

Erzeugung eines Bose-Einstein-Kondensats in einer stark anisotropen Magnetfalle

Von der Fakultät Mathematik und Physik der Universität Stuttgart
zur Erlangung der Würde eines Doktors der
Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.) genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von

Jürgen Schoser

aus Hechingen

Hauptberichter: Prof. Dr. T. Pfau
Mitberichter: Prof. Dr. D. Schweitzer

Tag der mündlichen Prüfung: 8. Dezember 2003

Physikalisches Institut der Universität Stuttgart

2003

Inhaltsverzeichnis

Summary	v
1 Einführung	1
2 Theoretische Grundlagen	7
2.1 Bose-Einstein-Kondensation	7
2.1.1 Der Phasenübergang in einer harmonischen Falle	8
2.1.2 Die Kondensat-Wellenfunktion — Mean-Field-Wechselwirkung	11
2.1.3 Thomas-Fermi Näherung	13
2.2 Wechselwirkung zwischen Licht und Materie	14
2.2.1 Spontankraft	15
2.2.2 Optische Dipol-Potentiale	16
2.2.3 Mehrniveaumatome	18
2.3 Doppler-Kühlung - optische Melasse	19
2.4 Magneto-optische Falle	21
2.4.1 Prinzipielle Funktionsweise einer MOT	22
2.4.2 Temperatur- und Dichteregime einer MOT	24
2.4.3 Lade- und Zerfalldynamik	26
2.5 Spinpolarisation durch optisches Pumpen	28
2.6 Magnetischer Einschluss von Atomen	30
2.6.1 Ioffe-Pritchard Konfiguration	31
2.6.2 Modenanpassung	36
2.7 Kollisionsprozesse	37
2.7.1 Kalte Kollisionen - elastische Stöße	38

2.7.2	Inelastische Kollisionen	40
2.8	Verdampfungskühlung	41
2.9	Optische Gitter	46
2.9.1	Geometrie des optischen Gitters	46
2.9.2	Beschleunigtes Gitter	48
2.9.3	Bändermodell des eindimensionalen optischen Gitters	48
2.9.4	Dynamik im optischen Gitter	50
2.9.5	Beugung am optischen Gitter	53
2.9.6	Wechselwirkungsinduzierte Unterdrückung der Beugung	58
3	Das Element Rubidium	63
3.1	Physikalische Eigenschaften und Termschema	64
3.2	Kollisionsparameter	66
4	Gesamtaufbau des Experiments	71
4.1	Vakuumapparatur	71
4.2	Lasersystem	78
4.3	Computer-Steuerung	80
4.4	Detektionsmethoden und -systeme	82
5	Intensive Atomstrahl-Quelle - 2D-MOT	89
5.1	Übersicht über Atomstrahlquellen	89
5.2	Grundprinzip der 2D-MOT	91
5.3	Theoretisches Modell der 2D-MOT	93
5.3.1	Annahmen für die theoretische Beschreibung	93
5.3.2	Einfluss der Geometrie	93
5.3.3	Einfluss von Kollisionen	95
5.3.4	Zusammenfassung	98
5.4	2D-MOT - Experimentelle Realisierung	99
5.5	2D-MOT - Ergebnisse	102
5.6	Zusammenfassung	111

6	Erzeugung einer ultrakalten Atomwolke	113
6.1	Designkriterien	113
6.2	Experimenteller Aufbau - elongierte 3D- MOT	114
6.3	Eigenschaften der elongierten 3D-MOT	116
6.4	Verstimmte MOT	120
7	Magnetische Falle für Atome	123
7.1	Designkriterien	123
7.2	Experimentelle Realisierung	124
7.2.1	Aufbau der Stromspulen	124
7.2.2	Ein- und Ausschaltverhalten	126
7.2.3	Schwingungsfrequenzen in der Magnetfalle	128
7.3	Laden der MT und adiabatische Kompression	129
8	Bose-Einstein-Kondensation	135
8.1	Radiofrequenz-Verdampfungsrampe	135
8.2	Bose-Einstein-Kondensation von Rubidium	142
8.3	Quasi-niedrigdimensionale Kondensation	147
9	Quantengase in Optischen Gittern	151
9.1	Allgemeine Betrachtungen	151
9.1.1	Zahlenwerte zu Gittern unterschiedlicher Wellenlänge	151
9.1.2	Designkriterien eines blauverstimmten Gitters	153
9.2	Eindimensionales optisches Gitter kombiniert mit magnetischem Einschluss	154
9.3	Experimenteller Aufbau eines dreidimensionalen optischen Gitters .	158
9.4	Beugung einer Materiewelle am optischen Gitter	160
10	Zusammenfassung und Ausblick	165
10.1	Zusammenfassung	165
10.2	Ausblick	169
A	Die AC-Stark-Verschiebung im Mehrniveau-Atom	171
A.1	Gitterlicht orthogonal zu den Atomen polarisiert	171
A.2	Gitterlicht parallel zu den Atomen polarisiert	174
A.3	Zirkulare Polarisation des Gitterlichts	174

B Expansion eines Bose-Einstein-Kondensats	177
Literaturverzeichnis	179
Danksagung	197

Summary

In this thesis, I present a new experimental setup for the generation of a Bose-Einstein condensate with ^{87}Rb atoms in a strongly anisotropic magnetic trap. The special elongated geometry allows the generation of quasi-one-dimensional Bose-Einstein condensates.

The first realization of Bose-Einstein condensates in dilute atomic vapors in 1995 [1, 2, 3] was such an epoch making event in modern physics, that already six years later Eric Cornell, Wolfgang Ketterle and Carl Wieman have been awarded the Nobel Prize in physics „for the achievement of Bose-Einstein condensation in dilute gases of alkali atoms, and for early fundamental studies of the properties of the condensates“ [4]. The investigation of this new form of matter - the macroscopic quantum state - laid the foundation for a new field of research. An ever increasing number of publications has appeared since.

Starting from room temperature an atomic vapor is cooled down to temperatures in the range of a few $10\ \mu\text{K}$ by means of laser cooling (Nobel Prize in physics 1997 for Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudji and William Phillips). Afterwards the atom cloud is caught in a magnetic trap where it is cooled down to a few $100\ \text{nK}$ by the evaporative cooling method. To our present knowledge the thus prepared atom cloud is the coldest state of matter in the universe. It exhibits such special properties that it has been assigned a separate state of matter: Beside solid states, liquids, gases and plasmas one indicates the Bose-Einstein condensate as the fifth.

Based on the quantum statistics for particles with integer spin quantum number developed by Satyendra Bose [5], Albert Einstein postulated the phase transition to a quantum degenerate regime. It is especially remarkable that the phase transition occurs solely due to quantum statistics even without the presence of interactions in a system of bosons at low temperatures. Below a critical temperature T_c a macroscopic number of atoms occupies solely the ground state of the system. An intuitive picture is given by the particle-wave duality. In an ensemble at temperature T , a thermal de Broglie wavelength $\Lambda_{\text{dB}} = \sqrt{h^2/2\pi m k_B T}$ can be assigned to each particle. It denotes the spatial extent of the wave packets. In the case that this extent becomes comparable to the inter-particle distance the wavefunctions begin to overlap and a „giant matter wave“ [6] emerges.

Many interesting properties of Bose-Einstein condensates originate from the interaction between the particles. Most experiments performed so far focus on influence of the contact interaction due to s-wave scattering and of quantum statistics. Elementary excitations such as phonons have been investigated [7, 8, 9]. Utilizing the superfluid properties below T_c [10, 11, 12] the generation of vortices and the quantization of their circulation was observed [13, 14, 15, 16]. Analogies to light optics could be found by the realization of atom lasers [17, 18] and of the coherent amplification of matter and light waves [19, 20]. Nonlinear optics found its parallel in atom optics by the creation of matter wave solitons [21, 22] and by the demonstration of four-wave mixing of matter waves [23]. The research of Bose-Einstein condensates in optical lattices brought about the experimental realization of a quantum phase transition from a superfluid to a Mott-insulator phase [24]. Nowadays a new focus on the interaction between two electric or magnetic dipoles in a quantum degenerate gas arises. The anisotropic and long-range dipole-dipole interaction opens the door towards new phenomena.

The shape and stability of elementary excitations of Bose-Einstein condensates in anisotropic trap geometries was studied theoretically [25, 26, 27]. A quantum phase transition of dipolar gases in optical lattices is predicted [28]. Theoretical proposals for the implementation of quantum logic gates utilize the interaction of permanent electric dipoles or the interaction in optical lattices [29, 30, 31]. This overview reveals that two major topics will govern the main development of the field of Bose-Einstein condensates:

1. Quantum gases in optical lattices.
2. Dipolar quantum gases in different dimensions including tunable short- and long-range interactions.

Especially the transition from a cigar-shaped three-dimensional geometry towards two- and one-dimensional systems offers new phenomena [32, 33, 34]. This thesis focuses therefore on the generation of a Bose-Einstein condensate in a very elongated trap geometry. The anisotropy is identified by the ratio of the radial and axial trap frequencies which is reflected in the aspect-ratio of the trapped atom cloud. The aspect-ratio of conventional experimental setups using macroscopic magnetic traps [35, 36] is in the range of 30 - 100. This is exceeded by magnetic micro-traps [37, 38, 39] which obtain a range of 60 - 365 [40, 41]. However, cardinal problems [42, 43] with the latter kind of traps favor the macroscopic approach.

The experimental setup presented in this thesis offers an aspect ratio of 850, an anisotropy which is unprecedented. Starting from a novel cold atom source a large number of atoms is collected and cooled to a cloud of ultracold temperatures. After this the transfer into the magnetic trap is optimized and the evaporative cooling

scheme allows to enter the quantum degenerate regime. The evaporative cooling process in the anisotropic magnetic trap is analyzed and the properties of the Bose-condensed cloud are discussed. The apparatus is designed in such a way that it offers a good implementation of an optical lattice. Moreover, the magnetic trap is configured to extract atoms into a quadrupole magnetic wave-guide for matter waves. The generation of a Bose-Einstein condensate in a strong anisotropic geometry brought about a multitude of technological challenges which are discussed in the following:

2D-MOT

Experiments with degenerate clouds of atoms usually benefit from a large number of atoms in the condensate. We have therefore developed an intense cold atom beam source (2D-MOT) which outperforms other cold atom sources of similar design by one order of magnitude in total atom flux. The velocity distribution is centered around 50 m/s and shows a width of 75 m/s. The maximum total flux reaches $6 \cdot 10^{10}$ atoms/s and is comparable to the output of a Zeeman slower. However, with a divergence of 32 mrad the beam of the 2D-MOT is better collimated. Meanwhile similar setups are utilized in more and more atom optics experiments.

The 2D-MOT is based on purely two-dimensional magneto-optical cooling. Starting from an atomic vapor in a gas cell, the atoms are transversally cooled and trapped. In the axial dimension the velocity is unaffected and a jet of atoms emerges in the positive and negative directions along the axis. A differential pumping tube serves as a geometrical filter at the end of the cell towards the ultra-high vacuum part of the setup. The atoms propagate through the cooling laser beams for a certain time, depending on their velocity in the axial direction. Atoms that are radially cooled during this time can pass through the differential pumping tube and contribute to the atomic beam. Thus only atoms with small velocities along the axis are transmitted by the geometrical filter.

The interplay of the geometrical dimensions of the cooling laser beams, of the laser intensity and of the vapor pressure in the glass cell has been investigated. We developed an analytical theoretical model which predicts the influence of these parameters on the profile of the velocity distribution and on the total flux of atoms. Based on only a few assumptions, the theory fits very well to the experimental data.

Elongated 3D-MOT

The cold atomic beam from the 2D-MOT is captured in a ultra-high vacuum environment by a specially engineered three dimensional magneto-optical trap. The elongated shape of the trap results in a large trapping volume and allows to accumulate more atoms than the typically used near spherically shaped MOTs. It

is realized in a standard 6-beam configuration with an elongated radial magnetic quadrupole and a weak axial gradient. The magnetic fields are generated by the solenoids of the magnetic trap (see below) operated in a slightly modified current configuration. A maximum number of $6 \cdot 10^{10}$ atoms was detected. This is among the largest atom numbers of magneto-optical traps in the scientific community.

Though the atom number is large, the density of the cloud is comparably small and the temperature extremely high (≤ 1 mK). We identified the huge optical density of the cloud along the symmetry axis as a limit for the cooling process. Photons in the center of the trap are reabsorbed many times. Still, a cold cloud was prepared by a so-called „detuned MOT“. After accumulation of a high atom number the frequency of the cooling laser is linearly ramped up to the red of the atomic resonance by five linewidths. This resulted in a temperature below the Doppler-limit. Parallel to the increase in detuning the magnetic field gradients of the magneto-optical trap are linearly increased by a factor of 2.5, which compresses the density. This sequence provides an atom cloud with parameters that are usually achieved only by optical molasses, which typically require a more extensive adjustment, especially for large MOTs. At the end of this experimental stage a cloud of $(6 - 8) \cdot 10^9$ atoms at temperatures in the range of $(40 - 80) \mu\text{K}$, densities of about $4 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ and a phase-space density of $\approx 10^{-6}$ is provided for further steps.

Another advantage of the elongated 3D-MOT is a close match of the aspect ratio of the magnetic trap which allows an efficient transfer of the atoms from the MOT into the magnetic trap.

Anisotropic magnetic trap

The magnetic trap presented in this thesis is of the Ioffe-Pritchard type. It consists of four so-called Ioffe bars that provide radial confinement and of two circular coils coaxial with the symmetry axis of the radial quadrupole field that create an axial curvature field. One of the main technical challenges was the control and fast switching of currents up to 1050 A within $100 \mu\text{s}$.

Due to the dimensions of the elongated MOT - a large volume was essential - the distance between the magnetic end coils along the symmetry axis of the trap is relatively large. This results in a very weak axial confinement of the atom cloud, characterized by an axial trapping frequency of 2.7 Hz. In contrast, the radial trapping frequency can be increased up to 2300 Hz¹. Therefore the aspect ratio of the trap may be varied from 100 to 850. To our knowledge such an extreme anisotropy has not been realized in a magnetic trap so far. It offers the opportunity to enter the quasi-one-dimensional regime of degenerate quantum gases without the need for elongated dipole traps.

¹The mean trapping frequency (geometrical mean) is similar to other setups that use Ioffe-Pritchard type traps.

Evaporative cooling and Bose-Einstein condensation

The phase space density of the atoms in the magnetic trap can be increased by radio-frequency induced evaporative cooling. This cooling technique is based on a selective removal of the most energetic atoms from the ensemble and subsequent rethermalization of the remaining atoms to a lower temperature and a higher density via elastic collisions.

The evaporative cooling process in the extremely anisotropic geometry of the magnetic trap proceeds at a reduced efficiency. A detailed analysis shows that the axial trap frequency limits the time constant for thermalization. Radially a strong and fast evaporation takes place whereas the thermalization along the axial direction works on a much longer timescale which is given by the inverse of the axial trap frequency. A slower evaporation ramp is limited by the relatively short lifetime (50 s) of the atom cloud in the magnetic trap due to background gas collisions.

Additionally a heating rate of unknown origin of $2\ \mu\text{K/s}$ has been observed. It is independent of the trap parameters and of the presence of a radio-frequency field. Heating due to an Oort-cloud [44] of hot trapped atoms or technical noise are possible causes for this effect. The heating rate decreases the efficiency of the evaporative cooling especially at low temperatures. These two effects limit the number of atoms in the Bose-Einstein condensate.

Nevertheless, Bose-Einstein condensed clouds of up to $3 \cdot 10^5$ atoms and densities of the order of $3 \cdot 10^{14}\ \text{cm}^{-3}$ can be reproducibly created. The aspect ratio of the condensate is given by the anisotropy of the magnetic trap. Direct condensation into such an extreme aspect ratio has not been observed so far. We can confirm the observation of phase-fluctuations and hence the occurrence of quasi-condensates. However, the observed phase-fluctuations are considerably weaker than in other experiments [35, 45, 46, 47].

This seems to contradict the theoretical predictions. The reason for the inhibited observation of phase fluctuations can be found in the long wavelength of the thermal excitations: The phase fluctuations are not transformed into density modulations during the limited time of flight. The absorption imaging of this setup allows only observations in the near field of the density distribution.

Optical lattices

We theoretically investigated the physics of degenerate quantum gases in optical lattices. An emphasis was put on the diffraction of matter waves off an optical lattice. Based on numerical simulations, we theoretically predict an effect of mean-field interaction on the diffraction efficiency in a one-dimensional configuration. In shallow optical standing waves the diffraction efficiency will decrease depending on

the magnitude of the contact interaction in the lattice. A suppression of 20% to 30% for the zero diffraction order was determined in a regime which is accessible by our setup. The regime of this effect is complementary to the one for the Mott-insulator transition. It is remarkable that even in a shallow lattice potential an effect due to mean-field interaction exists. Finally, a diffraction experiment of a Bose-Einstein condensate off a one-dimensional blue-detuned optical lattice has been performed and analyzed.

Kapitel 1

Einführung

Im Jahr 1995 gelang es erstmals, die Bose-Einstein-Kondensation von verdünnten atomaren Gasen experimentell zu beobachten [1, 2, 3]. Dies war ein so bahnbrechendes und richtungsweisendes Resultat, dass Eric Cornell, Wolfgang Ketterle und Carl Wieman dafür bereits sechs Jahre später mit dem Nobelpreis für Physik ausgezeichnet wurden. Zur Erzeugung der Bose-Einstein-Kondensate werden zunächst Atome in der Gasphase bei Raumtemperatur durch Laserkühlung (Nobelpreis für Physik 1997 an Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudji und William Phillips) auf Temperaturen im Bereich weniger $10 \mu\text{K}$ vorgekühlt. Dann fängt man sie in einer magnetischen Falle ein und kühlt sie durch so genannte Verdampfungskühlung auf einige 100 nK (10^{-7} K) weiter ab. Die auf diese Weise präparierten Atomwolken sind nach heutigem Kenntnisstand die kälteste Materie im Universum und besitzen einzigartige Eigenschaften, so dass man ihnen einen eigenen Aggregatzustand zuordnet. Neben Festkörpern, Flüssigkeiten, Gasen und Plasmen spricht man deshalb häufig vom fünften Aggregatzustand, dem Bose-Einstein-Kondensat (BEK).

Der Phasenübergang zum Bose-Einstein-Kondensat wurde bereits 1925 von Albert Einstein vorhergesagt [48]. Aufbauend auf der von Satyendra Nath Bose entwickelten Quantenstatistik für Teilchen mit ganzzahliger Drehimpulsquantenzahl¹ (Bosonen) [5] postulierte er einen allein aufgrund der Quantenstatistik auftretenden Phasenübergang in einem System wechselwirkungsfreier Bosonen bei tiefen Temperaturen.

Oberhalb einer kritischen Temperatur T_c sind die einzelnen Atome entsprechend ihrer thermischen Energie über viele Quantenzustände verteilt. Die Atome werden durch quantenmechanische Wellenfunktionen beschrieben. Unterhalb T_c besetzt eine makroskopische Anzahl von Teilchen einen einzigen quantenmechanischen Zustand,

¹Aus der relativistischen Quantenfeldtheorie folgt, dass ununterscheidbare Teilchen mit symmetrischer Gesamtwellenfunktion immer eine ganzzahlige Drehimpulsquantenzahl besitzen [49]. Nach dem Urheber der Abzählstatistik für diese Teilchen werden sie als Bosonen bezeichnet.

den Grundzustand des Systems. Besonders spektakulär ist, dass der Übergang bei einer Temperatur einsetzt, deren Energie $k_B T_c$ im Allgemeinen noch wesentlich größer ist als der Niveauabstand zwischen dem Grund- und dem ersten angeregten Zustand des Systems. Durch den Welle-Teilchen-Dualismus lässt sich dieses Phänomen auch anschaulich formulieren. Jedem Teilchen kann eine de Broglie-Wellenlänge [50] zugewiesen werden. Bei einem System von Teilchen der Temperatur T definiert man die thermische de Broglie-Wellenlänge $\Lambda_{dB} = \sqrt{h^2/(2\pi m k_B T)}$, die die Ortsunschärfe bzw. gewissermaßen die Ausdehnung der Wellenpakete angibt. Wenn diese Ausdehnung vergleichbar zum interatomaren Abstand wird, kommt es zum Überlapp der Wellenfunktionen, und das gesamte Ensemble wird durch eine einzige Materiewelle beschrieben. Das ist unter anderem eine der faszinierenden Eigenschaften von Bose-Einstein-Kondensaten: Eine Atomwolke mit einer Ausdehnung von mehreren $100 \mu\text{m}$ zeigt kohärente Quanteneigenschaften, wie sie sonst von Systemen mit der Größe von wenigen Angström her bekannt sind. Das Kriterium für den Phasenübergang kann durch die dimensionslose Phasenraumdichte ausgedrückt werden: $psd = n\Lambda_{dB}^3 \approx 2,612$. Die Übergangstemperatur beträgt typischerweise einige 100 nK bei Dichten von $10^{14} - 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Die Atomzahl im Kondensat variiert von $10^4 - 10^6$ Teilchen. Ein Vergleich mit der Dichte von Festkörpern ($n \approx 10^{23} \text{ cm}^{-3}$) oder Luft ($n \approx 10^{19} \text{ cm}^{-3}$) zeigt, dass es sich bei Bose-Einstein-Kondensaten um verdünnte Systeme² handelt. Ein Bose-Einstein-Kondensat aus verdünntem atomarem Dampf ist ein unterkühltes metastabiles Gas. Seine Lebensdauer wird in der Regel durch die Bildung von Molekülen beschränkt.

Die Bose-Einstein-Kondensation wurde bereits vor der Realisierung in verdünnten atomaren Gasen zur Erklärung verschiedener physikalischer Phänomene herangezogen. Die Superfluidität von flüssigem ^4He wurde von London bereits mit der Bose-Einstein-Kondensation in Verbindung gebracht [51]. Außerdem konnten Signaturen der Bose-Einstein-Kondensation in Systemen von Exzitonen beobachtet werden [52]. Allerdings handelt es sich hierbei um stark wechselwirkende Systeme, bei denen der Kondensatanteil im Gesamtsystem relativ klein ist. Ein weiteres System, das BEK-Eigenschaften aufweist, ist der Laser. In einem Laserresonator bevölkern alle zirkulierenden Photonen eine einzelne Resonatormode - ganz analog zur makroskopischen Besetzung des Grundzustands im Bose-Einstein-Kondensat atomarer Gase.

Bis zum heutigen Zeitpunkt arbeiten weltweit über 40 Forschungsgruppen mit Bose-Einstein-Kondensaten in verdünnten atomaren Gasen [53]. Am häufigsten werden Bose-Einstein-Kondensate der Alkaliatome Lithium, Natrium und Rubidium eingesetzt. Atomarer Wasserstoff wurde 1998 Bose-kondensiert [54]. Inzwischen sind Kondensate auch mit Kalium [55], metastabilem Helium [56, 57] und Cäsium [58] erreicht worden. Parallel zur Entwicklung der ultrakalten Bosonen wurde auch die Kühlung von fermionischen Isotopen verfolgt. Inzwischen ist es gelungen, mit Kali-

²In diesem Zusammenhang ist verdünnt als schwach wechselwirkend zu verstehen: $na^3 \ll 1$, n =Teilchendichte, a =Streulänge.

um und Lithium durch sympathetisches Kühlen ein entartetes Fermigas zu erzeugen [59, 60].

Atomoptische Experimente

Bisher wurde betont, dass es sich bei den hier betrachteten Bose-Einstein-Kondensaten um fast wechselwirkungsfreie, sehr verdünnte Gase handelt. Bei den sehr niedrigen Temperaturen fallen aber gerade die noch vorhandenen Wechselwirkungen besonders ins Gewicht und machen das reichhaltige physikalische Verhalten von Bose-Einstein-Kondensaten aus.

Die ersten Experimente beschäftigten sich mit dem Zusammenspiel der Quantenstatistik und der isotropen Kontaktwechselwirkung aufgrund von s-Wellenstreuung. Es wurden elementare Anregungen wie Phononen im Kondensat untersucht [7, 8, 9] und kondensierte Spinmischungen betrachtet [61, 62] (Spinorkondensate). Ebenso wie flüssiges Helium weisen auch Bose-Einstein-Kondensate in verdünnten Gasen superfluides Verhalten unterhalb T_c auf [10, 11, 12]. Durch „Rühren“ in dieser Quantenflüssigkeit konnten Wirbel erzeugt und die Quantisierung ihrer Zirkulation beobachtet werden [13, 14, 15, 16].

Zusätzlich besteht in vielen Fällen die Möglichkeit, die Stärke und das Vorzeichen der Kontaktwechselwirkung durch ein äußeres Magnetfeld zu verändern. Dabei wird eine Feshbach-Resonanz ausgenutzt [63, 64]. Mit diesem Werkzeug kann die Stoßphysik beispielsweise von repulsiv zu attraktiv geändert werden. Dabei wurde die Implosion eines Bose-Einstein-Kondensats beobachtet (Bosenova) [65]. Feshbach-Resonanzen erlauben auch die kontrollierte kohärente Erzeugung von Molekülen in einem Kondensat [66]. Damit eröffnet sich ein neues Feld hin zu ultrakalten Molekülen.

Die Wellenfunktion eines Bose-Einstein-Kondensats, der Ordnungsparameter des Systems, gehorcht einer nichtlinearen Schrödinger-Gleichung, die mathematisch äquivalent zu Gleichungen der nichtlinearen Optik ist. Ähnliche Phänomene, wie sie durch die Kerr-Nichtlinearität bei der Propagation eines Laserstrahls durch ein Medium hervorgerufen werden, beobachtet man in einem Bose-kondensierten Gas. Zu Beginn wurden dunkle Solitonen im Kondensat erzeugt. Dabei handelt es sich um ein „Loch“ in der Dichteverteilung, das bei der Propagation durch das Kondensat seine Form beibehält [21, 22]. Dynamische Instabilitäten induzieren einen Zerfall des Solitons in stabile Wirbel [67]. Inzwischen wurden auch helle Solitonen realisiert, also Dichte-Erhebungen, die formstabil im Bose-Einstein-Kondensat propagieren [68]. Ein weiteres Äquivalent zur nichtlinearen Optik ist die Vier-Wellen-Mischung von Materiewellen [23].

Die Analogie zwischen Atomoptik und Optik wird durch die Realisierung des Atomlasers hervorgehoben. Das in einer Magnetfalle eingeschlossene Bose-Einstein-Kondensat stellt gewissermaßen ein Reservoir dar, aus dem Materiewellen ausgekoppelt werden können. Diese entsprechen bezüglich ihrer Kohärenz der Qualität

von Laserstrahlung. In ersten Experimenten erfolgte die Auskopplung gepulst durch Tunneln aus einer optischen Stehwelle heraus [17]. Ein verbessertes Magnetfallendesign ermöglichte kontinuierliches Auskoppeln aus dem Bose-Einstein-Kondensat mittels Einstrahlen einer Radiofrequenz [18]. Interferenz-Experimente bestätigten die Kohärenz der Atomlaser [69, 70].

Beim optischen Laser kann die Energie beispielsweise eines Pumpstromes in Photonen der Lasermode umgewandelt werden. Ein analoger Prozess ist aufgrund der Teilchenzahlerhaltung für Atomlaser nicht möglich. Dennoch konnte ein „Gain-Medium“ für einen Atomlaser erzeugt werden, indem eine einlaufende Materiewelle kohärent aus einem Reservoir durch Zwei-Photonen-Bragg-Resonanzen verstärkt wird [19, 20].

Ein lange verfolgtes Ziel konnte in jüngster Vergangenheit erreicht werden: Die Bose-Einstein-Kondensation in einem System, das ohne magnetische Speicherung nur auf optischen Fallen beruht [71, 72]. Dabei werden Dipolfallen und weitverstimmte optische Gitter eingesetzt.

Bose-Einstein-Kondensate in optischen Gittern

Mit dem Einbringen von Bose-Einstein-Kondensaten in optische Gitter sind gleich mehrere Verbindungen zu anderen Zweigen der modernen Physik geschaffen worden. So konnten die aus der Quantenoptik bekannten „gequetschten Zustände“ in optischen Gittern mit Atomen erzeugt werden - hier handelt es sich um Anzahlgequetschte Zustände [73]. Durch die strenge Periodizität im optischen Gitter eignet sich dieses System als ideales Modell für Effekte aus der Festkörperphysik, wie zum Beispiel die Manipulation der Dispersion von Materiewellen in periodischen Potentialen [74] oder ein atomares Analogon zum Josephson-Effekt [75].

Besonders deutlich konnte die Manipulierbarkeit von Materiewellen mit der Realisierung eines Quantenphasenübergangs im optischen Gitter demonstriert werden [24]. Durch das Gegenspiel zwischen der repulsiven Kontaktwechselwirkung einerseits und dem Tunnelprozess durch die Potentialbarrieren des Gitters andererseits kann über die Variation der Potentialtiefe der Übergang von einer superfluiden Phase zu einer so genannten Mott-Isolator-Phase induziert werden. Das entspricht einem kontrollierten Übergang zwischen einem idealem Leiter und einem Isolator in der Festkörperphysik.

Ein mit kohärenten Atomen geladenes optisches Gitter kann eine höchst parallele Anordnung von Qubits für die Quanteninformationsverarbeitung darstellen. Es gibt bereits detaillierte Vorschläge zur Implementierung von quantenlogischen Operationen in solchen Systemen [29, 30].

Dipol-Dipol-Wechselwirkung

In jüngster Vergangenheit wurde das Augenmerk auf die Wechselwirkung zwischen zwei Dipolen in entarteten Quantengasen gerichtet. Dabei kann es sich um permanente oder induzierte elektrische oder magnetische Dipole handeln. Die Dipol-Dipol-Wechselwirkung ist anisotrop und langreichweitig. Damit eröffnet sich eine neue reichhaltige Physik in solchen Systemen.

Eine Vielzahl von theoretischen Publikationen beschäftigt sich mit dem Einfluss der Dipol-Dipol-Wechselwirkung auf die Stabilität, die Form und die elementaren Anregungen von Bose-Einstein-Kondensaten in anisotropen Fallengeometrien [25, 26, 27]. Ein Quanten-Phasenübergang von dipolaren Gasen wird in optischen Gittern vorausgesagt [28]. Die Wechselwirkung zwischen permanenten magnetischen Dipolen in eindimensionalen optischen Gittern kann zu einer langreichweitigen Ordnung der Kondensate und der Ausbildung einer spontanen Magnetisierung führen [76]. Auf der Wechselwirkung unter permanenten elektrischen Dipolen beruht ein Vorschlag zur Implementierung von quantenlogischen Gattern [31].

Bisher lag der Schwerpunkt der Arbeiten zur Dipol-Dipol-Wechselwirkung auf Systemen mit der Atomsorte Chrom, das ein magnetisches Moment von $6 \mu_B$ aufweist [77]. Eine der verfolgten Fragestellungen beschäftigt sich mit der Realisierbarkeit eines BCS-ähnlichen Übergangs mit Hilfe der magnetischen Dipol-Dipol-Wechselwirkung in einem atomaren Fermigas [78]. Durch zeitlich veränderliche Felder kann die Größe und das Vorzeichen der Dipol-Dipol-Wechselwirkung für statische Dipolmomente wie beispielsweise in Rubidium beeinflusst werden [79]. Damit steht die reichhaltige Physik der Dipol-Dipol-Wechselwirkung auch für Experimente mit Alkaliatomen zur Verfügung.

Obige Übersicht über das Forschungsgebiet von Bose-Einstein-Kondensaten in verdünnten atomaren Gasen zeigt, dass unter anderem zwei Schwerpunkte die weitere Entwicklung stark prägen werden:

1. Quantengase in Optischen Gittern.
2. Dipolare Quantengase in verschiedenen Dimensionen mit einstellbarer kurz- und langreichweitiger Wechselwirkung.

Um beiden Aspekten gerecht zu werden, ist es notwendig die Anisotropie der Kondensatwolke über weite Bereiche variieren zu können. Insbesondere der Übergang von einer zigarrenförmigen dreidimensionalen Geometrie hin zu zwei- und eindimensionalen Systemen verspricht die Realisierungsmöglichkeit von Phänomenen, die über das Gebiet der reinen Atomoptik hinausreichen.

Daher liegt der Schwerpunkt dieser Arbeit auf der Erzeugung eines Bose-Einstein-Kondensats mit Rubidium in einer stark anisotropen Fallengeometrie. Die Anisotro-

pie ist gekennzeichnet durch das Verhältnis der radialen und axialen Fallenfrequenzen, das sich auch in dem Achsenverhältnis der gefangenen Atomwolke widerspiegelt. Übliche Experimente mit makroskopischen Magnetfallen [35, 36] haben ein maximales Aspektverhältnis von 30 - 100. Apparaturen mit Mikrofallen [37, 38, 39] besitzen extremere Achsenverhältnisse im Bereich 60 - 365 [40, 41]. Technische Probleme [42, 43] solcher Systeme sprachen aber zu Beginn dieser Arbeit für eine makroskopische Magnetfalle in einer apparativen Anordnung, die zu späteren Zeitpunkten auf Mikrostruktur-Fallen erweiterbar ist. Das Achsenverhältnis der vorliegenden Arbeit ist bis 850 variierbar. Desweiteren lag ein Schwerpunkt auf der Möglichkeit, Experimente mit Quantengasen in optischen Gittern durchführen zu können.

Aufbau der Arbeit

Die Arbeit ist wie folgt strukturiert:

Kapitel 2 gibt eine Einführung in die theoretischen Grundlagen, die zum Verständnis der im weiteren Teil der Arbeit vorkommenden physikalischen Methoden nötig sind. Zusätzlich stellt das Kapitel eine numerische Simulation zum Einfluss des chemischen Potentials in einem eindimensionalen optischen Gitter vor. Daran schließt sich eine Darstellung der für diese Arbeit relevanten Eigenschaften des Atoms Rubidium (Kapitel 3) an. Das Gesamtkonzept der Apparatur wird in Kapitel 4 vorgestellt. Neben einer Übersicht über die Vakuumapparatur und das Lasersystem enthält es auch eine Beschreibung der Detektionsmethoden. Den eingangs kurz vorgestellten einzelnen experimentellen Stufen auf dem Weg zum Bose-Einstein-Kondensat sind die weiteren Kapitel gewidmet. Besonders eingehend wird die intensive Quelle kalter Atome diskutiert (Kapitel 5). Die Anisotropie muss bereits durch die Vakuumkammer vorgegeben werden. Deshalb bestimmt sie auch die grundsätzliche Geometrie der magneto-optischen Falle, die in Kapitel 6 erklärt wird. Diese Konfiguration erlaubt den Einfang sehr vieler Atome. Die stark anisotrope Magnetfalle nach der Ioffe-Pritchard Geometrie, der Umladeprozess von der magneto-optischen in die magnetische Falle und die Kompression der Magnetfalle zur Erhöhung der elastischen Stoßrate sind Gegenstand von Kapitel 7. Das Kapitel 8 diskutiert den Verlauf der Verdampfungskühlung in der vorliegenden speziellen Geometrie und stellt das Hauptziel dieser Arbeit, die Erzeugung eines Bose-Einstein-Kondensats, vor. In Kapitel 9 werden die Planung und der experimentelle Aufbau eines blauverstimmten optischen Gitters vorgestellt. Erste Experimente zur Beugung einer kohärenten Materiewelle an einem eindimensionalen optischen Gitter werden mit der Theorie verglichen. Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick (Kapitel 10) auf die zukünftigen Schritte des hier aus der Taufe gehobenen Projekts.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

Dieses Kapitel bereitet das Fundament für das theoretische Verständnis der in der vorliegenden Arbeit realisierten Experimente. Zunächst wird der Phasenübergang in das quantenentartete Regime hergeleitet. Dabei lege ich den gängigsten Fallentypus - die harmonische Falle - zu Grunde. Anschließend diskutiere ich die Wellenfunktion eines Bose-Einstein-Kondensats mit der Beschreibung wesentlicher experimentell zugänglicher Größen in der Thomas-Fermi Näherung. Es folgt eine Behandlung der Kühl- und Einfangtechniken von Neutralatomen, welche die Bose-Einstein-Kondensation von Alkaliatomen überhaupt erst möglich machen: Aufbauend auf der Spontankraft stelle ich die Dopplerkühlung und die Magneto-optische Falle vor, die es erlauben ein Ensemble kalter Atome bereitzustellen. Als letzter experimenteller Schritt zum Erreichen der Quantenentartung wird die Verdampfungskühlung in einer Magnetfalle behandelt. Damit kann die „magische“ Phasenraumdichte von 2.612 erreicht werden. Eine Voraussetzung dafür ist das Verständnis der Physik ultrakalter Kollisionen. Das Kapitel schließt mit einer Darstellung der Theorie optischer Gitter, da ein Schwerpunkt des vorliegenden Projekts auf der Physik entarteter Quantengase in optischen Gittern liegt. Hervorzuheben ist in diesem Unterkapitel eine numerische Berechnung des Einflusses der interatomaren Wechselwirkung in flachen optischen Gittern bei sehr hohen Dichten, im direkten Kontrast zum Mott-Isolator-Regime.

2.1 Bose-Einstein-Kondensation

Dieser Abschnitt behandelt die Ursache des Phasenübergangs eines kalten Gases zu einem Bose-Einstein-Kondensat. Dieser Übergang erfolgt allein aufgrund der Quantenstatistik - ohne Vorhandensein von Wechselwirkungen¹. Von besonderem Inter-

¹Es sind natürlich Wechselwirkungen vorhanden - in Form von elastischen Stößen, die das thermische Gleichgewicht aufrecht erhalten. Für das Auftreten des Phasenübergangs sind sie nicht verantwortlich.

esse ist die Bestimmung der kritischen Temperatur und der Anzahl an Atomen im Kondensat in Abhängigkeit von äußeren Parametern wie Teilchenzahl, Fallenparameter und Temperatur. Des Weiteren wird die Beschreibung der Kondensat-Wellenfunktion im Rahmen der so genannten „Mean-Field-Wechselwirkung“ behandelt und eine der gebräuchlichsten Näherungen zur Interpretation experimenteller Ergebnisse, die Thomas-Fermi Näherung, diskutiert.

2.1.1 Der Phasenübergang in einer harmonischen Falle

Vernachlässigung von interatomaren Wechselwirkungen

Betrachten wir ein Gas, das aus **nicht wechselwirkenden** Bosonen besteht, in einem äußeren Potential $U(\mathbf{r})$. Die theoretische Beschreibung erfolgt mittels des großkanonischen Ensembles. Die Atome sind an ein großes Reservoir angekoppelt, mit dem Teilchen- und Energieaustausch stattfinden kann. Das Potential sei harmonisch von der Form:

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}m(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2). \quad (2.1)$$

Die Energieniveaus sind durch die Eigenenergien des harmonischen Oszillators gegeben²:

$$E_l = \left(l_x + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_x + \left(l_y + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_y + \left(l_z + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_z. \quad (2.2)$$

Die großkanonische Behandlung erfolgt mit der N-Teilchen-Dichtematrix

$$\hat{\rho} = \frac{1}{Z} \exp[-\beta(\hat{H} - \mu\hat{N})]. \quad (2.3)$$

Die großkanonische Zustandssumme Z dient zur Normalisierung, \hat{H} ist der Hamilton-Operator, der die kinetische und potentielle Energie im Fallenpotential enthält. \hat{N} ist der Teilchenzahloperator und $\beta = 1/k_B T$, wobei T die Temperatur und k_B die Boltzmannkonstante darstellen. μ ist das chemische Potential, also die Energie, die aufgebracht werden muss, um dem System ein weiteres Teilchen zuzufügen. Zur besseren Schreibbarkeit sei noch die Fugazität eingeführt:

$$z = \exp(\beta\mu). \quad (2.4)$$

Die Besetzung n_l des l -ten Energieniveaus ist durch die Bose-Statistik gegeben:

$$n_l = [\exp(\beta(E_l - \mu)) - 1]^{-1} = \left[\frac{1}{z} \exp(\beta E_l) - 1 \right]^{-1}. \quad (2.5)$$

²Man beachte, dass der Index l gewissermaßen ein Vektor ist, bestehend aus den Komponenten $l = (l_x, l_y, l_z)$.

Die Gesamtteilchenzahl bestimmt sich durch Summation über alle Zustände: $N = \sum_l n_l$. Für eine feste Temperatur steigt die Teilchenzahl N mit der Fugazität z an (siehe auch [80]). Die Besetzung muss für alle Niveaus positiv sein, weshalb sich für die Fugazität die Grenzen ergeben (für das chemische Potential für Bosonen gilt: $\mu \leq 0$):

$$0 < z < 1. \quad (2.6)$$

Für $z \rightarrow 0$ erhält man wieder die Boltzmann-Statistik. Der Grenzfall $z \rightarrow 1$ beschreibt das quantenentartete Regime, denn hierfür divergiert die Besetzungszahl des Grundzustands:

$$N_0 = n_{l=0} = \frac{z}{1-z}. \quad (2.7)$$

Die Besetzung der angeregten Zustände zeigt eine Sättigung, denn für sie existiert eine Obergrenze:

$$N' = N - N_0 = \sum_{l \neq 0} \left[\frac{1}{z} \exp(\beta E_l) - 1 \right]^{-1} < \sum_{l \neq 0} [\exp(\beta E_l) - 1]^{-1} = N'_{max}. \quad (2.8)$$

Das bedeutet also, dass die Besetzung des Grundzustands E_0 für den Grenzfall $z \rightarrow 1$ makroskopisch ansteigt und die Besetzung der angeregten Zustände gewissermaßen eingefroren ist ($\leq N'_{max}$). Jede weitere Zufuhr von Teilchen wird direkt in den Grundzustand gehen - eine direkte Konsequenz der Bose-Statistik. Die verstärkte Besetzung des Grundzustands wird auch als „Bose-Verstärkung“ bezeichnet. Sie tritt bei Temperaturen auf, deren thermische Energie wesentlich größer als der Abstand der Energieniveaus ist ($k_B T \gg \hbar \omega$). Von der Boltzmann-Statistik aus betrachtet, steht dieses Phänomen entgegen jeder Intuition. Klassisch wäre eine makroskopische Besetzung des Grundzustands erst bei Temperaturen, deren Energie weit unterhalb des Niveauabstandes liegt, zu erwarten.

Zur Berechnung des Kriteriums für das Eintreten der Bose-Einstein-Kondensation nutzen wir den Sachverhalt $k_B T \gg \hbar \omega$ aus und nähern die diskrete Summe durch ein Integral über alle Energieniveaus gewichtet mit einer Zustandsdichte $\varrho(l)$. Die Gesamtteilchenzahl schreibt sich nun³:

$$N = \int_0^{\infty} \varrho(l) n(l) d^3 l. \quad (2.9)$$

$n(l)$ ist die als Funktion der kontinuierlichen Variable l aufgefasste Besetzungszahl des l -ten Niveaus n_l . Die Zustandsdichte ist durch Integration über den Phasenraum

³Der Index l der Energieniveaus wird für den Fall, dass der Niveauabstand kleiner als die thermische Energie ist, zu einer kontinuierlichen Variablen. Da es sich um eine vektorielle Größe handelt, wird die Integration dreidimensional.

gegeben:

$$\varrho(l) = \frac{1}{2\pi\hbar^3} \int \int d^3r d^3p \delta \left(E(l) - \frac{p^2}{2m} - U(\mathbf{r}) \right). \quad (2.10)$$

Führt man die Impulsintegration aus, bricht die Delta-Distribution zusammen und man erhält eine Teilchendichte $N = \int n(\mathbf{r}) d^3r$, wobei gilt:

$$n(\mathbf{r}) = \frac{1}{\Lambda_{dB}^3(T)} g_{3/2}(\exp[-\beta(U(\mathbf{r}) - \mu)]). \quad (2.11)$$

Dabei ist die thermische de Broglie Wellenlänge Λ_{dB} gegeben durch:

$$\Lambda_{dB} = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2\pi m k_B T}}. \quad (2.12)$$

Die Bose-Funktion lautet allgemein $g_\nu(z) = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{z^l}{l^\nu}$. In dem hier vorliegenden harmonischen Potential (Gleichung 2.1) befindet sich das Minimum bei $\mathbf{r} = 0$, und für $T = T_c$ gilt $\mu \approx U(0)$. Damit folgt für die so genannte Phasenraumdichte⁴ $D(T_c, n_0)$:

$$D(T_c, n_0) := n(0) \cdot \Lambda_{dB}^3(T_c) = g_{3/2}(1) \approx 2.612. \quad (2.13)$$

Diese Gleichung 2.13 ist die zentrale Bedingung für das Eintreten der Bose-Einstein-Kondensation. Die Phasenraumdichte ist die physikalische Größe, die bei Experimenten zur Erreichung des quantenentarteten Regimes optimiert werden muss. Es liegen $N - N_0$ Teilchen in angeregten Zuständen und N_0 Teilchen in der kondensierten Phase des Grundzustands vor. Räumlich sind diese „Phasen“ nicht voneinander getrennt. In der Literatur spricht man daher auch von der Kondensation im k -Raum. Anschaulich gesprochen bedeutet diese Bedingung, dass der mittlere Teilchenabstand im Gas mit der thermischen de Broglie-Wellenlänge vergleichbar wird. In diesem Fall überlappen die einzelnen Materiewellen so stark, dass sich eine große Materiewelle ausbildet. Das ist vom Standpunkt der Atomoptik betrachtet der Hauptcharakter eines Bose-Einstein-Kondensats: Ein ganzes Ensemble an Atomen agiert vollkommen kohärent miteinander und kann als eine einzige Materiewelle beschrieben werden.

In einem Fallenpotential ist die zentrale Dichte in Gleichung 2.13 durch die Temperatur festgelegt. Bei gegebener Teilchenzahl N lässt sich also eine Bedingung für die kritische Temperatur T_c der Kondensation in einer harmonischen Falle formulieren [81]:

$$\begin{aligned} k_B T_c &= \frac{\hbar\bar{\omega} N^{1/3}}{[\zeta(3)]^{1/3}} \approx 0.94 \hbar\bar{\omega} N^{1/3}, \\ T_c &\approx 4.5 \left(\frac{\bar{f}}{100 \text{ Hz}} \right) N^{1/3} [\text{nK}]. \end{aligned} \quad (2.14)$$

⁴Üblicherweise wird dieser Ausdruck als Phasenraumdichte bezeichnet. Genau genommen ist $n \cdot \Lambda_{dB}^3$ die Anzahl pro Phasenraumzelle \hbar^{-3} .

Dabei beschreibt der hochgestellte Querstrich in diesem Kapitel jeweils das geometrische Mittel: $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$, $\bar{f} = \bar{\omega}/2\pi$. $\zeta(z) = \sum_{l=1}^{\infty} l^{-z}$ ist die Riemann'sche Zeta-Funktion. Der Phasenübergang wird also bei um so höheren Temperaturen erreicht, je größer der Falleneinschluss ist.

Mit Gleichung 2.8 ergibt eine analoge Rechnung die Besetzung angeregter Zustände. Dabei wird zu kontinuierlichen Variablen übergegangen. Über $N_0 = N - N'$ berechnet sich die Teilchenzahl im Kondensat folgendermaßen [81]:

$$N_0 = N \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^3 \right]. \quad (2.15)$$

Berücksichtigung von interatomaren Wechselwirkungen

Die bisherigen Betrachtungen gelten nur für nicht wechselwirkende Teilchen im thermodynamischen Limes ($N \rightarrow \infty$). In Experimenten beträgt die Atomzahl zwischen 10^4 und einigen 10^7 Atomen. Außerdem treten Wechselwirkungen durch elastische Stöße auf. Prozesse höherer Ordnung, wie Drei-Körper-Rekombinationen, werden in dieser Diskussion vernachlässigt.

Der Einfluss endlicher Teilchenzahlen und Wechselwirkungen verbreitert gewissermaßen den Übergang in das quantenentartete Regime. Der Phasenübergang vollzieht sich über ein endliches Temperaturintervall um T_c . Dessen Breite hat eine $N^{-2/3}$ -Abhängigkeit [82]. Des Weiteren verringert sich der Anteil kondensierter Atome [83, 84]. Für typische Kondensat-Experimente liegen diese Effekte allerdings im Bereich einiger weniger Prozent. Die Begriffe einer kritischen Temperatur und eines Phasenübergangs behalten daher weiterhin ihre Gültigkeit.

2.1.2 Die Kondensat-Wellenfunktion — Mean-Field-Wechselwirkung

Im Formalismus der zweiten Quantisierung lautet der Viel-Teilchen-Hamilton-Operator für N miteinander wechselwirkende Bosonen in einem externen Potential V_{ext} :

$$\begin{aligned} \hat{H} = \int d\mathbf{r} \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{ext}(\mathbf{r}) \right] \hat{\Psi}(\mathbf{r}) + \\ + \frac{1}{2} \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}') V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (2.16)$$

Hier sind $\hat{\Psi}(\mathbf{r})$ und $\hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r})$ bosonische Feldoperatoren, die ein Teilchen am Ort \mathbf{r} vernichten bzw. erzeugen. $V(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ ist das Wechselwirkungspotential zwischen zwei

Atomen. Die Zeitentwicklung der Feldoperatoren ist durch die Heisenberg'sche Bewegungsgleichung bestimmt:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \hat{\Psi}(\mathbf{r}, t) &= [\hat{\Psi}, \hat{H}] = \\ &= \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{ext}(\mathbf{r}) + \int d\mathbf{r}' \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}', t) V(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) \hat{\Psi}(\mathbf{r}', t) \right] \hat{\Psi}(\mathbf{r}, t). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Für verdünnte Gase wird eine auf Bogoliubov zurückgehende Näherung vorgenommen [85]: Die Feldoperatoren werden durch ihre Erwartungswerte angenähert: $\hat{\Psi}(\mathbf{r}, t) \approx \Phi(\mathbf{r}, t) = \langle \hat{\Psi}(\mathbf{r}, t) \rangle$. $\Phi(\mathbf{r}, t)$ wird auch als „Kondensat-Wellenfunktion“ bezeichnet. Es handelt sich um ein klassisches Feld und spielt die Rolle eines Ordnungsparameters beim Phasenübergang. Die Teilchendichte berechnet sich durch sie: $n(\mathbf{r}, t) = |\Phi(\mathbf{r}, t)|^2$. In einem verdünnten Gas sind die interatomaren Abstände wesentlich größer als die Streulänge, die eine typische Längenskala für Stoßprozesse vorgibt. Daher sind hauptsächlich binäre niederenergetische Kollisionen relevant. Das interatomare Potential wird durch eine Kontakt-Wechselwirkung ersetzt:

$$V(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) = g\delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}). \quad (2.18)$$

Die Kopplungskonstante g wird von der s-Wellen-Streulänge a bestimmt:

$$g = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m}. \quad (2.19)$$

Diese beiden Näherungen in die Zeitentwicklung (Gleichung 2.17) eingesetzt, ergibt die so genannte Gross-Pitaevskii-Gleichung (GP-Gleichung) [86, 87]:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Phi(\mathbf{r}, t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{ext}(\mathbf{r}) + g|\Phi(\mathbf{r}, t)|^2 \right) \Phi(\mathbf{r}, t). \quad (2.20)$$

Über den Separationsansatz $\Phi(\mathbf{r}, t) = \Phi(\mathbf{r}) \exp(-i\mu t/\hbar)$ ergibt sich die zeitunabhängige GP-Gleichung:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{ext}(\mathbf{r}) + g|\Phi(\mathbf{r})|^2 \right) \Phi(\mathbf{r}) = \mu\Phi(\mathbf{r}) = E_{kin} + E_{ho} + E_{int}. \quad (2.21)$$

Die Energie setzt sich zusammen aus der kinetischen Energie E_{kin} , der potentiellen Energie E_{ho} im harmonischen Fallenpotential und aus der Wechselwirkungsenergie E_{int} . Diese Gleichung beschreibt die Kondensat-Wellenfunktion, solange die s-Wellen-Streulänge klein gegen den mittleren Teilchenabstand ($n|a|^3 \ll 1$) und die Anzahl der Atome im Kondensat wesentlich größer als eins sind. In ihrer Struktur ist die GP-Gleichung eine Schrödinger-Gleichung mit einem nichtlinearen Kopplungsterm.

Abhängig vom Verhältnis zwischen Wechselwirkungs- und kinetischer Energie⁵ $\frac{E_{\text{int}}}{E_{\text{kin}}} \propto \frac{N|a|}{\bar{a}_{\text{ho}}}$ klassifiziert man zwei verschiedene Regime:

- $\frac{N|a|}{\bar{a}_{\text{ho}}} \ll 1$ Lineares Regime des harmonischen Oszillators.
- $\frac{N|a|}{\bar{a}_{\text{ho}}} \gg 1$ Stark wechselwirkendes Regime.

Dabei ist $\bar{a}_{\text{ho}} = \sqrt{\hbar/(m\bar{\omega})}$ die Ausdehnung des harmonischen Oszillators, gebildet mit dem geometrischen Mittel den Fallenfrequenzen. Eine charakteristische Größe des Bose-Einstein-Kondensats lässt sich aus dieser Gleichung direkt abschätzen: Die so genannte Ausheillänge ξ beschreibt die minimale Entfernung, über die hinweg Dichteänderungen ausgeglichen werden können. Bei Störungen kann die Kondensatdichte nicht auf beliebig kurzer Distanz von null auf einen Wert n ansteigen. Diese Länge ist gegeben durch das Gleichgewicht aus kinetischer und interner Energie:

$$E_{\text{kin}} \sim \frac{\hbar^2}{2m\xi^2} = E_{\text{int}} \sim \frac{4\pi\hbar^2 an}{m} \implies \xi = \frac{1}{\sqrt{8\pi na}}. \quad (2.22)$$

Bei typischen Kondensatdichten von 10^{14} cm^{-3} ergibt das für ^{87}Rb einen Wert um $\xi \approx 300 \text{ nm}$.

Allgemein gibt es keine analytische Lösung der Gross-Pitaevskii-Gleichung. In einigen Spezialfällen erlauben sinnvolle Näherungen weiterhin Aussagen über experimentell zugängliche Größen. Eine davon wird im folgenden Abschnitt behandelt.

2.1.3 Thomas-Fermi Näherung

Bei abstoßender Wechselwirkung wird im stark wechselwirkenden Fall, $\frac{n|a|}{\bar{a}_{\text{ho}}} \gg 1$, die GP-Gleichung im Wesentlichen durch die Wechselwirkungsenergie bestimmt. Man kann also den Ausdruck für die kinetische Energie vernachlässigen. Aus Gleichung 2.21 folgt dann direkt die räumliche Dichteverteilung im BE-Kondensat:

$$n(\mathbf{r}) = |\Phi(\mathbf{r})|^2 = \begin{cases} (\mu - V_{\text{ext}})/g & : \mu - V_{\text{ext}} > 0 \\ 0 & : \mu - V_{\text{ext}} \leq 0. \end{cases} \quad (2.23)$$

In einem harmonischen Fallenpotential resultiert also eine parabelförmige Dichteverteilung. Das äußert sich auch bei der Expansion eines Bose-Einstein-Kondensats. Eine thermische Wolke zeigt bei Flugzeitmessungen ein Gauß'förmiges Profil, wohingegen ein Kondensat eine parabelförmige Dichteverteilung auf einem thermischen

⁵Die Wechselwirkungsenergie lässt sich mit $gN\bar{n}$ nähern. Mit der mittleren Dichte im Gas $\bar{n} \approx N/a_{\text{ho}}^3$ ergibt sich die Wechselwirkungsenergie zu $E_{\text{int}} \approx N^2 a/a_{\text{ho}}^3$. Die kinetische Energie wird abgeschätzt zu $E_{\text{kin}} \approx N\hbar\omega_{\text{ho}} \propto N/a_{\text{ho}}^2$.

Hintergrund beibehält. Der Ausdehnung der Atomwolke lässt sich ein so genannter Thomas-Fermi-Radius (TF-Radius) zuordnen. Er berechnet sich aus $V_{ext} = \mu$ zu:

$$R_{\text{TF},i}^2 = \frac{2\mu}{m\omega_i^2}, \quad i = x, y, z. \quad (2.24)$$

Ist also das chemische Potential bekannt, kann der TF-Radius leicht bestimmt werden. Einen Zusammenhang zwischen Teilchenzahl und chemischem Potential stellt die Beziehung $N = \int n(\mathbf{r})d\mathbf{r}$ her [81]:

$$\mu = \frac{15^{2/5}}{2} \left(\frac{Na}{\bar{a}_{ho}} \right)^{2/5} \hbar\bar{\omega} \quad (2.25)$$

Die gemittelte Wechselwirkungsenergie pro Teilchen und das chemische Potential hängen miteinander zusammen:

$$\frac{E_{\text{int}}}{N} = \frac{2}{7}\mu. \quad (2.26)$$

Damit folgt für das geometrische Mittel des Thomas-Fermi-Radius:

$$\bar{R}_{\text{TF}} = 15^{1/5} \left(\frac{Na}{\bar{a}_{ho}} \right)^{1/5} \bar{a}_{ho}. \quad (2.27)$$

Je stärker der Einschluss entlang einer Achse ist, desto kleiner ist der TF-Radius. Es gilt folgendes Verhalten für die Ausdehnungen des Kondensats:

$$\frac{R_{\text{TF}i}}{R_{\text{TF}j}} = \frac{\omega_j}{\omega_i}, \quad i, j = x, y, z. \quad (2.28)$$

Innerhalb des Kondensats ist das chemische Potential überall gleich. Bei anisotropen Fallengeometrien wie der in dieser Arbeit realisierten radialsymmetrischen zigarrenförmigen Magnetfalle ist der Gradient des Potentials entlang den Achsen starken Einschlusses (radial) besonders hoch. Wird die Falle plötzlich abgeschaltet, wandelt sich im Wesentlichen die gesamte Wechselwirkungsenergie in radiale kinetische Energie um. Axial wird sich die Größe der Atomwolke kaum ändern. Das lässt eine Bestimmung der Teilchenzahl über Gleichung 2.27 zu. Radial expandiert die Wolke entsprechend stark. Eine Flugzeitmessung erlaubt so Rückschlüsse auf die Wechselwirkungsenergie (Gleichung 2.26). Bei ausreichend langen Flugzeiten wird sich das Achsenverhältnis der anfangs zigarrenförmigen Wolke sogar umkehren. Die Anwendung der hier hergeleiteten Gleichungen auf das Experiment wird in Kapitel 8.2 diskutiert.

2.2 Wechselwirkung zwischen Licht und Materie

Die Wechselwirkung zwischen elektromagnetischen Wellen und Atomen ist in zahlreichen Lehrbüchern (z.B. [88, 89, 90]) Gegenstand der Diskussion. In den folgenden Unterkapiteln werden nur diejenigen Aspekte behandelt, die zum grundlegenden

Verständnis des Kühlens und Einfangens von Atomen und der in dieser Arbeit eingesetzten experimentellen Techniken notwendig sind. Neben der quantenmechanischen Beschreibung eines Atoms im Lichtfeld eines Lasers als Zwei-Niveau-System, besteht ein anschauliches semiklassisches Bild - das Abraham-Lorentz-Modell. Es erklärt die experimentelle Realität bis auf geringe Korrekturen. Im Folgenden wird wo immer möglich auf dieses einfache Modellsystem zurückgegriffen.

In diesem sogenannten Oszillatormodell lässt sich das Elektron als ein elastisch an den Atomrumpf gebundenes Teilchen mit der Eigenfrequenz ω_0 beschreiben. Es reagiert auf das äußere elektrische Feld wie ein mit ω extern getriebener gedämpfter harmonischer Oszillator. Die Antwortfunktion der Polarisation des Atoms lässt sich schreiben als: $\alpha(\omega) = \alpha'(\omega) + i\alpha''(\omega)$. Real- und Imaginärteil sind über die aus der Elektrodynamik bekannten Kramers-Kronig-Relationen [91] miteinander verknüpft. Der Imaginärteil zeigt, gegen die treibende Frequenz aufgetragen, eine Lorentzform und beschreibt die Absorption eines Photons. Er ist für die dissipative Spontankraft verantwortlich. Die Photonen-Streuerate ist gegeben durch die mittlere absorbierte Leistung dividiert durch die Energie eines Photons [92]:

$$\Gamma_{\text{St}}(\mathbf{r}) = \frac{P_{\text{abs}}}{\hbar\omega} = \frac{1}{\hbar\varepsilon_0 c} \text{Im}\{\alpha(\omega)\} I(\mathbf{r}). \quad (2.29)$$

Dabei ist $I(\mathbf{r}) = 2\varepsilon_0 c |E(\mathbf{r})|^2$ die Intensität des Lichtfeldes.

Der Realteil geht in den Brechungsindex des Mediums ein und verursacht eine dispersive Wechselwirkung zwischen Licht und Materie - die Quelle für die Dipolkraft auf ein Atom im Lichtfeld.

2.2.1 Spontankraft

Bei Absorption und Emission eines Photons wird auf das Atom jeweils der Impuls $\hbar k$ übertragen. Dabei ist $k=2\pi/\lambda$ die Wellenzahl der elektromagnetischen Welle. Absorbiert ein Atom Photonen aus einem gerichteten Laserstrahl, addieren sich die Impulsüberträge in die Propagationsrichtung des Laserstrahls auf. Die anschließende spontane Emission erfolgt isotrop in alle Raumrichtungen⁶, symmetrisch zum Ruhesystem des Atoms, so dass der Nettoimpulsübertrag dieses Folgeprozesses Null ergibt. Erst dadurch erhält die Kraft des Lichtdrucks einen gerichteten Charakter. Deshalb wird sie in der Literatur auch als „Spontankraft“ oder „Streukraft“ bezeichnet. In Anbetracht der kurzen Lebensdauer des angeregten Zustands können pro Sekunde sehr viele Absorptions- und spontane Emissionszyklen stattfinden. Die sich einstellende Beschleunigung des Atoms kann bis zum 10^4 -fachen der Erdbeschleunigung betragen.

⁶Exakt gesprochen handelt es sich um eine Dipol-Abstrahlcharakteristik. Diese ist inversionssymmetrisch. Daher mittelt sich auch bei genauerer Betrachtung der Impulsübertrag zu Null.

Für eine quantitative Beschreibung der Spontankraft betrachten wir ein fiktives Zwei-Niveau-Atom. Der Energieabstand zwischen seinem Grundzustand $|e_i\rangle$ und dem angeregten Zustand⁷ $|e_j\rangle$ beträgt $\hbar\omega_0 = hc/\lambda_0$. Der angeregte Zustand besitzt für spontane elektrische Dipolübergänge die endliche Lebensdauer τ . Damit ist die natürliche Linienbreite $\Gamma = 1/\tau$ verbunden. Diese ist identisch mit dem Einstein-A-Koeffizienten und berechnet sich aus der Master-Gleichung eines Zwei-Niveau-Systems zu [93]:

$$\Gamma = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4\omega_0^3}{3\hbar c^3} |\langle e_i | \hat{\mathbf{d}} | e_j \rangle|^2. \quad (2.30)$$

$\hat{\mathbf{d}} = e\hat{\mathbf{r}}$ ist der Dipoloperator. Die Sättigungsintensität des Übergangs ist gegeben durch:

$$I_{\text{sat}} = \frac{\pi\hbar c\Gamma}{3\lambda_0^3}. \quad (2.31)$$

Die Spontankraft ergibt sich aus dem Impulsübertrag pro Zeiteinheit:

$$\mathbf{F} = \hbar\mathbf{k}\Gamma_{\text{St}}. \quad (2.32)$$

Setzt man das Lorentz-förmige Linienprofil in Gleichung 2.29 ein, schreibt sich die Streurrate unter Berücksichtigung einer geringen Sättigung des Übergangs für ein ruhendes Atom [94]:

$$\Gamma_{\text{St}} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1 + s + \left(\frac{2\delta}{\Gamma}\right)^2}. \quad (2.33)$$

Hierbei haben wir den Sättigungsparameter $s = I/I_{\text{sat}}$ eingeführt. δ ist die Verstimmung des Laserlichts von der atomaren Resonanz $\delta = \omega_L - \omega_0$. Für höhere Intensitäten geht die Streurrate in Sättigung über ($\Gamma_{\text{St}} \approx \Gamma/2$).

Eine Anwendung der Spontankraft ist die Dopplerkühlung und das Einfangen von Atomen. Diese Aspekte werden in Kapitel 2.3 und 2.4 weiter ausgeführt.

2.2.2 Optische Dipol-Potentiale

Befindet sich ein Atom in einem weit verstimmtten Lichtfeld dominiert die Wechselwirkung eines induzierten Dipolmoments mit dem elektrischen Feld der elektromagnetischen Welle über die Spontankraft. Die dispersive Wechselwirkung zwischen dem Intensitätsgradienten des Lichtfeldes und dem induzierten atomaren Dipolmoment erzeugt eine konservative Kraft auf Atome - die optische Dipolkraft

⁷Da es sich um ein reines Zwei-Niveau-System handelt, wird die Übergangsfrequenz mit 0 indiziert. Für Mehrniveaumatome gilt die Nomenklatur ω_{ij} .

[95, 96, 97, 98]. Der absorptive Anteil der Wechselwirkung führt zur spontanen Streuung.

Ein Atom mit der Polarisierbarkeit α bildet in einem oszillierenden elektrischen Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t) + \text{c.c.}$ ein Dipolmoment aus gemäß:

$$\mathbf{p} = \alpha \mathbf{E}. \quad (2.34)$$

Dabei hängt die Polarisierbarkeit von der Frequenz des treibenden elektrischen Feldes ab. Dieser induzierte Dipol richtet sich im elektrischen Feld aus. Seine über schnelle Oszillationen gemittelte potentielle Energie ist durch folgenden Ausdruck gegeben [92]:

$$U_{\text{dip}} = -\frac{1}{2} \langle \mathbf{p} \mathbf{E} \rangle = -\frac{1}{2\epsilon_0 c} \text{Re}(\alpha) I. \quad (2.35)$$

In den Potentialminima können Atome - nach vorausgegangener Kühlung - eingefangen werden. Die Dipolkraft ergibt sich direkt aus dem Gradienten des Potentials:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\nabla U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\epsilon_0 c} \text{Re}(\alpha) \nabla I(\mathbf{r}). \quad (2.36)$$

Die Tiefe des Dipolpotentials ergibt sich aus der Niveauverschiebung im elektrischen Feld (sog. light shift), der AC-Stark-Verschiebung. Diese lässt sich mit Hilfe der Störungstheorie in zweiter Ordnung der elektrischen Feldstärke (also linear in der Intensität) berechnen. Eine allgemeine Beschreibung erfolgt im Bild der sogenannten „dressed states“ [90], welches das kombinierte System Atom-Lichtfeld betrachtet. Aus der zeitunabhängigen Störungstheorie folgt die Energieverschiebung des Grundzustands. Das Ergebnis ist identisch mit dem Resultat, das aus der Rechnung im Rahmen des eingangs erwähnten Oszillatormodells folgt. Für den Fall einer geringen Sättigung des Übergangs ergeben sich für die Potentialtiefe und die Streurate folgende Beziehungen [92]:

$$U_{\text{dip}} = -\frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \left(\frac{\Gamma}{\omega_0 - \omega} + \frac{\Gamma}{\omega_0 + \omega} \right) I(\mathbf{r}), \quad (2.37)$$

$$\Gamma_{\text{St}}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^3 \left(\frac{\Gamma}{\omega_0 - \omega} + \frac{\Gamma}{\omega_0 + \omega} \right)^2 I(\mathbf{r}). \quad (2.38)$$

Das Potential wird negativ bei Lichtwellen, die gegen den atomaren Übergang rotverstimmt sind. Im Oszillatormodell schwingt der induzierte Dipol gleichphasig mit dem äußeren Feld, und die Atome erfahren eine attraktive Kraft zum Intensitätsmaximum hin. Ein Gauß-förmiger rotverstimmtter Laserstrahl erzeugt also ein konservatives Fallenpotential.

Im Fall von blauverstimmttem Licht schwingen Dipol und Feld gegenphasig. Das repulsive Potential drückt die Atome entgegen dem Intensitätsgradienten aus dem

Laserstrahl heraus. Eine blauverstimmte Fallengeometrie setzt daher mehrere Laserstrahlen, einen hohlen Laserstrahl oder die Kombination von Magnetfalle und blauverstimmtem Laserstrahl voraus.

Bei kleinen Verstimmungen kann der zweite Ausdruck in der Klammer von Gleichungen 2.37 und 2.38 vernachlässigt werden (sog. Drehwellennäherung). Die Ausdrücke vereinfachen sich, und das Potential wird proportional zu I/Δ und die Streurrate proportional zu I/Δ^2 . Daran lässt sich eine allgemeine Tendenz erläutern: Mit zunehmender Verstimmung bei gleichzeitiger Erhöhung der Intensität wird die Streurrate herabgesetzt und die Potentialtiefe beibehalten oder sogar erhöht. Man kann also die spontane Streuung unterdrücken, ohne den Falleneinschluss zu verringern.

Für sehr große Verstimmungen - wie sie im weiteren Verlauf dieser Arbeit diskutiert werden (siehe Kapitel 9) - verliert die Drehwellennäherung ihre Gültigkeit, und der sog. gegenrotierende Summand muss mitberücksichtigt werden.

2.2.3 Mehrniveaumatome

Wie in Kapitel 3 beschrieben, liegt bei Alkaliatomen ein Übergang zwischen einem Grundzustand mit $J=1/2$ und einem Feinstruktur-aufgespalteten angeregten Dublett mit $J'=1/2$ und $J'=3/2$ vor⁸ (D_1 - und D_2 -Linie).

Obige Gleichungen 2.37 und 2.38 gelten für reine Zwei-Niveau-Atome. Je nach gewählter Verstimmung kann die Laserfrequenz näher in Resonanz zu anderen atomaren Übergängen geraten, und eine detailliertere Diskussion wird notwendig.

Um Gleichung 2.37 zu verallgemeinern, muss über alle zu berücksichtigenden angeregten Niveaus summiert werden. Dabei rücken wir von den Zerfallsraten Γ ab und gehen über zu einer Beschreibung der vom Lichtfeld getriebenen Dipole mittels sogenannter Oszillatorstärken f . Diese beschreiben die relative Gewichtung der Übergänge aufgrund von Drehimpuls-Auswahlregeln.⁹ Die Linienbreite für den spontanen Zerfall des angeregten Zustands $|e_j\rangle$ in den unteren Zustand $|e_i\rangle$ aus Gleichung 2.30 hängt mit der Oszillatorstärke wie folgt zusammen [89]:

$$\Gamma_{ij} = \frac{e^2 \omega_{ij}^2}{2\pi \epsilon_0 m_e c^3} |f_{ij}|. \quad (2.39)$$

⁸Wir betrachten hier ausreichend große Verstimmungen, so dass die Hyperfeinaufspaltung vernachlässigt werden kann. Nur die Übergänge mit ausreichend großer Oszillatorstärke werden berücksichtigt.

⁹Die in Tabellenwerken angegebenen Lebensdauern angeregter Zustände beziehen sich in der Regel nicht auf einen gerichteten Zerfall in den Grundzustand, sondern schließen auch Zerfallskanäle über andere Zwischenniveaus ein. Man kann auch in Gleichung 2.37 über alle angeregten Zustände summieren, muss dabei allerdings die Zerfallsrate für den gerichteten Zerfall einsetzen. In diesem Fall ist $\Gamma_{ij} = A_{ij}$. Die A_{ij} sind in Tabellenwerken als Einstein-A-Koeffizienten für den direkten Übergang von $|e_i\rangle$ nach $|e_j\rangle$ aufgeführt. Die allgemeinere Beschreibung erfolgt jedoch wie im Text über die Oszillatorstärken.

Dabei bedeutet m_e die Masse des Elektrons und ε_0 ist die elektrische Feldkonstante. Die Oszillatorstärken findet man in Tabellenwerken [99, 100], die üblicherweise die absorptive Oszillatorstärke angeben. Für die Interpretation muss deshalb die Multiplizität der beteiligten Niveaus berücksichtigt werden. Allgemein gilt für den Übergang $|e_i\rangle \rightarrow |e_j\rangle$: $(2J_i + 1)f_{ij} = -(2J_j + 1)f_{ji}$. Für die Oszillatorstärken gilt die Thomas-Reiche-Kuhn Summenformel [88, 101] $\sum_j f_{ij} = 1$ für Alkaliatome¹⁰. Die Werte der relevanten Oszillatorstärken sind in Tabelle 3.3 aufgeführt.

Vor diesem Hintergrund ergibt sich die Potentialtiefe des Grundzustands durch Summation über alle angeregten Zustände $|e_j\rangle$:

$$U_{dip,i} = -\frac{3}{4} \frac{e^2}{\varepsilon_0 m_e c} I \sum_j \frac{|f_{ij}|}{\omega_{ij}} \left(\frac{1}{\omega_{ij} - \omega} + \frac{1}{\omega_{ij} + \omega} \right). \quad (2.40)$$

Eine analoge Rechnung für die Streurrate drückt Gleichung 2.38 für Mehrniveaumatome in Oszillatorstärken aus:

$$\Gamma_{St,i} = \frac{3}{8\pi\hbar} \left(\frac{e^2}{\varepsilon_0 m_e c^2} \right)^2 I \omega^3 \sum_j \left(\frac{f_{ij}}{\omega_{ij}} \right)^2 \left(\frac{1}{\omega_{ij} - \omega} + \frac{1}{\omega_{ij} + \omega} \right)^2. \quad (2.41)$$

Die bisherige Diskussion behält ihre Gültigkeit nur solange die Verstimmung des Lasers groß gegen die Feinstruktur von Rubidium ist. Bei nahresonantem Licht legt die Polarisation der elektromagnetischen Welle fest, welche Unterezustände miteinander gekoppelt werden. Dabei gewichten die Clebsch-Gordan-Koeffizienten die einzelnen Dipolübergänge. Die allgemeine Herleitung der Potentialtiefe unter Berücksichtigung der Polarisation des Dipol-Lichts befindet sich in Anhang A.

2.3 Doppler-Kühlung - optische Melasse

Betrachten wir ein Atom zwischen zwei gegenläufigen Laserstrahlen gleicher Intensität und Frequenz mit einer Rotverstimmung $\delta < 0$. Das Atom bewege sich mit der Geschwindigkeit \mathbf{v} auf einen der Laserstrahlen zu. Der Dopplereffekt verschiebt die Frequenz im Ruhesystem des Atoms des dem Atom entgegenlaufenden Laserstrahls zur Resonanz hin, so dass Photonen bevorzugt aus diesem Lichtstrahl absorbiert werden. Der andere Laserstrahl erscheint noch weiter verstimmt, und die Streurrate der Photonen aus diesem Strahl nimmt ab. Die resultierende Kraft ist durch folgenden Ausdruck gegeben (dabei ist \mathbf{k} als der Wellenvektor des Lichtstrahls gewählt, auf den sich das Atom zu bewegt - $\mathbf{v} \parallel \mathbf{k}$):

$$\mathbf{F} = \hbar\mathbf{k} \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1 + s + \left(\frac{2(\delta - kv)}{\Gamma} \right)^2} - \hbar\mathbf{k} \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1 + s + \left(\frac{2(\delta + kv)}{\Gamma} \right)^2}. \quad (2.42)$$

¹⁰Allgemein ist die Summe gleich der Anzahl der Außenelektronen.

Die Gesamtkraft \mathbf{F} lässt sich für $|kv| \ll \Gamma$ linearisieren:

$$\mathbf{F} \approx \frac{-8\hbar k^2 \delta s \mathbf{v}}{\Gamma \left(1 + s + \left(\frac{2\delta}{\Gamma}\right)^2\right)^2} = -\beta \mathbf{v}. \quad (2.43)$$

Es handelt sich also um eine nicht-konservative Kraft mit Reibungskoeffizienten β , welche die thermische Energie der Atome dissipiert. Die exakte Form der Spontankraft als Funktion der Geschwindigkeit ist in Abbildung 2.1 gezeigt. Vom Laborsystem aus betrachtet, absorbiert das Atom relativ zu seiner Resonanz rotverstimmte Photonen. Die Photonen werden aber auf der Resonanz wieder emittiert, so dass ihre Frequenz im Laborsystem eine Rückstoßenergie erhöht ist¹¹. Diese Energiedifferenz wird der kinetischen Energie der Atome entzogen. Aufgrund der zentralen Rolle der Doppler-Verschiebung bei diesem Kühlverfahren spricht man auch von Doppler-Kühlung [94]. Durch eine dreidimensionale Anordnung von rotverstimmten gegenläufigen Laserstrahlen kann man so die Bewegung der Atome in die drei Raumrichtungen bis auf wenige $100\mu\text{K}$ kühlen. In einer solchen Anordnung bewegen sich die Atome wie durch ein hochviskoses Medium, weshalb die Konfiguration auch als optische Melasse bezeichnet wird [94]. Innerhalb dieses Bereichs ist die Kraft translationsinvariant, bildet also keine zum Einfangen von Atomen geeignete Geometrie aus.

Die Kraft nähert sich für sehr große Sättigungsparameter dem Wert Null (siehe Gleichung 2.43 für $s \rightarrow \infty$). Als Funktion der Verstimmung nimmt die Kraft erst bis zu ihrem Maximum bei $\delta \approx -\Gamma$ zu und fällt dann $\propto \delta^{-3}$ ab.

Die Diskretheit des spontanen Emissionsprozesses hinterlässt einen endlichen Photonenrückstoß. Da die Emissionsrichtung statistisch verteilt ist, folgt die daraus resultierende Bewegung einem stochastischen Gesetz. Im Impulsraum betrachtet, führen die Atome eine Diffusionsbewegung aus. Der mittlere quadratische Impuls wächst linear mit der Zeit an [98].¹² Aus dem zweiten Moment der Impulsverteilung resultiert eine Heizrate, die obiger Kühllkraft entgegenwirkt. Durch Gleichsetzen der Kühlrate mit der Heizrate durch die Diffusionsbewegung erhält man die Gleichgewichtstemperatur der Dopplerkühlung. Sie hängt von der gewählten Verstimmung ab und nimmt ihren Minimalwert, die Dopplertemperatur T_D , an für $\delta = -\Gamma/2$:

$$k_B T_D = \hbar \frac{\Gamma}{2}. \quad (2.44)$$

¹¹Das Photon ist immer noch rotverstimmt und steht daher für Reabsorptionsprozesse zur Verfügung.

¹²Theoretisch wird dieser Prozess durch die Fokker-Planck-Gleichung beschrieben. Eine ausführliche Herleitung findet sich in [94].

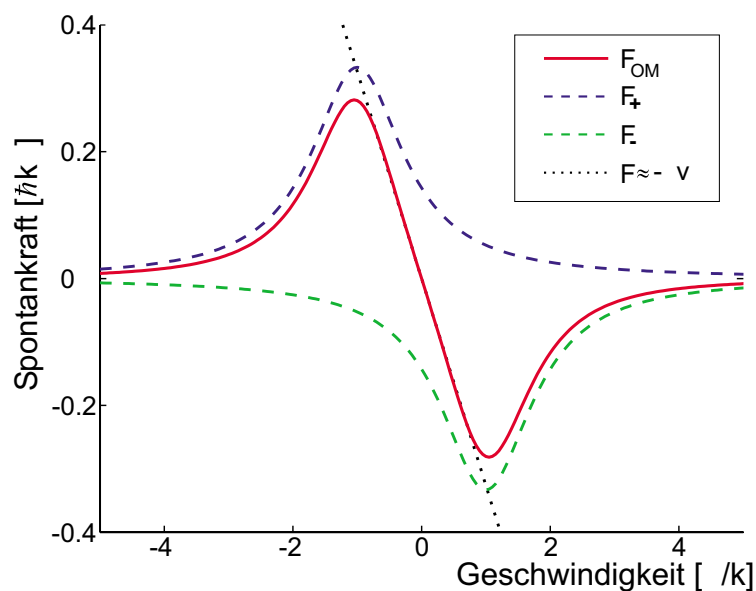


Abbildung 2.1: Spontankraft als Funktion der Geschwindigkeit. Die gestrichelt gezeichneten Kurven sind die Streukräfte F_+ , F_- aus den einzelnen Laserstrahlen. Diese setzen sich zur Gesamtkraft F_{OM} (durchgezogen gezeichnet) zusammen. Für kleine Geschwindigkeiten lässt sich diese sehr gut linear annähern (gepunktet).

