

Kollektive Dipolanregungen in den stabilen Cd-Isotopen

Von der Fakultät Mathematik und Physik der Universität Stuttgart
zur Erlangung der Würde eines Doktors der
Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.) genehmigte Abhandlung

vorgelegt von
Christoph Kohstall
aus Siegburg

Hauptberichter:	Prof. Dr. U. Kneißl
Mitberichter:	Prof. Dr. U. Weiß
Tag der mündlichen Prüfung:	06.12.2004

Institut für Strahlenphysik der Universität Stuttgart

2004

Zusammenfassung

Im Mittelpunkt dieser Arbeit stehen Kernresonanzfluoreszenz-, oder kurz KRF-Experimente, an den Cd-Isotopen. Erstmals wurden die Isotope $^{110,111,116}\text{Cd}$ mit der KRF-Methode gemessen. Dabei konnten für 98 Anregungszustände die bisher unbekannte Übergangsstärke zum Grundzustand bestimmt werden. Für 15 Zustände wurde ein Zerfall in den ersten 2^+ -Zustand beobachtet. Die Verwendung von Comptonpolarimetern erlaubte polarisationsempfindliche Messungen an den Isotopen $^{110,112,114,116}\text{Cd}$. Dadurch war es möglich, die zuvor unbekanntes Paritäten für 18 Anregungszustände dieser Isotope zu bestimmen.

In früheren Arbeiten wurden bereits an $^{108,112,113,114}\text{Cd}$ polarisationsunempfindliche KRF-Messungen in Stuttgart durchgeführt. Die in Stuttgart gemessene Systematik der Cd-Isotopenketten umfaßt daher alle stabilen Cd-Isotopen bis auf ^{106}Cd . Für ^{106}Cd war es bisher nicht möglich, ein geeignetes Target zu bekommen. Die gewonnenen Daten erlauben eine systematische Untersuchung von niederenergetischen E1-, M1- und E2-Anregungen in Kernen der Cd-Isotopenkette.

Die Cd-Isotope gelten als **das** Beispiel für sogenannte Vibratorkerne. Sie sind deshalb mit Hilfe einer Vielzahl experimenteller und theoretischer Methoden erforscht worden. Die Untersuchung der Vibratoreigenschaften dieser Kerne ist auch die Motivation der KRF-Experimente, die die Grundlage dieser Arbeit bilden. Vibratoreigenschaften werden vor allem in Kernen nahe an einem Schalenabschluß erwartet. Die Cd-Isotopen mit 48 Protonen liegen direkt neben dem $Z = 50$ Schalenabschluß. Die nahezu harmonische Kopplung von quantisierten Oberflächenschwingungen unterscheidet Vibratorkerne von γ -weichen Kernen oder starren Rotoren. Durch die Kopplung des ersten Quadrupol- mit dem ersten Oktupolphonon wird ein Quintuplett von Zuständen mit negativer Parität und Spins von 1 bis 5 konstituiert. Die KRF-Experimente erlauben die Bestimmung der Eigenschaften des 1^- -Zustandes des Quintupletts.

Die für die Cd-Isotope gewonnenen Daten wurden in eine umfangreiche Systematik analoger Daten anderer Isotope an oder nahe bei einem Schalenabschluß eingeordnet. Bei allen in der Systematik betrachteten Schalenabschlüssen ist ein signifikanter Schaleneffekt zu beobachten: Die elektrische Dipolübergangsstärke der Isotope an einem Schalenabschluß ist deutlich größer als die Stärke in benachbarten Isotope neben dem Schalenabschluß. Für den für die Cd-Isotope relevanten $Z = 50$ Schalenabschluß konnte der Schaleneffekt mit Hilfe eines einfachen physikalischen Modells verstanden werden. Das Modell beruht auf der Einteilung der Nukleonen eines Isotops in Core- und Valenz-Nukleonen. Die Anregung des $1^-(2_1^+ \otimes 3_1^-)$ -Zustandes entspricht der harmonischen Oszillation der Core- gegen die Valenznukleonen. Der Schaleneffekt kann durch verschiedene Einteilungen der Nukleonen für die Cd- und Te-Isotope neben dem Schalenabschluß und die Sn-Isotope am Schalenabschluß verstanden werden. Die Analyse zeigt, daß der Core bei den Cd- und Te-Isotopen durch jeweils 28 Protonen und Neutronen und bei den Sn-Isotopen durch

50 Protonen und Neutronen gebildet wird. Das physikalische Bild erklärt die gegenüber den Cd- und Te-Isotopen um etwa einen Faktor 3 größere Übergangsstärke in den Sn-Isotopen. Eine analoge Erklärung kann für die Anregungsenergien gegeben werden. Das Skalierungsverhalten der auf das "kollektive" Dipolmoment bezogenen elektrischen Dipolübergangsstärke ordnet sich ebenfalls zwanglos in das Bild der Oszillation von Core-gegen Valenznukleonen ein. Auch wurde der Zusammenhang zur Dipolriesenresonanz untersucht und Beziehungen zu anderen Eigenschaften von Kernen gefunden. Es wurde versucht, qualitativ die mikroskopische Struktur der Anregung, den Zusammenhang zur sogenannten Dipol-Core-Polarisation und der Intruderstruktur der Cd-Isotope zu verstehen. Insbesondere konnten auch die Quadrupolübergangswahrscheinlichkeiten zum ersten 2^+ -Zustand in das Bild eingeordnet werden.

Eine weitere interessante Anregungsmode von Kernen sind die gemischt-symmetrischen M1-Anregungen. Sie wurden systematisch in deformierten Kernen untersucht und vor kurzem auch in Kernen nahe an Schalenabschlüssen. A. Gade hat für ^{108}Cd einen Kandidaten für den gemischt-symmetrischen 1^+ -Anregungszustand angegeben. Aufbauend auf Gades Arbeit werden hier Kandidaten für die Isotope $^{110,112,114,116}\text{Cd}$ vorgeschlagen. Es sind aber weitere Experimente mit anderen Methoden erforderlich, um die Struktur der Kandidaten zu bestimmen.

Die Summe der Dipol-Übergangsstärke der ungeraden Cd-Isotope wurde mit der Summenstärke der geraden Cd-Isotope verglichen. Sowohl für eine Summation der Stärke im Energiebereich von 1 bis 4 MeV, wie für eine Summation von 3.4 bis 4 MeV sind die Summenstärken der ungeraden Cd-Isotope um 25% bis 50% kleiner als in den geraden Cd-Isotope. Die Summenstärken für die geraden Cd-Isotope stimmen gut miteinander überein. Die kleineren Werte der Summenstärken der ungeraden Cd-Isotope erklären sich aus der Fragmentation der Dipol-Übergangsstärke in diesen Isotopen. Durch die Fragmentation ist ein nicht vernachlässigbarer Anteil der Gesamtstärke experimentell nicht mehr nachweisbar.

Summary

Introduction and Motivation

The $Z = 50$ mass region is an interesting field for nuclear structure research. Due to the $Z = 50$ shell closure many stable isotopes exist in the Cd ($Z = 48$), Sn ($Z = 50$) and Te ($Z = 52$) isotopic chains. Especially the Cd isotopes are well known as good vibrator nuclei and have been in the focus of many experiments in the last years. They are **the** laboratory to study multiphonon-excitations. The investigation of the $(2^+ \otimes 2^+)$ two phonon triplets with spins 0^+ , 2^+ and 4^+ lead to the discovery of the intruder structure in the Cd isotopes [Cast90, ApBr84, ApBr87, DeDr93, GaJo02, KaWa03, HeIs82, KeBr90, JoLe95, LeJo95]. Also 3-quadrupole-phonon-excitation have been investigated [ApBr87, CaJo92, CoBr00, CoBr00a, LeGa96]. Other 2 phonon-excitations are mixed quadrupole-octupole excitations of the type $(2^+ \otimes 3^-)$. They result in a quintuplet of states with spins from 1^- up to 5^- [GaLe99, GaVa90, BaRe03, GaLe99, GaBr02]. The 1^- member of the quintuplet is of special interest here as will be seen later.

Another interesting type of collective excitations are the so-called mixed-symmetry excitations. The scissors mode in deformed nuclei is a prominent example for this type of excitation. Recently, mixed-symmetry excitations have been observed in spherical nuclei near the $N = 50$ shell closure [BaRe03, PiFr99]. Therefore it is an interesting question, if there is any evidence for such states in nuclei near the $Z = 50$ shell closure.

The present work is based on nuclear resonance fluorescence (NRF) experiments on the Cd isotopes $^{110,111,112,114,116}\text{Cd}$. Previous NRF measurements of $^{108,112,113,114}\text{Cd}$ are also taken into account. The NRF technique is sensitive on $E1$, $M1$ and $E2$ transitions and allows the model-independent determination of energies, spins and lifetimes of excited states in the nuclei. Also absolute transition rates can be deduced [KnPi96]. Due to the use of Compton-polarimeters for the present $^{110,112,114,116}\text{Cd}$ measurements parity assignments to the excited states were possible.

As mentioned above, the structure of the the 1^- member from the quintuplet of states constituted from the coupling of the first quadrupole- and the first octupole-phonon is of special interest here. The present polarisation measurements and the sensitivity of the NRF method for $E1$ transitions allows the identification and investigation of candidates for 1^- states with $(2_1^+ \otimes 3_1^+)$ structure. The comparison of the properties of the $1^-(2_1^+ \otimes 3_1^-)$ states for the different isotopes around the $Z = 50$ shell closure gives deep insights into the influence of the shell structure on these states. There is a strong correlation between the shell structure and the so-called dipole core polarisation.

Recently A. Gade [GaBe03] suggested a candidate for a mixed-symmetry state in ^{108}Cd . First evidences for mixed-symmetry states in the other stable even-even Cd isotopes $^{110,112,114,116}\text{Cd}$ have been found.

Experimental Method

The nuclear resonance fluorescence technique

In nuclear resonance fluorescence (NRF) experiments photon scattering off bound nuclear states is used to analyze the nuclear structure [Metz59, KnPi96]. The scattering process can be divided into the excitation and the deexcitation part. In the excitation process the nucleus absorbs a real photon and the nuclear state changes from the ground state with spin J_0 to an excited state with spin J . This process takes place if the energy difference of the nuclear states equals the photon energy. The deexcitation process changes the nuclear state from the excited to the final state under emission of a photon. If the final state is the ground state, the scattering process is called elastic, otherwise inelastic. Using continuous bremsstrahlung photons the following formula relates the total scattering intensity $I_{S,f}$ and the decay widths Γ_0 , Γ_f and Γ .

$$I_{S,f} = g \cdot \left(\pi \frac{\hbar c}{E_x} \right)^2 \cdot \frac{\Gamma_0 \Gamma_f}{\Gamma} \quad (1)$$

$I_{S,f}$ is the cross section integrated over one resonance and the full solid angle. Γ_0 and Γ_f are the decay widths of the excited state to the ground state and to the final level, respectively. $\Gamma = \sum_{i=0}^n \Gamma_i$ is the total decay width. The sum must be taken over all possible deexcitation processes of the excited state. The so-called spin factor g is given by the ratio $g = (2J + 1)/(2J_0 + 1)$. For dipole excitations in even-even nuclei the value of the spin factor is 3. If inelastic scattering is observed, the relation

$$\frac{I_{S,f}}{I_{S,0}} = \frac{\Gamma_f}{\Gamma_0} \quad (2)$$

holds. $I_{S,f}$ and $\frac{I_{S,f}}{I_{S,0}}$ can be determined absolutely from the spectra of scattered photons. With equation (1) and (2) therefore Γ_0 can be extracted from the spectra. The relation between Γ_0 and the reduced excitation probabilities $B(\Pi L, E_x) \uparrow = B(\Pi L; J_0 \rightarrow J(E_x))$, ($\Pi = E$ or M) is given by

$$g\Gamma_0 = 8\pi \sum_{\Pi L=1} \frac{L+1}{L[(2L+1)!!]^2} \left(\frac{E_x}{\hbar c} \right)^{2L+1} \cdot B(\Pi L, E_x) \uparrow \quad (3)$$

The branching ratio R_{exp} is defined as

$$R_{exp} = \frac{B(\Pi L; J \rightarrow J_f)}{B(\Pi L; J \rightarrow J_0)} = \frac{\Gamma_f}{\Gamma_0} \cdot \frac{E_{\gamma J_0}^3}{E_{\gamma J_f}^3}. \quad (4)$$

It can be directly deduced from (2). Measurements of the angular distributions of the scattered photons provide the spins of the photoexcited levels (unambiguously in the case of even-even nuclei).

The linear polarisation of the scattered photons depends on the parities of the nuclear states in the scattering process. Therefore the measurement of the linear polarisation allows to determine the parity of the excited state. Using Compton-polarimeters for polarisation measurement the following relation holds.

$$\varepsilon = \frac{N_{\perp} - N_{\parallel}}{N_{\perp} + N_{\parallel}} = P_{\gamma} \cdot Q \quad (5)$$

ε is the measured azimuthal asymmetry [FaHa59, KnPi96]. N_{\perp} and N_{\parallel} are the rates of Compton scattered events perpendicular and parallel to the NRF scattering plane. The NRF scattering plane is defined by the directions of the incoming photon beam and the scattered photons. Q is the polarisation sensitivity of the polarimeter and P_{γ} the degree of polarisation of the scattered photons. From theory it is known that P_{γ} is maximal at a scattering angle of $\Theta = 90^\circ$ for pure $E1$ and $M1$ excitations. The value for P_{γ} is -1 for pure $E1$ and +1 for $M1$ excitations. Due to the fact that the sensitivity Q can only take values between 0 and 1, the sign of the asymmetry directly provides the multipole character of the transition. The multipole character of the transition gives the parity of the photoexcited states in even-even nuclei.

In odd-mass nuclei the angular distribution is nearly isotropic and the linear polarisation of the scattered photons is small. Therefore, in general no unambiguous spin and parity assignment is possible for odd-mass nuclei. To compare the observed strengths in odd-mass and even-even nuclei the quantity

$$g \cdot \Gamma_0^{red} = g \cdot \frac{\Gamma_0}{E_x^3} \quad (6)$$

is introduced, which can be extracted from the experiment. Assuming pure dipole transitions $g \cdot \Gamma_0^{red}$ is proportional to $B(E1) \uparrow$ or $B(M1) \uparrow$.

Experimental setup

The Stuttgarter NRF experiments use bremsstrahlung as photon source. The bremsstrahlung is produced at the 4.3 MV Stuttgart Dynamitron accelerator [KnPi96]. The DC electron current from the accelerator is directed on a gold radiator target, where the electrons are stopped and the bremsstrahlung is produced. Due to the thermal capacity of the radiator target the electron current must be limited to about $250 \mu\text{A}$. The produced bremsstrahlung has a continuous energy spectrum. The end-point energy of the spectrum is determined by the kinetic energy of the accelerated electrons and amounts to 4.3 MeV. For the present experiments on $^{110,111,112,114,116}\text{Cd}$ and the previous studies of $^{108,112,113,114}\text{Cd}$ isotopically enriched targets were used. Quantities of 4-8 grams together with the operation of two single crystal Compton polarimeters and running times of 2-4 weeks enabled parity assignments for stronger transitions in $^{110,112,114,116}\text{Cd}$.

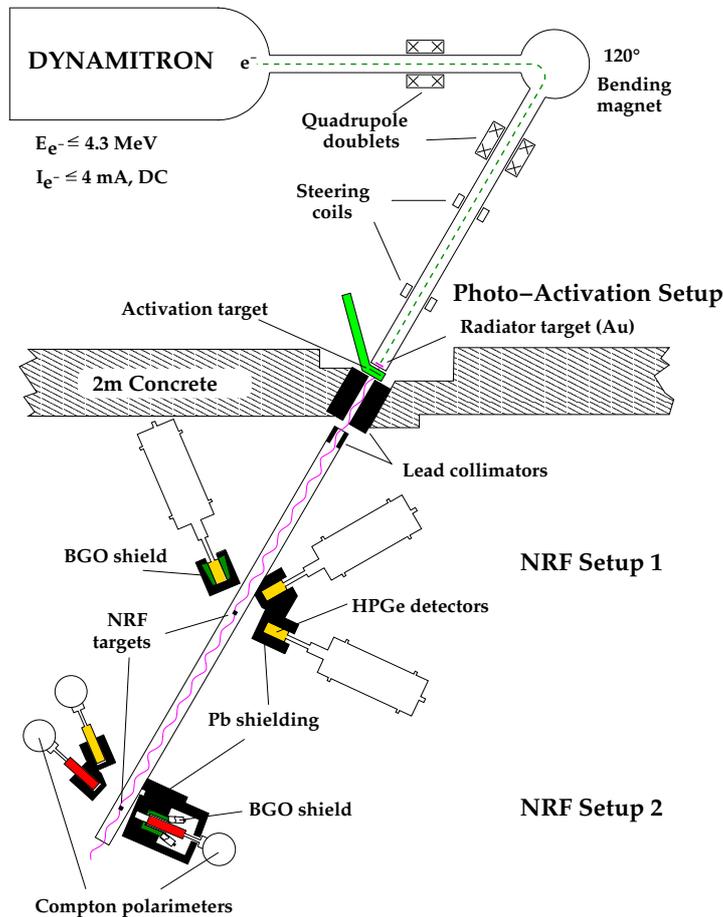


Figure 1: Bremsstrahlung facility and NRF setup in Stuttgart.

At the Stuttgart bremsstrahlung facility two setups can be operated simultaneously. At

the first setup three high-resolution Ge(HP) detectors are installed at angles of about 90° , 127° , and 150° with respect to the incoming bremsstrahlung beam. This allows the measurement of energy spectra and the angular distributions of the scattered photons. The efficiencies ϵ of the detectors are about 100% relative to a standard $7.6 \text{ cm} \times 7.6 \text{ cm}$ NaI(Tl) detector. The energy resolutions decrease from 2 keV at a photon energy of 1.3 MeV to about 3 keV at a photon energy of 3 MeV. All detectors were surrounded by lead shieldings to suppress the background. Additionally an active BGO Anti-Compton shield was used for the detector at 127° .

For the measurement of the linear polarisation of the resonantly scattered photons two single crystal Compton polarimeters are installed at the second NRF set up. They are installed at slightly backward angles of $\approx 95^\circ$. The relative efficiencies ϵ are about 25% and 60%. The energy resolution is a little bit less compared to energy resolution of detectors at the first setup. The polarisation sensitivity Q of the polarimeters is about 15% at 1.5 MeV and 10% at 4 MeV photon energies. A Ge- γ -detector ($\epsilon = 38\%$) at 127° with respect to the incident bremsstrahlung beam allows also the measurement of the angular distribution at the second setup. All detectors are shielded with lead and one of the Compton polarimeters additionally with an active BGO Anti-Compton shield. Figure 1 shows the experimental setup in Stuttgart.

Results

Figure 2 shows the measured azimuthal asymmetry ε for the isotopes $^{110,112,114,116}\text{Cd}$.

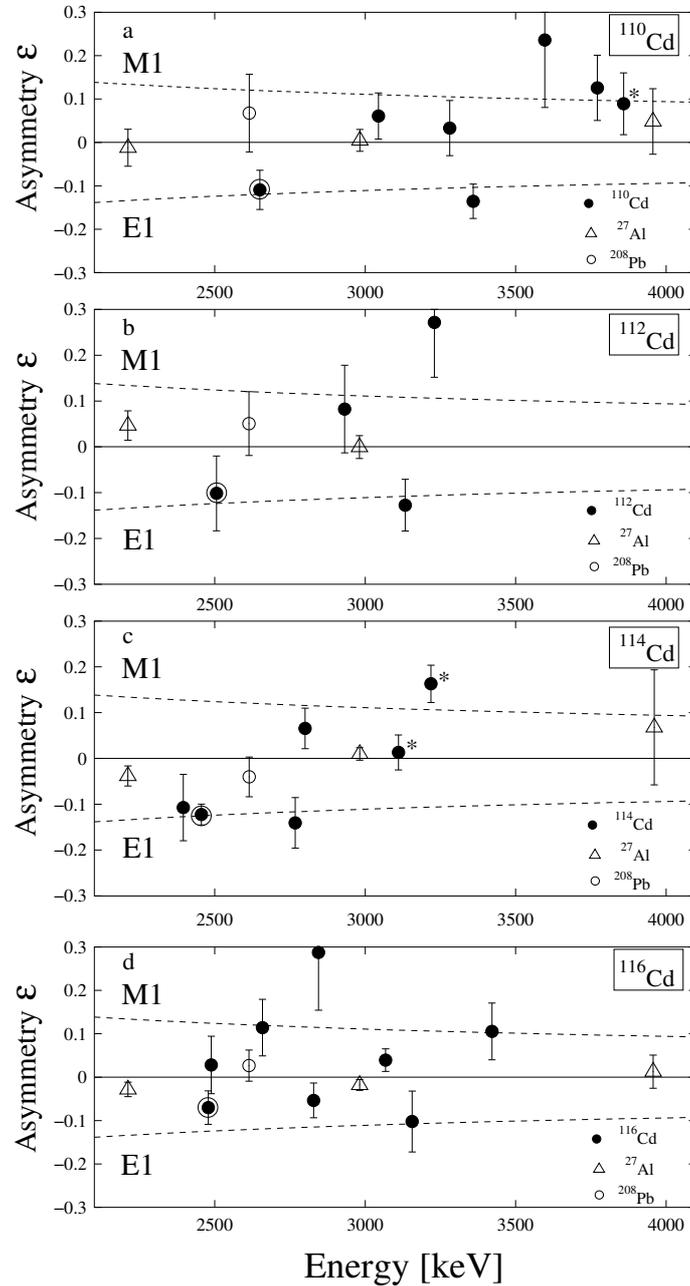


Figure 2: Azimuthal asymmetry ε for $^{110,112,114,116}\text{Cd}$. Full circles belong to the transitions in the Cd isotopes. The dashed lines show the anticipated values for $M1$ and $E1$ transitions. Open triangles belong to the nearly unpolarized photons from transitions in the photon flux monitor ^{27}Al , open circles to the unpolarized 2.614 MeV background line from ^{208}Pb . The stars marks asymmetries from two not resolveable transitions. The data for the 1^- 2-phonon-states correspond to the full points with an additional circle around.

There was not enough target material available to perform polarisation sensitive measurements on ^{108}Cd . Figure 2 shows the measured asymmetry only for strong transitions. The dashed lines represent the anticipated values for $M1$ and $E1$ transitions. Full circles belong to the transitions in the Cd isotopes. Open symbols correspond to transitions in the photon flux monitor ^{27}Al (triangles) and to the 2.614 MeV background line from ^{208}Pb (circle). As expected the asymmetries for the ^{27}Al lines and ^{208}Pb line are all nearly 0. This is a proof that there is no asymmetry induced from the experimental setup. For 19 excited states of the Cd isotopes parity information was obtained. The parity information of the excited state is deduced from the well known fact that the parity of ground states in even-even nuclei is positive and the measured multipole character of the transition from the ground to the excited state.

Figure 3 shows the strength distributions in the isotopes $^{110,112,114,116}\text{Cd}$.

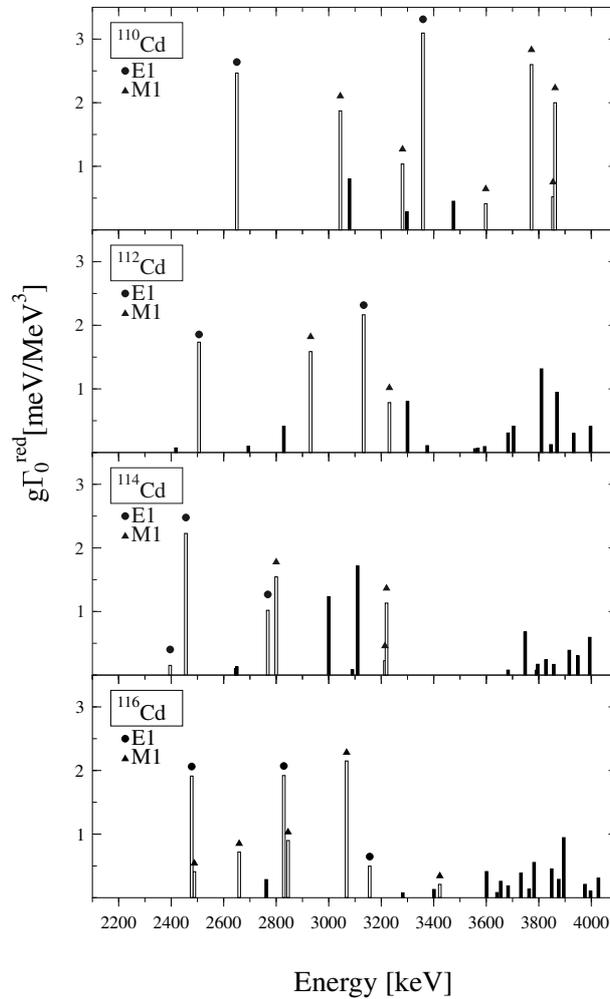


Figure 3: Strengths distributions in the isotopes $^{110,112,114,116}\text{Cd}$. Filled bars belong to transitions with unknown multipole character. Open bars with a filled circle on top belongs to $E1$ transitions, open bars with a filled triangle on top to $M1$ transitions.

The strength distributions can roughly be divided into two parts. The first part goes from 2200 keV to 3500 keV. The second part corresponds to the energy interval from 3500 keV to 4100 keV. In the first part the dipole transition strength is concentrated in a few strong transitions. All candidates for the $1^-(2^+ \otimes 3^-)$ states belong to this part.

In the second parts the strength distributions are different for the different isotopes. For ^{110}Cd the strengths is concentrated in a few strong transitions. Going to the heavier isotopes the strength is more and more fragmented. For ^{110}Cd all transitions in the higher part have $M1$ character. Unfortunately the multipole character of the transitions in the second part is only known for ^{110}Cd . Assuming also $M1$ character for transitions in this part of the other isotopes, the observed fragmentation can be interpreted as the fragmentation of a $M1$ mode in the energy range from 3500 keV to 4100 keV.

Isotop	$\sum_{3.4\text{MeV}}^{4\text{MeV}} g\Gamma_0^{red}$ [meV/MeV ³]	$\sum_{1\text{MeV}}^{4\text{MeV}} g\Gamma_0^{red}$ [meV/MeV ³]
^{108}Cd	3.46[GaBe03]	11.69[GaBe03]
^{110}Cd	5.98(14)	15.54(22)
^{111}Cd	3.53(8)	9.00(17)
^{112}Cd	4.03(15)	11.80(21)
^{113}Cd	2.43[GeNe94]	8.54[GeNe94]
^{114}Cd	2.70(20) [3.80(26)*]	12.25(51) [12.61(49)*]
^{116}Cd	4.35(19)	13.22(35)

* values calculated with data from Geiger [GeNe94]

Table 1: Dipole sum strengths for the isotopes $^{108,110,111,112,113,114,116}\text{Cd}$. The center column shows the dipole strenghts summed up from 3.4 MeV to 4 MeV. The column on the left shows the dipole strenghts summed up from 1 MeV to 4 MeV. The different values given for ^{114}Cd belong to the present measurement and to data taken from Geiger [GeNe94]. The discrepancy between the values is explained in the text.

The sums of the strengths in the second part of the distributions are given in the center column of tabular 1. The deviation of the values deduced from the present measurement and from the data of Geiger [GeNe94] have experimental reasons. Due to the long measuring time for the present polarisation sensitive measurement on ^{114}Cd the energy resolution worse than in the older not polarisation sensitive measurements by Geiger. This affects especially the part of the spectrum from 3400 keV to 4100 keV. Therefore for this part the data from Geiger are more reliable. For the part below 3400 keV the data from the present measurement are favored because of the much better statistics. Tabular 1 also

includes the values for the odd Cd isotopes $^{111,113}\text{Cd}$ and the even-even isotope ^{108}Cd . From the assumption that the strengths in the second part is caused by a magnetic mode a nearly constant strength is expected. The values in the center column show a reasonable agreement with this expectation.

In figure 4 the strengths distribution of the stable odd-mass Cd isotopes $^{111,113}\text{Cd}$ are compared with the distribution of the intermediate even-even isotope ^{112}Cd .

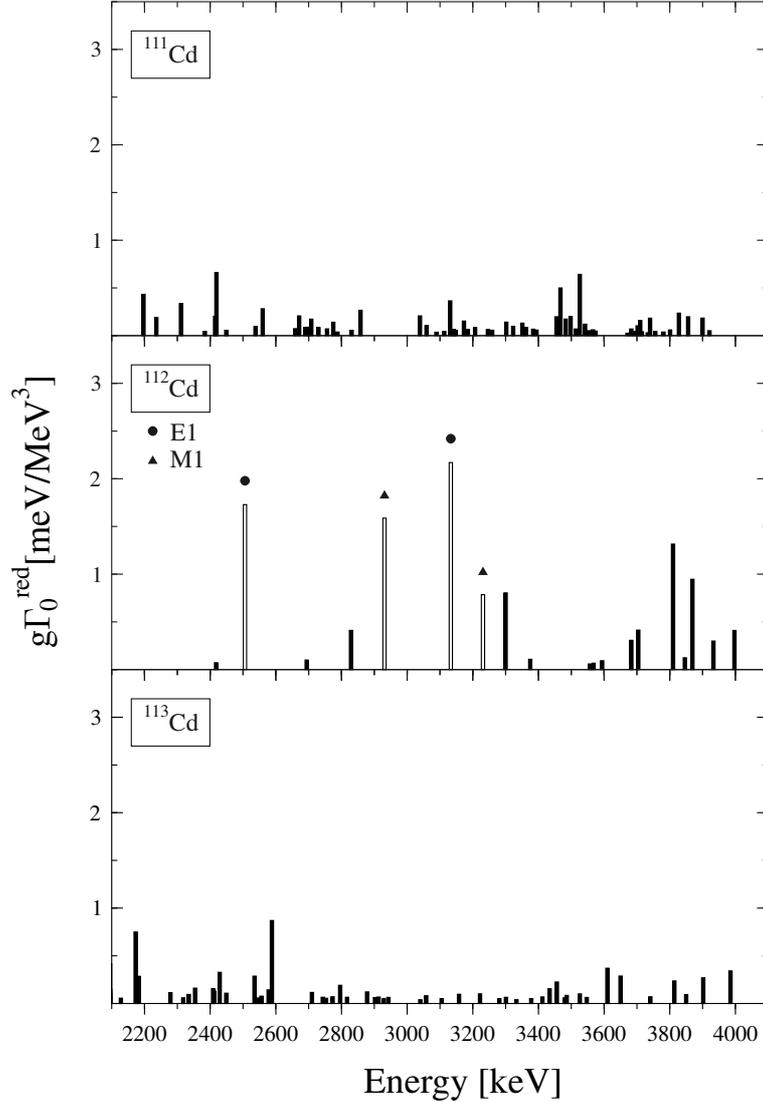


Figure 4: Strengths distributions in the Cd isotopes $^{111,112,113}\text{Cd}$. The strength in the odd-mass isotopes $^{111,113}\text{Cd}$ are highly fragmented compared to the even-even isotope ^{112}Cd .

The dipole strength in the odd-mass isotopes $^{111,113}\text{Cd}$ is highly fragmented compared to the distribution in the even-even isotope ^{112}Cd . Due to the strong pair interaction the nucleons try to build up pairs of correlated nucleons. In the odd-mass isotopes there is always at least one unpaired nucleon or hole. It is therefore useful to divide a odd-mass

nuclei into an even-even core and the unpaired nucleon. The excitations in the even-even core are assumed to be similar to the excitations in the neighbouring even-even nuclei. The coupling of the unpaired nucleon or hole with the collective modes of the even-even core causes the fragmentation. The sum strengths in the odd-mass and in the neighbouring even-even nuclei should be nearly the same. In the left column of tabular 1 the sum strengths for the Cd isotopes are given for the measured energy range. The sum strengths of the odd-mass nuclei is about 25% to 50% less than the sum strengths of the even-mass nuclei. This deviation between the expectation and the experimental data can be explained: Due to the fragmentation the strengths in the odd-mass nuclei is distributed over a great number of transitions. For a not negligible part of these transitions the strength are below the sensitivity limit of the measurement and they are not observed in the experiment. With measurements of different sensitivity and a fluctuation analysis [NoEn03] the explanation has been proven for the isotopes ^{163}Dy and ^{165}Ho .

Discussion

The discussion is focused on the properties of the $1^-(2_1^+ \otimes 3_1^-)$ states and candidates for mixed-symmetry states.

The $1^-(2_1^+ \otimes 3_1^-)$ states at the $Z = 50$ shell closure

The properties of the $1^-(2_1^+ \otimes 3_1^-)$ states in the even-even Cd isotopes can be compared with the properties of the $1^-(2_1^+ \otimes 3_1^-)$ states in the other isotopic chains at the $Z = 50$ shell closure. The comparison allows a deep insight into the structure of these 2 phonon excitation. The 1^- states, that are believed to have a $2_1^+ \otimes 3_1^-$ structure are selected by two signatures. First, the E1 transition strengths of the $1^-(2_1^+ \otimes 3_1^-)$ candidates should be enhanced compared with the E1 transition strengths belonging to other 1^- states in the same energy range. Second, the excitation energies of the candidates should be nearly equal to the sum of the excitation energies of the 2_1^+ - and the 3_1^- -state. This means the phonon coupling should be nearly harmonic. For simplicity, the selected states are named 1_1^- -states even when they are not the first 1^- state in a nucleus.

The upper part of figure 5 show the $B(E1) \uparrow$ values for the transition from the ground state to the 1_1^- state. In the lower part the same quantity divided by the squared dipole moment D_{BM} is shown. D_{BM} is the dipole moment for 1^- states with $2^+ \otimes 3^-$ structure.

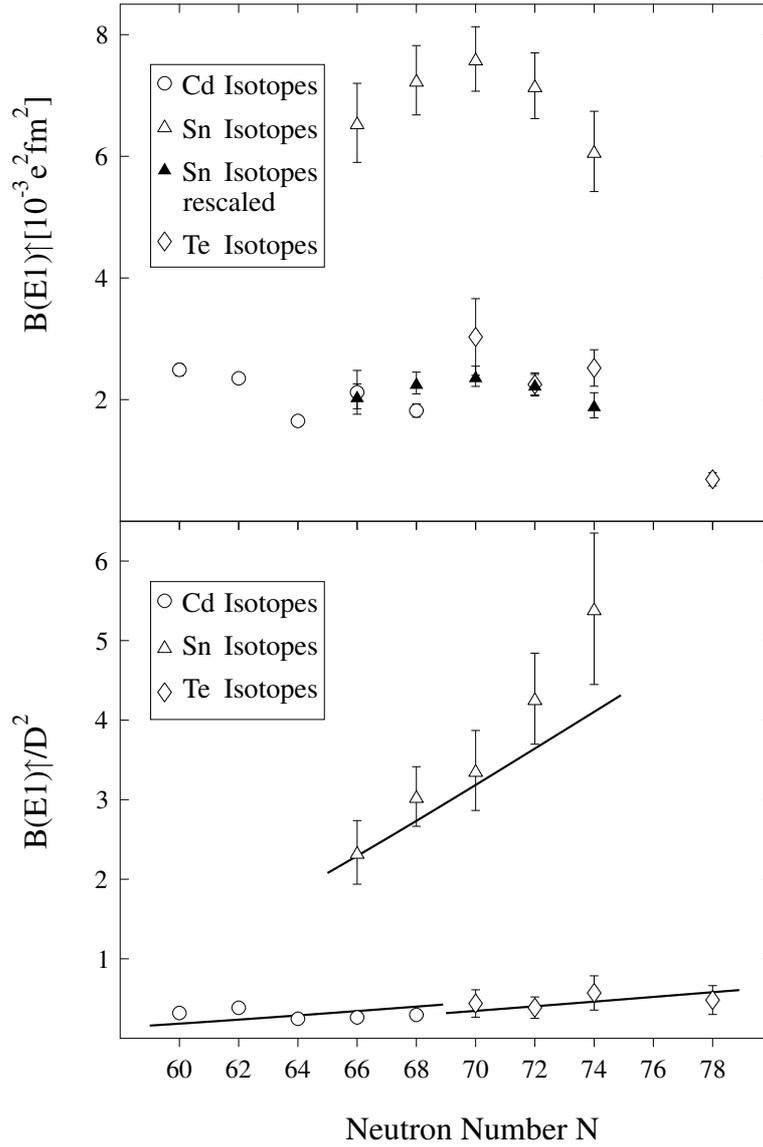


Figure 5: Upper part: Open symbols belong to the experimental $B(E1; 0_{GS}^+ \rightarrow 1_1^-)$ values. The filled triangle correspond to rescaled $B(E1; 0_{GS}^+ \rightarrow 1_1^-)$ values for the Sn isotopes.

Lower part: Open symbols belong to the ratio $\frac{B(E1; 0_{GS}^+ \rightarrow 1_1^-)}{D_{BM}^2}$. The lines represent the scaling behaviour of the correction factor $K(N)$.

The following relation was deduced by Bohr and Mottelson [BoMo57] and by Strutinski [Stru57].

$$D_{BM} = 5.367 \cdot 10^{-4} (Z + N) Z \beta_2 \beta_3 \quad [e^2 fm] \quad (7)$$

The values for the deformation parameters β_2 and β_3 are determined from the quadrupole transition strengths $B(E2; 0_{GS}^+ \rightarrow 2_1^+)$ and octupole transition strengths $B(E3; 0_{GS}^+ \rightarrow$

3_1^-). Z are the proton and N the neutron numbers.

In both representations a clear shell effect is visible. The values for the $Z = 50$ Sn isotopes (open triangles) are enhanced compared to the values of the $Z = 48$ Cd (open circles) and the $Z = 52$ Te isotopes (open diamonds). Additionally, in the $\frac{B(E1;0^+_{GS} \rightarrow 1_1^-)}{D_{BM}^2}$ plot the values for the Sn isotopes show a nearly linear increase with increasing neutron number. The data of the isotopic chains besides the $Z = 50$ shell closure shows a different scaling. The shell effect cannot be explained by simple collective models for surface vibrations of nuclei which not take the shell structure into account.

The filled triangles in the upper part and the lines in the lower part belong to a simple harmonic oscillation model of the dipole excitation. The model divides the nucleons in the nuclei into core and valence nucleons. The number of the core protons is Z_c and of the core neutrons N_c . The number of valence protons and neutrons are given by $Z_v = Z - Z_c$ and $N_v = N - N_c$, respectively. Assuming the center of mass coordinate of the core nucleons to be R_c and the center of mass coordinate of the valence nucleons to be $R_v = R_c + \Delta$ gives the relations

$$R_p = \frac{Z_c}{Z} \cdot R_c + \frac{Z_v}{Z} \cdot (R_c + \Delta) \quad (8)$$

$$R_n = \frac{N_c}{N} \cdot R_c + \frac{N_v}{N} \cdot (R_c + \Delta) \quad (9)$$

for the center of mass coordinate R_p of the protons and the center of mass coordinate R_n of the neutrons. This can be inserted into the general relation

$$D = e \frac{NZ}{A} (R_p - R_n) \quad (10)$$

for the dipole moment of an excitation. The result is a effective dipole moment

$$D_{eff} = e \frac{NZ}{A} \cdot \left(\frac{N_c}{N} - \frac{Z_c}{Z} \right) \cdot \Delta \quad (11)$$

as a function of the neutron number N depending on the parameters N_c , Z_c , Z and Δ . An equivalent relation can be obtained within the so-called cluster model [Iach85]. Through the choice of N_c and Z_c the shell structure can be taken into account. To connect the effective dipole moment to the collective one the following ansatz is used:

$$D_{eff} = K(N) \cdot D_{coll} \quad (12)$$

In the context of the model the collective dipole moment D_{coll} is given by the relative motion of all protons against all neutrons. Such a collective dipole motion ignores the shell

structure and possesses a non vanishing dipole moment. $K(N)$ can be interpreted as a correction factor for the collective dipole moment to account for the shell structure. From the ansatz one gets $K(N)$:

$$K(N) = \frac{N_c}{N} - \frac{Z_c}{Z} \quad (13)$$

Each line in the lower part of figure 5 belongs to one isotopic chain. The lines are given by the product of a scaling factor s_Z and the square of $K(N)$. The scaling factor ensures that the first moment of the $\frac{B(E1;0^+_{GS} \rightarrow 1^-_1)}{D_{BM}^2}$ values for one isotopic chain equals the first moment of the respective $s_Z \cdot K(N)^2$ values. The Cd and Te isotopes are described by a core with $N_c = 28$ neutrons and $Z_c = 28$ protons. For the Sn isotopes the core contains $N_c = 50$ neutrons and $Z_c = 50$ protons. The lower part of figure 5 shows that the agreement between the model prediction and the experimental data is quite well. As 28 and 50 are magic numbers, there is a clear connection to shell structure. The comparison of $s_Z \cdot K(N)^2$ and $\frac{B(E1;0^+_{GS} \rightarrow 1^-_1)}{D_{BM}^2}$ was motivated by the conjecture that $B(E1) \uparrow \sim D_{eff}^2$ and $D_{BM}^2 \sim D_{coll}^2$. These naive assumptions are not in agreement with the experimental data. Nevertheless, the ratio between the $B(E1) \uparrow$ values and the square of the collective dipole moment D_{BM} shows the expected behaviour.

Another consideration gives the filled circles in the upper part of figure 5. From the lower part of figure 5 it is known that the core of the Sn isotopes contains 50 protons and 50 neutrons. So the question arises, what would be the dipole transition strength if the the core for the Sn isotopes contains 28 protons and 28 neutrons. Assuming that the dipole transition strength scales for different cores in the same way as D_{eff} , the transition strength for a hypothetical $N_c = Z_c = 28$ core in the Sn isotopes can be calculated. The result of this calculation corresponds to the filled circles in the upper part of figure 5. They fit well into the systematics of the $B(E1) \uparrow$ values from the isotopic chains besides the $Z = 50$ shell closure. This is a strong evidence for a $N_c = Z_c = 28$ core in the Cd and Te isotopes.

Other magic numbers than 28 and 50 for N_c and Z_c have also been checked. The choice of $N_c = Z_c = 28$ for the Cd and Te isotopes and $N_c = Z_c = 50$ for the Sn isotopes gives the best agreement between the model and the experimental data. Also the difference of excitation energies between the Sn isotopes on the $Z = 50$ shell closure and the Cd and Te isotopes besides $Z = 50$ can be explained within the simple oscillation picture. For a harmonic oscillator the relation

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_r}} \quad (14)$$

holds between the frequency of oscillation ω , the reduced mass m_r of the oscillator and the parameter k of the oscillator force. The reduced mass m_r depends on the division of

nucleons in core and valence nucleons. Under the assumption that the energy scales for different cores similar to (14) the energy for a hypothetical $N_c = Z_c = 28$ core in the Sn isotopes can be deduced.

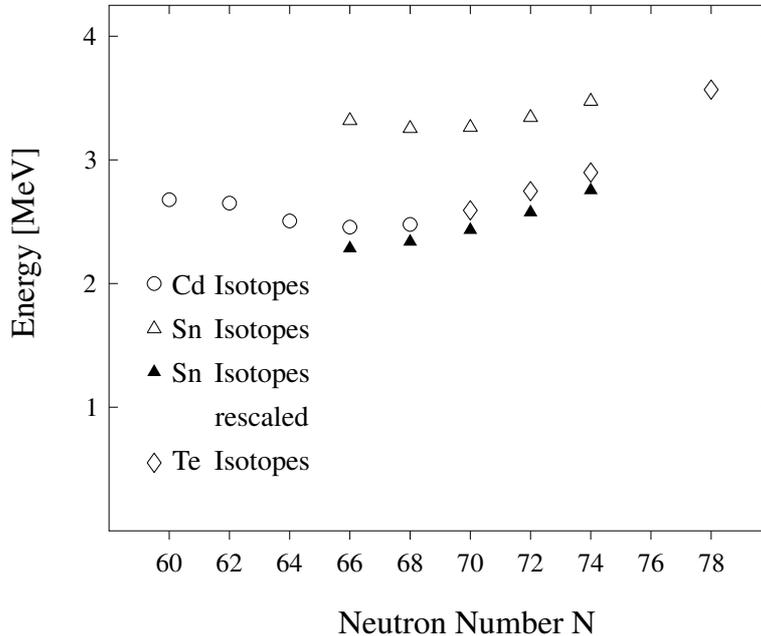


Figure 6: Excitation energies of the 1_1^- states for isotopes at the $Z = 50$ shell closure. Open symbols correspond to the experimental data. The filled triangles belong to rescaled energy values for the Sn isotopes.

Figure 6 shows the experimental excitation energies (open symbols) for the Cd, Sn and Te isotopes. The energy values for the Sn isotopes are enhanced compared to the values for the Cd or Te isotopes with the same neutron number. The filled triangles are the rescaled values of the Sn isotopes under the assumption of a $N_c = Z_c = 28$ core. Similar to the situation in figure 5, the rescaled energy values are in very good agreement with the values of the neighboring Cd and Te isotopic chain.

The discussion is based on the assumption that the parameters Δ and k does not depend on the division of the nucleons in core and valence nucleons. An explicit calculation of these parameters justifies the assumptions. Some interesting qualitative relations to other properties of nuclei and the nucleon-nucleon interaction can be given. Further evidence for the different division into core and valence nucleons for the Sn isotopes on one side and the Cd and Te isotopes on the other side can be given from the $B(E2; 0_{GS}^+ \rightarrow 2_1^+)$ values.

From the shell model one could expect that the core for the Cd isotopes contains $N_c = 50$ neutrons and $Z_c = 28$ protons and the core of the Te isotopes 50 protons and 50 neutrons. Obviously this is not the case. Nucleons from the inner shells play an important role for the dipole excitation. This can be interpreted as a dipole core polarisation [BoMo75, PoSt98].

Magnetic dipole excitations in the Cd isotopic chain and mixed symmetry states

In collective models that distinguish between neutron and proton degrees of freedom mixed-symmetry states are characterized by the change of their sign under exchange of the neutron and proton degrees of freedom [BaRe03]. The scissors mode in deformed nuclei is the most prominent member of this class of excitations [LoPa79, BoRi84]. Due to the correlation between deformation and the scissors like relative motion between the valence protons and the valence neutrons, the scissors mode can not appear in spherical nuclei near shell closures. Nevertheless, the more general mixed-symmetry excitations have been observed in nuclei near the $N = 50$ shell closure [PiFr99]. A. Gade [GaBe03] suggested a candidate for the mixed-symmetry 1^+ state in ^{108}Cd . So the question arises, if there are hints for mixed-symmetry states in the other Cd isotopes. Gade uses the following experimental signatures for the identification of the candidate.

- A weakly collective $E2$ transition to the 2_1^+ state.
- A collective $E2$ transition to the 2_{MS}^+ state.
- A $M1$ transition to the ground state depending on the dynamical symmetry.

The dynamical symmetry belongs to the interacting boson model (IBM). In the IBM, analytical expressions for the $B(M1; 1_{MS}^+ \rightarrow 0_{GS}^+)$ values can be given for the limits of vibrators and γ -soft nuclei. Additional data from other experimental techniques than the NRF method are necessary to compare the signatures with experiment. Therefore, our suggestions for the 1^+ mixed-symmetry states in the isotopes $^{110,112,114,116}\text{Cd}$ is based on the comparison with the candidate for ^{108}Cd from Gade. We suggest 1^+ states in the energy region around the excitation energy of the 1^+ mixed-symmetry candidate in ^{108}Cd . The parity information for the candidates is taken from the present polarisation measurements. Figure 7 shows the systematics of the candidates for the 1^+ states.

In the upper part the excitation energies over the neutron number are shown. The value for ^{116}Cd is the weighted mean value of the excitation energy of three 1^+ states. The weighting factors are calculated from the respective $M1$ transition strengths. The choice of three transitions is justified by the possible fragmentation of the mixed-symmetry excitation. As can be seen from the plot, the excitation energies of the 1_{MS}^+ candidates slightly decreases with increasing neutron number. In the lower, part the $M1$ strengths for the excitations of the 1_{MS}^+ candidates is compared with the predictions (lines) of the IBM in the γ -soft and the vibrator limit. The prediction of the IBM was calculated with the so-called microscopic estimate ($g_\nu \approx 0, g_\pi \approx 1$) [IsHe86] for the neutron g factor g_ν and the proton g factor g_π . The transitions strengths favour a vibrational structure for the

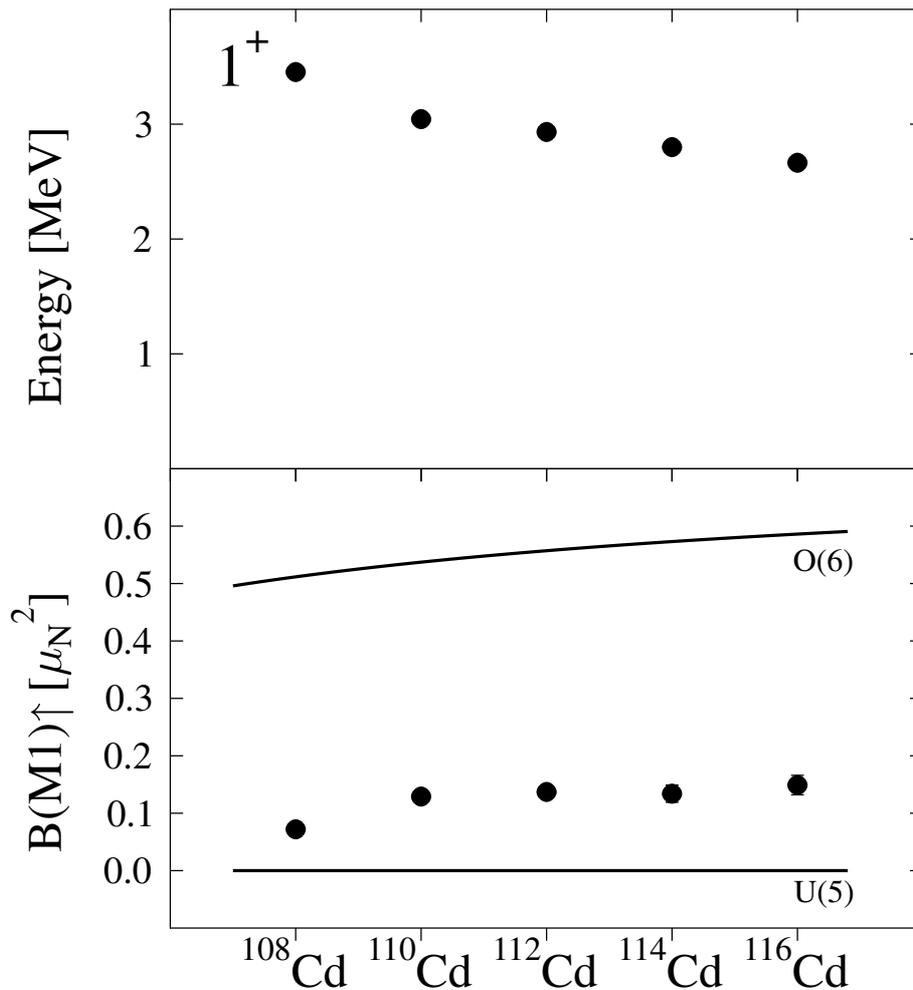


Figure 7: Systematics of the candidates for the 1_{MS}^+ states in the Cd isotopic chain.

Upper part: Excitation energies (filled circles) of the 1_{MS}^+ states.

Lower part: Comparison between the $M1$ strengths (filled circles) for the excitations of the 1_{MS}^+ states and the prediction (lines) of the IBM in the γ -soft ($O(6)$) and the vibrator ($U(5)$) limit.

Cd isotopes.

According to Gade [GaBe03] the branching ratio between the transitions $1_{MS}^+ \rightarrow 2_1^+$ and $1_{MS}^+ \rightarrow 0_{GS}^+$ in ^{108}Cd can be explained if ^{108}Cd is a transitional nuclei between the $O(6)$ - and $U(5)$ -limit of the IBM. This is not in agreement with our results. So further investigations are necessary to understand these discrepancy.

As our suggestions for the 1_{MS}^+ state are only based on the NRF data, additional experiments with other techniques are necessary to prove the structure of these states.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Motivation	1
2	Experimentelle Technik	5
2.1	Anregungsenergien, Winkelverteilungen und Streuquerschnitte	8
2.1.1	Energien	9
2.1.2	Winkelverteilung	10
2.1.3	Polarisation	13
2.1.4	Verzweigungsverhältnisse	22
2.1.5	Streuquerschnitte, Zerfallsbreiten und reduzierte Übergangsstärken	23
2.1.6	Fehlerbetrachtung	26
2.1.7	Eichungen	27
2.2	Experimenteller Aufbau	31
2.3	Detektoren und Datenerfassung	33
3	Ergebnisse	37
3.1	Tabelle der Ergebnisse für das Isotop ^{110}Cd	51
3.2	Tabelle der Ergebnisse für das Isotop ^{111}Cd	52
3.3	Tabelle der Ergebnisse für das Isotop ^{112}Cd	54
3.4	Tabelle der Ergebnisse für das Isotop ^{114}Cd	55
3.5	Tabellen der Ergebnisse für das Isotop ^{116}Cd	56
4	Theoretische Interpretation Teil 1: E1-Anregungen	59
4.1	Systematik der E1-Anregungen an Schalenabschlüssen	59
4.2	Das Phononenbild der 1^- Zustände	63

4.3	Der Z=50 Schalenabschluß	69
4.3.1	E1-Übergangsstärken	70
4.3.2	Anregungsenergien	78
4.4	Der Zusammenhang zur Dipolriesenresonanz	85
4.5	Mean-Field-Modelle	94
4.6	Die Dipol-Core-Polarisation	100
4.7	Das schematische Modell	102
4.8	Die $B(E2; 0_{GS}^+ \rightarrow 2_1^+)$ -Übergangsraten	107
5	Theoretische Interpretation Teil 2: M1-Anregungen	113
A	Anhang	119
	Literatur	129
	Eigene Veröffentlichungen	137
	Summary	iii

Abbildungsverzeichnis

1	Bremsstrahlung facility and NRF setup in Stuttgart	vi
2	Azimuthal asymmetry ε for the $^{110,112,114,116}\text{Cd}$ isotopes	viii
3	Strength distributions in the isotopes $^{110,112,114,116}\text{Cd}$	ix
4	Strengths distributions in the isotopes $^{111,112,113}\text{Cd}$	xi
5	$B(E1) \uparrow$ and $\frac{B(E1) \uparrow}{D_{BM}}$ values at the $Z = 50$ shell closure	xiii
6	Excitation energies of the 1_1^- state in the Cd, Sn and Te isotopes	xvi
7	Systematics of the candidates for the 1_{MS}^+ states	xviii
8	Anregungsschema der KRF-Reaktion	5
9	Ausschnitt aus einem Photonenspektrum.	6
10	Winkelverteilung der gestreuten Photonen in der KRF	12
11	Geometrie der KRF-Experimente	16
12	Geometrie der Compton-Streuung	17
13	Analysierstärke des Comptoneffektes	20
14	Eichkurve für die relative Ansprechwahrscheinlichkeit $\epsilon_{rel}(E_\gamma)$	29
15	Eichkurve für den relativen Photonenfluß N_γ	30
16	Übersicht des experimentellen Aufbaus am Dynamitron	32
17	Segmentierung der Polarimeter	33
18	Blockschaltbild der Datenerfassung	35
19	KRF-Spektren der Isotope $^{108,110,111,112,113,114,116}\text{Cd}$	39
20	Winkelverteilung von Übergängen der Isotope ^{110}Cd und ^{116}Cd	42
21	Asymmetrien von Übergängen der Isotope $^{110,112,114,116}\text{Cd}$	44
22	Stärkeverteilungen in den Isotopen $^{108,110,111,112,113,114,116}\text{Cd}$: Gesamtübersicht	46

23	Stärkeverteilungen der Isotope $^{110,112,114,116}\text{Cd}$	48
24	Stärkeverteilungen der Isotope $^{111,112,113}\text{Cd}$	50
25	Levelschema quantisierter Quadrupol- und Oktupoloberflächenschwingungen	60
26	Systematik der E1-Anregungen an Schalenabschlüssen	62
27	2-Phonon-Anregungen in den Cd-Isotopen	64
28	$\frac{B(E1)\uparrow}{D_{BM}^2}$ am $Z = 50$ Schalenabschluß	70
29	Vergleich der $\frac{B(E1)\uparrow}{D_{BM}^2}$ - und $s_Z \cdot K(N)^2$ -Werte	73
30	Vergleich der $\frac{B(E1)\uparrow_{Z=50}}{B(E1)\uparrow_{Z=48,52}}$ - und der $\frac{D_{eff}^2(N_c Z_c 50)}{D_{eff}^2(N_c Z_c 48,52)}$ -Werte	76
31	Vergleich der $\frac{B(E1)\uparrow}{D_{BM}^2}$ - und der $s_Z \cdot K(N)^2$ Werte: Übersicht	76
32	$B(E1) \uparrow$ -Werte der Cd-, Sn- und Te-Isotope	77
33	Vergleich der Verhältnisse $\frac{E_{Z=50}}{E_{Z=48,52}}$ und $\sqrt{\frac{m_{r,Z=48,52}}{m_{r,Z=50}}}$ für die 1_1^- -Zustände. . .	79
34	Anregungsenergien der 1_1^- Zustände bei den Cd-, Sn- und Te-Isotopen . . .	79
35	Streuung in der Relativkoordinate von Valenz- und Core-Nukleonen	81
36	Unharmonizität $E_{2_1^+} + E_{3_1^-} - E_{1_1^-}$ bei den Phononenenergien	82
37	Stärke k der rücktreibenden Kraft	83
38	Einfluß der Dipolriesenresonanz	88
39	Einfluß der Oberflächenschwingungen auf das mittlere Feld	90
40	Quadrupolanregungsstärken zum 2_1^+ -Zustand	109
41	Levelschema magnetischer Anregungen	114
42	Systematik der Kandidaten für die gemischt-symmetrisch Dipolanregungen	116

Tabellenverzeichnis

1	Sum strengths of the Cd isotopes	x
2	Strahlparameter und Bestrahlungszeiten der KRF-Messungen	37
3	Target-Zusammensetzungen und Spezifikationen	38
4	Vergleich der Summenstärken der Cd-Isotope	47
5	Ergebnisse der polarisationsempfindlichen $(\gamma, \bar{\gamma}')$ Messung an ^{110}Cd	51
6	Ergebnisse der (γ, γ') Messung an ^{111}Cd	53
7	Ergebnisse der polarisationsempfindlichen $(\gamma, \bar{\gamma}')$ Messung an ^{112}Cd	54
8	Ergebnisse der polarisationsempfindlichen $(\gamma, \bar{\gamma}')$ Messung an ^{114}Cd	55
9	Ergebnisse der polarisationsempfindlichen $(\gamma, \bar{\gamma}')$ Messung an ^{116}Cd	56
10	Daten zum möglichen Quadrupolübergang bei 2489keV in ^{116}Cd	57
11	Systematik der E1-Anregungen an Schalenabschlüssen	67
12	Zusammenstellung der $\frac{B(E1)\uparrow}{D_{BM}^2}$ Werte für die Cd-Isotope	120
13	Zusammenstellung der $\frac{B(E1)\uparrow}{D_{BM}^2}$ Werte für die Cd-Isotope	121
14	Zusammenstellung der $\frac{B(E1)\uparrow}{D_{BM}^2}$ Werte für die Cd-Isotope	122
15	Zusammenstellung der Unharmonizitäten für die Cd-Isotope	123
16	Zusammenstellung der Unharmonizitäten für die Sn-Isotope	124
17	Zusammenstellung der Unharmonizitäten für die Te-Isotope	124
18	Zusammenstellung der $B(E2) \uparrow$ -Werte für die Cd-Isotope	125
19	Zusammenstellung der $B(E2) \uparrow$ -Werte für die Sn-Isotope	125
20	Zusammenstellung der $B(E2) \uparrow$ -Werte für die Te-Isotope	126
21	Zusammenstellung der Daten der Dipolriesenresonanz für die Cd-Isotope	127
22	Zusammenstellung der Daten der Dipolriesenresonanz für die Sn-Isotope	127

23	Zusammenstellung der Daten der Dipolriesenresonanz für die Te-Isotope .	127
24	Zusammenstellung der Werte zu δH_V für die Cd-Isotope	128
25	Zusammenstellung der Werte zu δH_V für die Sn-Isotope	128
26	Zusammenstellung der Werte zu δH_V für die Te-Isotope	128

Abkürzungsverzeichnis

c	$= 2.99792458 \times 10^8 \text{ms}^{-1}$	Lichtgeschwindigkeit
e	$= 1.60217733 \times 10^{-19} \text{C}$	Elementarladung
\hbar	$= 1.05457266 \times 10^{-34} \text{Js}$	Planck'sches Wirkungsquantum
β_2		Quadrupoldeformationsparameter
β_3		Oktupoldeformationsparameter
Γ		Übergangsbreite
Γ_0^{red}		reduziert Übergangsbreite
δ		Mischungsparameter
ϵ_{rel}		relative Ansprechwahrscheinlichkeit (Effizienz)
Θ		Streuwinkel
Φ		von der Polarisationssebene und der Reaktionsebene eingeschlossener Winkel
η		von der Polarisationssebene und der Compton-Streuebene eingeschlossener Winkel
ϑ		Compton-Streuwinkel
ω		Kreisfrequenz
Ω		Raumwinkel
A		Linienfläche
$B(E1) \uparrow$		elektrische Dipolübergangsstärke
$B(M1) \uparrow$		elektrische Quadrupolübergangsstärke
$B(E2) \uparrow$		magnetische Dipolübergangsstärke
D		Dipolmoment
e_π bzw. e_ν		effektive Quadrupolladung der Proton- bzw. Neutronbosonen
E_x		Anregungsenergie
g		Spinfaktor
g_π bzw. g_ν		effektiver g -Faktor der Proton- bzw. Neutronbosonen
\hat{H}		Hamiltonoperator
I_s		integrierter Streuquerschnitt
IBM		Interacting Boson Model
J^π		Spin und Parität eines Zustandes
L		Multipolarität eines Überganges
N		Neutronenzahl
N_B		Bosonenzahl
N_c		Anzahl der Core-Neutronen
N_γ		Photonenfluß
N_ν		Anzahl der Neutronbosonen
N_π		Anzahl der Protonbosonen
N_v		Anzahl der Valenz-Neutronen

$O(6)$	mathematische Gruppe
P_ν	Legendre Polynom
QPM	Quasi Particle Model
R_0	Kernradius
R_{exp}	experimentelles Verzweigungsverhältnis
$U(5)$	mathematische Gruppe
$W(\Theta)$	Winkelverteilung
Z	Kernladungszahl
Z_c	Anzahl der Core-Nukleonen
Z_v	Anzahl der Valenz-Nukleonen

1 Einleitung und Motivation

Finite Fermionensysteme, die sich durch die Eigenschaften und Wechselwirkungen der Fermionen, aus denen sie bestehen, unterscheiden, können trotz ihrer Unterschiede strukturell ähnliche Eigenschaften zeigen. Dies ist für die Analyse solcher Systeme einerseits von Vorteil, da Analogieschlüsse zwischen Systemen mit verschiedenen materiellen Konstituenten möglich sind. So können die gleichen phänomenologischen Modelle zur Beschreibung unterschiedlicher Systeme genutzt werden. Das Tröpfchenmodell für Kerne ist ein Musterbeispiel für solche Analogieschlüsse. Andererseits kann es offensichtlich keine einfache Zuordnung zwischen den Eigenschaften der Konstituenten und denen des Gesamtsystems geben. Das verdeutlicht die Problematik einer Deduktion der Eigenschaften des Gesamtsystems aus den Eigenschaften der Konstituenten.

Beispiele solch *universeller* Eigenschaften sind die verschiedenen Typen kollektiver Anregungsmoden und die Schalenstruktur in finiten Fermionensystemen. Die Theorie stochastischer Matrizen zeigt auf, daß auch bei stochastisch gewählten Wechselwirkungen zwischen den Fermionen eines Systems Eigenschaften auftreten, die weitgehend unabhängig von der gewählten Wechselwirkung sind (vgl. [BiFr01, Wied04]). "Weitgehend unabhängig" bedeutet, daß die Streuung dieser Eigenschaften signifikant kleiner als die Streuung der Wechselwirkung in der Gesamtheit der betrachteten Systeme sein muß.

Tatsächlich gibt es bis heute für Atomkerne, die eine Klasse der wichtigsten und am intensivsten untersuchten finiten Fermionensysteme bilden, nicht **das** umfassende Modell, welches all ihre experimentell bestimmten Eigenschaften befriedigend erklärt. Es ist daher interessant, die Frage zu untersuchen, welche Parameter Einfluß auf die universellen Eigenschaften haben, wie sich eine Variation dieser Parameter äußert und inwieweit die mikroskopische Struktur sich auswirkt.

Atomkerne sind ein ideales Untersuchungsobjekt für diese Fragen, da sie seit Anfang des letzten Jahrhunderts intensiv erforscht wurden und es eine Vielzahl experimenteller Daten und Methoden gibt. Auch existiert eine Vielzahl von theoretischen Ansätzen und Modellen, die sich um ein Verständnis der gemessenen Daten bemühen. Daß mit Protonen und Neutronen zwei Arten von Fermionen am Aufbau des Kerns beteiligt sind, ermöglicht die Analyse eines zweikomponentigen finiten Fermionensystems.

