

# **Zur Zuverlässigkeitsanalyse von Massivbrücken für außergewöhnliche Bedrohungsszenarien**

Von der Fakultät Bau- und Umweltingenieurwissenschaften der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.) genehmigte Abhandlung.

Vorgelegt von

Vazul Boros

aus Kecskemét, Ungarn

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. Balthasar Novák

Mitberichter: Prof. Dipl.-Ing. Msc. Dr. phil. Dr. techn. Konrad Bergmeister

Tag der mündlichen Prüfung:

7. August 2012

Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren der Universität Stuttgart

2012



## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Balthasar Novák am Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren der Universität Stuttgart.

Mein ganz besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Balthasar Novák für die Anregung zu dieser Arbeit, seiner wohlwollenden Förderung sowie der menschlichen Unterstützung.

Herrn Prof. Dipl.-Ing. Msc. Dr. phil. Dr. techn. Konrad Bergmeister danke ich sehr für die Übernahme des Mitberichts, die intensive Durchsicht und die Unterstützung meiner Arbeit. Für die Übernahme des Vorsitzes innerhalb des Promotionsausschusses danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Christian Moormann sehr herzlich.

Ein weiterer Dank gilt den Mitgliedern des Instituts für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren für die stets harmonische kollegiale Zusammenarbeit. Ins Besondere danke ich Herrn Andreas Pritschow und Herrn Sven Priestaff für die anregenden fachlichen Diskussionen.

Schließlich bedanke ich mich von ganzen Herzen bei meiner Familie für ihre liebevolle und bedingungslose Unterstützung in all den Jahren.

Stuttgart, 8. August 2012

*Vazul Boros*



# Inhaltsverzeichnis

## Abkürzungen und Bezeichnungen

1	Einleitung .....	1
1.1	Motivation .....	1
1.2	Zielsetzung .....	1
2	Grundlagen der Zuverlässigkeitstheorie von Tragwerken .....	3
2.1	Einführung.....	3
2.2	Mathematische Grundlagen.....	3
2.2.1	Verteilungsfunktionen .....	3
2.2.2	Methoden der Parameterschätzung .....	8
2.2.3	Anpassungstest .....	9
2.3	Begriffe der Zuverlässigkeitstheorie .....	10
2.3.1	Grenzzustände .....	10
2.3.2	Versagenswahrscheinlichkeit .....	11
2.3.3	Zuverlässigkeitsindex.....	12
2.4	Zeitabhängige Zufallsprozesse .....	16
2.4.1	Stochastische Prozesse .....	17
2.4.2	Ferry Borges-Castanheta Modell .....	19
2.4.3	Superposition von Lastprozessen .....	20
2.5	Zuverlässigkeit von Systemen.....	22
2.5.1	Seriensysteme.....	22
2.5.2	Parallelsysteme.....	24
2.6	Methoden der Zuverlässigkeitsanalyse .....	24
2.6.1	Einteilung der Methoden .....	24
2.6.2	Momentenmethode .....	27
2.6.3	Methoden der Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung.....	28
2.6.4	Methoden der Zuverlässigkeitstheorie II. Ordnung .....	31
2.6.5	Numerische Integration .....	31
2.6.6	Monte-Carlo-Methode.....	32
2.7	Zielwerte der Tragwerkszuverlässigkeit .....	35

3	Auswahl der untersuchten Brückenbauwerke und Szenarien .....	41
3.1	Einführung.....	41
3.2	Einfeldträger als Spannbetonplatte.....	41
3.2.1	Bauwerksbeschreibung.....	41
3.2.2	Untersuchte Szenarien.....	42
3.3	Durchlaufträger als Spannbeton Plattenbalken .....	43
3.3.1	Bauwerksbeschreibung.....	43
3.3.2	Brückenpfeiler .....	44
3.3.3	Untersuchte Szenarien.....	45
4	Modellierung der Basisvariablen .....	47
4.1	Einführung.....	47
4.2	Einwirkungen .....	47
4.2.1	Eigengewicht.....	47
4.2.2	Stützensenkung.....	48
4.2.3	Linearer Temperaturunterschied .....	49
4.2.4	Einwirkungen aus Wind .....	49
4.2.5	Einwirkungen aus Straßenverkehr .....	54
4.3	Widerstände.....	72
4.3.1	Beton .....	72
4.3.2	Betonstahl.....	76
4.3.3	Spannstahl .....	78
4.3.4	Geometrische Toleranzen.....	80
4.4	Modellunsicherheiten .....	82
4.4.1	Allgemeines.....	82
4.4.2	Einwirkungsseite .....	83
4.4.3	Widerstandsseite.....	84
4.5	Zusammenfassung der Basisvariablen .....	85

5	Ermittlung der Tragwerkszuverlässigkeit .....	87
5.1	Einführung.....	87
5.2	Untersuchte Grenzzustände.....	87
5.2.1	Berücksichtigung des Betrachtungszeitraumes.....	87
5.2.2	Grenzzustand der Biegetragfähigkeit des Überbaus .....	88
5.2.3	Grenzzustand der Querkrafttragfähigkeit des Überbaus .....	89
5.2.4	Grenzzustand des Pfeilerwiderstandes .....	89
5.2.5	Versagen nach mehreren Grenzzuständen .....	90
5.3	Zeitlich veränderliche Einwirkungen .....	94
5.3.1	Ermittlung der Einwirkungen aus Wind.....	94
5.3.2	Ermittlung der Extremwerte der Einwirkungen aus Verkehr.....	96
5.3.3	Kombination von zeitlich veränderlichen Einwirkungen.....	101
5.4	Beschreibung der Monte-Carlo-Simulation .....	104
5.4.1	Einführung.....	104
5.4.2	Genauigkeit der direkten Monte-Carlo-Methode.....	104
5.4.3	Importanzstichprobenwahl .....	106
5.4.4	Methode der Modellunsicherheiten.....	107
5.4.5	Systemzuverlässigkeit .....	111
5.5	Analytische Näherung .....	111
5.5.1	Einführung.....	111
5.5.2	Parameterschätzung.....	112
5.5.3	Näherung der Schnittgrößen.....	116
5.5.4	Systemzuverlässigkeit .....	126
5.6	Berücksichtigung der nichtlinearen Tragwerksreserven .....	126
5.6.1	Einführung.....	126
5.6.2	Berücksichtigung der Korrelation zwischen benachbarten Querschnitten ....	127
5.6.3	Systemzuverlässigkeit .....	129
5.7	Näherung mittels Traglastiteration.....	129
5.7.1	Einführung.....	129
5.7.2	Einführung des Verkehrslastfaktors .....	130
5.7.3	Verwendete Straßenverkehrslastmodelle .....	131
5.7.4	Untersuchte Grenzzustände.....	133

6	Ergebnisse der Zuverlässigkeitsanalyse .....	134
6.1	Einführung.....	134
6.2	Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation.....	134
6.2.1	Ergebnisse für die Zuverlässigkeit .....	134
6.2.2	Genauigkeit .....	138
6.2.3	Risikoanalyse .....	140
6.3	Ergebnisse der analytischen Näherung .....	144
6.3.1	Ergebnisse für die Zuverlässigkeit .....	144
6.3.2	Wichtungsfaktoren und Korrelationskoeffizienten .....	145
6.4	Ergebnisse der Traglastiteration.....	147
6.4.1	Ergebnisse für den Verkehrslastfaktor .....	147
6.4.2	Näherung des Zuverlässigkeitsindex mittels Verkehrslastfaktor .....	149
6.5	Berücksichtigung der nichtlinearen Tragwerksreserven .....	152
6.5.1	Ergebnisse für die Zuverlässigkeit .....	152
6.5.2	Ergebnisse für den Verkehrslastfaktor .....	153
7	Zusammenfassung und Ausblick .....	156
7.1	Zusammenfassung .....	156
7.2	Ausblick .....	159
	Lebenslauf	
	Anhang I	
	Anhang II	
	Anhang III	
	Anhang IV	
	Anhang V	
	Anhang VI	

# Abkürzungen und Bezeichnungen

## Wahrscheinlichkeitsrechnung

$P(A)$	Wahrscheinlichkeit des Eintretens des Ereignisses $A$
$E[X]$	Erwartungswert der Zufallsgröße $X$ ( $E[X] = m_1 = \mu$ )
$Var[X]$	Varianz der Zufallsgröße $X$ ( $Var[X] = \sigma^2$ )
$Cov[X, Y]$	Kovarianz der Zufallsgrößen $X$ und $Y$
$C_x$	Matrix der Kovarianzen des Zufallsvektors $X$
$m_k$	$k$ -tes Moment einer Zufallsgröße
$\hat{m}_k$	$k$ -tes empirisches Moment der Stichprobe einer Zufallsgröße
$\mu$	Mittelwert einer Zufallsgröße
$\hat{\mu}$	empirischer Mittelwert der Stichprobe einer Zufallsgröße
$\sigma$	Standardabweichung einer Zufallsgröße
$\hat{\sigma}$	empirische Standardabweichung der Stichprobe einer Zufallsgröße
$\xi$	Anteil der Verteilungsfunktion einer Zufallsgröße bei Mischverteilungen
$v$	Variationskoeffizient einer Zufallsgröße
$\hat{v}$	empirischer Variationskoeffizient einer Zufallsgröße
$\gamma$	Schiefe einer Zufallsgröße
$\rho$	Korrelationskoeffizient von zwei Zufallsgrößen
$\hat{\rho}$	empirischer Korrelationskoeffizient der Stichprobe von zwei Zufallsgrößen
$F_x(x)$	Verteilungsfunktion der Zufallsgröße $X$
$f_x(x)$	Verteilungsdichtefunktion der Zufallsgröße $X$
$\Phi(x)$	Kumulative Verteilungsfunktion für die standardisierte Normalverteilung
$\varphi(x)$	Verteilungsdichtefunktion für die standardisierte Normalverteilung
$\varphi_2(x, y, \rho)$	Verteilungsdichtefunktion der zweidimensionalen standardisierten Normalverteilung
$F_x^{-1}(x)$	Umkehrfunktion der Verteilungsfunktion $F_x(x)$
$F_{ML}$	Likelihood-Funktion
$\alpha$	Signifikanzniveau eines Anpassungstest
$B(x, y)$	Betafunktion
$\Gamma(x)$	Gammafunktion

# Zuverlässigkeitsanalyse

FOSM	First Order Second Moment Method, Momentenmethode
FORM	First Order Reliability Method, Methode der Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung
SORM	Second Order Reliability Method, Methode der Zuverlässigkeitstheorie II. Ordnung
$T$	Bezugszeitraum, Nutzungsdauer
$t$	Zeit
$V$	Versagensbereich, unsicherer Bereich
$S$	Überlebensbereich, sicherer Bereich
$E$	Beanspruchung, Einwirkung
$R$	Widerstand, Tragfähigkeit
$g(x)$	Grenzzustandsfunktion, negativ für $E > R$
$I[g(x) \leq 0]$	Indikatorfunktion, ergibt im Versagensbereich $V$ den Wert 1 und im Überlebensbereich $S$ den Wert 0
$P_f$	operative Versagenswahrscheinlichkeit
$P_s$	Überlebenswahrscheinlichkeit
$\alpha_E$	Wichtungsfaktor, Sensibilitätsfaktor nach Zuverlässigkeitsmethode I. Ordnung für die Einwirkungsseite
$\alpha_R$	Wichtungsfaktor, Sensibilitätsfaktor nach Zuverlässigkeitsmethode I. Ordnung für die Widerstandsseite
$\beta$	Zuverlässigkeitsindex
$\beta_C$	Sicherheitsindex nach Cornell
$\gamma_G$	Teilsicherheitsbeiwert für ständige Einwirkungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit
$\gamma_{GA}$	Teilsicherheitsbeiwert für ständige Einwirkungen in der außergewöhnlichen Bemessungssituation
$\gamma_Q$	Teilsicherheitsbeiwert für veränderliche Einwirkungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit
$\gamma_P$	Teilsicherheitsbeiwert der Vorspannung im Grenzzustand der Tragfähigkeit
$\gamma_{PA}$	Teilsicherheitsbeiwert der Vorspannung in der außergewöhnlichen Bemessungssituation
$\varphi_{0i}$	Kombinationsbeiwert für die Ermittlung des Kombinationswertes einer Einwirkung
$\varphi_{1i}$	Kombinationsbeiwert für die Ermittlung des häufigen Wertes einer Einwirkung

$\varphi_{2i}$	Kombinationsbeiwert für die Ermittlung des quasi-ständigen Wertes einer Einwirkung
$\nu^+(r)$	Niveaufreuzungsrate eines stochastischen Prozesses, mittlere Anzahl der Positiven Kreuzungen des Niveaus $r$ während der Zeiteinheit
$\alpha_{Qi}$	Anpassungsfaktor des Straßenverkehrslastmodells für das Tandemsystem
$\alpha_{qi}$	Anpassungsfaktor des Straßenverkehrslastmodells für gleichmäßig verteilte Last

## Materialkenngrößen

$f_{cm}$	Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit des Betons
$f_{ck}$	charakteristische Zylinderdruckfestigkeit des Betons nach 28 Tagen
$f_{cd}$	Bemessungswert der Zylinderdruckfestigkeit des Betons
$\alpha$	Abminderungsbeiwert zur Berücksichtigung von Langzeitwirkungen sowie zur Umrechnung zwischen Zylinderdruckfestigkeit und einaxialer Druckfestigkeit
$E_{c0m}$	mittlerer Elastizitätsmodul des Betons als Tangente im Ursprung der Spannungs-Dehnungslinie nach 28 Tagen
$\alpha_E$	Faktor zwischen Elastizitätsmodul des Betons und Kubikwurzel der Druckfestigkeit des Betons in $\text{N/mm}^2$
$\sigma_c$	Spannung im Beton
$\varepsilon_c$	Dehnung des Betons
$\varepsilon_{c2}$	die Dehnung des Betons beim Erreichen der Festigkeitsgrenze
$\varepsilon_{c2u}$	die maximale Dehnung des Betons
$f_{tk,cal}$	charakteristischer Wert der Zugfestigkeit des Betonstahls
$f_{yk}$	charakteristischer Wert der Streckgrenze des Betonstahls
$E_s$	Elastizitätsmodul für Betonstahl
$\varepsilon_{su}$	Stahldehnung unter Höchstlast
$f_{pk}$	charakteristischer Wert der Zugfestigkeit des Spannstahls
$f_{p0,1k}$	charakteristischer Wert der 0,1 %-Dehngrenze des Spannstahls
$E_p$	Elastizitätsmodul für Spannstahl
$\varepsilon_p^{(0)}$	Vordehnung des Spannstahls

## Sonstige Bezeichnungen

BAB	Bundesautobahn
DTV	Durchschnittlicher täglicher Verkehr (in beide Richtungen)
DTSV	Durchschnittlicher täglicher Schwerverkehr (in beide Richtungen)
FS	Fahrstreifen
PKW	Personenkraftwagen
LKW	Lastkraftwagen
LLKW	unbeladener Lastkraftwagen
SLKW	beladener Lastkraftwagen
$P_{Stau}$	Wahrscheinlichkeit, dass einem Fahrzeug, welches sich im Stau befindet, wieder ein Fahrzeug im Stau folgt
$P_{fließ}$	Wahrscheinlichkeit, dass einem Fahrzeug, welches sich im fließenden Verkehr befindet, wieder ein Fahrzeug im fließenden Verkehr folgt
$P_{FStau}$	Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Fahrzeug sich im Stau befindet
$a$	Lastausmitte
$\Delta t$	linearer Temperaturunterschied
$v_b$	mittlere Windgeschwindigkeit in 10 m Höhe über Gelände über 10 Minuten
$v_p$	Windböengeschwindigkeit
$q_b$	Basiswindgeschwindigkeitsdruck
$q_p$	Böenwindgeschwindigkeitsdruck
$\lambda$	effektive Schlankheit
$\varphi$	Völligkeitsgrad
$\theta_{EM}$	Faktor zur Berücksichtigung der Modellunsicherheiten für die Biegebeanspruchung
$\theta_{EV}$	Faktor zur Berücksichtigung der Modellunsicherheiten für die Querkraftbeanspruchung
$\theta_{RM}$	Faktor zur Berücksichtigung der Modellunsicherheiten für die Biegetragfähigkeit
$\theta_{RV}$	Faktor zur Berücksichtigung der Modellunsicherheiten für die Querkrafttragfähigkeit

## Eingeführte Bezeichnungen

$\hat{P}_f$	Schätzwert der operativen Versagenswahrscheinlichkeit
$\bar{P}_f$	Schätzung der operativen Versagenswahrscheinlichkeit aus der analytischen Näherung
$\dot{P}_f$	Näherung der operativen Versagenswahrscheinlichkeit bei Berücksichtigung der nichtlinearen Tragwerksreserven
$\bar{\beta}$	Schätzung des Zuverlässigkeitsindex aus der analytischen Näherung
$\dot{\beta}$	Näherung des Zuverlässigkeitsindex bei Berücksichtigung der nichtlinearen Tragwerksreserven
$\tilde{\beta}$	Schätzung des Zuverlässigkeitsindex aus dem Verkehrslastfaktor
$\gamma_L$	Verkehrslastfaktor
$\dot{\gamma}_L$	Verkehrslastfaktor bei Berücksichtigung der nichtlinearen Tragwerksreserven

## Zusammenfassung

Um eine kontinuierliche Nutzung des Bundesfernstraßennetzes gewährleisten zu können, müssen für kritische Elemente der Straßenverkehrsinfrastruktur, wie Brücken- und Tunnelbauwerke, potenzielle Bedrohungen identifiziert, deren Auswirkungen auf die Bauwerke bestimmt und Schutzmaßnahmen entwickelt werden. Im Rahmen der Arbeit wurde eine Methode entwickelt, mit der die Kritikalität von Massivbrücken, die einem bestimmten Bedrohungsszenario ausgesetzt sind, quantitativ beurteilt werden kann. Dies ermöglicht sowohl die Identifizierung kritischer Bauwerke, als auch die Bewertung von Schutzmaßnahmen.

Die Beurteilung der Kritikalität erforderte eine Zuverlässigkeitsanalyse zur Ermittlung der operativen Versagenswahrscheinlichkeit und des Zuverlässigkeitsindex. Als Grundlage für die Zuverlässigkeitsanalyse diente ein komplexes wahrscheinlichkeitstheoretisches Modell, in dem die maßgebenden Einflussgrößen der Beanspruchungen und Widerstände als Basisvariablen berücksichtigt wurden. Es wurden vier Straßenverkehrsvarianten unterschieden, die den gegenwärtigen und den prognostizierten Schwerverkehr im deutschen Bundesfernstraßennetz abbilden. Die entwickelte Methode wurde am Beispiel von zwei repräsentativen Bauwerken mit fünf Bedrohungsszenarien und zwei Referenzszenarien demonstriert. Diese Ergebnisse dienen auch zur Verifizierung und der Kalibrierung einer vereinfachten Schätzung für den Zuverlässigkeitsindex.

Den Kern der Zuverlässigkeitsanalyse bildete eine Näherung mittels Monte-Carlo-Simulation. Die Varianz der Näherung konnte hierbei effektiv reduziert werden, indem die Modellunsicherheitsfaktoren analytisch berücksichtigt wurden. Basierend auf den Ergebnissen der Monte-Carlo-Simulation wurde auch eine Näherung des Zuverlässigkeitsindex unter Berücksichtigung der nichtlinearen Tragwerksreserven des statisch unbestimmten Tragwerks entwickelt. Die Monte-Carlo-Simulation ermöglichte zudem eine exemplarische Risikoanalyse der Bedrohungsszenarien, deren Ergebnisse von Bauwerksbetreibern und -eigentümern für wichtige ethische und wirtschaftliche Entscheidungen bezüglich des Einsatzes von Schutzmaßnahmen herangezogen werden können. Die Berechnungen lieferten wichtige Erkenntnisse bezüglich der Kombination von zeitlich veränderlichen Einwirkungen sowie der Ermittlung der Zuverlässigkeit von Systemen, bei denen ein Versagen nach mehreren Grenzzuständen, zwischen denen Korrelationen bestehen, erfolgen kann.

Um eine vereinfachte Ermittlung der Kritikalität von Straßenbrücken zu ermöglichen, wurde als alternative Bewertungsgröße der Sicherheit der Verkehrslastfaktor eingeführt, der sich bereits mit semiprobabilistischen Berechnungsverfahren ermitteln lässt. Anhand der Ergebnisse der Beispielszenarien konnte eine Korrelation zwischen den beiden Indikatoren der Tragwerkssicherheit festgestellt werden. Dies diente als Grundlage für eine Schätzung des Zuverlässigkeitsindex auf Basis des Verkehrslastfaktors.

## Abstract

To maintain the uninterrupted operation of the road network, for critical members of the highway infrastructure, such as bridges and tunnels, potential hazards are to be identified, their effect on the structure is to be assessed and protection measures are to be developed. A method was introduced to attain a quantitative assessment of the criticality of concrete bridges, which are subject to a hazard scenario. This enables the identification of critical structures, as well as the evaluation of protection measures.

The assessment of criticality required a reliability analysis, in order to calculate the probability of failure and the reliability index. The reliability analysis was based on a complex probabilistic model, including basic variables considering both actions and resistances. Four traffic scenarios have been distinguished, accounting for the current and prognosticated traffic on German highways. The introduced method was demonstrated on the example of two representative bridges with five hazard and additional two reference scenarios. The attained results also served to verify and calibrate a simplified estimation for the reliability index.

An approximation by the Monte-Carlo method formed the core of the reliability analysis. The variance of the approximation could be reduced effectively, by considering the model uncertainty factors analytically. Based on the results of the Monte-Carlo simulation an approximation of the reliability index, considering also the additional safety due to the redistribution of moments in statically indeterminate structures, could be developed. The Monte-Carlo simulation also enabled a risk analysis of the different hazard scenarios. These results provide valuable tools for proprietors and operators of traffic infrastructure to reach important ethical and economic decisions regarding the application of protection measures. Interesting insights were made on the combination of different time-dependent actions and the assessment of the reliability index of systems with several correlated limit states.

To facilitate the assessment of criticality for highway bridges, the traffic load factor was introduced, as an alternative indicator of structural safety. This indicator can be calculated with semi probabilistic methods. Analysing the results of the investigated examples, a correlation between the two measures of structural safety could be observed. Based on this relationship an estimate was given for the reliability index using the traffic load factor.



# 1 Einleitung

## 1.1 Motivation

In 2008 wurde vom Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) das Verbundprojekt "Schutz kritischer Brücken und Tunnel im Zuge von Straßen" (SKRIBT) ins Leben gerufen. Ziel des Projektes war es, für kritische Elemente der Straßenverkehrsinfrastruktur, wie Brücken- und Tunnelbauwerke, mögliche Bedrohungen zu identifizieren, deren Auswirkungen auf die Bauwerke zu bestimmen und Schutzmaßnahmen zu entwickeln.

Im Verbundprojekt waren insgesamt 10 Partner beteiligt. Neben dem Aspekt der Tragwerksicherheit und Dauerhaftigkeit wurden ebenfalls Auswirkungen auf die Nutzer des Bauwerks sowie auf die Verkehrsinfrastruktur betrachtet. Bei Berücksichtigung dieser drei Gesichtspunkte war eine Methode zu entwickeln, die einen Vergleich von verschiedenen Bauwerkstypen und verschiedenen Bedrohungsszenarien ermöglicht und mit der jeder Bauwerk-Szenario-Kombination eine Kritikalität zugewiesen werden kann. Im Forschungsprojekt wurde ein Verfahren entworfen, das eine Synthese der Kritikalitätsbewertungsgrößen der drei Aspekte für die einzelnen Bedrohungsszenarien ermöglicht [1]. Für dieses Verfahren war somit eine der erforderlichen Eingangsgrößen die Kritikalität des Bauwerks, bezogen auf die Tragwerkssicherheit. Es musste daher eine geeignete Bewertungsgröße der Tragwerkssicherheit gefunden werden, die eine quantitative Beurteilung der Zuverlässigkeit des Tragwerks ermöglicht.

Eines der wichtigsten Ziele des Verbundvorhabens war, neben der Identifizierung kritischer Bauwerke, die Entwicklung von Schutzmaßnahmen. Dabei bieten die Einzelwerte zur Ermittlung der Kritikalität für die Tragwerkssicherheit eine geeignete Grundlage für die Beurteilung der Wirksamkeit der Schutzmaßnahmen. Für den Vergleich der Schutzmaßnahmen wurden im Rahmen des Projektes zusätzlich komplexe Wirksamkeits-Kosten Analysen herangezogen, um die jeweils optimale Maßnahme zu identifizieren.

Der Fokus der Untersuchungen lag im Forschungsprojekt auf Bedrohungsszenarien die in den gültigen Regelwerken bislang zum größten Teil unberücksichtigt blieben. Die untersuchten Bedrohungsszenarien umfassten extreme Naturereignisse, Terrorismus und kriminelle Handlungen sowie menschliches und technisches Versagen. Für diese Art von Beanspruchungen gibt es derzeit in den Normen keine etablierten Lastmodelle. Dies war bei der Ermittlung einer Kritikalitätsbewertungsgröße für die Tragwerkssicherheit zu berücksichtigen.

## 1.2 Zielsetzung

Es galt eine geeignete Bewertungsgröße für die Beurteilung der Kritikalität der Tragwerkssicherheit zu finden und eine Vorgehensweise zur Ermittlung dieses Indikators zu entwickeln. Die Untersuchungen des Instituts für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren fokussierten hierbei auf Brückenbauwerke. Die Beurteilung der Kritikalität von Tunneln wurde von anderen Projektpartnern durchgeführt. Der Schwerpunkt der Untersuchungen lag auf Massivbrücken, da etwa 81 % der mehr als 38.000 Brücken im Bundesfernstraßennetz Betonbrücken darstellen [2].

Eine geeignete Bewertungsgröße für die Beurteilung der Kritikalität der Tragwerkssicherheit ist der Zuverlässigkeitsindex des Bauwerks. Sowohl in DIN 1055-100:2001 [3] als auch in DIN EN 1990:2010 [4] wird im Anhang die Tragwerkszuverlässigkeit definiert und es werden Empfehlungen für Zielwerte des Zuverlässigkeitsindex angegeben. Die Regelwerke geben einen allgemeinen Überblick über die Methoden der Zuverlässigkeitsanalyse. Es gibt jedoch keine etablierten Verfahren zur Ermittlung der Tragwerkszuverlässigkeit. Es gibt zahlreiche

Forschungsprojekte im Bereich der Zuverlässigkeitsanalyse, diese beschränken sich jedoch meistens auf Untersuchungen zur Kalibrierung der Methode mit Teilsicherheitsbeiwerten und der Fokus liegt hierbei auf der Entwicklung eines Lastmodells oder Überprüfung von Kombinationsbeiwerten und Teilsicherheitsbeiwerten. Für die Beurteilung der Kritikalität von Straßenbrücken war es somit erforderlich eine Methode zu entwickeln, mit der die Bauwerkszuverlässigkeit von Massivbrücken für außergewöhnliche Beanspruchungen annähernd ermittelt werden kann. Diese Vorgehensweise hatte drei Kriterien zu erfüllen:

- Die Methodik sollte einen quantitativen Vergleich verschiedener außergewöhnlicher Beanspruchungen und Bauwerkstypen ermöglichen.
- Die Vorgehensweise sollte in der Lage sein, die zusätzlichen nichtlinearen Reserven von statisch unbestimmten Systemen abzuschätzen.
- Die Ergebnisse sollen möglichst genutzt werden können, um eine vereinfachte Abschätzung der Tragwerkszuverlässigkeit definieren und kalibrieren zu können.

Ziel der Arbeit war es, eine Methode zur Ermittlung der Tragwerkszuverlässigkeit zu entwickeln, das diesen drei Kriterien genügt. Die Eignung der Vorgehensweise zur Beurteilung der Tragwerkskritikalität sollte zudem an Beispielbauwerken und ausgewählten Bedrohungsszenarien demonstriert und verifiziert werden.

## 2 Grundlagen der Zuverlässigkeitstheorie von Tragwerken

### 2.1 Einführung

Dieses Kapitel bietet eine kurze Einführung in die Zuverlässigkeitstheorie von Tragwerken. Es werden die zur Verwendung kommenden wichtigsten Begriffe definiert und die Methoden der Zuverlässigkeitsanalyse vorgestellt.

Bauwerke müssen während ihrer gesamten geplanten Nutzungsdauer bestimmte Anforderungen mit einer hohen Wahrscheinlichkeit erfüllen. Diese können Anforderungen an die Tragfähigkeit, und die Gebrauchstauglichkeit oder an die Dauerhaftigkeit sein. Für die Planung und Bemessung von Bauwerken müssen diese Anforderungen in Form von Ungleichungen definiert werden, bei denen die Widerstände des Tragwerks (z. B. Querkrafttragfähigkeit, zulässige Verformung oder vorhandenen Betondeckung) nicht kleiner sein dürfen als die Einwirkungen auf das Tragwerk (z. B. Querkraftbeanspruchung, Durchbiegung, erforderliche Betondeckung). Sowohl Widerstände als auch Einwirkungen sind jedoch nicht exakt bekannt, sondern können nur annähernd ermittelt werden und unterliegen erheblichen Streuungen. Das Erfüllen einer Anforderung kann somit nur mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit gewährleistet werden. Gegenstand der Zuverlässigkeitstheorie ist es Methoden und Vorgehensweisen aufzuzeigen, die eine Ermittlung dieser Wahrscheinlichkeit ermöglichen.

### 2.2 Mathematische Grundlagen

Die Zuverlässigkeitsanalyse von Tragwerken baut stark auf die Zusammenhänge der mathematischen Statistik und der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf. Die wichtigsten Verteilungsfunktionen, die im Rahmen der Arbeit verwendet wurden, werden hier kurz beschrieben und die dazugehörigen Verteilungsfunktionen und Verteilungsdichten angegeben. Des Weiteren werden die gebräuchlichsten Methoden der Parameterschätzung für die Näherung mit Verteilungsfunktionen aufgeführt und die wichtigsten Anpassungstests zur Überprüfung der Näherung vorgestellt. Ziel ist es hierbei eine einheitliche Grundlage für die spätere Verwendung in der Zuverlässigkeitsanalyse zu schaffen und die Bezeichnungen, die in der Literatur oft sehr unterschiedlich sind, zu harmonisieren. Für weiterführende Literatur in der mathematischen Statistik wird im Speziellen auf die Werke von Hartung [5] und Sachs [6] verwiesen.