2.4 Magneto-optische Falle

Dieser Abschnitt beschreibt das Prinzip einer Falle aus Lichtkräften für Neutralatome. Die so genannte magneto-optische Falle (MOT)¹³ wurde 1987 zum ersten Mal experimentell realisiert [102]. Seither ist sie eines der grundlegendsten Instrumente in der Atomphysik - Ausgangspunkt für Experimente der Stoßphysik, der Atomoptik und von Bose-Einstein-Kondensationsexperimenten. Aufgrund des Zusammenspiels von orts- und impulsabhängigen Kräften, der Abschwächung von Laserstrahlen in Atomwolken zunehmender optischer Dichte, des realen Profils der Kühllaserstrahlen und der Mehrfachstreuung von Photonen in der Falle, entzieht sich die magneto-optische Falle bis heute einer rigiden theoretischen Beschreibung. Lediglich eine Klassifizierung in einzelne Dichteregime ist möglich. Das ist für die vorliegende Arbeit von besonderem Interesse und wird ausführlich diskutiert.

¹³Die aus dem Angelsächsischen stammende Abkürzung hat sich auch in deutschen Sprachraum durchgesetzt. MOT = magneto-optical trap.

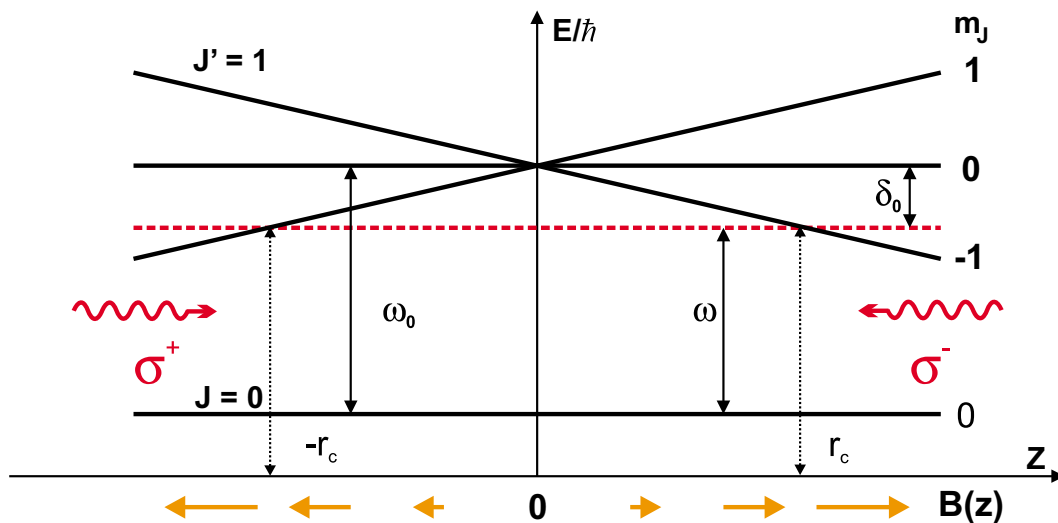


Abbildung 2.2: Prinzip einer magneto-optischen Falle in einem eindimensionalen Beispiel. Der Magnetfeldgradient verschiebt die magnetischen Unterzustände so, dass bevorzugt Photonen aus den zum Fallenzentrum hin gerichteten Laserstrahlen absorbiert wird. Zur geschwindigkeitsabhängigen Kraft der Dopplerkühlung tritt eine ortsabhängige Rückstellkraft hinzu.

2.4.1 Prinzipielle Funktionsweise einer MOT

Die bisher vorgestellte Spontankraft kühlt als impulsabhängige Reibungskraft die Atome und erzeugt eine neue Gleichgewichtsverteilung des Atomensembles im Impulsraum. Um Atome räumlich einzufangen, bedarf es zusätzlich noch einer ortsabhängigen Rückstellkraft hin zu einem ausgezeichneten Punkt, dem Fallenzentrum. Diese Symmetriebrechung erfolgt durch inhomogene Magnetfelder entlang der Kühllaserstrahlen, deren Nulldurchgang mit dem Zentrum der Falle übereinstimmt. Betrachten wir nochmals das eindimensionale Modell aus Abschnitt 2.3, nun zusätzlich mit einem Magnetfeldgradienten entlang der z -Achse (siehe Abbildung 2.2). Im Atom liege ein $J \rightarrow J+1$ - Übergang vor (aus Gründen der Einfachheit $J=0$). Das Fallenlicht ist rotverstimmt gegen die Resonanz und entlang der Achse zirkular polarisiert, mit entgegengesetzt zirkularer Polarisation für die gegenläufigen Laserstrahlen. Die zum Magnetfeldnullpunkt gerichtete ortsabhängige Kraft kommt dadurch zu Stande, dass auf der rechten Seite das $m_J = -1$ - Niveau durch die Zeeman-Verschiebung energetisch absenkt und damit näher in Resonanz mit dem σ^- -Strahl bringt. Gleichzeitig wird das $m_J = +1$ - Niveau weiter vom Lichtfeld weg verschoben, so dass eine Absorption aus dem vom Fallenzentrum weg gerichteten Laserstrahl mit σ^+ -Polarisation weniger wahrscheinlich wird.

Die Verstimmung im bisherigen Ausdruck für die Spontankraft (Gleichung 2.42)

muss um einen Zeeman-Term erweitert werden. Man erhält:

$$F = \hbar \mathbf{k} \frac{\Gamma}{2} \times \left(\frac{s}{1 + s + \left(\frac{2}{\Gamma} (\delta - kv + \mu' \nabla B \cdot z / \hbar)\right)^2} - \frac{s}{1 + s + \left(\frac{2}{\Gamma} (\delta + kv - \mu' \nabla B \cdot z / \hbar)\right)^2} \right). \quad (2.45)$$

Das effektive magnetische Moment berechnet sich aus dem Mittel der magnetischen Momente über alle erlaubten Übergänge, gewichtet mit ihrer jeweiligen Übergangsstärke c_n ¹⁴: $\mu' = \sum_n c_n \mu'_n / \sum_n c_n = 5/6 \mu_B$. Dabei ist das magnetische Moment eines einzelnen Übergangs durch: $\mu'_n = (g_n m_n - g_j m_j) \mu_B$ gegeben. n indiziert den Grundzustand, j den angeregten Zustand des jeweiligen Übergangs.

Dieses eindimensionale Modell kann einfach auf drei Raumrichtungen erweitert werden. Als Gradientenfeld dient ein magnetisches Quadrupolfeld, wie es beispielsweise durch ein in Anti-Helmholtz-Konfiguration betriebenes Spulenpaar erzeugt werden kann. In diesem Fall gilt für die axialen und radialen Feldgradienten: $\partial_z B_z = -2 \partial_r B_r$. Gegenläufige Laserstrahlen mit entgegengesetzt gerichteter $\sigma^+ - \sigma^-$ -Polarisation (auf die jeweilige Richtung des Magnetfeldgradienten abgestimmt) aus drei Raumrichtungen kühlen die Atome und fangen sie im Zentrum des Quadrupols ein.

Für kleine Geschwindigkeiten und geringe Abstände vom Fallenzentrum lässt sich die Kraft linearisieren:

$$\mathbf{F} = -\beta \mathbf{v} - \kappa \mathbf{r}. \quad (2.46)$$

β ist hierbei identisch mit der Reibungskonstanten aus Gleichung 2.43. Die Konstante κ ist gegeben durch:

$$\kappa = \frac{\mu' \nabla B}{\hbar k} \beta. \quad (2.47)$$

Gleichung 2.46 beschreibt einen gedämpften harmonischen Oszillator, gemäß dessen Bewegungsgleichung sich die Atome verhalten. Die Zeitskala für die Bewegung ist durch das Verhältnis $\beta/\kappa \approx 2.5$ ms gegeben [102]. Dabei wurden Zahlenwerte eingesetzt wie sie für den im Weiteren vorgestellten Aufbau (wird in Abschnitt 6 noch genauer diskutiert) typisch sind.

Setzt man die Verstimmung und die Zeeman-Verschiebung gleich, erhält man den linearen räumlichen Einfangbereich einer MOT. Unter der Annahme, dass die Atome auf dieser Strecke annähernd zum Stillstand abgebremst werden sollen, erhält man eine Abschätzung für die so genannte Einfanggeschwindigkeit v_c einer MOT, die für typische Apparaturen im Bereich von $v_c \approx 35$ m/s liegt.

¹⁴Diese berechnet sich aus dem Betrag des Clebsch-Gordan-Koeffizienten für den jeweiligen Übergang (siehe Abbildung 3.2).

2.4.2 Temperatur- und Dichteregime einer MOT

Zu Beginn der 90er Jahre wurde das Verhalten einer MOT bei Änderung von Parametern wie Laserverstimmung, -intensitäten, Magnetfeldgradienten und Strahlgröße untersucht [103, 104, 105]. Insbesondere großes Interesse bestand darin, bei den kalten Temperaturen ausreichend hohe Dichten zu erzeugen, um das quantenentartete Regime durch rein optische Kühlverfahren zu erreichen. Für die Dichte einer lasergekühlten Atomwolke stellte sich bald die Obergrenze von 10^{11} cm^{-3} heraus - begrenzt durch internen Strahlungsdruck aufgrund von Reabsorptionsprozessen. Eine ausführliche Untersuchung wurde von Townsend et al [106] durchgeführt. Im Folgenden werden, basierend auf den genannten Arbeiten, die einzelnen Regime einer magneto-optischen Falle vorgestellt.

Temperatur-begrenztes Regime

Bei kleinen Atomzahlen ($N < 10^4$) ist die Wechselwirkung zwischen den Atomen untereinander vernachlässigbar. Es stellt sich eine Gauß-förmige Wolke ein, deren Abmessungen l durch die Konstante der Rückstellkraft gegeben sind:

$$k_B T = \frac{1}{2} \kappa l^2. \quad (2.48)$$

In diesem Bereich ist das Volumen unabhängig von der Teilchenzahl N , und die Dichte steigt proportional mit N an ($n \propto N$). Die Temperatur ist eine Funktion der Laserintensität und der -verstimmung:

$$T = C_0 + C_1 T_D \frac{I}{I_S} \frac{\Gamma}{\delta}. \quad (2.49)$$

Dabei beträgt C_0 typischerweise einige Rückstoßtemperaturen (T_{rec} , siehe Gleichung 2.104) und $C_1 \approx 0.25$.

Mehrfachstreuungs-Regime

Für Atomzahlen oberhalb einiger 10^4 Atome dehnt sich die Wolke aus und heizt sich auf. Verantwortlich dafür sind starke langreichweitige interatomare Kräfte: Das von einem Atom emittierte Photon wird von einem anderen Atom in der Wolke absorbiert. Dadurch bildet sich ein relativer Impuls von maximal $2\hbar k$ zwischen den beiden Atomen aus. Dieser interne Strahlungsdruck führt einer Expansion der Wolke. Die Wahrscheinlichkeit für die Reabsorption fällt mit $1/r^2$ ab¹⁵, ebenso also auch der Strahlungsdruck. Es bildet sich eine maximale Dichte von etwa 10^{11} cm^{-3} aus.

¹⁵Bei einem konstanten Fluss durch die Oberfläche einer Kugel mit Radius r nimmt die Photonzahl umgekehrt proportional zur Fläche ab (Raumwinkelargument).

Werden mehr Atome in die MOT geladen, bleibt die Dichte konstant und die Größe der Wolke nimmt zu. Die Aufheizung durch den stochastischen Prozess der Emission und Reabsorption wurde bereits in Abschnitt 2.2.1 behandelt. Es ergibt sich ein empirischer Zusammenhang zwischen Temperatur und Atomzahl:

$$T \propto N^{\frac{1}{3}}. \quad (2.50)$$

Regime hoher optischer Dichte

Entlang einer Atomwolke mit der Ausdehnung l und einer Dichte n wird ein Laserstrahl der Intensität I_0 gemäß dem Lambert-Beer-Gesetz [107] absorbiert. Die transmittierte Intensität beträgt¹⁶:

$$I = I_0 \exp(-n\sigma_{abs}(\delta)l). \quad (2.51)$$

Der Absorptionsquerschnitt für ein einzelnes Photon ist von der Verstimmung abhängig:

$$\sigma_{abs}(\delta) = \frac{\sigma_0}{1 + \left(\frac{2\delta}{\Gamma}\right)^2}. \quad (2.52)$$

Der resonante Streuquerschnitt σ_0 ist dabei: $\sigma_0 = \frac{3\lambda^2}{2\pi}$ [94].

Für sehr hohe Dichten absorbieren die äußeren Bereiche das Fallenlicht, und die Laserstrahlen werden komplett abgeschwächt. In diesem Fall nimmt das Fallenpotential für die inneren Regionen der Falle stark ab, und die Wolke expandiert. Gemäß Lindquist et al. [104] ist die Säulendichte entlang l in einer MOT, deren Temperatur bis unterhalb des Doppler-Limits gekühlt wird, dadurch limitiert, dass die Atomwolke für das Fallenlicht noch transparent sein muss. Daraus folgt [105]:

$$n \cdot l \leq b_0, \quad b_0 = 5 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-2}. \quad (2.53)$$

Das entspricht einer resonanten optischen Dichte von 20. Bei einer Verstimmung von -2Γ , wie in vielen Fällen üblich, beträgt diese optische Dichte noch eins.

Für den Fall einer sphärischen MOT lautet der Ausdruck für die Dichte $n = N/V \propto N/l^3$. Unter Berücksichtigung von Gleichung 2.53 muss gelten: $l \propto \sqrt{N}$. Im Regime sehr hoher optischer Dichten nimmt die räumliche Dichte mit zunehmender Atomzahl ab:

$$n \propto N^{-1/2}. \quad (2.54)$$

¹⁶Diese Gleichung gilt nur, solange die Intensität nicht zu hoch oder die Probe nicht zu dünn ist, so dass noch keine Sättigungseffekte auftreten. Ansonsten ändert sich das Absorptionsverhalten dramatisch hin zu einer linearen Abhängigkeit (Eine ausführliche Diskussion findet sich in [108]).

Spezialfall: Elongierte MOT-Geometrie

In einer elongierten Geometrie mit einem Achsenverhältnis $\zeta = w_{ax}/w_{rad}$ erhöht sich die maximal einfangbare Atomzahl etwas im Vergleich zu einer spärlichen MOT-Geometrie. Die Dichte ist in dieser Anordnung durch $n \approx N/(\zeta l \cdot l^2)$ gegeben. Die Atomwolke ist noch stabil, solange die Dichte-Limitierung (Gleichung 2.53) erfüllt ist. Setzen wir die neue Dichte in diese Gleichung ein, ergibt sich nun

$$n \propto \sqrt{\zeta} \cdot N^{-1/2}. \quad (2.55)$$

anstelle von Beziehung 2.54. Bei einem Achsenverhältnis von $\zeta = 6$ kann man in elongierten Fallengeometrien also die 2.5-fache Atomzahl im Vergleich zu einer sphärischen MOT einfangen. Anschaulich lässt sich dieses Ergebnis so verstehen, dass Photonen des Kühllichts die Wolke in axialer Richtung leichter verlassen können als in sphärischen Geometrien. Die in Gleichung 2.53 limitierte Größe ist die optische Säulendichte.

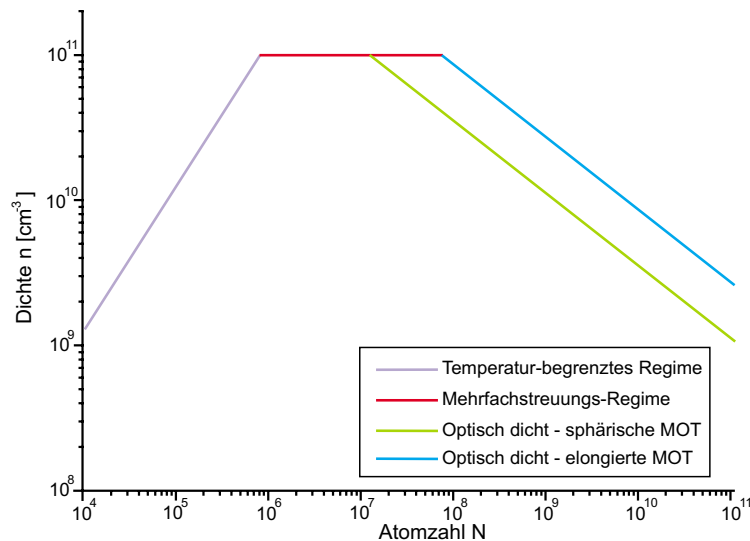


Abbildung 2.3: Übersicht über die einzelnen Dichte-Regime einer magneto-optischen Falle. Hervorzuheben ist, dass im optisch dichten Regime durch eine elongierte Geometrie eine höhere Atomzahl einfangbar ist als in einer sphärischen MOT. (Abbildung entnommen aus [109]).

2.4.3 Lade- und Zerfalldynamik

Das Laden einer magneto-optischen Falle kann durch zwei verschiedene Prozesse ablaufen:

1. Einfangen von Atomen aus dem Hintergrundgas einer Dampfzelle. Dabei wird nur der Teil der Maxwell-Verteilung eingefangen, dessen Geschwindigkeit unterhalb der Einfanggeschwindigkeit v_c liegt. v_c ist die Geschwindigkeit, die innerhalb des Einfangvolumens so weit abgebremst wird, dass das Atom das Fallenpotential nicht mehr verlassen kann¹⁷.
2. Einfang von Atomen aus einem vorgekühlten Atomstrahl, wie er durch diverse kalte Atomstrahlquellen¹⁸ zur Verfügung gestellt wird.

In beiden Fällen wird die Teilchenzahl in der MOT mit einer Laderate R_L zunehmen. Nehmen wir im Folgenden an, dass die MOT aus einem Atomstrahl geladen wird. Während des Ladevorgangs können Atome aus der Falle wieder entfernt werden. Ursache dafür sind Stöße mit dem thermischen Hintergrundgas oder Stöße mit Teilchen aus dem Atomstrahl. Dieser Verlustprozess ist proportional zur Anzahl der gefangenen Atome. Die Ratenkonstante Γ_L für diesen Prozess hängt vom Fluss des Atomstrahls und der Dichte des Hintergrundgases ab. Es ergibt sich folgende Ratengleichung für die Anzahl N der Atome in der Falle¹⁹:

$$\frac{dN}{dt} = -\Gamma_L N + R_L. \quad (2.56)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung ergibt eine exponentielle Ladekurve:

$$N(t) = \frac{R_L}{\Gamma_L} (1 - \exp(-\Gamma_L t)). \quad (2.57)$$

Das Verhältnis von Lade- zu Verlustrate bestimmt die Teilchenzahl in der MOT. Ein wie in Kapitel 4.1 vorgestelltes Zwei-Kammer-System, bietet deshalb den besonderen Vorteil, dass die Laderate auf der Niedervakuumseite sehr hoch ist, der Hintergrundgasdruck im Bereich der MOT aber klein gehalten werden kann.

Die Zerfallsdynamik einer MOT ist zum einen durch Stöße mit dem Hintergrundgas bestimmt, zum anderen können inelastische Kollisionen zwischen den Atomen in der MOT ebenso Verlustprozesse initiieren. Bei den Letzteren unterscheidet man - je nach Laserleistung - zwei verschiedene Vorgänge [110]. Bei niedrigen Fallenlaserintensitäten dominieren Stöße, bei denen einer der Stoßpartner den Hyperfeinzustand ändert (so genannte HF-ändernde Stöße). Dabei wird die der Hyperfeinaufspaltung entsprechende Energie von $h \cdot 6.8$ GHz frei, was für die Stoßteilnehmer ausreicht, die Falle zu verlassen. Bei höheren Intensitäten der Fallenlaser treten so genannte lichtinduzierte Stöße auf, bei denen ein Stoßpartner im angeregten Zustand ist. In diesem Fall erfolgt die Wechselwirkung aufgrund einer Dipol-Dipol-Wechselwirkung

¹⁷Eine detaillierte Betrachtung dieser Termini erfolgt in Kapitel 5 für den Spezialfall einer MOT mit zweidimensionaler Geometrie.

¹⁸Eine ausführliche Diskussion verschiedener Quellen folgt in Abschnitt 5.1.

¹⁹Zwei-Körper-Verluste und Rekombinationsprozesse sind hier vernachlässigt.

mit einem langreichweitigen C_3/r^3 -Potential. Daher ist der Stoßquerschnitt lichtinduzierter Stöße wesentlich größer als der für HF-ändernde Stöße. Die Rate dieser Zwei-Körper-Stöße ist proportional zum Quadrat der Dichte. Die Ratenkonstante wird in der Literatur allgemein mit β abgekürzt. In dem für den MOT-Aufbau realisierten Bereich der Laserintensitäten von 20 mW/cm^2 und darüber liegt der Wert von β bei $10^{-12} \text{ cm}^3/\text{s}$ [110].

Betrachten wir nun den Zerfall einer MOT mit einer Anfangsteilchenzahl, die durch R_L/Γ_L gegeben ist. Bei der Behandlung des Zerfalls berücksichtigen wir nun auch Zwei-Körper-Prozesse. Deshalb nennen wir die Stoßrate hierfür Γ_{coll} . Die Zerfallsrate der MOT ist demnach gegeben durch:

$$\frac{dN}{dt} = -\Gamma_{\text{coll}}N - \beta \int n(\mathbf{r})^2 d\mathbf{r} \approx -\Gamma_{\text{coll}}N - \beta/V \cdot N^2. \quad (2.58)$$

Auf der rechten Seite wurde zur Vereinfachung eine homogene Dichte der Atomwolke angenommen. V beschreibt das Volumen der Wolke in der MOT. Der Zerfall wird für sehr kurze Zeiten nicht-exponentiell erfolgen mit einem starken Atomzahlabfall, der in einen exponentiellen Zerfall übergeht, sobald die Dichte ausreichend klein geworden ist. Die Lösung zu obiger Differentialgleichung mit Zwei-Körper-Zerfall für sehr hohe Dichten und kurze Zeiten ist gegeben durch [111]:

$$N(t) = \frac{R_L}{\Gamma_L} \frac{\exp(-\Gamma_{\text{coll}}t)}{1 + \frac{\beta R_L}{V\Gamma_{\text{coll}}\Gamma_L} (1 - \exp(\Gamma_{\text{coll}}t))}. \quad (2.59)$$

Nachdem die Dichte abgefallen ist und Zwei-Körper-Prozesse vernachlässigbar sind, stellt sich ein exponentielles Zerfallsgesetz ein:

$$N(t) = \frac{R_L}{\Gamma_L} \exp(-\Gamma_{\text{coll}}t). \quad (2.60)$$

Es wird zwischen Γ_L und Γ_{coll} unterschieden, weil die Verluste während des Ladens nicht nur durch die Stoßrate mit dem Restgas (Γ_{coll}) gegeben ist, sondern auch noch Stöße mit Atomen aus dem Atomstrahl einschließt. In dem hier vorgestellten Aufbau liegt der Druck im Bereich von $10^{-10} - 10^{-11} \text{ mbar}$. Die Lebensdauer der MOT sollte also, wäre sie nur durch diese Hintergrundgasstöße limitiert, mehrere zehn Sekunden betragen.

2.5 Spinpolarisation durch optisches Pumpen

In einer optischen Melasse existiert keine durch eine Quantisierungsachse vorgegebene Vorzugsrichtung. Die Bevölkerung der magnetischen Unterzustände ist durch die Polarisation der Laserstrahlen und der entsprechenden Clebsch-Gordan-Koeffizienten gegeben. Um die Atomzahl einer MOT jedoch effizient für einen magnetischen Einschluss zu nutzen, ist es notwendig, die gekühlte Atomwolke in einem

definierten, fangbaren magnetischen Unterzustand zu präparieren. Durch Wahl eines gestreckten Zustands können Spin-Austausch-Prozesse unterdrückt werden (siehe Abschnitt 2.7.2). Mit Hilfe eines optischen Pumpschemas lässt sich diese Spinpolarisation erreichen.

Abbildung 3.2 in Abschnitt 3.1 zeigt die Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen magnetischen Unterzuständen²⁰ für den $F = 2 \rightarrow F' = 2$ -Übergang der D_2 -Linie in ^{87}Rb in einem schwachen Magnetfeld. Licht mit zirkularer Polarisation σ^+ induziert Übergänge mit $\Delta m_F = +1$. Von den angeregten Zuständen aus kann der spontane Zerfall über Emission von π -Licht oder σ^+/σ^- -Licht erfolgen. Durch wiederholte Anregung und spontane Emission wird sukzessive der gestreckte Zustand $|F=2, m_F=+2\rangle$ bevölkert. Ein schwaches externes Magnetfeld legt die Quantisierungsachse für diesen Prozess fest. Sobald ein Atom in den äußersten Zustand gepumpt wurde, befindet es sich für das Pumplicht in einem sogenannten Dunkelzustand, da mit dem σ^+ -Licht keine weitere Anregung mehr möglich ist. Mit dem Pumplicht muss zeitgleich auch das sog. Rückpumper-Licht (resonant mit $F = 1 \rightarrow F' = 2$, siehe Abschnitt 3.1) eingestrahlt werden, um Atome aus dem untersten Hyperfeingrundzustand zurückzupumpen.

Polarisationsgradientenkühlung

Im Experiment beobachtet man in magneto-optischen Fallen Temperaturen, die bis zu einer Größenordnung kleiner als die Dopplertemperatur (Abschnitt 2.3) sind. Der Grund dafür liegt in einem optischen Pumpprozess zwischen magnetischen Subniveaus der Atome [112]. In der Literatur wird dieser Sub-Doppler-Kühlmechanismus als „Polarisationsgradientenkühlung“ oder „Sisyphus-Kühlung“ bezeichnet [113, 114].

In einer $\sigma^+ - \sigma^-$ -Konfiguration, wie in einer MOT, bildet sich entlang einer Achse eine stehende Welle aus, deren Polarisation an jedem Ort linear ist. Die Richtung dieser linearen Polarisation dreht sich spiralförmig entlang der Achse mit einer Ganghöhe von λ . Ein ruhendes Atom sieht also nur linear polarisiertes Licht, dessen Polarisationsachse die Quantisierungsrichtung des Atoms vorgibt. Das Atom wird durch die linear polarisierten Photonen sukzessive in einen Zustand mit einem - betragsmäßig - kleinen m_F -Wert gepumpt. Bis zur Einstellung eines Gleichgewichts wird eine charakteristische Pumpzeit τ_P benötigt. Bewegt sich ein Atom entlang der Achse, dann dreht sich die Polarisation des Lichts und damit seine Quantisierungsachse. Abhängig von der Geschwindigkeit des Atoms kann es sein, dass diese Drehung der Quantisierungsachse nicht gegen die Pumpzeit vernachlässigbar ist. In diesem Fall wird nie die lokale Gleichgewichtsverteilung der m_F -Zustände erreicht. Diese asymmetrische Besetzung der Zeeman-Unterniveaus bringt mit sich, dass sich die Absorption zwischen den beiden zirkular polarisierten Strahlen unterscheidet. Das Atom absorbiert

²⁰Im Weiteren wird die Drehimpulsquantenzahl F anstelle von J benutzt.

mit größerer Wahrscheinlichkeit Photonen aus dem Laserstrahl auf den es sich zu bewegt. Gemittelt über viele Prozesse verschwinden die Impulsüberträge der spontanen Emission analog zur Argumentation in Abschnitt 2.2.1. Es resultiert wieder eine zur Geschwindigkeit des Atoms proportionale Reibungskraft.

Essentiell für diesen Prozess ist, dass die lokale Quantisierungsachse durch die Lichtpolarisation vorgegeben ist und nicht durch ein äußeres Magnetfeld gestört wird. Daher findet die Polarisationsgradientenkühlung in einer MOT hauptsächlich im zentralen Bereich um den Magnetfeldnullpunkt statt.

Der limitierende Prozess für die Kühlung bleibt bei diesem Verfahren der Vorgang der spontanen Emission und die damit verbundene Rückstoßenergie: $E_{\text{rec}} = \hbar^2 k^2 / (2m)$. Die Rückstoßtemperatur T_{rec} berechnet sich dann zu:

$$T_{\text{rec}} = \frac{\hbar^2 k^2}{mk_{\text{B}}}. \quad (2.61)$$

Für die D_2 -Linie von Rubidium ergibt sich ein Wert von 392 nK. In Experimenten werden solche Werte nur unter äußerst reinen Bedingungen (Kompensationsspulen zur Aufhebung von Streumagnetfeldern) erreicht. Typischerweise konnten wir in unserem Aufbau 40 μK erreichen.

2.6 Magnetischer Einschluss von Atomen

Die bisher beschriebenen Methoden der Laserkühlung sind physikalisch beschränkt auf eine minimale Temperatur, die Rückstoßtemperatur. Damit die Phasenraum-dichte den kritischen Wert für die Bose-Einstein-Kondensation (Gleichung 2.13) bei dieser Temperatur erreicht, müssten die Atome auf eine Dichte von einigen 10^{13} cm^{-3} komprimiert sein. Aus der Diskussion in Abschnitt 2.4.2 ist aber bekannt, dass jedes Ensemble lasergekühlter Atome mit dieser Dichte für resonantes Licht opak ist. Vorhandenes Kühllicht wäre in der Wolke gefangen und würde eine rasche Aufheizung durch Reabsorptionsprozesse verursachen.

Aus diesem Grund müssen alle weiteren Kühl- und Einfangprozesse ohne resonantes Licht erfolgen. Der magnetische Einschluss von Atomen mit einem permanenten magnetischen Dipolmoment bietet die Möglichkeit, Atome ohne Kontakt mit heißen Wänden im UHV einzuschließen:

Die Zeeman-Energie-Verschiebung der magnetischen Unterniveaus in einem Magnetfeld der Flussdichte \mathbf{B} beträgt: $\Delta E_{\text{ZS}} = -\mu \mathbf{B} = g_{\text{F}} m_{\text{F}} \mu_{\text{B}} B_z$. Dabei wurde die Quantisierungsachse \mathbf{e}_z in Richtung von \mathbf{B} gewählt. μ_{B} ist das Bohr'sche Magneton. In einem inhomogenen dreidimensionalen Magnetfeld lässt sich damit ein Atom magnetostatisch einfangen. Denn auf das Atom wirkt eine konservative Kraft $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \nabla \mu \mathbf{B}$. Atome für deren Unterniveaus $g_{\text{F}} m_{\text{F}} > 0$ gilt, erfahren eine Kraft zu einem Magnetfeldminimum hin („low-field seekers“). Die Zustände mit

$g_F m_F < 0$ werden aus diesem Minimum heraus gezogen („strong-field-seekers“). Aus den Maxwell-Gleichungen folgt, dass es kein statisches Maximum des Magnetfelds geben kann [115]. Es können nur statische Magnetfeldkonfigurationen erzeugt werden, die ein Betragsminimum ausbilden. Daher sind nur Zustände mit $g_F m_F > 0$ magnetisch speicherbar. Anschaulich gesprochen, stellt sich das magnetische Moment des Atoms immer antiparallel zur lokalen Magnetfeldrichtung ein. Damit diese Orientierung in einem inhomogenen Magnetfeld erfolgen kann, muss die Änderung des Winkels φ zwischen dem lokalen Magnetfeld und einer festen Achse im Bezugssystem des sich bewegenden Atoms (also die Fallenfrequenz) langsamer erfolgen als die Präzession des magnetischen Moments um die lokale Magnetfeldrichtung [116]:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega_{\text{Falle}} < \omega_L = g_F m_F \mu_B B / \hbar. \quad (2.62)$$

Insbesondere bei Magnetfallen, die auf einem dreidimensionalen Quadrupolfeld mit einem Nulldurchgang der Magnetfeldstärke beruhen, besteht die Gefahr, dass die Atome bei ihrer Oszillationsbewegung in der Falle der lokalen Magnetfeldrichtung nicht mehr adiabatisch folgen können. Nach dem Nulldurchgang kann sich das Atom in einem nichtgefangenen magnetischen Unterzustand befinden und wird aus der Falle entfernt. Dieser Verlustprozess wird als Majorana-Spin-Umklapp-Prozess bezeichnet. Er kann minimiert werden, indem ein endliches Offset-Feld vorhanden ist.

Magnetfallen sind konservative Fallen. Sie können nur Atome halten, deren kinetische Energie kleiner ist als die Falltiefe. Letztere liegt üblicherweise bei einigen wenigen Millikelvin. Die erste Demonstration von magnetisch gespeicherten Atomen erfolgte 1985 [117], nachdem das Werkzeug der Laserkühlung bereits zur Verfügung stand. Inzwischen gibt es mehrere Fallenkonfigurationen mit jeweils eigenen Vor- und Nachteilen: Baseball-Falle, Clover-Leaf-Falle, QUICK-Falle, Ioffe-Pritchard-Falle [37, 38, 118, 119]. Am weitesten verbreitet ist der Typ der Ioffe-Pritchard-Magnetfalle, die auch in dieser Arbeit eingesetzt wird.

2.6.1 Ioffe-Pritchard Konfiguration

Die Idee des magnetischen Einschlusses mit einer Ioffe-Pritchard (JP-) Konfiguration kommt ursprünglich aus der Plasmaphysik [120] und wurde von Pritchard zum Einfangen von kalten Atomen übernommen [121]. Die Geometrie zeichnet sich durch einen besonders hohen Einschluss der Atomwolke aus. In steilen Fallen ist die kritische Temperatur und die Anzahl an Atomen im Kondensat besonders hoch, wie in Abschnitt 2.1.1 hergeleitet. Weiterhin sorgt die erhöhte Dichte in steilen Fallen für eine größere elastische Stoßrate (wichtig für Verdampfungskühlung, siehe Abschnitt 2.8).

Das Magnetfeld einer Ioffe-Pritchard-Falle wird durch ein radiales Quadrupolfeld und ein axiales Dipolfeld erzeugt. Die Komponenten des Magnetfeldes in axialer und

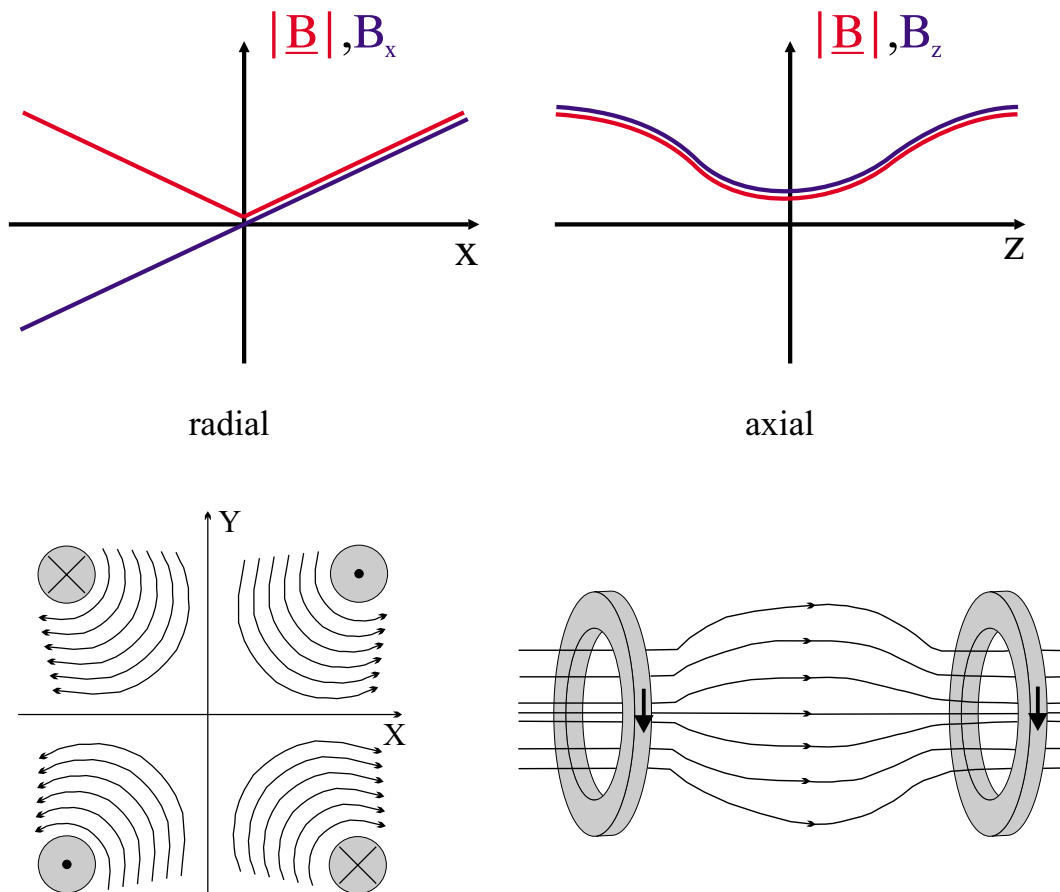


Abbildung 2.4: Verlauf der Magnetfelder in einer Ioffe-Pritchard-Anordnung. Radialer Einschluss wird von vier Ioffe-Stäben, die gegensinnig vom selben Strom durchflossen werden, erzeugt. Axial erzeugt ein Spulenpaar mit gleichsinnigem Stromfluß einen gekrümmten Feldverlauf mit einem Minimum in der Mitte auf der Verbindungsachse.

radialer Richtung sind in Abbildung 2.4 skizziert. Vier lange so genannte Ioffe-Stäbe werden jeweils gegensinnig von Strom durchflossen und erzeugen so entlang der Stabachse ein translationsinvariantes zweidimensionales Gradientenfeld in der xy -Ebene. Dieses Feld übt eine radiale Kraft auf die Atome aus. Ein zusätzlicher axialer Einschluss (entlang der z -Achse) wird von zwei so genannten Pinch-Spulen an den Enden der Ioffe-Stäbe erzeugt. Sie werden gleichsinnig von Strom durchflossen, ihr Abstand ist allerdings größer als ihr Durchmesser (größer als Helmholtz-Abstand). Dadurch entsteht ein nicht-homogenes Feld mit einer endlichen Krümmung.

Eine vollständige Auswertung des Gesetzes von Biot-Savart ergibt bis zur zweiten

Ordnung des Ortes folgende Abhängigkeit des Magnetfeldes:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} B_0 + \begin{pmatrix} x \\ -y \\ 0 \end{pmatrix} B' + \begin{pmatrix} -xz \\ -yz \\ z^2 - \frac{1}{2}(x^2 + y^2) \end{pmatrix} \frac{B''}{2}. \quad (2.63)$$

Dabei ist B_0 der Magnetfeldoffset, B' der radiale Gradient und B'' die axiale Magnetfeldkrümmung. Das Potential der Falle ist durch den Betrag des Magnetfeldes gegeben: $U = g_{\text{FMF}} \mu_{\text{B}} |\mathbf{B}(\mathbf{r})|$.

$$|\mathbf{B}(\mathbf{r})| = B(\mathbf{r}) = \sqrt{\left[B_0 + \frac{B''}{4}(2z^2 - x^2 - y^2) \right]^2 + \left[B'y + \frac{B''}{2}yz \right]^2 + \left[B'x - \frac{B''}{2}xz \right]^2} \quad (2.64)$$

Harmonische Falle

Dieser Ausdruck lässt sich um das Zentrum der Falle harmonisch entwickeln. Bezüglich des Fallenbodens ergibt sich dann das harmonische Fallenpotential:

$$U_{\text{harm}} = g_{\text{FMF}} \mu_{\text{B}} \frac{1}{2} \left[\left(\frac{B'^2}{B_0} - \frac{B''}{2} \right) (x^2 + y^2) + B'' z^2 \right]. \quad (2.65)$$

Im Laufe der Verdampfungskühlung (Abschnitt 2.8) wird die Atomwolke kleiner und energieärmer, so dass diese harmonische Näherung für sie gültig ist. Die Fallenfrequenzen in radialer und axialer Richtung sind durch folgende Ausdrücke gegeben:

$$\omega_{\rho} = \sqrt{\frac{g_{\text{FMF}} \mu_{\text{B}}}{m} \left(\frac{B'^2}{B_0} - \frac{B''}{2} \right)}, \quad (2.66)$$

$$\omega_z = \sqrt{\frac{g_{\text{FMF}} \mu_{\text{B}}}{m} B''}. \quad (2.67)$$

Man erkennt, dass die radiale Fallenfrequenz stark vom Offset-Feld B_0 abhängt. Wird dieses unabhängig von den Gradienten und Krümmungen variiert, kann die Atomwolke in der Falle komprimiert werden.

In dieser rein harmonischen Falle separieren die Koordinaten x, y, z und die drei Raumrichtungen sind unabhängig voneinander. Die räumliche Dichte ist durch eine Gauß-Verteilung gegeben:

$$n_{\text{harm}}(\mathbf{r}) = n_0 \exp\left(-\frac{U_{\text{harm}}(\mathbf{r})}{k_{\text{B}}T}\right) = n_0 \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_{\rho}^2} - \frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right). \quad (2.68)$$

Die radiale und axiale Breite lautet:

$$\sigma_{\rho} = \sqrt{\frac{k_{\text{B}}T}{g_{\text{FMF}} \mu_{\text{B}} \left(\frac{B'^2}{B_0} - \frac{B''}{2} \right)}} = \frac{1}{\omega_z} \sqrt{\frac{k_{\text{B}}T}{m}}, \quad (2.69)$$

$$\sigma_z = \sqrt{\frac{k_B T}{g_F m_F \mu_B B''}} = \frac{1}{\omega_\rho} \sqrt{\frac{k_B T}{m}}. \quad (2.70)$$

Die Spitzendichte n_0 folgt aus der Atomzahl N :

$$n_0 = \frac{N}{(2\pi)^{3/2} \sigma_\rho^2 \sigma_z}. \quad (2.71)$$

Lineare Falle

Für sehr kleine Offset-Felder und höhere Temperaturen der Atomwolke ($g_F m_F \mu_B B_0 \ll k_B T$) ändert sich das Potential in der radialen Richtung von harmonisch zu linear:

$$U_{\text{lin}}(\mathbf{r}) = g_F m_F \mu_B \left(B' \sqrt{x^2 + y^2} + \frac{1}{2} B'' z^2 \right). \quad (2.72)$$

In diesem Fall separieren die einzelnen Variablen nicht, und eine anharmonische Mischung zwischen den Freiheitsgraden tritt auf. Die Dichteverteilung ist in radialer Richtung nicht Gauß-förmig, sondern durch eine Abfall-Länge ξ charakterisiert:

$$n_{\text{lin}}(\mathbf{r}) = n_{0,\text{lin}} \exp\left(-\frac{|x| + |y|}{\xi} - \frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right), \quad (2.73)$$

$$\xi = k_B T / (g_F m_F \mu_B B'). \quad (2.74)$$

Die Spitzendichte ist in diesem Fall gegeben durch:

$$n_{0,\text{lin}} = \frac{N}{\sqrt{8\pi} \xi^2 \sigma_z}. \quad (2.75)$$

Als Abschätzung, ab welcher Temperatur eine Atomwolke nicht mehr auf den harmonischen Teil der Falle beschränkt ist, sondern in den linearen Bereich hineinreicht, benutzen wir die Bedingung: $\sigma_\rho B' \approx B_0$. Daraus folgt für die Übergangstemperatur:

$$T_{\text{lin}} \approx \frac{g_F m_F \mu_B}{k_B} B_0 = 67 \mu\text{K} \times g_F m_F B_0 [\text{G}]. \quad (2.76)$$

Adiabatischer Übergang von harmonischer zu linearer Falle

Ändert man die Magnetfelder der IP-Falle von einer harmonischen Konfiguration in ein lineares Potential, dann erhöht sich - bei gleichbleibender Teilchenzahl und

adiabatischer Prozessführung - die Phasenraumdicke des Ensembles um den Faktor $e \approx 2.7\dots$ [122]. Allerdings erhöht sich die Temperatur bei dieser adiabatischen Kompression der Atomwolke [123]:

$$T_{\text{harm} \rightarrow \text{lin}} = \left[\frac{\pi g_{\text{F}} m_{\text{F}} \mu_{\text{B}}}{e k_{\text{B}}} B_{0,\text{harm}} \frac{B_{\text{lin}}'^2 \sqrt{B_{\text{lin}}''}}{B_{\text{harm}}'^2 \sqrt{B_{\text{harm}}''}} \right]^{1/4} T_{\text{harm}}^{3/4}. \quad (2.77)$$

Zusätzlich geht mit der Kompression auch ein Anstieg der Dichte einher, so dass sich die elastische Stoßrate im Ensemble erhöht. Dieser Sachverhalt wird im Experiment ausgenutzt, um die Startbedingungen für die Verdampfungskühlung zu optimieren.

Bei der adiabatischen Kompression der Magnetfalle gibt es zusätzlich zum Übergang vom harmonischen zum linearen Potential zwei weitere Fälle: Kompression im harmonischen Bereich und Kompression im linearen Regime. Die Temperaturänderung vom Anfangszustand a zum Endzustand b berechnet sich dabei wie folgt [123]:

Harmonisch \rightarrow harmonisch:

$$T_{\text{b}} = \sqrt{\frac{B_{\text{b}}''}{B_{\text{a}}''}} \cdot \left(\frac{B_{\text{b}}'^2 B_{0\text{a}}}{B_{\text{a}}'^2 B_{0\text{b}}} \right)^{1/3} \cdot T_{\text{a}}. \quad (2.78)$$

Linear \rightarrow linear:

$$T_{\text{b}} = \sqrt{\frac{B_{\text{b}}'}{B_{\text{a}}'}} \cdot \left(\frac{B_{\text{b}}''}{B_{\text{a}}''} \right)^{1/8} \cdot T_{\text{a}}. \quad (2.79)$$

Instabilitätspunkte

Anhand der z-Komponente des Magnetfeldes in der Ioffe-Pritchard-Falle (Gleichung 2.63) sieht man, dass die axialen und radialen Koordinaten miteinander gekoppelt sind. Der radiale Einschluss wird von der z-Koordinate abhängig. Dabei kann der Fall eintreten, dass er auf Null absinkt. Diese Positionen in z werden als Instabilitätspunkte bezeichnet, da an Ihnen keine rücktreibende Kraft mehr wirkt, und die Atome die Falle verlassen können. Daher sind sie durch eine waagrechte Tangente definiert (für die xy-Ebene):

$$\frac{dB(x, 0, z)}{dx} = B''(B''x^2 - 4B_0) + 8B'(B' - B''z) = 0. \quad (2.80)$$

Für sehr kleine Abstände vom Fallenzentrum ist es legitim, nur die linearen Ausdrücke zu berücksichtigen. Es ergibt sich:

$$z_{\text{inst}} = \pm \left(\frac{B'}{B''} - \frac{B_0}{2B'} \right). \quad (2.81)$$

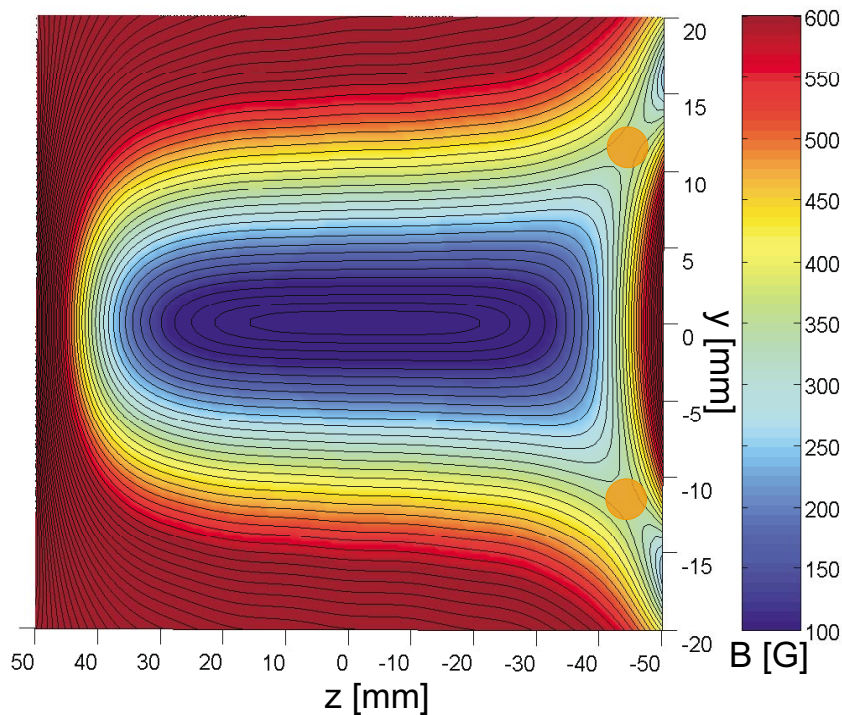


Abbildung 2.5: Äquipotentiallinien in der yz -Ebene für eine Magnetfalle mit einem Magnetfeldoffset von 2 G und 400 G/cm radialem Gradient und 12 G/cm² axialer Magnetfeldkrümmung. Die Instabilitätspunkte (siehe Gleichung 2.80) sind durch Kreise hervorgehoben.

2.6.2 Modenanpassung

Beim Umladeprozess von der MOT in die Magnetfalle soll durch Aufheizen oder Ausdehnung keine Phasenraumdichte verloren gehen. Deshalb müssen die Magnetfelder so beschaffen sein, dass die neue Dichteverteilung in der Magnetfalle an die Dichteverteilung der gekühlten Atomwolke angepasst ist.

Gegeben sei also eine Atomwolke mit den Abmessungen σ_ρ , σ_z und der Temperatur T . Für ein Ensemble im thermischen Gleichgewicht ist die Dichteverteilung Gaußförmig. Demnach muss eine harmonische Falle erzeugt werden.

Gleichung 2.70 stellt eine Beziehung zwischen der Krümmung des axialen Magnetfeldes und der Breite σ_z her:

$$B'' = \frac{k_B T}{g_F m_F \mu_B \sigma_z^2}. \quad (2.82)$$

Die Verknüpfung zwischen der radialen Krümmung $\frac{B'^2}{B_0} - \frac{B''}{2}$ und der radialen Breite

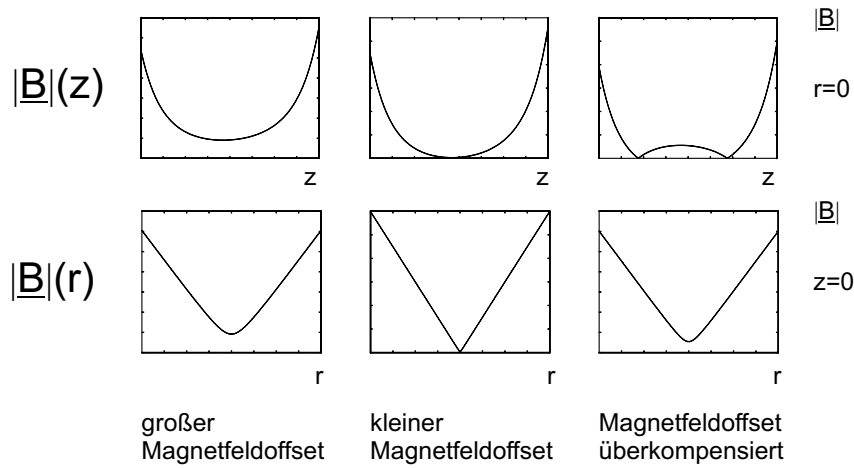


Abbildung 2.6: Radiales (obere Reihe) und axiales (untere Zeile) Magnetfeld zu unterschiedlichen Magnetfeldoffsets. Mit hohem Offset stellt sich auch radial ein harmonisches Potential ein, das für sehr niedrige Offsetfelder in ein lineares Potential übergeht.

ist durch Gleichung 2.69 gegeben:

$$\frac{B'^2}{B_0} - \frac{B''}{2} = \frac{k_B T}{g_F m_F \mu_B \sigma_\rho^2}. \quad (2.83)$$

Aus beiden Beziehungen ergibt sich eine einzustellende Größe:

$$\frac{B'^2}{B_0} = \frac{k_B T}{g_F m_F \mu_B} \left(\frac{1}{\sigma_\rho^2} + \frac{1}{\sigma_z^2} \right). \quad (2.84)$$

Oft ist der einstellbare Offset B_0 durch apparative Randbedingungen begrenzt. Dann muss der radiale Gradient entsprechend Gleichung 2.84 nach den Anfangsbedingungen der Atomwolke eingestellt werden. Dabei spielt die Ausdehnung der Wolke eine größere Rolle als deren Temperatur. Abbildung 2.6 zeigt, welche Flexibilität die Magnetfeldkonfiguration aufbringen muss.

2.7 Kollisionsprozesse

Das Verständnis von Kollisionen ultrakalter Atome, deren thermische de Broglie Wellenlängen den Bereich von bis zu Mikrometern erreichen, ist grundlegend für die experimentelle Realisierbarkeit von Bose-Einstein Kondensaten mittels Verdampfungskühlung (siehe auch Abschnitt 2.8). Die Studien zu Kollisionsprozessen in spinpolarisiertem Wasserstoff [124] haben nicht nur die Molekülphysik vorangebracht, sondern essentielle Vorarbeiten für die ersten BE-Kondensatexperimente in Alkaliatomen geleistet.

Die Einstellung eines thermischen Gleichgewichts in einer isolierten Atomwolke erfolgt über elastische Kollisionen zwischen den Teilchen im Ensemble. Inelastische Stoßprozesse bestimmen den Teilchenverlust und die Heizraten der Wolke. Daher ist das Verhältnis von elastischen zu inelastischen Stößen auf dem Weg des Ensembles durch den Phasenraum eine entscheidende Größe. Diese Diskussion ist Gegenstand des vorliegenden Kapitels. Die Quantenmechanik von Stoßprozessen ist Grundstoff von Standardvorlesungen und wird in vielen Lehrbüchern [125, 126, 127, 128] hergeleitet. Hier beschränken wir uns auf die wesentlichen Ergebnisse und beschreiben die relevanten Prozesse.

Ein weiterer Aspekt der Physik ultrakalter Stöße betrifft die quantenmechanischen Eigenschaften dieser Prozesse: Die starke Komprimierung des von lasergekühlten Atomen besetzten Phasenraums ändert den Charakter der Kollisionen von inkohärenten thermischen Prozessen hin zu kohärenten Stößen. Damit wird die quantenmechanische Dynamik des gesamten Systems beeinflusst. Diese Eigenschaft ist besonders wichtig für geplante Schemata der Quanteninformationsverarbeitung [30, 129]. Im Weiteren soll darauf nicht eingegangen werden. Zur Übersicht sei auf [130] verwiesen.

2.7.1 Kalte Kollisionen - elastische Stöße

Bei elastischen Stößen werden keine inneren Freiheitsgrade der beteiligten Stoßpartner angeregt. Für jeden erlaubten Stoß müssen gleichzeitig Impuls- und Energieerhaltung gewährleistet sein. Gesucht ist der Streuquerschnitt σ , also die auf die einfallende Teilchenstromdichte normierte Anzahl an Streueignissen.

Elastische Stöße zwischen zwei Atomen der Masse m_i werden durch Einführung einer reduzierten Masse m_r mit $1/m_r = 1/m_1 + 1/m_2$ auf ein effektives Ein-Teilchen-Problem reduziert: Die Streuung eines Teilchens an einem Zentralpotential $V(r)$, dem molekularen Potential, das nur vom Relativabstand der beiden Atome abhängt. Üblicherweise findet der Formalismus der Partialwellenzerlegung (Entwicklung nach Kugelwellen) Anwendung. Eine ausführliche Herleitung und Diskussion findet sich in [77, 131]. Die Berücksichtigung der Rotationsenergie in diesem Zwei-Körper-System führt zu der so genannten Zentrifugalbarriere. Ausgedrückt durch den Bahndrehimpuls l ergibt sich ein effektives Potential zwischen den beiden Atomen:

$$V_{eff}(r) = V(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2m_r r^2}. \quad (2.85)$$

Identische Teilchen lassen nach dem Stoß keine Unterscheidung zwischen einer Streuung um den Winkel θ oder $\pi - \theta$ mehr zu. Eine Symmetrisierung der Wellenfunktion für Streuprozesse von Bosonen führt dazu, dass nur noch Wellenfunktionen mit gerader Parität zur Berechnung des Streuquerschnitts beitragen und dieser Beitrag doppelt gezählt werden muss [132]. Die erlaubten Bahndrehimpulse lauten nun:

$l = 0, 2, 4, 6, \dots$ Entsprechend lautet die Nomenklatur: s-Wellen-, d-Wellen-Streuung usw.

In diesem effektiven Ein-Teilchen Problem trifft nun ein Atom mit der kinetischen Energie $E_{\text{ein}} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_{\text{Atom}}}$ auf das Molekülpotential. Die notwendige Überwindung der Zentrifugalbarriere bei einem Stoß mit endlichem Bahndrehimpuls l führt zu einer allmählichen „Ausfrierung“ von Stößen mit $l \geq 2$, wenn die kinetische Energie des einlaufenden Teilchens (der einlaufenden Partialwelle) kleiner wird als das effektive Potential (Gleichung 2.85). Es zeigt sich, dass der Streuquerschnitt der Partialwellen abnimmt wie $\sigma(k) \propto k^{4l}$ [133].

s-Wellen-Streuung

Insbesondere bei Temperaturen, wie sie von der Laserkühlung zur Verfügung gestellt werden, sind d-Wellen-Streuung und höhere Bahndrehimpulskomponenten stark unterdrückt. Der Streuquerschnitt der elastischen s-Wellen-Streuung ist durch einen einzelnen Parameter festgelegt: die Streulänge²¹ a . Die Streulänge kann positiv oder negativ sein. Für eine attraktive Wechselwirkung ist sie negativ, bei repulsiver Wechselwirkung positiv. Dem Betrag nach ist sie von der Größenordnung der typischen Reichweite des Wechselwirkungspotentials. Bei Alkaliatomen beträgt sie ca. $100a_0$, wobei $a_0 = 0.53 \text{ \AA}$ der Bohr'sche Radius ist (exakte Zahlenwerte für Rubidium sind in Kapitel 3 aufgelistet). Der Streuquerschnitt ist für kleine Energien gegeben durch²² [77]:

$$\sigma_0(k) = \frac{2 \cdot 4\pi a^2}{1 + k^2 a^2}. \quad (2.86)$$

Für Temperaturen des Gases unterhalb $100 \mu\text{K}$ gilt $k^2 a^2 \ll 1$ und der Streuquerschnitt ist wie beim Stoß harter Kugeln temperaturunabhängig: $\sigma_0 = 2 \cdot 4\pi a^2$. Die Verdampfungskühlung des hier vorgestellten Aufbaus startet bei ca. 1 mK , so dass obige Gleichung 2.86 einen Korrekturfaktor von etwa $1/3$ einführt.

Der Streuquerschnitt bestimmt die elastische Stoßrate und damit die Thermalisierungsrate des Ensembles. Für den Fall tiefer Temperaturen ist diese gegeben durch:

$$\Gamma_{\text{elast}} = n \langle v \rangle \sigma_0. \quad (2.87)$$

²¹Im Formalismus der Partialwellenzerlegung zeigt sich die Auswirkung des Streupotentials im Wesentlichen in einer Änderung der Phase der ebenen Welle (Streuphase η_0). Im Limes kleiner Energien entspricht die auslaufende Welle einer Reflexion der einlaufenden ebenen Welle an einem Kastenpotential mit der Ausdehnung der Streulänge a . Ist die Wechselwirkung repulsiv, erscheint die reflektierte Welle, als sei sie vom Ursprung „weggedrückt“ worden, was die positive Streulänge motiviert.

²²Der Faktor zwei tritt wegen der Symmetrisierung der Wellenfunktion ununterscheidbarer Bosonen auf.

n ist die Dichte der Wolke und $\langle v \rangle$ die mittlere Relativgeschwindigkeit in der Maxwell-Boltzmann-Verteilung. Im Fall hoher Temperaturen ist die Energieabhängigkeit des Streuquerschnitts nicht vernachlässigbar. Dann muss die Mittelung auch über den Streuquerschnitt ausgeführt werden:

$$\langle \Gamma_{\text{elast}} \rangle = n \int_0^{\infty} \frac{8\pi a^2}{1 + a^2(m_r v/\hbar)^2} v f(v) dv \approx \frac{544.2 a^2 \sqrt{T}}{1 + 8.84 \cdot 10^{20} a^2 T}. \quad (2.88)$$

Auf der rechten Seite wurde die Geschwindigkeit mit maximaler Wahrscheinlichkeit bei gegebener Gleichgewichtstemperatur eingesetzt. Diese Vereinfachung zeigt, dass die Kollisionsrate bei hohen Temperaturen nicht linear ansteigt (wie Gleichung 2.87 vermuten ließe), sondern sogar abnimmt.

2.7.2 Inelastische Kollisionen

Ändert sich bei einem Stoßprozeß die innere Struktur der Atome, so spricht man von inelastischen Stößen. Dabei wird in der Regel so viel Energie frei, dass die Stoßpartner eine Aufheizung der gefangenen Atomwolke verursachen oder durch Änderung des internen Zustands zu *unterscheidbaren* Teilchen werden und so nicht mehr zur Phasenraumdicke des Ensembles beitragen. Inelastische Stöße erzeugen unerwünschte Verlustraten.

Spin-Austausch-Stöße und Dipolare Relaxation

In einer Magnetfalle gefangene Atome befinden sich in einem Zustand, der nicht dem energetisch niedrigsten entspricht. Stöße zwischen zwei Atomen können zu einem Wechsel in einen anderen HF-Unterszustand führen.

Das kann einerseits durch einen Austausch des Drehimpulses zwischen Kern und Hülle geschehen (sog. Spin-Austausch-Stöße). Findet dieser Prozess jedoch in einem Magnetfeld statt, dann ist die Projektion des magnetischen Moments auf die Magnetfeldachse eine Erhaltungsgröße. Für den maximal gestreckten Zustand $|F = 2, m_F = +2\rangle$ und für den Zustand $|F = 1, m_F = -1\rangle$ kann daher kein Spin-Austausch stattfinden, denn Hülle und Kern sind maximal polarisiert.

Ein anderer Prozess ist der Austausch von Spin und Bahndrehimpuls aus der Relativbewegung der Stoßpartner - so genannte dipolare Relaxationen²³. Anschließend können sich die Atome in nichtgefangenen Zuständen befinden und die Falle verlassen oder gehen in einen anderen gefangenen Zeeman-Zustand über. Dabei wird

²³Die diesen Prozess steuernde Wechselwirkung ist durch ein Dipol-Dipol-Potential gegeben. Dabei handelt es sich nicht um ein Zentralpotential, so dass der Bahndrehimpuls keine Erhaltungsgröße mehr ist.

die Zeeman-Energie $\Delta E \propto \mu_B B$ frei, die zu einer Heizrate der Wolke in der Magnetfalle führt. Als Zwei-Körper-Prozess ist die Wahrscheinlichkeit dieses Vorgangs proportional zur Dichte der Atome in der Falle. Die Verlustrate lautet:

$$\frac{dN}{dt} = -G \int n^2(\mathbf{r}) d^3r = -G \langle n^2 \rangle N. \quad (2.89)$$

Dabei beschreibt $\langle \rangle$ hier die Mittelung mit der Dichte der Wolke. Für eine allgemeine Funktion $f(\mathbf{r})$ ist sie gegeben durch: $\langle f(\mathbf{r}) \rangle = \frac{1}{N} \int f(\mathbf{r}) n(\mathbf{r}) d^3r$. Im Laufe der Verdampfungskühlung nimmt die Dichte in der Atomwolke zu, und auch die dipolaren Relaxationen steigen an.

Drei-Körper-Rekombination

Treffen ohne Anwesenheit von Licht drei Atome aufeinander, können zwei ein Molekül - meist in einem angeregten Zustand - bilden. Die freigewordene Bindungsenergie verteilt sich im Schwerpunktsystem je zur Hälfte auf das Molekül und das dritte Atom. Die Bindungsenergie des letzten gebundenen Zustands unter dem Dissoziationslimit liegt im Bereich einiger Millikelvin [134]. Sie ist um Größenordnungen höher als die Energie der Atome im Bose-Einstein-Kondensat, aber immer noch kleiner als die Potentialtiefe der vorliegenden Falle. Die „Bruchstücke“ dieser Kollision tragen nicht mehr zur Phasenraumdichte bei, bleiben aber in einer Magnetfalle gefangen und stoßen auf ihrer Trajektorie in der Falle mit der kalten Wolke und heizen diese auf.

Da bei einem solchen Prozess drei Atome am selben Ort zusammentreffen müssen, ist die Wahrscheinlichkeit dafür proportional zu $n(\mathbf{r})^2$, wenn $n(\mathbf{r})$ die ortsabhängige Dichte in der Falle ist. Die Verlustrate der Kondensatdichte durch den Drei-Körper-Rekombinationsprozess ist gegeben durch:

$$\frac{dN}{dt} = -L \int n^3(\mathbf{r}) d^3r = -L \langle n^2 \rangle N. \quad (2.90)$$

Typische Zahlenwerte für die Ratenkonstante L befinden sich in Kapitel 3.2. Dabei gilt dieser Wert für eine thermische Wolke. Im quantenentarteten Regime ist die Drei-Körper-Rekombinationsrate um einen Faktor 1/3 kleiner, da hier die Fluktuationen stark unterdrückt sind [135].

Dieser Prozess ist hauptverantwortlich für die endliche Lebensdauer eines Bose-Einstein-Kondensats. Ein BEK ist ein metastabiler Zustand eines unterkühlten Gases. Bei den üblichen Dichten zerstört die Molekülbildung das Kondensat.

2.8 Verdampfungskühlung

Am Ende der bisher beschriebenen optischen Kühlmethode ist das Ensemble immer noch ca. sieben Größenordnungen vom Übergang zur Quantenentartung entfernt.

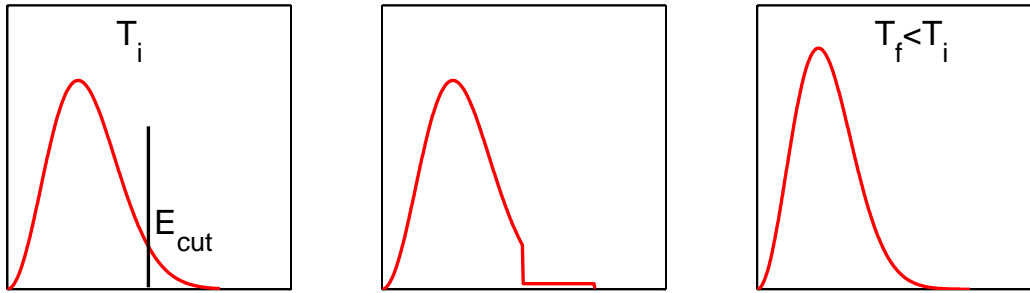


Abbildung 2.7: Schematische Abfolge der Verdampfungskühlung. Hochenergetische Atome einer thermischen Verteilung mit Anfangstemperatur T_i werden entfernt, die Atome gleichen ihre thermische Energie durch elastische Stöße so an, dass sich eine neue Gleichgewichtsverteilung mit kleinerer Temperatur $T_f < T_i$ ergibt.

Trotz experimenteller Anstrengungen [136] ist es bisher noch nicht gelungen, mit rein optischen Kühlmethoden ein Bose-Einstein-Kondensat zu erzeugen. Das Verfahren der Wahl ist die so genannte Verdampfungskühlung. Dabei werden schnelle Atome, deren Energie oberhalb der mittleren Energie des Ensembles liegt, aus der Falle entfernt. Durch elastische Stöße rethermalisiert die Wolke wieder, und es stellt sich eine tiefere Gleichgewichtstemperatur ein (siehe Abbildung 2.7). Dieses Verfahren wurde zuerst in einem Experiment zur Kühlung von Spin-polarisiertem Wasserstoff eingesetzt [137]. Bei der ersten Realisierung eines Bose-Einstein-Kondensats mit Rubidium konnten sieben Größenordnungen an Phasenraumdicke gewonnen werden bei einem gleichzeitigen Teilchenzahlverlust von nur drei Größenordnungen [1]. Der theoretischen Beschreibung der Verdampfungskühlung widmen sich mehrere Übersichtsartikel [138, 139]. Hier sollen nur die wesentlichen Abhängigkeiten von experimentellen Parametern eingeführt werden. Die Diskussion lehnt sich an [139] an.

Die Effizienz des Verdampfungsprozesses ist gegeben durch die Temperaturabsenkung pro aus der Wolke entferntem Teilchen.

$$\alpha = \frac{d(\ln T)}{d(\ln N)} = \frac{\dot{T}/T}{\dot{N}/N}. \quad (2.91)$$

Der Ausdruck entspricht dem Energieüberschuss oberhalb der Durchschnittsenergie, der dem Ensemble mit einem entweichenden Atom verloren geht. Mit sich verringernder Temperatur nimmt die Anzahl der heißen Atome ab, so dass sich die Verdampfungskühlung verlangsamt. Im Experiment ist man bestrebt, α konstant zu halten. Damit das gilt, muss die Abschneideenergie E_{cut} , oberhalb derer die Atome entweichen, abgesenkt werden. Im einfachsten Fall geschieht dies linear mit der mittleren kinetischen Energie. Man führt deshalb einen Abschneideparameter η ein, der

konstant sein soll. Er beschreibt das Verhältnis der Abschneideenergie zur mittleren kinetischen Energie des Ensembles:

$$\eta = \frac{E_{\text{cut}}}{k_{\text{B}}T}. \quad (2.92)$$

Es ergibt sich eine Rate für die verdampfenden Atome:

$$\dot{N} = -Nn_0\sigma_0\langle v \rangle \eta e^{-\eta} = -N/\tau_{\text{ev}}. \quad (2.93)$$

N ist die Atomzahl, n_0 die Spitzendichte in der Falle, σ_0 der in Gleichung(2.86) eingeführte Streuquerschnitt für elastische Kollisionen und τ_{ev} die typische Verdampfungszeit. Hierbei wird berücksichtigt, dass dem Ensemble ausreichend Zeit für die Thermalisierung gegeben werden muss. Das kommt in der elastischen Stoßrate $n_0\langle v \rangle \sigma_0$ zum Ausdruck. Es reichen etwa vier bis fünf elastische Stöße pro Atom aus, um eine Gleichgewichtsverteilung wieder herzustellen [140]. Man erkennt sofort, dass die richtige Wahl des Abschneideparameters η eine Abwägung zwischen Effizienz und Dauer der Verdampfungskühlung voraussetzt. Wählt man den Abschneideparameter sehr klein, erreicht man sehr schnell kalte Temperaturen, verliert aber einen Großteil der vorhandenen Atome. Bei einem großen η ist der Teilchenzahlverlust minimiert, dafür läuft die Verdampfungskühlung nur sehr langsam ab. Während dieser Zeit können inelastische Stoßprozesse (siehe Kapitel 2.7.2) zu Verlusten oder Heizraten führen und so den Kühleffekt zunichte machen. Bei einer optimalen Wahl von η tritt der Fall ein, dass sich die elastische Stoßrate trotz Abkühlung des Ensembles erhöht. Hierbei spricht man von selbstbeschleunigender Verdampfungskühlung (in der Literatur auch „runaway evaporation“ genannt). Einen wesentlichen Einfluss auf die Zeitkonstanten der elastischen und inelastischen Prozesse haben die Form des Potentials und die Dimensionalität²⁴ der Verdampfungskühlung. Das Potential wird im allgemeinen geschrieben als:

$$U(r) \propto r^{d/\delta}. \quad (2.94)$$

Die Anzahl der Dimensionen ist durch d beschrieben, δ berücksichtigt die Form des Potentials: $\delta = 3$ für ein lineares Potential, $\delta = 3/2$ für ein harmonisches Potential in 3 Raumdimensionen. Aus [141] folgt für die relative Änderung der elastischen Stoßrate:

$$\frac{d(n\sigma_0\langle v \rangle)}{dt} / n\sigma_0\langle v \rangle = \frac{1}{\tau_{\text{el}}} \left(\frac{\alpha(\delta - 1/2) - 1}{\sqrt{2}e^\eta/\eta} - \frac{1}{R} \right). \quad (2.95)$$

τ_{el} ist die elastische Stoßzeit und R das Verhältnis von elastischen zu inelastischen Stoßraten. Aus dieser Gleichung folgt ein Kriterium für das minimale Verhältnis

²⁴Zweidimensionale Verdampfung auf einem elliptischen Ring durch die Wolke oder räumlich in drei Dimensionen.

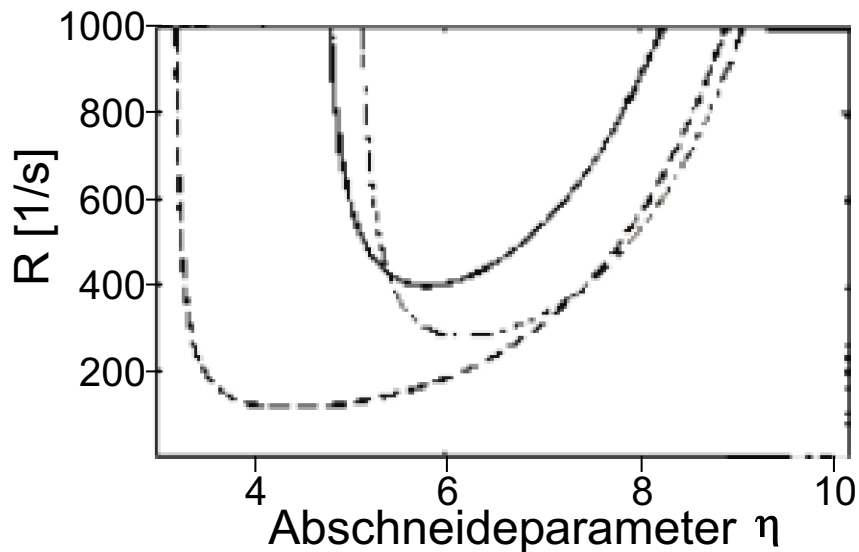


Abbildung 2.8: Entnommen aus [141]. Als Funktion des Abschneideparameters η ist das Verhältnis der minimalen elastischen zur inelastischen Stoßrate R_{min} aufgetragen. Oberhalb dieses Wertes steigt die elastische Kollisionsrate trotz Temperaturabnahme weiter an („runaway evaporation“). Für Abschneideparameter $\eta \approx 4$ reicht ein Verhältnis von 200 aus, um in den selbstbeschleunigenden Bereich zu kommen. Die strichpunktierte Kurve wurde für ein parabolisches Potential nach obigem Modell gemäß Gleichung 2.95 berechnet. Die weiteren Kurven wurden nach einem ausführlicheren Modell in [138] für unterschiedliche Potentialformen gerechnet: lineares Potential = gestrichelte Kurve, parabolisches Potential = durchgezogene Kurve.

R , oberhalb dessen die Verdampfungskühlung selbstbeschleunigend abläuft. Dieser Wert ist in Abbildung 2.8 als Funktion des Abschneideparameters η aufgetragen. Die strichpunktierte Linie ist durch Gleichung 2.95 berechnet. Die anderen Kurven resultieren aus einem detaillierteren Modell, das in [138] diskutiert wird. Für kleine Abschneideparameter η ist es erstrebenswert, die Anfangsbedingungen für die Verdampfungskühlung so einzustellen, dass das Stoßratenverhältnis R ungefähr 200 beträgt. Dieser Zahlenwert beruht darauf, dass etwa 100 elastische Stöße notwendig sind, um die Phasenraumdichte um eine Größenordnung zu erhöhen [141].

Im Experiment erfolgt keine Absenkung des Fallenpotentials, sondern ein Einbringen von Verlustkanälen durch Landau-Zener-Übergänge in der Magnetfalle: Wie in Abbildung 2.9 gezeigt, werden durch Radiofrequenz selektiv Übergänge in nicht-gefangene Zustände induziert, die dann die Falle verlassen. Bei der RF-Verdampfungskühlung wird ein Atom durch ein RF-Photon vom $m_F = +2$ -Zustand in den $m_F = +1$ -Zustand gepumpt und anschließend durch ein zweites Photon in den $m_F = 0$ -Zustand, der nicht mehr magnetisch gespeichert wird. Bei einem gegebenen Magnetfeldoffset muss diese Zwei-Photonen-Kaskade für die Berechnung der Radio-

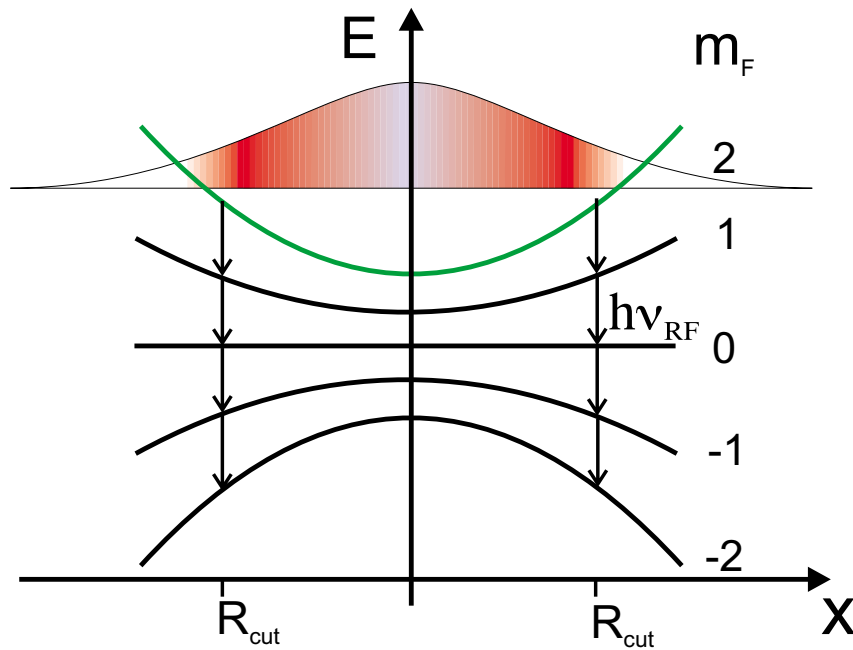


Abbildung 2.9: Radiofrequenz-induzierte Verdampfungskühlung. Dargestellt ist die Energie der einzelnen Zeeman-Niveaus im Magnetfeld. Oben in der Abbildung ist schematisch das Dichteprofil der Atomwolke eingezeichnet. Die Spins der gefangenen Zustände werden durch Einstrahlen von Radiofrequenz (ν_{RF}) sukzessive umgeklappt. Sobald die Atome sich in einem nicht gefangenen Zustand befinden, werden sie aus der Magnetfalle entfernt. Die Ortsabhängigkeit der potentiellen Energie im inhomogenen Magnetfeld erlaubt es, gezielt energiereiche Atome der äußeren Bereiche aus der Falle zu entfernen.

frequenz berücksichtigt werden. In einem inhomogenen Magnetfeld sind energiereiche Atome auf Bahnen mit großen Radien gefangen und befinden sich in äußeren Bereichen der Falle. Dadurch sind durch die RF-Frequenz gezielt heiße Atome adressierbar. Das ist in der Abbildung durch das Gauß-förmige Geschwindigkeitsprofil der Wolke in der Falle angedeutet.

