichkeit von 50% sind in der Simulation nicht angeben, da in der DIN 3990 keine explizite Lebensdauerlinie vorliegt und auf Näherungsverfahren aus Gründen mangelnder Plausibilität verzichtet wurde.

K _A -Faktoren, B ₁ -Lebensdauer (Medianwerte), theoretischer Ansatz über SAH			
	10% ETPS	20% ETPS	30% ETPS
470 Nm	1,017	1,063	1,125
500 Nm	1,017	1,064	1,126
530 Nm	1,017	1,064	1,126
Mittelwert	1,017	1,064	1,126

Tabelle 6.6: Anwendungsfaktoren mit theoretischem Ansatz für B₁-Lebensdauerwerte

K_{A} -Faktoren, B_{10} -Lebensdauer (Medianwerte), theoretischer Ansatz über SAH			
	10% ETPS	20% ETPS	30% ETPS
470 Nm	1,018	1,065	1,1289
500 Nm	1,018	1,066	1,1294
530 Nm	1,016	1,065	1,1289
Mittelwert	1,017	1,065	1,1291

6.5 Abgleich von Versuch und Berechnung

In den vorangestellten Kapiteln wurde der Lebensdauereinfluss der Drehmomentungleichförmigkeiten anhand der jeweiligen Anwendungsfaktoren aufgezeigt. Inwiefern sich die Ergebnisse aus dem Versuch, vgl. Kapitel 6.3, zu den theoretisch ermittelten Faktoren aus Kapitel 6.4 unterscheiden, soll im Folgenden dargestellt werden. Vergleichbar sind jedoch nur die Anwendungsfaktoren mit einer Ausfallwahrscheinlichkeit von 1% und 10%, vgl. Kapitel 6.4.3.

In der Auswertung der Versuchsdaten wie auch in der theoretischen Berechnung ist bei der Angabe des Anwendungsfaktors der Gesamteinfluss des Faktors auf die Lebensdauer dargestellt. Die Einflussnahme des Anwendungsfaktors auf weitere Faktoren ist hierbei nicht berücksichtigt. Damit ist die Vergleichbarkeit der Ergebnisse gewährleistet.

In den Tabellen 6.8 und 6.10 sind die absoluten Abweichungen zwischen Versuch und theoretischem Ansatz angegeben. Im Vergleich dazu zeigen die Tabellen 6.9 und 6.11 die prozentualen Abweichungen beider Auswertungen. Der Vergleich der Werte für Versuch und Berechnung zeigt deutlich, dass die im Versuch aufgeprägten Drehmomentschwingungen sehr gut mit dem Berechnungsmodell übereinstimmen (Abweichungen kleiner 2%).

Tabelle 6.8: Absolute Abweichung der B₁-Lebensdauerwerte zwischen Versuch und theoretischem Ansatz

Absolute Abweichung der K_A -Faktoren für Auswertung W3P, B_1 -Lebensdauer (Me- dianwerte), experimentelle Versuchsergebnisse vs. theoretischem Ansatz					
	10% ETPS 20% ETPS 30% ETPS				
470 Nm	0,010	0,001	0,016		
500 Nm	0,004	0,005	0,018		
530 Nm	0,002	0,009	0,020		
Mittelwert	0,005	0,005	0,018		

Tabelle 6.9: Prozentuale Abweichung der B₁-Lebensdauerwerte zwischen Versuch und theoretischem Ansatz

Prozentuale Abweichung der K_A -Faktoren für Auswertung W3P, B_1 -Lebensdauer (Medianwerte), experimentelle Versuchsergebnisse vs. theoretischem Ansatz				
10% ETPS 20% ETPS 30% ETPS				
470 Nm	0,97 %	0,09 %	1,44 %	
500 Nm	0,39 %	0,47 %	1,62 %	
530 Nm	0,20 %	0,85 %	1,81 %	
Mittelwert	0,52 %	0,47 %	1,63 %	

Absolute Abweichung der K_A -Faktoren für Auswertung W3P, B_{10} -Lebensdauer (Me- dianwerte), experimentelle Versuchsergebnisse vs. theoretischem Ansatz					
	10% ETPS 20% ETPS 30% ETPS				
470 Nm	0,022	0,008	0,003		
500 Nm	0,015	0,001	0,016		
530 Nm	0,010	0,007	0,029		
Mittelwert	0,016	0,005	0,016		

Tabelle 6.10: Absolute Abweichung der B₁₀-Lebensdauerwerte zwischen Versuch und theoretischem Ansatz

Tabelle 6.11: Prozentuale Abweichung der B₁₀-Lebensdauerwerte zwischen Versuch und theoretischem Ansatz

Prozentuale Abweichung der K_A -Faktoren für Auswertung W3P, B_{10} -Lebensdauer (Medianwerte), experimentelle Versuchsergebnisse vs. theoretischem Ansatz			
	10% ETPS	20% ETPS	30% ETPS
470 Nm	2,12 %	0,75 %	0,26 %
500 Nm	1,45 %	0,09 %	1,47 %
530 Nm	0,97 %	0,66 %	2,63 %
Mittelwert	1,51 %	0,50 %	1,45 %

Die vorhandenen Abweichungen zwischen Versuch und Berechnung sind u.a. in den unterschiedlichen Steigungen der Wöhler- bzw. Lebensdauerlinien zu begründen. Zudem werden die im Versuch festgestellten Trends der Anwendungsfaktoren über der Belastungshöhe wie auch hinsichtlich der betrachteten Ausfallwahrscheinlichkeit im Rechenmodell ausgeblendet.

Interessant ist zudem, dass im Rechenmodell auch für Verbrennungsmotoren mit höherer Zylinderzahl die identischen Lebensdauerfaktoren ermittelt werden. Dies ist über den Ansatz der Häufigkeitsverteilung zu begründen. Inwiefern sich dies im Versuch bestätigen lässt, würde weitere Versuche mit einer entsprechend veränderten Zylinderzahl erfordern.

Insgesamt ist deutlich zu erkennen, dass ein Einfluss von Drehmomentschwingungen auf die Lebensdauer von Zahnrädern vorhanden ist. Bei der Auslegung von Antriebselementen sollte dies berücksichtigt werden.

7 Ermittlung der Zahnradlebensdauer durch repräsentative Lastkollektive

Zur Bestimmung der Lebensdauer eines Getriebes muss sowohl die auftretende Belastung als auch die ertragbare Belastbarkeit bekannt sein. Eine Möglichkeit zur Bestimmung der auftretenden Belastung besteht darin, das Fahrzeug mit entsprechender Messtechnik auszustatten und während vorgegebenen Testfahrten die auftretende Belastung aufzuzeichnen. Diese Verfahrensweise ist recht aufwendig und kostenintensiv. Alternativ zu aufwendigen Messfahrten werden heute vermehrt Simulationstools eingesetzt. Damit kann in einer virtuellen Umgebung eine realitätstreue Fahrt simuliert werden, was zu einer erheblichen Kosten- und Zeiteinsparung führt. Ein weiterer Vorteil der Simulation besteht darin, dass bereits in frühen Phasen eines Entwicklungsprozesses, auch wenn noch keine Prototypen zur Verfügung stehen, Berechnungen durchgeführt werden können. Die Entwicklungszeit kann dabei verkürzt werden, da eine parallele Produktentwicklung mit schnell erzeugbaren Parameterstudien möglich sind, [Mue02].

In dieser Arbeit wird eine Fahrsimulation mit Hilfe der Software veDYNA durchgeführt, vgl. [Tes08]. Es soll eine Fahrt mit einem realen Streckenverlauf simuliert werden, um daraus ein repräsentatives Lastkollektiv der geprüften Zahnradstufe abzuleiten. Mittels dieses Kollektivs kann unter Anwendung der Schadensakkumulationshypothese die zugehörige Lebensdauer ermittelt werden.

Da die auftretenden Drehmomentungleichförmigkeiten sowohl in den Fahrzeugmessungen als auch in der Fahrsimulation nicht berücksichtigt werden, muss das Kollektiv anhand der Erkenntnisse aus den vorangestellten Kapiteln dieser Arbeit modifiziert werden. Dies ist durch die Verwendung der aus Kap. 6 bestimmten Anwendungsfaktoren möglich. Für das modifizierte Kollektiv wird ebenfalls die Lebensdauer berechnet. Kumuliert man diese beispielhafte Vorgehensweise auf die Gesamtentwicklung eines Getriebes, so könnte eine Aussage über den Einfluss der Drehmomentungleichförmigkeiten auf die Lebensdauer des Gesamtgetriebes getroffen werden. Diese Vorgehensweise soll im Folgenden beispielhaft für eine Komponente präzisiert werden.

7.1 Simulationsumgebung

Die Simulationsumgebung muss geeignet sein, ein repräsentatives Kollektiv für die betrachtende Bauteilkomponente zu erzeugen. Ein Lastkollektiv einer Getriebekomponente ist absolut von den Parametern Fahrzeug, Fahrerverhalten, Streckenprofil und Verkehrsumgebung abhängig, [Kun02, Mue02, Wei05]. Die Fahrsimulation wurde mit dem Softwaretool veDyna (vehicle dynamics analysis, Ver. 3.10.3) durchgeführt, vgl. [Tes08]. Auf die spezifische Betrachtung der Verkehrszustände wurde im Rahmen dieser Untersuchung verzichtet. Die beeinflussende Wirkung des Verkehrs auf das Lastkollektiv kann in [Kun02, Sch98] zusätzlich bewertet werden. Alle weiteren Parametrierungen werden im Folgenden näher beschrieben.

7.1.1 Fahrzeugmodell

Bei der versuchstechnisch untersuchten Prüfverzahnung aus Kap. 5 handelt es sich um die 5. Gangstufe eines Doppelkupplungsgetriebes, welches im sportlichen und leistungsorientierten Fahrzeugsegment zum Einsatz kommt, vgl. Bild 7.1.