Kerne werden nach ihren kollektiven Eigenschaften in drei Klassen eingeteilt. Man unterscheidet γ -weiche Kerne, Rotatoren und Vibratoren. Die Schalenstruktur führt zu sogenannten "magischen Zahlen". Kerne, deren Protonenzahl und/oder Neutronenzahl gleich einer magischen Zahl ist, besitzen abgeschlossene Schalen und sind besonders stabil. Die kollektiven Eigenschaften von Kernen sind um so ausgeprägter, je weiter die Kerne von einem Schalenabschluß entfernt sind.

Die systematische Untersuchung von niedrigliegenden kollektiven Anregungen in Atom-

kernen wird seit Jahren erfolgreich am Institut für Strahlenphysik in Stuttgart betrieben. Die verwendete experimentelle Methode, die Kernresonanzfluoreszenz, ist besonders geeignet zur Untersuchung von Dipolanregungen.

Es gibt zwei Arten niederenergetischer, kollektiver Dipolanregungen. Der Scherenmode wird als klassisches Analogon eine Kippschwingung des Valenzprotonensystems gegen das Valenzneutronensystem zugeordnet. Vorhergesagt wurde die Scherenmode im "Two Rotor Modell" [LoPa79] und später von der Darmstädter Arbeitsgruppe um A. Richter durch inelastische Elektronenstreuung am Kern ^{156}Gd experimentell nachgewiesen [BoRi84]. In den darauf folgenden Jahren wurde die Scherenmode am Stuttgarter Dynamitron mit KRF-Experimenten bei einer Vielzahl von Isotopen gemessen. Für das Verständnis der experimentellen Daten erwies sich das Interacting-Boson-Modell (IBM) als besonders hilfreich. Insbesondere schätzt das IBM die Übergangsstärken korrekt ab. Die vom Two Rotor Modell vorhergesagten Stärken liegen systematisch zu hoch. Schon das klassische Bild macht deutlich, daß eine Unterscheidung von Protonen und Neutronen für das Verständnis dieser Anregungsform notwendig ist. Unterläßt man diese Unterscheidung, so ergäbe sich im klassischen Bild eine komplexe Schwingung des Kerns, quantenmechanisch würde ein entsprechender Anregungszustand gar nicht existieren. Die Kinematik der quantenmechanischen Beschreibung beschränkt hier offensichtlich die Anwendbarkeit klassischer Vorstellungen. Andererseits erlaubt sie prinzipiell das Auftreten analoger Anregungen in anderen finiten Fermionensystemen, sofern diese ebenfalls aus zwei verschiedenen Fermionenarten bestehen.

Die Kopplung quantisierter Oberflächenschwingungen ergeben unter anderem niederenergetische, kollektive Dipolanregungen des Kerns. In phänomenologischen Modellen werden quantisierte Oberflächenschwingungen durch eine Bosonenart, die Phononen, beschrieben. Die Kopplung dieser Schwingungen genügt dann den einfachen Regeln für die Kombination von Bosonen, wobei gegebenenfalls Wechselwirkungen zwischen den Bosonen zu berücksichtigen sind.

Da eine Vielzahl stabiler Kerne für die KRF-Experimente zur Verfügung stehen, kann man die Eigenschaften der Anregungen in Abhängigkeit von der Protonenzahl und der Neutronenzahl betrachten. Der Vergleich der Ergebnisse für ganze Isotopen- und Isotokenketten und mit Daten aus anderen experimentellen Methoden gibt Aufschluß über die Eigenschaften der Anregungen und darüber, inwieweit sich die mikroskopischen Eigenschaften der konstituierenden Fermionen auswirken. Anharmonizitäten bei der Kopplung von Bosonen sind ein Beispiel für den Einfluß der fermionischen Natur der Nukleonen. Die Größe der Anharmonizitäten ändert sich im Allgemeinen mit der Protonenzahl und/oder der Neutronenzahl. Dadurch kann der Einfluß der fermionischen Struktur analysiert werden.

Beschreibungen von kollektiven Anregungen eines Kernes mit Bosonen sind theoretisch besonders effizient und empirisch besonders erfolgreich, wenn der Kern ein gg-Kern ist, d.h. wenn er aus einer geraden Anzahl von Neutronen und einer geraden Anzahl von Protonen aufgebaut ist. Liegt ein Kern mit ungerader Anzahl einer der Nukleonenarten

vor, ein ug - bzw. gu -Kern, so führt dies zu einer Fragmentierung der Übergangsstärke, d.h. der Verteilung der Übergangsstärke bis zu einer bestimmten Anregungsenergie auf eine größere Anzahl von Übergängen, im Vergleich zu den benachbarten gg -Kernen in einer Isotopen- oder Isotonenkette. Für ein theoretisches Verständnis dieser Beobachtung müssen die phänomenologischen Modelle auf mikroskopische Modelle bezogen werden. Mikroskopische Modelle arbeiten im allgemeinen mit Orbitalfunktionen für die einzelnen Fermionen, aus denen dann die Vielteilchenwellenfunktion aufgebaut und "Mean Fields" abgeleitet werden. Im niederenergetischen Bereich spielen vor allem Konfigurationen eine Rolle, in denen jeweils zwei Nukleonen einer Art Orbitalwellenfunktionen einnehmen, die sich nur in der magnetischen Quantenzahl unterscheiden. Anregungen solcher Nukleonenpaare sind Bosonenanregungen zuordenbar. Bei ug -Kernen gibt es aber offensichtlich ein überzähliges Nukleon, welches nicht in ein solches Paar eingefügt werden kann. Die Anregungszustände eines ug -Kernes lassen sich in diesem Bild als kollektive Anregungen eines gg -Rumpf-Kernes auffassen, an die das überzählige Nukleon koppelt und so die Fragmentierung verursacht. Der Vergleich der Daten von benachbarten gg - und ug -Kernen einer Isotopen- oder Isotonenkette erlaubt die Untersuchung der Fragmentation und der Abhängigkeit dieses Effektes von der Nukleonenzahl. Das mikroskopische Bild legt insbesondere die Vermutung nahe, daß die Fragmentation stark von der mikroskopischen Struktur der beteiligten Teilchen und ihrer Wechselwirkung abhängt.

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Cadmium-Isotopenkette untersucht. Die Cd-Isotope besitzen 48 Protonen und liegen in der Isotopentafel nahe am Schalenabschluß bei 50 Protonen. Da es eine große Anzahl von stabilen Cd-Isotopen gerader Massenzahl gibt, können ihre Eigenschaften experimentell in Abhängigkeit von der Neutronenzahl untersucht werden. Die Cd-Isotope gelten als Musterbeispiele für Vibratorkerne [Cast90]. Daher gibt es eine Vielzahl von experimentellen und theoretischen Arbeiten zu diesen Isotopen. Die Cd-Isotope eignen sich insbesondere zur Untersuchung der Kopplung mehrerer Phononanregungen. Das einfachste Beispiel für die Kopplung von Phononanregungen folgt aus der zweifachen Anregung mit Quadrupolphononen. Nach dem Kopplungsschema für Phononen wird dadurch ein Triplett von Zuständen mit den Spins 0^+ , 2^+ und 4^+ konstituiert. Neben diesem Triplett wurde ein weiteres Triplett von jeweils einem 0^+ , 2^+ und 4^+ Zustand beobachtet [Cast90, ApBr84, ApBr87, DeDr93, GaJo02, KaWa03]. Dieses zusätzliche Triplett konnte durch "Intruder-Zustände" erklärt werden [HeIs82]. Zustände mit der Struktur von Intruder-Zuständen werden nach einem einfachen Schalenmodell erst bei größeren Anregungsenergien erwartet. Im Schalenmodell nicht berücksichtigte Wechselwirkungen verschieben diese Zustände zu kleineren Anregungsenergien [Cast90]. Die Mischung der Intruder-Zustände mit anderen niederenergetischen Zuständen führt zu deformierten Anregungsbanden und Formkoexistenz in den Cd-Isotopen gerader Massenzahl [KeBr90, JoLe95, LeJo95].

Die Kopplung eines Quadrupol- und eines Oktupolphonons ist ein weiteres Beispiel für die Kopplung von Phononen. Aus dieser Kopplung resultiert ein Quintuplet von Zuständen

mit Spins von 1 bis 5 und negativer Parität. Bei Kerne nahen des $N = 82$ Schalenabschlusses sind vollständige Quintuplets nachgewiesen [GaLe99, GaVa90]. In letzter Zeit konnten auch für die Isotope $^{108,112,114}\text{Cd}$ vollständige Quintuplets nachgewiesen bzw. Kandidaten für vollständige Quintuplets vorgeschlagen werden [BaRe03, GaLe99, GaBr02]. Die Cd-Isotope dienten auch zur Suche nach Zuständen, die aus drei Phononen aufgebaut sind [ApBr87, CaJo92, CoBr00, CoBr00a, LeGa96].

Die Verallgemeinerung der oben diskutierten Scherenmode sind die sogenannten gemischt-symmetrischen Anregungen [BaRe03]. Gemischt-symmetrische $M1$ -Anregungen konnten für Isotope nahe des $N = 50$ Schalenabschlusses gefunden und untersucht werden [PiFr99]. Die Frage, ob solche Anregungen auch beim $Z = 50$ Schalenabschluß nachzuweisen sind bzw. ob geeignete Kandidaten für solche Anregungen vorgeschlagen werden können, ist daher naheliegend.

Die Existenz der Cd Isotope ungerader Massenzahl ^{111}Cd und ^{113}Cd erlaubt es, auch die Fragmentierung der Übergangsstärke in dieser Isotopenkette zu betrachten.

Die Erkenntnisse über die Struktur der Cd-Isotope wurden mit einer Vielzahl von experimentellen Methoden gewonnen. Insbesondere ist die Kombination verschiedener Methoden notwendig, um die Struktur der Isotope zu bestimmen. Zur Untersuchung der schon erwähnten gemischt-symmetrischen $M1$ -Anregungen für Isotope nahe des $N = 50$ -Schalenabschlusses sind z.B. inelastische Neutronenstreuung, Kernresonanzfluoreszenz-Experimente, β -Zerfalls-Experimente und klassische (γ, γ) Koinzidenz-Techniken verwendet worden [FrPi03].

Die in Stuttgart verwendete Kernresonanzfluoreszenz-Methode, also die Streuung reeller Photonen, ist wegen des geringen Impulsübertrags vor allem sensitiv zum Nachweis von $E1$ und $M1$ -Anregungen. Mit geringerer Sensitivität können auch $E2$ -Anregungen nachgewiesen werden. Die experimentelle Einschränkung auf niederspin Anregungen erlaubt es, auch im Bereich hoher Zustandsdichten genaue Messungen durchzuführen. Neben den Anregungsenergien können Übergangsstärken und die Spins der Anregungszustände bestimmt werden. Bei polarisationsempfindlichen Messungen ist auch eine Paritätsbestimmung für die Anregungszustände möglich. All diese Informationen werden modellunabhängig gewonnen.

2 Experimentelle Technik

Die Kernresonanzfluoreszenz ist eine ausgereifte experimentelle Technik [Metz59], die mit der Verfügbarkeit von Halbleiter-Ge-Detektoren mit hoher Auflösung und Ansprechwahrscheinlichkeit in den letzten Jahrzehnten wieder aufgegriffen und optimiert wurde [KnPi96].

Die Methode der Kernresonanzfluoreszenz beruht auf einem zweistufigen Streuprozess, bei dem zunächst der Kern ein reelles Photon absorbiert und dabei von seinem Anfangszustand, dem Grundzustand, in einen angeregten Zustand übergeht. Der angeregte Zustand zerfällt anschließend in einen Zustand geringerer Energie unter Aussendung eines Photons. Ist der Endzustand des Zerfalls wieder der Grundzustand, so nennt man die Streuung elastisch, andernfalls inelastisch. Die neben dem räumlichen Zusammentreffens von Photon

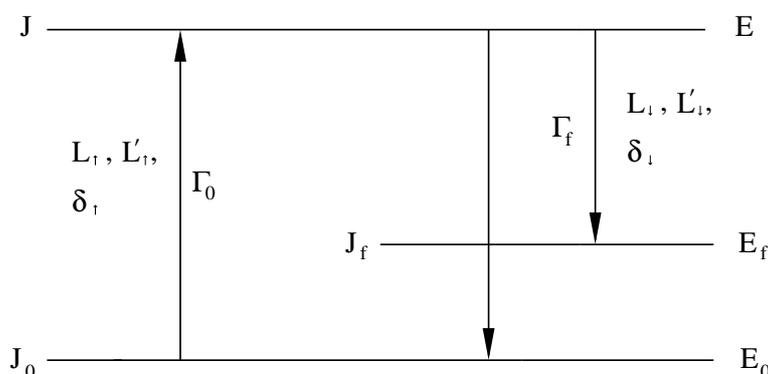


Abbildung 8: Schematische Darstellung eines Kernresonanzfluoreszenzprozesses. Durch die waagrechten Linien sind die beteiligten Zustände dargestellt. Neben den Energien E , E_0 und E_f sind auch die Spins J , J_0 und J_f zur Charakterisierung der Zustände eingetragen.

Den senkrechten Linien entsprechen die Übergänge zwischen den Zuständen. Das Quadrat des Mischungsverhältnisses δ_{\uparrow}^2 gibt, an wie häufig Photonen mit der Drehimpulsquantenzahl L'_{\uparrow} , ($L'_{\uparrow} = L_{\uparrow} + 1$) im Verhältnis zu Photonen mit der Drehimpulsquantenzahl L_{\uparrow} vom Kern absorbiert werden. δ_{\downarrow} , L'_{\downarrow} und L_{\downarrow} sind die entsprechenden Größen bei der Emission der Photonen.

und Kern wesentliche Bedingung für das Auftreten dieses Prozesses ist die Resonanzbedingung, gemäß der die Energiedifferenz der am ersten Teilprozess beteiligten Zustände gleich der Energie des absorbierten reellen Photons sein muß. Da die Rückstoßenergie bei der Absorption und der Emission von Photonen durch den Kern im Allgemeinen so groß ist, daß die emittierten Photonen die Resonanzbedingung für den gleichen Übergang nicht mehr erfüllen, können die Zerfälle nicht wie bei der atomaren Resonanzfluoreszenz als Quelle der reellen Photonen für die Anregung genutzt werden.

Bremsstrahlung, mit einem kontinuierlichen Energiespektrum, ist dagegen eine ideale Quelle, um Photonen, die die Resonanzbedingungen für die Übergänge im Targetkern erfüllen, zu liefern. Insbesondere können eine Vielzahl von Übergängen in einem Targetkern während einer Messung simultan induziert werden. Im Abschnitt 2.2 wird die

Erzeugung von Bremsstrahlung an dem Stuttgarter Dynamitronbeschleuniger beschrieben.

Die Gesamtheit der beim Zerfall emittierten Photonen trägt die Informationen über die Struktur des Targetkernes. Die nachgewiesenen Photonen deponieren ihre Energie in den Detektoren und erzeugen so indirekt ein Spannungssignal, dessen Maximalwert proportional der Photonenenergie ist. Die Spannungssignale werden dann nach ihrem Maximalwert klassifiziert. Einem Werteintervall der Maximalwerte der Spannungssignale ist ein Kanal zugeordnet. Dem Kanalinhalt entspricht die Anzahl der Spannungssignale mit einem Maximalwert innerhalb des zugeordneten Werteintervalls. Die Auftragung der Kanalinhalte über die Kanäle ergibt die Spektren, auf denen die Auswertung beruht. Bei der Generierung von Spektren können auch Koinzidenz- oder Antikoinzidenzbedingungen berücksichtigt werden. Es gibt verschiedene Methoden die Spektrenerzeugung zu realisieren. Die in den Stuttgarter KRF-Experimenten eingesetzten Methoden werden in Abschnitt 2.3 beschrieben.

Übergänge in den Targetkernen erzeugen in den Spektren einer gaußförmigen Erhöhung der Kanalinhalte über den Kanalzahlen. In den Spektren lassen sich statistische Unter-

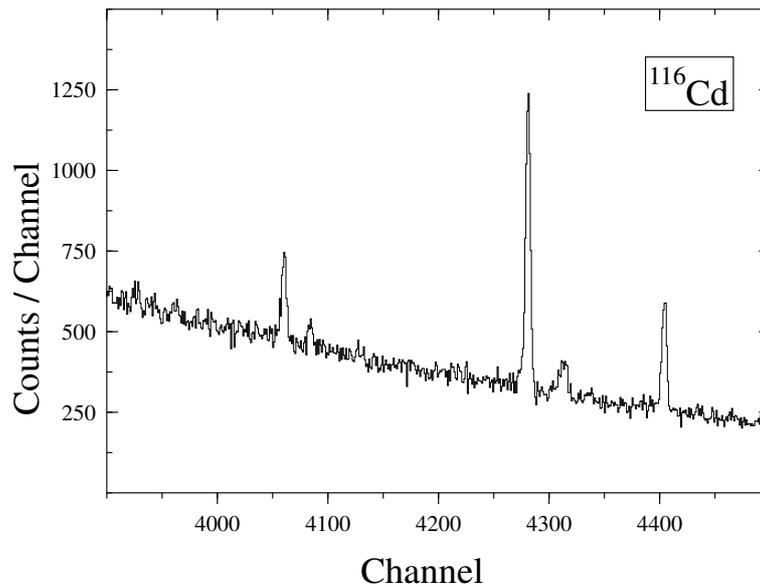


Abbildung 9: Ausschnitt aus einem Photonenspektrum. Die Photonen wurden an ^{116}Cd gestreut.

scheidungen treffen. Die wichtigste Unterscheidung bestimmt, welcher Anteil eines Kanalinhalt es rein zufälligen oder nicht analysierbaren Prozessen zuzurechnen ist und den Untergrund bildet, und welcher Anteil zu einem Übergang im Targetkern gehört. Wird der Untergrund lokal von den Kanalinhalt abgezogen, so verbleibt im Allgemeinen eine gaußförmige Linie oder eine Überlagerung von gaußförmigen Linien. Die Parameter, die die Kurvenform der Linie festlegen und die mit einem Fitverfahren ermittelt werden, enthalten die physikalisch relevanten Informationen. Bei einer Gaußkurve sind dies:

-
- Das nullte Moment oder die Fläche unter der Kurve. Der Parameter entspricht physikalisch der Anzahl der Ereignisse, die einem Übergang zugeordnet sind.
 - Das erste Moment oder der Schwerpunkt der Gaußkurve. Der Schwerpunkt gibt den Mittelwert der Energien der Photonen, die einem Übergang zugeordnet sind an. Er legt also die Energiedifferenz zwischen Anregungs- und Endzustand des Streuprozesses fest.
 - Die Streuung der Gaußkurve, in die neben dem ersten das zweite Moment der Kurve eingeht.

Folgende Größen können aus den Parametern modellunabhängig bestimmt werden:

- Wegen der Resonanzbedingung sind die Energien angeregter Zustände direkt aus den Schwerpunkten der Linien bestimmbar.
- Die Übergangswahrscheinlichkeiten eines Anregungszustandes zum Grundzustand oder einem tieferliegenden Anregungszustand lassen sich aus den Flächen der entsprechenden Linien berechnen.
- Gibt es zu einem Anregungszustand neben dem Zerfall in den Grundzustand noch Zerfälle in andere tieferliegende Anregungszustände, so legen die Verhältnisse der Flächen der zugeordneten Linien das Verzweigungsverhältnis fest. Bei guten Rotatoren können mit Hilfe der Alaga-Regeln [AlA155] Aussagen über die K-Quantenzahl gemacht werden.
- Die Flächen der Linien zum gleichen Übergang aus Spektren von Detektoren, die unter verschiedenen Winkeln zum primären Photonenstrahl stehen, dienen zur Deduktion des Kernspins J des Anregungszustandes, falls der Kernspin des Grundzustandes bekannt ist.
- Mit Hilfe eines Compton-Polarimeters oder polarisierter Bremsstrahlung lassen sich die Paritäten der Anregungszustände bestimmen, falls die Parität des Grundzustandes bekannt ist. Auch hier werden wieder die Flächen von Linien des gleichen Übergangs aus verschiedenen Spektren zueinander in Bezug gesetzt. Die verschiedenen Spektren resultieren aus der Klassifikation der Ereignisse mit verschiedenen Koinzidenzbedingungen.

Die Streuung oder Breite der Gaußkurve enthält aber im Fall der Kernresonanzfluoreszenz keine physikalische Information über einen Übergang im Targetkern, sondern wird im wesentlichen von den Detektoreigenschaften und der Meßelektronik festgelegt. Für die Auswertung ist die Größe trotzdem relevant, da sie zur Identifikation von Linien dient und bei der Entfaltung überlagerter Linien zusätzliche Information liefert.

2.1 Anregungsenergien, Winkelverteilungen und Streuquerschnitte

Mit folgenden Relationen können den experimentell bestimmten Größen Schwerpunkt S und Fläche A einer Linie die theoretischen Größen Übergangsenergie E_γ und integrierter Streuquerschnitt I_s zugeordnet werden.

$$\begin{aligned} S &= c(E) \cdot E_\gamma \\ E_\gamma &= (E_x - E_f) \end{aligned} \quad (15)$$

S	Linienschwerpunkt
E_x	Energie des Anregungszustandes des Überganges
E_f	Energie des Endzustandes des Überganges
$c(E)$	energieabhängiger Kalibrierfaktor

$$A \sim N_\gamma \cdot \epsilon_{rel} \cdot \left(\int_{\Theta - \Delta\Theta}^{\Theta + \Delta\Theta} W(\Theta') d\Theta' \right) \cdot I_s \cdot n \cdot \tau \quad (16)$$

A	Linienfläche
N_γ	Photonenfluß
ϵ_{rel}	relative Effizienz oder Ansprechwahrscheinlichkeit
$W(\Theta')$	Winkelverteilung
Θ	mittlerer Winkel, der vom Detektor und dem Bremsstrahlungsstrahl eingeschlossen wird
$2 \cdot \Delta\Theta$	Öffnungswinkel des Detektors
I_s	Integrierter Streuquerschnitt
n	Zahl der streuenden Kerne
τ	effektive Meßzeit des Spektrums

Die Produktform der rechten Seiten der Relationen entspricht der Aufspaltung der experimentell bestimmten Größen in die Eigenschaften des Meßobjektes und die des Meßsystems. Die auftretenden Proportionalitätsfaktoren zwischen E_γ und S bzw. A und I_s beschreiben die Eigenschaften des Meßsystems. Bis auf die Parameter Winkelverteilung $W(\Theta)$, die Anzahl n der streuenden Kerne und die effektive Meßzeit τ sind dies energieabhängige Größen. Die Energieabhängigkeit wird mit Hilfe von Eichmessungen an

Übergängen mit sehr genau bekannten Eigenschaften bestimmt. Im Fall von c und ϵ_{rel} wird dazu der radioaktive Zerfall von ^{56}Co benutzt. Zusammen mit dem Targetkern wird ^{27}Al gemessen. Die Flächen ausgewählter Übergänge mit bekannten Streuquerschnitten von ^{27}Al werden zur Festlegung der Energieabhängigkeit von N_γ genutzt.

Aus der Eichmessung an ^{56}Co läßt sich auch die Energieabhängigkeit der Linienbreite und eines weiteren, die Linienform betreffenden Parameters ermitteln. Diese Parameter gehen aber nicht in die Relationen (15) und (16) ein, sondern dienen, wie bereits oben erwähnt, als Hilfsgrößen zur Ermittlung der Linienflächen und -schwerpunkte bei der Analyse der Spektren. Auf die Bestimmung der Eichkurven zu diesen Parametern wird weiter unten ausführlicher eingegangen. Alle weiteren und in (15) und (16) nicht explizit aufgeführten Proportionalitätsfaktoren werden als unabhängig vom Isotop, vom Übergang im Isotop und von den experimentellen Randbedingungen angenommen, lassen sich also in einer stets gleichen Konstante zusammenfassen.

2.1.1 Energien

Aus (15) folgt:

$$c(E) = \frac{E_\gamma}{S} \quad (17)$$

Für die bekannten Linien des Isotopes ^{56}Co lassen sich die Linienschwerpunkte aus einer Eichmessung eindeutig den Übergangsenergien zuordnen. Da im Spektrum von ^{56}Co über den ganzen am IFS experimentell zugänglichen Energiebereich Linien auftreten, sind für die rechte Seite von (17) etwa 20 Werte bei verschiedenen Energien gegeben. Mit Hilfe eines Fitverfahrens wird dann eine Kurve für $c(E)$ an diese Werte angepaßt. Bei einer störungsfrei verlaufenden Messung ist die mit einem Polynom 2. Grades erzielbare Genauigkeit der Anpassung ausreichend. $c(E)$ parametrisiert Eigenschaften des Detektors und der Messelektronik, insbesondere der Verstärker des Meßsignals.

Ist $c(E)$ bestimmt, so lassen sich den Linienschwerpunkten in den Spektren des Targetkernes Übergangsenergien zuordnen. Für einzelne Linien, die nicht mit anderen Linien überlagert sind und eine hinreichend große Statistik aufweisen, können die Energiewerte für die Schwerpunkte der Linien auf etwa 0.5 keV genau angegeben werden. Da die Zuordnung von Energien zu Linien für alle Spektren, insbesondere für Spektren von verschiedenen Detektoren, unabhängig voneinander erfolgt, sind die Energiewerte zur Identifizierung von Linien zu gleichen Übergängen nutzbar.

Der Zusammenhang zu den theoretischen Größen eines Modells des Kernes ist durch

$$E_x = \langle J_x | \hat{H}_M | J_x \rangle \quad (18)$$

$$E_f = \langle J_f | \hat{H}_M | J_f \rangle \quad (19)$$

gegeben. \hat{H}_M bezeichnet den Modellhamiltonoperator des Systems, $|J_x\rangle$ die Modellwellenfunktion des Anregungszustandes des Streuprozesses und $|J_f\rangle$ die Modellwellenfunktion des Endzustandes des Streuprozesses. Die gemessene Übergangsenergie ist also mit der Differenz der Diagonalmatrixelemente des Modellhamiltonoperators des Kerns für den angeregten Zustand und für den Endzustand des Streuprozesses zu vergleichen.

2.1.2 Winkelverteilung

Wegen der Gültigkeit des Drehimpulserhaltungssatzes bei einem Streuprozess hängt die Winkelverteilung der reemittierten Photonen von den Gesamtdrehimpulsen des an dem Streuprozess beteiligten Kernniveaus ab. Diese Abhängigkeit ermöglicht den Rückschluß von der Winkelverteilung auf die Kernspins.

Aus der Relation (16) läßt sich folgende Gleichung, die Größen aus verschiedenen Spektren aufeinander bezieht, zur Analyse der Winkelabhängigkeit der Streustrahlung bilden:

$$\frac{\int_{\Theta_1 - \Delta\Theta_1}^{\Theta_1 + \Delta\Theta_1} W(\Theta') d\Theta'}{\int_{\Theta_2 - \Delta\Theta_2}^{\Theta_2 + \Delta\Theta_2} W(\Theta') d\Theta'} = \frac{A_1 (\tau \varepsilon_{rel})_2}{A_2 (\tau \varepsilon_{rel})_1} \quad (20)$$

Θ_1 und Θ_2 bezeichnen die mittleren Winkel, unter denen Detektor 1 bzw. Detektor 2 relativ zum primären Bremsstrahlungsstrahl stehen. Die Bremsstrahlung gibt die einzige physikalisch ausgezeichnete Richtung im Experiment vor und bildet somit den natürlichen Bezugspunkt für eine Winkelmessung. $2 \cdot \Delta\Theta_1$ und $2 \cdot \Delta\Theta_2$ geben die Öffnungswinkel der Detektoren an. Die Linienflächen A_1 und A_2 sind die Linienflächen des gleichen Überganges in den Spektren von Detektor 1 und 2. Die Indizes an den Klammern beziehen sich auf alle in den Klammern enthaltenen Größen. Dies ist jeweils die relative Effizienz ε_{rel} und die effektive Meßzeit τ der Detektoren. Da in (20) Größen aus verschiedenen Spektren, die sich auf den gleichen Übergang beziehen, ins Verhältnis gesetzt werden, kürzen sich die Größen aus (16) heraus, die keine Detektoreigenschaften beschreiben oder winkelunabhängig sind. Dies ist der Photonenfluß n_γ der Bremsstrahlung und der Streuquerschnitt I_s des Überganges. Sie treten daher in (20) nicht mehr auf.

Die linke Seite von (20) ist ohne Bezug auf experimentelle Daten und ein bestimmtes Kernmodell theoretisch berechenbar. Für den Integrand $W(\Theta)$ [Metz59, KnPi96] gilt:

$$W(\Theta) = \sum_{\nu \geq 0, \text{ gerade}}^{\nu_{max}} A(L_1 L_2 \delta_1 \delta_2 J_i J_f J_x)_{\nu\nu} \cdot P_\nu(\cos\Theta) \quad (21)$$

$$\nu_{max} = \min \{2J, 2L_1, 2L_2\}$$

$$A(L_1 L_2 \delta_1 \delta_2 J_i J_f J_x)_{\nu\nu} = A(L_1 \delta_1 J_i J_x)_\nu \cdot A(L_2 \delta_2 J_f J_x)_\nu$$

$$A(L_\alpha \delta_\alpha J_\beta J_x)_\nu = \frac{1}{1 + \delta_\alpha^2} \cdot [F_\nu(L_\alpha L_\alpha J_\beta J_x) + 2\delta_\alpha F_\nu(L_\alpha L'_\alpha J_\beta J_x) + \delta_\alpha^2 F_\nu(L'_\alpha L'_\alpha J_\beta J_x)] \quad (22)$$

$$\delta_\alpha = \frac{\langle \|L'_\alpha\| \rangle}{\langle \|L_\alpha\| \rangle} = \frac{\langle \|L_\alpha + 1\| \rangle}{\langle \|L_\alpha\| \rangle}; \quad \alpha = 1, 2; \quad \beta = i, f$$

Der Index 1 bezeichnet Größen des absorbierten, der Index 2 die des emittierten Photons. J_β , $\beta = i, f$ und J_x bezeichnen die Drehimpulsquantenzahlen der bei der Absorption ($\beta = i$) bzw. Emission ($\beta = f$) eines Photons beteiligten Kernniveaus. L_α gibt für Emission bzw. Absorption das Multipolmoment der Strahlung an (vgl. Abbildung 8). Für reelle Photonen sind nur bei Dipol- und Quadrupolübergängen die Übergangsraten groß genug, um sie mit der KRF-Methode zu vermessen. Daher muß in (21) und (22) nur der Fall $L'_\alpha = L_\alpha + 1$ betrachtet werden. $P_\nu(\cos\Theta)$ ist das Legendre-Polynom ν -ter Ordnung, die F_ν sind Vektoradditionskoeffizienten und δ_α heißt Mischungsparameter. Der Mischungsparameter gibt das Verhältnis der Übergangsamplituden mit verschiedener Multipolordnung bei einem Übergang an.

Die Verhältnisse sind bei elastischen Übergängen in gg-Kernen besonders einfach. Elastische Übergänge sind häufig mit Hilfe der Anregungsenergie und des Ritz'schen Kombinationsprinzips unabhängig von der Winkelverteilung identifizierbar. Bei gg-Kernen ist der Spin des Grundzustandes 0. Die Regeln zur Drehimpulskopplung lassen dann nur noch reine Dipol- oder reine Quadrupolübergänge zu, der Mischungsparameter ist gleich 0 oder ∞ . Die zulässigen Spinfolgen sind (0-1-0) und (0-2-0). $W(\Theta)$ ist für diese Fälle:

$$W_{\text{Dipol}}(\Theta) = \frac{3}{4}(1 + \cos^2\Theta) \quad (23)$$

und

$$W_{\text{Quadrupol}}(\Theta) = \frac{4}{5}(1 + 4\cos^4\Theta - 3\cos^2\Theta) \quad (24)$$

Abbildung 10 zeigt die Polardiagramme dieser Winkelverteilungen. Mit Detektoren, die unter 90° und 127° relativ zur primären Bremsstrahlung stehen, können Dipol- und Quadrupolübergänge am besten unterschieden werden.

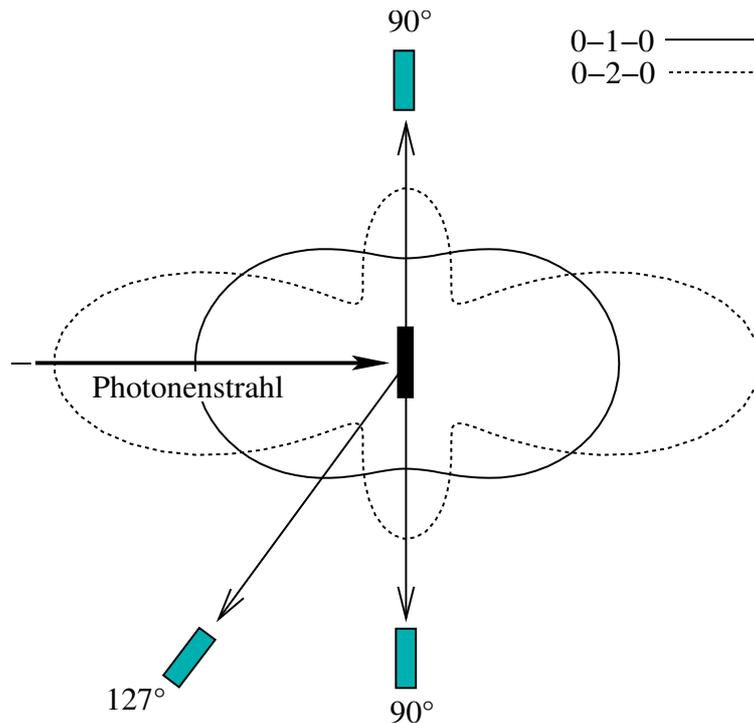


Abbildung 10: Winkelverteilung für Streuprozesse mit $0 - 1 - 0$ und $0 - 2 - 0$ Spinsequenzen. Die gestrichelte Linie gibt $W(\Theta)$ für einen Streuprozess mit der Spinfolge $0-2-0$ in Polarkoordinaten wieder. Die durchgezogene Linie zeigt die gleiche Größe für die Spinfolge $0-1-0$. Der eingezeichnete Photonenstrahl legt die Richtung fest, auf die der Winkel Θ bezogen ist. Ebenfalls eingezeichnet sind die günstigsten Detektorpositionen.

Die Werte der linken Seite von Gleichung (20) werden für reine Dipol- oder Quadrupolübergänge mit (23) und (24) berechnet. Die alternativen theoretischen Werte sind eindeutig der Multipolordnung des Überganges zugeordnet, die zu ihrer Berechnung vorausgesetzt wurde. Die alternativen Werte der linken Seite von (20) werden mit dem aus dem Experiment bestimmten Wert eines Überganges auf der rechten Seite von (20) verglichen.

Für jeden Wert der rechten Seite von (20) ist auch ein experimenteller Fehler des Wertes gegeben. Das Doppelte dieses Fehlers definiert eine Umgebung um den experimentellen Wert. Fällt einer der theoretischen Werte in die Umgebung des experimentellen Wertes und der andere theoretische Wert nicht, so wird die Multipolordnung zu dem theoretischen Wert, der in der Umgebung liegt, dem Übergang des experimentellen Wertes zugeordnet. Da bei gg-Kernen der Spin des Grundzustandes bekanntermaßen 0 ist, läßt sich der Spin des Anregungszustandes des elastischen Überganges bestimmen.

Für inelastischen Übergänge können nun die bei den elastischen Übergängen gewonnenen Kenntnisse der Spins der Anregungszustände genutzt werden. Da die Drehimpulse der beteiligten Zustände bekannt sind und die Anregung ein reiner Übergang ($\delta_1 = 0$) ist,

kann mit (21) und (22) die linke Seite von (20) in Abhängigkeit von δ_2 berechnet werden. Der experimentell bestimmte Wert $V = \frac{A_1 (\tau_{rel})_2}{A_2 (\tau_{rel})_1}$ legt mit seinem Fehler ΔV ein Intervall $[V - \Delta V, V + \Delta V]$ fest.

Alle Werte von δ_2 , zu denen die linke Seite von (20) in dem Intervall $[V - \Delta V, V + \Delta V]$ liegt, bilden den mit der Messung des Überganges vereinbaren kontinuierlichen Wertebereich von δ_2 .

Kerne mit einer ungeradzahligen Anzahl von Protonen oder Neutronen haben Grundzustände mit halbzahligem Spin. Deshalb sind die Verhältnisse bei diesen Kernen ungleich komplizierter. Dort ist die Winkelverteilung zumeist nahezu isotrop und erlaubt keine experimentelle Zuweisung des Kernspins für angeregte Zustände. Die Berechnung der integrierten Streuquerschnitte erfolgt bei diesen Kernen unter Annahme einer isotropen Winkelverteilung.

2.1.3 Polarisation

Die Polarisation einer elektromagnetischen Welle bestimmt die Richtungen der elektrischen Feldvektoren an den verschiedenen Punkten im Raum. Durch Auswahlregeln ist die Polarisation von reemittierten Photonen mit den Paritäten der Kernzustände bei einem resonanten Streuprozeß korreliert. Die reemittierten Photonen enthalten daher Information über die Paritäten. Bei einer elastischen Streuung aus einem Grundzustand mit bekannter Parität ist dann auch die Parität des Anregungszustandes bestimmbar.

Die Feldvektoren elektromagnetischer Wellen im Vakuum liegen immer orthogonal zum Wellenvektor. Bei vollständig linear polarisierten Wellen liegen die Feldvektoren an allen Punkten des Raumes parallel zueinander. Der elektrische Feldvektor und der Wellenvektor spannen die Polarisationsebene einer linear polarisierten, elektromagnetischen Welle auf. Beliebige polarisierte Wellen sind immer in ein Paar vollständig linear polarisierte Komponenten, deren Feldvektoren orthogonal zueinander stehen, zerlegbar. Die Intensität der Komponenten ist durch die Projektion des Feldvektors der primären Welle auf die Polarisationsrichtungen der Komponenten festgelegt.

Die Zerlegung in vollständig linear polarisierte Komponenten kann zur Analyse der Polarisation der Strahlung genutzt werden. Dazu wird die Polarisationsebene einer Komponente auf die Reaktionsebene bezogen. Die Reaktionsebene ist durch die Strahlrichtung des Bremsstrahlungsstrahles und die Richtung des detektierten Streustrahles festgelegt (vgl. Abbildung 11). Der durch die Reaktionsebene und durch die Polarisationsebene einer Komponente eingeschlossene Winkel wird mit ξ bezeichnet. Der konkrete Wert von ξ wird bei der experimentellen Zerlegung eines Strahlungsfeldes in zwei Komponenten durch die Meßanordnung festgelegt.

Die Polarisationsebene eines vollständig linear polarisierten Strahlungsfeldes schließt eben-

falls einen Winkel mit der Reaktionsebene ein. Dieser Winkel ist durch die physikalischen Prozesse in der Quelle des Strahlungsfeldes bestimmt und wird hier mit Φ bezeichnet.

Die durch ξ bzw. Φ relativ zur Reaktionsebene und der Ausbreitungsrichtung der Welle bestimmte Richtung heißt Polarisationsrichtung.

Die Zerlegung der Strahlung in vollständig linear polarisierte Komponenten ermöglicht die Einführung der normierten Asymmetrie:

$$A(\xi) = \frac{I_\xi - I_{\xi+90^\circ}}{I_\xi + I_{\xi+90^\circ}} \quad (25)$$

I_ξ und $I_{\xi+90^\circ}$ sind die Intensitäten der Komponenten.

Die Asymmetrie $A(\xi)$ hängt von den Eigenschaften der Strahlung und der Lage der Polarisationssebene der Komponenten ab. Eine nur von dem Strahlungsfeld abhängige Eigenschaft ist der (lineare) Polarisationsgrad P . Der Polarisationsgrad P ist der Wert von $A(\xi)$, bei dem $|A(\xi)|$ maximal ist.

Der Polarisationsgrad ist gleich 1 oder -1 , falls die Strahlung vollständig linear polarisiert ist. Sind die Komponenten in diesem Fall so gewählt, daß $\Phi = \xi$ oder $\Phi = \xi + 90^\circ$ gilt, so besitzen Polarisationsgrad und Asymmetrie den gleichen Wert. Die Polarisationssebene einer Komponente eines Paares fällt mit der Polarisationssebene des Strahlungsfeldes zusammen.

$1 > |A(\xi)|$ kann in verschiedenen physikalischen Situationen auftreten.

Gilt $1 > |A(\xi)| > 0$ und ist aus anderen Experimenten oder aus der Theorie bekannt, daß $1 = |P|$ gelten muß, so kann $\xi \neq \xi_{max}$ gefolgert werden. Mit Hilfe der trigonometrischen Funktionen ist dann die Polarisationsrichtung des Strahlungsfeldes berechenbar.

Gilt $1 > |P|$, so muß auch $1 > |A(\xi)|$ gelten. Die Strahlung ist nicht mehr vollständig linear polarisiert. Die Intensität einer Komponente muß ungleich Null sein, unabhängig von dem Winkel ξ der Polarisationssebene der Komponente. Strahlung ist nicht vollständig linear polarisiert, falls zirkular polarisierte Anteile vorhanden oder linear polarisierte Anteile statistisch gemischt sind.

Die Asymmetrie $A(\xi)$ ist an Hand des klassischen Bildes von einem Strahlungsfeld eingeführt worden. Wird die Intensität für eine Polarisationsrichtung durch die Anzahl der Photonen für diese Polarisationsrichtung ersetzt, so erhält man eine analoge Größe zur Asymmetrie für ein quantenmechanisch zu beschreibendes Photonenfeld. Äquivalent zur Anzahl von Photonen mit einer bestimmten Polarisationsrichtung ξ kann die Wahrscheinlichkeit W_ξ , mit der ein Photon mit dieser Polarisationsrichtung registriert wird, verwendet werden.

Der Abschnitt ist weiter in zwei Teile gegliedert. Im ersten Teil wird die Bestimmung der experimentellen Asymmetrie aus Koinzidenzspektren erläutert. Im zweiten Teil wird die theoretische Vergleichsgröße mit Hilfe der polarisationsabhängigen Winkelverteilung und des Wirkungsquerschnittes des Compton-Prozesses eingeführt. Der polarisationsabhängige Comptoneffekt wird in Stuttgart zur Analyse der Polarisation genutzt. Der Vergleich der experimentellen und der theoretischen Asymmetrie erlaubt die Formulierung eines Kriteriums für die Zuordnung des Multipolcharakters zu Übergängen.

Zur Bestimmung der Polarisation der Photonen werden an den Stuttgarter KRF-Meßplätzen Compton-Polarimeter verwendet. Im Allgemeinen setzt sich ein Compton-Polarimeter aus mehreren "Detektoreinheiten" zusammen. Als Eigenschaften der Compton-Polarimeter soll hier nur vorausgesetzt werden, daß die Polarimeter es erlauben, mit Hilfe von zwei verschiedenen Koinzidenzbedingungen zwischen den Detektoreinheiten zwei unterschiedliche Spektren zu generieren. Durch die erste Koinzidenzbedingung tragen mit hoher Wahrscheinlichkeit vor allem solche Ereignisse zu einem Spektrum bei, die durch senkrecht zur Reaktionsebene polarisierte Photonen verursacht sind. Das Spektrum wird hier "orthogonales" Spektrum genannt. Die zweite Koinzidenzbedingung ist auf die geometrische Alternative bezogen. Zu diesem Spektrum tragen vor allem Photonen bei, deren elektrischer Feldvektor in der Reaktionsebene liegt. Das Spektrum heißt "paralleles" Spektrum. Mit erheblich geringerer Wahrscheinlichkeit kann ein Photon mit bestimmter Polarisation auch zu Ereignissen in den Spektren beitragen, deren Koinzidenzbedingung nicht der Polarisationsrichtung entspricht. Die Wahrscheinlichkeiten bestimmen eine Polarimeteereigenschaft, die Polarisationsempfindlichkeit $Q(E_\gamma)$ (vgl. Gleichung (44)). Sie ist insbesondere von der Polarisation der einfallenden Streustrahlung unabhängig. Im Abschnitt über die Polarimeter wird erläutert, wie die beschriebenen Eigenschaften realisiert sind.

Sei A_\perp die Fläche zu einem Übergang aus dem "orthogonalen" Spektrum und A_\parallel die Fläche zu dem gleichen Übergang aus dem "parallelen" Spektrum eines Polarimeters. Die experimentelle Asymmetrie dieses Überganges ist dann durch

$$\varepsilon(\Theta) = \frac{aA_\parallel - A_\perp}{aA_\parallel + A_\perp} \quad (26)$$

definiert. Θ ist der Winkel, unter dem das Polarimeter zum Bremsstrahlungsstrahl steht. Die Größe a subsummiert Detektoreigenschaften beschreibende Größen aus (16). Sie ist also ebenso wie $Q(E_\gamma)$ polarimeterspezifisch. a dient zur relativen Normierung und zum Abgleich der Detektoreinheiten eines Polarimeters. Dem idealen Polarimeter entspricht der Wert $a = 1$. $a - 1$ ist die apparative Asymmetrie des Polarimeters. Da die Flächen A_\parallel und A_\perp sich auf den gleichen Übergang und das gleiche Polarimeter beziehen, tritt der in (16) eingehende integrierte Streuquerschnitt in (26) nicht mehr auf. Ebenso müssen die Winkelabhängigkeit und der Photonenfluß an dieser Stelle nicht explizit betrachtet werden.

Um die theoretische Vergleichsgröße zu bestimmen, müssen hier sowohl die polarisationsabhängige Winkelverteilung $W(\Theta, \Phi)$ als auch der differentielle Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}(E_\gamma, E_{\gamma'}, \vartheta, \eta)$ der Comptonstreuung betrachtet werden. Begonnen wird mit der Diskussion der polarisationsabhängigen Winkelverteilung $W(\Theta, \Phi)$.

Die polarisationsabhängigen Winkelverteilung $W(\Theta, \Phi)$ beschreibt den zu Beginn des Abschnittes angesprochenen Zusammenhang zwischen Übergängen im Kern und den Eigen-

schaften der dabei emittierten Photonen. $W(\Theta, \Phi)$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, daß ein Photon unter dem Winkel Θ relativ zum Primärstrahl und mit der Polarisationsrichtung Φ auftritt, falls im Kern ein Photon resonant gestreut wurde und dabei die durch die Quantenzahlen $J_i, J_x, J_f, \pi_i, \pi_x$ und π_f charakterisierten Kernzustände beteiligt waren. Die polarisationabhängige Winkelverteilung $W(\Theta, \Phi)$ für lineare Polarisation läßt

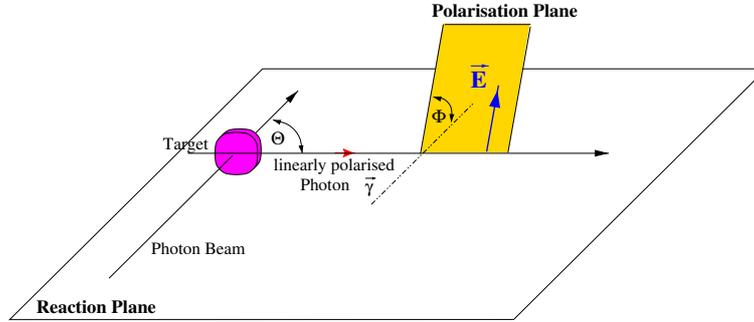


Abbildung 11: Geometrische Verhältnisse bei der Streuung eines Photons des Bremsstrahlungsstrahls am Target. Neben der Richtung des Bremsstrahlungsstrahls und der des gestreuten Photons ist auch der Feldvektor des gestreuten Photons eingezeichnet. Die Ausbreitungsrichtungen des Bremsstrahlungsstrahls und des gestreuten Photons bestimmen die Reaktionsebene. Die Polarisationsebene ist durch den Feldvektor und die Ausbreitungsrichtung des gestreuten Photons festgelegt.

sich aus der polarisationunabhängigen Winkelverteilung $W(\Theta)$ durch folgende Vorschrift gewinnen [FaHa59]: Ersetze bei allen durch (L_2L_2') und ν bestimmten Termen aus den Gleichungen (21) und (22) das Legendepolynom $P_\nu(\cos\Theta)$ durch den Term

$$P_\nu(\cos\Theta) + (\pm)_{L_2'} \cos(2\Phi) \kappa_\nu(L_2L_2') P_\nu^{(2)}(\cos\Theta). \quad (27)$$

$P_\nu^{(2)}(\cos\Theta)$ sind die unnormierten assoziierten Legendre-Funktionen. Für die von der Multipolarität der Strahlung abhängigen Faktoren $\kappa_\nu(LL')$ gilt

$$\kappa_\nu(LL') = - \left[\frac{(\nu-2)!}{(\nu+2)!} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{C(LL'\nu, 11)}{C(LL'\nu, 1-1)}, \quad (28)$$

wobei $C(LL'\nu, 11)$ die gewöhnlichen Vektoradditionskoeffizienten sind. Der Term $(\pm)_{L_2'}$ liefert ein positives Vorzeichen, falls es sich um einen $2^{L_2'}$ -poligen elektrischen Übergang handelt, und ein negatives Vorzeichen bei einem $2^{L_2'}$ -poligen magnetischen Übergang.

Für die theoretische Asymmetrie der Winkelverteilung ergibt sich:

$$A(\Theta, \Phi)_W = \frac{W(\Theta, \Phi) - W(\Theta, \Phi + 90^\circ)}{W(\Theta, \Phi) + W(\Theta, \Phi + 90^\circ)} \quad (29)$$

Mit (27) und (29) folgt für den Polarisationsgrad

$$P(\Theta) = \frac{W(\Theta, \Phi = 0^\circ) - W(\Theta, \Phi = 90^\circ)}{W(\Theta, \Phi = 0^\circ) + W(\Theta, \Phi = 90^\circ)}. \quad (30)$$

Mit $P(\Theta)$ kann die polarisationabhängige Winkelverteilung $P(\Theta)$ durch den kompakten Ausdruck

$$W(\Theta, \Phi) = W(\Theta) \cdot (1 + P(\Theta) \cos(2\Phi)) \quad (31)$$

und die theoretische Asymmetrie $A(\Theta, \Phi)$ durch die Produktform

$$A(\Theta, \Phi) = P(\Theta) \cdot \cos(2\Phi) \quad (32)$$

dargestellt werden. Der Vorteil der Darstellung (32) von $A(\Theta, \Phi)$ ist die Separation der Θ und Φ -Abhängigkeit.

Während der Winkel Θ in (32) durch die Lage des Polarimeters, welches ein gestreutes Photon registriert, festgelegt wird, ist Φ keine direkt experimentell zugängliche Größe. Durch die Comptonstreuung des vom Kern emittierten Photons ist es möglich, Φ mit einer experimentell kontrollierbaren Größe zu korrelieren.

Abbildung 12 skizziert die geometrischen Verhältnisse bei der Compton-Streuung eines

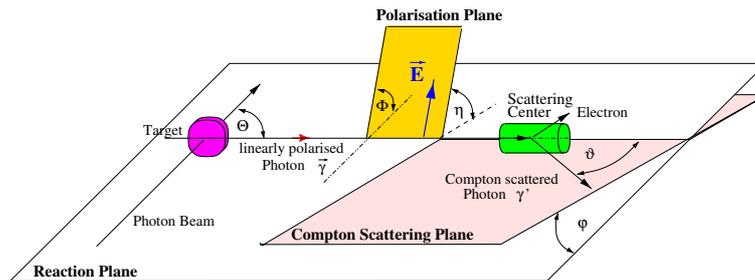


Abbildung 12: Um das Streuzentrum der Comptonstreuung erweiterte Abbildung 11. Die eingezeichnete Compton-Streuebene ist durch die Ausbreitungsrichtungen des vom Target reemittierten Photons vor und nach der Compton-Streuung festgelegt.

vom Targetkern reemittierten Photons. Das Photon wird am Streuzentrum an einem Elektron Compton gestreut. Durch die Compton-Streuung wird die Energie des Photons in zwei Teile zerlegt. Den einen Teil trägt das Compton-gestreuete Photon, den anderen Teil das Elektron, an dem das Photon gestreut wurde. Der Winkel, unter dem sich das gestreute Photon und das Elektron voneinander wegbewegen, ist von der Polarisationsrichtung des einfallenden Photons abhängig.

Obige Kurzbeschreibung der Compton-Streuung macht deutlich, daß ein Compton-Polarimeter aus einem Streuer und Detektoreinheiten für den Nachweis des Compton gestreuten Photons und des rückgestoßenen Elektrons bestehen muß. Die Koinzidenzbedingungen verlangen, daß gleichzeitig in unabhängigen Detektoreinheiten Ereignisse ausgelöst werden. Treten in zwei unabhängigen Detektoreinheiten gleichzeitig Ereignisse auf, so hängt

es von der Lage der Detektoreinheiten zueinander ab, welche der alternativen Koinzidenzbedingungen erfüllt ist.

Für den differentiellen Wirkungsquerschnitt des Comptoneffektes gilt die Klein-Nishina-Formel [FaHa59]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(E_\gamma, E_{\gamma'}, \vartheta, \eta) = \frac{1}{2} r_0^2 \frac{E_{\gamma'}^2}{E_\gamma^2} \left(\frac{E_{\gamma'}}{E_\gamma} + \frac{E_\gamma}{E_{\gamma'}} - 2 \sin^2(\vartheta) \cos^2(\eta) \right) \quad (33)$$

η ist der von der Polarisationssebene und der Compton-Streuebene eingeschlossene Winkel, ϑ der Compton-Streuwinkel und $r_0 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_0 c^2}$ der klassische Elektronenradius. Es ist zu beachten, daß die Winkel ϑ und η sich nicht auf die Reaktionsebene, sondern auf die Compton-Streuebene beziehen. Die Compton-Streuebene wird von den Wellenvektoren der Photonen vor und nach der Compton-Streuung aufgespannt. Bezeichnet φ den von der Compton-Streuebene und der Reaktionsebene eingeschlossenen Winkel, so gilt $\eta = \varphi - \Phi$. In der η -Abhängigkeit auf der rechten Seite von (33) zeigt sich der Einfluß der Polarisationsrichtung des einfallenden Photons. E_γ ist die Photonenenergie des einfallenden und $E_{\gamma'}$ die des gestreuten Photons. Im Folgenden werden nur noch die Winkelabhängigkeiten der Größen explizit aufgeführt.

Der Energie- und Impulserhaltungssatz liefert zusätzlich die folgende Relation für die Energien E_γ und $E_{\gamma'}$:

$$E_{\gamma'} = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_0 c^2} (\cos \vartheta)} \quad (34)$$

Analog zu der theoretischen Asymmetrie der Winkelverteilung $A(\Theta, \Phi)_W$ kann mit dem differentiellen Wirkungsquerschnitt des Comptoneffektes eine Asymmetrie gebildet werden. Hier gelten die Beziehungen:

$$A_{\frac{d\sigma}{d\Omega}}(\vartheta, \eta) = \frac{\frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta, \eta) - \frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta, \eta + 90^\circ)}{\frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta, \eta) + \frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta, \eta + 90^\circ)} \quad (35)$$

$$= -\Sigma_{CE}(\vartheta) \cdot \cos(2\eta) \quad (36)$$

Mit:

$$\Sigma_{CE}(\vartheta) = \frac{\frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta, \eta = 90^\circ) - \frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta, \eta = 0^\circ)}{\frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta, \eta = 90^\circ) + \frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta, \eta = 0^\circ)} \quad (37)$$

$\Sigma_{CE}(\vartheta)$ ist die Analysierstärke des Comptoneffektes. Analog zum Polarisationsgrad ist die Analysierstärke als der Wert von $A(\vartheta, \eta)_{CE}$ mit maximalen Betrag definiert. Mit $\Sigma_{CE}(\vartheta)$ kann der Wirkungsquerschnitt in kompakter Form dargestellt werden. Es gilt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta, \eta) = S_{CE}(\vartheta) [1 - \Sigma_{CE}(\vartheta) \cos(2\eta)], \quad (38)$$

mit

$$S_{CE}(\vartheta) = \frac{1}{2} r_0^2 \frac{E_{\gamma'}^2}{E_\gamma^2} \left(\frac{E_{\gamma'}}{E_\gamma} + \frac{E_\gamma}{E_{\gamma'}} - \sin^2(\vartheta) \right). \quad (39)$$

Die Faltung der polarisationsabhängigen Winkelverteilung $W(\Theta, \Phi)$ mit dem differentiellen Wirkungsquerschnitt der Compton-Streuung $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta, \eta) = \frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta, \varphi - \Phi)$ bestimmt die Größe $W_{CE}(\Theta, \varphi, \vartheta)$. Es gilt:

$$W_{CE}(\Theta, \varphi, \vartheta) = \int_0^{\pi} S_{CE}(\vartheta) [1 - \Sigma_{CE}(\vartheta)\cos(2(\varphi - \Phi))] W(\Theta) [1 + P(\Theta)\cos(2\Phi)] d\Phi \quad (40)$$

$W_{CE}(\Theta, \varphi, \vartheta)$ ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein von einem Targetkern emittiertes Photon den durch die drei Winkel Θ, φ und ϑ , den Ort der resonanten Streuung im Target und den Ort der Comptonstreuung festgelegten Pfad durchläuft.

Durch die Compton-Streuung wird die Polarisationsrichtung des vom Kern emittierten Photons in die Ausbreitungsrichtung des Compton gestreuten Photons und des rückgestoßenen Elektrons "übersetzt". Durch die Positionierung des Polarimeters relativ zum Bremsstrahlungsstrahl und dem KRF-Target werden Wertebereiche für die Winkel Θ, φ und ϑ und die zwei Streuzentren vorgegeben.

Mit $W_{CE}(\Theta, \varphi, \vartheta)$ folgt für die theoretische Asymmetrie $A_{CE}(\Theta, \varphi, \vartheta)$ auf Grund der Compton-Streuung polarisierter Strahlung:

$$\begin{aligned} A_{CE}(\Theta, \varphi, \vartheta) &= \frac{W_{CE}(\Theta, \varphi + 90^\circ, \vartheta) - W_{CE}(\Theta, \varphi, \vartheta)}{W_{CE}(\Theta, \varphi + 90^\circ, \vartheta) + W_{CE}(\Theta, \varphi, \vartheta)} \quad (41) \\ &= P(\Theta) \cdot \Sigma_{CE}(\vartheta) \cdot \cos(2\varphi) \end{aligned}$$

Für ein ideales Compton-Polarimeter mit punktförmigem Streuer und Absorber (Detektor) muß (41) direkt mit der experimentellen Asymmetrie $\varepsilon(\Theta)$ verglichen werden. Mit dem idealen Compton-Polarimeter kann der mögliche Anwendungsbereich der Compton-Streuung zur Analyse der Polarisation von Strahlung abgeschätzt werden. Um eine Vergleichsgröße zur experimentellen Asymmetrie für ein reales Compton-Polarimeter zu erhalten, muß in (41) entsprechend der Polarimetergeometrie über endliche Winkelbereiche integriert werden. Die Integration über endliche Raumbereiche verringert im Allgemeinen die Effizienz und damit den Anwendungsbereich der Meßmethode.

Die rechte Seite von (41) separiert drei Faktoren. Dem entspricht die Zerlegung des Gesamtprozesses in drei Komponenten und deren Eigenschaften.

Die durch den Faktor $\cos(2\varphi)$ bestimmte Richtung entspricht der zu Beginn des Abschnittes eingeführten Richtung ξ , mit der ein zur Analyse der Polarisation dienendes Komponentenpaar charakterisiert ist. Wegen der Cosinus-Abhängigkeit liegen bei der optimalen Anordnung, also der Anordnung, bei der die größte Asymmetrie zu erwarten ist, der Streuer und ein Absorber in der Reaktionsebene und ein weiterer Absorber in einer Ebene, die den Streuer enthält und senkrecht zur Reaktionsebene steht.

Die Analysierstärke $\Sigma_{CE}(\vartheta)$ ist durch die Eigenschaften des Comptoneffektes gegeben. Aus (33) folgt für die Analysierstärke:

$$\Sigma_{CE}(\vartheta) = \frac{\sin^2\vartheta}{\frac{E'_\gamma}{E_\gamma} + \frac{E_\gamma}{E'_\gamma} - \sin^2\vartheta}. \quad (42)$$

(42) ist in Abbildung 13 für mehrere Energien über ϑ aufgetragen. Dabei zeigen sich

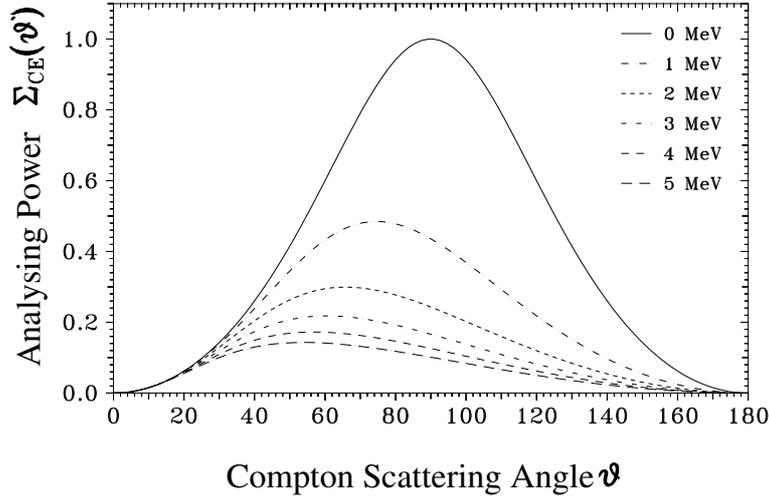


Abbildung 13: Analysierstärke des Comptoneffektes aufgetragen über dem Compton-Streuwinkel ϑ bei verschiedenen Energien.

zwei Energieabhängigkeiten. Zum einem nimmt der Betrag des Maximalwertes der Analysierstärke Σ_{CE}^{max} mit zunehmender Energie ab, zum anderen verschiebt sich die Lage ϑ^{max} von Σ_{CE}^{max} zu kleineren Winkeln bei größeren Energien. Wegen der Abnahme der Analysierstärke mit zunehmender Energie ist der Compton-Effekt nur für γ -Energien bis etwa 5 MeV sinnvoll zur Polarisationsanalyse einsetzbar. Für kleine Energien beschränkt die Detektorgeometrie die Nutzbarkeit des Comptoneffektes.

Aus der ϑ - und Energieabhängigkeit von Σ_{CE}^{max} folgt, daß die Absorber eines realen Polarimeters relativ zur Lage des Streuers einen hinreichend großen, um $\vartheta = 80^\circ$ zentrierten Winkelbereich abdecken sollten. Ist dies der Fall, so ist das Polarimeter zur Analyse der Polarisation von Photonen mit verschiedenen Energien geeignet.

Der Polarisationsgrad $P(\Phi)$ ist, wie bereits oben erwähnt, eine Eigenschaft des vom Kern emittierten Strahlungsfeldes und die Größe, die durch die Polarisationsmessung bestimmt wird. Aus (27) und (30) folgt direkt, daß der maximale Polarisationsgrad für $\Theta = 90^\circ$ auftritt. Daher ist nach (32) die größte experimentelle Asymmetrie zu erwarten, falls die durch den Targetkern und den Streuer bestimmte Gerade orthogonal zur Richtung des Bremsstrahlungstrahls liegt.

Bei reinen Dipolübergängen der Spinfolge 0-1-0 oder reinen Quadrupolübergängen der Spinfolge 0-2-0 im Kern gilt für den Polarisationsgrad:

$$P(\Theta = 90^\circ) = \begin{cases} +1 & \text{für M1- oder E2-Übergänge} \\ -1 & \text{für E1-Übergänge} \end{cases} \quad (43)$$

Der Polarisationsgrad nimmt in diesen Fällen den maximalen Betrag (vgl. (27)) an, die Streustrahlung ist vollständig linear polarisiert. Bei gemischten Übergängen und/oder anderen Spinfolgen ist der Betrag kleiner als 1. Bestimmt wird der Betrag durch die Parameter $A_\nu(1)$ und $A_\nu(2)$ in (22) und den Parameter $\kappa_\nu(LL')$ in (27). Insbesondere hängt der Betrag bei gemischten Übergängen von dem Mischungsparameter δ ab.

Das Vorzeichen des Polarisationsgrades wird durch den Faktor $(\pm)_{L_2'}$ in (27) festgelegt. Die gewünschte Unterscheidung zwischen elektrischen und magnetischen Übergängen ist in (43) durch das Vorzeichen gegeben.

Wegen der Produktform der rechten Seite von (41) kann mit folgender Relation die experimentelle Asymmetrie dem Polarisationsgrad bei einem realen Polarimeter zugeordnet werden:

$$\varepsilon(\Theta \approx 90^\circ) = Q(E_\gamma) \cdot P(\Theta \approx 90^\circ) \quad (44)$$

$Q(E_\gamma)$ ist die oben bereits erwähnte energieabhängige Polarisationsempfindlichkeit des Polarimeters. In $Q(E_\gamma)$ gehen unter anderem auch die über einen endlichen Winkelbereich gemittelten Faktoren $\Sigma_{CE}(\vartheta)$ und $\cos(2\varphi)$ aus (41) ein. Ähnlich den die Detektoreigenschaften beschreibenden Größen in (16) wird $Q(E_\gamma)$ durch Eichmessungen [Beli97, Schl92, ScMa94] ermittelt.