#### 2.2.1 Verteilungsfunktionen

##### 2.2.1.1 Normalverteilung

Die Normalverteilung oder Gauß-Verteilung ist eine der wichtigsten Verteilungen in der Wahrscheinlichkeitstheorie. Ihre Bedeutung verdankt sie der Tatsache, dass jede lineare Kombination von normalverteilten Zufallsvariablen ebenfalls normalverteilt ist und dass in der Natur und Technik häufig Größen beobachtet werden können, die einer Normalverteilung folgen [7]. Die Normalverteilung mit Erwartungswert  $\mu_x$  und Standardabweichung  $\sigma_x$  besitzt die Verteilungsdichte

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2\right)} \quad (1)$$

und die Verteilungsfunktion

$$F_x(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{u-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2\right)} du \quad (2)$$

### 2.2.1.2 Standardisierte Normalverteilung

Die standardisierte Normalverteilung ist eine Normalverteilung mit dem Erwartungswert  $\mu_x = 0$  und der Standardabweichung  $\sigma_x = 1$ . Sie besitzt die Verteilungsdichte

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{x^2}{2}\right)} \quad (3)$$

und die Verteilungsfunktion

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{\left(-\frac{u^2}{2}\right)} du \quad (4)$$

### 2.2.1.3 Bimodale Normalverteilung

Die bimodale Normalverteilung ist eine Mischverteilung aus zwei Normalverteilungen. Diese Verteilung zeigt zwei Dichtemittel, auch Modalwerte genannt, auf [6]. Die bimodale Normalverteilung besitzt die Verteilungsdichte

$$f_x(x) = \xi_1 \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu_1}{\sigma_1}\right)^2} + \xi_2 \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu_2}{\sigma_2}\right)^2} \quad (5)$$

Hierbei sind

$\mu_1, \mu_2$  die Erwartungswerte der ursprünglichen Normalverteilungen,

$\sigma_1, \sigma_2$  die Standardabweichungen der ursprünglichen Normalverteilungen

$\xi_1, \xi_2$  die Mischanteile für die ursprünglichen Normalverteilungen mit  $\xi_1 + \xi_2 = 1$ .

Bimodale Verteilungen werden insbesondere dann verwendet wenn, die untersuchte Größe in verschiedene Klassen oder Kategorien unterteilt werden kann, z. B. Versagensfälle aufgrund verschiedener Ursachen [8]. Eine Mischverteilung mit drei Modalwerten wird als trimodale Verteilung bezeichnet, alle Verteilungen mit mehr als einem Modalwert sind multimodale Verteilungen [6].

### 2.2.1.4 Mehrdimensionale Normalverteilung

Die mehrdimensionale Normalverteilung ist eine Verallgemeinerung der Normalverteilung auf mehrere Dimensionen. Die Verteilungsdichte der mehrdimensionalen Normalverteilung lautet:

$$f_m(x) = \frac{1}{2\pi^{\frac{m}{2}} \cdot |C_x|^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^m (x_i - \mu_i) c_{ij}^{-1} (x_j - \mu_j)} \quad (6)$$

Hierbei ist

$|C_x|$  die Determinante der Kovarianzmatrix,

$c_{ij}^{-1}$  die Element der inversen Matrix  $C_x^{-1}$  und

$\mu_i, \mu_j$  die Erwartungswerte der entsprechenden Dimensionen [7].

Die Verteilungsdichte der zweidimensional standardisierten Normalverteilung ergibt sich daraus zu:

$$\varphi_2(x_1, x_2, \rho) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{x_1^2 - 2\rho x_1 x_2 + x_2^2}{2(1-\rho^2)}} \quad (7)$$

Hierbei ist

$\rho$  der Korrelationskoeffizient von  $x_1$  und  $x_2$ .

Die mehrdimensionale Normalverteilung kommt in erster Linie bei der Kombination von korrelierten Zufallsvariablen zum Einsatz [7].

### 2.2.1.5 Logarithmische Normalverteilung

Die logarithmische Normalverteilung leitet sich aus der Normalverteilung ab: Ist die Zufallsgröße  $U$  normalverteilt mit Erwartungswert  $\mu_U$  und Standardabweichung  $\sigma_U$ , dann ist die Zufallsgröße  $X = e^U$  logarithmisch normalverteilt. Sie besitzt die Verteilungsfunktion

$$F_x(x) = \Phi\left(\frac{\ln(x) - \mu_U}{\sigma_U}\right) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_u \cdot x} e^{-\frac{(\ln(x) - \mu_u)^2}{2\sigma_u^2}} dx \quad (8)$$

und die Verteilungsdichte

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma_U x} \varphi\left(\frac{\ln(x) - \mu_U}{\sigma_U}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_u \cdot x} e^{-\frac{(\ln(x) - \mu_u)^2}{2\sigma_u^2}} \quad (9)$$

Sie besitzt den Erwartungswert

$$\mu_x = e^{\mu_u + \frac{\sigma_u^2}{2}} \quad (10)$$

und Standardabweichung

$$\sigma_x = \sqrt{e^{2\mu_u + \sigma_u^2} \cdot (e^{\sigma_u^2} - 1)} \quad (11)$$

Die logarithmische Normalverteilung eignet sich besonders für die Darstellung von Festigkeiten und anderen Materialeigenschaften [9] und Modellunsicherheiten [3].

### 2.2.1.6 Verallgemeinerte logarithmische Normalverteilung

Eine Verallgemeinerung der logarithmischen Normalverteilung bekommt man, in dem man es parallel zur x-Achse verschiebt, sodass der untere Grenzwert nicht bei  $x = 0$  liegt, sondern bei einem Wert  $x = x_0$  [7]. Die Verteilungsfunktion lautet dann:

$$F_x(x) = \Phi\left(\frac{\ln(x - x_0) - \mu_U}{\sigma_U}\right) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_u \cdot (x - x_0)} e^{-\frac{(\ln(x - x_0) - \mu_u)^2}{2\sigma_u^2}} dx \quad (12)$$

Die Anwendungsgebiete der verallgemeinerten Form sind analog zu der logarithmischen Normalverteilung.

### 2.2.1.7 Gumbel-Verteilung

Die Gumbel-Verteilung ist eines von drei gebräuchlichen Extremwertverteilungen und wird daher auch oft nach dem Standartwerk von Gumbel [10] als Extremwertverteilung Typ I bezeichnet [11]. Die Verteilungsfunktion der Gumbel-Verteilung für Größtwerte lautet:

$$F_x(x) = e^{-e^{-\lambda(x-x_0)}} \quad (13)$$

Für Kleinstwerte:

$$F_x(x) = 1 - e^{-e^{\lambda(x-x_0)}} \quad (14)$$

Hierbei ist  $\lambda$  ein frei wählbarer positiver Parameter. Der Parameter  $x_0$  ist ebenfalls frei wählbar und entspricht dem Modalwert der Verteilung. Die Gumbel-Verteilung eignet sich unter anderem zur Beschreibung von Wasserständen bei Hochwasser [10] oder maximal erreichbaren Windgeschwindigkeiten [7].

### 2.2.1.8 Fréchet-Verteilung

Ebenfalls eine gängige Verteilung für Extremwerte ist die Fréchet-Verteilung (Extremwertverteilung Typ II) [11]. Diese ist eine Verteilung, bei der die interessierenden Extremwerte am Punkt  $x_0$  begrenzt sind, in der entgegengesetzten Richtung aber unbegrenzt sind [12]. Die Verteilungsfunktion für die Größtwerte am Punkt  $x_0$  lautet:

$$F_x(x) = 1 - e^{-\lambda(x_0-x)^{-k}} \quad (15)$$

Für die Kleinstwerte:

$$F_x(x) = e^{-\lambda(x-x_0)^{-k}} \quad (16)$$

Hierbei sind  $\lambda$  und  $k$  frei wählbare positive Parameter. Dieser Verteilungstyp kann eingesetzt werden für die Näherung von Daten bezüglich Hochwasser, maximalem Niederschlag, Luftdruck, Windgeschwindigkeiten oder Temperaturen [10].

### 2.2.1.9 Weibull-Verteilung

Die Weibull-Verteilung (Extremwertverteilung Typ III) ist analog zur Fréchet-Verteilung in der einen Richtung am Punkt  $x_0$  begrenzt, in der entgegengesetzten Richtung unbegrenzt [11]. Die Verteilungsfunktion für die Größtwerte lautet:

$$F_x(x) = e^{-\lambda(x_0-x)^k} \quad (17)$$

Für die Kleinstwerte:

$$F_x(x) = 1 - e^{-\lambda(x-x_0)^k} \quad (18)$$

Hierbei sind  $\lambda$  und  $k$  frei wählbare positive Parameter. Dieser Verteilungstyp wird unter anderem bei Festigkeitseigenschaften [13], Ermüdungsuntersuchungen [7] und natürlichen Einwirkungen [14], [15] verwendet.

### 2.2.1.10 Beta-Verteilung

Die  $\beta$ -Verteilung für das Intervall  $[a;b]$  besitzt die Verteilungsdichte:

$$f_x(x) = \frac{1}{B(p,q)} \cdot \frac{(y-a)^{p-1} \cdot (b-y)^{q-1}}{(b-a)^{p+q-1}} \quad (19)$$

Hierbei sind  $p$  und  $q$  positive Parameter [16],  $B(p,q)$  ist die Betafunktion mit

$$B(p,q) = \frac{\Gamma(p) \cdot \Gamma(q)}{\Gamma(p+q)} \quad (20)$$

Die  $\beta$ -Verteilung eignet sich auf Grund ihres begrenzten Geltungsbereichs und der Möglichkeit der Berücksichtigung der Schiefe gut für viele bodenmechanische Kennwerte (z. B. Scherfestigkeit, Zusammendrückbarkeit) [7].

### 2.2.1.11 Chi-Quadrat -Verteilung

Die  $\chi^2$ -Verteilung leitet sich aus der Normalverteilung ab: Sind  $X_1, \dots, X_n$  stochastisch unabhängige standardnormalverteilte Zufallsvariablen, so heißt die Verteilung von  $\sum_{i=1}^n X_i^2$  eine zentrale  $\chi^2$ -Verteilung mit  $n$  Freiheitsgraden. Die zentrale  $\chi^2$ -Verteilung besitzt die Verteilungsdichte:

$$f_x(x) = \frac{1}{2^{\frac{n}{2}} \cdot \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \cdot x^{\frac{n}{2}-1} \cdot e^{-\frac{x}{2}} \quad x > 0 \quad (21)$$

Die  $\chi^2$ -Verteilung kommt in erster Linie bei Anpassungstests zur Verwendung [5].

### 2.2.1.12 Poissonverteilung

Die Poissonverteilung ist eine diskrete Verteilung, die die Anzahl der Fälle beschreibt, in denen ein relativ seltenes Ereignis eintritt [5]. Eine Zufallsvariable  $X$  ist Poisson-verteilt falls gilt, dass

$$P(X = m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (22)$$

Die Verteilungsfunktion ergibt sich somit zu

$$P(X \leq m) = \sum_{i=0}^m \frac{\lambda^i}{i!} e^{-\lambda} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (23)$$

Die Poissonverteilung wird vollständig durch den Parameter  $\lambda$  charakterisiert, der zugleich Erwartungswert und Varianz der Verteilung angibt

$$\mu_x = \sigma_x^2 = \lambda \quad (24)$$

Die Poissonverteilung eignet sich unter anderem zur Beschreibung der Anzahl von Verkehrsmitteln pro Weg- und Zeiteinheit oder die Anzahl der Fehlstellen in komplizierten Mechanismen [6].

## 2.2.2 Methoden der Parameterschätzung

Im Rahmen der Arbeit wurden Stichproben, die als Ergebnis der Monte-Carlo-Simulation entstanden sind, durch bekannte Verteilungen approximiert. Hierbei sind die Parameter der verwendeten Verteilungsfunktion so zu wählen, dass die Stichprobe möglichst genau genähert wird. Für die Schätzung der Parameter der Verteilungsfunktion gibt es mehrere mathematische Methoden, die hier kurz vorgestellt werden. Es ist zu betonen, dass diese Methoden nicht verifizieren können ob die beobachtete Stichprobe der gewählten Verteilungsfunktion entspricht. Hierfür müssen Anpassungstests nach Abschnitt 2.2.3 herangezogen werden.

### 2.2.2.1 Momentenmethode zur Parameterschätzung

Man erhält eine Schätzung nach der Momentenmethode, wenn man den zu schätzenden Parameter durch die Momente der Verteilung ausdrückt und diese durch die empirischen Momente ersetzt [17]. Das  $k$ -te empirische Moment einer Stichprobe  $x_1, \dots, x_n$  lautet:

$$\hat{m}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^k \quad (25)$$

Das erste empirische Moment entspricht dem empirischen Mittelwert. Eine Schätzung für die Parameter Erwartungswert  $\mu$  und Varianz  $\sigma^2$  der Normalverteilung, ergibt sich z. B. durch:

$$\hat{\mu} = \hat{m}_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \hat{x} \quad (26)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \hat{m}_2 - \hat{m}_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x})^2 \quad (27)$$

Es wird darauf hingewiesen, dass die hier beschriebene Momentenmethode zur Parameterschätzung in der Mathematik nicht identisch mit der Momentenmethode in der Zuverlässigkeitsanalyse nach Abschnitt 2.6.2 ist. In beiden Methoden spielen die Momente der Verteilungsfunktionen eine entscheidende Rolle. Die Einsatzgebiete unterscheiden sich jedoch deutlich. Um eine Verwechslung zu vermeiden, wird in der vorliegenden Arbeit im Falle der mathematischen Momentenmethode stets die Bezeichnung „Momentenmethode zur Parameterschätzung“ verwendet.

### 2.2.2.2 Methode der kleinsten Quadrate

Die Methode der kleinsten Quadrate beruht auf dem Gedanken den Fehler einer Näherung zu bewerten und anschließend die Parameter der Funktion so zu wählen, dass dieser Fehler möglichst gering wird. Bei der Methode der kleinsten Quadrate wird dies in gewisser Weise willkürlich so definiert, dass die Quadratsumme der Abweichungen zwischen der beobachteten Stichprobe und den theoretischen Werten zu minimieren ist [18]. Für die Verteilungsfunktion  $F(x, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k)$  mit den gesuchten Parametern  $\alpha_1, \alpha_1, \dots, \alpha_k$  und der sortierten Stichprobe  $x_1 < x_2 < \dots < x_n$  ergibt sich die Summe der Fehlerquadrate zu:

$$\sum_{i=1}^n \left( F(x_i, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k) - \frac{i}{n} \right)^2 \quad (28)$$

Nun gilt es die Werte für die Parameter  $\alpha_1, \alpha_1, \dots, \alpha_k$  zu finden, für welche die Funktion nach Gleichung (28) ihren Minimalwert erreicht. Dieses Problem kann nach den Regeln der Ma-

thematik entweder auf analytischem Wege oder mittels numerischen sowie iterativen Verfahren gelöst werden.

### 2.2.2.3 Maximum-Likelihood-Methode

Die Maximum-Likelihood-Methode beruht auf einem ähnlichen Prinzip wie die Methode der kleinsten Quadrate. Hier werden die Werte als Schätzwerte für einen unbekannt Parameter einer bekannten Verteilungsfunktion bestimmt, die dem erhaltenen Stichprobenresultat die größte Wahrscheinlichkeit des Auftretens verleihen [6]. Zuerst wird eine Funktion definiert, die den Fehler der Näherung beschreibt [19], anschließend sind in einem nächsten Schritt die gesuchten Parameter so zu wählen, dass diese Funktion minimalisiert wird. Für die bekannte Verteilungsdichte  $f(x, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k)$  mit den gesuchten Parametern  $\alpha_1, \alpha_1, \dots, \alpha_k$  und der Stichprobe  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ergibt sich die sogenannte Likelihood-Funktion zu:

$$\prod_{i=1}^n f(x_i, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k) \quad (29)$$

Die Lösung des Minimierungsproblems kann auch hier entweder analytisch oder numerisch erfolgen [8]. Die Maximum-Likelihood-Methode eignet sich besonders gut zur Parameterschätzung von Extremwertfunktionen [10].

### 2.2.3 Anpassungstest

Um zu prüfen, ob die anhand der Parameterschätzung gewählte Verteilungsfunktion die Stichprobe mit der geforderten Genauigkeit beschreibt, können sog. Verteilungs- oder Anpassungstests herangezogen werden. Im Rahmen der Arbeit wurden jeweils zwei Anpassungstests verwendet, der  $\chi^2$ -Anpassungstest und der Kolmogorow-Smirnow-Anpassungstest. Diese Verteilungstests ergänzen sich insofern optimal, dass beim  $\chi^2$ -Anpassungstest im Wesentlichen die durchschnittliche Abweichung der Stichprobe von der gewählten Funktion betrachtet wird, der Kolmogorow-Smirnow-Anpassungstest hingegen die maximale Abweichung untersucht.

Bei den Anpassungstests wird die Hypothese getestet, ob die in der Stichprobe beobachtete Verteilung mit der gewählten Verteilungsannahme übereinstimmt und somit die bestehenden Unterschiede zwischen empirischer und theoretischer Verteilung dem Zufall zugeschrieben werden können oder nicht [20]. Statistische Tests können nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit die Richtigkeit einer Hypothese  $H_0$  im Gegensatz zu einer Alternativhypothese  $H_1$  bestimmen. Das Signifikanzniveau  $\alpha$  gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass die Hypothese  $H_0$  zutreffend ist, der Anpassungstest jedoch trotzdem  $H_1$  als richtig ausweist [5].

#### 2.2.3.1 Chi-Quadrat-Anpassungstest

Unsere Hypothese  $H_0$  ist es, dass die Stichprobe mit  $n$  unabhängigen Beobachtungen nach der Verteilung  $F_x(x)$  verteilt ist, die Alternative  $H_1$  ist, dass sie nicht nach  $F_x(x)$  verteilt ist, der Test wird zum Signifikanzniveau  $\alpha$  durchgeführt.

1. Schritt      das reelle Intervall  $(-\infty, \infty)$  wird in  $k$  Klassen unterteilt.
2. Schritt      Es muss festgestellt werden wie viele der Messwerte in den einzelnen Klassen liegen, die Anzahl wird mit  $O_i$ ,  $i = 1, \dots, k$  bezeichnet.

3. Schritt Es werden die Wahrscheinlichkeiten  $p_i$ ,  $i = 1, \dots, k$  berechnet, mit denen eine Beobachtung unter der Hypothese  $H_0$  in der  $i$ -ten Klasse liegt. Die Zahl  $E_i = n \cdot p_i$ ,  $i = 1, \dots, k$  ist somit die Anzahl der erwarteten Beobachtungen.

4. Schritt Wir berechnen für die Stichprobe die Größe:

$$T = \sum_{i=1}^k \frac{1}{E_i} (O_i - E_i)^2 \quad (30)$$

Die Nullhypothese  $H_0$  muss zum Signifikanzniveau  $\alpha$  verworfen werden, falls gilt [5]:

$$T > \chi^2_{k-1; 1-\alpha} \quad (31)$$

In der vorliegenden Arbeit wurden die Stichproben in  $k = 200$  Klassen eingeteilt, sodass dies Klassengrenzen zwischen dem maximalen und minimalen Wert der Stichprobe linear verteilt waren. Der Anpassungstest wurde zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,01$  durchgeführt.

### 2.2.3.2 Kolmogorow-Smirnow-Anpassungstest

Die Hypothese  $H_0$  ist auch in diesem Fall, dass die Stichprobe mit  $n$  unabhängigen Beobachtungen nach der Verteilung  $F_x(x)$  verteilt ist. Es muss die Prüfgröße

$$D_n = \sup_x |F_0(x) - S_n(x)| \quad (32)$$

ermittelt werden, hierbei ist  $S_n(x)$  die empirische Verteilungsfunktion der Beobachtungen. Die Größe  $D_n$  gibt somit den größten vertikalen Abstand zwischen hypothetischer und empirischer Verteilungsfunktion an [5]. Die Hypothese  $H_0$  muss zum Signifikanzniveau  $\alpha$  verworfen werden, falls gilt:

$$\sqrt{n} D_n \geq d_{n; 1-\alpha} \quad (33)$$

Hierbei kann die Quantile  $d_{n; 1-\alpha}$  [5] entnommen werden. In der vorliegenden Arbeit wurde das Signifikanzniveau auch bei diesem Anpassungstest zu  $\alpha = 0,01$  gewählt.

## 2.3 Begriffe der Zuverlässigkeitstheorie

Der Begriff Zuverlässigkeit wird in DIN ISO 8930 [21] definiert als ein Oberbegriff für die Sicherheit (Tragsicherheit), Gebrauchstauglichkeit und Dauerhaftigkeit eines Tragwerks. Die Tragsicherheit bedeutet hierbei im eingeschränkten Sinn die Fähigkeit eines Tragwerks, all jenen Einwirkungen sowie bestimmten vorgegebenen außergewöhnlichen Ereignissen zu widerstehen, denen es während der Errichtung und seiner vorgesehenen Nutzung standhalten soll (im Hinblick auf den Grenzzustand der Tragfähigkeit). Die Gebrauchstauglichkeit wird definiert, als die Fähigkeit eines Tragwerks und seiner Teile, sich bei der vorgesehenen Nutzung zweckdienlich zu verhalten (im Hinblick auf den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit). Die Dauerhaftigkeit ist schließlich die Eigenschaft eines Tragwerks und seiner Teile, ein ordnungsgemäßes Verhalten im Ablauf der Zeit beizubehalten [21].

### 2.3.1 Grenzzustände

Grenzzustände sind Zustände, bei deren Überschreitung das Tragwerk nicht mehr die Leistungsanforderungen erfüllt [21]. Grenzzustände werden anhand der möglichen Folgen einer

Überschreitung des Grenzzustandes in zwei Gruppen eingeteilt, den Grenzzuständen der Tragfähigkeit und den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit.

Grenzzustände der Tragfähigkeit sind Grenzzustände, die bezogen auf die Tragsicherheit der größten Tragfähigkeit eines Tragwerkes oder seiner Teile zugeordnet sind [21]. Zu den Grenzzuständen der Tragfähigkeit gehören unter anderem der Verlust des globalen Gleichgewichts, Stabilitätsversagen, Querschnittsversagen, Ermüdung oder der Verlust von wichtigen Funktionen z. B. bei der Dichtigkeit von Behältern [7].

Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit sind Grenzzustände im Bezug auf die vorgesehene Nutzung [21]. Hierzu zählt unter anderem, wenn das Wohlbefinden der Nutzer oder das Erscheinungsbild des Bauwerks beeinträchtigt wird [22].

Die Dauerhaftigkeit von Tragwerken ist nicht unmittelbar mit einem Grenzzustand verknüpft, es ist aber eine wichtige Anforderung an bauliche Anlagen, dass während der Nutzungsdauer Umwelteinflüsse und mechanischer Verschleiß bei einem angemessenen Instandhaltungsaufwand die Grenzzustände der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit nicht beeinträchtigen dürfen [22].

Ein Tragwerksversagen ist nach mehreren unterschiedlichen Grenzzuständen möglich. Für die Bemessung von Tragwerken muss ein Grenzzustand mathematisch durch eine Gleichung zu erfassen sein, sodass das Einhalten der Leistungsanforderungen nachgewiesen werden kann. Diese Gleichung wird Grenzzustandsgleichung genannt und ist abhängig von zahlreichen Größen wie z. B. Werkstoffkennwerten, Querschnittswerten oder Einwirkungen, den sogenannten Basisvariablen. Ist die Grenzzustandsgleichung  $g(x)$  abhängig von den Basisvariablen  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ , so wird der Bereich

$$g(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) < 0 \quad (34)$$

in dem der Grenzzustand erreicht wird als Versagensbereich oder unsicherer Bereich  $V$  definiert und der Bereich

$$g(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \geq 0 \quad (35)$$

in dem der Grenzzustand nicht erreicht wird als sicherer Bereich oder Überlebensbereich  $S$  bezeichnet [20].

### 2.3.2 Versagenswahrscheinlichkeit

Als Maß der Zuverlässigkeit wird in der Regel die Versagenswahrscheinlichkeit betrachtet. Die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  ist die Wahrscheinlichkeit, dass während eines Bezugszeitraumes  $T$  ein Grenzzustand überschritten und damit der Versagenszustand erreicht wird [7]. Die Wahrscheinlichkeit des komplementären Ereignisses wird als Überlebenswahrscheinlichkeit  $P_s$  bezeichnet. Im Bauwesen ist es jedoch üblich, mit der anschaulicheren Versagenswahrscheinlichkeit zu rechnen. Es ist nicht möglich für Bauwerke die Versagenswahrscheinlichkeit aus Schadensstatistiken zu ermitteln, da die Ereignisse aufgrund der hohen Sicherheiten im Bauwesen äußerst selten auftreten. Bauwerke sind zudem Einzelkonstruktionen, bei denen es keine einheitliche Grundgesamtheit für eine Statistik gibt. Ebenfalls ein Hindernis stellt die lange Nutzungsdauer von Bauwerken dar. Eventuelle Erkenntnisse aus der Statistik können keine Anwendung mehr finden. Es ist jedoch möglich die Eigenschaften der verwendeten Werkstoffe sowie die sich häufig wiederholenden Lasten und Einwirkungen statistisch zu erfassen. Mit Verwendung von mechanischen Modellen und den Regeln der Wahrscheinlichkeitstheorie kann bei Kenntnis dieser Basisvariablen somit die Versagens-

wahrscheinlichkeit theoretisch berechnet werden [7]. Eine so ermittelte Wahrscheinlichkeit setzt voraus, dass die Basisvariablen durch statistische Untersuchungen erfasst werden können, die mechanischen Modelle fehlerfrei sind und menschliche Fehlhandlungen vernachlässigt werden. Aus diesem Grund spricht man in der Regel von einer operativen Versagenswahrscheinlichkeit, die als Vergleichsgröße und Entscheidungshilfe dient. Diese ist eine bedingte Wahrscheinlichkeit die nur unter gewissen Voraussetzungen gilt und nur mit Werten verglichen werden sollte die anhand identischer Annahmen und Modelle entstanden sind [7].

Die Versagenswahrscheinlichkeit ist zeitabhängig, da Basisvariablen wie die Einwirkungen oder unter Umständen auch die Werkstoffkennwerte ebenfalls zeitabhängig sind. In einem längeren Betrachtungszeitraum gibt es mehr Möglichkeiten des Versagens, wodurch die Versagenswahrscheinlichkeit zunimmt. Die Versagenswahrscheinlichkeit ist somit immer abhängig vom Betrachtungszeitraum, daher sollten nur Versagenswahrscheinlichkeiten mit identischen Betrachtungszeiträumen miteinander verglichen werden. Als Betrachtungszeitraum wird im Bauwesen üblicherweise ein Jahr oder 50 Jahre gewählt, letzterer Wert stimmt hierbei in der Regel mit der vorgesehenen Nutzungsdauer von Bauwerken überein.

Wenn wir die Versagenswahrscheinlichkeit nach einem bestimmten Grenzzustand betrachten möchten, so gilt folgender Zusammenhang:

$$P_f = P(g(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) < 0) = \int_{\underbrace{V}_n} f_X(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \cdot dx_1 \cdot dx_2 \cdot \dots \cdot dx_n \quad (36)$$

Dies bedeutet im Wesentlichen, dass die Versagenswahrscheinlichkeit nach der Wahrscheinlichkeitstheorie als das Integral der Verbundverteilungsdichte über den Versagensbereich für einen bestimmten Bezugszeitraum betrachtet werden kann [20].

### 2.3.3 Zuverlässigkeitsindex

Der Zuverlässigkeitsindex  $\beta$ , früher auch als Sicherheitsindex bezeichnet, ist ein gleichwertiges Sicherheitsmaß mit der Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$ . Nach der DIN EN 1990 [4] besteht zwischen der Versagenswahrscheinlichkeit und dem Zuverlässigkeitsindex folgender Zusammenhang:

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (37)$$

Hierbei ist  $\Phi(x)$  die kumulative Verteilungsfunktion der standardisierten Normalverteilung (vgl. Abschnitt 2.2.1.2). Die Beziehung zwischen Zuverlässigkeitsindex und operativer Versagenswahrscheinlichkeit für einige häufig vorkommende Werte ist in Tabelle 2.1 angegeben.

Tabelle 2.1 Beziehung zwischen Zuverlässigkeitsindex und operativer Versagenswahrscheinlichkeit nach [4]

$P_f$	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$
$\beta$	1,28	2,32	3,09	3,72	4,27	4,75	5,2

Der Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  hat allerdings bei bestimmten Sonderfällen der Zuverlässigkeitstheorie auch eine tiefere geometrisch physikalische Bedeutung. Als Beispiel wird nach Speathe [7] der Fall betrachtet, dass die Basisvariablen statistisch unabhängig und normalver-

teilt sind und die Gleichung des Grenzzustandes linear ist. Die Grenzzustandsgleichung hat somit folgende Form:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_0 + c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + \dots + c_n \cdot x_n = c_0 + \sum_{i=1}^n c_i \cdot x_i = 0 \quad (38)$$

Hierbei sind  $c_0, c_1, \dots, c_n$  Konstanten in der Grenzzustandsgleichung. Für die weitere Betrachtung werden die Basisvariablen aus dem Originalraum in den Raum der standardisierten Basisvariablen überführt, hierzu werden die Unbekannten

$$Y_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (39)$$

eingeführt, die somit alle den Erwartungswert 0 und die Standardabweichung 1 haben, also sogenannte standardisierten Zufallsgrößen sind. Wenn wir die Grenzzustandsgleichung aus Gleichung (38) mittels Gleichung (39) ebenfalls in den standardisierten Raum transformieren, erhalten wir:

$$h(y_1, y_2, \dots, y_n) = c_0 + \sum_{i=1}^n c_i \cdot \mu_{X_i} + \sum_{i=1}^n c_i \cdot \sigma_{X_i} \cdot y_i = 0 \quad (40)$$

Die Gleichung kann dann weiter überführt werden in

$$h(y_1, y_2, \dots, y_n) = \beta - \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot y_i = 0 \quad (41)$$

mit

$$\alpha_i = \frac{-c_i \cdot \sigma_{X_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (c_i \cdot \sigma_{X_i})^2}} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (42)$$

und

$$\beta = \frac{c_0 + \sum_{i=1}^n c_i \cdot \mu_{X_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (c_i \cdot \sigma_{X_i})^2}} \quad (43)$$

Die Konstante  $\beta$  entspricht in diesem Fall dem Zuverlässigkeitsindex und gibt den kürzesten Abstand zwischen dem Koordinatenursprung und der Grenzzustandsgleichung im standardisierten Raum an.  $\beta$  ist positiv, wenn der Koordinatenursprung der standardisierten Basisvariablen im sicheren Bereich liegt, also  $h(0) > 0$  gilt. Die Faktoren  $\alpha_i$  bezeichnet man als Wichtungsfaktoren, im geometrischen Sinne entsprechen sie dem Richtungskosinus des Lotes vom Koordinatenursprung auf die Grenzzustandsgleichung im standardisierten Raum [7]. Abbildung 2.1 zeigt die geometrische Bedeutung dieser Größen für einen Beispiel mit zwei Basisvariablen.