Bild 7.1: 7-Gang Doppelkupplungsgetriebe 7DT45 von ZF, [Fis08]

Die Getriebedaten wurden mit einem Fahrzeugmodell kombiniert, das zum einen dem sportlichen Fahrzeugsegment entspricht, als auch zum anderen aus einem drehschwingungsintensiven Triebstrang besteht. Bei dem ausgewählten Fahrzeug handelt es sich um einen BMW Alpina D3, vgl. Tabelle 7.1. Dieses Fahrzeug kombiniert die Eigenschaften der sportlichen und leistungsstarken Fahrdynamik in Verbindung mit einem 4-Zylinder Dieselmotor mit hohen spezifischen Leistungskenndaten. Anhand der technischen Daten ist dieses Fahrzeug prädestiniert für eine massive Anregung der 2. Motorordnung infolge der Drehmomentungleichförmigkeiten durch den Verbrennungsvorgang.

Das Simulationsmodell wurde ohne Torsionsdämpfermodule im Kupplungsmodell aufgebaut. Drehschwingungen eines Verbrennungsmotors werden ebenfalls nicht im Motorkennfeld eingetragen. Die Berücksichtigung der Drehmomentschwingungen und deren Auswirkungen muss daher im Nachgang zum Simulationsergebnis berücksichtigt werden.

Fahrzeugdaten BMW Alpina D3 Biturbo		
Zylinderzahl	4 Zylinder Dieselmotor in Reihe	
Hubraum	1995 cm ³	
Nennleistung	157 kW / 214 PS bei 4100 1/min	
Maximales Drehmoment	450 Nm zwischen 2000-2500 1/min	
Leergewicht	1480 kg	
Bereifung	vorn: 245/40 ZR18, hinten: 265/40 ZR18	

Tabelle 7.1: Auszug der Fahrzeugdaten BMW Alpina D3 Biturbo, [BMW08]

7.1.2 Fahrermodell

Dem Fahrermodell muss bei der Simulation eine besondere Aufmerksamkeit gewidmet werden. Speziell für die Längsdynamiksimulation der Antriebstrangkomponenten ist die Fahrweise des Fahrers massiv von Bedeutung. Häufig wird in der Literatur zwischen drei verschiedenen Fahrweisen unterschieden. Diese werden als sportliche, als durchschnittliche und als schonende Fahrerstile bezeichnet, [Bre02, Küc95]. Im verwendeten Simulationstool können die Fahrertypen anhand folgender Gewichtung parametriert werden, vgl. Tabelle 7.2.

Tabelle 7.2: Gewichtungsfaktoren zum Fahrerverhalten im Simulationstool

Eigenschaft des Fahrers	von	bis
Erfahrungspotential	ungeübt (Fahranfänger)	trainiert (erfahrener Fahrer)
Risikobereitschaft	vorsichtig	rasant
Ansprechverhalten	sanfter Eingriff	direkter Eingriff
Voraussicht	Ohne Voraussicht	Volle Voraussicht

In Bild 7.2 ist beispielhalft für drei unterschiedliche Fahrertypen die Gangverteilung dargestellt. Man kann erkennen, dass der Ganganteil im höchsten Gang (meist als Schnellgang ausgelegt) mit zunehmend sportlichem Fahrverhalten abnimmt und die niederen Gänge verwendet werden.

Das zu erzeugende Lastkollektiv für die 5. Gangradstufe des betrachteten Getriebes ist allerdings nicht nur vom erzeugten Ganganteil abhängig, sondern zusätzlich von der übertragenen Leistung im Zeitraum des verwendeten 5. Ganges. Die Drehzahlund Drehmomentanforderungen an ein Fahrzeug differieren zudem vom eingestellten Fahrertyp. Da diese Größen sich wiederum auf die entstehenden Drehmomentungleichförmigkeiten auswirken, ist dieser Einfluss hinsichtlich der entstehenden Schädigung von Bedeutung.



Bild 7.2: Fahrereinfluss auf Gangverteilung, [Sie11]

7.1.3 Simulationsstrecke

Um die Fahrsimulation unter möglichst realen Bedingungen durchzuführen, soll die Simulation auf Basis eines realen Streckenprofils erfolgen. Aus vorhandenen Streckendaten konnte eine geeignete Fahrstrecke ausgewählt werden, vgl. [Wei05]. Die Simulationsstrecke führt über eine definierte Fahrstrecke durch den Schwarzwald mit einer Streckenlänge von ca. 153 km, vgl. Bild 7.3. Die Strecke bietet eine sehr gute Mischung mit hohen Anteilen aus Landstraßen und Schnellstraßen (Bundesstraßen). Auf den Autobahnanteil konnte aufgrund der Bundesstraßen verzichtet werden. Da die Landstraßen durch den Schwarzwald auch durch einige Orte führt, konnte somit eine repräsentative Strecke mit Stadt-, Land und Schnellstraßenanteilen betrachtet werden.



Bild 7.3: Streckenverlauf Schwarzwaldstrecke, [google.maps]

In [Wei05] wurde die Strecke mit dem Streckenaufzeichnungssystem SASIMA aufgezeichnet. Zwischenzeitlich besteht die Möglichkeit, die Ermittlung von Streckenkoordinaten durch den Gebrauch von digitalen Kartendaten umzusetzen, was die Arbeit mit Simulationstools deutlich erleichtert. Die Digitalisierung im Bereich des Vermessungswesens führte dazu, dass sehr präzises Kartenmaterial in digitaler Form vorliegt. Daraus lässt sich das horizontales Streckenprofil über die Positionskoordinaten für jede beliebige Strecke bestimmen. Die Angabe der Kartendaten erfolgt meist in Form von Längen- und Breitengraden. Mittels der in der Kartographie gebräuchlichen Gauß-Krüger-Transformation lassen sich diese Längen- und Breitengrade in ein kartesisches Koordinatensystem überführen, vgl. *[Hec03]*.

Der Vergleich zwischen den von SASIMA aufgezeichneten Daten und den GPS-Daten ist in Bild 7.4. dargestellt. In Bild 7.4 ist das horizontale Streckenprofil beider Varianten visualisiert. Hier ist zu erkennen, dass der Drehwinkelsensor aus SASIMA nicht immer den absolut korrekten Wert ermitteln konnte, vgl. [Wei00]. Der Einfluss auf eine Längsdynamiksimulation ist jedoch zu vernachlässigen. Insgesamt konnte gezeigt werden, dass die Daten von SASIMA mit den GPS-Daten vergleichbar sind.



Bild 7.4: Vergleich horizontales Streckenprofil SASIMA und GPS, [Sie11]

Um Informationen über das Höhenprofil zu erhalten, kann man auf den Datensatz der *SRTM*-Mission zurückgreifen, vgl. [SRTM10]. *SRTM*-Daten sind Fernerkundungsdaten der Erdoberfläche, die bei der *Shuttle Radar Topography Mission* im Februar 2000 aus dem Weltraum aufgezeichnet wurden. Der Datensatz enthält ein hochauflösendes digitales Geländemodell, das jeder Position auf der Erdoberfläche einen Höhenwert zuordnet. Daraus lässt sich für ein gegebenes horizontales Streckenprofil das zugehörige Höhenprofil bestimmen. Die *NASA* stellt diese *SRTM*-Daten zur freien Nutzung zur Verfügung, vgl. [SRTM10]. Bild 7.5 betrachtet rein das Höhenprofil zwischen GPS-und SASIMA-Daten. Auch hier ist ein übereinstimmendes Höhenprofil beider Systeme zu erkennen, obgleich das GPS Signal über Filterfunktionen geglättet wurde. Dies ist notwendig, da Unstetigkeitsstellen aufgrund von Bäumen, Tunnelbauten und Unterführungen eliminiert werden müssen.

Wegen der übereinstimmenden Ergebnisse konnte die Strecke als GPS-Datensatz im Simulationstool integriert werden.



Bild 7.5: Vergleich Höhenprofil aus SASIMA und GPS-Daten (gefiltert), [Sie11]

7.1.4 Simulationsablauf

Mit der Software lassen sich entweder gesteuerte oder geregelte Fahrmanöver realisieren, [TES08]. Gibt man der Software eine feste Abfolge von Fahrbefehlen bestehend aus Gaspedalstellung und Lenkwinkel vor, so spricht man von einem gesteuerten Manöver (open loop maneuver). Beispielsweise soll das Fahrzeug zuerst mit 80% Gaspedalstellung für 5 Sekunden beschleunigen und dann 3 Sekunden das Lenkrad um 13° nach links einschlagen. Diese Abfolge von Steuerbefehlen muss für die gesamte Simulation angegeben werden.





gesteuertes Manöver (open loop manoever)

Bild 7.6: Unterscheid geregelte und gesteuerte Fahrmanöver

Ist dagegen eine Strecke vorgegeben und fährt das Fahrzeug selbstständig dieser Zielstrecke entlang, so spricht man von einem geregelten Manöver (closed loop maneuver). In diesem Fall muss die Software einen virtuellen Fahrer generieren, der das Fahrzeug so steuert, dass die vorgegebene Strecke bestmöglichst durchfahren wird. Das Fahrverhalten soll dabei einem menschlichen Durchschnittsfahrer nachempfunden werden. Das technische Steuerelement, das für die Streckeneinhaltung zuständig ist, wird als Fahrermodell bezeichnet. Es lassen sich typische Fahrverhalten, wie beispielsweise vorausschauendes oder direktes Fahren, auf das Fahrermodell anwenden, vgl. Kap. 7.1.2.