Der Abschneideparameter berechnet sich durch das Zweifache der RF-Photonenenergie ν_{RF} korrigiert durch den Fallboden bei einem endlichen Offsetfeld B_0 :

$$\eta = \frac{2 \cdot h\nu_{\text{RF}} - g_{\text{F}} m_{\text{F}} \mu_{\text{B}} B_0}{k_{\text{B}} T}. \quad (2.96)$$

2.9 Optische Gitter

Optische Gitter sind seit Ende der 80er Jahre Gegenstand der Untersuchung in der Atomoptik [142]. Spezielle Kühlmethode in Gittern, die Modellierung von festkörperphysikalischen Eigenschaften und inzwischen die Möglichkeit der kohärenten Verschränkung von Atomen in optischen Gittern [143] dokumentieren das anhaltende Interesse und den wissenschaftlichen Fortschritt mit diesem Werkzeug der Atomphysik.

Ein optisches Gitter entsteht durch die Interferenz von räumlich überlagerten Laserfeldern. Gemäß den Erläuterungen in Abschnitt 2.2.2 bildet sich, basierend auf der Dipolkraft, eine räumlich periodische Potentiallandschaft aus, in der sich Atome einfangen lassen. Dadurch ändert sich das Bild hin zu einem physikalischen System, dessen Eigenschaften sich durch Periodizität und eine Fernordnung auszeichnen. In vielerlei Hinsicht ähnelt die Bewegung von Atomen im optischen Gitter der von Elektronen im Festkörperkristall. Aufgrund einer größeren Gitterkonstante von Mikrometerbruchteilen im Vergleich zu wenigen Ångström in Kristallen ließen sich z.B. Bloch-Oszillationen in optischen Gittern bereits experimentell nachweisen [144]. In beschleunigten eindimensionalen optischen Gittern konnte die Wannier-Stark-Leiter ausgemessen werden [145].

Optische Gitter sind daher ideale experimentelle Modellsysteme für viele Aspekte der Festkörperphysik, da sich „Kristallgitter“ ohne Störstellen und Fehlorderungen oder Versetzungen herstellen und studieren lassen. Die Gitter lassen sich in ihrer Geometrie - je nach gewählter Polarisierung, Gitterkonstante und Anordnung der Laserstrahlen (Übergitter, dichroische Gitter) - in verschiedene Kristallstrukturen klassifizieren. Eine Klassifizierung nach Bravais-Gittern mit unterschiedlicher Basis findet sich in [146].

2.9.1 Geometrie des optischen Gitters

Im Rahmen dieser Arbeit beschränken wir uns auf kosinusförmige optische Gitter mit einfach kubischer Kristallstruktur (siehe Abbildung 2.10). Hauptsächlich kommen blauverstimmte Laserstrahlen zum Einsatz. Das bedeutet, dass die Atome aus den Bereichen maximaler Intensität herausgedrückt werden, hin zu den Knoten von Stehwellen. Dadurch wird die Streurate von Photonen reduziert, was zu äußerst langen Kohärenzzeiten führt. Das im Folgenden betrachtete Gitterdesign besteht aus drei orthogonalen in sich retroreflektierten Laserstrahlen mit paarweise senkrechter linearer Polarisierung [147]. Das resultierende elektrische Feld lautet:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{i=1}^6 \mathcal{E}_i(\mathbf{r}, t) \mathbf{u}_i \text{Exp}(i(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - \omega t + \phi_i(t))). \quad (2.97)$$

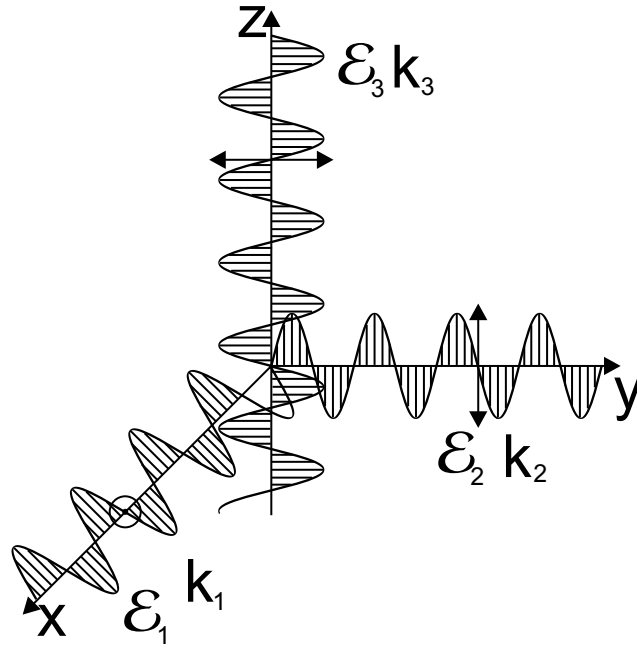


Abbildung 2.10: Schematischer Aufbau des einfach kubischen Gitters. Entlang der Achsen handelt es sich um ein sinusförmiges Potential. Die einzelnen Äste sind orthogonal zueinander polarisiert.

Der Zusammenhang zwischen den Wellenvektoren, den Polarisationen und den elektrischen Feldstärken kann Abbildung 2.10 entnommen werden. Die Intensität in einer Stehwelle berechnet sich gemäß:

$$I_S(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \epsilon_0 c |\mathbf{E}_i(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_{i+\mathbf{3}}(\mathbf{r}, t)|^2 = 4I_i \cos^2(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}). \quad (2.98)$$

Hier beschreibt I_i die Intensität in einer laufenden Welle der drei Stehwellen. Der Faktor 4 rührt von der konstruktiven Interferenz mit dem retroreflektierten Strahl her. Wegen der paarweise senkrechten Polarisationen interferieren die Stehwellen der einzelnen Arme des Gitters nicht miteinander. Das Gitterpotential ist daher die Summe der Potentialtiefen aus drei unabhängigen eindimensionalen Gittern:

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = U_1 \cos^2(k_1 x) + U_2 \cos^2(k_2 y) + U_3 \cos^2(k_3 z). \quad (2.99)$$

Die eindimensionalen Potentialtiefen berechnen sich mit Gleichung 2.40. Berücksichtigt man den Faktor vier durch die konstruktive Interferenz, ergibt sich:

$$U_i = -\frac{3}{4} \frac{e^2}{\epsilon_0 m_e c} 4I_i \sum_j \frac{f_j}{\omega_{0j}} \left(\frac{1}{\omega_{0j} - \omega} + \frac{1}{\omega_{0j} + \omega} \right). \quad (2.100)$$

Die ω_{0j} sind die Übergangsfrequenzen für Dipolübergänge zwischen dem Grundzustand $|e_i\rangle$ und dem angeregten Zustand $|e_j\rangle$. Für diese Rechnung wurde die Näherung zugrundegelegt, dass die Verstimmung groß gegen die Übergangsfrequenz ist und so die Hyperfeinaufspaltung vernachlässigt werden kann.

Zahlenwerte für verschiedene Gitterwellenlängen werden in Kapitel 9.1.1 vorgestellt und diskutiert.

2.9.2 Beschleunigtes Gitter

Es ist technisch möglich, entlang einer Achse des dreidimensionalen Gitters ein lineares Potential zu addieren, indem das Laserlicht nicht in sich zurückreflektiert wird, sondern zwei Laserstrahlen unterschiedlicher Frequenz überlappt werden. Dann bildet sich eine *laufende* Stehwelle aus.

Es existiert ein bewegtes Bezugssystem, in welchem die Frequenzverstimmung gerade durch den Doppler-Effekt kompensiert wird und man wieder eine stationäre Stehwelle erhält. Die Geschwindigkeit dieses Bezugssystems berechnet sich aus der Frequenzdifferenz $\Delta\omega$ der beiden Laserstrahlen:

$$\Delta\omega = k \cdot v. \quad (2.101)$$

Erhöht man die Frequenzdifferenz linear, so erhöht sich die Geschwindigkeit des Gitters entlang dieser Achse linear:

$$\Delta\omega(t) = R \cdot t \longrightarrow v(t) = a \cdot t = \frac{R}{k} \cdot t. \quad (2.102)$$

Dabei greift eine Trägheitskraft an den Atomen im Gitter an:

$$F = -m \cdot a = -m \frac{R}{k}. \quad (2.103)$$

Diese Kraft ist dissipationsfrei und von einem Potential ableitbar: $V = -m a x = -m \frac{R}{k} x$. Das Potential entlang einer Achse ermöglicht es, Experimente analog zu Leitfähigkeitsmessungen in der Festkörperphysik durchzuführen oder - durch geeignete Modulation - Interband-Übergänge zu induzieren.

2.9.3 Bändermodell des eindimensionalen optischen Gitters

Im Folgenden betrachten wir ein eindimensionales optisches Gitter in Form einer Stehwelle entlang der z -Achse. Die Umverteilung von Laserphotonen zwischen den einzelnen Moden erzeugt die Dipolkraft. Daher ist die Rückstoßenergie eines Photons die relevante Energieskala:

$$E_R = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}. \quad (2.104)$$

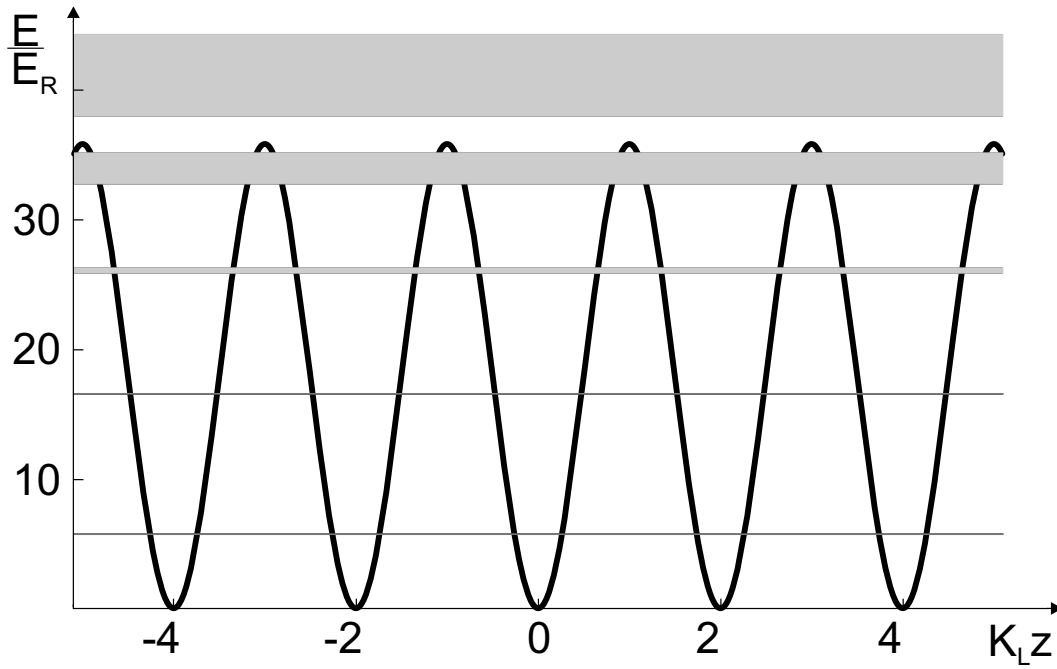


Abbildung 2.11: Bandstruktur eines eindimensionalen optischen Gitters zu einer Potentialtiefe von $U_0 = 36 E_{rec}$. Gezeigt ist die \cos^2 -Abhängigkeit des Potentials im Ortsraum mit den eingezeichneten Energiebändern. Bei tiefen Energien im Vergleich zur Gittertiefe liegen Niveaus vor. Mit zunehmender Energie weiten sie sich zu Bändern auf.

Im periodischen Potential²⁵ bilden sich Bänder aus, analog zum Bändermodell in der Festkörperphysik [148]. Ausgehend von den Gleichungen für das Gitterpotential im vorhergehenden Abschnitt, schreibt sich die zeitunabhängige Schrödingergleichung für das eindimensionale Ein-Teilchen-Problem:

$$\left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} \frac{d^2}{dz^2} + U_0 \cos^2(kz) \right) \Psi = E \Psi. \quad (2.105)$$

U_0 ist die Potentialtiefe der Stehwelle und folgt aus Gleichung 2.100. Wir skalieren die Länge in Einheiten des Wellenvektors und substituieren: $\zeta = kz$. Nach einigen trigonometrischen Umformungen erhält man:

$$\frac{d^2}{d\zeta^2} \Psi + \left[\frac{E}{E_R} - \frac{U_0}{2E_R} - \frac{U_0}{2E_R} \cos(2\zeta) \right] \Psi = 0. \quad (2.106)$$

Substituiert man $q = \frac{U_0}{4E_R}$ und $a = \frac{E}{E_R} - \frac{U_0}{2E_R}$, so erhält man die aus der Literatur bekannte Mathieu-Differentialgleichung [149]:

$$\frac{d^2}{d\zeta^2} \Psi + [a - 2q \cos(2\zeta)] \Psi = 0. \quad (2.107)$$

²⁵Wir nehmen hierbei ein unendlich ausgedehntes periodisches Potential an.

Wie aus der Festkörperphysik bekannt, bilden sich Bänder mit erlaubten Energieeigenwerten aus, die durch so genannte Bandlücken voneinander getrennt sind. Im Fall von $q \neq 0$ gibt es keine analytische Lösung für die Eigenenergien und Eigenfunktionen. Zum Energieeigenwert der unteren Bandkante existiert jedoch eine reelle, in ζ symmetrische und π -periodische Funktion [150]. An der oberen Bandkante gibt es eine antisymmetrische Lösungsfunktion mit der Periode 2π . Das Energiemaximum oder -minimum wird also gerade am Rand bzw. im Zentrum der Brillouin-Zone angenommen.

Moderne Algebra-Programme wie Mathematica erlauben die numerische Integration der Mathieu-Differentialgleichung²⁶.

In Abbildung 2.11 sind die Energiebänder über den Ortsraum aufgetragen. Zur Veranschaulichung ist das kosinusförmige Potential mit einer Tiefe von $U_0 = 36 E_{rec}$ eingezeichnet. Tief liegende Bänder erweisen sich als diskrete Niveaus. Mit wachsender Energie nimmt die Breite der Bänder zu.

Die Dispersionsrelation von Teilchen im periodischen Gitterpotential, projiziert auf die erste Brillouin-Zone, ist in Abbildung 2.12 dargestellt. Dabei zeigt das linke Diagramm die ersten drei Bänder eines schwachen Gitters mit einer Tiefe von $U_0 = 4 E_{rec}$. Man sieht noch stark angedeutet die parabelförmige Dispersionsrelation des freien Teilchens. Im wesentlich tieferen Gitter der rechten Grafik ($U_0 = 36 E_{rec}$) sind die ersten vier Bänder gezeichnet. Die tiefliegenden Bänder sind in diesem Grenzfall des „tight binding“ eher diskrete Niveaus.

Das Ergebnis für die Energieeigenwerte als Funktion der Potentialtiefe ist in Abbildung 2.13 gezeichnet. Man erkennt, grau unterlegt, die sich ausbildende Bandstruktur. Je weiter man unter die Kante des Potentialmaximums (rote Linie) geht, desto stärker nimmt die Breite der Energiebänder ab. Dies verstärkt sich mit zunehmender Potentialtiefe. Im Extremfall erhält man diskrete Energieniveaus wie bei getrennten Potentialtöpfen. Das ist der „tight binding“-Grenzfall der Bandtheorie. Für höhere Energien ist der Übergang zwischen gebundenen und freien Zuständen fließend.

2.9.4 Dynamik im optischen Gitter

Im Regime der entarteten Quantengase und für nicht zu große Potentialtiefen sind die Atome als Materiewelle über das gesamte Gitter delokalisiert. Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit an den einzelnen Gitterplätzen ist für die Wellenpakete erhöht.

²⁶In Mathematica (Hersteller: Wolfram Research Inc.) gibt *MathieuCharacteristicA*[r, q] den charakteristischen Wert a (und damit den Energieeigenwert) aus Gleichung 2.107 an. Der Parameter q ist die auf vier Rückstoßenergien normierte Potentialtiefe. r ist als Quasiimpuls φ interpretierbar. $r = 0$ ist das Zentrum der ersten Brillouin-Zone, $r = 1$ ergibt den Wert am Rand der ersten Brillouin-Zone ($\varphi = \pi/d$, $d = \text{Gitterkonstante}$). Die geraden Eigenfunktionen berechnen sich mittels *MathieuC*[a, q, z], die ungeraden folgen mit *MathieuS*[a, q, z].

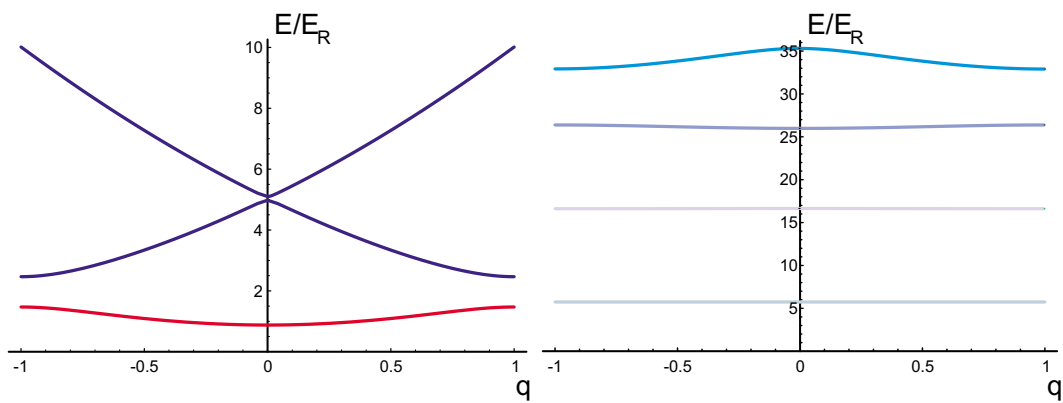


Abbildung 2.12: Dispersionsrelation in einem optischen Gitter (erlaubte Energieeigenwerte als Funktion des Quasiimpulses). Im linken Diagramm beträgt die Gittertiefe $4 E_{rec}$. Es sind die ersten drei Bänder dargestellt. Man sieht in diesem relativ schwachen Gitter noch deutlich die parabelförmige Dispersionsrelation des freien Teilchens. Das rechte Diagramm beschreibt die ersten vier Bänder eines Gitters der Tiefe $U_0 = 36 E_{rec}$ in der ersten Brillouin-Zone.

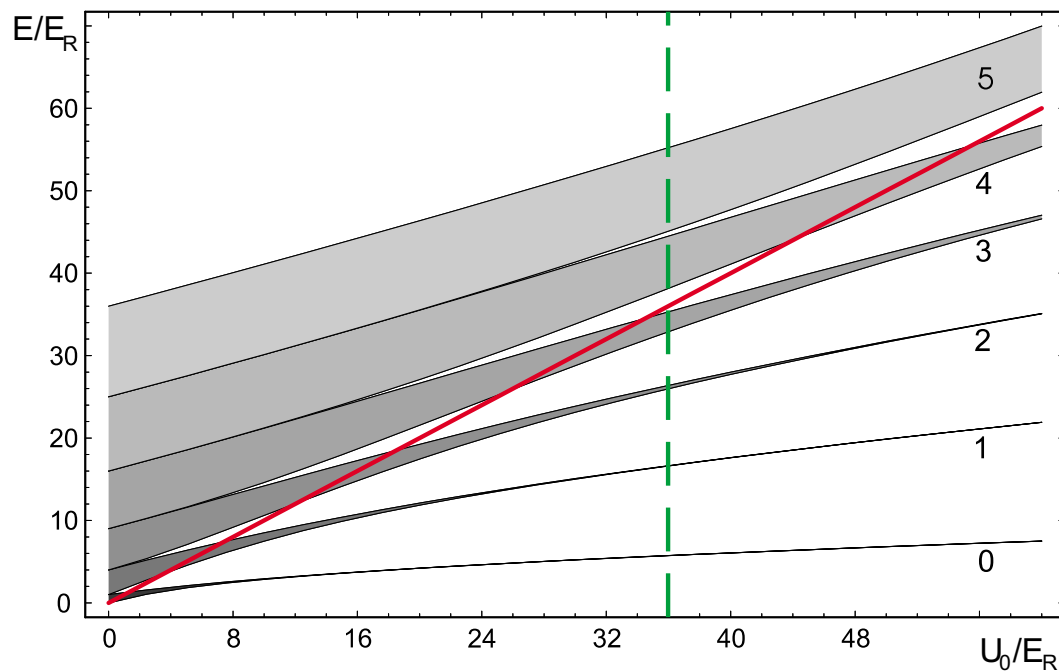


Abbildung 2.13: Bandstruktur eines eindimensionalen optischen Gitters. Aufgetragen ist die Eigenenergie in den ersten sechs Bändern gegen die Tiefe des Potentials in Einheiten der Rückstoßenergie. Die rote Linie hat die Steigung eins und zeigt damit die Höhe der Potentialmaxima an. Die grün gestrichelte Linie markiert die Potentialtiefe im Experiment (siehe Abschnitt 9.4).

Im allgemeinen muss die Bewegung der Atome im optischen Gitter quantenmechanisch im Rahmen der Bandstruktur berechnet werden. Die Beschreibung der Atome im periodischen Potential erfolgt im reziproken Raum durch Bloch-Zustände $\psi(\mathbf{k})$, die invariant sind unter Translation mit einem Gittervektor. Die Eigenfunktionen im Ortsraum sind an den Gitterplätzen lokalisierte Wannier-Funktionen $u(\mathbf{r})$. Der Zusammenhang zwischen beiden Funktionen ist durch die Fourier-Transformation gegeben: $\psi(\mathbf{k}) = \int u(\mathbf{r})e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{r}$. Die Dynamik im Gitter ist je nach Gittertiefe durch zwei Prozesse gegeben:

- Tunneln durch die Potentialbarrieren.
- Oszillationen eines gebundenen Zustands im lokalisierten Potentialtopf eines Gitterplatzes.

Für die tiefliegenden Energieniveaus im Gitter ($E \ll U$) lässt sich das \cos^2 -Potential harmonisch entwickeln. Man erhält als „Fallenfrequenz“ ausgedrückt in Potentialtiefe, Wellenvektor des Gitterlichts und Masse des gefangenen Atoms:

$$\omega_{\text{lat}} = \sqrt{\frac{4U_0}{m}k^2}. \quad (2.108)$$

Damit ist die Ausdehnung des Grundzustands im optischen Gitter gegeben durch:

$$a_{\text{ho}} = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_{\text{lat}}}} = \sqrt{\frac{\hbar}{k}} \left(\frac{1}{4mU_0}\right)^{1/4} = \frac{\lambda}{2\pi} \left(\frac{1}{2n}\right)^{1/4}. \quad (2.109)$$

Im letzten Schritt wurde die Potentialtiefe in Vielfachen der Rückstoßenergie ausgedrückt ($U_0 = n\frac{\hbar^2k^2}{2m}$). Der Einschluss der Atomwolke kann also wesentlich kleiner sein als die Ausdehnung eines Potentialtopfes (Größenordnung der Lichtwellenlänge). Insbesondere für tiefe Gitter ist das Wellenpaket auf nur wenige zehn bis hundert Nanometer²⁷ beschränkt.

Die endliche Wahrscheinlichkeit für einen Tunnelprozeß durch die Potentialbarriere zwischen benachbarten Gitterplätzen ist gegeben durch den Überlapp der Eigenfunktionen zum selben Energieeigenwert. Das Tunnelmatrixelement ist gegeben durch den Erwartungswert des Hamiltonoperators mit den Wellenfunktionen von zwei durch den Gittervektor \mathbf{d} getrennten Potentialtöpfen

$$J_{\text{tun}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\hbar} \left\langle \Psi(\mathbf{r}) \left| \left(\frac{\hat{p}^2}{2m} + U(\mathbf{r}) \right) \right| \Psi(\mathbf{r} + \mathbf{d}) \right\rangle. \quad (2.110)$$

Die Tunnelrate nimmt mit zunehmender Potentialtiefe ab, da der Überlapp zwischen den Wellenfunktionen in benachbarten Potentialtöpfen - aufgrund der stärkeren Komprimierung der Wellenpakete - kleiner wird.

²⁷Zum Beispiel ergibt sich für $U_0 \approx 36E_{\text{rec}}$, $\lambda = 532 \text{ nm}$ eine Ausdehnung des Grundzustandes $a_{\text{ho}} \approx 29 \text{ nm}$.

Bei nicht zu tiefen Gitterpotentialen wird eine langreichweitige Phasenkohärenz über das Gitter hinweg durch Tunnelprozesse zwischen den einzelnen Gitterplätzen aufrechterhalten. Man spricht hierbei von einer „superfluiden Phase“. Für größere Potentialtiefen nimmt die Tunnelrate stark ab, die Atome sind stärker an den Gitterplätzen lokalisiert. Dem Tunnelprozess wirkt die repulsive Kontaktwechselwirkung zwischen den Teilchen an einem Gitterplatz entgegen. Mit zunehmender Gittertiefe nimmt das Tunnelmatrixelement ab, und die repulsive Wechselwirkung steigt wegen des stärkeren Einschlusses an. In theoretischen Arbeiten der Gruppe von Zoller und Mitarbeiter [151] wurde für ein festes Verhältnis von chemischem Potential zu Tunnelmatrixelement ein Quantenphasenübergang vorhergesagt. Dabei wandelt sich die superfluide Phase in eine Isolator-Phase (Mott-Isolator) um. Diese ist durch eine feste Teilchenzahl pro Gitterplatz aber große Phasenfluktuationen gekennzeichnet. Experimentell konnte dieser Phasenübergang in der Gruppe von Hänsch und Mitarbeiter in der jüngsten Vergangenheit demonstriert werden [24].

2.9.5 Beugung am optischen Gitter

Die oben diskutierte Stehwelle bildet ein kosinusförmiges Potential mit der Periodizität $\lambda/2$ aus. Für eine atomare de Broglie-Welle ist das ein kosinusförmig modulierter Brechungsindex. Die Wechselwirkung einer Materiewelle mit der Stehwelle kann für kurze Wechselwirkungszeiten wie Beugung an einem dünnen Phasengitter der Periodizität $\lambda/2$ behandelt werden. Analog dazu wird die z-Impulskomponente der Materiewelle geändert. Aus einer der laufenden Wellen wird ein Photon absorbiert und durch stimulierte Emission in die andere wieder abgegeben. Der Impuls ändert sich also um geradzahlig Vielfache eines Photonenrückstoßes. Im Fernfeld sind Beugungsmaxima und -minima zu erwarten.

Zum ersten Mal wurde die Beugung von Materiewellen an stehenden Lichtwellen 1933 von Kapitza und Dirac vorhergesagt [152]. Jene Vorhersage bezog sich auf einen Elektronenstrahl. Die experimentelle Realisierung für Elektronen konnte erst 70 Jahre später vorgenommen werden [153]. Dieser Effekt kehrt die Rolle von Materie und Licht beim klassischen Young'schen Doppelspaltversuch um und berührt die Grundlagen der Quantentheorie: den Welle-Teilchen-Dualismus.

Diskussion im Rahmen des Bändermodells

Wie im Abschnitt 2.9.3 bereits eingeführt, ergibt die Lösung der zeitunabhängigen Schrödingergleichung im periodischen Potential eine Bandstruktur mit den sog. Bloch-Zuständen $|n, \varphi\rangle$ als Eigenzuständen. Sie sind charakterisiert durch den Bandindex n und den Quasiimpuls φ .

Die Impulsbreite eines Bose-Einstein Kondensats ist geringer als $\hbar k$. Daher kann auch die Breite im reziproken Gitter vernachlässigt werden [154]. Die Kondensat-

Wellenfunktion kann bezüglich des Gitters als ebene Welle²⁸ $|\Phi_p\rangle$ behandelt werden. Befindet sich das Kondensat vor dem Transfer in das optische Gitter relativ zu diesem in Ruhe, dann beträgt der Quasiimpuls im Gitter $\varphi = 0$. Im Fall eines sich mit der Geschwindigkeit v relativ zum Gitter bewegenden Kondensats wird der Quasiimpuls $\varphi = -Mv$ besetzt.

Die Bänder mit geradem Bandindex ($n = 0, 2, 4, \dots$) haben ihr energetisches Minimum, also die untere Bandkante, bei $\varphi = 0$. Bei der Lösung der Mathieu-Differentialgleichung folgte, dass die Wellenfunktionen solcher Bänder eine gerade Parität aufweisen. Bänder mit ungeradzahligem Bandindex haben bei $\varphi = 0$ ihre obere Bandkante, ihre Wellenfunktionen besitzen daher eine ungerade Parität (siehe auch Abbildung 2.12).

Die Wellenfunktion eines Bose-Einstein-Kondensats verhält sich lokal wie eine ebene Welle. Die Projektion der Kondensat-Wellenfunktion auf ungerade Bänder ergibt aus Symmetriegründen Null. Daher werden durch Umladen eines Bose-Einstein-Kondensats nur Bänder mit geradzahligem Bandindex bevölkert. Schaltet man das Gitter nicht-adiabatisch ab, dann tritt das Impulsspektrum $\varphi + 2m\hbar k$ in Vielfachen (m ist eine ganze Zahl) des reziproken Gittervektors $2\hbar k$ auf.

Wie in [154] betrachten wir nun den Fall, dass das optische Gitter abrupt (nicht-adiabatisch) eingeschaltet wird. Das Kondensat befinde sich relativ zum Gitter in Ruhe. Die Wellenfunktion $|\Psi(t)\rangle$ des Kondensats im Gitter erhält man, indem die ebene Welle des Kondensats $|\Phi_{p=0}\rangle$ auf die Eigenzustände des neuen Systems, auf die Bloch-Zustände $|n, \varphi\rangle$ des Gitters, projiziert wird:

$$|\Psi(t=0)\rangle = |\Phi_0\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} |n, \varphi\rangle \langle n, \varphi | \Phi_0\rangle. \quad (2.111)$$

Während die Atome sich im Gitter befinden, erfolgt die Zeitentwicklung in den Bändern gemäß $\exp[-i \frac{1}{\hbar} E_n(\varphi) t]$ mit der Eigenenergie $E_n(\varphi)$ des Bandes zum gegebenen Quasiimpuls φ :

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \langle n, \varphi | \Phi_0\rangle e^{-\frac{i}{\hbar} E_n(\varphi) t} |n, \varphi\rangle. \quad (2.112)$$

Nach einer Zeit τ soll das Gitter plötzlich (nicht-adiabatisch) ausgeschaltet werden. Wir projizieren die Zustandswellenfunktion auf die Beobachtungsbasis, bestehend aus ebenen Wellen mit dem Impulsspektrum $2m\hbar k$:

$$|\Psi(\tau)\rangle = \sum_{m=-\infty}^{\infty} b_{\varphi}(m) |\Phi_{2m\hbar k}\rangle. \quad (2.113)$$

²⁸Das Subskript p bezeichnet den freien Impuls der Atome und sollte nicht mit dem Quasiimpuls φ verwechselt werden.

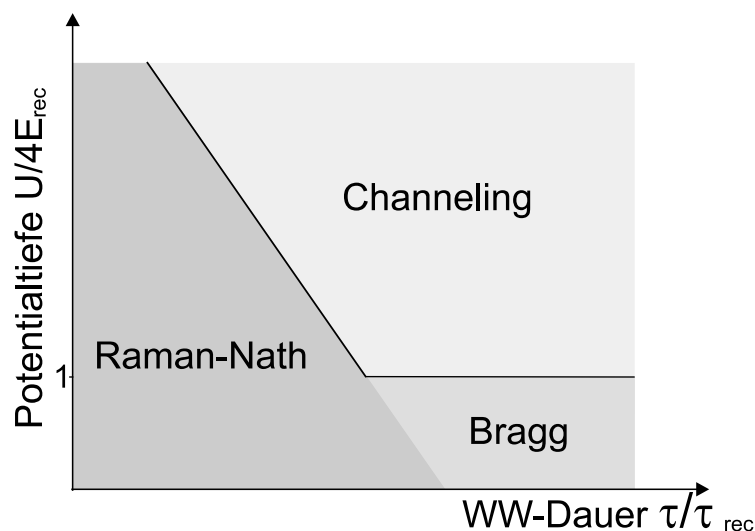


Abbildung 2.14: Abhängig von der Wechselwirkungsdauer $\tau \omega_{rec}$ und der Potentialtiefe $q = U_0/4E_{rec}$ unterscheidet man zwischen drei verschiedenen Regime. Raman-Nath-Regime für geringe Potentialtiefen und kurze Pulsdauern, Bragg-Beugung für längere Wechselwirkungszeiten. Für tiefe Potentiale und lange Wechselwirkungszeiten spricht man vom „Channeling-Regime“, da die Atome entlang der Potentialwälle geleitet werden. Die durchgezogenen Linien grenzen die einzelnen Bereiche qualitativ voneinander ab und sind nicht exakt theoretisch berechnet. Nach [155].

Die Entwicklungskoeffizienten sind dabei gegeben durch:

$$b_\varphi(m) = \sum_{n=0}^{\infty} \langle n, \varphi | \Phi_0 \rangle \langle \Phi_{2m\hbar k} | n, \varphi \rangle e^{-\frac{i}{\hbar} E_n(\varphi) \tau}. \quad (2.114)$$

Gleichung 2.114 beschreibt die Wahrscheinlichkeitsamplitude für die Besetzung der m -ten Beugungsordnung. Je nach gewählter Potentialtiefe q und Dauer der Wechselwirkung mit der Stehwelle unterscheidet man zwischen drei verschiedenen Regime der Beugung. Diese sind im eben genannten Parameterraum in Abbildung 2.14 aufgetragen und werden im Folgenden vorgestellt:

Raman-Nath-Regime

Für sehr kurze Wechselwirkungszeiten τ kann die atomare Bewegung im Gitterpotential vernachlässigt werden. Das Resultat ist damit vergleichbar zur Beugung einer kohärenten Welle an einem Phasengitter. Diese Näherung wird in der Literatur als Raman-Nath-Näherung bezeichnet. Sie ist für Zeiten erfüllt, die kleiner sind als eine halbe Oszillationsperiode T im optischen Gitter $T = \sqrt{\frac{m}{4U_0k^2}} \frac{1}{2\pi}$ [156]. Für diesen

Fall kann das Problem auch exakt gelöst werden. Die Besetzungswahrscheinlichkeit $p(m)$ der m -ten Beugungsordnung ergibt sich zu [155]:

$$p(m) = |J_n(2q\tau\omega_{rec})|^2. \quad (2.115)$$

J_n ist dabei die Besselfunktion n -ter Ordnung und ω_{rec} die zur Rückstoßenergie gehörige Frequenz. Je tiefer also das Gitterpotential ist, desto kürzer muss die Wechselwirkungszeit sein, damit die Raman-Nath-Näherung gültig bleibt.

Regime der Bragg-Beugung

Betrachten wir den Fall, dass die Materiewelle unter einem Winkel Θ auf die stehende Lichtwelle fällt. Wenn die Potentialtiefe weiterhin klein ist, die Wechselwirkung aber lange andauert, existiert ebenso eine analytische Lösung des Problems. Nur für bestimmte Einfallswinkel ist die Bragg-Bedingung für konstruktive Interferenz erfüllt. Es tritt nur eine Beugungsordnung auf, und die Atomzahl oszilliert zwischen der nullten und ersten Beugungsordnung mit zunehmender Pulsdauer hin und her (Pendellösung). Die Oszillationsfrequenz zwischen den beiden Ordnungen ist gegeben durch [155]:

$$\Omega_{Bragg} = 8\omega_{rec} \left(\frac{q}{4}\right)^2. \quad (2.116)$$

Channeling-Regime - Dickes Gitter

Für längere Wechselwirkungszeiten kann die Bewegung der Atome im Dipolpotential des optischen Gitters nicht mehr vernachlässigt werden. In diesem Fall kann das Verhalten mit einem einfachen Bild verdeutlicht werden: Klassische Teilchen oszillieren im Potential hin und her. Das äußert sich in einer Oszillation in Ort und Impuls der Atome. In sehr tiefen Gittern werden die Atome entlang der Potentialwälle geführt (channeling). Es ist also auch zu erwarten, dass der Einfallswinkel auf das Gitter keine wesentliche Rolle spielt.

Die Besetzungswahrscheinlichkeit für die einzelnen Beugungsordnungen zeigt in diesem Fall gemäß Gleichung 2.114 ein oszillierendes Verhalten. Man findet anfangs mit zunehmender Wechselwirkungszeit eine wachsende Anzahl an Atomen in höheren Beugungsordnungen gemäß der Vorhersage der Raman-Nath-Näherung. Allerdings steigt die Zahl der besetzten Beugungsordnungen nicht unbeschränkt an. Nach einer gewissen Periodendauer finden sich alle Atome wieder in der nullten Beugungsordnung ein. Diese sogenannte „Revival-Zeit“ ist durch Überlagerung der Zeitentwicklungen der einzelnen Zustände gegeben. Es handelt sich gewissermaßen um eine Schwebung der Eigenfrequenzen der bevölkerten Bänder im optischen Gitter. Sie hängt allein von der Potentialtiefe und der Bandstruktur ab. Die Revival-Zeit

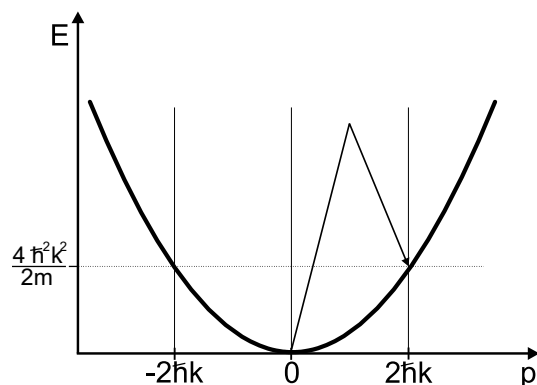


Abbildung 2.15: Impulsbilanz bei der stimulierten Streuung im optischen Gitter. Die Parabel beschreibt die Dispersionsrelation eines freien Teilchens. Bei der Streuung von zwei Photonen wird der Impuls $2\hbar k$ übertragen.

lässt sich einfach experimentell bestimmen. Mit Hilfe dieser Messung kann die Potentialtiefe des Gitters im Experiment kalibriert werden. Da die Eigenenergien der Mathieu-Differentialgleichung nicht in analytischer Form vorliegen, kann lediglich eine Anpassung der numerischen Lösung an die experimentellen Daten erfolgen. Wir gehen auf diesen Punkt genauer in Abschnitt 9.4 ein.

Anmerkung zur Energiebilanz

Abbildung 2.15 zeigt die Impulsbilanz bei der Beugung anhand der Dispersionsrelation eines freien Teilchens. Das Atom befindet sich anfangs in Ruhe beim Impuls $\varphi = 0$. Durch stimulierte Streuung von zwei Gitterphotonen nimmt es einen doppelten Photonenrückstoß auf. Da wir annehmen, dass die Stehwelle durch zwei gegenlaufende Wellen *gleicher* Frequenz erzeugt wird, verletzt der Prozeß in diesem Bild streng genommen die Energieerhaltung.

Das Paradoxon löst sich jedoch unter Einbeziehung der Energie-Zeit-Unschärferelation. Innerhalb eines kurzen Zeitintervalls Δt kann die Energieerhaltung um einen Betrag ΔE verletzt werden:

$$\Delta E \cdot \Delta t = h \quad (2.117)$$

Dieses Zeitintervall bezieht sich nicht auf die Wechselwirkungszeit mit dem optischen Gitter, sondern auf die Dauer des Einschaltvorgangs des Gitters. Relevante Zeitskala für diesen Prozeß ist die Rückstoßfrequenz. Die Nichtadiabatizität beim Anschalten der Stehwelle bedeutet gerade, dass die Zustandsfunktion des Kondensats sich nicht kontinuierlich in neue Energieeigenzustände entwickelt, sondern auf die Eigenzustände des neuen Systems projiziert werden muss.

Adiabatisches Schalten des Gitters

Wenn die Gittertiefe langsam von Null auf den Wert q erhöht wird, ändert sich die bisher betrachtete Situation für die einzelnen Regimes. Adiabatisch erfolgt der Vorgang, wenn er langsam gegen die Rückstoßfrequenz abläuft:

$$\frac{dq}{dt} \ll t\omega_{\text{rec}}. \quad (2.118)$$

Das Problem für das Raman-Nath-Regime konnte exakt gelöst werden. Hierfür muss der Term $q\tau\omega_{\text{rec}}$ in Gleichung 2.115 ersetzt werden durch $\int_0^\tau q(t)dt$. Analoges gilt für die Bragg-Beugung. Wenn der Einfallswinkel die Bragg-Bedingung erfüllt, tritt gemäß obiger Diskussion die Pendellösung ein - unabhängig vom Einschaltverhalten der Stehwelle.

Für das Channeling-Regime verliert diese Argumentation ihre Gültigkeit. Beim langsamen Hochfahren der Stehwelle folgt die Zustandsfunktion des Bose-Einstein-Kondensats adiabatisch dem sich neu einstellenden Potential. Auf diese Weise wird im wesentlichen nur das nullte Band im Gitter bevölkert.

Wird nun das Gitter langsam ausgeschaltet, dann folgt die Zustandsfunktion wieder dem System und geht in die ursprüngliche Form zurück. Es tritt keine Beugung auf.

Bei nicht-adiabatischem Ausschalten tritt allerdings ein Beugungsmuster auf - auch wenn das Gitter zuvor adiabatisch hochgefahren wurde: Die Atome sind in einem räumlich periodisch strukturierten Potential gefangen. Beim plötzlichen Ausschalten transformiert sich diese periodische Anordnung in einzelne Impulskomponenten, die dem reziproken Gittervektor $2\hbar k$ entsprechen.

2.9.6 Wechselwirkungsinduzierte Unterdrückung der Beugung

In diesem Abschnitt untersuchen wir den Einfluss der repulsiven Kontaktwechselwirkung auf die Beugung einer Materiewelle an einem flachen eindimensionalen optischen Gitter. Dieses Regime fand bisher wenig Beachtung. Es ist der entgegengesetzte Fall zum tiefen Gitter, in dem der Mott-Isolator-Phasenübergang (siehe Abschnitt 2.9.4) stattfindet. Der hier vorgestellte Effekt findet in flachen Gittern statt und tritt in tiefen Gittern nicht mehr zum Vorschein.

Die Beugung einer Materiewelle am optischen Gitter wurde bisher (Abschnitt 2.9.5) als Ein-Teilchen-Effekt behandelt. Wechselwirkungen zwischen den Atomen wurden vernachlässigt. Bei sehr dichten Gasen, insbesondere im Fall eines Bose-Einstein-Kondensats, erlangt die Kontaktwechselwirkung eine Größe, die vergleichbar zur Rückstoßenergie ist. Damit kann sie vergleichbar zur Energieskala des äußeren Potentials sein und muss in den Rechnungen berücksichtigt werden.

Wir betrachten auch hier den Fall, dass die Stehwelle nicht-adiabatisch eingeschaltet wird, für eine variable Zeit mit dem atomaren Ensemble wechselwirkt und dann wieder nicht-adiabatisch abgeschaltet wird. In der theoretischen Beschreibung bedeutet dies: Projektion der Kondensat-Wellenfunktion auf die Eigenzustände des Systems, unitäre Zeitentwicklung und anschließende Projektion auf ebene Wellen. Die Hauptaufgabe reduziert sich auf das Lösen der Gross-Pitaevskii-Gleichung in einer Dimension, um den Einfluss des chemischen Potentials auf die Zeitentwicklung im optischen Gitter zu berechnen. Diese Problemstellung wurde in Zusammenarbeit mit Reinhold Walser aus der Gruppe Schleich²⁹ bearbeitet.

Reduzierung der 3D-Gross-Pitaevskii-Gleichung auf Quasi-1D

Wir betrachten die Gross-Pitaevskii-Gleichung (Gleichung 2.20) mit einem anisotropen harmonischen Potential ($\omega_{\text{rad}} \gg \omega_{\text{ax}}$). Zur numerischen Behandlung ist der Übergang zu dimensionslosen Größen (im Weiteren mit einem Querstrich gekennzeichnet) empfehlenswert. Die Zeitachse skaliert in Einheiten der axialen Fallenfrequenz: $\bar{t} = \omega_{\text{ax}} t$. Die räumlichen Koordinaten skalieren mit der Größe $a_{\text{ho,ax}} = \sqrt{\hbar/(m\omega_{\text{ax}})}$ des harmonischen Oszillators in axialer Richtung $\bar{r}_i = r_i/a_{\text{ho,ax}}$, ($r_i = x, y, z$). Es ergibt sich die re-skalierte Gross-Pitaevskii-Gleichung [157]:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial \bar{t}} \Phi(\bar{\mathbf{r}}, \bar{t}) = \left(-\frac{1}{2}(\partial_{\bar{x}}^2 + \partial_{\bar{y}}^2 + \partial_{\bar{z}}^2) + \frac{1}{2}\bar{z}^2 + \frac{1}{2}\beta^2(\bar{x}^2 + \bar{y}^2) + 4\pi\bar{a} |\Phi(\bar{\mathbf{r}}, \bar{t})|^2 \right) \Phi(\bar{\mathbf{r}}, \bar{t}). \quad (2.119)$$

Hierbei wurde das Achsenverhältnis $\beta = \omega_{\text{rad}}/\omega_{\text{ax}}$ eingeführt, sowie die skalierte Streulänge $\bar{a} = a/a_{\text{ho,ax}}$.

Für stark anisotrope Geometrien, wie sie in unserer Magnetfalle vorliegen, kann die Wellenfunktion in einen radialen und einen axialen Anteil aufgespalten werden. Einsetzen dieses Separationsansatzes in Gleichung 2.119 ergibt die quasi-eindimensionale Gross-Pitaevskii-Gleichung [157]:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial \bar{t}} \Phi(\bar{z}, \bar{t}) = \left(-\frac{1}{2}\partial_{\bar{z}}^2 + \frac{1}{2}\bar{z}^2 + 2\beta\bar{a} |\Phi(\bar{z}, \bar{t})|^2 \right) \Phi(\bar{z}, \bar{t}). \quad (2.120)$$

Die Gleichung erfüllt die Erhaltung der Teilchenzahl und der Energie.

Einfluss der Kontaktwechselwirkung

Die Lösung von Gleichung 2.120 erfolgt numerisch durch das Crank-Nicholson-Verfahren. Eine nähere Erläuterung der zugrundeliegenden Numerik findet sich in

²⁹Abteilung für Quantenphysik, Universität Ulm, 89069 Ulm

[158]. Die Implementierung erfolgte in MatLab³⁰, das sehr gute Routinen für die Fast-Fourier-Transformation zur Verfügung stellt und Berechnungen auf einem numerischen Punktgitter wegen seiner vektoriellen Architektur begünstigt.

Man erhält die Gesamtwellenfunktion $\Phi(\bar{z}, \bar{t})$ als Funktion der Wechselwirkungsdauer. Aus ihrem Fourierspektrum folgt direkt das Beugungsbild. Die Besetzung der einzelnen Beugungsordnungen zeigt ein oszillierendes Verhalten, wie in Abschnitt 2.9.5 für das Channeling-Regime vorhergesagt. Die Oszillationsfrequenz ist durch die Potentialtiefe vorgegeben. Über sehr weite Bereiche ist sie von der Teilchenzahl pro Gitterplatz, also von Effekten durch die Kontaktwechselwirkung, unabhängig.

Auffallend ist dagegen eine starke Abhängigkeit der Besetzungszahl der einzelnen Beugungsordnungen. Trägt man die minimale Atomzahl in der nullten Beugungsordnung und die maximale Atomzahl in der ersten Beugungsordnung als Funktion des chemischen Potentials an einem Gitterplatz auf, so erkennt man einen deutlichen Einfluss auf die Beugungseffizienz. Abbildung 2.16 zeigt die genannten Größen als Funktion der Atomzahl pro Gitterplatz für ein Gitter der Tiefe $U_0 = 6 E_{\text{rec}}$.

Für ein kleines chemisches Potential beobachtet man die bekannte Gitterbeugung aus Abschnitt 2.9.5. Die minimale verbleibende Besetzung der nullten Ordnung ist durch die Potentialtiefe des Gitters gegeben. Je tiefer das Gitter, desto höher ist der Prozentsatz der gestreuten Atome.

Mit zunehmender Atomzahl pro Gitterplatz steigt die repulsive Kontaktwechselwirkung an. Sie ist gemäß $g \cdot n$ durch die Teilchendichte n gegeben mit der Kopplungskonstanten g aus Gleichung 2.19. Für hohe Beträge des chemischen Potentials werden weniger Atome aus der nullten Beugungsordnung in die erste Ordnung gebeugt. In dem dargestellten Gitter beträgt die Unterdrückung bei einer hohen Besetzung von 500 Atomen pro Gitterplatz $\approx 30\%$. Ein Effekt, der deutlich im Experiment³¹ messbar sein sollte.

Tabelle 2.9.6 fasst die berechnete Auswirkung der Kontaktwechselwirkung auf die Beugung für Gitter unterschiedlicher Tiefe zusammen.

Interpretation

Die Atome führen im Gitterpotential Oszillationen aus, die sich auf die Revival-Zeiten auswirken. Durch das chemische Potential wird nur eine kleine Korrektur der effektiven Potentialtiefe verursacht. Daher bleibt die Revival-Frequenz fast stabil

³⁰Hersteller: *The MathWorks, Inc.*

³¹Bei 10^6 Atomen und einer Ausdehnung der Wolke von $500 \mu\text{m}$ ergibt sich in einem optischen Gitter der Wellenlänge $\lambda = 532 \text{ nm}$ eine mittlere Besetzung von 500 Atomen pro Gitterplatz. Die Atomzahl im Kondensat der hier vorgestellten Apparatur beträgt eher nur ein Drittel dieses Werts, so dass für das vorliegende Experiment eine Besetzung von 200 Atomen pro Gitterplatz realistisch erscheint.

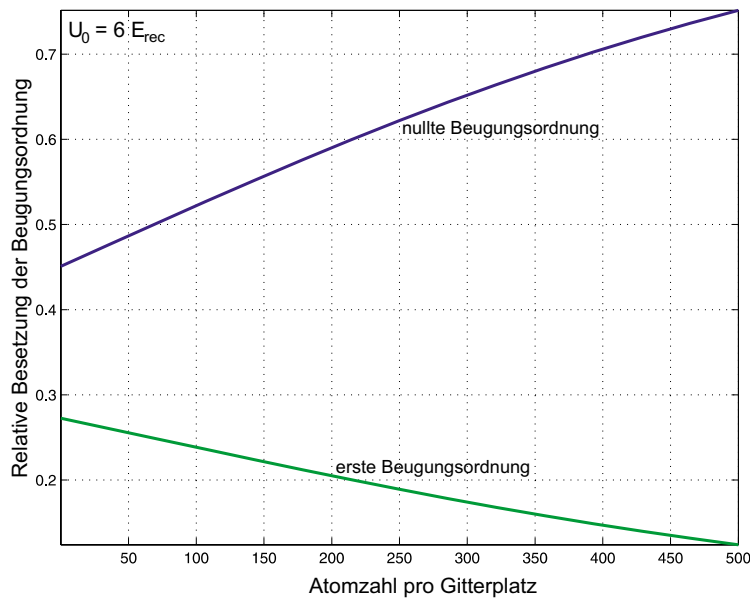


Abbildung 2.16: Die minimale relative Besetzung der nullten Beugungsordnung (blau) und die maximale relative Besetzungszahl der ersten Beugungsordnung (grün) als Funktion der Atomzahl pro Gitterplatz. Der Wert 1 entspricht der vollen Besetzung einer Ordnung. Dargestellt ist nur eine der beiden ersten (+1. und -1.) Beugungsordnungen. Die Gittertiefe beträgt $U_0 = 6 E_{\text{rec}}$. In diesem flachen Gitter sinkt die minimale Besetzung der nullten Ordnung nicht bis auf Null. Höhere Beugungsordnungen als die erste sind kaum besetzt. Die Unterdrückung der Beugung aus der nullten Ordnung heraus ist bei dieser Gittertiefe maximal. Bei einer mittleren Besetzung von 200 Atomen pro Gitterplatz wird die Beugung um etwa 14% durch die Kontaktwechselwirkung verringert. Fallenparameter der Magnetfalle: 800 Hz radial, 3 Hz axial.

und unabhängig von der Atomzahl pro Gitterplatz. Im klassischen Bild der Oszillation eines Teilchens im Potentialtopf muss jetzt ein repulsives Rechteckpotential in der Mitte des harmonischen Oszillators eingeführt werden. Die Revival-Frequenz bleibt davon unbeeinträchtigt. Die numerische Simulation zeigt jedoch, dass diese Änderung des Gitterpotentials die Beugungseffizienz um einen messbaren Betrag ändert.

U_0	4 [E_{rec}]	6 [E_{rec}]	8 [E_{rec}]	12 [E_{rec}]	16 [E_{rec}]
Δ 0.Ordnung. 200 At./Platz	13%	14%	12%	6%	3%
Δ 0.Ordnung. 500 At./Platz	23%	30%	29%	17%	9%
Δ 1.Ordnung. 200 At./Platz	5%	7%	5%	1%	1%
Δ 1.Ordnung. 500 At./Platz	11%	15%	14%	5%	1%

Tabelle 2.1: Die relative Unterdrückung der Beugung aus der nullten Beugungsordnung heraus und in die erste Ordnung hinein für unterschiedliche Potentialtiefen U_0 der Gitter. Für beide Beugungsordnungen sind die Ergebnisse bei einer Besetzung von 200 und von 500 Atomen pro Gitterplatz angegeben.

Kapitel 3

Das Element Rubidium

Dieses Kapitel fasst das für die vorliegende Arbeit relevante Datenmaterial für ^{87}Rb zusammen. Neben den physikalischen Eigenschaften, werden Kollisionsparameter, magnetische Substruktur und die für die Spektroskopie und Laserkühlung wesentlichen Niveaus vorgestellt. Die Auswertungen in den Kapiteln 5, 6, 7 und 8 greifen auf diesen Parametersatz zurück.

Rubidium ist gewissermaßen die „weiße Maus“ der Atomoptik. Die optischen Übergänge sind mit Dioden- oder Titan-Saphir-Lasern einfach erreichbar. Als Alkaliatom ist es wasserstoffähnlich, was seine einfache spektroskopische Struktur erklärt. Insbesondere wegen der hohen Zerfallsrate des angeregten Zustands und eines beinahe geschlossenen Pumpzyklus (einfaches Rückpumpschema) eignet es sich sehr gut für die Laserkühlung. Die Streulängen ermöglichen die Realisierung von Bose-Einstein-Kondensaten und machen die „angenehmen“ Eigenschaften von Rubidium aus.

Rubidium kommt hauptsächlich in zwei Isotopen natürlich vor: ^{87}Rb (zu 27.83 %) und ^{85}Rb (zu 72.17 %). Beide Isotope sind Bosonen. Der ganzzahlige Gesamtspin setzt sich zusammen aus dem Kernspin ($I = 5/2$ für ^{85}Rb und $I = 3/2$ für ^{87}Rb) und dem Elektronenspin eines einzelnen Valenzelektrons. ^{87}Rb ist kein stabiles Isotop, sondern wandelt sich durch β^- -Zerfall in ^{87}Sr um. Die Lebensdauer für diesen Prozess beträgt $4.88 \cdot 10^{10}$ Jahre [159].

Mit dem stabilen Isotop ^{85}Rb wurde bisher nur in einem Experiment ein Bose-Einstein-Kondensat erzeugt [160]. Da es bei üblichen Magnetfeldstärken (siehe auch Kapitel 2.6) eine negative Streulänge besitzt, können ohne weiteren Aufwand nur kleine Kondensate erzeugt werden. Unter Ausnutzung einer sogenannten Feshbach-Resonanz gelang es in der Gruppe von E. Cornell ein stabiles Kondensat mit vergleichbarer Teilchenzahl wie in ^{87}Rb -Experimenten zu erzeugen. Das Kühlschema stellt jedoch besondere Herausforderungen an den Experimentator. Auf dieses Isotop soll im Folgenden nicht weiter eingegangen werden. Wegen des einfacheren

Kühlmechanismus' fiel die Entscheidung auf ^{87}Rb für dieses Experiment.

Über ^{87}Rb gibt es inzwischen eine ausführliche Dokumentation der Eigenschaften [161]. Hier werden die für das vorliegende Experiment wichtigen Daten und Eigenschaften zusammengefasst. In einem ersten Teil sind die physikalischen Eigenschaften und die speziellen Parameter der D_1 - und der D_2 -Linie aufgelistet. Anschließend werden die Kollisionseigenschaften von Rubidium diskutiert.

3.1 Physikalische Eigenschaften und Termschema

Tabelle 3.1 bietet eine Übersicht über die physikalischen Eigenschaften von Rubidium. Insbesondere der hohe Dampfdruck von Rubidium bei Raumtemperatur sollte beachtet werden, da dies spezielle Anforderungen an die Vakuumtechnik des Aufbaus stellt.

Masse	m	86.909 180 520(15) u $1.443\ 160\ 60(11) \times 10^{-25}$ kg
Schmelzpunkt	T_M	39.31 °C
Siedepunkt	T_B	688 °C
Dampfdruck bei 25 °C	P_V	3.0×10^{-7} Torr

Tabelle 3.1: Physikalische Eigenschaften von ^{87}Rb .

Die für die Spektroskopie relevanten Parameter der stärksten Linien, des D-Linien-Dubletts, sind in Tabelle 3.2 aufgelistet. Die Hyperfeinwechselwirkung zwischen dem elektronischen Dipolmoment und dem Magnetfeld des Kerns führt bei einem Kernspin von $I = 3/2$ zu zwei um 6.835 GHz aufgespaltenen Grundzustandsniveaus. Das Termschema für die vier stärksten Dipolübergänge mit der Hyperfeinaufspaltung für die D_1 - und D_2 -Linie ist in Zeichnung 3.1 abgebildet. Die Absorptions-Oszillatorstärken in Tabelle 3.3 geben Auskunft über das relative Gewicht der einzelnen Dipolübergänge im Termschema. Die Übergangswahrscheinlichkeiten bei linearer oder zirkularer Polarisation der für die Laserkühlung besonders wichtigen D_2 -Linie können Abbildung 3.2 entnommen werden. Die Details zur Laserkühlung werden in den entsprechenden Kapiteln erläutert (Kap. 2.4 und Kap. 6). Magnetisch speicherbar sind nur jene Zustände, deren Zeeman-Energie mit steigender Magnetfeldstärke abnimmt (sog. „weak-field seeker“). Dafür kommen in den Grundzuständen nur folgende Niveaus in Frage: $|F = 2, m_F = +2\rangle$, $|F = 2, m_F = +1\rangle$ und $|F = 1, m_F = -1\rangle$. Die Abhängigkeit der potentiellen Energie von der Magnetfeldstärke ist in Abbildung 3.3 skizziert. Die magnetisch fangbaren Zustände sind dort durch einen Kreis gekennzeichnet. Insbesondere der maximal gestreckte Zustand $|F = 2, m_F = +2\rangle$ eignet sich für den magnetischen Einschluss, da er das größte magnetische Moment aufweist.

		D₁-Linie	$5^2S_{1/2} \longrightarrow 5^2P_{1/2}$	
Wellenlänge (Vakuum)	λ		794.978 850 9(8)	nm
Wellenlänge (Luft)	λ_{air}		794.765 69	nm
Frequenz	ω_0		$2\pi \cdot 377.107\ 463\ 5(4)$	THz
Lebensdauer $5^2P_{1/2}$	τ		27.70(4)	ns
Linienbreite(FWHM)	Γ		$2\pi \cdot 5.746(8)$	MHz
Zerfallsrate		$1/\tau =$	$36.10(5) \cdot 10^6$	s^{-1}
Sättigungsintensität	I_S	$\equiv \pi \hbar c \Gamma / 3 \lambda^3$	1.49	mW/cm^2
		D₂-Linie	$5^2S_{1/2} \longrightarrow 5^2P_{3/2}$	
Wellenlänge (Vakuum)	λ		780.246 291 629(11)	nm
Wellenlänge (Luft)	λ_{air}		780.037 08	nm
Frequenz	ω_0		$2\pi \cdot 384.227\ 981\ 877\ 3(55)$	THz
Lebensdauer $5^2P_{3/2}$	τ		26.24(4)	ns
Linienbreite(FWHM)	Γ		$2\pi \cdot 6.065(9)$	MHz
Zerfallsrate		$1/\tau =$	$38.11(6) \cdot 10^6$	s^{-1}
Sättigungsintensität	I_S	$\equiv \pi \hbar c \Gamma / 3 \lambda^3$	1.67	mW/cm^2
Dopplertemperatur	T_D	$\equiv \hbar \Gamma / 2 k_B$	146	μK
Dopplergeschwindigkeit	v_D	$\equiv \sqrt{2 k_B T_D / m}$	16.7	cm/s
Rückstoßtemperatur	T_{rec}	$\equiv (\hbar k_L)^2 / m k_B$	361.95	nK
Rückstoßgeschwindigkeit	v_{rec}	$\equiv \hbar k_L / m$	5.8845	mm/s
Rückstoßfrequenz	ω_{rec}		$2\pi \cdot 3.7709$	kHz

Tabelle 3.2: Optische Eigenschaften der D₁- und D₂-Linie von ⁸⁷Rb.

$5 S_{1/2} \longrightarrow$	$5 P_{1/2}$	$5 P_{3/2}$	$6 P_{1/2}$	$6 P_{3/2}$
f_{ij}	0.32	0.67	4e-3	9.5e-3
$2J_j+1$	2	4	2	4
f_{eff}	0.32	0.335	4e-3	4.75e-3
A_{ij}	$0.34 \cdot 10^8 s^{-1}$	$0.37 \cdot 10^8 s^{-1}$	$0.015 \cdot 10^8 s^{-1}$	$0.018 \cdot 10^8 s^{-1}$

Tabelle 3.3: Absorptions-Oszillatorstärken für die vier niedrigsten Energieniveaus in ⁸⁷Rb und die Einstein-A-Koeffizienten für den gerichteten Übergang zum $5^2S_{1/2}$ -Grundzustand [100]. Für höher liegende Niveaus ist der Wert der Oszillatorstärken verschwindend klein. Zusätzlich ist die Multiplizität des angeregten Zustands angegeben. Die „effektive“ Oszillatorstärke für das Dipolpotential berechnet sich aus dem Verhältnis der Multiplizitäten.

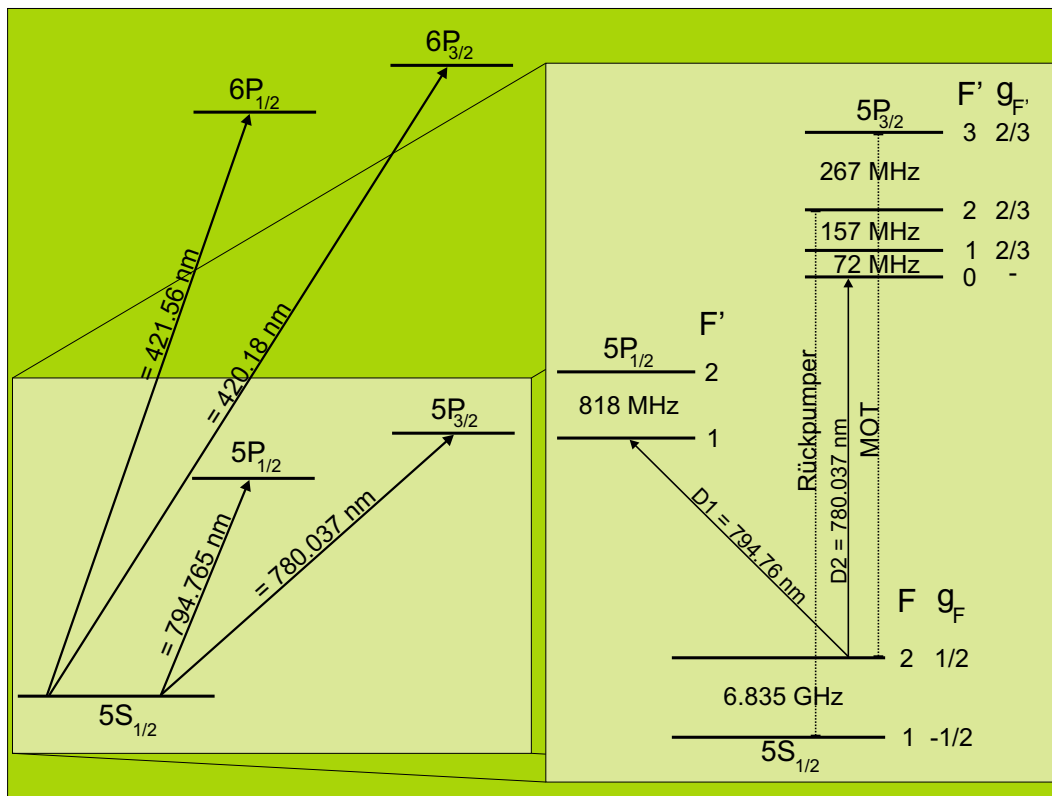


Abbildung 3.1: Termschema von ^{87}Rb . Links sind die stärksten Übergänge zu den vier niedrigsten angeregten Zuständen gezeigt. Rechts sieht man eine Vergrößerung der Unterstruktur von D_1 - und D_2 -Linie. Gestrichelt eingezeichnet sind die Übergänge für den MOT-Zyklus und den Rückpumper.

3.2 Kollisionsparameter

Die Terminologie der Kollisionsprozesse wurde bereits in Kapitel 2.7 eingeführt. Hier werden die Werte für die Streulängen und Ratenkonstanten für Zwei- und Dreikörperstöße präsentiert. Bei niedrigen Temperaturen und moderaten Dichten - unterhalb 10^{13} cm^{-3} - bestimmt jeweils die s-Wellen-Streulänge die Stärke der Kontaktwechselwirkung. Für höhere Dichten werden Zwei- und Dreikörperstöße wahrscheinlicher. Tabelle 3.4 listet die Streulängen und Ratenkonstanten für ^{87}Rb auf.

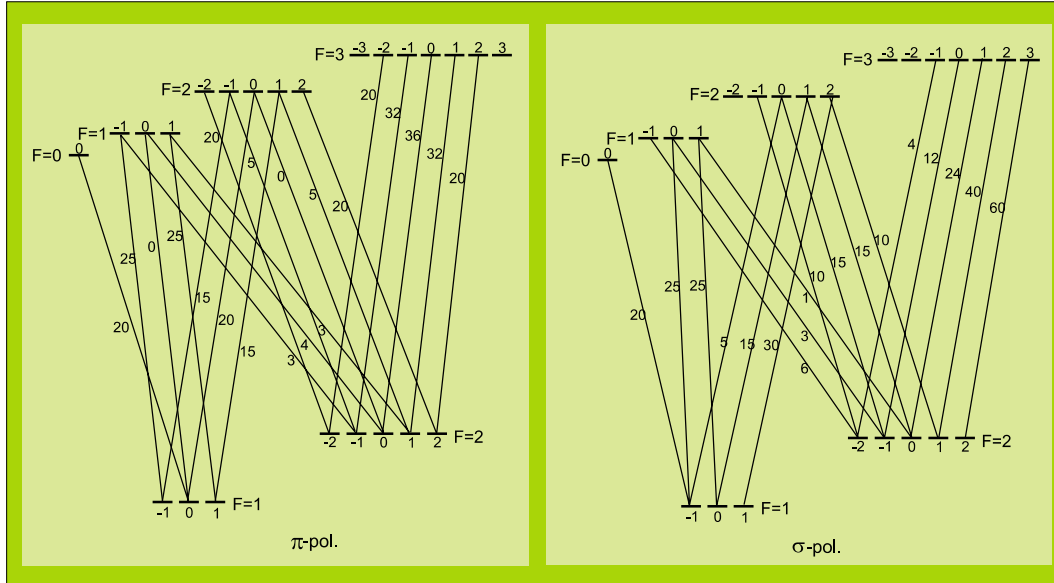


Abbildung 3.2: Übergangswahrscheinlichkeiten für σ - und π -Licht für die D_2 -Linie. Dabei sind die Werte bezüglich eines Zerfalls normiert. Das Diagramm ist also „von oben nach unten“ so zu lesen, daß von einem angeregten Niveau ausgehend die Summe der Übergangswahrscheinlichkeiten auf eins normiert werden muß.

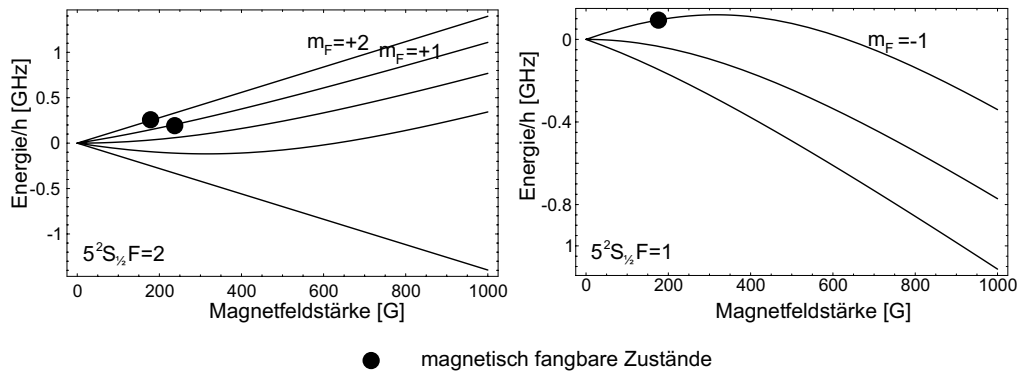


Abbildung 3.3: Potentielle Energie in einem externen Magnetfeld für die magnetische Unterstruktur der beiden Hyperfein-Grundzustände von ^{87}Rb . Die Energie ist in GHz angegeben. Dabei ist der Nullpunkt jeweils auf das Zentrum des jeweils betrachteten Multipletts gelegt. Zwischen den beiden Diagrammen besteht eine Energiedifferenz von 6.835 GHz.

s-Wellen-Streuung	
$ F = 2, m_F = +2\rangle$	$109(10) a_0 = 5.77 \text{ nm}$ [162]
$ F = 1, m_F = -1\rangle$	$106(6) a_0 = 5.61 \text{ nm}$
Zwei-Körper-Stöße	
bei $\approx 1 \text{ G}$	
$ F = 2, m_F = +2\rangle$	$G_{\text{tot}} = 2 \cdot 4 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^3/\text{s}$ [163],[164]
$ F = 1, m_F = -1\rangle$	$G_{\text{tot}} = 2 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^3/\text{s}$ [163]
Spin-Austausch-Kollisionen	
$ F = 2, m_F = +2\rangle + F = 1, m_F = -1\rangle$	$a_{(2,2)+(1,-1)} \approx 100a_0$ [165]
Drei-Körper-Stöße	
$ F = 2, m_F = +2\rangle$	$L = 1.8 \cdot 10^{-29} \text{ cm}^6\text{s}^{-1}$ [166]
$ F = 1, m_F = -1\rangle$	$L = 5.8 \cdot 10^{-30} \text{ cm}^6\text{s}^{-1}$ [84]

Tabelle 3.4: Stossparameter für ^{87}Rb .

Feshbach-Resonanzen in ^{87}Rb

Das einzige experimentelle „Werkzeug“, um die Stärke und das Vorzeichen der Kontaktwechselwirkung zu beeinflussen, ist eine so genannte Feshbach-Resonanz. Abhängig vom Magnetfeld zeigt die s-Wellenstreuungslänge ein Resonanz-Verhalten, so dass ihr Betrag um Größenordnungen variiert und ihr Vorzeichen umgekehrt werden kann. Dieses Phänomen tritt dann auf, wenn ein gebundener Molekülzustand eines „geschlossenen Kanals“ in Resonanz gerät mit der Schwellen-Energie eines „offenen Eingangskanals“¹. Im Magnetfeldbereich zwischen 0.5 und 1260 G wurden bei ^{87}Rb über 40 solcher Feshbach-Resonanzen im 1+1 Eingangskanal vermessen [64]. Diese Messung sowie das Nutzen von Feshbach-Resonanzen setzen extreme Anforderungen an die Strom-Stabilität der verwendeten Netzgeräte voraus, da die Feshbachresonanzen sehr schmal (bzgl. des Magnetfeldes) sind.

Zwei- und Drei-Körper-Stöße

Die Ratenkonstante für Zwei-Körper-Stöße hängt stark vom Offset-Magnetfeld ab. Der aufgelistete Wert gilt für ein Magnetfeld von 1 G und ist auch eine gute Näherung

¹Der „Eingangskanal“ hängt davon ab, in welchem Zustand die kollidierenden Atome zuvor präpariert wurden (z.B. Präparation im $F = 1$ Hyperfeingrundzustand \rightarrow Eingangskanal = 1+1). Als Schwellen-Energie bezeichnet man die Energie am Dissoziationslimit des Molekülpotentials. Ein „geschlossener Kanal“ liegt vor, wenn die einlaufende kinetische und innere Energie der stoßenden Teilchen kleiner ist als die innere Energie im Ausgangskanal. Mit anderen Worten: Ein Kanal ist dann geschlossen, wenn ein langlebiger metastabiler Molekülzustand gebildet wird. Für den Fall eines 1+1 Eingangskanals ist das Molekülpotential der Zustände 1+2 ein geschlossener Kanal. Da das magnetische Moment für beide Kanäle verschieden ist, kann ein äußeres Magnetfeld die Molekülpotentiale relativ zueinander verschieben. Weitere theoretische Betrachtungen zu Feshbach-Resonanzen finden sich in [77].

für die gängigen Magnetfeld-Offsets in unserer Magnetfalle. Für die Zahlenwerte bei anderen Magnetfeldern sei auf die Referenz verwiesen: [163].

Im Allgemeinen limitiert die Drei-Körper-Rekombination die Lebensdauer eines Kondensats. Aus dem Verhältnis der Ratenkonstanten ergibt sich ein Wert für die Dichte der Atomwolke, oberhalb dessen die Drei-Körper-Relaxation über die Zwei-Körper-Verluste dominiert. Für den gestreckten Zustand $|F = 2, m_F = +2\rangle$ ergibt sich diese Dichte zu $\approx 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ [166].

Die Dreikörper-Relaxationsrate ist bei Alkaliatomen um zehn Größenordnungen höher als bei spinpolarisiertem Wasserstoff. Ein großer Unterschied in der Dreikörper-Relaxation zwischen Alkaliatomen und spinpolarisiertem Wasserstoff liegt darin, dass bei Alkaliatomen ein gebundener Zweikörper-Zustand in Triplet-Konfiguration vorliegt. Daher ist eine Dreikörper-Relaxation möglich, bei der nicht der Spin umgeklappt werden muss [167]. Zum Zusammenhang zwischen Dreikörper-Relaxationsrate und der -Ratenkonstante siehe Gleichung 2.90.

Spinorkondensate

Ein Bose-Einstein-Kondensat im Zustand $|F = 1, m_F = -1\rangle$ wurde erstmals durch sympathetisches Kühlen mit einem durch Verdampfungskühlung präparierten $|F=2, m_F=2\rangle$ -Zustand realisiert. Dabei bildet sich ein so genanntes Spinor-Kondensat aus mit zwei Quantenflüssigkeiten in zwei getrennten Phasen [168].

Zwischen diesen beiden Spezies können Spin-Austausch-Stöße stattfinden. Daher kann sich die sympathetische Kühlung nur als effizient erweisen, wenn die Konstante für die Spin-Austauschrates außerordentlich klein ist. Experimentell wurde sie zu $2.2(9) \cdot 10^{-14} \text{ cm}^3/\text{s}$ bestimmt. Damit liegt sie um drei Größenordnungen unter dem Wert für Natrium, wo eben diese Stöße die Bildung von Spinor-Kondensaten verhindern [165]. Zu diesem Zweck müssen die Streulängen für die $^1\Sigma_g$ und $^2\Sigma_u$ Potentiale annähernd gleich sein². Experimentell wurde das Verhältnis der Streulängen von $|1, -1\rangle$ und $|2, 2\rangle$ zu 1.062(12) bestimmt [170].

²Sind die Streulängen sehr ähnlich, heißt das im Formalismus der Partialwellenzerlegung, dass die Wellenfunktionen in den jeweiligen Molekülpotentialen die gleiche Phase akkumulieren und zum ursprünglichen Zustand rekombinieren. Eine ausführliche Diskussion findet sich in [164, 169].

Kapitel 4

Gesamtaufbau des Experiments

Der Schwerpunkt der hier vorliegenden Arbeit ist die Konzeption und der Aufbau einer Apparatur zur Erzeugung eines Bose-Einstein-Kondensats in einer Geometrie mit stark anisotropem Aspektverhältnis. Dieses Kapitel stellt die Apparatur zur Bose-Einstein-Kondensation vor und gibt einen Überblick über die wesentlichen Komponenten der aufwendigen Anlage. Den einzelnen experimentellen Stufen auf dem Weg zur Bose-Einstein-Kondensation sind die folgenden Kapitel gewidmet. Ausgehend von einer Rubidium-Dampfzelle wird ein intensiver Strahl gekühlter Atome (Kapitel 5) in den Einfangbereich einer großvolumigen magneto-optischen Falle (Kapitel 6) geleitet. Die dort gesammelte und lasergekühlte Atomwolke wird in eine Magnetfalle transferiert (Kapitel 7). Anschließend wird mittels Verdampfungskühlung das quantenentartete Regime erreicht (Kapitel 8). Die Experimente zur Laser- und Verdampfungskühlung finden in einer Ultra-Hochvakuumkammer mit einem Vakuum im unteren 10^{-11} mbar-Bereich statt. Das Licht zur Kühlung und zur Detektion der Atome wird durch ein Lasersystem bestehend aus einem Titan-Saphir-Laser und zwei Diodenlasern zur Verfügung gestellt. Die zeitliche Steuerung der experimentellen Sequenzen erfolgt über einen „Master-Steuerrechner“, der über digitale und analoge Ausgangskarten mit den Komponenten des Aufbaus kommuniziert. Informationen über Dichte- und Temperaturverteilung der Atomwolke erhält man über Flugzeitmessungen. Dabei wird entweder ein Fluoreszenzbild oder ein Absorptionsbild (Schattenwurf) der Wolke zu unterschiedlichen Zeiten nach Abschalten des einschließenden Potentials aufgenommen.

4.1 Vakuumapparatur

Die Anforderungen an das Vakuum für Bose-Einstein-Kondensationsexperimente sind äußerst stringent. Stöße mit dem Hintergrundgas entfernen Atome aus der

Magnetfalle und reduzieren damit die Lebensdauer der Atomwolke. Darüber hinaus können Stöße von Hintergrundgas-Atomen mit der gefangenen Atomwolke bei schrägem Einfallswinkel die gekühlte Wolke aufheizen, da in diesem Fall der Energieübertrag auf die Stoßpartner nicht ausreichend hoch ist, damit diese die Magnetfalle verlassen können. Insbesondere während der relativ langen experimentellen Phase der Verdampfungskühlung (typischerweise 25 bis 35 s) ist die Atomwolke anfällig für Verluste durch Stöße mit dem Hintergrundgas. Je größer der Druck in der Vakuumkammer, desto geringer ist die Lebensdauer der Atomwolke in der Magnetfalle. Bei ausreichend niedrigen Drücken gilt folgende Faustformel für die Lebensdauer τ_{MT} der Magnetfalle[94]:

$$\tau_{\text{MT}} \approx 10^{-8} \text{ Torr/s} \frac{1}{p}. \quad (4.1)$$

Dabei ist der Druck p in Torr angegeben. Um Lebensdauern von 100 s und mehr zu erhalten, muss das Vakuum im Bereich von 10^{-11} Torr liegen. Aus diesem Grund ist die gesamte Apparatur aus Edelstahl¹ gefertigt. Die einzelnen Komponenten sind mit CF-Flanschen und Kupferdichtringen verbunden.