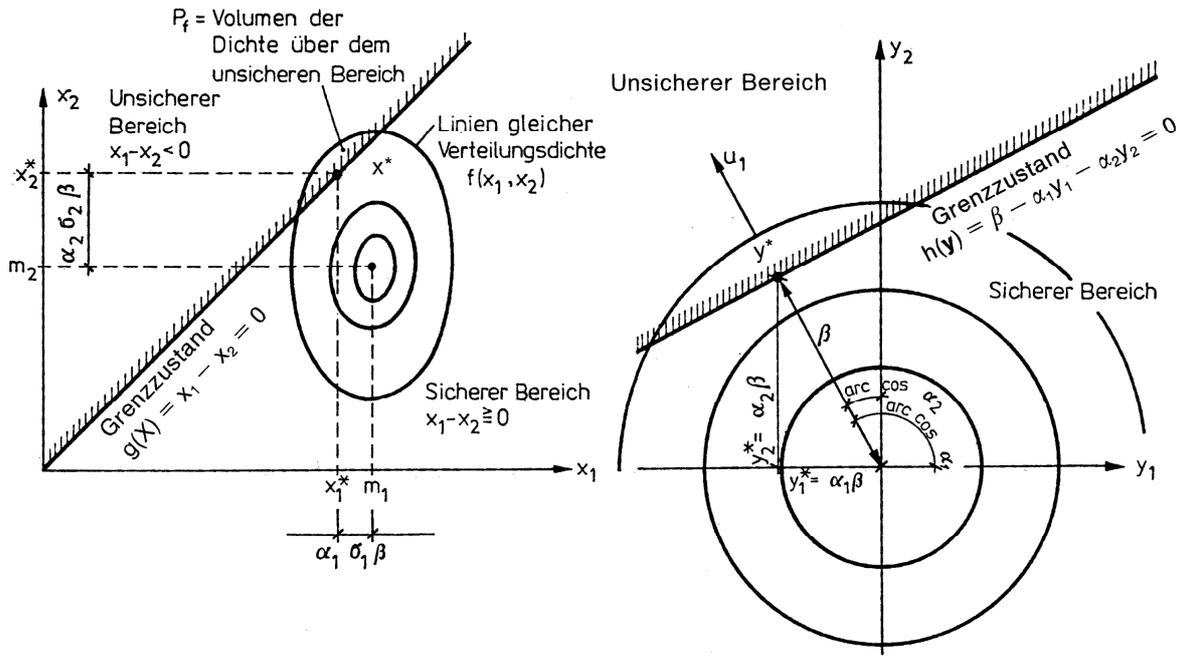


Abbildung 2.1 Verteilungsdichten und Grenzzustandsgleichung im Originalraum und im Raum der standardisierten Zufallsgrößen im zweidimensionalen Fall [7]

Zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit gilt nach Gleichung (36) folgender Zusammenhang:

$$P_f = \int_{\underbrace{V}_n} f_Y(y_1, y_2, y_3, \dots, y_n) \cdot dy_1 \cdot dy_2 \cdot \dots \cdot dy_n \quad (44)$$

Im untersuchten Fall wissen wir, dass die Zufallsgrößen der standardisierten Normalverteilung folgen und voneinander unabhängig sind. Somit vereinfacht sich Gleichung (44) zu:

$$P_f = \int_{\underbrace{V}_n} \prod_{i=1}^n \varphi(y_i) \cdot dy_i \quad (45)$$

Im standardisierten Raum ist die Verteilungsdichte kugelsymmetrisch, somit bleibt der Integrand bei einer Drehung des Koordinatensystems unverändert. Um die Berechnung zu vereinfachen wird ein neues Koordinatensystem  $u_1, u_2, \dots, u_n$  so gewählt, dass die  $u_1$ -Achse senkrecht auf die Grenzzustandsgleichung gelegt wird. Somit ist die neue Grenzzustandsgleichung lediglich von  $U_1$  abhängig und hat die sehr einfache Form:

$$l(u_1) = \beta - u_1 = 0 \quad (46)$$

Die Versagenswahrscheinlichkeit nach Gleichung (45) ergibt sich im neuen Koordinatensystem demnach zu:

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{u_1=\beta}^{\infty} \prod_{i=1}^n \varphi(u_i) \cdot du_i \quad (47)$$

Bei Beachtung der wahrscheinlichkeitstheoretischen Zusammenhänge

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(u_i) \cdot du_i = 1 \quad (48)$$

und

$$\int_{\beta}^{\infty} \varphi(u_i) \cdot du_i = 1 - \Phi(\beta) = \Phi(-\beta) \quad (49)$$

erhält man für die Versagenswahrscheinlichkeit

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (50)$$

Dies stimmt mit der Definition des Zuverlässigkeitsindex laut DIN EN 1990 [4] nach Gleichung (37) überein. Dieser Zusammenhang ist nicht immer gegeben. Die Berechnung des Zuverlässigkeitsindex nach Gleichung (43) ist nur in Sonderfällen mit speziellen Anforderungen an die Basisvariablen und die Grenzzustandsgleichung möglich.

Eine spezielle Form für die Grenzzustandsgleichung und dem Zuverlässigkeitsindex ergibt sich, wenn als Basisvariablen die Widerstände  $R$  und die Beanspruchungen  $E$  eingesetzt werden, weiterhin mit der Annahme von normalverteilten Zufallsgrößen [20]. Die Grenzzustandsgleichung nimmt dann folgende, recht einfache Form an:

$$g(R, E) = R - E = 0 \quad (51)$$

Der Zuverlässigkeitsindex berechnet sich dann nach Gleichung (43) zu:

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \quad (52)$$

und die Wichtungsfaktoren für die Widerstände und die Beanspruchungen nach Gleichung (42) zu:

$$\alpha_R = \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \quad \alpha_E = \frac{-\sigma_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \quad (53)$$

Die Bedeutung dieser Wichtungsfaktoren wird in Abbildung 2.2 deutlich, hier ist die Ebene der Widerstände und der Beanspruchungen dargestellt. Die Versagensgrenze  $S$  wird durch die Grenzzustandsgleichung definiert, der Bereich über der Versagensgrenze, in dem die Beanspruchungen größer sind als die Widerstände ( $E > R$ ), ist der Versagensbereich. Unter der Versagensgrenze ( $E < R$ ) befindet sich der sichere Bereich. Der Punkt  $P$  ist der Punkt mit der größten Verteilungsdichte auf der Versagensgrenze, also somit der wahrscheinlichste Versagenspunkt. Dieser Punkt wird daher als Bemessungspunkt bezeichnet. Die Koordinaten des Bemessungspunktes erhält man mit:

$$x_P = \mu_R - \alpha_R \cdot \sigma_R \cdot \beta \quad (54)$$

$$y_P = \mu_E - \alpha_E \cdot \sigma_E \cdot \beta \quad (55)$$

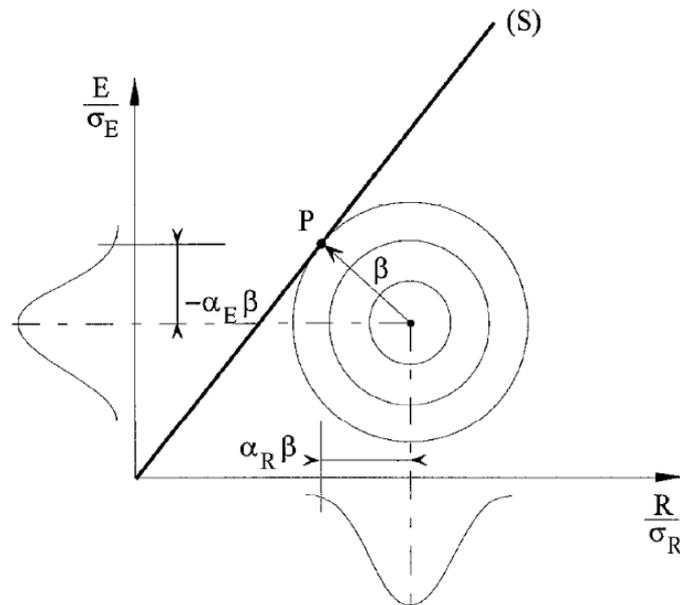


Abbildung 2.2 Ebene der Widerstände  $R$  und Beanspruchungen  $E$  nach [3]

Es ist nochmals zu betonen, dass die hier geschilderte geometrisch physikalische Bedeutung des Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  nur unter speziellen Bedingungen zutrifft. Allgemein gilt der Zusammenhang nach Gleichung (37). Es gibt jedoch mehrere Methoden der Zuverlässigkeitstheorie, die komplexe Probleme auf diese Sonderfälle zurückführen oder dadurch annähern. Der Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  hat gegenüber der operativen Versagenswahrscheinlichkeit in erster Linie den Vorteil, dass es eine für den Ingenieur besser handhabbare Größe darstellt als die ungreifbaren, sehr kleinen Wahrscheinlichkeitswerte.

## 2.4 Zeitabhängige Zufallsprozesse

Falls eine oder mehrere Basisvariablen zeitabhängig sind, so sprechen wir von zeitabhängigen Zufallsprozessen. Typische Beispiele hierfür sind zeitlich veränderliche Lasten wie Schneelast, Windlast oder Nutzlasten, aber unter Umständen auch Widerstände, falls Alterungsprozesse zu berücksichtigen sind. Bei  $n$  Basisvariablen, von denen  $k$  zeitabhängig sind, lautet dann für einen Bezugszeitraum  $T$  die Gleichung zur Bestimmung der Versagenswahrscheinlichkeit:

$$P_f = P(g(X_1(t), X_2(t), \dots, X_k(t), X_{k+1}, \dots, X_n) < 0 | t \in [0, T]) \quad (56)$$

Ein Tragwerksversagen tritt also ein, wenn der zeitabhängige Zufallsvektor

$$X(t) = (X_1(t), X_2(t), \dots, X_k(t), X_{k+1}, \dots, X_n)^T \quad (57)$$

innerhalb des Betrachtungszeitraumes zu einem Zeitpunkt  $t$  den sicheren Bereich verlässt [7]. Die Belastungsgeschichte des Tragwerks lässt sich somit als ein zufälliger Pfad im Raum der Basisvariablen darstellen (Abbildung 2.3).

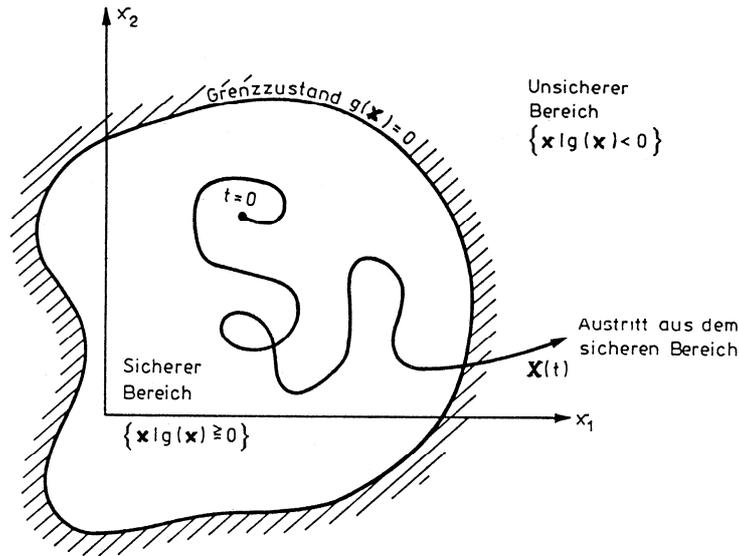


Abbildung 2.3 Belastungsgeschichte des Tragwerks im Raum der Basisvariablen nach [7]

### 2.4.1 Stochastische Prozesse

Ein stochastischer Prozess ist eine Funktion, deren Wert für jedes Argument  $t$  eine Zufallsgröße ist, das Argument  $t$  ist hierbei nicht stochastisch [7]. Einwirkungen auf Tragwerke, wie Lasten, die sich in Abhängigkeit von der Zeit zufällig ändern, lassen sich durch solche stochastische Prozesse beschreiben. Für den stochastischen Prozess  $X(t)$  mit der Verteilungsfunktion  $F_X(x, t)$  und Verteilungsdichte  $f_X(x, t)$  ist die Funktion des Erwartungswertes

$$E[X(t)] = \mu_X(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_X(x, t) dx \quad (58)$$

und die Varianzfunktion

$$\text{Var}[X(t)] = \sigma_X^2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X(t))^2 f_X(x, t) dx \quad (59)$$

Die Kovarianzfunktion für zwei Zeitpunkte  $t_1$  und  $t_2$  ist

$$\begin{aligned} R_{X,X}(t_1, t_2) &= \text{Cov}[X(t_1), X(t_2)] = E[(X(t_1) - \mu_X(t_1))(X(t_2) - \mu_X(t_2))] = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x_1 - \mu_X(t_1))(x_2 - \mu_X(t_2)) f_X(x_1, x_2, t_1, t_2) dx_1 dx_2 \end{aligned} \quad (60)$$

Stochastische Prozesse werden stationär genannt, wenn die Verteilungsfunktion und die Verteilungsdichte unabhängig sind von der Lage des Zeiteursprungs, also über die Zeit konstant bleiben [7]. Stochastische Prozesse, die der Normalverteilung folgen, werden als Gaußprozesse bezeichnet.

Bei der Betrachtung von Lastprozessen ist es in der Regel von Interesse, in welchen Zeitabständen ein Niveauewert  $r$  überschritten wird. Die Niveauekreuzungsrate  $v^+(r)$  des Prozesses  $X(t)$  ist definiert als die mittlere Anzahl der positiven Niveauekreuzungen (von unten nach oben) des Niveaus  $r$  während der Zeiteinheit [7]. Nach der klassischen Formel von Rice [23], [24] erhalten wir die Niveauekreuzungsrate als

$$v^+(r) = \int_0^{\infty} x f_{x, \dot{x}}(r, x) dx \quad (61)$$

Hierbei ist  $f_{x, \dot{x}}$  die zweidimensionale Verteilungsdichte des Zufallsprozesses und seiner Ableitung nach der Zeit zum gleichen Zeitpunkt  $t$ . Für stationäre Zufallsprozesse ist der Erwartungswert der positiven Niveaureisungen im Bezugszeitraum

$$E[N^+(r)] = v^+(r) \cdot T \quad (62)$$

Die Realisierung eines kontinuierlichen stochastischen Prozesses mit drei positiven und zwei negativen Kreuzungen des Niveaus  $r$  im Betrachtungszeitraum  $T$  ist in Abbildung 2.4 dargestellt.

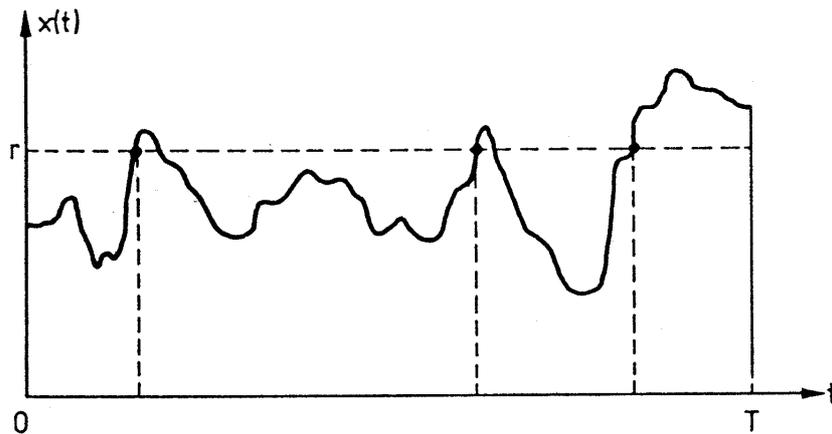


Abbildung 2.4 Die Realisierungen eines kontinuierlichen stochastischen Prozesses mit den Kreuzungen des Niveaus  $r$  nach [7]

Für stationäre Gaußprozesse, kann die allgemeine Gleichung (61) analytisch vereinfacht werden. Wir erhalten die Niveaureisungsrate für den Gaußprozess als

$$v^+(r) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sigma_x} e^{\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{r - \mu_x}{\sigma_x}\right)^2\right)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sigma_x} \varphi\left(\frac{r - \mu_x}{\sigma_x}\right) \quad (63)$$

mit

$$\sigma_{\dot{x}} = \sqrt{R_{\dot{x}, \dot{x}}(0)} = \sqrt{-\frac{d^2 R_{x, x}(\tau)}{d\tau^2}} \Big|_{\tau=0} \quad (64)$$

Für hohe Niveaus kann eine Niveaureisung als ein seltenes Ereignis betrachtet werden. Für das Eintreten seltener zufälliger Ereignisse in einem gegebenen Zeitintervall kann die Poissonverteilung nach Gleichung (22) angenommen werden [7]

$$P(N^+(r) = m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda} \quad (65)$$

Hierbei ist  $\lambda$  die mittlere Anzahl der Ereignisse, also

$$\lambda = E[N^+(r)] = v^+(r) \cdot T \quad (66)$$

Die Extremwertverteilung  $F_{\max X}(r)$  der Größtwerte ist identisch mit der Wahrscheinlichkeit, dass es im Bezugszeitraum keine positiven Niveaufreuzungen von  $r$  gab, also  $N^+(r)$  gleich Null ist.

$$F_{\max X}(r) = P(N^+(r) = 0) \approx \frac{(v^+(r)T)^0}{0!} e^{-v^+(r)T} = e^{-v^+(r)T} \approx 1 - v^+(r)T \quad (67)$$

## 2.4.2 Ferry Borges-Castanheta Modell

Ein Zufallsprozess nach dem Ferry Borges-Castanheta Modell ist eine Folge von unabhängigen gleichverteilten Zufallsvariablen, die jeweils für einen konstanten Zeitintervall  $d$  wirken [14]. Dieses Modell eignet sich zur vereinfachten Modellierung von zeitlich veränderlichen Lasten, wenn die Lasthöhe der rechteckigen Lastimpulse so gewählt wird, dass der tatsächliche Lastverlauf umhüllt wird und die Zeitintervalle genügend lang sind, dass die Korrelationsfunktion des Lastprozesses abgeklungen ist [7].

Betrachten wir nun einen Lastprozess mit der Verteilungsfunktion  $F_X$  und der Verteilungsdichte  $f_X$ . Für einen Bezugszeitraum  $T = n \cdot d$  bei ganzzahligen  $n$  berechnet sich die Verteilungsfunktion des Größtwertes zu

$$F_{\max X} = (F_X)^n \quad (68)$$

und die Verteilungsdichte zu

$$f_{\max X} = n \cdot (F_X)^{n-1} \cdot f_X \quad (69)$$

Die Wiederkehrperiode  $T_R$  des Lastniveaus  $r$  kann definiert werden als die Anzahl  $j$  der Zeitintervalle  $d$ , die zwischen zwei Überschreitungen des Niveaus  $r$  zu erwarten ist. Hierbei ist  $T_R$  selbst eine diskrete Zufallsgröße [7], mit der Verteilungsfunktion

$$P(T_R \leq j) = 1 - (F_X(r))^j \quad (70)$$

und der Verteilungsdichte

$$P(T_R = j) = (F_X(r))^{j-1} \cdot (1 - F_X(r)) \quad (71)$$

Der Erwartungswert der Wiederkehrperiode berechnet sich zu

$$E[T_R] = \frac{1}{1 - F_X(r)} \quad (72)$$

In Abbildung 2.5 ist ein Ferry Borges-Castanheta-Prozess mit den Realisierungen der Wiederkehrperiode für das Lastniveau  $r$  dargestellt.

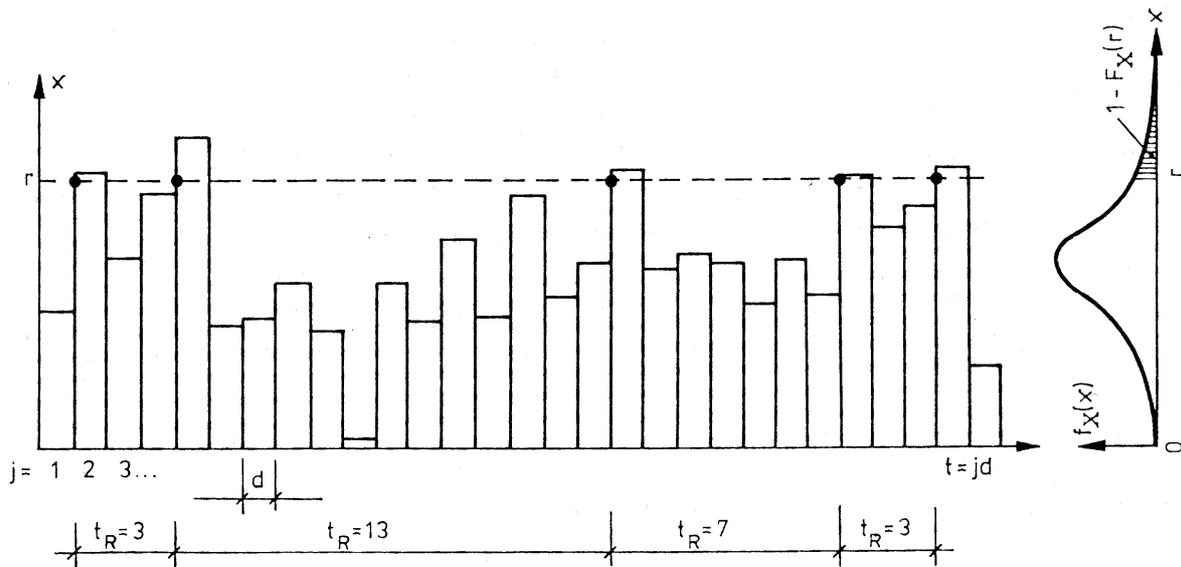


Abbildung 2.5 Die Realisierungen der Wiederkehrperiode für das Lastniveau  $r$  für ein Ferry Borges-Castanheira-Prozess nach [7]

### 2.4.3 Superposition von Lastprozessen

Ist genau eine der Basisvariablen ein zeitabhängiger Zufallsprozess, so kann die Aufgabe mit Hilfe der Theorie der Extremwertverteilungen auf ein zeitunabhängiges Grundproblem zurückgeführt werden [7]. Man ermittelt hierzu die Extremwertverteilung der zeitabhängigen Basisvariable für den angegebenen Betrachtungszeitraum und ersetzt hierdurch die ursprüngliche Verteilungsfunktion der Basisvariable. Für den Fall, dass mehrere Basisvariablen zeitabhängig sind, gibt es unterschiedliche Vorgehensweisen. Im Folgenden werden zwei weit verbreitete Ansätze zur Superposition von Lastprozessen vorgestellt.

#### 2.4.3.1 Die Turkstra'sche Regel

Die Turkstra'sche Regel basiert auf der Annahme, dass die Summe zweier unabhängiger stationärer stochastischer Lastprozesse ihr Maximum dann erreicht, wenn eines der zwei Lastprozesse seinen Maximalwert erreicht [25]. Mit Formel ausgedrückt bedeutet dies:

$$\max(X_1(t) + X_2(t)) \approx \max(\max(X_1(t)) + X_2(t), X_1(t) + \max(X_2(t))) \quad (73)$$

Diese Näherung ist für zahlreiche Anwendungen im Bauwesen begründet [7]. Eine schematische Darstellung der Turkstra'schen Regel am Beispiel eines kontinuierlichen Prozesses und eines Impulsprozesses zeigt Abbildung 2.6.

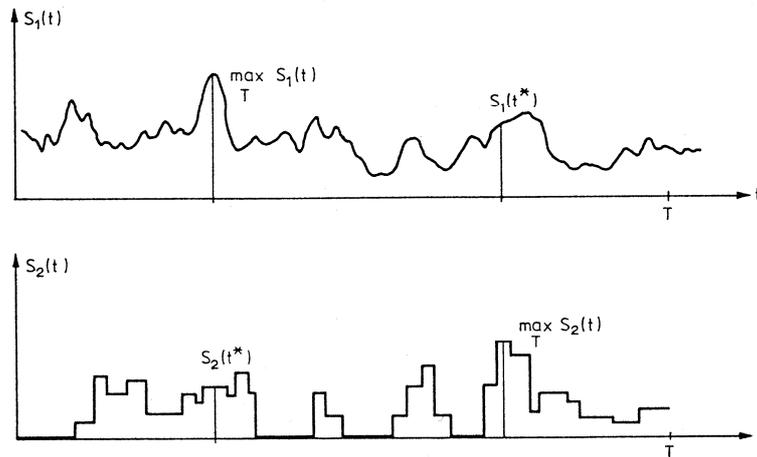


Abbildung 2.6 Schematische Erläuterung der Turkstra'schen Regel nach [7]

### 2.4.3.2 Superposition von Ferry Borges-Castanheta Prozessen

Die Superposition von zwei unabhängigen Ferry Borges-Castanheta Prozessen  $X_1(t)$  und  $X_2(t)$  kann erfolgen, falls das Verhältnis des Betrachtungszeitraumes und der Zeitintervalle ganzzahlig ist, sodass  $T = n_1 \cdot d_1$  und  $d_1 = n_2 \cdot d_2$  mit  $T > d_1 > d_2$  gilt [26]. Die Kombination von zwei solchen Prozessen ist in Abbildung 2.7 dargestellt.

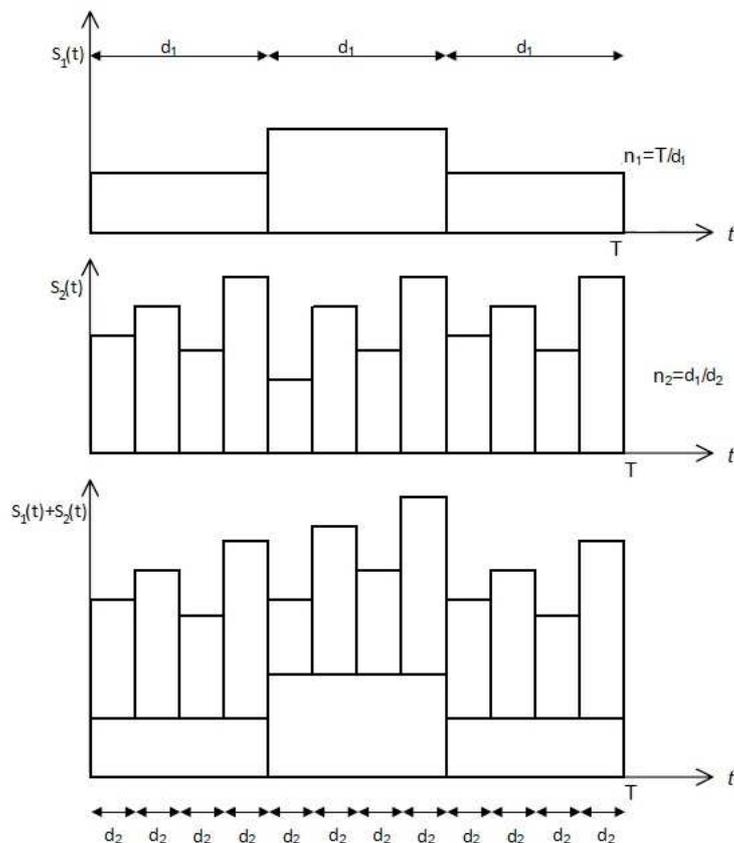


Abbildung 2.7 Darstellung der Kombination von zwei Ferry Borges-Castanheta-Prozessen nach [26]

Der Maximalwert der Kombination dieser zwei Lastprozesse für den Bezugszeitraum  $T$  lautet dann:

$$\max_T(X_1(t), X_2(t)) = \max_T\left(X_1(t) + \max_{d_1}(X_2(t))\right) \quad (74)$$

Mit Berücksichtigung von Gleichung (68) erhalten wir für die Verteilungsfunktion des Maximalwertes für den Bezugszeitraum  $T$  folgenden Zusammenhang

$$F_{\max X_1+X_2} = \left(F_{X_1} + (F_{X_2})^{n_1}\right)^{n_2} \quad (75)$$

Für Lastprozesse, die unabhängig sind und als Folgen von gleichverteilten Zufallsvariablen beschrieben werden können, liefert diese Berechnung in der Regel genauere Ergebnisse als die Turkstra'sche Regel, die die Lasten zum Teil unterschätzt [26].

## 2.5 Zuverlässigkeit von Systemen

Die Zuverlässigkeitstheorie betrachtet meistens das Versagen eines Bauteils nach einem bestimmten Grenzzustand. Bauwerke bestehen jedoch aus einer Vielzahl von Bauteilen die nach verschiedenen Grenzzuständen versagen können. Zudem sind meistens Korrelationen zwischen diesen unterschiedlichen Komponenten zu berücksichtigen, da eine Einwirkung beispielsweise in der Regel auf mehrere Bauteile gleichzeitig wirkt. Um die Zuverlässigkeit von Systemen zu ermitteln, in denen mehrere Grenzzustände zu betrachten sind, wurden verschiedene Modelle aufgestellt. Es wird grundsätzlich zwischen Seriensystemen und Parallelsystemen unterschieden, wobei natürlich auch eine Mischung von den beiden Modellen möglich ist. Bei Seriensystemen verursacht das Versagen mindestens eines der Komponenten das Versagen des Gesamtsystems, bei Parallelsystemen erfolgt ein Systemversagen erst, wenn alle Komponenten versagen. Falls wir zwei identische Grenzzustandsgleichungen betrachten, die einmal als Serien- und einmal als Parallelsystem verbunden sind, so wird in Abbildung 2.8 der Unterschied in den Versagensbereichen anschaulich.