Für die Simulation dieser Arbeit wird der Modus des geregelten Manövers (closed loop maneuver) gewählt. Der Fahrer ist dabei so parametriert, dass er der bestimmten Strecke durch den Schwarzwald folgen kann, wobei er die Straßenmitte als Zielstrecke verwendet. Die Steuerung der Längs- und Quermanöver erfolgt hierbei unabhängig voneinander. Die Geschwindigkeit, mit der das Fahrermodell die Strecke durchfährt, wird auf Basis von Parametern wie der maximal zulässige Beschleunigungswert oder der Höchstgeschwindigkeit generiert.

Im Fahrermodell wird zwischen einer Führungs- und einer Stabilisierungsebene unterschieden. Die Führungsebene hat zur Aufgabe die zeitabhängige Zielposition zu bestimmen. Die momentanen Werte der Zielposition werden an die Stabilisierungsebene übergeben. Auf dieser Ebene wird der passende Lenkeinschlagswinkel und die nötige Gaspedalstellung errechnet, um das vorgegeben Ziel so exakt wie möglich zu erreichen. In der Stabilisierungsebene wird auch das Fahrerverhalten festgelegt. Bei einer Abweichung von Ist- und Zielpunkt kann der Fahrerregler entsprechend seiner zulässigen Parameter reagieren, vgl. [Sie11].

7.2 Ergebnisse Fahrsimulation

Ziel der Simulation ist ein repräsentatives Lastkollektiv der 5. Gangradstufe, welches mit den Parametereinstellungen der vorangestellten Kapitel erzeugt wurde.



Bild 7.7: Simulationsausschnitt des Momenten- und Gangverlaufs

In Bild 7.7 ist exemplarisch ein Ausschnitt der Simulation dargestellt. Dabei handelt es sich um den zeitlichen Verlauf des Getriebeeingangsmoments (blau) und der zugehörigen Gangposition (rot). Für die Bestimmung des Lastkollektivs der 5. Gangradstufe sind die Parameter Drehmoment, Drehzahl, geschalteter Gang und die zugehörige Zeit notwendig.

7.2.1 Gangverteilung

Um das Verhältnis eines Gangkollektivs zum Gesamtkollektiv betrachten zu können, werden die Ganganteile der jeweiligen Gänge bestimmt. In Bild 7.8 sind die Anteile der jeweiligen Gänge für das Gesamtkollektiv dargestellt. Hierbei ist zwischen zwei verschiedenen Betrachtungsweisen zu unterscheiden: Grün dargestellt ist die Klassierung des Gesamtkollektivs nach der Überrollungszahl der Getriebeeingangswelle. Im Gegensatz hierzu ist in Orange die Ganganteilverteilung über der zurückgelegten Wegstrecke dargestellt. Diese prozentuale Verteilung entspricht auch den Überrollungsanteilen auf der Getriebeabtriebswelle.



Bild 7.8: Ganganteile bezüglich Getriebeeingang und zurückgelegter Strecke

Betrachtet man speziell die 5. Gangstufe, so erkennt man einen Streckenanteil des 5. Ganges von 7,1%. Da die Gesamtstrecke 153 km beträgt, werden im 5. Gang 10,8 km gefahren.

7.2.2 Klassierung

Aus dem Momentenverlauf wird mittels einer Momentenklassierung ein Lastkollektiv abgeleitet. Die Lebensdauer eines Zahnrads hängt zum einen von der Belastung und zum anderen von der Anzahl der Überrollungen in der jeweiligen Momentenklasse ab. Daher gehend muss die Klassierung für den Momentenverlauf über der Anzahl der Lastwechsel erfolgen. Die Anzahl der Überrollungen ergibt sich aus dem Integral des Drehzahlsignals. Im Folgenden wird als Lastkollektiv nur noch das Gangkollektiv der 5. Gangradstufe betrachtet, da diese Verzahnung identisch ist zu der Prüfstandserprobung aus Kapitel 5. Somit kann das erzeugte Kollektiv direkt den Versuchsergebnissen gegenübergestellt werden.

Zur Ermittlung des Lastkollektivs wird eine Momentklassierung mit 120 Klassen im Bereich zwischen -100Nm (Schubbetrieb) und 500Nm (Zugbetrieb) gebildet. Für jede Momentenklasse (Klassenbreite 5Nm) werden die Überrollungen im 5. Gang berechnet und über der jeweiligen Momentklasse dargestellt, vgl. Bild 7.9. Aufbauend zu dieser Klassierung kann eine Lebensdaueranalyse mit Hilfe der linearen Schadensakkumulationshypothese durchgeführt werden.



Bild 7.9: Momentenklassierung der 5. Gangradstufe

Aus der Momentklassierung lässt sich das Lastkollektiv der 5. Gangradstufe in der üblichen Summenhäufigkeitsdarstellung ableiten. Da die Schädigungsrechnung für die Schadensart Zahnbruch durchgeführt wird, muss der Betrag der Schubanteile zu den Zuganteilen addiert werden. Die absoluten Belastungshöhen im Schubbetrieb liegen jedoch deutlich unterhalb der Dauerfestigkeitspunkte der Belastungskurven. Der Einfluss der Schubanteile ist dadurch so gering, dass sich diese in der Gesamtschädigung der Schädigungsrechnung nur marginal auswirken und daher vernachlässigt werden können, vgl. Bild 7.10.



Bild 7.10: Lastkollektiv 5. Gang in Summenhäufigkeitsdarstellung Vergleich Kollektiv mit/ohne Schubanteile

7.3 Lebensdauerrechnung mit repräsentativem Lastkollektiv

Mittels der Fahrsimulation konnte eine repräsentative Belastung für die 5. Gangstufe des simulierten Fahrzeugs ermittelt werden. Diese Gangstufe ist identisch mit der Prüfverzahnung aus Kapitel 5. Mit den in Kapitel 2.3.3 beschriebenen Schadensakkumulationshypothesen nach Miner-Haibach und nach Miner-elementar kann eine Lebensdauerberechnung für diese Verzahnung durchgeführt werden. Als auftretende Belastung wird das simulierte Kollektiv angenommen und die Belastbarkeit ist durch die experimentell ermittelten Wöhler- bzw. Lebensdauerlinien definiert. Das Kollektiv wird sowohl gegen die Wöhlerlinie ohne Drehmomentungleichförmigkeitseinfluss als auch gegen die Lebensdauerlinien bei 10%, 20% und 30% Schwingungsüberlagerung gerechnet, vgl. Bild 7.11. Hierbei soll insbesondere der Einfluss der Amplitude der Drehmomentungleichförmigkeiten auf die Kollektivlebensdauer untersucht werden.

Die Summe der Teilschädigungen in den einzelnen Momentenklassen führt auf die Gesamtschädigung. Für diese Gesamtschädigung wird sowohl das äquivalente Moment berechnet, als auch die Extrapolation auf die Schädigungssumme von *D*=1 durchgeführt.



Bild 7.11: Vorgehensweise zur Ermittlung des Lebensdauereinflusses infolge Drehmomentungleichförmigkeiten mit repräsentativem Lastkollektiv

Die Berechnung wurde beispielhaft für die B_{10} Lebensdauerwerte (Medianwerte) realisiert. Um den Einfluss der Drehmomentungleichförmigkeiten zu betrachten, ist eine relative Betrachtung der Ergebnisse sinnvoll. Die Schädigungssumme unter konstanter Belastung dient dabei als Referenz und die jeweiligen Schädigungssummen unter Drehmomentungleichförmigkeitseinfluss können so auf diesen Referenzwert extrapoliert werden. Dadurch kann eine relative Aussage über die Lebensdauerverkürzung des Kollektivs unter Drehmomentungleichförmigkeitseinfluss getroffen werden. Neben der Berechnung nach Miner-Haibach wurde auch vergleichend die Methode nach Miner-elementar durchgeführt. Für die Schädigungsrechnungen wurden ausschließlich die aus dem Versuch ermittelten B_{10} – Lebensdauerlinien mit 50%iger Ausfallwahrscheinlichkeit verwendet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 7.3 dargestellt.

Die Schädigungswirkung nimmt mit zunehmender Drehmomentschwingungsüberlagerung zu, da die Lebensdauerlinie mit steigender Drehmomentschwingungsamplitude im Lebensdauerdiagramm immer weiter nach links wandert. Die Schadensakkumulationshypothese nach Miner-elementar erzeugt höhere Schädigungswerte als die Hypothese nach Miner-Haibach. Dies ist wie folgt zu begründen: Die Momentenklassen unterhalb dem Dauerfestigkeitspunkt werden bei Miner-elementar stärker gewichtet werden als dies bei Miner-Haibach der Fall ist.

Bei der Betrachtung der Gesamtstrecke bis zur Schädigungsziffer von *D*=1 ist auffällig, dass die prozentual erreichte Lebensdauer mit zunehmender Drehmomentschwingungsamplitude deutlich sinkt. Im Vergleich zu Tabelle 5.23 aus Kapitel 5.4.4 sinkt die Lebensdauer über der Drehmomentungleichförmigkeit bei der Betrachtung eines Gangkollektivs sogar noch stärker als dies bei den Prüfstandsversuchen der Fall war. Der Grund liegt in den leicht veränderten Steigungswerten der Lebensdauerlinien im Vergleich zur Wöhlerlinie. Daraus ist zu erkennen, dass die Gewichtung der Drehmomentungleichförmigkeiten im Kollektiv sogar noch einen stärkeren Einfluss auf die Bauteillebensdauer haben kann.