Die Zuweisung eines bestimmten Multipolcharakters zu einem Übergang erfolgt analog wie die Zuweisung der Multipolordnung zu einem Übergang. Die Spinfolge eines Überganges kann unabhängig von der Polarisation der Photonen mit den Kriterien des vorhergehenden Abschnittes bestimmt werden. Ist die Spinfolge gegeben, so bestimmt die rechte Seite von (44) die alternativen, theoretischen Werte. Die linke Seite von (44) gibt den experimentellen Wert an. Durch den Fehler des experimentellen Wertes ist ein Intervall von Werten definiert, dessen obere Grenze der experimentelle Wert plus dem doppelten Fehler und dessen untere Grenze der experimentelle Wert minus dem doppelten Fehler ist. Enthält dieses Werteintervall einen der alternativen theoretischen Werte und den anderen nicht, so wird dem Übergang der Multipolcharakter zugewiesen, der dem theoretischen Wert innerhalb des Werteintervalls entspricht. Das Verfahren eignet sich besonders für Übergänge mit den Spinfolgen (0-1-0) und (0-2-0), da die theoretischen Vergleichswerte dann nach (43) den größtmöglichen Abstand bei gegebenen $Q(E_\gamma)$ besitzen. Praktisch werden in den Stuttgarter KRF-Experimenten fast ausschließlich Multipolcharaktere zu Übergängen mit der Spinfolge (0-1-0) nachgewiesen.

2.1.4 Verzweungsverhältnisse

Zerfällt der angeregte Zustand bei einem Streuprozeß auch in einen anderen Endzustand als den Grundzustand, so folgt aus (16) für das Verhältnis der Streuquerschnitte der alternativen Prozesse:

$$\frac{I_S^f}{I_S^0} = \frac{\left(\frac{A}{\epsilon_{rel}(E)W(\Theta)}\right)_f}{\left(\frac{A}{\epsilon_{rel}(E)W(\Theta)}\right)_0} \quad (45)$$

Die Indizes an den Klammern beziehen sich auf alle in den Klammern enthaltenen Größen. In (45) treten nur die Größen aus (16) auf, in denen sich die alternativen Prozesse unterscheiden. Für die aufeinander bezogenen Streuprozeße ist der Teilprozeß der Anregung des Kernes aus dem Grundzustand gleich. Der Photonenfluß, der nur für diesen Teilprozeß relevant ist, tritt daher in (45) nicht auf. Der Unterschied der Endzustände für aufeinander bezogene Streuprozeße kann zu Unterschieden in der Winkelverteilung und der Energie der reemittierten Photonen führen. Es muß daher die energieabhängige Efficiency der Detektoren und die Winkelverteilung in (45) explizit angegeben werden. Da Flächen aus dem gleichen Spektrum ins Verhältnis gesetzt werden, tritt die effektive Meßzeit und die Anzahl der Targetkerne in (45) nicht auf.

Aus dem im nächsten Abschnitt diskutierten Zusammenhang zwischen der Zerfallsbreite Γ_f und dem integrierten Streuquerschnitt I_S^f für den Zerfall des angeregten Zustandes eines Streuprozeßes in den Endzustand f folgt

$$\frac{I_f^S}{I_0^S} = \frac{\Gamma_f}{\Gamma_0}. \quad (46)$$

Bei reinen Dipolkaskaden ist das Verzweungsverhältnis als

$$\begin{aligned} R &= \frac{\Gamma_f}{\Gamma_0} \cdot \frac{E_{\gamma,0}^3}{E_{\gamma,f}^3} \\ &= \frac{B(J \rightarrow J_f)}{B(J \rightarrow J_0)} \end{aligned} \quad (47)$$

definiert. (47) erlaubt es, den experimentellen Wert von R direkt mit dem Verhältnis der Matrixelemente der Übergangsoperatoren zu vergleichen. Die Beziehung zwischen $B(J \rightarrow J_f)$ und den Matrixelementen der Übergangsoperatoren ist auch im nächsten Abschnitt aufgeführt. Um das Verhältnis $\frac{\Gamma_f}{\Gamma_0}$ mit der Theorie zu vergleichen, müssen neben den Matrixelementen der Übergangsoperatoren auch die Übergangsenergien gegeben

sein. Andererseits kann $\frac{\Gamma_f}{\Gamma_0}$ auch ohne die Einschränkung auf Dipolkaskaden sinnvoll mit der Theorie verglichen werden. Des weiteren wird $\frac{\Gamma_f}{\Gamma_0}$ im nächsten Abschnitt benötigt, um die Zerfallsbreiten und die reduzierten Übergangsstärken aus den experimentellen Daten zu bestimmen.

2.1.5 Streuquerschnitte, Zerfallsbreiten und reduzierte Übergangsstärken

In den vorhergehenden Abschnitten wurde die Bestimmung aller Größen besprochen, deren Kenntnis notwendig ist, um die integrierten Streuquerschnitte aus den Experimenten zu berechnen. Dieser Abschnitt befaßt sich mit der Berechnung der integrierten Streuquerschnitte, der Zerfallsbreiten und der reduzierten Übergangsstärken.

Zur Berechnung der integrierten Streuquerschnitte wird folgende Gleichung aus der Beziehung (16) gefolgert:

$$\left(\frac{A}{N_\gamma \cdot \epsilon_{rel} \cdot \left(\int_{\Theta-\delta}^{\Theta+\delta} W(\Theta') d\Theta' \right) \cdot I_s \cdot n} \right)_{Target} = \left(\frac{A}{N_\gamma \cdot \epsilon_{rel} \cdot \left(\int_{\Theta-\delta}^{\Theta+\delta} W(\Theta') d\Theta' \right) \cdot I_s \cdot n} \right)_{Al;E=2982keV} \quad (48)$$

oder

$$I_{s,Target} = \frac{\left(N_\gamma \cdot \epsilon_{rel} \cdot \left(\int_{\Theta-\delta}^{\Theta+\delta} W(\Theta') d\Theta' \right) \cdot n \right)_{Al;E=2982}}{\left(N_\gamma \cdot \epsilon_{rel} \cdot \left(\int_{\Theta-\delta}^{\Theta+\delta} W(\Theta') d\Theta' \right) \cdot n \right)_{Target}} \cdot \frac{A_{Target}}{A_{Al;E=2982}} \cdot I_{s; Al;E=2982} \quad (49)$$

Die Indizes an den großen Klammern beziehen sich auf alle in den Klammern aufgeführten Größen. Die Indizierung impliziert insbesondere die Abhängigkeit des Photonenflusses N_γ und der relativen Ansprechwahrscheinlichkeit ϵ_{rel} von der Übergangsenergie. In die rechten Seite von (48) gehen die Daten zur ^{27}Al Linie bei 2982 keV als Bezugslinie ein [PiBa95]. Alle auftretenden Größen in (48) und (49) beziehen sich auf ein Spektrum. In dem Fall ist die effektive Meßzeit τ für das Spektrum kürzbar und deshalb nicht explizit in (48) und (49) aufgeführt. Da alle Größen auf der rechten Seite von (49) aus dem Spektrum oder den Eichungen bestimmbar oder aus der Literatur bekannt sind, erlaubt (49) die Berechnung der integrierten Streuquerschnitte für den Targetkern.

Im Folgenden soll erläutert werden, wie der integrierte Streuquerschnitt I_s mit den theoretischen Größen zusammenhängt. Die Winkelabhängigkeit der Streustrahlung wird dabei nicht explizit berücksichtigt. Dies ist ohne einen Verlust an Allgemeinheit möglich, da die Winkelabhängigkeit von den anderen Größen faktorisiert. Die allgemeineren, winkelabhängigen Ausdrücke können aus den folgenden Formeln durch Multiplikation mit $(2\pi)^{-1} \cdot \int_{\Theta-\delta}^{\Theta+\delta} W(\Theta') d\Theta'$ gewonnen werden.

Der totale energieabhängige Wirkungsquerschnitt $\sigma_{tot}(E)$ für die Absorption eines Photons der Energie E durch einen im Laborsystem ruhenden Kern unter Anregung des Kernes in ein Niveau mit der Anregungsenergie E_x ergibt sich aus der Theorie (Breit-Wigner-Formel) [Metz59] zu:

$$\sigma_{abs}(E) = \pi\lambda^2 \frac{2J+1}{2(2J_0+1)} \frac{\Gamma_0\Gamma}{(E-E_x)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \quad (50)$$

J ist der Spin des angeregten Niveaus, J_0 der Spin des Grundzustandes, Γ_0 die Zerfallsbreite in den Grundzustand und Γ die totale Zerfallsbreite. Es gilt

$$\Gamma = \sum_{l=0}^n \Gamma_l. \quad (51)$$

Der Streuquerschnitt für den Zerfall des Kernes in den Endzustand f des Streuprozesses wird durch Multiplikation von (50) mit dem Verhältnis der Zerfallsbreite in den Endzustand Γ_f und der totalen Zerfallsbreite Γ erhalten.

$$\sigma_{s,f}(E) = \sigma_{abs}(E) \frac{\Gamma_f}{\Gamma} = \frac{\pi\lambda^2}{2} \frac{2J+1}{2J_0+1} \frac{\Gamma_0\Gamma_f}{(E-E_x)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \quad (52)$$

Die thermische Bewegung der Kerne gemäß einer Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung und der Dopplereffekt haben zur Folge, daß die Wirkung eines monochromatischen Photonenstrahles auf die Kerne äquivalent zu der Wirkung eines Photonenstrahls mit der Verteilung

$$w(E') dE' = \frac{1}{\Delta\pi^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\left(\frac{E'-E}{\Delta}\right)^2\right) dE' \quad (53)$$

auf im Laborsystem ruhende Kerne ist.

$$\Delta = \frac{E}{c} \left(\frac{2kT}{M}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (54)$$

ist die Dopplerbreite der Verteilung. M ist die Masse des Kernes bzw. des Atoms, T die Temperatur, k die Boltzmann-Konstante und c die Lichtgeschwindigkeit.

Um den Einfluß der thermischen Bewegung auf den totalen Wirkungsquerschnitt σ_{tot} zu berechnen, wird (50) mit (53) gefaltet. Unter der gut gerechtfertigten Annahme, daß $\Delta \gg \Gamma$ gilt, ergibt sich der energieabhängige effektive Wirkungsquerschnitt zu:

$$\sigma_{abs}^{eff}(E) = \sigma_{abs}^0 \frac{\Gamma \pi^{\frac{1}{2}}}{2\Delta} \exp\left(-\left(\frac{E - E_{res}}{\Delta}\right)^2\right), \quad (55)$$

wobei σ_{tot}^0 der totale Wirkungsquerschnitt gemäß (50) für den Energiewert $E=E_{res}$ ist. Der integrierte Absorptionsquerschnitt folgt aus der Integration des effektiven Wirkungsquerschnittes über die Energie.

$$I_{abs} = \int \sigma_{abs}^{eff}(E) dE = \sigma_{abs}^0 \Gamma \frac{\pi}{2} \quad (56)$$

Der integrierte Absorptionsquerschnitt hängt nach (56) nicht von der Dopplerbreite und damit der thermischen Bewegung der Kerne ab. Ein Ergebnis, das auch ohne die Annahme $\Delta \gg \Gamma$ gilt. Vorausgesetzt ist aber, daß der Photonenfluß mindestens über den Bereich der Dopplerbreite um die Resonanz als konstant angenommen werden kann.

Aus dem totalen, integrierten Absorptionsquerschnitt folgt analog zu (56) der integrierte Streuquerschnitt zum Endzustand f eines Streuprozesses:

$$I_{s,f} = \int \sigma_{s,f}^{eff}(E) dE = \sigma_{s,f}^0 \Gamma \frac{\pi}{2} = \pi^2 \frac{2J+1}{2J_0+1} \lambda^2 \Gamma_0 \frac{\Gamma_f}{\Gamma} \quad (57)$$

Wird (57) nach Γ_f aufgelöst, so ergibt sich

$$\begin{aligned} \Gamma_f &= \frac{1}{(\pi\lambda)^2} \frac{2J_0+1}{2J+1} \frac{\Gamma}{\Gamma_0} I_{s,f} \\ &= \frac{1}{(\pi\lambda)^2} \frac{2J_0+1}{2J+1} \left(\sum_{l=0}^n \frac{\Gamma_l}{\Gamma_0} \right) I_{s,f} \\ &= \frac{1}{g \cdot (\pi\hbar c)^2} \left(\sum_{l=0}^n \frac{I_l}{I_0} \right) I_{s,f} E_\gamma^2, \end{aligned} \quad (58)$$

wobei $g = \frac{2J+1}{2J_0+1}$, $E_\gamma = \frac{\hbar c}{\lambda}$, (51) und die Relation (46) aus dem vorhergehenden Abschnitt über Verzweungsverhältnisse benutzt wurde.

Aus der Theorie folgt für elektromagnetische Übergänge der Zusammenhang

$$\Gamma_0 = 8\pi \sum_{\Pi L=1}^{\infty} \frac{(L+1) \left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2L+1}}{L((2L+1)!!)^2} \frac{2J_0+1}{2J+1} B(\Pi L, J_0 \rightarrow J) \quad (59)$$

zwischen der Grundzustandsübergangsbreite Γ_0 und der reduzierten Übergangswahrscheinlichkeit $B(\Pi L, J_0 \rightarrow J)$. J_0 ist der Kernspin des Grundzustandes, J der Kernspin des angeregten Zustandes, L die Multipolordnung der elektromagnetischen Strahlung und Π charakterisiert die Paritätsänderung der Kernzustände beim Übergang. Der Paritätsänderung können eineindeutig elektrische (E) oder magnetische (M) Übergangsmatrixelemente zugeordnet werden. E und M bezeichnen daher auch die beiden möglichen Werte von Π . Die Wellenfunktionen der Eigenzustände $|J\rangle$ und $|J_0\rangle$ eines Modell-Hamilton-Operators des Kerns und damit die Kernstruktur geht über $B(\Pi L, J_0 \rightarrow J)$ in (59) ein. Es gilt:

$$B(\Pi L, J_0 \rightarrow J) = \frac{1}{2J_0 + 1} |\langle J || \mathcal{M}(\Pi L) || J_0 \rangle|^2 \quad (60)$$

wobei $\mathcal{M}(\Pi L)$ der Multipolübergangsoperator ist. (49) zusammen mit (58) bis (60) erlaubt den Vergleich der empirischen Größe "Fläche einer Linie" mit den theoretischen, innerhalb eines Modells berechenbaren Nichtdiagonalmatrixelement des Multipolübergangsoperator.

Um aus den experimentellen Größen eine zum Matrixelement proportionale Größe zu bestimmen, muß (59) nach $B(\Pi L, J_0 \rightarrow J)$ aufgelöst werden. Bei den Stuttgartern KRF-Messungen treten vor allem elektrische und magnetische Dipolübergänge auf. Für diese Übergänge gelten in gg-Kernen die folgenden numerischen Zusammenhänge:

$$B(E1) \uparrow = 2.866 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\Gamma_0}{E_\gamma^3} \quad [e^2 fm^2] \quad (61)$$

$$B(M1) \uparrow = 0.2598 \cdot \frac{\Gamma_0}{E_\gamma^3} \quad [\mu_N^2] \quad (62)$$

Auf der rechten Seite von (61) und (62) muß der Wert von E_γ in MeV und der Wert von Γ_0 in meV eingesetzt werden.

2.1.6 Fehlerbetrachtung

Die Formel zur Berechnung der relativen Fehler der in den vorhergehenden Abschnitten diskutierten Größen wird hier exemplarisch für die integrierten Streuquerschnitte explizit angegeben. Für den relativen, statistischen Fehler des aus einem Spektrum gewonnenen integrierten Streuquerschnittes gilt:

$$\frac{\Delta I_S}{I_S} = \left[\left(\frac{\Delta A}{A} \right)^2 + \left(\frac{\Delta A_{Al}}{A_{Al}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \left(\frac{(N_{\gamma, Al} \cdot \epsilon_{rel, Al})}{N_\gamma \cdot \epsilon_{rel}} \right)}{\frac{(N_{\gamma, Al} \cdot \epsilon_{rel, Al})}{N_\gamma \cdot \epsilon_{rel}}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta I_{S, Al}}{I_{S, Al}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (63)$$

In (63) sind die Fehler des relativen Atomzahlverhältnisses und der Winkelverteilung nicht berücksichtigt. Der Fehler der Winkelverteilung geht unten in die Abschätzung des systematischen Fehlers ein. Der relative Fehler des relativen Atomzahlverhältnisses ist kleiner als ein Prozent und daher vernachlässigbar. Aus dem gleichen Grund wird der relative Fehler der Anregungsenergien bei der Umrechnung der integrierten Streuquerschnitte in die Zerfallsbreiten und/oder Übergangsraten ebenfalls vernachlässigt.

Der Fehler des Faktors $\frac{N_{\gamma,Al} \cdot \epsilon_{rel,Al}}{N_{\gamma} \cdot \epsilon_{rel}}$ wurden mittels der drei Linien des Eichstandards ^{27}Al bei 2212, 2981 und 3957 keV abgeschätzt. Dazu wurden die integrierten Streuquerschnitte von zwei der Linien relativ zu der jeweils dritten Linie aus den gemessenen Flächen bestimmt. So wurden Abweichungen zwischen den experimentellen Streuquerschnitten der Al-Linien und den Literaturwerten bei verschiedenen Energien erhalten. Eine Fitprozedur lieferte dann eine quadratische Funktion, die den Fehler des Faktors in Abhängigkeit der Energie bestimmt.

Der einem Übergang zugeordnete integrierte Streuquerschnitt wird durch eine statistische Mittelung der integrierten Streuquerschnitte zu den verschiedenen Spektren ermittelt. Für den integrierten Streuquerschnitt und den Fehler gilt:

$$\overline{I_S} = \frac{\sum_{i=1}^3 \frac{I_{S,i}}{\Delta I_{S,i}^2}}{\sum_{i=1}^3 \frac{1}{\Delta I_{S,i}^2}} \quad (\overline{\Delta I_S})^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^3 \frac{1}{\Delta I_{S,i}^2}} \quad (64)$$

Zu den bisher diskutierten statistischen Fehlern ist noch ein "pauschaler" systematischer Fehler, der mit 5% des numerischen Wertes abgeschätzt ist, zu berücksichtigen.

In den systematischen Fehler geht der systematische Fehler des Literaturwertes der 2981 keV ^{27}Al -Linie ein. Die endliche Genauigkeit mit der die Geometrie des Versuchsaufbaus bestimmbar ist, geht ebenfalls in den systematischen Fehler ein. Der Fehler in der Winkelverteilung folgt aus den Unsicherheiten bzgl. der geometrischen Verhältnisse.

2.1.7 Eichungen

In den vorangehenden Abschnitten wurde bereits auf eine Reihe von Größen, die den experimentellen Aufbau charakterisieren und durch Eichmessungen bestimmt werden hingewiesen. Dies sind im Einzelnen:

- Der energieabhängige Kalibrierfaktor $c(E)$.
- Die energieabhängige relative Ansprechwahrscheinlichkeit oder Effizienz ϵ_{rel} der Detektoren.
- Der energieabhängige Photonenfluß N_{γ} .

- Die energieabhängige Polarisationsempfindlichkeit $Q(E_\gamma)$ der Polarimeter.

Die genannten Größen sind direkt zur Bestimmung der Energie, der reduzierten Übergangsraten und der Parität von Anregungszuständen aus den "Rohdaten" (Flächen und Schwerpunkte der Linien im Spektrum) notwendig. Um die Rohdaten aus den Spektren zu gewinnen werden zwei weitere Größen geeicht. Dies ist zum einen die energieabhängige Breite der Linien und zum anderen die energieabhängige Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Escape-Linien. Hier sollen nur die Eichungen zu ϵ_{rel} , N_γ und $Q(E_\gamma)$ diskutiert werden. Auch die Eichung von $c(E)$ wurde bereits oben (vgl. Abschnitt 2.1.1) eingegangen. Die anderen Eichungen sind ausführlich in früheren Arbeiten (z.B. [Garr04]) besprochen.

Die relative Ansprechwahrscheinlichkeit ϵ_{rel} der Detektoren wird mit Hilfe der Eichmessung an dem natürlichen radioaktiven Strahler ^{56}Co bestimmt. Für 20 Übergänge in ^{56}Co im Energiebereich zwischen 1 MeV und 3.5 MeV sind die relativen Intensitäten aus der Literatur [Heat98] bekannt. Der Unterschied der, in der Eichmessung gemessenen relativen Intensitäten und der relativen Intensitäten aus der Literatur ist durch die Ansprechwahrscheinlichkeit ϵ_{rel} der Detektoren verursacht. Es gilt:

$$I_{rel}^{Lit}(E_\gamma) = \epsilon_{rel}(E_\gamma) \cdot I_{rel}^{exp}(E_\gamma) \quad (65)$$

$I_{rel}^{Lit}(E_\gamma)$ ist der Literaturwert und $I_{rel}^{exp}(E_\gamma)$ der experimentelle Wert für die relative Intensität einer Linie bei der Energie E_γ . Durch Auflösen von Gleichung (65) nach $\epsilon_{rel}(E_\gamma)$ erhält man den Wert von $\epsilon_{rel}(E_\gamma)$ für 20 Energiewerte E_γ . Durch das Anpassen einer Funktion an die 20 Punkte können die Werte von $\epsilon_{rel}(E_\gamma)$ zu beliebigen Energiewerten angegeben werden. Folgende Funktion wurde als Fitfunktion verwendet.

$$\epsilon_{rel}(E_\gamma) = \left(a_1 \cdot E_\gamma + \frac{a_2}{E_\gamma} \right) \cdot \exp \left(a_3 \cdot E_\gamma + \frac{a_4}{E_\gamma} \right) \quad (66)$$

Zur Anpassung der Funktion an die Datenpunkte werden die Parameter a_1 , a_2 , a_3 und a_4 variiert.

Abbildung 14 zeigt den Verlauf der Funktion 66 für die Parameterwerte $a_1 = 0.00049$, $a_2 = -409.211$, $a_3 = -0.00033$ und $a_4 = 2606.43$ zusammen den aus der Eichmessung bestimmten Datenpunkten. Die Eichmessung wurde für das Experiment an ^{116}Cd durchgeführt. Die relative Ansprechwahrscheinlichkeit hängt von den Detektoreigenschaften, der Detektoranordnung im Experiment und den verwendeten Bleifilter ein. Die Bleifilter dienen zur Unterdrückung niederenergetischer Streustrahlung vom Target. Wegen der genannten Abhängigkeiten muß $\epsilon_{rel}(E_\gamma)$ für jedes Experiment neu bestimmt werden.

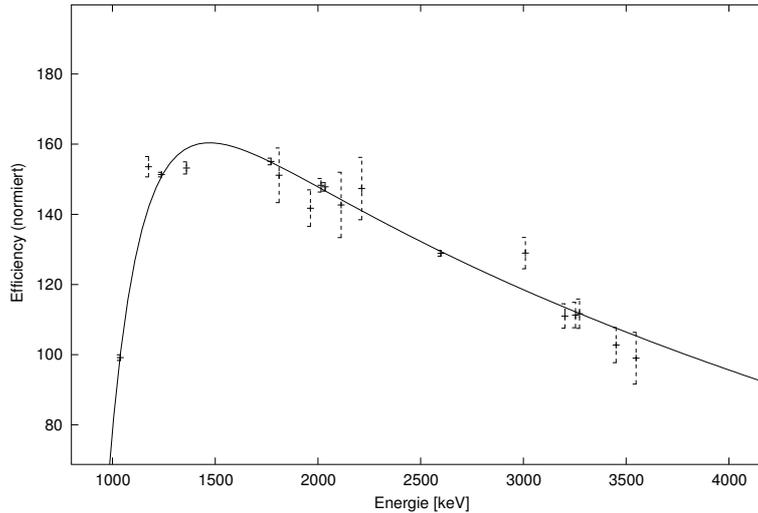


Abbildung 14: Eichkurve für die relative Ansprechwahrscheinlichkeit $\epsilon_{rel}(E_\gamma)$. Die Abbildung zeigt die relative Ansprechwahrscheinlichkeit eines Polarimeters. Die Kurve wurde für das Experiment an ^{116}Cd bestimmt.

Zur Bestimmung des relativen Photonenflusses werden zusammen mit dem zu untersuchenden Isotopenmaterial Übergänge in ^{27}Al vermessen. Für die ^{27}Al Linien bei 2212, 2982 und 3957 keV sind die integrierten Streuquerschnitte aus der Literatur [PiBa95] bekannt. Da nur der relative Photonenfluß relevant ist, kann man $N_\gamma(E = 2982 \text{ keV}) = 1$ setzen. Aus (16) folgt damit

$$N_\gamma = \frac{\left(\frac{A}{\epsilon_{rel} \cdot I_s \cdot W(\Theta)}\right)_{Al}}{\left(\frac{A}{\epsilon_{rel} \cdot I_s \cdot W(\Theta)}\right)_{Al; E=2982}}. \quad (67)$$

Aus Gleichung (67) folgen drei Datenpunkte für den Photonenfluß. An die Datenpunkte wird die Schiff-Formel [Schi51] durch Variation von zwei Parametern angepaßt. Die Schiff-Formel beschreibt das Bremsstrahlungsspektrum für Bremsstrahlung die in einem "dünnen" Bremstarget erzeugt wird. "Dünn" bedeutet in diesem Kontext, daß ein im Bremsstrahlung Target erzeugtes Photon nicht im Target gestreut wird. Die am IFS benutzten Bremstargets ist im Allgemeinen kein dünnes Target. Für die KRF Experimente werden aber nur solche Bremsstrahlungs-Photonen verwendet, die bezogen auf den Elektronenstrahl sich in Vorwärtsrichtung ausbreiten. Solche Photonen werden nach ihrer Erzeugung nur mit vernachlässigbar kleiner Wahrscheinlichkeit innerhalb des Bremstargets gestreut. Daher ist es eine vernünftige Annahme, daß die Schiff-Formel den relativen Photonenfluß im relevanten Energiebereich auch für die am IFS benutzten Bremstargets korrekt wiedergibt. Abbildung 15 zeigt den Verlauf des Photonenflusses für das Experiment an ^{116}Cd .

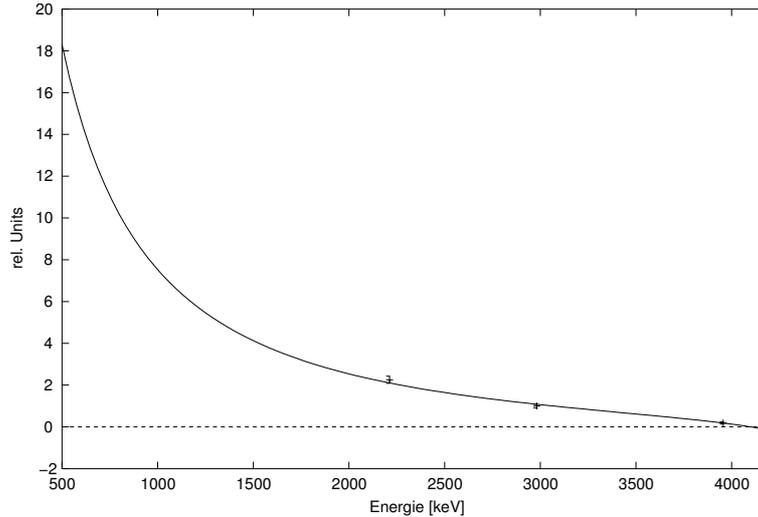


Abbildung 15: Eichkurve für den relativen Photonenfluß N_γ . Die Kurve wurde für das Experiment an ^{116}Cd bestimmt.

Die Eichmessungen der Polarisationsempfindlichkeit $Q(E_\gamma)$ der Polarimeter sind im Rahmen von Dipolmarbeiten [Beli97, Schl92] durchgeführt worden. Die Beziehung (34) erlaubt dem Experimentator durch das Setzen sogenannter Sektorschwellen die Polarisationsempfindlichkeit zu beeinflussen. Gleichung (34) beschreibt den bei der Compton-Streuung geltenden Zusammenhang zwischen der Energie E_γ des einfallenden Photons, der Energie $E_{\gamma'}$ des gestreuten Photons und des Compton-Streuwinkels ϑ . Gleichung (34) aufgelöst nach $\cos(\vartheta)$ ergibt:

$$\cos(\vartheta) = \left(\frac{E_\gamma}{E_{\gamma'}} - 1 \right) \frac{m_0 c^2}{E_\gamma} \quad (68)$$

Durch die Sektorschwellen werden nur solche Koinzidenzereignisse zur Bestimmung der experimentellen Asymmetrie benutzt, bei denen die Energie $E_{\gamma'}$ des gestreuten Photons oberhalb der Sektorschwelle liegt. Nach Gleichung (68) entspricht dem, daß nur Koinzidenzereignisse in die experimentelle Asymmetrie eingehen, bei denen das Photon in einen eingeschränkten Winkelbereich gestreut wird.

Die Analysierstärke des Comptoneffektes hängt nach Gleichung (42) (vgl. auch Abbildung 13) von dem Compton-Streuwinkel ϑ des Photons ab. Werden die Sektorschwellen so gesetzt, daß der eingeschränkte Winkelbereich mit dem Winkelbereich zusammenfällt, in dem Analysierstärke des Comptoneffektes groß ist, so ist auch eine große experimentelle Asymmetrie zu erwarten (vgl. Gleichung (41)).

Da die Sektorschwellen aber auch die Gesamtzahl der Koinzidenzereignisse, die die experimentelle Asymmetrie bestimmen, reduziert, wird durch die Sektorschwellen die Statistik der Polarisationsmessung verschlechtert. In der Praxis muß ein Kompromiss zwischen den beiden gegenläufigen Einflüssen der Sektorschwellen auf die experimentelle Asymmetrie

gefunden werden. Für die Messungen an den Cd-Isotopen haben sich Sektorschwellen von etwa 260 keV als zweckmäßig erwiesen. Diese Schwellen wurden für beide Polarimeter genutzt. Der sich für diese Werte der Sektorschwellen ergebende Kurvenverlauf von $Q(E_\gamma)$ ist in Abbildung 21 (Abschnitt 3) für ein Polarimeter eingezeichnet.

Eine eingehendere Diskussion der Eichung der Polarimeter findet sich in [Beli97, Schl92, ScMa94, Mase98].

2.2 Experimenteller Aufbau

Die für die Kernresonanzfluoreszenz notwendigen reellen Photonen werden an den Stuttgarter KRF-Meßplätzen mit Hilfe des 4.3 MV Dynamitron Beschleunigers des Instituts für Strahlenphysik erzeugt. Das Dynamitron ist eine Gleichstrommaschine, mit der sowohl Ionen als auch Elektronen beschleunigt werden können. Mit der zur Hochspannungserzeugung verwendete Schaltung, einer modifizierte Schenkelschaltung, können Ströme bis zu 4 mA erreicht werden.

Zur Erzeugung von reellen Photonen werden mit dem Dynamitron Elektronen beschleunigt und mittels des Ablenkmagneten auf die 120° Strahllinie gelenkt. Am Ende der 120° Strahllinie werden die Elektronen in einem Bremstarget aus Gold vollständig gestoppt. Bei diesem Prozeß entsteht Bremsstrahlung mit einem kontinuierlichen Bremsstrahlungsspektrum, dessen Intensität von niederen zu höheren Photonenenergien monoton abnimmt. Die maximal erreichbare Photonenenergie entspricht der kinetischen Energie der beschleunigten Elektronen. Die Wärmeleitfähigkeit des Bremstargets begrenzt die nutzbaren Ströme auf maximal 300 μA bei 4 MV Beschleunigungsspannung. Ströme oberhalb dieses Wertes hätten ein Durchschmelzen des Bremstargets zur Folge. Bei 300 μA und 4 MV Beschleunigungsspannung wird ein Durchschmelzen des Bremstargets durch eine geringfügige Defokussierung des Elektronenstrahls und eine Hochdruck-Wasserkühlung des Bremstargets vermieden.

Die erzeugte Bremsstrahlung tritt direkt hinter dem Bremstarget durch ein Strahlfenster aus dem Vakuumsystem der 120° Strahllinie aus. Die Meßplätze KRF 1 und KRF 2 in der Experimentierhalle erreicht die Bremsstrahlung durch die 1 cm große Bohrung des 1 m langen Bleikollimators, der sich in der Wand zwischen Generatorraum und Experimentierhalle befindet. Dies hat zur Folge, daß die Bremsstrahlung in die Experimentierhalle als ein scharfer, gerichteter Photonenstrahl gelangt. Der Strahldurchmesser ist bei KRF 1 kleiner 20 mm und bei KRF 2 kleiner 40 mm. Zur Vermeidung einer Aufweitung des Strahls durch Streuung an Atomen treten die Photonen direkt hinter dem Bleikollimator durch ein Plastikfenster in das Vorvakuum des Strahlrohres in der Experimentierhalle ein.

In diesem Strahlrohr befinden sich auch die Targets mit dem zu untersuchenden Isotopenmaterial. Auf Grund der hohen Strahlintensität und -Qualität können an beiden

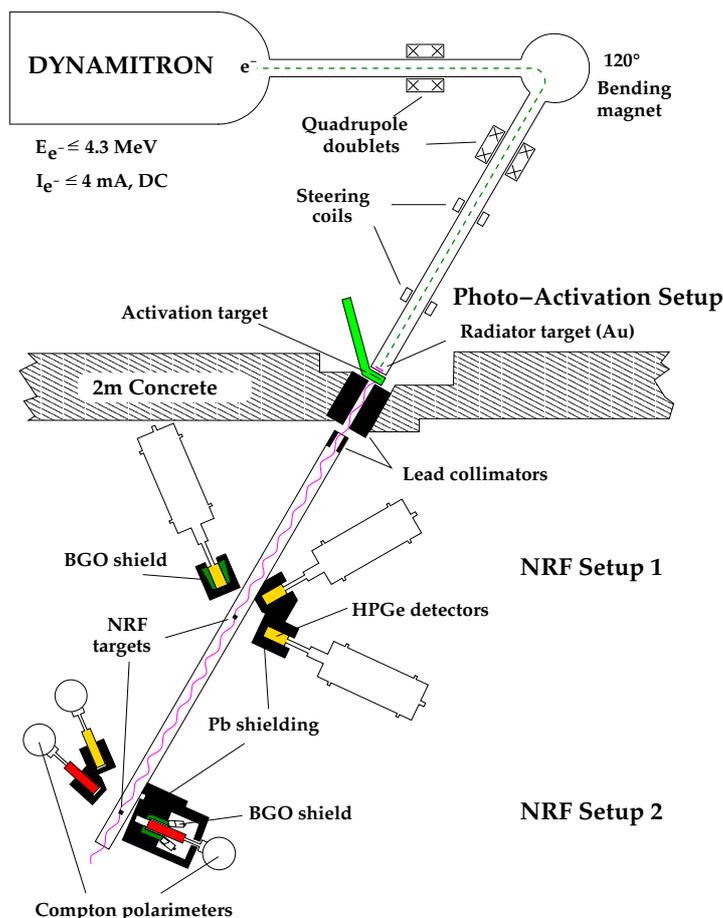


Abbildung 16: Übersicht über den Beschleuniger und die KRF-Meßplätze in Stuttgart.

Meßplätzen zugleich Experimente durchgeführt werden. KRF 1 befindet sich ca. 2.5 m hinter dem Bremstarget und KRF 2 ca. 4 m. Bei KRF 1 sind drei hochreine Germanium-Detektoren unter 90°, 127° und 150° bezogen auf den primären Photonenstrahl aufgestellt. Ihre Ansprechwahrscheinlichkeit relativ zu einem 3" × 3" NaJ(Tl)-Detektor beträgt 100%. Bei KRF 2 befinden sich zwei vierfach segmentierte Compton-Polarimeter unter jeweils 90° bezogen auf den primären Photonenstrahl. Ihre relative Ansprechwahrscheinlichkeit beträgt 28% und 60%. Unter 127° ist ein weiterer Germanium-Detektor aufgestellt, um auch an diesem Meßplatz winkelabhängig Spektren messen zu können. Die Detektoren an beiden Meßplätzen sind in aus Bleikollimatoren, Bleiziegeln und Bleiwolle aufgebaute Abschirmungen eingebettet. Dadurch wird der Raumuntergrund stark unterdrückt. Zur Unterdrückung niederenergetischer Streustrahlung des auf den Targetkern treffenden Photonenstrahls sind vor den Kollimatoröffnungen 5 bis 20 mm starke Bleifilter aufgestellt. Dadurch wird die Zählrate bei kleinen Energien drastisch reduziert, ohne physikalisch relevante Ereignisse bei höheren Energien in nennenswertem Maß zu verlieren. Der Detektor unter 127° bei KRF 1 und eines der Polarimeter bei KRF 2 sind mit aktiven Anti-Compton-Abschirmungen ausgestattet.

2.3 Detektoren und Datenerfassung

Da die in dieser Arbeit behandelten Daten größtenteils aus Messungen am zweiten, polarisationsempfindlichen KRF-Aufbau stammen, soll hier nur kurz auf die Datenerfassung bei KRF 1 eingegangen werden. Der durch einen Photoneinfall im Detektorkristall ausgelöste Strompuls wird im Vorverstärker in ein Spannungssignal gewandelt. Der Spannungspuls wird im Hauptverstärker weiter verstärkt und die Pulsform für die Weiterverarbeitung optimiert. Das analoge Signal wird dann in ein digitales gewandelt und zum Vielkanalanalysator des Meßprogramms TMCA [Targ87] geleitet. Der Vielkanalanalysator erhöht nach Eingang des Signals in dem der Spannungshöhe entsprechenden Kanal die Anzahl der Ereignisse um 1. Eine genauere Beschreibung von Germanium Detektoren im Allgemeinen findet sich in [Knol89], eine des vorderen Stuttgarter Meßplatzes (KRF1) in [KnPi96].

Die Datenerfassung bei KRF 2 ist wegen der Messung der Polarisationsinformation aufwendiger. Die in Stuttgart eingesetzten Polarimeter sind Einkristall-Polarimeter, bei denen, ebenso wie bei den Detektoren vom Meßplatz KRF 1, der aktive Bereich zur Detektion eines Photons aus einem Germaniumkristall besteht. Die Kristalle werden als gesperrte Dioden betrieben, deren Sperrbereich sich über das ganze Kristallvolumen ausdehnt. Die von einem einfallenden Photon freigesetzten Elektronen und Löcher erzeugen an den Elektroden jeweils einen Strompuls. Die Elektroden für die Sperrspannung und zur Ableitung der Strompulse sind an den zylinderförmigen Kristallen coaxial angeordnet.

Im Gegensatz zu den nicht polarisationsempfindlichen Detektoren des vorderen Aufbaus

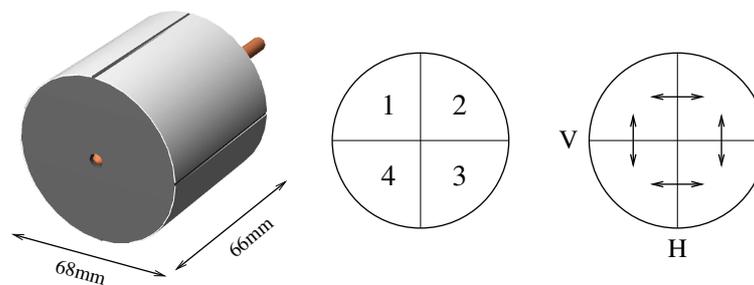


Abbildung 17: Links ist der vierfach segmentierte Detektorkristall eines der in Stuttgart verwendeten Compton-Polarimeter gezeigt. Die beiden anderen Bilder stellen den Detektorkristall in der Aufsicht dar. Die vertikalen und horizontalen Doppelpfeile in dem rechten Teil deuten an, in welchen Segmenten gleichzeitig Ereignisse registriert werden müssen, damit die vertikale bzw. horizontale Koinzidenzbedingung erfüllt ist.

ist der Detektorkristall bei den Polarimetern aber in vier gegeneinander isolierte Segmente unterteilt. Den Segmenten ist die zentrale Elektrode gemein, während jedes Segment eine separate äußere Elektrode besitzt. Dies erlaubt es, selektiv für jedes Segment die Signale an der äußere Elektrode abzugreifen. Daher können die einzelnen Segmente als unabhängige Detektoreinheiten verstanden werden. Die Funktion als Polarimeter

ist möglich, da jedes Segment sowohl die Funktion des Streuers als auch die Funktion eines Absorbers übernehmen kann. Ein weiteres Signal wird durch die zentrale, allen Segmenten gemeinsame Elektrode geliefert. Dieses Core-Signal ist gleich dem Summenstrom der Segmentströme mit invertierter Flußrichtung. Die Gesamtheit aller in einem Segment freigesetzter Ladungsträger entspricht dem Anteil der Energie des Photons, der in dem Segment deponiert wurde. Das Core-Signal ist also der insgesamt von einem Photon im Detektorkristall deponierten Energie proportional. Im Idealfall, bei dem das Photon seine Energie vollständig im Detektor deponiert, liefert das Core-Signal daher direkt die Energieinformation. Die Weiterverarbeitung erfordert für jede einzelne Segmentelektrode und für die Coreelektrode einen separaten Vor- und Hauptverstärker, deren Funktion völlig analog zu denen der Verstärker des vorderen Aufbaus (KRF1) ist. Die Weiterverarbeitung der Signale nach den Hauptverstärkern erfolgt bei den Polarimetern aber anders als bei den Detektoren von KRF 1.

Überschreitet das Core-Signal eines der beiden in Stuttgart eingesetzten Polarimeter einen bestimmten Wert, so wird ein Zeitfenster geöffnet. Nimmt der Wert des Coresignals weiter zu, so daß er auch eine zweite Schwelle überschreitet, so werden alle innerhalb des Zeitfensters von den Segmenten der Polarimeter gelieferten Signale digitalisiert und dann in digitaler Form mit Hilfe eines Echtzeitdatenerfassungssystem auf einem Massenspeichermedium abgelegt. Zusätzlich zu den digitalisierten Segment- und Core-Signalen wird auch noch zu jedem Segment ein Zeitsignal abgelegt, dessen Nullpunkt mit dem Beginn des Zeitfensters zusammenfällt. So wird zu jedem detektierten Ereignis ein entsprechender Datensatz gespeichert. Insbesondere ist in der Zuordnung der digitalen Signalwerte zu einem Datensatz implizit die Gleichzeitigkeitsinformation der Signale enthalten. Während des gesamten Prozesses, der durch das Öffnen und Schließen des Zeitfensters zeitlich begrenzt ist, können keine weiteren Zeitfenster geöffnet werden. Nach dem Ende des Speicherprozesses wird das Datenerfassungssystem dann in seinen Ausgangszustand zurückversetzt. Wird die zweite Schwelle von keinem der Core-Signale überschritten, so werden alle bis dahin registrierten Signale verworfen und die Datenerfassung in ihren Ausgangszustand zurückversetzt.

Die Generierung von Spektren aus den einzelnen Datenworten geschieht dann "offline". Insbesondere ist es möglich, verschiedene Spektren für verschiedene Koinzidenzbedingungen aus dem gleichen Datensatz zu gewinnen. Das orthogonale Spektrum aus Abschnitt 2.1.3 wird unter der Bedingung gleichzeitiger Signale in dem Segmentpaar (1,2) oder dem Segmentpaar (3,4) generiert. Die Bedingung, unter der ein Ereignis für das parallele Spektrum gezählt wird, ist, daß gleichzeitige Signale für das Segmentpaar (2,3) oder das Segmentpaar (1,4) gespeichert sind.

Die dichte Anordnung der Segmente und die Symmetrie der Konfiguration besitzt offensichtlich Vorteile gegenüber Polarimetern, die aus einzelnen Detektoren aufgebaut sind. Andererseits wird wegen der dichten Anordnung über einen großen Bereich des Streuwinkel-

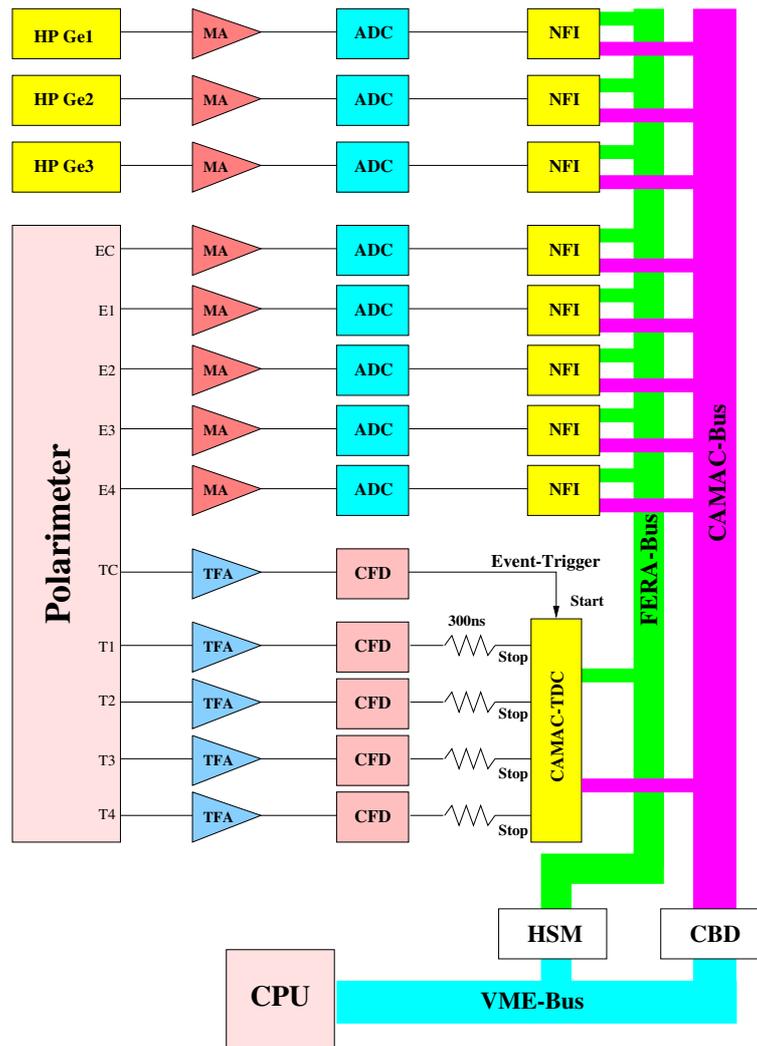


Abbildung 18: Blockschaltbild der Datenerfassung am Meßplatz KRF 2.

kels ϑ integriert. Nach Relation (41) reduziert dies die Analysierstärke des Comptoneffektes. (34) liefert aber eine Beziehung zwischen den Energien des gestreuten Photons und dem Streuwinkel ϑ . Durch Setzen einer Energieschwelle für die Segmentsignale bei der Generierung der Koinzidenzspektren werden daher nur gestreute Photonen aus einem eingeschränkten Winkelbereich für ϑ berücksichtigt. Die Analysierstärke des Comptoneffektes wird so besser ausgenutzt. Die Gesamtzahl der im Spektrum klassifizierten Ereignisse wird dadurch aber verringert, die Ansprechwahrscheinlichkeit des Polarimeters also vermindert. Die optimale Polarisationsempfindlichkeit des Polarimeters wird durch diese beiden gegenläufigen Einflüsse bestimmt.

3 Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die experimentell ermittelten Größen für die Cd-Isotope zusammengefaßt und dargestellt. Es werden auch die verwendeten Targets, die Meßzeiten und weitere experimentelle Parameter aufgeführt.

Spezielle Anregungen werden weiter unten (Kapitel 4) eingehend diskutiert. Bei den angegebenen Daten sind teilweise auch ältere Experimente, deren Auswertung nicht Gegenstand dieser Arbeit war, berücksichtigt, um einen Vergleich innerhalb der kompletten Cd-Isotopenkette zu ermöglichen.

Die Tabellen 2 und 3 enthalten die Strahl- und Targetparameter aller in Stuttgart durchgeführten KRF-Messungen an Cd-Isotopen. In Tabelle 2 ist auch angegeben, welche Cd-Isotope polarisationempfindlich und welche polarisationsunempfindlich gemessen wurden.

Isotop	Endpunktsenergie [MeV]	Targetstrom [μ A]	Meßzeit [h]
^{108}Cd	4.10	230	100 *
	3.15	300	60 *
^{110}Cd	4.05	250	42 *
	4.05	260	345 ‡
	3.80	265	125 ‡
^{111}Cd	4.05	250	132 *
^{112}Cd	4.00	230	69 *
	4.10	200	419 ‡
	3.15	320	211 ‡
^{113}Cd	4.05	230	64 *
	3.05	250	60 *
^{114}Cd	4.05	250	81 *
	4.05	260	596 ‡
^{116}Cd	4.05	250	319 ‡
	2.70	360	61 ‡

* Messung am vorderen KRF-Meßplatz (Streuquerschnitts- und Winkelverteilungsmessung)

‡ Messung am hinteren KRF-Meßplatz (Polarisationsmessung mit Compton-Polarimetern)

Tabelle 2: Strahlparameter und Bestrahlungszeiten der KRF-Messungen

Isotop	Zusammen- setzung	Anreicherung [%]	Absolute Masse [mg]		Verunreinigungen
			Target	²⁷ Al	
¹⁰⁸ Cd	Cd Metall	63.90	1006	753	¹⁰⁶ Cd (0.20%) ¹¹⁰ Cd (7.29%) ¹¹¹ Cd (5.47%) ¹¹² Cd (9.16%) ¹¹³ Cd (3.61%) ¹¹⁴ Cd (8.72%) ¹¹⁶ Cd (1.65%)
¹¹⁰ Cd	Cd Metall	95.49	1018	760	¹¹¹ Cd (1.59%) ¹¹² Cd (1.35%) ¹¹⁴ Cd (0.91%)
¹¹⁰ Cd	Cd Metall	95.49	2299	} 2409	s. oben
¹¹⁰ Cd		97.25	5790		?
¹¹¹ Cd	Cd Metall	95.92	2097	760	¹¹² Cd (2.16%) ¹¹⁴ Cd (0.96%)
¹¹² Cd	CdO	98.17	1976	1000	¹¹³ Cd (0.62%) ¹¹⁴ Cd (0.52%)
¹¹² Cd	Cd Metall	97.92	4498	2532	¹¹³ Cd (0.91%) ¹¹⁴ Cd (0.78%)
¹¹³ Cd	Cd Metall	94.58	4032	240	¹¹² Cd (1.77%) ¹¹⁴ Cd (2.86%)
¹¹⁴ Cd	CdO	99.2	1854	420	--
¹¹⁴ Cd	Cd Metall	99.2	1844	} 2028	--
¹¹⁴ Cd		99.07	3494		--
¹¹⁶ Cd	CdO	97.07	6039	1579	¹¹⁴ Cd (1.47%)

Tabelle 3: Target-Zusammensetzungen und Spezifikationen

Abbildung 19 zeigt Ausschnitte der in Stuttgart gemessenen KRF-Spektren der Isotope ^{108,110,111,112,113,114,116}Cd. Von den stabilen Cd-Isotopen ist nur ¹⁰⁶Cd nicht in KRF vermessen worden, da es nicht möglich war, eine ausreichende Menge an Targetmaterial zu beschaffen. In den Spektren sind die Eichlinien von ²⁷Al gekennzeichnet. Ebenfalls markiert sind die Untergrundlinie bei 2614 keV von ²⁰⁸Pb und die Escapelinie zur 2981 keV Linie von ²⁷Al. Bei den geraden Cd-Isotopen sind im Energiebereich von 2400 keV bis 2700 keV die Linien der Grundzustandsübergänge von 1⁻ Zuständen gekennzeichnet. Diese Zustände werden Zwei-Phononen-Anregungen, aufgebaut aus dem ersten Quadrupol- und dem ersten Oktupolphonon, zugeordnet. Es ist deutlich zu erkennen, daß diese Anregung das Spektrum in diesem Energiebereich dominiert und ihre energetische Lage nur gering mit der Neutronenzahl variiert.

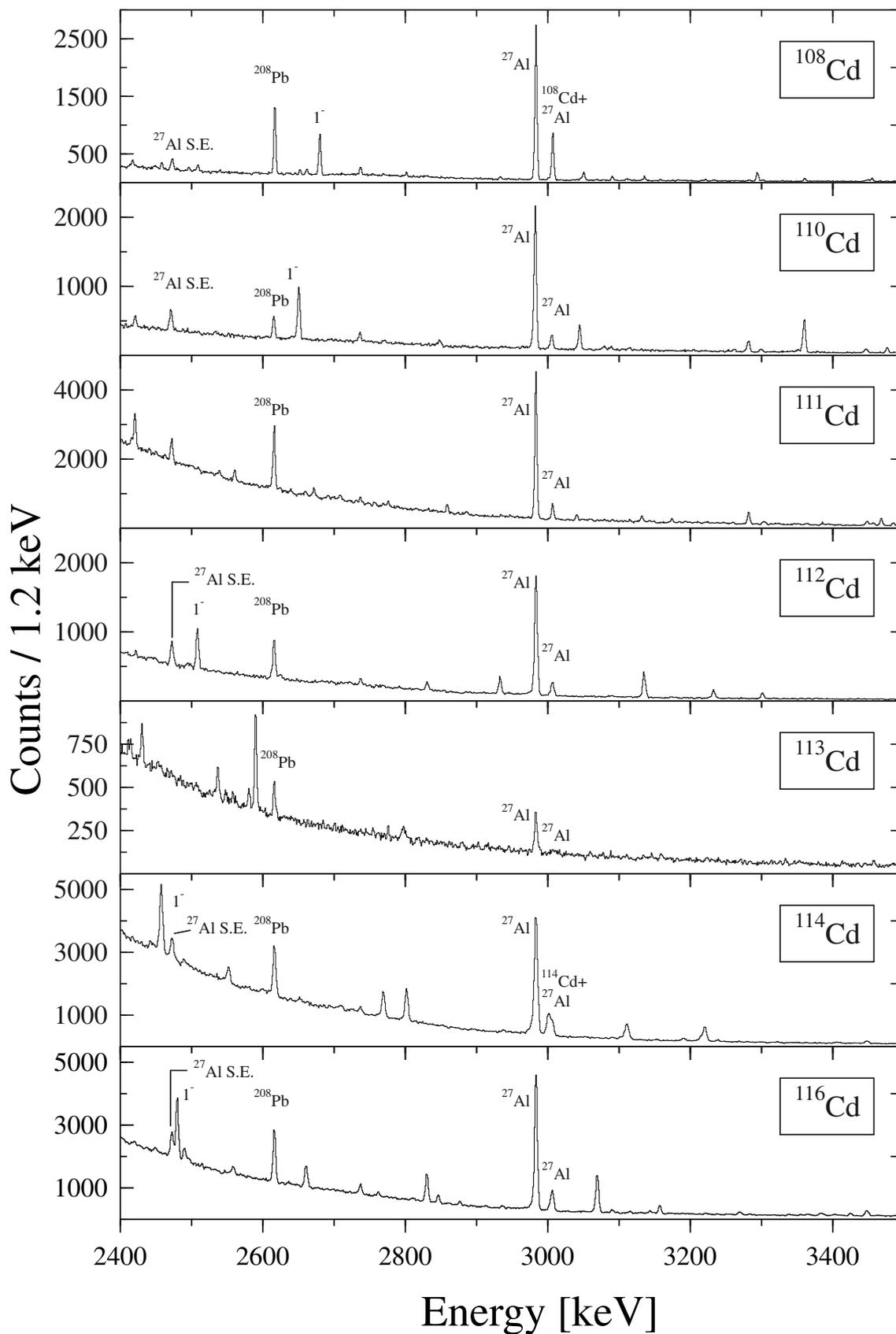


Abbildung 19: Ausschnitt der KRF-Spektren für die Isotope $^{108,110,111,112,113,114,116}\text{Cd}$. Mit ^{27}Al gekennzeichnet sind Linien des Photoneneichstandards ^{27}Al . Ebenfalls markiert sind die Untergrundlinien bei 2614 keV von ^{208}Pb und die Single Escape Linie zur 2981 keV Linie von ^{27}Al . Durch I^- sind Linien der Cd-Isotope hervorgehoben. Die zugehörigen Anregungszustände sind die Kandidaten für den $1^-(2_1^+ \otimes 3_1^-)$ -Zustand.

Gegenüber den benachbarten geraden Cd-Isotope treten in den Spektren der ungeraden Cd-Isotope eine größere Anzahl von schwächeren Linien auf. Dies ist generell bei dem Vergleich von benachbarten geraden und ungeraden Kernen zu beobachten und wird als Stärke-Fragmentierung bezeichnet.

Als Beispiel für die Messungen der Winkelverteilungsverhältnisse sind in Abbildung 20 die Intensitätsverhältnisse $W(90^\circ)/W(127^\circ)$ gezeigt. Die Winkelverteilungen zu den anderen geraden Cd-Isotope sind bereits in [GaBe03, GeNe94, LeNo99] veröffentlicht und werden hier nicht gezeigt. Die ungeraden Cd-Isotope $^{111,113}\text{Cd}$ haben den Grundzustandspin $J_0 = \frac{1}{2}$ und deshalb eine nahezu isotrope Winkelverteilung, die keine Information über die Kernspins der beim Streuprozeß angeregten Zustände enthält. Es erübrigt sich daher auch eine Auftragung der Winkelverteilungsverhältnisse für diese Isotope.

In der Abbildung 20 sind bei einem Verhältnis $W(90^\circ)/W(127^\circ)$ von 1, 0.73, 2.28 waagerechte Linien eingezeichnet. 1 ist der Wert des Verhältnisses für eine isotrope Winkelverteilung, 0.73 entspricht dem theoretischen Wert für einen Dipolübergang (Spinfolge 0-1-0) und 2.28 dem theoretischen Wert für ein Quadrupolübergang (Spinfolge 0-2-0). Der Einfluß der endlichen Winkelöffnung der Detektoren wurde bei den theoretischen Werten nicht berücksichtigt, da er gegenüber dem experimentellen Fehler vernachlässigbar ist.

$W(90^\circ)/W(127^\circ)$ wird mit dem experimentellen Verhältnis $\frac{A_{90^\circ}}{A_{127^\circ}} \frac{(\tau\epsilon_{rel})_{127^\circ}}{(\tau\epsilon_{rel})_{90^\circ}}$ verglichen. Um für die Übergänge eine Multipolordnung zu identifizieren, wird den entsprechenden experimentellen Werten ein Werteintervall zugeordnet. Die obere Grenze des Intervalls ist durch den experimentellen Wert plus dem doppelten Fehler, die untere Grenze durch den experimentellen Wert minus dem doppelten Fehler gegeben. Liegt einer der theoretischen Werte innerhalb und der andere außerhalb des Intervalls zu einem Übergang, so wird dem Übergang die Multipolordnung, die dem theoretischen Wert innerhalb des Intervalls entspricht, zugeordnet. Die experimentellen Werte der Cd-Isotope sind durch die gefüllten Kreise dargestellt. Die Dreiecke entsprechen den experimentellen Werten des Eichstandards ^{27}Al . Wegen der fast isotropen Winkelverteilung der betrachteten Al-Übergänge stimmen die experimentellen und theoretische erwarteten Werte gut überein. Eine Abweichung der experimentellen und theoretischen Werte für die Al-Linien wäre ein Hinweis auf einen fehlerhaften experimentellen Aufbau und/oder eine Inkonsistenz in der Auswertung der Daten.

Betrachtet man nur die Datenpunkte von ^{116}Cd , die unterhalb der waagerechten Linien bei 1 liegen, so streuen diese nur sehr gering um ihren fehlergewichteten Mittelwert von 0.61. Eine waagerechte Linie bei 0.61 erfaßt die Lage dieser Datenpunkte daher besser als die waagerechte Linie bei 0.73. Andererseits liegen die Punkte für die Al-Linien wie erwartet bei 1. Wegen der geringen Streuung der Punkte um den Wert 0.61 kann davon ausgegangen werden, daß es sich bei der Abweichung vom Wert 0.73 um einen systematischen Fehler handelt, der allerdings die Zuordnung von Dipol- oder Quadrupolübergängen nicht beeinflusst.

Die gezeigten Verhältnisse zu ^{116}Cd beziehen die Effizienz und Meßzeit der normierten

Flächen des alten Polarimeters und des Detektors unter 127° (relativ zur Bremsstrahlung) aufeinander. Berücksichtigt man auch das entsprechende Verhältnis für das neue Polarimeter und den Detektor unter 127° (relativ zur Bremsstrahlung), so erhält man eine noch stärkere Verschiebung der experimentellen Verhältnisse zu kleineren Werten. Die Streuung um den Mittelwert bleibt aber gering und die Verschiebung betrifft auch nur die Punkte von ^{116}Cd , nicht die von ^{27}Al . Der systematische Fehler beeinflusst also offensichtlich die Flächen der ^{116}Cd - und der ^{27}Al -Linien verschieden.

Für jedes einzelne Spektrum wurden Verhältnisse Effizienz normierter Flächen von ^{116}Cd -Linien bestimmt. Diese Größe stimmt für die verschiedenen Detektoren im Rahmen der statistischen Fehler überein. Die Daten zu ^{116}Cd aus einem Spektrum sind relativ zueinander konsistent. Bezieht man dagegen die Effizienz normierte Fläche einer ^{116}Cd -Linien auf die Effizienz normierte Fläche einer ^{27}Al -Linie des gleichen Spektrums und vergleicht den erhaltenen Wert mit dem entsprechenden Wert für ein anderes Spektrum, so treten Abweichungen auf, die nicht statistischen Ursprungs sein können. Ebenso wie bei den Winkelverteilungen spricht dies für einen systematischen Fehler, der sich unterschiedlich auf die Flächen von ^{116}Cd - und ^{27}Al -Linien auswirkt.

Für die Auswertung der ^{116}Cd -Daten hatte dies zur Konsequenz, daß für die Bestimmung der Multipolordnung und der Übergangsstärken die mit dem neuen Polarimeter gewonnenen Daten nicht berücksichtigt wurden. Die bessere Übereinstimmung der mit den anderen Detektoren erhaltenen Daten war ausschlaggebend für diese Vorgehensweise. Bei den Übergangsstärken ist die Einschränkung notwendig, da zur ihrer Bestimmung die Flächen der ^{116}Cd -Linien zu der Fläche der ^{27}Al -Linie bei 2981 keV in Bezug gesetzt werden. Aus der Abweichung des theoretischen erwarteten und des experimentell bestimmten Wertes für das Verhältnis $\frac{A_{90^\circ}(\tau_{rel})_{127^\circ}}{A_{127^\circ}(\tau_{rel})_{90^\circ}}$ wurde für diese Messung ein größerer systematischer Fehler von 15% abgeschätzt.

Zur Bestimmung des Multipolcharakters eines Überganges aus der experimentellen Asymmetrie ist kein Bezug auf die Flächen der ^{27}Al -Linien notwendig. Daher konnten die an beiden Polarimetern gewonnenen Asymmetrien verwendet werden.

Die Ursache für den systematischen Fehler konnte nicht mit Sicherheit bestimmt werden. Am plausibelsten erscheint eine Verschiebung des Targets gegenüber der optimalen Targetposition. Allerdings erklärt eine solche Annahme nicht die Lage der ^{27}Al -Punkte.

Zur Bestimmung der Multipolordnung eines Überganges werden wegen des systematischen Fehlers die experimentellen Werte um die Differenz 0.73 – 0.61 verschoben. Berücksichtigt man diese Korrektur, so liegen die Datenpunkte von ^{110}Cd und ^{116}Cd fast ausschließlich in der Nähe der Dipolübergängen entsprechenden Linie. Nur für den Übergang bei 2488 keV in ^{116}Cd konnten keine Multipolordnung eindeutig identifiziert werden. Für die Tabelle 9 zu ^{116}Cd wird dieser Übergang auch als Dipolübergang betrachtet. Der Wert der Übergangsstärke, der sich bei der alternativen Interpretation als Quadrupolübergang ergibt, wird gesondert aufgeführt.

Übergänge, die nicht im Detektor unter 127° (relativ zur Bremsstrahlung) beobachtet wur-

den, sind in der Abbildung nicht berücksichtigt. In den Tabellen wird von Dipolübergängen für diese Anregungen ausgegangen.

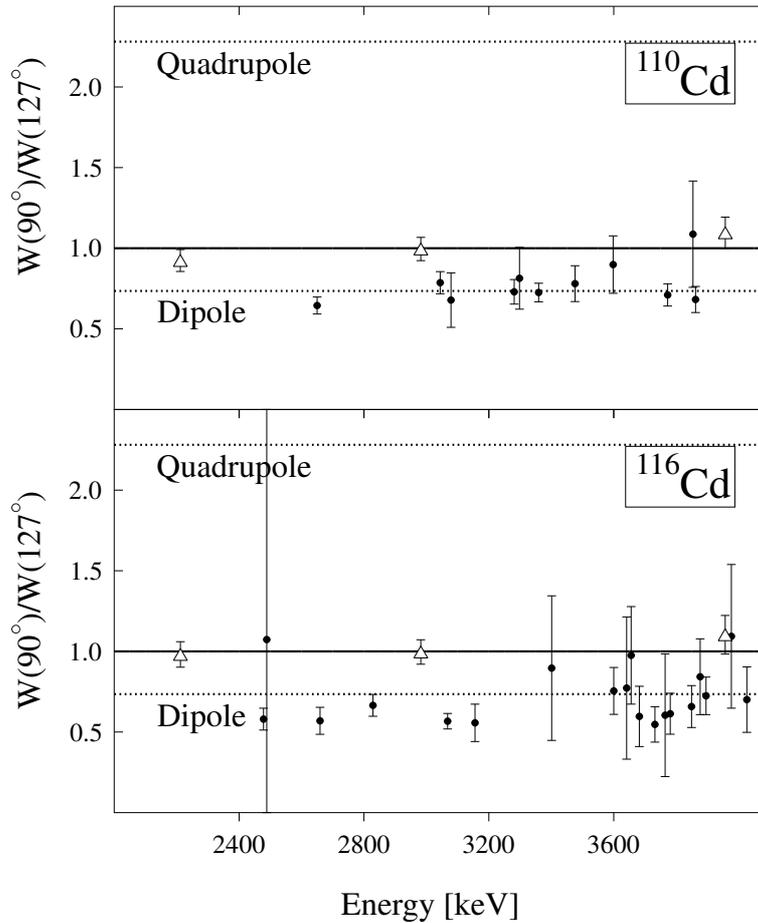


Abbildung 20: Winkelverteilung für ^{110}Cd (oberer Teil) und ^{116}Cd (unterer Teil). Die gefüllten Punkte geben die Werte für Übergänge der Cd-Isotope wieder. Den offenen Dreiecken entsprechen Übergänge im Eichstandard ^{27}Al . Die Lage der Punkte von ^{116}Cd ist durch einen, im Text diskutierten, systematischen Fehler nach unten verschoben.