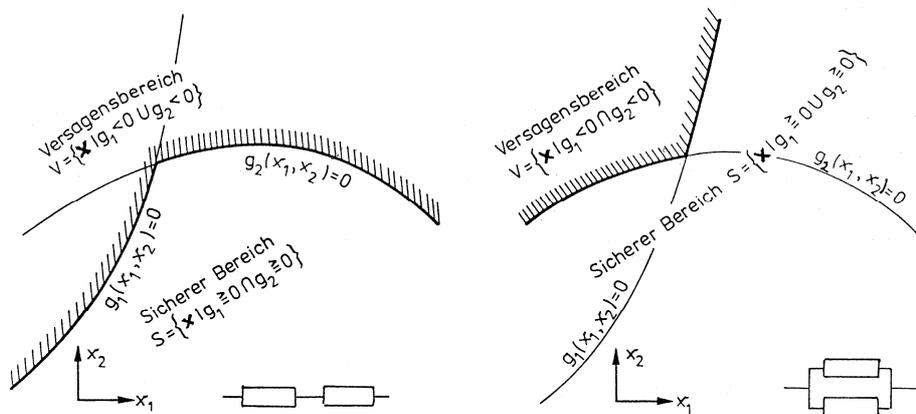


Abbildung 2.8 Sicherer Bereich für Serien- und Parallelsysteme nach [7]

### 2.5.1 Seriensysteme

Die Überwiegende Mehrzahl der statischen Systeme im Bauwesen verhält sich zuverlässigkeitstheoretisch als Seriensystem [7]. Alle statisch bestimmten Tragwerke sind Seriensysteme und unterschiedliche Versagensarten wie z. B. Querkraftversagen und Biegeversagen können auch über einen Serienanordnung gekoppelt werden. Die schematische Darstellung eines Seriensystems mit  $m$  Komponenten zeigt Abbildung 2.9.

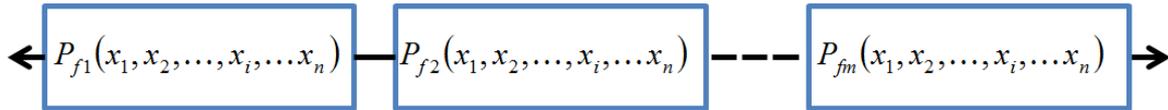


Abbildung 2.9 Schematische Darstellung eines Seriensystems mit  $m$  Komponenten

Die Versagenswahrscheinlichkeit des Gesamtsystems berechnet sich dann zu

$$P_{f_{\text{sys}}} = P(P_{f1} \cup P_{f2} \cup \dots \cup P_{fj} \cup \dots \cup P_{fm}) \quad (76)$$

wobei  $P_{fj} = P_{fj}(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$  die Versagenswahrscheinlichkeit der  $j$ -ten Komponente in Abhängigkeit von den Basisvariablen  $X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_n$  bedeutet. Nach Gleichung (37) gilt für den Zuverlässigkeitsindex  $\beta_j$  der  $j$ -ten Komponente:

$$P_{fj} = \Phi_m(-\beta_j) \quad (77)$$

Nach [14] kann die Systemzuverlässigkeit nach der Methode der Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung (vgl. Abschnitt 2.6.3) aus folgendem Zusammenhang ermittelt werden:

$$P_{f_{\text{sys}}} = 1 - \Phi_m[\bar{\beta}; \bar{\rho}] \quad (78)$$

mit

$$\bar{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_j \\ \vdots \\ \beta_m \end{bmatrix} \quad (79)$$

und

$$\bar{\rho} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \alpha_{i1}^2 & \sum_{i=1}^n \alpha_{i1} \alpha_{i2} & \dots & \sum_{i=1}^n \alpha_{i1} \alpha_{ij} & \dots & \sum_{i=1}^n \alpha_{i1} \alpha_{im} \\ \sum_{i=1}^n \alpha_{i2} \alpha_{i1} & \sum_{i=1}^n \alpha_{i2}^2 & & & & \\ \vdots & & & & & \\ \sum_{i=1}^n \alpha_{ik} \alpha_{i1} & & & \sum_{i=1}^n \alpha_{ik} \alpha_{ij} & & \vdots \\ \vdots & & & & & \\ \sum_{i=1}^n \alpha_{im} \alpha_{i1} & & \dots & & & \sum_{i=1}^n \alpha_{im} \alpha_{im} \end{bmatrix} \quad (80)$$

wobei  $\alpha_{ij}$  für den Wichtungsfaktor der  $i$ -ten Basisvariable des  $j$ -ten Grenzzustandes nach Gleichung (42) und  $\Phi[\ ]$  für die mehrdimensionale Standardnormalverteilung steht (vgl. Abschnitt 2.2.1.4). Falls für große  $m$  eine Berechnung nach Gleichung (78) zu aufwendig ist, kann die Versagenswahrscheinlichkeit des Systems durch folgende obere und untere Grenzwerte geschätzt werden:

$$\text{Max}_{j=1}^m [P_{fj}] \leq P_{f\text{sys}} \leq \text{Min} \left[ \sum_{j=1}^m P_{fj}, 1 \right] \quad (81)$$

## 2.5.2 Parallelsysteme

In der Zuverlässigkeitstheorie von Tragwerken können Parallelsysteme beispielsweise bei statisch unbestimmten Systemen mit elastisch-sprödem Materialverhalten vorkommen [7]. Das schematische Modell eines Parallelsystems zeigt Abbildung 2.10.

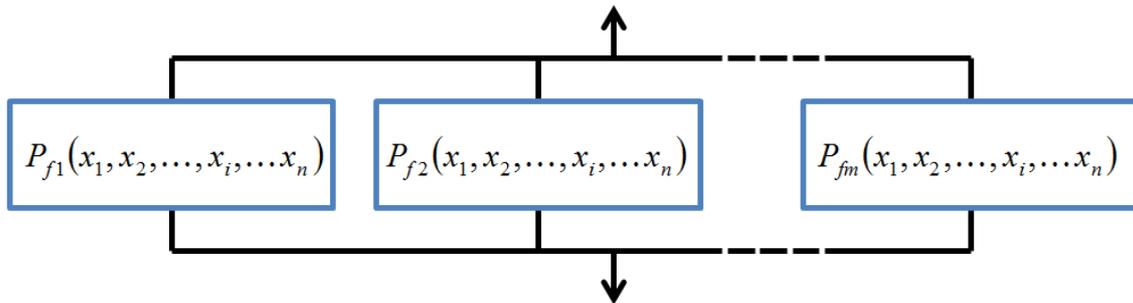


Abbildung 2.10 Schematische Darstellung eines Parallelsystems mit  $m$  Komponenten

Für die Versagenswahrscheinlichkeit des Gesamtsystems und der einzelnen Komponenten gilt folgender Zusammenhang:

$$P_{f\text{sys}} = P(P_{f1} \cap P_{f2} \cap \dots \cap P_{fj} \cap \dots \cap P_{fm}) \quad (82)$$

Bei Verwendung der Bezeichnungen die bereits beim Seriensystem eingeführt wurden, kann die Versagenswahrscheinlichkeit nach [14] mit folgender Gleichung angenähert werden:

$$P_{f\text{sys}} = \Phi_m \left[ -\beta; \rho \right] \quad (83)$$

Obere und untere Grenzen für eine Näherung der Versagenswahrscheinlichkeit sind gegeben mit:

$$0 \leq P_{f\text{sys}} \leq \text{Min}_{j=1}^m [P_{fj}] \quad (84)$$

## 2.6 Methoden der Zuverlässigkeitsanalyse

### 2.6.1 Einteilung der Methoden

Die Entwicklung der Sicherheitsabstände zwischen Einwirkungen und Widerständen in den Normenwerken beruhte traditionell auf der empirischen Sicherheitsanalyse. Dies bedeutet im Wesentlichen, dass die in den Vorschriften niedergelegten Sicherheitsfestlegungen auf den Erfahrungen mit früher ausgeführten Bauwerken basierten [7]. Ein Sicherheitsabstand wurde in der Regel durch folgende Maßnahmen erzeugt:

- Das Rechnen mit Nennwerten, die auf der sicheren Seite liegen. Bei Lasten mit starken Streuungen wurden Werte eingeführt die nur selten überschritten wurden. Für Materialeigenschaften wurden Werte festgesetzt die selten unterschritten wurden.
- Die Annahmen der Berechnungsalgorithmen für die Bemessung lagen auf der sicheren Seite. Es wurden in zweifelhaften Berechnungssituationen stets die Annahmen bevorzugt, die zu einer höheren Sicherheit führen.

- Der Sicherheitsabstand wurde durch die Anwendung von globalen Sicherheitsbeiwerten oder durch mehrere Teilsicherheitsbeiwerte zusätzlich vergrößert.
- Bei dem Entwurf von Bauwerken werden redundante Konstruktionen wie statisch unbestimmte Systeme und Materialien mit hoher Verformungsfähigkeit bevorzugt, die somit auch gewisse Sicherheitsreserven besitzen [7].

Die Sicherheitsfestlegungen wurden jedoch nicht auf Basis von wissenschaftlichen Modellen oder Theorien getroffen, sondern in Normengremien diskutiert und auf Basis von Erfahrung, Gefühl und unter Umständen dem Vergleich mit ausländischen Regelwerken oder Empfehlungen festgelegt [7]. Die Prüfung des gewählten Sicherheitsniveaus erfolgte dann anschließend während der Nutzung der Tragwerke. Falls es für einen längeren Zeitraum keine Versagensfälle gab, so hat sich das Regelwerk bewährt. Nach einer Zeit kam dann bei den verantwortlichen Fachkreisen die Vermutung auf, dass die vorhandenen Sicherheitsreserven zu groß sind und im Sinne der Wirtschaftlichkeit wurden die Sicherheitsabstände gemindert. Falls demzufolge häufigere oder schwere Versagensfälle auftraten, wurde das Sicherheitsniveau abrupt wieder angehoben, meist etwas weiter als unbedingt erforderlich. Wie diese empirische Methode im Laufe der Zeit das optimale Zuverlässigkeitsniveau annähert ist in Abbildung 2.11 dargestellt.

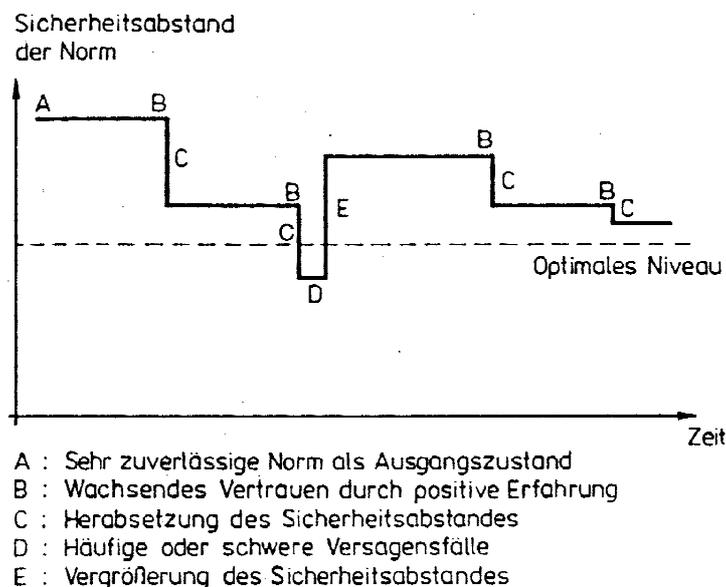


Abbildung 2.11 Zeitliche Annäherung an ein optimales Zuverlässigkeitsniveau auf der Basis der Erfahrung nach [7]

Es wurde bereits früh erkannt dass dieses traditionelle empirische Vorgehen Mängel aufweist und es gibt seither ein Bestreben die Sicherheitsproblematik mit den fortschrittlicheren Mitteln der mathematischen Statistik und der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu behandeln [7]. Historisch gesehen begann die Untersuchung der Sicherheit von Baukonstruktionen zwischen 1940 und 1950 mit den Arbeiten von Freudenthal und Pugsley. Ab 1970 wurde die Anwendung der probabilistischen Sicherheitstheorie für die Aufstellung von Normen und für die direkte Bemessung von Spezialbauwerken vorangetrieben [20]. Die Methoden der modernen theoretischen Sicherheitsanalyse können laut [7] nach Art der getroffenen Näherung und der Definition der Sicherheitsmaße in vier unterschiedliche Niveaus oder Stufen eingeordnet werden:

### **Stufe I Berechnung mit Teilsicherheitsbeiwerten (Semiprobabilistische Methode)**

Der Sicherheitsnachweis erfolgt deterministisch, einzeln für jeden Grenzzustand. Die charakteristischen Werte der Einwirkungen und Widerstände werden als Fraktilwerte definiert und mit Teilsicherheitsbeiwerten beaufschlagt, um den geforderten Sicherheitsabstand zu erreichen. Das Verfahren wird auch als „Methode der Grenzzustände“ bezeichnet und findet in den aktuell gültigen deutschen und europäischen Normen Anwendung.

### **Stufe II Probabilistische Näherungsverfahren**

Der Sicherheitsnachweis wird mit Näherungsverfahren der Zuverlässigkeitstheorie geführt, welche einen ausgewählten Punkt der Gleichung eines Grenzzustandes im Raum der Basisvariablen berücksichtigen und gewisse Vereinfachungen der Gleichung des Grenzzustandes und eventuell auch der Verteilungsfunktionen annehmen. Zu den Verfahren der Stufe II gehört unter anderem die Momentenmethode sowie die Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung (First Order Reliability Method – FORM) und Zuverlässigkeitstheorie II. Ordnung (Second Order Reliability Method – SORM). Das Sicherheitsmaß ist der Zuverlässigkeitsindex oder eine äquivalente operative Versagenswahrscheinlichkeit.

### **Stufe III Vollständige probabilistische Methode**

Der Sicherheitsnachweis erfolgt mit wahrscheinlichkeitstheoretischen Methoden für das Gesamtsystem oder seiner Elemente unter voller Berücksichtigung der Verteilungsfunktionen der Basisvariablen und der genauen Grenzzustandsgleichungen. Aufgrund der komplexen Verteilungsfunktionen kommen hier in erster Linie Approximationen mittels numerischer Integration oder der Monte-Carlo-Methode zum Einsatz. Das Sicherheitsmaß ist die operative Versagenswahrscheinlichkeit.

### **Stufe IV Zuverlässigkeitstheoretische Optimierungsverfahren**

Die Bemessung des Tragwerks erfolgt unter Einbeziehung ökonomischer Daten so, dass der Mittelwert der Summe aller Kosten für die Nutzungsdauer unter Einbeziehung der potenziellen Versagenskosten minimal wird. Entscheidungsgrundlage zur Festlegung der Sicherheit ist die gewählte Zielfunktion.

Die Methode der Stufe IV kann nur auf individuelle Bauvorhaben angewandt werden, bei dem alle Kosten bekannt sind. Das sehr aufwendige zuverlässigkeitstheoretische Optimierungsverfahren lohnt sich dann auch nur bei einigen besonderen Bauwerken mit sehr hoher Bedeutung oder hoher Wiederholungsrate. Die semiprobabilistische Methode der Stufe I hat bereits Einzug in die Normung gefunden und wird bei Entwurf und Bemessung angewandt. Die Methoden der Stufen II und III dienen primär der Kalibrierung der Normenwerke und zum Zwecke der Forschung, bei denen eine semiprobabilistische Sicherheitsbetrachtung oftmals nicht ausreichend ist. Einen Überblick über die Methoden der Zuverlässigkeitsanalyse und ihre Bedeutung für die Normung veranschaulicht Abbildung 2.12.

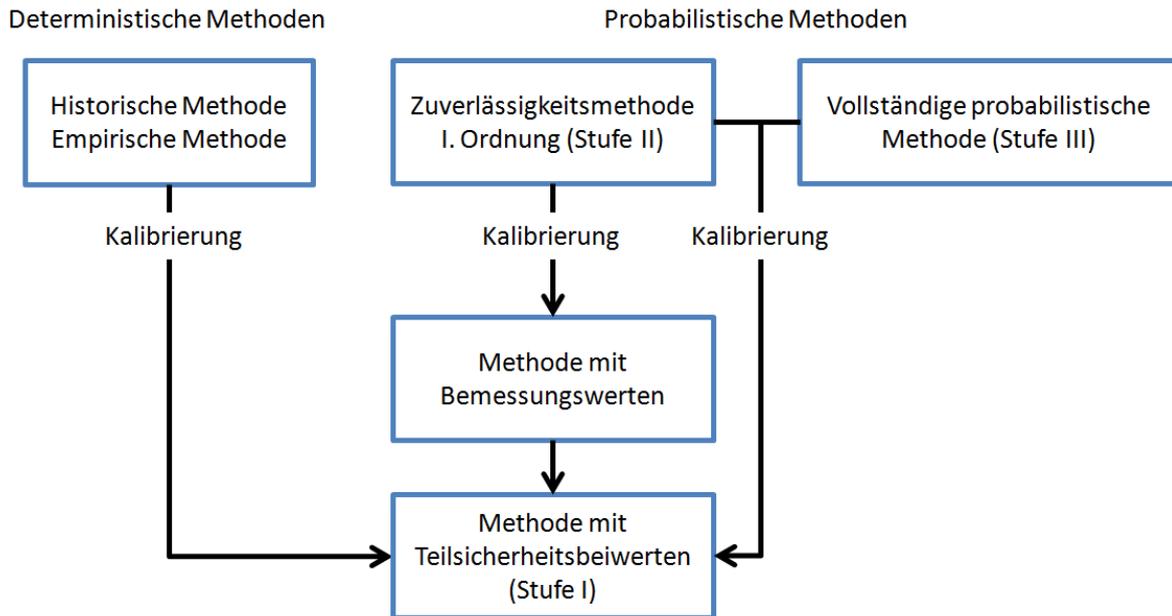


Abbildung 2.12 Überblick der Methoden der Zuverlässigkeitsanalyse nach [3]

Nachfolgend werden die in der Sicherheitsforschung gebräuchlichsten Methoden der Zuverlässigkeitsanalyse der Stufen II und III detailliert vorgestellt und ihre Vor- und Nachteile sowie typische Anwendungsgebiete aufgezeigt.

## 2.6.2 Momentenmethode

Die Ermittlung der operativen Versagenswahrscheinlichkeit als Integral der Verteilungsdichte im unsicheren Bereich ist eine sehr aufwendige Aufgabe. Jede solche Berechnung beruht zudem auf der Annahme, dass die betrachteten Basisvariablen durch die angenommenen Verteilungsfunktionen realitätsnah beschrieben werden. Aus diesen Beobachtungen entstand die pragmatischere Betrachtungsweise der Momentenmethode, die davon ausgeht, dass nur die ersten beiden Momente der Basisvariablen, also die Erwartungswerte, Varianzen und eventuelle Kovarianzen mit vernünftigem Aufwand bestimmt werden können [7]. Ausschließlich auf Basis dieser statistischen Informationen wird ein Sicherheitsindex ermittelt, der unabhängig von den Verteilungstypen der Basisvariablen ist und somit auch nicht als äquivalentes Sicherheitsmaß mit der operativen Versagenswahrscheinlichkeit betrachtet werden kann. Dieser Sicherheitsindex ist relativ leicht zu berechnen und eignet sich dennoch als Entscheidungshilfe zum Vergleich verschiedener Sicherheiten. Da für die Momentenmethode nur die ersten beiden Momente der Basisvariablen erforderlich sind und deren Verteilungsfunktionen unberücksichtigt bleiben, wird es im Englischen auch als First Order Second Moment Method (FOSM) bezeichnet [27].

Es gibt verschiedene Ansätze für die Definition eines solchen Sicherheitsindex. Im einfachsten Fall ist der Sicherheitsabstand eine lineare Funktion der Basisvariablen:

$$Z = c_0 + \sum_{i=1}^n c_i \cdot X_i \quad (85)$$

Dann ergibt sich für den Erwartungswert der Grenzzustandsfunktion

$$E[Z] = c_0 + \sum_{i=1}^n c_i \cdot E[X_i] \quad (88)$$

und für die Varianz

$$Var[Z] = \sum_{i=1}^n c_i^2 \cdot Var[X_i] + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n c_i \cdot c_j \cdot Cov[X_i, X_j] \quad (86)$$

Die Definition des Sicherheitsindex nach Cornell [28] ist das Verhältnis von Erwartungswert zur Standardabweichung des Sicherheitsabstandes:

$$\beta_c = \frac{E[Z]}{\sqrt{Var[Z]}} = \frac{\mu_z}{\sigma_z} \quad (87)$$

Grenzzustandsgleichungen, die einen nichtlinearen Verlauf haben, können durch eine Taylorreihenentwicklung linearisiert werden. Die Definition des Sicherheitsindex nach Cornell wird in Abbildung 2.13 veranschaulicht.

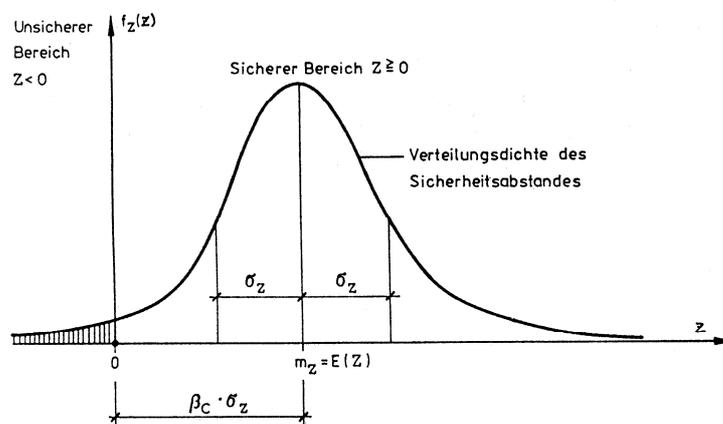


Abbildung 2.13 Veranschaulichung der Definition des Sicherheitsindex nach Cornell [7]

Ein entscheidender Nachteil des Sicherheitsindex nach Cornell [28] ist die Tatsache, dass es abhängig von der Formulierung der Grenzzustandsgleichung ist [7]. Zwei im mathematischen Sinne äquivalente Formulierungen können bei dieser Definition unterschiedliche Sicherheitsindizes ergeben. Eine Verbesserung der Definition wurde daher von Hasofer und Lind vorgeschlagen, bei der im Wesentlichen die Linearisierung und die Entwicklung der Taylorreihe im Bemessungspunkt vorgenommen und dadurch diese Problematik aufgehoben wird [29].

### 2.6.3 Methoden der Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung

Die Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung (First Order Reliability Method – FORM) ermöglicht eine Näherung der Versagenswahrscheinlichkeit bei nichtlinearen Grenzzustandsgleichungen mit nicht normalverteilten Basisvariablen. Die allgemeine Vorgehensweise der Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung wird hier nach Spaethe [7] kurz erläutert. Zu erst müssen die Basisvariablen  $X_i$ , die beliebigen stetigen Verteilungen folgen können, in unabhängige standardisiert normalverteilte Zufallsvariablen  $Y_i$  überführt werden. Die Wahrscheinlichkeit der entsprechenden Punkte der Verteilungsfunktion ist hierbei jeweils gleichzusetzen, sodass

$$F_{X_i}(x_i) = \Phi(y_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (89)$$

gilt. Die Transformationsbeziehungen sind somit:

$$x_i = F_{x_i}^{-1}(\varphi(y_i)) \quad y_i = \varphi^{-1}(F_{x_i}(x_i)) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (90)$$

Diese Transformationsgleichung in die Grenzzustandsgleichung (38) eingesetzt erhalten wir:

$$g(\bar{x}) = g(x_1, x_2, \dots, x_n) = g(F_{x_1}^{-1}(\varphi(y_1)), F_{x_2}^{-1}(\varphi(y_2)), \dots, F_{x_n}^{-1}(\varphi(y_n))) = 0 \quad (91)$$

Für diese modifizierte Grenzzustandsgleichung führen wir die neue Bezeichnung  $h(\bar{y})$  ein:

$$h(\bar{y}) = h(y_1, y_2, \dots, y_n) = 0 \quad (92)$$

Da die Transformation der Verteilungsfunktion in der Regel eine nichtlineare Transformation ist, wird selbst bei linearer Grenzzustandsgleichung  $g(\bar{x}) = 0$  üblicherweise  $h(\bar{y}) = 0$  im standardisierten Raum nichtlinear. Der Versagensbereich wird durch diese n-dimensionale Hyperfläche abgegrenzt. Das Integral der Verbundverteilungsdichte im Versagensbereich ergibt die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$ . Nimmt man jetzt jedoch im Bemessungspunkt  $y^*$ , also im Punkt mit der größten Verteilungsdichte der Grenzzustandsfunktion  $h(\bar{y}) = 0$ , die Tangentialhyperebene von  $h(\bar{y}) = 0$ , so erhält man eine lineare Näherung des Versagensbereichs. Falls die Grenzzustandsgleichung im Bemessungspunkt stetig und mindestens einmal differenzierbar ist, so erhält man durch eine Taylor-Reihenentwicklung bei Vernachlässigung der Glieder zweiter und höherer Ordnung:

$$l(\bar{y}) = h(\bar{y}^*) + (\bar{y} - \bar{y}^*)^T \nabla h(\bar{y}^*) = h(y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*) + \sum_{i=1}^n (y_i - y_i^*) \left. \frac{\partial h}{\partial y_i} \right|_{y=y^*} \quad (93)$$

Somit ist die Aufgabe auf eine lineare Grenzzustandsgleichung mit normalverteilten Basisvariablen zurückgeführt. Für diesen Sonderfall kann jedoch der Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  als kürzester Abstand zwischen dem Koordinatenursprung und der Grenzzustandsgleichung im standardisierten Raum ermittelt werden (vgl. Abschnitt 2.3.3). Dies entspricht genau dem Abstand des Bemessungspunktes vom Koordinatenursprung, also:

$$|\beta| = \sqrt{y_i^{*T} \cdot y_i^*} = \sqrt{\sum_{i=1}^n y_i^{*2}} \quad (94)$$

Falls sich der Koordinatenursprung im unsicheren Bereich befindet ist das Vorzeichen von  $\beta$  negativ, anderenfalls positiv. Die Versagenswahrscheinlichkeit erhält man anschließend nach Gleichung (50) mit:

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (95)$$

Die graphische Darstellung der Näherung nach Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung zeigt Abbildung 2.14. Diese Näherung ergibt meistens recht gute Ergebnisse, da die Verteilungsdichte der standardisierten Normalverteilung mit zunehmendem Abstand vom Koordinatenmittelpunkt stark abnimmt. Zudem sind bei praktischen Anwendungen die Grenzzustandsgleichungen in der Regel recht glatt und lassen sich somit gut mit linearen Beziehungen nähern [7].

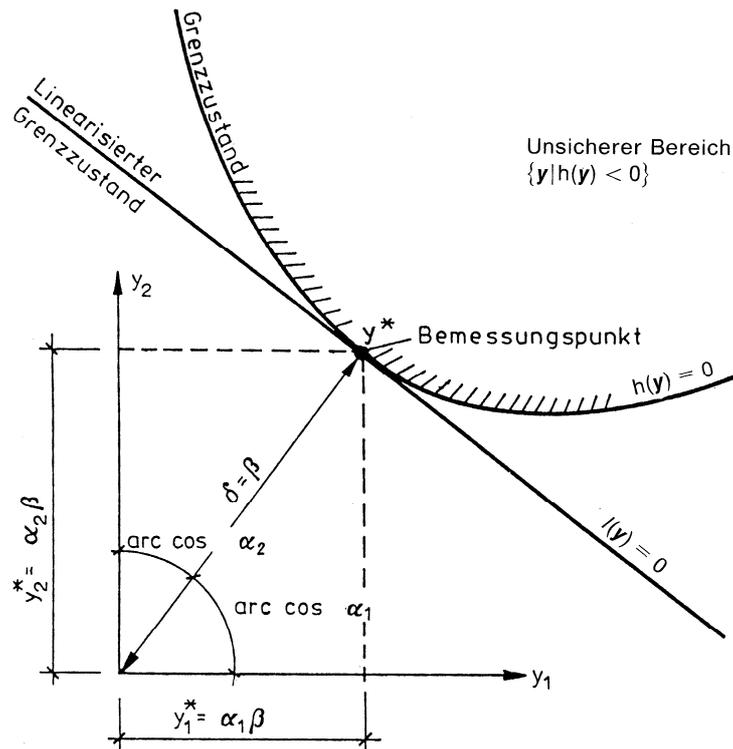


Abbildung 2.14 Linearisierung der Grenzzustandsfunktion im Bemessungspunkt nach der Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung nach [7]

Falls zwischen den ursprünglichen Basisvariablen Abhängigkeiten bestehen kann die Transformation nicht nach Gleichung (90) durchgeführt werden. In diesem Fall ist eine gekoppelte Transformation nötig. Hier kann beispielsweise die Rosenblatt-Transformation nach [30] angewandt werden.

Für die geschilderte Vorgehensweise bei der Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung ist es erforderlich den Bemessungspunkt  $y^*$  zu bestimmen. Es muss also der Punkt der Grenzzustandsgleichung  $h(\bar{y})=0$  gefunden werden, der mit der höchsten Verteilungsdichte verfügt. Darunter versteht man den Punkt mit dem kürzesten Abstand zum Koordinatenursprung im Raum der standardisierten Basisvariablen. Im Grunde ist dies eine mathematische Extremwertaufgabe mit Nebenbedingungen. Einer der weit verbreitetsten Lösungsmethoden für dieses zuverlässigkeitstheoretische Problem ist der Rackwitz-Fießler-Algorithmus, der auch als Normal-Tail-Approximation bezeichnet wird [7]. Dieses iterative Verfahren nimmt im ersten Schritt einen Startpunkt  $x^{(1)}$  als Bemessungspunkt an, beispielsweise anhand der Bemessungswerte der Normen. Im  $i$ -ten Iterationsschritt werden die Basisvariablen in dem ausgewählten Punkt  $x^{(i)}$  durch Normalverteilungen genähert und anschließend standardisiert. Die Näherung der Grenzzustandsgleichung durch eine Tangentialhyperebene erfolgt ebenfalls im Punkt  $x^{(i)}$ . Es wird nun der Zuverlässigkeitsindex  $\beta^{(i)}$  berechnet. Falls die erforderliche Genauigkeit erreicht ist, gegeben beispielsweise durch  $\beta^{(i-1)} \approx \beta^{(i)}$ , ist die Lösung gefunden. Anderenfalls ergibt sich der nächste Iterationspunkt  $x^{(i+1)}$  als der Punkt mit dem geringsten Abstand zum Koordinatenursprung auf der Tangentialhyperebene in Punkt  $x^{(i)}$  [31].