	Drehschwin- gungen	Schädigungs- summe D	Relative Schädigung	äquivalentes Moment	Gesamtstrecke bis D=1
ch	0 %	1,06·10 ⁻³	1,0	398,9 Nm	141099 km (100%)
Haiba	10 %	2,01·10 ⁻³	1,90	388,3 Nm	74343 km (52,7 %)
ner -	20 %	2,79·10 ⁻³	2,63	384,1 Nm	53689 km (38,1 %)
Ĭ	30 %	5,07·10 ⁻³	4,77	373,9 Nm	29611 km (21,0 %)
tar	0 %	1,39·10 ⁻³	1,0	382,0 Nm	107585 km (100%)
emen	10 %	2,35·10 ⁻³	1,69	377,7 Nm	63944 km (45,3 %)
Miner el	20 %	3,10·10 ⁻³	2,23	378,3 Nm	48357 km (34,3 %)
	30 %	5,33·10 ⁻³	3,83	376,1 Nm	28158 km (20,0 %)

Tabelle 7.3: Ergebnisse Schädigungsrechnung nach Miner-Haibach und Minerelementar (B₁₀-Medianwerte)

Die Berechnungen der Lebensdauerfaktoren erfolgten in dieser Übersicht unter der Annahme, dass über die gesamte Kollektivdauer der Drehmomentschwingungseinfluss des Verbrennungsmotors konstant wäre. Dies ist in der Realität unwahrscheinlich, jedoch ist ein übliches dreidimensionales Motorkennfeld nicht mit der Information der spezifischen Drehmomentschwingungsamplitude zu bekommen. Zusätzlich werden in dieser Berechnung kein schwingungsdämpfendes Element oder sonstige dämpfende Eigenschaften des Triebstrangs mit einbezogen. Die Übertragungsfunktion der Drehmomentschwingungsamplituden auf die Einzelkomponente muss jedem Entwickler spezifisch für jede Triebstrangauslegung bekannt sein.

Um den exakten Einfluss der Drehmomentschwingungen auf die Lebensdauer einer Zahnradstufe ermitteln zu können, bedarf es folgender Grundvoraussetzungen: Es müsste das Motorkennfeld mit zugehöriger Drehmomentschwingungsamplitude sowohl unter Volllast, als auch im Teillastbetrieb bekannt sein. Die Übertragungsfunktion der überlagerten Schwingungen vom Motor bis zur relevanten Bauteilkomponente ist bekannt. Das gemessene oder simulierte Lastkollektiv wird nicht nur bezüglich Momenten klassiert, sondern zusätzlich noch in Drehzahlklassen eingeteilt. Somit könnte über die Drehmoment-Drehzahlinformation die zugehörigen überlagerten Drehmomentschwingungen eingeordnet und gezielt die Schädigungswirkung ermittelt werden. Die Summe der Einzelschädigungen würde die Gesamtschädigung bilden. Bilanziert man diese mit der Schädigungswirkung aus der Wöhlerlinie ohne Drehmomentschwingungsüberlagerung, so würde man den genauen Einfluss der Lebensdauerreduzierung aufgrund vorhandener Drehmomentschwingungsüberlagerungen aufzeigen können.

8 Zusammenfassung und Ausblick

Ziel dieser Arbeit ist es, den Lebensdauereinfluss von Zahnrädern mit speziell überlagerten Drehmomentungleichförmigkeiten eines Verbrennungsmotors hinsichtlich der Zahnfußfestigkeit zu ermitteln und darzustellen. Aus diesem Grund wurde am Institut für Maschinenelemente (IMA) der Universität Stuttgart ein hochdynamischer Lastprüfstand aufgebaut, der Torsionsschwingungen analog einem Verbrennungsmotor erzeugen kann, vgl. Kap. 3.

Für eine ausgewählte Zahnradradstufe eines modernen Fahrzeuggetriebes im sportlichen Fahrzeugsegment (5. Gangradstufe des Doppelkupplungsgetriebes, ZF-7DT45) wurde im Komponentenversuch (vgl. Kap. 5) dieser Einfluss der Drehmomentungleichförmigkeiten auf die Zahnfußlebensdauer untersucht. Hierzu wurde ein geeignetes Prüfgetriebe konstruiert und ein Triebstrangkonzept zur Übertragung definierter Drehmomentschwingungen aufgebaut, vgl. Kap. 4.2.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden pro Versuchsreihe jeweils 10 Zahnräder auf drei unterschiedlichen Lastniveaus getestet (470 Nm, 500 Nm und 530 Nm). Die Referenz bildeten Einstufenversuche (nach Wöhler) ohne Drehmomentschwingungsüberlagerung. Die Überlagerung der Drehmomentungleichförmigkeiten erfolgte mit drei unterschiedlichen Amplituden. Pro Versuchsreihe wurde über dem Mittelwert der Belastung Drehmomentschwingungen mit konstanter Amplitude von 10 %, 20% und 30% aufgeprägt. Diese Frequenz der Drehmomentschwingungen entspricht in Analogie zum 4-Zylinder Motor der 2. Motorordnung.

Die Auswertung der Versuchsergebnisse erfolgte mit statistischen Methoden. Anhand einer vergleichenden Untersuchung wurde die 3-parametrische Weibullverteilung als bestmögliche Verteilungsform für die Beschreibung der Versuchsergebnisse ermittelt. Ein Vergleich der Parameterschätzungen nach der Regressionsmethode und der Maximum-Likelihood-Methode zeigte nur marginale Unterschiede, so dass die Maximum-Likelihood-Schätzung trotz der geringen Probandenzahl zulässig ist. Die Betrachtung der Ergebnisse wurde im Vertrauensintervall zwischen 5% und 95% durchgeführt, wobei den Medianwerten die übergeordnete Gewichtung zugeteilt wurde. Mit den einzelnen Lebensdauerwerten für die Ausfallwahrscheinlichkeiten von 1%, 10% und 50% (B₁-, B₁₀-, B₅₀-Werte) konnten sowohl die Wöhlerlinien für die Konstantbelastung, als auch die Lebensdauerlinien mit überlagerter Drehschwingungsinformation abgeleitet werden. Anhand dieser Informationen kann die Lebensdauerreduktion aufgrund definierter Drehmomentschwingungsüberlagerungen im Grundlagenversuch dargestellt werden. Ein zentrales Ergebnis liefern in dieser Arbeit die im Versuch nachgewiesenen B₁₀-Lebensdauern als Mittelwert über den drei unterschiedlichen Lastniveaus. Relativ zur Konstantbelastung lässt sich die Verringerung der Lebensdauer mit zunehmenden Drehmomentschwingungsamplituden deutlich darstellen, vgl. Tabelle 8.1.

Um den Einfluss dieser Drehmomentschwingungen in die Zahnradberechnung integrieren zu können, wird ein Berechnungsansatz zur Berücksichtigung der Drehmomentschwingungen mittels des Anwendungsfaktors vorgestellt. Mittels der Prüfstandsversuche konnten die simulierten Berechnungsergebnisse mit realen Versuchsdaten abgeglichen werden. Damit konnte gezeigt werden, wie sich die Drehmomentungleichförmigkeiten auf die Lebensdauer auswirken und wie eine Integration dieses Einflusses in die Zahnradberechnung erfolgen kann. In Tabelle 8.1 ist ein Vergleich der Anwendungsfaktoren zwischen den Versuchsdaten und den synthetisch erzeugten Berechnungsdaten dargestellt. Anhand dieser Ergebnisse lässt sich eine gute Übereinstimmung beider Verfahren erkennen.

		Lebensdauer aus Versuch	<i>K_A</i> aus Versuch	<i>K_A</i> aus Berechnung	Lebensdauer mit Lastkollektiv
Drehungleichförmigkeit	0% ETPS	100% (Ref.)	1,0 (Ref.)	1,0 (Ref.)	100%
	10% ETPS	73,09 %	1,03	1,02	52,7 %
	20% ETPS	54,25 %	1,07	1,07	38,1 %
	30% ETPS	35,56 %	1,11	1,13	21,0 %

Tabelle 8.1: Zentrale	Fraebnisse (der Arbeit	(aemittelte	B ₁₀ – Med	ianwerte)
	LIGCOMISSE		gennitente	D_{10} wicu	iunwentej

Überträgt man die Ergebnisse der Versuche auf ein repräsentatives Lastkollektiv, so lässt sich mittels der linearen Schadensakkumulationshypothese (z.B. nach Miner-Haibach) der Lebensdauereinfluss im Kollektiv für die jeweilige Drehmomentschwingungsüberlagerungsstufe ermitteln, vgl. Tabelle 8.1. Hierbei ist zu erkennen, dass der Einfluss der Drehmomentungleichförmigkeiten im Kollektiv deutlich ausgeprägter sein kann, als dies im Prüfstandsversuch der Fall ist.

In dieser Arbeit wurde gezeigt, dass der Einfluss überlagerter Drehmomentungleichförmigkeiten eines Verbrennungsmotors deutliche Auswirkungen auf die Lebensdauer von Getriebekomponenten aufweist. Die vielfache Vernachlässigung dieser Torsionsschwingungen kann zu erheblichen Abweichungen in der Lebensdauer der Bauteile führen. Dem Entwickler muss bekannt sein, an welcher Stelle im Triebstrang welche Drehmomentungleichförmigkeiten auftreten, damit er eine detaillierte und zuverlässige Aussage treffen kann. In weitergehenden Versuchen sollte der Einfluss der Drehmomentungleichförmigkeiten auf die Flankentragfähigkeit untersucht werden. Einzelne Stichversuche deuten auf einen erheblichen Einfluss hin.