Abbildung 21 zeigt die experimentellen Asymmetrien von $^{110,112,114,116}\text{Cd}$. Die Bestimmung der Asymmetrien für die Cd-Isotope und damit die Unterscheidung zwischen elektrischen und magnetischen Übergängen ist wesentlicher Bestandteil dieser Arbeit. Da nicht genügend Targetmaterial für ^{108}Cd zur Verfügung stand und deshalb keine ausreichende Statistik zu erreichen war, war es nicht möglich für ^{108}Cd die Asymmetrien zu bestimmen. Ähnlich wie bei den Winkelverteilungen ist bei der Asymmetrie für die ungeraden Cd-Isotope kein Effekt zu erwarten, weshalb auch diese nicht polarisationsempfindlich gemessen wurden. Als gestrichelte Linien sind die theoretisch erwarteten Asymmetrien eingezeichnet. Die eingezeichneten theoretischen Asymmetrien gelten für das neuere Stuttgarter Polarimeter. Sie sind in Eichmessungen [Beli97] ermittelt worden. Die entsprechenden Kurven für das alte Polarimeter weichen im relevanten Energiebereich nur

geringfügig von denen des neuen Polarimeters ab. Daher ist es gerechtfertigt, in Abbildung 21 einen fehlergewichteten Mittelwert der experimentellen Asymmetrien des neuen und des alten Polarimeters aufzutragen und mit den Kurven zu vergleichen.

Die Zuweisung eines Multipolcharakters zu einem Übergang erfolgt analog zu der Zuweisung einer Multipolordnung. Es werden die theoretische Asymmetrien mit dem experimentellen Verhältnis $\frac{A_{\parallel}-A_{\perp}}{A_{\parallel}+A_{\perp}}$ verglichen. Mit dem experimentellen Fehler wird ein Intervall um den experimentellen Wert der Asymmetrie festgelegt. Fällt einer und nur einer der theoretischen Werte in das Intervall, so wird der Multipolcharakter des theoretischen Wertes auch dem experimentellen Wert zugeordnet. In dieser Arbeit wurden Übergängen auch tentativ ein Multipolcharakter zugeordnet. Dies ist zum einen der Fall, wenn in der polarisationsempfindlichen Messung zwei Übergänge nicht aufgelöst werden konnten. In diesem Fall wird beiden Übergängen der Multipolcharakter tentativ zugeordnet, bei dem der entsprechende theoretische Wert näher bei der experimentellen Asymmetrie liegt. Zum anderen macht eine tentative Zuordnung des Multipolcharakters Sinn, falls trotz hinreichend kleinem Fehlers der experimentellen Asymmetrie keine Zuweisung nach obigen Kriterium möglich ist. Dann ist wieder der geringere Betrag der Differenz zwischen dem theoretischen Wert zu einem Multipolcharakter und der experimentellen Asymmetrie entscheidend. In den Tabellen ist bei tentativen Zuordnungen die Parität in Klammern angegeben.

Um eine gute Übersichtlichkeit zu bewahren, sind nur die Asymmetrien der starken Übergänge für die Cd-Isotope eingezeichnet. Für alle nicht aufgeführten Übergänge war keine Zuweisung eines Multipolcharakters möglich. Zusätzlich sind die Asymmetrien der ^{27}Al Eichlinien und der ^{208}Pb Untergrundlinie gezeigt. Die Asymmetrien dieser Linien sollten gleich 0 sein. Da die experimentellen Asymmetrien im Rahmen der Fehler mit dem erwarteten Wert übereinstimmen, kann eine durch die Meßapparatursverursachte Asymmetrie ausgeschlossen werden.

Die bei ^{110}Cd und ^{114}Cd mit einem Stern gekennzeichneten Punkte entsprechen nicht einzelnen Übergängen, sondern zwei nicht auflösbaren Übergängen. In diesem Fall ist also nur eine Aussage über den Polarisationsgrad beider Übergänge zusammen möglich. Für ^{110}Cd und ^{114}Cd gibt es jeweils ein Paar solcher Übergänge mit eindeutig positiver Asymmetrie. Bei gleich starken Übergängen läßt dies den Schluß zu, daß beide Übergänge den gleichen Multipolcharakter besitzen. Dominiert ein Übergang in einem Paar, so ist davon auszugehen, daß zumindest dem dominanten Übergang der Multipolcharakter zugeordnet werden kann, der der Asymmetrie entspricht.

Die mit einem Kreis hervorgehobenen Übergänge gehören zu den bereits in den Spektren gekennzeichneten $0_{GS}^+ \rightarrow 1^-(2_1^+ \otimes 3_1^-)$ Übergängen. Insgesamt konnten mit den Polarisationsmessungen für 18 Anregungszustände die Paritäten erstmals bestimmt werden.

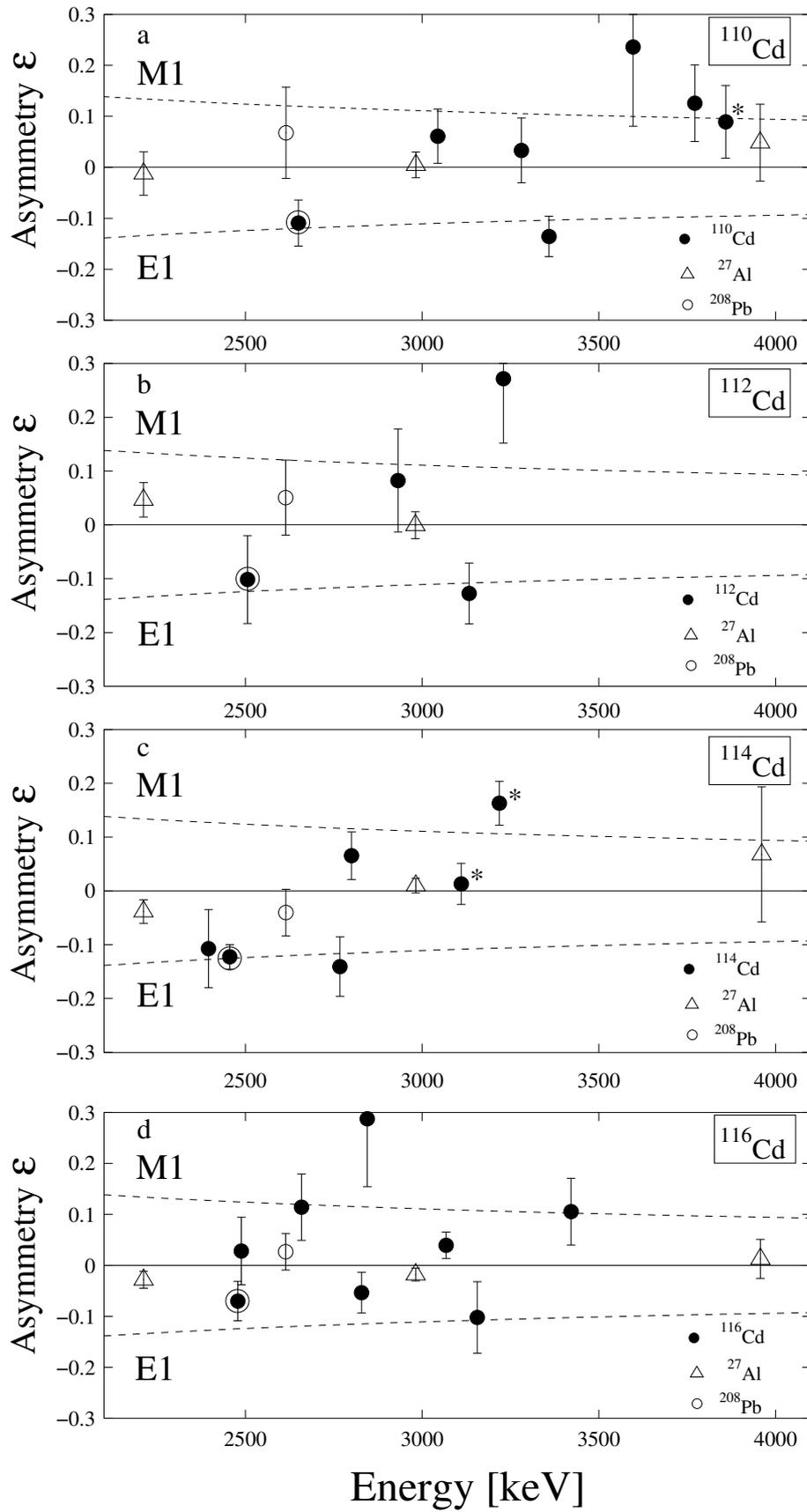


Abbildung 21: Experimentelle Asymmetrien von Übergängen der Isotope $^{110,112,114,116}\text{Cd}$. Die mit einem Stern gekennzeichneten Asymmetrien zu ^{110}Cd und ^{114}Cd gehören zu jeweils zwei nicht auflösbaren Übergängen. Die mit Kreise markierten Punkte gehören zur Anregung der 1^- 2-Phononzustände.

Abbildung 22 zeigt die Stärkeverteilungen aller in Stuttgart gemessener Cd-Isotope. Um die Abbildung übersichtlich zu halten, sind die Stärken nicht nach Multipolordnung und -charakter unterschieden. Die Stärkeverteilungen von $^{110,111,116}\text{Cd}$ sind im Rahmen dieser Arbeit erstmals bestimmt worden. Die Verteilung für ^{114}Cd ist bereits früher gemessen worden [GeNe94]. Die hier gezeigten Daten stammen aber aus der neuen polarisationsempfindlichen Messung von ^{114}Cd . Die neuere Messung besitzt wegen der deutlich längeren Meßzeit eine bessere Statistik. Andererseits ist die Energieauflösung schlechter. Dadurch kommt es bei Übergängen mit geringer Stärke zu Abweichungen zwischen den beiden Messungen. Im weiteren Verlauf wird dieser Punkt nochmals aufgegriffen. Die Zahlenwerte zu den Datenpunkten von $^{110,111,114,116}\text{Cd}$ sind in den Tabellen 5 bis 9 angegeben. Die Daten zu ^{108}Cd wurden von A. Gade im Rahmen ihrer Doktorarbeit ausgewertet [GaBe03]. Die Daten zu ^{112}Cd und ^{113}Cd sind den früheren Arbeiten von H. Lehmann [LeNo99] und W. Geiger [GeNe94] entnommen. Bis auf wenige Ausnahmen gehört die Stärke in den Verteilungen zu Dipolübergängen. Abbildung 22 dient einer Gesamtübersicht der Stärkeverteilung in allen gemessenen Cd-Isotopen. Die Abbildungen 23 und 24 erlauben den Vergleich der Stärkeverteilungen für bestimmte Cd-Isotope. In diesen Abbildungen wird, soweit bekannt, auch zwischen dem elektrischen und magnetischen Charakter der Dipolstrahlung unterschieden.

Auffällig in Abbildung 22 ist die große Anzahl schwächerer Übergänge bei den ungeraden Cd-Isotopen verglichen mit den geraden Cd-Isotopen. Die Fragmentierung, die sich bereits in den Spektren abgezeichnet hat, tritt in den Stärkeverteilungen deutlich hervor.

Bei dem Vergleich der geraden Cd-Isotope miteinander fällt auf, daß die Übergangsstärke für Energien oberhalb von 3500 keV mit zunehmender Neutronenzahl ebenfalls fragmentiert. Die Stärke unterhalb von 3500 keV bleibt dagegen für alle geraden Cd-Isotope auf eine relativ geringe Anzahl von Übergängen konzentriert. Bei den Isotopen $^{112,114,116}\text{Cd}$ liegen im Bereich von ca. 3300 keV bis 3600 keV keine Übergänge bzw. nur wenige Übergänge mit geringer Stärke. Diese Lücke in der Stärkeverteilung trennt den Bereich oberhalb 3600 keV, in dem die Stärke fragmentiert, und den Bereich unterhalb 3300 keV mit wenigen, aber starken Übergängen.

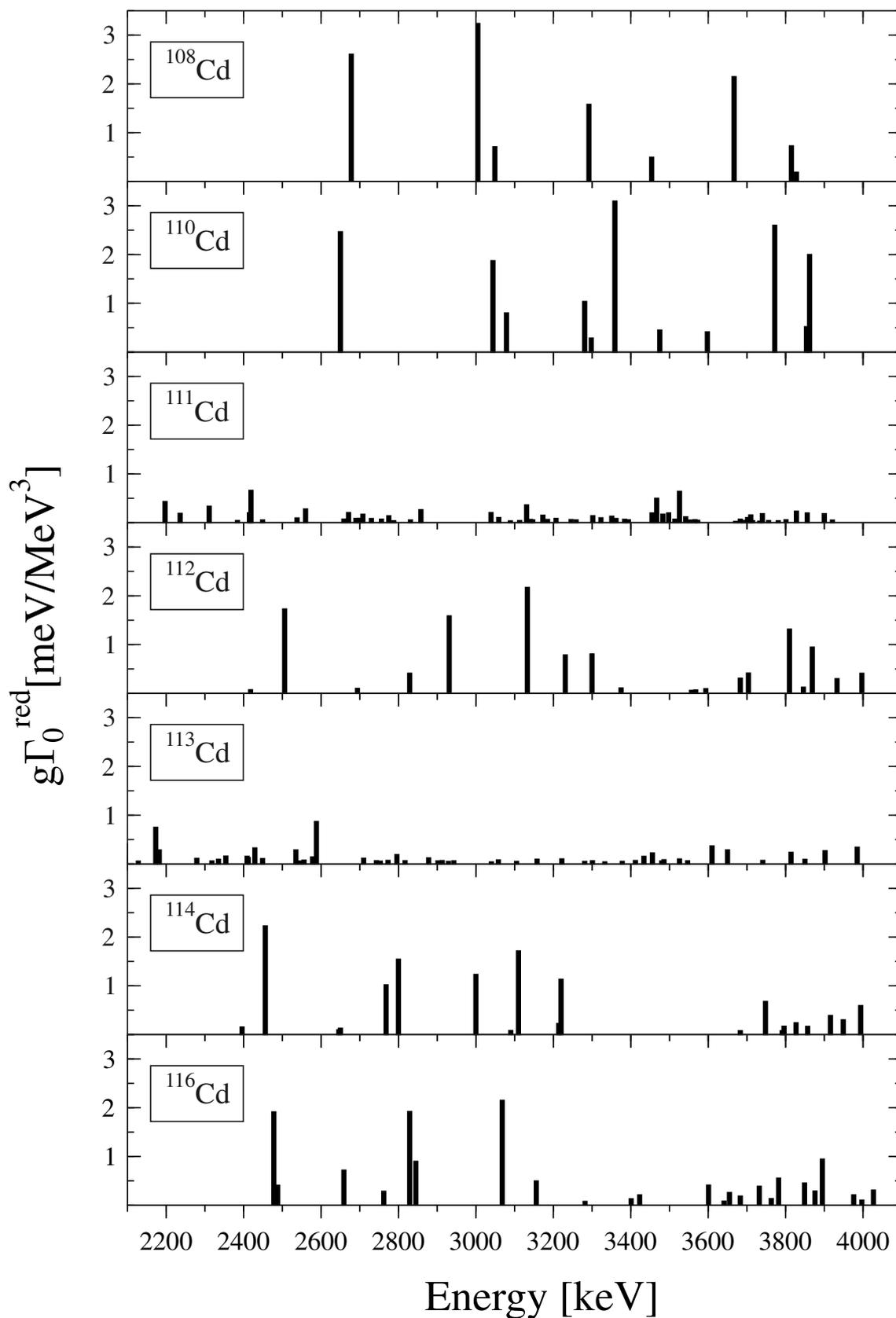


Abbildung 22: Stärkeverteilung in den Cd-Isotopen $^{108,110,111,112,113,114,116}\text{Cd}$. Die Größe $g\Gamma_0^{\text{red}}$ ist für Dipolübergänge berechnet. Für die gu-Kerne wurde die Dipolcharakter der Übergänge angenommen und für die gg-Kerne aus der Winkelverteilung bestimmt. Im Fall von Dipolübergängen ist $g\Gamma_0^{\text{red}} = g\frac{\Gamma_0}{E_\gamma^3}$ mit dem Spinfaktor $g = \frac{J+1}{J_0+1}$ proportional zu den reduzierten Übergangswahrscheinlichkeiten $B(E1) \uparrow$ oder $B(M1) \uparrow$.

In Abbildung 23 sind die Stärkeverteilungen der polarisationsempfindlich gemessenen Cd-Isotope aufgetragen. Ausgefüllte Balken gehören zu Anregungen, bei denen der Multipolcharakter nicht bestimmt werden konnte. Elektrische Dipolanregungen sind durch einen Kreis oberhalb eines ungefüllten Balkens dargestellt. Ein Dreieck oberhalb eines ungefüllten Balkens kennzeichnet einen magnetischen Dipolübergang. Die Identifizierung des elektrischen oder magnetischen Charakters der Dipolübergänge beruht ausschließlich auf den polarisationsempfindlichen KRF-Messungen in Stuttgart. Insgesamt konnten für 18 Anregungszustände in $^{110,112,114,116}\text{Cd}$ erstmals Paritäten zugewiesen werden. Trotz großer Übergangsstärken der Übergänge bei 3000 keV und 3100 keV in ^{114}Cd konnte ihnen kein magnetischer oder elektrischer Charakter zugeordnet werden. In beiden Fälle geht dies auf eine Überlagerung zweier eng benachbarten Linien zurück. Die Linie bei 3000 keV ist mit der ^{27}Al -Linie bei 3005 keV überlagert. Bei 3100 keV überlagern zwei Linien von ^{114}Cd . Daß keine Paritätszuweisungen oberhalb von 3400 keV für die Isotope $^{114,116}\text{Cd}$ möglich war, ist auf die Abnahme der Polarisationsempfindlichkeit und Zunahme der Fragmentierung bei höheren Energien zurückzuführen. Bei ^{112}Cd traten zusätzlich experimentelle Probleme auf.

In ^{110}Cd sind alle gemessenen Dipolübergänge oberhalb 3400 keV (und unterhalb von 4000 keV) magnetischen Characters. Wird vorausgesetzt, daß dies auch bei den Isotopen $^{112,114,116}\text{Cd}$ der Fall ist, so können die Daten durch eine mit der Neutronenzahl zunehmend fragmentierte Anregung positiver Parität erklärt werden. Die Summe der Stärke für die einzelnen Isotope zeigt die mittlere Spalte von Tabelle 4.

Isotop	$\sum_{3.4\text{MeV}}^{4\text{MeV}} g\Gamma_0^{\text{red}}$ [meV/MeV ³]	$\sum_{1\text{MeV}}^{4\text{MeV}} g\Gamma_0^{\text{red}}$ [meV/MeV ³]	Ref.
^{108}Cd	3.55(12)	11.69(22)	[GaBe03]
^{110}Cd	5.98(14)	15.54(22)	diese Arbeit
^{111}Cd	3.53(8)	9.00(17)	diese Arbeit
^{112}Cd	4.03(15)	11.80(21)	[LeNo99]
^{113}Cd	2.43(19)	8.54(28)	[GeNe94]
^{114}Cd	2.70(20) [3.80(26)*]	12.25(51) [12.61(49)*]	diese Arbeit
^{116}Cd	4.35(19)	13.22(35)	diese Arbeit

* Wert mit den Daten von Geiger [GeNe94]

Tabelle 4: Dipol-Summenstärken für die Cd-Isotope $^{108,110,111,112,113,114,116}\text{Cd}$. In der mittleren Spalte ist die Übergangsstärke aus dem Energieintervall von 3.4 MeV bis 4 MeV aufsummiert. In der rechte Spalte läuft die Summe der Übergangsstärke von 1 MeV bis 4 MeV.

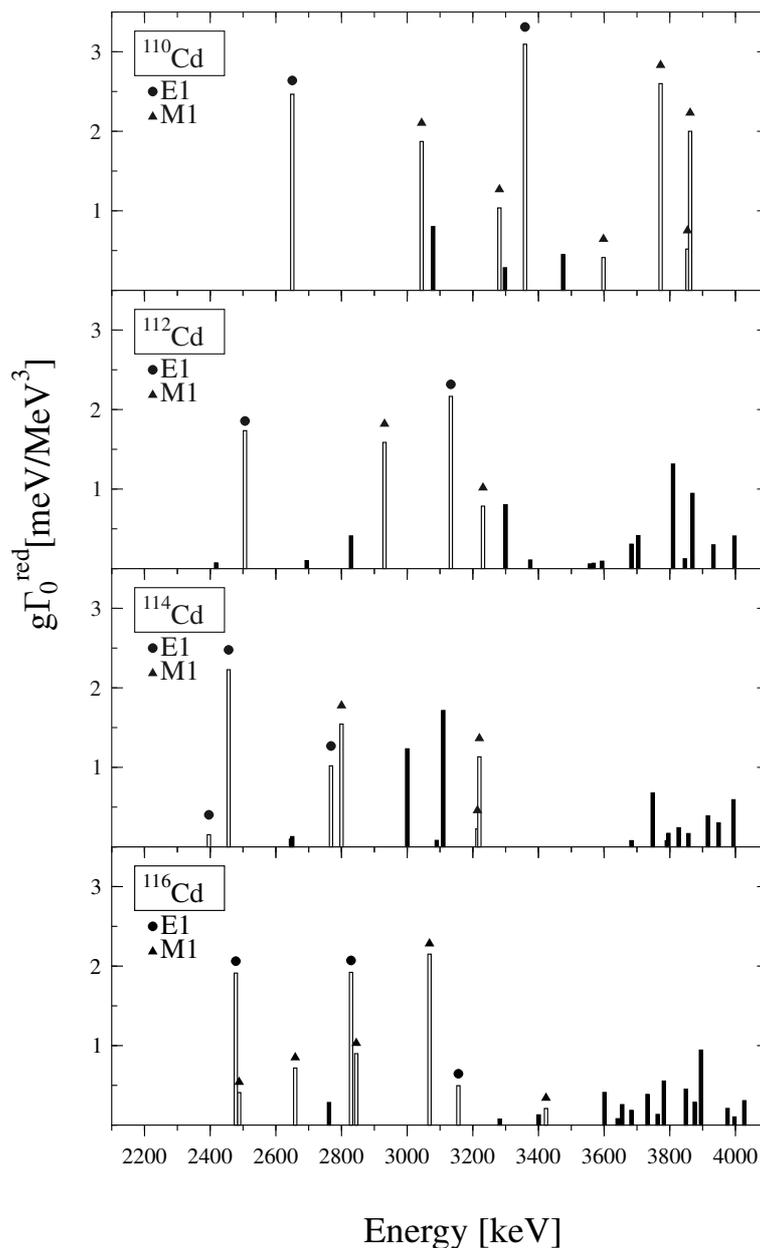


Abbildung 23: Übergangsstärken in den Isotopen $^{110,112,114,116}\text{Cd}$. Ausgefüllte Balken gehören zu Übergängen, deren Multipolcharakter nicht bestimmt werden konnte. Ein Kreis oberhalb eines offenen Balkens kennzeichnet einen elektrischen Dipolübergang (E1), ein Dreieck einen magnetischen Dipolübergang (M1).

Die Werte der Summen für die Dipolanregungen oberhalb von 3.4 MeV liegen alle in der gleichen Größenordnung. Dies gilt insbesondere auch für die Werte der ungeraden Cd-Isotope. Dominiert in diesem Energiebereich eine magnetische Dipolanregung die Stärkeverteilungen der Cd-Isotopenkette, so ist eine solche Übereinstimmung zu erwarten.

Hier sollen nochmals die zum Teil unterschiedlichen Werte der alten und neuen Messungen für ^{114}Cd diskutiert werden. Bei den starken Übergängen stimmen die Übergangsstärken

im Rahmen des Fehlers überein. Die Abweichungen betreffen die schwachen Übergänge und treten vor allem bei Übergängen oberhalb von 3.4 MeV auf. Dies kann vor allem auf die schlechtere Energieauflösung der neueren Messung zurückgeführt werden. Für die schlechtere Energieauflösung gibt es zwei Ursachen. Erstens ist die Energieauflösung bei den Polarimetern wegen der Segmentierung des Detektorkristalls schlechter als bei Ge-Detektoren mit nicht segmentierten Kristallen. Zweitens wirkt sich die Drift der Elektronik wegen der längeren Meßzeit bei der neueren Messung deutlich stärker auf die Energieauflösung aus. Wegen der schlechteren Energieauflösung können Übergänge teilweise nicht mehr aufgelöst werden. Linien sehr schwacher Übergänge können zudem so stark verschmiert werden, daß sie nicht mehr vom Untergrund separierbar sind.

Insbesondere für Anregungsenergien oberhalb von 3.4 MeV können die genannten Gründe die Unterschiede erklären. In diesem Energiebereich wirken sich die Nachteile der Energieauflösung bei der Polarimetermessung besonders stark aus. Die Werte der alten Messung sind daher in dem Bereich ab 3.4 MeV tendenziell besser. Bei Energien unterhalb von 3.4 MeV kehren sich die Verhältnisse wegen der höheren Statistik der Polarimetermessung um.

In Abbildung 24 werden die Stärkeverteilungen in den ungeraden Cd-Isotope $^{111,113}\text{Cd}$ mit der Stärkeverteilung im benachbarten gg-Kern ^{112}Cd verglichen. Die Fragmentierung der Stärke bei den ungeraden Isotopen über den ganzen Energiebereich ist offensichtlich. Die beobachtete Gesamtstärke sollte über die Cd-Isotopenkette nahezu konstant sein. Die Werte der Gesamtstärke im Energiebereich zwischen 1000 keV und 4000 keV sind in der rechte Spalte von Tabelle 4 aufgeführt. Die erwartete Konstanz der Gesamtstärke ist im betrachteten Energiebereich näherungsweise erfüllt. Die Ankopplung eines ungepaarten Teilchens oder Lochs an die Anregungsmoden eines benachbarten gg-Kernes kann die Fragmentierung der Stärke erklären. Wegen der Fragmentierung in den ungeraden Cd-Isotopen ist in diesen Isotopen eine gegenüber den geraden Cd-Isotopen größere Anzahl von Übergängen zu erwarten, deren Stärke unterhalb der Nachweisgrenze des Experimentes liegt. Die Summe dieser nicht beobachteten Stärke macht die um etwa 25% bis 50% geringeren Dipolsummenstärken der ungeraden gegenüber den geraden Cd-Isotope verständlich.

An den Seltenen-Erden-Kernen ^{163}Dy und ^{165}Ho wurde von Nord et al. [NoEn03] eine Messung mit großer experimenteller Sensitivität durchgeführt. Mit Hilfe einer Fluktuationsanalyse war es bei diesen Isotopen möglich, die experimentell nicht auflösbare, im Untergrund verborgenen Dipolstärke abzuschätzen. Das Resultat der Experimente und der Fluktuationsanalyse stimmt mit der erwarteten Dipolsummenstärke überein.

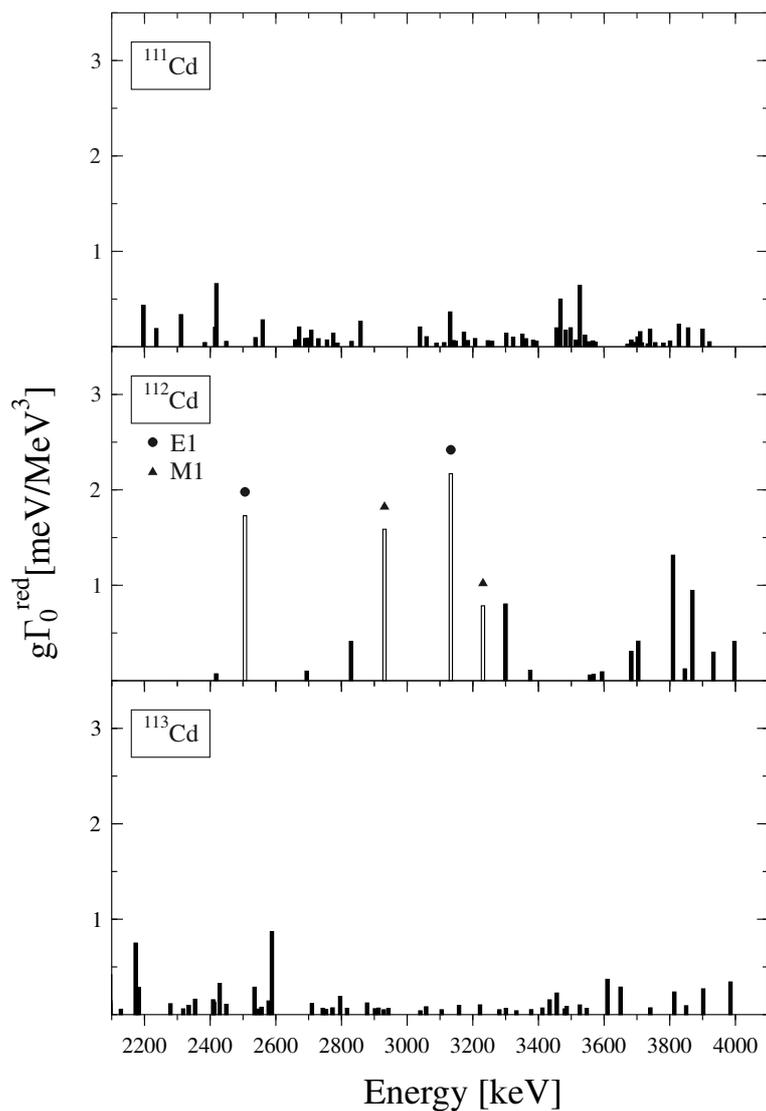


Abbildung 24: Übergangsstärken in den Cd-Isotopen $^{111,112,113}\text{Cd}$. Die Übergangsstärke in den ungeraden Cd-Isotope ist im Vergleich zu der Übergangsstärke in ^{112}Cd auf eine größere Anzahl von Übergängen verteilt.

3.1 Tabelle der Ergebnisse für das Isotop ^{110}Cd

E_x [keV]	I_s [eV·b]	Γ_0 [meV]	R_{expt}	ϵ %	Spin J^π	B(M1)↑ [μ_N^2]	B(E1)↑ [$10^{-3}\text{e}^2\text{fm}^2$]
2650	25.1(6)	15.3(4)	-	-11(5)	1^-	-	2.35(5)
3044	21.8(30)	17.6(6)	0.38(5)	6(5)	1^+	0.161(5)	-
3079	9.5(17)	7.8(12)	4.53(65)	-	1	0.069(10)	0.77(11)
3281	13.1(4)	12.2(4)	-	3(6)	$1^{(+)}$	0.090(3)	0.99(3)
3298	3.6(3)	3.4(3)	-	-	1	0.025(2)	0.27(2)
3359	40.0(8)	39.1(8)	-	-14(4)	1^-	-	2.96(6)
3475	6.0(3)	6.3(3)	-	-	1	0.039(2)	0.43(2)
3598	5.7(4)	6.4(5)	-	24(16)	1^+	0.036(3)	-
3772	37.7(40)	46.5(17)	0.54(5)	13(8)	1^+	0.225(8)	-
3854	7.7(10)	9.9(13)	-	9(7)*	$1^{(+)}$	0.045(6)	0.50(6)
3862	29.7(98)	38.4(21)	0.21(7)	9(7)*	$1^{(+)}$	0.173(10)	1.91(11)

* Die Übergänge bei 3854 keV und 3862 keV konnten bei der Messung der Asymmetrie nicht aufgelöst werden. Der angegebene Wert ist die für die Doppellinie ermittelte Asymmetrie.

Tabelle 5: Ergebnisse der $(\gamma, \bar{\gamma}')$ Messung an ^{110}Cd . Die gemessenen Größen sind: Die Anregungsenergie E_x , der integrierte Streuquerschnitt I_s , das Verzweungsverhältnis R_{expt} und die Asymmetrie ϵ . ϵ ist nur für Übergänge angegeben, bei denen der Fehler hinreichend klein ist. Das Verzweungsverhältnis bezieht sich auf den Zerfall des angeregten Zustandes in den 2_1^+ -Zustand und den Grundzustand. Es konnten nur inelastische Übergänge zum 2_1^+ -Zustand bei 658 keV beobachtet werden. Nicht aufgeführt ist das Verhältnis zur Bestimmung der Multipolordnung des Überganges (vgl. Abb. 20). Aus den gemessenen Größen wurden bestimmt: Die Grundzustandszerfallsbreite Γ_0 , der Spin und die Parität J^π des Anregungszustandes und die reduzierte Übergangswahrscheinlichkeit $B(E1) \uparrow$ oder $B(M1) \uparrow$. Konnte die Parität des Anregungszustandes nicht bestimmt werden, so wurden beide Alternativen angegeben. Tentative Paritätszuordnungen sind in Klammern angegeben.

3.2 Tabelle der Ergebnisse für das Isotop ^{111}Cd

E_x [keV]	I_s [eV·b]	$g\Gamma_0$ [meV]	R_{expt}	$g\Gamma_0^{red}$ [meV/MeV ³]	B(M1)↑ [μ_N^2]	B(E1)↑ [$10^{-3}\text{e}^2\text{fm}^2$]
2197	3.7(4)	4.59(22)	-	0.433(20)	0.037(4)	0.41(5)
2236	1.6(2)	2.14(8)	-	0.191(7)	0.017(3)	0.18(3)
2311	3.0(3)	4.16(9)	-	0.337(7)	0.029(3)	0.32(3)
2384	0.4(1)	0.60(2)	-	0.044(1)	0.004(1)	0.04(1)
2415	1.9(8)	2.86(93)	1.93(61)	0.203(66)	0.018(6)	0.19(6)
2419	6.2(5)	9.38(33)	-	0.662(23)	0.057(4)	0.63(5)
2449	0.5(1)	0.83(2)	-	0.056(2)	0.005(1)	0.05(1)
2538	0.9(1)	1.57(3)	-	0.096(2)	0.008(1)	0.09(1)
2560	2.8(2)	4.72(7)	-	0.282(4)	0.024(2)	0.27(2)
2659	0.7(1)	1.37(3)	-	0.073(2)	0.006(1)	0.07(1)
2671	2.1(2)	3.94(6)	-	0.207(3)	0.018(2)	0.20(2)
2690	0.9(1)	1.70(3)	-	0.087(2)	0.008(1)	0.08(1)
2698	0.9(1)	1.74(3)	-	0.089(2)	0.008(1)	0.08(1)
2708	1.8(2)	3.43(5)	-	0.173(3)	0.015(1)	0.16(1)
2730	0.9(1)	1.71(3)	-	0.084(2)	0.007(1)	0.08(1)
2756	0.7(1)	1.48(3)	-	0.071(1)	0.006(1)	0.07(1)
2775	1.5(1)	3.00(4)	-	0.141(2)	0.012(1)	0.13(1)
2788	0.4(1)	0.82(3)	-	0.038(1)	0.003(1)	0.04(1)
2831	0.6(1)	1.27(3)	-	0.056(1)	0.005(1)	0.05(1)
2858	2.9(2)	6.21(8)	-	0.266(3)	0.023(2)	0.25(2)
3039	2.4(1)	5.81(5)	-	0.207(2)	0.018(1)	0.20(1)
3059	1.2(6)	3.01(76)	1.71(72)	0.105(26)	0.009(3)	0.10(3)
3113	0.5(1)	1.29(2)	-	0.043(1)	0.004(1)	0.04(1)
3131	4.4(6)	11.21(103)	0.39(5)	0.365(34)	0.032(2)	0.35(2)
3141	0.8(1)	2.00(2)	-	0.065(1)	0.006(1)	0.06(1)
3147	0.7(1)	1.77(2)	-	0.057(1)	0.005(1)	0.05(1)
3173	1.9(1)	4.90(4)	-	0.153(1)	0.013(1)	0.15(1)
3185	0.8(1)	2.11(3)	-	0.065(1)	0.006(1)	0.06(1)
3207	1.1(2)	2.84(10)	-	0.086(3)	0.007(1)	0.08(1)
3246	0.8(1)	2.15(3)	-	0.063(1)	0.005(1)	0.06(1)
3259	0.7(1)	1.96(3)	-	0.057(1)	0.005(1)	0.05(1)
3302	1.8(2)	5.11(7)	-	0.142(2)	0.012(1)	0.14(1)
3323	1.3(3)	3.61(29)	0.78(2)	0.098(8)	0.009(1)	0.09(1)
3351	1.7(13)	4.92(457)	3.07(22)	0.131(121)	0.011(6)	0.12(7)

Tabelle 6: Ergebnisse der ^{111}Cd (γ, γ') Messung, erster Teil.

E_x [keV]	I_s [eV·b]	$g\Gamma_0$ [meV]	R_{expt}	$g\Gamma_0^{red}$ [meV/MeV ³]	B(M1)↑ [μ_N^2]	B(E1)↑ [$10^{-3}\text{e}^2\text{fm}^2$]
3362	1.1(1)	3.18(3)	-	0.084(1)	0.007(1)	0.08(1)
3384	0.9(1)	2.64(3)	-	0.068(1)	0.006(1)	0.07(1)
3394	0.8(1)	2.31(3)	-	0.059(1)	0.005(1)	0.06(1)
3455	2.6(2)	8.18(16)	-	0.198(4)	0.017(1)	0.19(2)
3467	6.7(8)	20.81(187)	0.27(3)	0.500(45)	0.043(2)	0.48(2)
3483	2.3(1)	7.36(7)	-	0.174(2)	0.015(1)	0.17(1)
3498	2.7(2)	8.53(8)	-	0.199(2)	0.017(1)	0.19(1)
3514	0.9(1)	3.05(4)	-	0.070(1)	0.006(1)	0.07(1)
3526	8.7(9)	28.15(249)	4.69(34)	0.642(57)	0.055(5)	0.61(6)
3542	1.6(1)	5.33(5)	-	0.120(1)	0.010(1)	0.11(1)
3553	0.7(1)	2.34(4)	-	0.052(1)	0.005(1)	0.05(1)
3566	0.8(1)	2.75(4)	-	0.061(1)	0.005(1)	0.06(1)
3573	0.7(1)	2.19(4)	-	0.048(1)	0.004(1)	0.05(1)
3671	0.4(1)	1.27(4)	-	0.026(1)	0.002(1)	0.02(1)
3691	0.6(1)	2.26(5)	-	0.045(1)	0.004(1)	0.04(1)
3702	1.5(2)	5.23(8)	-	0.103(2)	0.009(1)	0.10(1)
3710	2.3(2)	8.09(13)	-	0.158(3)	0.014(1)	0.15(1)
3715	0.6(1)	2.12(7)	-	0.041(1)	0.004(1)	0.04(1)
3733	0.4(1)	1.58(7)	-	0.030(1)	0.003(1)	0.03(1)
3740	2.6(2)	9.59(18)	-	0.183(3)	0.016(1)	0.18(1)
3756	0.6(1)	2.27(8)	-	0.043(2)	0.004(1)	0.04(1)
3781	0.5(1)	2.03(7)	-	0.038(1)	0.003(1)	0.04(1)
3801	0.9(2)	3.31(10)	-	0.060(2)	0.005(1)	0.06(1)
3828	3.5(7)	13.24(164)	1.66(25)	0.236(29)	0.020(3)	0.23(3)
3856	2.9(6)	11.33(156)	0.76(15)	0.198(27)	0.017(2)	0.19(2)
3900	2.8(2)	10.91(20)	-	0.184(3)	0.016(1)	0.18(1)
3921	0.8(2)	3.11(18)	-	0.052(3)	0.004(1)	0.05(1)

Tabelle 6: Ergebnisse der (γ, γ') Messung an ^{111}Cd , Fortsetzung. Die gemessenen Größen sind: Die Anregungsenergie E_x , der integrierte Streuquerschnitt I_s und das Verzweigungsverhältnis R_{expt} . Das Verzweigungsverhältnis bezieht sich auf den Zerfall des angeregten Zustandes in den $5/2_1^+$ -Zustand und den Grundzustand. Es konnten nur inelastische Übergänge zum $5/2_1^+$ -Zustand bei 245 keV beobachtet werden. Bei allen Übergängen wurde angenommen, daß es sich um Dipolübergänge handelt. Die gemessenen Größen und die Annahme bestimmen die Grundzustandszerfallsbreite und die reduzierte Grundzustandszerfallsbreite mal dem Spinfaktor $g = \frac{J+1}{J_0+1}$. Da die Parität des Anregungszustandes nicht bestimmt werden konnte, sind alternativ $B(E1) \uparrow$ und $B(M1) \uparrow$ angegeben.

3.3 Tabelle der Ergebnisse für das Isotop ^{112}Cd

E_x [keV]	I_s [eV·b]	Γ_0 [meV]	R_{expt}	ϵ %	Spin J^π	B(M1)↑ [μ_N^2]	B(E1)↑ [$10^{-3}\text{e}^2\text{fm}^2$]
2506	16.7(8)	9.1(4)	-	-10(8)	1^-	-	1.65(8)
2931	12.4(6)	13.3(5)	0.87(17)	8(10)	$1^{(+)}$	0.137(5)	1.52(6)
3133	26.1(11)	22.2(10)	-	-13(6)	1^-	-	2.07(9)
3231	9.8(5)	13.3(5)	-	27(12)	1^+	0.068(3)	-

Tabelle 7: Ergebnisse der $(\gamma, \bar{\gamma}')$ Messung an ^{112}Cd . Bis auf die Polarimeter-Asymmetrie ϵ sind die aufgeführten Daten [LeNo99] entnommen. Es sind nur die Übergänge angegeben, bei denen aus den Asymmetrien der Multipolcharakter des Überganges bestimmt werden konnte. Aus [LeNo99] sind die Anregungsenergie E_x , integrierte Streuquerschnitt I_s , das Verzweungsverhältnis R_{expt} , die Grundzustandszerfallsbreite Γ_0 , der Spin J und $B(E1) \uparrow$ oder $B(M1) \uparrow$ zitiert. Tentative Paritätszuordnungen sind in Klammern angegeben.

3.4 Tabelle der Ergebnisse für das Isotop ^{114}Cd

E_x [keV]	I_s [eV·b]	Γ_0 [meV]	R_{expt}	ϵ %	Spin J^π	B(M1)↑ [μ_N^2]	B(E1)↑ [$10^{-3}\text{e}^2\text{fm}^2$]
2396	1.4(4)	0.7(2)	-	-11(7)	1^-	-	0.14(4)
2456	20.9(35)	11.0(18)	-	-12(2)	1^-	-	2.12(36)
2646	1.0(3)	0.6(2)	-	-	1	0.008(2)	0.09(3)
2650	1.2(4)	0.8(2)	-	-	1	0.010(3)	0.12(4)
2768	10.9(13)	7.2(8)	-	-14(6)	1^-	-	0.97(11)
2800	16.6(25)	11.3(13)	0.43(4)	7(4)	1	0.134(15)	-
3000	14.2(27)	11.1(11)	0.42(7)	-	1	0.107(10)	1.18(11)
3110	20.5(19)	17.2(13)	0.92(5)	1(4)**	$1^{(+)}$	0.148(12)	1.64(13)
3214	2.7(3)	2.5(3)	-	16(4)*	$1^{(+)}$	0.019(2)	0.21(3)
3220	14.0(9)	12.6(8)	-	16(4)*	$1^{(+)}$	0.098(6)	1.08(7)
3748	9.7(14)	11.9(9)	0.61(8)	-	1	0.058(4)	0.65(5)
3791	1.1(4)	1.4(5)	-	-	1	0.007(2)	0.07(2)
3796	2.5(7)	3.1(9)	-	-	1	0.015(4)	0.16(5)
3827	3.6(17)	4.5(14)	2.73(114)	-	1	0.021(6)	0.23(7)
3857	2.5(5)	3.2(6)	-	-	1	0.014(3)	0.16(3)
3916	5.9(12)	7.8(16)	-	-	1	0.034(7)	0.37(8)
3949	4.6(11)	6.2(15)	-	-	1	0.026(6)	0.29(7)
3994	9.1(19)	12.6(26)	-	-	1	0.051(11)	0.57(12)

* Die Übergänge bei 3214 keV und 3220 keV konnten bei der Messung der Asymmetrie nicht aufgelöst werden.

** Nach Geiger [GeNe94] liegen zwei Übergänge bei 3109 keV und 3110 keV. Die Übergänge konnten in dieser Messung nicht aufgelöst werden.

Tabelle 8: Ergebnisse der $(\gamma, \bar{\gamma}')$ Messung an ^{114}Cd . Die gemessenen Größen sind: Die Anregungsenergie E_x , der integrierte Streuquerschnitt I_s , das Verzweigungsverhältnis R_{expt} und die Asymmetrie ϵ . ϵ ist nur für Übergänge angegeben, bei denen der Fehler hinreichend klein ist. Das Verzweigungsverhältnis bezieht sich auf den Zerfall des angeregten Zustandes in den 2_1^+ -Zustand und den Grundzustand. Es konnten nur inelastische Übergänge zum 2_1^+ -Zustand bei 558 keV beobachtet werden. Nicht aufgeführt ist das Verhältnis zur Bestimmung der Multipolordnung des Überganges. Aus den gemessenen Größen wurden bestimmt: Die Grundzustandszerfallsbreite Γ_0 , der Spin und die Parität J^π des Anregungszustandes und $B(E1) \uparrow$ oder $B(M1) \uparrow$. Konnte die Parität des Anregungszustandes nicht bestimmt werden, so wurden beide Alternativen angegeben. Tentative Paritätszuordnungen sind in Klammern angegeben.

3.5 Tabellen der Ergebnisse für das Isotop ^{116}Cd

E_x [keV]	I_s [eV·b]	Γ_0 [meV]	R_{expt}	ϵ %	Spin J^π	B(M1)↑ [μ_N^2]	B(E1)↑ [$10^{-3}e^2\text{fm}^2$]
2478	18.2(11)	9.7(6)	-	-7(4)	1^-	-	1.82(11)
2488*	3.9(6)	2.1(3)	-	3(6)	1^+	0.035(6)	-
2659	7.3(7)	4.5(4)	-	11(7)	1^+	0.062(6)	-
2762	3.0(7)	2.0(5)	-	-	1	0.025(6)	0.27(6)
2829	20.8(27)	14.5(10)	0.72(8)	-5(3)	1^-	-	1.83(13)
2845	9.8(23)	6.9(13)	3.53(67)	29(13)	1^+	0.077(15)	-
3068	25.4(12)	20.7(10)	-	4(3)	1^+	0.186(9)	-
3156	6.0(6)	5.2(5)	-	-10(7)	1^-	-	0.48(5)
3282	1.0(6)	0.9(6)	-	-	1	0.007(4)	0.08(5)
3401	1.7(4)	1.7(4)	-	-	1	0.011(3)	0.13(3)
3423	2.8(5)	2.8(5)	-	11(27)	1^+	0.018(3)	-
3601	5.7(5)	6.4(6)	-	-	1	0.036(3)	0.39(4)
3641	1.1(3)	1.3(4)	-	-	1	0.007(2)	0.08(2)
3655	3.6(21)	4.2(10)	0.76(43)	-	1	0.022(5)	0.25(6)
3732	5.5(5)	6.7(7)	-	-	1	0.033(3)	0.37(4)
3763	1.9(6)	2.4(7)	-	-	1	0.012(4)	0.13(4)
3782	8.1(29)	10.0(14)	0.67(23)	-	1	0.048(7)	0.53(7)
3849	6.7(6)	8.6(8)	-	-	1	0.039(4)	0.43(4)
3876	4.3(5)	5.6(7)	-	-	1	0.025(3)	0.27(3)
3895	14.1(38)	18.6(21)	0.74(19)	-	1	0.082(9)	0.90(10)
3976	3.2(5)	4.4(7)	-	-	1	0.018(3)	0.20(3)
3997	1.6(5)	2.2(7)	-	-	1	0.009(3)	0.10(3)
4027	4.7(6)	6.7(9)	-	-	1	0.027(4)	0.29(4)

* evtl. E2-Übergang, s. nächste Tabelle.

Tabelle 9: Ergebnisse der ($\gamma, \bar{\gamma}'$) Messung an ^{116}Cd . Die gemessenen Größen sind: Die Anregungsenergie E_x , der integrierte Streuquerschnitt I_s , das Verzweigungsverhältnis R_{expt} und die Polarimeter-Asymmetrie ϵ . ϵ ist nur für Übergänge angegeben, bei denen der Fehler hinreichend klein ist. Das Verzweigungsverhältnis bezieht sich auf den Zerfall des angeregten Zustandes in den 2_1^+ -Zustand und den Grundzustand. Es konnten nur inelastische Übergänge zum 2_1^+ -Zustand bei 513 keV beobachtet werden. Nicht aufgeführt ist das Verhältnis zur Bestimmung der Multipolordnung des Überganges (vgl. Abb. 20). Aus den gemessenen Größen wurden bestimmt: Die Grundzustandszerfallsbreite Γ_0 , der Spin und die Parität J^π des Anregungszustandes und $B(E1) \uparrow$ oder $B(M1) \uparrow$. Konnte die Parität des Anregungszustandes nicht bestimmt werden, so wurden beide Alternativen angegeben.

E_x	I_s	Γ_0	R_{expt}	ϵ	Spin	$B(E2)\uparrow$
[keV]	[eV·b]	[meV]		%	J^π	[$e^2 fm^4$]
2488	3.9(6)	2.1(3)	-	3(6)	2^+	137(20)

Tabelle 10: Gemessene Größen des Überganges bei 2488 keV. Unter der Annahme, daß es sich um einen Quadrupolübergang handelt, wurde die reduzierte Übergangswahrscheinlichkeit $B(E2)\uparrow$ nach $B(E2)\uparrow [e^2 fm^4] = 6225 \cdot \frac{\Gamma_0}{E_\gamma^5} [meV/MeV^5]$ aus den Meßwerten bestimmt.

4 Theoretische Interpretation der Daten Teil 1: Die E1-Übergänge

In diesem Kapitel wird die Struktur ausgewählter Kern-Anregungen diskutiert und qualitativ und quantitativ mit Folgerungen aus theoretischen Bildern und Modellen verglichen.

Der folgende Abschnitt befaßt sich mit den bereits in Kapitel 3 gekennzeichneten $E1$ -Anregungen. Die entsprechenden Anregungszustände können zwanglos als aus einem Oktupol- und einem Quadrupolphonon konstituierte 2-Phononen-Zustände interpretiert werden.

Zunächst werden die Signaturen dieser Interpretation im Rahmen einer umfangreichen Systematik von $1^-(2^+ \otimes 3^-)$ -Zuständen an Schalenabschlüssen eingeführt und diskutiert. Auch werden die besonderen Schwierigkeiten, die einem Verständnis niederenergetischer $E1$ -Anregungen entgegenstehen, kurz erläutert.

Der darauffolgende Unterabschnitt beschränkt sich auf das Gebiet der Isotopentafel um den $Z = 50$ Schalenabschluß. In diesem Gebiet liegt insbesondere auch die Cd-Isotopenkette mit 48 Protonen. Mit Hilfe einfacher Überlegungen über die Struktur der Schwingung gelingt es, dort die experimentellen Daten der Cd-, Sn- und Te-Isotope quantitativ in Beziehung zueinander zu setzen.

Der nächste Unterabschnitt enthält Überlegungen zum Zusammenhang zwischen den $E1$ -Anregungen bei kleinen Anregungsenergien und die in Kernen dominante elektrische Dipolanregung, die Dipolriesenresonanz.

Es folgt eine Diskussion der $E1$ -Anregungen im Kontext einer mikroskopische Darstellung der Kernstruktur. Das Schalenmodell, das zuvor bereits "naiv" verwendet wurde, wird an dieser Stelle ausführlicher beschrieben. Ebenfalls erläutert wird in diesem Abschnitt das schematische Modell. Dadurch ist ein qualitatives mikroskopisches Verständnis der "Dipol-Core-Polarisation" und von "Intruder Zuständen" möglich.

Im letzten Unterabschnitt zu den $E1$ -Anregungen wird eine strukturelle Analogie zwischen den $E1$ -Anregungen und der Anregung des ersten 2^+ -Zustandes aufgezeigt. Dazu wird an dieser Stelle das Interacting Boson Model (IBM) eingeführt.

4.1 Systematik der $1^-(2^+ \otimes 3^-)$ Anregungen in Kernen an Schalenabschlüssen

Sphärische Kerne an bzw. nahe einem Schalenabschluß besitzen niedrigliegende Anregungszustände, die als kollektive phononische Oberflächenschwingungen des Kernes interpretiert werden. Bei den Oberflächenschwingungen wird nicht zwischen Protonen und Neutronen unterschieden, sie heißen isoskalar. Anregungen, bei denen zwischen Protonen und Neutronen unterschieden wird, werden als isovektoriell bezeichnet. Quadrupol-

schwingungen sind im Phononenbild 2^+ Zuständen zuzuordnen, Oktupolschwingungen 3^- Zuständen.

Isoskalare Dipolanregungen sind äquivalent zu einer Schwerpunktsbewegung des gesamten Kernes, beschreiben also keine innere Anregung des Kernes. Sie sind daher auch nicht von Interesse. Isovektorielle Dipolanregungen, die innere Anregungen des Kernes sind, resultieren aus einer Verschiebung des Schwerpunktes des Protonenkörpers gegen den Schwerpunkt des Neutronenkörpers. Die Gesamtstärke der isovektoriellen Dipolanregungen eines Kernes ist durch die energiegewichtete Dipolsummenregel [BoMo75, RiSc00] begrenzt. Für den Fall geschwindigkeitsunabhängiger Wechselwirkungspotentiale der Nukleonen untereinander gibt die Summenregel die gesamte energiegewichtete Dipolstärke von Anregungen aus dem Grundzustand an. In Kernen ist die Dipolriesenresonanz die dominante isovektorielle Dipolanregung. Sie schöpft die Summenregel fast vollständig aus oder besitzt sogar geringfügig größere Werte als von der Summenregel vorgegeben. Diese Resonanz hat ihr Maximum für Kerne in der Massenregion von $A = 120$ bei etwa 15 MeV, also oberhalb der Nukleonenseparationsenergie. Die Dipolübergangsstärke der niederenergetischen Dipolanregungen, die Gegenstand dieser Arbeit sind, ist etwa drei bis vier Größenordnungen kleiner als die der Dipolriesenresonanz. Die Überausschöpfung der Summenregel durch die Riesenresonanz geht auf bei höheren Energien nicht vernachlässigbare geschwindigkeitsabhängige Anteile im Wechselwirkungspotential zwischen den Nukleonen zurück.

Die starke Dominanz der Dipolriesenresonanz und die Unmöglichkeit von inneren, isoskalaren Dipolanregungen des Kernes verdeutlichen die Probleme bei der Erklärung niederenergetischer Dipolstärke.

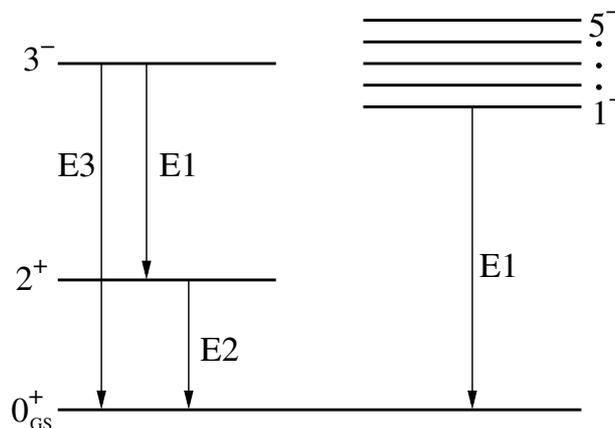


Abbildung 25: Levelschema der Quadrupol- und Oktupoloberflächenschwingungen zugeordneten Anregungszustände eines gg-Kernes. Auf der rechten Seite ist das aus der Kopplung der Quadrupol- und Oktupoloberflächenschwingung konstituierte Quintuplet von Zuständen gezeigt. Die senkrechten Linien stellen die hier relevanten Übergänge zwischen den Zuständen dar.

Das Phononenbild interpretiert die empirisch gemessene Dipolstärke zwischen Grund-

zustand und Zuständen mit kleinen Anregungsenergien durch die Kopplung eines Quadrupolphonons und eines Oktupolphonons. Die Kopplung konstituiert ein Quintuplett von Zwei-Phononen-Zuständen mit Spins von 1 bis 5 und negativer Parität (vgl. Abbildung 25). Nach den allgemeinen Auswahlregeln für Dipolübergänge kann ein elektrischer Dipolübergang zwischen dem 1^- Mitglied des Quintupels und dem 0^+ Grundzustand auftreten. Für den Nachweis solcher Dipolübergänge ist die Kernresonanzfluoreszenz ein hervorragendes Werkzeug. In diesem Abschnitt wird eine Systematik von $B(E1; 1^- \rightarrow 0^+_{GS})$ -Werten ausgewählter 1^- -Zustände von Kernen nahe und an Schalenabschlüssen aus verschiedenen Gebieten der Isotopentafel diskutiert. Die Einordnung der Daten ausgewählter Zustände von Cd-Isotopen in die Systematik erlaubt eine Diskussion der Daten dieser Zustände in einem breiteren Kontext. Aussagen über die Struktur der Anregungen sind so überhaupt erst möglich.

Die Auswahlkriterien der 1^- -Zustände und der Zusammenhang der Kriterien mit einem einfachen Phononenbild der Anregungen werden im nächsten Abschnitt erläutert. Die darauf folgenden Abschnitte enthalten eine stark schematisierte Darstellung einer möglichen mikroskopischen Erklärung der beobachteten Daten und der Beziehung dieser Darstellung zum Phononenbild. Trotz der großen Vereinfachungen können auch quantitative Evidenzen für das qualitative, mikroskopische Bild gegeben werden.

In der Abbildung 26 a)-d) sind die reduzierten Übergangsraten für den Zerfall der $1^-(2_1^+ \otimes 3_1^-)$ Kandidaten in den Grundzustand über der Protonenzahl Z und der Neutronenzahl N aufgetragen. Die schwarzen Linien kennzeichnen Protonen- oder Neutronenschalenabschlüsse. Die Werte und die Fehler der Übergangsraten können der Tabelle 11 entnommen werden. Des weiteren enthält die Tabelle die Anregungsenergien der betrachteten 1^- -Zustände, des energetisch niedrigsten Quadrupolzustandes und des energetisch niedrigsten Oktupolzustandes. Soweit bekannt, ist auch das Verzweigungsverhältnis zwischen dem Grundzustandsübergang eines 1^- -Zustandes und dem Übergang dieses 1^- -Zustandes in den entsprechenden Quadrupolzustand angegeben.

Der Großteil der aufgeführten Daten wurden in den letzten zwanzig Jahren durch KRF-Experimente am Stuttgarter Dynamitron gewonnen. Weitere Daten stammen von der Darmstädter KRF Gruppe und aus älteren KRF -Experimenten von Metzger [AnKo01]. Bei den Abbildungen 26 a)-d) sind die Übergangsstärken der Isotopen- bzw. Isotonenkettens am Schalenabschluß signifikant größer als die Übergangsstärken der benachbarten Ketten bzw. Kerne. Die Übergangsstärken für den Zerfall der 1^- Zustände in die 2_1^+ -Zustände für das Gebiet um den $N=82$ Neutronenschalenabschluß zeigt Abbildung 26 e). Das Muster der inelastischen Übergänge ist offensichtlich komplementär zu den Mustern der Grundzustandszerfälle. Die Übergangsraten am Schalenabschluß sind hier kleiner als die Übergangsraten für $N=84$.

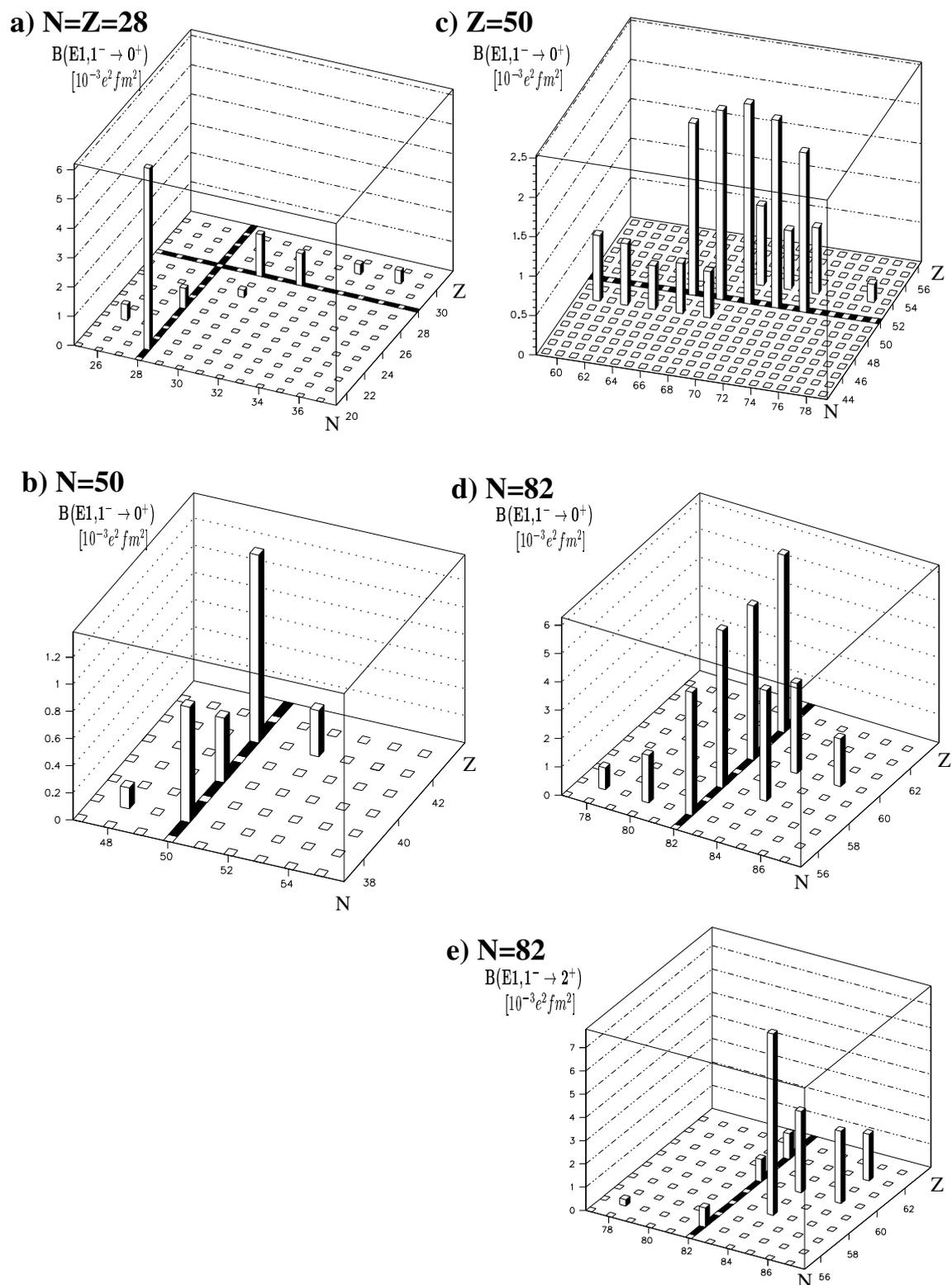


Abbildung 26: a)-d): Reduzierte Übergangswahrscheinlichkeiten $B(E1, 1^- \rightarrow 0_{GS}^+)$ für niederenergetische $E1$ Grundzustandsübergänge in sphärischen Kernen an Schalenabschlüssen. Die Schalenabschlüsse sind durch die schwarzen Linien gekennzeichnet.

e): Reduzierte Übergangswahrscheinlichkeiten $B(E1, 1^- \rightarrow 2_1^+)$ der inelastischen Übergänge vom 1^- 2-Phonon-Zustand zum 2_1^+ -Zustand am $N = 82$ Schalenabschluß.

4.2 Das Phononenbild der 1^- Zustände

Die Auswahlkriterien für die 1^- Zustände, die in die Systematik eingehen, sind die gleichen wie die Zuordnungskriterien eines Zustandes zu der $2_1^+ \otimes 3_1^-$ Zwei-Phonon-Anregung und somit sicherlich theoretisch motiviert. Andererseits gehen in die Auswahlkriterien nur empirisch bestimmte Größen ein, sie lassen sich also ohne Rückgriff auf Modelle formulieren. Daher bleibt die Aufgabe, die in den Abbildung 26 a)-e) dargestellten Regelmäßigkeiten zu erklären, auch dann bestehen, falls das Phononenbild sich als inkonsistent oder unvereinbar mit Daten aus anderen Experimenten erweist.

Die Systematik beruht auf folgenden Auswahlkriterien.

Es sollen Daten eines 1^- Zustandes von einem Isotop in die Systematik eingehen, falls:

- Die Anregungsenergie E_{1^-} des 1^- Zustandes hinreichend nahe an der Summe $E_{2_1^+} + E_{3_1^-}$ der Anregungsenergien des ersten 2^+ und des ersten 3^- Zustandes liegt.
- Die Zerfallsstärke des 1^- Zustandes in den Grundzustand groß ist im Vergleich zu den Grundzustandszerfallsbreiten anderer 1^- Zustände des Isotopes aus dem Energiebereich um $E_{2_1^+} + E_{3_1^-}$.