## 2.6.4 Methoden der Zuverlässigkeitstheorie II. Ordnung

Eine Verbesserung der Näherung ergibt sich, wenn im Bemessungspunkt auch die Krümmung der Gleichung des Grenzzustandes berücksichtigt wird. Falls die Grenzzustandsgleichung mindestens zweimal differenzierbar ist, kann dies erreicht werden, indem bei der Taylor-Reihenentwicklung auch die Glieder höherer Ordnung berücksichtigt werden. Die Methode wird deshalb als Zuverlässigkeitstheorie II. Ordnung, im Englischen Second Order Reliability Method (SORM), bezeichnet. Die neue Näherung der Grenzzustandsgleichung ergibt sich demnach zu:

$$l(\bar{y}) = h(\bar{y}^*) + (\bar{y} - \bar{y}^*)^T \nabla h(\bar{y}^*) + \frac{1}{2} (\bar{y} - \bar{y}^*)^T \nabla^2 h(\bar{y}^*) (\bar{y} - \bar{y}^*) \quad (96)$$

Hierbei ist  $\nabla^2 h(\bar{y}^*)$  die Hessesche Matrix der zweiten Ableitungen [12]. Die Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit kann nun mit der Verwendung von Flächen zweiter Ordnung wie zentrischen Kugeln, Paraboloiden, Rotationshyperboloiden und Rotationsellipsoiden erfolgen [7]. In der baupraktischen Anwendung hat sich die Zuverlässigkeitstheorie II. Ordnung nicht durchsetzen können, da verglichen mit den Unsicherheiten bei den statistischen Modellen der Basisvariablen die bessere Approximation bei den sehr geringen Wahrscheinlichkeiten eine nicht vorhandene Genauigkeit vortäuscht [32]. Die Methode bleibt deshalb in erster Linie einigen Spezialfällen vorbehalten, wenn beispielsweise die Grenzzustandsgleichung stark gekrümmt ist oder bei hohen Zuverlässigkeitsniveaus genaue Aussagen gefordert werden [7].

## 2.6.5 Numerische Integration

Es wurde bereits angesprochen, dass die Versagenswahrscheinlichkeit als das Integral der Verbundverteilungsdichte über den Versagensbereich für einen bestimmten Bezugszeitraum betrachtet werden kann. Eine analytische Lösung des Integrals ist nur in sehr seltenen Fällen mit wenigen Basisvariablen und einfacher Grenzzustandsgleichung möglich, zur Ermittlung bestimmter Integrale stehen der in Mathematik jedoch zahlreiche numerische Näherungsalgorithmen zur Verfügung. Als Beispiele werden hier die zwei Verfahren nach der Newton-Cotes-Formel vorgestellt: die Trapezregel und die Simpsonregel [22]. Das Prinzip der beiden Näherungsverfahren wird in Abbildung 2.15 für den eindimensionalen Fall, also wenn die Funktion nur von einer Variablen abhängig ist, veranschaulicht.

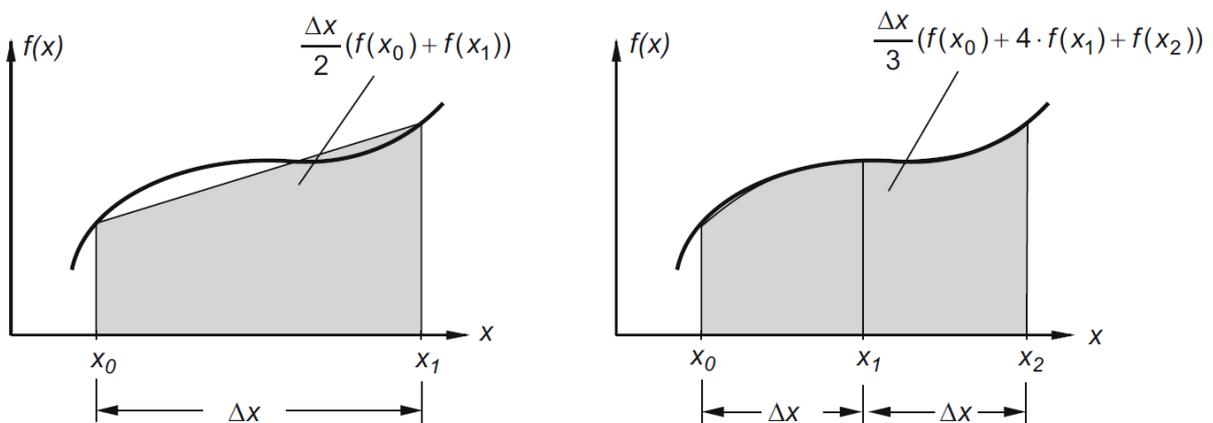


Abbildung 2.15 Numerische Integration mit Newton-Cotes-Formeln nach der Trapezregel (links) und der Simpsonregel (rechts) [22]

Im eindimensionalen Fall wird das Integral der Funktion  $f(x)$  genähert, indem die Strecke  $[a; b]$  auf dem das Integral zu ermitteln ist, in  $n$  Abschnitte der Länge  $\Delta x$  aufgeteilt wird. Das Integral der Funktion errechnet sich mit der Trapezregel zu:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{\Delta x}{2} (f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)) \quad (97)$$

Bei der Simpson-Regel wird das Integral über drei Stützstellen approximiert, daher muss eine Aufteilung in eine gerade Anzahl von Elementen erfolgen. Hierbei erhält man eine Näherung mit:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{\Delta x}{3} (f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + \dots + 2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)) \quad (98)$$

Der Fehler der Näherungen im eindimensionalen Fall ist für die Trapezregel hierbei proportional zu  $1/n^2$  und für die Simpson-Regel zu  $1/n^4$ . Falls die Funktion die Form  $f(u_1, u_2, \dots, u_d)$  hat und somit von  $d$  unterschiedlichen Variablen abhängig ist, so ist der Fehler proportional zu  $n^{-2/d}$  beziehungsweise  $n^{-4/d}$  [33]. Somit nimmt die Genauigkeit der Methode für Funktionen mit mehreren Variablen drastisch ab. Bei der Zuverlässigkeitsanalyse hängt der Versagenszustand in der Regel von einer Vielzahl von Basisvariablen ab. Daher kann hier die numerische Integration nur beschränkt zum Einsatz kommen. Eine zweite Schwierigkeit bei der numerischen Integration ist die Definition des Versagensbereichs in dem das bestimmte Integral zu berechnen ist. Diese ist bei der Sicherheitsanalyse von Tragwerken üblicherweise nur implizit, durch die Grenzzustandsgleichung, gegeben.

## 2.6.6 Monte-Carlo-Methode

### 2.6.6.1 Beschreibung

Die Monte-Carlo-Methode ist ein numerisches Verfahren, bei dem für eine zu lösende Problemstellung ein stochastisches Modell aufgestellt wird und anschließend die entsprechenden Zufallsgrößen mit Hilfe von Zufallszahlen simuliert werden [34]. Im Gegensatz zu den herkömmlichen Verfahren der numerischen Mathematik werden also dem ursprünglichen Problem nachgebildete Zufallsexperimente ausgeführt und die sich daraus ergebenden Resultate liefern Näherungslösungen des Problems [35].

Es gibt eine große Vielfalt an Anwendungsgebieten für die Monte-Carlo-Methode, aber die Vorgehensweise besteht meist aus folgenden drei Schritten:

- Erzeugung von Zufallsgrößen
- Berechnung von Ergebnissen aus den erzeugten Zufallsgrößen nach einem Modell
- Statistische Analyse der Ergebnisse zur Näherung der gesuchten Größe

Der erste Schritt, die Erzeugung von Zufallsgrößen, ist für nahezu alle Anwendungen ähnlich, deshalb steht hierfür ausführliche Literatur zur Verfügung [36]. Die letzten beiden Arbeitsschritte sind in der Regel sehr individuell an das zu lösende Problem angepasst und müssen für jede Anwendung eigens entwickelt werden.

### 2.6.6.2 Zufallszahlen

Die ersten Tabellen für Zufallszahlen wurden anhand der Ergebnisse der Roulettespiele, die im Kasino von Monte-Carlo ausgehängt wurden, erstellt. Darauf geht auch die 1949 einge-

fürte Bezeichnung Monte-Carlo-Methode zurück [34]. Alternativ zu diesem sogenannten Würfelverfahren, das nur für die Erzeugung einer geringen Anzahl von Zufallszahlen geeignet ist, können noch physikalische oder arithmetische Verfahren verwendet werden. Bei den physikalischen Verfahren werden hierbei beispielsweise Messungen von radioaktiven Zerfallsprozessen oder Rauschvorgängen benutzt um Zufallszahlen zu erzeugen [35]. Die arithmetischen Verfahren haben als Ausgangspunkt eine beliebige aber feste Folge von Zufallszahlen (z. B. nach einem der ersten beiden Methoden) und generieren auf Basis bestimmter Algorithmen weitere Zahlen. Für Computerrechnungen eignet sich natürlich am besten das arithmetische Verfahren. Es besteht hierbei allerdings die Schwierigkeit, dass es sich bei den so erzeugten Zahlen in Wahrheit um deterministische Zahlen handelt, die sich in vieler Hinsicht als Zufallszahlen verhalten [34]. Man verwendet daher auch die Bezeichnung Pseudozufallszahlen. Ob eine Reihe von Pseudozufallszahlen für eine Anwendung mit der Monte-Carlo-Methode geeignet ist, hängt im Wesentlichen von der Periodenlänge ab, also von der Frage, nach wie vielen Zahlen sich die Zahlenfolge wiederholt [35]. Ist die Periodenlänge größer als die Anzahl der benötigten Stichproben, so können diese Werte als Zufallszahlen betrachtet werden. Die statistische Qualität der erzeugten Zufallszahlen kann natürlich auch mit Hilfe von statistischen Tests, wie z. B. der Chi-Quadrat- oder Kolmogorow-Smirnow-Anpassungstests überprüft werden [35]. Heute sind in den meisten Computerprogrammen fortschrittliche arithmetische Generatoren für Zufallszahlen bereits integriert. Diese verfügen in der Regel über ausreichend große Periodenlängen. Für das in der vorliegenden Arbeit verwendete Programm Microsoft Excel beträgt diese Periodenlänge mehr als  $10^{13}$ , die Anzahl der erzeugten Zufallszahlen war in der Größenordnung von  $10^7$ .

Gewöhnlich liefern solche Algorithmen gleichverteilte Zufallszahlen im Intervall  $[0;1)$ . Es bleibt jedoch die Aufgabe aus diesen Zufallszahlen Realisierungen einer Zufallsgröße zu erzeugen, die einer bestimmten vorgegebenen Verteilung folgen. Ist  $X$  eine Zufallsvariable die der Verteilungsfunktion  $F(X)$  folgt und  $U$  eine im Intervall  $[0;1)$  gleichverteilte Zufallsvariable so gilt:

$$u = F(x) \tag{99}$$

Mit Einführung der Umkehrfunktion  $F^{-1}(X)$  gilt dann:

$$x = F^{-1}(u) \tag{100}$$

Dies bedeutet, dass mittels der Umkehrfunktion der Verteilungsfunktion eine gleichverteilte Zufallsvariable in eine Zufallsvariable mit der gewünschten Verteilungsfunktion transformiert werden kann. Dies ist schematisch in Abbildung 2.16 dargestellt. Hierbei besteht die Schwierigkeit in vielen Fällen in der Umkehrung der Verteilungsfunktion. Dafür gibt es jedoch zahlreiche Näherungsmethoden mit denen sich die für Ingenieur Anwendungen benötigte Genauigkeit erreichen lässt [35].

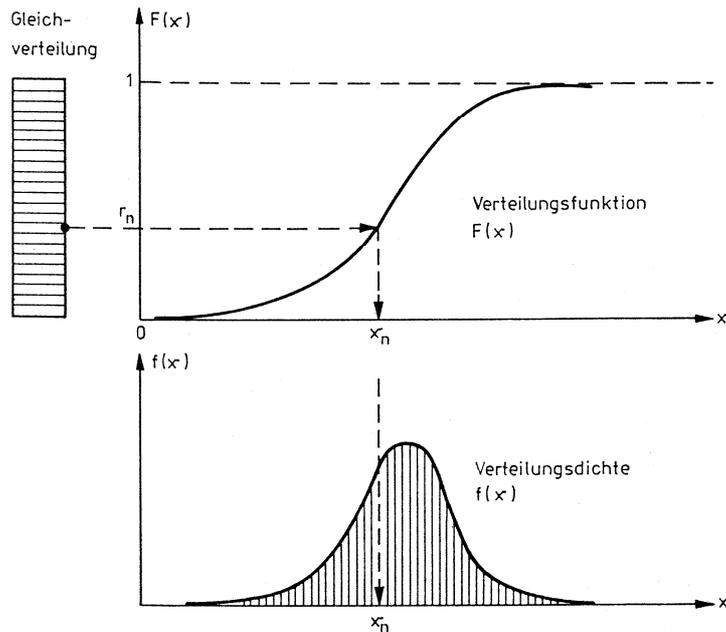


Abbildung 2.16 Erzeugung von Zufallszahlen nach einer beliebigen Verteilung aus gleichverteilten Zufallszahlen mittels der inversen Verteilungsfunktion [7]

### 2.6.6.3 Genauigkeit

Bei allen Näherungsverfahren ist es äußerst wichtig, die Genauigkeit der Näherung abschätzen zu können. Bei der Monte-Carlo-Methode wird die gesuchte Größe  $x$  durch den Erwartungswert einer bestimmten Zufallsvariablen  $X$ , also  $x = E[X]$ , approximiert [34]. Die Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation stellen somit eine Stichprobe für die Zufallsvariable  $X$  dar, die eine Schätzung für  $x$  ermöglicht. Ist also  $x_1, x_2, \dots, x_n$  eine Stichprobe von Umfang  $n$  bezüglich  $X$ , so erhalten wir für  $x$  einen guten Näherungswert mit dem empirischen Erwartungswert [34]:

$$\hat{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k \quad (101)$$

Nach dem Zentralen Grenzwertsatz der Wahrscheinlichkeitstheorie folgt die Zufallsvariable  $\hat{x}$  für große Werte von  $n$  annähernd der Normalverteilung mit Erwartungswert  $x$  und Standardabweichung  $\sigma_x^2/n$  [36]. Daraus folgt, dass für die Differenz von empirischem und theoretischem Mittelwert folgende Näherung gilt:

$$P\left(|\hat{x} - x| < \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n}} \cdot \varphi_{(1-\alpha)/2}\right) \approx \alpha \quad (102)$$

Die tatsächliche Standardabweichung  $\sigma_x$  der Zufallsgröße  $X$  kann hierbei mit der empirischen Standardabweichung  $\hat{\sigma}$  der Stichprobe genähert werden:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x_k - \hat{x})^2 \quad (103)$$

Somit ergibt sich z. B. bei einem Signifikanzniveau von  $\alpha = 0,9$  für die gesuchte Größe folgender Konfidenzintervall:

$$\hat{x} - \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \cdot 1,645 \leq x \leq \hat{x} + \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \cdot 1,645 \quad (104)$$

Es ist ersichtlich, dass die Größenordnung des Fehlers von der Anzahl der Simulationen abhängt und proportional zu  $n^{-1/2}$  ist. Hierbei ist der Fehler der Monte-Carlo-Methode unabhängig von der Anzahl der Basisvariablen. Dies ist ein erheblicher Vorteil gegenüber der numerischen Integration, bei dem der Fehler für die Simpson-Integration bei  $d$  Basisvariablen proportional zu  $n^{-4/d}$  ist (vgl. Abschnitt 2.6.5). Dies bedeutet, dass bei mehr als 8 Basisvariablen mit der Monte-Carlo-Methode, bei gleicher Anzahl von Berechnungen eine genauere Näherung, als mit der Simpson-Integration erreicht werden kann. Es ist auch wichtig zu bemerken, dass es nicht möglich ist, absolute Grenzen für die Abweichung der Näherung zu ermitteln. Es kann nur die Wahrscheinlichkeit angegeben werden, dass sich die gesuchte Größe in einem bestimmten Intervall befindet.

#### 2.6.6.4 Anwendungsgebiete

Die Art von Problemen die mit der Monte-Carlo-Methode gelöst werden können, lassen sich grundsätzlich in zwei Kategorien einteilen:

- Probleme deterministischer Natur, z. B. die Berechnung von bestimmten Integralen und die Lösung von linearen Gleichungssystemen.
- Probleme stochastischer Natur, z. B. Warteschlangen- und Lagerhaltungsprobleme, Bestimmung der Qualität und Zuverlässigkeit von Erzeugnissen [34].

Bei Problemen der ersten Kategorie besteht die Schwierigkeit im Aufbau eines stochastischen Modells das dem gegebenen Problem angepasst ist. Bei der zweiten Kategorie müssen die realen Zufallsprozesse des Problems entsprechend erfasst und abgebildet werden [34]. Die zuverlässigkeitstheoretischen Fragestellungen im Bauwesen sind in der Regel in die zweite Kategorie einzuordnen, wobei letztendlich die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit auch als deterministisches Problem, nämlich als die Berechnung eines bestimmten Integrals aufgefasst werden kann. Durch die Vielfältigkeit der Methode findet sie in zahlreichen Wissenschaftsgebieten Einsatz, so z. B. bei der Untersuchung des Neutronendurchgangs durch eine Platte, der Simulation der Landung eines Flugzeuges oder bei Lernmodellproblemen [34]. Es gibt natürlich auch Beispiele für die Anwendung der Monte-Carlo-Methode im Bauwesen, in [35] werden z. B. Simulationen zum Verformungsverhalten von Stahlbetonstützen, die Berechnung der Verteilungsdichte der Durchbiegung von Biegebalken oder die Untersuchung der Versagenswahrscheinlichkeit von Stahlbetonplatten erwähnt.

Bei Anwendung der Monte-Carlo-Methode sollte immer beachtet werden, dass diese eine Näherung der gesuchten Größe liefert und eine große Anzahl von Simulation benötigt. Daher sollten die Ergebnisse aus einer Monte-Carlo-Simulation möglichst weiter dazu genutzt werden, das anstehende Problem auch analytisch zu erfassen, sodass in Zukunft auf die aufwendige Methode der statistischen Versuche verzichtet werden kann [35].

## 2.7 Zielwerte der Tragwerkszuverlässigkeit

Für die Tragwerkszuverlässigkeit geben die Regelwerke und Normen in Abhängigkeit von zahlreichen Kriterien verschiedene Zielwerte an. Die Empfehlungen der gebräuchlichsten deutschen und internationalen Regelwerke werden hier kurz erläutert und verglichen.

Das erste Sicherheitskonzept in Deutschland das die Zuverlässigkeit als Kriterium für die Festlegung von Anforderungen an Bauwerke eingeführt hat, waren die „Grundlagen zur Festlegung von Sicherheitsanforderungen an bauliche Anlagen“ (GruSiBau) [37] in 1981. Hierbei

wurde erstmals akzeptiert, dass nicht jegliche Gefährdung für ein Bauwerk eliminiert werden kann, sondern immer unter Berücksichtigung der Folgen ein bestimmtes Restrisiko vorhanden bleibt, über dessen Annehmbarkeit jeweils zu entscheiden ist [37].

Die Zielwerte der Zuverlässigkeit werden in Abhängigkeit von dem zu betrachtenden Grenzzustand (Tragfähigkeit bzw. Gebrauchsfähigkeit) und dem Sicherheitsbedürfnis der Öffentlichkeit bzw. wirtschaftlichen Gesichtspunkten angegeben. Aus diesem Grund werden die Bauwerke in drei Sicherheitsklassen eingeteilt (Tabelle 2.2) und die Zielwerte des Sicherheitsindex  $\beta$  werden für jede Sicherheitsklasse separat angegeben (Tabelle 2.3).

Tabelle 2.2 Sicherheitsklassen für bauliche Anlagen nach [37]

Mögliche Folgen von Gefährdungen, die		Klasse
Vorwiegend die Tragfähigkeit betreffen	Vorwiegend die Gebrauchsfähigkeit <sup>1)</sup> betreffen	
Keine Gefahr für Menschenleben und geringe wirtschaftliche Folgen	Geringe wirtschaftliche Folgen, geringe Beeinträchtigung der Nutzung	1
Gefahr für Menschenleben und/oder beachtliche wirtschaftliche Folgen	Beachtliche wirtschaftliche Folgen, beachtliche Beeinträchtigung der Nutzung	2
Große Bedeutung der Baulichen Anlage für die Öffentlichkeit	Große wirtschaftliche Folgen, große Beeinträchtigung der Nutzung	3

1) Besteht bei Verlust der Gebrauchsfähigkeit Gefahr für Leib und Leben (z. B. Undichtigkeit von Behältern und Leitungen mit gefährlichen Stoffen), so wird dieser wie ein Verlust der Tragfähigkeit behandelt.

Tabelle 2.3 Zielwerte des Sicherheitsindex  $\beta$  für einen Bezugszeitraum von einem Jahr nach [37]

	Sicherheitsklassen		
	1	2	3
Grenzzustand der Gebrauchsfähigkeit (auch Rissbildung und Schwingungsempfindlichkeit) <sup>1)</sup>	2,5	3,0	3,5
Grenzzustand der Tragfähigkeit (Kollaps, Bruch, Gleiten, Instabilität)	4,2	4,7	5,2

1) Hierbei wird angenommen, dass Kriterien für die Gebrauchsfähigkeit nicht schon implizit einen Sicherheitsabstand enthalten.

In dem informativen Anhang B zu der DIN 1055-100 [3] werden die in Tabelle 2.4 dargestellten Zielwerte für den Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  definiert. Hier werden drei Grenzzustände berücksichtigt, es kommt der Grenzzustand der Ermüdung hinzu. Da der Zuverlässigkeitsindex abhängig ist von dem Betrachtungszeitraum, werden hier Werte für zwei im Bauwesen typische Betrachtungszeiträume, ein Jahr und 50 Jahre, angegeben.

Tabelle 2.4 Zielwerte des Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  für Bauteile nach [3]

Grenzzustand	Zielwert des Zuverlässigkeitsindex	
	1 Jahr	50 Jahre
Tragfähigkeit	4,7	3,8
Ermüdung	-	1,5-3,8 <sup>1)</sup>
Gebrauchstauglichkeit (nicht umkehrbar)	3,0	1,5

1) Abhängig von der Prüfbarkeit, Instandsetzbarkeit und Schadenstoleranz.

In der DIN EN 1990:2010 [4] werden in Anhang B ebenfalls Empfehlungen für die Mindestwerte des Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  gegeben, diese sind in Tabelle 2.5 zusammengefasst. Sie sind abhängig von der Zuverlässigkeitsklasse (RC 1 – RC 3) die verknüpft werden kann mit einem von drei Schadensfolgeklassen (CC 1 – CC 3) nach Tabelle 2.6. Hierbei können je nach Tragwerksart und Bemessungsstrategie Teile eines Tragwerks der gleichen, einer höheren oder niedrigeren Schadensfolgeklasse zugewiesen werden wie das Gesamttragwerk.

Tabelle 2.5 Empfehlungen für Mindestwerte des Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  nach [4]

Zuverlässigkeits-Klasse	Mindestwert für $\beta$	
	1 Jahr	50 Jahre
RC 3	5,2	4,3
RC 2	4,7	3,8
RC 1	4,2	3,3

Tabelle 2.6 Klassen für Schadensfolgen nach [4]

Schadensfolgeklassen	Merkmale	Beispiele im Hochbau oder bei sonstigen Ingenieurbauwerken
CC 3	Hohe Folgen für Menschenleben oder sehr große wirtschaftliche, soziale oder umweltbeeinträchtigende Folgen	Tribünen, öffentliche Gebäude mit hohen Versagensfolgen (z. B. eine Konzerthalle)
CC 2	Mittlere Folgen für Menschenleben, beinträchtliche wirtschaftliche, soziale oder umweltbeeinträchtigende Folgen	Wohn- und Bürogebäude, öffentliche Gebäude mit mittleren Versagensfolgen (z. B. ein Bürogebäude)
CC 1	Niedrige Folgen für Menschenleben und kleine oder vernachlässigbare wirtschaftliche, soziale oder umweltbeeinträchtigende Folgen	Landwirtschaftliche Gebäude ohne regelmäßigen Personenverkehr (z. B. Scheunen, Gewächshäuser)

Im JCSS Probabilistic Model Code [14] wird zusätzlich zu der Kategorisierung nach den Versagensfolgen, auch eine Einteilung in drei Gruppen in Abhängigkeit von den bezogenen Kosten einer möglichen Schutzmaßnahme zur Vermeidung des Versagens getroffen, diese zeigt Tabelle 2.7. Die Beschreibung der Versagensfolgen ist im Grunde analog zu der Einteilung in Sicherheitsklassen nach Tabelle 2.2. Für die bezogenen Kosten der Schutzmaßnahme gibt es zwar keine eindeutige Definition, es wird aber darauf hingewiesen, dass eine Schutzmaßnahme die geringe Kosten verursacht, aber die Zuverlässigkeit erheblich steigert ergriffen werden sollte. Als Gegenbeispiel werden Bestandsbauwerke genannt, bei denen eine nachträgliche Steigerung der Zuverlässigkeit üblicherweise nur sehr teuer zu bewerkstelligen wäre. Aus diesem Grund kann hier unter Umständen eine verminderte Zuverlässigkeit in Kauf genommen werden.

Tabelle 2.7 Empfehlungen für den Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  für einen Bezugszeitraum von einem Jahr im Grenzzustand der Tragfähigkeit nach [14]

Bezogene Kosten der Schutzmaßnahme	Geringe Versagensfolgen	Mäßige Versagensfolgen	Große Versagensfolgen
Groß	3,1	3,3	3,7
Normal	3,7	4,2	4,4
Gering	4,2	4,4	4,7

Der fib Model Code 2010 [38] trifft ähnliche Vorgaben wie die bereits vorgestellten Regelwerke für Neubauten. Die Zielwerte des Zuverlässigkeitsindex in Abhängigkeit der Grenzzustände und des Betrachtungszeitraumes für Neubauten nach [38] sind in Tabelle 2.8 zusammengefasst. Es werden hier jedoch für die Bewertung der Zuverlässigkeit von Bestandsbauten, bei gründlicher Erwägung der Schadensfolgen und möglicher Schutzmaßnahmen, auch geringere Zuverlässigkeitsindizes akzeptiert, diese zeigt Tabelle 2.9.

Tabelle 2.8 Empfehlung für Zielwertbereich des Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  für Neubauten nach [38]

Grenzzustand	Zielwert des Zuverlässigkeitsindex $\beta$	Bezugszeitraum
Gebrauchstauglichkeit		
Umkehrbar	0,0	-
Nicht umkehrbar	1,5	50 Jahre
Nicht umkehrbar	3,0	1 Jahr
Tragfähigkeit		
Geringe Versagensfolgen	3,1	50 Jahre
	4,1	1 Jahr
Mittlere Versagensfolgen	3,8	50 Jahre
	4,7	1 Jahr
Große Versagensfolgen	4,3	50 Jahre
	5,1	1 Jahr

Tabelle 2.9 Empfehlung für Zielwertbereich des Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  für Bestandsbauwerke nach [38]

Grenzzustand	Zielwert des Zuverlässigkeitsindex $\beta$	Bezugszeitraum
Gebrauchstauglichkeit	1,5	Restliche Lebensdauer des Bauwerks
Tragfähigkeit	3,1-3,8 <sup>1)</sup>	50 Jahre
	3,4-4,1 <sup>1)</sup>	15 Jahre
	4,1-4,7 <sup>1)</sup>	1 Jahr

1) Abhängig von den Kosten der Maßnahmen zur Bauwerksertüchtigung

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass die unterschiedlichen Regelwerke sehr ähnliche Empfehlungen für Zielwerte der Tragwerkszuverlässigkeit von Bauwerken vorgeben. Die geforderte Zuverlässigkeit ist im Allgemeinen abhängig von den Schadensfolgen beim Versagen, den Kosten der Schutzmaßnahmen zur Erhöhung der Zuverlässigkeit, dem betrachteten Grenzzustand und dem Betrachtungszeitraum. Für Tragwerke mit mittleren Schadensfolgen wird für einen Betrachtungszeitraum von einem Jahr im Grenzzustand der Tragfähig-

keit nahezu einheitlich (mit Ausnahme des JCSS [14]) ein Zuverlässigkeitsindex von  $\beta = 4,7$  empfohlen. Dies entspricht etwa einer Versagenswahrscheinlichkeit von  $P_f = 10^{-6}$ .

Die Tragwerkszuverlässigkeit kann auch mit vorhandenen und akzeptierten Risiken aus anderen Bereichen des Lebens verglichen werden, beispielsweise mit der Angabe von Sterbewahrscheinlichkeit bzw. Sterbehäufigkeit pro Jahr pro Person die eine bestimmte Aktivität ausüben oder sich in einer bestimmten Situation befinden [39]. Einige Beispiele für Sterbehäufigkeiten bestimmter Ursachen sind in Tabelle 2.10 aufgelistet.

Tabelle 2.10 Sterbehäufigkeiten nach [39]

Ursache	Relative Sterbehäufigkeit/Jahr
Allgemeine Sterbewahrscheinlichkeit (USA – 1999)	$8,6 \cdot 10^{-3}$
Krebs (USA – 1999)	$5,7 \cdot 10^{-3}$
Herzkrankheit (USA – 1999)	$5,7 \cdot 10^{-3}$
Rauchen (USA – 1999)	$3,6 \cdot 10^{-3}$
Bergsteigen (international)	$2,7 \cdot 10^{-3}$
Autofahren	$2,2 \cdot 10^{-4}$
Fliegen (Passagier)	$1,2 \cdot 10^{-4}$
Fabrikarbeit	$4,0 \cdot 10^{-5}$
Gewaltverbrechen (London 1993)	$2,5 \cdot 10^{-5}$
Naturkatastrophen (Erdbeben, Hochwasser u. ä.) (USA – 1967)	$8,2 \cdot 10^{-7}$
Blitzschlag (USA – 1967)	$4,4 \cdot 10^{-7}$
Bauwerksversagen	$1,0 \cdot 10^{-7}$

Es ist allerdings zu betonen, dass die Versagenswahrscheinlichkeit eines Bauwerks nicht mit der Sterbehäufigkeit gleichzusetzen ist, es sei hier auch nochmals auf den Begriff der operativen Versagenswahrscheinlichkeit verwiesen (vgl. Abschnitt 2.3.2). Trotzdem zeigt die Tabelle, dass Bauwerksversagen im Vergleich zu anderen Ursachen ein relativ geringes Risiko darstellen. Das Bauwerksversagen dennoch sehr prominent behandelt werden, kann zwei Faktoren zugeschrieben werden. Einerseits ist das Risikoempfinden der Menschen sehr subjektiv und Risiken auf die der Mensch selbst Einfluss nehmen kann (z. B. Unfälle im Straßenverkehr) werden im Vergleich zu anderen Risiken unterschätzt. Andererseits sind Menschen in der Regel bereit ein durchaus höheres individuelles Risiko einzugehen (z. B. Bergsteigen), als ein kollektives Risiko von der Gesellschaft zu akzeptieren, wie bei der Benutzung von Brückenbauwerken [39].