9 Literatur

[Abe00]	Abernethy, R.B.: The New Weibull Handbook. Reliability & Statistical Analysis for Predicting Life, Safety, Survivability, Risk, Cost and Warranty Claims, Fourth Edition 2000.
[Als03]	Dokumentation Sondersoftware ETPS – Engine Torque Pulsation Simula- tion. Alstom Power AG, 2003.
[Bar04]	Bargende, M.: Verbrennungsmotoren I-III. Umdruck zur Vorlesung, Insti- tut für Verbrennungsmotoren und Kraftfahrwesen, Univ. Stuttgart, 2004.
[Bei95]	Beichelt, F.: Stochastik für Ingenieure: Eine Einführung in die Wahr- scheinlichkeitstheorie und Mathematische Statistik. Stuttgart: Teubner, 1995.
[Bei97]	Beitz, W., Küttner KH. (Hrsg.): Dubbel-Taschenbuch für den Maschinen- bau, 19. Auflage, Springer-Verlag, 1997.
[Ber04]	Bertsche, B.; Lechner, G.: Zuverlässigkeit im Fahrzeug- und Maschinen- bau. Ermittlung von Bauteil und Systemzuverlässigkeit. 3. Auflage, Berlin: Springer Verlag, 2004.
[Ber89]	Bertsche, B.: Zur Berechnung der System-Zuverlässigkeit von Maschi- nenbau - Produkten. Dissertation, Institut für Maschinenelemente, Uni- versität Stuttgart, 1989.
[BMW08]	BMW Alpina: Automobile Meisterwerke 2008, Auszug aus der digitalen Produktbeschreibung, Alpina GmbH & Co. KG, Buchloe, 2008.
[Bon86]	Bonin, v.L.; Ganz, W.: Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die Festig- keitsanalyse, DEVLR-Mitt., 86-17.
[Bre02]	Brendecke, T.: Virtuelle Echtzeiterprobung für Getriebesteuergeräte mit Hardware in the Loop, Dissertation am Institut für Fahrzeugtechnik, TU Braunschweig, Nr.1,2002.
[Bri97]	Brigham, E.O.: FFT-Anwendungen. Oldenburg Verlag, München, 1997.
[Bro95]	Brodbeck, P.; Experimentelle und theoretisch Untersuchungen zur Bau- teilzuverlässigkeit und zur Systemberechnung nach dem Boolschen Mo- dell. Dissertation, Institut für Maschinenelemente, Univ. Stuttgart, 1995.
[Bron95]	Bronstein, I.N.; Semendjajew, K.A.: Taschenbuch der Mathematik, Verlag Harri, Deutsch, 1995.

[Bux86]	Buxbaum, O.: Betriebsfestigkeit, Sichere und wirtschaftliche Bemessung schwingbruchgefährdeter Bauteile. Verlag Stahleisen, Düsseldorf, 1986.
[Die78]	Dietz, P.: Die Berechnung von Zahn- und Keilwellenverbindungen. Büt- telborn: Selbstverlag. 1978
[DIN3960]	Begriffe und Bestimmungsgrößen für Stirnräder (Zylinderräder) und Stirnradpaare (Zylinderradpaare) mit Evolventenverzahnung. Normen- ausschuss Antriebstechnik, Berlin: Beuth-Verlag, März 1987.
[DIN3979]	DIN 3979: Zahnschäden an Zahnradgetrieben.
[DIN3990-1]	DIN 3990, Teil 1: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern - Einführung und allgemeine Faktoren, Normenausschuss Antriebstechnik, 1987.
[DIN3990-3]	DIN 3990, Teil 2: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern - Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit, Normenausschuss Antriebstechnik, 1987.
[DIN3990-41]	DIN 3990, Teil 41: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern - Anwen- dungsnorm für Fahrzeuggetriebe, Normenausschuss Antriebstechnik, 1987.
[DIN3990-5]	DIN 3990, Teil 5: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern - Dauerfes- tigkeitswerte und Werkstoffqualitäten, Normenausschuss Antriebstech- nik, 1987.
[DIN3990-6]	DIN 3990, Teil 6: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern - Betriebsfes- tigkeitsrechnung, Normenausschuss Antriebstechnik, 1994.
[DIN45]	DIN 45667: Klassierverfahren für das Erfassen regelloser Schwingungen, Deutsches Institut für Normung, Berlin, 1969.
[DIN50]	DIN 50100: Dauerschwingversuch, Deutsches Institut für Normung, Ber- lin, 1978.
[Ebe97]	Ebeling, C. E.: An Introduction to Reliability and Maintainability Engineer- ing. New York: McGraw-Hill, 1997.
[Fah07]	Fahrmeir, L.; Kneib, T.; Lang, S.: Regression: Modelle, Methoden und Anwendungen. Berlin: Springer 2007.
[Fie07]	Fietkau, P.: Konstruktion und Auslegung eines Prüfgetriebetriebstrangs zur hochdynamischen Prüfung von Pkw-Getriebeverzahnungen, Unveröf- fentlichte Studienarbeit, IMA, Universität Stuttgart, 2007.
[Fis08]	Fischer, M.; Remmlinger, U.; Patzner, J.: Neue 7-Gang Doppelkupplungs- getriebe in Transaxlebauweise, VDI Getriebetagung, 2008.
[Ful00]	Fulton, W.; Abernethy, R.: Likelihood Adjustment: A simple method for better forecasting from small samples. IEEE Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium, 2000.

[FVA05]	Forschungsvereinigung Antriebstechnik, Anwendungsfaktor K _A - Forschungsvorhaben Nr. 433, Heft 751, 2005.		
[Hai06]	Haibach, E.: Betriebsfestigkeit – Verfahren und Daten zur Bauteilberech- nung, 3. Auflage, Berlin: Springer Verlag, 2006.		
[Här83]	Härtler, G.: Statistische Methoden für die Zuverlässigkeitsanalyse. Berlin: Springer, 1983.		
[Har84]	Hartung, J.: Statistik. R. Oldenburg Verlag München Wien, 2. Auflage, 1984.		
[HBM02]	Schicker, R.; Wegener, G.: Drehmoment richtig messen. Hottinger Bald- win Messtechnik, Bielefeld: Bentrup Druckdienst, 2002.		
[Hec03]	Heck, B.: Rechenverfahren und Auswertemodelle der Landesvermes- sung, klassische und moderne Methoden, 3. neu bearb. und erw. Aufl., Wichmann, Heidelberg, 2003.		
[Hof01]	Hoffmann, R.: Grundlagen der Frequenzanalyse. Expert-Verlag, 2001.		
[ISO6336]	Calculation of load capacity of spur and helical gears – Part 1 to 6, Inter- national Standard, second edition, 2006.		
[Iss97]	Issler, L.; Rouß, H., Häfele, P.: Festigkeitslehre – Grundlagen. 2. Auflage. Berlin: Springer-Verlage, 1997.		
[Jäg07]	Jäger, P.; Zuverlässigkeitsbewertung mechatronischer Systeme in frühen Entwicklungsphasen. Dissertation, Institut für Maschinenelemente, Universität Stuttgart, 2007.		
[Kam06]	Kammeyer, KD.: Digitale Signalverarbeitung – Filterung und Spektral- analyse mit Matlab-Übungen. 6. Auflage. Teubner Verlage, 2006.		
[Kap77]	Kapur, K.C.; Lamberson, L. R.: Reliability in Engineering Design, John Wiley & Sons Inc., New York, 1977.		
[Kar05]	Karrenberg, U.: Signale, Prozesse, Systeme, 4. Auflage, Berlin, 2005.		
[Kiss01]	Kissling, U.: Festigkeitsberechnung von Stirnrädern – Unterschiede zwi- schen ISO 6336, DIN 3990 und AGMA 2001. Zürich: Kissoft.		
[Kit83]	Kitschke, E.: Wahrscheinlichkeitstheoretische Methoden zur Ermittlung der Zuverlässigkeitskenngrößen mechanischer Systeme auf der Grundla- ge der statistischen Beschreibung des Ausfallverhaltens von Komponen- ten. Dissertation, Ruhruniversität Bochum, Institut für Maschinenele- mente und Fördertechnik, 1983.		
[KLIV06]	Vorlesungsumdruck Konstruktionslehre IV, Sommersemester 2006; Insti- tut für Maschinenelemente, Universität Stuttgart.		
[Kol00]	Kolerus, J.: Zustandsüberwachung von Maschinen, Expert-Verlag, 2000.		
---------	--		
[Kro04]	Krolo, A.: Zuverlässigkeitstestplanung unter weitreichender Berücksichti- gung von Vorkenntnissen, Dissertation, Institut für Maschinenelemente, Universität Stuttgart, 2004.		
[Küc95]	Kücükay, F.: Repräsentative Erprobungsmethoden bei der PKW- Getriebeentwicklung, VDI-Bericht Nr. 1175, 1995		
[Küh01]	Kühlmeyer, M.: Statistische Auswertungsmethoden für Ingenieure. Ber- lin: Springer, 2001.		
[Lan37]	Langer, B.F.: Fatigue failure from stress cycles of varying amplitude, J. Appl. Mech., 1937.		
[Lan97]	Lang, CH.; Losteilgeräusche von Fahrzeuggetrieben. Dissertation, Insti- tut für Maschinenelemente, Universität Stuttgart, 1997.		
[Law82]	Lawless, J.F.: Statistical Models and Methods for Lifetime Data, 1982.		
[Law83]	Lawless, J.F.: Statistical Methods in Reliability. Technometrics Vol. 25, No. 4, November 1983, S. 305-335.		
[Lin03]	Linke, H.; Melzer, D.; Kage, R. Römhild, I.: Die Berechnung der Sicherheit einsatzgehärteter Maschinenelemente bei Lastspitzen, Vortrag anlässlich der International Conference "Power Transmissions 03" Varna, Bulgarien TU Dresden, 2003.		
[Lin10]	Linke, H.: Stirnradverzahnung, Berechnung – Werkstoffe – Fertigung, München: Hanser 2010.		
[Llo62]	Lloyd, D.; Lipow, M.: Reliability: Management, Methods and Mathemat- ics, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1962.		
[Luk99]	Luko, S. N.: A Review of the Weibull Distribution and Selected Engineer- ing Applications. SAE-Paper 1999-01-2859, 1999		
[Mai07]	Maisch, M.; Zuverlässigkeitsorientiertes Erprobungskonzept für Nutz- fahrzeuggetriebe unter Berücksichtigung von Betriebsdaten. Dissertati- on, Institut für Maschinenelemente, Universität Stuttgart, 2003.		
[Man73]	Mann, N.R.; Scheuer, E.M.; Fertig, K.W.: A Goodness-of-fit test for the two-parameter Weibull or extreme-value distribution with unknown parameter, Communications in Statistics, 1973, p. 383-400.		
[May06]	Mayr, C. :Unveröffentlichte Zeichnung der Firma Chr. Mayr GmbH + Co KG, Mauerstetten, 2006.		
[Mee98]	Meeker, W. O.; Escobar, L. A.: Statistical Methods for Reliability Data. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1998.		