Abbildung 27 soll die Auswahlkriterien am Beispiel der Cd-Isotope illustrieren. Im oberen Teil sind die Energien des ersten Quadrupol- und des ersten Oktupolphonons, die Summe dieser Energien und die Energie des 1^- Zustandes für die Cd-Isotopenkette aufgetragen. Das Bild zeigt sehr schön die kleine Differenz zwischen der Summenenergie (Raute) und der Anregungsenergie des 1^- Zustandes (Kreis). Im unteren Teil sind die Übergangsstärken der Dipolübergänge der 1^- Zustände zu den Grundzuständen gezeigt. Die geringe Variation dieser Größe über die Isotopenkette ist ein weiterer Hinweis auf die Kollektivität des Überganges. Die theoretische Motivation für diese Auswahlkriterien ist die oben bereits erwähnte Interpretation des ersten 2^+ Zustandes als Anregung eines kollektiven Quadrupolphonons und des ersten 3^- Zustandes als Anregung eines kollektiven Oktupolphonons. In dem Bereich, in dem die Interpretation von Anregungszuständen durch Phononen sinnvoll ist, sollte eine nahezu harmonische Kopplung der Phononen möglich sein und daher die Anregungsenergie des so konstituierten Zwei-Phononen-Zustandes in etwa gleich der Summe der Anregungsenergien der konstituierenden Phononen sein. Die Forderung nach einer großen Grundzustandszerfallsbreite entspricht der Erwartung eines kollektiven Zerfalls des Zwei-Phononen-Zustandes. Um durch das Auswahlkriterium eindeutig einen 1^- Zustand für ein Isotop auszuwählen, muß "hinreichend nahe" im ersten Kriterium mindestens bedeuten, daß für keinen anderen 1_x^- Zustand des Isotopes mit erhöhter Grundzustandszerfallsbreite die Anregungsenergie $E_{1_x^-}$ näher bei $E_{2_1^+} + E_{3_1^-}$

liegt. Die empirischen Daten zeigen, daß der Betrag des Abstandes $|E_{2_1^+} + E_{3_1^-} - E_{1_1^-}|$ für die ausgewählten Zustände meist sehr viel kleiner ist als der nächst größere Betrag des Abstandes $|E_{2_1^+} + E_{3_1^-} - E_{1_x^-}|$ für andere 1_x^- Anregungszustände des gleichen Isotopes. Das Faktum, daß in fast allen Isotopen der Systematik ein 1^- Zustand existiert, dessen Anregungsenergie einen deutlich geringeren Abstand zu $E_{2_1^+} + E_{3_1^-}$ besitzt als alle anderen 1_x^- Zustände, ist eine erste empirische Bestätigung des Phononenkonzeptes. Daß das Auswahlkriterium sich auf den ersten 2^+ Zustand und den ersten 3^- Zustand eines Isotops bezieht, die Summe der Anregungsenergien dieser Zustände also eine "untere Grenze" für eine Vergleichsenergie mit der Anregungsenergie von 1^- Zuständen ist, gibt der Bestätigung zusätzliches Gewicht.

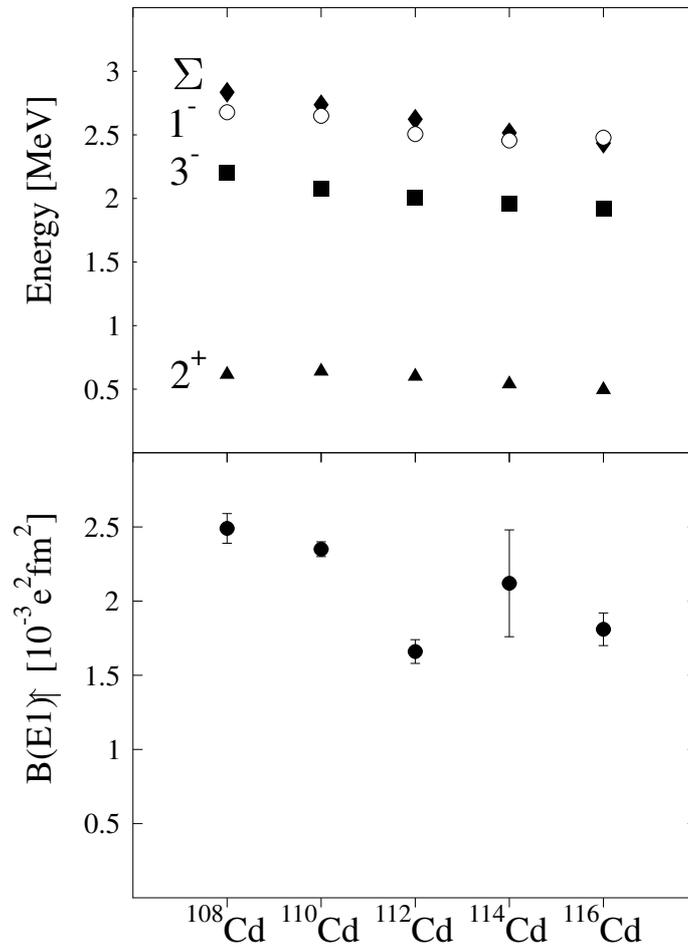


Abbildung 27: Übergangsstärken und Anregungsenergien der 2-Phononen-Anregungen in den geraden Cd-Isotopen. Im oberen Teil der Abbildung ist die Anregungsenergie des ersten 2^+ -Zustands (Quadrupolphonon, Dreiecke), des ersten 3^- -Zustands (Oktupolphonon, Quadrate), die Summe dieser Anregungsenergien (Rhomben) und die Anregungsenergie des $1^-(2_1^+ \otimes 3_1^-)$ Zustands (offene Kreise) über den Cd-Isotopen aufgetragen. Die Summenenergien und die entsprechenden Energien für die $1^-(2_1^+ \otimes 3_1^-)$ Zustände sind nahezu gleich. Der untere Teil zeigt die reduzierte Übergangsstärke für die $0_{GS}^+ \rightarrow 1^-(2_1^+ \otimes 3_1^-)$ Anregung. Die reduzierte Übergangsstärke variiert nur gering mit der Neutronenzahl.

Es können auch Auswahlkriterien, die sich auf 2^+ und 3^- Zustände mit höheren Anregungsenergien beziehen, oder Kriterien, motiviert durch Drei-Phononen-Zustände, in die die Summe der Anregungsenergien von drei Zuständen eingehen, betrachtet werden. Im Allgemeinen ergeben sich dann aber zuviele Möglichkeiten bei der Auswahl bzw. der Zuordnungen von 1^- Zuständen, um aussagekräftige Systematiken zu erhalten.

Da für die Auswahl der 1^- -Zustände die Anregungsenergien des ersten Quadrupol- und des ersten Oktupolphonons verwendet werden, werden die ausgewählten 1^- -Zustände im Folgendem als 1_1^- -Zustände bezeichnet. Die Bezeichnung wird auch dann verwendet, wenn die 1_1^- -Zustände nicht die ersten Anregungszustände mit Spin 1 und negativer Parität sind.

Als stärkste experimentelle Evidenz für den Aufbau eines Anregungszustandes aus Phononen wird im Allgemeinen die Unabhängigkeit der Übergangsraten für die Vernichtung eines Phonons von der Struktur der phononischen Anregung betrachtet. Bei den 1_1^- Zwei-Phonon-Kandidaten ist also zu erwarten, daß die Übergangsrate vom 1_1^- Zustand zum 3_1^- Zustand in etwa gleich der Übergangsrate des 2_1^+ Zustandes zum Grundzustand ist, da bei beiden Übergängen das gleiche Phonon vernichtet wird. Eine analoge Überlegung gilt für die Vernichtung des Oktupolphonons. Da die Vernichtung der Phononen Quadrupol- bzw. Oktupolübergängen entsprechen, sind die Übergänge mit der KRF Methode nur schwer oder gar nicht nachzuweisen. Mit Hilfe anderer experimenteller Methoden sind solche Evidenzen bisher bei den Isotopen ^{142}Nd und ^{144}Sm [WiRa96] exemplarisch nachgewiesen worden.

Pietralla hat in [Piet99] auf eine weitere experimentelle Korrelation der Dipolübergänge zwischen den 2_1^+ und 3_1^- Zuständen einerseits und den Dipolübergängen zwischen den 1_1^- Kandidaten und den Grundzuständen andererseits hingewiesen und mit einem einfachen Bosonenmodell interpretiert. Dazu wurden Kerne betrachtet, die als gute sphärische Vibratoren gelten und bei denen die entsprechenden experimentellen Übergangsraten vorliegen. Für die Verhältnisse $\frac{B(E1)(1_1^- \rightarrow 0_{GS}^+)}{B(E1)(3_1^- \rightarrow 2_1^+)}$ erhielt Pietralla Werte aus dem Intervall $[\frac{2}{3}, \frac{7}{3}]$. Die absoluten Werte der Übergangsraten variieren dagegen über nahezu zwei Größenordnungen für die verschiedenen Isotope. Einer solchen Übereinstimmung für Kerne aus verschiedenen Bereichen der Isotopentafel sollte eine strukturelle Gemeinsamkeit zuzuordnen sein. Interpretiert man die Anregungen als Bosonen, so ist beiden Übergängen gemein, daß die gleichen Bosonen an den Übergängen beteiligt sind. Beim Übergang des 3_1^- -Zustandes in den 2_1^+ -Zustand wird das Oktupolphonon vernichtet und das Quadrupolphonon erzeugt. Bei dem Übergang des 1_1^- Zustandes in den Grundzustand werden sowohl das Oktupol- als auch das Quadrupolphonon vernichtet. In dieser Gemeinsamkeit der Übergänge kann die physikalische Ursache der Korrelation gesehen werden. Das einfache bosonische Modell für die Übergänge liefert für das Verhältnis der Übergangsraten parameterfrei den Wert $\frac{7}{3}$.

Isotop	Z	N	E_{2^+} [keV]	E_{3^-} [keV]	$E_{2^+}+E_{3^-}$ [keV]	E_{1^-} [keV]	$B(E1) \uparrow$ [$10^{-3} e^2 fm^2$]	R_{expt}	Ref.
^{48}Ca	20	28	3832	4507	8339	7298	18.6(18)		[HaEn00]
^{48}Ti	22	26	984	3359	4343	3700	1.6(3)	2.74(23)	[DeBl90]
							1.2(1)	3.2(4)	[Rasm76]
^{52}Cr	24	28	1434	4563	5997	5545	3.4(4)		[Ruec82]
						5544	2.1(4)	≤ 0.055	[EnBr98]
^{56}Fe	26	30	847	4510	5357	5227	0.74(12)		[ChSt84]
						5228	0.8(1)		[BaBr00]
^{58}Ni	28	30	1454	4475	5929	6030	4.3(16)		[AcBa81]
						6027	5.69(16)	0.54(9)	[BaBr00]
^{60}Ni	28	32	1333	4040	5373	5066	3.3(9)		[Berg85]
^{64}Zn	30	34	992	2999	3991	3701	1.02(17)		[Metz72]
^{66}Zn	30	36	1039	2827	3866	3739	1.32(16) ^a	0.69(11) ^c	[Metz72]
^{86}Sr	38	48	1077	2482	3559	3486	0.455(41)		[Fran00]
^{88}Sr	38	50	1836	2734	4570	4744	2.55(54)		[Metz75]
						4742	2.66(73) ^b	0.28(9)	[KaSc00]
^{90}Zr	40	50	2186	2748	4934	5504	1.38(72)	2.59(87)	[Metz74a]
^{92}Mo	42	50	1509	2850	4359	4634	4.2(12)		[Metz77]
						4634	2.9(1)		[Bauw00]
^{94}Mo	42	52	871	2534	3405	3262	1.02(41)	1.69(51) ^c	[PiFr00]
^{108}Cd	48	60	633	2202	2835	2678	2.49(10)		[GaBe03]
^{110}Cd	48	62	658	2079	2737	2650	2.35(5)		[Kohs04]
^{112}Cd	48	64	618	2005	2623	2506	1.66(8) ^a	0.68(11) ^c	[LeNo99]
^{114}Cd	48	66	558	1958	2516	2456	2.12(36)		[Kohs04]
^{116}Cd	48	68	513	1922	2435	2478	1.82(11)		[Kohs04]
^{116}Sn	50	66	1294	2266	3560	3334	6.55(65)		[GoGo94, BrGo99]
									[BrGo00]
^{118}Sn	50	68	1230	2325	3555	3270	7.25(57)		[BrGo99, BrGo00]
^{120}Sn	50	70	1171	2400	3571	3279	7.60(53)		[BrGo99, BrGo00]
^{122}Sn	50	72	1141	2493	3634	3359	7.16(54)		[BrGo99, BrGo00]
^{124}Sn	50	74	1132	2602	3734	3490	6.08(66)		[GoGo94, BrGo99]
									[BrGo00]
^{122}Te	52	70	564	2200	2764	2592	3.03(63)		[ScWi97]
^{124}Te	52	72	603	2294	2897	2747	2.25(19)	0.49(3) ^c	[GeNe95]
^{126}Te	52	74	666	2386	3052	2898	2.52(30)	0.55(11)	[ScWi97]
^{130}Te	52	78	839	2730	3569	3568	0.69(11)		[ScWi97]
^{134}Ba	56	78	605	2255	2860	2824	2.30(30)	0.36(17)	[MaPi96]
^{136}Ba	56	80	819	2532	3351	3436	5.01(72)		[Metz78]
						3436	6.2(14)	$\leq 0.14^c$	[Metz78]
						3436	5.39(33)		[PiBe98]
^{138}Ba	56	82	1436	2881	4317	4027	9.13(44) ^a		[Swan77]
						4027	11.9(13)		[Metz78]
						4026	13.0(28)	≤ 0.15	[HeBa95]
						4025	16.7(8)	0.15(4)	[HeFr99]

Tabelle 11: 1. Teil: Systematik der $1^-(2_1^+ \otimes 3_1^-)$ -Anregungen in gg-Kernen an Schalenabschlüssen

Isotop	Z	N	E_{2+} [keV]	E_{3-} [keV]	$E_{2+}+E_{3-}$ [keV]	E_{1-} [keV]	$B(E1) \uparrow$ [$10^{-3} e^2 fm^2$]	R_{expt}	Ref.
^{140}Ce	58	82	1596	2464	4060	3643	18.4(24)		[Metz74b]
						3643	16.7(12)	≤ 0.26	[HeBa95]
^{142}Nd	60	82	1576	2084	3660	3425	26.4(32)	0.17(3)	[Metz78a, WiRa96]
						3425	16.3(24)		[PiHe90]
^{142}Ce	58	84	642	1652	2294	2187	11.7(36)	2.00 ^c	[HeBr97]
^{144}Nd	60	84	697	1511	2208	2186	8.5(11)	1.23(9) ^c	[Metz69]
						2185	9.51(64)	1.27(9)	[EcBe97]
^{144}Sm	62	82	1660	1810	3470	3225	18.8(26) ^a	0.17(3)	[WiRa96, Metz76, Metz78b]
^{146}Nd	60	86	454	1190	1644	1377	5.1(16)	2.29(56)	[PiHe90]
^{148}Sm	62	86	550	1162	1712	1465	2.83(38)	2.12(7) ^c	[Metz76]

^a Unter Annahme eines Verzweigungsverhältnisses von $\Gamma_0/\Gamma=1$

^b Unter der Annahme einer negativen Parität

^c Aus entsprechenden Datensammlungen entnommen (Nuclear Data Sheets)

Tabelle 11: 2. Teil: Systematik der $1^-(2_1^+ \otimes 3_1^-)$ -Anregungen in gg-Kernen an Schalenabschlüssen. Zusammenstellung der in KRF beobachteten Anregungsenergien E_{1-} , Verzweigungsverhältnisse und Anregungsstärken $B(E1) \uparrow$ der Kandidaten für die Zwei-Phonon-Anregungen in gerade-gerade Kernen nahe oder an einem Schalenabschluß und die Anregungsenergien E_{2+} und E_{3-} der konstituierenden Ein-Phonon-Anregungen. Isotope an Schalenabschlüssen und die zugehörigen magischen Zahlen sind durch Fettdruck hervorgehoben.

Die wesentlichen Modellannahmen bei dieser Interpretation betreffen nicht den Hamiltonoperator und damit die Struktur der Eigenfunktionen, sondern die Struktur des Dipolübergangsoperators. Die Struktur der Eigenfunktionen ist schon durch die Annahme der Beschreibbarkeit mittels eines Bosons bzw. mittels des Tensorproduktes zweier Bosonen festgelegt. Dagegen sind im Allgemeinen für die Spezifizierung der Übergangsoperatoren in bosonischen Modellen fermionischer Systeme zusätzliche Annahmen notwendig, während die Übergangsoperatoren in mikroskopischen fermionischen Modellen des gleichen Systems auf natürliche Weise, d.h. modellunabhängig gegeben sind. Bei der Berechnung des Verhältnisses der Übergangsraten für den obigen Fall entspricht dem Dipolübergangsoperator ein Zweibosonenoperator. Dieser Ansatz kann innerhalb bosonischer Modelle motiviert werden, steht aber der Struktur eines Dipoloperators als Einteilchenoperator in mikroskopischen Modellen gegenüber. Trotz des für den Übergangsoperator notwendigen Ansatzes sind die von Pietralla verwendeten Modellannahmen sehr schwach, so daß die gute qualitative Übereinstimmung der Modellvorhersage und der experimentellen Werte eine starke Evidenz für das bosonische Phononenkonzept ist.

Der experimentelle Nachweis eines Quintupletts von Zuständen, die dem durch die Kopplung des Quadrupol- und des Oktupolphonons erzeugten Quintupletts von Zuständen zugeordnet werden können, wäre eine weitere Evidenz für das Phononenbild. Bisher sind nur

für einige Isotope nahe des $N = 82$ Schalenabschlusses [GaLe99, GaVa90] und für die Cd-Isotope $^{108,112,114}\text{Cd}$ [BaRe03, GaLe99, GaBr02] geeignete, vollständige Quintupletts von Zuständen als Kandidaten für die Zuordnung bekannt. In dieser Arbeit ist insbesondere das von A. Gade vorgeschlagene Quintuplett für ^{108}Cd von Interesse, da dieser Vorschlag nicht nur im Allgemeinen das Phononenkonzept bestätigt, sondern insbesondere auch die Zuordnung der aufgeführten 1^- Zustände der Cd Isotope zu den $(2_1^+ \otimes 3_1^-)_{1^-}$ -Zuständen. Da nur zwischen dem 1^- Zustand des Quintupletts und dem Grundzustand ein elektrischer Dipolübergang auftreten kann, lassen sich die experimentellen Daten zur Auswahl geeigneter Kandidaten für die Zwei-Phononen-Zustände nicht aus KRF Experimenten gewinnen. Es sind daher weitere Experimente mit alternativen Methoden erforderlich. A. Gades Vorschlag beruht auf Daten aus (α, n) - und β -Zerfalls-Experimenten und Literatur-Daten.

Bei allen in diesem Abschnitt diskutierten Evidenzen des Phononenbildes treten Abweichungen zwischen den experimentell bestimmten Größen und den Beziehungen zwischen diesen Größen und den theoretisch erwarteten Größen und Beziehungen auf. Die Summe der Anregungsenergien der 2_1^+ und 3_1^- -Niveaus und die Anregungsenergie der Kandidaten für die 1_1^- Zwei-Phonon-Zustände sind im Allgemeinen verschieden. Gleiches gilt für die Anregungsenergien anderer Zustände des Quintupletts von Zuständen, die als Kandidaten für das $2_1^+ \otimes 3_1^-$ Quintuplett gelten. Insbesondere sind die gemessenen Zustände nicht exakt entartet. Bei einer vollständig harmonischen Kopplung von Phononen ist eine exakte Gleichheit der Summenenergie und der Anregungsenergie der verschiedenen Zwei-Phononen-Zustände zu erwarten und daher auch eine Entartung des Quintupletts. Die beobachteten Differenzen zwischen den Energien sind ein Hinweis auf die Anharmonizität, die bei der Kopplung der Phononen auftritt.

Bei der Betrachtung der Übergangsraten ist die Situation ähnlich. Die beobachteten Übergangsraten der verschiedenen, der Vernichtung des gleichen Phonons zugeordneten, Übergänge sind nicht gleich. Auch bei der von Pietralla aufgezeigten Korrelation der Verhältnisse von Übergangsraten treten Abweichungen zur Theorie auf, die außerhalb der experimentellen Fehler liegen. Insbesondere ist die Verwendung eines Zweiphononenoperators für die Übergänge umstritten. Die Voraussetzung, daß bei einem Übergang nur ein Phonon erzeugt oder vernichtet werden kann, impliziert Auswahlregeln für Übergänge zwischen Zuständen, die aus mehreren Phononen aufgebaut sind. Diese Auswahlregeln erklären auf einfache Weise bei Quadrupolübergängen für eine Vielzahl von Kernen die experimentellen Daten. Wird die Gültigkeit der Auswahlregeln auch für $1^-(2^+ \otimes 3^-)$ -Zustände angenommen, so sind die experimentell gefundenen Übergangsraten nicht im Phononenbild erklärbar.

Die Eigenschaften von Phononenanregungen in realen Kernen hängen also davon ab, ob gleichzeitig weitere Phononen angeregt sind oder nicht. Die klassisch erwartete, dem Superpositionsprinzip von Oberflächenschwingungen entsprechende Unabhängigkeit der Eigenschaften, ist in realen Kernen nur approximativ erfüllt. Auch der oben bereits ange-

sprochene Schalen effekt, also die großen Unterschiede der Übergangsraten an den Schalenabschlüssen verglichen mit den Übergangsraten neben den Schalenabschlüssen, ist im Phononenbild nicht mehr verständlich.

Da die mikroskopische Struktur der Kerne durch ihren Aufbau aus Fermionen bestimmt wird, muß die Kernmaterie den daraus folgenden Korrelationen genügen. Wegen der Vernachlässigung der fermionischen Korrelationen in der bosonischen Theorie der Phononanregungen ist der beobachtete Unterschied zwischen Experiment und Theorie aber verständlich. Insbesondere Schalen effekte gehen auf den fermionischen Charakter der Nukleonen zurück.

4.3 Der $Z=50$ Schalenabschluß: Erklärung der Systematik der Übergangsstärken und Anregungsenergien

Um den Schalen effekt weiter zu analysieren, sollen in diesem Abschnitt die Kerne am bzw. um den $Z = 50$ Schalenabschluß betrachtet werden. Für den Bereich der stabilen Kerne um $Z = 50$ sind mehr Daten als bei den anderen in der Systematik gezeigten Schalenabschlüssen vorhanden.

Zur Beschreibung der Dipolschwingung mit und ohne Berücksichtigung der Schalen effekte wird die folgende, einfache Modellvorstellung benutzt. Das Modell teilt die Nukleonen eines Kernes in zwei Gruppen ein. Die Nukleonen der ersten Gruppe werden Core-Nukleonen genannt, die der zweiten Gruppe Valenz-Nukleonen. N_c sei die Anzahl der Neutronen und Z_c die Anzahl der Protonen die zu der Gruppe der Core-Nukleonen zählen. $N_v = N - N_c$ und $Z_v = Z - Z_c$ geben analog die Anzahl der Valenzneutronen bzw. Valenzprotonen an. Das Modell beschreibt die Dipolschwingung des Kernes durch die Annahme, daß sich bei der Schwingung Core-Nukleonen und Valenz-Nukleonen relativ zueinander bewegen. Für zwei Nukleonen aus der gleichen Gruppe von Nukleonen wird angenommen, daß sie sich bei der Schwingung nicht relativ zueinander bewegen.

Die Oszillation der Core- gegen die Valenz-Nukleonen ist sicherlich ein kollektiver Ansatz zur Beschreibung der elektrischen Dipolanregungen. Durch die Einschränkung der Werte für N_c bzw. Z_c auf die Werte der magischen Zahlen kleiner gleich N bzw. Z , wird in dem Modell aber auch die Schalenstruktur berücksichtigt. Für die Dipoloszillation ohne Berücksichtigung der Schalenstruktur wird angenommen, daß alle Neutronen relativ zu allen Protonen schwingen. Unter dieser Annahme sind alle Core-Nukleonen entweder Protonen oder Neutronen und die Valenz-Nukleonen entsprechend entweder Neutronen oder Protonen.

In den folgenden Unterabschnitten werden experimentelle Daten zu den Übergangsstärken und den Energien mit Folgerungen aus dem Modell verglichen.

4.3.1 E1-Übergangsstärken

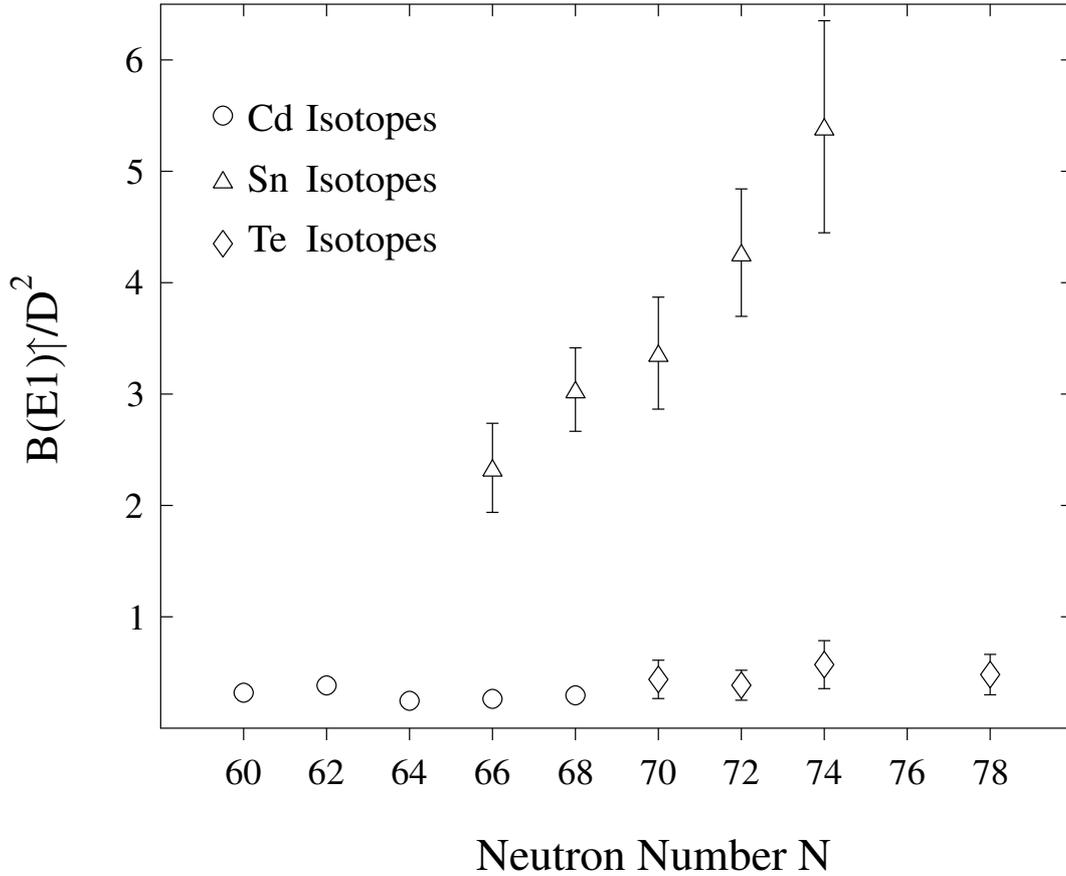


Abbildung 28: $\frac{B(E1)\uparrow}{D_{BM}^2}$ Werte am $Z = 50$ Schalenabschluß. Die offenen Symbole geben das Verhältnis der $B(E1)\uparrow$ Werte zu dem Quadrat der experimentellen Dipolmomente für die Isotope beim $Z=50$ Schalenabschluß an.

In Abbildung 31 ist das Verhältnis der $B(E1)\uparrow$ Werte zum Quadrat des Dipolmomentes D_{BM} über die Neutronenzahl aufgetragen. Das Dipolmoment läßt sich nach der Formel

$$D_{BM} = 5.367 \cdot 10^{-4} (Z + N) Z \beta_2 \beta_3 \quad (69)$$

aus den β_2 und β_3 -Deformationsparametern berechnen. Die β_2 und β_3 -Werte folgen aus den empirischen Werten für die Quadrupol- bzw. Oktupolübergangsstärken der ersten Quadrupol- bzw. ersten Oktupolphonon-Anregungen in den Grundzustand. Die in Abbildung 31 gezeigten numerischen Werte können den Tabelle 12, 13 und 14 im Anhang entnommen werden. Formel (69) ist von Bohr und Mottelson [BoMo57] und von Strutinski [Stru57] hergeleitet worden. Die Herleitung wird im Abschnitt 4.4 weiter diskutiert. Die Verhältnisse für die Cd- und Te-Isotope liegen in etwa alle bei dem gleichen Wert.

Demgegenüber sind die Werte für die Sn-Isotope stark überhöht. Bezogen auf den Wert für ${}_{50}^{116}\text{Sn}_{66}$ liegen die Werte der anderen Sn Isotope auf einer mit der Neutronenzahl ansteigenden Geraden. Auch in dieser Auftragung tritt ein signifikanter Schaleneffekt auf. Die Überlegung im kollektiven Modell, aus der (69) folgt, berücksichtigt diesen Schaleneffekt nicht. Die Skalierung der Verhältnisse mit der Neutronenzahl bei den Cd- und Te-Isotopen stimmt dagegen gut mit der Erwartung **einer** Proportionalitätskonstante zwischen $B(E1) \uparrow$ und D_{BM}^2 für alle Isotope überein. Der Wert, bei dem die Verhältnisse für die Cd- und Te-Isotope liegen, stimmt gut mit dem von Babilon [Babi01] in einer umfangreichen Systematik ermittelten Wert für Kerne neben einem Schalenabschluß überein. Für Kerne an einem Schalenabschluß streuen die Werte deutlich mehr, sind aber generell gegenüber den Werte für die Kerne neben den Schalenabschlüssen überhöht.

Um den Einfluß des Schalenabschlusses zu beschreiben, wird ein effektives Dipolmoment eingeführt und folgender Ansatz für den Zusammenhang zum kollektiven Dipolmoment gemacht:

$$D_{eff} = K(N) \cdot D_{coll} \quad (70)$$

D_{eff} bzw. D_{coll} bezeichnen das effektive bzw. das kollektive Dipolmoment. $K(N)$ ist der von der Neutronenzahl N abhängige Korrekturfaktor, der den Einfluß des Schalenabschlusses auf das Dipolmoment erfassen soll.

Für das Dipolmoment gilt allgemein [RiSc00]

$$D = e \frac{NZ}{A} (R_p - R_n), \quad (71)$$

wobei N die Neutronen-, Z die Protonen- und A die Massenzahl bezeichnet. e ist die Elementarladung. R_p bzw. R_n sind die Schwerpunkte des Protonen bzw. Neutronenkörpers. Die Differenz $R_p - R_n$ der Schwerpunkte des Neutronen- und Protonenkörpers für eine kollektive Dipolschwingung mit und ohne Berücksichtigung von Schaleneffekten kann mit Hilfe der oben eingeführten Modellvorstellung bestimmt werden. Die Gleichung (70) zusammen mit Gleichung (71) erlaubt dann die Berechnung des Korrekturfaktors $K(N)$.

Mit R_c sei der Schwerpunkt der Core-Nukleonen bezeichnet und mit $R_v = R_c + \Delta$ der Schwerpunkt der Valenz-Nukleonen. Δ ist die Differenz zwischen den Schwerpunkten, die bei Anregung der Dipoloszillation auftritt. Für R_p , R_n , $R_p - R_n$ und D_{eff} folgt aus den Modellannahmen

$$R_p = \frac{Z_c}{Z} \cdot R_c + \frac{Z_v}{Z} \cdot (R_c + \Delta) \quad (72)$$

$$R_n = \frac{N_c}{N} \cdot R_c + \frac{N_v}{N} \cdot (R_c + \Delta) \quad (73)$$

$$\begin{aligned}
R_p - R_n &= \left(\frac{Z_v}{Z} - \frac{N_v}{N} \right) \cdot \Delta \\
&= \left(\frac{N_c}{N} - \frac{Z_c}{Z} \right) \cdot \Delta
\end{aligned} \tag{74}$$

$$D_{eff}(N) = e \frac{NZ}{A} \cdot \left(\frac{Z_v}{Z} - \frac{N_v}{N} \right) \cdot \Delta \tag{75}$$

Für den Fall einer kollektiven Schwingung ohne Berücksichtigung der Schalenstruktur ergibt (75): $D_{coll} = e \frac{NZ}{A} \cdot \Delta$. Löst man (70) nach $K(N)$ auf und setzt D_{coll} und D_{eff} ein, so erhält man für den Korrekturfaktor

$$|K(N)| = \left| \frac{N_c}{N} - \frac{Z_c}{Z} \right|. \tag{76}$$

Im Folgenden wird die Größe $\frac{B(E1)\uparrow}{D_{BM}^2}$ mit $s_Z \cdot K(N)^2$ verglichen. s_Z ist ein noch freier Skalierungsfaktor. Der Index Z dient zur Unterscheidung der einzelnen Isotopenketten mittels ihrer Kernladungszahl. s_Z wird durch die Gleichung

$$s_Z = \frac{\sum_N \left[\frac{B(E1)\uparrow}{D^2} \right]_Z}{\sum_N [K^2(N)]_Z} \tag{77}$$

festgelegt. Durch diese Festlegung wird sichergestellt, daß die Mittelwerte von $s_Z \cdot K(N)^2$ und $\frac{B(E1)\uparrow}{D^2}$ für die Isotopenketten gleich sind. Implizit ist bei der Berechnung von $K(N)$ angenommen worden, daß die Größe der Verschiebung Δ nicht von der Anzahl der gegeneinander verschobenen Nukleonen abhängt.

Motiviert ist der Vergleich durch die Annahmen $D_{BM} \sim D_{coll}$ und $B(E1) \uparrow \sim D_{eff}^2$ mit Proportionalitätskonstanten, die nicht von N, Z, N_c oder Z_c abhängen. Die Annahme ist insofern naheliegend, als (69) das Dipolmoment D_{BM} in Abhängigkeit von den kollektiven Größen β_2 und β_3 ausdrückt. Da D_{BM} für die Sn-Isotope N -abhängig (vgl. Tabelle 13 im Anhang) und D_{coll} N -unabhängig ist, kann der direkte Vergleich von D_{BM} und D_{coll} zu keiner Übereinstimmung von Experiment und Modell führen. Weiter unten wird eine mögliche Ursache für die Diskrepanz von Experiment und Modell beim Vergleich von D_{BM} und D_{coll} diskutiert.

Unter der Annahme, daß die $B(E1) \uparrow$ -Werte den Einfluß der Schaleneffekte relativ zu der kollektiven Größe D_{BM}^2 berücksichtigen, ist es aber trotzdem sinnvoll, $s_Z \cdot K^2(N)$ mit $\frac{B(E1)\uparrow}{D_{BM}^2}$ zu vergleichen.

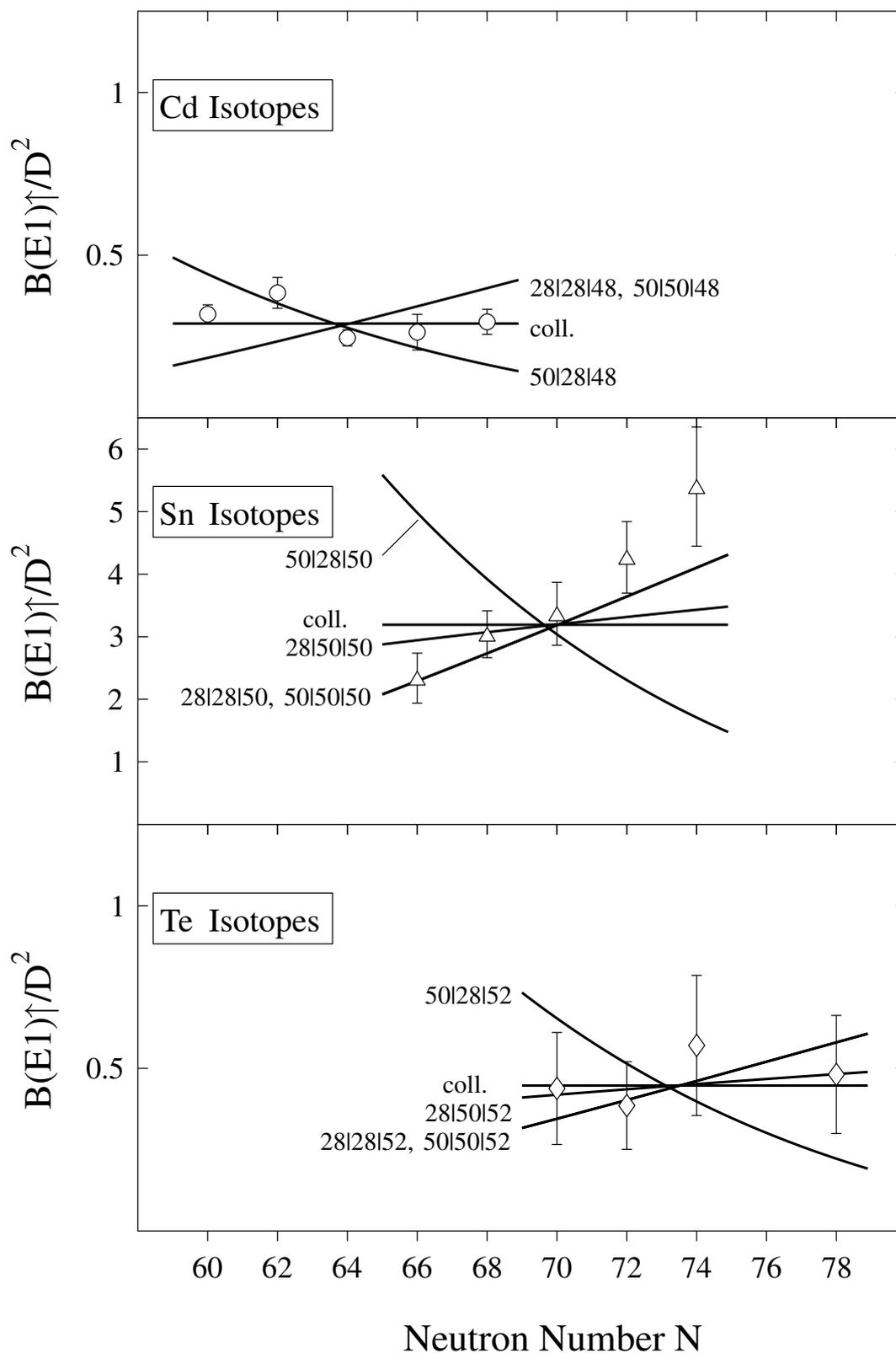


Abbildung 29: Vergleich des Skalierungsverhaltens der experimentellen Werte $\frac{B(E1)_{\uparrow}}{D_{BM}^2}$ mit dem Skalierungsverhalten des quadrierten Korrekturfaktors $K^2(N)$ für verschiedene Annahmen über den Core. Die Kurven werden durch die Zahlenkombination $N_c|Z_c|Z$ der Anzahl von Neutronen und Protonen im Core und der Kernladungszahl unterschieden.

In der Abbildung 29 wird das Skalierungsverhalten der $\frac{B(E1)\uparrow}{D_{BM}^2}$ -Werte verglichen mit dem Skalierungsverhalten des Korrekturfaktors $K^2(N)$ für die einzelnen Isotopenreihen unter Annahme verschiedener Werte für N_c und Z_c . Die durchgezogenen Kurven geben das Skalierungsverhalten von $K^2(N)$ wieder. Die Kurven sind durch eine Kombination von drei Zahlen gekennzeichnet. Die Zahlen sind die Werte von $N_c|Z_c|Z$, mit denen der funktionale Zusammenhang von $K(N)$ bzw. $D_{eff}(N)$ parametrisiert ist. Auch in den folgenden Bildern sind die verschiedenen Kurven mit den Zahlen $N_c|Z_c|Z$ gekennzeichnet. Falls erforderlich, werden auch $K(N) = K(N; N_c|Z_c|Z)$ bzw. $D_{eff}(N) = D(N; N_c|Z_c|Z)$ entsprechend unterschieden.

Es wurden keine magischen Zahlen kleiner 28 betrachtet. Gäbe es einen Core mit weniger als 28 Nukleonen einer Art, so müßten nach dem Schalenmodell bei der Dipoloszillation Nukleonen aus den inneren Schalen angeregt werden. Dafür ist aber soviel Energie notwendig, daß eine solche Anregung nur für höhere Anregungsenergien zu erwarten ist.

Das Verhältniss $\frac{K^2(N; 28|28|Z)}{K^2(N; 50|50|Z)}$ ist N -unabhängig. Wegen der Vorschrift zur Festlegung von s_Z sind die entsprechenden Kurven daher nicht unterscheidbar.

Die Verhältnisse sind bei den Sn-Isotopen am einfachsten. Dort stimmen nur die Linien für $N_c = 28, Z_c = 28$ und $N_c = 50, Z_c = 50$ hinreichend gut mit den Datenpunkten überein. Bei den Te-Isotopen ist der Fall $N_c = 28$ und $Z_c = 50$, trotz guter Übereinstimmung von $K^2(N; 28|50|52)$ mit den experimentellen Werte, physikalisch unplausibel. Der Core enthielte mehr Protonen als Neutronen, obwohl der Kern aus mehr Neutronen als Protonen besteht. $K^2(N; 50|28|52)$ kann wegen der Abweichung von den $\frac{B(E1)\uparrow}{D_{BM}^2}$ -Werten ausgeschlossen werden. Von den verbleibenden Alternativen stimmt $K_{coll(N)}^2 = K^2(N; N|0|52) = K^2(N; 0|52|52) = const.$ besser mit den Datenpunkten überein als $K^2(N; 28|28|52)$ (oder $K^2(N; 50|50|52)$). Die Abweichung von $K^2(N; 28|28|52)$ (oder $K^2(N; 50|50|52)$) zu den Datenpunkten ist aber nicht so groß, daß dieser Fall ausgeschlossen werden könnte.

Bei den Cd-Isotopen sind die Datenpunkte mit allen drei alternativen Verläufen von $K^2(N)$ vereinbar. Nimmt man an, daß die Kernstruktur für die Isotope neben dem $Z = 50$ -Schalenabschluß ähnlich ist, so ist zu erwarten, daß der Kurvenverlauf von $K^2(N)$ sich "stetig" von der Cd-Isotopenkette zur Te-Isotopenkette fortsetzt. Dies ist aber nur für $K^2(N; 28|28|48)$ und $K_{coll(N)}^2 = K^2(N; N|0|48) = K^2(N; 0|48|48) = const.$ der Fall und spricht daher gegen den Kurvenverlauf von $K^2(N; 50|28|48)$ bei den Cd-Isotopen. Gegen den kollektiven Fall spricht hier, daß in ihm überhaupt kein Einfluß der Schalenstruktur berücksichtigt ist.

Das Verhältnis der Übergangsraten von Sn-Isotopen zu den Übergangsraten der Cd- bzw. Te-Isotopen mit gleicher Neutronenzahl kann mit dem Skalierungsverhalten des Verhältnisses $\frac{D_{eff}^2(N; N_c|Z_c|50)}{D_{eff}^2(N; N_c|Z_c|48,52)}$ bei verschiedenen Annahmen für N_c und Z_c verglichen werden.

Für die Sn-Isotope wird von der Annahme $N_c = Z_c = 50$ ausgegangen. Die Übereinstimmung zwischen Experiment und Modell in Abbildung 29 läßt bei den Sn-Isotopen nur die Parametrisierungen $N_c = Z_c = 50$ und $N_c = Z_c = 28$ zu. Der Ansatz $N_c = Z_c =$

28 für die Sn-Isotope liefert aber falsche Resultate bei der folgenden Betrachtung, da $D_{eff}^2(N; 50|50|50) > D_{eff}^2(N; 28|28|48, 52)$ und $B(E1) \uparrow_{Z=50} > B(E1) \uparrow_{Z=48,52}$ gilt.

Aus der Beziehung $B(E1) \uparrow \sim D_{eff}$ folgt für das Verhältnis $\frac{B(E1) \uparrow_{Z=50}}{B(E1) \uparrow_{Z=48,52}}$

$$\frac{B(E1) \uparrow_{Z=50}}{B(E1) \uparrow_{Z=48,52}} = \frac{D_{eff}^2(N; 50|50|50)_{Z=50}}{D_{eff}^2(N; N_c|Z_c|48, 52)}. \quad (78)$$

In Abbildung 30 wird das Verhältnis der experimentellen Werte mit dem Skalierungsverhalten von $\frac{D_{eff}^2(N; 50|50|50)}{D_{eff}^2(N; N_c|Z_c|48, 52)}$ für verschiedene Werten von N_c und Z_c verglichen. Da oben bereits $N_c = Z_c = 50$ für die Sn-Isotope festgelegt wurde, unterscheiden sich die Kurven nur in der Wahl der N_c und Z_c -Werte für die Cd- und Te-Isotope. Die Kennzeichnung der Kurven erfolgt daher auch mit der $N_c|Z_c|Z$ -Angabe für diese Isotope. Aufgetragen ist der Verlauf von $\frac{D_{eff}^2(N; 50|50|50)}{D_{eff}^2(N; N_c|Z_c|48, 52)}$ für die Parametrisierungen 50|28|48, 50|28|52, 28|28|48, 28|28|52. Alle Werte des Verhältnisses für 28|50|52 und den Fall $D_{eff}^2(N; N_c|Z_c|48, 52) = D_{coll}^2(N; N_c|0|48, 52) = D_{coll}^2(N; 0|Z_c|48, 52)$ sind bei den relevanten N -Werte kleiner als 0.5. Da die experimentellen Werte zwischen 2.5 und 4.5 liegen, können diese Fälle ausgeschlossen werden. Die entsprechenden Kurven sind daher in Abbildung 30 nicht berücksichtigt.

Für $N = 66$ und $N = 68$ werden die $B(E1) \uparrow$ Werte der Sn-Isotope in Verhältniss zu den $B(E1) \uparrow$ Werten der Cd-Isotope ($Z = 48$) gesetzt. Dementsprechend sind in dem Bereich von $N = 65$ bis $N = 69$ die Kurven zu $Z = 48$ als durchgezogene Linie eingezeichnet. Analog gehören im Bereich von $N = 69$ bis $N = 75$ die durchgezogenen Linien zu den $Z = 52$ Kurven, da für $N = 70, 72, 74$ die $B(E1) \uparrow$ Werte der Sn-Isotope auf die $B(E1) \uparrow$ Werte der Te-Isotope ($Z = 52$) bezogen werden. Die gestrichelten Linien setzen die durchgezogenen Linien zu einem gegebenen Z -Wert in den Bereich fort, in dem kein entsprechendes Verhältnis von $B(E1) \uparrow$ -Werten zum direkten Vergleich verfügbar ist.

Bezogen auf die einfachen Annahmen, die den Kurven zugrunde liegen, stimmen die experimentellen Datenpunkte mit den Kurven für die Wahl von $N_c = Z_c = 28$ und $N_c = 50, Z_c = 28$ gut überein. Das Skalierungsverhalten der Kurven zu einem $N_c = Z_c = 28$ -Core über das komplette Intervall der betrachteten N -Werte paßt besser zu dem Skalierungsverhalten der experimentellen Datenpunkte als das Skalierungsverhalten zu einem $N_c = 50, Z_c = 28$ -Core. Insbesondere der Datenpunkt für $N = 74$ liegt deutlich näher bei der 28|28|52-Kurve als bei der 50|28|52-Kurve. Auch in Abbildung 29 ist die Abweichung zwischen den experimentellen Werten und der Kurve zum $N_c = 28, Z_c = 28$ -Core bei den Te-Isotopen deutlich geringer als die Abweichung der experimentellen Werte und der Kurve zum $N_c = 50, Z_c = 28$ -Core. Die experimentellen Werte zu den Cd-Isotopen in den Abbildungen 29 und 30 zeichnen keine der beiden Alternativen für die Anzahl der Protonen und Neutronen im Core aus. Greift man die obige Annahme wieder auf, daß die Kernstruktur für die Isotopenketten neben dem Schalenabschluß ähnlich sein sollte, so sprechen die Daten tendenziell für einen $N_c = Z_c = 28$ -Core. Ein $N_c = 50, Z_c = 28$ -Core

kann aber nicht eindeutig ausgeschlossen werden.

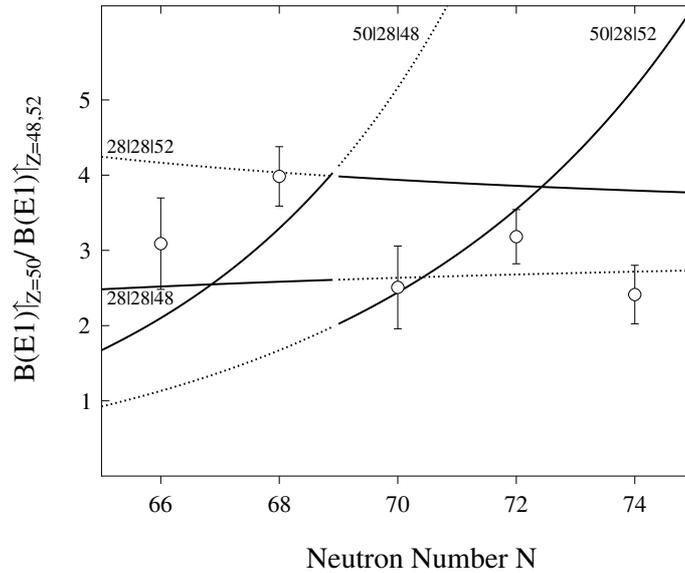


Abbildung 30: Vergleich der $\frac{B(E1)\uparrow_{Z=50}}{B(E1)\uparrow_{Z=48,52}}$ und der $\frac{D_{eff}^2(N_c|Z_c|50)}{D_{eff}^2(N_c|Z_c|48,52)}$ -Werte. Dem Verhältniss $\frac{B(E1)\uparrow_{Z=50}}{B(E1)\uparrow_{Z=48,52}}$ entsprechen die offenen Kreise. Die Kurven sind mit den effektiven Dipolmomenten nach dem Modell berechnet. Im Text werden die Kurven im Detail erläutert und diskutiert.

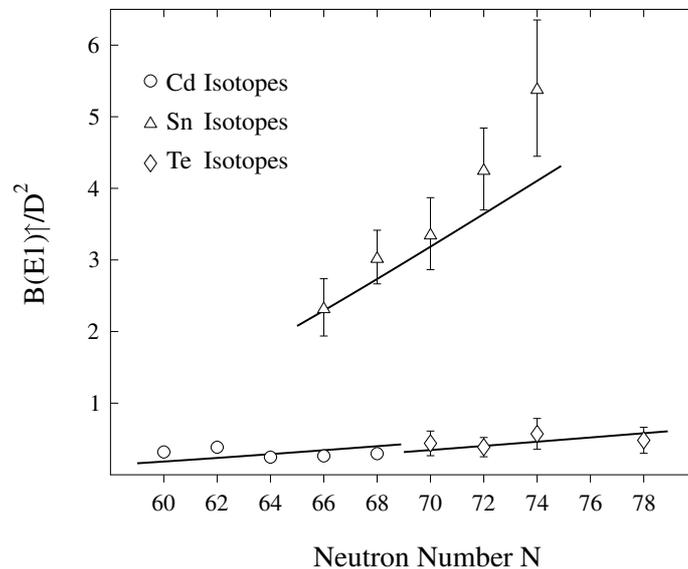


Abbildung 31: Vergleich der $\frac{B(E1)\uparrow}{D_{BM}^2}$ und der $s_Z \cdot K^2(N)$ Werte. Die offene Symbole geben das Verhältniss der $B(E1)\uparrow$ Werte zu dem Quadrat der experimentellen Dipolmomente für die Isotope beim $Z=50$ Schalenabschluß an. Die Kurven geben den Verlauf des Korrekturfaktors $K^2(N)$ für das Dipolmoment wieder. Für die Sn-Isotope ist ein $N_c = Z_c = 50$ Core angenommen, für die Cd- und Te-Isotope ein $N_c = Z_c = 28$ Core.

In Abbildung 31 werden nochmals die experimentellen Werte mit $K^2(N)$ verglichen, unter der Annahme eines $N_c = Z_c = 50$ -Cores für die Sn-Isotope und eines $N_c = Z_c = 28$ -Cores für die Cd- und Te-Isotope. Die Abbildung macht deutlich, daß die Annahmen für den gesamten betrachteten Bereich zu einer guten Übereinstimmung zwischen dem Experiment und dem Modell führt.

Aus dem in Abbildung 29 gezeigten Vergleich der $\frac{B(E1)\uparrow}{D_{BM}^2}$ -Werte mit $s_Z \cdot K^2(N)$ folgt sicher, daß die Valenznukleonen bei Sn-Isotope gegenüber einen $N_c = Z_c = 50$ -Core oszillieren. Dies legt die Frage nahe, wie groß die Übergangsstärken der Sn-Isotope wären, falls die Valenznukleonen nicht gegen einen $N_c = Z_c = 50$ -Core, sondern gegen einen $N_c = 50, Z_c = 28$ - oder einen $N_c = Z_c = 28$ -Core schwingen würden. Um die Frage zu beantworten, wird angenommen, daß das Verhältniss der Übergangsstärken für den hypothetische Core und den experimentellen $B(E1) \uparrow$ -Werten gleich dem Verhältniss $\frac{D_{eff}^2(N; \tilde{N}_c | \tilde{Z}_c | Z=50)}{D_{eff}^2(N; N_c=50 | Z_c=50 | Z=50)}$ der entsprechenden effektiven Dipolmomente ist. Die Annahme erlaubt es, die Übergangsstärken für einen hypothetischen Core auszurechnen.

In Abbildung 32 sind neben den experimentellen $B(E1) \uparrow$ -Werten für die Cd-, Sn- und Te-Isotope auch die mit $\frac{D_{eff}^2(N; \tilde{N}_c | \tilde{Z}_c | Z=50)}{D_{eff}^2(N; N_c=50 | Z_c=50 | Z=50)}$ umskalierten $B(E1) \uparrow$ -Werte der Sn-Isotope eingezeichnet.

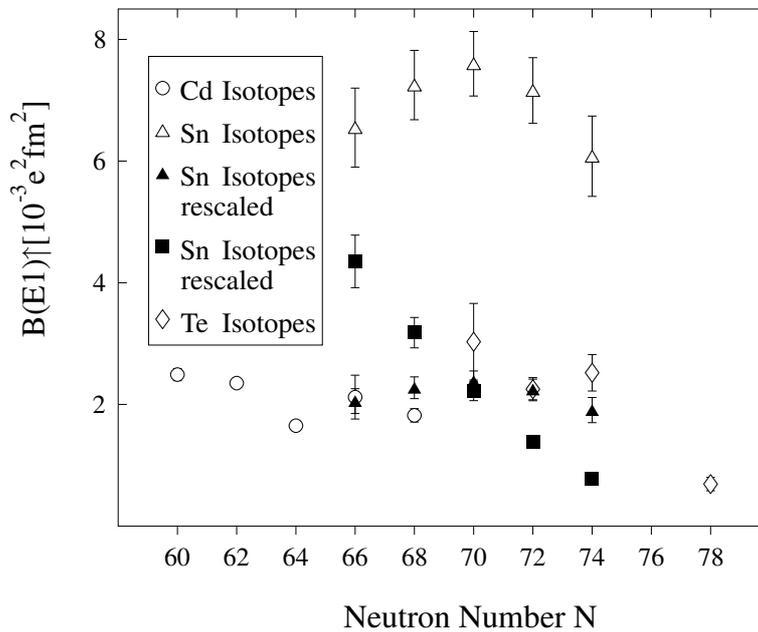


Abbildung 32: $B(E1) \uparrow$ Werte der Cd-, Sn- und Te-Isotopenketten. Den experimentellen Werten entsprechen den offenen Symbolen. Die gefüllten Quadrate entsprechen den umskalierten experimentellen Werten der Sn-Isotope für einen hypothetische Core aus $\tilde{N}_c = 50$ Neutronen und $\tilde{Z}_c = 28$ Protonen. Die gefüllten Dreiecke sind die umskalierten experimentellen Werten der Sn-Isotope falls für den hypothetischen Core $\tilde{N}_c = \tilde{Z}_c = 28$ vorausgesetzt wird.

Die gefüllten Dreiecke entsprechen den umskalierten experimentellen Werten der Sn-Isotope wenn der hypothetische Core aus $\tilde{N}_c = 28$ Neutronen und $\tilde{Z}_c = 28$ Protonen besteht. Die gefüllten Quadrate ergeben sich, falls $\tilde{N}_c = 50$ und $\tilde{Z}_c = 28$ angenommen wird. Die Auftragung in den Abbildung 32 erlaubt es die Datenpunkte der Sn-Isotope in die gesamte Reihe der Datenpunkte der Cd- und Te-Isotope einzuordnen. In Abbildung 30 war tendenziell zu erkennen, daß unter der Annahme eines $N_c = Z_c = 28$ -Cores die experimentellen Daten besser wiedergegeben werden als mit einem $N_c = 50, Z_c = 28$ -Core. In Abbildung 32 ordnen sich die $B(E1) \uparrow$ -Werte der Sn-Isotope nur bei einer Umskalierung gemäß des Verhältnisses $\frac{D_{eff}^2(N; \tilde{N}_c=28 | \tilde{Z}_c=28 | Z=50)}{D_{eff}^2(N; \tilde{N}_c=50 | \tilde{Z}_c=50 | Z=50)}$ zwanglos in die Reihe der Datenpunkte der Cd- und Te-Isotope ein. Dies ist ein weiterer, deutlicher Hinweis auf einen $N_c = Z_c = 28$ -Core in den Cd- und Te-Isotope bei der E1-Anregung.

4.3.2 Anregungsenergien

Das Verhältnis der Anregungsenergien für die Kerne am Schalenabschluß relativ zu den Kernen neben dem Schalenabschluß liefert eine weitere Möglichkeit, Folgerungen aus den Modellannahmen mit experimentellen Daten zu vergleichen. Dazu wird angenommen, daß die 1_{1^-} -Zustände durch eine harmonische Oszillation in der Koordinate $R_c - R_v$ beschreibbar sind. Die Resonanzfrequenz ω des zugeordneten Oszillators hängt von der reduzierten Masse des Oszillators ab. Es gilt $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_r}}$. k parametrisiert die Stärke der rücktreibenden Kraft des Oszillators und m_r bezeichnet die reduzierte Masse. Der Zusammenhang zwischen der Anregungsenergie und der Resonanzfrequenz ist $E_{1_{1^-}} = \hbar\omega$. Aus der Annahme einer Bewegung von N_v Neutronen und Z_v Protonen gegenüber einem Core von N_c Neutronen und Z_c Protonen folgt für die reduzierte Masse

$$m_r = \frac{(Z_v + N_v)(Z_c + N_c)}{Z + N} \cdot m_0. \quad (79)$$

m_0 bezeichnet die Nukleonenmasse. Für das Verhältnis $\frac{E_{Z=50}}{E_{Z=48,52}}$ folgt aus den Modellannahmen die Beziehung

$$\frac{E_{Z=50}}{E_{Z=48,52}} = \sqrt{\frac{\left[\frac{(Z_v + N_v)(Z_c + N_c)}{Z + N} \right]_{Z=48,52}}{\left[\frac{(Z_v + N_v)(Z_c + N_c)}{Z + N} \right]_{Z=50}}}, \quad (80)$$

falls k von N_c, Z_c, Z und N unabhängig ist.

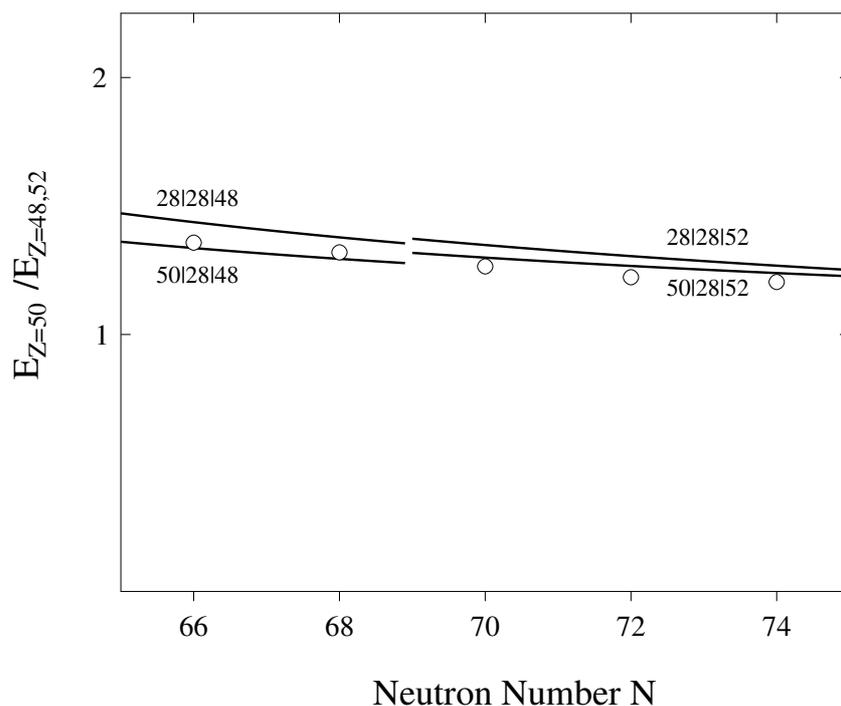


Abbildung 33: Vergleich der Verhältnisse der experimentellen Energiewerte $\frac{E_{Z=50}}{E_{Z=48,52}}$ mit den Ausdrücken $\sqrt{\frac{m_{r,Z=48,52}}{m_{r,Z=50}}}$. Die experimentellen Werte stimmen gut mit den berechneten Werten überein.

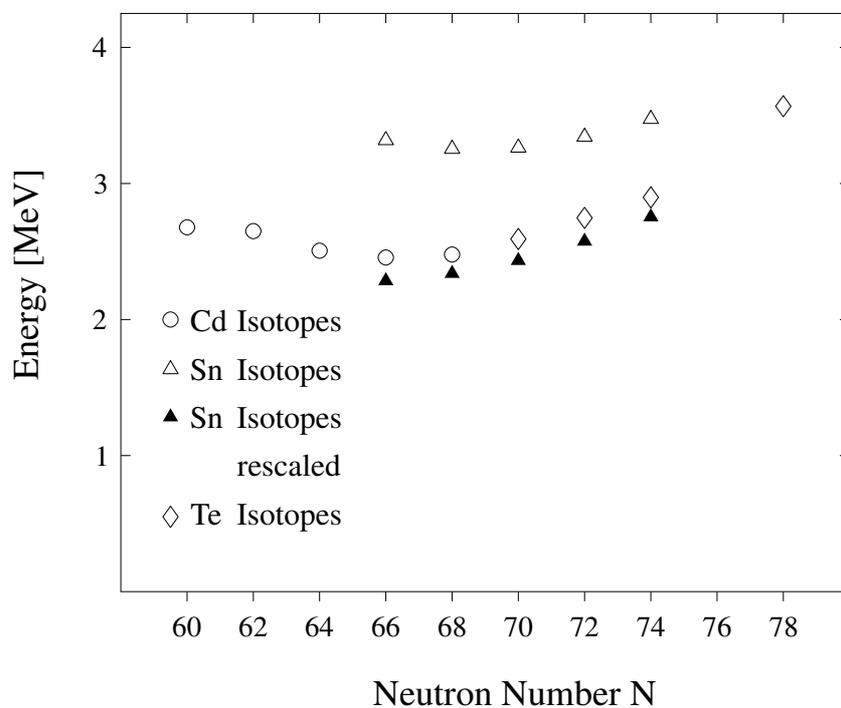


Abbildung 34: Anregungsenergien der 1_1^- Zustände für die Isotope am Z=50 Schalenabschluß. Die offenen Symbole entsprechen den experimentellen Werten. Die gefüllten Symbole sind die umskalierten experimentellen Werte für die Sn-Isotope.

In Abbildung 33 sind die experimentellen Verhältnisse mit (80) verglichen. Für die Sn-Isotope wird wieder von einem $N_c = Z_c = 50$ -Core ausgegangen. Für die Cd- und Te-Isotope werden nur noch die Alternativen 28|28|48, 52 und 50|28|48, 52 betrachtet. Die experimentell bestimmten Verhältnisse sind mit beiden Ansätzen für den Core bei den Cd- und Te-Isotope vereinbar.

Abbildung 34 entspricht Abbildung 32 für die Energien. Sie enthält neben den experimentellen Anregungsenergien auch die mittels der reduzierten Massen umskalierten Anregungsenergien der Sn-Isotope. Da die Energiewerte bei der Umskalierung von einem $N_c = Z_c = 50$ -Core auf einen $N_c = Z_c = 28$ -Core oder auf einen $N_c = 50, Z_c = 28$ -Core praktisch gleich sind, ist in Abbildung 34 nur die Alternative $N_c = Z_c = 28$ eingezeichnet. Auch bei den Anregungsenergien fügen sich die umskalierten Werte der Sn-Isotope zwanglos in die Folge der Energiewerte der Cd- und Te-Isotope ein.