Da der Dampfdruck von ^{87}Rb bei Raumtemperatur mit $3 \cdot 10^{-7}$ Torr relativ hoch ist, kann sich das Reservoir, das die Rubidium-Atome zur Verfügung stellt, nicht im Ultra-Hochvakuum befinden. Daher ist eine grundsätzliche Trennung der Vakuumapparatur in Hochvakuum (HV, 10^{-7} bis 10^{-6} Torr) und Ultra-Hochvakuum (UHV, 10^{-11} Torr) vorgegeben.

Verbunden sind beide Bereiche durch eine differentielle Pumpstufe, die im hier vorliegenden ballistischen Regime eine Druckdifferenz von vier Größenordnungen aufrechterhält². Die differentielle Pumpstufe besteht auf der HV-Seite aus einem Kupferblock, der zum UHV-Bereich hin abschliesst. Einzige Verbindung ist ein von diesem Block ausgehendes konisch zulaufendes Kupferrohr mit einem Öffnungsdurchmesser von 6 mm, der sich nach einer Länge von 133 mm auf 9.5 mm aufweitet. Der Kupferblock bildet mit einem durchbohrten Zylinder einen Verschluss, der nach dem Kugelhahn-Prinzip arbeitet. Der Zylinder kann mittels einer motorisierten Drehdurchführung von außen betrieben werden und wird nur während der Ladezeit der magneto-optischen Falle geöffnet. Zusätzlich ist die Pumpstufe über ein Kupferband thermisch mit einem Kälte-Reservoir kontaktiert. Das ermöglicht die Temperaturkontrolle des Röhrchens über einen Bereich von 77 K bis 400 K.

¹Sowohl die Kammer, als auch die verwendeten Schrauben bestehen aus Edelstahl mit besonders geringer Permeabilität, da sonst beim Abschalten von Magnetfeldern (siehe Kapitel 7) ein nicht zu vernachlässigendes Remanenzfeld verbliebe. Der verwendete Edelstahl wird nach DIN bezeichnet mit: 1.4404 und 1.4429.

²Die Druckdifferenz, die über eine differentielle Pumpstufe hinweg aufrechterhalten werden kann, ist durch die Leitfähigkeit der Pumpstufe und die Pumpgeschwindigkeit auf der UHV-Seite gegeben. Zur Vakuumtechnik allgemein siehe [171].

Hochvakuum- oder Quellen-Seite

Die Hochvakuumseite besteht aus einem Rubidium-Reservoir, einer Glasküvette, die als Dampfzelle mit variablem Rb-Dampfdruck für eine 2D-MOT-Atomstrahlquelle dient (siehe Kapitel 5), und einer Turbomolekularpumpe³ zur Evakuierung dieses Teils der Apparatur.

Das Reservoir ist durch ein Ventilsystem so abgekoppelt, dass Rubidium⁴ nachgefüllt werden kann, ohne das Vakuum der gesamten Apparatur brechen zu müssen.

Die Glasküvette ist aus Pyrex gefertigt und hat die Abmessungen $135 \times 35 \times 35$ mm. Ihre lange Symmetrieachse (z-Achse) ist horizontal im Gravitationsfeld ausgerichtet. Sie ist auf einem Flansch aus Edelstahl mit einem UHV-tauglichen Zweikomponenten-Epoxidharz-Kleber⁵ befestigt.

Vier rechteckig geformte, langgezogene Stromspulen mit der Glaszelle in ihrer Mitte erzeugen ein zweidimensionales magnetisches Quadrupolfeld. Der typische Feldgradient beträgt 17 G/cm. Dabei ist der Wicklungssinn so gewählt, dass die axialen Magnetfeldgradienten, von den Enden der einzelnen Spulen herkommend, sich gegenseitig wegheben. Im Gleichgewichtszustand des Systems liefern die Stromspulen eine Heizleistung von 200 W. Das erzeugt ein äußeres Wärmebad um die Glaszelle herum. Zusätzlich erlauben elektrisch betriebene Heizstäbe, die nahe um die Küvette herum angeordnet sind, ein homogenes und stabiles Aufheizen der Zelle bis auf Temperaturen knapp oberhalb 40°C. Das ermöglicht, bei Dampfdrücken zwischen 10^{-7} und 3×10^{-6} mbar zu arbeiten.

Ein Fünf-Wege-Kreuz stellt die Verbindung zur UHV-Kammer her. An ihm vereinigen sich Reservoir, Glasküvette, Mini-Kryo-Behälter und Drehdurchführung für die Betätigung des Verschlusses zwischen HV- und UHV-Kammer. Ein Ventil zur Separierung beider Bereiche wurde weggelassen, um den Abstand zwischen Glasküvette und Magneto-Optischer Falle so kurz wie möglich zu halten.

Ultra-Hochvakuum- oder BEK-Kammer

Die UHV-Kammer wurde so konzipiert, dass sie möglichst die Vorteile von Aufbauten mit Glaszellen mit denen von Edelstahlkammern verbindet:

Glaszellen bieten allgemein einen sehr guten optischen Zugang und ermöglichen, die Spulen für die Magnetfalle nahe an die Atomwolke heranzubringen. Damit erhält

³Hersteller: Pfeiffer Vacuum, Modell TSU 071.

⁴Rubidium wird im natürlichen Isotopengemisch in 5g-Glasampullen bezogen von der Firma Johnson Matthey GmbH Alfa Products.

⁵Es handelt sich hierbei um TorrSeal von der Firma Varian. In den Flansch wurde eine Vertiefung für die Küvette gefräst. Beim Kleben ist darauf zu achten, dass die Glaszelle spannungsfrei ist und zum Edelstahl hin eine ausreichende Dehnfuge besteht. Diese Verbindung ist ausheizbar bis 105°C. So können mühelos Vakua im unteren 10^{-9} mbar-Bereich erzeugt werden.

man ausreichend starke Magnetfeldgradienten bei realisierbaren elektrischen Leistungsdichten. Allerdings können Glaszellen nur erschwert evakuiert werden und brechen bei geringen Verspannungen.

Edelstahlkammern sind einfach in der Handhabung (Ausheizbar bis zu 350°C , geringere Leckrate als bei Helikoflex-gedichteten Glaszellenaufbauten) und erlauben den Anschluss weiterer Experimentierkammern auch noch zu einem späteren Zeitpunkt des Projektes.

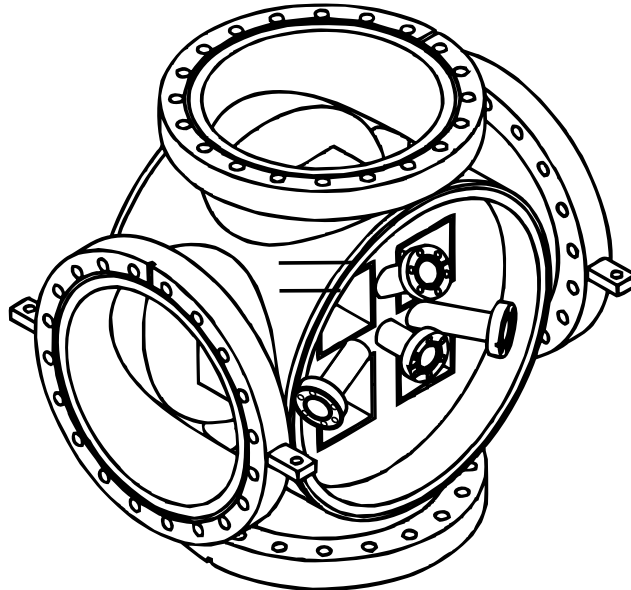


Abbildung 4.1: Seitenansicht der Edelstahl-UHV-Kammer. Man erkennt deutlich die vier Schächte, welche die Ioffe-Stäbe der Magnetfalle aufnehmen. Vier CF-160-Flansche erlauben ungedrosselte Pumpgeschwindigkeit und guten optischen Zugang zur Atomwolke. Die weiteren CF-16-Flansche machen die Flexibilität des Aufbaus aus. Es lassen sich weitere Experimentierkammern anbringen.

Diese Kriterien sind in die Planung der UHV-Kammer in Abbildung 4.1 eingeflossen. Diese Spezialanfertigung zeichnet sich durch vier so genannte Ioffe-Schächte aus, die längs durch die Kammer verlaufen. Dadurch ist es möglich, stromdurchflossene, wassergekühlte Ioffe-Stäbe von außen bis auf 14 mm an die Atomwolke im Zentrum der Kammer heran zu bringen. Zusätzlich ermöglichen die großen CF-160-Flansche einen sehr guten optischen Zugang und behindern die Pumpgeschwindigkeit einer angeschlossenen Ionen-Getterpumpe nicht. An den Endflächen senkrecht zu den Ioffe-Schächten sind jeweils fünf CF-16-Flansche angebracht. Ein Paar direkt auf der Achse für MOT-Laserstrahlen und zwei weitere Paare horizontal unter einem Winkel von 27° gegen die Achse geneigt zur Anbringung von weiteren Experimentierkammern. Zwei weitere Paare CF-16-Flansche ist vertikal unter 27° gegen die

Ioffe-Achse angebracht.

Die UHV-Kammer wird durch eine 2001/s Ionen-Getterpumpe⁶ evakuiert, die über ein spezielles T-Stück mit der Kammer verbunden ist. Am T-Stück sind eine Ionen-Druckmessröhre⁷ und ein Behältnis für flüssigen Stickstoff mit integriertem Titan-Sublimator⁸ angebracht. Nach Ausheizen bei 150° über 10 Tage wurden Vakua im unteren 10^{-11} mbar-Bereich gemessen. Das Vakuum konnte inzwischen über zwei Jahre konstant in diesem Bereich gehalten werden. Lediglich deponiertes Rubidium auf den Innenseiten der Schächte muss in regelmäßigen Abständen durch Ausheizen entfernt werden. Nicht alle Atome aus der 2D-MOT-Quelle werden in der großvolumigen 3D-MOT eingefangen. Um diese während der Experimentierphase lokal zu binden, ist gegenüber der differentiellen Pumpstufe ein Kälte-Reservoir angebracht. Dabei handelt es sich um ein Behältnis, das für die Dauer eines halben Meßtages mit flüssigem Stickstoff befüllt werden kann.

Eine maßstabsgetreue Übersicht über den endgültigen Aufbau der Vakkum-Anlage zeigt Abbildung 4.2. Hier sind auch die wichtigsten Lichtstrahlen zur Laserkühlung mit eingezeichnet.

⁶Firma Meca-2000.

⁷Nackte Bayard-Alpert Messröhre mit Wolfram-Filamenten von Varian: UHV-24p.

⁸In dem realisierten Aufbau hat eine dünne Schicht Titan, das auf eine kryogene Oberfläche aufgedampft wurde, im Druckbereich unterhalb 10^{-8} mbar eine Pumpgeschwindigkeit von bis zu 15001/s.

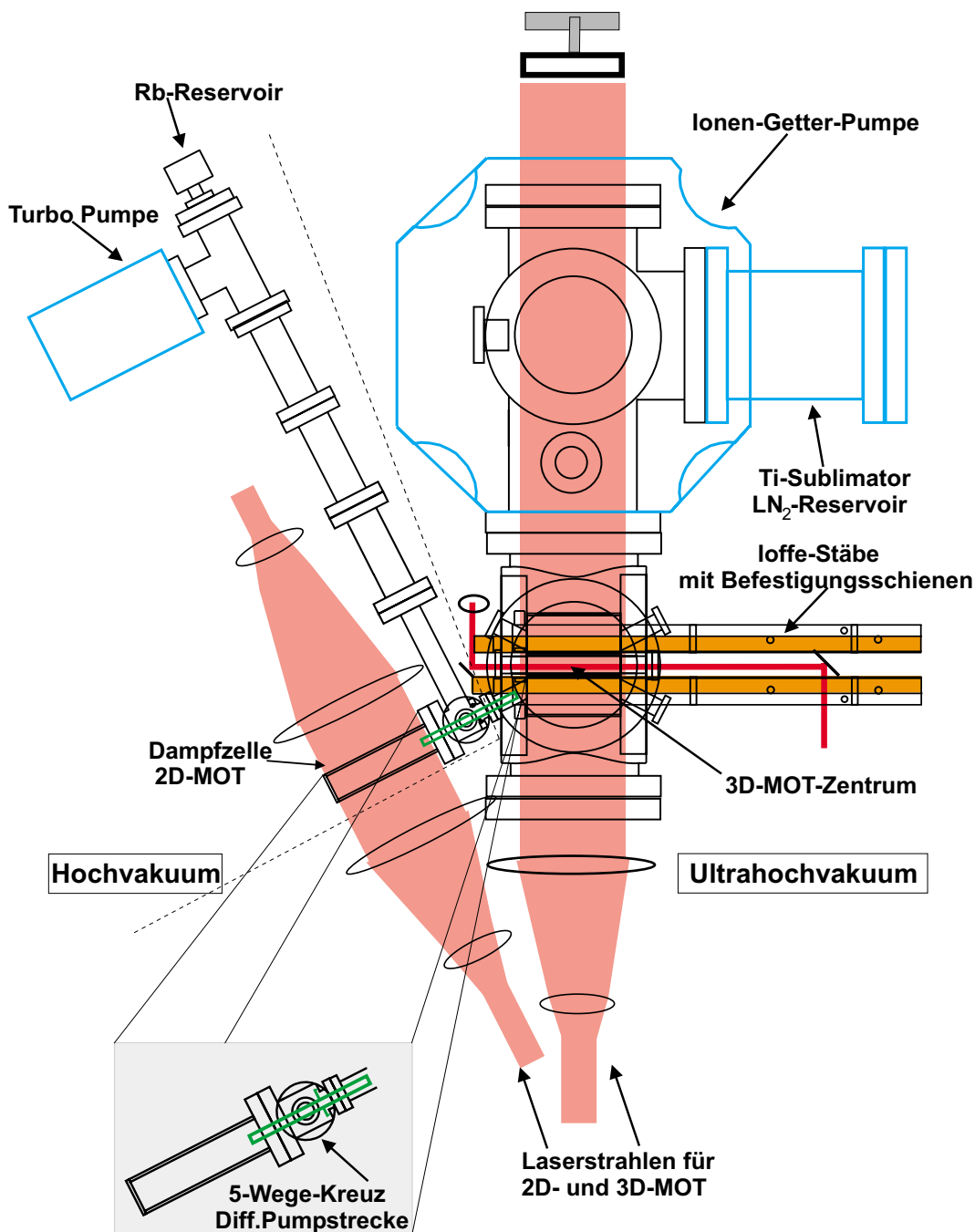


Abbildung 4.2: Aufsicht des Gesamtaufbaus einschließlich Laserstrahlen für 2D- und 3D-MOT. Die gestrichelte Linie trennt die Hochvakuum- von der UHV-Seite. Der Bildeinsatz zeigt eine vergrößerte Darstellung des Fünf-Wege-Kreuzes, in dem das differentielle Pumprohrchen farblich hervorgehoben wurde. Die Ionen-Getter-Pumpe ist über ein separates Pumpkreuz mit großem Querschnitt mit der Hauptkammer verbunden. An diesem Pumpkreuz sind Anschlüsse angebracht für die Ionenmessröhre, ein Reservoir für flüssigen Stickstoff, einen Titan-Sublimator und für eine Vorpumpe zum erstmaligen Evakuieren der Kammer. Im Zentrum der Kammer befindet sich die 3D-MOT. Die Ioffe-Stäbe sind farblich unterlegt gezeichnet. Sie sind weit über die Kammer hinaus gezogen, um einen magnetischen Wellenleiter für Atome zu bilden. Damit ist die Apparatur für zukünftige Experimente flexibel ausgerichtet.

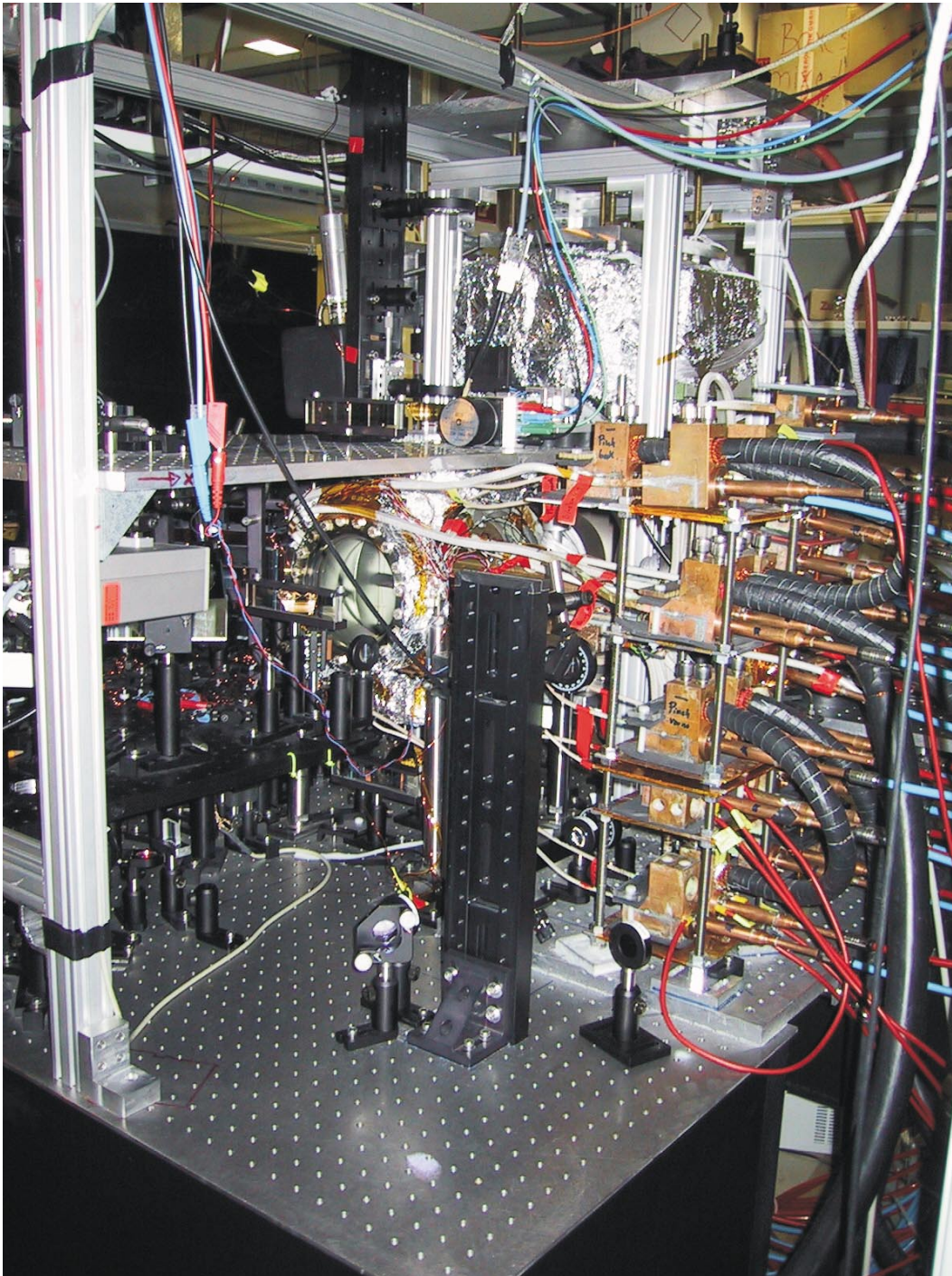


Abbildung 4.3: Seitliche Ansicht der UHV-Seite des Experimentaufbaus. Man sieht deutlich die Zuleitungen zu den Ioffe-Stäben und den übrigen Spulen der Magnetfalle. An den „Verbindungsschuhen“ aus Kupfer im Vordergrund werden die Netzgeräte und das Kühlwasser angeschlossen. Daneben sieht man einen Teil der Optik für die magneto-optische Falle. Im Hintergrund erkennt man die Haltevorrichtung für die Ionen-Getterpumpe.

4.2 Lasersystem

Für die Laserkühlung von Rubidium ist besonders die D2-Linie von Interesse, da sie einen $J \rightarrow J+1$ - Übergang darstellt (siehe Kapitel 2.4). Die D2-Linie ist spektroskopisch in Abbildung 4.4 für beide Isotope ^{85}Rb und ^{87}Rb aufgelöst. Das Spektrum wurde mit einem Diodenlaser mittels dopplerfreier Polarisations-Sättigungs-Spektroskopie aufgenommen. Die Übergänge in ^{87}Rb sind besonders hervorgehoben. Neben den Linien, die atomaren Übergängen entsprechen, treten auch so genannte „cross-over-Resonanzen“ auf [107]. Sie liegen genau zwischen zwei Spektroskopielinien und können ebenso wie diese zur Frequenzstabilisierung verwendet werden. Die Laserkühlung und der magneto-optische Einschluss erfolgen auf dem $F=2$

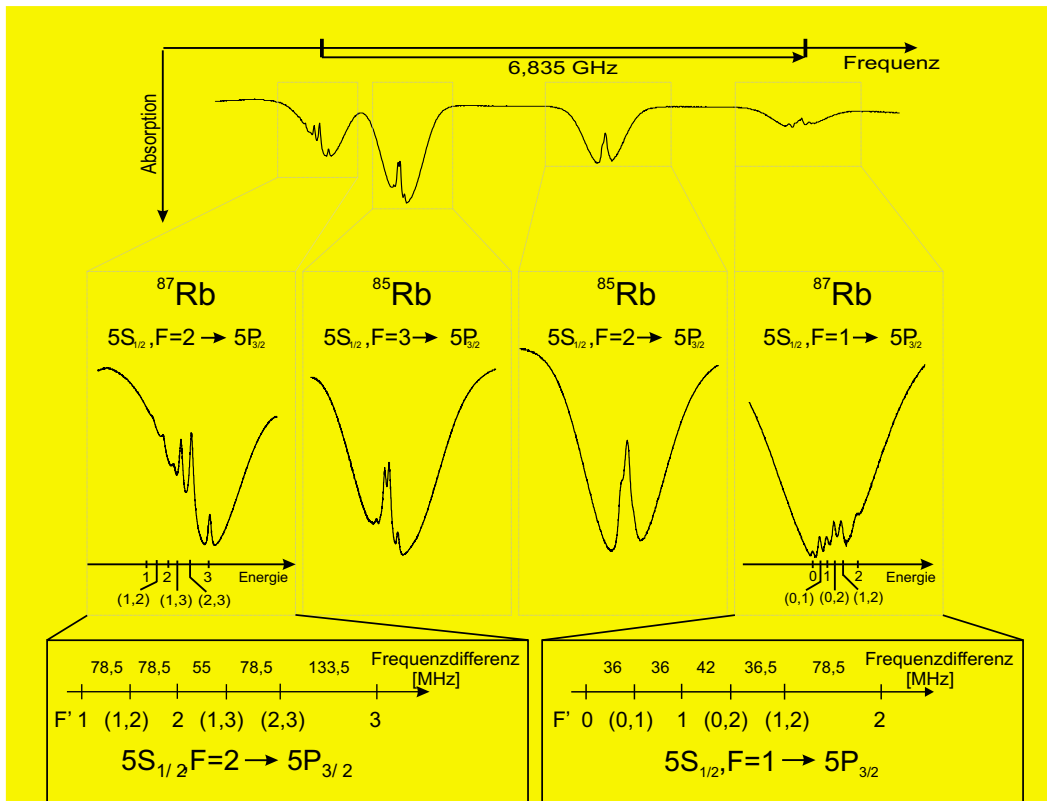


Abbildung 4.4: Spektroskopie der D2-Linie von Rubidium für beide Isotope ^{85}Rb und ^{87}Rb . Die Hyperfeinstruktur von ^{87}Rb ist besonders hervorgehoben. Man erkennt deutlich die Auflösung von sechs Signalen beim Übergang vom $F = 2$ - Niveau aus: drei Linien und drei cross-over-Resonanzen (mit (i,j) bezeichnet).

→ $F' = 3$ -Übergang der $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ -Linie. Bei der Absorption kann auch das $F' = 2$ -Niveau zu einem gewissen Prozentsatz bevölkert werden. Dieses zerfällt mit

ca. 50% Wahrscheinlichkeit in den unteren $F=1$ Hyperfein-Grundzustand, so dass ein Atom im Mittel nach etwa 1000 gestreuten Photonen in diesem für das Kühllicht dunklen Zustand endet. Bereits nach Millisekunden kann so das gesamte Atomensemble aus dem Kühlkreislauf „herausgepumpt“ sein. Um das zu vermeiden wird dem Kühl- und Fallenlicht ein so genannter Rückpumplaser überlappt. Dieser wird auf dem Übergang $F=1 \rightarrow F' = 2$ betrieben. Atome werden dadurch aus dem unteren Hyperfein-Grundzustand heraus in den Kühlkreislauf zurückgepumpt.

Das Fallenlicht wird von einem Titan-Saphir-Laser⁹ zur Verfügung gestellt. Als Pumpplaser für diesen kommt ein diodengepumpter Nd-YVO₄ - Festkörperlaser¹⁰ mit resonatorinterner Frequenzverdopplung zum Einsatz. Der Titan-Saphir-Laser wird auf einen Referenzresonator stabilisiert, um die Linienbreite auf Werte unterhalb eines Megahertz zu halten. Der Resonator wird auf den oben genannten atomaren Übergang stabilisiert. Man erhält eine Dauerstrichleistung von 1.4 W bei 780.248 nm. Zur schnellen Verstimmung und zum schnellen Schalten (Sub-Mikrosekunden-Zeitskala) des Kühllichts wird ein akusto-optischer Modulator (AOM) verwendet, den der Laserstrahl zweifach durchläuft. Damit bei variabler Verstimmung kein Strahlversatz auftritt, erfolgt die Reflexion mit einer Katzenaugen-Anordnung: Eine Kombination aus 0°-Spiegel und Linse, in deren Brennebene der AOM steht. Nach dieser Einheit stehen ungefähr 880 mW für das Experiment zur Verfügung¹¹.

Zwei gitterstabilisierte Diodenlaser¹² werden als Rückpumper und als Detektionslaser (im Weiteren oft auch als „Probe-Laser“ bezeichnet) verwendet. Der Rückpumper ist auf die Resonanz des $F = 1 \rightarrow F' = 2$ - Übergangs stabilisiert und wird mit den horizontalen MOT-Laserstrahlen überlappt. Der Detektionslaser wird auf die (2,3) - cross-over-Resonanz (siehe Abbildung 4.4) des $F = 2 \rightarrow F' = 3$ - Übergangs stabilisiert. Die Ausgangsleistung verteilt sich auf zwei Arme, in denen je ein AOM im doppelten Durchgang betrieben wird. In einem Ast wird zweimal die +1. Beugungsordnung benutzt, um das Licht in Resonanz mit dem Übergang $F = 2 \rightarrow F' = 3$ zu bringen. Dieses Licht wird zur Absorptions-Abbildung verwendet. Im anderen Ast wird das Licht durch das Doppelte der -1. Beugungsordnung auf Resonanz zum $F = 2 \rightarrow F' = 2$ - Übergang geschoben und für das optischen Pumpen in den $F = 2, m_F = +2$ - Zustand eingesetzt. Die Wahl dieses Übergangs beschränkt die Anzahl der im optischen Pumpprozess gestreuten Photonen auf ein Mindestmaß, da der gestreckte $m_F = +2$ - Zustand für das Pumplicht einen Dunkelzustand darstellt.

Das Kühllicht wird für die 2D-MOT und die horizontalen und vertikalen Strahlen der

⁹Modell *MBR 110 von Coherent*

¹⁰Modell *Verdi V10 von Coherent* mit einer Ausgangsleistung von 10 W bei 532 nm

¹¹Da der AOM das Laserlicht um 2×200 MHz verstimmt, wird auch im Arm der Stabilisierung ein doppelter Durchgang durch einen AOM mit derselben Zentralfrequenz realisiert. Dieses verstimmte Licht wird dann auf die Resonanz des $F = 2 \rightarrow F' = 3$ - Übergangs stabilisiert.

¹²Modell: *DL100 von TOPTICA*

3D-MOT in Zylinderteleskopen auf Strahldurchmesser von 15×95 mm aufgeweitet. Die axialen 3D-MOT-Strahlen sind kreisförmig mit einem Durchmesser von 12 mm. Abbildung 4.5 bietet einen Überblick über die Anordnung der Laserstrahlen für das gesamte Experiment.

4.3 Computer-Steuerung

Bei den einzelnen experimentellen Schritten auf dem Weg zur Bose-Einstein-Kondensation ist es erforderlich, zeitlich präzise abgestimmte Sequenzen zu steuern. Eine Sequenz enthält in der Regel 40 bis 50 „Wörter“, die Ströme rampen, Licht an- oder ausschalten, den Drehverschluss bedienen, die CCD-Kamera triggern oder die Laserverstimmung regeln. Diese Aufgabe übernimmt ein handelsüblicher PC mit Windows98-Betriebssystem. Die Kommunikation mit den Komponenten des Experiments läuft über eine Digital-Ausgabe-Karte¹³ mit 32 Kanälen und eine Analog-Ausgabe-Karte¹⁴ mit acht Kanälen und einer Auflösung von 12 Bit. Beide Karten werden über den PCI-Bus des Rechners angesprochen. Untereinander sind sie mit dem systemeigenen RTSI-Bus miteinander synchronisiert.

Werden alle Analog-Kanäle benutzt, beträgt die kürzeste zeitliche Auflösung $100 \mu\text{s}$. Während eine Sequenz läuft, ist der PCI-Bus ausgelastet, so dass keine weitere Anwendung auf dem PC ablaufen darf¹⁵. Deshalb muss zum Auslesen der Detektionskamera ein zweiter Laborrechner verwendet werden.

Zwischen jeden Digitalausgang und die anzusteuernde Komponente im Experiment ist eine galvanische Trennung mit einer bis zu 100 mA belastbaren Endstufe geschaltet. Ausgangsseitig teilen sich alle Kanäle dieselbe Masse. Ebenso sind auch die Analog-Ausgänge galvanisch vom Experiment getrennt. Das ist notwendig, um die Karten vor Zerstörung durch Spannungsspitzen zu schützen, die beim Ausschalten der Magnetspulen auftreten.

Der Experimentator kann die Steuersoftware über eine graphische Eingabe in Lab-View¹⁶ bedienen. Die Steuersoftware basiert auf einem C++-Code und ist detailliert in [172] beschrieben. Es ist möglich, Schleifen einzugeben (z.B. für Flugzeitmessungen), einzelne Untersequenzen aufzurufen (z.B. die Sequenz für die Absorptionsabbildung) oder Rampen beliebiger Form unter Verwendung von mathematischen Standardfunktionen zu programmieren.

¹³Hersteller: *National Instruments*, Modell: *PCI-6533 (DIO-32HS)*

¹⁴Hersteller: *National Instruments*, Modell: *PCI-6713*

¹⁵Das liegt vor allem an dem geringen Puffer-Speicher, den die Digital-Ausgabe-Karte besitzt. Bei jedem neu auszugebenden Wort müssen alle 32 Kanäle beschrieben werden. Kommen nur zwei oder drei Analog-Ausgangs-Kanäle zum Einsatz, ist eine Zeitauflösung von $10 \mu\text{s}$ möglich. Inzwischen sind Ausgabe-Karten erhältlich, die mit der Karte nur noch kommunizieren, wenn sich ein einzelner Kanal ändert - so dass nicht die gesamte Wortabfolge über den PCI-Bus verschoben werden muss.

¹⁶Hersteller: *National Instruments*

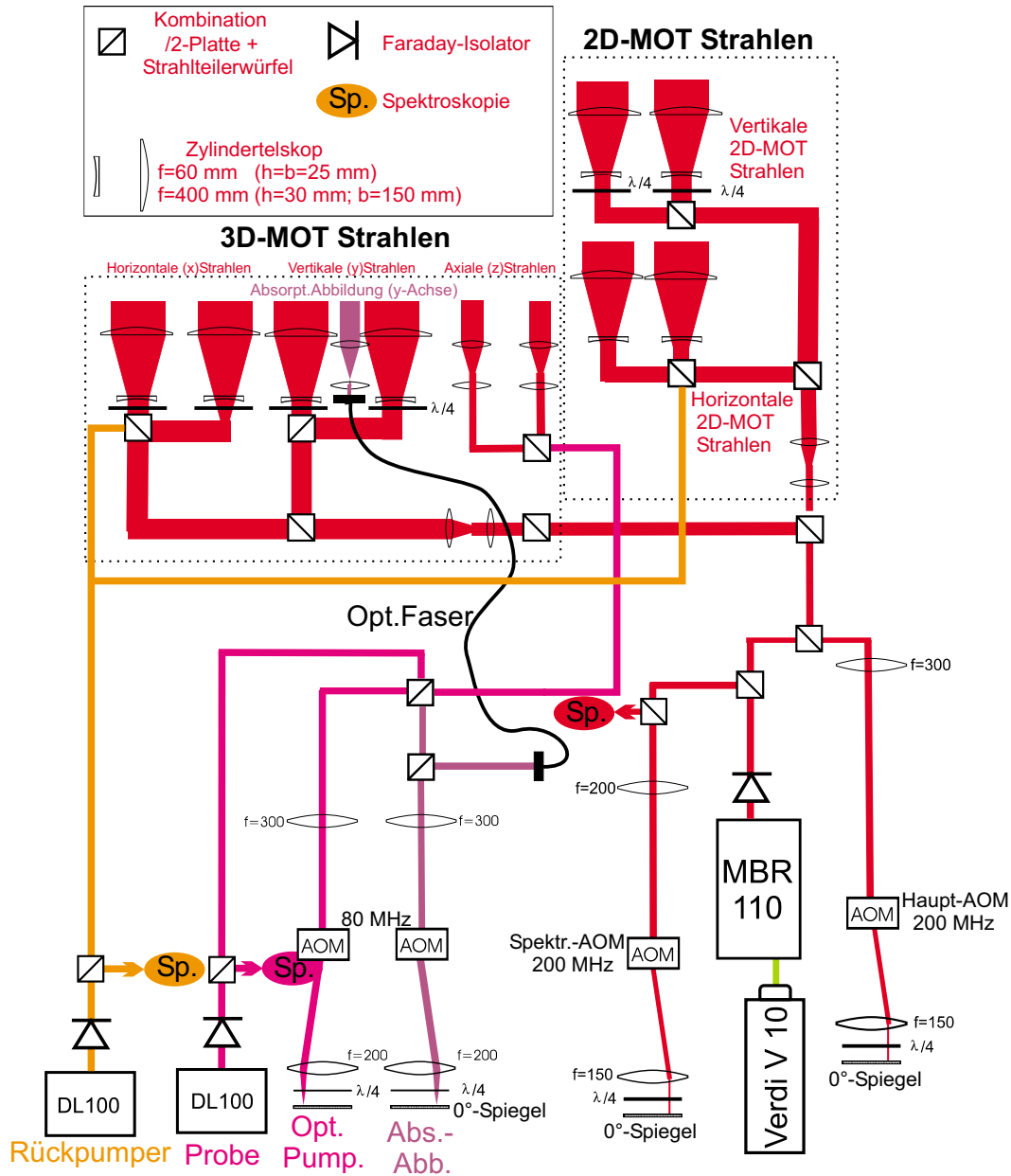


Abbildung 4.5: Übersicht über das Lasersystem des Experiments. Das Kühl- und Fallenlicht wird in einem Titan-Saphir-Laser erzeugt und durchläuft zweimal einen AOM bevor es in die 2D- und 3D-MOT-Strahlen aufgeteilt wird. Zwei Diodenlaser erzeugen Licht für Rückpumper, Detektion mittels Absorptionsabbildung und für optisches Pumpen zur Spinpolarisation.

4.4 Detektionsmethoden und -systeme

Die Messung der Dichte, der Abmessungen der Atomwolke und deren Impulsverteilung erlaubt die Bestimmung aller weiterer das Ensemble charakterisierenden Größen wie Temperatur, Atomzahl und Phasenraumdichte. Die Informationen über die Atomwolke erhält man aus optischen Detektionsmethoden, wobei üblicherweise das Atomensemble durch die Messung zerstört wird¹⁷. Abhängig von der Dichte der zu beobachtenden Atomwolke werden zwei verschiedene Detektionsmethoden eingesetzt:

- Fluoreszenzmessung: Für große und heiße Wolken oder kleine optische Dichten, wobei Reabsorptionsprozesse vernachlässigbar sind.
- Absorptions-Abbildung: Bei kalten und dichten Atomwolken mit hoher optischer Dichte.

Für die beiden Methoden werden unterschiedliche CCD-Kameras eingesetzt: Eine Frametransfer-Kamera¹⁸ mit einer Auflösung von 14 Bit sammelt seitlich entlang der x-Achse das Fluoreszenzlicht ein. Hier kommt ein gewöhnliches Videokamera-Objektiv zum Einsatz. Die Absorptions-Abbildung wird mit einer CCD-Kamera¹⁹ von Princeton Instruments entlang der y-Achse vorgenommen. Da diese Kamera zur Detektion des Bose-Einstein-Kondensats eingesetzt wird, ist ein aufwendigeres Abbildungssystem aufgebaut worden. Die Anforderungen an das Abbildungssystem sind:

- Verschiedene Vergrößerungsstufen, die einfach wechselbar sind.
- Eine Auflösung, die durch die vorgegebene Geometrie (und nicht durch das Abbildungssystem selbst) beugungsbegrenzt ist.
- Blickrichtung von oben auf die Wolke entlang der y-Achse, damit die Atomwolke bei einer Flugzeitmessung nicht aus dem Sichtfeld herausfällt.
- Ausnutzen des maximal möglichen optischen Zugangs, den die UHV-Kammer zulässt.

Die Auflösung eines Abbildungssystems ist gegeben durch das Rayleigh-Kriterium, nämlich durch den Abstand zweier aufeinanderfolgender Beugungsordnungen. Im

¹⁷Zerstörungsfreie in-situ Messungen durch Phasenkontrastabbildung sind möglich, wurden in dieser Arbeit aber nicht eingesetzt. Näheres dazu findet sich in [116].

¹⁸Hersteller: Theta-Systems, Slow-Scan Kamera SC-90, Bildsensor: TH 7863 CDT (384x2x288 Bildpunkte) mit einer Pixelgröße von 23 x 23 μm .

¹⁹Hersteller: Princeton Instruments, back-illuminated CCD-Chip, Pixelgröße: 24 x 24 μm , 16 Bit Auflösung.

Falle einer beugungsbegrenzten Abbildung durch eine Linse der Brennweite f ist dieser minimale Abstand gegeben durch $\Delta z = 0.5 \cdot 2.44 \cdot f/d_{\text{Obj}}$ [173]. Dabei ist d_{Obj} der Durchmesser der Apertur der Linse. Man bezeichnet das Verhältnis von Brennweite zu Apertur auch als f-Zahl einer Linse oder eines Objektivs. Damit sehr kleine Strukturen aufgelöst werden können, ist eine kleine f-Zahl anzustreben. Diese kann durch den eigentlichen Durchmesser der Linse oder durch eine Feldblende gegeben sein. In unserem Fall limitiert der Abstand der Ioffe-Schächte gemeinsam mit der Distanz zwischen Atomwolke und erster Linse außerhalb der Vakuumkammer die Apertur des Abbildungssystems und daher die maximale Auflösung auf $\approx 7.8 \mu\text{m}$. Je nach Vergrößerung kann aber auch die endliche Pixelgröße der CCD-Kamera das Auflösungsvermögen begrenzen. Eine detaillierte Übersicht über das Abbildungssystem für die Absorptions-Aufnahmen mit dem Strahlengang der relevanten Laserstrahlen ist in Abbildung 4.6 gegeben.

Ein Teleskop, bestehend aus zwei Achromaten mit einer Brennweite von $f = 250 \text{ mm}$ und einem Durchmesser von $d_{\text{Obj}} = 50 \text{ mm}$, erzeugt in einer 2f-2f-Abbildung ein reelles Bild der Atomwolke außerhalb der Vakuumkammer. Dieses wird anschließend durch ein Mikroskopobjektiv vergrößert auf die CCD-Kamera gegeben. Drei verschiedene Vergrößerungsstufen sind wählbar: 1:1, 1:4 und 1:10. Dazu wird jeweils ein anderes Mikroskopobjektiv oder eine Linsenanordnung (für die 1:1 Abbildung) in den Strahlengang gebracht, was reproduzierbar durch magnetische Halterungen erfolgt. Der zur Atomwolke hin gerichtete Achromat ist auf einem Verschiebetisch befestigt, um den Fokus bei langen Flugzeitmessungen nachstellen zu können. Mit Ausnahme der wechselbaren Vergrößerungs-Objektive ist der gesamte Aufbau des Abbildungssystems einschließlich der CCD-Kamera sehr starr, was die Schwankungen zwischen den einzelnen Aufnahmen minimiert. Vor einer Absorptions-Aufnahme muss allerdings ein Umlenkspiegel des 3D-MOT-Aufbaus mit einem motorisierten Verschiebetisch aus dem Strahlengang des Abbildungssystems herausgefahren werden. Deshalb kann eine Absorptions-Aufnahme frühestens 3 Sekunden nach Ende der Laserkühlung erfolgen. Das Auflösungsvermögen der einzelnen Vergrößerungsstufen wurde mit einer Testtafel²⁰ gemessen und ist in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

Vergrößerung	10x	4x	1x
gemessene Vergrößerung		4.1	1.05
Auflösungsvermögen	$7.8 \mu\text{m}$	$12 \mu\text{m}$	$48 \mu\text{m}$

Tabelle 4.1: Kalibration des Abbildungssystems. Die gemessenen und berechneten Vergrößerungen stimmen relativ gut überein. Das Auflösungsvermögen ist nur bei 10-facher Vergrößerung beugungsbegrenzt durch die Apertur der Ioffe-Schächte. Bei den anderen Vergrößerungen begrenzt die endliche Pixelgröße die Auflösung.

²⁰USAF 1951

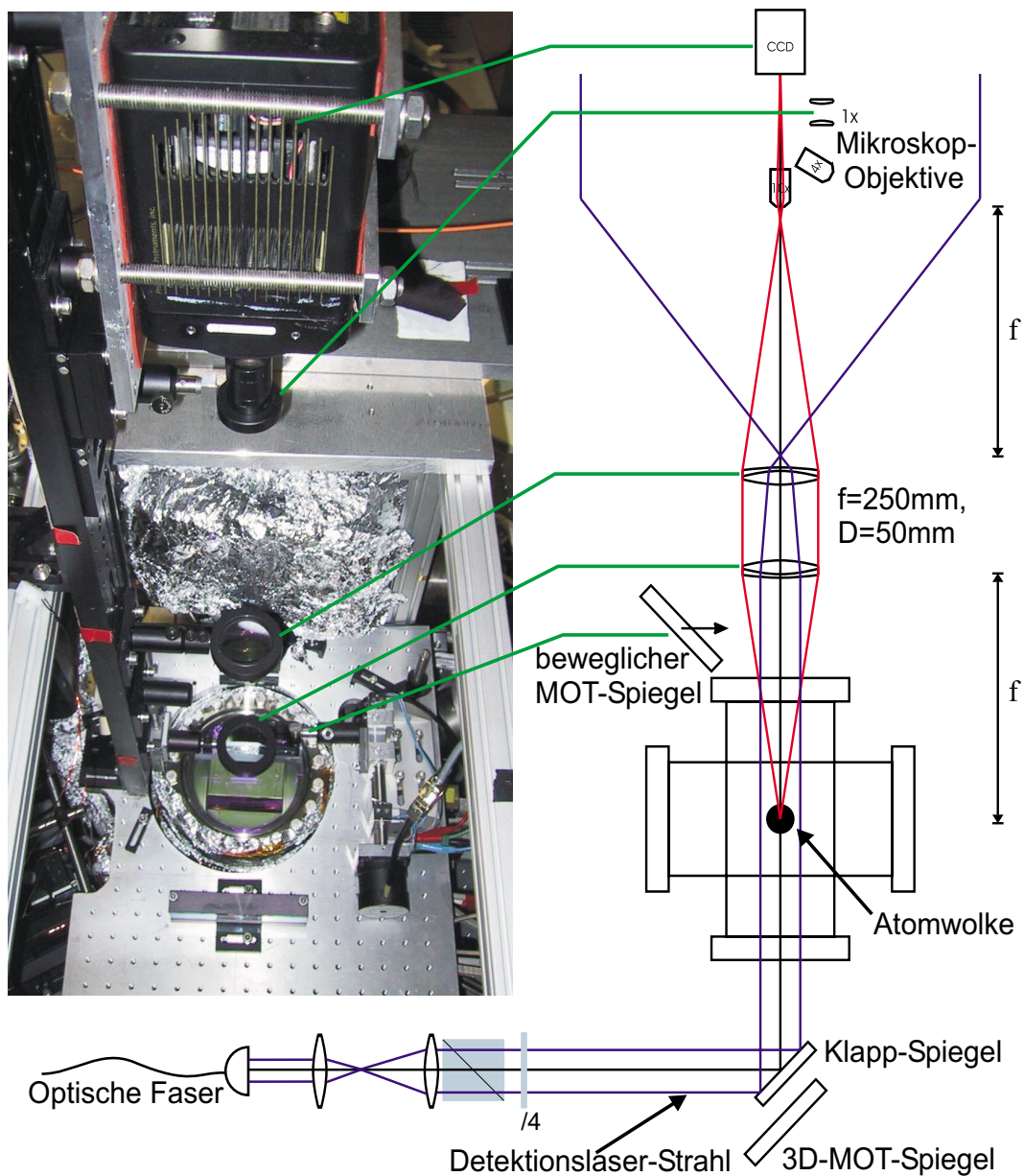


Abbildung 4.6: Das Abbildungssystem für die Absorptionsoptionen der Atomwolke. Die Komponenten der Photographie sind daneben in einer schematischen Skizze erläutert. Ein Umlenkspiegel für die 3D-MOT wird über einen motorisierten Verschiebetisch aus dem Strahlengang des Abbildungssystems herausgefahren. Die Komponenten des Abbildungssystems selbst sind starr aufgebaut und daher besonders stabil. Zuerst wird ein reelles Abbild der Atomwolke in einer $2f$ - $2f$ -Abbildung mit Vergrößerung $M = 1$ oberhalb der Kammer erzeugt, das anschließend von einem Mikroskop-Objektiv vergrößert auf die CCD-Kamera projiziert wird. Die einzelnen Mikroskop-Objektive sind über kinematische Halter einfach wechselbar.

Fluoreszenzmessung

Bei der Fluoreszenzmessung bildet die oben beschriebene CCD-Kamera von Theta-Systems eine Fluoreszenzaufnahme der Atomwolke ab. Dazu wird die Atomwolke nach Abschalten aller Licht- und Magnetfelder und einer variablen Flugzeit mit allen sechs MOT-Laserstrahlen auf der Resonanz für eine feste, aber beliebig einstellbare Belichtungszeit²¹ angeblitzt. Die Kamera steht dabei so, dass kein Laserstrahl direkt auf sie fällt, sondern nur Fluoreszenzlicht detektiert wird. Anschließend wird ein Hintergrundbild ohne Atome aufgenommen und von obigem Bild subtrahiert. Damit wird eine Verfälschung der Messdaten durch in die Kamera fallendes Streulicht der MOT-Laserstrahlen weitgehend eliminiert. Der Raumwinkel berechnet sich aus der Apertur d_{Obj} des verwendeten Objektivs²² und dem Abstand a_{Abb} der Kamera vom Zentrum der Wolke²³ gemäß:

$$d\Omega = \frac{\pi(d_{\text{Obj}}/2)^2}{4\pi a_{\text{Abb}}^2}. \quad (4.2)$$

Die Effizienz der Detektion setzt sich aus der Quanteneffizienz des CCD-Chips und der Transmission des Objektivs zusammen und wurde experimentell mit einem Laserstrahl bekannter Intensität bestimmt zu: $1.27 \cdot 10^{-16} \text{ W}/(\text{s Pixelzähler})$. Die auf die Atome fallende Intensität ist wesentlich höher als die Sättigungsintensität des Übergangs, woraus sich als Grenzfall von Gleichung 2.33 eine Streurrate von $\Gamma/2$ ergibt. Aus dieser maximalen Streurrate und der Anzahl an detektierten Photonen ergibt sich mit dem Raumwinkel der Kamera und der Effizienz der Detektion die Atomzahl der Wolke. Durch eine Kalibration des Abbildungsmaßstabs erhält man weiterhin Information über die Ausdehnung der Wolke. Effektiv geben die Bilder die entlang der Abbildungsachse aufintegrierte Dichteverteilung wieder.

Bei Atomwolken mit sehr hoher Dichte wird die Intensität des Laserlichts zum Zentrum der Wolke hin stark abnehmen, so dass dort die Streurrate wesentlich geringer ist. Damit wird das Dichteprofil und die Atomzahl verzerrt. Üblicherweise benutzen wir in der vorliegenden Apparatur Fluoreszenzmessungen nur für Wolken mit Temperaturen oberhalb etwa $10 \mu\text{K}$.

²¹Mit längerer Belichtungszeit wächst das Signal-zu-Rausch-Verhältnis an. Allerdings heizt eine lange Belichtung die Atomwolke auf und verfälscht die Impulsverteilung ebenso wie die räumliche Verteilung der Wolke. Im Experiment wählen wir Belichtungszeiten von typischerweise $200 \mu\text{s}$. Der isotrope Lichtdruck in dieser Zeit ist proportional zur Wurzel aus der Anzahl der gestreuten Photonen $\propto \sqrt{N}$ [174]. Dadurch dehnt sich die Atomwolke maximal um $1 \mu\text{m}$ aus, was selbst im Bose-Einstein-Kondensat verachlässigbar ist.

²²Bei dem hier eingesetzten Objektiv beträgt die Öffnung 10 mm.

²³Der Abstand der seitlichen Abbildung beträgt üblicherweise 47 cm.

Absorptions-Abbildung

Die hohen Dichten der Atomwolken werden in der Absorptions-Abbildung gerade ausgenutzt. Hier fällt ein resonanter Lichtstrahl entlang der y-Achse auf die Atome und direkt auf die Kamera. Beobachtet wird der Schattenwurf der Atomwolke auf der CCD-Kamera, was ein direktes Abbild der Dichteverteilung ergibt.

Wir betrachten im Folgenden die Absorption des Laserstrahls beim Durchgang durch die Atomwolke: Aus der Diskussion des Zwei-Niveau-Atoms folgte, dass der resonante Streuquerschnitt eines Photons

$$\sigma_0 = \frac{3\lambda^2}{2\pi} \quad (4.3)$$

beträgt (siehe Gleichung 2.52). Ein entlang y propagierender Laserstrahl mit dem Intensitätsprofil $I(x, z)$ wird in einer Wolke mit der Dichteverteilung $n_{\text{Atome}}(x, y, z)$ exponentiell abgeschwächt:

$$dI(x, y, z) = -\sigma_0 n_{\text{Atome}}(x, y, z) I(x, y, z) dy \Rightarrow I(y) = I_{\text{vor}}(x, z) e^{-\text{O.D.} \cdot y}. \quad (4.4)$$

Dabei bezeichnet O.D. die ortsabhängige optische Dichte der Wolke:

$$\text{O.D.}(x, y, z) = -\sigma_0 \int_{-\infty}^y n(x, y', z) dy' \quad (4.5)$$

Weit hinter der Wolke ergibt das Integral Information über die Säulendichteverteilung $n(x, z)$ der Wolke. Sie berechnet sich aus den Intensitätsprofilen der Laserstrahlen vor und nach der Absorption:

$$n(x, z) = -\frac{1}{\sigma_0} \ln \left(\frac{I_{\text{nach}}(x, z)}{I_{\text{vor}}(x, z)} \right) \quad (4.6)$$

Durch Summation über die einzelnen Pixel folgt mit der Fläche eines Pixels $\Delta x \Delta z$ die Atomzahl:

$$N = \frac{\Delta x \Delta z}{\sigma_0} \sum_{x, z} \ln \left(\frac{I_{\text{nach}}(x, z)}{I_{\text{vor}}(x, z)} \right) \quad (4.7)$$

In die Rechnung geht nur die Vergrößerung ein, die Effizienz von Kamera und Abbildungssystem sowie der Raumwinkel müssen nicht bestimmt werden.

Im Experiment erfolgt die Absorptions-Abbildung folgendermaßen: Ein Teil der Leistung des Detektionslasers wird durch eine Monomode-Lichtfaser nahe an die Vakuumkammer herangeführt, mit einem Teleskop auf einen Durchmesser von etwa 20 mm aufgeweitet und mit einer $\lambda/4$ -Wellenplatte zirkular polarisiert. Es ist darauf zu achten, dass die Intensität des Laserstrahls unterhalb der Sättigungsintensität des

Übergangs liegt, dennoch sollte die Kamera für die Dauer der Belichtungszeit beinahe gesättigt werden, um das Signal-zu-Rausch-Verhältnis zu optimieren. Nach dem Ausschalten der Magnetfalle wird ein magnetisches Quantisierungsfeld in y -Richtung angelegt. Über einen motorisierten, schwenkbaren Spiegel wird ein kurzer Puls resonanten, σ^+ -polarisierten Lichts auf die Atome gelenkt, dessen transmittierte Intensität auf der CCD-Kamera detektiert wird. Der Übergang von $|F = 2, m_F = +2\rangle$ nach $|F = 3, m_F = +3\rangle$ erfolgt bei resonantem σ^+ -polarisiertem Licht mit einer Übergangswahrscheinlichkeit von 1. Es handelt sich hierbei also um ein reines Zwei-Niveau-System, so dass die Voraussetzungen für die Gültigkeit der Gleichungen 4.3 und 4.4 erfüllt sind.

Nach einer variablen Flugzeit werden drei Bilder mit einer Belichtungszeit von $100 \mu\text{s}$ aufgenommen: Ein Schattenwurf der Atome, ein Hellbild, bei dem die Sequenz identisch ist wie beim Schattenwurf, nur dass keine Atome in die Falle geladen werden und zuletzt ein Hintergrund-Bild, bei dem alle Laserstrahlen ausgeschaltet sind. Zuerst wird das Hintergrund-Bild von beiden anderen abgezogen und dann mit Gleichung 4.6 die Dichte bestimmt. Räumliche Schwankungen des Strahlprofils des Detektionslasers verfälschen die Aufnahme stark. Das Profil selbst darf sogar ein Speckle-Muster oder Interferenzstreifen aufweisen. Solange dieses räumlich fest bleibt, wird es bei der Bildauswertung eliminiert. Deshalb muss darauf geachtet werden, dass der Weg zwischen dem Ende der optischen Faser und der CCD-Kamera möglichst kurz ist. Mit dieser Methode sind bei vierfacher Vergrößerung Kondensatwolken mit wenigen 10^4 Atomen noch nachweisbar.

Flugzeitmessung

Im thermischen Gleichgewicht ist die Impulsverteilung des Ensembles durch die Temperatur der Wolke gegeben. Diese kann einfach in einer Flugzeitmessung bestimmt werden. Wird das Ensemble aus der Falle freigelassen, dann wandelt sich in der freien Expansion der Wolke die Impulsverteilung in eine Dichteverteilung um. Für eine harmonische Falle liegt eine Gauß-förmige Dichte- und Impulsverteilung vor. Ausgehend von einer anfänglichen Dichteverteilung $\sigma_{\text{Atome}}(0)$ zum Zeitpunkt $t = 0$ des Abschaltens der Falle ergibt sich für die Breite der Dichteverteilung für unterschiedliche Expansionszeiten t :

$$\sigma_{\text{Atome}}(t) = \sqrt{\sigma_{\text{Atome}}(0)^2 + \frac{k_B T}{m} t^2}. \quad (4.8)$$

Aus einem Fit dieser Abhängigkeit an die Messdaten folgt die Ausdehnung der Wolke in der Falle. Für große Zeiten besteht eine lineare Abhängigkeit zwischen Breite der Dichteverteilung und der Zeit. Aus der Steigung folgt direkt die Temperatur der Wolke.

Man kann auch direkt nach dem Abschalten des Fallenpotentials eine Aufnahme der Wolke machen. Unter der Annahme, dass noch keine nennenswerte Expansion stattgefunden hat, kann man die so gemessene Größe mit der Breite der Wolke im Potential gleichsetzen. Dann folgt die Temperatur aus der Form des Potentials mit den Gleichungen 2.69 und 2.70.

Kapitel 5

Intensive Atomstrahl-Quelle - 2D-MOT

Dieses Kapitel beschreibt die Erzeugung eines intensiven Strahles kalter Atome, der geeignet ist, um effizient eine magneto-optische Falle zu laden. Zur umfassenden Behandlung der Quelle wurde weiterhin im Rahmen dieser Arbeit ein theoretisches Modell zur zweidimensionalen Laserkühlung entwickelt. Die charakteristischen Größen werden diskutiert und mit der Qualität anderer Atomstrahlquellen verglichen. Die Ergebnisse dieses Teils der Arbeit wurden in Physical Review A veröffentlicht [175].

5.1 Übersicht über Atomstrahlquellen

Kalte Atomstrahlen werden für viele Anwendungen der Atomoptik oder auf dem Gebiet der Atomuhren eingesetzt. Insbesondere die Erzeugung eines Bose-Einstein Kondensats benötigt als Ausgangspunkt ein großes Ensemble kalter Atome. In den meisten experimentellen Aufbauten wird eine kalte Atomwolke in einer magneto-optischen Falle (MOT) im Ultrahochvakuum eingefangen. Eine Quelle, die einen hohen Fluss an kalten, fangbaren Atomen mit geringer räumlicher Divergenz zum schnellen Laden dieser MOT zur Verfügung stellt, ist daher ein essentielles Detail von BEK-Experimenten. Üblicherweise befindet sich die Quelle selbst in einem Niedervakuumbereich (Dampfzelle) und emittiert einen Atomstrahl durch eine differentielle Pumpstufe hindurch in den UHV-Bereich der Apparatur. Solange der Querschnitt des Atomstrahls kleiner ist als der räumliche Einfangbereich der zu ladenden MOT, ist die Kenngröße der Quelle gegeben durch den bis zur Einfanggeschwindigkeit der MOT integrierten Atomfluss. Bisher eingesetzte Quellen kalter Atome sind:

- Atomstrahl-Abbremsler
- Gepulste MOT Quellen

- Kontinuierliche MOT Quellen
- Zweidimensionale magneto-optische Laserkühlung

Atomstrahl-Abbremsler

Bei einem Atomstrahl-Abbremsler wird ein heißer Atomstrahl aus einem effusiven Ofen mittels Dopplerkühlung durch einen gegenläufigen Laserstrahl abgebremst. Um eine konstante Rotverstimmung zwischen den zunehmend langsamer werdenden Atomen und dem Kühllicht aufrechtzuerhalten, wird entweder die Frequenz des Kühllasers kontinuierlich nachgefahren (sog. chirped slower [176]) oder die atomare Resonanz mittels Magnetfeldern verstimmt. Im letzten Fall werden Magnetfeldspulen um die Strecke des Abbremsers gewickelt, so dass die erzeugte Zeeman Verschiebung die Atome in Resonanz hält [177]. Dieser Quellentyp zeichnet sich durch einen hohen Fluss und seine Robustheit aus. Außerdem ist der Atomstrahl-Abbremsler ein altbewährtes System der kalten Atomstrahlerzeugung. Der typische Fluss eines Zeeman Abbremsers liegt bei einigen 10^{11} Atomen/s.

Ein Nachteil ist die starke räumliche Divergenz des gekühlten Atomstrahls, da der Atomstrahl durch die spontanen Emissionsprozesse transversal aufgeheizt wird. Desweiteren ist der Beitrag von heißen, nicht fangbaren Atomen zum Gesamtfluss nicht vernachlässigbar. Typischerweise werden etwa 7 - 15 Prozent der den Zeeman-Abbremsler verlassenden Atome in einer MOT eingefangen [178]. Der restliche Anteil stellt einen thermischen Hintergrund dar und kann das Ultrahochvakuum belasten. In einigen Fällen stören die beteiligten Magnetfelder und der Kühllaserstrahl auf der Achse die anschliessende MOT.

Gepulste und kontinuierliche MOT Quellen

Bei gepulsten MOT Quellen werden Atome aus dem Hintergrundgas einer Dampfzelle in eine MOT geladen und anschließend in eine sich im UHV befindliche MOT transferiert. Verschiedene Methoden des Transfers wurden bisher realisiert: Einfaches Fallenlassen im Gravitationsfeld der Erde [179], Auskopplung durch einen Beschleunigungsstrahl [180] oder das Ausnutzen eines Ungleichgewichts im Strahlungsdruck der MOT [181]. Ein Nachteil dieser Methoden ist der Atomzahlverlust an der differentiellen Pumpstufe aufgrund der endlichen transversalen Geschwindigkeit in der MOT. In anderen Arbeiten wurde die Atomwolke durch magnetischen Einschluss entlang einer Transferstrecke geleitet [182], mit zeitlich variierenden Magnetfeldern verschoben [183] oder mittels einer sich bewegenden Melasse ins UHV gebracht [184]. In diesem gepulsten Regime konnten integrierte Atomflüsse von bis zu mehreren 10^9 Atomen/s erzeugt werden.

Ein wichtiger Fortschritt bei der Erzeugung von kontinuierlichen kalten Atomstrahlen in MOT Systemen war die sogenannte LVIS (low velocity intense source)[185]. Ein abgeschatteter Fleck in einem der sechs MOT Laserstrahlen erzeugt ein Ungleichgewicht im Strahlungsdruck und koppelt so einen kontinuierlichen Atomstrahl aus. Dieser Ansatz wurde durch einen pyramidalen Spiegelaufbau erweitert[186, 187]. Diese Art von Atomstrahlquellen liefert Flüsse bis zu $5 \cdot 10^9$ Atomen/s mit einem engen Geschwindigkeitsprofil unterhalb von 20 m/s und einem geringen Hintergrund an thermischen Atomen.

Im Vergleich zum Zeeman Abbremsler liegt der Vorteil von MOT Quellen in ihrem vergleichsweise kompakten Aufbau und kleineren benötigten Magnetfeldgradienten. Sie erzeugen einen gut kollimierten Strahl kalter Atome, und der Hintergrund an thermischen Atomen ist wesentlich kleiner.

Zweidimensionale magneto-optische Laserkühlung

Ein weiterer Ansatz ist die zweidimensionale magneto-optische Kühlung. Diese Technik wurde anfangs eingesetzt, um Atomstrahlen transversal zu kühlen und zu komprimieren (kollimieren)[188, 189, 190, 191, 192]. Es wurde gezeigt, dass zweidimensionales Kühlen in verschiedenen Anordnungen einen kalten Atomstrahl in einer Dampfzelle erzeugt[193, 194, 195]. Dieckmann et al. [194] haben mit einer zweidimensionalen magneto-optischen Falle und einem zusätzlichen Kühlstrahl auf der Achse ($2D^+$ MOT) einen Fluss von $9 \cdot 10^9$ Atomen/s erreicht. Bei dieser Konfiguration werden die Kühllaserstrahlen in sich zurückreflektiert.

Im Gegensatz zum Zeeman Abbremsler, zu einer LVIS oder zur $2D^+$ MOT benötigt reine zweidimensionale Kühlung kein Laserlicht auf der Achse des Atomstrahls. Deshalb entfällt hier die Störung des anschließenden MOT Aufbaus. Weiterhin kollimiert die radiale Kühlung den austretenden Strahl. Gleichzeitig bestimmt die geometrieabhängige Verweildauer den zulässigen longitudinalen Geschwindigkeitsbereich der Atome im Strahl. Der resultierende Fluss kann in die Größenordnung dessen eines Zeeman-Abbremslers kommen. Darüberhinaus ist die Divergenz des Atomstrahls sehr gering, wie im folgenden gezeigt wird.

5.2 Grundprinzip der 2D-MOT

Das grundlegende Prinzip einer 2D-MOT beruht auf der Laserkühlung eines atomaren Dampfes in zwei Dimensionen. Das Zusammenspiel zwischen einer endlichen Kühlzeit und einer räumlichen Filterung erlaubt es, einen Atomstrahl mit langsamen Geschwindigkeiten in longitudinaler (z-) Richtung aus der Dampfzelle zu extrahieren.

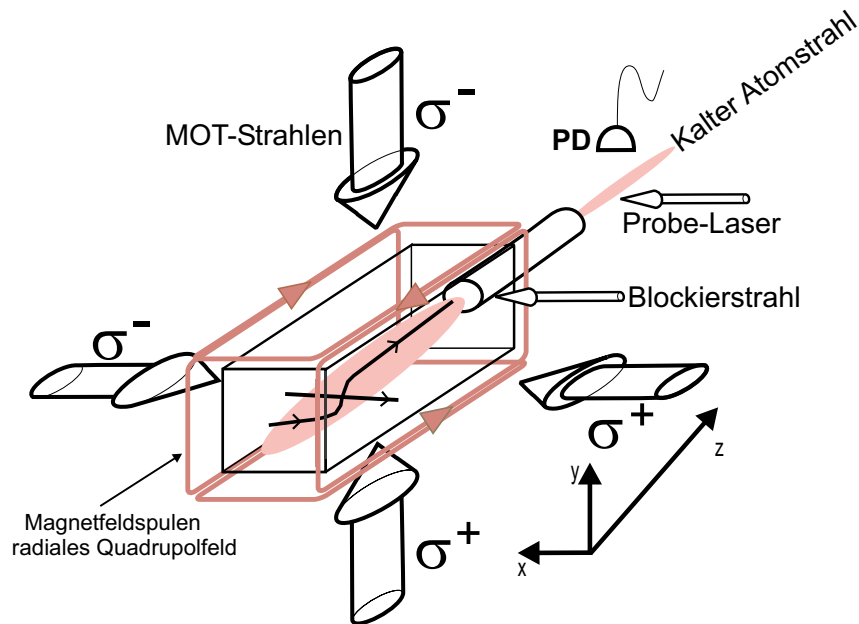


Abbildung 5.1: Schematischer Aufbau der 2D-MOT. Rechteckige Stromspulen erzeugen ein zweidimensionales magnetisches Quadrupolfeld. Die lange Symmetrieachse der Glaszelle stimmt mit der Linie verschwindenden Magnetfelds überein. Vier zueinander orthogonale Laserstrahlen mit zirkularer Polarisation in der üblichen MOT Konfiguration kühlen die Atome in zwei Raumrichtungen. Zwei atomare Trajektorien (einmal transversal gekühlt, einmal ungekühlt) sind in der Gaszelle angedeutet. Der sich ausbildende Atomstrahl propagiert horizontal durch ein differentielles Pumpröhrchen. Die Analyse des Strahles erfolgt über eine Flugzeit-Methode. Ein Blockierlaserstrahl unterbricht den Atomstrahl, ein Analyselaser leuchtet senkrecht auf den Atomstrahl. Das Fluoreszenzsignal wird von einer kalibrierten Photodiode detektiert.

Zwei Paare zueinander orthogonaler Laserstrahlen kreuzen sich in einer Dampfzelle. Kombiniert mit einem zweidimensionalen magnetischen Quadrupolfeld erzeugt das Laserlicht eine radial rüchtreibende Kraft entlang des negativen Magnetfeldgradienten. Dadurch wird das Kühlvolumen der zweidimensionalen Falle definiert. Der schematische Aufbau ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Die experimentellen Parameter folgen in Abschnitt 5.4. Atome, die in das Kühlvolumen eintreten, werden in den beiden radialen Richtungen abgebremst und erfahren eine rüchtreibende Kraft hin zur z -Achse. Die Geschwindigkeit der Atome entlang der longitudinalen Richtung wird nicht geändert. Die Atome bewegen sich deshalb auf einer abgebremsten Trajektorie hin zum Zentrum der 2D-MOT (siehe Abbildung 5.1), während sie gleichzeitig entlang der z -Achse propagieren. Dieser Vorgang erzeugt zwei antiparallele, dünne, dichte und kollimierte Atomstrahlen. Wir beschränken uns im Folgenden auf den in positiver z -Richtung propagierenden Atomstrahl, der durch eine differentielle

Pumpstufe hindurch in eine UHV-Kammer eintritt.

Um zum Fluss der lasergekühlten, langsamen Atome am Ausgang der differentiellen Pumpstufe beizutragen, müssen die Atome in der Dampfzelle gleichzeitig drei Bedingungen erfüllen:

1. Die radiale Komponente der anfänglichen Geschwindigkeit muss kleiner sein als die transversale Einfanggeschwindigkeit der 2D-MOT, da sonst keine nennenswerte transversale Kühlung eintritt.
2. Die Wechselwirkungszeit der Atome mit dem Lichtfeld muss ausreichend lang sein, damit die radiale Geschwindigkeit ausreichend abgebremst wurde, und die Trajektorie des Atoms die Öffnung der differentiellen Pumpstufe so trifft, dass seine Divergenz klein genug ist, um den Ausgang des Röhrchens zu erreichen.
3. Der anfängliche Abstand des Atoms zum Eingang des differentiellen Pump Röhrchens sollte kleiner sein als die mittlere freie Weglänge in der Dampfzelle. Andernfalls treten Atomzahlverluste durch Kollisionen auf.

5.3 Theoretisches Modell der 2D-MOT

5.3.1 Annahmen für die theoretische Beschreibung

Für das folgende theoretische Modell nehmen wir an, dass die 2D-MOT aus einem thermischen Dampf geladen wird, der durch eine Maxwell-Boltzmann Verteilung beschrieben werden kann. Das Kühlvolumen wird als Zylinder genähert, der entlang der z-Achse ausgerichtet ist. Wir vernachlässigen das Gauß-Profil der Laserstrahlen und nehmen eine homogene Verteilung des Laserlichts innerhalb des Kühlzylinders an. Die Absorption des Kühllaserlichts in der Dampfzelle wird ebenso vernachlässigt wie die Aufheizung der Atome in z-Richtung durch spontane Emissions- und Reabsorptionsprozesse. Die Änderung der longitudinalen Geschwindigkeit ist bei den beabsichtigten Endgeschwindigkeiten oberhalb von 10 m/s vernachlässigbar. Kollisionen werden im Modell nur berücksichtigt, sofern sie innerhalb der Dampfzelle stattfinden. Sobald die Atome die Kühlregion verlassen haben, erfahren sie keine weiteren Stöße mehr im differentiellen Pump Röhrchen.

5.3.2 Einfluss der Geometrie

Wir wollen zunächst den kollisionsfreien Fall diskutieren. Hier ist die Dichte in der Dampfzelle ausreichend klein, so dass die mittlere freie Weglänge der Atome größer ist als die Abmessungen der Zelle. Wir können also annehmen, dass die Trajektorien der thermischen Atome an den Zellwänden starten und dass keine Stöße im Volumen

stattfinden. Der Öffnungswinkel des differentiellen Pumprohres und die Geometrie der Glaszelle sind so gewählt, dass thermische Atome, die von den Zellwänden aus starten, ohne transversale Kühlung nicht durch das Rohr gelangen können. Nur jene thermischen Atome, die innerhalb des Öffnungswinkels auf der Rückseite der Glaszelle starten, erreichen den UHV-Bereich. Dieser Aufbau minimiert den Hintergrund an thermischen Atomen im Strahl.

Die Untersuchung der longitudinalen Geschwindigkeitsverteilung im Atomstrahl erlaubt Aussagen über den Gesamtfluss und dessen Abhängigkeit von der Geometrie. Zu diesem Zweck muss das von der 3D-MOT her bekannte Konzept der Einfanggeschwindigkeit modifiziert und an die Geometrie der 2D-MOT angepasst werden. Da die Kühlung ausschließlich auf die transversalen Geschwindigkeiten wirkt, definieren wir eine radiale Einfanggeschwindigkeit. In sphärischen 3D-magneto-optischen Fallen hängt die Einfanggeschwindigkeit von der Verstimmung, der Laserintensität, der Strahlgröße und dem Magnetfeldgradienten ab. In einer 2D-MOT ist die Situation ungleich komplexer. Hier ist eine endliche Verweildauer der Atome im Kühlzylinder nötig, um die Atome entlang der Strahlachse zu kollimieren. Atome, die sich zu schnell entlang der z-Achse bewegen, erfahren keine ausreichende transversale Kühlung und werden von der Öffnung der differentiellen Pumpstufe ausgefiltert. Ein Hauptparameter ist deshalb die Verweildauer des Atoms im Kühlvolumen $\tau = z/v_z$. Sie hängt ab von der longitudinalen Geschwindigkeit v_z und dem Abstand z (vom Röhrchen aus gemessen), von dem aus das Atom in die Kühlregion gelangt.

Auf diese Weise wird die radiale Einfanggeschwindigkeit eine Funktion von z und v_z . Für kleine v_z dominiert die radiale Kühlzeit, und die Einfanggeschwindigkeit ist ein konstanter Wert v_{c0} , der durch den Magnetfeldgradienten und die Parameter der Kühlaserstrahlen gegeben ist. Für große v_z sollte die Einfanggeschwindigkeit analog zur Verweildauer des Atoms im Kühlzylinder mit $1/v_z$ abfallen. Der Geschwindigkeitsbereich zwischen diesen beiden Asymptoten hängt zusätzlich von der oben eingeführten Position z ab. Mit zunehmender Länge des Kühlvolumens ist zu erwarten, dass auch mehr Atome mit hohen axialen Geschwindigkeiten transversal gekühlt werden und den geometrischen Filter zum UHV passieren.

Die Verweildauer im Kühlzylinder τ legt die maximale transversale Geschwindigkeit fest: $v_{r,i} - v_{r,f} = 1/m \int_0^\tau F_{sp}(v(t)) dt$. Hierbei beschreiben F_{sp} die spontane Streukraft, $v_{r,i}$ die radiale Anfangs- und $v_{r,f}$ die radiale Endgeschwindigkeit. Dieser Ausdruck bestimmt die Divergenz des Atomstrahls -sofern sie nicht durch den Öffnungswinkel des geometrischen Filters limitiert ist- abhängig von der mittleren Länge des Kühlvolumens.

Die radiale Kühlung innerhalb einer endlichen Zeit erhöht den Anteil an Atomen mit geringem v_z im Strahl, da nur longitudinal langsame Atome in der endlichen Zeit ausreichend transversal gekühlt werden können. Aus diesem Grund wird die Geschwindigkeitsverteilung im Strahl nichtthermisch, und ihr Maximum verschiebt

sich zu wesentlich niedrigeren Werten als eine thermische Geschwindigkeitsverteilung bei Raumtemperatur ($\langle v \rangle \approx 275$ m/s), obwohl keine longitudinale Kühlung vorliegt.

Die Kühlzeit beträgt typischerweise ein bis zwei Millisekunden. Wie in Abschnitt 5.4 beschrieben wird, ist das Kühlvolumen im Mittel etwa 60 mm lang. Das ergibt eine grobe Abschätzung für die mittlere Geschwindigkeit im Atomstrahl zu 30 bis 60 m/s.

Die Größe der Strahlen determiniert die mittlere axiale Geschwindigkeit im kalten Atomstrahl. Diese nimmt mit größerer MOT-Länge zu. Ebenso ist zu erwarten, dass der Gesamtfluss ansteigt. Im Grenzfall einer unendlich langen 2D-MOT wird die Geschwindigkeitsverteilung im Atomstrahl einer thermischen Verteilung entsprechen.

Der Einfluss der Kühllaserintensität schlägt sich in der Effizienz der transversalen Kühlung nieder. Die Einfanggeschwindigkeit sollte mit höherer Intensität zunehmen und asymptotisch sättigen, wenn der Sättigungsparameter die Streukraft dominiert.

Ohne Stöße erhöht sich mit zunehmendem Druck in der Dampfzelle die Anzahl fangbarer Atome und daher auch der Fluss des Atomstrahls.

5.3.3 Einfluss von Kollisionen

Im Folgenden soll der Einfluss von Stößen diskutiert werden. Bei höheren Drücken von 10^{-6} mbar liegt in der Dampfzelle eine Gasdichte von $2 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ vor - vergleichbar mit der Dichte in einer magneto-optischen Falle (siehe Abschnitt 2.4.2). In diesem Bereich führen Stöße zu einer Thermalisierung innerhalb des Volumens der Dampfzelle. Die Trajektorien der Atome gehen nun nicht nur von den Zellwänden aus, sondern beginnen auch innerhalb der Dampfzelle. Dadurch erhöht sich der Hintergrund an thermischen Atomen im Strahl. Ausserdem wird der Atomfluss mit zunehmender MOT-Länge durch zwei Prozesse limitiert: Stöße mit dem Hintergrundgas in der Dampfzelle und Licht-induzierte Stoßprozesse zwischen angeregten Atomen im Strahl und Hintergrundgasatomen. Die mittlere Anzahl an Stößen ist gegeben durch das Produkt einer Ensemble-gemittelten Kollisionsrate $\Gamma = n\sigma\langle v \rangle$ mit der mittleren Zeit $\tau(v_z) = \langle z \rangle / v_z$, die ein Atom im Kühlvolumen verbringt. σ ist der Streuquerschnitt (siehe Gleichung 2.86), n beschreibt die Dichte und $\langle v \rangle$ die mittlere isotrope thermische Geschwindigkeit in der Dampfzelle. Mit größerer Länge der MOT nimmt die Flugzeit der Atome durch die Dampfzelle zu und daher steigt die Wahrscheinlichkeit eines Verlustes durch Stöße. Bei gegebenem Druck führt eine Vergrößerung der Länge nicht zwangsläufig zu einer Erhöhung des Flusses. In diesem einfachen Bild wird angenommen, dass der Fluss als Funktion der MOT-Länge sättigt.

Bei gegebener MOT-Geometrie wird ein zunehmender Druck die effektive Länge des Kühlvolumens verringern. Deshalb ist bei gegebener Geometrie ein optimaler

Druck zu erwarten, oberhalb dessen der Fluss abnimmt. Dieses Optimum ist dann gegeben, wenn die mittlere freie Weglänge in der Glaszelle vergleichbar wird mit der Länge des Kühlvolumens. Außerdem wird bei höherem Druck in der Dampfzelle mehr Laserlicht absorbiert, was die Kühleffizienz erniedrigt.

Ratengleichungsmodell

Für eine quantitative Beschreibung greifen wir auf ein einfaches Ratengleichungsmodell zurück, das schon in [196] für dreidimensionale Dampfzellen-MOTs eingeführt und später auf Atomstrahlquellen erweitert wurde [194].