## 3 Auswahl der untersuchten Brückenbauwerke und Szenarien

### 3.1 Einführung

Ein Ziel der Arbeit war es, eine Methodik zur Beurteilung der Kritikalität von Massivbrücken zu entwickeln und diese durch eine ausführliche Zuverlässigkeitsanalyse der Bauwerke zu verifizieren. Hierzu war es erforderlich, geeignete Beispielbauwerke für die Untersuchungen auszuwählen. Diese sollten gewisse Reserven aufweisen, sodass selbst bei einer Schädigung durch verschiedene Bedrohungsszenarien, das Bauwerk nicht komplett versagt und eine Beurteilung der Restsicherheit des Tragwerks mittels Zuverlässigkeitsanalyse möglich wurde. Die Entscheidung fiel auf ein einfeldriges Plattentragwerk und einen Durchlaufträger mit zweistufigem Plattenbalkenquerschnitt. Da mehr als zwei Drittel der Brückenbauwerke im Bundesfernstraßennetz Balken- oder Plattentragwerke darstellen, kann diese Auswahl als annähernd repräsentativ betrachtet werden. Die untersuchten Bedrohungsszenarien wurden für die Brückenbauwerke aufbereitet, sie waren mit einer Ausnahme Schädigungen, die aus der Detonation von Sprengstoffen aufgrund von kriminellen Handlungen resultierten. Die Schadensausmaße wurden im Rahmen des Verbundprojekts SKRIBT durch einen der Forschungspartner, dem Fraunhofer-Institut für Kurzzeitdynamik, Ernst-Mach-Institut, ermittelt [1]. Eine nähere Beschreibung der Bedrohungsszenarien und der Entstehung des Schadens ist aus Sicherheitsgründen hier nicht möglich, diese sind jedoch auch nicht Gegenstand der Arbeit. Die Beispielbauwerke und die betrachteten Bedrohungsszenarien dienten primär zur Demonstration der Methode zur Ermittlung des Zuverlässigkeitsindex. Andererseits wurde mit Hilfe der Beispielszenarien die vereinfachte Vorgehensweise zur Beurteilung der Kritikalität durch den Vergleich mit den Ergebnissen der Zuverlässigkeitsanalyse verifiziert. Welche Schädigungen hierbei genau betrachtet werden, ist für diese Verifizierung von untergeordneter Bedeutung.

### 3.2 Einfeldträger als Spannbetonplatte

#### 3.2.1 Bauwerksbeschreibung

Das untersuchte Bauwerk überführt eine Bundesautobahn mit drei Fahrstreifen über einen Bach. Es besteht aus zwei getrennten Überbauten für die beiden Fahrtrichtungen, es wird jedoch nur eines der nahezu baugleichen Überbauten untersucht. Die Brücke wurde Anfang der 1990-er Jahre errichtet und für die Brückenklasse 60/30 nach DIN 1072 [40] und der militärischen Last gemäß MLC 50/50-100 nach STANAG 2021 [41] ausgelegt [42]. Die Betonfestigkeitsklasse des Bauwerks beträgt B 35 nach DIN 1045:1988 [43], dies entspricht laut [44] der Betonfestigkeitsklasse C 30/37 nach DIN 1045:2008 [45]. Für die Bewehrung wurde Bewehrungsstahl der Klasse BSt 500 S verwendet. Die Vorspannung erfolgte nach dem Litzenpressverfahren DYWIDAG-AS mit insgesamt 35 Spannbetonlitzen der Festigkeitsklasse St 1570/1770. Das untersuchte Brückenbauwerk verfügt über eine Spannweite von  $l = 21,6$  m und einer Breite von  $b = 15,25$  m. Längsschnitt und Querschnitt des Tragwerks sind in Abbildung 3.1 dargestellt.

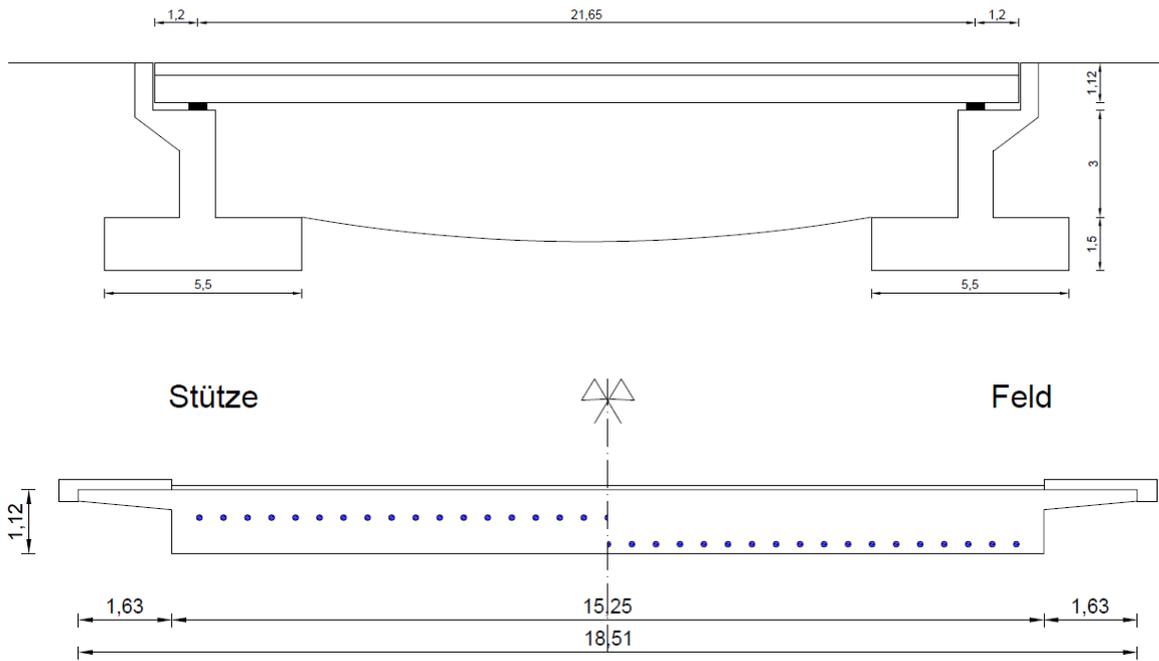


Abbildung 3.1 Längsschnitt (oben) und Querschnitt (unten) des Einfeldträgers

### 3.2.2 Untersuchte Szenarien

#### 3.2.2.1 Referenzszenario

Als Referenzszenario wird das unbeschädigte Bauwerk betrachtet, das keiner Schädigung ausgesetzt wurde. Die ermittelte Zuverlässigkeit für die untersuchten Bedrohungsszenarien ermöglicht erst eine Beurteilung des jeweiligen Szenarios, wenn es bezogen auf das Referenzszenario betrachtet wird. Die Zuverlässigkeitsanalyse des Referenzszenarios gestattet auch die Ermittlung der Reserven, die im Tragwerk, beispielsweise aus den Anforderungen an die Gebrauchstauglichkeit, ursprünglich vorhanden sind.

#### 3.2.2.2 Schädigung im Feldbereich

Es wird das Szenario untersucht, dass im Feldbereich der Betonplatte eine großflächige Schädigung des Betonquerschnittes erzeugt. In diesem Bereich fallen sämtliche Bewehrungsstäbe und Längsspannglieder aus und der geschädigte Beton kann für den Lastabtrag ebenfalls nicht mehr berücksichtigt werden. Die Schädigung entspricht den Auswirkungen einer Detonation von großen Sprengstoffmengen auf der Brücke. Die Schadensauswirkungen sind in Abbildung 3.2 dargestellt.

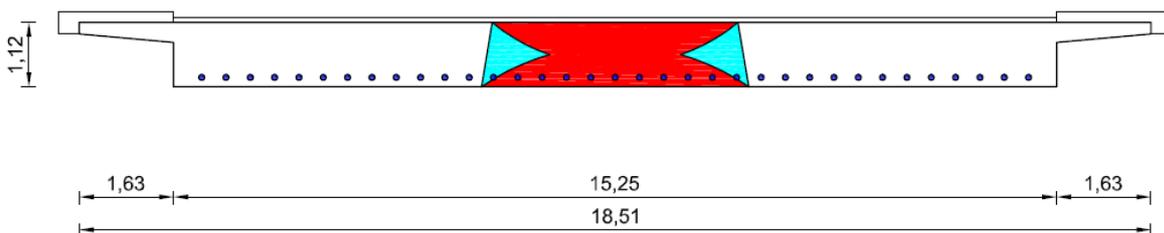


Abbildung 3.2 Schädigung des Einfeldträgers im Feldbereich

### 3.2.2.3 Schädigung im Stützbereich

Im Stützbereich des Tragwerks wird eine lokale Schädigung berücksichtigt. Es wird mit dem Ausfall der Längsspannglieder in diesem Bereich und einem abgeminderten Betonquerschnitt nach Abbildung 3.3 gerechnet. Dieses Szenario entspricht der Detonation einer kleinen Sprengstoffmenge unmittelbar unter der Platte.

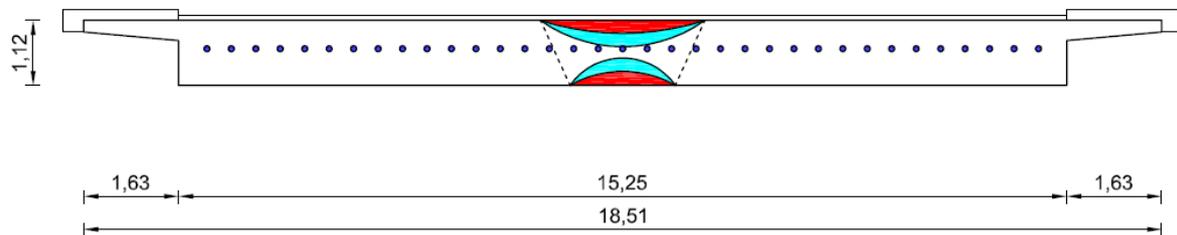


Abbildung 3.3 Schädigung des Einfeldträgers im Stützbereich

## 3.3 Durchlaufträger als Spannbeton Plattenbalken

### 3.3.1 Bauwerksbeschreibung

Das zweite der untersuchten Bauwerke ist eines der Berechnungsbeispiele aus dem Leitfaden zum DIN Fachbericht 102 Betonbrücken [46]. Die Brücke hat fünf Felder, die mittleren drei Spannweiten betragen 31,5 m, die beiden Seitenfelder sind etwas kürzer mit 20 m bzw. 24,5 m. Der Überbauquerschnitt besteht aus zwei Stegen und ist in Längsrichtung vorgespannt. Die Spannglieder liegen im nachträglichen Verbund und folgen einer parabolischen Spanngliederführung. Es erfolgt keine Quervorspannung. Der Überbau hat insgesamt eine Breite von 12,9 m, die Fahrbahn kann in drei Fahrstreifen aufgeteilt werden. Das Bauwerk ist nach den DIN Fachberichten [47], [48] bemessen worden.

Die Herstellung erfolgte in vier Bauabschnitten auf konventionellem Traggerüst. Die Arbeits- bzw. Koppelfugen sind im Bereich der Momentennullpunkte aus ständigen Lasten angeordnet. Die beiden Stege sind unabhängig voneinander auf Verformungslagern gelagert, am linken Widerlager befindet sich ein Festpunkt. Es wurde Beton der Festigkeitsklasse C 35/45 verwendet, die Bewehrung wurde zu BSt 500 S mit hoher Duktilität gewählt, die Spannglieder bestehen aus 7-drähtigen Litzen mit 15,2 mm Nenndurchmesser aus Spannstahl St 1550/1770 (hohe Duktilität). Die Brücke enthält insgesamt 16 Spannglieder die jeweils aus 15 Litzen bestehen. Zehn Spannglieder wurden an den Koppelfugen gestoßen, die restlichen sechs wurden nach Fertigstellung aller Bauabschnitte über die komplette Brückenlänge eingeschossen und vorgespannt. In Abbildung 3.4 sind das statische System und der Regelquerschnitt der Brücke dargestellt.

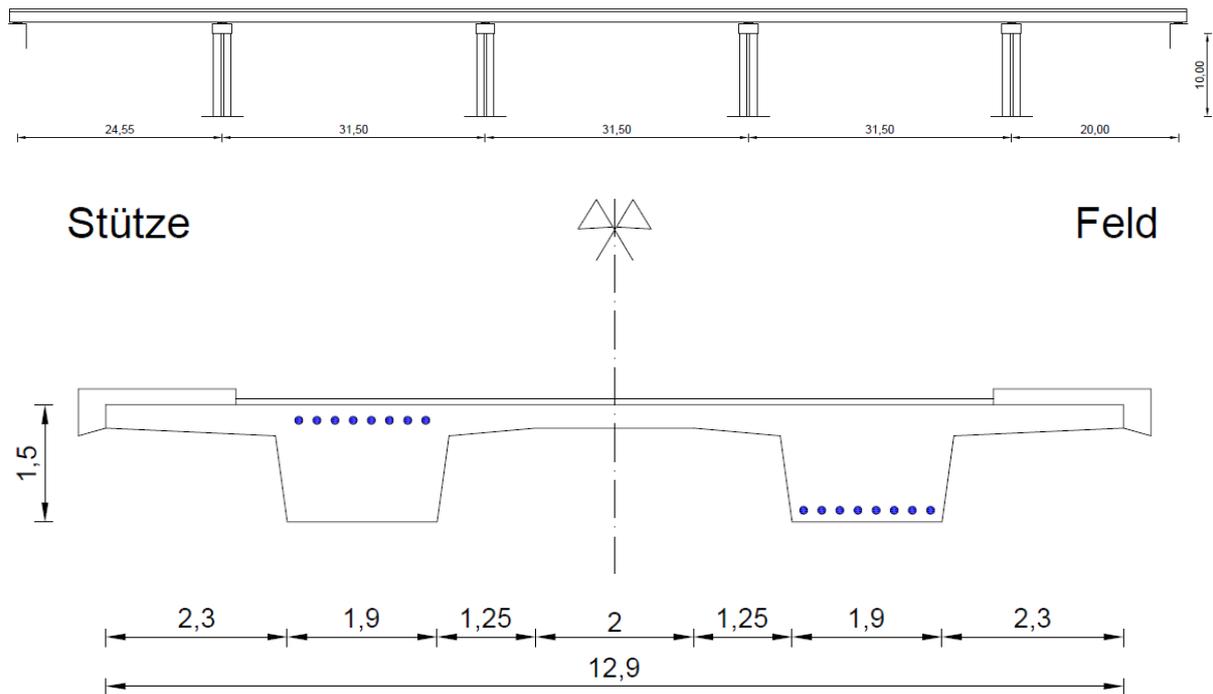


Abbildung 3.4 Statisches System (oben) und Regelquerschnitt (unten) des Durchlaufträgers

### 3.3.2 Brückenpfeiler

Brückenpfeiler wurden nur in Verbindung mit dem Durchlaufträger untersucht, da der Einfeldträger an zwei Widerlagern aufgelagert ist und somit über keine Pfeiler verfügt. Eine der untersuchten Ausführungsvarianten wurde den Plänen eines Bestandsbauwerks mit identischem statischem System und vergleichbaren Spannweiten entnommen. Abmessungen von Brückenpfeilern werden oft anhand von Kriterien entschieden, die nicht in direktem Zusammenhang mit der Tragfähigkeit der Stütze stehen. Eine Anforderung, die zum Beispiel die Größe des Querschnitts bestimmen kann, ist die Auswechselbarkeit der Lager [49]. Um als Grenzwertbetrachtung auch einen minimalen Stützenquerschnitt zu prüfen, wurde auch ein zweiter Unterbau untersucht, bei dem die Minimalanforderungen der aktuell gültigen Regelwerke berücksichtigt wurden. Hierbei kommt in erster Linie eine Regelung von DIN 1055-9 [50] bezüglich des Anpralls von Kraftfahrzeugen an stützende Bauteile zum tragen. Die Norm besagt, dass für volle Stahlbetonstützen mit einer Länge in Fahrtrichtung von  $l \geq 1,6 \text{ m}$  und einer Breite  $b = 1,6 - 0,2 \cdot l \geq 0,9 \text{ m}$  quer zur Fahrtrichtung ein Nachweis mit Ersatzlasten entfallen kann. Von dieser Regelung wird in der Praxis üblicherweise Gebrauch gemacht und somit können diese Abmessungen als Mindestmaße für die Untersuchung vorausgesetzt werden. Die Bewehrung des Pfeilers wurde gemäß der Mindestbewehrung nach DIN 1045-1 [45] angenommen. Es wurden also folgende zwei Ausführungsvarianten untersucht:

- Pfeiler I entspricht den Plänen des Bestandsbauwerks.
- Pfeiler II repräsentiert die minimalen Abmessungen für Pfeiler.

Die Pfeilerquerschnitte für beide Ausführungsvarianten sind in Abbildung 3.5 dargestellt.

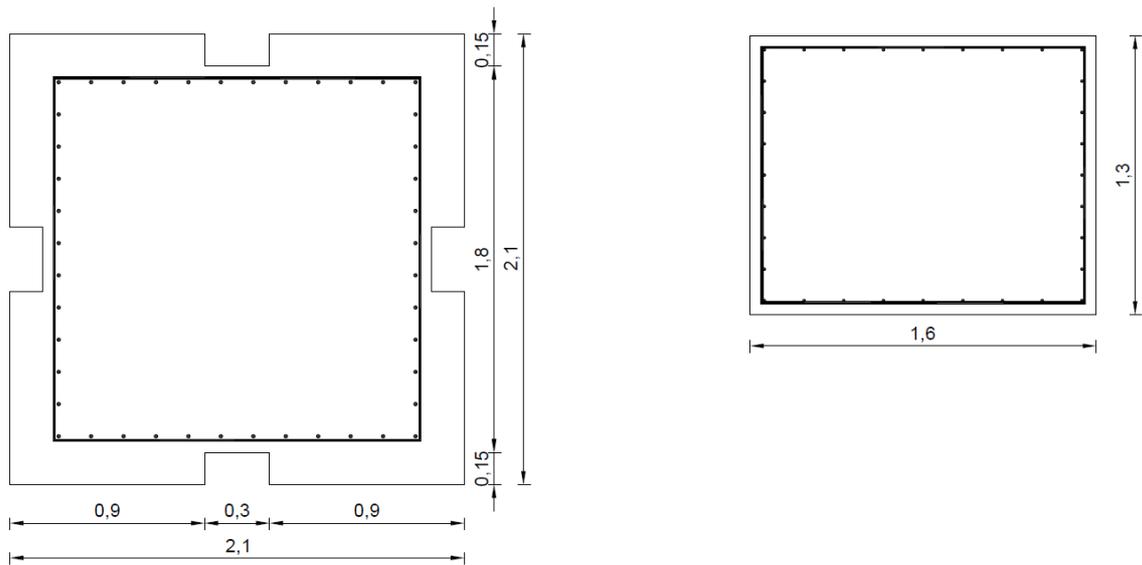


Abbildung 3.5 Pfeilerquerschnitte der untersuchten Ausführungsvarianten, Pfeiler I (links) und Pfeiler II (rechts)

### 3.3.3 Untersuchte Szenarien

#### 3.3.3.1 Referenzszenario

Als Referenzszenario wird auch beim Durchlaufträger das unbeschädigte Bauwerk untersucht. Im Gegensatz zum Einfeldträger können hier jedoch noch zusätzliche Reserven aus der statischen Unbestimmtheit des Tragwerks berücksichtigt werden.

#### 3.3.3.2 Schädigung im Feldbereich

Eines der betrachteten Schadensszenarien entspricht der Schädigung durch der Detonation einer kleineren Sprengstoffmenge unmittelbar unter dem stärker belasteten Steg des Plattenbalkenquerschnitts im Feldbereich. Es wurden hierbei eine Querschnittsschwächung aufgrund des geschädigten Betons und der Verlust der Spannglieder sowie der Längsbewehrung in diesem Bereich angenommen. Somit wird für die Berechnung in diesem Querschnitt die Bildung eines plastischen Gelenks berücksichtigt, dass zu einer Momentenumlagerung im statisch unbestimmten System führt. Lage und Ausmaß der Schädigung zeigt Abbildung 3.6.

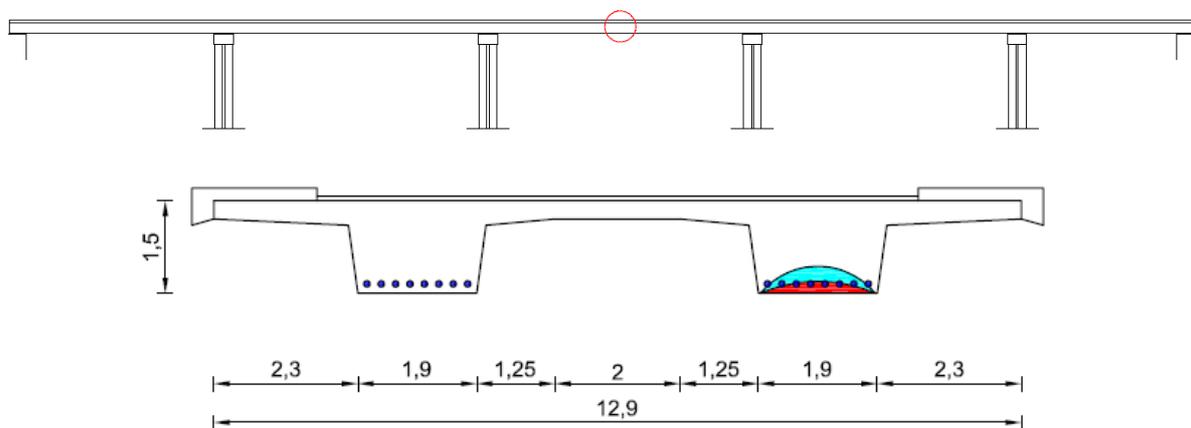


Abbildung 3.6 Schädigung des Durchlaufträgers im Feldbereich (unten) und Lage des geschädigten Bereichs am Brückenbauwerk (oben)

### 3.3.3.3 Schädigung im Stützbereich

Analog zu der Schädigung im Feldbereich wurden auch die Auswirkungen der Detonation einer kleineren Sprengstoffmenge unmittelbar über dem Überbau im Stützbereich untersucht. Es wurde auch hier die Querschnittsschwächung, der Ausfall der Bewehrung und der Längspannglieder sowie die Bildung eines plastischen Gelenks berücksichtigt. In Abbildung 3.7 sind Position und Ausmaß des Schadens dargestellt.

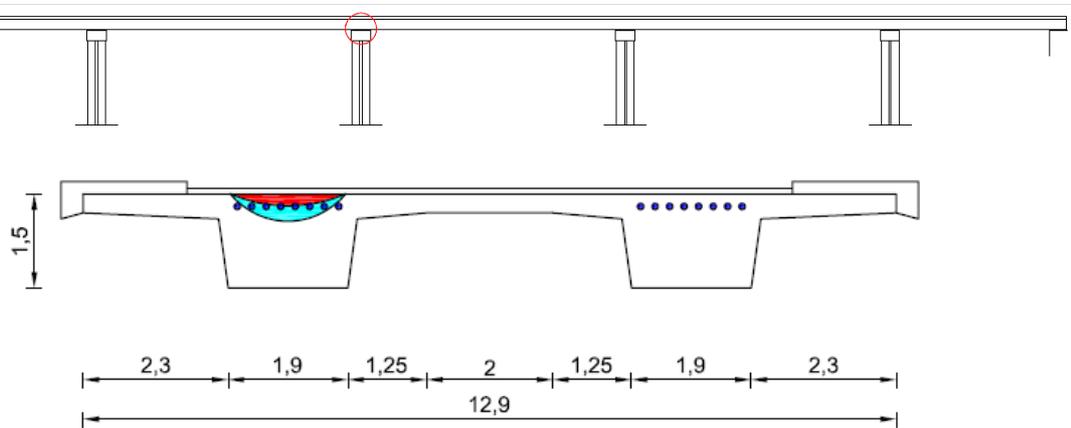


Abbildung 3.7 Schädigung des Durchlaufträgers im Stützbereich (unten) und Lage des geschädigten Bereichs am Brückenbauwerk (oben)

### 3.3.3.4 Schädigung durch Pfeilerausfall

Beim dritten Schadensszenario für den Durchlaufträger werden die Folgen eines Pfeilerausfalls auf die Konstruktion untersucht. Der Verlust einer Stütze kann unterschiedliche Ursachen haben, zum Beispiel kann dies ebenfalls aufgrund von kriminellen Handlungen, aus Fahrzeuganprall oder Auskolkung durch Überflutung erfolgen. Es wird der Ausfall einer Stütze aus dem Stützenpaar betrachtet, sodass der parallel verlaufende zweite Steg des Plattenbalkens weiterhin unterstützt ist.



Abbildung 3.8 Lage des Pfeilers dessen Ausfall berücksichtigt wurde

## 4 Modellierung der Basisvariablen

### 4.1 Einführung

Die Ergebnisse der Zuverlässigkeitsanalyse sind stark abhängig von den der Berechnung zugrunde gelegten Basisvariablen und deren stochastisches Modell. Aus diesem Grund muss die Auswahl der Basisvariablen und deren Verteilungsfunktionen mit äußerster Sorgfalt geschehen, denn diese haben maßgebenden Einfluss auf den ermittelten Zuverlässigkeitsindex. Die Korrelationen zwischen verschiedenen Basisvariablen sind ebenfalls zu berücksichtigen, so kann z. B. Betondruckfestigkeit und Stahlfestigkeit als unabhängig betrachtet werden, die Korrelation zwischen Betondruckfestigkeit und Elastizitätsmodul des Betons darf jedoch nicht vernachlässigt werden. Nachfolgend werden die bei der Simulation betrachteten Basisvariablen einzeln aufgelistet und beschrieben, die in der Literatur vorhandenen Modelle werden vorgestellt und die am besten geeigneten ausgewählt.

### 4.2 Einwirkungen

#### 4.2.1 Eigengewicht

Bei Massivbrücken ist das Eigengewicht verantwortlich für einen maßgebenden Anteil der Einwirkungen und muss somit als eine Basisvariable berücksichtigt werden. Ungewissheiten in der Vorhersage von Eigenlasten können Streuungen in der Dichte der Materialien, Abweichungen der Abmessungen von Soll-Werten, Ungewissheiten in der endgültigen Wahl der Baustoffe, Lastanteile von Verbindungselementen, spätere Änderungen im Ausbau und die Wirkung von Umwelteinflüssen auf die Baustoffe wie z. B. Wasseraufnahme sein [7]. Im Wesentlichen stellt sich die Eigenlast als Produkt der Querschnittsabmessungen und Dichte des Baustoffes dar, wobei beide als Zufallsgrößen zu betrachten sind [7]. Stochastische Modelle zur Berücksichtigung des Eigengewichts nach unterschiedlichen Literaturquellen sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

Tabelle 4.1 Stochastische Modelle für Eigengewicht

Basisvariable	Verteilung	$\mu$	$\sigma$	$v$	Quelle
Dichte	LN <sup>1)</sup>	$\gamma$	-	0,02 - 0,07	[7]
Eigengewichtsfaktor	LN	1,0	-	0,05 - 0,1	[7]
Dichte	N <sup>2)</sup>	24 kN/m <sup>3</sup>	-	0,04	[14]
Eigengewichtsfaktor	N	1,0	-	0,1	[51]
Eigengewichtsfaktor	N	1,0	-	0,06	[52], [53]
Eigengewichtsfaktor	N	1,0	-	0,15	[54]
Dichte <sup>3)</sup>	N	25 kN/m <sup>3</sup>	-	0,08	[55]

1) Bezeichnung steht für Logarithmische Normalverteilung

2) Bezeichnung steht für Normalverteilung

3) bei einem mittlerem Formbeiwert von  $r = 100$  mm

Voruntersuchungen ergaben, dass bei Bauteilabmessungen in der Größenordnung von mehreren Metern, wie das bei Massivbrücken üblich ist, die Schalungungenauigkeiten kaum Einfluss nehmen. Daher wurden in der vorliegenden Arbeit die Querschnittsabmessungen für die Ermittlung des Eigengewichts nicht als separate Basisvariable betrachtet. Bei der Betrachtung der Eigenlasten wurde jedoch eine gewisse Streuung berücksichtigt und im Einklang mit den in Tabelle 4.1 dargestellten Literaturquellen der Variationskoeffizient des Eigengewichts zu 0,1 genommen. Die Eigenlast wurde nach [7] und [14] als zeitunabhängige Zufallsgröße berücksichtigt. Für die Korrelation innerhalb des Bauwerks liefert lediglich [14] Anhaltspunkte, aber auch diese beziehen sich auf einen Abstand von 10 m (für Balkentragwerke). Vereinfacht wurde bei der Berechnung für den Durchlaufträger angenommen, dass die einzelnen Bauabschnitte bezüglich der Streuungen im Eigengewicht homogen und zugleich voneinander stochastisch unabhängig sind. Da die Grenzen der Bauabschnitte in den Koppelfugen liegen, erzeugt diese Annahme im Allgemeinen ungünstigere Laststellungen und ist somit auf der sicheren Seite. Für den Einfeldträger wurde das gesamte Bauwerk als ein Bauabschnitt, mit homogener Eigenlast betrachtet.

#### 4.2.2 Stützensenkung

Der untersuchte Durchlaufträger ist statisch unbestimmt gelagert und somit mussten Zwangsschnittgrößen, die unter anderem aus Baugrundsetzungen entstehen können, als Basisvariablen berücksichtigt werden. Für die betrachtete Brücke beträgt die wahrscheinliche Baugrundverformung 1 cm und die mögliche Baugrundbewegung 1,7 cm.

In der Fachliteratur gibt es zwar kaum Hinweise auf die statistische Verteilung von Baugrundsetzungen, aber [7] bietet einen Überblick für bodenmechanische Kennwerte. Für die Zusammendrückbarkeit wird hier die  $\beta$ -Verteilung vorgeschlagen, da diese über einen begrenzten Geltungsbereich verfügt (vgl. Abschnitt 2.2.1.10). So können negative Baugrundsetzungen ausgeschlossen werden. Für die Steifenzahl  $M$  (mit aktueller Bezeichnung Steifemodul  $E_s$ ) des Baugrunds wird ein Variationskoeffizient von 0,2-0,4 angegeben. Berücksichtigt man einen linearen Zusammenhang zwischen Steifemodul und Baugrundsetzungen, so kann für die Stützensenkung eine  $\beta$ -Verteilung mit einem Variationskoeffizienten von 0,3 gewählt werden. Weiter kann davon ausgegangen werden, dass alle Baugrundsetzungen positiv sind, jedoch nicht die möglichen Baugrundbewegungen überschreiten, damit ist die untere und obere Grenze der  $\beta$ -Verteilung, also  $a$  und  $b$  in Gleichung (19), definiert. Der Erwartungswert der Stützensenkung sollte sinngemäß der wahrscheinlichen Baugrundverformung entsprechen. Die Parameter  $p$  und  $q$  waren daher so zu wählen, dass sich ein Variationskoeffizient von 0,3 und ein Erwartungswert von 1 cm ergibt.