- [Mey03] Meyna A., Pauli B.: Taschenbuch der Zuverlässigkeits- und Sicherheitstechnik, Quantitative Bewertungsverfahren, Hanser Verlag, 2003.
- [Min45] Miner, M.A.: Cumulative damage in fatigue, Journal of Applied Mechanics: 1945.
- [Mol07] Mollenhauer, K.; Tschöke, H.: Handbuch Dieselmotoren, 3. neuüberarbeitet Auflage, Berlin: Springer Verlag, 2007.
- [Mue02] Müller-Kose, J.-P.; Repräsentative Lastkollektive für Fahrzeuggetriebe, Dissertation, Institut für Fahrzeugtechnik, Univ. Braunschweig, 2002.
- [Mue04] Müller-Kose, J.-P; Patzer, J.; Brodbeck, P.; Merkt, T.: Transfer von Missbrauchstest an manuellen Schaltgetrieben vom Fahrzeug auf den Prüfstand. VDI-Tagung Getriebe in Fahrzeugen, Bericht Nr. 1827, 2004.
- [Mül38] Müller-Stock, H.: Der Einfluss dauernd und unterbrochen wirkender schwingender Überbeanspruchung auf die Entwicklung des Dauerbruchs, Mitt. d. Kohle- u. Eisenforschung: 1938.
- [Mün08] Münzing, T.: Einfluss der Drehungleichförmigkeit auf die Lebensdauer einer Stirnradstufe, Unveröffentlichte Studienarbeit, Institut für Maschinenelemente der Universität Stuttgart, 2008.
- [Nau07] Naunheimer, H.; Bertsche, B.; Lechner, G.: Fahrzeuggetriebe. Grundlagen, Auswahl, Auslegung und Konstruktion. 2. Auflage, Berlin: Springer Verlag, 2007.
- [Nel04] Nelson W.: Accelerated Testing, John Wiley& Sons, New York, 2004.
- [Nel82] Nelson W.: Applied Life Data Analysis. John Wiley& Sons, 1982.
- [Nic04] Nicola, A.; Rosenberger; J.; Sauer, B; Nemeth, G.: Verbrennungsmotoren hochdynamisch simuliert. Antriebstechnik Nr. 11, 2004.
- [Nov10] Novak, W.; Geräusch- und Wirkungsgradoptimierung bei Fahrzeuggetrieben durch Festradentkopplung. Dissertation, Institut für Maschinenelemente, Universität Stuttgart, 2010.
- [Pah07] Pahl, G.; Beitz, W.: Konstruktionslehre, Grundlagen erfolgreicher Produktentwicklung – Methoden und Anwendung, 7. Auflage, Berlin: Springer-Verlag, 2007.
- [Pal24] Palmgren, A.: Die Lebensdauer von Kugellagern, VDI-Zeitschrift: 1924.
- [Paw01] Pawitan, Y.: In all likelihood: Statistical modelling and inference using likelihood. Oxford: Clarendon Press, 2001.
- [Rad07] Radaj, D.; Vormwald, M.: Ermüdungsfestigkeit Grundlagen für Ingenieure, 3. Auflage, Berlin: Springer Verlag, 2007

[Rei78]	Reichelt, C.: Rechnerische Ermittlung der Kenngrößen der Weibull- Verteilung, FortschrBer. VDI-Z., Reihe 1, Nr. 56, 1978.
[Rei89]	Fa. Reilhofer KG: Handbuch zum Schadensfrüherkennungssystem Delta – Analyser, 1989.
[Rel05]	Reliasoft: Life Data Analysis Reference, Handbuch zur Beschreibung des Softwarepakets weibull++ der Firma Reliasoft, Polen, 2005.
[Roo05]	Roos, E.; Maile, K.: Werkstoffkunde für Ingenieure – Grundlagen, An- wendung, Prüfung, 2. Auflage, Berlin: Springer Verlag, 2005.
[Rot94]	Roth, K.: Konstruieren mit Konstruktionskatalogen. Band II Konstruktionskataloge, 2. Auflage, Berlin: Springer-Verlag, 1994.
[Rup05]	Rupf, M.: Skript Digitale Signalverarbeitung. Universität Koblenz - Landau, 2005.
[Ryb03]	Ryborz, J.; Klapper- und Rasselgeräuschverhalten von Pkw- und Nkw- Getrieben. Dissertation, Institut für Maschinenelemente, Universität Stuttgart, 2003.
[Sac06]	Sachs, L.: Angewandte Statistik: Methodensammlung mit R. 12. Auflage. Berlin: Springer, 2006.
[San08]	Sander, M.: Sicherheit und Betriebsfestigkeit von Maschinen und Anla- gen – Konzepte und Methoden zur Lebensdauervorhersage, Berlin: Springer Verlag, 2008.
[Sch98]	Schiberna, P.: Geschwindigkeitsvorgabe für Fahrsimulationen mittels Verkehrssimulation. Dissertation, Universität Stuttgart, Institut für Ma- schinenelemente, 1998.
[Sie11]	Sieg, D.: Betriebsfestigkeitsuntersuchungen an einer dynamisch belaste- ten Zahnradstufe, Unveröffentlichte Studienarbeit, Institut für Maschi- nenelemente der Universität Stuttgart, 2011.
[SRTM10]	Shuttle Radar Topography Mission (SRTM) by National Geospatial- Intelligence Agency (NGA) and National Aeronautics and Space Admin- istration (NASA), http://www2.jpl.nasa.gov/srtm/, 2010.
[Sto08]	Stockmeier, M.; Entwicklung von klapper- und rasselgeräuschfreien Fahrzeuggetrieben. Dissertation, Institut für Maschinenelemente, Uni- versität Stuttgart, 2008.
[Tes08]	TESIS DYNAware: veDYNA User Manual – Technische Simulation Dynami- scher Systeme GmbH, München, 2008.
[Uch99]	Uchtmann, K.; Wirth, R.: Maschinendiagnose an drehzahlveränderlichen Antrieben mittels Ordnungsanalyse. Antriebstechnik 38-1999

- [VDA3.2] Verband der Deutschen Automobilindustrie: Qualitätsmanagement in der Automobil, Zuverlässigkeitssicherung bei Automobilherstellern und Lieferanten, Teil 2, 3. Auflage , 2000.
- [VDI2206] VDI-Richtlinie 2206: Entwicklungsmethodik für mechatronische Systeme, 2004.
- [VDI2221] VDI-Richtlinie 2221: Methodik zum Entwickeln und Konstruieren technischer Systeme und Produkte. Berlin: Beuth-Verlag, 1993.
- [VDI2222] VDI-Richtlinie 2222, Blatt 1: Konstruktionsmethodik Methodisches Entwickeln von Lösungsprinzipien. Berlin: Beuth-Verlag, 1997.
- [VDI2225] VDI-Richtlinie 2225, Blatt 3: Konstruktionsmethodik Technischwirtschaftliches Konstruieren Technisch-wirtschaftliche Bewertung. Berlin: Beuth-Verlag, 1998.
- [VDI4001] Verein Deutscher Ingenieure, VDI 4001 BLATT 2: Grundbegriffe zum VDI Handbuch Technische Zuverlässigkeit. Düsseldorf, 1986.
- [VDI4009] Verein Deutscher Ingenieure, VDI 4009 Blatt 5: Weibullverteilung und andere Extremwertverteilungen, Düsseldorf, 1985.
- [Voß02] Voß, W.: Taschenbuch der Statistik. Leipzig: Fachbuchverlag München, Wien: R. Oldenbourg Verlag, 2002.
- [Wac07] Wacker, M.; Gäng, J.; Bertsche, B.: Entwicklung zuverlässiger Getriebe. FKFS Symposium 2007, Stuttgart, 2007.
- [Wac08] Wacker, M.; Bertsche, B.: Zuverlässigkeitsuntersuchungen an einer Zahnradstufe unter Berücksichtigung von Drehungleichförmigkeiten, Veröffentlichung zur VDI Tagung "Getriebe in Fahrzeugen", VDI2029, 2008.
- [Web92] Weber, H.: Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik für Ingenieure. 3. Aufl., Stuttgart: Teubner, 1992.
- [Wec06] Weck, M.; Brecher, C.: Werkzeugmaschinen 5, Messtechnische Untersuchung und Beurteilung, dynamische Stabilität, 7. Auflage, Berlin: Springer Verlag, 2006.
- [Wei00] Weidler A.: SASIMA Hard- und Software für die Aufzeichnung beliebiger Streckenprofile – Bedienungsanleitung, Institut für Maschinenelemente der Universität Stuttgart, 2000.
- [Wei05] Weidler, A.; Ermittlung von Raffungsfaktoren für die Getriebeentwicklung, Dissertation, Institut für Maschinenelemente, Univ. Stuttgart, 2005.
- [Wei51] Weibull, W.: A statistical distribution function of wide applicability. Trans. ASME, Serie E: Journal of Applied Mechanics, 1951, p. 293-297.