Die auf dem Modell beruhende Analyse führt zu folgendem Bild des Schaleneffektes der niederenergetischen E1-Anregung:

Die E1-Anregung kann als die Oszillation zweier Gruppen von Nukleonen, den Core-Nukleonen und den Valenz-Nukleonen, interpretiert werden. Die Anzahl der Core-Protonen und der Core-Neutronen bzw. der Valenz-Protonen und der Valenz-Neutronen wird von der Schalenstruktur der Kerne bestimmt. Um die experimentellen Daten mit dem Modell befriedigend zu reproduzieren, muß für die Sn-Isotope am Schalenabschluß ein $N_c = Z_c = 50$ -Core angenommen werden. Für die Cd- und Te-Isotope neben dem Schalenabschluß gibt es zwei alternative Möglichkeiten, den Core festzulegen, ohne den experimentellen Ergebnissen widersprechende Größen zu erhalten. Zum einen kann ein $N_c = Z_c = 28$ -Core für die Cd- und Te-Isotope angenommen werden. Es ist aber auch möglich, von einem $N_c = 50, Z_c = 28$ -Core für die Te-Isotope und die Cd-Isotope auszugehen. Tendenziell führt aber ein $N_c = Z_c = 28$ -Core für die Cd- und Te-Isotope zu einer besseren Übereinstimmung mit den Daten. Insbesondere spricht Abbildung 32 deutlich für einen $N_c = Z_c = 28$ -Core bei den Cd- und Te-Isotopen.

Bei der Betrachtung des Verhältnisses $\frac{B(E1)\uparrow}{D_{BM}^2}$ wurde angenommen, daß Δ in etwa den gleichen Wert für die Isotope am Schalenabschluß wie für die Isotope neben dem Schalenabschluß hat. Bei der Berechnung des Skalierungsfaktors für die Energien ist eine analoge Konstanz für den Wert von k vorausgesetzt. Offensichtlich führen diese Annahmen zu befriedigenden Ergebnissen. Um die physikalische Ursache zu verstehen, ist in Abbildung 35 die Größe $\sqrt{\langle(R_c - R_v)^2\rangle}$ über die Neutronenzahl aufgetragen. Für alle Isotope ergeben sich dabei Werte zwischen 0.3 und 0.5 fm.

$\langle(R_c - R_v)^2\rangle$ ist aus den experimentellen Anregungsenergien mit Hilfe der Orts-Impuls-Unschärferelation berechnet. Bei der Berechnung wurde die Schwerpunktsverschiebung $\Delta = \langle R_c - R_v \rangle$ vernachlässigt. Die Werte von Δ können mit den $B(E1)\uparrow$ -Werten und (75) abgeschätzt werden. Sie sind eine Größenordnung kleiner als die $\sqrt{\langle(R_c - R_v)^2\rangle}$ -Werte. Die Δ - und $\sqrt{\langle(R_c - R_v)^2\rangle}$ -Werte sind in den Tabellen 15, 16 und 17 im Anhang

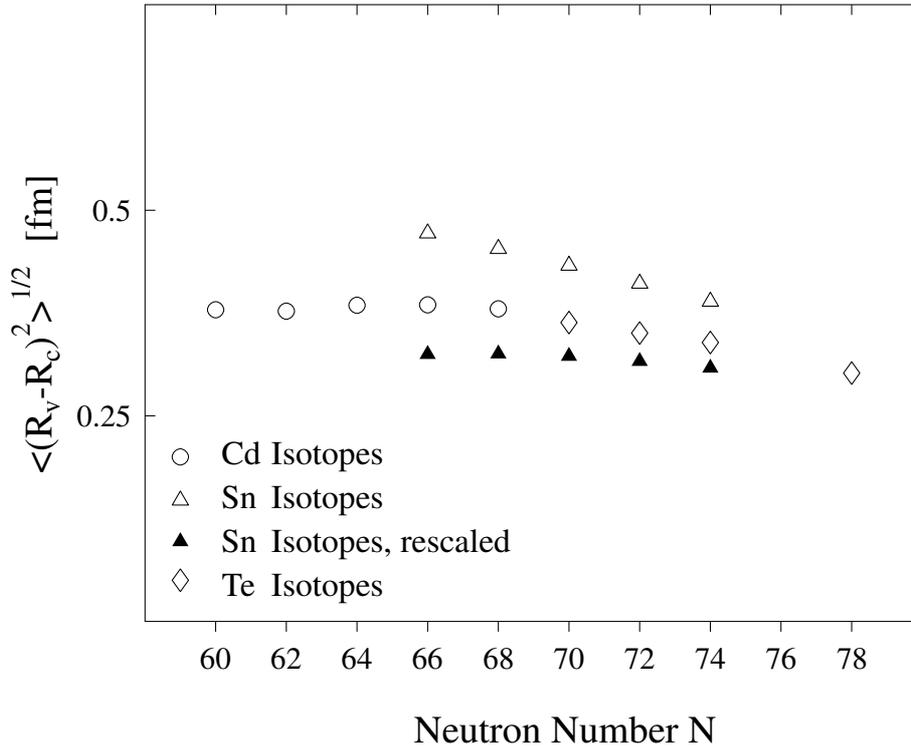


Abbildung 35: Streuung in der Relativkoordinate der Valenz- und Core-Nukleonen bei der Oszillation.

aufgeführt. Die benutzten Formeln finden sich ebenfalls im Anhang. Die für die Berechnung notwendigen reduzierten Massen folgen aus der Annahme eines $N_c = Z_c = 50$ -Cores für die Sn-Isotope und eines $N_c = Z_c = 28$ -Core für die Cd- und Te-Isotope. Für die Sn-Isotope ist $\langle (R_c - R_v)^2 \rangle$ alternativ auch für einen $N_c = Z_c = 28$ -Core bestimmt worden (gefüllte Symbole in Abbildung 35). Die Rechnung beruht auf der Annahme, daß die Oszillation in der Koordinate $R_c - R_v$ einer minimalen Orts-Impuls-Unschärfe genügt. Aus der Annahme ergibt sich zwanglos das oben benutzte Modell einer harmonischen Oszillation zur Beschreibung des Anregungszustandes. Um die Energie der Anregung zu minimieren, muß nach der Unschärferelation $\langle (R_c - R_v)^2 \rangle$ möglichst groß sein. Die Nukleonen, die sich relativ zueinander bewegen, müßten sich also weit voneinander entfernen, um die Anregungsenergie zu senken. Andererseits beschränkt die starke Wechselwirkung zwischen zwei benachbarten Nukleonen den Abstand, um den benachbarte Nukleonen gegeneinander verschoben werden können. Die starke Wechselwirkung ist durch ein Zweiteilchenpotential approximierbar [Mayer84]. Das Potential besitzt bei etwa $r_0 = 1 \text{ fm}$ ein flaches Minimum. r bezeichnet die Relativkoordinaten von zwei Nukleonen. Bei Abständen um 0.5 fm und um 1.5 fm steigt das Potential dann stark an. Für eine Änderung der relative Lage von zwei benachbarten Nukleonen um mehr als etwa 0.5 fm ist daher viel Energie aufzubringen. Insbesondere tritt keine rücktreibende Kraft mehr bei einer Verschiebung benachbarter Nukleonen um mehr als etwa 1.5 fm auf. r_0 mittelt sich ebenso wie die Lage eines bestimmten Protons oder Neutrons bei der Berechnung der Schwerpunktskoordinaten R_c

und R_v aus. $R_c - R_v = 0$ entspricht daher klassisch einer Anordnung, bei der benachbarte Nukleonen einen Abstand r_0 zueinander haben. Für die kollektive Schwingung ist nur die Änderung gegenüber r_0 relevant und führt zu Werten $R_c - R_v \neq 0$.

Die Überlegungen zur Unschärferelation und zum Wechselwirkungspotential für Nukleonen zusammen ergeben, daß die minimale Anregungsenergie durch die größtmögliche Relativbewegung der Nukleonen, die das Wechselwirkungspotential mit geringem Energieaufwand zuläßt, bestimmt ist. Die berechneten Werte für $\sqrt{\langle (R_c - R_v)^2 \rangle}$ und die durch die Wechselwirkung vorgegebene Skala stimmen gut überein. Benachbarte Nukleonen bewegen sich bei der Oszillation also um max. 0.5 fm relativ zueinander. Auf dieser Skala ist aber auch die rücktreibende Kraft in nullter Näherung linear. Sie ist dann, ebenso wie die Größe der Verschiebung benachbarter Nukleonen zueinander, unabhängig von der Anzahl der Neutronen, die sich relativ zu den Protonen bewegen. Die Konstanten Δ und k sind daher für alle Kerne im Bereich des Schalenabschlusses in etwa gleich.

In erster Näherung ist für die rücktreibende Kraft ein anharmonischer Anteil zu erwarten. Die Auswirkung der Anharmonizität ist bei größeren Verschiebungen von Nukleonen gegeneinander ebenfalls größer.

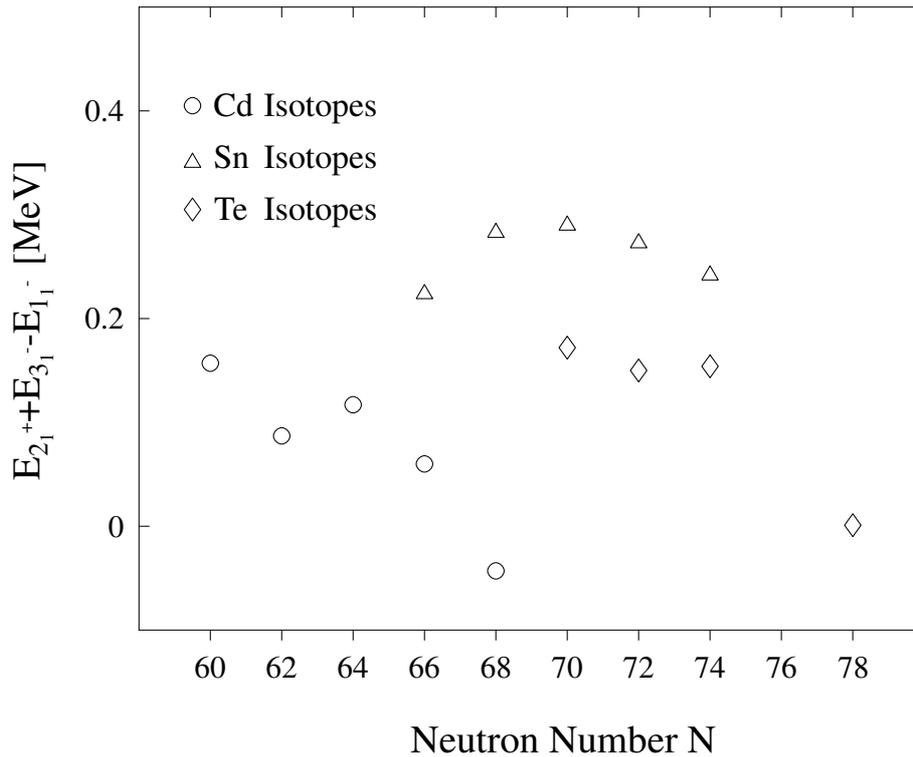


Abbildung 36: Unharmonizität $E_{2_1^+} + E_{3_1^-} - E_{1_1^-}$ bei den Phononenenergien. Die Werte zeigen die Differenz der Summe der Anregungsenergien des ersten Quadrupol- und des ersten Oktupolphonons und der Anregungsenergie des 1_1^- Zustandes für die Isotope beim $Z=50$ Schalenabschluß.

In Abbildung 36 ist $E_{2_1^+} + E_{3_1^-} - E_{1_1^-}$ über die Neutronenzahl aufgetragen. Die Diffe-

renz ist ein Maß für die Anharmonizität der Kopplung des ersten Quadrupol- und des ersten Oktupolphonons, die im Phononenbild zur Konstitution des 1_1^- Zustandes führt. Der Vergleich der offenen Symbole in Abbildung 35 und in Abbildung 36 bestätigt den Zusammenhang zwischen Anharmonizität und der Größe der Verschiebung.

Die Annahme einer reduzierten Masse zu einem $N_c = Z_c = 28$ -Core für die Sn-Isotope führt zu den Werten von $R_c - R_v$, die die ausgefüllten Dreiecke in Abbildung 35 zeigen. Offensichtlich ist dann der Zusammenhang zwischen den anharmonischen Anteilen der rücktreibenden Kraft und der Verschiebung der Neutronen gegen die Protonen nicht mehr gegeben.

Aus den experimentellen Anregungsenergien $E_{1_1^-}$ und den reduzierten Massen sind auch die "Federkonstanten", also der Parameter k , der die Stärke der rücktreibenden Kraft angibt, nach

$$k = \omega^2 m_r = \frac{E_{1_1^-} m_r}{\hbar^2} \quad (81)$$

berechenbar. Die mit (81) bestimmten Werte von k sind in Abbildung 37 gegen die Neutronenzahl aufgetragen.

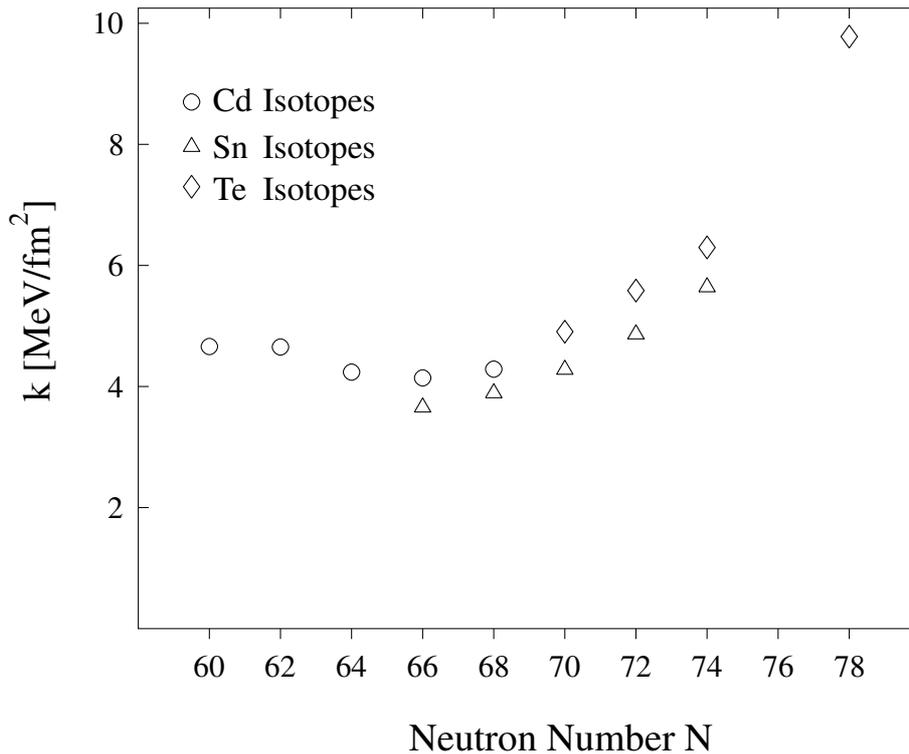


Abbildung 37: Stärke k der rücktreibenden Kraft als Funktion der Neutronenzahl N für die Cd-, Sn- und Te-Isotope.

Die Zunahme von k mit der Neutronenzahl und insbesondere der große Wert von k bei $^{130}_{52}\text{Te}_{78}$ kann durch den Einfluß des Neutronenschalenabschlusses $N = 82$ erklärt wer-

den. Neben der Nukleon-Nukleon Wechselwirkung wird bei einer fast gefüllten Schale die Austauschwechselwirkung immer wichtiger. Die Austauschwechselwirkung geht auf die fermionischen Korrelationen bei der Bewegung der Nukleonen im Kern zurück. Nahe an einem Schalenabschluß erzwingen diese Korrelationen, daß durch eine Schwingung des Kernes die Besetzungswahrscheinlichkeit von Einteilchenzuständen in höheren Schalen größer ist, als bei Schwingungen in Kernen abseits von Schalenabschlüssen. Der damit verbundene Energieaufwand führt zu einer höheren Anregungsenergie und damit indirekt zu einem höheren Wert von k , als wenn nur die Nukleon-Nukleon Wechselwirkung zu berücksichtigen ist.

Um einen Wert für k , der größten Teils auf die Nukleon-Nukleon Wechselwirkung zurückgeht, abzuschätzen, ist es daher sinnvoll, die Werte von k nur im Bereich der Neutronenzahlen um $N = 64$ zu betrachten. Man erhält so einen Wert von ca. $4.5 \frac{MeV}{fm^2}$. Vergrößert man den Abstand von zwei Nukleonen, die mit einer Feder der Federkonstanten $k = 4.5 \frac{MeV}{fm^2}$ aneinander gebunden sind, um eine Strecke von $0.66 fm$, so muß man dafür eine Energie von $2 MeV$ aufbringen. $0.66 fm$ ist in etwa der doppelte Wert der Abstände zwischen den Schwerpunkten der Core- und Valenz-Nukleonen, die mit größerer Wahrscheinlichkeit bei der Dipoloszillation des Kernes auftreten (vgl. Abbildung 35). Bei einem Abstand $|r| > |r_0 + 0.66 fm|$ zwischen zwei Nukleonen nimmt die Wirkung der Kernkraft drastisch ab, die Nukleonen wechselwirken kaum noch miteinander. Nach dieser Überlegung sind also ca. $2 MeV$ aufzubringen, um zwei Nukleonen voneinander zu trennen. Der Wert von $2 MeV$ paßt sehr gut zu dem Wert der Separationsenergie des Deutrons von $2.22 MeV$ [Fire96]. Die Werte für k und $\sqrt{\langle (R_p - R_n)^2 \rangle}$ sind also wahrscheinlich direkt korreliert mit der Wechselwirkung zwischen einzelnen Nukleonen im Kern.

Leider lassen sich die Betrachtungen dieses Abschnittes nicht einfach auf die Verhältnisse an den anderen Schalenabschlüssen übertragen. Die dort vorhandenen Daten sind nicht mit den "mechanischen" Überlegungen direkt zu erfassen. Ein möglicher physikalischer Grund für die einfachen Verhältnisse am $Z = 50$ Schalenabschluß mag sein, daß der hier betrachtete Core aus 50 Protonen und 50 Neutronen bzw. 28 Protonen und 28 Neutronen doppelmagisch und symmetrisch gegenüber dem Austausch von Protonen und Neutronen ist.

4.4 Der Zusammenhang zur Dipolriesenresonanz

Mit dem Modell einer harmonischen Dipoloszillation konnten im vorigen Abschnitt unter der Annahme von $N_c = Z_c = 28$ für die Cd- und Te-Isotope und $N_c = Z_c = 50$ für die Sn-Isotope die experimentellen Daten erklärt werden. In diesem Abschnitt wird der Schaleneffekt der $B(E1; 0_{GS}^+ \rightarrow 1^-)$ -Werte mit Hilfe verschiedener Modellansätzen diskutiert. Motiviert sind die verschiedenen Modellansätze durch eine möglichst einfache Beschreibung verschiedener physikalischer Strukturen.

Oben wurden bereits Eigenschaften der Oberflächenschwingungen und der Schalenstruktur der Kerne benutzt, um die experimentellen Daten zu ordnen. Da die Dipolriesenresonanz die dominierende elektrische Dipolanregung in Kernen ist und die energiegewichtete Summenregel praktisch ausschöpft, liegt der Versuch nahe, die niederenergetische Dipolstärke durch den Einfluß der Dipolriesenresonanz zu erklären.

Allen Modellansätzen ist gemein, daß sie die Struktur des Kernes in einer Approximation 0-ter Ordnung beschreiben. Das ungestörte Phononenbild z.B. folgt aus der Vorstellung des Kernes als ein Flüssigkeitstropfen, in dem die Protonen- und die Neutronenflüssigkeit homogen verteilt sind. Effekte, die innerhalb der Approximation 0-ter Ordnung nicht beschreibbar sind (z.B. isovektorielle Dipolanregungen im Phononenbild), müssen durch Approximationen 1-ter und höherer Ordnungen erfaßt werden. Die Approximationen höherer Ordnung sind im Sinne der Störungstheorie Störungen der Approximation 0-ter Ordnung. Die Einteilung in die Approximation 0-ter Ordnung und in Approximationen höherer Ordnungen hängt vom konkreten Modell ab. Daher sind die Erklärungsansätze, die auf einer solchen Einteilung beruhen, auch modellabhängig.

Ein Beispiel für eine modellabhängige Beschreibung des Schaleneffektes der $B(E1; 0_{GS}^+ \rightarrow 1^-)$ Übergangsstärke ist die sogenannte Dipol-Core-Polarisation:

Die Analyse des letzten Abschnittes hat ergeben, daß die Daten am besten mit der Annahme eines $N_c = Z_c = 28$ -Cores für die Cd- und Te-Isotope vereinbar sind. Ein $N_c = Z_c = 28$ -Core ist aber nicht der größte Core abgeschlossener Schalen, der in beiden Isotopenketten möglich wäre. Der größte Core abgeschlossener Schalen für beide Isotopenketten ist der $N_c = 50, Z_c = 28$ Core. Nach dem Schalenmodell als Approximation 0-ter Ordnung ist zu erwarten, daß dieser Core und nicht der $N_c = Z_c = 28$ -Core bei der Dipoloszillation auftritt. Der Effekt, der abweichend zu den Erwartungen aus dem Schalenmodell zum Aufbruch der $N_c = 50$ Schale bei der Dipoloszillation in den Cd- und Te-Kernen führt, wird Dipol-Core-Polarisation genannt. Die Dipol-Core-Polarisation wird weiter unten eingehend diskutiert.

Die verschiedenen Modellansätze werden hier durch die Einteilung der möglichen Dipoloszillationen der Core- gegen die Valenz-Nukleonen in zwei Klassen gekennzeichnet. Eine der Klassen enthält die Oszillationen, deren Struktur der Struktur der niederenergetischen Dipoloszillationen nach der Approximation 0-ter Ordnung des Modells gleicht. Die Oszillationen dieser Klasse sind die Modelloszillationen. Die Oszillationen der anderen Klasse besitzen dagegen Strukturen, die durch die Approximation 0-ter Ordnung nicht erfaßt

werden.

Die Menge aller Dipoloszillationen wird durch die Mengen der isoskalaren und der isovektoriellen Oszillationen gebildet. Bei den isoskalaren Dipoloszillationen sind für N_c bzw. Z_c alle reellen Zahlen größer-gleich 0 und kleiner-gleich N bzw. Z zugelassen, die die Bedingung

$$\frac{Z}{N} = \frac{Z_c}{N_c} \quad (82)$$

erfüllen. Die Bedingung (82) entspricht dem Bild von Oszillationen eines Flüssigkeitstropfens, bei dem nicht zwischen der Protonen- und Neutronenflüssigkeit unterschieden wird. Auch wird der Aufbau von Kernen aus diskreten Bausteinen, den Nukleonen, nicht beachtet. Nach (75) besitzen diese Oszillationen kein elektrisches Dipolmoment, da bei der Oszillation der Protonenschwerpunkt R_p nicht gegen den Neutronenschwerpunkt R_n verschoben wird. Insbesondere die aus isoskalaren Oberflächenschwingungen des Kernes konstituierten Dipoloszillationen gehören zu dieser Klasse.

Bei den isovektoriellen Oszillationen sind nur natürliche Zahlen kleiner N bzw. Z als Werte für N_c bzw. Z_c zugelassen. (75) ergibt für diese Oszillationen im Allgemeinen Werte ungleich Null.

Im einfachsten Fall ist eine Oszillation quantenmechanisch durch die zeitlich veränderliche Superposition zweier Eigenzustände des Modelloperators eines Systems beschreibbar. Hier kann vorausgesetzt werden, daß einer der Eigenzustände immer der Grundzustand ist. Dies ermöglicht eine Zuordnung von Oszillationen zu Eigenzuständen des Modellhamiltonoperators des Systems. Im Folgenden werden die Begriffe Anregungszustand und Oszillation daher gleichbedeutend verwendet, falls dies zu keinen Verwechslungen führen kann. Den isoskalaren und isovektoriellen Oszillationen entsprechen also isoskalare und isovektorielle Anregungszustände.

Die Einteilung der Anregungszustände in isoskalare und isovektorielle ist auch ohne Bezug auf die Oszillationen durchführbar. Dazu werden alle Anregungszustände mit Kernspin $J = 1^-$ betrachtet. Anregungszustände, bei denen das Übergangsmatrixelement des elektrischen Dipoloperators zum Grundzustand nicht verschwindet, sind isovektorielle Anregungszustände. Bei den isoskalaren Anregungszuständen ist das Übergangsmatrixelement gleich Null.

In der Approximation 0-ter Ordnung eines Modells wird der hier diskutierte 1^- -Zustand einer bestimmten Modelloszillation zugeordnet. Die Oszillation wird hier als ungestörte 1^- -Oszillation bzw. als ungestörter 1^- -Zustand bezeichnet. Durch die Approximationen höherer Ordnung kommt es zu einer Mischung der Oszillationen bzw. einer Superposition der Anregungszustände. Interessant ist nur die Superposition des ungestörten 1^- -Zustandes mit Zuständen, die nicht in der Klasse der Modelloszillationen enthalten sind,

da nur solche Superpositionen zu einem strukturellen Unterschied zwischen dem ungestörten 1^- -Zustand und dem entsprechenden 1^- -Zustand bei Berücksichtigung höherer Approximationen führt. Letztere Oszillation wird weiterhin einfach als 1^- -Zustand bzw. 1^- -Oszillation bezeichnet.

Die den Oberflächenschwingungen zugeordnete Einteilung der Oszillationen ist gerade die Einteilung in isoskalare und isovektorielle Oszillationen. Die isoskalaren Oszillationen sind die Modelloszillationen, da für die Oberflächenschwingungen eine homogene Verteilung der Protonen und Neutronen im Kern vorausgesetzt wird und die niederenergetischen Dipoloszillationen sich aus den Oberflächenschwingungen konstituieren.

Zur Beschreibung der Dipolriesenresonanz ist es sinnvoll, alle isovektoriellen Oszillationen zu einer Klasse zusammenzufassen und der Dipolriesenresonanz zuzuordnen. Die experimentell beobachtete Ausschöpfung der energiegewichteten Dipolsummenregel durch die Dipolriesenresonanz wird dadurch trivial erklärt. Die isoskalaren Oszillationen werden in der anderen Klasse zusammengefaßt. Da der Energieschwerpunkt der Dipolriesenresonanz oberhalb der Separationsenergie liegt, gehören nach diesem Ansatz die niederenergetischen Dipoloszillationen zu den isoskalaren Oszillationen. Man erhält also, ausgehend von den Oberflächenschwingungen und von der Dipolriesenresonanz, die gleiche Klasseneinteilung der Oszillationen. In beiden Fällen sind die isoskalaren Oszillationen die Modelloszillationen.

Um in diesem Ansatz die Übergangsstärke des $1^-(2_1^+ \otimes 3_1^-) \rightarrow 0_{GS}^+$ -Überganges zu erklären, muß dem isoskalaren, ungestörten 1^- -Zustand eine isovektorielle Zustandskomponente von der Dipolriesenresonanz beigemischt werden. Die Mischung der Zustände wird durch eine Störung des Modellhamiltonoperators für das Phononenbild verursacht. Für die Größe der Störung wird angenommen, daß sie proportional zur Abweichung von einer homogenen Verteilung der Protonen- und Neutronenflüssigkeit im Kern ist. Ein Maß für eine solche Abweichung ist gerade der Betrag der Differenz von Protonen- und Neutronenschwerpunkt oder direkt das Dipolmoment. Bei den Sn-Isotopen ist daher ein größerer Wert für die Störung zu erwarten als bei den Cd- und Te-Isotopen.

Mit dem Ansatz

$$|\Psi_{1^-}\rangle = |\Psi_{oct}\rangle + \frac{\langle \delta \hat{H}_{2Ph} \rangle}{E_{oct} - E_{GDR}} \cdot |\Psi_{GDR}\rangle \quad (83)$$

kann die Überlegung quantifiziert werden [ZiBr92]. \hat{H}_{2Ph} ist die Störung des Modellhamiltonoperators zum Phononenbild, die die Beimischung der Dipolriesenresonanz zum ungestörten 1^- -Zustand induziert. $|\Psi_{GDR}\rangle$ ist der "Zustand" und E_{GDR} die Anregungsenergie der Dipolriesenresonanz. $|\Psi_{oct}\rangle$ ist der ungestörte 1^- -Zustand mit der Anregungsenergie E_{oct} . $|\Psi_{1^-}\rangle$ steht für den 1^- -Zustand. Für $\delta H_{2Ph} = |\langle \hat{H}_{2ph} \rangle|$ folgt

$$\delta H_{2Ph} = \left| \langle \hat{H}_{2Ph} \rangle \right| = |E_{oct} - E_{GDR}| \sqrt{\frac{B(E1; 0_{GS}^+ \rightarrow 1^-)}{B(E1; 0_{GS}^+ \rightarrow GDR)}}. \quad (84)$$

$B(E1; 0_{GS}^+ \rightarrow 1^-)$ und $B(E1; 0_{GS}^+ \rightarrow GDR)$ sind die experimentellen Dipolübergangsraten vom Grundzustand in den 1^- -Zustand bzw. in den Zustand der Dipolriesenresonanz. Für E_{oct} werden die gemessenen Werte von E_{1^-} benutzt, da die Energieverschiebung durch die Störung bezogen auf die Größe der Differenz $|E_{oct} - E_{GDR}|$ vernachlässigbar ist. Abbildung 38 zeigt die berechneten Werte von δH_{2Ph} aufgetragen über die Neutronenzahl.

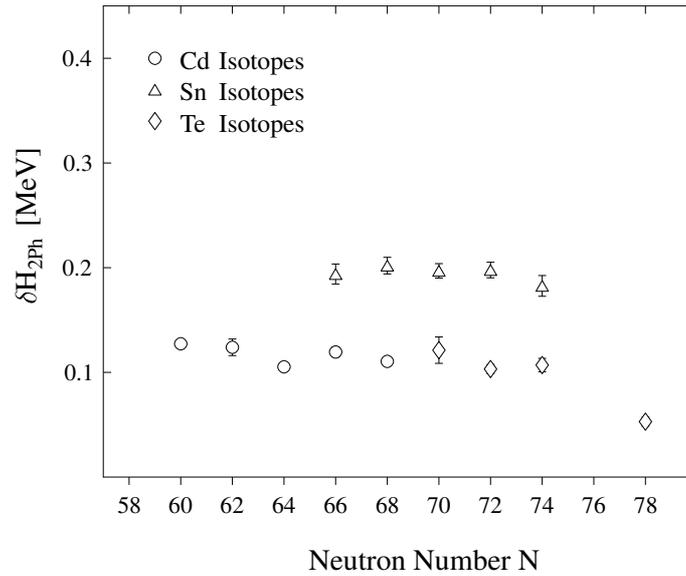


Abbildung 38: Beimischung der Dipolriesenresonanz zum 1_1^- Zustand. δH_{2Ph} ist berechnet aus der Annahme einer Beimischung des Zustandes der Dipolriesenresonanz zum 1_1^- Zustand

Die aus den Daten folgenden Werte für δH_{2Ph} bestätigen das nach obigen Überlegungen erwartete Verhalten für die Störung am Schalenabschluß.

Zwischen den Werten der Anharmonizität $|E_{1^-} - (E_{2_1^+} + E_{3_1^-})|$ und den Werten von δH_{2Ph} besteht theoretisch ein enger Zusammenhang. Geht man von einem ungestörten Hamiltonoperator aus, bei dem 2-Phononeneigenzustände harmonische Kopplungen von 1-Phononzuständen sind, und faßt Anharmonizitäten als Störungen auf, so sind die Werte der Anharmonizität gerade gleich der Differenz der Energieeigenwerte des ungestörten Problems und des gestörten Problems in erster Ordnung Störungsrechnung. Demnach sollten die Unharmonizitäten und δH_{2Ph} in etwa die gleichen Werte besitzen. Insbesondere sollten die Unharmonizitäten der Sn-Isotope größer sein als die der Cd- und Te-Isotope. Der Vergleich der Abbildungen 36 und 38 bestätigt diesen Zusammenhang. Neben dem Schaleneffekt ist hier vor allem wichtig, daß die Werte in beiden Abbildungen in der gleichen Größenordnung liegen und aus unabhängigen experimentellen Daten folgen.

Die Überlegung, die Bohr und Mottelson [BoMo57] zur Gleichung (69) (vgl. Abschnitt 4.3) führte, ermöglicht eine weitere Abschätzung der Größe der Störung. Bohr und Mottelson gingen von folgender physikalischer Vorstellung aus: Durch die gleichzeitige Quadrupol- und Oktupoldeformation der Kernoberfläche wird auch das mittlere Feld, das auf die Nukleonen wirkt, verändert. Die Veränderung des mittleren Feldes ist äquivalent zur Variation der Protonendichte und der Neutronendichte. Durch die Kombination der Quadrupol- und Oktupoldeformation wird daher ein Dipolmoment induziert. Es gilt der Zusammenhang

$$\frac{\delta \varrho_p - \delta \varrho_n}{\varrho_0} = -\frac{1}{4C_1} e (V(r) - \bar{V}), \quad (85)$$

mit

$$V(r) = \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R_0} \right)^2 + \frac{3}{5} \left(\frac{r}{R_0} \right)^2 \beta_2 Y_{20}(\vartheta) + \frac{3}{7} \left(\frac{r}{R_0} \right)^3 \beta_3 Y_{30}(\vartheta) \right) \frac{Ze}{R_0}. \quad (86)$$

$\delta \varrho_p$ und $\delta \varrho_n$ sind die Variation der Protonendichte und der Neutronendichte, ϱ_0 ist die Nukleonendichteverteilung des Kerns. $V(r)$ ist das deformierte mittlere Potential und \bar{V} das mittlere Potential. Die $Y_{\lambda\mu}$ bezeichnen die Kugelflächenfunktionen. β_2 und β_3 sind die bereits in Abschnitt 4.3 benutzten Parameter der Kerndeformation. R_0 ist der Kernradius und C_1 der Koeffizient der Asymmetrieenergie in der semiempirischen Massenformel. Mit Hilfe von (85) läßt sich die Größe

$$\delta H_V = \left| \int_0^\infty dr' \varrho(r') e (V(r') - \bar{V}) \right| \quad (87)$$

berechnen.

Dabei werden die experimentellen Werte für β_2 und β_3 in δH_V eingesetzt. Für die deformierte Dichteverteilung $\varrho_0(r')$ wird angenommen:

$$\varrho(r(\vartheta)) = \begin{cases} 1 & \text{für } r(\vartheta) \leq R(\vartheta) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (88)$$

mit:

$$r(\vartheta) = \tilde{r} \cdot (1 + \beta_2 Y_{20}(\vartheta) + \beta_3 Y_{30}(\vartheta)) \quad , \quad \tilde{r} \in [0, \infty] \quad (89)$$

$$R(\vartheta) = R_0 \cdot (1 + \beta_2 Y_{20}(\vartheta) + \beta_3 Y_{30}(\vartheta)) \quad (90)$$

$R_0 = 1.3 \text{ fm } A^{\frac{1}{3}}$ ist der Kernradius.

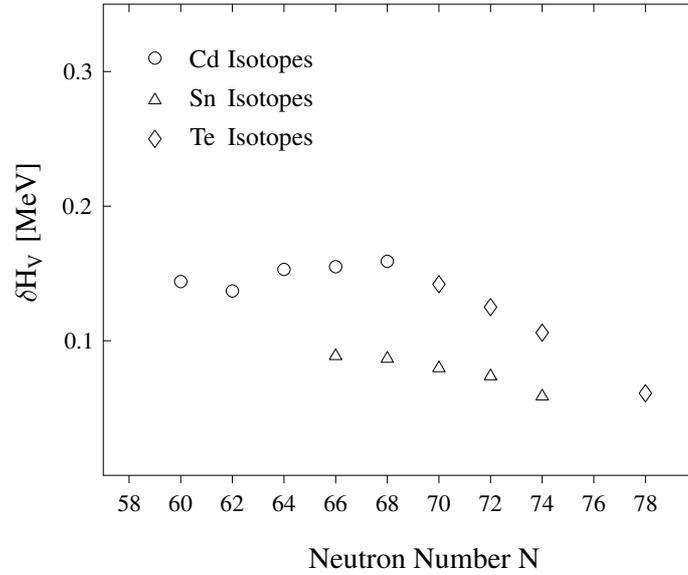


Abbildung 39: Einfluß der Oberflächenschwingungen auf das mittlere Feld der Kernkräfte. δH_V ist berechnet nach dem Zwei-Phononbild

In Abbildung 39 ist δH_V über die Neutronenzahl aufgetragen. Die Werte von δH_{2Ph} und δH_V liegen in der gleichen Größenordnung. Dies bestätigt den Zusammenhang zwischen der Deformation des Kernes, dem Einfluß der Dipolresonanz und Anharmonizität der Phononenkopplung.

Auffällig ist, daß die Werte der Sn-Isotope in Abbildung 38 größer und in Abbildung 39 kleiner als die Werte der Cd- und Te-Isotope sind. Geht man von den Werten der Cd- und Te-Isotope als Bezugspunkte aus, so sind die Werte der Sn-Isotope für δH_{2Ph} und δH_V qualitativ verschieden.

Um den qualitativen Unterschied zu verstehen, muß die Überlegung von Bohr und Motelson, aus der (69) folgt, genauer betrachtet werden. In (86) wird nicht zwischen den Deformationen des Protonenkörpers und des Neutronenkörpers unterschieden. Sind beide Nukleonkörper gleichartig deformiert, so tritt keine Trennung von Protonen- und Neutronenschwerpunkt und damit auch keine elektrische Dipolstärke auf. Bei der Herleitung von (69) müssen daher verschiedene Deformationen implizit vorausgesetzt sein. Geht man davon aus, daß die Deformation nur auf den relativen Unterschied der Dichteverteilungen des Protonen- und Neutronenkörpers beruht, so ist (69) eine obere Grenze für das dynamische Dipolmoment.

Um den Zusammenhang zwischen Deformation und elektrischer Übergangsstärke bei einer Oszillation zu verstehen, muß abgeschätzt werden, inwieweit die Deformation auf eine gleichartige oder eine unterschiedliche Bewegung der Protonen und Neutronen zurückgeht. Die Unterscheidung einer gleichförmigen und einer verschiedenartigen Deformation von Protonen- und Neutronenkörper soll durch die Gleichung

$$\beta_{2,3} = \beta_{2,3}(\beta_{2,3}^{p+n}, \beta_{2,3}^{p-n}) \quad (91)$$

schematisch dargestellt werden. $\beta_{2,3}$ ist die Quadrupol- bzw. Oktupoldeformation des Kernes, $\beta_{2,3}^{p+n}$ ist die Deformation des Mittelwertes der Dichteverteilung von Protonen- und Neutronenkörper und $\beta_{2,3}^{p-n}$ die Deformation der Differenz der Dichteverteilungen von Protonen- und Neutronenkörper.

Bewegen sich alle Protonen gegen alle Neutronen, so kann

$$\beta_{2,3} = \beta_{2,3}^{p-n} \quad (92)$$

angenommen werden. Auf dieser Annahme beruht die Zuordnung von D_{coll} und D_{BM} in Abschnitt 4.3. Durch die Unterscheidung von $\beta_{2,3}^{p+n}$ und $\beta_{2,3}^{p-n}$ wird deutlich, warum D_{coll} und D_{BM} nicht naiv identifizierbar sind. Das Schalenmodell bietet eine Erklärung für den Unterschied in der Bewegung und der Dichteverteilung von Protonen und Neutronen.

Das Schalenmodell motiviert eine andere Einteilung der Oszillationen in zwei Klassen. Die erste Klasse wird durch alle Oszillationen, bei denen $N_v = N - N_c$ bzw. $Z_v = Z - Z_c$ eine natürliche Zahl kleiner-gleich der Anzahl der Neutronen in der Neutronenvalenzschale bzw. der Protonen in der Protonenvalenzschale ist, definiert. Die Valenzschale ist, im Grundzustand des Kernes, die erste Schale mit unbesetzten Einteilchenzuständen. Die, im Abschnitt 4.3 eingeführten Valenzprotonen und -Neutronen sind in diesem Kontext nicht zwingend gleich den Protonen in der Protonenvalenzschale und den Neutronen in der Neutronenvalenzschale. Die Anzahl der Protonen und Neutronen in der jeweiligen Valenzschale ist im Schalenmodell eindeutig festgelegt. Die Sprechweise aus Abschnitt 4.3 ist zwar dem Schalenmodell entlehnt, verallgemeinert aber die entlehnten Begriffe, um verschiedene Einteilungen in Core- und Valenz-Nukleonen diskutieren zu können. Um diesen Unterschied zu kennzeichnen, wird die Anzahl der Protonen in der Protonenvalenzschale mit \tilde{Z}_v und die Anzahl der Neutronen in der Neutronenvalenzschale mit \tilde{N}_v bezeichnet. Die in der ersten Klasse enthaltenden Oszillationen sind die Modelloszillationen und werden hier auch als Valenzoszillationen bezeichnet. Zu dieser Klasse gehören insbesondere auch Oberflächenschwingungen des Kernes, an denen nur Nukleonen aus den Valenzschalen beteiligt sind.

Die zweite Klasse enthält alle übrigen Dipoloszillationen des Kernes. Die isovektoriellen Oszillationen dieser Klasse werden hier der Dipolriesenresonanz zugeordnet. Die Dipolriesenresonanz in diesem Modell ist also nicht identisch mit der Dipolriesenresonanz des vorhergehenden Modells.

Um die Übergangsstärken innerhalb dieses Modells zu diskutieren, wird angenommen, daß Protonen und Neutronen wegen ihrer Wechselwirkung bestrebt sind, sich bei einer Oszillation gleichartig zu bewegen. Die Einschränkung der möglichen Werte von N_v und Z_v für die Valenzoszillationen verhindert eine vollständig gleichartige Bewegung von Protonen und Neutronen bei Anregungen von Valenzoszillationen. Die Schalenstruktur stabilisiert die Trennung von Protonen und Neutronen bei der Oszillation.

Nach der Analyse des letzten Abschnittes ist die $N = 50$ -Schale bei den Cd-Isotopen und sind die $N = 50$ und $Z = 50$ -Schalen bei den Te-Isotopen "aufgebrochen". Um den Scha-

lenaufbruch zu beschreiben, müssen die Zustände beider Klassen gemischt werden. Durch die Beimischung anderer Zustände zu dem ungestörten 1^- -Zustand wird es möglich, daß sich die Bewegungen der beiden Nukleonensorten einander anpassen und die Differenz von Neutronen- und Protonenschwerpunkt abnimmt. Der Aufbruch der Schale destabilisiert die Trennung von Protonen und Neutronen bei der Oszillation. Dies erklärt in diesem Modell die gegenüber den Sn-Isotopen reduzierten $B(E1) \uparrow$ -Werte der Cd- und Te-Isotope. Quantenmechanisch sind zwei Faktoren, die zur Reduktion der $B(E1) \uparrow$ -Werte beitragen können, zu unterscheiden.

Zum einen können isoskalare Anregungszustände beigemischt werden. Da diese nicht mit einer Dipolanregung aus dem Grundzustand angeregt werden können, reduziert ihre Beimischung die Dipolübergangsstärke der ungestörten 1^- -Oszillation.

Zum anderen kann die Dipolriesenresonanz zu einer Valenzoszillation beigemischt werden. Da die Anregungsenergie der Dipolriesenresonanz deutlich größer als die der Valenzoszillationen ist, wird die Beimischung der Dipolriesenresonanz klein sein. Wegen der großen Übergangsstärke zwischen Grundzustand und Dipolriesenresonanz kann der Einfluß auf die Übergangsstärke für die Anregung des 1^- -Zustandes trotzdem groß sein. Eine Reduktion der Übergangsstärke der Valenzoszillation zum Grundzustand tritt bei einer negativen Interferenz mit der Übergangsamplitude der Dipolriesenresonanz und der Valenzoszillation zum Grundzustand auf. Der gleichartigen Bewegung von Protonen und Neutronen entspricht demnach eine negative Interferenz des ungestörten 1^- -Zustandes mit der beigemischten Komponente der Dipolriesenresonanz.

Mikroskopische Rechnungen von Ponomarev et al. [PoSt98] am $N = 82$ -Schalenabschluß bestätigen die Bedeutung der negativen Interferenz zwischen niederenergetischer Anregungsstärke und der Anregungsstärke der Dipolriesenresonanz für die Erklärung des Schaleneffektes auf die $B(E1) \uparrow$ -Werte.

Da nur teilweise besetzte Schalen zur Deformation des Kernes beitragen, ist die Schalenstruktur mit der Kerndeformation verknüpft. Für Anregungen, bei denen innere Schalen aufgebrochen werden, ist daher eine größere Deformation möglich als bei Anregungen, die innere Schalen unverändert lassen. Ob ein Schalenaufbruch auftritt, hängt davon ab, ob durch die dann möglich Deformation mehr Energie gewonnen werden kann als zum Schalenaufbruch notwendig ist. Daher ist davon auszugehen, daß bei einer Anregung, bei der eine innere Schalen aufgebrochen wird, auch eine größere Deformation auftritt als bei einer Anregung, bei der keine innere Schale aufgebrochen wird.

Um den Einfluß des Aufbruchs der inneren Schalen auf $\beta_{2,3}^{p+n}$ und $\beta_{2,3}^{p-n}$ abzuschätzen, müssen die Anzahl der Nukleonen einer Sorte in der Valenzschale und ggf. in der aufgebrochenen Schale betrachtet werden. Diese Anzahl legt die Anzahl der Valenzprotonen Z_v bzw. der Valenzneutronen N_v fest. Das Verhältniss $\frac{Z_v}{N_v}$ liegt für die Cd- und Te-Isotope, bei denen der Schalenaufbruch zu beobachten ist, deutlich näher bei $\frac{Z}{N}$, als für die Sn-Isotope, bei denen durch die Anregung keine innere Schale aufgebrochen wird. Je näher das Verhältnis bei $\frac{Z}{N}$ liegt, desto gleichförmiger können sich die Protonen und Neutronen

bei einer Anregung miteinander bewegen. Für die Cd- und Te-Isotope sind daher kleinere Werte von $\beta_{2,3}^{p-n}$ gegenüber den Sn-Isotopen zu erwarten.

Da, wie oben bereits erläutert, für Anregungen, bei denen innere Schalen aufgebrochen werden, größere Kerndeformationen anzunehmen sind, muß von größeren $\beta_{2,3}^{p+n}$ -Werten für die Cd- und Te-Isotope als für Sn-Isotope ausgegangen werden.

Mit zwei weiteren Voraussetzungen wird nun verständlich, daß bei den Cd- und Te-Isotopen die Werte der Deformationsparameter β_2 und β_3 größer und die $B(E1)$ \uparrow -Werte kleiner als bei den Sn-Isotopen sind.

Als erstes muß vorausgesetzt werden, daß ebenso wie bei den niederenergetischen Dipolanregungen auch bei niederenergetischen Quadrupol- und Oktupolanregungen die inneren Schalen bei den Cd- und Te-Isotopen leichter als bei den Sn-Isotopen aufbrechen. Diese Voraussetzung wird ausführlich in den folgenden Abschnitten diskutiert. Neben qualitativen Überlegungen zu einer mikroskopischen Beschreibung des Schaleneffektes wird die Voraussetzung vor allem durch eine quantitative Analyse der $B(E2; 0_{GS}^+ \rightarrow 2_1^+)$ -Werte im Rahmen des "Interacting Boson Model" gestützt.

Des weiteren muß vorausgesetzt werden, daß die $\beta_{2,3}$ -Werte mit den $\beta_{2,3}^{p+n}$ -Werten zu- bzw. abnehmen.

Da der Aufbruch einer inneren Schale Energie kostet, muß die Störung, welche die Durchmischung der Oszillationen aus den beiden Klassen induziert, für die Cd- und Te-Isotope größer sein als für die Sn-Isotope. Damit ist auch die Lage der δH_V der Sn-Isotope in Abbildung 39 verständlich. Der qualitative Unterschied zu Abbildung 38 ist eine Konsequenz der unterschiedlichen Modellannahmen für die ungestörten Systeme.

4.5 Mean-Field-Modelle

In vorhergehenden Abschnitt wurde der Aufbruch der inneren Schale als Dipol-Core-Polarisation bezeichnet. Der Schaleneffekt in der Systematik der $B(E1) \uparrow$ -Werte konnte damit erklärt werden, daß bei den Cd- und Te-Isotopen eine Polarisation des Cores auftritt, während dies für die Sn-Isotope nicht der Fall ist. Damit stellt sich die Frage, warum die Polarisierbarkeit für die Isotope abseits des Schalenabschlusses anders ist als für die Isotope am Schalenabschluß.

Um die Frage zu beantworten, muß die mikroskopische Struktur des Vielteilchensystems Atomkern genauer betrachtet werden. Dazu sind aufeinander aufbauende mikroskopische Modelle des Systems erforderlich. Im Rahmen dieser Arbeit konnten keine Berechnungen mit Hilfe mikroskopischer Modelle durchgeführt werden. Die folgenden Betrachtungen zu Mean-Field-Modellen bzw. dem Schalenmodell und zu dem schematischen Modell besitzen daher nur qualitativen Charakter.

Protonen und Neutronen werden in der Diskussion der mikroskopischen Modelle als verschiedene Teilchen betrachtet. Auf eine Einführung des Isospins wird verzichtet. Um Verwechslungen zwischen Einteilchenzuständen und Vielteilchenzuständen zu vermeiden, sind im Folgenden mit den Begriffen Zustand und Wellenfunktion immer Vielteilchenzustände gemeint. Einteilchenzustände werden, wenn dies relevant ist, explizit so genannt. Bei Einteilcheneigenzuständen wird auch von Orbitalen bzw. Orbitalwellenfunktionen gesprochen.

Ausgangspunkt einer mikroskopischen theoretischen Beschreibung ist im Allgemeinen ein Mean-Field-Modell des Systems. Dabei befindet sich ein herausgegriffenes Nukleon im mittleren, zentralen Einteilchenpotential, dem Mean-Field, welches von den anderen Nukleonen des Kerns hervorgerufen wird und den Einfluß der Nukleon-Nukleon Wechselwirkung approximiert. Die Einteilcheneigenzustände des Nukleons in dem Einteilchenpotential lassen sich dann nach den allgemeinen Kriterien für Zentralpotentiale klassifizieren. Einer Einteilcheneigenfunktion von Zentralpotentialen läßt sich die radiale Quantenzahl, die Drehimpulsquantenzahl, die magnetische Quantenzahl und Spinquantenzahl als Parameter zuordnen. Die Quantenzahlen legen einen Einteilcheneigenzustand vollständig fest. Auch die Energieeigenwerte sind durch die Quantenzahlen eines Einteilchenzustandes eindeutig bestimmt. Im Kern sind die Energieeigenwerte zu Einteilcheneigenzuständen mit gleicher radialer, Drehimpuls- und Spin-Quantenzahl gleich, die Eigenwerte sind entartet. Die Entartung geht auf die Rotationsymmetrie des Mean-Fields zurück.

Geordnet werden die Einteilchenzustände nach ihren Energien. Ausgangspunkt des Ordnungsschemas ist der Einteilchenzustand mit der kleinsten Energie. Dabei treten Gruppen von Einteilchenzuständen, die Schalen, auf. Die Schalen sind so geordnet, daß die Energien aller Einteilchenzustände der n -ten Schale größer als die Energien der Einteilchenzustände der $(n-1)$ -ten und kleiner als die Energien der Einteilchenzustände der $(n+1)$ -ten Schale sind. Die zwischen den Schalen auftretenden Energieintervalle heißen Energielücken.

Zu Energiewerten, die innerhalb der Energielücken liegen, existieren keine Einteilcheneigenzustände. Die Differenz der oberen und unteren Grenze einer Energielücke bestimmt die Größe der Energielücke. Die Differenzen sind relativ groß verglichen mit dem mittleren Abstand der Energieeigenwerte der Einteilchenzustände innerhalb einer Schale. Für das Verständnis der Schalenstruktur bei Kernen muß eine starke Spin-Bahn-Koppelung berücksichtigt werden. Durch die Schalenstruktur in Kernen sind die sogenannten "magischen Zahlen" ausgezeichnet. Die n-te magische Zahl ist durch die Anzahl von Einteilchenzuständen der ersten n Schalen gegeben. Die magischen Zahlen sind 2, 8, 20, 28, 50, 82 und 126. Zur Bezeichnung der n-ten Schale wird hier die n-te magische Zahl verwendet. Es besteht ein enger Zusammenhang zwischen der Schalenstruktur und der oben erwähnten Entartung der Einteilchenzustände.

Die Schaleneffekte der Systematik beruhen auf der Schalenstruktur und ihrer Auswirkung auf den Grundzustand und auf die Anregungszustände des Vielteilchensystems. Die weitere Diskussion soll dies belegen.

Um eine Vielteilchenwellenfunktion aus den Einteilcheneigenzuständen zu gewinnen, wird jedem Nukleon eines Kerns ein Einteilcheneigenzustand zugeordnet. Das Pauliprinzip verlangt, jedem Einteilcheneigenzustand nicht mehr als ein Nukleon der gleichen Art zuzuordnen, also einen Einteilcheneigenzustand nur einfach zu besetzen. Aus den mit Protonen besetzten Einteilcheneigenzuständen kann dann eine Slaterdeterminante für die Protonen gebildet werden. Eine Slaterdeterminante für die Neutronen ergibt sich aus den mit Neutronen besetzten Einteilcheneigenzuständen. Die gewünschte Vielteilchenwellenfunktion für den Kern entspricht dem Tensorprodukt der Slaterdeterminante für Protonen und der Slaterdeterminante für Neutronen oder einer Superposition mehrerer Tensorprodukte von Slaterdeterminanten. Eine Superposition ist im Allgemeinen notwendig, um Vielteilchenwellenfunktionen mit korrekten Gesamtdrehimpulsquantenzahlen zu erhalten.

Für die weiteren Überlegungen ist es sinnvoll, den Zusammenhang von Slaterdeterminanten und Einteilchenzuständen genauer zu charakterisieren. Eine Slaterdeterminante, die Menge der Einteilchenzustände, aus denen sie konstruiert ist und die Menge der Einteilchenzustände, die nicht in die Konstruktion der Slaterdeterminante eingehen, sind paarweise eineindeutig einander zugeordnet. Bezogen auf eine Slaterdeterminante lassen sich daher Teilchen- und Lochzustände einführen. Teilchenzustände oder Teilchen sind die Einteilchenzustände, die zur Konstruktion der Slaterdeterminante benutzt werden. Lochzustände oder Löcher sind die Einteilchenzustände, die nicht in der Slaterdeterminante auftreten.

Mit Hilfe der Schalenstruktur können Slaterdeterminanten klassifiziert werden. Dazu wird jeder Slaterdeterminante eine Folge von Zahlen zugeordnet. Die i-te Zahl der Folge ist gleich der Anzahl der Teilchenzustände der i-ten Schale, die in die Slaterdeterminante eingehen. In der Folge werden nur Schalen berücksichtigt, wenn sie selbst oder ein höhere Schale mindestens einen Teilchenzustand enthält. Die Folge wird hier als Konfiguration bezeichnet. Zur Klassifikation der Slaterdeterminanten werden alle Slaterdeterminanten mit der gleichen Konfiguration zu einer Klasse zusammengefaßt. Eigenzuständen

des Mean-Field Modells sind immer Superpositionen von Slaterdeterminanten der gleichen Konfiguration. Die Klasseneinteilung der Slaterdeterminanten ist deshalb auch für die Eigenzustände verwendbar. Auch die Anzahl der Eigenzustände und Slaterdeterminanten zu einer Klasse sind gleich. Deshalb wird zwischen Slaterdeterminanten und Eigenzuständen künftig nur dann unterschieden, wenn dies notwendig ist.

Im Grundzustand eines A -Teilchensystems sind die A energetisch günstigsten Einteilchenzustände besetzt. Die Energie des Einteilchenzustandes mit der größten Einteilchenenergie definiert die Fermienergie des Systems. In der Konfiguration sind also alle Zahlen bis auf die letzte gleich der Anzahl der Einteilchenzustände in der entsprechenden Schale. Die letzte Zahl der Folge liegt zwischen 1 und der Anzahl der Einteilchenzustände der entsprechenden Schale.

Statt den Anzahlen der Teilchenzustände der Schalen können auch die Anzahlen der Lochzustände in der Konfiguration verwendet werden. Im Allgemeinen ist es sogar sinnvoll, für bestimmte Schalen die Anzahl der Teilchenzustände und für andere Schalen die Anzahl der Lochzustände in der Konfiguration anzugeben. Es sei P_i^L die Anzahl der Lochzustände und P_i^T die Anzahl der Teilchenzustände der i -ten Schale. Nach folgender Konvention wird hier P_i^L oder P_i^T für die charakteristische Folge verwendet:

Gilt für den Grundzustand des Systems $P_i^T > P_i^L$, so wird P_i^L in der charakteristischen Folge verwendet. Ist die Bedingung nicht erfüllt, geht P_i^T in die charakteristische Folge ein. Meistens wird bei der Diskussion eines Systems nur eine kleine Teilmenge aller Slaterdeterminanten betrachtet. Dann reicht es aus, zur Charakterisierung der Slaterdeterminanten P_i^T und P_i^L nur für die Schalen anzugeben, in denen sich die Slaterdeterminanten unterscheiden. Für die Diskussion des Schalenabschlusses bei $Z = 50$ genügt es, Slaterdeterminanten für die Protonen zu betrachten, bei denen sich P_i^T und P_i^L nur für die $Z = 50$ und $Z = 82$ -Schale unterscheiden. In diesem Rahmen ist z.B. der Mean-Field-Grundzustand der Cd-Isotope durch 2 Löcher in der $Z=50$ Schale und 0 Teilchen in der $Z=82$ Schale gekennzeichnet. Bei den Sn-Isotopen gibt es im Mean-Field-Grundzustand 0 Löcher in der $Z = 50$ Schale und 0 Teilchen in der $Z = 82$ Schale. Die Te-Isotope schließlich haben im Mean-Field-Grundzustand 0 Löcher in der $Z=50$ Schale und 2 Teilchen in der $Z=82$ Schale.

Bei einer anderen Klasseneinteilung werden die Anregungszustände auf den Grundzustand bezogen. Die Anzahl von Löchern und Teilchen bei verschiedenen Eigenzuständen eines Mean-Field-Systems müssen nicht gleich sein. Vielmehr muß für jedes gegenüber dem Grundzustand zusätzliche Teilchen auch ein zusätzliches Loch auftreten. Anregungszustände einer Klasse dieser Klasseneinteilung besitzen, bezogen auf den Grundzustand, alle die gleiche Anzahl zusätzlicher Löcher und Teilchen. Treten in einem Anregungszustand n gegenüber dem Grundzustand zusätzliche Teilchen und Löcher auf, so wird der Zustand als n -Teilchen-Loch-Anregungszustand bezeichnet. Zustände mit der gleichen Anzahl von Löchern und Teilchen wie der Grundzustand werden Teilchenanregungszustände genannt, wenn in der obersten besetzten Schale des Grundzustandes Teilchen auftreten. Bei Lochanregungszuständen ist die Anzahl der Teilchen und Löcher ebenfalls

gleich der Anzahl der Teilchen und Löcher im Grundzustand und die oberste Schale ist im Grundzustand mit Löchern besetzt. Der Klassifikation liegt die physikalische Vorstellung der Anregung von n Nukleonen einer Sorte aus dem Grundzustand zugrunde. Bei der Anregung werden, bezogen auf den Ausgangszustand der Anregung, besetzte gegen unbesetzte Einteilchenzustände ausgetauscht. Gleichwertig zu den n -Teilchen-Loch-Anregungszuständen können daher auch die n -Teilchen-Loch-Anregungen klassifiziert werden. Die Klassifikation in n -Teilchen-Loch-Anregungszustände faßt mehr Anregungszustände in einer Klasse zusammen als die Klassifikation der Slaterdeterminanten, da bei den n -Teilchen-Lochzuständen nur zwischen den Schalen ober- und unterhalb der Fermienergie unterschieden wird. Unter der Einschränkung auf Zustände, die sich nur in Einteilchenzuständen aus zwei Schalen unterscheiden, sind beide Klassifikationen äquivalent.

Besetzungswahrscheinlichkeiten verallgemeinern das Konzept von besetzten und unbesetzten Einteilchenzuständen. Sie sollen daher hier kurz eingeführt werden. Wenn $\hat{P}_{\phi\phi}^n$ der Projektor auf den Einteilchenzustand ϕ im Hilbertraum des n -ten Nukleons ist, so ist die Besetzungswahrscheinlichkeit des Einteilchenzustandes ϕ für die Vielteilchenwellenfunktion Φ gegeben durch $w_\phi = \sum_n^L \langle \Phi | \hat{P}_{\phi\phi}^n | \Phi \rangle$. L ist die Anzahl der Teilchen. $\hat{P}_{\phi\phi}^n$ ist durch die Gleichung $\hat{P}_{\phi\phi}^n = \hat{1}_1 \otimes \dots \otimes \hat{1}_{n-1} \otimes \hat{P}_{\phi\phi}^n \otimes \hat{1}_{n+1} \dots \otimes \hat{1}_L$ bestimmt, wobei $\hat{1}_m$ der Einheitsoperator im Hilbertraum des m -ten Teilchens ist. Ist $\{\phi_n | n = 0, \dots, L\}$ die Menge orthonormierter Einteilchenzustände, mit denen eine Slaterdeterminante für ein L -Teilchensystem gebildet wird, so lassen sich für die Besetzungswahrscheinlichkeit zu dem Einteilchenzustand $\tilde{\phi}$ drei Fälle unterscheiden:

1. Die Besetzungswahrscheinlichkeit ist gleich 1, falls ein $\phi_m, \phi_m \in \{\phi_n | n = 0, \dots, L\}$ existiert mit $\langle \phi_m | \tilde{\phi} \rangle = 1$.
2. Die Besetzungswahrscheinlichkeit ist gleich 0, falls für alle $\phi_m, \phi_m \in \{\phi_n | n = 0, \dots, L\}$, $\langle \phi_m | \tilde{\phi} \rangle = 0$ gilt.
3. Die Besetzungswahrscheinlichkeit liegt zwischen 0 und 1, falls mindestens ein $\phi_m, \phi_m \in \{\phi_n | n = 0, \dots, L\}$ existiert mit $\langle \phi_m | \tilde{\phi} \rangle \neq 0$ und $\langle \phi_m | \tilde{\phi} \rangle \neq 1$.

Werden mehrere, linear unabhängige Slaterdeterminanten superponiert, so ist die Besetzungswahrscheinlichkeit für einen Einteilchenzustand immer kleiner als 1, falls dieser Einteilchenzustand nicht in die Konstruktion aller Slaterdeterminanten der Superposition eingeht.

Analog zur Besetzungswahrscheinlichkeit für einen Einteilchenzustand kann auch die Besetzungswahrscheinlichkeit für das Tensorprodukt $\phi \otimes \phi'$ zweier Einteilchenzustände ϕ, ϕ' eingeführt werden. Es gilt $w_{\phi \otimes \phi'} = \frac{1}{2} \sum_{n, n'; n \neq n'}^L \langle \Phi | \hat{P}_{\phi\phi}^n \otimes \hat{P}_{\phi'\phi'}^{n'} | \Phi \rangle$, mit $\hat{P}_{\phi\phi}^n \otimes \hat{P}_{\phi'\phi'}^{n'} = \hat{1}_1 \otimes \dots \otimes \hat{1}_{n-1} \otimes \hat{P}_{\phi\phi}^n \otimes \hat{1}_{n+1} \otimes \dots \otimes \hat{1}_{n'-1} \otimes \hat{P}_{\phi'\phi'}^{n'} \otimes \hat{1}_{n'+1} \otimes \dots \otimes \hat{1}_L$.

Die Klassifikationen wurden für eine Teilchensorte eingeführt. Sie können unabhängig für das Protonen- und Neutronensystems eines Kernes genutzt werden. Die unabhängige Be-

trachtung von Protonen und Neutronen ist möglich, da das Pauli-Prinzip nur für Fermionen einer Art die Besetzungswahrscheinlichkeiten der Einteilchenzustände einschränkt. Das Mean-Field, in dem sich Protonen und Neutronen bewegen, approximiert dagegen die gegenseitige Wechselwirkung zwischen allen Nukleonen, da die starke Wechselwirkung nicht zwischen Protonen und Neutronen unterscheidet.

Eine Konfiguration für das Gesamtsystem ist durch die Zahlenfolgen für beide Nukleonsorten gegeben. Bei der Klassifikation der Anregungen sind die Anregungen im Protonen- und Neutronenkörper zu beachten.

Da hier Isotope am $Z = 50$ -Schalenabschluß betrachtet werden, ist zu erwarten, daß die wesentlichen Strukturunterschiede durch die Unterschiede im Protonenkörper bedingt sind. Der Neutronenkörper besitzt für die Isotope an und neben dem $Z = 50$ -Schalenabschluß im Schalenmodell die gleiche Struktur. Daher müssen Unterschiede in der Struktur der Neutronenkörpern zwischen den Isotopen aus verschiedenen Isotopenketten auf die Unterschiede in den Protonenkörpern zurückgehen.

Beispielsweise sind für die Cd- und Te-Isotope die $N = 50$ -Schalen bei der elektrischen Dipoloszillation aufgebrochen und für die Sn-Isotope nicht. Oben wurde dieser Unterschied im Neutronensystem durch die Annahme, daß Protonen und Neutronen bestrebt sind, sich gleichartig zu bewegen, in Bezug gesetzt zu dem entsprechendem Unterschied im Protonensystem. Im Schalenmodell entspricht dem, daß z.B. mit 1-Teilchen-Loch-Anregungen im Protonenkörper auch 1-Teilchen-Loch-Anregungen im Neutronenkörper relevant sind. Da die primären Unterschiede im Protonenkörper auftreten, reicht es aus, nur den Protonenkörper zu betrachten.