Wie bereits in Gleichung 2.57 hergeleitet, ist die Gleichgewichts-Atomzahl in einer MOT proportional zur Laderate R dividiert durch die Verluste wegen Hintergrundgasstößen (Kollisionsrate $\Gamma_{\text{Falle}}(n)$), also $N_{\text{MOT}} \propto R/\Gamma_{\text{Falle}}$. Die Auskoppelung aus dem 2D-MOT Einfangvolumen in den Atomstrahl wird als Verlustprozess beschrieben mit der Auskoppelrate Γ_{out} . Eine einfache Rechnung¹ bezieht diese „Verluste“ in den Fluss ein über den Term $\frac{1}{1 + \frac{\Gamma_{\text{Falle}}(n)}{\Gamma_{\text{out}}}}$. Der Einfluss von Licht-induzierten Stößen zwischen dem Hintergrundgas und den kalten Atomen im Atomstrahl – durch die Stoßrate Γ_{coll} quantifiziert – wird durch einen exponentiellen Verlustterm berücksichtigt. Ausgehend von dieser Beschreibung des Gesamtflusses leiten wir im Folgenden ein Gleichungssystem für die Geschwindigkeitsverteilung im Atomstrahl her. Wir definieren eine Funktion $\hat{\Phi}$, die den über den Ort integrierten Fluss pro Geschwindigkeitsintervall $[v_z, v_z + dv_z]$ beschreibt:

$$\hat{\Phi}(n, v_z) = \frac{\int_0^L R(n, v_z, z) \exp[-\Gamma_{\text{coll}}(n_{\text{tot}}) z/v_z] dz}{1 + \Gamma_{\text{Falle}}(n_{\text{tot}})/\Gamma_{\text{out}}}. \quad (5.1)$$

L ist die Gesamtlänge der Kühlregion, n_{tot} ist die Gesamtdichte aller Rb-Isotope und n beschreibt die Dichte der ^{87}Rb Atome in der Dampfzelle ($n = 0.28 n_{\text{tot}}$). z/v_z ist die Flugzeit eines Atoms durch das MOT-Volumen.

Der Gesamtfluss, also die Anzahl der Atome pro Zeit, integriert über die Austrittsöffnung der Quelle, folgt aus dem Integral von $\hat{\Phi}$ über alle longitudinalen Geschwindigkeiten: $\Phi = \int_0^\infty \hat{\Phi}(n, v_z) dv_z$. Ausschließlich positive Werte für v_z werden berücksichtigt.

¹Der Fluss an Teilchen pro Sekunde ist also gegeben durch:

$$\Phi = N_{\text{MOT}} \Gamma_{\text{out}}.$$

Der Auskoppelverlust muss in der Berechnung der Gleichgewichts-Atomzahl berücksichtigt werden:

$$\Phi = \frac{R}{\Gamma_{\text{Falle}} + \Gamma_{\text{out}}} \Gamma_{\text{out}}.$$

Für eine detaillierte Diskussion von Gleichung 5.1 benötigen wir die Laderate einer 2D-MOT. Dafür betrachten wir den Fluss von Atomen durch die Oberfläche des Kühlzylinders. Der Fluss durch die Endflächen ist sehr klein und wird vernachlässigt, da wir uns nur für den Ladefluss durch die Seitenflächen des Zylinders interessieren. Wir berücksichtigen ausschließlich radiale Geschwindigkeiten, die mit dem Teil der Boltzmann Verteilung gewichtet werden, der die einfangbaren Atome gemäß obiger Diskussion beschreibt. Die Laderate ist proportional zur Dichte in der Glaszelle und zur Größe der Oberfläche des Kühlzylinders. Wir definieren eine Laderate $R(n, v_z, z)$ pro Geschwindigkeitsintervall $[v_z, v_z + dv_z]$:

$$R(n, v_z, z) = n d \frac{16\sqrt{\pi}}{u^3} \exp\left(\frac{-v_z^2}{u^2}\right) \times \int_0^{v_c(v_z, z)} v_r^2 \exp\left(\frac{-v_r^2}{u^2}\right) dv_r. \quad (5.2)$$

Dabei ist d der Durchmesser des Kühlvolumens. $u = \sqrt{2k_B T/m}$ ist die wahrscheinlichste Geschwindigkeit der Maxwell-Boltzmann-Verteilung, wobei k_B die Boltzmann-Konstante und T die Temperatur in der Dampfzelle ist. Mit $v_r = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ wurde die radiale Geschwindigkeit eingeführt. Die obere Grenze des Integrals, v_c , ist die Einfanggeschwindigkeit, die im Allgemeinen eine Funktion der longitudinalen Geschwindigkeit v_z und vom Abstand z des Atoms vom differentiellen Pumpröhrchen ($z=0$) ist.

Zur Einhaltung des asymptotischen Verhaltens bei niedrigen v_z ($v_c \rightarrow v_{c0} = \text{const.}$) und bei hohen v_z ($v_c \propto 1/v_z$) nehmen wir aufgrund der Diskussion bezüglich der Verweildauer des Atoms im Kühlvolumen in Abschnitt 5.3.2 ein funktionales Verhalten der Einfanggeschwindigkeit wie folgt an:

$$v_c(v_z, z) = \frac{v_{c0}}{1 + v_z/v_{cr}}. \quad (5.3)$$

v_{c0} ist die radiale Einfanggeschwindigkeit für kleine v_z wie sie von der herkömmlichen 3D-MOT bekannt ist. Typische Werte dafür liegen um 30 m/s. v_{cr} ist die sogenannte kritische Geschwindigkeit, oberhalb derer die Verweildauer im Kühlvolumen durch die longitudinale Bewegung limitiert ist und dann mit $1/v_z$ abfällt. Für longitudinale Geschwindigkeiten unterhalb von v_{cr} ist die Einfanggeschwindigkeit annähernd gleich v_{c0} . Durch Gleichsetzen der mittleren axialen Flugzeit $L/(2v_{cr})$ mit der mittleren radialen Kühlzeit, die sich durch d/v_{c0} nähern lässt, erhält man einen durch die Geometrie gegebenen Wert für die kritische Geschwindigkeit: $v_{cr} = Lv_{c0}/(2d)$. In dieser Näherung fällt die explizite z -Abhängigkeit in v_c weg. Diese Ableitung der kritischen Geschwindigkeit ist zwar rein heuristischer Natur, jedoch rechtfertigt die gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten (siehe Abschnitt 5.5) die obigen Annahmen.

Damit erhält man für den Fluss pro Geschwindigkeitsintervall:

$$\hat{\Phi}(n, v_z) = \frac{n d}{1 + \Gamma_{\text{Falle}}(n_{\text{tot}})/\Gamma_{\text{out}}} \frac{16\sqrt{\pi}}{u^3} \frac{v_z}{\Gamma_{\text{coll}}(n_{\text{tot}})} \times \exp\left(\frac{-v_z^2}{u^2}\right) \times \left[1 - \exp\left(-\Gamma_{\text{coll}}(n_{\text{tot}}) \frac{L}{v_z}\right)\right] \times \int_0^{v_c} v_r^2 \exp\left(\frac{-v_r^2}{u^2}\right) dv_r. \quad (5.4)$$

Bei einem Hintergrunddampfdruck von 10^{-7} mbar beträgt die typische Lebensdauer einer aus einem Atomstrahl geladenen MOT ca. 100 ms. Daraus lässt sich für diesen Dampfdruck eine Kollisionsrate von $\gamma_{\text{coll}} \approx 10 \text{ s}^{-1}$ abschätzen. Wie in Abschnitt 5.5 diskutiert wird, liegt die typische Kühlzeit im Bereich von einigen Millisekunden. Daraus ergibt sich eine Größenordnungsabschätzung von Γ_{out} zu 10^3 s^{-1} . Die Stoßrate für lichunterstützte Kollisionen ist gegeben durch $\Gamma_{\text{coll}} = n_{\text{tot}} \langle v \rangle \sigma$. Dabei ist $\langle v \rangle$ die mittlere Geschwindigkeit im Dampf, und σ ist der effektive Streuquerschnitt für lichtinduzierte Stöße zwischen Hintergrundgasatomen und angeregten Atomen im Atomstrahl. Gemäß den Arbeiten in [194, 197] kann angenommen werden, dass dieser Prozess durch die resonante Dipol-Dipol-Wechselwirkung beschrieben wird und einem C_3/R_{ia}^3 Potential folgt. R_{ia} ist dabei der interatomare Abstand.

Bei der Anpassung des obigen Modells an die Daten aus Abschnitt 5.5 erhalten wir für das Kollisionsratenverhältnis: $\Gamma_{\text{trap}}/\Gamma_{\text{out}} = 0.012$ bei einem Dampfdruck von 10^{-7} mbar. Dieser Wert wird durch die beobachtete Lebensdauer gemäß obiger Diskussion bestätigt. Für den effektiven Streuquerschnitt erhalten wir $\sigma_{\text{eff}} \approx 1.8 \times 10^{-12} \text{ cm}^2$. Dieser Wert stimmt bis auf einen Faktor 2 mit der Messung von Dieckmann et al. [194] überein.

Um die theoretische Vorhersage mit den experimentellen Daten zu vergleichen, muss Gleichung 5.4 mit einem Skalierungsfaktor multipliziert werden. Für diesen Skalierungsfaktor gibt es mehrere Gründe. Zum einen schlägt sich in ihm die Absorption der Laserstrahlen im Rb-Dampf nieder. Zum anderen kann der wirkliche Dampfdruck in der Zelle vom gemessenen abweichen. Sowohl die Absorption, als auch der Dampfdruck gehen exponentiell in die Flussdichte ein. Die Anpassung des Theoriemodells an die Daten in Kapitel 5.5 ergibt für diesen Faktor: 2×10^{-2} . Ein direkter Vergleich zwischen Theorie und Experiment wird in Abschnitt 5.5 präsentiert.

5.3.4 Zusammenfassung

Nach der detaillierten Diskussion verschiedener Einflüsse auf den Gesamtfluss und die Geschwindigkeitsverteilung im Atomstrahl sollen die wesentlichen Punkte hier kurz zusammengefasst werden:

1. Eine Zunahme der Länge der 2D-MOT sollte Folgendes bewirken:

- (a) *Einen höheren Fluss.* Mit zunehmender Länge können schnellere Atome eingefangen werden. Aufgrund des Einflusses von Stößen wird der Ausdruck für $\hat{\Phi}(n, v_z)$ unabhängig von L für große Werte von L . Der Fluss zeigt eine Sättigung für Längen oberhalb von $L > \langle v_z \rangle / \Gamma_{\text{coll}}(n)$.
 - (b) *Eine höhere mittlere Geschwindigkeit im Atomstrahl.* Oberhalb einer optimalen MOT-Länge werden mit jeder Längenzunahme vermehrt schnellere Atome zum Atomstrahl beitragen.
2. Eine höhere Dichte an Rb Atomen in der Dampfzelle sollte folgende Auswirkungen haben:
- (a) *Eine lineare Zunahme des Gesamtflusses bei niedrigen Drücken.* Die Laderate ist proportional zu $n/[1 + \Gamma_{\text{trap}}(n)/\Gamma_{\text{out}}]$ und damit linear in der Dichte für niedrige Drücke. Bei höheren Drücken dominiert in Gleichung 5.4 der Ausdruck $1/\Gamma_{\text{coll}}(n)$, der sich reziprok proportional zur Dichte verhält. Für eine bestimmte MOT-Länge gibt es einen optimalen Druck, oberhalb dessen der Fluss mit zunehmender Dichte wieder abnimmt.
 - (b) *Eine zunehmende mittlere Geschwindigkeit im Atomstrahl.* Der zum Entfernen eines Atoms aus dem Strahl notwendige Impulsübertrag ist für langsame Atome geringer. Deshalb verbleiben bei höheren Drücken eher schnellere Atome im Strahl.

5.4 2D-MOT - Experimentelle Realisierung

Der grundlegende Aufbau ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Die Details der Dampfzelle und der Magnetfeldspulen sind in Kapitel 4.1 beschrieben. Abweichend vom Aufbau für die BEK-Apparatur wurden zur Charakterisierung der Flussverteilung der Quelle zwei Sechs-Wege-Vakuumkreuze auf der UHV-Seite angeflanscht, die im späteren Aufbau durch die UHV-Kammer ersetzt wurden.

Das Kühllaserlicht wird, wie in Abschnitt 4.2 beschrieben, von einem Titan-Saphir-Laser erzeugt. Für die hier vorgestellten Experimente zur 2D-MOT wurde die Verstimmung zu -1.9Γ bezüglich des $5S_{1/2}, F=2 \rightarrow 5P_{3/2}, F=3$ Übergangs gewählt. Daneben kommen Rückpump- und Detektions-Laser zum Einsatz.

Das Kühllicht des Titan-Saphir-Lasers wird in vier separate Strahlen aufgespaltet. Sphärische und zylindrische Teleskope, die in Folge hintereinander angeordnet sind, weiten den Strahl auf mit dem Auge gesehen ca. $95 \times 15 \text{ mm}^2$ auf (horizontale Strahltaille: $w_z \approx 25 \text{ mm}$, vertikale Strahltaille: $w_\rho \approx 6 \text{ mm}$). Zwei Paare horizontal und vertikal gegenläufiger Laserstrahlen werden im Zentrum der Glaszelle überlappt. Ihre zirkularen Polarisationen sind bezogen auf den Magnetfeldgradienten in der MOT-üblichen $\sigma^+ - \sigma^-$ -Konfiguration angeordnet. Die Laserstrahlen bilden gemeinsam

mit dem Magnetfeldgradienten das Kühlvolumen. Das Rückpumplicht wird den beiden horizontalen Strahlen überlagert. Das Zentrum der elliptisch geformten 2D-MOT-Laserstrahlen liegt 40 mm vor der Eintrittsöffnung des differentiellen Pumpstrahlens. Das Kühlvolumen erstreckt sich bis zum Anfang des Röhrens. Daher gibt es keinen abgeschatteten Bereich, den die Atome durchqueren ohne transversal gekühlt zu werden. Das gewährleistet eine gute Kollimation des Atomstrahls bis er die Dampfzelle verlässt.

Die vier einzelnen Laserstrahlen sind notwendig, um bei höheren Drücken arbeiten zu können. Bei Retroreflexion der Laserstrahlen würde die hohe Absorption des Laserlichts im Rb-Dampf ein starkes Ungleichgewicht im Lichtdruck nach sich ziehen.

Untersuchungsmethoden

Der Rb-Dampfdruck in der Glaszelle wird mittels Absorptionsspektroskopie bestimmt. Die Frequenz eines Laserstrahls mit ca. 1 mm Durchmesser, dessen Intensität unterhalb der Sättigungsintensität liegt, wird in der Frequenz über die Resonanzverfahren. Die Dichte erhält man über das Lambert-Beer-Gesetz der transmittierten Intensität: $I = I_0 \exp(-n \sigma d)$. Die Kalibration der Messung wird durch Absorptionsmessung in einer Glaszelle bei Raumtemperatur vorgenommen. Der Dampfdruck bei Raumtemperatur beträgt 10^{-7} mbar [171].

Aufschluss über die radiale Einfanggeschwindigkeit der 2D-MOT erhält man aus Doppler-Spektroskopie-Messungen in der Dampfzelle. Ein Strahl des Detektionslasers mit einem Durchmesser von 1 mm wird senkrecht zum Atomstrahl durch die Glaszelle eingestrahlt und mit einer Photodiode detektiert. Bei einer Frequenzrampe über die Resonanz weist das gaussförmige Doppler-Profil zwei Vertiefungen symmetrisch um das Maximum der thermischen Verteilung auf. Die Atome der Geschwindigkeitsklassen, die den Vertiefungen entsprechen, sind gekühlt worden, und der zentrale Teil des Spektrums wird leicht erhöht. Passt man eine Gauß-Verteilung an die Flügel des Doppler-Profils an und dividiert das Dopplersignal durch diesen thermischen Hintergrund, dann werden Minima durch fehlende Geschwindigkeitsklassen deutlich. Abbildung 5.2 zeigt diese Messung. Die halbe Breite zwischen den beiden Minima entspricht der Einfanggeschwindigkeit. Das transversale Profil des Atomstrahls wird in der UHV-Kammer hinter der differentiellen Pumpstufe untersucht. Ein Strahl des Detektionslasers mit einem Durchmesser von 1 mm wird senkrecht zur Flugrichtung auf den Atomstrahl eingestrahlt. Wiederum senkrecht dazu bildet eine CCD-Kamera das Fluoreszenzsignal der angeregten Atome ab. Aus dem Anstieg der vollen Signalbreite bei halbem Maximum (FWHM), wenn man den Probe-Strahl entlang des Atomstrahls auf der z-Achse verfährt, lässt sich die Divergenz des Atomstrahls ermitteln.

Die longitudinale Geschwindigkeitsverteilung des Atomstrahls wird über eine Flugzeitmethode bestimmt. Ein Teil der Intensität des MOT-Lasers wird abgespalten und

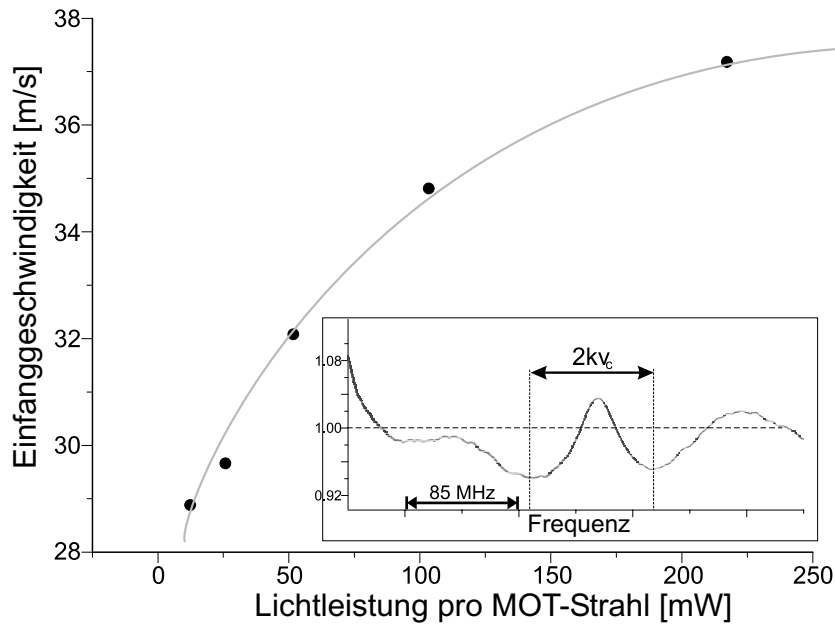


Abbildung 5.2: Transversale Einfanggeschwindigkeit der 2D-MOT. Der Bildeinsatz zeigt das normalisierte Doppler-Spektroskopie-Signal, d.h. das gemessene Signal dividiert durch eine angepasste Gauß-Verteilung. Der Abstand zwischen den beiden Minima entspricht der doppelten Einfanggeschwindigkeit. Der Hauptgraph zeigt die Abhängigkeit der Einfanggeschwindigkeit von der Intensität des Kühllaserlichts. Die durchgezogene Linie unterstreicht die generelle Tendenz. Die Einfanggeschwindigkeit sättigt bei hohen Intensitäten bei einem Wert von 38 m/s. Das entspricht etwa auch dem linearen Einfangbereich einer MOT, den man erhält, wenn die Laserstimmung und die Frequenzverschiebung durch den Zeeman-Effekt gleichgesetzt werden.

trifft direkt vor der Eintrittsöffnung des differentiellen Pump Röhrchens senkrecht auf den Atomstrahl. Der Strahl hat einen Durchmesser von ≈ 8 mm, und seine Leistung wurde während aller Messungen konstant auf 150 mW gehalten. Er lenkt alle Atome mit longitudinalen Geschwindigkeiten unter 130 m/s seitlich ab, unterbricht also im wesentlichen den Atomstrahl. Nach einer Flugstrecke von 145 mm strahlabwärts trifft ein elliptischer Laserstrahl (1 mm breit, 12 mm hoch) des Detektions-Lasers orthogonal auf den Atomstrahl. Ein Teil des Rückpumper-Laserlichts ist mit diesem Strahl überlappt. Eine kalibrierte Photodiode detektiert senkrecht zu Atomstrahl und Detektions-Laser die Fluoreszenz der Atome. Nachdem der Atomstrahl unterbrochen wurde, nimmt die Stärke des Fluoreszenzsignals ab. Die longitudinale Geschwindigkeitsverteilung hängt mit diesem Signal wie folgt zusammen:

$$\Phi(v_z) = \frac{\eta_{\text{Det.}}}{d_{\text{Det.}}} \frac{l}{v_z} \frac{dS}{dt}. \quad (5.5)$$

Dabei ist S das Fluoreszenzsignal, $d_{\text{Det.}}$ die Breite des rechteckigen Detektions-

Strahls, l die Länge der Flugstrecke (also der Abstand zwischen dem Detektionsstrahl und dem Unterbrecherstrahl). $\eta_{\text{Det.}}$ enthält die Kalibrationsparameter des Detektionssystems.

5.5 2D-MOT - Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die experimentellen Beobachtungen an der 2D-MOT-Quelle präsentiert. Zunächst werden allgemeine Charakteristiken der 2D-MOT diskutiert, danach wird die Abhängigkeit von Gesamtfluss und Geschwindigkeitsverteilung von Geometrie und Druck erörtert.

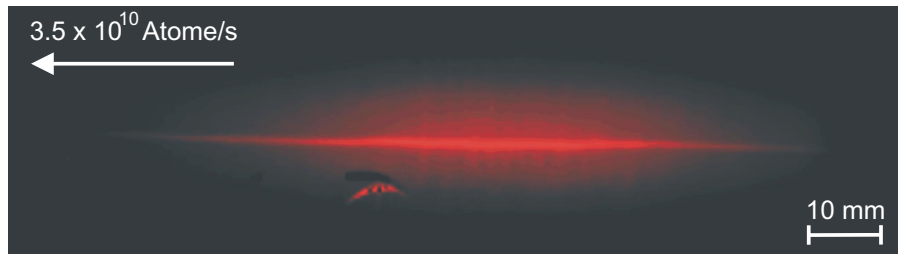


Abbildung 5.3: Fluoreszenzaufnahme des kalten Atomstrahls aus der 2D-MOT. Die „bauchige“ Form in der Mitte der 2D-MOT kommt vom Gauß-Profil der Kühllaserstrahlen, das hier sein Maximum hat.

Allgemeine Eigenschaften der 2D-MOT

Der Atomstrahl erscheint im Fluoreszenzbild als eine dünne, etwa 2 mm breite und 90 mm lange Linie mit hoher Intensität an Fluoreszenzlicht entlang der Achse der Glaszelle. Er erstreckt sich bis zur Öffnung der differentiellen Pumpstufe und propagiert, gut kollimiert, in die UHV-Kammer.

Die Messung der radialen Einfanggeschwindigkeit gemäß oben beschriebenem Verfahren ergibt die Größe v_{c0} in Gleichung 5.3. Die Einfanggeschwindigkeit hängt von der Intensität der Laserstrahlen, der Verstimmung und dem Magnetfeldgradienten ab. Abbildung 5.2 zeigt die Abhängigkeit der gemessenen Einfanggeschwindigkeit v_{c0} von der Laserintensität. Der Einsatz im Bild gibt das Rohsignal wieder, aus dem der Wert für v_{c0} bestimmt wurde. Im dargestellten Intensitätsbereich reicht die Einfanggeschwindigkeit von 28 m/s bis 38 m/s. Für große Laserleistungen oberhalb von 160 mW pro Strahl (das entspricht einer durchschnittlichen Intensität von $\approx 17 \text{ mW/cm}^2$ pro Strahl) sättigt sie bei 38 m/s. Eine simple Abschätzung² ergibt

²In einem einfachen Modell lässt sich die maximale Einfanggeschwindigkeit wie folgt abschätzen:

einen Wert von 35 m/s für die maximale Einfanggeschwindigkeit und bestätigt die Messung.

Zur Messung der Laderate der 2D-MOT wurde ein Strahl des Detektions-Lasers mit einem Durchmesser von 1 mm durch das Zentrum der 2D-MOT hindurch auf eine Photodiode justiert. Sobald das 2D-MOT Kühllicht eingeschaltet wird, nimmt das Absorptionssignal abrupt ab, da nun der $F=2 \rightarrow F=3$ -Übergang vom MOT-Laser getrieben wird. Die Absorption nimmt wieder zu und erreicht einen Gleichgewichtszustand, wenn die Atome transversal gekühlt wurden und eher mit dem Detektions-Laser als mit dem Kühllaser in Resonanz sind. Die $1/e$ Zeit dieses Anstiegs beträgt 1-2 ms. Das legt die charakteristische Zeitskala für den Kühlprozess fest und stimmt sehr gut mit üblichen Werten aus der Literatur überein [94]. Wir bestimmen daraus die Auskoppelrate Γ_{out} in Gleichung 5.4 auf $\approx 10^3 \text{ s}^{-1}$.

Aus der Messung des transversalen Strahlprofils erhält man eine Strahldivergenz von 32 mrad. Das differentielle Pumpröhrchen erlaubt geometrisch eine Divergenz von 59 mrad. Der Atomstrahl wird demnach nicht durch das Röhrchen geformt oder kollimiert, sondern durch die lange Kühlstrecke. Durch Verkleinerung des Röhrchendurchmessers wäre es möglich, den Hintergrund an thermischen Atomen weiter zu reduzieren, ohne den kalten Atomfluss zu beeinträchtigen.

Intensitätsabhängigkeit

Eine typische Geschwindigkeitsverteilung im Atomstrahl, wie man sie aus einer Flugzeitmessung erhält, ist in Abbildung 5.4 dargestellt. Die einzelnen Messungen unterscheiden sich in der Wahl der Laserleistung. Man beobachtet eine relativ breite Verteilung ($\text{FWHM} \approx 75 \text{ m/s}$), deren wahrscheinlichste Geschwindigkeit bei 50 m/s liegt. Mit zunehmender Intensität verläuft die Laserkühlung effizienter. Atome mit höheren Geschwindigkeiten in z -Richtung können in den Atomstrahl hineingekühlt werden. Damit verschieben sich die Mittelwerte der Geschwindigkeitsverteilungen zu höheren v_z -Werten, was in der Abbildung erkennbar ist.

Abbildung 5.5 zeigt den Gesamtfluss an Atomen, der durch die Fläche unter der Längenflussdichte gegeben ist. Für Laserleistungen oberhalb von 160 mW pro Strahl sättigt der Gesamtfluss. Man beobachtet einen Gesamtfluss von 6×10^{10} Atomen/s bei einer Leistung von 160 mW pro Laserstrahl und einem Dampfdruck von 1.8×10^{-6} mbar.

Man erhält den sog. linearen Einfangbereich r , indem man die Verstimmung des Laserlichts mit der Zeeman-Verschiebung im Magnetfeld gleichsetzt. Mit der maximalen Streurrate von $\Gamma/2$ ergibt sich die konstante Beschleunigung $-\hbar k \Gamma / (2m)$, die auf der Strecke von $2r$ ein mit der Geschwindigkeit v_c ankommendes Atom auf Null abbremsen soll. Als Abschätzung für die Einfanggeschwindigkeit resultiert daraus: $v_c = \frac{2\hbar k \Gamma}{m} \frac{\hbar \Delta}{(g_e m_e - g_g m_g) \mu_B B'}$. Δ ist die Verstimmung, B' der Magnetfeldgradient und M die Masse eines Atoms.

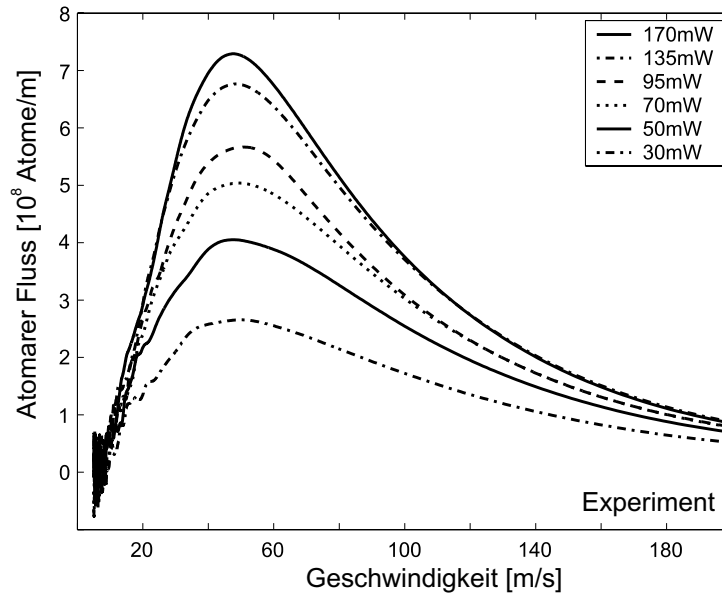


Abbildung 5.4: Verteilung der atomaren Flussdichte gegen die longitudinale Geschwindigkeit. Die Laserleistung im Kühlstrahl wurde zwischen 30 mW und 170 mW variiert. Der Dampfdruck in der Glaszelle betrug für diese Messung 1.6×10^{-6} mbar. Das Kühlvolumen hatte eine Länge von 92 mm. Man erkennt eine kleine Verschiebung der wahrscheinlichsten Geschwindigkeit mit zunehmender Laserleistung. Die Geschwindigkeitsverteilung ist um 50 m/s zentriert und hat eine Breite von 75 m/s.

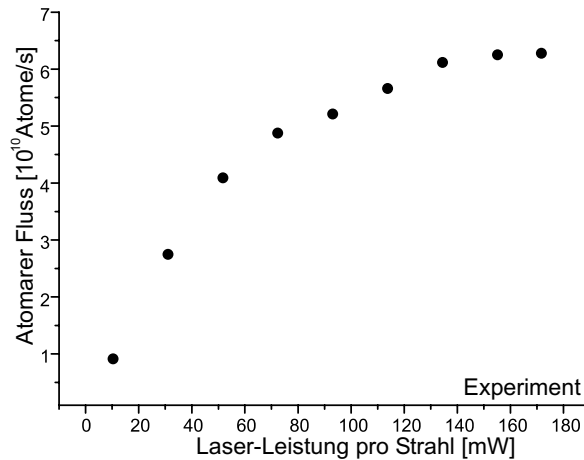


Abbildung 5.5: Der Gesamtfluss in Abhängigkeit von der Laserleistung pro Strahl. Der Gesamtfluss ist durch die Fläche unter den Kurven in Abbildung 5.4 gegeben. Er beträgt typischerweise mehrere 10^{10} Atome/s und hängt stark von der Laserleistung ab. Oberhalb von 160 mW pro Strahl tritt eine Sättigung ein.

Längenabhängigkeit

Wie bereits ausführlich in Abschnitt 5.3.2 diskutiert, hat die Länge der zylindrischen MOT-Strahlen einen starken Einfluss auf das Verhalten der 2D-MOT. Abbildung 5.6 zeigt die Geschwindigkeitsverteilung der atomaren Flussdichte. Als Parameter wurde hier die Länge der Laserstrahlen variiert. Im oberen Teil sind die Vorhersagen des theoretischen Modells abgebildet, im unteren die experimentellen Ergebnisse. Bei dieser Messung wurde sukzessive ein größerer Teil aller vier MOT-Strahlen abgeschattet, beginnend auf der dem differentiellen Pumpröhrchen gegenüberliegenden Seite. Die Laserleistung pro Strahl bei voller Länge wurde auf 21 mW konstant gehalten. Deshalb betrug der Gesamtfluss bei voller Länge nur 3.5×10^{10} Atome/s. Als die Länge der 2D-MOT verkleinert wurde, musste gleichzeitig die Leistung pro Laserstrahl erhöht werden, so dass die Gesamtleistung, die auf die Atome einfiel, konstant blieb. Auf diese Weise wurde sichergestellt, dass sich nur der Einfluss der MOT-Länge bei einer gegebenen Laserleistung in der Messung niederschlägt.

Mit zunehmender Länge erhöht sich der Gesamtfluss und das Maximum der Geschwindigkeitsverteilung verschiebt sich zu höheren Werten. Diese Beobachtung bestätigt die Diskussion in Abschnitt 5.3.2.

Der Gesamtfluss in Abhängigkeit der MOT-Länge ist in Abbildung 5.7 gezeigt. Gemäß der Diskussion in Abschnitt 5.3.4 sollte der Gesamtfluss oberhalb einer optimalen Länge sättigen. Allerdings ist im Druckbereich dieser Messung sogar bei der maximalen Länge von 92 mm keine Sättigung zu erkennen. Die Theoriekurve beschreibt die Längenabhängigkeit adäquat. Um die erwähnte Sättigung zu sehen, müsste der Dampfdruck weiter erhöht werden, würde dann allerdings einen Wert erreichen, der die UHV-Seite stark belastete.

Das theoretische Modell stimmt gut mit den Messwerten überein und sagt auch die wesentlichen beobachteten Merkmale voraus. Lediglich die Breite der Geschwindigkeitsverteilung wird nicht korrekt wieder gegeben.

Druckabhängigkeit

Der Rb-Dampfdruck wird über die Temperatur der Glaszelle eingestellt. Der Druck kann zwischen 10^{-7} mbar und 3×10^{-6} mbar variiert werden. Die Abhängigkeit der Geschwindigkeitsverteilung der Flusslängendichte vom Dampfdruck in der Glaszelle ist in Abbildung 5.8 dargestellt. Auch hier zeigt der obere Teil die theoretische Vorhersage unseres Modells und der untere Graph das Messergebnis. Der Fluss steigt mit zunehmendem Druck an, erreicht bei 2×10^{-6} mbar sein Maximum und sinkt wieder für höhere Drücke. Bei diesen hohen Drücken ist die mittlere freie Weglänge in der Glaszelle vergleichbar mit den Abmessungen des Atomstrahls in der 2D-MOT. Wie in Abschnitt 5.3.3 diskutiert, limitieren in diesem Bereich Kollisionen den Atomfluss. Der optimale Druck für den höchsten Fluss hängt von der MOT-Länge

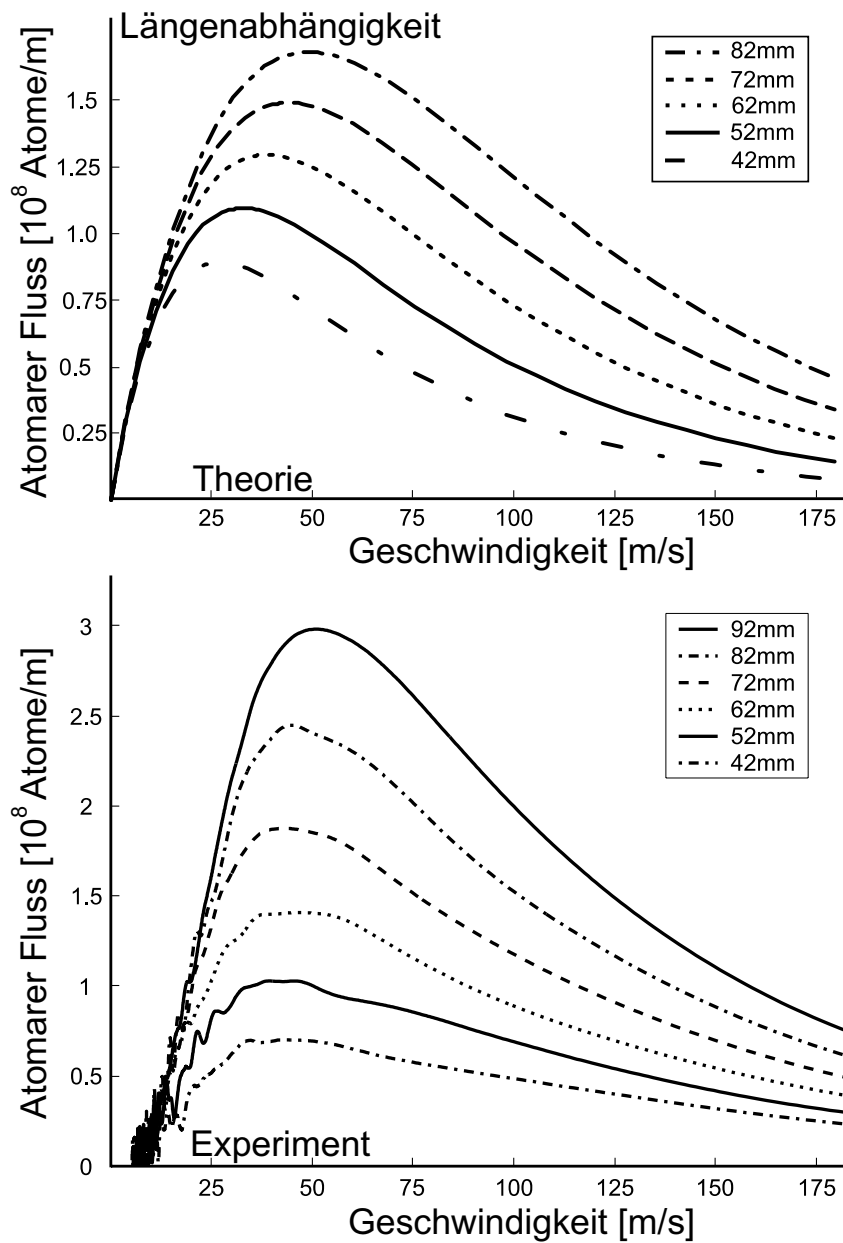


Abbildung 5.6: Die Atomflussdichte in Abhängigkeit von der Länge der MOT Laserstrahlen. Der obere Graph zeigt die Vorhersage des theoretischen Modells (bereits mit dem erwähnten Skalierungsfaktor versehen). Im unteren Teil ist das experimentelle Ergebnis dargestellt. Die Gesamtleistung pro Laserstrahl ist konstant bei 21 mW gehalten worden, der Rb-Dampfdruck betrug 1.6×10^{-6} mbar. Das Maximum der Geschwindigkeitsverteilung im Atomstrahl verschiebt sich zu höheren Werten mit größerer Länge des Kühlzylinders. Der Atomfluss nimmt mit der Länge der Laserstrahlen zu. Bei dieser Messung wurde ein Teil der Laserstrahlen abgeschattet, wobei die Laserleistung gleichzeitig so nachjustiert wurde, dass die auf die Atome fallende Gesamtlaserleistung konstant blieb.

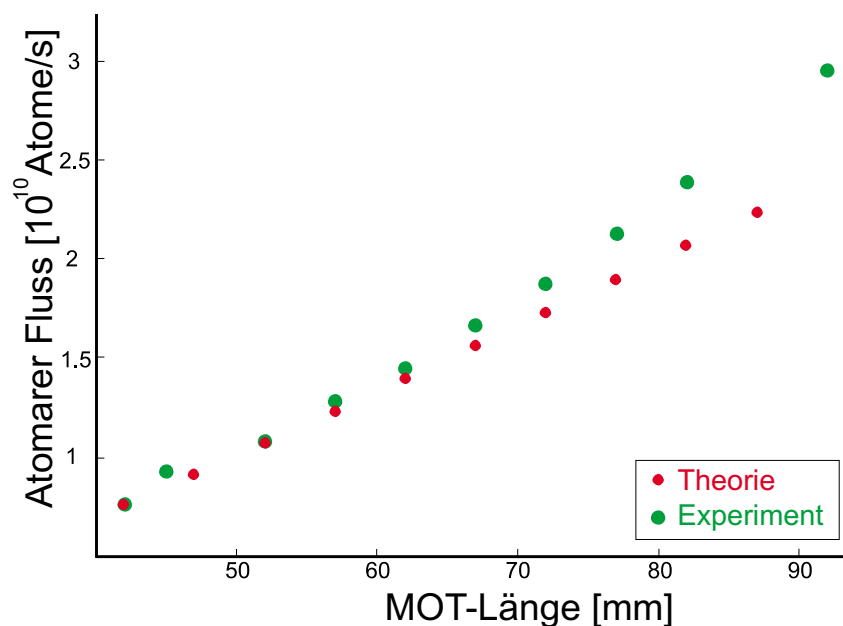


Abbildung 5.7: Der Gesamtfluss in Abhängigkeit der Länge des Kühlvolumens (MOT-Länge). Die experimentellen Parameter sind dieselben wie in Abbildung 5.6. Die grünen Punkte zeigen die experimentellen Daten, die roten Punkte folgen aus der Theorie.

ab. Je länger die MOT, desto niedriger liegt der optimale Druck. Obiger Wert für diese Größe bestätigt die Vorhersage für einen ähnlichen Aufbau mit metastabilem Neon von Vrednregt et al. [198].

Der Wert des Maximums der Geschwindigkeitsverteilung nimmt mit steigendem Druck zu. Das ist sowohl in den experimentellen Daten, als auch in der Theoriekurve erkennbar. Abbildung 5.9 zeigt den Gesamtfluss als Funktion des Drucks. Der lineare Anstieg bei niedrigen Drücken, die Ausbildung eines Maximums und der anschließende Abfall sind in Theorie und Experiment zu erkennen.

Mit einer weiteren Analysemethode - der Doppler-Spektroskopie am Atomstrahl - konnte die bisherige Form des Geschwindigkeitsprofils bestätigt werden. Dazu wurde ein elliptischer Strahl des Detektionslasers unter 3.5° gegenläufig auf den Atomstrahl justiert. Senkrecht dazu wurde die Fluoreszenz detektiert. Die Frequenz des Laserstrahls wurde über die Resonanzverfahren. Die Dopplerprofile bestätigten die Form und Breite der bisher dargestellten Geschwindigkeitsverteilungen. Außerdem konnte in dieser Messung der Hintergrund an thermischen Atomen im Strahl auf ca. 10% des Anteils der kalten Atome abgeschätzt werden - eine Bestätigung der geometrischen Überlegungen in Abschnitt 5.3.2.

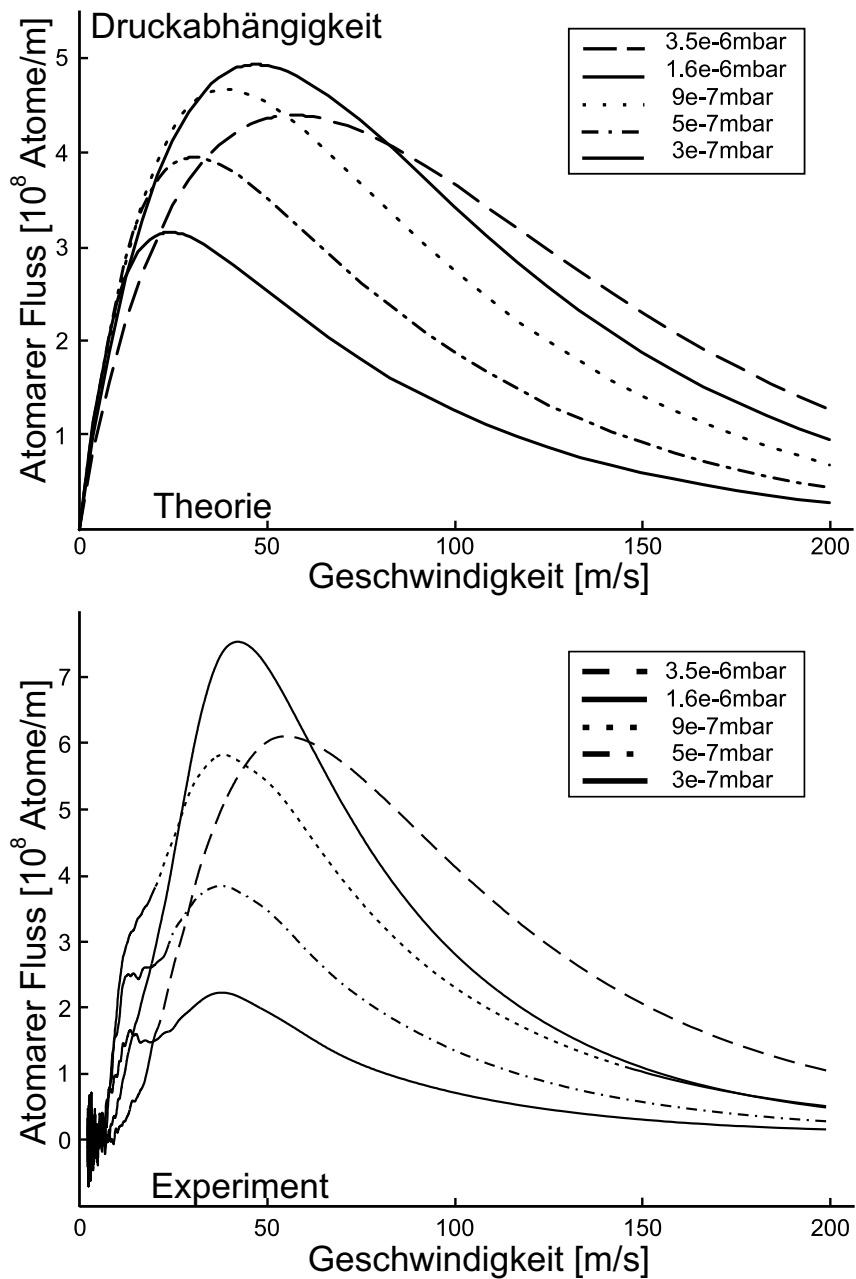


Abbildung 5.8: Atomare Flussdichte in Abhängigkeit vom Druck in der Dampfzelle. Der Druck wurde von 10^{-7} mbar bis 3.5×10^{-6} mbar variiert. Die obere Abbildung zeigt die Vorhersage des theoretischen Modells, die experimentellen Ergebnisse sind darunter zu sehen. Die Theorie beschreibt den Anstieg des Maximums der Geschwindigkeitsverteilung und die Zunahme des Atomflusses bei steigenden Drücken - in Übereinstimmung mit dem Experiment. Oberhalb eines optimalen Drucks nimmt der Fluss wieder ab. Das ist deutlich erkennbar an der gestrichelten Linie in der Theorie und im Experiment zum Druck von $3.5 \cdot 10^{-6}$ mbar.

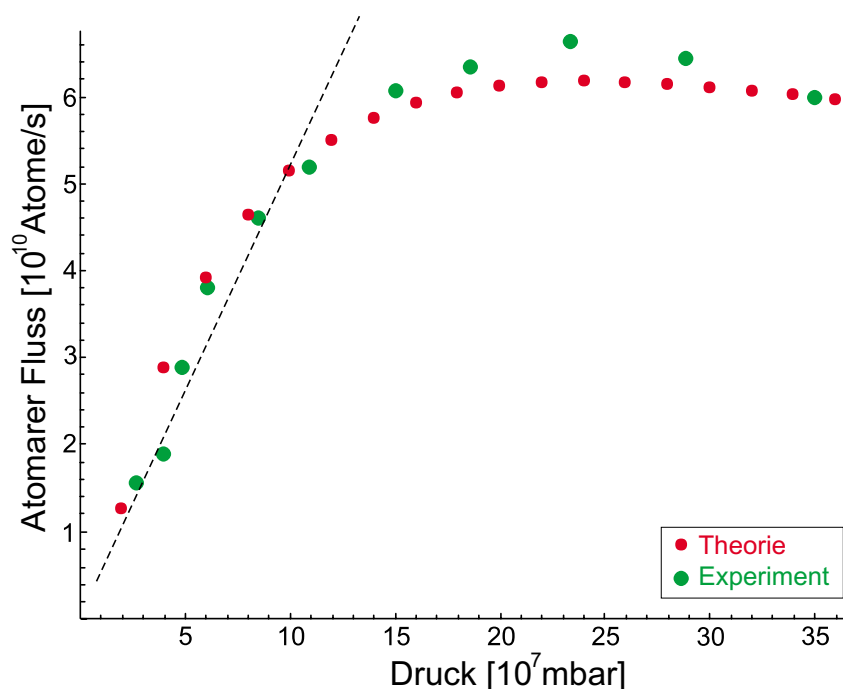


Abbildung 5.9: Der Gesamtfluss als Funktion des Rb-Drucks in der Dampfzelle. Die grünen Punkte stellen die experimentellen Daten dar, die roten Punkte beschreiben die theoretisch berechneten Werte. Die Messung wurde bei voller Länge der MOT-Laserstrahlen (92 mm) und einer Leistung von 170 mW vorgenommen. Bei niedrigem Druck steigt der Fluss linear an, wird maximal bei ca. 2×10^{-6} mbar und sinkt für höhere Werte wieder. Die mittlere freie Weglänge in der Glaszelle wird vergleichbar mit der Länge der 2D-MOT (bei dem Druck, der den optimalen Fluss erzeugt). Das ist ein klarer Hinweis dafür, dass Kollisionen einen weiteren Flussanstieg begrenzen.

Beschleunigungsstrahl

In den bisherigen Teilabschnitten dieses Kapitels wurde die Form des Geschwindigkeitsprofils und dessen Abhängigkeit von äußeren Parametern diskutiert. Im Vergleich zu ähnlichen Arbeiten wie bei Dieckmann et al. [194] ist die mittlere Geschwindigkeit in unserem Aufbau wesentlich höher, auch weist das Profil eine größere Breite auf. Der Gesamtfluss unserer 2D-MOT ist im Maximum eine Größenordnung höher als bei anderen Realisierungen.

Die prinzipiellen Unterschiede zu anderen Aufbauten sind zum einen der Einsatz von vier separaten Laserstrahlen (im Gegensatz zu retroreflektierten Strahlen). Die verfügbare Laserleistung reicht bis zu 170 mW pro Strahl. Damit ist es möglich, bei sehr hohen Dichten in der Dampfzelle zu arbeiten. Der Druck von mehreren 10^{-6} mbar ist außergewöhnlich hoch für herkömmliche Dampfzellenfallen. Zum an-

deren ist die Öffnung des geometrischen Filters in unserem Fall (6 mm) wesentlich größer als in allen bisher bekannten kontinuierlichen Atomstrahlquellen (üblich sind 0.5 bis 1.5 mm).

Ein grundlegender Unterschied liegt darin, dass in dem hier dargestellten Aufbau eine reine zweidimensionale magneto-optische Kühlung vorliegt. Bei Dieckmann und Mitarbeiter [194] wird zusätzlich zur radialen Kühlung ein Laserstrahl auf der Achse eingestrahlt (2D⁺-MOT). Der Einfluss eines solchen Strahls wurde ebenfalls an unserem Aufbau untersucht.

Ein Teil des Kühllaserlichts wurde abgezweigt und mit einem Durchmesser von 5 mm entlang der Flussrichtung des Atomstrahls eingestrahlt (Beschleunigungsstrahl). Die sich neu einstellende Geschwindigkeitsverteilung ist in Abbildung 5.10 für verschiedene Leistungen in diesem Beschleunigungsstrahl gezeigt. Vor dem Hintergrund der

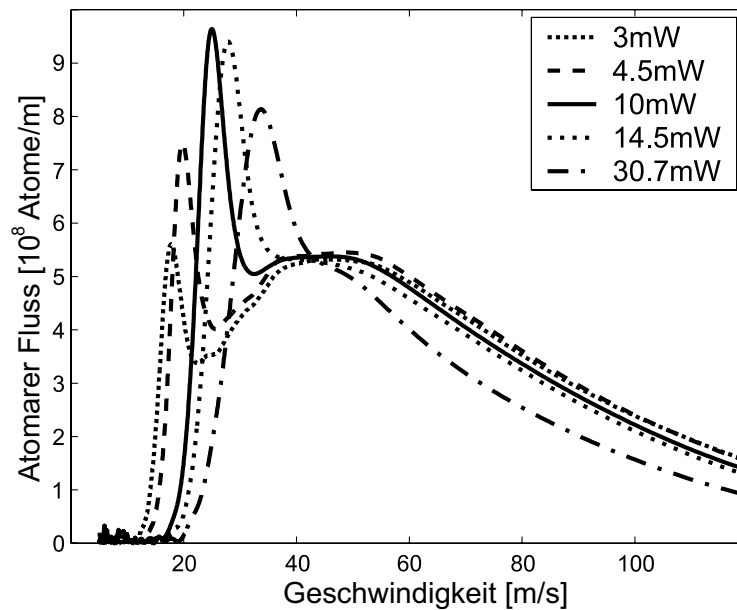


Abbildung 5.10: Ein Beschleunigungsstrahl wird kopropagierend mit dem Atomstrahl einjustiert. Dadurch ändert sich die Geschwindigkeitsverteilung dramatisch. Eine neue Verteilung wächst zwischen 20 und 40 m/s mit einer wesentlich verringerten Breite (≈ 7.5 m/s). Breite und Position auf der v_z -Achse hängen von der Intensität im axialen Laserstrahl ab. Atome mit Geschwindigkeiten unterhalb von 15 m/s werden aus dem Strahl entfernt oder beschleunigt. Der Gesamtfluss bleibt annähernd konstant.

Verteilung mit bisheriger Breite erwächst ein schmales Maximum (Breite ≈ 7.5 m/s) bei kleinen Geschwindigkeiten, zentriert um 25 m/s. Mit zunehmender Leistung im Beschleunigungsstrahl wächst die Breite und auch der Wert des Maximums der Geschwindigkeitsverteilung. Schneidet man den Hintergrund an schnelleren Atomen

ab - beispielsweise mittels gezielter Justage durch eine sehr kleine Apertur, wie sie im Aufbau von Dieckmann und Mitarbeiter [194] eingesetzt wird - erhält man eine Geschwindigkeitsverteilung, die mit den Ergebnissen einer 2D⁺-MOT vergleichbar ist.

Da auf der Achse kein Magnetfeldgradient vorliegt, adressiert dieser Laserstrahl nur einige wenige Geschwindigkeitsklassen. Bei einem Sättigungsparameter von $s = 20 - 30$ beträgt die Linienverbreiterung³ für die Absorption etwa $2 - 3\Gamma$. Das entspricht einer Geschwindigkeitsklasse der Breite 10-14 m/s.

Eine Erklärung für diese schmale Spitze in der Geschwindigkeitsverteilung ist, dass Atome, die in negativer z-Richtung propagieren, abgebremst werden und ihre Flugrichtung umkehren. Gleichzeitig werden sehr langsame Atome mit Geschwindigkeiten unterhalb 15 m/s aus dem Strahl herausbeschleunigt. Dennoch bleibt der Gesamtfluss annähernd konstant. Für sehr hohe Lichtleistungen im Beschleunigungsstrahl wird die 2D-MOT-Kühlung gestört, und der Fluss nimmt ab, wie in der Kurve für 30.7 mW zu sehen.

Eine andere Verstimmung in diesem Strahl als in den radialen Kühlstrahlen könnte höhere Geschwindigkeitsklassen abbremesen und die Anzahl kalter Atome im Strahl vergrößern. Ebenso würde eine variable Verstimmung in diesem Strahl („chirping“) die Anzahl kalter Atome erhöhen. Dieser abbremesende Effekt kann eingesetzt werden, wenn die mittlere Geschwindigkeit im Atomstrahl zu hoch für den Empfangsbereich einer nachfolgenden 3D-MOT ist. Um jedoch den störenden Einfluss eines Laserstrahles auf der Achse zu vermeiden, wählten wir in unserem Aufbau stattdessen einen schrägen Einfall des Atomstrahls auf die 3D-MOT Laserstrahlen (siehe Kapitel 6.2), was den Empfangsbereich effektiv auch vergrößert.

5.6 Zusammenfassung

Die hier vorgestellte intensive Quelle kalter Atome greift die bereits etablierte Idee der zweidimensionalen magneto-optischen Kühlung auf. Durch Untersuchung der einzelnen Einflüsse von Geometrie, Intensität und Dampfdruck in der Gaszelle konnte ein analytisches theoretisches Modell entwickelt werden, welches das wesentliche Verhalten der Quelle gut beschreibt. Auf wenigen Vereinfachungen basierend, ergibt sich aus der Theorie ein integrierter Atomfluss, der unter Berücksichtigung des Skalierungsfaktors gut zu den experimentellen Werten passt.

Die experimentelle Realisierung des Quellendesigns in dieser Arbeit hat bestehende Apparaturen um eine Größenordnung im Fluss übertroffen. Trotz des hohen Dampfdrucks in der Gaszelle eignet sich diese Quelle hervorragend für Apparaturen zur Erzeugung eines Bose-Einstein-Kondensats. Der Gesamtfluss ist vergleichbar mit dem

³Das sich einstellende Lorentzprofil für den Absorptionsquerschnitt berechnet sich gemäß [90] durch: $\sigma = \frac{\Gamma^3 \hbar \omega_{\text{laser}}}{8 I_{\text{sat}}} \frac{1}{(\omega - \omega_{\text{laser}})^2 + \Gamma^2 / 4 (1 + I / I_{\text{sat}})}$.

eines Zeeman Abbremsers, weist allerdings eine wesentlich geringere Strahldivergenz auf. Der Anteil an einfangbaren Atomen sollte im Bereich von 50-60% liegen (siehe Kapitel 6.3). Ein Hintergrund an thermischen Atomen kann weitgehend eliminiert werden, so dass der Durchfluss an Material in der 2D-MOT wesentlich unterhalb dem eines Zeeman-Abbremsers liegt.

Diese robuste und leicht realisierbare Atomstrahlquelle findet inzwischen über den Bereich der hier vorliegenden Arbeit hinaus Anwendung in vielen Experimenten der Atomoptik wie in Sagnac-Interferometern mit kalten Atomen [199] und für das intensive Laden eines Atom-Wellenleiters zur kontinuierlichen Erzeugung eines Bose-Einstein-Kondensats [200].

Kapitel 6

Erzeugung einer ultrakalten Atomwolke

Basierend auf den theoretischen Überlegungen in Abschnitt 2.4.2 stelle ich hier eine experimentelle Anordnung vor, die mehrere 10^{10} Atome bei Temperaturen unterhalb des Doppler-Limits für weitere Experimentierschritte zur Verfügung stellt. Zunächst beschreibe ich den Aufbau einer elongierten MOT zum effizienten Einfang einer großen Atomzahl aus dem intensiven Strahl der 2D-MOT. Die relativ hohe Temperatur des so gefangenen Ensembles - verursacht durch Reabsorptionsprozesse und durch die hohe optische Dichte der Wolke - wird in einem zeitlich nachgelagerten Schritt, der verstimmtten MOT auf Temperaturen von $40\mu\text{K}$ abgesenkt. Eine zum Schluss beschriebene Kombination von Verstimmungs- und Magnetfeldkompressionsrampe ergibt eine ultrakalte Wolke mit einer im Vergleich zur verstimmtten MOT um eine Größenordnung höheren Dichte.

6.1 Designkriterien

Als Ausgangspunkt für die Verdampfungskühlung ist eine sehr große Anzahl kalter Atome hilfreich. Schließlich erhöht sich damit auch die Anzahl der Atome im Kondensat und auf diese Weise das Signal-zu-Rausch-Verhältnis späterer Experimente. In einer MOT ist die Dichte einer Atomwolke allerdings durch die in Abschnitt 2.4.2 beschriebenen Prozesse limitiert. In der Gruppe von W. Ketterle und Mitarbeiter wurde aus diesem Zweck ausgenutzt, dass die Atome in Abwesenheit eines Rückpumpasers in einen Dunkelzustand gepumpt werden. Dadurch reduzieren sich die unerwünschten Reabsorptionsprozesse und die bekannte Dichtelimitierung ist aufgehoben. Experimentell wurde dafür der Rückpumpaser im zentralen Bereich der MOT entfernt (so genannte „dark-spot-MOT“)[105]. Mit Natrium wurden damit

sehr gute Erfolge erzielt. Da in Rubidium nur jedes 1000ste Atom in den Dunkelzustand fällt, ist der Einfluss eines fehlenden Rückpumpers hier geringer als im Fall von Natrium.

Daher haben wir nicht nur eine großvolumige, sondern auch eine „elongierte MOT“ gewählt. Wie bereits in Abschnitt 2.4.2 erläutert, ist das Dichte-Limit in einer Falle mit einem Aspekt-Verhältnis ζ um den Faktor $\sqrt{\zeta}$ erhöht. Das Aspektverhältnis kann allerdings nicht beliebig vergrößert werden, da radial weiterhin eine ausreichend hohe Rückstellkraft gewährleistet sein muss. Außerdem ist eine endliche radiale Ausdehnung nötig, um den seitlich einfallenden Atomstrahl abzubremesen und einzufangen.

Ein weiteres Designkriterium, das zu einer elongierten Geometrie führt, ist eine möglichst gute Anpassung des Aspektverhältnisses der in der MOT gefangenen Atomwolke an die Anisotropie der Magnetfalle. Damit ist prinzipiell ein effizienter Transfer der Atome von der MOT in die Magnetfalle möglich.

Die Kriterien für das Design unserer großvolumigen MOT sind:

- Maximale Ausnutzung des Atomflusses aus der 2D-MOT-Quelle.
- Breiter räumlicher Einfangbereich.
- Stabiler reproduzierbarer Einfang einer großen Anzahl Atome.

6.2 Experimenteller Aufbau - elongierte 3D- MOT

Der Einfangbereich einer MOT ist hauptsächlich durch die Magnetfeldgradienten und die Größe der Laserstrahlen festgelegt¹. Daher sind die verwendeten Laserstrahlen entlang der horizontalen und vertikalen Richtung in zylindrischen Teleskopen aufgeweitet (12×95 mm). Der axiale Strahl ist kreisförmig mit einem Durchmesser von 12 mm. In allen drei Raumrichtungen werden gegenläufige Laserstrahlpaare verwendet. Retroreflexion eignet sich bei dem beabsichtigten Einfang einer großen Atomzahl nicht, da die zu erwartende hohe optische Dichte den rücklaufenden Laserstrahl exponentiell abschwächen und zu einem Ungleichgewicht des Strahlungsdrucks führen würde.

2D-MOT und lange Achse des MOT-Volumens schließen einen Winkel von 27° ein. Dadurch erhöht sich die effektive „Kühlstrecke“, entlang derer die Atome gegen einen Laserstrahl anlaufen. Damit vergrößert sich auch die Einfanggeschwindigkeit der magneto-optischen Falle. Die Magnetfeldgradienten werden radial durch die

¹Eine ausführliche Diskussion des Begriffs „Einfangbereich“ findet sich in Abschnitt 5.3.

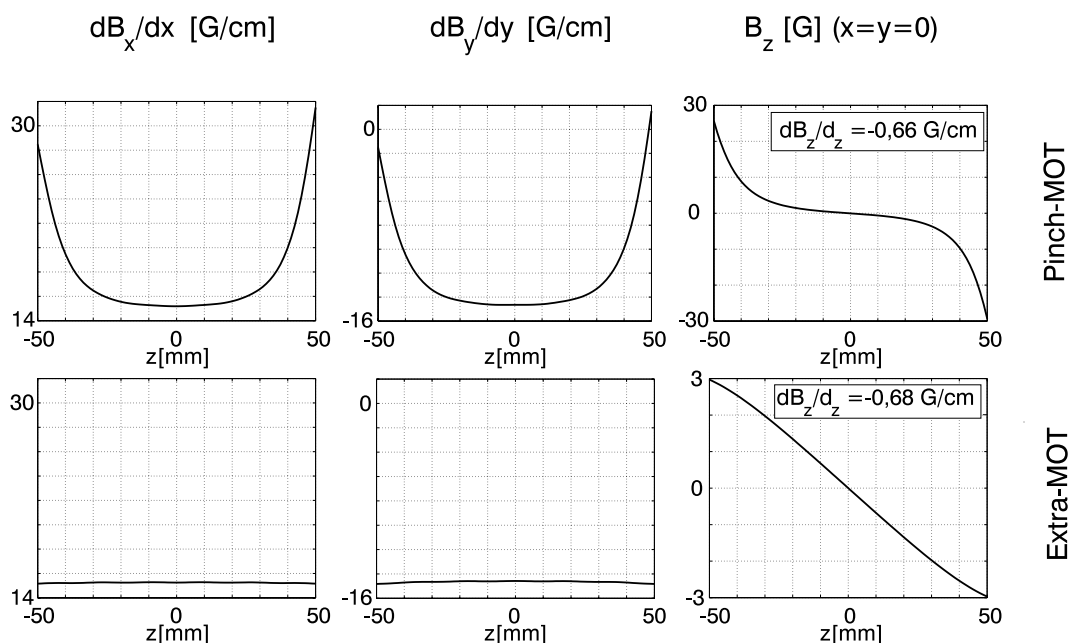


Abbildung 6.1: Berechnete Magnetfelder entlang der radialen und axialen Richtung durch das Fallenzentrum der 3D-MOT für zwei verschiedene axiale Spulenpaare: Pinch-Spulen (oben) und Extra-Spulen (unten) jeweils in Anti-Helmholtz-Konfiguration (entnommen aus [123]). Die radialen Gradienten werden im Wesentlichen durch die Ioffe-Stäbe aufgebaut. Axial ist das Magnetfeld für die Pinch-MOT extrem flach und steigt erst weit außen an. Dementsprechend ist die ortsabhängige Rückstellkraft innerhalb dieses „Badewannen-Potentials“ verschwindend klein und übt erst im Randbereich bei $z = 4$ cm einen Einfluss auf die Atome aus. Radial hingegen bildet sich bei der Pinch-MOT ein sattelförmiger Potentialverlauf aus. In y -Richtung fällt der Gradient bei einer Ausdehnung von 5 cm bis auf Null ab. Damit entfällt in dieser Richtung die rücktreibende Kraft. Im Fall der Extra-MOT bildet sich in axialer Richtung zwar derselbe schwache Gradient aus. Aber die radialen Gradienten bleiben auf hohen MOT-typischen Werten. Diese Konstellation ist wesentlich stabiler gegen Fluktuationen in der Intensität, wie sie durch Absorption in einer sich bewegenden Atomwolke entstehen können.

Ioffe-Stäbe² und axial in zwei verschiedenen realisierten MOT-Aufbauten durch die in Abbildung 7.1 gezeigten Pinch- oder Extra-Spulen, jeweils in Anti-Helmholtz-Konfiguration, erzeugt (siehe Abbildung 6.1). Die Pinch-Realisierung bietet axial einen sehr flachen Gradienten, der erst am Rand stark ansteigt und so ein „Badewannen-Potential“ erzeugt. Ein Grund für diese Wahl des Magnetfeldes lag darin, dass bei einem verschwindenden Magnetfeld auf der Achse die Polarisationsgradientenkühlung sehr gut funktionieren müsste. Damit wären Sub-Doppler-

²Für den MOT-Aufbau werden dieselben Spulen verwendet, die auch die Felder für die Magnetfalle erzeugen. Eine detaillierte Beschreibung des Spulen-Aufbaus folgt in Kapitel 7.

Temperaturen zu erwarten gewesen. Mit diesem Aufbau konnten zwar große Atomwolken eingefangen werden, aber er hat sich als äußerst schwer justierbar erwiesen, was die Reproduzierbarkeit erschwerte. Insbesondere der sattelförmige Potentialverlauf in radialer Richtung machte die Empfindlichkeit dieses Aufbaus auf leichteste Störungen aus (siehe Abbildung 6.1). Die zweite Realisierung mittels der Extra-Spulen weist ebenso einen flachen Gradienten in axialer Richtung auf, besitzt aber in radialer Richtung einen festen Gradienten, der mit dem Lichtfeld eine starke radiale Rückstellkraft erzeugt. Dieser wichtige Umstand erlaubt es, die MOT reproduzierbar am selben Ort zu laden und anschließend mit der Magnetfalle gut zu überlappen (siehe Abschnitt 7). Typische Ströme sind 40 A durch Ioffe-Stäbe und 17 A durch die Extra-Spulen. Durch Benutzung zweier Netzgeräte für die Extra-Spulen kann der Strom zwischen beiden leicht verschieden gewählt und damit die Atomwolke präzise axial positioniert werden.

Die Verstimmung des MOT-Lichtes beträgt -2Γ und kann nur gleich der des 2D-MOT-Lichtes gewählt werden, da die Intensität des Titan-Saphir-Lasers aufgespalten und für beide Systeme benutzt wird (siehe Laser-Aufbau, Abbildung 4.5).

6.3 Eigenschaften der elongierten 3D-MOT

Wie erwartet, lässt sich eine sehr große Atomzahl mit diesem MOT-Design einfangen. Beste Werte lagen im Bereich von $8 \cdot 10^{10}$ Atomen, wobei hier die axialen Gradienten durch die Pinch-Spulen erzeugt wurden [109]. Damit zählt diese MOT zu den größten weltweit. Wie bereits erwähnt, war die Realisierung mit den Pinch-Spulen sehr instabil, weshalb im Weiteren die Ergebnisse zum MOT-Aufbau mit Ioffe-Stäben und Extra-Spulen präsentiert werden. Abbildung 6.2 zeigt die Fluoreszenz-Aufnahme der

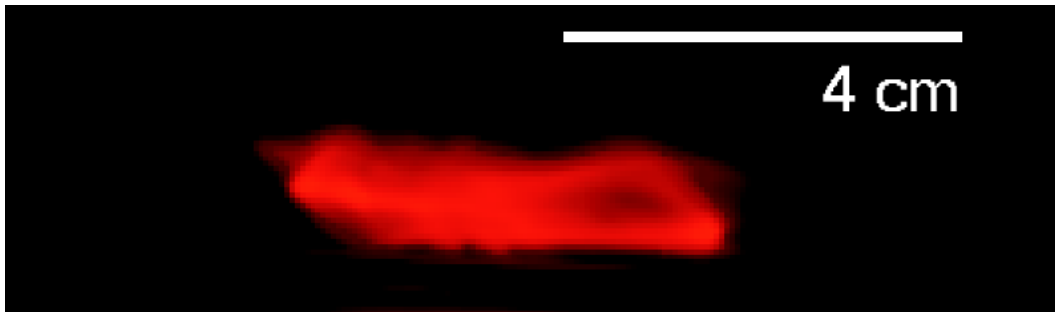


Abbildung 6.2: Fluoreszenz-Aufnahme der 3D-MOT. Die Atomzahl beträgt $6 \cdot 10^{10}$. Deutlich erkennbar sind Inhomogenitäten innerhalb der Atomwolke. Mehrfachstreuung von Photonen in der Wolke, Interferenzmuster der gegenläufigen MOT-Strahlen und Wellenfrontverformung durch die großflächigen Zylinderlinsen können einige der Ursachen für die inhomogene Struktur der 3D-MOT sein.

3D-MOT mit einer Teilchenzahl von $6 \cdot 10^{10}$ Atomen. Bei dieser hohen Teilchenzahl ist die fluoreszierende Atomwolke³ mit bloßem Auge erkennbar. Typische Werte der Atomzahl liegen im täglichen Betrieb bei $2 - 4 \cdot 10^{10}$ Atomen. Die typische Ladezeit beträgt 5 - 8 s. An Gleichung 2.57 erkennt man, dass die Gleichgewichts-Atomzahl vom Verhältnis von Laderate (fangbarer Fluss aus der 2D-MOT) zu Verlustrate abhängt. Da die zur Verfügung stehende Laserintensität zwischen 2D- und 3D-MOT aufgeteilt werden muß, beeinflusst dieses Aufteilungsverhältnis die fangbare Atomzahl stark. Dieses ist unter anderem vom Druck in der 2D-MOT-Dampzelle abhängig. Da bei höheren Drücken die mittlere Geschwindigkeit im Atomstrahl höher ist (siehe Abbildung 5.8), muss die maximale Einfanggeschwindigkeit in der 3D-MOT durch mehr Laserintensität erhöht werden. Eine kleinere Intensität in der 2D-MOT erniedrigt dort den Atomfluss, was dann wieder die gefangene Atomzahl verkleinert. Als Optimum hat sich ein Dampfdruck von 1×10^{-6} mbar in der 2D-MOT erwiesen mit einer Intensitätsaufspaltung von 40:60 zwischen 2D- und 3D-MOT. Die 2D-MOT weist hier noch einen Fluss⁴ von etwa $2 \cdot 10^{10}$ Atomen/s auf. Es ergibt sich etwa eine Einfangeffizienz aus dem 2D-MOT-Strahl von 35% - 45%. Die Lade- und Zerfallskurven der großvolumigen MOT sind in Abbildung 6.3 gezeigt. Man erkennt, dass Ladezeiten oberhalb 9 s wenig effizient sind.

Ein Fit von Gleichung 2.59 an den Zerfall in Abbildung 6.3 ermöglicht es, den β -Koeffizienten für die Zwei-Körper-Stöße zu bestimmen. Als Ergebnis erhält man⁵: $\beta = 4.5 \pm 3.1 \cdot 10^{-12} \text{ cm}^3/\text{s}$. Das Ergebnis ist vergleichbar zum Messergebnis von [110]. Die elongierte Geometrie hat keinen erkennbaren Einfluss auf Zwei-Körper-Verluste.

Interessant ist das Verhalten der Größe und Temperatur in Abhängigkeit der Teilchenzahl in der elongierten 3D-MOT. Abbildung 6.4 zeigt die radiale und axiale Größe und die Dichte der MOT als Funktion der Teilchenzahl. Für kleine Atomzahlen ($N \approx 10^8$) weist die MOT eine sphärische Geometrie auf, die mit zunehmender Teilchenzahl stärker anisotrop wird. Ebenso geht mit dem Anstieg der Größe eine Abnahme der Dichte in der Atomwolke einher. Die Ausdehnung der Wolke mit ansteigender Atomzahl ist stärker als nur zu N proportional, weshalb die Dichte absinkt und einem konstanten Wert von 10^{10} cm^{-3} entgegenstrebt. Das lässt auf eine langreichweitige abstoßende Kraft zwischen den Atomen schließen [103]. Eine Ursache dafür kann in dem Phänomen des „Strahlungseinfangs“ (Englisch: radiation trapping) liegen: Die Wolke wird optisch so dicht, dass einmal nach innen gelangte Photonen durch Vielfach-Streuung innerhalb der Wolke für längere Zeiten (einige

³780 nm ist mit dem Auge nur bei sehr hohen Intensitäten sichtbar.

⁴Es ist zu berücksichtigen, dass durch den doppelten Durchgang durch den AOM hinter dem Titan-Saphir-Laser (siehe Abschnitt 4.2) ein Leistungsverlust stattfindet und von der transmittierten Leistung nur etwa 40% auf die 2D-MOT gegeben werden. Insgesamt treffen nur etwa 25% der Laserleistung aus Kapitel 5 auf die 2D-MOT-Dampzelle.

⁵Die detaillierte Rechnung inklusive Fehlerdiskussion findet sich in [109].

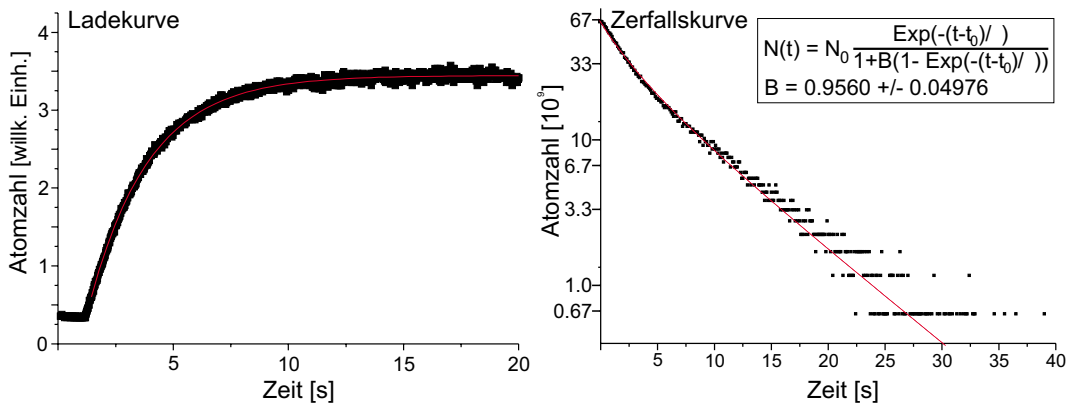


Abbildung 6.3: Lade- (links) und Zerfallskurve (rechts) der 3D-MOT. Aus [109] entnommen. Anhand der Ladekurve sieht man, dass Ladezeiten oberhalb 9 s kaum noch einen starken Anstieg der Atomzahl mit sich bringen und eher ineffizient sind. Die Einfangeffizienz aus dem 2D-MOT-Atomstrahl beträgt etwa 35% - 45%. Die Zerfallskurve zeigt den Fall eines anfänglich nicht-exponentiellen Zerfalls. Hier ist die Dichte so groß, dass Zwei-Körper-Stöße stattfinden. Diskussion dazu im Text.

100 ns [201]) gefangen bleiben. Die zitierten Arbeiten zeigen, dass die bisherige Theorie des Strahlungseinfangs die experimentellen Beobachtungen in diesem Dichteregime nicht ausreichend beschreiben. Dieser Punkt wird auch weiterhin Gegenstand der Untersuchung bleiben.

An beiden Tendenzen, der Zunahme des Aspekt-Verhältnisses und der Abnahme der Dichte, ist klar abzulesen, dass die gefüllte elongierte MOT tief im Mehrfach-Streuungs-Regime ist. Zusätzlich gibt es Beobachtungen an dieser MOT, die schlecht-quantifizierbare Größen betreffen: Die MOT zeigt von einer bestimmten Atomzahl an starke Oszillationen mit Frequenzen von einigen 10 Hz. Desweiteren scheint sie eine Bistabilität aufzuweisen, da bei besonders hohen Teilchenzahlen ein Kollaps der gesamten Atomwolke erfolgt. Unabhängig von unseren Experimenten wurde dieses Verhalten in der Arbeitsgruppe von Robin Kaiser in Nizza an einer ähnlich gestalteten Apparatur beobachtet [202]. Diese Diskussion führt über den Rahmen der vorliegenden Arbeit hinaus und soll nur aufzeigen, dass selbst bei dem „Standardwerkzeug MOT“ ein allumfassendes theoretisches Verständnis noch fehlt. Für die weitere Nutzung der angesammelten Atomwolke in einem Bose-Einstein-Kondensat-Experiment ist die Temperatur des Ensembles von Interesse. Hier wirkt sich die Geometrie der elongierten MOT analog zur Größe aus. Abbildung 6.5 zeigt die Temperatur der MOT in Abhängigkeit der Teilchenzahl für die radiale und axiale Richtung der Wolke. Für kleine Atomzahlen im Bereich weniger 10^8 Atome ist die Temperatur in der Wolke isotrop. Jedoch bildet sich parallel zur Anisotropie der Ausdehnung der Atomwolke auch ein Unterschied der Temperatur entlang der

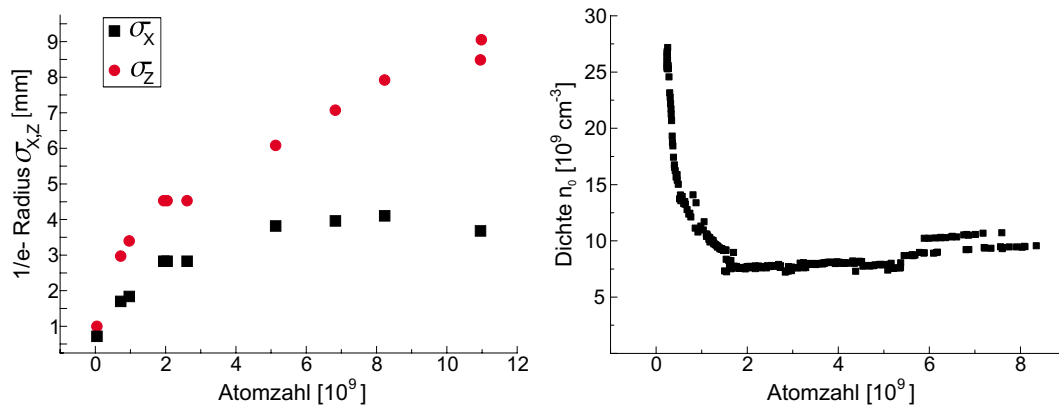


Abbildung 6.4: Größe der MOT in radialer (x) und axialer (z) Richtung (links) und Dichte als Funktion der gefangenen Atomzahl (rechts). Mit zunehmender Teilchenzahl steigt die Anisotropie der elongierten MOT, gleichzeitig fällt die Dichte ab und strebt dem Grenzwert von 10^{10} cm^{-3} zu.

radialen Richtung und der langen Achse der Wolke aus. Obwohl die Wolke nicht mehr weiter wächst, stellt sich auch nach längerer Zeit keine gleichförmige Temperatur in dem Ensemble ein. In diesem Regime der Mehrfachstreuung liegt kein thermodynamisches Gleichgewicht vor.