[Wei91]	Weidner, G.: Klappern und Rasseln von Fahrzeuggetrieben. Dissertation, Institut für Maschinenelemente, Universität Stuttgart, 1991.
[Wes88]	Westermann-Friedrich, A.; Zenner, H.: Zählverfahren zur Bildung von Kol- lektiven aus Zeitfunktionen, Vergleich der verschiedenen Verfahren und Beispiele. FVA-Merkblatt 0/14, Forschungsvereinigung Antriebstechnik, Frankfurt/M.: 1988.
[Wes96]	Wesolowski, K.: Dreidimensionale Beanspruchungszustände und Festig- keitsnachweis drehmomentbelasteter Zahnwellen-Verbindungen unter elastischer und teilplastischer Verformung. Diss. TU Clausthal, 1996
[Wil04]	Wilker, H.: Weibull-Statistik in der Praxis, Band 3. Norderstedt: Books on Demand, 2004.
[Zam85]	Zammert, WU.: Betriebsfestigkeitsberechnung – Grundlagen, Verfahren und technische Anwendung, Vieweg, 1985.

Lebenslauf

Name:	Michael Wacker
Geburtsdatum:	26.07.1977
Geburtsort:	Sindelfingen
Staatsangehörigkeit:	deutsch
Familienstand:	verheiratet, zwei Kinder

Schulbildung

08/1984 - 07/1988	Johannes-Widmann-Schule, Grundschule in Maichingen
08/1988 - 06/1997	Gymnasium Unterrieden in Sindelfingen Abschluss: Allgemeine Hochschulreife

Studium

10/1997 - 03/2003	Studiengang Maschinenwesen an der Universität Stut	tgart,
	Hauptfächer: Konstruktionstechnik, Fahrzeugtechnik	
	Diplomprüfung: 31.03.2003	

Berufstätigkeit

04/2003 - 04/2008	Wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Maschinenele- mente (IMA) der Universität Stuttgart	
seit 05/2008	Entwicklungsingenieur bei der Daimler AG, Stuttgart	
	- Bereich: Nutzfahrzeugentwicklung von Schaltgetrieben	
	 Tätigkeitsfeld: Grundsatzentwicklung, Komponentener- probung und Festigkeitsprüfung 	

Nr.	Verfasser	Titel
1	H.K. Müller	Beitrag zur Berechnung und Konstruktion von Hochdruckdichtungen an schnellaufenden Wellen
2	W. Passera	Konzentrisch laufende Gewinde-Wellen-Dichtung im laminaren Bereich
	K. Karow	Konzentrische Doppelgewindewellendichtung im laminaren Bereich
3	F.E. Breit	Die Kreiszylinderschalendichtung: Eine Axialspaltdichtung mit druckabhängiger Spaltweite
	W. Sommer	Dichtungen an Mehrphasensystemen: Berührungsfreie Wellendichtungen mit hochviskosen
		Sperrflüssigkeiten
4	K. Heitel	Beitrag zur Berechnung und Konstruktion konzentrisch und exzentrisch betriebener Gewin-
5	V II Hinschmann	dewellendichtungen im laminaren Bereich
5	КП. ППSCIIIIaIIII	Durability and Druckwarlouf im radial durabströmtan Dichtenalt bai pulsiorandom Druck
0 7	J. Rybak	Einheitliche Berechnung von Schneidrädern für Außen- und Innenverzahnungen. Beitrag zu
8	D Franz	Bechnergestütztes Entwerfen von Varianten auf der Grundlage gesammelter Erfahrungs
0	D. Mailz	werte
9	E. Lauster	Untersuchungen und Berechnungen zum Wärmehaushalt mechanischer Schaltgetriebe
10		Festschrift zum 70. Geburtstag von Prof. DrIng. K. Talke
11	G. Ott	Untersuchungen zum dynamischen Leckage- und Reibverhalten von Radialwellen-
		dichtringen
12	E. Fuchs	Untersuchung des elastohydrodynamischen Verhaltens von berührungsfreien Hochdruck-
12	C. Sadlala	dichtungen
15	G. Sedlak	Reconstruction and Auswerten spannungsoptischer Bilder
14 15	W. WOII	Fiogrammsystem zur Anaryse und Optimierung von Fantzeuggemeten
15	п. v. сш	zahnter Geradstirnräder
16	N Messner	Untersuchung von Hydraulikstangendichtungen aus Polytetrafluoräthylen
17	V Schade	Entwicklung eines Verfahrens zur Einflanken-Wälznrüfung und einer rechnergestützten
17	() Senual	Auswertemethode für Stirnräder
18	A. Gührer	Beitrag zur Optimierung von Antriebssträngen bei Fahrzeugen
19	R. Nill	Das Schwingungsverhalten loser Bauteile in Fahrzeuggetrieben
20	M. Kammüller	Zum Abdichtverhalten von Radial-Wellendichtringen
21	H. Truong	Strukturorientiertes Modellieren, Optimieren und Identifizieren von Mehrkörpersystemen
22	H. Liu	Rechnergestützte Bilderfassung, -verarbeitung und -auswertung in der Spannungsoptik
23	W. Haas	Berührungsfreie Wellendichtungen für flüssigkeitsbespritzte Dichtstellen
24	M. Plank	Das Betriebsverhalten von Wälzlagern im Drehzahlbereich bis 100.000/min bei Kleinstmengenschmierung
25	A. Wolf	Untersuchungen zum Abdichtverhalten von druckbelastbaren Elastomer- und PTFE-
		Wellendichtungen
26	P. Waidner	Vorgänge im Dichtspalt wasserabdichtender Gleitringdichtungen
27	Hirschmann u.a.	Veröffentlichungen aus Anlaß des 75. Geburtstags von Prof. DrIng. Kurt Talke
28	B. Bertsche	Zur Berechnung der Systemzuverlässigkeit von Maschinenbau-Produkten
29	G. Lechner;	Forschungsarbeiten zur Zuverlässigkeit im Maschinenbau
	KH.Hirschmann;	
20	B. Bertsche	Zum Abdicht und Deibungewerholten von Undreutliteten zur Lichtungen aus Deleteten (
30	пј. Ртокор	zum Abdient- und Keibungsvernalten von Hydraumsstangendichtungen aus Polytetrafluor- äthylen
31	K. Kleinbach	Qualitätsbeurteilung von Kegelradsätzen durch integrierte Prüfung von Tragbild, Finflankenwälzabweichung und Spielverlauf
32	E. Zürn	Beitrag zur Erhöhung der Meßgenauigkeit und -geschwindigkeit eines Mehrkoordinaten-
54	L , LM 111	tasters
33	F. Jauch	Optimierung des Antriebsstranges von Kraftfahrzeugen durch Fahrsimulation
34	J. Grabscheid	Entwicklung einer Kegelrad-Laufprüfmaschine mit thermografischer Tragbilderfassung
35	A. Hölderlin	Verknüpfung von rechnerunterstützter Konstruktion und Koordinatenmeßtechnik
36	J. Kurfess	Abdichten von Flüssigkeiten mit Magnetflüssigkeitsdichtungen
37	G. Borenius	Zur rechnerischen Schädigungsakkumulation in der Erprobung von Kraftfahrzeugteilen bei
		stochastischer Belastung mit variabler Mittellast
38	E. Fritz	Abdichtung von Maschinenspindeln
39	E. Fritz; W. Haas;	Berührungsfreie Spindelabdichtungen im Werkzeugmaschinenbau. Konstruktionskatalog
	n.K . Wuller	