$\Delta\tilde{E}$ sei die Anregungsenergie für eine 1-Teilchen-Loch-Anregung, bei der Einteilchenzustände aus nicht direkt aufeinander folgenden Schalen gegeneinander ausgetauscht werden. Für eine 1-Teilchen-Loch-Anregung, die Einteilchenzustände aus der n -ten und $(n + 1)$ -ten Schale austauscht, bezeichne ΔE die Anregungsenergie. Wegen der Ordnung der Schalen gilt dann im Allgemeinen $\Delta\tilde{E} > \Delta E$. Auf Grund dieser Relation sind nur Konfigurationen, die sich in den $Z = 50, 82$ und $N = 50, 82$ Schalen unterscheiden, relevant. Die Anregungsenergien für andere Konfigurationen ist zu hoch.

Mit dieser Einschränkung gilt für die Anregungsenergie $\Delta E(n)$ von n -Teilchen-Loch-Anregungszuständen $\Delta E(n) > \Delta E(n')$, falls $n > n'$ und $\Delta E(n) < \Delta E(n')$ falls $n < n'$. ΔE_{50-82} bezeichne die Größe der Energielücke zwischen der $Z = 50$ - und der $Z = 82$ -Schale. Für die Anregungsenergie $E(n)$ eines n -Teilchen-Loch-Anregungszustandes gilt dann $\Delta E(n) \geq n \cdot \Delta E_{50-82}$. ΔE_{50-82} beträgt etwa 5.4 MeV im Bereich des $Z = 50$ -Schalenabschlusses [PaDe99].

Die Hartree-Fock-Theorie sowie die Dichte-Funktional-Theorie bieten die Möglichkeit, die physikalisch intuitiven Mean-Field-Modelle systematisch im Rahmen von Variationsprinzipien als Approximation zu den vollständigen Vielteilchengleichungen und deren Lösungen abzuleiten. Variiert werden in diesen Theorien die Orbitalwellenfunktionen mit dem

Ziel die Gesamtenergie des Systems zu minimieren. Die Vielteilchenwellenfunktionen oder Ansatzwellenfunktionen des Variationsprinzips für einen Kern unterscheiden sich durch die für ihre Konstruktion besetzten Orbitale. Dadurch ist es möglich, den Grundzustand sowie verschiedene Anregungszustände des Kerns zu berechnen.

Die aus den Variationsprinzipien gewonnenen Gleichungen liefern implizit einen nichtlinearen Zusammenhang zwischen den Orbitalwellenfunktionen und den Einteilchenpotentialen. Gelöst werden die Gleichungen mittels eines Iterationsverfahrens. Im n -ten Schritt werden die Einteilcheneigenfunktionen zu dem mit den Einteilcheneigenfunktionen des $(n-1)$ -ten Schrittes berechneten Einteilchenpotential bestimmt. Mit den so erhaltenen Einteilcheneigenfunktionen des n -ten Schrittes wird das Einteilchenpotential für den $(n+1)$ -ten Schritt berechnet. Wenn die Orbitale und Einteilchenpotentiale bei zwei aufeinanderfolgenden Iterationsschritten nicht mehr variieren, bricht das Iterationsverfahren ab. Da die Orbitalwellenfunktionen das Einteilchenpotential, zu dem sie selbst Eigenfunktionen sind, festlegen, spricht man von selbstkonsistenten Lösungen des Variationsproblems. Solche Lösungen sollten optimale Approximationen im Rahmen dieser Ansätze für die Lösungen der Vielteilchengleichung sein.

Im Allgemeinen muß das Variationsprinzip für alle verschiedenen Ansatzwellenfunktionen einzeln gelöst werden, da wegen des nichtlinearen Zusammenhanges zwischen Vielteilchenwellenfunktion und Mean-Field die Mean-Fields für verschiedene Ansatzwellenfunktionen auch verschieden sind. Insbesondere müssen die berechneten Orbitalfunktionen zu verschiedenen Ansatzwellenfunktionen keinen allgemeinen Orthogonalitätsbedingungen mehr genügen. Da alle Orbitalwellenfunktionen Eigenfunktionen zu einem Zentralpotential sind und daher mit den gleichen Quantenzahlen klassifiziert werden, lassen sich die Orbitale auch für verschiedene Ansatzwellenfunktionen an Hand der Quantenzahlen sinnvoll identifizieren.

Um den rechnerischen Aufwand zu begrenzen, wird zumeist nur die Grundzustandswellenfunktion selbstkonsistent berechnet, während man zumindest niedrigliegende Anregungszustände aus den Orbitalfunktionen zur Grundzustandswellenfunktion konstruiert. Grundlage dieser Vorgehensweise ist die Annahme, daß die Orbitalwellenfunktionen zum gleichen Orbital für verschiedene niedrigliegende Ansatzwellenfunktionen nur geringfügig variieren. Wegen des Zusammenhanges zwischen Orbitalwellenfunktionen und Mean-Field ist obige Annahme äquivalent zu der Annahme, daß die mittleren Felder zu verschiedenen niedrigliegenden Ansatzwellenfunktionen nahezu gleich sind. Im Extremfall werden einige oder alle Orbitalwellenfunktionen zur Konstruktion der Vielteilchenwellenfunktion eines Kernes mit A Nukleonen aus Rechnungen zu einem Kern mit A' , $A > A'$ verwendet. Insbesondere doppelmagische Kerne, bei denen der Grundzustand stets durch das Tensorprodukt einer Slaterdeterminante für die Neutronen und einer Slaterdeterminante für die Protonen dargestellt werden kann, bieten sich an, um einen festen Satz von Orbitalwellenfunktionen zu berechnen. Neben den genannten eher praktischen Gründen für die Beschränkung auf einen bestimmten Satz von Orbitalwellenfunktionen gibt es dafür auch einen prinzipiellen Grund: Die Verwendung der Darstellungsweise und Methoden der

sogenannten zweiten Quantisierung erfordert die Auswahl eines Satzes von Orbitalwellenfunktionen.

Niedrigliegende elektrischen Dipolübergangsstärken, die mit Modellen der beschriebenen Art berechnet sind, sind im Allgemeinen zu hoch verglichen mit den experimentellen Werten. Ein Grund dafür ist Zerstörung der Translationsinvarianz des Vielteilchenproblems durch die Einführung des Mean-Fields. Die Translationsinvarianz ist der tiefere Grund, warum es keine isoskalaren inneren Dipolanregungen geben kann. Zerstört man die Invarianz, so wird zusätzliche isoskalare Dipolstärke in das Modell eingebracht. Die damit zusammenhängenden Probleme werden in der Literatur, z.B. [RiSc00] unter dem Stichwort "spurious states" diskutiert.

Interessanter ist hier der Umstand, daß auch die Approximation der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung durch **ein** mittleres Potential für den Grundzustand und für Anregungszustände nicht ausreichend ist, um die beobachteten Stärken zu reproduzieren.

4.6 Die Dipol-Core-Polarisation

A. Bohr und B.R. Mottelson [BoMo75] haben zur Erklärung der niederenergetischen, elektrischen Dipolübergangsstärke die Dipol-Core-Polarisation eingeführt. Oben wurde die Dipol-Core-Polarisation phänomenologisch mit dem Aufbruch innerer Schalen gleichgesetzt. Im nächsten Abschnitt wird deutlich, inwieweit die phänomenologische und die von Bohr und Mottelson eingeführte Dipol-Core-Polarisation zusammenhängen.

Ausgangspunkt der Überlegung von Bohr und Mottelson ist ein Mean-Field-Modell des Kernes. Da Kerne kollektive Schwingungen ausführen können und die Kernkräfte kurzreichweitig sind, muß davon ausgegangen werden, daß mit der Variation der Dichte bei den kollektiven Schwingungen auch das mittlere Potential variiert.

Insbesondere bedingt eine geeignete äußere zeitabhängige Kraft eine Variation der Orbitalwellenfunktionen und damit der Dichte. Der Einfluß der variierten Dichte über die Beziehung zum mittleren Potential der Kernkräfte auf die Orbitalwellenfunktionen wird als ein, durch die äußere Kraft induziertes, Moment interpretiert.

Nimmt man in nullter Näherung an, daß die kollektiven Freiheitsgrade unabhängig von den Einteilchenfreiheitsgraden sind, so läßt sich die äußere zeitabhängige Kraft auf die Veränderung des mittleren Potentials durch eine kollektive Schwingung des Kernes reduzieren. Das induzierte Moment ist dann der Ankoppelung von kollektiven und Einteilchenfreiheitsgraden aneinander zuzuschreiben.

Die Berücksichtigung der Redundanz in der Menge der Einteilchen- und der kollektiven Freiheitsgrade führt auf eine Selbstkonsistenzbedingung für die Orbitalwellenfunktionen und die kollektiven Schwingungen.

Die oben bei der Diskussion des Mean-Field Modells gemachte Annahme, daß das mittlere Potential für verschiedene Ansatzwellenfunktionen näherungsweise gleich ist, ist in

dieser Sichtweise sicherlich unzureichend zur realistischen Beschreibung schwerer Kerne. Insbesondere werden auch die Einteilcheneigenzustände der inneren Schalen durch das veränderte Mean-Field variiert.

Mit Hilfe dieser Betrachtung motivieren Bohr und Mottelson die Einführung einer Restwechselwirkung, die nicht im Mean-Field enthalten ist. Die Eigenzustände des Modellsystems Mean-Field plus Restwechselwirkung sind dann Superpositionen der Eigenzustände des Mean-Field-Modells.

Bohr und Mottelson betrachten die niederenergetischen E1 Übergangsraten nun aus zwei Perspektiven. Zum einem gehen sie von dem Übergangoperator, so wie er aus der Wechselwirkung von Strahlungsfeld und Kern herleitbar ist, und den Vielteilchenwellenfunktionen, die sich durch Einbezug der Restwechselwirkung ergeben, aus. Zum anderen kann man von den Vielteilchenwellenfunktionen des Mean-Field Modells ausgehen und einen modifizierten Übergangoperator definieren, so daß die Übergangsmatrixelemente die gleichen sind, die auch vom anderen Ausgangspunkt aus erhalten werden. Mit χ wird der Zusammenhang der beide alternativen Vorgehensweise parametrisiert. Es gilt:

$$\langle \nu_1 | \hat{F} | \nu_2 \rangle = \langle \tilde{\nu}_1 | \hat{F} | \tilde{\nu}_2 \rangle = (1 + \chi_F) \langle \nu_1 | \hat{F} | \nu_2 \rangle \quad (93)$$

wobei ν_i die Eigenzustände im Mean-Field Modell bezeichnet, $\tilde{\nu}_i$ die Eigenzustände im System Mean-Field plus Restwechselwirkung. \hat{F} ist der Übergangoperator wie er allgemein aus der Wechselwirkung zwischen Strahlungsfeld und Kern folgt und $\hat{\tilde{F}}$ ist der Übergangoperator, der im Basissystem der ν_i den Einfluß der Restwechselwirkung berücksichtigt. Durch den Index F bei χ_F wird jedem Übergangoperator F ein entsprechendes χ zugeordnet.

Für eine konkrete Berechnung ist die Vorgehensweise sinnvoll, falls die $|\tilde{\nu}_i\rangle$ in erster Ordnung Störungsrechnung bestimmt werden können.

Aus der definierenden Gleichung (93) folgt weiter, daß χ von den in das Matrixelement eingehenden Zuständen abhängt. Folgt man der Überlegung von Bohr und Mottelson, so kann χ als Renormierungsparameter der Polarisationsladung der elektrischen Multipolübergänge interpretiert werden. Die Renormierung erfaßt den Einfluß der kollektiven Freiheitsgrade auf die Eigenschaften der Einteilchenfreiheitsgrade, insbesondere die Orbitalwellenfunktionen. Die effektive Ladung der E1 Übergänge ergibt sich zu:

$$e_{eff} = -\frac{1}{2} e \cdot \left(\tau_z - \frac{N - Z}{A} \right) (1 + \chi) \quad (94)$$

Hamamoto [BoMo75] gibt -0.7 als Abschätzung für χ an.

Das physikalische Bild von Bohr und Mottelson und die Definition der Polarisationsladung in Analogie zur Definition der Polarisation in der klassischen Elektrodynamik erklärt die Verwendung des Begriffes der Dipol-Core-Polarisation.

Die Entwicklung von Eigenzuständen eines Modells mit akzeptabler Übereinstimmung mit dem Experiment nach den Eigenzuständen eines einfacheren Modells ist die Grundlage dieser Begriffsbildung. Um dem Begriff aber eine konkrete Bedeutung zu geben, muß

er auf eine bestimmte Folge von Modellen bezogen werden. Den Modellen einer solchen Folge sollten, ausgehend von einem sinnvollen Modell nullter Näherung, sukzessiv weitere Terme hinzugefügt sein, um zunächst vernachlässigte physikalische Mechanismen zu erfassen.

Der Einfluß von Superpositionen von Zustände auf die Dipolübergangsraten verdeutlicht auch die empfindliche Abhängigkeit der Übergangsstärken von den Details des Anfangs- und Endzustandes des Überganges. Insbesondere kann die Entwicklung eines Anregungszustandes eines realistischen Modells nach den Eigenzustände eines einfacheren Modells des Systems für Kerne an einem Schalenabschluß stark von der analogen Entwicklung für benachbarte Kerne neben dem Schalenabschluß abweichen. Die Dipol-Core-Polarisation von Kernen am Schalenabschluß ist dann verschieden von der Polarisation eines Kernes neben dem Schalenabschluß. Dies gilt insbesondere auch dann, wenn die Anregungszustände der einfachen Modelle ähnliche Strukturen haben. Z.B. können die Einteilcheneigenzustände und die mittleren Felder von Mean-Field Modellen der Systeme bei analogen Anregungszuständen nahezu gleich sein.

Ponomarev et al. [PoSt98] haben in der oben bereits angeführten Veröffentlichung die elektrischen Dipolübergänge des $1^-(2_1^+ \otimes 3_1^-)$ zum Grundzustand und des Überganges zwischen $1^-(2_1^+ \otimes 3_1^-)$ und 2_1^+ Zustand für ^{120}Sn , ^{144}Sm und ^{144}Nd im Rahmen des QPM (**Q**uasi**p**article **P**hono**n** **M**odell) eingehend analysiert. Im Rahmen des QPM kann auf den zusätzlichen Parameter χ verzichtet werden. Ponomarev et al. können insbesondere auch den Schaleneffekt reproduzieren, wobei die Superpositionen von Konfigurationsraumzuständen für Kerne am und neben dem Schalenabschluß stark variieren.

4.7 Das schematische Modell

Die Überlegung von Bohr und Mottelson motiviert die Erweiterung des Mean-Field-Modells um die Restwechselwirkung. Die Restwechselwirkung beschreibt den nicht in dem mittleren Einteilchenpotential erfaßten Anteil der Nukleon-Nukleon Wechselwirkung. Sie durchmischt die Eigenzustände des Modells ohne Restwechselwirkung, so daß die Eigenzustände des erweiterten Modells Superpositionen der Eigenzustände des Mean-Field Ansatzes sind. Die Besetzungswahrscheinlichkeit von Einteilchenzuständen mit Energieeigenwerten nahe der Fermienergie wird wegen der Superposition nicht mehr gleich 0 oder 1 sein, sondern Werte zwischen 0 und 1 annehmen.

Um die Auswirkungen der Superposition zu verstehen, wird hier ein Extremfall, das "Multistate Mixing" betrachtet [Cast90]. Beim Multistate Mixing geht man von n entarteten Anregungszuständen mit der Anregungsenergie E_a aus. Der Restwechselwirkung entsprechen Nichtdiagonalmatrixelemente zwischen den Anregungszuständen. Die Nichtdiagonalmatrixelemente seien für alle Paare von Anregungszuständen gleich der reellen Zahl v_R . Die Diagonalisierung der Matrix liefert den Zusammenhang zwischen den Eigenzuständen der Matrix und den Anregungszuständen bzw. die Struktur der Eigenzustände

bezogen auf die Anregungszustände. Es existiert ein ausgezeichnetener Eigenzustand, der durch die phasengleiche bzw. kohärente Superposition aller n Anregungszustände darstellbar ist. Der Eigenzustand wird als kohärenter Eigenzustand bezeichnet. Der Energieeigenwert dieses Zustandes ist gegenüber E_0 stark verschoben. Die Größe der Verschiebung ist proportional zu n . Das Vorzeichen der Verschiebung wird durch das Vorzeichen von v_R bestimmt. Aus $v_R > 0$ folgt eine Verschiebung zu größeren Energien, aus $v_R < 0$ eine Verschiebung zu kleineren Energien. Wird durch v_R eine Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung approximiert, so entspricht v_R größer/kleiner Null einer repulsiven/attractiven Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung. Alle anderen $n-1$ Eigenzustände der Matrix sind nicht kohärente Superpositionen der Anregungszustände. Sie sind ebenfalls energetisch verschoben. Die $n-1$ Eigenzustände sind im Allgemeinen nicht mehr entartet. Das Vorzeichen ihrer Verschiebung ist entgegengesetzt zu dem Vorzeichen der Energieverschiebung des kohärenten Zustandes. Der Energieschwerpunkt aller n Eigenzustände der Matrix ist gleich E_0 . Faßt man die Nichtdiagonalelemente der Matrix als Störungen auf, so ist also der Energieschwerpunkt der Eigenzustände zur Matrix ohne und mit Störung gleich.

Ausgehend von einem "Grundzustand" kann zu jedem der Anregungszustände ein Anregungsoperator, der den Grundzustand in den Anregungszustand überführt, definiert werden. Der konjugierte Operator zum Anregungsoperator definiert den entsprechenden Vernichtungsoperator. Die Nichtdiagonalmatrixelemente zwischen den Anregungszuständen lassen sich dann durch geeignete Produkte von Anregungs- und Vernichtungsoperatoren darstellen. Die Summation über alle mit den gleichen Koeffizienten gewichteten Anregungs- und Vernichtungsoperatoren definiert einen Übergangsoperator zwischen dem Grundzustand und den anderen Zuständen (Anregungszustände und Eigenzustände der Matrix). Die zugehörige Übergangsrate ist für alle Anregungszustände ungleich Null. Von den Eigenzuständen besitzt nur der kohärente Eigenzustand eine Übergangsrate ungleich Null. Die Übergangsrate des kohärenten Zustandes ist gleich der Summe der Übergangsraten der Anregungszustände, nimmt also ebenfalls proportional mit n zu. Die Übergangsstärke aus dem Unterraum der Anregungszustände wird also durch die Störung vollständig auf den kohärenten Eigenzustand konzentriert.

Das Multistate Mixing wird häufig in Zusammenhang mit der Tamm-Dancoff Methode und der Random-Phase-Approximation zur qualitativen Erklärung der überhöhten Übergangsraten kollektiver Anregungen benutzt [RiSc00]. Die Anregungsoperatoren sind Anregungsoperatoren eines Mean-Field-Modells, die ein Teilchen aus einem Einteilchenzustand unterhalb in einen Einteilchenzustand oberhalb der Fermikante anheben. Bei der Betrachtung der Dipolstärke wird insbesondere der kohärente Eigenzustand mit dem "Zustand" der Dipolriesenresonanz identifiziert.

Die idealisierten Bedingungen, die beim Multistate Mixing vorausgesetzt werden, sind unter realistischeren Modellbedingungen sicher nicht mehr exakt gültig. Trotzdem kann davon ausgegangen werden, daß die qualitativen Ergebnisse, insbesondere das Skalierungsverhalten, des Multistate Mixing auch bei leicht abweichenden Bedingungen zutreffen. Multistate Mixing soll hier nicht für ein mikroskopisches Verständnis der Dipolriesenre-

sonanz herangezogen werden. Mit Multistate Mixing soll vielmehr versucht werden, den Schaleneffekt auf die unterschiedliche Struktur der relevanten Konfigurationsräume der Cd- und Te-Isotope einerseits und der Sn-Isotope andererseits zurückzuführen.

Der Konfigurationsraum, in dem die Restwechselwirkung betrachtet wird, besteht aus dem Grundzustand des Mean-Field-Modells, Teilchen- bzw. Lochanregungszuständen und 1- und 2-Teilchen-Loch-Anregungszuständen. Die Zustände können weiter nach ihren Kernspin unterschieden werden. Hier sind nur die Zustände mit $J^\pi = 0^+$ und $J^\pi = 1^-$ von Interesse. Durch die Auswahl der Zustände ist auch eine natürlich Einteilung des Konfigurationsraumes in Unterräume gegeben. Alle Zustände eines Unterraumes besitzen den gleichen Kernspin und die gleiche Anzahl von Teilchen und Löchern. Da der Gesamthamiltonoperator als rotationssymmetrisch angenommen wird, müssen alle Matrixelemente der Restwechselwirkung zwischen Zuständen mit $J^\pi = 0^+$ und Zuständen mit $J^\pi = 1^-$ gleich Null sein.

Die Übergangsamplituden eines Multipoloperators zwischen dem Grundzustand und 2-Teilchen-Loch-Anregungszustände sind gleich Null, da Multipoloperatoren Einteilchenoperatoren sind. Die 2-Teilchen-Loch-Anregungszustände entsprechen also isoskalaren Zuständen im Sinne von Abschnitt 4.4.

Es ist sinnvoll, die Wirkung der Restwechselwirkung zunächst in Unterräumen des Konfigurationsraumes zu betrachten. Dies soll am Beispiel des Unterraumes der 2-Teilchen-Loch-Anregungszustände mit $J^\pi = 1^-$ durchgeführt werden. Die Anregungsenergie der 2-Teilchen-Loch-Anregungszustände beträgt mindestens 4 MeV. Nach einem Mean-Field-Modell ist daher für die Isotope an und neben dem $Z = 50$ -Schalenabschluß kein wesentlicher Einfluß dieser Zustände auf die Struktur niederenergetischer Anregungen zu erwarten.

Für die Struktur der Restwechselwirkung im betrachteten Unterraum wird angenommen, daß sie in guter Approximation durch die Voraussetzungen für das Multistate Mixing beschreibbar ist. Um die Anregungsenergie der Dipolriesenresonanz mit Multistate Mixing zu erklären, muß ein positiver Wert von v_R angenommen werden. Daher wird auch hier von einem positiven Wert von v_R ausgegangen. In dem System bei Berücksichtigung der Restwechselwirkung treten dann analog zu den Eigenzustände des Multistate Mixing 2-Teilchen-Loch-Eigenzustände auf. Hier interessieren vor allem die zu niedrigen Energien hin verschobenen 2-Teilchen-Loch-Eigenzustände. Der kohärente 2-Teilchen-Loch-Eigenzustand wird daher nicht weiter betrachtet. Die Größe der Verschiebung hängt von der Anzahl der 2-Teilchen-Loch-Anregungszustände ab. Die Anzahl der 2-Teilchen-Loch-Anregungszustände mit $J^\pi = 1^-$ wird mit der Anzahl aller kombinatorisch möglichen 2-Teilchen-Loch-Anregungszustände des Protonenkörpers für die einzelnen Isotopenketten abgeschätzt. Die Klassifikation dieser Zustände nach dem Kernspin geht nicht in die Abschätzung ein. Ebenfalls nicht berücksichtigt werden 2-Teilchen-Loch-Anregungszustände des Neutronenkörpers und 2-Teilchen-Loch-Anregungszustände, die aus jeweils einer Teilchen-Loch-Anregung in einem der Nukleonensysteme folgen. Die qualitative Aus-

sage der Abschätzung wird dadurch nicht geändert.

Die Anzahl der 2-Teilchen-Loch-Anregungszustände und die 1-Teilchen-Loch-Anregungszustände für die verschiedenen Isotope ist in der folgenden Tabelle angegeben.

Anzahl der	Cd-Isotope	Sn-Isotope	Te-Isotope
2-Teilchen-Loch-Anregungszustände	3628240	114576	8306760
1-Teilchen-Loch-Anregungszustände	43120	616	72072

Wegen den deutlich größeren Anzahlen für die Isotope neben dem Schalenabschluß ist davon auszugehen, daß bei diesen Isotopen auch deutlich mehr 2-Teilchen-Loch-Eigenzustände im Bereich der Anregungsenergien von Teilchen- bzw. Lochanregungszuständen auftreten.

Analoge Betrachtungen können für die anderen Unterräume durchgeführt werden. Sowohl die Anzahl als auch die Anregungsenergie der 2-Teilchen-Loch-Anregungszustände ist deutlich größer als bei den 1-Teilchen-Loch-Anregungszuständen. Daher steht der höheren Anregungsenergie auch eine größere Energieverschiebung der Zustände aus dem 2-Teilchen-Loch-Unterraum gegenüber. Deshalb ist es plausibel anzunehmen, daß 2-Teilchen-Loch-Eigenzustände und 1-Teilchen-Loch-Eigenzustände im gleichen Energiebereich auftreten können. Die gleichen Argumente können auch für die Relevanz von n -Teilchen-Loch-Anregungszuständen mit $n > 2$ angeführt werden. Aus zwei Gründen werden diese Anregungszustände hier nicht betrachtet. Erstens kann die Restwechselwirkung solche Anregungszustände nicht direkt mit Zuständen mischen, die die gleiche Konfiguration wie der Grundzustand besitzen. Vorausgesetzt ist dabei nur, daß die Restwechselwirkung eine Zweiteilchenwechselwirkung oder durch einen Einteilchenoperator beschreibbar ist.

Zweitens ist die Übergangsamplitude eines Multipoloperators von n -Teilchen-Loch-Anregungszuständen mit $n \geq 2$ und dem Grundzustand gleich Null. Im Rahmen dieser qualitativen Betrachtung reicht es aus, den Einfluß von Anregungszuständen mit verschwindender Übergangsamplitude zum Grundzustand als Einfluß der 2-Teilchen-Loch-Anregungszustände zu interpretieren. In diesem Sinne repräsentieren die 2-Teilchen-Loch-Anregungszustände die umfangreichere Klasse aller n -Teilchen-Loch-Anregungszuständen mit $n \geq 2$.

Nach obiger Überlegung treten also in den Isotopen neben dem Schalenabschluß bei den gleichen Energien Anregungszuständen mit der gleichen Konfiguration wie der Grundzustand und Anregungszustände mit einer anderen Konfiguration auf. Daß die Anregungsenergie eines Anregungszustandes deutlich geringer ist, als die nach der Konfiguration im Mean-Field-Modell zu erwartende Energie, ist eine Bedingung, die "Intruder Zustände" erfüllen müssen. Nach der anderen Bedingung müssen Übergangsstärken für Multipoloperatoren zwischen Zuständen mit Intruderkonfiguration und Zuständen mit Grundzu-

standskonfiguration klein sein verglichen mit Übergangsraten, wie sie zwischen Zuständen der gleichen Konfiguration auftreten können. Die letzte Bedingung ist für die Zustände mit 2-Teilchen-Loch-Konfiguration sicherlich erfüllt. Ohne die Berücksichtigung von Intruder Zuständen kann das Spektrum der Quadrupolvibrationsbanden bei den Cd-Isotopen nicht verstanden werden [HeIs82, Cast90]. Da Zustände mit Intruder- und Grundzustandskonfiguration kaum durch Übergänge miteinander verknüpft sind, werden ihre Anregungsspektren unabhängig voneinander klassifiziert.

Die 1-Teilchen-Loch-Konfiguration kann keine Intruderkonfiguration sein, da die Übergangsraten zum Grundzustand im Allgemeinen ebenso groß sind wie die Übergangsraten von Anregungszuständen mit Grundzustandskonfiguration in den Grundzustand.

Bei den Sn-Isotopen treten in diesem Modell wegen der geringeren Anzahl der 2-Teilchen-Loch-Anregungszustände verglichen mit der Anzahl bei den Cd- und Te-Isotopen keine Intruderzustände auf.

Die Restwechselwirkung induziert aber nicht nur innerhalb der Unterräume eine Mischung der Anregungszustände, sondern auch zwischen Zuständen aus verschiedenen Unterräumen. Bei konstantem Nichtdiagonalmatrixelement mischen Zustände um so stärker, je kleiner die Differenzen zwischen ihren Anregungsenergien sind. Beim Multistate Mixing wird der Extremfall verschwindender Energiedifferenzen betrachtet.

Demnach ist bei den Cd- und Te-Isotopen eine starke Mischung zwischen Zuständen mit 2-Teilchen-Loch-, 1-Teilchen-Loch- und Loch- bzw. Teilchenkonfiguration zu erwarten. Dies gilt insbesondere auch für die niederenergetischen 1^- -Zustände. Bei den Sn-Isotopen ist dagegen nur mit einer vernachlässigbaren Beimischung von Zuständen mit Teilchen-Loch-Konfigurationen zu der niederenergetischen Dipoloszillation zu rechnen.

Die Beimischung der Zustände mit 2-Teilchen-Loch-Konfiguration zum 1^- -Zustand führt bei den Cd- und Te-Isotopen zu einer Reduktion der Übergangsstärke. Tritt eine negative Interferenz der Übergangsamplituden vom ungestörten 1^- -Zustand und von Zuständen mit 1-Teilchen-Loch-Konfiguration zum Grundzustand auf, so reduziert dies zusätzlich die Übergangsstärke des 1^- -Zustandes. Werden alle 1-Teilchen-Loch-Anregungszustände mit nicht verschwindenden Dipolübergangsamplituden zum Grundzustand der Dipolriesenresonanz zugeordnet, so kann die Reduktion der Übergangsstärke durch die negative Interferenz als Einfluß der Dipolriesenresonanz interpretiert werden. Ponomarev et al. [PoSt98] kommen mit der quantitativen Analyse der Verhältnisse am $N = 82$ -Schalenabschluß zu einer analogen Interpretation. Teilchen- bzw. Lochzustände mit nicht verschwindenden Dipolübergangsamplituden zum Grundzustand werden hier nicht zur Dipolriesenresonanz gezählt. Sie sind Komponenten des ungestörten 1^- -Zustandes.

Die Einteilung der Anregungszustände mit Dipolübergangsamplituden zum Grundzustand in Zustände der Dipolriesenresonanz und in die niederenergetischen Zustände gleicht der durch das Schalenmodell motivierten Einteilung der Oszillationen in Abschnitt 4.3.

Eine analoge Vorgehensweise zu der am Phononenbild orientierten Einteilung der Oszillationen ist zwar ebenfalls möglich, soll aber aus Platzgründen hier nicht durchgeführt

werden.

Die Analyse hat gezeigt, daß Unterschiede in den Zustandsdichten von Kernen an und neben dem Schalenabschluß zu Unterschieden bei der Mischung von Zuständen verschiedener Konfigurationen führen können. Unterschiede in den Übergangsstärken sind eine Folge der unterschiedlichen Mischung von Zuständen verschiedener Konfiguration.

Durch die starke Beimischung von Zuständen mit Teilchen-Loch-Konfigurationen zum ungestörten 1^- -Zustand bei den Cd- und Te-Isotopen ist die $N = 50$ bzw. die $Z = 50$ und die $Z = 50$ -Schale bei diesen Isotopen aufgebrochen. Nach dem phänomenologischen Verständnis ist der Core folglich polarisiert. Wegen der Zustandsabhängigkeit der Dipol-Core-Polarisation nach Bohr und Mottelson führt eine starke Mischung von Zuständen auch zu einer großen Polarisation.

Die qualitative Diskussion der mikroskopischen Struktur führt somit zu der wichtigen Folgerung, daß die phänomenologische Dipol-Core-Polarisation und die Dipol-Core-Polarisation nach Bohr und Mottelson auf die gleiche Struktur zurückgehen. Letztlich drücken beide den physikalischen Sachverhalt aus, daß bei Isotopen neben einem Schalenabschluß nicht nur die Nukleonen in den Valenzschalen, sondern auch Nukleonen in inneren abgeschlossenen Schalen bei einer niederenergetischen Dipoloszillation angeregt werden.

4.8 Die $B(E2; 0_{GS}^+ \rightarrow 2_1^+)$ -Übergangsraten und das Interacting Boson Modell (IBM)

Das IBM ist ein sehr erfolgreiches algebraisches Modell zur Beschreibung kollektiver Anregungen der Valenzschale [Cast93]. In seiner ursprünglichen Version, dem IBM-1, wird nicht zwischen Protonen und Neutronen unterschieden. Das Modell ist daher geeignet, isoskalare Anregungen positiver Parität zu beschreiben. In diesem Kapitel reicht es aus, das IBM-1 zu betrachten. Die Grundbausteine des IBM sind die d-Bosonen. Die d-Bosonen tragen den Spin $J = 2$ und unterscheiden sich in der magnetischen Quantenzahl. Daher sind fünf d-Bosonen zu unterscheiden. Die d-Bosonen sind das Analogon zu den Quadrupoloberflächenschwingungen in dem geometrischen Modell der Oberflächenschwingungen. Ergänzt werden die d-Bosonen durch ein s-Boson, also ein Boson mit Spin $J = 0$. Alle Bosonen haben positive Parität. Insgesamt werden im IBM-1 also sechs Bosonenarten unterschieden.

Die Anzahl der Bosonen ist im IBM-1 eine Erhaltungsgröße und wird zur Beschreibung eines bestimmten Kernes durch die Anzahl der Teilchen oder Löcher in der Protonen- und der Neutronenvalenzschale festgelegt. Es gilt:

$$N_B = \frac{N_Z + N_N}{2} \quad (95)$$

N_B ist die Anzahl der Bosonen, N_Z die Anzahl der Protonenlöcher oder -Teilchen in der Protonenvalenzschale und N_N die Anzahl der Neutronenlöcher oder -Teilchen in der Neutronenvalenzschale. Durch die Festlegung von N_B geht die Schalenstruktur in die Parametrisierung des IBM-1 für einen bestimmten Kern ein.

Mit Hilfe algebraischer Methoden ist es möglich, die Gleichungen des IBM in Spezialfällen, den Limites des IBM, analytisch zu lösen. Es besteht ein eindeutiger Zusammenhang zwischen der Struktur einer analytischen Lösung, einer Gruppe und einer kollektiven Schwingungsform. Wegen des Zusammenhangs mit den Gruppen wird auch von dynamischen Symmetrien des Modells gesprochen. Die Struktur der starren Rotoren wird durch die $SU(3)$, die der γ -weichen Kerne durch $O(6)$ und die der Vibratoren durch die $U(5)$ erfaßt. Approximativ realisiert wird die Struktur der verschiedenen Limites des IBM durch Kerne aus unterschiedlichen Gebieten der Isotopentafel. Hier sind die Vibratoren, die durch Kerne nahe an einem Schalenabschluß realisiert sind, von Interesse.

Für die Übergangrate $B(E2; 0_{GS}^+ \rightarrow 2_1^+)$ der Vibratoren gilt nach dem IBM

$$B(E2; 0_{GS}^+ \rightarrow 2_1^+) = e_Q \cdot N_B. \quad (96)$$

e_Q ist die effektive Quadrupolladung im IBM. Die Quadrupolladung ist ein freier Parameter des IBM.

In Abbildung 40 sind im oberen Teil experimentelle Literaturwerte für die $B(E2; 0_{GS}^+ \rightarrow 2_1^+)$ Übergangsraten aufgetragen. Auch bei diesen Werten tritt ein deutlicher Schalenefekt auf. Die Werte für die Cd- und Te-Isotope sind in etwa um einen Faktor 2 größer als für die Sn-Isotope. Im unteren Teil sind die auf die Bosonenzahl N_B normierten $B(E2; 0_{GS}^+ \rightarrow 2_1^+)$ -Werte aufgetragen. Zur Berechnung der Bosonenzahl bei den Sn-Isotopen sind die $Z=N=82$ Schalen als Valenzschalen zu Grunde gelegt.

Bei den Cd- und Te-Isotopen ist N_B für zwei verschiedene Modellannahmen berechnet. Hier ist es zweckmäßig, die n-te Schalen durch Angabe der (n-1)-ten und n-ten magischen Zahl zu kennzeichnen. Die erste Modellannahme entspricht der IBM-Standardannahme zur Berechnung von N_B . Für die Protonenlöcher bei den Cd-Isotopen ist nach dieser Annahme die $Z = 28 - 50$ -Schale die Valenzschale und für die Protonen bei den Sn- und Te-Isotopen die $Z = 50 - 82$ -Schale. Für die Neutronen ist in allen Isotopenketten die $N = 50 - 82$ -Schale die Valenzschale. Die aus diesen Annahmen folgenden $\frac{B(E2; 0_{GS}^+ \rightarrow 2_1^+)}{N_B}$ -Werte entsprechen den gefüllten Symbolen im unteren Teil von Abbildung 40. Die zweite Modellannahme ist durch den Aufbruch der $N = 28 - 50$ -Schale bei den Cd-Isotopen bzw. der $N = Z = 28 - 50$ -Schalen bei den Te-Isotopen motiviert. Der Schalenaufbruch folgt aus der Voraussetzung, daß die Unterscheidung der $N = 28 - 50$ und $N = 50 - 82$ -Schalen bzw. die $Z = 28 - 50$ und $Z = 50 - 82$ -Schalen für niederenergetische Anregungen der Cd- und Te-Isotope nicht notwendig ist.

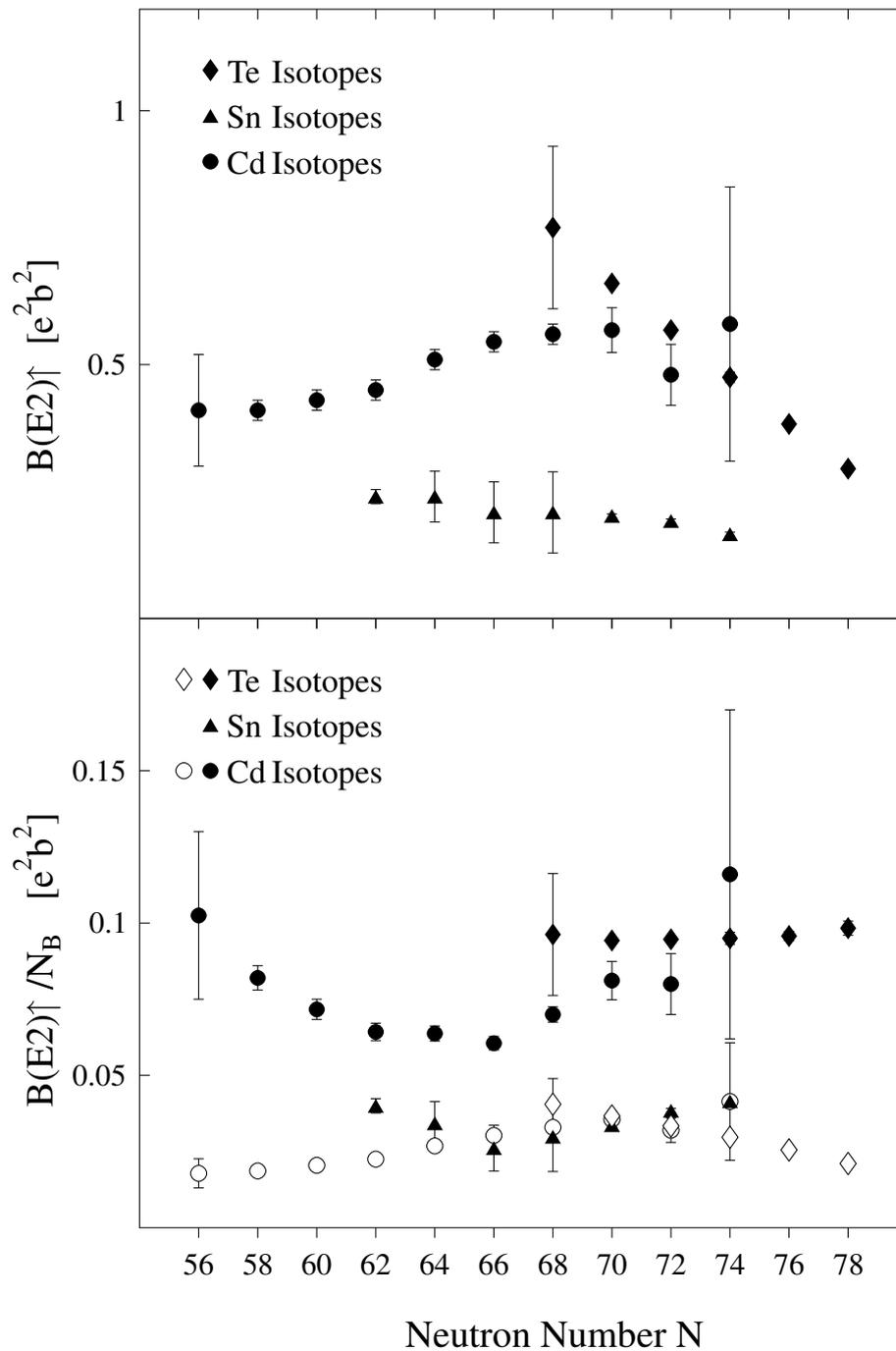


Abbildung 40: Quadrupolanregungsstärken zum 2_1^+ -Zustand. Oberer Teil: Experimentelle $B(E2; 0_{GS}^+ \rightarrow 2_1^+)$ -Werte. Unterer Teil: Experimentelle $B(E2; 0_{GS}^+ \rightarrow 2_1^+)$ normiert auf N_B . Die alternativen Berechnungen von N_B für die Cd- und Te-Isotope sind im Text erläutert.

In diesem Fall bilden die $N = 28 - 50$ und $N = 50 - 82$ -Schalen bzw. die $Z = 28 - 50$ und $Z = 50 - 82$ -Schalen große $N = 28 - 82$ bzw. $Z = 28 - 82$ -Schalen. Die $28 - 82$ -Schalen liegen der Berechnung von N_B für die Cd- und Te-Isotope bei der zweiten Modellannahme zu Grunde. Die Werte entsprechen den offenen Symbolen in Abbildung 40.

Setzt man voraus, daß für alle Isotope am $Z = 50$ -Schalenabschluß die gleiche effektive Quadrupolladung e_Q angenommen werden kann, so sollten die $\frac{B(E2; 0_{GS}^+ \rightarrow 2_1^+)}{N_B}$ -Werte für alle Isotope gleich sein. Offensichtlich streuen die normierten experimentellen Werte zu allen Isotopen bei der zweiten Modellannahme deutlich geringer um einen Mittelwert als bei der ersten Modellannahme. Das IBM kann daher das Skalierungsverhalten der $B(E2; 0_{GS}^+ \rightarrow 2_1^+)$ -Werte unter der Annahme einer $50 - 82$ -Protonen- und Neutronenvalenzschale für die Sn-Isotope und einer $28 - 82$ -Protonen- und Neutronenvalenzschale für die Cd- und Te-Isotope erklären. Kehrt man die Überlegung um, so bestätigen die experimentellen $B(E2; 0_{GS}^+ \rightarrow 2_1^+)$ -Werte zusammen mit dem IBM die Annahme des Aufbruchs der $N = 28 - 50$ -Schale bzw. $N = Z = 28 - 50$ -Schalen bzw. der Core-Polarisation für die Cd- und Te-Isotope.

Es gibt eine Vielzahl von Erweiterungen des IBM-1. Im IBM-2 wird zwischen Proton- und Neutronbosonen unterschieden. Dies ermöglicht die Konstruktion gemischt-symmetrischer Zustände, die für das Verständnis niederenergetischer magnetischer Dipolanregungen wichtig sind. Auch für die weiter unten folgende Diskussion der magnetischen Dipolanregungen in den Cd-Isotopen sind die gemischt-symmetrischen Zustände relevant.

Eine weitere Erweiterung führt Oktupolbosonen in das Modell ein. Oktupolbosonen tragen den Spin $J = 3$ und besitzen negative Parität. Mit Hilfe der Oktupolbosonen ist es möglich, innerhalb des IBM den 1^- 2-Phonen-Zustand aus der Kopplung eines Quadrupol- und eines Oktupolbosons zu konstituieren. Smirnova et al. [SmPi00] haben diese Erweiterung für den Vibratorlimit des Modells analysiert. Für die $B(E1; 1_1^- \rightarrow 0_{GS}^+)$ Übergangsstärke erhalten sie folgenden analytischen Ausdruck:

$$B(E1; 1_1^- \rightarrow 0_{GS}^+) = \frac{\beta^2}{e_\pi} (e_\pi \cdot N_\pi + e_\nu N_\nu)^2 \frac{N_B - 1}{N_B^3} \quad (97)$$

e_π und e_ν sind die Quadrupolladungen der Protonen bzw. der Neutronen. N_π gibt die Anzahl der Protonbosonen und N_ν die Anzahl der Neutronbosonen an. Für N_B gilt $N_B = N_\pi + N_\nu$. Den zu (96) analogen Ausdruck im erweiterten IBM erhält man durch die Ersetzung von e_Q durch $\frac{e_\pi \cdot N_\pi + e_\nu \cdot N_\nu}{N_B}$. Die in (96) eingeführte Quadrupolladung e_Q ist das gewichtete Mittel der Quadrupolladungen der Protonen und der Neutronen. Auch nach der Erweiterung des IBM bleiben daher obige Schlußfolgerungen gültig. Aus (96) folgt mit der umgekehrten Ersetzung:

$$B(E1; 1_1^- \rightarrow 0_{GS}^+) = \frac{\beta^2}{e_\pi} \cdot e_Q \cdot \frac{N_B - 1}{N_B} \quad (98)$$

Daß die Quadrupolladungen bei der Beschreibung der elektrischen Dipolstärken eingehen, erklärt sich aus dem Aufbau des 1^- -Zustandes aus einem Quadrupol- und einem Oktupolboson. Der Übergangoperator, aus dem (98) folgt, ist die Summe aus 1- und

2-Bosonen-Operatoren. Der 2-Bosonen-Operator beschreibt, wie schon zu Beginn des Kapitels diskutiert, den elektrischen Dipolübergang durch die Vernichtung des Quadrupol- und des Oktupolboson. Die Quadrupolladungen gehen über den Vernichtungsoperator für das Quadrupolboson in (98) ein. Effektiv tritt in (98) gegenüber (96) ein zusätzlicher freier Parameter β auf. Mit β ist die Größe des Beitrages des 2-Bosonen-Operators im Übergangsoperator parametrisiert. Da $B(E1; 1_1^- \rightarrow 0_{GS}^+)$ proportional zu β^2 ist, geht die komplette Dipolübergangsstärke in diesem Modell auf die 2-Bosonen-Struktur des 1_1^- -Zustandes zurück.

Interessanter ist hier die Proportionalität von $B(E1; 1_1^- \rightarrow 0_{GS}^+)$ und $\frac{N_B-1}{N_B}$. Die elektrische Übergangsstärken sind demnach nahezu unabhängig von der Bosonenzahl N_B . Setzt man gleiche Werte für β , e_π und e_Q für die Isotope an und neben dem Schalenabschluß voraus, so kann durch (98) sicherlich nicht der Schalenefekt der elektrischen Übergangsstärke, sowie er sich in Abbildung 32 darstellt, reproduziert werden. Dies gilt für beide bei der Diskussion der Quadrupolstärke benutzten Modellansätze zur Berechnung von N_B .

Aus dem IBM in der beschriebenen Form folgt also mit geeigneten Annahmen zur Berechnung von N_B ein konsistentes, parameterfreies Bild des Schalenefekt der $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_{GS}^+)$ -Werte, während für den Schalenefekt der $B(E1; 1_1^- \rightarrow 0_{GS}^+)$ -Werte kein solches Bild erhalten wird.

Folgende Überlegung erklärt die Diskrepanz. Die im IBM beschriebenen Anregungen des Kernes sind "innere" Anregungen der Nukleonen der Valenzschale. Die Änderung der Eigenschaften (Ort, Impuls) der Nukleonen der Valenzschale kann relativ zu den anderen Nukleonen der Valenzschale bestimmt werden. In diesem Sinne ist der Core passiv bei den Anregungen. Die Anregung von Oberflächenschwingungen sind gerade Anregungen dieser Art. Der Schalenefekt der Quadrupolschwingungen der Oberfläche wird daher korrekt durch das IBM wiedergegeben.

Nicht erfaßt wird im IBM dagegen die Verschiebung des Schwerpunktes der Valenznukleonen gegenüber dem Schwerpunkt der Core-Nukleonen. Nach der Analyse in Abschnitt 4.3 bestimmt gerade dieser Freiheitsgrad die $B(E1; 1_1^- \rightarrow 0_{GS}^+)$ -Werte. Daher kann das IBM den Schalenefekt dieser Werte nicht erfassen.

Das spricht aber nicht zwingend gegen eine 2-Phononen-Struktur des 1_1^- Zustandes. Eine solche Struktur ist konsistent mit dem Oszillatorbild, falls die Verschiebung aller Valenznukleonen gegen alle Corenukleonen durch die Koppelung der Quadrupol- und Oktupolschwingung induziert wird. Der, in Übereinstimmung mit dem Phononenbild, geringe Betrag von $|(E_{2_1^+} + E_{3_1^-}) - E_{1_1^-}|$ spricht für diese Sichtweise.

Mit Hilfe des freien Parameters β kann der vernachlässigte Freiheitsgrad im IBM indirekt berücksichtigt werden.

5 Theoretische Interpretation der Daten Teil 2: Die $M1$ -Übergänge in den Cd-Isotopen

In diesem Abschnitt wird die Systematik der magnetischen Dipolanregungen diskutiert. Die Überlegungen konzentrieren sich auf die so genannten gemischt-symmetrischen Anregungen. Die Scherenmode im Bereich deformierter Kerne [BoRi84] ist das bekannteste Beispiel einer gemischt symmetrischen Anregung. Anschaulich entspricht der Scherenmode eine gegenphasige Drehschwingung des Valenz-Protonenkörpers gegen den Valenz-Neutronenkörper um eine gemeinsame Drehachse. An den Stuttgarter KRF Meßplätzen wurde die Scherenmode in den vergangenen Jahren systematisch vermessen.

Da eine Drehung von Protonen- und/oder Neutronenkörper nur in deformierten Kernen zu physikalisch unterscheidbaren Zuständen führt, ist das anschaulich Bild der Scherenmode für die rotationssymmetrischen Kerne nahe an Schalenabschlüssen problematisch. Die allgemeineren, gemischt symmetrische Anregungen treten aber auch in Kerne nahe an Schalenabschlüssen auf. Ein geeignetes Modell zur Beschreibung gemischt symmetrischer Anregungen ist das IBM.

Das bei der Analyse der elektrischen Dipolübergangsstärke auftretende Quadrupolphonon ist eine symmetrische Anregung. In der oben schon benutzten Erweiterung des IBM besitzt der entsprechende Anregungszustand folgende Struktur [SmPi00]:

$$|2_1^+\rangle = N_B^{-\frac{1}{2}} \left(\sqrt{N_\pi} |\hat{d}_\pi; 2\rangle + \sqrt{N_\nu} |\hat{d}_\nu; 2\rangle \right) \quad (99)$$

$|\hat{d}_\pi; 2\rangle$ bezeichnet den Anregungszustand, der aus dem d-Bosonen-Vakuum durch Vernichtung eines Proton-s-Boson und Erzeugung eines Proton-d-Bosons erhalten wird. Das d-Bosonen-Vakuum ist der Grundzustand im Vibrator-Limit des IBM. Die 2 gibt den Spin des Anregungszustandes an. Sind mehrere Bosonen, die nicht s-Bosonen sind, angeregt, so müssen die Regeln zur Koppelung von Drehimpulsen beachtet werden, um einen Anregungszustand mit dem geforderten Spin zu erhalten. $|\hat{d}_\nu; 2\rangle$ ist der zu $|\hat{d}_\pi; 2\rangle$ analoge Zustand des Neutronensystems. Gilt $N_\pi = N_\nu$ so bleibt der Zustand $|2_1^+\rangle$ unter Austausch von Protonen und Neutronen invariant.

Bei Austausch von Protonen und Neutronen wechselt der Zustand

$$|2_{ms}^+\rangle = N_B^{-\frac{1}{2}} \left(\sqrt{N_\pi} |\hat{d}_\pi; 2\rangle - \sqrt{N_\nu} |\hat{d}_\nu; 2\rangle \right) \quad (100)$$

sein Vorzeichen, wenn $N_\pi = N_\nu$ vorausgesetzt wird. Daher wird er als gemischt symmetrischer Zustand bezeichnet. Er unterscheidet sich von $|2_1^+\rangle$ nur durch das Vorzeichen zwischen den beiden Komponenten. $|2_{ms}^+\rangle$ ist ein Eigenzustand des IBM im Vibratorlimit. Aus (100) folgt unmittelbar die Notwendigkeit zur Beschreibung gemischt symmetrischer Zustände Proton- und Neutron-Bosonen zu unterscheiden.

Aus der Kopplung von $|2_1^+\rangle$ und $|2_{ms}^+\rangle$ kann ein 2-Phonon-Zustand mit Spin 1 und positiver Parität konstituiert werden. Er wird mit 1_{ms}^+ bezeichnet. Bei einer harmonischen

Koppelung der Bosonen gilt $E_{1_{ms}^+} = E_{2_1^+} + E_{2_{ms}^+}$ für die Energien des 1_{ms}^+ -, des 2_1^+ und des 2_{ms}^+ -Zustandes. Die 2-Phononenstruktur des 1_{ms}^+ -Zustandes wurde für ^{94}Mo experimentell nachgewiesen [PiFr99].

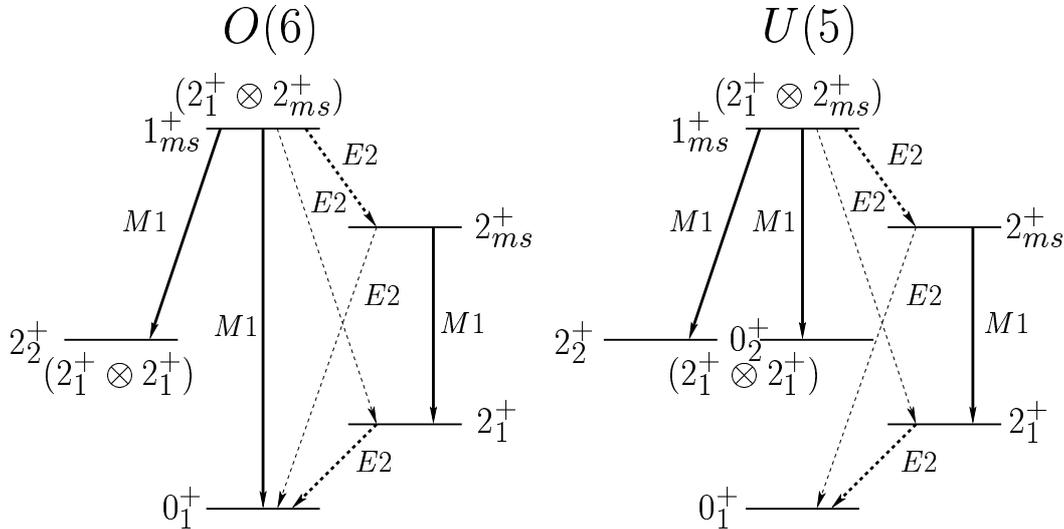


Abbildung 41: Zerfallsschemata der symmetrischen und gemischt-symmetrischen Anregungen im $O(6)$ - und $U(5)$ -Limes des IBM [Gade02]

Die Struktur des gemischt symmetrischen 2^+ Zustandes wurde oben für den Vibrator-Limit des IBM angegeben. Die Eigenschaften dieses Zustandes und anderer gemischt-symmetrischer Zustände kann im IBM auch abseits eines Limits untersucht werden. Hier ist der Übergang zwischen dem Vibrator-Limit und dem Limit γ -weicher Kerne von Interesse. Für den 1_{MS}^+ -Zustand von Kernen, die zwischen diesen Limiten liegen, sind nach dem IBM folgende Signaturen zu erwarten [GaBe03]:

- Ein schwach kollektiver elektrischer Quadrupolübergang zum 2_1^+ -Zustand.
- Ein kollektiver elektrischer Quadrupolübergang zum 2_{MS}^+ -Zustand.
- In Abhängigkeit von der dynamischen Symmetrie ein magnetischer Dipolübergang zum Grundzustand.

In Abbildung 41 sind die Signaturen schematisch dargestellt. Die KRF-Methode ist vor allem sensitiv für den magnetischen Dipolübergang zum Grundzustand. Wegen der Abhängigkeit von der dynamischen Symmetrie kann die magnetische Dipolübergangsstärke genutzt werden, um die Lage der Cd-Isotope zwischen dem $O(6)$ - und $U(5)$ -Limit des IBM abzuschätzen. Die Übergangsraten können in den Limites analytisch angegeben werden

[IsHe86]. Zum Vergleich mit den vorliegenden experimentellen Daten ist die Stärke des $1_{ms}^+ \rightarrow 0_{GS}^+$ -Überganges von Interesse. Für diese Stärke gilt im $U(5)$ -Limit

$$B(M1; 1_{ms}^+ \rightarrow 0_{GS}^+) \equiv 0 \quad (101)$$

und im $O(6)$ -Limit des IBM

$$B(M1; 1_{ms}^+ \rightarrow 0_{GS}^+) = \frac{3}{4\pi}(g_\pi - g_\nu)^2 \frac{1}{N+1} N_\pi N_\nu. \quad (102)$$

Für die Identifizierung von Kandidaten für die 1_{ms}^+ -Zustände in den Spektren ist auf eine Arbeit von A. Gade [GaBe03] zurückgegriffen worden. A. Gade hat den 1_{ms}^+ -Zustand für ^{108}Cd ausführlich diskutiert. Neben Daten aus KRF-Messungen in Stuttgart standen ihr dazu auch Daten aus anderen Experimenten zur Verfügung. Deshalb konnten auch die anderen, oben angeführten Signaturen zur Identifizierung des 1_{ms}^+ -Zustandes genutzt werden. Erschwert wurde die Suchen nach einem geeigneten Kandidaten durch die Fragmentierung der gemischt-symmetrischen Quadrupolanregung und die Auswirkung dieser Fragmentierung auf die gemischt-symmetrische magnetische Dipolanregung.

Der Zustand, dessen Zerfallsmuster mit dem zu erwartenden am besten übereinstimmt, ist nach Gade in ^{108}Cd ein 1^+ -Zustand bei 3.454 keV. Als Kandidaten für den 1^+ -Zustand in den übrigen Cd-Isotopen wurden Zustände aus dem gleichen Energiebereich wie in ^{108}Cd , mit Spin 1 und positiver Parität ausgewählt. Die dazu notwendige Paritätsinformation wurde aus den polarisationsempfindlichen Messungen gewonnen. Bei den Isotopen $^{110,112,114}\text{Cd}$ tritt jeweils nur ein Zustand mit positiver Parität und großer Übergangsrates im betrachteten Energiebereich auf. Diese Zustände sind die Kandidaten für den 1_{ms}^+ -Zustand in den $^{110,112,114}\text{Cd}$ -Isotopen. In ^{116}Cd gibt es drei Zustände positiver Parität mit passenden Anregungsenergien. Die Übergangsstärke aller drei Zustände zum Grundzustand ist deutlich kleiner als die der 1_{ms}^+ -Kandidaten zum Grundzustand in den leichteren Cd-Isotopen. Die Summe der Übergangsstärken aller drei Zustände entspricht dagegen in etwa der Übergangsstärke der 1_{ms}^+ -Kandidaten in $^{110,112,114}\text{Cd}$. Dies kann durch eine Fragmentierung der gemischt-symmetrischen Dipolanregung in ^{116}Cd erklärt werden. Für die Systematik der gemischt-symmetrischen Dipolanregungen in den Cd-Isotopen sind daher die Übergangsstärken aller drei Zustände zum Grundzustand in ^{116}Cd berücksichtigt. Die Anregungsenergie der gemischt-symmetrischen Dipolanregung in ^{116}Cd ist der mit den Übergangsstärken gewichtete Mittelwert der Anregungsenergien der drei einzelnen Zustände. In Abbildung 42 ist die Systematik der 1_{MS}^+ -Kandidaten aufgetragen.

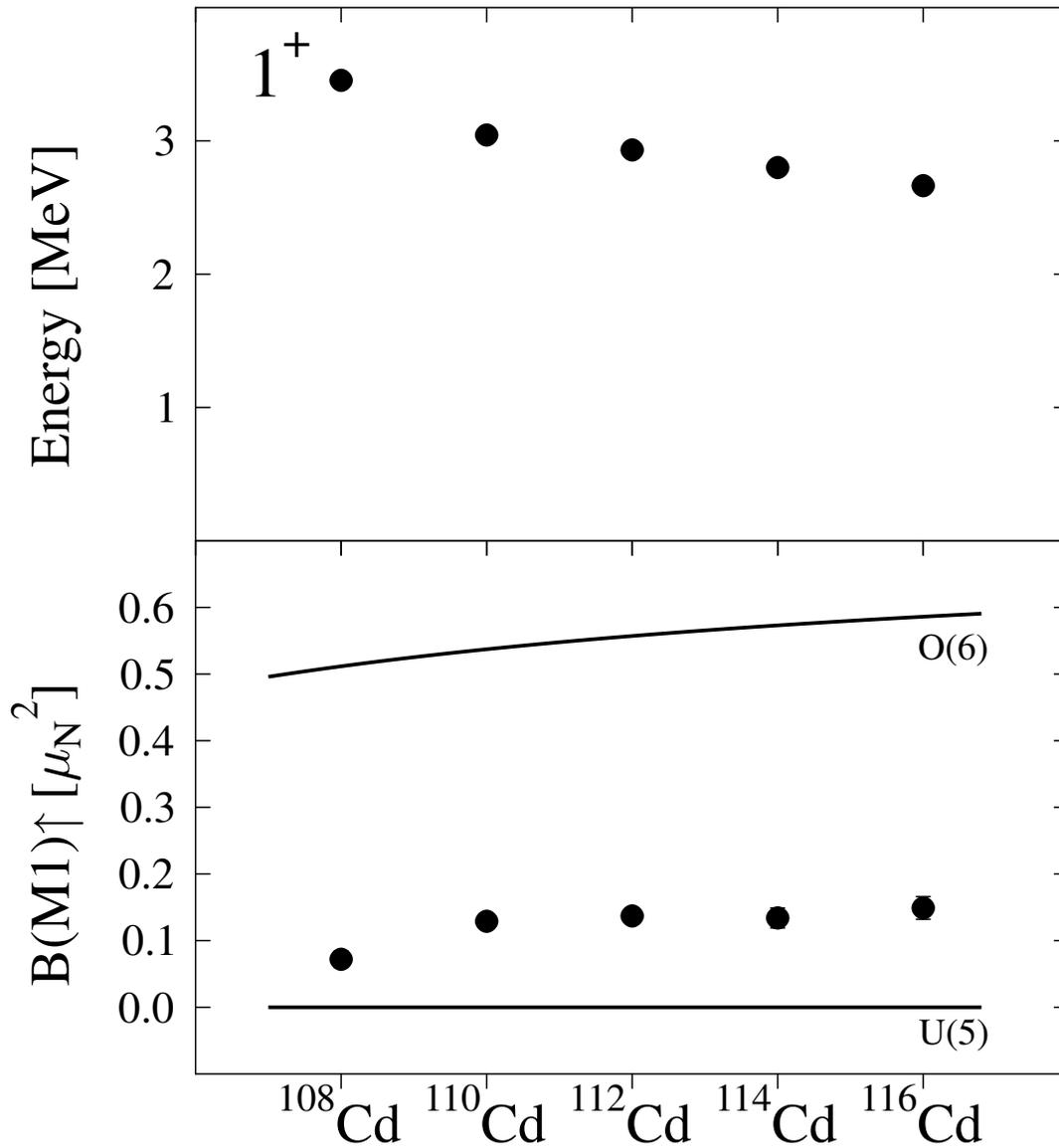


Abbildung 42: Systematik der Kandidaten für die gemischt-symmetrische magnetische Dipolanregung. Im oberen Bild sind die Energien aufgetragen. Im unteren Bild werden die magnetischen Dipolübergangsstärken mit den Vorhersagen des IBM im $O(6)$ - und im $U(5)$ -Limit verglichen.

Im oberen Teil der Abbildung ist zu erkennen, daß die Anregungsenergie nur leicht mit zunehmender Massenzahl der Isotope abnimmt. Im unteren Teil ist die magnetische Dipolübergangsstärke über die Isotope aufgetragen. Die Übergangsstärke ist für ^{108}Cd geringfügig kleiner als für die anderen Isotope. Die Übergangsstärken für die Isotope $^{110,112,114,116}\text{Cd}$ sind nahezu gleich. Nach dem Vergleich der Übergangsstärken mit den Vorhersagen des IBM im $O(6)$ - und $U(5)$ -Limit liegen die Cd-Isotope deutlich näher am $U(5)$ als am $O(6)$ -Limit. Die Aussage hängt aber von den gewählten Werten für die effektiven g -Faktoren der Proton- und der Neutron-Bosonen ab. Nach der hier verwendeten so genannten mikroskopische Abschätzung [IsHe86] gilt $g_{\nu} \simeq 0\mu_N$ und $g_{\pi} \simeq 1\mu_N$.

Das inverse Verzweigungsverhältnis $\frac{1}{R} = \frac{B(M1; 1_{MS}^+ \rightarrow 0_{GS}^+)}{B(M1; 1_{MS}^+ \rightarrow 2_2^+)}$ erlaubt einen parameterfreien Ver-

gleich der experimentellen Daten mit den Vorhersagen des IBM in dem $O(6)$ -Limit und $U(5)$ -Limit. Insbesondere ist $\frac{1}{R}$ für den $U(5)$ -Limit gleich 0. Leider liegen experimentelle Daten für den Zerfall $1_{MS}^+ \rightarrow 2_2^+$ nur für ^{108}Cd vor. Der gefundene experimentelle Wert 0.476(113) [GaBe03] liegt nahe bei dem im $O(6)$ -Limit des IBM vorhergesagtem Wert $\frac{1}{R} = 0.545$. Wegen der guten Übereinstimmung von experimentellen und theoretischen Wert ist ^{108}Cd nach Gade ein Kandidat für eine Übergangskern zwischen dem $U(5)$ - und dem $O(6)$ -Limit des IBM.