Wir versuchen, das mit einem einfachen Bild zu erklären. Durch die sehr große Atomzahl wird die optische Dichte der Wolke so groß, dass das Kühllicht nicht bis in die inneren Bereiche der Wolke eindringen kann, sondern nur in einer äußeren Schale dissipierend wirkt. Entlang der radialen Richtungen kann die Laserkühlung

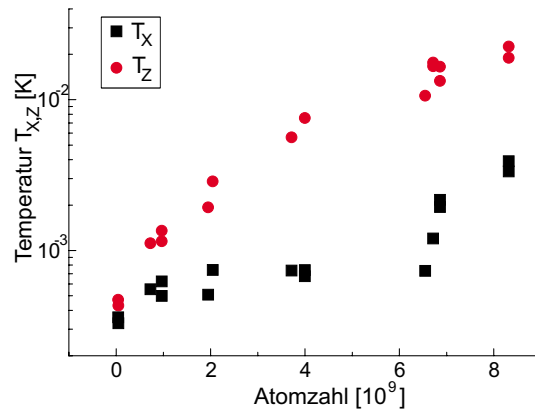


Abbildung 6.5: Temperatur der elongierten 3D-MOT in radialer und axialer Richtung. Mit zunehmender Atomzahl bildet sich eine immer stärker werdende Anisotropie der Temperatur aus.

zwar noch erfolgen, sinkt aber in ihrer Effizienz mit höherer optischer Dichte, und damit mit steigender Teilchenzahl. Auf der langen Achse dagegen ist die Wolke im Wesentlichen opak für das Kühllicht.

Die typischen Eckdaten der elongierten 3D-MOT sind äußerst hohe Teilchenzahlen von $3 \cdot 10^{10}$ Atomen mit einer räumlichen Dichte von ca. 10^{10} Atomen/cm⁻³ und einer Temperatur von ca. 1 mK. Vor dem Umladen in eine Magnetfalle und dem Start der Verdampfungskühlung muss sich ein weiterer Kühlschritt anschließen.

6.4 Verstimmte MOT

Die vorangegangene Diskussion der Schwachpunkte einer elongierten MOT mit vielen Atomen weist schon den Weg zu einer Lösung auf: Die optische Dichte für das Kühllicht muss verringert, die Transparenz der Wolke also erhöht werden. Der Absorptionsquerschnitt für Licht fällt mit der Verstimmung proportional $1/\delta^2$ gemäß Gleichung 2.52 ab.

Aus diesem Grund wird direkt im Anschluss an die Akkumulation einer großen Atomzahl in der elongierten MOT die Verstimmung des Titan-Saphir-Lasers innerhalb von wenigen Millisekunden linear von -2Γ auf -7Γ hochgefahren. Das Verhalten von Atomzahl, Dichte, Temperatur und Phasenraumdicke im Ensemble als Funktion verschiedener Verstimmungen und unterschiedlicher Rampzeiten ist in Abbildung 6.6 dargestellt. Auf den ersten Blick erkennt man, dass die Dauer der Rampe eine sehr untergeordnete Rolle spielt. Die jeweilige Endverstimmung dagegen hat einen Einfluss auf die Spontankraft und die Durchdringung der Atomwolke mit dem Kühllicht.

Für kleine Verstimmungen bleibt das Argument der hohen optischen Dichte gültig. Die kinetische Energie der 1 mK heißen Wolke dominiert über eine mit zunehmender Verstimmung schwächer werdende Kraft, so dass ein äußerer Ring an Atomen nicht mehr gehalten werden kann und sich ablöst. Deshalb gehen zunächst Atome verloren. Die Teilchenzahl fällt bis auf den halben ursprünglichen Wert ab. Analoges gilt für die Dichte, die zunächst bis auf das Dreifache zunimmt, da das Kühllicht mit größerer Verstimmung in das Innere der Wolke eindringt und somit alle Atome im Ensemble eine - wenn auch geschwächte - Rückstellkraft erfahren. Für weitere Verstimmungen nimmt die Dichte wieder ab. Mit derselben Argumentation lässt sich die Abhängigkeit der Temperatur interpretieren. Die Transparenz der Wolke für das Kühllicht nimmt zu, und es stellt sich eine isotrope Temperatur ein. Dabei ist es bemerkenswert, dass die Temperaturen weit unterhalb des Doppler-Limits liegen. Die eingangs erläuterte Überlegung, durch flache Gradienten in axialer Richtung tiefe Temperaturen aufgrund von Polarisationsgradientenkühlung zu erreichen, trifft für die verstimmte MOT zu. Der Grund für die abnorm hohe Temperatur der elongierten MOT liegt allein in ihrer extrem hohen optischen Dichte.

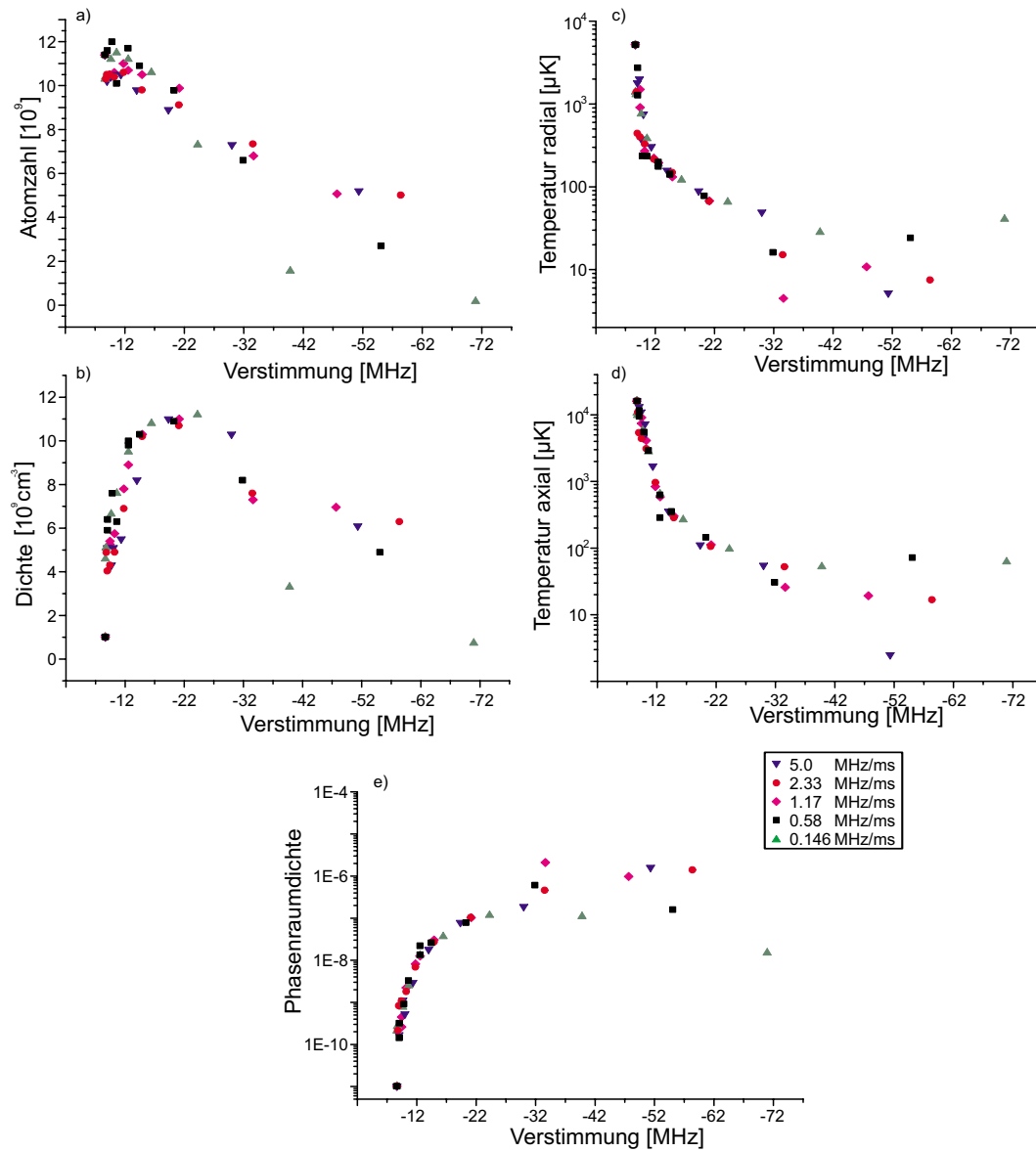


Abbildung 6.6: Eigenschaften der verstimzten MOT als Funktion der Endverstimmung und der Geschwindigkeit der Verstimmungsrampe: Die Atomzahl in der Wolke (a), die Dichte (b), die Temperatur in radialer Richtung (c), die axiale Temperatur (d) und die Phasenraumdichte des Ensembles (e). Mit unterschiedlichen Symbolen sind die Messungen zu verschiedenen zeitlichen Rampen mit gleicher Endverstimmung gekennzeichnet. Die gute Übereinstimmung zwischen all diesen Messungen zeigt deutlich, dass hauptsächlich die Endverstimmung einen Einfluss auf die physikalischen Größen hat. Aus den Temperaturmessungen wird deutlich, wie das Kühllicht die Wolke durchdringt und eine homogene Temperatur durch das Ensemble hindurch erzeugt. Die Atomzahl nimmt mit höherer Verstimmung um die Hälfte ab, da die Rückstellkraft nicht mehr ausreichend hoch ist. Die Dichte steigt zuerst an und sinkt für höhere Verstimmungen. Zwar nimmt die Kraft ab, aber sie erreicht zunächst alle Teilchen des Ensembles und komprimiert die Wolke. Für größere Verstimmungen reicht die Kraft nicht mehr aus, eine gute Kompression der MOT aufrecht zu erhalten. Die zu optimierende physikalische Größe ist durch die Teilchenzahl im späteren Bose-Einstein-Kondensat gegeben. Das ist für die maximale Phasenraumdichte bei größtmöglicher Teilchenzahl erfüllt.

Für die weiteren experimentellen Schritte auf dem Weg zur Bose-Einstein-Kondensation müssen die Parameter der verstimzten MOT so gewählt werden, dass die Phasenraumdichte möglichst hoch ist bei gleichzeitig größtmöglicher Teilchenzahl. Das Ziel ist, die Teilchenzahl im Bose-Einstein-Kondensat zu maximieren. Das resultiert in einer Endverstimzung von etwa -34 MHz, was -7 T entspricht. Die Rampendauer wird zwischen 30 und 60 ms gewählt.

Verstimzte und komprimierte MOT

Die bisherige Diskussion hat gezeigt, dass sich ein großes Ensemble kalter Atome mit Hilfe einer Verstimzungsrampe erzeugen lässt. Dabei steigt die Dichte um einen Faktor drei an. In Anlehnung an die Arbeit von Petrich et al. [203] erhöhen wir mit der Verstimzung gleichzeitig auch die radialen Magnetfeldgradienten um das 2.5-fache. Das resultiert in einer um eine Größenordnung höheren Dichte als in der elongierten MOT. Die Temperatur bleibt innerhalb der Messgenauigkeit konstant.

Zusammenfassung

Das Konzept der elongierten magneto-optischen Falle hat sich bewährt und ermöglicht den Einfang von mehreren 10^{10} Atomen. Mit einer Rampe der Verstimzung des Kühllichts kann das Ensemble bis unterhalb des Doppler-Limits gekühlt werden. Vor dem Umladen in die Magnetfalle liegt so eine ultrakalte Atomwolke mit folgenden Parametern zur Verfügung: Atomzahl $N = 6 - 8 \cdot 10^9$, Ausdehnung $\sigma_{x,y} = 3.1$ mm, Dichte $n = 4 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, Temperatur $T_{x,y} = T_z = 40 - 80 \mu\text{K}$ und Phasenraumdichte $psd \approx 10^{-6}$. Die Phasenraumdichte der verstimzten und komprimierten MOT ist mehr als drei Größenordnungen höher als die der elongierten MOT.

Kapitel 7

Magnetische Falle für Atome

Im Anschluss an die optischen Kühlverfahren werden die Atome in einer magnetischen Falle eingefangen und durch Verdampfungskühlung in den quantenentarteten Bereich überführt. Der vorliegende Abschnitt beschreibt den experimentellen Aufbau der Magnetfalle und deren Charakterisierung. Neben einem robusten mechanischen Aufbau ist darauf zu achten, dass die Geometrie der Magnetfalle durch Variation der Ströme über weite Bereiche geändert werden kann. Nach der Beschreibung der Spulenordnung und deren Verschaltung gehe ich auf die Modenanpassung beim Beladen der Magnetfalle und auf die adiabatische Kompression der Wolke zur Erhöhung der elastischen Stoßrate ein.

7.1 Designkriterien

Die Magnetfalle (MT = „magnetic trap“) ist nach der in Abschnitt 2.6.1 dargestellten Ioffe-Pritchard-Konfiguration aufgebaut. Die Anordnung muss nicht nur die lasergekühlte Atomwolke aus der verstimzten MOT ohne Verlust der Phasenraum-dichte einfangen, sondern auch Variationsmöglichkeiten der Gradienten zulassen. So sollen die Steilheit der Magnetfalle hochgefahren werden oder auch besonders große Aspekt-Verhältnisse im Hinblick auf eindimensionale Geometrien erzeugt werden können. Für die Konzeption der Spulenordnung sind also folgende Kriterien zu Grunde zu legen:

- Starker Einschluss der Atome, also hohe Fallenfrequenzen.
- Langgezogene Geometrie, die ein Verschieben der Atomwolke erlaubt (magnetischer Wellenleiter). Das ist besonders für zukünftige Experimente interessant.
- Auf die Form der Atomwolke aus der MOT anpassbar, um verlustarm in die MT umzuladen.

- Guter optischer Zugang - für die Detektion und spätere Experimente.
- Technisch handhabbare Stromstärken (≤ 1500 A) und notwendige Netzgeräte zu erträglichen Kosten.
- Ausreichende Kühlung, um thermische Driften klein zu halten.
- Kurze Ein- und Ausschaltzeiten.

Der starke Einschluss wird durch ein radiales Quadrupolfeld, das sehr hohe Gradienten erlaubt, und ein axiales Dipolfeld, das eine große axiale Krümmung des Magnetfeldes erzeugt, erreicht. Neben einer guten Kühlung der stromführenden Drähte ist auch auf einen stabilen mechanischen Aufbau zu achten. Schwingungen der Spulen können zu parametrischem Aufheizen der Atomwolke führen. Kurze Schaltzeiten sind wichtig, da die Wolke bei zu langsamen Einschaltzeiten expandiert und damit Phasenraumdichte verloren geht. Kurze Ausschaltzeiten werden benötigt, da die Genauigkeit der Flugzeit-Messungen von einem definierten Anfangszeitpunkt abhängt. Die relevante Zeitskala gibt jeweils die radiale Fallenfrequenz vor.

7.2 Experimentelle Realisierung

7.2.1 Aufbau der Stromspulen

Die Anordnung der Spulen ist in Abbildung 7.1 gezeigt. Die Ioffe-Stäbe bestehen aus sechs Kupferleitungen mit quadratischem Querschnitt (8×8 mm²) und Innenbohrung ($\varnothing = 5$ mm) zur Wasserkühlung. Die sechs einzelnen Leitungen sind U-förmig gebogen, durch eine Glasfaserbeschichtung gegeneinander isoliert und in einer Messinghalterung mit ausheizbaren Epoxidharz-Kleber befestigt. Der Strom durchfließt die sechs Stäbe seriell, wohingegen die Wasserkühlung parallel durch jeweils einzelne U-Stränge erfolgt.¹ Die Pinch-Spulen sind direkt auf die CF-16-Flansche der Vakuum-Kammer gewunden und mit demselben Epoxidharz-Kleber fixiert. Der hier verwendete Kupferdraht hat einen quadratischen Querschnitt mit 4 mm Kantenlänge und ein Innenloch zur Wasserkühlung von 2.5 mm Durchmesser. Wegen der engen Abmessungen sind die Windungszahlen unsymmetrisch: elf Wicklungen auf der 2D-MOT-Seite und zehn auf dem gegenüberliegenden Ende. Das relativ hohe Offset-Feld der Pinch-Spulen wird durch die so genannten Bias-Spulen auf

¹Zusätzlich sei erwähnt, dass die Ioffe-Stäbe etwa 25 cm über die UHV-Kammer hinausragen. Dadurch besteht die Möglichkeit, eine weitere Glaszelle an die Kammer anzuschließen, die Atomwolke in einen magnetischen Wellenleiter einzukoppeln und entlang der z-Achse in eine weitere Versuchskammer (evtl. mit mikrostrukturierten Oberflächen) zu verschieben. Zu diesem Zweck muss allerdings die Beschaltung der Ströme durch die Pinch-Spulen asymmetrisch erfolgen, bzw. zusätzliche Spulen zur Erzeugung eines axial verschiebbaren Quadrupolfeldes müssen angebracht werden (siehe z.B. [204]).

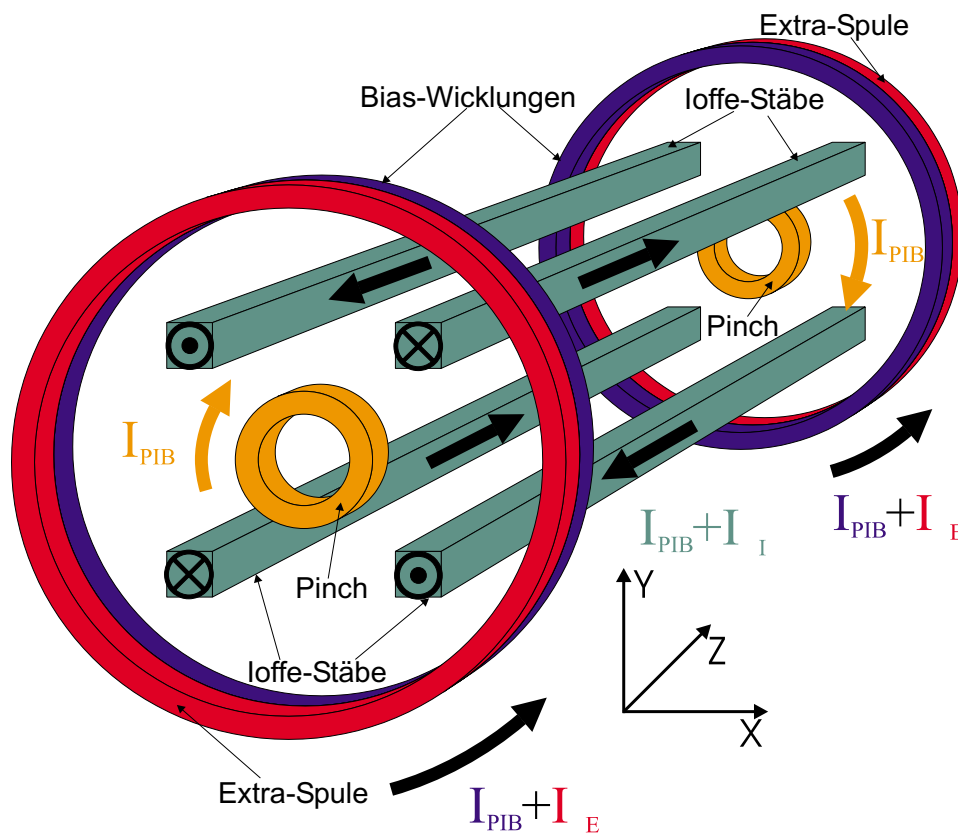


Abbildung 7.1: Anordnung der Stromspulen in Ioffe-Pritchard-Konfiguration. Gezeigt sind Ioffe-Stäbe, Pinch-Spulen, sowie Bias- und Offset-Spulen. Die Ioffe-Stäbe erzeugen ein radiales Quadrupolfeld. Der axiale Einschluss wird durch das Dipolfeld der Pinch-Spulen erzeugt. Der hohe Magnetfeldoffset der Pinch-Spulen wird durch so genannte Bias-Wicklungen kompensiert. Die Extra-Spulen erzeugen ein unabhängig einstellbares Offset-Feld.

nahezu Null kompensiert. Diese bestehen aus jeweils einer Windung in annähernd Helmholtz-Konfiguration, wobei die Stromrichtung entgegengesetzt zu derjenigen in den Pinch-Spulen erfolgt. Der Magnetfeldoffset entsteht durch Subtraktion von zwei relativ starken Magnetfeldern. Damit der Einfluss von Stromschwankungen auf den Magnetfeldoffset minimiert wird, sind die Pinch-Spulen, die Ioffe-Stäbe und die Bias-Wicklung in Serie geschaltet (im Experiment als I_{PIB} bezeichnet) und werden von einem einzelnen Netzgerät gespeist². Zusätzlich werden die Ioffe-Stäbe an ein zweites Netzgerät³ angeschlossen, so dass ein Gesamtstrom von 1050 A durch die Ioffe-Stäbe möglich ist. Eine Feineinstellung des Magnetfeldoffsets erfolgt über ein zusätzliches Spulenpaar, die so genannten Extra-Spulen (Strom: I_{E}). Dabei handelt es sich um

²PIB-Netzgerät: PowerTen 66D, 30 V, 550 A

³Ioffe-Netzgerät: PowerTen 63D, 20 V, 500 A

je sieben Wicklungen mit gleichem Radius wie Bias in Helmholtz-Anordnung. Die Stromrichtung ist mit I_{PIB} identisch. Gespeist wird das Spulenpaar durch ein separates Netzgerät⁴. Die Bias-Wicklung besteht aus demselben Draht wie die Ioffe-Stäbe. Extra- und Pinch-Spulen sind aus dünnerem Draht gewickelt. Tabelle 7.2.1 gibt einen Überblick über die wesentlichen Daten der Spulen: Wicklungszahl N_{Spule} , Abstand zwischen den Teilspulen d_{Spule} , Durchmesser einer Wicklung $\varnothing_{\text{Spule}}$ und Kantenlänge der quadratischen Drähte b_{Draht} .

Spule	N_{Spule}	d_{Spule}	$\varnothing_{\text{Spule}}$	b_{Draht}
Ioffe-Stäbe	6	25 mm	-	8 mm
Pinch-Spulen	10 — 11	110 mm	18 mm	4 mm
Bias-Spulen	1	110 mm	204 mm	8 mm
Extra-Spulen	7	170 mm	200 mm	4 mm

Tabelle 7.1: Übersicht über die eingesetzten Spulen: Windungszahl und Abmessungen.

Zusätzlich zu den hier genannten Spulen befinden sich drei weitere Helmholtz-Spulenpaare mit je 12 Wicklungen in x-, y- und z-Richtung direkt auf der Kammer (nichtgekühlter Draht, 1.5 mm Durchmesser, kaptonisoliert). Sie werden benutzt, um Störmagnetfelder zu kompensieren, um ein Quantisierungsfeld für die Absorptionsabbildung zu erzeugen (y-Paar) und um das Offset-Feld in z-Richtung fein zu korrigieren.

7.2.2 Ein- und Ausschaltverhalten

Die Beschaltung der einzelnen Spulenpaare ist in Abbildung 7.2 dargestellt. Es liegen drei separate Stromkreise für die Magnetfalle (Ioffe-Stäbe, Pinch-Ioffe-Bias- und Extra-Spulen) und drei für die MOT (Ioffe-Stäbe und je ein Stromkreis pro Extra-Spule) vor. Die Strom- und Spannungssollwerte der Netzgeräte werden über einen Analog-Ausgang des Steuerrechners eingestellt. Da die Zeitkonstante der Netzgeräte im Bereich weniger Millisekunden liegt, der Einschaltvorgang jedoch schneller erfolgen soll (siehe Diskussion oben), wird ein so genannter „Quick-Start“ zwischengeschaltet: Ein aufgeladener Kondensator wird zum Zeitpunkt $t = 0$ über die Spule entladen und erzeugt innerhalb weniger $100 \mu\text{s}$ einen Stromfluß, der dem Endwert entspricht. Der Ausschaltvorgang soll so kurz wie möglich erfolgen und wird über einen TTL-gesteuerten Feldeffekt-Transistor vorgenommen. Hierbei kommt ein besonderer MOSFET-Typ zum Einsatz, der für die Hochstromtechnik entwickelt wurde. Es handelt sich um einen IGBT (Insulated Gate Bipolar Transistor), der bis zu 1500 A über seine Anschlüsse leiten kann. Die im Magnetfeld

⁴Extra-Netzgerät: PowerTen P62B, 10 V, 200 A

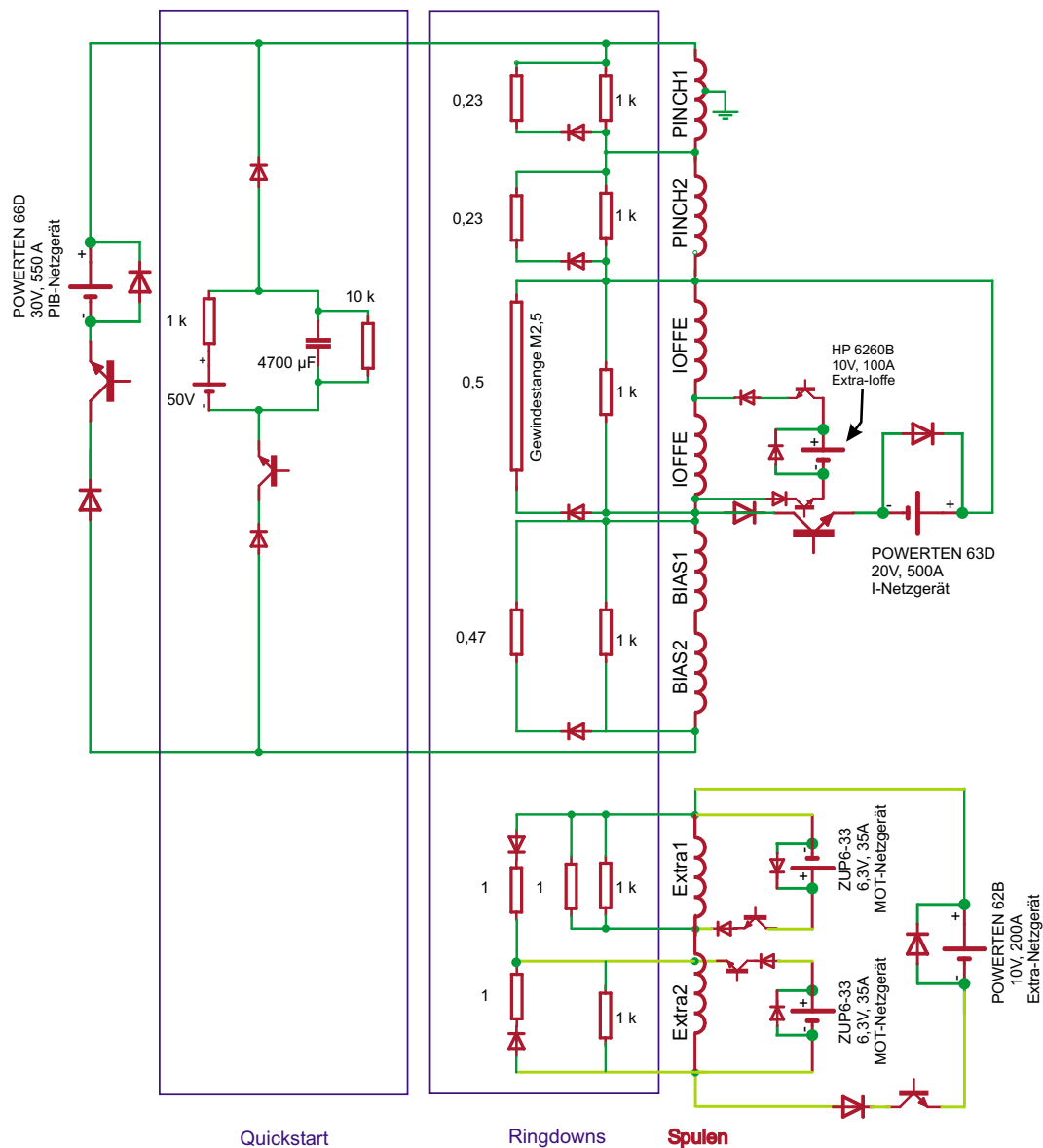


Abbildung 7.2: Beschaltung der Spulenpaare. Man erkennt die separaten Kreisläufe für Pinch-Ioffe-Bias, Ioffe, Extra und die Anschlüsse für das Extra-MOT Quadrupolfeld. Jeder Kreislauf kann per TTL-Signal über einen IGBT abgeschaltet werden. Die im Magnetfeld gespeicherte Energie wird über einen „Ringdown“-Widerstand dissipiert. Ein geladener Kondensator sorgt für einen raschen Einschaltvorgang, bis das Netzgerät auf den eingestellten Strom hochgefahren ist („Quickstart“). Zusätzlich zu den hier gezeigten Spulen existiert ein weiteres Helmholtz-Spulenpaar entlang der z-Achse, mit dem der Magnetfeldoffset fein korrigiert werden kann.

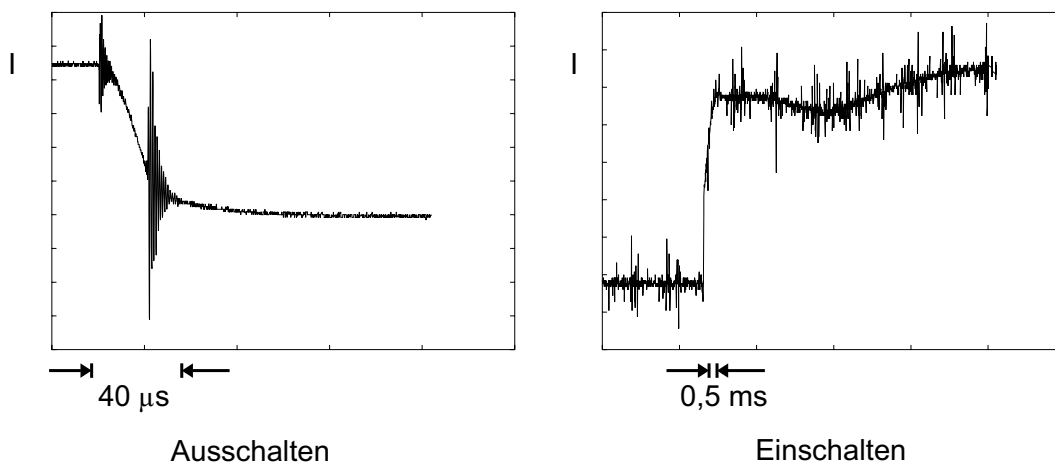


Abbildung 7.3: Aus- und Einschaltzeiten der Ströme durch die Ioffe-Stäbe. Die auftretenden Spitzen sind so kurz, dass die damit einhergehenden Magnetfelder die Atome im wesentlichen nicht beschleunigen.

gespeicherte Energie wird, sobald das Netzgerät von der Spule durch Schalten des IGBTs getrennt ist, in einem so genannten „Ringdown-Widerstand“ R_{RD} dissipiert. Die Abklingkonstante τ_{RD} ist dabei durch die Induktivität L der Spule (inklusive Zuleitungen) und den Widerstandswert gegeben: $\tau_{\text{RD}} \propto 1/R_{\text{RD}}L$. Je größer der Widerstand, desto kürzer erfolgt die Abschaltzeit. Andererseits ist die induzierte Spannung, die über die Enden der Spule abfällt, proportional zur Größe des Widerstands. Dies kann zu einer erhöhten Durchschlagswahrscheinlichkeit führen⁵. Das beschränkt die Abschaltzeit auf einen endlichen Wert. Beste Werte waren $40 \mu\text{s}$ Ausschaltzeit und $500 \mu\text{s}$ Einschaltzeit (Abbildung 7.3). Inzwischen ist die Abschaltzeit auf $150 \mu\text{s}$ ausgedehnt worden, damit die Spulen nicht zu stark belastet werden.

7.2.3 Schwingungsfrequenzen in der Magnetfalle

Lenkt man eine in der Magnetfalle gespeicherte Atomwolke durch einen magnetischen Kraftstoß aus und misst die Schwingungsfrequenz, kann man den Zusammenhang zwischen den einzelnen Strömen und den radialen Gradienten, sowie der axialen Krümmung herstellen (siehe Gleichungen 2.66 und 2.67). Aus einem mehrdimensionalen Anpassungs-Algorithmus des Gleichungssystems an die Messdaten folgt der

⁵Ein zu hoch gewählter Ringdown-Widerstand führte beim ersten Durchlauf zu einem Überschlag in der der 2D-MOT zugewandten Pinch-Spule. Seither liegt jener Punkt mit dem optischen Tisch gemeinsam auf Masse (siehe Abbildung 7.2). Für die Beschaltung hat das keine einschränkenden Konsequenzen, da die Netzgeräte erdfrei („floating“) sind. Die Magnetfelder sind dadurch nicht wesentlich beeinflusst.

Zusammenhang:

$$B_0 = -4.7(4) 10^{-2} \frac{\text{G}}{\text{A}} \cdot I_{\text{PIB}} - 0.9(4) 10^{-2} \frac{\text{G}}{\text{A}} \cdot I_{\text{I}} + 0.466(3) \frac{\text{G}}{\text{A}} \cdot I_{\text{E}} + 1.39(5) \frac{\text{G}}{\text{A}} \cdot I_z + 0.4(3) \text{G} \quad (7.1)$$

$$B' = 0.393(9) \frac{\text{G}}{\text{A cm}} \cdot (I_{\text{PIB}} + I_{\text{I}}) \quad (7.2)$$

$$B'' = 8.1(8) 10^{-3} \frac{\text{G}}{\text{A cm}^2} \cdot I_{\text{PIB}} \quad (7.3)$$

Dabei ist I_{PIB} der Strom im Pinch-Ioffe-Bias-Stromkreis, I_{I} die zusätzliche Stromstärke durch Ioffe, I_{E} der Strom durch die Extra-Spulen und I_z steht für den Strom durch die Extra-Wicklung, der ein Magnetfeld entlang der z-Achse erzeugt.

Gerade diese Extra-Wicklungen erlauben eine sehr feine Einstellung des Magnetfeldoffsets. Üblicherweise werden für die voll-komprimierte Falle die Ströme in den Pinch-Ioffe-Bias-Wicklungen, den Ioffe-Stäben und den Extra-Spulen gewählt zu: 550 A, 500 A und 66 A. Von dort ausgehend lässt sich dann die Falle durch Absenken des Offsets mit den Extra-Wicklungen genau einstellen. Die einstellbaren Offsets und Fallenfrequenzen sind in Tabelle 7.2.3 aufgelistet. Man sieht, dass sich die Achsenverhältnisse von 100 bis 550 ändern lassen. Durch Wahl besonders hoher Magnetfeldoffsets sind kleinere Achsenverhältnisse als 100 selbstverständlich möglich.

Die hier präsentierten Fallenfrequenzen und Abhängigkeiten von den einzelnen Strömen beschreiben den aktuellen Zustand der Apparatur vom Juni 2003. Es sei hier vermerkt, dass die ursprüngliche Planung der Apparatur vorsah, den Magnetfeldoffset der Pinch-Spulen durch die Bias-Wicklung annähernd vollständig zu kompensieren. Die oben beschriebene Spulenordnung hat diese Anforderung sehr gut erfüllt. Der verbleibende Magnetfeldoffset bei $I_{\text{PIB}} = 550 \text{ A}$, $I_{\text{I}} = 500 \text{ A}$ und $I_{\text{E}} = 0 \text{ A}$ betrug bis zum Januar 2003 etwa 0.7 G. Durch eine Störung der Kühlwasserzufuhr während des Betriebes der BEK-Anlage zu jenem Zeitpunkt überhitzten die Spulendrähte. Insbesondere die aus dünnem Draht kompakt gewickelten Pinch-Spulen haben dabei irreversibel Schaden genommen. Inzwischen darf angenommen werden, dass dabei einige der Pinch-Wicklungen miteinander verschmolzen sind. Dadurch wird der Offset der Pinch-Spulen durch die Bias-Wicklung überkompensiert. Aus diesem Grund muss durch die Extra-Wicklung ein Strom von 66 A fließen, um einen geringen Magnetfeldoffset mit ursprünglicher Orientierung beizubehalten.

7.3 Laden der MT und adiabatische Kompression

Nach der Verstimmungsrampe der MOT wird der Strom durch die Extra-Spulen mit der Voreinstellung von 200 A eingeschaltet. Während der Strom (in diesem Stromkreis ohne Quickstart, deshalb etwa 3 ms Anstiegszeit) auf seinen Sollwert ansteigt

I_z	2 A	1 A	0.3 A	0.2 A	0 A	-0.2 A	-0.276 A
B_0	3.22 G	1.83 G	0.85 G	0.71 G	0.43 G	0.16 G	0.05 G
f_{rad}	293 Hz	389 Hz	570 Hz	666 Hz	803 Hz	1315 Hz	2350 Hz
f_{ax}	2.7 Hz	2.7 Hz	2.7 Hz	2.7 Hz	2.7 Hz	2.7 Hz	2.7 Hz

Tabelle 7.2: Radiale Fallenfrequenzen und Magnetfeldoffsets in der voll-gerampten Falle (PIB-Strom: 550 A, Ioffe-Strom: 500 A, Extra-Strom: 66 A, Extra-Wicklungen: variabel) für ausgewählte Ströme der Extra-Wicklungen. Durch Einstellen des Stromes der Extra-Wicklungen in z-Richtung kann das Aspekt-Verhältnis zwischen 100 und 850 variiert werden. Die hohe radiale Fallenfrequenz von 2350 Hz ist die größte experimentell realisierbare Fallenfrequenz in unserem Aufbau. Sie wird durch extremes Absenken des Magnetfeldoffsets erreicht. Bei Werten von 50 mG ist allerdings der Fehler durch Schwankungen im Strom der Netzgeräte (und insbesondere durch die Fehlerfortpflanzung in der Bestimmung der Koeffizienten in den Gleichungen 7.1, 7.2, 7.3) sehr groß. Eine Fehlerabschätzung für diesen Fall ergibt: $\Delta B_0 = \pm 40$ mG, woraus ein Fehler für die radiale Fallenfrequenz folgt: $\Delta f_{\text{rad}} = \pm 600$ Hz.

und dadurch die Quantisierungsachse entlang der z-Richtung vorgibt, wird nach einer halben Millisekunde für $500 \mu\text{s}$ längs der z-Achse zirkular polarisiertes Pumplicht eingestrahlt (siehe Abschnitt 2.5). Der Lichtstrahl wird durch einen AOM geschaltet. Gleichzeitig ist noch Rückpumper-Licht von der MOT-Phase vorhanden, das erst nach dem optischen Pumpprozess mit einem mechanischen Verschluss abgeschaltet wird. Dadurch ist gewährleistet, dass keine Atome sich im unteren Hyperfeingrundzustand ansammeln, sondern im $|F = 2, m_F = +2\rangle$ -Zustand präpariert sind.

Die Extra-Spulen geben das Quantisierungsfeld während des Einschaltvorgangs (ca. 1 ms, siehe obige Diskussion des Quickstarts) des Pinch-Ioffe-Bias-Stromkreises vor, so dass die Orientierung der Atome beibehalten wird. Von den $6 - 8 \cdot 10^9$ Atomen in der verstimmten MOT werden etwa 60% anschließend in der Magnetfalle gefangen. Damit die Wolke sich dabei nicht aufheizt, ist es notwendig, wie in Abschnitt 2.6.2 diskutiert, die Form der Magnetfalle an die der thermischen Wolke anzupassen. Zu diesem Zweck wird der Magnetfeldoffset so weit erhöht, bis das Potential eine harmonische Form mit entsprechender Breite angenommen hat.

Die optimalen Parameter für das Einfangen der Atomwolke werden in einem zweistufigen Prozess bestimmt: Zuerst wird die Transfereffizienz von der MOT in die Magnetfalle optimiert. Anschließend minimiert man die radiale Temperatur des Ensembles etwa 500 ms nach dem Umladen in die Magnetfalle, ohne die gefangene Atomzahl zu verringern. Die passenden Ströme und dazugehörigen Eigenschaften der Magnetfalle sind in Tabelle 7.3 aufgelistet. Den Parametern der Magnetfalle entspricht eine Wolke der Breite 3.1 mm bei einer Temperatur von $150 \mu\text{K}$. Das stimmt mit der Breite des Ensembles nach dem optischen Pumpen und mit der minimalen Temperatur in der Magnetfalle überein. Aufgrund der sehr großen Ausdehnung der Wolke entlang der z-Achse kann die axiale Temperatur in diesem Aufbau nicht be-

stimmt werden⁶. Daher ist es nur schwer möglich, die verstimmte MOT axial mit dem Zentrum der Magnetfalle zu überlappen. Diese suboptimale Modenanpassung in axialer Richtung kann in einer anisotropen Temperaturverteilung in der Wolke resultieren.

PIB	Extra	Ioffe	extraIoffe	f_{rad}	f_{ax}	B_0	B'
115 A	200 A	0	50 A	6 Hz	1.2 Hz	88 G	45.3 G/cm

Tabelle 7.3: Optimale Fallenparameter zum Einfangen der lasergekühlten Atomwolke.

Beim Umladeprozess ist zu berücksichtigen, dass die Gravitation das Zentrum der Magnetfalle in vertikaler Position verschiebt. Das Zentrum der MOT bleibt aber an der durch den Magnetfeldnullpunkt vorgegebenen Position in der Mitte der Ioffe-Stäbe.⁷ Dadurch wird eine Anpassung der Magnetfallenposition in vertikaler Richtung notwendig. Die Höhendifferenz bei der kleinen radialen Fallenfrequenz (aus Tabelle 7.3) zum Zeitpunkt des Umladens berechnet sich zu:

$$\Delta y_{\text{Gravitation}} = \frac{g_{\text{Erde}}}{\omega_{\text{rad}}^2} \approx 6.7 \text{ mm.} \quad (7.4)$$

Eine Umwandlung dieser Höhendifferenz in kinetische Energie entspräche einer Aufheizung der Wolke um $680 \mu\text{K}$. Um das zu vermeiden, muss das Magnetfallenpotential um die Höhendifferenz angehoben werden. In der experimentellen Umsetzung wird ein zusätzlicher Strom durch die beiden unteren Ioffe-Stäbe geleitet. Das erzeugt einen weiteren Gradienten, der die Symmetrie zwischen den Ioffe-Stäben bricht und die Magnetfeld-Null-Linie des radialen Quadrupols nach oben verschiebt. Zu diesem Zweck ist wie in Abbildung 7.2 gezeigt ein weiteres Netzgerät⁸ - durch Dioden von den anderen Kreisläufen isoliert - an die beiden unteren Ioffe-Stäbe angeschlossen. Dadurch verschiebt sich die Null-Linie des Magnetfelds entlang der Vertikalen. In der Nomenklatur der Experimentiersequenz wird dieser Stromkreislauf als „extraIoffe-Strom“ bezeichnet.

Um eine effiziente Verdampfungskühlung durchzuführen, kann die elastische Stoßrate in der Magnetfalle im Vergleich zu den Einfangbedingungen erhöht werden. Deshalb wird 15 ms nach Einschalten der Magnetfalle in einer dreistufigen Stromrampe der Einschluss der Atome vergrößert. Die Kompression der Magnetfalle soll, soweit möglich, adiabatisch erfolgen. Das bedeutet, dass die relative Änderung der Fallenfrequenz klein gegen die Fallenfrequenz sein muss.

⁶Die notwendige Längenänderung, um aus einer Flugzeitmessung auf die axiale Temperatur zu schließen, ist so groß, dass die Wolke größtenteils den Sichtbereich der Kamera verlassen hat.

⁷Die ortsabhängige Kraft in der MOT (V-förmig, da dem Quadrupol-Magnetfeldgradienten folgend - siehe Gleichung 2.46) wird durch die Gravitation nur gekippt. Das Zentrum bleibt dadurch unverändert.

⁸Hewlett-Packard HP6260B, 10 V, 100 A, extraIoffe-Netzgerät

Nach dem Einfangen liegt eine Temperatur von typischerweise 80 bis 150 μK vor. In dem hier diskutierten Beispiel wurden $4 \cdot 10^9$ Atome gefangen. Während der Kompression ändert sich die Atomzahl im Wesentlichen nicht. Die einzelnen Stufen sind:

1. *PIB-Rampe*: Der Strom in Pinch-Ioffe-Bias wird innerhalb einer Sekunde von 115 A auf 550 A hochgefahren. Bei dem großen Offsetfeld ist die Atomwolke in dieser Falle immer noch in einem harmonischen Potential. Die Temperatur der Wolke erhöht sich gemäß Gleichung 2.78.
2. *Extra-Rampe*: Der Magnetfeldoffset wird anschließend auf ca. 5 G erniedrigt, indem der Strom durch die Extra-Spulen von 200 A auf 66 A in 1.5 s heruntergefahren wird. Bei diesem Schritt findet der Übergang vom harmonischen ins lineare Potential statt (siehe Gleichung 2.76). Wie in Abschnitt 2.6.1 diskutiert, erhöht sich dabei die Temperatur. Zusätzlich zum theoretisch erwarteten Aufheizen durch die adiabatische Kompression heizt sich die Wolke auf, da in der linearen Falle die einzelnen Freiheitsgrade nicht mehr wie im harmonischen Potential voneinander entkoppelt sind. Aufgrund der wesentlich höheren Stoßrate findet jetzt auch eine Angleichung von radialer und axialer Temperatur statt⁹.
3. *Ioffe-Rampe*: Zuletzt wird der Strom durch die Ioffe-Stäbe von Null auf 500 A in 1 s hochgefahren. Parallel dazu fährt der zusätzliche Strom durch die unteren Ioffe-Stäbe (extraIoffe-Strom) auf Null herunter. Anschließend wird der IGBT geöffnet und damit das extraIoffe-Netzgerät getrennt. In dem letzten Schritt wird der radiale Einschluss noch verdoppelt und gleichzeitig der Magnetfeldoffset auf 0.5 G herabgesetzt.

Das Ensemble mit typischerweise $4 \cdot 10^9$ Atomen befindet sich nach der Kompression bei etwa 850 bis 950 μK . Das stimmt in etwa mit der theoretisch zu erwartenden Aufheizung überein. Allerdings wirkt sich ein Fehler in der gemessenen Anfangstemperatur sehr stark auf die berechnete Endtemperatur aus. Eine Anfangstemperatur von 80 bis 150 μK ergibt nach Gleichung 2.77 unter Einbeziehung der Fallenparameter aus den Gleichungen 7.1, 7.2, 7.3 eine Endtemperatur von 840 bis 1300 μK .

Unmittelbar nach dem Laden in die Magnetfalle ist die Dichte so gering, dass Kollisionen vernachlässigbar sind. Durch die Kompression erhöht sich die Stoßrate auf etwa 10s^{-1} . Die Lebensdauer der Wolke in der Magnetfalle beträgt üblicherweise 45 s. Zwar zeigt die Ionenmessröhre in der UHV-Kammer einen Druck von $1 \cdot 10^{-11}$ mbar an, aber das entspräche einer um das Fünffache höheren Lebensdauer. Der Grund dafür liegt nach unserer Erfahrung in einem Belag von Rubidium auf der Innenseite der Ioffe-Stäbe, also in unmittelbarer Nähe zur Atomwolke. Dadurch ist der

⁹Die ungleiche Temperaturverteilung kann von einer ungenügenden axialen Anpassung der Positionen von Atomwolke und Magnetfalle herrühren (siehe obige Diskussion) und wirkt sich erst in diesem Schritt auf die radiale Temperatur aus.

lokale Hintergrundgasdruck im Zentrum der Magnetfalle größer als im Hintergrund der UHV-Kammer gemessen. Durch regelmäßiges Ausheizen der Kammer kann die Lebensdauer auf knapp 100 s erhöht werden.

Zusammenfassung

Die in diesem Kapitel vorgestellte Magnetfalle in der Ioffe-Pritchard-Konfiguration erfüllt weitestgehend die eingangs an sie gestellten Anforderungen. Die Gradienten für MOT und Magnetfalle werden - zwar unterschiedlich verschaltet - durch dieselben Spulen erzeugt. Damit ist das anisotrope Achsenverhältnis der Magnetfalle bereits der MOT aufgeprägt, was modenangepasstes Umladen und einen guten räumlichen Überlapp ermöglicht. Die Magnetfalle kann radial weit genug geöffnet werden, um die lasergekühlte Atomwolke möglichst modenangepasst aufzunehmen. Gleichzeitig erlauben es die Netzgeräte, die Falle anschließend stark zu komprimieren. Dadurch werden Aspektverhältnisse ($f_{\text{rad}}/f_{\text{ax}}$) von 100 bis zu 850 erreicht. Makroskopische Magnetfallen mit solchen Achsenverhältnissen sind bisher nicht realisiert worden. Dadurch ist es möglich, experimentell in den Bereich von quasi-eindimensionalen Bose-Einstein-Kondensaten vorzudringen (siehe Diskussion in Abschnitt 8.3). Andere Magnetfallen in vergleichbarer IP-Konfiguration besitzen Fallenfrequenzen im Bereich 20 - 80 [35, 44, 205]. Die bisher größten Aspektverhältnisse sind in magnetischen Mikrofallen erreicht worden. Nach unserem Kenntnisstand liegt die maximale Anisotropie dieser Fallen bei Werten um 350.

Selbst bei hohen Strömen von bis zu 1050 A bleibt die thermische Aufheizung (und damit die Ausdehnung der Spulen) gering. Üblich sind etwa 10°C Temperaturanstieg bei vollständig komprimierter Falle über 35 s hinweg. Ein guter optischer Zugang wird durch den großen Abstand von 20 mm zwischen Fallenzentrum und Ioffe-Stäben ermöglicht.

Nach Beenden der Kompressionsrampen bei einem Magnetfeldoffset von $B_0 \approx 0.8$ G liegt ein Atomensemble vor mit typischerweise $N = 4 \cdot 10^9$ Atomen, einer Spitzendichte von $n_0 = 5.5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, einer elastischen Kollisionsrate¹⁰ von $\Gamma_{\text{el}} \approx 10 \text{ s}^{-1}$ und einer Phasenraumdichte von $psd \approx 1.3 \cdot 10^{-7}$. Von diesen Parametern ausgehend muss die Verdampfungskühlung den Bereich zum quantenentarteten Regime überbrücken.

¹⁰Bei der hohen Temperatur berechnet sich die Stoßrate mit dem Streuquerschnitt aus Gleichung 2.86. Der Korrekturterm $k^2 a^2$ im Nenner - in vielen Arbeiten gleich eins gesetzt - ist hier nicht vernachlässigbar.

Kapitel 8

Bose-Einstein-Kondensation

Dieses Kapitel präsentiert den letzten experimentellen Schritt zum quantenentarteten Regime und das Bose-Einstein-Kondensat, das Hauptziel dieser Arbeit. Zunächst diskutiere ich die Verdampfungskühlung in der vorliegenden Geometrie anhand des Beispiels einer mäßig komprimierten Falle (700 Hz radial, 2.7 Hz axial). Daran wird der Einfluss der stark anisotropen Geometrie der Magnetfalle auf die Effizienz der Verdampfungskühlung deutlich. Anschließend stelle ich die Realisierung des Bose-Einstein-Kondensats in einer stark komprimierten Magnetfalle vor. Die Besonderheit der Apparatur, die stark anisotrope Fallengeometrie, ermöglicht das Regime quasi-eindimensionaler Kondensate zu erreichen. Kriterien hierfür und Möglichkeiten werden zum Abschluss diskutiert.

8.1 Radiofrequenz-Verdampfungsrampe

Zu Beginn der Verdampfungskühlung liegen die am Ende des Kapitels 7 zusammengefassten Parameter der Wolke vor. Die Magnetfalle ist so eingestellt, dass die radiale Fallenfrequenz $f_{\text{rad}} \approx 700 \text{ Hz}$ und die axiale $f_{\text{ax}} \approx 2.7 \text{ Hz}$ betragen. Bei einer typischen Lebensdauer¹ des Ensembles in der Falle von 45 s ergibt sich daraus ein Verhältnis von elastischer zu inelastischer² Kollisionsrate von $R \approx 450$. Gemäß Abbildung 2.8 ist damit die Bedingung für die selbstbeschleunigende Verdampfungskühlung für Abschneideparameter von $\eta = 3.2$ bis $\eta = 7.5$ erfüllt.

Als Quelle für die Radiofrequenz wird ein Frequenzgenerator³ eingesetzt, der maximal 40 MHz erzeugen kann. Frequenz und Amplitude sind durch Analog-Kanäle mit

¹Zeit für den Abfall der Atomzahl in der Wolke auf den 1/e-fachen Wert

²Bei der vorliegenden geringen Dichte ist es ausreichend, nur Stöße mit dem Hintergrundgas für die inelastischen Prozesse zu betrachten.

³Eigenbau aus der Elektronik-Werkstatt des Physikalischen Instituts.

dem Messrechner ansteuerbar. Das Ausgangssignal durchläuft einen RF-Verstärker⁴ mit einer Ausgangsleistung von maximal 1 W. Da die Ioffe-Schächte und die Metallkammer für Antennen außerhalb der Vakuumkammer einen großen Raumwinkel abschirmen, ist ein Helmholtz-Spulenpaar in der Kammer angebracht worden. Dabei handelt es sich um zwei Wicklungen mit den Maßen 100 x 24 mm, die an den Innenseiten der Ioffe-Schächte befestigt sind und einen Abstand von 20 mm zueinander haben. In diesem Fall befinden sich die Atome im Nahfeld der Antenne. Eine Vakuum-Stromdurchführung durch einen der in Kapitel 4.1 beschriebenen CF-16-Flansche stellt die Verbindung nach außen her. Feldstärkemessungen mit einer Sekundärspule haben gezeigt, dass die Abstrahlung zu niedrigen Frequenzen hin zunimmt. Durch den Einfluss der Edelstahlkammer ist die Feldstärke des abgestrahlten Feldes in der UHV-Kammer um etwa einen Faktor sechs kleiner als bei einer Messung im freien Raum. Nähere Betrachtungen zu diesem Themenkreis finden sich in [123].

Mit obiger Ausgangs-Temperatur der Verdampfungskühlung und mit der maximalen RF-Frequenz ergibt sich ein größtmöglicher Abschneideparameter nach Gleichung 2.96 von $\eta = 4$. Die kritische Temperatur T_c bei den gegebenen Fallenfrequenzen und typischerweise 10^6 Atomen kann mit Gleichung 2.14 auf ca. 500 nK abgeschätzt werden. Das ergibt eine Endfrequenz der Verdampfungskühlung von einigen Hundert Kilohertz bei geringen Magnetfeldoffsets von etwa 1 G. Ausgehend von den anfänglichen 40 MHz unterteilt man dieses Frequenzintervall in 10 Abschnitte mit jeweils linearem Frequenzverlauf. Da im Falle der selbstbeschleunigenden Verdampfungskühlung die Kühlrate zunimmt, werden die Frequenz-Intervalle im Laufe der Kühlung kleiner gewählt. Für die einzelnen Teilstücke wird die zeitliche Dauer der RF-Rampe so optimiert, dass das Verhältnis von relativem Phasenraumdichtegewinn zu relativem Teilchenzahlverlust maximal wird:

$$\left| \frac{dpsd/psd}{dN/N} \right| \stackrel{!}{=} \text{Maximum.} \quad (8.1)$$

Der zeitliche Verlauf der experimentell optimierten Radiofrequenzrampe ist in Abbildung 8.1 a) gezeigt. Typischerweise dauert die Verdampfungsphase etwa 30 s.

Die im Weiteren vorgestellten experimentellen Daten sind Resultate von Flugzeitmessungen, aus denen Atomzahl, Temperatur und Dichte bei Kenntnis der Fallenparameter bestimmt werden. Weitere Größen wie Abschneideparameter, Phasenraumdichte oder Kollisionsrate werden daraus berechnet.

Die großen, thermischen Atomwolken werden anfangs mit Fluoreszenzmessungen detektiert. Bei zunehmend dichten und kalten Wolken werden die durch Fluoreszenzmessung erzielten Ergebnisse ungenauer (siehe Diskussion in Abschnitt 4.4).

⁴Hersteller: MiniCircuits, Modell: ZHL-32A, Frequenzgang: 50 kHz bis 130 MHz, max. Ausgang: +29 dBm.

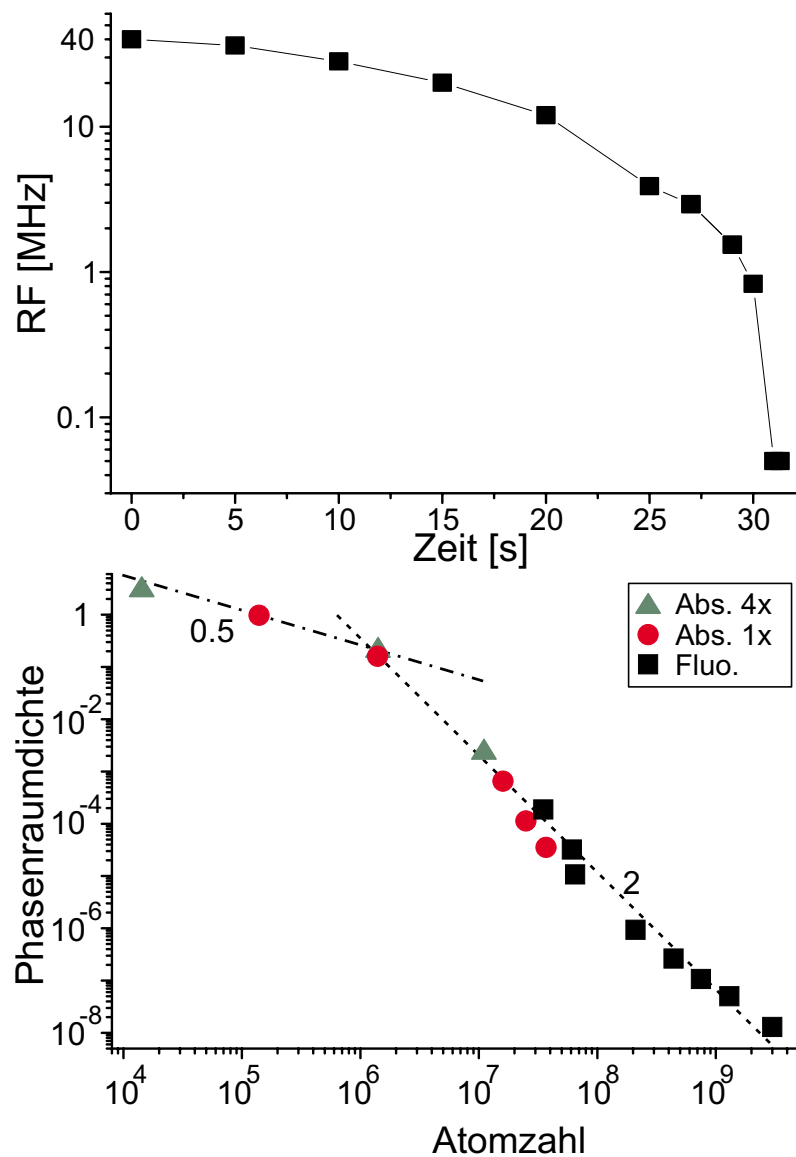


Abbildung 8.1: a) Zeitlicher Verlauf der Radiofrequenz in der experimentell optimierten Verdampfungsrampe. Die Verdampfungskühlung ist in 10 zeitliche Teilstücke zerlegt, in denen die Radiofrequenz linear auf den als Datenpunkt markierten Wert gefahren wird. Kurz vor Erreichen des Bose-Einstein-Kondensats sollte die Radiofrequenz für ca. 300 bis 600 ms auf dem konstanten Endwert gehalten werden.

b) Phasenraumdicke als Funktion der Atomzahl während der Verdampfungsphase. Unter Verlust von vier Größenordnungen in der Atomzahl werden sieben Größenordnungen an Phasenraumdicke gewonnen. Der zeitliche Verlauf der Kurve zeigt zwei unterschiedliche Steigungen. Die Abnahme der Effizienz im letzten Drittel der RF-Rampe führen wir auf eine Heizrate von $2 \mu\text{K/s}$ in der Magnetfalle zurück. Die unterschiedlichen Symbole geben an, mit welchen Kamera-Einstellungen die Flugzeitbilder aufgenommen wurden: „Fluo.“ steht für Fluoreszenz-Aufnahmen von der Seite (entlang der x-Achse), die anderen beiden Symbole stehen für 1:1- und 1:4-Vergrößerung der Absorptions-Aufnahme entlang der y-Achse.

Deshalb wird der Übergang zur Absorptions-Abbildung notwendig. Da die Ausdehnung der Wolke mit abnehmender Temperatur kleiner wird, muss die Vergrößerung des Abbildungssystems nachgestellt werden. Die verwendeten Kameras und Abbildungssysteme sowie die Detektionsverfahren sind in Abschnitt 4.4 beschrieben. Die Messgrößen bleiben beim Wechsel zwischen Kameras und Vergrößerungen miteinander konsistent. Das ist deutlich erkennbar an der Übereinstimmung der Datenpunkte zu denselben äußeren Randbedingungen, die aber mit unterschiedlichen Detektionssystemen aufgenommen wurden (siehe Abbildungen 8.1 und 8.2).

Mit der Verdampfungskühlung werden sieben Größenordnungen in der Phasenraum-dichte überbrückt und damit die Bose-Einstein-Kondensation der Rb-Wolke erreicht. Die Teilchenzahl wird während des Verdampfens um vier Größenordnungen reduziert. Die Güte der Verdampfungsrampe, also der Phasenraumdichtegewinn pro Teilchenzahlverlust, äußert sich im Anstieg der Phasenraum-dichte als Funktion der Teilchenzahl (Abbildung 8.1 b)). Man erkennt deutlich einen Knick in der Steigung des Graphen. In den ersten beiden Dritteln der Verdampfungsrampe nimmt die Phasenraum-dichte etwa um zwei Größenordnungen zu, während die Atomzahl um eine Größenordnung abnimmt. In dem Graphen ist das mit einer Steigung von 2 gekennzeichnet. Extrapoliert man diesen Verlauf in das quantenentartete Regime, so wären Kondensate mit einigen 10^6 Atomen zu erwarten. Allerdings flacht die anfangs hohe Steigung im letzten zeitlichen Drittel der Rampe oberhalb einer Phasenraum-dichte von 10^{-1} stark ab. Sie beträgt dann nur noch 0.5. Wir erhalten deshalb Kondensatwolken mit typischerweise einigen 10^4 bis zu $3 \cdot 10^5$ Atomen. Das liegt weit unterhalb der zu Beginn erwarteten Größe und bedarf einer genaueren Diskussion:

Zu diesem Zweck betrachten wir den Verlauf der einzelnen physikalischen Parameter des Ensembles während der Verdampfungsrampe: Atomzahl N , Temperatur T , zentrale Dichte n_0 , elastische Streurrate Γ_{el} , Phasenraum-dichte psd und Abschneideparameter η in Abhängigkeit der Zeit und die Effizienz α der Verdampfungskühlung (siehe Gleichung 2.91) sind in Abbildung 8.2 dargestellt. Diese Größen wurden während der oben erläuterten experimentellen Optimierung der Verdampfungsrampe ermittelt. Abweichungen von den Rampen-Zeiten oder von den dargestellten Abschneideparametern führen zu weniger Atomen im Bose-Einstein-Kondensat. Zum Vergleich ziehen wir zwei Experimente heran, die ebenso Magnetfallen in der Ioffe-Pritchard-Konfiguration einsetzen: Ein Experiment der Gruppe von Rempe und Mitarbeiter [36, 206] und das Projekt von Dieckmann und Mitarbeiter aus der Gruppe von Walraven in Amsterdam [44].

Gemeinsam mit der Atomzahl (a) nimmt auch die Temperatur (b) schnell ab. Gleichzeitig steigt die zentrale Dichte (c) in der Wolke an. Dabei wächst die elastische Kollisionsrate (d) stark an. Das deutet darauf hin, dass die Verdampfungskühlung - wie auch angestrebt wurde - selbstbeschleunigend abläuft. Die größten Änderungen erfolgen in den letzten Sekunden der Verdampfungsrampe. Die Phasenraum-dichte (e) steigt zwar bis zum Wert von 2.612 und darüber an, allerdings langsamer als

in den Vergleichs-Experimenten. Besonders auffallend im Vergleich zum Experiment von Rempe und Mitarbeiter ist der Unterschied im Anstieg der zentrale Dichte oder der elastischen Stoßrate. Die bei uns maximal erreichte Stoßrate beträgt 400 s^{-1} . Im Vergleichsexperiment liegt dieser Wert doppelt so hoch⁵ [205]. Ebenso ist der bei uns beobachtete Gewinn an Phasenraumdichte von zwei Größenordnungen pro Größenordnung verlorener Atomzahl eher moderat. Bei Rempe und Mitarbeiter liegt der Phasenraumdichtegewinn bei drei Größenordnungen [36].

Die kurze Lebensdauer von 45s verlangt eine hohe Verdampfungsrate oder einen kleinen Abschneideparameter. Der Abschneideparameter η (f) bleibt über die RF-Rampe hinweg relativ konstant bei sehr niedrigen Werten um etwa 3. Die Verdampfungsrate ist damit nach Gleichung 2.93 sehr hoch. Das spiegelt sich in dem hohen Verlust der Teilchenzahl (a) und in dem raschen Abfall der Temperatur während der Verdampfungsrampe wider. Trotz dieses rigiden Einschneidens in die thermische Verteilung dauert die Verdampfungskühlung in das quantenentartete Regime 30s. Aus der doppelt-logarithmischen Auftragung (d) von Temperatur gegen Atomzahl ist ersichtlich, dass die Datenpunkte entlang einer Geraden mit der Steigung $\alpha = 0.85$ verlaufen. Das bedeutet, dass die Verdampfungskühlung mit konstanter Effizienz erfolgt. Die Verdampfungsrampe von Dieckmann und Mitarbeiter, weist eine Effizienz von $\alpha = 1.1$ auf, obwohl Anfangsparameter und Lebensdauer der Wolke in der Magnetfalle vergleichbar sind [44].

Der Vergleich mit den beiden genannten Experimenten zeigt, dass in der vorliegenden Geometrie die Effizienz der Verdampfungsrampe geringer ist und etwa 1.5-mal so lange dauert wie in weniger anisotropen Fallengeometrien mit einem wesentlich geringeren Aspektverhältnis.

In bisherigen Arbeiten wurde in theoretischen Betrachtungen zur Verdampfungskühlung argumentiert, dass die Zeitskala der Rethermalisierungsprozesse durch das geometrische Mittel aus den Fallenfrequenzen entlang der drei Raumachsen gegeben ist [81, 139]. Vergleicht man jedoch das geometrische Mittel unserer Fallenfrequenzen mit dem Experiment der Rempe-Gruppe [36], so sind diese annähernd gleich. Die Effizienz der Verdampfungskühlung in unserer Geometrie erreicht jedoch nur 60% von derjenigen in [36]. Die elastische Stoßrate müsste in unserer Falle nach ersten Überlegungen ausreichend groß sein, um bei einer radialen Fallenfrequenz von 700 Hz eine schnellere RF-Rampe durchführen zu können. Die Ursache für die lange Zeitkonstante liegt nach unserer Interpretation der Ergebnisse in der sehr niedrigen axialen Fallenfrequenz von nur 2.7 Hz.

Das legt die Vermutung nahe, dass die Verdampfung in unserem Fall nicht in drei Dimensionen abläuft, sondern eher ein eindimensionaler Prozess ist. Bei der gegebenen

⁵Die Verdampfungsrampe in der Rempe-Gruppe dauert mit 20s nur 2/3 so lange wie in unserer Magnetfalle, was unter anderem mit der wesentlich höheren Stoßrate gegen Ende der Rampe erklärt werden kann.

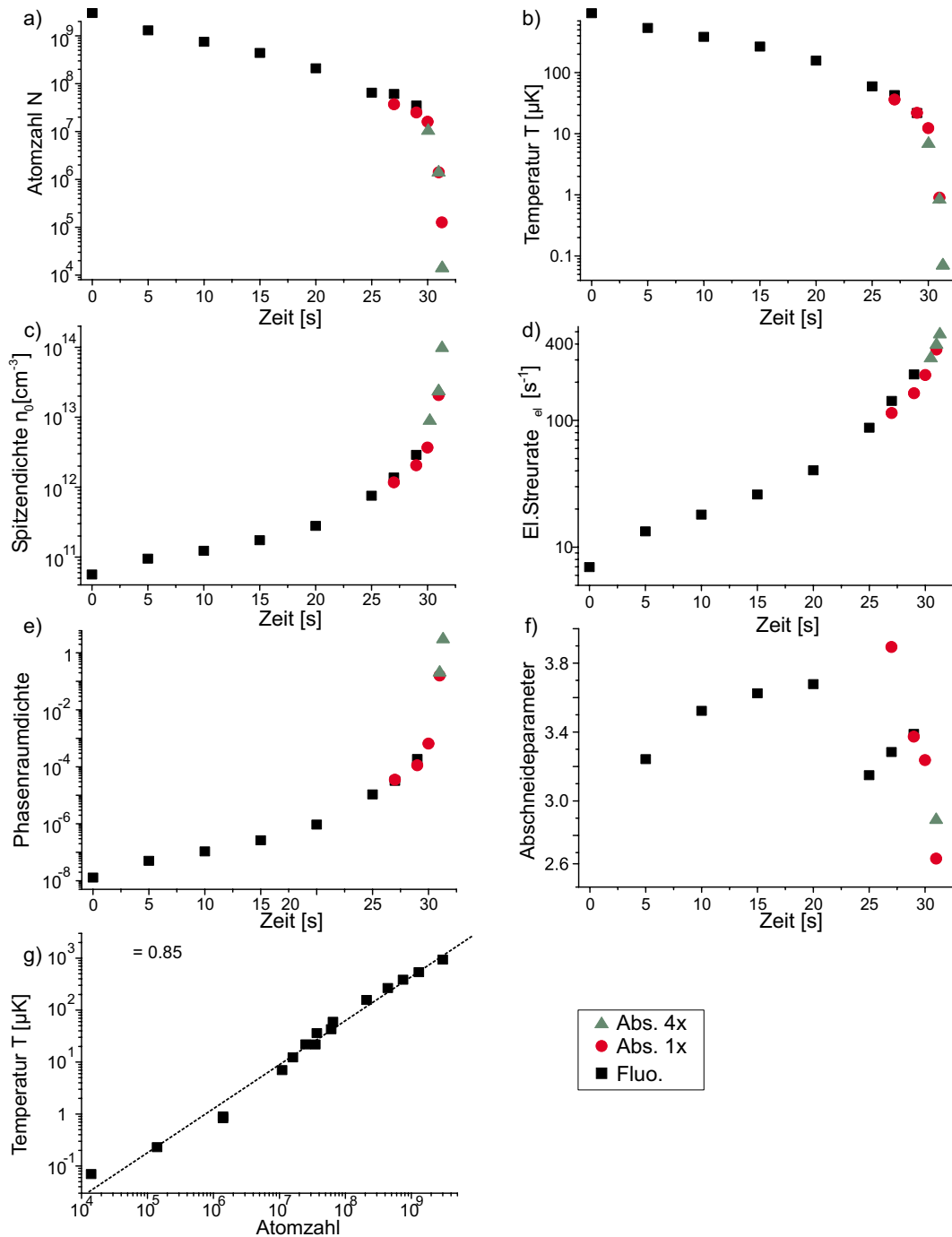


Abbildung 8.2: Die wichtigsten physikalischen Kenngrößen während der RF-Verdampfungsrampe als Funktion der Zeit: a) Atomzahl N , b) Temperatur T , c) zentrale Dichte n_0 , d) elastische Streurrate Γ_{el} , e) Phasenraumdicke psd , f) Abschneideparameter η und g) Effizienz α der Verdampfungskühlung. Die Effizienz beträgt in unserem Aufbau $\alpha = 0.85$. Dieser Wert liegt nur bei etwa 80% vergleichbarer Experimente wie z.B. [44]. Die Fallenparameter für diese Verdampfungsrampe waren: 700 Hz radiale Fallenfrequenz und 2.7 Hz axiale Fallenfrequenz.

hohen Dichte ist die mittlere freie Weglänge in der Wolke kleiner als die Abmessungen der Wolke, weshalb innerhalb einer Oszillation in axialer Richtung mehrere Kollisionen stattfinden. Das Ensemble befindet sich im so genannten hydrodynamischen Regime (siehe 2.1.2). Die rasche Verdampfung kühlt in lokalen Regionen entlang der langen Achse die radiale Temperatur der Atomwolke sehr schnell. Allerdings erfolgt die Thermalisierung entlang der z-Achse mit der wesentlich kleineren Fallenfrequenz von 2.7 Hz und erfordert daher eine deutlich längere Verdampfungsrampe. Eine kleinere Verdampfungsrate ist wegen der kurzen Lebensdauer der Magnetfalle nicht möglich. Bei einer Lebensdauer von 90 s, wie wir sie in den ersten Experimenten nach einer Ausheizphase der Vakuumkammer haben, könnte ein wesentlich höherer Abschneideparameter gewählt werden, und eine Steigung von drei in Abbildung 8.1 erschiene dann durchaus realisierbar. Dieses qualitative Argument erklärt den geringeren Anstieg der Phasenraumdicke mit abnehmender Atomzahl in Abbildung 8.1 im Vergleich zu [36].

Die plötzlich geringere Steigung in diesem Diagramm im letzten zeitlichen Drittel ist durch Heizprozesse in der Magnetfalle zu erklären, die insbesondere bei niedrigen Temperaturen stärker hervortreten: Für kalte Atomwolken in der Magnetfalle wurde eine Heizrate von ca. $2 \mu\text{K/s}$ gemessen. Diese Heizrate ist unabhängig von der Temperatur, unabhängig von der Dichte der Wolke und unabhängig von der Magnetfalle. Daher kommt parametrisches Heizen⁶ durch Schwankungen in den Strömen der Magnetfalle als Ursache nicht in Frage, da sonst die Heizrate mit höherer Temperatur der Wolke ebenso zunehmen müsste. Inelastische Stöße wie Drei-Körper-Relaxationen weisen bei Dichten von 10^{14} cm^{-3} und Atomzahlen von $N \approx 10^6$ Rekombinationsraten von 10^5 s^{-1} auf. Dabei wird eine minimale Bindungsenergie von wenigen Millikelvin frei [134]. Die heißen Atome aus diesem Prozess werden bei der Verdampfungskühlung durch die Radiofrequenz entfernt. Da die Heizrate jedoch unabhängig von der An- oder Abwesenheit der Radiofrequenz und unabhängig von der Dichte konstant $2 \mu\text{K/s}$ betrug, kann auch dieser Prozess weitgehend ausgeschlossen werden.

⁶Schwankungen in den Strömen der Magnetfalle können durch parametrisches Heizen zu einem exponentiellen Anstieg der Temperatur in der Falle führen. Nach einem einfachen Modell [116, 207] ergibt sich die charakteristische Zeitkonstante für das Heizen aus dem Rausch-Leistungsspektrum $S(2\nu_{\text{rad}})$ bei dem Doppelten der Fallenfrequenz: $1/t_{\text{Heizen}} = \pi^2 \nu_{\text{rad}}^2 S(2\nu_{\text{rad}})$. Eine Abschätzung für die Leistungsdichte ist durch die relativen Fluktuationen $\varepsilon_{\text{flukt}}$ in den Strömen und damit in den Magnetfeldern und durch die Rausch-Bandbreite $\Delta\nu$ der Spulen gegeben: $S(2\nu_{\text{rad}}) \approx \varepsilon_{\text{flukt}}/\Delta\nu$. Die Bandbreite lässt sich zu etwa 1 kHz abschätzen, die radiale Fallenfrequenz beträgt üblicherweise 800 Hz, woraus sich eine charakteristische Zeit ergibt:

$$t_{\text{Heizen}} \approx \frac{1.6 \cdot 10^{-4}}{\varepsilon_{\text{flukt}}^2}$$

Nimmt man große relative Stromschwankungen von 10^{-3} an, ergibt sich eine Zeitkonstante für das parametrische Aufheizen von ca. 160 Sekunden. Schon aufgrund der einfachen Abschätzung scheidet dieser Heizmechanismus auf der typischen Zeitskala der Verdampfungskühlung von 30 s aus.

In dem extrem tiefen Potential der Magnetfalle können Atome mit kinetischen Energien bis zu wenigen Millikelvin gespeichert werden. Heiße Atome, die durch Drei-Körper-Relaxationsprozesse entstehen, verlassen zwar den zentralen Bereich der Falle, sind aber weiterhin gefangen und bewegen sich auf Trajektorien durch die Falle, auf denen sie auch das Zentrum kreuzen und durch Stöße die kalte Wolke aufheizen können. Dieses Phänomen einer so genannten Oort'schen Wolke [44] tritt insbesondere bei klassischen Ioffe-Pritchard-Magnetfallen wie dem hier vorliegenden Typ auf.

Eine endgültige Erklärung für die Ursache des Heizmechanismus ist uns bis heute unbekannt. Allerdings liegt nach unserer Interpretation in genau dieser Heizrate die Hauptursache für die extrem niedrige Effizienz gegen Ende der Verdampfungsrampe (kleine Steigung im unteren Diagramm von Abbildung 8.1). Bei Temperaturen im Bereich weniger Mikrokkelvin wirkt sich diese relativ hohe Heizrate stärker aus als zu Beginn der Verdampfungskühlung.

Die bisherige Diskussion ergibt also, dass in der stark anisotropen Geometrie der Magnetfalle die extrem geringe axiale Fallenfrequenz die Zeitkonstante für die Thermalisierung des Gesamtensembles vorgibt und damit die Verdampfungskühlung verlangsamt. Zugleich muss wegen der kurzen Lebensdauer von 45 s die Verdampfungsrate sehr hoch sein. Dieses Zusammenspiel senkt die Effizienz ab. Zusätzlich wirkt sich, insbesondere bei sehr tiefen Temperaturen, die vorliegende Heizrate von $2 \mu\text{K/s}$ dramatisch auf die Kühleffizienz aus.

8.2 Bose-Einstein-Kondensation von Rubidium

Mit dem hier vorgestellten Aufbau lassen sich reproduzierbar Bose-Einstein Kondensate in einer stark anisotropen Magnetfalle erzeugen, deren Realisierung ein Hauptziel dieser Arbeit war. Die Beobachtung der Kondensation ist Gegenstand dieses Abschnitts.

Wie oben erwähnt, liegen während der Verdampfungsrampe lokale Temperaturen und daher lokale Phasen der Wellenfunktion vor. Damit sich eine entartete Materiewelle ausbilden kann, müssen die Atome in einem anschaulichen Modell eine Oszillation in axialer Richtung ausführen, um so eine einheitliche Phase einzustellen (siehe z.B.[47]). Zu diesem Zweck wird die Radiofrequenz für 300 bis 600 Millisekunden bei der Endfrequenz gehalten, bevor die Falle in knapp $100 \mu\text{s}$ ausgeschaltet wird und die Wolke frei expandieren kann. Zwar kühlt man dadurch nicht zu wesentlich tieferen Temperaturen, aber Atome mit thermischen Energien oberhalb der Radiofrequenz werden entfernt. Dadurch wird weiteres Aufheizen verhindert, während sich die Phaseninformation durch das Ensemble hindurch ausbreitet.