Da die Stützenpaare in mindestens 20 m Abstand von einander sind wurden die Stützensenkungen als stochastisch unabhängige Basisvariablen berücksichtigt. Die beiden Pfeiler des Stützenpaars hingegen, wurden aufgrund der örtlichen Nähe als perfekt korreliert angenommen. Baugrundsetzungen sind nicht konstant über die Lebensdauer des Bauwerks, sondern erfolgen in der Regel über einen längeren Zeitraum. Trotzdem können sie nicht als ein zeitlich veränderlicher zufälliger Lastprozess betrachtet werden wie z. B. Einwirkungen aus Verkehr, denn sie steigen monoton an und nähern sich asymptotisch einem Endwert. Die Stützensenkung wurde daher als eine zeitlich unveränderliche Einwirkung, mit ihrem Endwert berücksichtigt. Für den Einfeldträger haben Stützensenkungen keine Auswirkungen, deshalb wurden sie hier unberücksichtigt gelassen.

### 4.2.3 Linearer Temperaturunterschied

Aufgrund von klimatischen Einwirkungen können ebenfalls Zwangsschnittgrößen entstehen. Bei dem Durchlaufträger ergeben sich aus dem konstanten Temperaturanteil für einen zwangsfrei gelagerten Brückenüberbau keine bemessungsrelevanten Schnittgrößen, aber der lineare Temperaturunterschied zwischen Ober- und Unterseite des Tragwerks erzeugt eine Momentenbeanspruchung die berücksichtigt werden muss. Für den Einfeldträger hat auch der lineare Temperaturunterschied keinen Einfluss, es wurde daher in der Berechnung nicht angesetzt.

Bezüglich des linearen Temperaturunterschiedes für Brückenbauwerke gibt es nur beschränkt Literaturquellen, zudem kann hier auch nicht auf Forschungsergebnisse aus dem Ausland zurückgegriffen werden, da die klimatischen Bedingungen anders sind und die ermittelten Werte somit keine Gültigkeit in Deutschland haben. Im Heft 715 der Schriftenreihe „Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik“ [15] wird ein Modell zur Temperaturbeanspruchung von Brückenbauwerken vorgestellt. Hier wurden anhand von Daten des Deutschen Wetterdienstes positive Temperaturunterschiede aus den Messwerten der Monate April bis September und negative Temperaturunterschiede aus Oktober bis März ausgewertet. Da eine stochastisch unabhängige Realisation des Temperaturunterschiedes im Mittel nur alle drei Tage auftritt, wurden nur die Größt- bzw. Kleinstwerte des Temperaturunterschiedes von drei Tagen erfasst. Als Verteilungstyp wurde aufgrund von bereits bekannter Untersuchungen eine Weibull-Verteilung gewählt [15]. Die Parameter für die Weibull-Verteilung für die positiven und negativen Temperaturunterschiede sind in Tabelle 4.2 dargestellt.

Tabelle 4.2 Parameter der Weibull-Verteilung in K [15]

Temperaturunterschied	Mittelwert $\mu$	Standardabweichung $\sigma$	Grenzwert $x_0$
positiv	3,62	2,20	18
negativ	2,59	1,59	11

Aufgrund des Klimawandels und der globalen Erwärmung ist zu bedenken, ob diese Werte auch für die Zukunft ihre Gültigkeit bewahren. Der lineare Temperaturunterschied ist aber nahezu unabhängig von der Lufttemperatur und wird primär durch die globale Sonneneinstrahlung bestimmt [15], dieser verändert sich jedoch aufgrund des Klimawandels nicht. Somit wurde in der vorliegenden Arbeit das hier beschriebene Modell zur Berücksichtigung des linearen Temperaturunterschiedes unverändert angewandt.

### 4.2.4 Einwirkungen aus Wind

Windlasten gehören auch zu den klimatischen Einwirkungen und werden durch sich zeitlich und örtlich zufällig ändernde Luftbewegung erzeugt. Der Wind besteht grundsätzlich aus zwei Anteilen, aus einem sich langsam änderndem Anteil und einem turbulentem Anteil [7]. Der Staudruck des Windes wird beeinflusst durch die Topografie, die betrachtete Höhe über dem Gelände, die Querschnittsgeometrie der Konstruktion, die Höhe über dem Meeresspiegel, die Luftdichte und den Umweltverhältnissen am Standort.

Der sich langsam ändernde Anteil wird auch als mittlere Windgeschwindigkeit bezeichnet und üblicherweise wird dessen Grundwert als Mittelwert der Windgeschwindigkeit über 10 Minuten auf 10 m Höhe über Boden definiert [56]. In Tabelle 4.3 sind für einige Regionen die Verteilungsfunktionen für die mittlere Windgeschwindigkeit nach unterschiedlichen Literaturquellen angegeben.

Tabelle 4.3 Stochastische Modelle für mittlere Windgeschwindigkeiten

Basisvariable	Verteilung	$\mu$ [m/s]	$\sigma$ [m/s]	$x_k$ <sup>1)</sup> [m/s]	Quelle
10-Minuten-Mittel (1 Jahr) <sup>2)</sup>	Gumbel	21,55	3,64	-	[7]
Stundenmittel (Momentanwert) <sup>2)</sup>	Gumbel	4,18	2,39	-	[7]
10-Minuten-Mittel <sup>3)</sup>	Gumbel	29,60	3,55	-	[27]
Stundenmittelwert <sup>4)</sup>	Gumbel	-	-	17,5	[57]
Stundenmittelwert <sup>4)</sup>	Fréchet	-	-	17,7	[57]
10-Minuten-Mittel <sup>5)</sup>	-	-	-	22,5	[58]
10-Minuten-Mittel <sup>6)</sup>	Weibull	5,00	3,00	-	[59]
10-Minuten-Mittel <sup>7)</sup>	Gumbel	30,00	3,00	-	[59]
Stundenmittelwert <sup>8)</sup>	Gumbel	18,00	2,34	-	[60]
10-Minuten-Mittel <sup>8)</sup>	Gumbel	20,00	2,60	-	[60]
10-Minuten-Mittel <sup>9)</sup>	Gumbel	14,79	2,63	-	[61]

1) charakteristischer Wert der Windgeschwindigkeit

2) in Schwerin (Binnentiefland, freie Lage, 1949-1980)

3) für Deutschland

4) nach Messungen in Lisabon (1951-1953) für eine Wiederkehrperiode von 25 Jahren

5) für Windzone 1 in Deutschland, unabhängig von der Windrichtung, über flachem offenem Gelände mit einer jährlichen Auftretenswahrscheinlichkeit von 2 %

6) Maximalwert über 8 Stunden

7) Jahresmaxima

8) Jahresmaxima in Westeuropa

9) für Hamburg-Fuhlsbüttel

Der turbulente Anteil der Windgeschwindigkeit verursacht die Entstehung von Windböen, die zwar nur für einen sehr kurzen Zeitraum von etwa 10 s wirken, aber dennoch eine bedeutende Erhöhung in der Windlast darstellen. Diese Schwankungen durch den turbulenten Anteil werden in der Regel so modelliert, dass zu der mittleren Windgeschwindigkeit eine Turbulenz addiert wird, die einer Normalverteilung mit einem Mittelwert von  $\mu = 0$  folgt [7], [14].

Tabelle 4.4 Stochastische Modelle für die Windböengeschwindigkeiten

Basisvariable	Verteilung	$\mu$ [m/s]	$\sigma$ [m/s]	$x_k$ [m/s]	Quelle
Windböengeschwindigkeit <sup>1)</sup>	Gumbel	32,88	5,31	-	[7]
Windböengeschwindigkeit <sup>2)</sup>	Gumbel	35,00	5,00	-	[62]
Windböengeschwindigkeit <sup>3)</sup>	Gumbel	-	-	39,4	[57]
Windböengeschwindigkeit <sup>3)</sup>	Fréchet	-	-	40,4	[57]
Windböengeschwindigkeit <sup>4)</sup>	Gumbel	31,00	4,03	-	[60]
Windböengeschwindigkeit <sup>5)</sup>	Weibull	10,61	3,94	40,3	[63]

1) Jahresmaxima in Schwerin (Binnentiefland, freie Lage, 1949-1980)

2) in der Schweiz außerhalb von Föhngebieten

3) nach Messungen in Lissabon (1942-1968) für eine Wiederkehrperiode von 25 Jahren

4) Jahresmaxima in Westeuropa

5) Tagesmaxima nach Messungen in Dortmund (2000-2010)

Zwischen der Windböengeschwindigkeit und der mittleren Windgeschwindigkeit kann bei ebenem offenem Gelände (Geländekategorie II) nach [58] folgender Zusammenhang angenommen werden:

$$v_p(z) = \begin{cases} 1,45 \cdot v_b \cdot \left(\frac{z}{10}\right)^{0,12} & \text{für } z > 4m \\ 1,30 \cdot v_b & \text{für } z \leq 4m \end{cases} \quad (105)$$

Der Grundwert der mittleren Windgeschwindigkeit wird in 10 m Höhe über dem Boden gemessen, das Verhältnis zwischen Windböengeschwindigkeit und mittleren Windgeschwindigkeit beträgt somit:

$$v_p(10m) = 1,45 \cdot v_b \cdot \left(\frac{10}{10}\right)^{0,12} = 1,45 \cdot v_b \quad (106)$$

Dies zeigt auch recht gute Übereinstimmung mit den Literaturquellen:  $32,88 / 21,55 = 1,53$  [7] bzw.  $31,00 / 20,00 = 1,55$  [60].

Es ist ersichtlich, dass die Windgeschwindigkeit stark abhängig ist von dem Standort. Aufgrund des Klimawandels können zudem noch Veränderungen in der Windbelastung im Laufe der Zeit auftreten, wie auch aus Abbildung 4.1 erkennbar wird.

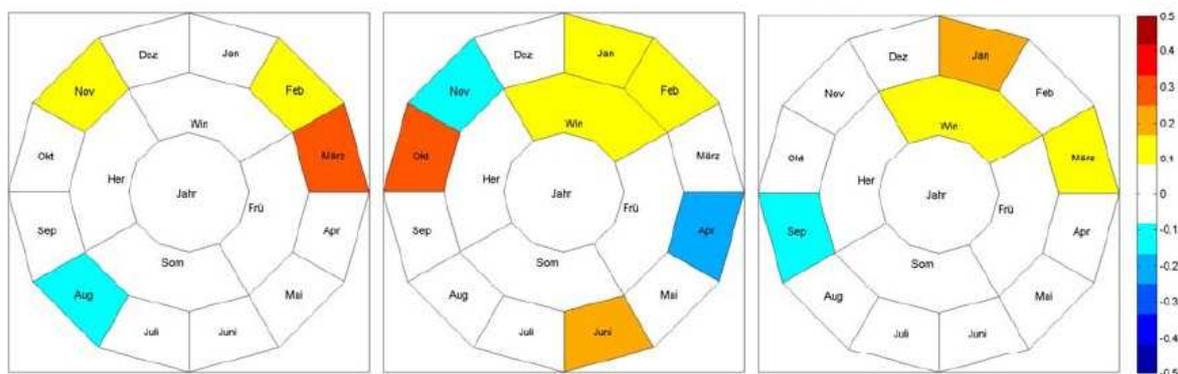


Abbildung 4.1 Schematische Darstellung der Änderung des Winds in m/s (Gebietsmittel über Deutschland) zwischen dem Zeitraum 2021-2050 gegenüber der Klimaperiode 1961-1990 auf jährlicher, saisonaler und monatlicher Basis für verschiedene Klimaszenarien nach [64]

Um möglichst genau die Umgebungsbedingungen zu erfassen, wurde daher angestrebt Windgeschwindigkeiten zu verwenden, die sowohl örtlich als auch zeitlich der tatsächlich betrachteten Situation nahe liegen. In [63] wurden, unter anderem, gemessene Wetterdaten aus den Jahren 2000-2010 für den Standort Dortmund analysiert. Diese Daten wurden auch für die vorliegende Arbeit verwendet. Die Wetterdaten liefern Aussagen über die tägliche maximale Windböengeschwindigkeit in 10 m Höhe über freiem Gelände. Die Stichprobe von Windböengeschwindigkeiten musste für die Simulationen durch eine Verteilungsfunktion genähert werden. Da in der Literatur alle drei typischen Extremwertverteilungen als geeignete Verteilungsfunktionen zur Beschreibung von Windböen vorkommen, wurde mit jede der drei Verteilungsfunktionen eine Näherung unternommen. Es wurden mittels Momentenmethode zur Parameterschätzung die unbekannt Einflussgrößen der Verteilungen geschätzt und ausgehend aus diesen Werten nachfolgend iterativ, nach der Methode der kleinsten Quadrate, die optimale Näherung ermittelt (vgl. Abschnitt 5.5.2). Das Ergebnis ist in Tabelle 4.5 sowie Abbildung 4.2 dargestellt.

Tabelle 4.5 Parameter und Bewertung von verschiedenen Extremwertverteilungen zur Näherung der Windböengeschwindigkeit

Verteilungstyp	Parameter			Bewertung		
	k	$\lambda$	$x_0$	KS <sup>1)</sup>	$\chi^2$ <sup>2)</sup>	QS <sup>3)</sup>
Gumbel	-	0,318	8,858	0,166	0,061	0,0028
Fréchet	70,81	$7,32 \cdot 10^{165}$	231,77	0,773	$\infty$ <sup>4)</sup>	0,1236
Weibull	53,53	$6,47 \cdot 10^{-120}$	177,27	0,192	0,061	0,0022

1) Kolmogorow-Smirnow-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 1,63

2) Chi-Quadrat-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 70,06

3) Summe der Fehlerquadrate nach der Methode der kleinsten Quadrate, der Wert eignet sich zum Vergleich der Näherungen untereinander, ist aber kein Verteilungstest

4) Die Kenngröße für den Chi-Quadrat-Anpassungstest ist eine sehr große Zahl, die hier nicht dargestellt werden kann, sie resultiert aus der Division mit einer Zahl sehr nahe an Null.

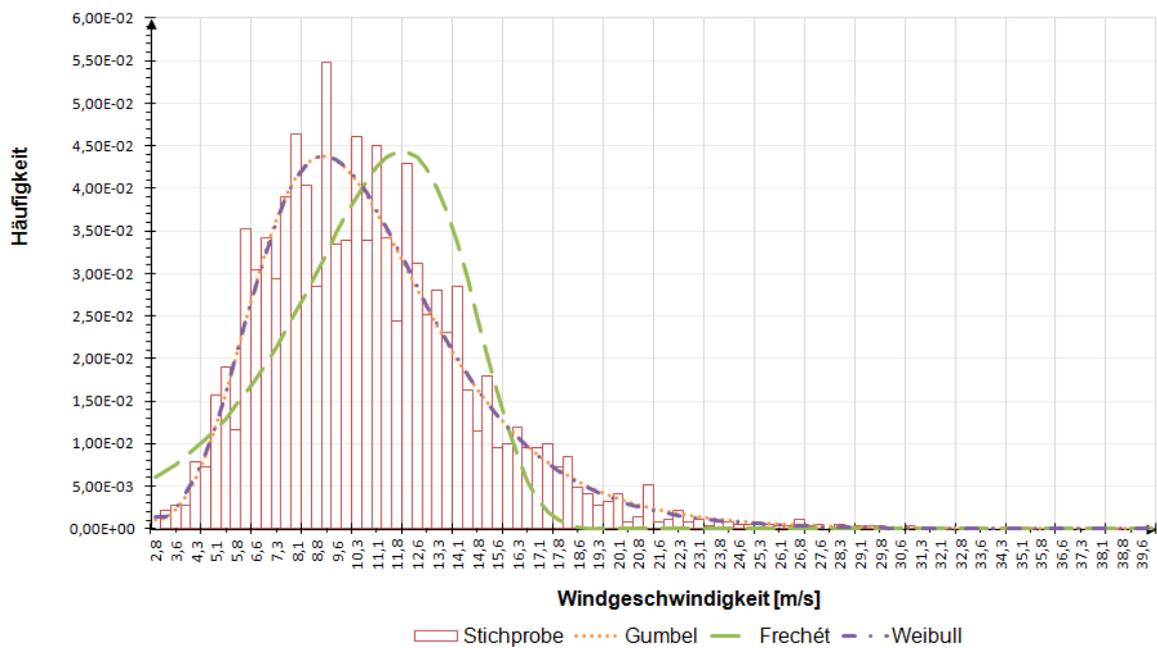
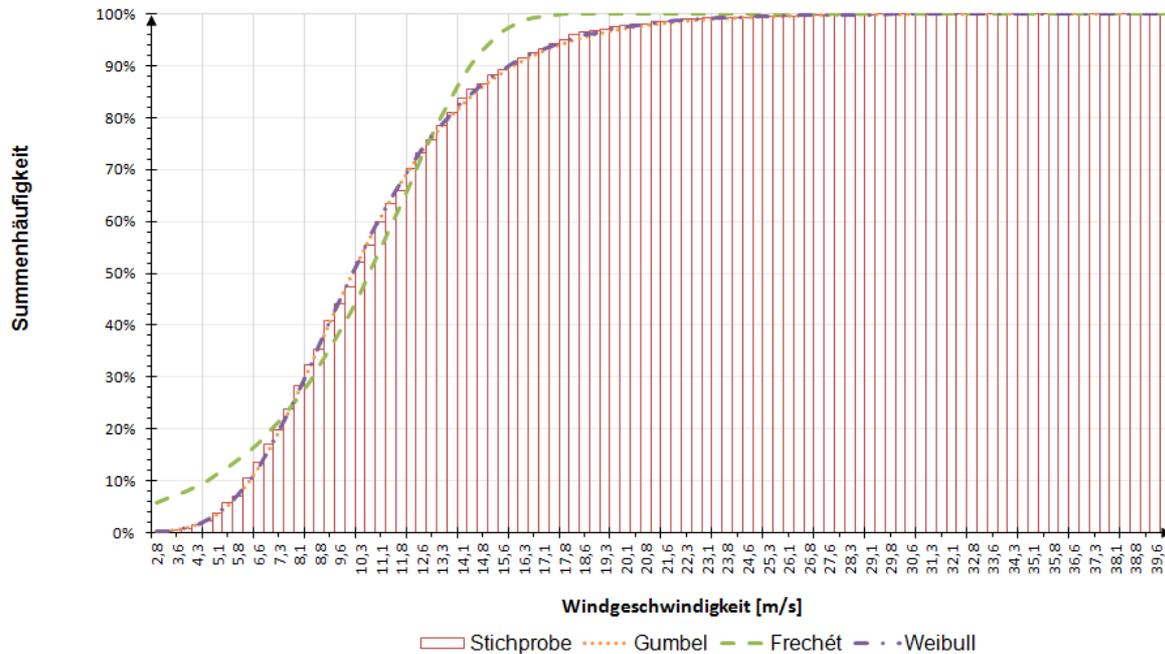


Abbildung 4.2 Näherung der Verteilungsfunktion (oben) und Dichtefunktion (unten) der Windböengeschwindigkeit durch verschiedene Extremwertverteilungen

Es ist ersichtlich, dass die Näherung mit der Fréchet-Verteilung nicht den Anforderungen entspricht, die Gumbel- und Weibull-Verteilungen hingegen, können im Wesentlichen als gleichwertig betrachtet werden. In Anlehnung an [63] wurde eine Näherung nach der Weibull-Verteilung bevorzugt. Aus den Parametern der Tabelle 4.5 für die Weibull-Verteilung errechnet sich nach [7] der Erwartungswert zu:

$$\mu_x = x_0 - \lambda^{-1/k} \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right) = 10,54 \frac{m}{s} \quad (107)$$

und die Standardabweichung zu:

$$\sigma_x = \lambda^{-1/k} \cdot \left( \Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} = 3,94 \frac{m}{s} \quad (108)$$

Diese Werte beziehen sich auf die Windböengeschwindigkeit, die Maximalwerte der täglichen mittleren Windgeschwindigkeit werden daraus auf Basis von Gleichung (106) abgeleitet. Einwirkungen aus Wind wurden ausschließlich bei der Untersuchung der beiden Pfeilervarianten berücksichtigt.

## 4.2.5 Einwirkungen aus Straßenverkehr

### 4.2.5.1 Allgemeines

Die Fahrzeuglasten aus dem Straßenverkehr sind für Brückenbauwerke von besonders großer Bedeutung. Verkehrslasten erzeugen beachtliche Schnittgrößen, können in zahlreichen Laststellungen auftreten und verändern sich laufend. Sie können in der Regel auch nicht mit einer einzigen Basisvariable beschrieben werden, sondern müssen durch komplexe Simulationen, mit zahlreichen Parametern, abgebildet werden. Nachfolgend werden einige Modelle zur Abbildung des Straßenverkehrs kurz vorgestellt.

### 4.2.5.2 Straßenverkehrsmodell auf Basis von Achslasten

Ein verhältnismäßig einfaches Modell wird von Spaethe [7] beschrieben. Es wird eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Achslasten des Straßenverkehrs angegeben, die durch einen 75 %-igen PKW-Anteil geprägt wird. Der Schwerlastanteil wird für Autobahnen mit 6 %, für Straßen mit 3 % angesetzt. Für beide Fälle wird über 10 Werte die relative Häufigkeit und die Summenhäufigkeit der Einheitskollektive angegeben und so die Verteilungsfunktion der Achslasten definiert. Es wird betont, dass bei der Modellierung zwischen Fahrzeugstau und fließendem Verkehr zu unterscheiden ist. Für die Fahrzeugabstände bei fließendem Verkehr wird eine logarithmische Normalverteilung mit einem Mittelwert von 70 m und einer Standardabweichung von 85 m vorgeschlagen.

### 4.2.5.3 Straßenverkehrsmodell auf Basis des Auxerre-Verkehrs

Es wird ein deutlich komplexeres Modell zur Berücksichtigung des Straßenverkehrs in [15] erläutert. Das angewandte Modell basiert in erster Linie auf Verkehrsmessungen die 1986 in der Nähe der französischen Stadt Auxerre beobachtet wurden. Die in zwei Fahrstreifen separat gemessenen Achs- und Fahrzeuggewichte sowie die Achs- und Fahrzeugabstände wurden statistisch ausgewertet. Hierzu wurden die LKW in vier unterschiedliche Klassen eingeteilt:

- Klasse 1: Fahrzeuge mit 2 Achsen
- Klasse 2: Fahrzeuge mit mehr als 2 Achsen
- Klasse 3: Sattelschlepper
- Klasse 4: Lastzüge

Für jeden dieser Klassen wurden die Fahrzeuggewichte in einem Histogramm aufgetragen und statistisch ausgewertet, dies ist in Abbildung 4.3 dargestellt. Die Verteilungsfunktion der Fahrzeuggewichte wurde über zwei Normalverteilungen genähert, wobei jeweils eine die beladen (SLKW) und eine die unbeladen (LLKW) Fahrzeuge beschreibt.

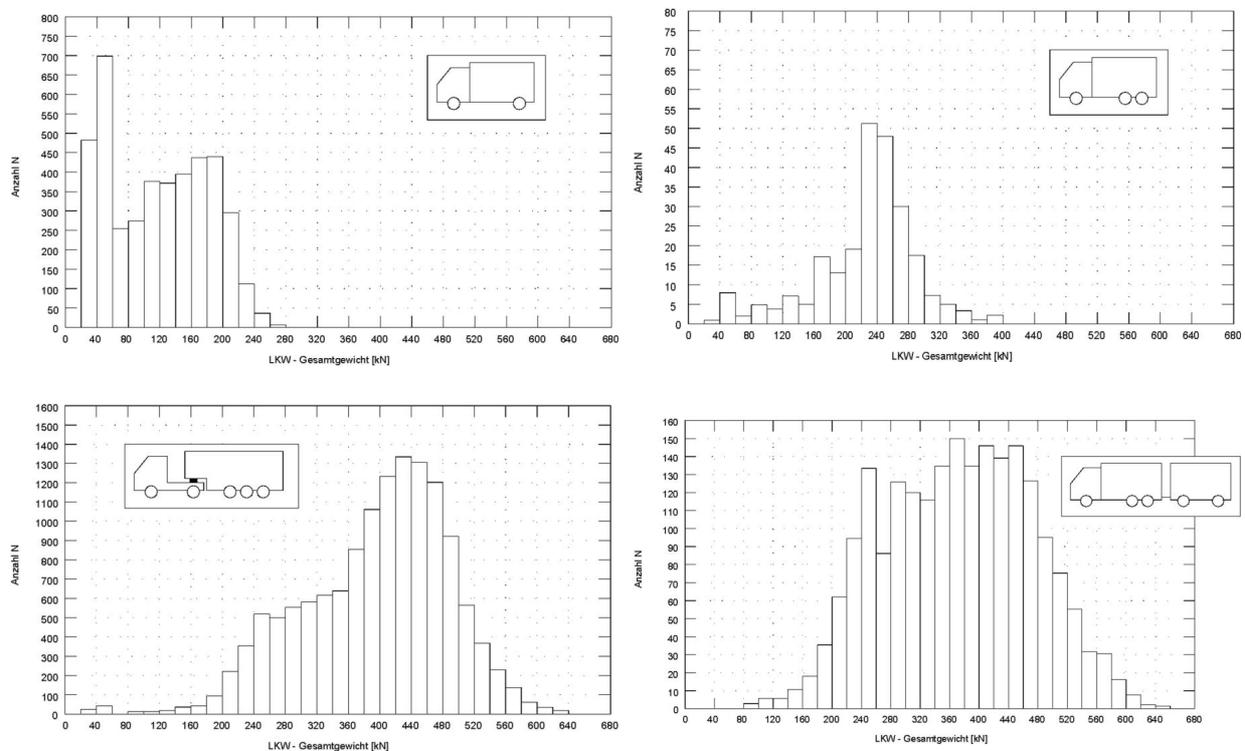


Abbildung 4.3 Histogramme der Gewichtsverteilungen des Auxerre-Verkehrs [65]

Der Durchschnittliche tägliche Verkehr in beide Richtungen (DTV) betrug 8.158 Fahrzeuge, hiervon war der Anteil des Durchschnittlichen täglichen Schwerververkehrs (DTSV) mit 2.630 LKW sehr hoch. In der Fahrspur 1 betrug der Anteil der LKW 32 % in der Fahrspur 2 war er etwas niedriger mit 10 %. Aufgrund von Fahrbahnungenauigkeiten in der Umgebung der Messstelle wurden die Fahrzeuge zu Schwingungen angeregt, was auch einen Einfluss auf die Messergebnisse nahm. Diese dynamischen Effekte wurden korrigiert, die so erhaltenen statistischen Kenngrößen des Auxerre-Verkehrs beinhaltet Tabelle 4.6.

Tabelle 4.6 Zusammenstellung der korrigierten statistischen Kenngrößen des Auxerre-Verkehrs für die Spuren 1 und 2 [15]

		Mittelwert der Fahrzeuggewichte Q [kN]		Standardabweichung der Fahrzeuggewichte $\sigma_Q$ [kN]		Auftrittshäufigkeit f [%]	
		Spur 1	Spur 2	Spur 1	Spur 2	Spur 1	Spur 2
Klasse 1	LLKW	74	64	31	29	13,3	17,2
	SLKW	183	195	23	28	9,4	10,4
Klasse 2	LLKW	123	107	40	39	0,3	1,3
	SLKW	251	257	31	35	1,0	2,2
Klasse 3	LLKW	265	220	51	68	17,1	28,0
	SLKW	440	463	42	65	48,1	30,4
Klasse 4	LLKW	254	196	37	60	3,6	4,1
	SLKW	429	443	55	64	7,2	6,4

Für eine Beschreibung des Verkehrs waren die Verteilungen des Fahrzeuggesamtgewichts auf die Achsen, sowie die Kenntnis der Abstände der Achsen untereinander ebenfalls notwendig. Diese Daten wurden aus Messungen im Jahr 1984 an der Brohltalbrücke in der Bundesrepublik Deutschland ausgewertet, die Brücke hatte einen DTV von 11.126 und einen DTSV von 4.793 Fahrzeugen. Die Verteilung des Gesamtgewichts auf die Achsen und die Verteilung der Achsabstände sind in Tabelle 4.7 dargestellt.

Bei der Simulation wurde zwischen Stauverkehr und fließendem Verkehr unterschieden, für den Stauverkehr wurde eine Geschwindigkeit von 10 km/h, für den fließenden Verkehr 80 km/h angenommen. Es wurde von einer Auftretensrate der Verkehrssituation Stau von  $\nu = 3 \cdot 10^{-3}$  Stau pro km und Tag für eine Fahrtrichtung ausgegangen. Dies entspricht für den Auxerre-Verkehr einem Prozentsatz von 6-9 % des jährlichen Verkehrs.

Die Fahrzeugabstände betragen für Stauverkehr 5 m. Für den fließenden Verkehr wurde ein Bremsabstand angenommen, der dem Minimalabstand entspricht, den der Fahrer eines nachfolgenden Fahrzeugs einhalten muss, um beim plötzlichen Bremsen des vorausfahrenden Fahrzeugs eine Kollision zu vermeiden. Bei einer Reaktionszeit von  $T_s = 1$  s und einer Geschwindigkeit von  $v = 80$  km/h entspricht dies einem Abstand von  $a = v \cdot T_s = 22,2$  m.

Der Auxerre-Verkehr diente als Grundlage für die Entwicklung eines europäischen Verkehrslastmodells für die Bemessung von Straßenbrücken, für die Ermittlung der Kombinationsbeiwerte von Brückenverkehrslasten (Straße und Eisenbahn), Windlasten, Temperatureinwirkungen und Setzungsunterschiede für den Eurocode [15] sowie für die Anpassung des Verkehrslastmodells des DIN Fachberichtes 101 für kommunale Brücken [13].