Nr.	Verfasser	Titel
40	B. Jenisch	Abdichten mit Radial-Wellendichtringen aus Elastomer und Polytetrafluorethylen
41	G. Weidner	Klappern und Rasseln von Fahrzeuggetrieben
42	A. Herzog	Erweiterung des Datenmodells eines 2D CAD-Systems zur Programmierung von Mehrko-
	-	ordinatenmeßgeräten
43	T. Roser	Wissensbasiertes Konstruieren am Beispiel von Getrieben
44	P. Wäschle	Entlastete Wellendichtringe
45	Z. Wu	Vergleich und Entwicklung von Methoden zur Zuverlässigkeitsanalyse von Systemen
46	W. Richter	Nichtwiederholbarer Schlag von Wälzlagereinheiten für Festplattenlaufwerke
47	R. Durst	Rechnerunterstützte Nutprofilentwicklung und clusteranalytische Methoden zur Optimierung
		von Gewindewerkzeugen
48	G.S. Müller	Das Abdichtverhalten von Gleitringdichtungen aus Siliziumkarbid
49	WE. Krieg	Untersuchungen an Gehäuseabdichtungen von hochbelasteten Getrieben
50	J. Grill	Zur Krümmungstheorie von Hüllflächen und ihrer Anwendung bei Werkzeugen und
		Verzahnungen
51	M. Jäckle	Entlüftung von Getrieben
52	M. Köchling	Beitrag zur Auslegung von geradverzahnten Stirnrädern mit beliebiger Flankenform
53	M. Hildebrandt	Schadensfrüherkennung an Wälzkontakten mit Körperschall-Referenzsignalen
54	H. Kaiser	Konstruieren im Verbund von Expertensystem, CAD-System, Datenbank und Wiederholteil-
		suchsystem
55	N. Stanger	Berührungsfrei abdichten bei kleinem Bauraum
56	R. Lenk	Zuverlässigkeitsanalyse von komplexen Systemen am Beispiel PKW-Automatikgetriebe
57	H. Naunheimer	Beitrag zur Entwicklung von Stufenlosgetrieben mittels Fahrsimulation
58	G. Neumann	Thermografische Tragbilderfassung an rotierenden Zahnrädern
59	G. Wüstenhagen	Beitrag zur Optimierung des Entlasteten Wellendichtrings
60	P. Brodbeck	Experimentelle und theoretische Untersuchungen zur Bauteilzuverlässigkeit und zur System-
		berechnung nach dem Booleschen Modell
61	Ch. Hoffmann	Untersuchungen an PTFE-Wellendichtungen
62	V. Hettich	Identifikation und Modellierung des Materialverhaltens dynamisch beanspruchter Flächen-
		dichtungen
63	K. Riedl	Pulsationsoptimierte Außenzahnradpumpen mit ungleichförmig übersetzenden Radpaaren
64	D. Schwuchow	Sonderverzahnungen für Zahnradpumpen mit minimaler Volumenstrompulsation
65	T. Spörl	Modulares Fahrsimulationsprogramm für beliebig aufgebaute Fahrzeugtriebstränge und An-
		wendung auf Hybridantriebe
66	K. Zhao	Entwicklung eines räumlichen Toleranzmodells zur Optimierung der Produktqualität
67	K. Heusel	Qualitätssteigerung von Planetengetrieben durch Selektive Montage
68	T. Wagner	Entwicklung eines Qualitätsinformationssystems für die Konstruktion
69 70	H. Zelßmann	Optimierung des Betriebsverhaltens von Getriebeentluftungen
70	E. Bock	Schwimmende Wellendichtringe
/1	S. Ring	Anwendung der Verzähnungstheorie auf die Modellierung und Simulation des Werkzeug-
70	M IZI" C	schleifens
12	M. Klopfer	Dynamisch beanspruchte Dichtverbindungen von Getriebegenausen
15	CH. Lang	Lostengerausche von Fahrzeuggetrieben
/4	w. naas	berunrungstreies Abdichten im Maschmendau unter desonderer Beruckstchtigung der Fang-
75	D. Sabibarna	labyinnine Gasabujindiakaitayorgaba für Eabraimulationan mittala Varkabrasimulation
76	W Elsor	Beitrag zur Ontimierung von Wälzgetrieben
70	P Mary	Durchgöngige hautgilübergreifende Auslegung von Maschinenelementen mit unscharfen
//		Vorgshen
78	I. Konsch	Unterstützung der Konstruktionstätigkeiten mit einem Aktiven Semantischen Netz
79	J. Ropsen	Beitrag zur Minimierung von Klapper- und Passelgeräuschen von Fahrzeuggetrieben
80	J. Raen U. Häussler	Generalisierte Berechnung räumlicher Verzahnungen und ihre Anwendung auf
00	0. Hadssiel	Wälzfräserherstellung und Wälzfräsen
81	M Hüsges	Steigerung der Tolerierungsfähigkeit unter fertigungstechnischen Gesichtsnunkten
82	X Nastos	Ein räumliches Toleranzbewertungssystem für die Konstruktion
83	A. Seifried	Eine neue Methode zur Berechnung von Rollenlagern über lagerinterne Kontakt-
		Beanspruchungen
84	Ch. Dörr	Ermittlung von Getriebelastkollektiven mittels Winkelbeschleunigungen
85	A. Veil	Integration der Berechnung von Systemzuverlässigkeiten in den CAD-Konstruktionsprozeß
86	U. Frenzel	Rückenstrukturierte Hydraulikstangendichtungen aus Polyurethan
87	U. Braun	Optimierung von Außenzahnradpumpen mit pulsationsarmer Sonderverzahnung
88	M. Lambert	Abdichtung von Werkzeugmaschinen-Flachführungen
89	R. Kubalczyk	Gehäusegestaltung von Fahrzeuggetrieben im Abdichtbereich

Nr.	Verfasser	Titel
90	M. Oberle	Spielbeeinflussende Toleranzparameter bei Planetengetrieben
91	S. N. Dogan	Zur Minimierung der Losteilgeräusche von Fahrzeuggetrieben
92	M. Bast	Beitrag zur werkstückorientierten Konstruktion von Zerspanwerkzeugen
93	M. Ebenhoch	Eignung von additiv generierten Prototypen zur frühzeitigen Spannungsanalyse im Produkt- entwicklungsprozeß
94	A. Fritz	Berechnung und Monte-Carlo Simulation der Zuverlässigkeit und Verfügbarkeit technischer
95	O. Schrems	Die Fertigung als Versuchsfeld für die qualitätsgerechte Produktoptimierung
96	M. Jäckle	Untersuchungen zur elastischen Verformung von Fahrzeuggetrieben
97	H. Haiser	PTFE-Compounds im dynamischen Dichtkontakt bei druckbelastbaren Radial- Wellendichtungen
98	M. Rettenmaier	Entwicklung eines Modellierungs-Hilfssystems für Rapid Prototyping gerechte Bauteile
99	M. Przybilla	Methodisches Konstruieren von Leichtbauelementen für hochdynamische Werkzeug- maschinen
100	M. Olbrich	Werkstoffmodelle zur Finiten-Elemente-Analyse von PTFE-Wellendichtungen
101	M. Kunz	Ermittlung des Einflusses fahrzeug-, fahrer- und verkehrsspezifischer Parameter auf die Getriebelastkollektive mittels Fahrsimulation
102	H. Ruppert	CAD-integrierte Zuverlässigkeitsanalyse und -optimierung
103	S. Kilian	Entwicklung hochdynamisch beanspruchter Flächendichtverbindungen
104	A. Flaig	Untersuchung von umweltschonenden Antriebskonzepten für Kraftfahrzeuge mittels
		Simulation
105	B. Luo	Überprüfung und Weiterentwicklung der Zuverlässigkeitsmodelle im Maschinenbau mittels
106	I. Sahiinnanhayar	Mono-Bauteil-Systemen Erhöhung der Verfücherkeit von Deten für die Gesteltung und Perschnung der Zuverlössig
100	L. Schuppennauer	keit von Systemen
107	J. Ryborz	Klapper - und Rasselgeräuschverhalten von Pkw- und Nkw- Getrieben
108	M. Wurthner	Rotierende Wellen gegen Kuhlschmierstoff und Partikel beruhrungstrei abdichten
109	C. Gitt	Analyse und Synthese leistungsverzweigter Stufenlosgetriebe
110	A. Krolo	Planung von Zuverlassigkeitstests mit weitreichender Berucksichtigung von Vorkenntnissen
111	G. Schollnammer	Entwicklung und Untersuchung inverser weilendichtsysteme
112	K. Fronius	Genausegestaltung im Abdichtbereich unter pulsierendem Innendruck
113	A. weidler	Ermittiung von Kattungstaktoren für die Getriebeerprobung
114	B. Stiegler	Einflugs der Wellensberfläche auf des Dichtsgehelten von Bediel Wellendichtungen
115	1. Kullstield M. Jansson	Abstraifer für Werkzougmeschingeführungen
110	NI. Janssen S. Dubl	Abstrener für Werkzeuginaschnenfullungen Weekselbeziehungen im Diehteustem von Bediel Wellendichtring. Gegenleufflöche und
117	S. DUIII	Fluid
118	P. Pozsgai	Realitätsnahe Modellierung und Analyse der operativen Zuverlässigkeitskennwerte technischer Systeme
119	H. Li	Untersuchungen zum realen Bewegungsverhalten von Losteilen in Fahrzeuggetrieben
120	B. Otte	Strukturierung und Bewertung von Eingangsdaten für Zuverlässigkeitsanalysen
121	P. Jäger	Zuverlässigkeitsbewertung mechatronischer Systeme in frühen Entwicklungsphasen
122	T. Hitziger	Ubertragbarkeit von Vorkenntnissen bei der Zuverlässigkeitstestplanung
123	M. Delonga	Zuverlässigkeitsmanagementsystem auf Basis von Felddaten
124	M. Maisch	Zuverlässigkeitsorientiertes Erprobungskonzept für Nutzfahrzeuggetriebe unter Berücksich- tigung von Betriebsdaten
125	J. Orso	Berührungsfreies Abdichten schnelllaufender Spindeln gegen feine Stäube
126	F. Bauer	PTFE-Manschettendichtungen mit Spiralrille - Analyse, Funktionsweise und Erweiterung der
105		Einsatzgrenzen
127	M. Stockmeier	Entwicklung von Klapper- und rasselgeräuschfreien Fahrzeuggetrieben
128	M. Trost	Gesamtheitliche Anlagenmodellierung und -analyse auf Basis stochastischer Netzverfahren
129	P. Lambeck	Unterstützung der Kreativität von verteilten Konstrukteuren mit einem Aktiven Semantischen Netz
130	K. Pickard	Erweiterte qualitative Zuverlässigkeitsanalyse mit Ausfallprognose von Systemen
131	W. Novak	Geräusch- und Wirkungsgradoptimierung bei Fahrzeuggetrieben durch Festradentkopplung
132	M. Henzler	Radialdichtungen unter hoher Druckbelastung in Drehübertragern von Werkzeugmaschinen
133	B. Rzepka	Konzeption eines aktiven semantischen Zuverlässigkeitsinformationssystems
134	C.G. Pflüger	Abdichtung schnelllaufender Hochdruck-Drehübertrager mittels Rechteckring und hocheffi- zient strukturierter Gleitfläche
135	G. Baitinger	Multiskalenansatz mit Mikrostrukturanalyse zur Drallbeurteilung von Dichtungsgegenlauf- flächen

Nr.	Verfasser	Titel
136	J. Gäng	Berücksichtigung von Wechselwirkungen bei Zuverlässigkeitsanalysen
137	Ch. Maisch	Berücksichtigung der Ölalterung bei der Lebensdauer- und Zuverlässigkeitsprognose von
		Getrieben
138	D. Kirschmann	Ermittlung erweiterter Zuverlässigkeitsziele in der Produktentwicklung
139	D. Weber	Numerische Verschleißsimulation auf Basis tribologischer Untersuchungen am Beispiel von
		PTFE-Manschettendichtungen
140	T. Leopold	Ganzheitliche Datenerfassung für verbesserte Zuverlässigkeitsanalysen
141	St. Jung	Beitrag zum Einfluss der Oberflächencharakteristik von Gegenlaufflächen auf das
		tribologische System Radial-Wellendichtung
142	T. Prill	Beitrag zur Gestaltung von Leichtbau-Getriebegehäusen und deren Abdichtung
143	D. Hofmann	Verknüpfungsmodell zuverlässigkeitsrelevanter Informationen in der Produktinformationen
		in der Produktentwicklung mechatronischer Systeme