Der Übergang in das quantenentartete Regime äußert sich durch das Auftreten einer Doppelverteilung in der Dichte: Eine Gauß-förmige thermische Dichteverteilung

ist von der BEK-typischen Parabelverteilung (siehe Abschnitt 2.1.3) überlagert. Abbildung 8.3 zeigt Absorptions-Aufnahmen der Atomwolke einer stark komprimierten Falle (radiale Fallenfrequenz $f_{\text{rad}} \approx 1300$ Hz) nach 32 ms Flugzeit für die RF-Endfrequenzen: 337 kHz noch oberhalb der Kondensation, 240 kHz knapp unterhalb der Übergangstemperatur und zwei unterschiedlich tief gekühlte Wolken bei 218 kHz und 200 kHz unterhalb von T_c (Fallenboden = 105 kHz). Auf der linken Seite sieht man die Falschfarben-Darstellung der optischen Dichte aus einer Absorptions-Aufnahme. Das Messprinzip und die Bildauswertung sind in Abschnitt 4.4 beschrieben. Rechts davon ist ein horizontaler Schnitt (entlang der z-Achse) durch das Zentrum der Wolke abgebildet. Man erkennt deutlich, wie sich das transversale Profil von einer Gauß-Form des thermischen Ensembles in die Parabel eines Kondensats umwandelt.

Die RF-Frequenzen sind absolut zu verstehen. Der Boden der Magnetfalle besitzt einen Magnetfeldoffset. Dieser wird dadurch bestimmt, dass die RF-Frequenz von Null her kommend erhöht wird bis plötzlich die Atome aus der Falle entfernt werden. In der gezeigten Aufnahme liegt er bei ca. (105 ± 35) kHz, was einem Magnetfeldoffset von etwa (150 ± 50) mG entspricht⁷.

Für das zweite Bild bei 270 kHz beträgt die gemessene Atomzahl $N = 6.5 \cdot 10^5 \pm 30\%$. Mit Gleichung 2.14 ergibt sich für die genannten Fallenfrequenzen eine kritische Temperatur von $T_{c,\text{theo}} = 648 \pm 84$ nK. Die gemessene Temperatur beträgt 616 ± 70 nK. Daraus folgt, dass die Aufnahme knapp unterhalb der Übergangstemperatur gemacht wurde. Die relativ großen Fehlerintervalle ergeben sich aus der Ungenauigkeit der Atomzahlmessung. Der theoretische Wert für die kritische Temperatur schließt die experimentell bestimmten Werte in seinen Fehlergrenzen ein.

In radialer Richtung erkennt man nur schwerlich eine Doppelverteilung. Zum einen ist das Ausschalten der Magnetfalle für so hohe Fallenfrequenzen oberhalb 1 kHz zu langsam⁸. Zum anderen ist die Energie der radialen Bewegung (charakterisiert durch die radiale Fallenfrequenz) vergleichbar mit dem chemischen Potential μ aus Gleichung 2.25. Für radiale Fallenfrequenzen zwischen 700 Hz und 1300 Hz liegt das chemische Potential (in Fallenfrequenzen ausgedrückt) zwischen 2 kHz und 4 kHz, ist also nicht wesentlich größer als die radiale Fallenfrequenz. In diesem Fall kann die kinetische Energie im harmonischen Potential nicht mehr vernachlässigt werden, und die Anwendung der Thomas-Fermi-Näherung verliert ihre Grundlage. Die Dichteverteilung ist in radialer Richtung statt durch eine Parabel durch eine Superposition der geraden Eigenfunktionen des harmonischen Oszillators zu beschreiben.

⁷Vor dem in Abschnitt 7.2.3 beschriebenen Pinch-Spulen-Zwischenfall war der Magnetfeldoffset sogar in diesem Bereich sehr kleiner Werte extrem stabil. Seit jenem Vorfall hat die Reproduzierbarkeit der Wolken in dieser stark komprimierten Falle gelitten.

⁸Die Magnetfalle sollte nicht-adiabatisch abgeschaltet werden, damit die Expansion der Wolke direkt aus der Falle beobachtet werden kann.

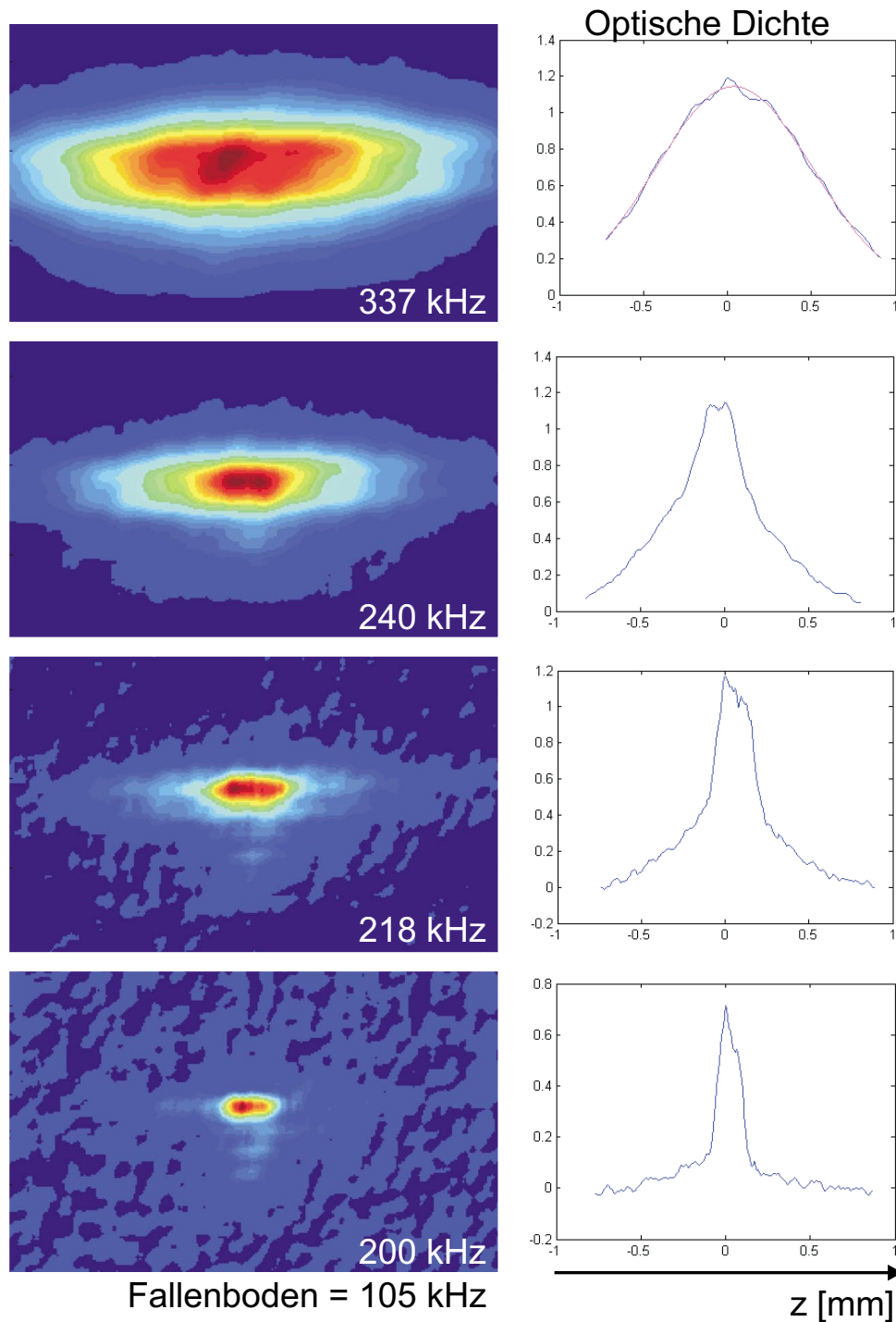


Abbildung 8.3: Links: Absorptionaufnahmen der Atomwolke für verschiedene Endfrequenzen der RF-Rampe: Die thermische Wolke oberhalb der Sprungtemperatur, die Wolke am Übergang zum Kondensat und zwei Aufnahmen für verschieden tiefe Kühlung unterhalb von T_c (von oben nach unten). Rechts: Horizontale Schnitte entlang der z -Achse durch das Ensemble. Die thermische Wolke zeigt ein Gauß-Profil, aus dem mit weiterer Kühlung die Parabel des Bose-Einstein-Kondensats herauswächst. Fallenparameter: 1300 Hz radiale und 2.7 Hz axiale Fallenfrequenz, Fallenboden: 150 mG.

Typischerweise liegt der axiale Thomas-Fermi-Radius R_{TF_z} zwischen 200 und 400 μm - je nach gewählter Fallenfrequenz -, wohingegen die Ausdehnung des Kondensats in radialer Richtung nur etwa 1 bis 2 μm beträgt. Darin spiegelt sich das Aspektverhältnis der Magnetfalle wider. Entlang der z -Achse ändert sich der Thomas-Fermi-Radius der Wolke im Wesentlichen nicht bei der Expansion. Der starke radiale Einschluss bewirkt aber eine rasche Ausdehnung der Wolke senkrecht zur Symmetrieachse. Quantitativ wird diese Expansion nach Gleichung B.2 aus Anhang B beschrieben. Bei einem extremen Aspektverhältnis von 700/2.7 erreicht die Atomwolke allerdings erst nach 59 ms freier Expansion eine annähernd sphärische Symmetrie. Nach dieser Flugzeit ist sie jedoch wegen der Gravitation schon aus dem Fokusbereich des Abbildungssystems gefallen. Deshalb kann diese Umkehrung des Aspektverhältnisses - in anderen Experimenten auch als Indiz für die Bose-Einstein-Kondensation benutzt - in unserem Aufbau nicht beobachtet werden.

Die Übergangstemperatur T_c kann bestimmt werden, indem der Anstieg des Kondensat-Anteils in der Wolke mit zunehmend tiefer Kühlung beobachtet wird. Dazu nutzt man aus, dass das Kondensat von einer thermischen Wolke umgeben ist. In Flugzeitmessungen wird aus der Ausdehnung der seitlichen „Flügel“ des Gauß-Profiles die Temperatur der Wolke ermittelt. Der Kondensatanteil in der Wolke befindet sich bei $T = 0$ und dehnt sich nur aufgrund der Mean-Field-Abstoßung aus, wie in Abschnitt 2.1.3 erklärt. Anschließend zieht man die Gauß-Verteilung vom Gesamtsignal ab und erhält die Parabel der Dichteverteilung des Kondensats, aus der sich der Thomas-Fermi-Radius und mit der optischen Dichte die Atomzahl bestimmen lässt. Abbildung 8.4 zeigt den relativen Anstieg der Atomzahl im Kondensat mit zunehmender Kühlung in das entartete Regime hinein für zwei verschieden stark komprimierte Magnetfallen: Eine maximal komprimierte Falle bei $f_{\text{rad}}=2350$ Hz und eine weit geöffnete Falle mit $f_{\text{rad}}=293$ Hz. Je größer der Kondensatanteil wird, desto stärker nimmt das Fehlerintervall zu. Das liegt daran, dass die thermische Wolke immer mehr verschwindet und die Gauß-Funktion mit größerer Ungenauigkeit angepasst werden kann. In der langgezogenen Geometrie unserer Falle war eine Temperatur für einen maximalen Kondensatanteil von 25% zuzuordnen. Oberhalb konnte die Temperatur der thermischen Wolke nicht mehr verlässlich bestimmt werden. Die kritische Temperatur des Phasenübergangs ergibt sich durch den Punkt, an dem der Kondensatanteil vom Wert Null abweicht. Für die äußerst stark komprimierte Magnetfalle mit 2350 Hz radialer Fallenfrequenz folgt aus Abbildung 8.4 $T_c = 660 \pm 60$ nK. Für die theoretische Berechnung der Übergangstemperatur benötigen wir die Atomzahl der Wolke und die Fallenfrequenzen. Die Atomzahl wurde bestimmt zu $N = (4 \pm 1.2) \cdot 10^5$. In der hier präsentierten maximal komprimierten Magnetfalle liegt eine Ungenauigkeit von ± 600 Hz vor (wie in der Erklärung zu Tabelle 7.2.3 berechnet): $f_{\text{rad}} = 2350 \pm 600$ Hz. Aus Gleichung 2.14 ergibt sich eine theoretisch zu erwartende kritische Temperatur von: $T_{c,\text{theo}} = 818 \pm 162$ nK. Der experimentell bestimmte Wert liegt im unteren Bereich des theoretisch zu er-

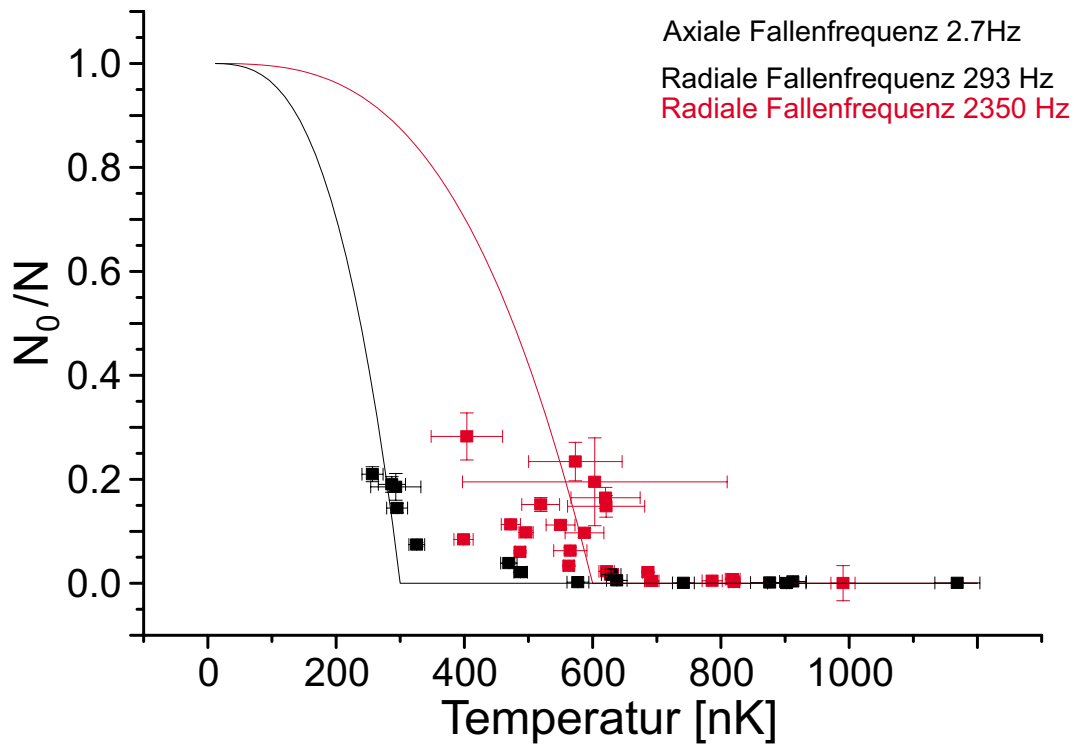


Abbildung 8.4: Anteil der Atome im Kondensat-Zustand im Verhältnis zur Gesamtatomzahl in der Wolke als Funktion der Temperatur. Zwei verschiedene radiale Fallenfrequenzen wurden gewählt: 2350 Hz (rot) und 293 Hz (schwarz). Deutlich erkennt man die höhere kritische Temperatur der stärker komprimierten Falle (siehe Gleichung 2.14). Die durchgezogenen Kurven sind Theoriekurven an die experimentellen Daten aus Gleichung 2.15. Mit zunehmendem Kondensatanteil steigt auch der Fehler der Temperaturbestimmung und der Teilchenzahl an, da die optische Dichte der thermischen Wolke so gering ist, dass die Anpassung einer Gauß-Verteilung nur noch erschwert möglich ist.

wartenden Fehlerintervalls. Die relativ großen Fehlergrenzen finden ihre Begründung hauptsächlich in der Ungenauigkeit der Fallenfrequenz bei dem extrem niedrigen Magnetfeldoffset dieser Fallenparameter.

Für die weit geöffnete Falle kann die Bestimmung der Fallenfrequenz relativ genau erfolgen: $f_{\text{rad}} = 293 \pm 5$ Hz. Allerdings ist die Messung der Atomzahl bei der extrem breiten Wolke stark fehlerbehaftet. Aus der Ungenauigkeit der Anpassung der Gauß- und Parabelfunktion an die Dichteverteilung folgt eine Schwankung der Atomzahl um $\pm 60\%$. Gemessen wurde eine Atomzahl von $N = (2.5 \pm 1.5) \cdot 10^6$. Aus beiden Größen folgt die theoretisch zu erwartende Übergangstemperatur $T_{c,\text{theo}} = 376 \pm 75$ nK. Aus Abbildung 8.4 entnimmt man $T_c = 490 \pm 60$ nK. Theorie und Experiment stimmen innerhalb von 2σ miteinan-

der überein. Der hauptsächliche Grund für die Abweichung liegt in der Entnahme des Messergebnisses aus der Zeichnung 8.4.

8.3 Quasi-niedrigdimensionale Kondensation

Die besondere Geometrie eines Kondensats mit extremem Aspektverhältnis lässt sich für Untersuchungen von quantenentarteten Gasen in niedrigen Dimensionen⁹ nutzen. Dieses Kapitel behandelt in kurzer Form entartete Quantengase in einer Dimension. Den folgenden Ausführungen liegen die Arbeiten der Gruppe von Ketterle und Mitarbeiter [210, 211] zu Grunde.

In einer axialsymmetrischen Falle beschreiben vier verschiedene Längenskalen die wesentlichen Eigenschaften eines Kondensates: Die radiale und axiale Ausdehnungen, beschrieben durch die Thomas-Fermi-Radien $R_{\text{TF,rad}}$ und $R_{\text{TF,z}}$ (Gleichung 2.27), die Streulänge a gewichtet die Zwei-Körper-Kontaktwechselwirkung und die in Gleichung 2.22 beschriebene Ausheillänge ξ . Üblicherweise gilt für die gängigen Fallengeometrien von BEK-Experimenten die Hierarchie $R_{\text{TF,z}} > R_{\text{TF,rad}} \gg \xi \gg a$. In diesem Fall liegt ein dreidimensionales Bose-Einstein-Kondensat vor. Die Bedingung für die Thomas-Fermi-Näherung ist dabei erfüllt. Wird nun die Ausheillänge größer als entweder der radiale oder der axiale Thomas-Fermi-Radius der Wolke, dann liegt eine neue Situation vor. Man spricht dann von einem eindimensionalen beziehungsweise zweidimensionalen Kondensat. Im letzten Fall ist die Bewegung der Atome auf eine Scheibe reduziert. Die Literatur bezeichnet diese Fälle als „quasi-niedrigdimensionale“ Kondensate [32, 212].

Wir wollen uns hier auf den eindimensionalen Fall beschränken. In Fallengeometrien mit großer Anisotropie ist zu erwarten, dass die Bose-Einstein-Kondensation zweistufig erfolgt: Zuerst wird der Grundzustand der eng eingeschlossenen Dimension (z.B. radial) besetzt, während entlang der anderen Achse immer noch viele Niveaus bevölkert sind. Anschließend wird bei weit tieferen Temperaturen der endgültige Grundzustand des Gesamtsystems makroskopisch besetzt. Dieses „Zwei-Stufen-Kondensat“ hängt vom Aspektverhältnis und der Atomzahl ab. Berechnungen der Gruppe von Ketterle und Mitarbeiter [33] haben ergeben, dass mit einem Achsenverhältnis von $\omega_{\text{rad}}/\omega_{\text{ax}} \approx 1000$ und Atomzahlen von $N = 10^4$ ein Verhältnis der beiden kritischen Temperaturen von $T_{3\text{D}}/T_{1\text{D}} = 2$ realisierbar sein sollte. Im Experiment äußert sich das durch eine plötzliche Abnahme von zuerst der radialen (bei $T_{3\text{D}}$) und dann der axialen (bei $T_{1\text{D}}$) Ausdehnung.

Neben dem Prozess der Kondensation zeigt auch das eindimensionale Regime allein schon eine reichhaltige Physik: Petrov und Mitarbeiter [32] unterscheiden drei ver-

⁹In einem rein zweidimensionalen System mit harten Potentialwänden ist prinzipiell keine Bose-Einstein-Kondensation möglich [208]. In harmonischen Fallenpotentialen dagegen ist die Zustandsdichte geändert, und das Auftreten der Quantenentartung ist dann möglich [209].

schiedene Regime in einer eindimensionalen Geometrie: Für einen starken radialen Einschluss wird eine so genannte Entartungstemperatur definiert, gegeben durch die Teilchenzahl N und die radiale Fallenfrequenz ω_{rad} : $T_{\text{ent}} = N\hbar\omega_{\text{rad}}/k_{\text{B}}$. Bei Temperaturen unterhalb dieser Entartungstemperatur tritt ein Quasi-Kondensat auf. In diesem sind die Dichtefluktuationen zwar unterdrückt, aber Fluktuationen in der Phase der Wellenfunktion sind noch vorhanden. Bei sehr tiefen Temperaturen unterdrückt die endliche Ausdehnung des Systems die Fluktuationen der Phase und ein reines Kondensat bildet sich aus. Für Temperaturen, die wesentlich kleiner sind als die Entartungstemperatur $T \ll T_{\text{ent}}$ tritt bei ausreichend starker abstoßender Wechselwirkung zwischen den Atomen das Regime des Tonks-Gases auf: Man spricht von einem Gas undurchdringbarer Bosonen, das ein Dichteprofil aufweist, welches einer Fermi-Verteilung gehorcht.

Eine quasi-eindimensionale Geometrie kann in einer stark elongierten Magnetfalle erreicht werden, wenn die Beziehung $R_{\text{TF},z} \gg \xi \gg R_{\text{TF},\text{rad}}$ für die vorliegende Geometrie erfüllt ist. Für ein axialsymmetrisches harmonisches Fallenpotential ist das äquivalent damit, dass der Abstand der Energieniveaus in radialer Richtung (gegeben durch $\hbar\omega_{\text{rad}}$) größer ist als die Wechselwirkungsenergie in der Atomwolke (gegeben durch das chemische Potential): $\hbar\omega_{\text{rad}} > 4\pi\hbar^2 a n/m = \mu$. Aus dieser Beziehung folgt direkt, dass die Teilchenzahl in diesem quasi-eindimensionalen Regime limitiert ist. Nach [211] ist die eindimensionale Geometrie für Atomzahlen unterhalb eines kritischen Werts gegeben:

$$N_{\text{1D}} = \sqrt{\frac{32\hbar}{225ma^2}} \sqrt{\frac{\omega_{\text{rad}}}{\omega_z^2}} = \sqrt{\frac{\omega_{\text{rad}}}{\omega_z^2}} \times 1760 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]^{1/2} \quad (8.2)$$

Dabei wurden die Masse und die Streulänge von ^{87}Rb eingesetzt (siehe Kapitel 3). In bisher üblichen BEK-Apparaturen mit einer makroskopischen Magnetfalle liegen die maximalen Aspektverhältnisse unter 100. Deshalb muss die Atomzahl auf etwa 10^4 herabgesenkt werden, um das quasi-eindimensionale Regime zu erreichen. Damit ist in vielen Experimenten bereits die Detektionsgrenze erreicht. Da die Masse von Natrium und Lithium wesentlich kleiner als die von Rubidium ist, wird der Faktor in Gleichung 8.2 um das Vierfache größer. Deshalb sind die Experimente zu niederdimensionalen Kondensaten bisher mit Natrium [211] und Lithium [213] durchgeführt worden.

Mit der in dieser Arbeit präsentierten Apparatur können Aspektverhältnisse von bis 850 realisiert werden. Durch weitere Stabilisierung des Offsetmagnetfeldes lässt sich das Aspektverhältnis auf bis zu 1000 erhöhen. Es ist also möglich, quasi-eindimensionale Rubidium-Kondensate mit Atomzahlen von $4 \cdot 10^4$ zu erzeugen. Gemäß den Ausführungen in Abschnitt 4.4 sind solche Kondensatwolken im vorliegenden Aufbau nachweisbar. Damit ist die Tür zur Untersuchung von neuen Phänomenen in niederdimensionalen Quantengasen aufgestoßen.

Phasenfluktuationen

In der jüngeren Vergangenheit wurde das Phänomen der Phasenfluktuationen und der Quasi-Kondensate näher untersucht [35, 45, 46, 47]. Dabei tritt eine Fragmentierung der Wolke in unabhängige Kondensate mit fluktuierenden relativen Phasen auf. Phasenfluktuationen sind fluktuierende Gradienten in der Phase, die einer Geschwindigkeitsverteilung entsprechen. Die Flugzeitaufnahme ist eine Abbildung der Impulsverteilung. Daher äußern sich Phasenfluktuationen im Flugzeitbild als Dichte-Modulationen der Atomwolke. Die zitierten Arbeiten haben bisher maximale Aspektverhältnisse von 100 untersucht. Dabei tritt mit zunehmender Anisotropie der Wolke ein „Zerbrechen“ der Atomwolke in mehrere Quasi-Kondensate zwangsläufig auf. Erst bei Kühlung zu sehr tiefen Temperaturen in den Kondensat-Bereich hinein lässt sich eine homogene Phase beobachten.

In der hier vorgestellten Fallengeometrie ist die Anisotropie wesentlich größer als in den obigen Arbeiten. Es sind also nach [35] besonders starke Phasenfluktuationen in der vorliegenden Apparatur zu erwarten. Eine typische Aufnahme der Kondensatwolke nach 30 ms Flugzeit ist in Abbildung 8.5 gezeigt. Man erkennt drei getrennte Dichtemaxima, die den Quasi-Kondensaten entsprechen. Allerdings weisen alle bis-

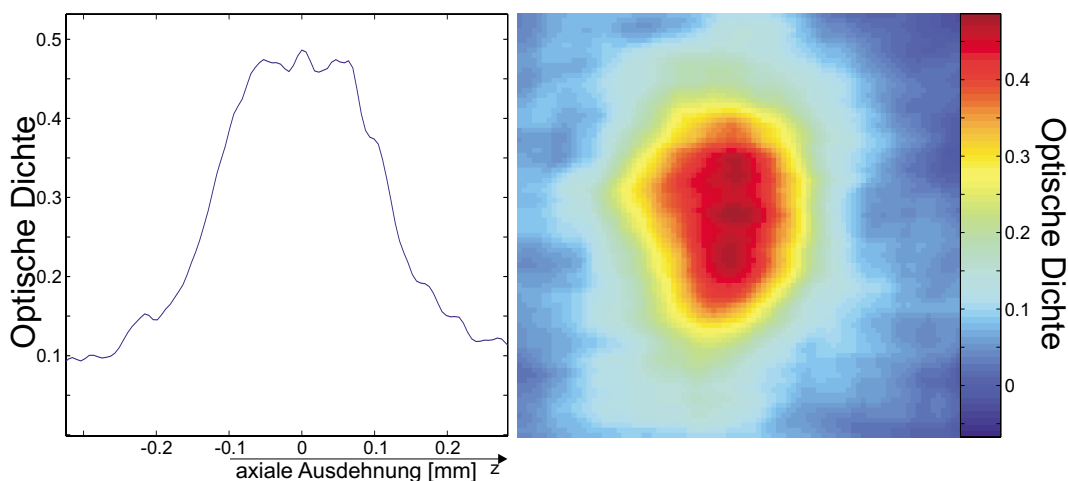


Abbildung 8.5: Absorptions-Aufnahme eines Quasi-Kondensats nach 30 ms freier Expansion. Die Falle weist mit $f_{\text{rad}} = 803$ Hz ein Aspektverhältnis von 297 auf. Man erkennt im Zentrum der Wolke drei getrennte Bereiche hoher optischer Intensität, die deutlich voneinander getrennt sind. Daneben ist ein Schnitt entlang der langen Achse der Magnetfalle gezeigt.

herigen Aufnahmen nur geringe Phasenfluktuationen auf. Die Ursache dafür liegt in der großen Wellenlänge der thermischen Anregungen. Selbst bei einer Flugzeit

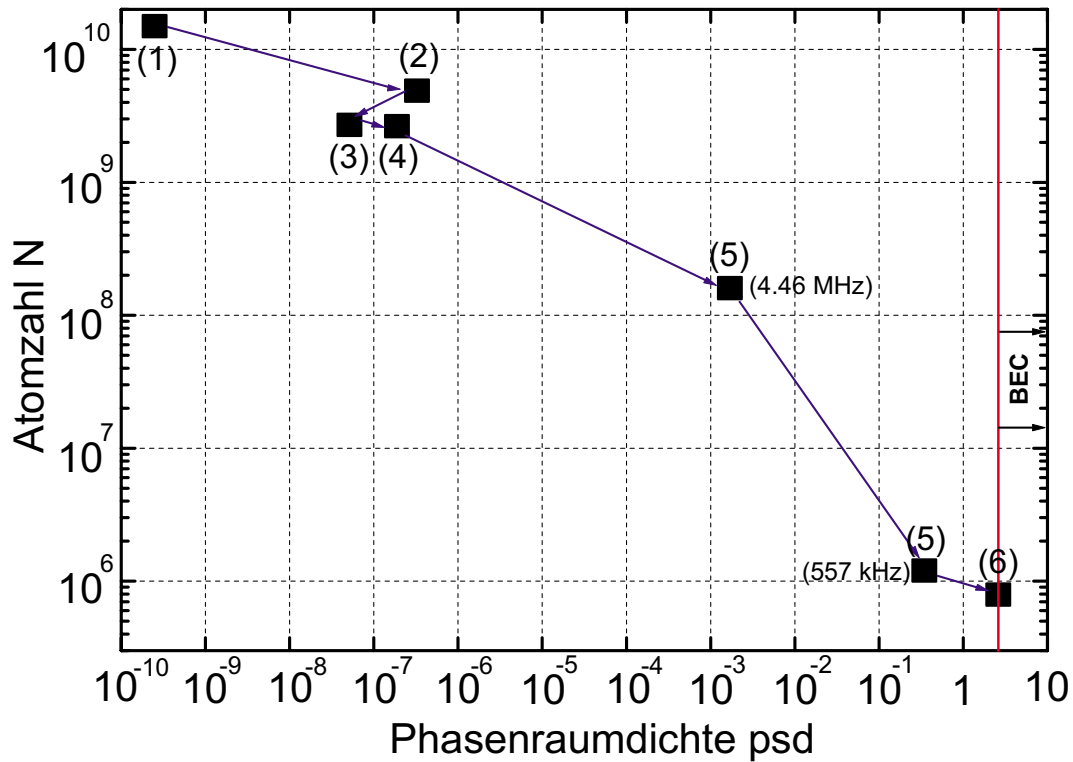


Abbildung 8.6: Der Weg des Atomensembles durch den Phasenraum zur Quantenentartung. Die mit Ziffern belegten Datenpunkte stehen für die einzelnen Stufen des Experiments: (1)Elongierte Magneto-Optische Falle, (2)Verstimmte MOT, (3)Einfang in Magnetfalle, (4)Komprimierte Magnetfalle, (5)Verdampfungskühlung, (6)Bose-Einstein-Kondensation.

von 30 ms^{10} haben sich die Phasenfluktuationen noch nicht in Dichteschwankungen umgesetzt. Die optische Absorptionaufnahme befindet sich gewissermaßen noch im Nahfeld der Phasen-Verteilung.

Abbildung 8.6 zeigt eine Übersicht über die einzelnen Stationen der Atomwolke auf ihrem Weg durch den Phasenraum hin zur Quantenentartung und fasst damit die wesentlichen experimentellen Schritte nochmals zusammen.

¹⁰Die maximal mögliche Flugzeit ist durch den Verstellweg des Abbildungssystems limitiert. Für größere Zeiten ist die Atomwolke aus dem Schärfbereich herausgefallen.

Kapitel 9

Quantengase in Optischen Gittern

Dieses Kapitel greift die theoretischen Überlegungen aus Abschnitt 2.9 wieder auf und behandelt die Realisierung eines optischen Gitters im experimentellen Aufbau aus Kapitel 4. Nach einer allgemeinen Diskussion der zu berücksichtigenden Kriterien bei der Konzeption eines optischen Gitters, stelle ich den Aufbau eines eindimensionalen blauverstimmten Gitters in Kombination mit einem radialen magnetischen Einschluss vor und erläutere die Realisierungsmöglichkeiten für ein blauverstimmtes dreidimensionales Gitter. Das Kapitel schließt mit einer Präsentation der experimentellen Resultate zur Beugung einer Materiewelle an der stehenden Lichtwelle.

9.1 Allgemeine Betrachtungen

Wie bereits in Abschnitt 2.9 eingeführt, erzeugt das Interferenzmuster von überlappenden Laserstrahlen durch die AC-Stark-Verschiebung ein periodisches Potential für Neutralatome. Grundsätzlich wurde ein Gitter mit einfach kubischer Struktur gewählt, dessen Bandstruktur in Abschnitt 2.9.3 theoretisch dargestellt ist.

9.1.1 Zahlenwerte zu Gittern unterschiedlicher Wellenlänge

Im Folgenden werden drei unterschiedliche Gitter diskutiert: Ein blauverstimmtes Gitter bei 532 nm, ein rotverstimmtes bei 852 nm und ein nahresonantes Gitter bei 785 nm, dessen Wellenlänge genau zwischen der D1- und der D2-Linie liegt.

Gemäß Gleichung 2.100 werden die Beiträge der einzelnen Energieniveaus mit der Oszillatorstärke und ihrer Verstimmung zum Gitterlicht gewichtet. Das Gitter bei

U_0 lin. Pol.	U_0 σ^+ -Pol.	U_0 σ^- -Pol.	Γ_{St}	Gitter
+ 141 E_{rec}	+ 145 E_{rec}	+ 138 E_{rec}	0.28 1/s	$\lambda = 532$ nm P = 6 W
- 47.5 E_{rec}	- 44 E_{rec}	- 51 E_{rec}	0.08 1/s	$\lambda = 852$ nm P = 100 mW
- 239 E_{rec}	- 478 E_{rec}	- 0.2 E_{rec}	8.26 1/s	$\lambda = 785$ nm P = 100 mW

Tabelle 9.1: Potentialtiefen U_0 und spontane Streuraten Γ_{St} für drei verschiedene eindimensionale optische Gitter. Mit kleinerer Verstimmung wird der Einfluss der Polarisation immer größer. Beim blauverstimmten Gitter unterscheiden sich die zirkular polarisierten Stehwellen nur um 2% von der linearen Polarisation, während der Unterschied bei einer Verstimmung zwischen den D_i -Niveaus sogar 100% betragen kann. Die Streuraten in den ersten beiden Fällen lassen Experimente auf der Sekundenzeitskala zu. Im nahresonanten Gitter zwischen den D_i -Linien sind maximal Zeitkonstanten von 100 ms möglich. Die Strahltaile beträgt in allen drei Fällen $125 \mu\text{m}$. Die Verstimmung wird gegenüber dem $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ Übergang betrachtet. Ausgangszustand ist $|F = 2, m_F = 2\rangle$.

532 nm ist blauverstimmt gegen Übergänge zu den $5P_i$ -Niveaus und rotverstimmt gegen Übergängen zu den $6P_i$ -Niveaus. Einsetzen von Zahlenwerten ergibt, dass die Korrekturen durch die Niveaus mit Hauptquantenzahl 6 im Bereich von 1% und darunter liegen. Das liegt insbesondere an den um zwei Größenordnungen kleineren Oszillatorstärken. In der weiteren Diskussion können die Beiträge dieser Niveaus deshalb vernachlässigt werden.

Tabelle 9.1.1 vergleicht die Potentialtiefen für lineare und zirkulare Polarisationen des Lichtes von drei verschiedenen eindimensionalen optischen Gittern. Die Berechnung erfolgte mit den in Anhang A hergeleiteten Gleichungen:

1. Ein blauverstimmtes Gitter mit einer Wellenlänge von 532 nm. Um bei der großen Verstimmung eine ausreichende Potentialtiefe zu erreichen, werden Lichtleistungen im Bereich mehrerer Watt benötigt - in diesem Beispiel 6 W.
2. Die Wellenlänge von 852 nm ist mit üblichen Diodenlasern leicht zu erzeugen. Ebenso ist eine Leistung von 100 mW ohne Aufwand realisierbar. Dieses System findet Erwähnung, da es beispielsweise für die Experimente in München zum Mott-Isolator verwendet wurde [24].
3. Die Gitterwellenlänge beträgt 785 nm und liegt zwischen den beiden D-Linien. Es werden 100 mW eingesetzt.

Am blauverstimmten Gitter erkennt man den Grenzfall für große Verstimmungen: Die Polarisationen beeinflussen die Potentialtiefe nur im Bereich von wenigen Prozenten und können bei der Berechnung des Potentials vernachlässigt werden.

Das Gitter bei 852 nm erreicht trotz geringer Intensität eine große Potentialtiefe bei gleichzeitiger geringer Streurate.

Die Relevanz des dritten Gitters erschließt sich, wenn man den Einfluss der Polarisation beachtet. Mit einer Wellenlänge von 785 nm liegt es zwischen der D_1 - und der D_2 -Linie. Es ist also für zwei Niveaus mit vergleichbarer Oszillatorstärke zum einen blau- zum anderen rotverstimmt. Diese Wahl führt dazu, dass ein im $m_J = +1/2$ -Zustand präpariertes Atomensemble nicht an das Gitter mit σ^- -Polarisation ankoppelt, sondern nur im σ^+ -Gitter gefangen ist. Umgekehrtes gilt für Atome im Zustand $m_J = -1/2$.

Dieser Sachverhalt liegt einem Vorschlag aus der Zoller-Gruppe zur Verschränkung von Atomen über kalte kontrollierte Kollisionen zugrunde [30]: Betrachten wir ein optisches Gitter, das durch zwei gegenläufige Laserstrahlen senkrechter Polarisation ($\text{lin} \perp \text{lin}$) erzeugt wird. Entlang der Achse wird sich die Polarisation von σ^+ über linear zu σ^- innerhalb von einem Viertel der Wellenlänge ändern. Dreht man nun die Polarisation einer Welle um $\pi/2$, zum Beispiel mit einer Pockels-Zelle, liegt eine lineare Polarisation im gesamten Gitter vor ($\text{lin} \parallel \text{lin}$). Auf diese Weise kann man Atomensembles in den $m_J = \pm 1/2$ -Zuständen räumlich separieren und ihre Wellenfunktionen kontrolliert an einem Ort überlappen. Die kohärente Eigenschaft ultrakalter atomarer Kollisionen erlaubt in einer solchen Konfiguration eine kontrollierte Verschränkung. Erste experimentelle Realisierungen wurden in der Gruppe von T. Hänsch in München durchgeführt [214].

9.1.2 Designkriterien eines blauverstimmtten Gitters

Durch die Wahl eines gegen die Resonanz von ^{87}Rb -Atomen blauverstimmtten Lasers erhält man zwei Vorteile:

Die Gitterperiodizität ist kleiner als bei rotverstimmttem Licht. Damit geht ein stärkerer Einschluss der Atome einher. Das äußert sich im Lamb-Dicke-Parameter, der über das Verhältnis der Wellenlänge des Gitterlichtes zur Ausdehnung des Grundzustandes im - genäherten - harmonischen Potential definiert ist:

$$\lambda_{\text{LD}} = \frac{\lambda}{a_{\text{ho}}} = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{2m\omega_{\text{lat}}}{\hbar}} = \frac{E_{\text{ho}}}{E_{\text{rec}}} \quad (9.1)$$

Ein hoher Lamb-Dicke-Parameter bedeutet also, dass der Niveauabstand im harmonischen Oszillator E_{ho} groß ist gegen die Rückstoßenergie eines Photons¹ E_{rec} . Je

¹Die Bedeutung des Lamb-Dicke-Regimes ($\lambda_{\text{LD}} \gg 1$) wird anschaulich, wenn man sich die Analogie dieser Definition mit dem aus der Festkörperphysik bekannten Debye-Waller-Faktor für die Mössbauer-Spektroskopie vergegenwärtigt. Die Energie eines Photons reicht für $\lambda_{\text{LD}} \gg 1$ nicht aus, einen Übergang in das nächste vibronische Niveau zu induzieren. Der Rückstoß muss also vom gesamten Gitter aufgenommen werden.

nach Experiment bezieht sich diese Definition auf ein Photon des Gitters oder des für das betrachtete Atom resonanten Lichts. Untersuchungen zur resonanten Dipol-Dipol-Wechselwirkung setzen einen hohen Lamb-Dicke-Parameter zwingend voraus [108], da die Wechselwirkung mit hohem Einschluss stark ansteigt.

Die Atome sind in den Intensitätsminima des Gitters gefangen. Das bedeutet, dass die spontane Streurrate (siehe Gleichung 2.38) kleiner ist als bei roten Gittern gleicher Verstimmung und Intensität. Experimente, die lange Kohärenzzeiten voraussetzen, werden dadurch erst möglich.

Wegen der großen Verstimmung des grünen Lichts gegen die ^{87}Rb -Resonanz benötigt man große Intensitäten, um ausreichende Potentialtiefen zu erreichen. Die Wahl des Lasersystems fällt daher auf einen diodenlasergepumpte frequenzverdoppelten Festkörperlaser. Das System *Verdi*² erzeugt 10 W bei 532 nm im longitudinal einmodigen Betrieb mit einer annähernd als TEM₀₀ zu betrachtenden transversalen Mode ($M^2 < 1.1$).

Für die mit diesem hier vorgestellten System geplanten Experimente zu quantenentarteten Gasen in optischen Gittern müssen verschiedene Anforderungen erfüllt werden:

- Das Gitter soll einfach zwischen einer ein- und dreidimensionalen Konfiguration änderbar sein.
- Entlang einer Achse des Gitters muss eine variable Beschleunigung einstellbar sein.
- Zur Minimierung von Heizraten muss der Aufbau intensitäts- und frequenzstabil sein.
- Die 10 W Laserleistung müssen effizient ausgenutzt werden.
- Um unerwünschte Interferenzeffekte zu vermeiden, werden unterschiedliche Frequenzen in allen Ästen des Gitters gewählt.

9.2 Eindimensionales optisches Gitter kombiniert mit magnetischem Einschluss

In diesem Abschnitt beschränken wir uns auf eine optische Stehwelle, die entlang der langen Achse des Bose-Einstein-Kondensats mit der Magnetfalle überlagert ist. Sie wird gebildet durch zwei gegenläufige Wellen, die je einen AOM durchlaufen. Jeder AOM ist für sich um bis zu 10 MHz von der Mittenfrequenz verstimmbar, ohne an

² *Coherent Laser Group - Verdi V10*: Durch Diodenarrays gepumpter Nd:YVO₄-Festkörperlaser mit LBO-Kristall im Laserresonator zur Frequenzverdopplung.

Effizienz zu verlieren. Damit ist die Möglichkeit einer Beschleunigung des Gitters gegeben. Eine genaue Charakterisierung der Eigenschaften der verwendeten AOMs findet sich in [215].

Um beide Wellen mit fester Phase zueinander zu halten, werden zwei phasenstabilisierte Funktionsgeneratoren³ mit einem voltage-controlled-oscillator (VCO) frequenzgemischt. Der VCO wird eingesetzt, um einen Offset von 60 MHz zur Verfügung zu stellen. Denn handelsübliche Funktionsgeneratoren mit direkter Digitalsynthese (DDS) können nur maximal 30 MHz erzeugen. Beim Mischprozess treten Summen- und Differenzfrequenzen und mehrere Harmonische derselben auf. Diese Seitenbänder werden unter normalen Umständen von der Endstufe ebenso verstärkt wie die Hauptfrequenz. Insgesamt sinkt dadurch die Leistung im Hauptband. Daher werden die Harmonischen durch einen Tiefpass unterdrückt. Abbildung 9.1 dokumentiert die Verschaltung der Radiofrequenz-Komponenten, um zwei AOMs phasengelockt zu betreiben.

Grenzen der Beschleunigung

Die Möglichkeit der Beschleunigung des Gitters unterliegt technischen Restriktionen aus zweierlei Gründen:

- Die Effizienz des akusto-optischen Modulators weist ein Plateau um die Zentralfrequenz mit einer Breite von 10 MHz auf. Wenn die Frequenz eines Modulators mit einem herkömmlichen Frequenzgenerator⁴ geändert wird, kann das schnellstmöglich innerhalb 100 μs erfolgen. Daraus ergibt sich eine maximale Beschleunigung⁵ gemäß Gleichung 2.102 von 10^4 m/s^2 .
- Die Dauer τ_{acc} der Beschleunigungsphase ist durch die räumliche Änderung des Gitterstrahls limitiert. Damit definierte Versuchsbedingungen vorliegen, muss die Bandstruktur, welche die Dynamik der Atome bestimmt, während des Beschleunigens konstant bleiben. Die Atome sollen sich in einem Bereich mit relativ homogener Laserintensität bewegen. Für einen Gauss-förmigen Laserstrahl kann die Rayleigh-Länge als ein solcher Bereich angesehen werden. Die maximale Geschwindigkeit v_{max} ergibt sich aus der maximalen Beschleunigung

³Dabei wird ein stabiles 10 MHz-Signal aus einem Generator als Zeitbasis in den anderen gegeben.

⁴SRS-DS345

⁵Hier wird nur die technische Limitierung betrachtet. Selbstverständlich gibt es eine physikalische Grenze für die maximale Beschleunigung des Gitters. Wandert das Gitterpotential zu schnell, so können die Atome nicht folgen und tunneln durch die Barriere in den nächsten Potentialtopf. Diese Begrenzung hängt stark von der Potentialtiefe ab. Je tiefer das Gitter, desto größer kann die Beschleunigung sein, um noch adiabatisches Folgen zu gewährleisten. Eine nähere Betrachtung des Landau-Zener-Tunnelns findet sich in [216].

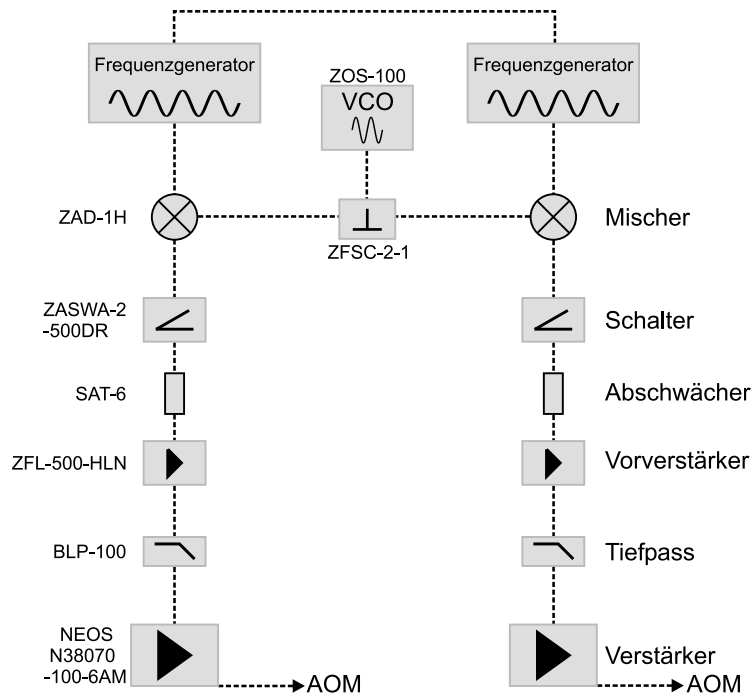


Abbildung 9.1: RF-Ansteuerung der akusto-optischen Modulatoren zur Erzeugung einer laufenden Stehwelle. Die Frequenzgeneratoren werden bei 23 MHz betrieben und mit einem VCO bei 60 MHz gemischt. Es entstehen die Summen- und Differenzfrequenz und sämtliche Harmonischen davon. Zusätzlich sind die Frequenzgeneratoren zueinander phasenstabilisiert. Ein TTL-Switch ermöglicht es, per Computersteuerung das Gitterlicht ein- und auszuschalten. Zeitverzögernd wirkt der Verstärker, dessen Anstiegszeit (rise time) 150 ns beträgt. Zur optimalen Nutzung des Verstärkerprofils werden am Eingang des Endverstärkers die höheren harmonischen Mischfrequenzen durch einen Tiefpass unterdrückt. Dadurch wird hauptsächlich die Frequenzkomponente bei 80 MHz verstärkt und geht auf den AOM-Kristall.

a_{\max} während der Zeit τ_{acc} . Es folgt mit obiger maximaler Beschleunigung für das grüne Gitter ($\lambda=532$ nm) mit einer Strahltaile von $w_0 = 125 \mu\text{m}$:

$$\tau_{\text{acc}} = \sqrt{2 \frac{\pi w_0^2}{\lambda a_{\max}}} = 4.3 \text{ ms}. \quad (9.2)$$

$$v_{\text{max}} = a_{\max} \tau_{\text{acc}} = \sqrt{2 \frac{a_{\max} \pi w_0^2}{\lambda}} = 43 \text{ m/s}. \quad (9.3)$$

Überlagerung mit der Magnetfalle

In einer blauverstimmten Stehwelle erfahren die Atome eine repulsive Kraft von den Intensitätsmaxima weg. Radial gibt es keinen Einschluß. Um eine Fallengeometrie

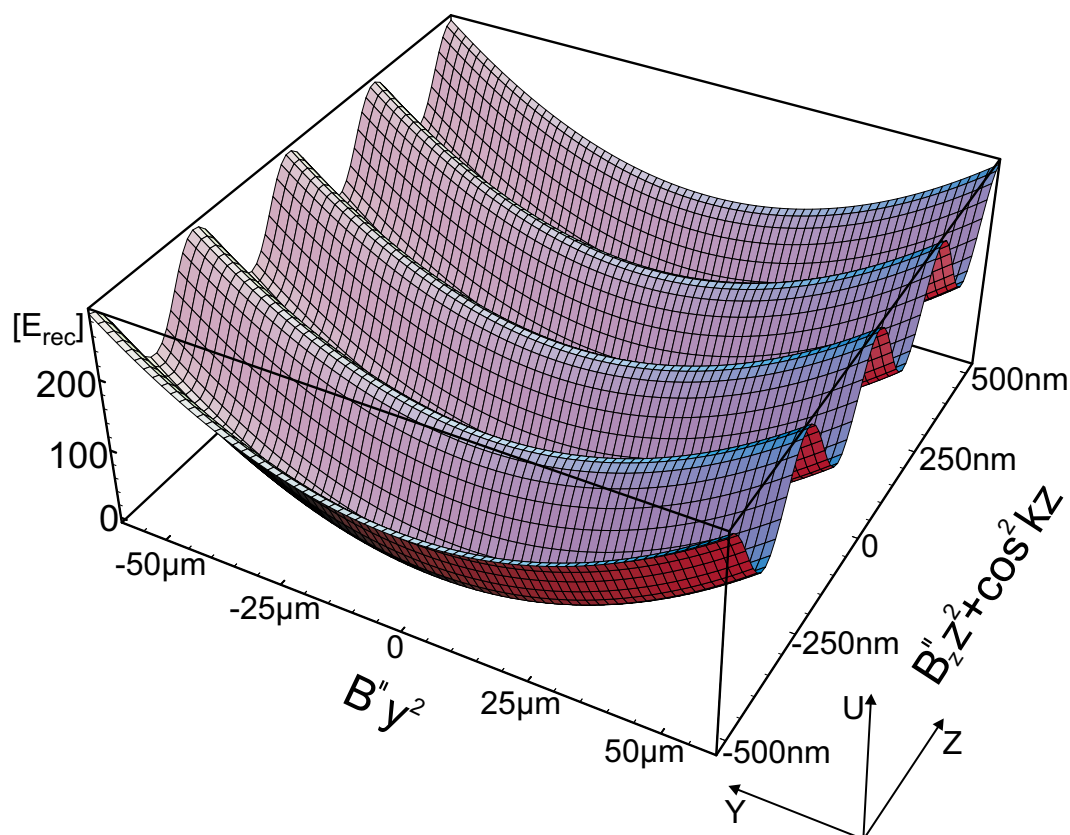


Abbildung 9.2: Dipolpotential einer blauverstimmten Stehwelle in unserer Ioffe-Pritchard-Magnetfalle. Für die Stehwelle wurde eine Lichtleistung von 6 W angenommen. Die Fallenfrequenzen der Magnetfalle betragen 2.7 Hz axial bzw. 300 Hz radial. Die Potentialhöhe ist in Einheiten der Rückstoßenergie im Gitter angegeben.

zu erreichen, muss ein radial wirksames Potential mit der Stehwelle überlagert werden. In unserem Aufbau halten wir die Atome weiterhin in der Magnetfalle gefangen und strahlen die Stehwelle zusätzlich ein. Das grüne Gitterlicht wird mit den axialen 3D-MOT-Strahlen durch Einbringen eines dichroischen Spiegelpaares überlappt. Dadurch ist die Stehwelle parallel zur langen Achse des Bose-Einstein-Kondensats orientiert. Das resultierende Potential in der Umgebung des Fallenzentrums ist in Abbildung 9.2 gezeigt. Für diese Rechnung wurden 6 W grüne Lichtleistung und Fallenfrequenzen von 2.7 Hz und 300 Hz gewählt. Während der radiale Einschluss beibehalten wird, führt die Stehwelle mit einer Tiefe von $130 E_{rec}$ zu einer Modulation mit der Periode $\lambda/2$.

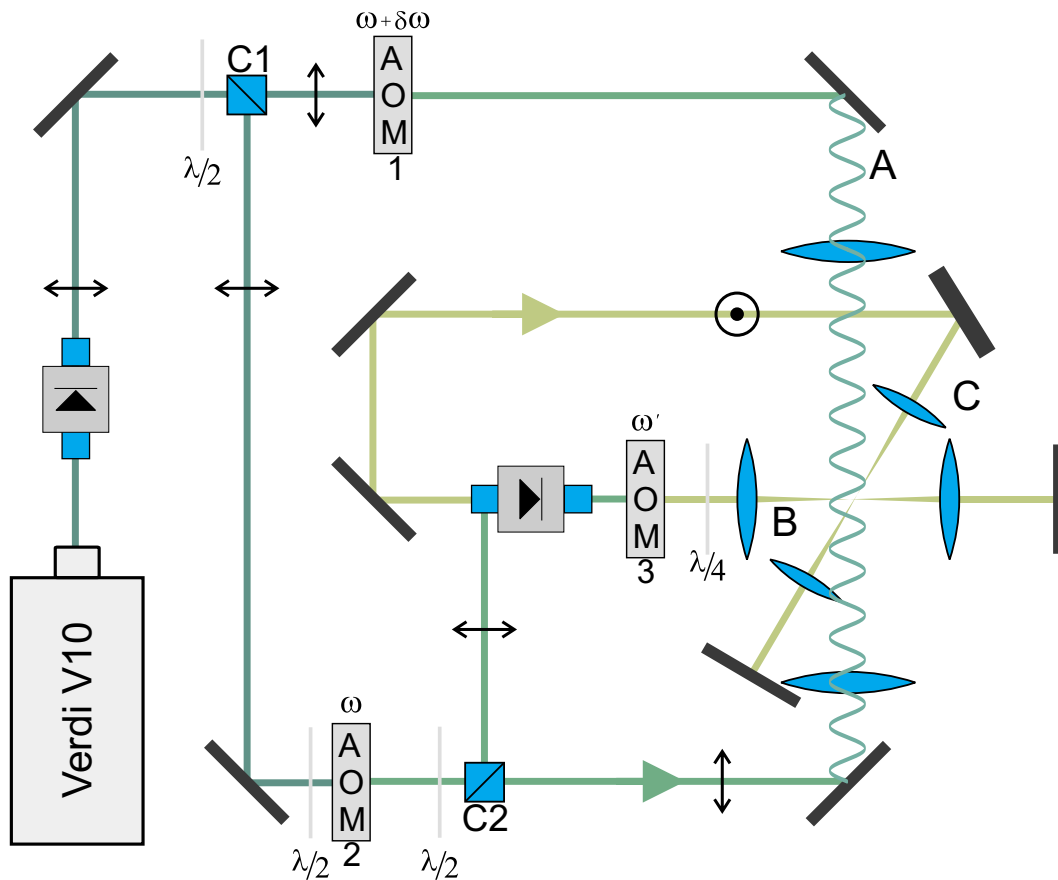


Abbildung 9.3: Schematische Anordnung für das dreidimensionale optische Gitter. Die Frequenz in jedem Arm des Gitters ist leicht unterschiedlich. In zwei Armen wird das Licht in sich zurückreflektiert, im dritten Arm werden zwei zuvor aufgesplante Strahlen zu einer Stehwelle überlagert. Über akusto-optischen Modulatoren (AOM) kann eine Frequenzverschiebung zwischen beiden Wellen und damit eine Beschleunigung des Gitters entlang dieser Achse eingestellt werden. Das gesamte Gitter wird über zwei AOMs ein- und ausgeschaltet.

9.3 Experimenteller Aufbau eines dreidimensionalen optischen Gitters

Abbildung 9.3 skizziert die Anordnung der Laserstrahlen für ein dreidimensionales optisches Gitter im Experiment. Die drei Arme des optischen Gitters kreuzen sich am Ort des Bose-Einstein-Kondensats in der Apparatur. Alle drei Äste sind linear polarisiert mit orthogonaler Polarisation der Arme untereinander. Dadurch bildet sich kein Interferenzmuster benachbarter Äste des Gitters aus. Die Anordnung der

	Isolator	AOM einfach	AOM doppelt	Fenster	Linsen	Spiegel
T/R/Eff.	0.8	0.92	0.55	0.96	0.995	0.995

Tabelle 9.2: Transmittivität, Reflektivität und Effizienz der optischen Elemente im Gitteraufbau. Die Lichtleistung in Ast C steht in einem festen Verhältnis zur Leistung in Arm B. Die Intensität muss also durch eine stärkere Fokussierung eingestellt werden.

akusto-optischen Modulatoren⁶ gestattet es, das optische Gitter auf einer Zeitskala kürzer als eine halbe Mikrosekunde (also nichtadiabatisch) ein- und auszuschalten und die Frequenz in jedem Ast leicht unterschiedlich (um einige 10 MHz verschoben) zu wählen. Eventuell vorhandene Interferenzen zwischen den Ästen (von einem undefinierten Polarisationsuntergrund herrührend) mitteln sich so auf einer Zeitskala von 100 ns zu Null.

Die Laserleistung wird mittels Strahlteilerwürfel und Wellenplatten in insgesamt drei Gitterarme A, B und C aufgespalten. Bei Arm A besteht die Möglichkeit, eine sich langsam bewegende Stehwelle zu erzeugen. Gemäß der Diskussion in Abschnitt 2.9.2 wird durch eine Frequenzdifferenz zwischen AOM-1 und AOM-2 das Gitter entlang dieser Achse beschleunigt. Eine Veränderung der AOM-Frequenz ändert auch den Ablenkwinkel. Bei den relativ langen Strahlwegen im optischen Aufbau des Experiments kann es dazu führen, dass das Bose-Einstein-Kondensat nicht mehr getroffen wird. Eine Abbildung des Strahls aus dem AOM mittels einer Linse, in deren Brennebene sich das Kondensat befindet, kompensiert diese kleine Drift⁷. Das Potential in Ast B wird durch Retroreflexion erzeugt. Die reflektierte Welle durchläuft den AOM-3 ein zweites Mal und bildet nach Reflexion an einem 0°-Spiegel die Stehwelle für Arm C.

Das hier vorgestellte Design kommt der Realisierung der oben genannten Kriterien am nächsten. Man kann zwischen verschiedenen Dimensionalitäten schnell wechseln und die Laserleistung wird durch Retroreflexion wiederverwendet und so am effizientesten eingesetzt.

Gerade der letzte Punkt bedarf einer genaueren Analyse. An jedem optischen Element im Aufbau geht Laserleistung verloren. Tabelle 9.3 listet typische Effizienzen und Reflektivitäten auf. Insbesondere die Isolatoren, welche die einzelnen Gitterarme voneinander trennen sollen, weisen eine geringe Transmission auf.

⁶NEOS, Modell: N35085-3-XQ, AOM aus kristallinem Quartz und daher stark polarisationsempfindlich. Laut Aussage des Herstellers besteht bei den Lichtleistungen von 10 W im grünen Wellenlängenbereich die Gefahr einer Langzeitdegradation des Materials im Fall von TeO₂ (das sonst übliche Material für AOMs). Verstärker: NEOS, Modell: N38070-100-6AM, 6 W-HF-Verstärker mit Rise-time < 150 ns.

⁷Die Winkelablenkung des Modulators ist experimentell auf 0.05°/MHz bestimmt worden.

Mit den Strahlteilerwürfeln C1 und C2 wird das Intensitätsverhältnis in Arm A und den Armen B und C eingestellt. Für Ast C wird die Intensität von B nach erneutem Durchgang durch die optische Diode wieder verwendet. Es gibt also immer ein festes Verhältnis zwischen den Gesamtleistungen in Arm B und C. Die auf die Atome wirkende Intensität muss durch eine stärkere Fokussierung von Strahl C erfolgen. Unter Verwendung der Zahlenwerte aus Tabelle 9.3 ergibt sich für die Intensitäten in den einzelnen Ästen, bezogen auf die an Würfel C1 transmittierte Leistung P_A :

$$P_{A\text{eff}} = 0.88 \cdot P_A.$$

$$P_{B\text{eff}} = 6.17 W - 1.23 \cdot P_A.$$

$$P_{C\text{eff}} = 2.46 W - 0.49 \cdot P_A = 0.4 \cdot P_{B\text{eff}}.$$

Wählt man beispielsweise $P_A = 1.8 W$, ergibt sich in Arm A und C eine effektive Leistung von 1.6 W. Um noch eine Potentialtiefe von $60 E_{\text{rec}}$ zu erreichen, müssen die Strahlen auf $100 \mu\text{m}$ Strahltaile fokussiert werden⁸. In diesem Fall wird nur ein Teil des Bose-Einstein-Kondensats ausgenutzt. In axialer Richtung besitzt es gemäß den Ausführungen in Abschnitt 8.2 einen Thomas-Fermi-Radius von $R_{TF,z} \approx 200 \mu\text{m}$. Es wird also nur ein Viertel des Kondensats vom Gitterstrahl ausgeleuchtet.

Selbst mit dem hier auf minimalen Leistungsverlust optimierten Aufbau ist die Realisierung eines dreidimensionalen Gitters mit 532 nm zur Erzeugung eines Mott-Isolators eine experimentelle Herausforderung.

Eine wesentlich einfacher zu realisierende Alternative wäre es, ein nahresonantes Gitter mit Hilfe von Diodenlasern oder einem verfügbaren Titan-Saphir-Laser zu realisieren. Hier lassen sich auch mit moderaten Lichtleistungen tiefe Potentiale erzeugen. Gemessen an der Zeitskala typischer Mott-Isolator-Experimente von wenigen Millisekunden ist die Kohärenzzeit aufgrund der spontanen Streuung auch im nahresonanten Bereich ausreichend lang. Dieser Teil der Apparatur befindet sich zum Zeitpunkt der Drucklegung der vorliegenden Arbeit im Aufbau. Das hier behandelte Schema des dreidimensionalen optischen Gitters kann direkt übernommen werden.

9.4 Beugung einer Materiewelle am optischen Gitter

Lässt man eine Materiewelle auf das in Abschnitt 9.2 vorgestellte eindimensionale optische Gitter treffen, dann beobachtet man im Fernfeld die Beugungsordnungen eines Phasengitters.

In dem hier vorgestellten Experiment wurde die Magnetfalle nach der Erzeugung des Bose-Einstein-Kondensats abgeschaltet und nach $100 \mu\text{s}$ die optische Stehwelle mit einer Schaltzeit unterhalb $1 \mu\text{s}$ eingeschaltet. Die Wechselwirkungszeit zwischen

⁸Es sei angemerkt, dass Verluste an Umlenkspiegeln, die obige Gitteranordnung in den existierenden BEK-Aufbau integrieren, noch nicht berücksichtigt sind.

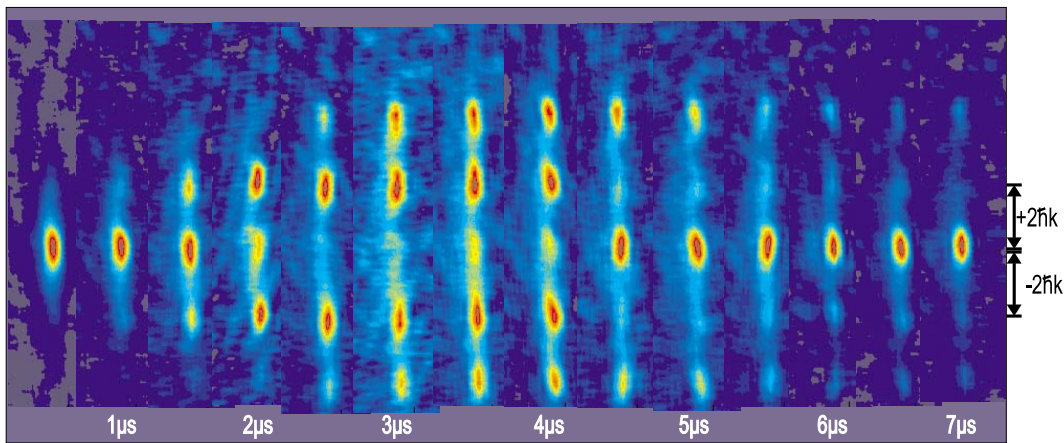


Abbildung 9.4: Absorptionsaufnahmen im Fernfeld der Beugung nach 30 ms Flugzeit. Die Wechselwirkungszeit zwischen Materiewelle und optischem Gitter wurde kontinuierlich erhöht. Man erkennt eine stärkere Bevölkung der höheren Beugungsordnungen mit zunehmender Zeit. Nach der Revival-Zeit, ungefähr $7 \mu\text{s}$, sind alle Atome wieder in der nullten Beugungsordnung.

Atomen und optischem Gitter wurde variiert. Das Abschalten der Stehwelle erfolgt ebenso mit einer Zeitkonstanten unterhalb $1 \mu\text{s}$. Für die Atome erfolgen An- und Abschalten nicht-adiabatisch. Nach 30 ms freier Expansion des Ensembles wird ein Absorptions-Bild aufgenommen. Darauf erkennt man die Impulsverteilung im Fernfeld des optischen Gitters. Abbildung 9.4 zeigt das Beugungsbild nach der festen Flugzeit von 30 ms für unterschiedliche Wechselwirkungsauern mit dem optischen Gitter.

Es ist deutlich zu erkennen, wie die Besetzung der höheren Beugungsordnungen mit ansteigender Wechselwirkungsdauer zunimmt. Sukzessive werden die erste und zweite Beugungsordnung besetzt. Nach der in Abschnitt 2.9.5 eingeführten „Revival-Zeit“ befinden sich alle Atome wieder in der nullten Beugungsordnung. Für sehr kurze Wechselwirkungszeiten diktiert das Raman-Nath-Regime die Besetzung der Beugungsordnungen gemäß Gleichung 2.115. Bei der gewählten Gittertiefe und der relativ langen Wechselwirkungsdauer befinden sich die experimentellen Parameter deutlich im Channeling-Regime. Experimente dazu wurden bereits in nahresonanten rotverstimmten Gittern durchgeführt [217, 218, 219]. Im Gegensatz dazu liegt in unserem Experiment ein weit blauverstimmtes Gitter vor. Eine Auswaschung durch spontan gestreute Photonen ist hier stark unterdrückt. Ein weiterer Vorteil der großen Verstimmung ist, dass der Gitterstrahl nicht an der dichten Atomwolke gebrochen wird. Im Vergleich zu den zitierten Experimenten ist die Dichte der Kondensatwolke bei der hier vorgestellten Messung wesentlich höher.

Die theoretische Beschreibung muss daher mit der genauen Rechnung

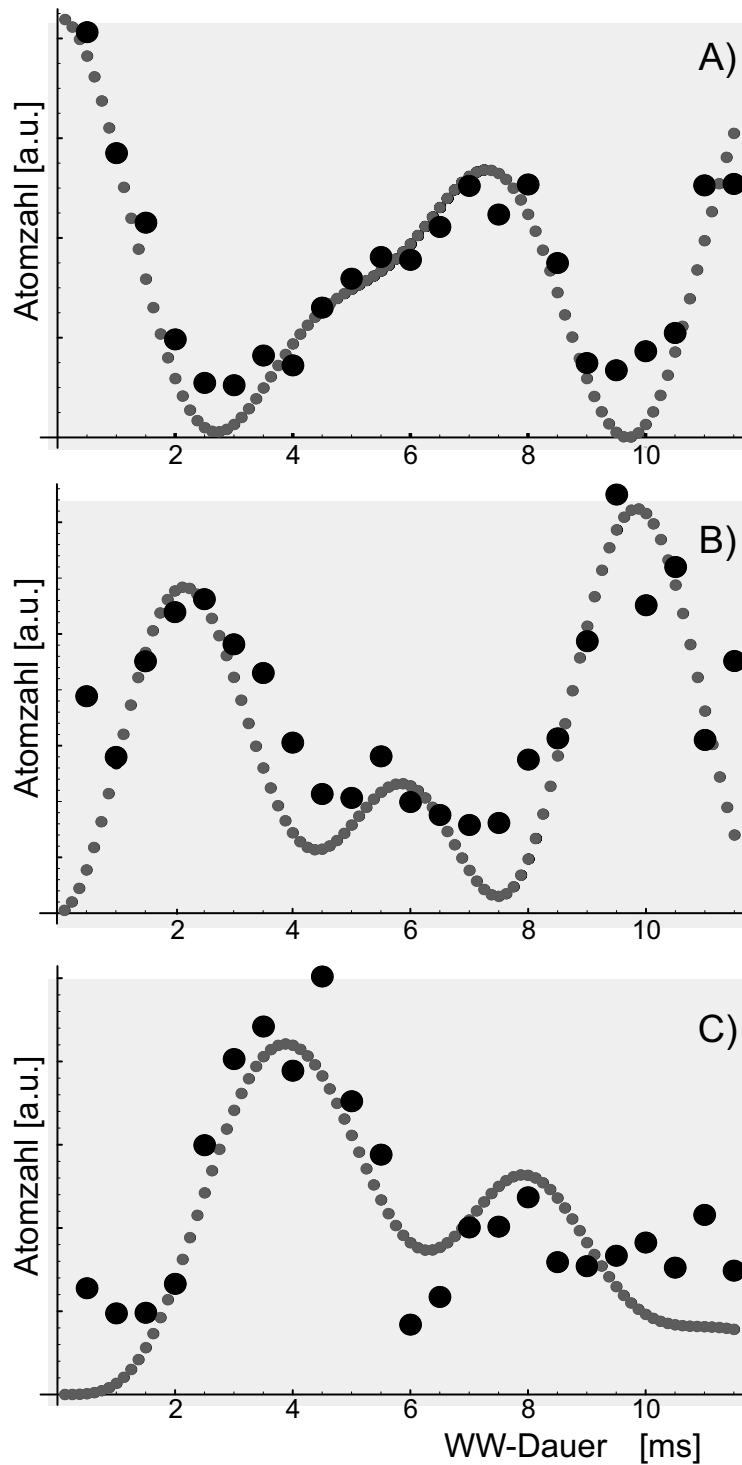


Abbildung 9.5: Die Atomzahl in den einzelnen Beugungsordnungen nach der Messung in Abbildung 9.4 (dicke schwarze Punkte) und der Theorie nach Gleichung 2.114 (kleine graue Punkte). Dargestellt sind die nullte (A), erste (B) und zweite (C) Beugungsordnung als Funktion der Wechselwirkungsdauer. Für eine Potentialtiefe von $36 E_{\text{rec}}$ erhält man eine sehr gute Übereinstimmung mit dem Experiment. In der zweiten Beugungsordnung weichen Theorie und Experiment etwas voneinander ab. Das liegt größtenteils an der Ungenauigkeit der Atomzahlbestimmung aufgrund der kleinen optischen Dichte und des relativ großen Untergrunds an diffus gestreuten Atomen.

gemäß Gleichung 2.114 erfolgen. Zuerst werden die Energieeigenwerte und -eigenfunktionen für ein Atom im periodischen Potential nach der Mathieu-Differentialgleichung berechnet. Diese Größen werden als Funktionen der Potentialtiefe ausgedrückt. Da das Gitter nicht-adiabatisch eingeschaltet wird, muss die Wellenfunktion des Bose-Einstein-Kondensats auf die Eigenzustände des Gitters projiziert werden. In unserem Fall ist die Ausdehnung des Kondensats entlang der z -Achse mit $600 \mu\text{m}$ wesentlich größer als eine Gitterperiode ($0.25 \mu\text{m}$). Daher kann die Wellenfunktion des Kondensats als konstant entlang dieser Achse angenommen werden. Nach der unitären Zeitentwicklung während der Wechselwirkungszeit τ projizieren wir die Wellenfunktionen auf ebene Wellen und betrachten die Besetzung des Impulsspektrums. Mit Hilfe von Mathematica⁹ können diese Rechnungen mit akzeptablem Zeitaufwand gelöst werden. Für diskrete Zeitpunkte ist das Ergebnis in Abbildung 9.5 dargestellt. Gegen die Wechselwirkungsdauer aufgetragen sieht man die Besetzung der nullten (A), ersten (B) und zweiten (C) Beugungsordnung. Die kleinen grauen Kreise stammen aus der theoretischen Rechnung. Die dicken schwarzen Punkte sind Messwerte, die aus Abbildung 9.4 entnommen wurden. Da die Theorie Beugungseffizienzen unabhängig von der Atomzahl liefert, wurden die Berechnungen mit einem Faktor multipliziert, um die Amplitude an das Experiment anzupassen.

Die Oszillation ist in der nullten Beugungsordnung sehr deutlich zu erkennen. Ebenso folgt die erste Beugungsordnung sehr gut der Theoriekurve. Für die zweite Beugungsordnung weicht das Experiment etwas von der Theorie ab. Der Grund dafür ist hauptsächlich die bei höheren Beugungsordnungen ungenauere Bestimmung der Atomzahl aufgrund der kleineren optischen Dichte. Der Parameter Potentialtiefe des Gitters wurde in den Berechnungen variiert, um eine bestmögliche Anpassung zwischen Theorie und Experiment zu erreichen. Man erhält eine besonders gute Annäherung an die experimentellen Daten für eine Tiefe von $U_0 = 36 \pm 2 E_{\text{rec}}$. Die Fehlergrenzen sind hauptsächlich in der Ungenauigkeit der Atomzahlbestimmung begründet. Das Gitter ist also tief genug, um die Beugung, wie hier geschehen, als Ein-Teilchen-Prozess zu behandeln. Ein Einfluss der Kontaktwechselwirkung durch das chemische Potential im Gitter (siehe Abschnitt 2.9.6) ist bei dieser Gittertiefe vernachlässigbar.

⁹Hersteller: Wolfram Research, www.wolfram.com.

Kapitel 10

Zusammenfassung und Ausblick

10.1 Zusammenfassung

Das Forschungsgebiet der Bose-Einstein-Kondensation in verdünnten atomaren Gasen hat sich bis heute stark verbreitert und behandelt Fragestellungen aus der Atomoptik, der Quantenoptik, der Quanteninformationsverarbeitung und der Festkörpertheorie gleichermaßen. Die dabei inzwischen wesentlich zum Einsatz kommenden Systeme sind optische Gitter und Mikrostrukturen, die den Übergang von einer dreidimensionalen zu einer niederdimensionalen (2D oder 1D) Geometrie zulassen. Bisher konnte der Übergang zwischen den räumlichen Dimensionen nur in Dipolfallen mit entsprechendem Aspektverhältnis erreicht werden. Einen anderen Zugang bieten stark anisotrope Magnetfallen.

In dieser Arbeit wurde eine Apparatur zur Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten neu konzipiert und aufgebaut. Sie weicht in ihrer Anordnung von bisherigen Aufbauten in dem Gebiet ab, um neuartige Experimente in niederdimensionalen Quantengasen zu ermöglichen. Die hier präsentierte Lösung zeigt, dass die Erzeugung eines Bose-Einstein-Kondensats auch sieben Jahre nach der ersten Realisierung im Labor eine große Herausforderung der Experimentalphysik ist, hart am technologisch machbaren Limit.

Mit dem Beschreiten von technologischem Neuland war eine Vielzahl von Herausforderungen auf dem Weg zur Bose-Einstein-Kondensation verbunden:

2D-MOT

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine intensive Atomstrahlquelle entwickelt, die in dieser Form inzwischen auch in anderen Experimenten eingesetzt wird. Ihr Prinzip beruht auf reiner zweidimensionaler magneto-optischer Kühlung von Rubidium-Atomen in einer Dampfzelle. Wesentliche Systemgrößen sind große Laserleistungen

und ein hoher Dampfdruck in der Gaszelle. Der Gesamtfluss übertrifft den vergleichbarer Quellen um mehr als eine Größenordnung. Das Geschwindigkeitsprofil des Atomstrahls ist um 50 m/s zentriert, so dass es zum größten Teil innerhalb des Einfangbereichs von typischen magneto-optischen Fallen liegt. Mit einem Gesamtfluss von bis zu $6 \cdot 10^{10}$ Atomen/s ist die Quelle vergleichbar mit einem Zeeman-Abbremsler. Zusätzlich bietet sie den Vorteil eines sehr gut kollimierten Atomstrahls bei geringerem Hintergrund an thermischen Atomen und eines wesentlich kompakteren Aufbaus.

Zum besseren Verständnis des Einflusses externer Größen wurde ein analytisches Modell entworfen, das die wesentlichen Kenngrößen des Atomstrahls theoretisch beschreibt. Mit nur wenigen vereinfachenden Annahmen sagt es die Geschwindigkeitsverteilung im Atomstrahl und den Gesamtfluss der Quelle in sehr guter Übereinstimmung zum Experiment vorher. Dies gilt in besonderem Maße für die Abhängigkeit des Flusses von der Länge der 2D-MOT und vom Druck in der Dampfcelle.

Elongierte 3D-MOT

Eine wesentliche Voraussetzung für die Erzeugung eines Bose-Einstein-Kondensats ist der Einfang einer sehr großen Anzahl ultrakalter Atome. Zu diesem Zweck wurde eine magneto-optische Falle (MOT) in einer elongierten Geometrie realisiert. Zusätzlich zu einem sehr großen Volumen ist eine Optimierung des Aspekt-Verhältnisses kennzeichnend. Damit wird die bestmögliche Anpassung der Ausdehnung der Atomwolke in der MOT an die Anisotropie der Magnetfalle erreicht. Aus diesem Grund ist die elongierte MOT in den magnetischen Quadrupol-Wellenleiter integriert und besitzt axial nur einen sehr schwachen Gradienten. Mit $6 \cdot 10^{10}$ Atomen gehört diese Anordnung heute zu den magneto-optischen Fallen mit der größten gefangenen Atomzahl weltweit.

Die große Atomzahl verursacht eine hohe optische Dichte des Ensembles entlang der Symmetrieachse der Wolke. Sie konnte als Ursache für die vergleichsweise hohe Temperatur der Atomwolke identifiziert werden. Dieses Problem wurde mit dem Konzept der verstimmtten MOT gelöst. Nach der Akkumulation einer großen Atomzahl wird die Frequenz der Laserstrahlen weiter rot-verstimmt auf -7Gamma . Reabsorptionsprozesse werden dadurch unwahrscheinlicher, und das Kühllicht kann die anfangs optisch dichte Wolke verlassen. Dadurch erreicht das Ensemble Temperaturen (sub-Doppler-Bereich) und Dichten, wie sie in anderen Experimenten zur Laserkühlung erst nach einer Justage-aufwendigen optischen Melasse-Phase realisiert werden.