Der Übergang zwischen dem $U(5)$ - und dem $O(6)$ -Limit des IBM kann durch eine einparametrische Familie von Hamiltonoperatoren beschrieben werden. Es gelang aber nicht, durch Wahl eines Wertes für den Parameter alle Eigenschaften niederenergetische Anregungen und Übergänge in ^{108}Cd befriedigend zu reproduzieren [GaBe03]. Nach Gade ist dies auf die Vernachlässigung von Quasiteilchen-Freiheitsgraden zurückzuführen.

Die gemischt-symmetrische, magnetische Dipolübergangsstärke von ^{108}Cd fügt sich zwanglos in die Systematik aus Abbildung 42 ein. Um den Übergang zwischen dem $U(5)$ - und $O(6)$ -Limit in der Cd-Isotopenketten weiter zu untersuchen, wäre die Vermessung von ^{106}Cd von Interesse.

Die Bosonenzahlen in den IBM-Rechnungen von Gade sind unter der Annahme der $Z = 50$ - und der $N = 82$ -Schale als Protonen- bzw. Neutronenvalenzschale bestimmt worden. Wie im Abschnitt 4.3 beschrieben, erhält man andere Bosonenzahlen unter Voraussetzung des Aufbruchs der inneren Schalen. Die Bosonenzahlen, die sich bei Berücksichtigung des Aufbruchs der inneren Schalen ergeben, seien hier mit $\tilde{N}_B, \tilde{N}_\pi$ und \tilde{N}_ν bezeichnet. Damit stellt sich die Frage, inwieweit es mit diesen Bosonenzahlen und einem Hamiltonoperator aus der einparametrischen Familie von Hamiltonoperatoren gelingt, alle Eigenschaften niederenergetischer Anregungen befriedigend zu erklären. Es sei \hat{H}_{IBM} der Hamiltonoperator, der das experimentelle Verhältnis $\frac{1}{R}$ für die Bosonenzahl N_B korrekt wiedergibt und $\hat{\tilde{H}}_{IBM}$ der entsprechende Hamiltonoperator zur Bosonenzahl \tilde{N}_B . Das Verhältnis $\frac{1}{R}$ im $O(6)$ Limit des IBM beträgt 1.29 wenn für die Bosonenzahl der Wert von \tilde{N}_B und 0.545 (s. oben) wenn der Wert von N_B angenommen wird. Dies deutet darauf hin, daß $\hat{\tilde{H}}_{IBM}$ weiter vom $O(6)$ Limit "entfernt" ist als \hat{H}_{IBM} . Die "Entfernung" ist mit Hilfe des Parameters der einparametrischen Familie von Hamiltonoperatoren, zu der sowohl $\hat{\tilde{H}}_{IBM}$ als auch \hat{H}_{IBM} gehört, definiert. Wegen des größeren Abstandes von $\hat{\tilde{H}}_{IBM}$ zum $O(6)$ Limit des IBM beschreibt $\hat{\tilde{H}}_{IBM}$ evtl. auch die anderen, oben bereits erwähnten Eigenschaften niederenergetischer Anregungen befriedigend. Um diese Frage zu beantworten ist eine numerische Analyse erforderlich.

A Anhang

Nach [BoMo75] gilt für die Übergangswahrscheinlichkeit eines Schwingungsquanten:

$$B(E\lambda; n_\lambda = 0 \rightarrow n_\lambda = 1) = \left(\frac{3}{4\pi} Z e R^\lambda \right)^2 \beta_\lambda^2 \quad (103)$$

Damit ergibt sich insbesondere für β_3

$$\beta_3 = \frac{1}{ZA} \sqrt{\frac{B(E3) \uparrow}{1.7018 \cdot 10^{-7}}}, \quad (104)$$

wobei β_3 einheitenlos ist und $B(E3) \uparrow$ in der Einheit $e^2 b^3 = 10^6 e^2 fm^6$ anzugeben ist.

Zur Berechnung von D_{BM} wird (69) aus Abschnitt 4.3 verwendet:

$$D_{BM} = 5.376 \cdot 10^{-4} AZ \beta_2 \beta_3 \quad (105)$$

D_{BM} besitzt die Einheit efm .

Es gilt allgemein der Zusammenhang [RiSc00, KnPi96]

$$D^2 = \frac{48\pi}{108} \frac{B(E1) \uparrow}{e^2}. \quad (106)$$

Zusammen mit

$$D_{eff}(N) = e \frac{NZ}{A} \cdot \left(\frac{Z_v}{Z} - \frac{N_v}{N} \right) \cdot \Delta \quad (107)$$

(vgl. (75) Abschnitt 4.3) ergibt sich Δ .

N	Z	$B(E1) \uparrow$ ^{a)} [$10^{-3}e^2fm^2$]	Δ ^{b)} [fm]	$B(E2) \uparrow$ ^{c)} [$10^4e^2fm^4$]	β_2 ^{d)}	$B(E3) \uparrow$ ^{e)} [$10^6e^2fm^6$]	β_3 ^{f)}	D_{BM} ^{g)} [efm]	$\frac{B(E1)\uparrow}{D_{BM}^2}$
60	48	2.49(10)	0.0189(4)	0.43(2)	0.1752(41)	0.150(10)	0.181(6)	0.0884(36)	0.318(29)
62	48	2.35(5)	0.0161(2)	0.45(2)	0.1770(39)	0.115(13)	0.156(9)	0.0782(47)	0.384(47)
64	48	1.65(8)	0.0120(3)	0.51(2)	0.1862(37)	0.114(9)	0.152(6)	0.0819(36)	0.246(25)
66	48	2.12(36)	0.0123(10)	0.545(20)	0.1903(35)	0.131(15)	0.160(9)	0.0898(54)	0.263(55)
68	48	1.82(11)	0.0104(3)	0.56(2)	0.1906(34)	0.100(11)	0.138(8)	0.0785(45)	0.295(38)

Tabelle 12: Zusammenstellung der Übergangsstärken der 1_1^- , 2_1^+ und 3_1^- -Zustände zum Grundzustand und abgeleiteter Größen für die Cd-Isotope.

^{a)} Diese Arbeit und [LeNo99, GaBe03].

^{b)} Nach (106) und (107) unter der Annahme $N_c = Z_c = 28$ berechnet.

^{c)} [RaNe01].

^{d)} [RaNe01].

^{e)} [KiSp02].

^{f)} Nach (104) aus den $B(E3) \uparrow$ Werten berechnet.

^{g)} Nach (105) aus den β_2 - und β_3 -Werten berechnet.

N	Z	$B(E1) \uparrow$ ^{a)} [$10^{-3}e^2fm^2$]	Δ ^{b)} [fm]	$B(E2) \uparrow$ ^{c)} [$10^4e^2fm^4$]	β_2 ^{d)}	$B(E3) \uparrow$ ^{e)} [$10^6e^2fm^6$]	β_3 ^{f)}	D_{BM} ^{g)} [efm]	$\frac{B(E1)\uparrow}{D_{BM}^2}$
66	50	6.55(65)	0.0139(7)	0.209(6)	0.1118(16)	0.132(18)	0.152(10)	0.0529(37)	2.338(400)
68	50	7.25(57)	0.0132(5)	0.209(8)	0.1105(21)	0.115(10)	0.139(6)	0.0488(23)	3.040(375)
70	50	7.60(53)	0.0124(4)	0.202(4)	0.1075(11)	0.115(15)	0.137(9)	0.0475(31)	3.367(502)
72	50	7.16(54)	0.0111(3)	0.192(4)	0.1036(11)	0.092(10)	0.121(7)	0.0410(23)	4.270(572)
74	50	6.08(66)	0.0095(5)	0.166(4)	0.0953(11)	0.073(10)	0.106(7)	0.0335(23)	5.400(952)

Tabelle 13: Zusammenstellung der Übergangsstärken der 1_1^- , 2_1^+ und 3_1^- -Zustände zum Grundzustand und abgeleiteter Größen für die Sn-Isotope.

^{a)} [GoGo94, BrGo99, BrGo00].

^{b)} Nach (106) und (107) unter der Annahme $N_c = Z_c = 28$ berechnet.

^{c)} [RaNe01].

^{d)} [RaNe01].

^{e)} [KiSp02].

^{f)} Nach (104) aus den $B(E3) \uparrow$ Werten berechnet.

^{g)} Nach (105) aus den β_2 - und β_3 -Werten berechnet.

N	Z	$B(E1) \uparrow$ ^{a)} [$10^{-3}e^2fm^2$]	Δ ^{b)} [fm]	$B(E2) \uparrow$ ^{c)} [$10^4e^2fm^4$]	β_2 ^{d)}	$B(E3) \uparrow$ ^{e)} [$10^6e^2fm^6$]	β_3 ^{f)}	D_{BM} ^{g)} [efm]	$\frac{B(E1)\uparrow}{D_{BM}^2}$
70	52	3.03(63)	0.0157(16)	0.66(1)	0.1847(8)	0.12(4)	0.132(22)	0.0832(139)	0.438(172)
72	52	2.25(19)	0.0124(5)	0.57(1)	0.1695(9)	0.12(4)	0.130(22)	0.0764(129)	0.386(135)
74	52	2.52(30)	0.0121(7)	0.48(1)	0.1534(16)	0.11(4)	0.123(22)	0.0665(119)	0.571(215)
78	52	0.69(11)	0.0055(4)	0.30(1)	0.1184(14)	0.06(2)	0.088(15)	0.0379(65)	0.481(181)

Tabelle 14: Zusammenstellung der Übergangsstärken der 1_1^- , 2_1^+ und 3_1^- -Zustände zum Grundzustand und abgeleiteter Größen für die Te-Isotope.

^{a)} [ScWi97, GeNe95, ScWi97].

^{b)} Nach (106) und (107) unter der Annahme $N_c = Z_c = 28$ berechnet.

^{c)} [RaNe01].

^{d)} [RaNe01].

^{e)} [KiSp02].

^{f)} Nach (104) aus den $B(E3) \uparrow$ Werten berechnet.

^{g)} Nach (105) aus den β_2 - und β_3 -Werten berechnet.

$\sqrt{(R_c - R_v)^2}$ folgt aus der Unschärfebeziehung unter Annahme einer minimalen Unschärfe, $\langle \hat{x} \rangle = 0$ und $\langle \hat{p} \rangle = 0$. Es gilt dann:

$$\langle \hat{x}^2 \rangle \cdot \langle \hat{p}^2 \rangle = \frac{\hbar^2}{4} \quad (108)$$

Mit dem Virialtheorem folgt für einen harmonische Oszillator

$$E = \hbar\omega = \frac{1}{m_r} \langle \hat{p}^2 \rangle = \frac{\hbar^2}{4m_r \langle \hat{x}^2 \rangle} \quad (109)$$

und damit schließlich

$$\langle \hat{x}^2 \rangle = \frac{\hbar^2 c^2}{4m_r \cdot c^2 E}. \quad (110)$$

Aus der Beziehung $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ für einen harmonischen Oszillator folgt für k

$$k = \frac{m_r c^2}{\hbar^2 c^2} (\hbar\omega)^2 = \frac{m_r c^2}{\hbar^2 c^2} E^2. \quad (111)$$

N	Z	$E_{2_1^+}{}^a)$ [MeV]	$E_{3_1^-}{}^a)$ [MeV]	$E_{2_1^+} + E_{3_1^-}$ [MeV]	$E_{1_1^-}{}^b)$ [MeV]	$E_{2_1^+} + E_{3_1^-} - E_{1_1^-}$ [MeV]	$\sqrt{(R_c - R_v)^2}$ [fm]	k [$\frac{MeV}{fm^2}$]
60	48	0.633	2.202	2.835	2.678	0.157	0.379	4.66
62	48	0.658	2.079	2.737	2.650	0.087	0.377	4.65
64	48	0.618	2.005	2.623	2.506	0.117	0.384	4.24
66	48	0.558	1.958	2.516	2.456	0.060	0.385	4.14
68	48	0.513	1.922	2.435	2.478	-0.043	0.380	4.29

Tabelle 15: Zusammenstellung der Anregungsenergien $E_{2_1^+}$, $E_{3_1^-}$, der Summe dieser Energien $E_{2_1^+} + E_{3_1^-}$, der Anregungsenergie $E_{1_1^-}$, der Differenz $E_{2_1^+} + E_{3_1^-} - E_{1_1^-}$ und der nach (110) bzw. (111) berechneten Größen $\sqrt{(R_c - R_v)^2}$ bzw. k für die Cd-Isotope.

^{a)} vgl. Tabelle 11 und Zitate dort.

^{b)} vgl. Tabelle 11 und Zitate dort. Der Wert für ^{108}Cd ist [GaBe03] entnommen.

N	Z	$E_{2_1^+}{}^a)$ [MeV]	$E_{3_1^-}{}^a)$ [MeV]	$E_{2_1^+} + E_{3_1^-}$ [MeV]	$E_{1_1^-}{}^b)$ [MeV]	$E_{2_1^+} + E_{3_1^-} - E_{1_1^-}$ [MeV]	$\sqrt{(R_c - R_v)^2}$ [fm]	k [$\frac{MeV}{fm^2}$]
66	50	1.294	2.266	3.560	3.334	0.226	0.475	3.69
68	50	1.230	2.325	3.555	3.270	0.285	0.456	3.93
70	50	1.171	2.400	3.571	3.279	0.292	0.436	4.32
72	50	1.141	2.493	3.634	3.359	0.275	0.414	4.90
74	50	1.132	2.602	3.734	3.490	0.244	0.392	5.68

Tabelle 16: Zusammenstellung der Anregungsenergien $E_{2_1^+}$, $E_{3_1^-}$, der Summe dieser Energien $E_{2_1^+} + E_{3_1^-}$, der Anregungsenergie $E_{1_1^-}$, der Differenz $E_{2_1^+} + E_{3_1^-} - E_{1_1^-}$ und der nach (110) bzw. (111) berechneten Größen $\sqrt{(R_c - R_v)^2}$ bzw. k für die Sn-Isotope. k wurde unter der Annahme eines $N_c = Z_c = 50$ -Core berechnet.

^{a)} vgl. Tabelle 11 und Zitate dort.

^{b)} vgl. Tabelle 11 und Zitate dort.

N	Z	$E_{2_1^+}{}^a)$ [MeV]	$E_{3_1^-}{}^a)$ [MeV]	$E_{2_1^+} + E_{3_1^-}$ [MeV]	$E_{1_1^-}{}^b)$ [MeV]	$E_{2_1^+} + E_{3_1^-} - E_{1_1^-}$ [MeV]	$\sqrt{(R_c - R_v)^2}$ [fm]	k [$\frac{MeV}{fm^2}$]
70	52	0.564	2.200	2.764	2.592	0.172	0.363	4.90
72	52	0.603	2.294	2.897	2.747	0.150	0.351	5.58
74	52	0.666	2.386	3.052	2.898	0.154	0.339	6.30
78	52	0.839	2.730	3.569	3.568	0.001	0.302	9.78

Tabelle 17: Zusammenstellung der Anregungsenergien $E_{2_1^+}$, $E_{3_1^-}$, der Summe dieser Energien $E_{2_1^+} + E_{3_1^-}$, der Anregungsenergie $E_{1_1^-}$, der Differenz $E_{2_1^+} + E_{3_1^-} - E_{1_1^-}$ und der nach (110) bzw. (111) berechneten Größen $\sqrt{(R_c - R_v)^2}$ bzw. k für die Te-Isotope.

^{a)} vgl. Tabelle 11 und Zitate dort.

^{b)} vgl. Tabelle 11 und Zitate dort.

N	Z	$B(E2) \uparrow^a$ [$10^4 e^2 fm^4$]	N_B^b	$\frac{B(E2) \uparrow}{N_B^b}$ [$10^4 e^2 fm^4$]	N_B^c	$\frac{B(E2) \uparrow}{N_B^c}$ [$10^4 e^2 fm^4$]
56	48	0.41(11)	4	0.1025(275)	23	0.0178(48)
58	48	0.41(2)	5	0.0820(40)	22	0.0186(9)
60	48	0.43(2)	6	0.0717(33)	21	0.0205(10)
62	48	0.45(2)	7	0.0643(29)	20	0.0225(10)
64	48	0.51(2)	8	0.0638(25)	19	0.0268(11)
66	48	0.545(2)	9	0.0606(22)	18	0.0303(11)
68	48	0.56(2)	8	0.0700(25)	17	0.0329(12)
70	48	0.568(44)	7	0.0811(63)	16	0.0355(28)
72	48	0.48(6)	6	0.0800(100)	15	0.0320(40)
74	48	0.58(27)	5	0.1160(540)	14	0.0414(193)

Tabelle 18: Zusammenstellung der $B(E2) \uparrow$ -Werte und der auf die Bosonenzahl N_B normierten $B(E2) \uparrow$ -Werte für die Cd-Isotope. N_B^b ist unter der Annahme der N=50-82 Schale als Neutronenvalenzschale und der Z=28-50 Schale als Protonenvalenzschale berechnet. N_B^c ist unter der Annahme einer N=28-82 Schale als Neutronenvalenzschale und einer Z=28-82 Schale als Protonenvalenzschale berechnet.

^{a)} aus [RaNe01].

N	Z	$B(E2) \uparrow^a$ [$10^4 e^2 fm^4$]	N_B^b	$\frac{B(E2) \uparrow}{N_B^b}$ [$10^4 e^2 fm^4$]	N_B^c	$\frac{B(E2) \uparrow}{N_B^c}$ [$10^4 e^2 fm^4$]
62	50	0.24(1)	6	0.0400(23)	-	-
64	50	0.24(5)	7	0.0343(71)	-	-
66	50	0.21(6)	8	0.0261(75)	-	-
68	50	0.21(8)	7	0.0299(114)	-	-
70	50	0.202(4)	6	0.0337(7)	-	-
72	50	0.192(4)	5	0.0384(8)	-	-
74	50	0.166(4)	4	0.0415(10)	-	-

Tabelle 19: Zusammenstellung der $B(E2) \uparrow$ -Werte und der auf die Bosonenzahl N_B normierten $B(E2) \uparrow$ -Werte für die Sn-Isotope. N_B^b ist unter der Annahme der N=50-82 Schale als Neutronenvalenzschale und der Z=50-82 Schale als Protonenvalenzschale berechnet.

^{a)} aus [RaNe01].

N	Z	$B(E2) \uparrow^a$ [$10^4 e^2 fm^4$]	N_B^b	$\frac{B(E2) \uparrow}{N_B^b}$ [$10^4 e^2 fm^4$]	N_B^c	$\frac{B(E2) \uparrow}{N_B^c}$ [$10^4 e^2 fm^4$]
68	52	0.77(16)	8	0.0963(200)	19	0.0405(84)
70	52	0.660(6)	7	0.0943(9)	18	0.0367(3)
72	52	0.568(6)	6	0.0947(10)	17	0.0334(4)
74	52	0.475(10)	5	0.0950(20)	16	0.0297(6)
76	52	0.383(6)	4	0.0958(15)	15	0.0255(4)
78	52	0.295(7)	3	0.0983(23)	14	0.0211(5)

Tabelle 20: Zusammenstellung der $B(E2) \uparrow$ -Werte und der auf die Bosonenzahl N_B normierten $B(E2) \uparrow$ -Werte für die Te-Isotope. N_B^b ist unter der Annahme der N=50-82 Schale als Neutronenvalenzschale und der Z=50-82 Schale als Protonenvalenzschale berechnet. N_B^c ist unter der Annahme einer N=28-82 Schale als Neutronenvalenzschale und einer Z=28-82 Schale als Protonenvalenzschale berechnet.

^{a)} aus [RaNe01].

N	Z	E_{RR} [MeV]	$E_{1_1^-}$ [MeV]	σ_0 [MeV mb]	$B(E1; 0_{GS}^+ \rightarrow GDR)$ [$e^2 fm^2$]	$B(E1; 0_{GS}^+ \rightarrow 1_1^-)$ [$10^{-3} e^2 fm^2$]	δH_{2Ph} [MeV]
60	48	15.81	2.678	1685	26.5	2.49(10)	0.127(3)
62	48	15.81	2.650	1685	26.5	2.35(5)	0.124(8)
64	48	15.81	2.506	1685	26.5	1.65(8)	0.105(3)
66	48	15.81	2.456	1685	26.5	2.12(36)	0.119(5)
68	48	15.81	2.478	1685	26.5	1.82(11)	0.110(3)

Tabelle 21: Zusammenstellung der Daten zur Berechnung von δH_{2Ph} für die Cd-Isotope. δH_{2Ph} ist nach (84) aus Abschnitt 4.4 berechnet. Die Daten zur Riesenresonanz sind [DiBe88] entnommen. In [DiBe88] sind nur Werte für natürliches Cadmium aufgeführt. Diese Werte wurden für alle hier betrachteten Cd-Isotope verwendet.

N	Z	E_{RR} [MeV]	$E_{1_1^-}$ [MeV]	σ_0 [MeV mb]	$B(E1; 0_{GS}^+ \rightarrow GDR)$ [$e^2 fm^2$]	$B(E1; 0_{GS}^+ \rightarrow 1_1^-)$ [$10^{-3} e^2 fm^2$]	δH_{2Ph} [MeV]
66	50	15.56	3.334	1630	26.042	6.55(65)	0.194(10)
68	50	15.44	3.270	1635	26.325	7.25(57)	0.202(8)
70	50	15.37	3.279	1770	28.629	7.60(53)	0.197(7)
72	50	15.41	3.359	1648	26.586	7.16(54)	0.198(7)
74	50	15.28	3.490	1558	25.348	6.08(66)	0.183(10)

Tabelle 22: Zusammenstellung der Daten zur Berechnung von δH_{2Ph} für die Sn-Isotope. δH_{2Ph} ist nach (84) aus Abschnitt 4.4 berechnet. Die Daten zur Riesenresonanz sind [DiBe88] entnommen.

N	Z	E_{RR} [MeV]	$E_{1_1^-}$ [MeV]	σ_0 [MeV mb]	$B(E1; 0_{GS}^+ \rightarrow GDR)$ [$e^2 fm^2$]	$B(E1; 0_{GS}^+ \rightarrow 1_1^-)$ [$10^{-3} e^2 fm^2$]	δH_{2Ph} [MeV]
70	52	15.24	2.592	2022	26.5	3.03(63)	0.121(13)
72	52	15.24	2.747	2022	26.5	2.25(19)	0.103(4)
74	52	15.17	2.898	2023	26.5	2.52(30)	0.107(6)
78	52	15.17	3.568	2023	26.5	0.69(11)	0.053(4)

Tabelle 23: Zusammenstellung der Daten zur Berechnung von δH_{2Ph} für die Te-Isotope. δH_{2Ph} ist nach (84) aus Abschnitt 4.4 berechnet. Die Daten zur Riesenresonanz sind [DiBe88] entnommen. Da nur für ^{124}Te und ^{126}Te Werte für σ_0 und E_{RR} vorliegen, wurden diese Werte auch für ^{122}Te bzw. ^{128}Te verwendet.

N	Z	β_2	β_3	δH_V [MeV]
60	48	0.1752(41)	0.181(6)	0.147
62	48	0.1770(39)	0.156(9)	0.135
64	48	0.1862(37)	0.152(6)	0.147
66	48	0.1903(35)	0.160(9)	0.162
68	48	0.1906(34)	0.138(8)	0.151

Tabelle 24: Zusammenstellung der Daten zur Berechnung von δH_V für die Cd-Isotope. Zu β_2 und β_3 vgl. Tabelle 12. δH_V ist nach (87) aus Abschnitt 4.4 berechnet.

N	Z	β_2	β_3	δH_V [MeV]
66	50	0.1118(16)	0.1518(103)	0.078
68	50	0.1105(21)	0.1393(62)	0.072
70	50	0.1075(11)	0.1370(89)	0.070
72	50	0.1036(11)	0.1205(66)	0.061
74	50	0.0953(11)	0.1056(72)	0.050

Tabelle 25: Zusammenstellung der Daten zur Berechnung von δH_V für die Sn-Isotope. Zu β_2 und β_3 vgl. Tabelle 13. δH_V ist nach (87) aus Abschnitt 4.4 berechnet.

N	Z	β_2	β_3	δH_V [MeV]
70	52	0.1847(8)	0.132(22)	0.142
72	52	0.1695(9)	0.130(22)	0.125
74	52	0.1534(16)	0.123(22)	0.106
78	52	0.1184(14)	0.088(15)	0.061

Tabelle 26: Zusammenstellung der Daten zur Berechnung von δH_V für die Te-Isotope. Zu β_2 und β_3 vgl. Tabelle 14. δH_V ist nach (87) aus Abschnitt 4.4 berechnet.

Literatur

- AcBa81** K. Ackermann, K. Bangert, U.E.P. Berg, G. Junghans, R.K.M. Schneider, R. Stock and K. Wienhard. *Ground State Dipole Transitions in ^{58}Ni* . Nucl. Phys. **A 372**, (1981) 1.
- AlAl55** G. Alaga, K. Alder, A. Bohr and B.R. Mottelson. *Instensity rules for beta and gamma transitions to nuclear rotational states*. Dan. Mat. Fys. Medd. **29 no. 9** (1955) 1.
- AnKo01** W. Andrejtscheff, C. Kohstall, P. von Brentano, C. Fransen, U. Kneissl, N. Pietralla, H. H. Pitz. *New Evidence for the E1 Core Polarization in Spherical Nuclei*. Phys. Lett. **B506**, (2001) 239.
- ApBr84** A. Aprahamian, D.S. Brenner, R.F. Casten, R.L. Gill, A. Piotrowski, and K. Heyde. *Observation of 0^+ States in ^{118}Cd and the Systematics of Intruder States*. Phys. Lett. **140B**, (1984) 22.
- ApBr87** A. Aprahamian, D.S. Brenner, R.F. Casten, R.L. Gill, and, A. Piotrowski, *First Observation of Near-Harmonic Vibrational Nucleus*. Phys. Rev. Lett. **59**, (1987) 535.
- Babi01** M. Babilon. *Untersuchung von Dipol- und Quadrupolanregungen unterhalb der Neutronenschwelle im Kern ^{32}S in Kernresonanzfluoreszenzerperimenten*. Diploma Thesis, Darmstadt (2001).
- BaBr00** F. Bauwens, J. Bryssinck, D. De Frenne, K. Govaert, L. Govor, M. Hagemann, J. Heyse, E. Jacobs, W. Mondelaers and V.Yu. Ponomarev. *Dipole transitions to bound states in ^{56}Fe and ^{58}Ni* . Phys. Rev. C **61** (2000) 024302.
- BaRe03** D. Bandyopadhyay, C.C. Reynolds, C. Fransen, N. Boukharouba, M.T. McElistrem, and S.W. Yates, *Quadrupole-octupole coupled states in ^{114}Cd* . Phys. Rev. C **68** (2003) 014324 .
- Bauw00** F. Bauwens, PhD Thesis, Gent (2000).
- Beli97** D. Belic. *Erprobung und Eichung eines sektorierten Ge-Compton-Polarimeters*. Diploma Thesis, Stuttgart, unpublished, (1997).
- Berg85** U.E.P. Berg, Habilitation Thesis , Giessen, unpublished, (1985).
- BiFr01** R. Bijker, A. Frank. *Randomly interacting bosons, Mean-Fields and $L = 0$ Ground States*. Proceedings of the International Symposium on Nuclear Structure Physics, 5-8 March (2001), Editors: R. Casten, J. Jolie, U. Kneissl, P. Lieb, World Scientific (2001) 155.

- BoRi84** D. Bohle, A. Richter, W. Steffen, A.E.L. Dieperink, N. Lo Iudice, F. Palumbo and O. Scholten. *New Magnetic Dipole Excitation Mode Studied in the Heavy Deformed Nucleus ^{156}Gd by Inelastic Electron Scattering*. Phys. Lett. **B137** (1984) 27.
- BoMo57** A. Bohr and R. Mottelson. *Electric Dipole Moment Associated with Octupole Vibrations of a Spheroidal Nuclues*. Nuclear Physcis **4** (1957) 529.
Electric Dipole Moment Associated with Octupole Vibrations of a Spheroidal Nuclues (Additional remarks). Nuclear Physcis **9** (1959) 687.
- BoMo75** A. Bohr, B. Mottelson. *Nuclear Structure, Volume II*. W.A. Benjamin, Inc., Massachusetts, London, Amsterdam, Don Mills, Ontario, Sydney, Tokyo, (1976).
- BrGo99** J. Bryssinck, L. Govor, D. Belic, F. Bauwens, O. Beck, P. von Brentano, D. De Frenne, T. Eckert, C. Fransen, K. Govaert, R.-D. Herzberg, E. Jacobs, U. Kneissl, H. Maser, A. Nord, N. Pietralla, H.H. Pitz, V. Yu. Ponomarev and V. Werner. *Uniform properties of $J^\pi = 1^-$ two-phonon states in the semimagic even-even tin isotopes $^{116,118,120,122,124}\text{Sn}$* . Phys. Rev. C **59** (1999) 1930.
- BrGo00** J. Bryssinck, L. Govor, V.Yu. Ponomarev, D. Belic, F. Bauwens, O. Beck, P. von Brentano, D. De Frenne, T. Eckert, C. Fransen, K. Govaert, R.-D. Herzberg, E. Jacobs, U. Kneissl, H. Maser, A. Nord, N. Pietralla, H.H. Pitz and V. Werner. *Systematic study of electric quadrupole excitations in the stable even mass Sn isotopes*. Phys. Rev. C **61** (2000) 024309.
- CaJo92** R.F. Casten, J. Jolie, H.G. Börner, D.S. Brenner, N.V. Zamfir, W.-T. Chou, and A. Aprahamian. *The enigma of ^{114}Cd . A classical case of ambiguities in quantum mechanical state mixing*. Phys. Lett. **B 297** (1992) 19.
- Cast90** R.F. Casten, *Nuclear Structure from a simple perspective*, Oxford University Press, New York, Oxford, (1990).
- Cast93** R.F. Casten (editor). *Algebraic Approaches to Nuclear Structure*. Harwood academic publishers, (1993).
- ChSt84** T. Chapuran, R. Starr, R. Vodhanel and M.K. Brussel. *Bound-state dipole strength in ^{56}Fe* . Phys. Rev. C **30** (1984) 54.
- CoBr00** F. Corminboeuf, T.B. Brown, L. Genilloud, C.D. Hannant, J. Jolie, J. Kern, N. Warr, and S.W. Yates. *Characterization of Three-Phonon States in ^{110}Cd* . Phys. Rev. Lett. **84** (2000) 4060.
- CoBr00a** F. Corminboeuf, T.B. Brown, L. Genilloud, C.D. Hannant, J. Jolie, J. Kern, N. Warr, and S.W. Yates. *Structures and lifetimes of states in ^{110}Cd* . Phys. Rev. C **63** (2000) 014305.

- DeBl90** A. Degener, C. Bläsing, R.D. Heil, A. Jung, U. Kneissl, H.H. Pitz, H. Schacht, S. Schennach, R. Stock and C. Wesselborg. *Dipole excitations in ^{48}Ti studied by nuclear resonance fluorescence*. Nucl. Phys. **A 513** (1990) 29.
- DeDr93** M. Délèze, S. Drissi, J. Kern, P.A. Tercier, J.P. Vorlet, J. Rikovska, T. Otsuka, S. Judge, A. Williams. *Systematic study of the mixed ground-state and "intruder" bands in $^{110,112,114}\text{Cd}$* . Nucl. Phys. **A551** (1993) 269.
- DiBe88** S.S. Dietrich, B.L. Berman. *Atlas of Photoneutron Cross Sections obtained with Monoenergetic Photons*. At. Data Nucl. Data Tables **38** (1988) 199.
- EcBe97** T. Eckert, O. Beck, J. Besserer, P. von Brentano, R. Fischer, R.-D. Herzberg, U. Kneissl, J. Margraf, H. Maser, A. Nord, N. Pietralla, H.H. Pitz, S.W. Yates and A. Zilges. *Dipole excitations in transitional nucleus ^{144}Nd studied in photon scattering experiments*. Phys. Rev. C **56** (1997) 1256.
- EnBr98** J. Enders, P. von Brentano, J. Eberth, R.-D. Herzberg, N. Huxel, H. Lenske, P. von Neumann-Cosel, N. Nicolay, N. Pietralla, H. Prade, J. Reif, A. Richter, C. Schlegel, R. Schwengner, S. Skoda, H.G. Thomas, I. Wiedenhöver, G. Winter, A. Zilges. *Photon scattering off ^{52}Cr : Two-phonon $E1$ strength at the $N=28$ shell closure*. Nucl. Phys. **A 636** (1998) 139.
- FaHa59** L.W. Fagg, S.S. Hanna. *Polarization Measurements on Nuclear Gammas Rays*. Rev. Mod. Phys. **31** (1959) 711.
- Fire96** R.B. Firestone. *Table of Isotopes, Volume I*. Eighth Edition, John Wiley&Sons, New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore, (1996).
- Fran00** C. Fransen, PhD Thesis, Cologne, unpublished, (2000); and to be published.
- FrPi03** C. Fransen, N. Pietralla, Z. Ammar, D. Bandyopadhyay, N. Boukharouba, P. von Brentano, A. Dewald, J. Gableske, A. Gade, J. Jolie, U. Kneissl, S.R. Leshner, A.F. Lisetzkiy, M.T. McEllistrem, M. Merrick, H.H. Pitz, N. Warr, V. Werner, and S.W. Yates. *Comprehensive studies of low-spin collective excitations in ^{94}Mo* . Phys. Rev. C **67** (2003) 023407.
- GaJo02** A. Gade, J. Jolie, and P. von Brentano. *First observation of the intruder band in ^{108}Cd* . Phys. Rev. C **65** (2002) 041305(R).
- GaBr02** A. Gade and P. von Brentano, *Evidence for the complete quadrupole-octupole coupled multiplet in ^{108}Cd* . Phys. Rev. C **66** (2002) 014304.
- GaBe03** A. Gade, D. Belic, P. von Brentano, C. Fransen, H. von Garrel, J. Jolie, U. Kneissl, C. Kohstall, A. Linnemann, H.H. Pitz, M. Scheck, F. Stedile and V. Werner. *Dipole excitations in ^{108}Cd* . Phys. Rev. C **67** (2003) 034304.

- Gade02** A. Gade. *Multiphononanregungen in ^{108}Cd , ^{66}Zn und ^{142}Ce* . PhD Thesis, Köln (2002).
- GaLe99** P.E. Garrett, H. Lehmann, J. Jolie, C.A. McGrath, Minfang Yeh, and S.W. Yates *Quadrupole-octupole coupled states in ^{112}Cd* . Phys. Rev. C **59** (1999) 2455.
- GaVa90** R.A. Gatenby, J.R. Vanhoy, E.M. Baum, E.L. Johnson, S.W. Yates, B. Fazekas, Á. Veres, and G. Molnár, *Fast E1 transitions and evidence for octupole-octupole and quadrupole-octupole excitations in ^{144}Sm* . Phys. Rev. C **41** (1990) R414.
- Garr04** H. von Garrel. *Dipolstärkeverteilungen in $^{124,126,128,129,130,131,132,134,136}\text{Xe}$: Suche nach dem E(5)-Phasenübergang*. PhD Thesis, Stuttgart (2004).
- GeNe94** W. Geiger, Zs. Németh, I. Bauske, P. von Brentano, R.D. Heil, R.-D. Herzberg, U. Kneissl, J. Margraf, H. Maser, N. Pietralla, H.H. Pitz, C. Wesselborg, A. Zilges. *Low-lying dipole excitations in the isotopes $^{113,114}\text{Cd}$* . Nucl. Phys. A **580** (1994) 263.
- GeNe95** R. Georgii, P. von Neumann-Cosel, T. von Egidy, M. Grinberg, V.A. Khitrov, J. Ott, P. Prokofjevs, A. Richter, W. Schauer, C. Schlegel, R. Schulz, L.J. Simonova, Ch. Stoyanov, A.M. Sukhovoj, A.V. Vojnov. *Unusual neutron-capture gamma-ray cascade in ^{124}Te : A fingerprint of octupole-coupled multiphonon states*. Phys. Lett. B **351** (1995) 82.
- GoGo94** K. Govaert, L. Govor, E. Jacobs, D. De Frenne, W. Mondelaers, K. Persyn, M.L. Yoneama, U. Kneissl, J. Margraf, H.H. Pitz, K. Huber, S. Lindenstruth, R. Stock, K. Heyde, A. Vdovin, V. Yu Ponomarev. *Observation of a 1^- two phonon $2^+ \otimes 3^-$ excitation in ^{116}Sn and ^{124}Sn* . Phys. Lett. B **335** (1994) 113.
- HaEn00** T. Hartmann, J. Enders, P. Mohr, K. Vogt, S. Volz, and A. Zilges. *Measurement of the Dipole and Electric Quadrupole Strength Distribution up to 10 MeV in the Doubly Magic Nuclei ^{40}Ca and ^{48}Ca* . Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 274.
- Heat98** R.L. Heath. *Gamma-Ray Spectrum Catalogue*. Fourth Edition, Idaho National Engineering & Environmental Laboratory (1998).
- HeBa95** R.-D. Herzberg, I. Bauske, P. von Brentano, Th. Eckert, R. Fischer, W. Geiger, U. Kneissl, J. Margraf, H. Maser, N. Pietralla, H.H. Pitz, A. Zilges. *Lifetimes of two-phonon 1^- states in even $N = 82$ nuclei* Nucl. Phys. A **592** (1995) 211.
- HeBr97** R.-D. Herzberg, P. von Brentano, J. Eberth, J. Enders, R. Fischer, N. Huxel, T. Klemme, P. von Neumann-Cosel, N. Nicolay, N. Pietralla, V. Yu. Ponomarev, J. Reif, A. Richter, C. Schlegel, R. Schwengner, S. Skoda, H.G. Thomas, I. Wiedenhöver, G. Winter, A. Zilges. *Fine structure of the E1 response in ^{140}Ce below the particle threshold*. Phys. Lett. B **390** (1997) 49.

- HeFr99** R.-D. Herzberg, C. Fransen, P. von Brentano, J. Eberth, J. Enders, A. Fitzler, L. Käubler, H. Kaiser, P. von Neumann-Cosel, N. Pietralla, V.Yu. Ponomarev, H. Prade, A. Richter, H. Schnare, R. Schwengner, S. Skoda, H.G. Thomas, H. Tiesler, D. Weisshaar, and I. Wiedenhöver. *Resolved dipole strength below the E1 giant resonance in ^{138}Ba* . Phys. Rev. C **60** (1999) 051307.
- HeIs82** K. Heyde, P. van Isacker, M. Waroquier, G. Wenes, and M. Sambataro. *Description of low-lying levels in $^{112,114}\text{Cd}$* . Phys. Rev. C **25** (1982) 3160.
- Iach85** F. Iachello *Local Versus Global Isospin Symmetry in Nuclei*. Phys. Lett. B **160B** (1985) 1.
- IsHe86** P. Van Isacker, K. Heyde, J. Jolie, And A. Severin. *The F-Spin Symmetric Limits of the Neutron-Proton Interacting Boson Model*. ANNALS OF PHYSICS **171** (1986) 253.
- JoLe95** J. Jolie, H. Lehmann. *On the influence of the O(5) symmetry on shape coexistence in atomic nuclei*. Phys. Lett. **B 342** (1995) 1.
- KaWa03** M. Kadi, N. Warr, P. E. Garret, J. Jolie, S.W. Yates. *Vibrational and intruder structures in ^{116}Cd* . Phys. Rev. C **58** (2003) 0310306(R).
- KaSc00** L. Käubler, H. Schnare, R. Schwengner, P. von Brentano, F. Dönau, J. Enders, A. Fitzler, C. Fransen, M. Grinberg, E. Grosse, R.-D. Herzberg, H. Kaiser, P. von Neumann-Cosel, N. Pietralla, H. Prade, A. Richter, S. Skoda, Ch. Stoyanov, H.-G. Thomas, H. Tiesler, D. Weisshaar, I. Wiedenhöver. *Is the 4.742 MeV state in ^{88}Sr the 1^- two-phonon state?* Eur. Phys. J. A **7** (2000) 15.
- KeBr90** J. Kern, A. Bruder, S. Drissi, V. A. Ionescu, and D. Kusnezov. *Study of ^{110}Cd by the $^{108}\text{Pd}(\alpha, 2n\gamma)$ reaction*. Nucl. Phys. **A512** (1990) 1.
- KiSp02** T. Kibedi and R.H. Spear. *Reduced Electric-Octupole Transition Probabilities, $B(E3; 0_1^+ \leftarrow 3_1^-)$ -an Update*. At. Data Nucl. Data Tables **80** (2002) 35.
- KnPi96** U. Kneissl, H.H. Pitz, and A. Zilges. *Investigation of Nuclear Structure by Resonance Fluorescence Scattering*. Prog. Part. Nucl. Phys. **37** (1996) 349.
- Knol89** G.F. Knoll. *Radiation Detection and Measurement*. Second Edition, John Wiley&Sons, New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore, (1989).
- Kohs04** C. Kohstall, diese Arbeit, (2004).
- LeGa96** H. Lehmann, P.E. Garrett, J. Jolie, C.A. McGrath, Minfang Yeh, S.W. Yates. *On the nature of three-phonon excitations in ^{112}Cd* . Phys. Lett. **B 387** (1996) 259.
- LeJo95** H. Lehmann, J. Jolie. *The U(5)-O(6) model: an analytical approach to shape coexistence*. Nucl. Phys. **A 588** (1995) 623.

- LeNo99** H. Lehmann, A. Nord, A.E. de Almeida Pinto, O. Beck, J. Besserer, P. von Brentano, S. Drissi, T. Eckert, R.-D. Herzberg, D. Jäger, J. Jolie, U. Kneissl, J. Margraf, H. Maser, N. Pietralla and H.H. Pitz. *Dipole excitations in the vibrational nucleus ^{112}Cd* . Phys. Rev. C **60** (1999) 024308.
- LoPa79** N. Lo Iudice, F. Palumbo. *Positive Parity Isovector Collective States in Deformed Nuclei*. Nucl. Phys. **A326** (1979) 193.
- MaPi96** H. Maser, N. Pietralla, P. von Brentano, R.-D. Herzberg, U. Kneissl, J. Margraf, H.H. Pitz and A. Zilges. *Observation of the 1^+ scissors mode in the γ -soft nucleus ^{134}Ba* . Phys. Rev. C **54** (1996) R2129.
- Mase98** H. Maser. *Untersuchung niedrigliegender, kollektiver Dipolanregungen der schweren gg -Kerne ^{168}Er , ^{134}Ba und ^{140}Ce* . PhD Thesis, Stuttgart (1998).
- Maye84** T. Mayer-Kuckuk. *Kernphysik* 4. Auflage, Teubner Verlag, Stuttgart (1984).
- Metz59** F.R. Metzger. *Resonance Fluorescence in Nuclei*. Progr. in Nucl. Phys. **7** (1959) 54.
- Metz69** F.R. Metzger. *Width of 2.186-MeV 1^- Level in Nd^{144}* . Phys. Rev. **187** (1969) 1700.
- Metz72** F.R. Metzger. *Radiative Widths of Spin-1 Levels in the Zn Isotopes*. Nucl. Phys. **A 189** (1972) 409.
- Metz74a** F.R. Metzger. *Resonant scattering of bremsstrahlung by ^{90}Zr* Phys. Rev. C **9** (1974) 1525.
- Metz74b** F.R. Metzger, Proc. of the Int. Conf. on Nuclear Structure and Spectroscopy, Vol. I, Amsterdam 1974, Scholar's Press Amsterdam (1974) 209
- Metz75** F.R. Metzger. *Spin and width of the 4744 keV level of ^{88}Sr* . Phys. Rev. C **11** (1975) 2085.
- Metz76** F.R. Metzger. *Low-lying E1 transitions in the stable even Sm isotopes*. Phys. Rev. C **14** (1976) 543.
- Metz77** F.R. Metzger. *Lifetimes of excited states of ^{92}Mo* . Phys. Rev. C **15** (1977) 193.
- Metz78** F.R. Metzger. *Nuclear resonance fluorescence in ^{136}Ba* . Phys. Rev. C **18** (1978) 2138.
- Metz78a** F.R. Metzger. *Nuclear resonance fluorescence in ^{142}Nd* . Phys. Rev. C **18** (1978) 1603.
- Metz78b** F.R. Metzger. *Nuclear resonance fluorescence in ^{144}Sm* . Phys. Rev. C **17** (1978) 939.

- NoEn03** A. Nord, J. Enders, A.E. de Almeida Pinto, D. Belic, P. von Brentano, C. Fransen, U. Kneissl, C. Kohstall, A. Linnemann, P. von Neumann-Cosel, N. Pietralla, H.H. Pitz, A. Richter, F. Stedile, and V. Werner. *Low-energy photon scattering experiments off $^{151,153}\text{Eu}$, ^{163}Dy , and ^{165}Ho and the systematics of the $M1$ scissors mode in odd-mass rare-earth nuclei.* Phys. Rev. C **67** (2003) 034307.
- PaDe99** A. Pandoh, R. Devi, and S.K. Khosa. *Microscopic insight into the vibrational nature of $^{114,116}\text{Cd}$.* Phys. Rev. C **60** (1999) 047302.
- PiBa95** N. Pietralla, I. Bauske, O. Beck, P. von Brentano, W. Geiger, R.-D. Herzberg, U. Kneissl, J. Margraf, H. Maser, H.H. Pitz, A. Zilges. *Absolute level widths in ^{27}Al below 4 MeV.* Phys. Rev. C **51** (1995) 1021
- PiBe98** N. Pietralla, D. Belic, P. von Brentano, C. Fransen, R.-D. Herzberg, U. Kneissl, H. Maser, P. Matschinsky, A. Nord, T. Otsuka, H.H. Pitz, V. Werner and I. Wiedenhöver. *Isovector quadrupole excitations in the valence shell of the vibrator nucleus ^{136}Ba : Evidence from photon scattering experiments.* Phys. Rev. C **58** (1998) 796.
- PiFr99** N. Pietralla, C. Fransen, D. Belic, P. von Brentano, C. Frißner, U. Kneissl, A. Linnemann, A. Nord, H.H. Pitz, T. Otsuka, I. Schneider, V. Werner, I. Wiedenhöver. *Transition rates between mixed symmetry states: First measurements in ^{94}Mo .* Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 1303.
- Piet99** N. Pietralla. *Empirical correlation between two-phonon $E1$ transition strengths in vibrational nuclei.* Phys. Rev. C **59** (1999) 2941.
- PiFr00** N. Pietralla, C. Fransen, P. von Brentano, U. Kneissl, H.H. Pitz, *Identification of Mixed-Symmetry One- and Two-Phonon States in ^{94}Mo . Capture Gamma-Ray Spectroscopy and Related Topics*, AIP Conference Proceedings 529, ed. S. Wender (2000) 74.
- PiHe90** H.H. Pitz, R.D. Heil, U. Kneissl, S. Lindenstruth, U. Seemann, R. Stock, C. Wesselborg, A. Zilges, P. von Brentano, S.D. Hoblit and A.M. Nathan. *Low-energy Photon Scattering off $^{142,146,148,150}\text{Nd}$: An investigation in the mass region of a nuclear shape transition.* Nucl. Phys. **A 509** (1990) 587.
- PoSt98** V.Yu. Ponomarev, Ch. Stoyanov, N. Tsneva, M. Grinberg. *Boson forbidden low-energy $E1$ -transitions in spherical nuclei.* Nucl. Phys. **A635** (1998) 470.
- RaNe01** S. Raman, C.W. Nestor, JR., and P. Tikkanen. *Transition Probability from the Ground to the First-Excited 2^+ State of Even-Even Nuclides.* At. Data Nucl. Data Tables **78** (2001) 1.
- Rasm76** V.K. Rasmussen. *Mean lives and other properties of some levels in Ti .* Phys. Rev. C **13** (1976) 631.

- RiSc00** P. Ring, P. Schuck. *The Nuclear Many-Body Problem*. 2nd printing, Springer, Berlin, Heidelberg, New York, Barcelona, Hong Kong, London, Milan, Paris, Singapore, Tokyo, (2000)
- Ruec82** D. Rück, Diploma Thesis, Giessen, unpublished (1982).
- Schi51** L.I. Schiff. *Energy-angle distribution of thin target bremsstrahlung*. Phys. Rev. **83** (1951) 252.
- Schl92** B. Schlitt. *Die Polarisationsempfindlichkeit eines Compton-Polarimeters*. Diploma Thesis, Justus-Liebig-Universität Gießen (1992).
- ScMa94** B. Schlitt, U. Maier, H. Friedrichs, S. Albers, I. Bauske, P. von Brentano, R.D. Heil, R.-D. Herzberg, U. Kneissl, J. Margraf, H.H. Pitz, C. Wesselborg, and A. Zilges. *A Sectored Ge-Compton-Polarimeter for Parity Assignments in Photon Scattering Experiments*. Nucl. Inst. and Meth. Phys. Res. **A337** (1994) 416.
- ScWi97** R. Schwengner, G. Winter, W. Schauer, M. Grinberg, F. Becker, P. von Brentano, J. Eberth, J. Enders, T. von Egidy, R.-D. Herzberg, N. Huxel, L. Käubler, P. von Neumann-Cosel, N. Nicolay, J. Ott, N. Pietralla, H. Prade, S. Raman, J. Reif, A. Richter, C. Schlegel, H. Schnare, T. Servene, S. Skoda, T. Steinhardt, C. Stoyanov, H.G. Thomas, I. Wiedenhöver, A. Zilges. *Two-phonon $J = 1$ states in even-mass Te isotopes with $A = 122 - 130$* . Nucl. Phys. **A 620** (1997) 277.
- SmPi00** N.A. Smirnova, N. Pietralla, T. Mizusaki, P. Van Isacker. *Interrelation between the isoscalar octupole phonon and proton-neutron mixed-symmetry quadrupole phonon in near-spherical nuclei*. Nucl. Phys. **A678** (2000) 235.
- Stru57** V. Strutinski. *Remarks on nuclei of reflection asymmetry*. Journ. Nucl. Energy **4** (1957) 523.
- Swan77** C.P. Swann. *Electric dipole and quadrupole ground state transitions in ^{138}Ba from $^{138}\text{Ba}(\gamma, \gamma)$ and $^{138}\text{Ba}(\gamma, \gamma')$* . Phys. Rev. C **15** (1977) 1967.
- Targ87** J. Stein, F. Poss. *Mate 381 User Manual Target Systemelectronic*, Köln (1987).
- Wied04** H.A. Weidenmüller. *Chaos in Atomkernen*. Physik Journal März 2004 (2004) 41.
- WiRa96** M. Wilhelm, E. Radermacher, A. Zilges, and P. von Brentano. *Direct proof of the two-phonon character of the dipole excitations in ^{142}Nd and ^{144}Sm around 3.4 MeV*. Phys. Rev. C **54** (1996) R449.
- ZiBr92** A. Zilges, P. von Brentano, and A. Richter. *Admixture of the giant dipole resonance to low lying 1^- -states in heavy nuclei*. Z. Phys. A **341** 489.

Eigene Veröffentlichungen

In Kollaborationen mit anderen Arbeitsgruppen sind die folgenden Veröffentlichungen entstanden.

- AnKo01** W. Andrejtscheff, C. Kohstall, P. von Brentano, C. Fransen, U. Kneissl, N. Pietralla, H. H. Pitz. *New Evidence for the E1 Core Polarization in Spherical Nuclei*. Phys. Lett. **B506**, (2001) 239.
- BrGo02** J. Bryssinck, L. Govor, F. Bauwens, D. Belic, P. von Brentano, D. De Frenne, C. Fransen, A. Gade, E. Jacobs, U. Kneissl, C. Kohstall, A. Linnemann, A. Nord, N. Pietralla, H.H. Pitz, M. Scheck, F. Stedile, and V. Werner *Low-energy electromagnetic excitation strength in ^{121}Sb and ^{123}Sb* Phys. Rev. C **65** (2002), 024313, 1.
- GaBe03** A. Gade, D. Belic, P. von Brentano, C. Fransen, H. von Garrel, J. Jolie, U. Kneissl, C. Kohstall, A. Linnemann, H.H. Pitz, M. Scheck, F. Stedile and V. Werner. *Dipole excitations in ^{108}Cd* . Phys. Rev. C **67** (2003) 034304.
- GaPi04** A. Gade, N. Pietralla, N.A. Smirnova, P. von Brentano, D. Belic, C. Fransen, U. Kneissl, C. Kohstall, A. Linnemann, H.H. Pitz, M. Scheck, F. Stedile, V. Werner. *Investigation of dipole excitations in ^{142}Ce using resonant photon scattering*. Phys. Rev. C **69** (2004) 054321, 1.
- GaBr** H. von Garrel, P. von Brentano, C. Fransen, A. Gade, J. Jolie, F. Käppeler, L. Käubler, U. Kneissl, C. Kohstall, A. Linnemann, P. von Neumann-Cosel, N. Pietralla, H.H. Pitz, G. Rusev, M. Scheck, K.D. Schilling, R. Schwengner, F. Stedile, S. Walter, V. Werner, K. Wisshak *First Nuclear Resonance Fluorescence Experiments Using Enriched High-Pressure Xenon Targets*. BgNS Transactions, in press.
- KaSc02** L. Käubler, K.D. Schilling, R. Schwengner, F. Dönau, E. Grosse, D. Belic, P. von Brentano, M. Bubner, C. Fransen, M. Grinberg, U. Kneissl, C. Kohstall, A. Linnemann, P. Matschinsky, A. Nord, N. Pietralla, H.H. Pitz, M. Scheck, F. Stedile, and V. Werner. *The influence of the $N=50$ neutron-core on dipole excitations in ^{87}Rb* Phys. Rev. C **65** (2002) 054315, 1.
- KoFr98** C. Kohstall, S. Fritzsche, B. Fricke, W.-E. Sepp. *Calculated Level Energies, Transition Probabilities, and Lifetime of Silicon-Like Ions*. At. Data Nucl. Data Tables **70** (1998) 63.
- KoBe00** C. Kohstall, D. Belic, P. von Brentano, C. Fransen, R.-D. Herzberg, J. Jolie, U. Kneissl, H. Lehmann, A. Linnemann, P. Matschinsky, A. Nord, N. Pietralla, H.H. Pitz, V. Werner, S.W. Yates. *Systematics of dipole excitations in the stable $^{110,111,112,113,114,116}\text{Cd}$ isotopes*. BgNS Transactions Vol. 5 No. 1 (2000) 179.

- KoBe00a** C. Kohstall, D. Belic, P. von Brentano, C. Fransen, R.-D. Herzberg, J. Jolie, U. Kneissl, H. Lehmann, A. Linnemann, P. Matschinsky, A. Nord, N. Pietralla, H.H. Pitz, M. Scheck, F. Stedile, V. Werner, S.W. Yates *Low-Lying Dipole Excitations in the Stable Cd-Isotopes: A Systematics*. Physics of Atomic Nuclei **64** (2001) 1143.
- LiPi04** T.C. Li, N. Pietralla, C. Fransen, H. von Garrel, U. Kneissl, C. Kohstall, A. Linnemann, P. von Neumann-Cosel, H.H. Pitz, G. Rainovski, A. Richter, M. Scheck, F. Stedile, P. von Brentano, V. Werner. *One-Phonon $2_{1,ms}^+$ Mixed-Symmetry State of ^{148}Sm observed in Nuclear Resonance Fluorescence*. Phys. Rev. C, to be published.
- NoEn03** A. Nord, J. Enders, A.E. de Almeida Pinto, D. Belic, P. von Brentano, C. Fransen, U. Kneissl, C. Kohstall, A. Linnemann, P. von Neumann-Cosel, N. Pietralla, H.H. Pitz, A. Richter, F. Stedile, and V. Werner. *Low-energy photon scattering experiments off $^{151,153}\text{Eu}$, ^{163}Dy , and ^{165}Ho and the systematics of the $M1$ scissors mode in odd-mass rare-earth nuclei*. Phys. Rev. C **67** (2003) 034307.
- ScBe02** M. Scheck, D. Belic, P. von Brentano, C. Fransen, A. Gade, J. Jolie, U. Kneissl, C. Kohstall, A. Linnemann, A. Nord, H.H. Pitz, F. Stedile, V. Werner. *Systematics of dipole excitations in the stable $^{134,135,136,137,138}\text{Ba}$ isotopes*. BgNS Transactions Vol. 7 No. 1 (2002) 188.
- ScBe03** M. Scheck, D. Belic, P. von Brentano, J.J. Carroll, A. Gade, H. von Garrel, U. Kneissl, C. Kohstall, A. Linnemann, N. Pietralla, H.H. Pitz, F. Stedile, R. Toman, and V. Werner. *Photon scattering experiments off ^{176}Hf and the systematics of low-lying dipole modes in the stable even-even Hf isotopes $^{176,178,180}\text{Hf}$* . Phys. Rev. C **67** (2003) 064313, 1.
- ScBr** M. Scheck, P. von Brentano, C. Fransen, A. Gade, H. von Garrel, J. Jolie, U. Kneissl, C. Kohstall, A. Linnemann, N. Pietralla, H.H. Pitz, F. Stedile, S. Walter, V. Werner. *Low-Lying Dipole Excitations in Nuclei in the Mass Regions of the New Dynamical Symmetries*. Physics of Atomic Nuclei, in press.
- ScGa04** M. Scheck, H. von Garrel, N. Tsoneva, D. Belic, P. von Brentano, C. Fransen, A. Gade, J. Jolie, U. Kneissl, C. Kohstall, A. Linnemann, A. Nord, N. Pietralla, H.H. Pitz, F. Stedile, C. Stoyanov, and V. Werner *Dipole strength distributions in the stable Ba isotopes $^{134,135,136,137,138}\text{Ba}$: A study in the mass region of a nuclear shape transition* Phys. Rev. C (2004), in press
- StFi01** F. Stedile, E. Fill, D. Belic, P. von Brentano, A. Gade, C. Fransen, U. Kneissl, C. Kohstall, A. Linnemann, P. Matschinsky, A. Nord, N. Pietralla, H.H. Pitz, M. Scheck, V. Werner. *Low-lying dipole excitations in the odd-proton, mid-shell nucleus ^{103}Rh* . Phys. Rev. C **63** (2001) 024320, 1.
- StFi01a** F. Stedile, E.E. Fill, D. Belic, P. von Brentano, C. Fransen, U. Kneissl, Ch. Kohstall, A. Linnemann, P. Matschinsky, A. Nord, N. Pietralla, H.H. Pitz, M. Scheck,

- V. Werner. *Generating Inversion on a Nuclear System: Photo-Pumping of ^{103}Rh* . J. Phys. IV France **11** (2001) Pr2 271.
- WaBr** S. Walter, P. von Brentano, C. Fransen, A. Gade, H. von Garrel, J. Jolie, F. Käppeler, L. Käubler, U. Kneissl, C. Kohstall, A. Linnemann, P. von Neumann-Cosel, N. Pietralla, H.H. Pitz, G. Rusev, M. Scheck, K.D. Schilling, R. Schwengner, F. Stedile, V. Werner, K. Wisshak. *Photon Scattering Experiments on the Stellar Thermometer ^{176}Lu* . BgNS Transactions, in press.
- WeBe02** V. Werner, D. Belic, P. von Brentano, C. Fransen, A. Gade, H. von Garrel, J. Jolie, U. Kneissl, C. Kohstall, A. Linnemann, A.F. Lisetskiy, N. Pietralla, H.H. Pitz, M. Scheck, K.-H. Speidel, F. Stedile, and S.W. Yates. *Proton-neutron structure of the $N=52$ nucleus ^{92}Zr* . Phys. Lett. B **550** (2002) 140.

Danksagung

Während meines Physikstudiums und den folgenden Jahren haben mich eine Vielzahl von Menschen begleitet, die mein Denken und Handeln prägten. Ihnen möchte ich ganz herzlich danken.

Mein besonderer Dank gilt Prof. Dr. Ulrich Kneißl für die Aufnahme am Institut für Strahlenphysik. Prof. Kneißl hat mich an die interessanten Fragestellungen der Kernstrukturphysik herangeführt. Er hat meine Arbeit stets aufmerksam verfolgt und begleitet. Prof. Dr. Ulrich Weiß danke ich für die Übernahme des Mitberichts.

Für die Betreuung meiner Arbeit am Institut für Strahlenphysik, die vielen physikalischen Diskussionen und die Bereitschaft meine Fragen zu beantworten danke ich Dr. Heinz Hermann Pitz. Die Durchführung der KRF-Experimente war erst durch die gute Zusammenarbeit innerhalb der KRF-Gruppe möglich. Dafür danke ich Dr. D. Belic, Dr. H. von Garrel, M. Kreutz, Dr. A. Nord, Dipl. Phys. F. Stedile und Dipl. Phys. S. Walter. Für viele fruchtbare Diskussionen danke ich insbesondere Dipl. Phys. Marcus Scheck. Die angenehme Atmosphäre in der KRF Arbeitsgruppe wurde getragen durch ein Miteinander, das weit über die rein berufliche Zusammenarbeit hinausging. An dieser Stelle möchte ich insbesondere Frau Kneißl für die häufige und stets hervorragende Verköstigung in ihrem Heim danken.

Die erfolgreiche Zusammenarbeit mit den Arbeitsgruppen aus Köln und Rossendorf trug wesentlich zum Gelingen der KRF-Experimente bei. Ich möchte dafür Dr. C. Fransen, Dr. A. Gade, Dr. L. Käubler, Dipl. Phys. A. Linnemann, Cand. Phys. D. Mücher, Prof. Dr. N. Prietalla, Dipl. Phys. G. Rusev, Dr. K.D. Schilling, Cand. Phys. C. Scholl und Dr. R. Schwengner herzlich danken. Dr. Volker Werner danke ich für die vielen guten Diskussionen.

Ebenso wichtig wie das gute Klima in der KRF Gruppe war für mich das gute Verhältnis zu den anderen Mitgliedern des Instituts für Strahlenphysik. Mein Dank gilt den Mitgliedern der Mechanikwerkstatt unter Leitung von W. Namyslak und den Mitgliedern der Elektronikwerkstatt unter Leitung von K. Heinrich. J. Elling, Dipl. Ing. H. Hollick, J. Lefèvre, R. Rehwagen und E. Wagner gewährleisteten die Funktion des Dynamitrons und damit die Durchführbarkeit der Experimente. Während meiner Zeit am IFS sorgten Betina Grützner und Cornelia Hauser für frischen Wind im Sekretariat. Für die Administration des Computersystems danke ich Dr. M. Fey, Dr. M. Jäger und Dr. R. Kunz. Dr. Michael Fey möchte ich darüber hinaus für viele gute physikalische und nicht physi-

kalische Gespräche danken. Die Kaffeerunde war für mich ein wichtiger Bestandteil des Tagesablaufs am IFS. Von den "Mitgliedern" der Kaffeerunde wurden noch nicht erwähnt: Dipl. Phys. M. Beuttler, Dipl. Phys. A. Feyh, H. Paulus und Dr. B. Schattat.

Von den vielen interessanten Menschen, die ich während meines Studiums und meiner Promotion kennenlernte möchte ich insbesondere folgenden Personen danken: Dr. G. Klose, Dr. R. Wirth, Dr. J. Starke, Dipl. Math. J. Bach, Dr. R. Wawer, Dr. C.M. Granzow, Prof. Dr. A. Kamlah, Prof. Dr. H.J. Schmidt, Dr. D. Geschke, Dr. K. Schulze und H. Kornfeld.

Ich möchte Silke Plieninger, Stefan Schmidt und Carla, Mona und Edda für die vielen angenehmen Abende in Böblingen danken. Maja und Dieter Schattat danke ich für die stets offene Tür. Meiner Familie danke ich für den Rückhalt, den sie mir gibt. Insbesondere möchte ich meine Geschwister Dorothee, Ursula und Markus Kohstall mit ihren Familien und meinen Onkel Bernhard Kohstall nennen. Meiner Schwester Dorothee schulde ich Dank für das Korrekturlesen meiner Arbeit.

Mein besonderer Dank gilt aber meinen Eltern Agnes und Hans Kohstall für die von ihnen in vielerlei Form gewährte Unterstützung.

Meiner Kollegin Dr. Beate Schattat möchte ich für einen regen Gedankenaustausch danken. Meiner Freundin Beate Schattat danke ich für viel mehr.

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name: Christoph Kohstall
Geburtsdatum: 28.11.1967
Geburtsort: Siegburg
Familienstand: ledig

Schulbesuch

1974 - 1978 Grundschule Wallenhorst/Hollage
1978 - 1980 Orientierungsstufe Thomas Morus Schule, Osnabrück
1980 - 1984 Realschule Thomas Morus Schule, Osnabrück
1984 - 1987 Fachgymnasium Technik der berufsbildenden Schulen
des Landkreises Osnabrück
Juni 1987 Allgemeine Hochschulreife
1987 - 1988 Grundwehrdienst

Studium

1988 - 1991 Physikstudium an der Universität Osnabrück
Januar 1991 Diplomvorprüfung
1991 - 1996 Physikstudium an der Universität Stuttgart
Januar 1996 Abschluß des Physikstudiums,
Diplomarbeit am Institut für theoretische Physik
und Synergetik
1996 - 1998 Wissenschaftlicher Angestellter im
Fachbereich Physik der Universität Kassel
1998 - 2004 Wissenschaftlicher Angestellter im
Fachbereich Physik der Universität Stuttgart