Anisotrope Magnetfalle

Die Magnetfalle der hier vorgestellten Arbeit ist in der Ioffe-Pritchard-Konfiguration aufgebaut. Eine besondere technische Herausforderung liegt in der Handhabung und im Schalten von Stromstärken bis zu 1050 A innerhalb $100 \mu\text{s}$. Die elongierte 3D-MOT verursacht einen großen Abstand zwischen den Endspulen der Magnetfalle auf der Achse. Daher beträgt die maximale axiale Fallenfrequenz 2.7 Hz. Dagegen kann der radiale Einschluss auf bis zu 2300 Hz erhöht werden. Auf diese Weise ist das Aspektverhältnis über weite Grenzen zwischen 100 - 850 variierbar. Diese extreme Geometrie ist nach unserem aktuellen Kenntnisstand unter den bisherigen Apparaturen einzigartig. Sie erlaubt es, in das quasi-eindimensionale Regime vorzustoßen. Die Option des Überleitens der Atomwolke in einen magnetischen Wellenleiter unterstreicht die vielseitige Einsetzbarkeit der Anordnung.

Verdampfungskühlung und Bose-Einstein-Kondensation

Die Phasenraumdichte der Atome in der Magnetfalle kann durch RF-Verdampfungskühlung erhöht werden. Diese Kühlmethode basiert auf dem selektiven Entfernen der Teilchen mit größter thermischer Energie aus dem Ensemble und der anschließenden Rethermalisierung durch elastische Kollisionen der verbleibenden Atomwolke zu tieferen Temperaturen und höheren Dichten.

Aus der Untersuchung der Verdampfungskühlung in der extrem anisotropen Geometrie der Magnetfalle folgt, dass die Zeitkonstante der Thermalisierung in der Falle durch die kleinste Fallenfrequenz, in diesem Fall die axiale, limitiert ist. Die Verdampfungskühlung läuft daher mit einer reduzierten Dimensionalität ab. Mit einer limitierten Lebensdauer des Ensembles in der Magnetfalle ergibt sich eine reduzierte Effizienz der Verdampfungskühlung im Vergleich zu Magnetfallen mit nur schwacher Anisotropie.

Zusätzlich beschränkt eine Heizrate von $2 \mu\text{K/s}$, deren Ursache weiterhin unklar ist, die Effizienz der Verdampfungskühlung gerade bei tiefen Temperaturen.

Dennoch können reproduzierbar Bose-Einstein-Kondensate mit bis zu $3 \cdot 10^5$ Atomen und Dichten im Bereich $3 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ erzeugt werden. Das Aspektverhältnis des Kondensats ist durch die Anisotropie der Magnetfalle vorgegeben. Verdampfungskühlung direkt in diese stark anisotrope Geometrie wurde bisher in keinem Kondensat-Experiment realisiert. In dem erreichten Regime kann die Beobachtung von Phasenfluktuationen und damit das Auftreten von mehreren Quasi-Kondensaten bestätigt werden. Allerdings treten die Phasenfluktuationen wesentlich schwächer auf als in bisherigen Arbeiten. Die Ursache dafür liegt in der großen Wellenlänge der thermischen Anregungen. Bei der in der vorliegenden Apparatur maximal realisierbaren Flugzeit haben sich die Phasenfluktuationen noch nicht in Dichteschwankun-

gen umgesetzt. Die optische Absorptionaufnahme befindet sich noch im Nahfeld der Phasen-Verteilung.

Optische Gitter

In der vorliegenden Arbeit wurde die Physik quantenentarteter Gase in optischen Gittern vorgestellt. Dabei liegt das Hauptaugenmerk auf der Beugung von Materiewellen an Lichtgittern. Für den in bisherigen Experimenten unberücksichtigten Grenzfall geringer Potentialtiefen konnte dabei ein Effekt der Kontaktwechselwirkung auf die Beugungseffizienz theoretisch vorhergesagt werden, der in der Größe von 30% liegt und damit messbar sein sollte.

Die langfristigen Ziele des Gesamtprojekts konsequent weiterverfolgend, wurde ein Experiment zur Beugung der kohärenten Materiewelle des Kondensats an einem eindimensionalen optischen Gitter durchgeführt. Dabei handelt es sich um eines der ersten weit blau-verstimmten optischen Gitter. Es zeichnet sich aus durch eine lange Kohärenzzeit der Atome im Gitter, die durch die sehr geringe spontane Emissionsrate gewährleistet wird, und durch höhere Dichten des Kondensats im Vergleich zu rot-verstimmten optischen Gittern. Ebenso ist die Brechung des weit verstimmten Lichts am Dichteprofil der Atomwolke sehr gering.

10.2 Ausblick

Ein wesentlicher Aspekt der hier vorgestellten Apparatur ist die vielseitige Einsetzbarkeit für zukünftige Experimente. So sind beispielsweise die Ioffe-Stäbe der Magnetfalle über die bisherige Vakuumkammer hinaus weitergeführt, um als magnetischer Wellenleiter für ultrakalte oder auch quantenentartete Gase zu dienen. Dadurch ist es möglich, präparierte Atomwolken in eine zweite „Experimentier-Kammer“ zu bringen. Diese neue Kammer kann so konstruiert werden, dass Mikrostrukturen für parallele Oberflächenfallen eingebracht oder die Vermischung mit einer anderen quantenentarteten Atomsorte untersucht werden können.

In den nächsten Wochen sollte zunächst der Heizmechanismus der Atomwolke verstanden und eliminiert werden. Bisher ist unklar, ob es sich um den Einfluss einer Oort'schen Wolke oder um technisches Rauschen¹ handelt, das an die Magnetfalle ankoppelt.

Darüberhinaus bietet die in Abschnitt 2.9.6 behandelte wechselwirkungsinduzierte Abschwächung der Beugung am optischen Gitter einen neuen Effekt. Nach erfolgreichem Umbau auf das rotverstimmte Gitter kann dieser verifiziert werden.

Die mittelfristige Zukunft an dem hier vorgestellten Rubidium-Projekt wird besonders die spezielle Geometrie der Apparatur nutzen. Drei Hauptrichtungen werden zur Zeit verfolgt:

1. Wechselwirkungen in niederdimensionalen Bose-Gasen

Mit zunehmender Anisotropie der einschließenden Falle von Bose-Einstein-Kondensaten ist im quasi-eindimensionalen Regime eine dramatische Reduktion der Drei-Körper-Relaxationsprozesse zu erwarten [220]. Das äußert sich direkt in einer Erhöhung der Lebensdauer.

Von großem Interesse ist auch die Stabilität von Anregungen in Bose-Einstein-Kondensaten wie beispielsweise von dunkeln Solitonen. In einer dreidimensionalen Umgebung zerfallen diese rasch in topologische Strukturen mit kleinerer Energie wie etwa Wirbel [67, 221]. In quasi-eindimensionalen Geometrien sind transversale Anregungen unterdrückt und die Lebensdauer von Solitonen sollte wesentlich größer sein [222].

Eine genauere Untersuchung des Kondensations-Vorgangs in quasi-niederdimensionalen Systemen sollte einen zweistufigen Kondensations-Prozess erwarten lassen [33].

Durch eine weitere Stabilisierung des Offset-Magnetfelds sollte das Achsenverhältnis auf 1:1000 erweiterbar sein, womit das quasi-eindimensionale Regime mit einer Atomzahl von mehreren 10^4 Atomen erreichbar ist.

¹Mechanische Vibrationen durch die Turbomolekularpumpe an der Apparatur oder elektronisches Rauschen des RF-Verstärkers, das sich über die Antenne in unmittelbarer Umgebung der Atome auf das Ensemble überträgt. Wegen der geringen axialen Fallenfrequenz ist das Anregungsspektrum der Falle sehr breit.

2. Bose-Einstein-Kondensate in optischen Gittern

Die lichtinduzierte Dipol-Dipol-Wechselwirkung kann bei hohen Dichten, wie sie durch Einschluss in einem optischen Gitter erreicht werden, zu einer Verschiebung der Resonanz optischer Übergänge führen. Gerade die anisotrope Fallengeometrie dieser Arbeit, unterstützt durch ein axiales eindimensionales optisches Gitter, macht diesen Effekt erst sichtbar. Nach jüngsten Rechnungen ist eine Verschiebung der Resonanzfrequenz um 200% zu erwarten [108].

Die beiden Hyperfein-Grundzustände von Rubidium können als die zwei Zustände eines Quanten-Bits benutzt werden. Durch Raman-Pulse lässt sich eine kohärente Überlagerung der beiden Zustände erreichen. In einem optischen Gitter kann eine langreichweitige Wechselwirkung über mehrere Gitterplätze hinweg durch Rydberg-Anregung erreicht werden. Darauf basierend wurde die Realisierung besonders schneller quantenlogischer Gatter vorgeschlagen [223]. Seit der Realisierung des Mott-Isolator-Quanten-Phasenübergangs ist es möglich, ideale experimentelle Modellsysteme für die Festkörpertheorie zur Verfügung zu stellen. Durch besonders hohe Besetzung des optischen Gitters bilden sich Bereiche mit einem Atom und mit zwei Atomen pro Gitterplatz aus. Damit lässt sich ein pn-Übergang simulieren, dessen Dioden-Kennlinie aus Leitfähigkeitsmessungen bei Beschleunigung des optischen Gitters folgt.

3. Ultrakalte Plasmen

Ein neues Gebiet eröffnet sich durch die Verbindung des vierten mit dem fünften Aggregatzustand: Plasma und Bose-Einstein-Kondensat. Ein Plasma ist ein nach außen neutrales ionisiertes Gas, bei dem die geladenen Teilchen kollektive Eigenschaften zeigen. Die charakteristische Längenskala dieser Systeme ist die Debye-Abschirmlänge $\lambda_D = \sqrt{\epsilon_0 k_B T / e^2 n}$. Treten innerhalb einer Kugel mit dem Radius λ_D mehrere Teilchen auf, spricht man von einem stark gekoppelten Plasma. Dabei ist die thermische Energie der Teilchen kleiner als die Coulomb-Wechselwirkungsenergie. Mit einem schmalbandigen Ionisationslaser kann man ausgehend von einem Bose-Einstein-Kondensat ultrakalte Plasmen mit ausreichend hohen Dichten für ein stark gekoppeltes Plasma erzeugen. Ein solches System stellt ein einzigartiges Modell für die Plasma-Verhältnisse in der Sonne oder in Weißen Zwergen dar. Die Apparatur dieser Arbeit eignet sich insbesondere für das Studium niederdimensionaler ultrakalter Plasmen. Ist der radiale Einschluss kleiner als λ_D , so sind unterschiedliche Eigenfrequenzen der Plasmaschwingungen entlang der einzelnen Raumrichtungen zu erwarten.

Mit dem in dieser Arbeit erzeugten Bose-Einstein-Kondensat ist dem Experimentalphysiker ein Werkzeug in die Hand gegeben, welches das Tor zu neuen aufregenden Grenzgängen der modernen Physik öffnet.

Anhang A

Die AC-Stark-Verschiebung im Mehrniveau-Atom

In diesem Kapitel wird die Potentialtiefe für ein ^{87}Rb -Atom in einer Stehwelle berechnet. Dabei beziehe ich die Polarisation des Gitterlichts und den Einfluß der D_1 - und D_2 -Linie mit ein. Es wird angenommen, daß die Verstimmung des Gitterlichts groß gegen die Hyperfeinaufspaltung ist. Es reicht demnach aus, sich auf die Feinstruktur im Atom zu beschränken. Die Rechnung erfolgt analog zu den Ausführungen von Hélène Perrin [224], in deren Arbeit eine ähnliche Fragestellung für Cäsium behandelt wird.

A.1 Gitterlicht orthogonal zu den Atomen polarisiert

Betrachten wir den Fall, daß die Atome magnetisch entlang der z-Achse ausgerichtet sind. Das Gitterlicht propagiert entlang dieser Richtung und sei senkrecht dazu linear entlang der y-Achse polarisiert. Für den in dieser Arbeit vorgestellten Aufbau bedeutet dies, daß das Gitter eingestrahlt wird, solange die Atome noch in der Magnetfalle gefangen sind.

In der gewählten Geometrie induziert das linear polarisierte Licht Dipolmomente in der Atomwolke, die zu gleichen Teilen σ^+ - und σ^- -Übergängen stimulieren. Die natürliche Basis für dieses System ist folgende Fundamentalebasis (ϵ_{\pm} steht dabei für den Einheitsvektor für σ^{\pm} -polarisiertes Licht.):

$$\begin{aligned}\epsilon_x &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\epsilon_- - \epsilon_+), \\ \epsilon_y &= \frac{i}{\sqrt{2}}(\epsilon_- + \epsilon_+).\end{aligned}\tag{A.1}$$

Für die Stehwelle nehmen wir an, daß beide Teilwellen dieselbe Amplitude \mathcal{E} und Frequenz ω besitzen. Das elektrische Feld schreibt sich in der neuen Basis:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \mathcal{E} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} \epsilon_y + \mathcal{E} e^{i(-\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} \epsilon_y = \\ &= \frac{i}{\sqrt{2}} \mathcal{E} \left[e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} + e^{i(-\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} \right] (\epsilon_- + \epsilon_+). \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Wir betrachten die mit größter Wahrscheinlichkeit induzierten Dipole in ^{87}Rb : Die D_1 -Linie $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{1/2}$ und die D_2 -Linie $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$. Die Verstimmung des Gitterlasers ist dabei beliebig wählbar. Folgende Herleitung ist auch für nahresonante Gitter gültig.

Die Hamilton-Funktion für diesen allgemeinen Fall lautet [90]:

$$H = \frac{1}{\hbar \mathcal{D}_1} |\mathbf{d}_1 \mathbf{E}|^2 + \frac{1}{\hbar \mathcal{D}_2} |\mathbf{d}_2 \mathbf{E}|^2. \quad (\text{A.3})$$

Dabei beschreibt \mathbf{d}_i das Dipolmatrixelement zur D_i -Linie. Die Verstimmung ist in diesem Zusammenhang einschließlich des gegenrotierenden Terms definiert:

$$\frac{1}{\mathcal{D}_i} = \frac{1}{\omega_{0i} - \omega} + \frac{1}{\omega_{0i} + \omega}. \quad (\text{A.4})$$

ω_{0i} ist die Resonanzfrequenz des jeweiligen Übergangs.

Setzen wir den Ausdruck des elektrischen Feldes in die Hamilton-Funktion ein, so erhalten wir:

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{\hbar \mathcal{D}_1} \left| \frac{i}{\sqrt{2}} \mathcal{E} 2 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - \omega t\right) (\mathbf{d}_1 \epsilon_- + \mathbf{d}_1 \epsilon_+) \right|^2 + \\ &+ \frac{1}{\hbar \mathcal{D}_2} \left| \frac{i}{\sqrt{2}} \mathcal{E} 2 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - \omega t\right) (\mathbf{d}_2 \epsilon_- + \mathbf{d}_2 \epsilon_+) \right|^2. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

In der Fundamentalebasis der ϵ_i ist der Hamilton-Operator diagonal, d.h. es gibt keine Mischterme, welche die Niveaus $m_J = -1/2$ und $m_J = +1/2$ koppeln [224]. Einfache Umformung ergibt:

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{2\hbar \mathcal{D}_1} 4 |\mathcal{E}|^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - \omega t\right) \left(|\mathbf{d}_1 \epsilon_-|^2 + |\mathbf{d}_1 \epsilon_+|^2 \right) + \\ &+ \frac{1}{2\hbar \mathcal{D}_2} 4 |\mathcal{E}|^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - \omega t\right) \left(|\mathbf{d}_2 \epsilon_-|^2 + |\mathbf{d}_2 \epsilon_+|^2 \right). \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Die Projektion des Dipolmatrixelements auf die ϵ_{\pm} -Basis berechnet sich mit Hilfe der Clebsch-Gordan Koeffizienten für die betrachteten Übergänge (siehe Abbildung A.1). Dabei ist zu beachten, daß im Fall eines Bose-Einstein-Kondensats in unserer

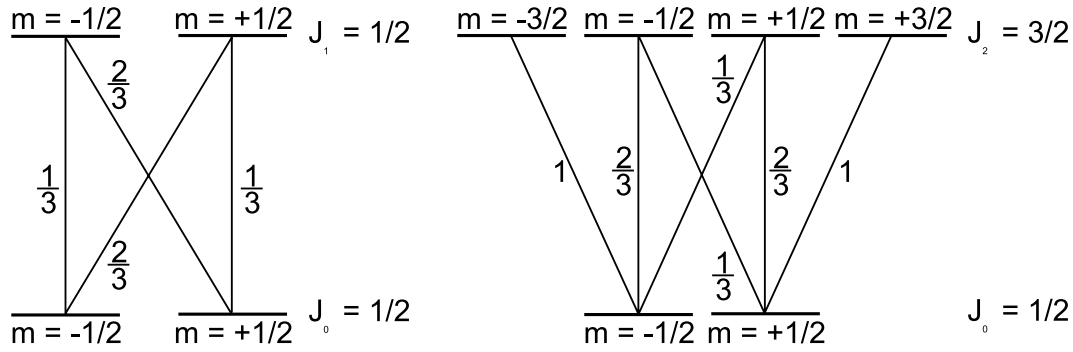


Abbildung A.1: Die Quadrate der Clebsch-Gordan Koeffizienten für einen Übergang $|J_0 = 1/2\rangle \rightarrow |J_1 = 1/2\rangle$ und für $|J_0 = 1/2\rangle \rightarrow |J_1 = 3/2\rangle$.

Apparatur alle Atome im Zustand $|F = 2, m_F = 2\rangle$ präpariert sind. In den Quantenzahlen der Feinstruktur ausgedrückt, bedeutet dies, daß alle Atome den Zustand $|J_0 = 1/2, m_J = +1/2\rangle$ bevölkern¹. Es folgt also für die Hamilton-Funktion:

$$H = 4|\mathcal{E}|^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} z - \omega t \right) \left[\frac{|d_1|^2}{2\hbar\mathcal{D}_1} \times \frac{2}{3} + \frac{|d_2|^2}{2\hbar\mathcal{D}_2} \times \frac{4}{3} \right]. \quad (\text{A.7})$$

Das Dipolmatrixelement drücken wir mit Hilfe der aus der Quantenmechanik bekannten Beziehung durch die Oszillatorstärken f_i aus [89]:

$$|d_i|^2 = \frac{3e^2\hbar}{2m_e\omega_{0i}} |f_i|. \quad (\text{A.8})$$

m_e ist die Elektronenmasse, e die Elementarladung. Benutzen wir noch die Beziehung für die Intensität einer laufenden Welle $I = 2\varepsilon_0 c |\mathcal{E}|^2$, so erhalten wir die Potentiallandschaft ($U = -H$) für ein Mehrniveaumatom in einer retroreflektierten Stehwelle unter Berücksichtigung der Lichtpolarisation:

$$U = \frac{3}{2} \frac{e^2}{\varepsilon_0 m_e c} I \left[\frac{2}{3} \frac{1}{\mathcal{D}_1} \frac{|f_1|}{\omega_{01}} + \frac{4}{3} \frac{1}{\mathcal{D}_2} \frac{|f_2|}{\omega_{02}} \right] \cos^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} z - \omega t \right). \quad (\text{A.9})$$

Dabei gilt für \mathcal{D}_i der Zusammenhang in Ausdruck A.4.

¹Da $|F = 2, m_F = 2\rangle$ ein maximal gestreckter Zustand ist, wird die Zuordnung zu den FS-Quantenzahlen eindeutig.

A.2 Gitterlicht parallel zu den Atomen polarisiert

Wir betrachten nun den Fall, daß die Polarisation der Stehwelle parallel zur Quantisierungsachse der Atome steht. Das ist in unserem Aufbau beispielsweise der Fall, wenn das eindimensionale Gitter auf die Atomwolke wirkt, nachdem das Magnetfallenpotential ausgeschaltet wurde und die Magnetfeldspule entlang der y -Richtung das Quantisierungsfeld vorgibt.

In diesem Fall schreibt sich das elektrische Feld:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathcal{E} \left[e^{i(\mathbf{kr}-\omega t)} + e^{i(\mathbf{i}\mathbf{kr}-\omega t)} \right] \epsilon_y. \quad (\text{A.10})$$

Setzt man diese Funktion in Gleichung A.3 ein, erhält man nach analoger Rechnung sofort:

$$H = 4|\mathcal{E}|^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} z - \omega t \right) \left[\frac{|d_1|^2}{\hbar \mathcal{D}_1} \times \frac{1}{3} + \frac{|d_2|^2}{\hbar \mathcal{D}_2} \times \frac{2}{3} \right]. \quad (\text{A.11})$$

De facto erhält man dasselbe Ergebnis wie für den Fall orthogonaler Polarisation (Gl. A.7). Die Clebsch-Gordan-Koeffizienten sind zwar nur halb so groß wie im orthogonalen Fall, aber in jener Rechnung wurde die Lichtintensität je zur Hälfte auf die σ^+ - und die σ^- -Komponente verteilt.

In Oszillatorstärken ausgedrückt lautet das Ergebnis:

$$U = \frac{-3e^2}{\epsilon_0 m_e c} I \left[\frac{f_1}{\omega_{01} \mathcal{D}_1} \frac{1}{3} + \frac{f_2}{\omega_{02} \mathcal{D}_2} \frac{2}{3} \right] \cos^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} z - \omega t \right). \quad (\text{A.12})$$

A.3 Zirkulare Polarisation des Gitterlichts

Hier wird der Fall betrachtet, daß die Atome entlang der z -Achse ausgerichtet sind und die Stehwelle bezüglich dieser Achse zirkular polarisiert ist.

σ^+ -Polarisation

Für das elektrische Feld schreiben wir:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathcal{E} \left[e^{i(\mathbf{kr}-\omega t)} + e^{i(-\mathbf{kr}-\omega t)} \right] \epsilon_+. \quad (\text{A.13})$$

In die Hamilton-Funktion eingesetzt, erhält man analog obiger Rechnung:

$$H = 4|\mathcal{E}|^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} z - \omega t \right) \left[\frac{|d_1|^2}{\hbar \mathcal{D}_1} \times 0 + \frac{|d_2|^2}{\hbar \mathcal{D}_2} \times 1 \right]. \quad (\text{A.14})$$

Die D_1 -Linie liefert also keinen Beitrag zum Gitterpotential, das sich in Oszillatorstärken folgendermaßen schreibt:

$$U = \frac{-3e^2}{\epsilon_0 m_e c} I \left[\frac{f_2}{\omega_{02} \mathcal{D}_2} \right] \cos^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} z - \omega t \right). \quad (\text{A.15})$$

σ^- -Polarisation

Das elektrische Feld lautet nun:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathcal{E} \left[e^{i(\mathbf{kr}-\omega t)} + e^{i(-\mathbf{kr}-\omega t)} \right] \epsilon_{-}. \quad (\text{A.16})$$

Die Hamilton-Funktion lautet unter Berücksichtigung der neuen Clebsch-Gordan-Koeffizienten:

$$H = 4|\mathcal{E}|^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} z - \omega t \right) \left[\frac{|d_1|^2}{\hbar \mathcal{D}_1} \times \frac{2}{3} + \frac{|d_2|^2}{\hbar \mathcal{D}_2} \times \frac{1}{3} \right]. \quad (\text{A.17})$$

In Oszillatorstärken ausgedrückt:

$$U = \frac{-3e^2}{\varepsilon_0 m_e c} I \left[\frac{f_1}{\omega_{01} \mathcal{D}_1} \frac{2}{3} + \frac{f_2}{\omega_{02} \mathcal{D}_2} \frac{1}{3} \right] \cos^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} z - \omega t \right). \quad (\text{A.18})$$

Diese Fälle unterscheiden sich für große Verstimmungen des Gitterlichts gegen die Resonanzfrequenz nur im Prozentbereich. Bei nahresonanten Gittern wird die unterschiedliche Verstimmung \mathcal{D}_i den einzelnen Fällen eine größere Gewichtung verleihen. Zahlenwerte für realistische experimentelle Parameter finden sich in Abschnitt 9.1.1.

Anhang B

Expansion eines Bose-Einstein-Kondensats

Die Expansion eines Bose-Einstein-Kondensats nach plötzlichem und vollständigem Abschalten eines äußeren einschließenden Potentials wird durch die Energie der Mean-Field-Wechselwirkung bestimmt. Als Potential betrachten wir die Magnetfalle mit den Fallenfrequenzen ν_{rad} und ν_z . Die Expansion lässt sich klassisch über einen Skalierungsfaktor für die einzelnen Raumachsen berechnen. Die folgende Behandlung fasst diese auf Castin und Dum [225] zurückgehende Beschreibung zusammen.

Jedes Volumenelement im Kondensat erfährt eine Kraft:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = -\nabla g n(\mathbf{r}, t). \quad (\text{B.1})$$

Dabei ist g die in Gleichung 2.19 definierte Kopplungskonstante der Mean-Field-Wechselwirkung und n die Dichte der Atomwolke. Je größer also der Dichtegradient entlang einer Achse, desto stärker expandiert die Wolke in diese Richtung. Der einfachste Ansatz ist ein Skalierungsgesetz für die Trajektorie eines Volumenelements:

$$R_j = \lambda_j(t) R_j(0). \quad (\text{B.2})$$

Der Index $j = x, y, z$ gibt die kartesischen Koordinaten an. Wir betrachten den Fall einer zylindersymmetrischen Wolke und können uns auf die radiale $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_{\text{rad}}$ und axiale λ_z Expansion beschränken. Es bleibt das Differentialgleichungssystem aus den Newton'schen Bewegungsgleichungen $m\ddot{R}_j(t) = F_j(\mathbf{R}(t), t)$ zu lösen. Dazu führen wir die dimensionslose Zeit $\tau = 2\pi\nu_{\text{rad}}t$ und das Aspektverhältnis der Magnetfalle $\epsilon = \nu_z/\nu_{\text{rad}} \ll 1$ ein. Gemäß [225] folgt in kleinster nichtverschwindender Ordnung von ϵ :

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{rad}}(\tau) &= \sqrt{1 + \tau^2}, \\ \lambda_z(\tau) &= 1 + \epsilon^2 \left[\tau \arctan \tau - \ln \sqrt{1 + \tau^2} \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Benutzt man nun die Thomas-Fermi-Radien $R_{\text{rad}}(0)$ und $R_z(0)$, so folgt für die Zeitabhängigkeit des Aspektverhältnisses der Wolke $A(t)$ bei der Expansion:

$$A(t) = \frac{\lambda_z(t)}{\lambda_{\text{rad}}(t)} \frac{\nu_{\text{rad}}}{\nu_z}. \quad (\text{B.4})$$

Das Aspektverhältnis der Wolke entwickelt sich unabhängig von der Atomzahl im Kondensat und hängt nur von den Fallenparametern ab.

Literaturverzeichnis

- [1] M. Anderson, J. Ensher, M. Matthews, C. Wieman, and E. Cornell, *Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor*, *Science* **269**, 198 (1995). (document), 1, 2.8
- [2] C. Bradley, C. Sackett, J. Tollett, and R. Hulet, *Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995), *ibid.* **79**, 1170 (1997). (document), 1
- [3] K. Davis, M.-O. Mewes, M. Andrews, N. van Druten, D. Durfee, D. Kurn, and W. Ketterle, *Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995). (document), 1
- [4] The Royal Swedish Academy of Sciences, *Nobel Prize in Physics for 2001*, <http://www.nobel.se/physics/laureates/2001/press.html> (2001). (document)
- [5] N. S. Bose, *Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese*, *Z. Phys.* **26**, 178 (1924). (document), 1
- [6] W. Ketterle, *When atoms behave as waves: Bose-Einstein condensation and the atom laser*, <http://www.nobel.se/physics/laureates/2001/ketterle-lecture.html> (2001), nobel-lecture. (document)
- [7] M.-O. Mewes, M. Andrews, N. van Druten, D. Kurn, D. Durfee, C. Townsend, and W. Ketterle, *Collective Excitations of a Bose-Einstein Condensate in a Magnetic Trap*, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 988 (1996). (document), 1
- [8] D. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, S. Inouye, M. Andrews, and W. Ketterle, *Collisionless and Hydrodynamic Excitations of a Bose-Einstein Condensate*, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 500 (1998). (document), 1
- [9] D. Stamper-Kurn, A. Chikkatur, A. Görlitz, S. Inouye, S. Gupta, D. Pritchard, and W. Ketterle, *Excitation of Phonons in a Bose-Einstein Condensate by Light Scattering*, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2876 (1999). (document), 1

- [10] A. P. Chikkatur, A. Görlitz, D. M. Stamper-Kurn, S. Inouye, S. Gupta, and W. Ketterle, *Suppression and Enhancement of Impurity Scattering in a Bose-Einstein Condensate*, Phys. Rev. Lett. **85**, 483 (2000). (document), 1
- [11] O. Maragó, S. Hopkins, J. Arlt, E. Hodby, G. Heckenblaikner, and C. Foot, *Observation of the Scissors Mode and Evidence for Superfluidity of a Trapped Bose-Einstein Condensed Gas*, Phys. Rev. Lett. **84**, 2056 (2000). (document), 1
- [12] C. Raman, M. Köhl, R. Onofrio, D. Durfee, C. Kukulawicz, Z. Hadzibabic, and W. Ketterle, *Evidence for a Critical Velocity in a Bose-Einstein Condensed Gas*, Phys. Rev. Lett. **83**, 2502 (1999). (document), 1
- [13] M. R. Matthews, B. P. Anderson, P. Haljan, D. S. Hall, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, *Vortices in a Bose-Einstein Condensate*, Phys. Rev. Lett. **83**, 2498–2501 (1999). (document), 1
- [14] K. Madison, F. Chevy, W. Wohlleben, and J. Dalibard, *Vortex Formation in a Stirred Bose-Einstein Condensate*, Phys. Rev. Lett. **84**, 806 (2000). (document), 1
- [15] S. Inouye, S. Gupta, T. Rosenband, A. Chikkatur, A. Görlitz, T. Gustavson, A. Leanhardt, D. Pritchard, and W. Ketterle, *Observation of Vortex Phase Singularities in Bose-Einstein Condensates*, Phys. Rev. Lett. **87**, 080402 (2001). (document), 1
- [16] J. R. Abo-Shaeer, C. Raman, J. M. Vogels, and W. Ketterle, *Observation of Vortex Lattices in Bose-Einstein Condensates*, Science **292**, 476–479 (2001). (document), 1
- [17] B. Anderson and M. Kasevich, *Macroscopic Quantum Interference from Atomic Tunnel Arrays*, Science **282**, 1686 (1998). (document), 1
- [18] I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, *Atom Laser with a cw Output Coupler*, Phys. Rev. Lett. **82**, 3008 (1999). (document), 1
- [19] S. Inouye, T. Pfau, S. Gupta, A. Chikkatur, A. Görlitz, D. Pritchard, and W. Ketterle, *Phase-coherent amplification of atomic matter waves*, Nature **402**, 641 (1999). (document), 1
- [20] M. Kozuma, Y. Suzuki, Y. Torji, T. Sugiura, T. Kuga, E. W. Hagley, and L. Deng, *Phase-Coherent Amplification of Matter Waves*, Science **286**, 2309 (1999). (document), 1
- [21] S. Burger, K. Bongs, S. Dettmer, W. Ertmer, K. Sengstock, A. Sanpera, G. Shlyapnikov, and M. Lewenstein, *Dark Solitons in Bose-Einstein Condensates*, Phys. Rev. Lett. **83**, 5198 (1999). (document), 1

- [22] S. Burger, L. Carr, P. Öhberg, K. Sengstock, and A. Sanpera, *Generation and interaction of solitons in Bose-Einstein condensates*, Phys. Rev. A **65**, 043611 (2002). (document), 1
- [23] L. Deng, E. Hagley, J. Wen, M. Trippenbach, Y. Band, P. Julienne, J. Simsarian, K. Helmerson, S. Rolston, and W. Phillips, *Four-wave mixing with matter waves*, Nature **398**, 218 (1999). (document), 1
- [24] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch, and I. Bloch, *Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms*, Nature **415**, 39 (2002). (document), 1, 2.9.4, 2
- [25] L. Santos, G. Shlyapnikov, P. Zoller, and M. Lewenstein, *Bose-Einstein Condensation in Trapped Dipolar Gases*, Phys. Rev. Lett. **85**, 1791 (2000). (document), 1
- [26] K. Góral, K. Rzążewski, and T. Pfau, *Bose-Einstein condensation with magnetic dipole-dipole forces*, Phys. Rev. A **61**, 051601(R) (2000). (document), 1
- [27] K. Góral and L. Santos, *Ground state and elementary excitations of single and binary Bose-Einstein condensates of trapped dipolar gases*, Phys. Rev. A **66**, 023613 (2002). (document), 1
- [28] K. Góral, L. Santos, and M. Lewenstein, *Quantum Phases of Dipolar Bosons in Optical Lattices*, Phys. Rev. Lett. **88**, 170406 (2002). (document), 1
- [29] G. K. Brennen, C. M. Caves, P. S. Jessen, and I. H. Deutsch, *Quantum Logic Gates in Optical Lattices*, Phys. Rev. Lett. **82**, 1060 (1999). (document), 1
- [30] D. Jaksch, H.-J. Briegel, J. Cirac, C. Gardiner, and P. Zoller, *Entanglement of Atoms via Cold Controlled Collisions*, Phys. Rev. Lett. **82**, 1975 (1999). (document), 1, 2.7, 9.1.1
- [31] D. DeMille, *Quantum Computation with Trapped Polar molecules*, Phys. Rev. Lett. **88**, 067901 (2002). (document), 1
- [32] D. Petrov, G. Shlyapnikov, and J. Walraven, *Regimes of Quantum Degeneracy in Trapped 1D Gases*, Phys. Rev. Lett. **85**, 3745 (2000). (document), 8.3
- [33] N. van Druten and W. Ketterle, *Two-Step Condensation of the Ideal Bose Gas in Highly Anisotropic Traps*, Phys. Rev. Lett. **79**, 549 (1997). (document), 8.3, 1
- [34] M. Olshanii, *Atomic Scattering in the Presence of an External Confinement and a Gas of Impenetrable Bosons*, Phys. Rev. Lett. **81**, 938 (1998). (document)

- [35] D. Hellweg, S. Dettmer, P. Ryytty, J. J. Arlt, W. Ertmer, K. Sengstock, D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, H. Kreutzmann, L. Santos, and M. Lewenstein, *Phase Fluctuations in Bose-Einstein Condensates*, Appl. Phys. B **73**, 781–789 (2001). (document), 1, 7.3, 8.3
- [36] U. Ernst, A. Marte, F. Schreck, J. Schuster, and G. Rempe, *Bose-Einstein condensation in a pure Ioffe-Pritchard field configuration*, Europhys. Lett. **41**, 1 (1998). (document), 1, 8.1, 8.1
- [37] J. Fortagh, A. Grossmann, C. Zimmermann, and T. Hänsch, *Miniaturized Wire Trap for Neutral Atoms*, Phys. Rev. Lett. **81**, 5310 (1998). (document), 1, 2.6
- [38] J. Reichel, *Microchip traps and Bose-Einstein condensation*, Appl. Phys. B **75**, 469–487 (2002). (document), 1, 2.6
- [39] J. Schmiedmayer, *A Wire Trap for Neutral Atoms*, Appl. Phys. B **60**, 169 (1995). (document), 1
- [40] H. Ott, J. Fortagh, G. Schlotterbeck, A. Grossmann, and C. Zimmermann, *Bose-Einstein Condensation in a Surface Microtrap*, Phys. Rev. Lett. **84**, 230401 (2001). (document), 1
- [41] W. Hänsel, P. Hommelhoff, T. W. Hänsch, and J. Reichel, *Bose-Einstein condensation on a microelectronic chip*, Nature **413**, 498 (2001). (document), 1
- [42] C. Henkel and M. Wilkens, *Heating of trapped atoms near thermal surfaces*, Europhys. Lett. **47**, 414 (1999). (document), 1
- [43] J. Fortagh, H. Ott, S. Kraft, and A. Günther, *Surface effects in magnetic microtraps*, Phys. Rev. A **66**, 041604 (2002). (document), 1
- [44] K. Dieckmann, *Bose-Einstein Condensation with High Atom Number in a Deep Magnetic Trap*, Dissertation, Universität Amsterdam, Institut Prof. J.T.M. Walraven (2001). (document), 7.3, 8.1, 8.1, 8.2
- [45] S. Dettmer, D. Hellweg, P. Ryytty, J. J. Arlt, W. Ertmer, and K. Sengstock, *Observation of Phase Fluctuations in Elongated Bose-Einstein Condensates*, Phys. Rev. Lett. **87**, 160406 (2001). (document), 8.3
- [46] D. Hellweg, L. Cacciapuoti, M. Kottke, T. Schulte, K. Sengstock, W. Ertmer, and J. J. Arlt, *Measurement of the Spatial Correlation Function of Phase Fluctuating Bose-Einstein Condensates*, Phys. Rev. Lett. **91**, 010406 (2003). (document), 8.3

- [47] H. Kreutzmann, A. Sanpera, L. Santos, M. Lewenstein, D. Hellweg, L. Cacciapuoti, M. Kottke, T. Schulte, K. Sengstock, J. Arlt, and W. Ertmer, *Characterization and control of phase fluctuations in elongated Bose-Einstein condensates*, Appl. Phys. B **76**, 165–172 (2003). (document), 8.2, 8.3
- [48] A. Einstein, *Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. Zweite Abhandlung*, Sitzungber. Preuss. Akad. Wiss. **1925**, 3 (1925). 1
- [49] W. Pauli, *The connection between Spin and Statistics*, Phys. Rev. **58**, 716 (1940). 1
- [50] L. de Broglie, *Ondes et quanta*, Comptes rendus **177**, 507 (1923). 1
- [51] F. London, *The λ -phenomenon of Liquid Helium and the Bose-Einstein Degeneracy*, Nature **141**, 643 (1938). 1
- [52] J. L. Lin and J. Wolfe, *Bose-Einstein condensation of paraexcitons in stressed Cu_2O* , Phys. Rev. Lett. **71**, 1222 (1993). 1
- [53] Eine Übersicht über die meisten (nicht alle) experimentellen Gruppen, die mit Bose-Einstein-Kondensaten arbeiten, findet sich auf der BEC-Homepage unter: <http://bec01.phy.gasou.edu/bec.html/>. 1
- [54] D. G. Fried, T. C. Killian, L. Willmann, D. Landhuis, S. C. Moss, D. Kleppner, and T. J. Greytak, *Bose-Einstein Condensation of Atomic Hydrogen*, Phys. Rev. Lett. **81**, 3811 (1998). 1
- [55] G. Modugno, G. Ferrari, G. Roati, R. J. Brecha, A. Simoni, and M. Inguscio, *Bose-Einstein Condensation of Potassium Atoms by Sympathetic Cooling*, Science **294**, 1320–1322 (2001). 1
- [56] A. Robert, O. Sirjean, A. Browaeys, J. Poupard, S. Nowak, D. Boiron, and C. W. A. Aspect, *A Bose-Einstein Condensate of Metastable Atoms*, Science **292**, 461–464 (2001). 1
- [57] F. P. D. Santos, J. Léonard, J. Wang, C. J. Barrelet, F. Perales, E. Rasel, C. S. Unnikrishnan, M. Leduc, and C. Cohen-Tannoudji, *Bose-Einstein Condensation of Metastable Helium*, Phys. Rev. Lett. **86**, 3459–3462 (2001). 1
- [58] T. Weber, J. Herbig, M. Mark, H.-C. Nagerl, and R. Grimm, *Bose-Einstein Condensation of Cesium*, Science p. 1079699 (2002). 1
- [59] B. DeMarco and D. S. Jin, *Onset of Fermi Degeneracy in a Trapped Atomic Gas*, Science **285**, 1703 (1999). 1

- [60] A. G. Truscott, K. E. Strecker, W. I. McAlexander, G. B. Partridge, and R. G. Hulet, *Observation of Fermi Pressure in a Gas of Trapped Atoms*, *Science* **291**, 2570 (2001). 1
- [61] C. Myatt, E. Burt, R. Ghrist, E. Cornell, and C. Wieman, *Production of Two Overlapping Bose-Einstein Condensates by Sympathetic Cooling*, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 586 (1997). 1
- [62] J. Stenger, S. Inouye, D. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, A. Chikkatur, and W. Ketterle, *Spin domains in ground-state Bose-Einstein condensates*, *Nature* **396**, 345 (1999). 1
- [63] S. Inouye, M. Andrews, J. Stenger, H.-J. Miesner, D. Stamper-Kurn, and W. Ketterle, *Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate*, *Nature* **392**, 151 (1998). 1
- [64] A. Marte, T. Volz, J. Schuster, S. Dürr, G. Rempe, E. G. M. van Kempen, and B. J. Verhaar, *Feshbach Resonances in Rubidium 87: Precision Measurement and Analysis*, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 283202 (2002). 1, 3.2
- [65] J. Roberts, N. Claussen, S. Cornish, E. Donley, E. Cornell, and C. Wieman, *Controlled Collapse of a Bose-Einstein Condensate*, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4211 (2001). 1
- [66] E. A. Donley, N. R. Claussen, S. T. Thompson, and C. E. Wieman, *Atom-molecule coherence in a Bose-Einstein condensate*, *Nature* **417**, 529 (2002). 1
- [67] B. Anderson, P. Haljan, C. Regal, D. Feder, L. Collins, C. Clark, and E. Cornell, *Watching Dark Solitons Decay into Vortex Rings in a Bose-Einstein Condensate*, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2926 (2001). 1, 1
- [68] L. Khaykovich, F. Schreck, G. Ferrari, T. Bourdel, J. Cubizolles, L. D. Carr, Y. Castin, and C. Salomon, *Formation of a Matter-Wave Bright Soliton*, *Science* **296**, 1290–1293 (2002). 1
- [69] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, D. M. Kurn, D. S. Durfee, C. G. Townsend, and W. Ketterle, *Output Coupler for Bose-Einstein Condensed Atoms*, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 582 (1997). 1
- [70] E. Hagley, L. Deng, M. Kozuma, J. Wen, K. Helmerson, S. Rolston, and W. Phillips, *A Well-Collimated Quasi-Continuous Atom Laser*, *Science* **283**, 1706 (1999). 1
- [71] M. Barrett, J. Sauer, and M. Chapman, *All-Optical Formation of an Atomic Bose-Einstein Condensate*, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 010404 (2001). 1

- [72] G. Cennini, R. Ritt, C. Geckeler, and M. Weitz, *All optical Realization of an Atom Laser*, arXiv: cond-mat/0307620. 1
- [73] C. Orzel, A. K. Tuchman, M. L. Fenselau, M. Yasuda, and M. A. Kasevich, *Squeezed States in a Bose-Einstein Condensate*, *Science* **291**, 2386–2389 (2001). 1
- [74] B. Eiermann, P. Treutlein, T. Anker, M. Albiez, M. Taglieber, K.-P. Marzlin, and M. K. Oberthaler, *Dispersion Management for Atomic Matter Waves*, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 060402 (2003). 1
- [75] F. Cataliotti, S. Burger, C. Fort, P. Maddaloni, F. Minardi, A. Trombettoni, A. Smerzi, and M. Inguscio, *Josephson junction arrays with Bose-Einstein Condensates*, *Science* **293**, 843 (2001). 1
- [76] W. Zhang, H. Pu, C. Search, and P. Meystre, *Spin Waves in a Bose-Einstein-Condensed Atomic Spin Chain*, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 060401 (2002). 1
- [77] P. O. Schmidt, *Scattering properties of ultra-cold chromium atoms*, Ph.D. thesis, Universität Stuttgart, 5. Physikalisches Institut (2003). 1, 2.7.1, 2.7.1, 1
- [78] M. Houbiers and H. T. C. Stoof, *Cooper-pair formation in trapped atomic Fermi gases*, *Phys. Rev. A* **59**, 1556 (1999). 1
- [79] S. Giovanazzi, A. Görlitz, and T. Pfau, *Tuning the Dipolar Interaction in Quantum Gases*, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 130401 (2002). 1
- [80] Y. Castin, *Bose-Einstein condensates in atomic gases: simple theoretical results*, arXiv:cond-mat/0105058 (2001). 2.1.1
- [81] C. J. Pethick and H. Smith, *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases* (Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, 2002), 1 edn. 2.1.1, 2.1.1, 2.1.3, 8.1
- [82] R. Pathria, *Bose-Einstein condensation of a finite number of particles confined to harmonic traps*, *Phys. Rev. A* **58**, 1490 (1998). 2.1.1
- [83] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, *Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases*, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 (1999). 2.1.1
- [84] E. Burt, R. Ghrist, C. Myatt, M. Holland, E. Cornell, and C. Wieman, *Coherence, Correlations, and Collisions: What One Learns about Bose-Einstein Condensates from Their Decay*, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 337 (1997). 2.1.1, 3.2
- [85] N. Bogolubov, *On the theory of superfluidity*, *J. Phys.* **11**, 23 (1947). 2.1.2

- [86] E. Gross, *Hydrodynamics of a Superfluid Condensate*, J. Math. Phys. **4**, 195 (1963). 2.1.2
- [87] L. Pitaevskii, *Vortex lines in an imperfect Bose gas*, Sov. Phys. JETP **13**, 451 (1961). 2.1.2
- [88] H. Friedrich, *Theoretische Atomphysik* (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1990). 2.2, 2.2.3
- [89] I. I. Sobelman, *Atomic Spectra and Radiative Transitions* (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1992), 2. edn. 2.2, 2.2.3, A.1
- [90] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg, *Atom-photon interactions* (John Wiley & Sons, 1992), 1 edn. 2.2, 2.2.2, 3, A.1
- [91] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics* (John Wiley & Sons, New York, 1975), 2. edn. 2.2
- [92] R. Grimm, M. Weidemüller, and Y. B. Ovchinnikov, *Optical dipole traps for neutral atoms*, Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics **42**, 95–170 (2000). 2.2, 2.2.2, 2.2.2
- [93] H. J. Carmichael, *Statistical Methods in Quantum Optics*, vol. 1 (Springer, New York, 1999). 2.2.1
- [94] H. Metcalf and P. van der Straten, *Laser Cooling and Trapping* (Springer, New York, 1999). 2.2.1, 2.3, 12, 2.4.2, 4.1, 5.5
- [95] G. A. Askar'yan, Sov. Phys. JETP **15**, 1088 (1962). 2.2.2
- [96] A. P. Kazantsev, Sov. Phys. JETP **36**, 861 (1973). 2.2.2
- [97] R. J. Cook, Phys. Rev. A **20**, 224 (1979). 2.2.2
- [98] J. P. Gordon and a. Ashkin, *Motion of atoms in a radiation trap*, Phys. Rev. A **21**, 1606 (1980). 2.2.2, 2.3
- [99] J. R. Fuhr, B. J. Miller, and G. A. Martin, *Bibliography on Atomic Transition Probabilities* (US Government Printing Office, Washington, 1978). 2.2.3
- [100] A. A. Radzig and B. M. Smirnov, *Reference Data on Atoms, Molecules and Ions* (Springer Verlag, Berlin, 1985). 2.2.3, 3.3
- [101] C. Cohen-Tannoudji, *Quantum mechanics* (Wiley-Interscience, 1977), 1 edn. 2.2.3

- [102] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. E. Pritchard, *Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure*, Phys. Rev. Lett. **59**, 2631 (1987). 2.4, 2.4.1
- [103] T. Walker, D. Sesko, and C. Wieman, *Collective Behavior of Optically Trapped Neutral Atoms*, Phys. Rev. Lett. **64**, 408 (1990). 2.4.2, 6.3
- [104] K. Lindquist, M. Stephens, and C. Wieman, *Experimental and theoretical study of the vapor-cell Zeeman optical trap.*, Phys. Rev. A **46**, 4082–4090 (1992). 2.4.2, 2.4.2
- [105] W. Ketterle, K. B. Davis, A. Joffe, A. Martin, and D. E. Prichard, *High Densities of Cold Atoms in a Dark Spontaneous-Force Optical Trap*, Phys. Rev. Lett. **70**, 2253 (1993). 2.4.2, 2.4.2, 6.1
- [106] C. G. Townsend, N. H. Edwards, C. J. Cooper, K. P. Zetie, C. J. Foot, A. M. Steane, P. Szriftgiser, H. Perrin, and J. Dalibard, *Phase-space density in the Magneto-Optical Trap*, Phys. Rev. A **52**, 1423–1440 (1995). 2.4.2
- [107] W. Demtröder, *Laserspektroskopie* (Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1991). 2.4.2, 4.2
- [108] R. Gati, *Wechselwirkung von ultrakalten Atomen in periodischen Potentialen*, Diplomarbeit, Universität Stuttgart, 5. Physikalisches Institut (in Vorbereitung). 16, 9.1.2, 2
- [109] V. Schweikhard, *Ultracold Atoms in a Far Detuned Optical Lattice*, Diplomarbeit, Universität Stuttgart, 5. Physikalisches Institut (2001). 2.3, 6.3, 5, 6.3
- [110] C. D. Wallace, T. P. Dinneen, K.-Y. N. Tan, T. T. Grove, and P. L. Gould, *Isotopic Difference in Trap Loss Collisions of Laser Cooled Rubidium Atoms*, Phys. Rev. Lett. **69**, 897 (1992). 2.4.3, 6.3
- [111] K. Corwin, S. Kuppens, D. Cho, and C. Wieman, *Spin-polarized atoms in a circularly polarized optical dipole trap*, Phys. Rev. Lett. **83**, 1311 (1999). 2.4.3
- [112] M. Drewsen, P. Laurent, A. Nadir, G. Santarelli, A. Clairon, Y. Castin, D. Grison, and C. Salomon, *Investigation of sub-Doppler cooling effects in a cesium magneto-optical trap*, Appl. Phys. B **59**, 283 (1994). 2.5
- [113] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical-models*, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2023 (1989). 2.5
- [114] P. Ungar, D. Weiss, S. Chu, and E. Riis, *Optical Molasses and Multilevel Atoms — Theory*, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2058–2071 (1989). 2.5

- [115] W. H. Wing, *On neutral particle trapping in quasistatic electromagnetic fields*, Prog. Quant. Electr. **8**, 181 (1984). 2.6
- [116] W. Ketterle, D. Durfee, and D. Stamper-Kurn, *Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates*, in *Proceedings of the International School of Physics - Enrico Fermi*, edited by M. Inguscio, S. Stringari, and C. Wieman, p. 67 (IOS Press, 1999). 2.6, 17, 6
- [117] A. L. Migdall, J. V. Prodan, W. D. Phillips, T. H. Bergemann, and H. J. Metcalf, *First Observation of Magnetically Trapped Neutral Atoms*, Phys. Rev. Lett. **54**, 2596 (1985). 2.6
- [118] T. Bergeman, G. Erez, and H. J. Metcalf, *Magnetostatic trapping fields for neutral atoms*, Phys. Rev. A **35**, 1535–1546 (1987). 2.6
- [119] V. I. Balykin, V. G. Minogin, and V. S. Letokhov, *Electromagnetic trapping of cold atoms*, Rep. Prog. Phys. **63**, 1429–1510 (2000). 2.6
- [120] Y. V. Gott, M. S. Ioffe, and V. G. Telkovsky, Nuclear Fusion, 1962 Suppl., Pr. 3 (International Atomic Energy Agency, Vienna, 1962) pp. 1045–1049 (1962). 2.6.1
- [121] D. E. Pritchard, *Cooling Neutral Atoms in a Magnetic Trap for Precision Spectroscopy*, Phys. Rev. Lett. **51**, 1336 (1983). 2.6.1
- [122] P. W. H. Pinkse, A. Mosk, M. Weidemüller, M. Reynolds, T. Hijmans, and J. T. M. Walraven, *Adiabatically Changing the Phase-Space Density of a Trapped Bose Gas*, Phys. Rev. Lett. **78**, 990 (1997). 2.6.1
- [123] R. Heidemann, *Verdampfungskühlung und Bose-Einstein-Kondensation von Rubidiumatomen*, Diplomarbeit, Universität Stuttgart, 5. Physikalisches Institut (2002). 2.6.1, 2.6.1, 6.1, 8.1
- [124] N. Masuhara, J. M. Doyle, J. C. Sandberg, D. Kleppner, T. J. Greytak, H. Hess, and G. P. Kochanski, *Evaporative Cooling of Spin-Polarized Atomic Hydrogen*, Phys. Rev. Lett. **61**, 935 (1988). 2.7
- [125] W. Nolting, *Quantenmechanik, Teil 2: Methoden und Anwendungen*, vol. 5 of *Grundkurs: Theoretische Physik* (Zimmermann-Neufang, Antoniusstraße 9, D-56766 Ulmen, 1994), 2 edn. 2.7
- [126] E. Fick, *Einführung in die Grundlagen der Quantentheorie* (Aula-Verlag, Wiesbaden, 1988), 6 edn. 2.7
- [127] F. Schwabl, *Quantenmechanik* (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1992). 2.7
- [128] L. I. Schiff, *Quantum Mechanics* (McGraw-Hill, Düsseldorf, 1968). 2.7

- [129] T. Calarco, E. A. Hinds, D. Jaksch, J. Schmiedmayer, J. I. Cirac, and P. Zoller, *Quantum gates with neutral atoms: Controlling collisional interactions in time-dependent traps*, Phys. Rev. A **61**, 022304 (2000). 2.7
- [130] K. Burnett, P. S. Julienne, P. D. Lett, E. Tiesinga, and C. J. Williams, *Quantum encounters of the cold kind*, Nature **416**, 225–232 (2002). 2.7
- [131] J. Schuster, *Stoßlawinen in einem Bose-Einstein-Kondensat*, Ph.D. thesis, Universität Konstanz, Professor Dr. G. Rempe (2002). 2.7.1
- [132] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics*, vol. 3 of *Course of theoretical physics* (Butterworth-Heinemann, Oxford, United Kingdom, 1977), 3 edn. 2.7.1
- [133] J. J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics* (Addison–Wesley, Redwood City, CA, 1985), 1 edn. 2.7.1
- [134] R. Wynar, R. Freeland, D. Han, C. Ryu, and D. Heinzen, *Molecules in a Bose-Einstein Condensate*, Science **287**, 1016 (2000). 2.7.2, 8.1
- [135] Y. Kagan, B. Svistunov, and G. Shlyapnikov, *Effect of Bose condensation on inelastic processes in gases*, Sov. Phys. JETP Lett. **42**, 209 (1985). 2.7.2
- [136] A. J. Kerman, V. Vuletic, C. Chin, and S. Chu, *Beyond Optical Molasses: 3D Raman Sideband Cooling of Atomic Cesium to High Phase-Space Density*, Phys. Rev. Lett. **84**, 439–442 (2000). 2.8
- [137] H. F. Hess, G. P. Kochanski, J. M. Doyle, N. Masuhara, D. Kleppner, and T. J. Greytak, *Magnetic Trapping of Spin Polarized Atomic Hydrogen*, Phys. Rev. Lett. **59**, 672 (1987). 2.8
- [138] J. T. M. Walraven, *Atomic Hydrogen in magnetostatic traps*, Proc. Scott. Univ. Sum. Sch. Phys. **44**, 45 (1996). 2.8, 2.8, 2.8
- [139] W. Ketterle and J. van Druten, *Evaporative cooling of trapped atoms*, Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics **31**, 181 (1996). 2.8, 8.1
- [140] D. Snoke and J. Wolfe, *Population dynamics of a Bose gas near saturation*, Phys. Rev. B **39**, 4030 (1989). 2.8
- [141] W. Ketterle and N. van Druten, *Evaporative Cooling of Trapped Atoms*, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **37**, 181 (1996). 2.8, 2.8
- [142] P. S. Jessen and I. H. Deutsch, *Optical Lattices*, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **37**, 95 (1996). 2.9

- [143] I. H. Deutsch and P. S. Jessen, *Quantum-state control in optical lattices*, Phys. Rev. A **57**, 1972–1986 (1998). 2.9
- [144] M. B. Dahan, E. Peik, J. Reichel, Y. Castin, and C. Salomon, *Bloch Oscillations of Atoms in an Optical Potential*, Phys. Rev. Lett. **76**, 4508–4511 (1996). 2.9
- [145] S. R. Wilkinson, C. F. Bharucha, K. W. Madison, Q. Niu, and M. G. Raizen, *Observation of Atomic Wannier-Stark Ladders in an Accelerating Optical Potential*, Phys. Rev. Lett. **76**, 4512–4515 (1996). 2.9
- [146] K. I. Petsas, A. B. Coates, and G. Grynberg, *Crystallography of optical lattices*, Phys. Rev. A **50**, 5173–5189 (1994). 2.9
- [147] T. Mueller-Seydlitz, *Ultrakalte Argonatome in optischen Gittern*, Dissertation, Universität Konstanz, Lehrstuhl J. Mlynek (1996). 2.9.1
- [148] N. W. Ashcroft and N. D. Mermin, *Solid State Physics* (Saunders College, Philadelphia, 1976). 2.9.3
- [149] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, Kapitel 20 (National Bureau of Standards, US Department of Commerce, Washington D.C., 1972), 10. edn. 2.9.3
- [150] J. M. Ziman, *Principles of the Theory of Solids* (Cambridge University Press, Cambridge, 1972). 2.9.3
- [151] D. Jaksch, C. Bruder, J. Cirac, C. Gardiner, and P. Zoller, *Cold Bosonic Atoms in Optical Lattices*, Phys. Rev. Lett. **81**, 3108 (1998). 2.9.4
- [152] P. L. Kapitza and P. A. M. Dirac, *Diffraction of an electron beam off a standing light wave*, Proc. Cambridge Philos. Soc. **29**, 297 (1933). 2.9.5
- [153] D. L. Freimund, K. Aflatooni, and H. Batelaan, *Observation of the Kapitza-Dirac effect*, Nature **413**, 142 (2001). 2.9.5
- [154] J. H. Denschlag, J. E. Simsarian, H. Häffner, C. McKenzie, A. Browaeys, D. Cho, K. Helmerson, S. L. Rolston, and W. D. Phillips, *A Bose-Einstein condensate in an optical lattice*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **35**, 3095 (2002). 2.9.5
- [155] C. Keller, J. Schmiedmayer, A. Zeilinger, T. Nonn, S. Dürr, and G. Rempe, *Adiabatic following in standing-wave diffraction of atoms*, Appl. Phys. B **69**, 303 (1999). 2.14, 2.9.5, 2.9.5
- [156] U. Janicke and M. Wilkens, *Atomic motion in a magneto-optical field*, Phys. Rev. A **50**, 3265 (1994). 2.9.5

- [157] R. Walser, *Scaling and dimensional reduction of a 3-d GP equation*, Private Mitteilung (2003). 2.9.6, 2.9.6
- [158] J. E. Williams, *The preparation of topological modes in a strongly-coupled two-component Bose-Einstein condensate*, Phd thesis, University of Colorado, Boulder, Colorado (1999). 2.9.6
- [159] D. R. Lide, *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, 82 edn. 3
- [160] N. Claussen, S. Cornish, J. Roberts, E. Cornell, and C. Wieman, *^{85}Rb BEC Near a Feshbach Resonance*, in *Proceedings of the 17th International Conference on Atomic Physics (ICAP 2000)*, edited by E. Arimondo, P. D. Natale, and M. Inguscio, p. 325 (American Institute of Physics, 2001). 3
- [161] D. A. Steck, *Rubidium 87 D Line Data*, <http://steck.us/alkalidata> (2002). 3
- [162] H. M. J. M. Boesten, C. Tsai, J. Gardner, D. Heinzen, and B. Verhaar, *Observation of a shape resonance in the collision of two cold ^{87}Rb atoms*, *Phys. Rev. A* **55**, 636 (1997). 3.2
- [163] H. M. J. M. Boesten, A. Moerdijk, and B. Verhaar, *Dipolar decay in two recent Bose-Einstein condensation experiments*, *Phys. Rev. A* **54**, R29 (1996). 3.2, 3.2
- [164] P. Julienne, F. Mies, E. Tiesinga, and C. Williams, *Collisional Stability of Double Bose Condensates*, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1880 (1997). 3.2, 2
- [165] S. J. J. M. F. Kokkelmans, H. M. J. M. Boesten, and B. Verhaar, *Role of collisions in creation of overlapping Bose condensates*, *Phys. Rev. A* **55**, R1589 (1997). 3.2, 3.2
- [166] J. Söding, D. Guéry-Odelin, P. Desbiolles, F. Chevy, H. Inamori, and J. Dalibard, *Three-body decay of a rubidium Bose-Einstein condensate*, *Appl. Phys. B* **69**, 257–261 (1999). 3.2, 3.2
- [167] A. Moerdijk, H. M. J. M. Boesten, and B. Verhaar, *Decay of trapped ultracold alkali atoms by recombination*, *Phys. Rev. A* **53**, 916 (1996). 3.2
- [168] C. J. Myatt, E. A. Burt, R. W. Ghrist, E. A. Cornell, and C. E. Wieman, *Production of Two Overlapping Bose-Einstein Condensates by Sympathetic Cooling*, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 586 (1997). 3.2
- [169] J. P. Burke, Jr., J. L. Bohn, B. Esry, and C. H. Greene, *Impact of the ^{87}Rb singlet scattering length on suppressing inelastic collisions*, *Phys. Rev. A* **55**, R2511 (1997). 2

- [170] M. Matthews, D. Hall, D. Jin, J. Ensher, C. Wieman, E. Cornell, F. Dalfovo, C. Minniti, and S. Stringari, *Dynamical Response of a Bose-Einstein Condensate to a Discontinuous Change in Internal State*, Phys. Rev. Lett. **81**, 243 (1998). 3.2
- [171] M. H. Hablanian, *High-Vacuum Technology* (Dekker, New York, 1990). 2, 5.4
- [172] J. Werner, Dissertation, 5. Physikalisches Institut, Universität Stuttgart, Pfaffenwaldring 57, 70550 Stuttgart (2004), in Vorbereitung. 4.3
- [173] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics* (Pergamon Press, Oxford, 1980). 4.4
- [174] M. A. Joffe, W. Ketterle, A. Martin, and D. E. Pritchard, *Transverse cooling and deflection of an atomic beam inside a Zeeman slower*, J. Opt. Soc. Am. B **10**, 2257–2262 (1993). 21
- [175] J. Schoser, A. Batär, R. Löw, V. Schweikhard, A. Grabowski, Y. B. Ovchinnikov, and T. Pfau, *Intense source of cold Rb atoms from a pure two-dimensional magneto-optical trap*, Phys. Rev. A **66**, 023410 (2002). 5
- [176] R. N. Watts and C. E. Wieman, *Manipulating atomic velocities using diode lasers*, Opt. Lett. **11**, 291–293 (1986). 5.1
- [177] W. Phillips and H. Metcalf, *Laser Deceleration of an Atomic Beam*, Phys. Rev. Lett. **48**, 596–599 (1982). 5.1
- [178] B. Kaltenhäuser, *Creation of ultra cold rubidium atoms for sympathetic cooling of ytterbium*, Diplomarbeit, Universität Stuttgart, 5. Physikalisches Institut (2003). 5.1
- [179] A. Steane, P. Szriftgiser, P. Desbiolles, and J. Dalibard, *Phase Modulation of Atomic de Broglie Waves*, Phys. Rev. Lett. **74**, 4972 (1995). 5.1
- [180] T. B. Swanson, D. Asgeirsson, J. A. Behr, A. Gorelov, and D. Melconian, *Efficient transfer in a double magneto-optical trap system*, J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. **15**, 2641–2645 (1998). 5.1
- [181] K. H. Kim, K. I. Lee, H. Noh, W. Jhe, N. Kwon, and M. Ohtsu, *Cold atomic beam produced by a conical mirror funnel*, Phys. Rev. A **64**, 013402 (2001). 5.1
- [182] C. Myatt, N. Newbury, R. Ghrist, S. Loutzenhiser, and C. Wieman, *Multiply loaded magneto-optical trap*, Opt. Lett. **21**, 290 (1996). 5.1
- [183] Y. Fukuyama, H. Kanou, V. I. Balykin, and K. Shimizu, *Bright atomic beam by a temporal Zeeman acceleration*, Appl. Phys. B **70**, 561–565 (2000). 5.1

- [184] K. Gibble, S. Chang, and R. Legere, *Direct Observation of s-wave Atomic Collisions*, Phys. Rev. Lett. **75**, 2666–2669 (1995). 5.1
- [185] Z. Lu, K. Corwin, M. Renn, M. Anderson, E. Cornell, and C. Wieman, *Low-Velocity Intense Source of Atoms from a Magneto-optical Trap*, Phys. Rev. Lett. **77**, 3331 (1996). 5.1
- [186] R. S. W. III, P. A. Voytas, R. T. Newell, and T. Walker, *A magneto-optical trap loaded from a pyramidal funnel*, Opt. Expr. **3**, 111–117 (1998). 5.1
- [187] A. Camposo, A. Piombini, F. Cervelli, F. Tantussi, F. Fuso, and E. Arimondo, *A cold cesium atomic beam produced out of a pyramidal funnel*, Opt. Comm. **200**, 231–239 (2001). 5.1
- [188] J. Nellessen, J. Werner, and W. Ertmer, *Magneto-optical compression of a nonenergetic sodium atomic beam*, Opt. Comm. **78**, 300 (1990). 5.1
- [189] E. Riis, D. S. Weiss, K. A. Moler, and S. Chu, *Atom Funnel for the Production of a Slow, High-Density Atomic Beam*, Phys. Rev. Lett. **64**, 1658–1661 (1990). 5.1
- [190] J. Yu, J. Djemaa, P. Nosbaum, and P. Pillet, *Funnel with orientated Cs atoms*, Opt. Comm. **112**, 136–140 (1994). 5.1
- [191] T. B. Swanson, N. J. Silva, S. K. Mayer, J. J. Maki, and D. H. McIntyre, *Rubidium atomic funnel*, J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. **13**, 1833–1836 (1996). 5.1
- [192] J. G. C. Tempelaars, R. J. W. Stas, P. G. M. Sebel, H. C. W. Beijerinck, and E. J. D. Vredenburg, *An intense, slow and cold beam of metastable $Ne(3s)^3P_2$ atoms* (2002). 5.1
- [193] P. Berthoud, A. Joyet, G. Dudle, N. Sagna, and P. Thomann, *A continuous beam of slow, cold cesium atoms magnetically extracted from a 2D magneto-optical trap*, Europhys. Lett. **41**, 141–146 (1998). 5.1
- [194] K. Dieckmann, R. J. C. Spreeuw, M. Weidemüller, and J. T. M. Walraven, *Two-dimensional magneto-optical trap as a source of slow atoms*, Phys. Rev. A **58**, 3891 (1998). 5.1, 5.3.3, 5.3.3, 5.5, 5.5
- [195] H. Chen and E. Riis, *Cold atomic beam from a rubidium funnel*, Appl. Phys. B **70**, 665–670 (2000). 5.1
- [196] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson, and C. E. Wieman, *Very cold trapped atoms in a vapor cell*, Phys. Rev. Lett. **65**, 1571 (1990). 5.3.3

- [197] A. M. Steane, M. Cowdhury, and C. J. Foot, *Radiation force in the magneto-optical trap*, J. Opt. Soc. Am. B **9**, 2142 (1992). 5.3.3
- [198] E. J. D. Vredenburg, K. A. H. van Leeuwen, and H. C. W. Beijerinck, *Booster for ultra-fast loading of atom traps*, Opt. Comm. **147**, 375–381 (1998). 5.5
- [199] C. Jentsch, T. Müller, S. Chelkowski, E. M. Rasel, and W. Ertmer, *Sagnac-Interferometrie mit ultrakalten Atomen*, Poster-Sitzung, DPG Frühjahrstagung (2001). 5.6
- [200] E. Mandonnet, A. Minguzzi, R. Dum, I. Carusotto, Y. Castin, and J. Dalibard, *Evaporative Cooling of an atomic beam*, Eur. Phys. J. D **10**, 9 (2000). 5.6
- [201] A. Fioretti, A. Molisch, J. Müller, P. Verkerk, and M. Allegrini, *Observation of radiation trapping in a dense Cs magneto-optical trap*, Opt. Commun. **149**, 415 (1998). 6.3
- [202] R. Kaiser, Vortrag im Quantenforum der Fakultät Physik, Universität Stuttgart (2002). 6.3
- [203] W. Petrich, M. H. Anderson, J. R. Ensher, and E. A. Cornell, *Behavior of atoms in a compressed magneto-optical trap*, J. Opt. Soc. Am. B **11**, 1332 (1994). 6.4
- [204] M. Greiner, I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, *Magnetic transport of trapped cold atoms over a large distance*, Phys. Rev. A **63**, 031401 (2001). 1
- [205] F. Schreck, *Experimentelle Realisation eines Bose-Einstein-Kondensats*, Diplomarbeit, Universität Konstanz, Arbeitsgruppe G. Rempe (1998). 7.3, 8.1
- [206] U. Ernst, *Bose-Einstein-Kondensation von Rubidiumatomen*, Dissertation, Universität Konstanz, Arbeitsgruppe Prof. Rempe (1998). 8.1
- [207] T. Savard, K. O'Hara, and J. Thomas, *Laser-noise-induced heating in far-off resonance optical traps*, Phys. Rev. A **56**, R1095 (1997). 6
- [208] P. Hohenberg, *Existence of Long-Range Order in One and Two Dimensions*, Phys. Rev. **158**, 383 (1967). 9
- [209] V. Bagnato and D. Kleppner, *Bose-Einstein condensation in low-dimensional traps*, Phys. Rev. A **44**, 7439–7441 (1991). 9
- [210] W. Ketterle and N. van Druten, *Bose-Einstein condensation of a finite number of particles trapped in one or three dimensions*, Phys. Rev. A **54**, 656 (1996). 8.3

- [211] A. Gorlitz, J. M. Vogels, A. E. Leanhardt, C. Raman, T. L. Gustavson, and J. R. Abo-Shaeer, *Realization of Bose-Einstein Condensates in Lower Dimensions*, Phys. Rev. Lett. **87**, 130402 (2001). 8.3, 8.3
- [212] D. Petrov, M. Holzmann, and G. Shlyapnikov, *Bose-Einstein Condensation in Quasi-2D Trapped Gases*, Phys. Rev. Lett. **84**, 2551 (2000). 8.3
- [213] F. Schreck, L. Khaykovich, K. L. Corwin, G. Ferrari, T. Bourdel, J. Cubizolles, and C. Salomon, *Quasipure Bose-Einstein Condensate Immersed in a Fermi Sea*, Phys. Rev. Lett. **87**, 080403 (2001). 8.3
- [214] O. Mandel, M. Greiner, A. Widera, T. Rom, T. W. Hänsch, and I. Bloch, *Coherent transport of neutral atoms in spin-dependent optical lattice potentials*, Los Alamos Preprint Server – xxx.lanl.gov ”0301169” (2003). 9.1.1
- [215] V. Schweikhard, *Ultracold Atoms in a Far Detuned Optical Lattice*, Diplomarbeit, Universität Stuttgart, 5. Physikalisches Institut (2001). 9.2
- [216] P. Treutlein, K. Chung, and S. Chu, *High-brightness atom source for atomic fountains*, Phys. Rev. A **63**, 051401 (2001). 5
- [217] V. I. Balykin, V. S. Letokhov, Y. B. Ovchinnikov, A. I. Sidorov, and S. V. Shul’ga, *Channeling of atoms in a standing spherical light wave*, Opt. Lett. **13**, 958 (1988). 9.4
- [218] V. I. Balykin, Y. E. Lozovik, Y. B. Ovchinnikov, A. I. Sidorov, S. V. Shul’ga, and V. S. Letokhov, *One-dimensional localization of atoms in a standing spherical light wave*, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2178–2187 (1989). 9.4
- [219] Y. B. Ovchinnikov, J. Müller, M. Doery, E. J. D. Vredenburg, K. Helmerson, S. Rolston, and W. Phillips, *Diffraction of a Released Bose-Einstein Condensate by a Pulsed Standing Light Wave*, Phys. Rev. Lett. **83**, 284 (1999). 9.4
- [220] D. M. Gangardt and G. V. Shlyapnikov, *Local correlations in a strongly interacting 1D Bose gas*, preprint: arXiv cond-mat/0304159 v2 (2003). 1
- [221] D. Feder, M. Pindzola, L. Collins, B. Schneider, and C. Clark, *Dark-soliton states of Bose-Einstein condensates in anisotropic traps*, Phys. Rev. A **62**, 053606 (2000). 1
- [222] N. Parker, N. P. Proukakis, M. Leadbeater, and C. S. Adams, *Soliton-Sound Interactions in Quasi-One-Dimensional Bose-Einstein Condensates*, Phys. Rev. Lett. **90**, 220401 (2003). 1
- [223] D. Jaksch, J. I. Cirac, P. Zoller, S. L. Rolston, R. Côté, and M. D. Lukin, *Fast Quantum Gates for Neutral Atoms*, Phys. Rev. Lett. **85**, 2208 (2000). 2

- [224] H. Perrin, *Refroidissement d'atomes de Cesium confines dans un piège dipolaire tres desaccordé*, Dissertation, Université Paris VI (1998). A, A.1
- [225] Y. Castin and R. Dum, *Bose-Einstein Condensates in Time-Dependent Traps*, Phys. Rev. Lett. **77**, 5315 (1996). B, B

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei all jenen bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Tilman Pfau hat mir die Einarbeitung in das für mich neue Forschungsgebiet der ultrakalten Atome zugetraut und mir dieses Promotionsprojekt überantwortet. Als Initiator des Rubidium-Experiments hat er im Verlauf der Arbeit viele neue Ideen entwickelt und stets Vertrauen in die selbständige und gewissenhafte Arbeitsweise seiner Doktoranden gehabt. Seine Offenheit für Fragen und Diskussionen ist kennzeichnend für das angenehme, kreative Arbeitsumfeld an unserem Institut.

Yuri B. Ovchinnikov hat dieses Projekt engagiert als „Senior Scientist“ begleitet. Ich verdanke ihm hilfreiche Unterstützung in der Planungsphase des Experiments, viele erhellende Diskussionen zur Physik im optischen Gitter und wertvolle Hinweise für die Ausarbeitung der Dissertation. Darüberhinaus haben unsere Diskussionen über Russland mein persönliches Weltbild bereichert.

Kennzeichnend für die „Soft-Skills“ aller Mitglieder des Rubidium-Teams ist ein hohes Maß an Einsatzbereitschaft, Ausdauer, Zähigkeit und Biss. Der gemeinsame Kampf gegen die Mysterien des Universums hat eine eingeschworene Gemeinschaft geformt, die Arbeit und Freizeit miteinander teilt. Besonders möchte ich daher den Kollegen am Rubidium-Projekt danken:

- Mein langjähriger Mitstreiter Robert Löw hat mit vielen kreativen Ideen und tatkräftigem Einsatz wesentlich zum Fortschritt am Experiment beigetragen. Ich verdanke ihm viele klärende Diskussionen über physikalische Probleme. Zusätzlich hat er mit viel Verve das Manuskript dieser Arbeit korrigiert. Seine humorvolle bayrische Art und seine Fähigkeit die Phänomene der Quantenphysik auf das tägliche Leben zu transformieren haben eine angenehme Atmosphäre verbreitet. Außerdem verdanke ich ihm auch so manchen erhellenden Augenblick in den Messnächten
- Rolf Heidemann hat sich als HiWi, Diplomand und inzwischen Doktorand um unser Projekt verdient gemacht. Stets konnte ich auf seine Mithilfe bauen, auch wenn spät nachts „g’schwind“ ein AOM-Treiber umgebaut werden musste. Er

hat mir sehr bei der Korrektur des Manuskripts geholfen. Mit seiner Begeisterung für die italienische Küche hat er mich nicht nur in der Schreibphase vor dem Verhungern gerettet. Unvergessen bleiben unsere gemeinsamen Streifzüge durch das Stuttgarter Nachtleben.

- Alexander Batär war „mein“ erster Diplomand. Er hat sich voller Pioniergeist in einer frühen Phase für dieses Experiment entschieden und die 2D-MOT mit mir aufgebaut.
- Volker Schweikhard hat in seiner Diplomarbeit die elongierte 3D-MOT einjustiert und voller Begeisterung die Grundlagen für optische Gitterexperimente gelegt. Sein unermüdlicher erfolgreicher Einsatz blieb allen im Gedächtnis. Besonders danke ich ihm für klärende transatlantische Diskussionen und kreative Ideen zur 2D-MOT-Theorie.
- Jochen Steinmann hat uns beim „Debuggen“ des Systems unterstützt und die ersten Kondensate mit uns verfolgt. Systematisch hat er das erste grüne Gitter mit uns aufgebaut und erfolgreich mit den Radiofrequenz-Seitenbändern gekämpft.
- Rudolf Gati danke ich für hilfreiche Diskussionen über die Dipol-Dipol-Wechselwirkung und das gemeinsame Fitness-Programm in der „Freizeit“.
- Unser Labornachbar Axel Grabowski war immer offen für Diskussionen zu technischen Problemen. Zusätzlich danke ich ihm besonders fürs Korrekturlesen.
- Piet O. Schmidt gehörte zwar dem Stamm der Chromis an, verdient es aber, in den Kreis der Rubidis aufgenommen zu werden. Selbstlos war er immer für Fragen offen und hat mit vielen Ratschlägen zum Fortgang unseres Experiments beigetragen. In zahlreichen Diskussionen konnte ich mein physikalisches Verständnis der Bose-Einstein-Kondensate vertiefen. Sein transatlantisches Korrekturlesen hat mir sehr geholfen. Unsere gemeinsamen Kletter-Ausflüge waren eines des Highlights meiner Stuttgarter Zeit.

Mein Dank gilt besonders auch den Werkstätten des Physikalischen Instituts, stellvertretend Herrn Dietrich, Herrn Kamella und Herrn Möhrle. Sie haben uns mit ihren Ratschlägen und Ihrem Einsatz beim Aufbau der Apparatur unterstützt.

Reinhold Walser hat mir selbstlos bei meinem Problem der eindimensionalen Gross-Pitaevskii-Gleichung geholfen. Neben seinen Programmierkenntnissen schätzte ich seine hilfreichen Erklärungen zur Numerik und Physik.

Jürgen Stuhler war in der Enphase des Zusammenschreibens ein weiser Ratgeber und hat noch spät nachts Manuskripte zur Korrektur entgegengenommen.

Axel Görlitz war immer bereit, seinen reichhaltigen experimentellen Erfahrungsschatz mit anderen zu teilen.

Die Steuersoftware von Jörg Werner hat uns die Arbeit am Experiment erleichtert. Er war immer erreichbar, wenn Probleme mit dem Netzwerk oder den Institutsdruckern auftraten.

Sven Hensler, Monika Sprenger und Sven Kroboth danke ich für viele Diskussionen, leckere Abendessen und ein schönes kulturelles Rahmenprogramm im „Städtle“.

Karin Otter hatte stets ein offenes Ohr und wusste Rat in allen Lebenslagen. Als guter Seele des Instituts sei ihr besonders gedankt.

Bernd Kaltenhäuser, Nils Nemitz, Fatih Ünlü, Axel Griesmaier und Alexander Benner danke ich für die Kollegialität und die gute Stimmung am Institut.

Nicht zuletzt möchte ich mich bei meinen Eltern Josef und Zita Schoser ganz herzlich bedanken. Sie hatten mir nicht nur ein Studium nach meinen Wünschen und Neigungen ermöglicht, sondern boten mir auch während der Promotionsphase Rückhalt und Unterstützung.