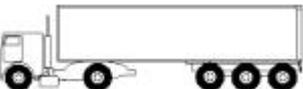
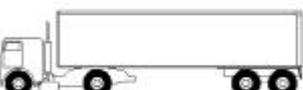
Tabelle 4.7 Verteilung des Gesamtgewichts auf die Achsen und Achsabstände [15]

Anteil der Achse am Gesamt- gewicht [%]	Klasse 1				Klasse 2				Klasse 3				Klasse 4				PKW	
	LLKW		SLKW		LLKW		SLKW		LLKW		SLKW		LLKW		SLKW		$\mu$	$\sigma$
	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$														
Achse 1	50,0	8,0	35,0	7,0	40,5	8,4	29,4	5,7	30,6	5,8	17,1	2,4	31,7	5,7	18,5	4,1	50,0	10,0
Achse 2	50,0	8,0	65,0	7,0	36,2	8,8	42,8	4,2	27,5	4,4	26,9	4,4	31,3	5,8	29,1	4,2	50,0	10,0
Achse 3	-	-	-	-	23,3	7,3	27,8	5,3	16,2	3,6	19,9	3,0	13,4	4,1	18,9	3,6	-	-
Achse 4	-	-	-	-	-	-	-	-	13,6	3,1	19,0	2,8	13,7	3,5	18,3	3,4	-	-
Achse 5	-	-	-	-	-	-	-	-	12,1	3,1	16,7	3,8	9,9	3,3	15,2	4,3	-	-
Achsabstand [m]	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$												
Achse 1 → 2	3,71	1,10	3,78	0,71	3,30	0,26	4,27	0,40	4,27	0,40	3,00	0,5	4,27	0,40	3,00	0,5	-	-
Achse 2 → 3	-	-	1,25	0,03	4,71	0,78	4,12	0,31	4,12	0,31	4,00	0,42	4,00	0,42	4,00	0,42	-	-
Achse 3 → 4	-	-	-	-	1,23	0,14	1,23	0,14	1,23	0,14	1,25	0,03	1,25	0,03	1,25	0,03	-	-
Achse 4 → 5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

#### 4.2.5.4 Straßenverkehrsmodell des Eurocodes für Ermüdungsberechnungen

Die DIN EN 1991-2 [66] definiert als Lastmodell 4 für Ermüdungsberechnungen eine Gruppe von Standardlastkraftwagen, die in Tabelle 4.8 dargestellt sind. Dieses Ermüdungslastmodell erzeugt Einwirkungen, wie sie aus typischem Verkehr auf europäischen Straßen entstehen. Jedes Standardfahrzeug wird definiert durch die Achszahl und den Achsabstand, die zugehörigen Achslasten und die Radaufstandsfläche mit dem Radabstand (hier nicht dargestellt).

Tabelle 4.8 Gruppe von Ersatzfahrzeugen für Ermüdungsbeanspruchung nach [66]

Fahrzeugtyp			Verkehrsart		
Schwerfahrzeug	Achsabstand [m]	Ersatzachslast [kN]	Große Entfernung	Mittlere Entfernung	Ortsverkehr
	4,5	70 130	20,0	40,0	80,0
	4,2 1,3	70 120 120	5,0	10,0	5,0
	3,2 5,2 1,3 1,3	70 150 90 90 90	50,0	30,0	5,0
	3,4 6,0 1,8	70 140 90 90	15,0	15,0	5,0
	4,8 3,6 4,4 1,3	70 130 90 80 80	10,0	5,0	5,0

Hierbei wird für die Auswahl der Verkehrsart folgende Definition für die drei Kategorien gegeben:

- Große Entfernung bedeutet hunderte von Kilometern.
- Mittlere Entfernung bedeutet 50 bis 100 km.
- Ortsverkehr bedeutet weniger als 50 km.

Ein wichtiger Hinweis für das Vorgehen bei der Berechnung ist, dass bei Verwendung dieses Lastmodells vorausgesetzt wird, dass jedes Standardfahrzeug alleine die Brücke befährt. Die Norm gibt auch in Abhängigkeit von der Verkehrskategorie an, welche Anzahl von Lastkraftwagen pro Jahr zu erwarten ist, dies zeigt Tabelle 4.9.

Tabelle 4.9 Anzahl erwarteter Lastkraftwagen je Jahr für einen LKW-Fahrstreifen [66]

Verkehrskategorien		Anzahl der Lastkraftwagen je Jahr und je LKW-Fahrstreifen
1	Straßen und Autobahnen mit zwei oder mehr Fahrstreifen je Fahrtrichtung mit hohem LKW-Anteil	$2,0 \cdot 10^6$
2	Straßen und Autobahnen mit mittlerem LKW-Anteil	$0,5 \cdot 10^6$
3	Hauptstraßen mit geringem LKW-Anteil	$0,125 \cdot 10^6$
4	Örtliche Straße mit geringem LKW-Anteil	$0,05 \cdot 10^6$

#### 4.2.5.5 Straßenverkehrsmodell auf Basis der Anpassung des DIN Fachberichtes "Einwirkungen auf Brücken" an die Eurocodes

Im Rahmen der Anpassung des DIN Fachberichtes "Einwirkungen auf Brücken" an die endgültigen Eurocodes und die Nationalen Anhänge, wurden 2009 an der Bauhaus-Universität Weimar Vergleichsrechnungen durchgeführt, um das Lastmodell 1 des DIN Fachberichtes 101 zu überprüfen und gegebenenfalls anzupassen [67]. Die Motivation der Untersuchungen war einerseits der deutliche Zuwachs im Schwerverkehr auf den Bundesfernstraßen [2] und andererseits eine drohende Erhöhung der zulässigen Achslasten für Nutzfahrzeuge [68].

Die Verkehrssimulationen wurden im Wesentlichen auf der Grundlage von neusten Verkehrsmessungen auf den deutschen Bundesautobahnen durchgeführt, die Ergebnisse der Messungen sind beispielsweise im Heft B 68 [2] der Bundesanstalt für Straßenwesen veröffentlicht. Die Verkehrszusammensetzung wurde an der Messstelle Bliesheim bei Köln im Zuge der BAB A61 an einem 6-Streifigen Autobahnquerschnitt gemessen, die Messung erfolgte im Jahre 2004 zwischen August und Dezember. Die Analyse erfolgte analog zu dem in Abschnitt 4.2.5.3 beschriebenen Auxerre-Verkehr über Einteilung in Fahrzeugtypen, die dann jeweils mit zwei Normalverteilungen für beladene und unbeladene Fahrzeuge beschrieben worden sind. Die statistischen Parameter der Normalverteilungen für die Gesamtgewichte nach [2] sind in Tabelle 4.10 dargestellt.

Tabelle 4.10 Statistische Parameter der Normalverteilungen für die Gesamtgewichte [2]

Fahrzeugtyp		Mittelwert $\mu$ [kN]	Standardabweichung $\sigma$ [kN]	Verkehrsanteil [%]
Typ 8	unbeladen	59,6	14,6	5,4
	beladen	91,7	44,0	5,6
Typ 33	unbeladen	190,3	23,2	1,0
	beladen	208,4	73,9	4,0
Typ 41	unbeladen	276,8	59,5	11,7
	beladen	414,5	32,5	5,3
Typ 97	unbeladen	156,7	18,8	2,7
	beladen	211,4	52,8	5,3
Typ 98	unbeladen	259,6	92,0	36,6
	beladen	405,3	24,8	22,4

Aus den Messungen wurde auch für die verschiedenen Fahrzeugtypen die Verteilung des Gesamtgewichtes auf die einzelnen Fahrzeugachsen ermittelt und es wurden die Mittelwerte von den Abständen zwischen den Fahrzeugachsen aufgezeichnet. Die Verteilung des Gesamtgewichtes auf die Achsen sowie die Achsabstände der verschiedenen Fahrzeugtypen sind in Tabelle 4.11 bzw. in Tabelle 4.12 zusammengefasst. Die Fahrzeugabstände wurden ebenfalls statistisch analysiert, die beobachtete Häufigkeitsverteilung konnte mit einer logarithmischen Normalverteilung mit einem Erwartungswert von  $\mu_x = 133$  m und einer Standardabweichung von  $\sigma_x = 193$  m genähert werden. Hierbei wurden allerdings nur LKW betrachtet, die PKW wurden außer Acht gelassen.

Tabelle 4.11 Gewichtsverteilung auf die Achsen für verschiedene Fahrzeugtypen in % [2]

Fahrzeugtyp	Achse 1	Achse 2	Achse 3	Achse 4	Achse 5
Typ 8	44,9	55,1	-	-	-
Typ 33	25,8	37,2	18,9	18,1	-
Typ 41	20,9	25,8	16,1	19,5	17,7
Typ 97	30,6	30,9	19,1	19,4	-
Typ 98	20,8	28,1	17,0	17,0	17,1

Tabelle 4.12 Achsabstände der verschiedenen Fahrzeugtypen in m [2]

Fahrzeugtyp	Achse 1 → 2	Achse 2 → 3	Achse 3 → 4	Achse 4 → 5
Typ 8	4,46	-	-	-
Typ 33	4,93	6,47	5,00	-
Typ 41	4,65	1,34	5,17	4,64
Typ 97	3,72	6,59	1,32	-
Typ 98	3,73	5,61	1,30	1,30

Das Straßenverkehrsmodell das in [67] zu der Anpassung des DIN Fachberichtes "Einwirkungen auf Brücken" an die Eurocodes verwendet wurde, baut auf diese Messergebnisse auf. Die Verteilung der Fahrzeugabstände wird durch die Verkehrsstärke auf dem untersuchten Straßenabschnitt maßgebend beeinflusst. Dies wurde in die Simulation so implementiert, dass für die Verteilung der Fahrzeugabstände eine logarithmische Normalverteilung gewählt wurde, deren Erwartungswert dem zu untersuchenden Verkehrsaufkommen entspricht. Hierbei wurden vier Tageszeiten betrachtet auf die der DTV, separat für die beiden Fahrstreifen, nach Tabelle 4.13 verteilt wurde.

Tabelle 4.13 Verteilung des Verkehrsaufkommens auf die Tageszeiten in % [67]

Fahrstreifen	0:00 – 6:00	6:00 – 12:00	12:00 – 18:00	18:00 – 24:00
FS 0 <sup>1)</sup>	24,6	31,6	28,4	15,4
FS 1 <sup>2)</sup>	22,9	36,3	31,4	9,4

1) rechter Fahrstreifen der im Allgemeinen wesentlich durch Schwerverkehrsfahrzeuge belastet ist

2) Überholfahrstreifen

Es wurde auch unterschieden zwischen fließendem Verkehr und Stauverkehr. Die Simulation erfolgte durch die Einführung von den Folgewahrscheinlichkeiten  $P_{Stau}$  und  $P_{fließ} \cdot P_{Stau}$  steht hierbei für die Wahrscheinlichkeit, dass einem Fahrzeug, welches sich im Stau befindet, wieder ein Fahrzeug im Stau folgt. Die Bedeutung für  $P_{fließ}$  ist dementsprechend analog [67]. Diese beiden Wahrscheinlichkeiten mussten so gewählt werden, dass eine realitätsnahe Abbildung des Stauverkehrs ermöglicht wurde, hierzu wurden in [67] Parameterstudien durchgeführt und es konnten als optimale Werte  $P_{Stau} = 0,99$  und  $P_{fließ} = 0,999$  ermittelt werden.

Zudem wurden in [67] sieben verschiedene Schwerverkehrsvarianten untersucht, die jeweils unterschiedliche Szenarien für die Zusammensetzung des Schwerverkehrs darstellten:

Schwerverkehrsvariante A Gegenwärtiger Schwerverkehr abgeleitet aus den Verkehrsmessungen an der BAB A61

Schwerverkehrsvariante B Gegenwärtiger Schwerverkehr mit Berücksichtigung von genehmigungspflichtigem Schwerverkehr durch 72 t Mobilkran

- Schwerverkehrsvariante C Künftiger Schwerverkehr mit stark erhöhter Verkehrsdichte, d. h. Erhöhung des durchschnittlichen täglichen Schwerverkehrs um den Faktor 2,5
- Schwerverkehrsvariante D Künftiger Schwerverkehr mit erhöhtem zulässigen Gesamtgewicht für 5-achs Sattelschlepper (von 40 t auf 52 t)
- Schwerverkehrsvariante E Künftiger Schwerverkehr mit 60 t modularem Nutzfahrzeug, d. h. Ersetzen des 5-achs Sattelschleppers durch den neuen Fahrzeugtyp „Gigaliner“ (8-achsiges kombiniertes Nutzfahrzeug, 60 t zulässiges Gesamtgewicht)
- Schwerverkehrsvariante F Künftiger Schwerverkehr mit 65 t 6-achs Sattelschlepper, d. h. Ersetzen des 5-achs Sattelschleppers durch den neuen Fahrzeugtyp 6-achs Sattelschlepper, 65 t zulässiges Gesamtgewicht
- Schwerverkehrsvariante G Auxerre-Verkehr, als Referenzszenario

Bei der Schwerverkehrsvariante A wird von einer durchschnittlichen täglichen Verkehrsstärke von 18.000 Fahrzeugen ausgegangen, davon 8.000 Lastkraftwagen. Bei den restlichen Schwerverkehrsvarianten wurden diese Werte dem untersuchten Szenario entsprechend modifiziert.

Die Schwerverkehrsvarianten wurden für die Fahrbahnbreite 8,0 m mit zwei Fahrstreifen und die Fahrbahnbreite 12,0 m mit vier bzw. drei Fahrstreifen analysiert. Es wurden insgesamt vier Belegungen der Fahrstreifen untersucht, die sich lediglich in der Verteilung des Schwerverkehrs auf die Fahrstreifen und in der Anzahl der Fahrstreifen in die einzelnen Fahrtrichtungen unterschieden.

#### 4.2.5.6 Straßenverkehrsmodelle außerhalb Deutschlands

Als ein Beispiel für Straßenverkehrsmodelle aus dem Ausland wird hier die Arbeit von Caprani [69] vorgestellt. Die Dissertation untersucht die Einwirkungen aus Straßenverkehr auf Brücken anhand von Achslastmessungen an Bauwerken in Frankreich, Slowenien und der Niederlande.

Es wurde ähnlich wie bei den bereits vorgestellten Modellen eine Klasseneinteilung für die Fahrzeugtypen des Schwerlastverkehrs getroffen. Die Einteilung basierte alleine auf der Anzahl der Achsen, es wurden vier Fahrzeugtypen definiert: Fahrzeuge mit zwei, drei, vier oder fünf Achsen. Lastkraftwagen mit mehr als fünf Achsen wurden vernachlässigt, da diese weniger als 1 % des beobachteten Straßenverkehrs darstellten. Ein Beispiel für die Verkehrszusammensetzung nach [69] zeigt Tabelle 4.14.

Tabelle 4.14 Verkehrszusammensetzung für die beiden Fahrtrichtungen in % nach [69]

Fahrzeugklasse	Fahrtrichtung 1	Fahrtrichtung 2
2-achsig	27,2	30,1
3-achsig	4,5	6,0
4-achsig	37,2	37,4
5-achsig	31,1	26,5

Das Gesamtgewicht der einzelnen Fahrzeugtypen wurde mit bi- bzw. trimodalen Normalverteilungen genähert, somit konnten beladene und unbeladene Kraftfahrzeuge gleichermaßen erfasst werden. Es wurde zwischen zwei Fahrtrichtungen unterschieden, denn insbesondere bei Verkehrswegen in der Nähe von Industriegebieten könnten diese unterschiedliche Kenngrößen aufweisen. Die Geschwindigkeit der Fahrzeuge wurde ebenfalls erfasst und mit einer Normalverteilung genähert. Es wurde hierbei nicht zwischen den Fahrzeugklassen unterschieden. Die Parameter für die Verteilungsfunktionen von Geschwindigkeit und Gesamtgewicht nach [69] sind am Beispiel der Fahrzeugklasse mit fünf Achsen in Tabelle 4.15 dargestellt.

Tabelle 4.15 Geschwindigkeit und Gesamtgewicht an einem Beispiel für die Fahrzeugklasse mit fünf Achsen nach [69]

	Geschwindigkeit [dm/s]			Gesamtgewicht [dt]		
	$\xi$	$\mu$	$\sigma$	$\xi$	$\mu$	$\sigma$
Fahrtrichtung 1	1,0	194,5	27,4	0,274	199,9	36,7
	-	-	-	0,553	308,7	49,9
	-	-	-	0,173	383,2	35,4
Fahrtrichtung 2	1,0	181,1	22,4	0,160	205,3	40,1
	-	-	-	0,441	300,6	53,6
	-	-	-	0,399	400,4	35,9

Die Verteilung des Gesamtfahrzeuggewichtes auf die Achsen wurde für die Fahrzeugklassen mit zwei und drei Achsen unterschiedlich gehandhabt als für Fahrzeugklassen mit vier oder fünf Achsen. Für Fahrzeuge mit zwei oder drei Achsen wurde lediglich der Anteil der einzelnen Achsen mit bi- bzw. trimodalen Normalverteilungen genähert, dies zeigt Tabelle 4.16.

Tabelle 4.16 Gewichtsverteilung auf die Achsen für 2-achsige und 3-achsige Fahrzeuge in % nach [69]

Fahrzeug- klasse	Achse 1			Achse 2			Achse 3		
	$\xi$	$\mu$	$\sigma$	$\xi$	$\mu$	$\sigma$	$\xi$	$\mu$	$\sigma$
2-achsige	0,56	33,4	3,7	0,44	59,4	7,4	-	-	-
	0,44	40,6	7,4	0,56	66,6	3,7	-	-	-
3-achsige	0,066	20,4	1,5	0,769	34,6	6,8	0,558	30,5	5,9
	0,522	26,0	4,9	0,227	39,2	2,2	0,442	37,7	3,5
	0,412	38,7	8,6	0,004	54,4	3,7	-	-	-

Für Fahrzeugklassen mit vier oder fünf Achsen wurde eine nicht zu vernachlässigende Korrelation zwischen Gesamtgewicht des Fahrzeugs und Achslasten auf den hintersten zwei bzw. drei Achsen beobachtet. Die so ermittelte Gesamtachslast der letzten Achsen wird dann allerdings gleichmäßig auf die zwei bzw. drei Hinterachsen verteilt. Am Beispiel des 5-Achsigen Sattelschleppers zeigt Tabelle 4.17 die Parameter für die Gewichtsverteilung in Abhängigkeit von dem Gesamtgewicht nach [69].

Tabelle 4.17 Gewichtsverteilung auf die Achsen für 5-achsige Fahrzeuge in % nach [69]

Gesamtgewicht [kN]	Achse 1	Achse 2	Achse 3+4+5	Achse 1	Achse 2	Achse 3+4+5
	$\mu$	$\mu$	$\mu$	$\sigma$	$\sigma$	$\sigma$
125	19,1	36,5	44,5	6,0	7,4	7,2
175	23,6	32,8	43,7	4,6	4,2	5,0
225	21,4	33,4	45,3	3,2	4,8	5,4
275	18,1	33,8	48,1	2,4	4,5	5,5
325	15,7	32,3	52,0	1,8	3,8	4,7
375	14,3	31,0	54,6	1,5	3,3	3,9
425	13,4	29,6	57,1	1,2	2,9	3,4
475	12,7	27,7	59,6	1,0	2,7	3,1

Die Achsabstände für die vier Fahrzeugklassen wurden ebenfalls mit bi- bzw. trimodalen Normalverteilungen genähert. Somit konnte im Grunde für die untersuchten vier Fahrzeugklassen weitere Unterklassen definiert werden. Bei der Näherung der Achsabstände wurde nicht zwischen den beiden Fahrtrichtungen unterschieden. Die Parameter der Verteilungen für die Achsabstände der verschiedenen Fahrzeugklassen sind in Tabelle 4.18 dargestellt.

Tabelle 4.18 Achsabstände der verschiedenen Fahrzeugtypen in dm nach [69]

Fahrzeug- klasse	Achse 1 → 2			Achse 2 → 3			Achse 3 → 4			Achse 4 → 5		
	$\xi$	$\mu$	$\sigma$									
2-achsig	1,0	50,7	3,7	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3-achsig	0,650	34,1	6,9	1,0	11,5	1,7	-	-	-	-	-	-
	0,268	34,0	1,5	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	0,082	61,5	6,0	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4-achsig	0,672	30,6	1,5	0,153	34,7	3,0	0,371	11,8	0,6	-	-	-
	0,328	30,2	3,9	0,386	54,8	8,6	0,598	12,1	1,7	-	-	-
	-	-	-	0,461	59,5	3,4	0,085	18,3	0,9	-	-	-
5-achsig	0,041	23,2	1,4	0,133	42,0	5,6	1,0	10,9	1,7	1,0	11,0	1,7
	0,959	30,4	1,8	0,867	51,2	3,4	-	-	-	-	-	-

Für die Simulation der Fahrzeugabstände wurde in [69] eine neue Vorgehensweise entwickelt. Es wurden unterschiedliche Mindestfahrzeugabstände untersucht: 5 m, 10 m, 0,5 s und 1,0 s. Für die Fahrzeugabstände die als Zeitangabe definiert sind, ergeben sich hierbei durch eine Umrechnung mit Berücksichtigung der Fahrzeuggeschwindigkeit die Mindestabstände der aufeinanderfolgenden Fahrzeuge. Zusätzlich wurde ein Modell entwickelt, bei dem die im Verkehr gemessenen Fahrzeugabstände mit quadratischen Funktionen genähert wurden. Hierbei wurde zwischen Fahrzeugabständen von weniger als 1,5 s, zwischen 1,5 und 4 s und mehr als 4 s unterschieden. Bei Fahrzeugabständen die weniger als 1,5 s betragen, wurde davon ausgegangen, dass diese unabhängig von der aktuellen stündlichen Verkehrsstärke sind und primär vom Fahrverhalten der Lastwagenfahrer bestimmt werden. Fahrzeugabstände zwischen 1,5 und 4 s wurden hingegen in Abhängigkeit der stündlichen Verkehrsstärke mit einer bivariaten zweidimensionalen Verteilung genähert. Für Fahrzeugabstände größer als 4 s wurde eine genaue Modellierung nicht mehr für erforderlich gehalten, da diese schon die Länge der untersuchten Brücken überschritten.

#### 4.2.5.7 Vergleich der verschiedenen Straßenverkehrsmodelle

Ein Vergleich der verschiedenen Straßenverkehrsmodelle zeigt, dass es durchaus viele Möglichkeiten gibt um den Verkehr zu erfassen und zu modellieren. Es kann auch beobachtet werden, dass wohl auch aufgrund des Fortschritts in der elektronischen Datenerarbeitung, mit der Zeit die Straßenverkehrsmodelle immer komplexer wurden.

Für den Vergleich der verschiedenen Straßenverkehrsmodelle wird als Beispiel der Sattelschlepper mit 5 Achsen genommen. Dieser Fahrzeugtyp kommt in jedem der vorgestellten Klassifizierungen für Lastkraftwagen vor und ist auch meistens mit einem Schwerverkehranteil von etwa 50 % dominierend.

In Abbildung 4.4 sind die Verteilungsfunktionen für das Gesamtgewicht von 5-achsigen Sattelschleppern nach den vorgestellten Literaturquellen in einem gemeinsamen Diagramm dar-

gestellt. Es wird ersichtlich, dass die verschiedenen Modelle zwar nicht ganz einheitlich sind, aber alle mit ähnlichen bimodalen Verteilungen arbeiten.

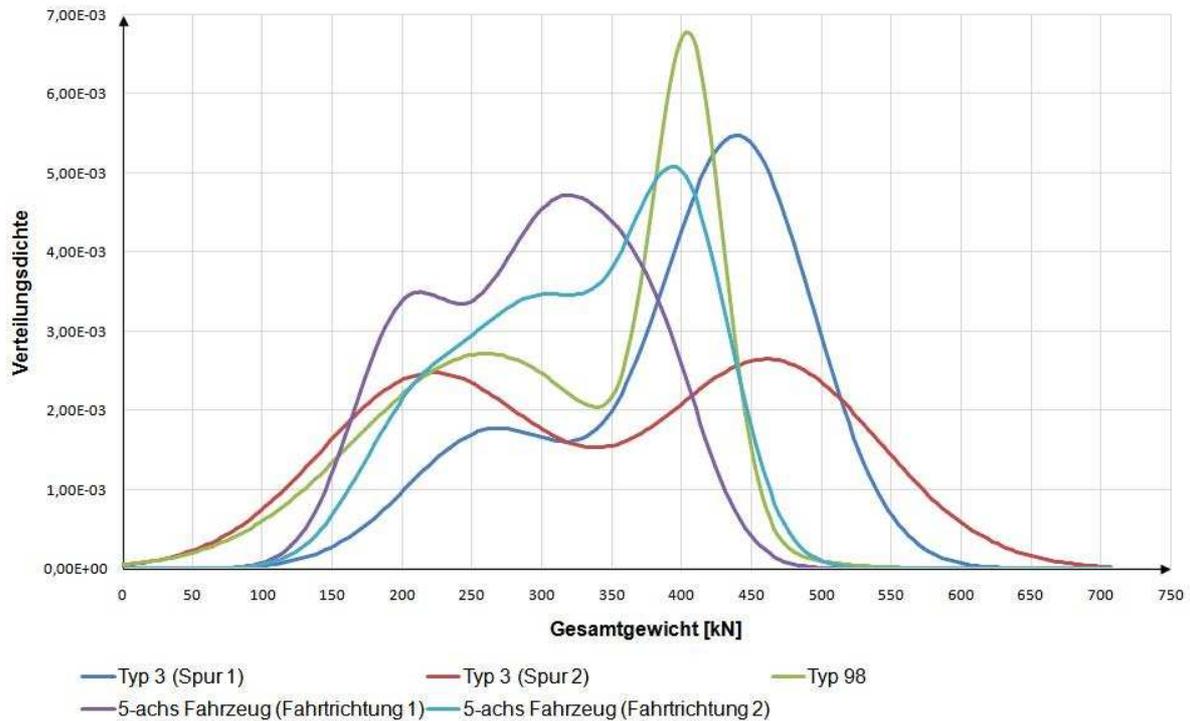


Abbildung 4.4 Vergleich der Verteilungsfunktionen für das Gesamtgewicht von Sattelschleppern mit 5 Achsen nach [2], [15] und [69]

Für die Achsabstände der Fahrzeugtypen gibt es auch verschiedene Ansätze. In Tabelle 4.19 werden am Beispiel des Sattelschleppers diese Modelle verglichen. Die Achsabstände sind in einem guten Einklang zueinander, es gibt jedoch auch Abweichungen, vor allem bei den ersten beiden Achsen.

Tabelle 4.19 Vergleich der Achsabstände für Sattelschlepper in m

Verteilung	Achse 1 → 2	Achse 2 → 3	Achse 3 → 4	Achse 4 → 5	Quelle
N <sup>1)</sup>	3,30	4,71	1,22	1,23	[15]
konst.	3,73	5,61	1,30	1,30	[2]
konst.	3,20	5,20	1,30	1,30	[66]
2N / N <sup>1)</sup>	3,01	5,04	1,09	1,10	[69]

1) Die Zeile enthält die Mittelwerte der Normalverteilung bzw. bimodalen Normalverteilung

Der Vergleich der Gewichtsverteilung auf die Achsen wird in Tabelle 4.20 ebenfalls am Beispiel des Sattelschleppers gezeigt. Bei [15] werden beladene und unbeladene Fahrzeuge separat betrachtet, bei [69] wird eine Korrelation mit dem Gesamtgewicht des Fahrzeugs berücksichtigt, andere Quellen treffen keine solche Unterscheidung. Es kann für alle Modelle beobachtet werden, dass die Vorderachsen etwa die Hälfte des Fahrzeuggewichtes aufnehmen und dass die Last auf die hinteren drei Achsen relativ gleichmäßig verteilt wird.

Tabelle 4.20 Vergleich der Gewichtsverteilung auf die Achsen für Sattelschlepper in %

Verteilung	Achse 1	Achse 2	Achse 3	Achse 4	Achse 5	Quelle
N <sup>1)</sup>	30,6	27,5	16,2	13,6	12,1	[15]
N <sup>2)</sup>	17,1	26,9	19,9	19,0	16,7	[15]
konst.	20,8	28,1	17,1	17,0	17,1	[2]
konst.	14,2	28,5	19,1	19,1	19,1	[66]
N <sup>3)</sup>	13,4	29,6	19,0	19,0	19,0	[69]

1) Die Zeile enthält die Mittelwerte für beladene Fahrzeuge (SLKW)

2) Die Zeile enthält die Mittelwerte für unbeladene Fahrzeuge (LLKW)

3) Die Zeile enthält die Mittelwerte für 5-achsige Fahrzeuge mit 425 kN Gesamtgewicht

In Tabelle 4.21 werden die stochastischen Modelle für den Fahrzeugabstand bei fließendem Verkehr nach unterschiedlichen Literaturquellen verglichen. Es ist erkennbar, dass für die Fahrzeugabstände in erster Linie eine logarithmische Normalverteilung bevorzugt wird.

Tabelle 4.21 Stochastische Modelle für Fahrzeugabstand bei fließendem Verkehr

Basisvariable	Verteilung	$\mu$	$\sigma$	V	Quelle
Fahrzeugabstand	LN	70 m	85 m	1,21	[7]
Fahrzeugabstand <sup>1)</sup>	konst.	22,2 m	-	-	[15]
Fahrzeugabstand <sup>2)</sup>	LN	133 m	193 m	1,45	[2]
Fahrzeugabstand	LN	ermittelt aus DTV			[67]

1) ermittelt über Bremsabstand

2) Fahrzeugabstand zwischen LKW

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass es im Bereich der Straßenverkehrsmodelle eine große Bandbreite an Vorgehensweisen gibt. Diese unterscheiden sich in den Prinzipien zur Einteilung der Fahrzeugklassen, in der Auswahl der Basisvariablen, in der Berücksichtigung des Stauverkehrs und selbstverständlich auch in den Parametern der statistischen Verteilungen für die Basisvariablen. Zugleich sind jedoch alle Modelle vergleichbar in ihrer Vorgehensweise und selbst die Annahmen für Verkehrsanteile, Gesamtgewicht der Fahrzeuge, Fahrzeugabstände oder die Verteilung des Gesamtgewichtes auf die Achsen unterscheiden sich nur unwesentlich.

#### 4.2.5.8 Ausgewähltes Straßenverkehrsmodell

Aus der breiten Palette der vorgestellten Vorgehensweisen zur Simulation des Straßenverkehrs wurde für die vorliegende Arbeit ein Modell auf Grundlage des in Abschnitt 4.2.5.5 beschriebenen Straßenverkehrsmodells ausgewählt. Dieser beruht auf Messungen die 2004 auf deutschen Bundesautobahnen durchgeführt wurden [2] und wurde auch im Rahmen der Anpassung des DIN Fachberichtes "Einwirkungen auf Brücken" an die endgültigen Eurocodes und die Nationalen Anhänge verwendet [67]. Daher erfasst dieses Modell am besten die gegenwärtigen Verkehrsverhältnisse auf deutschen Bundesfernstraßen und stellt zugleich das Sicherheitsniveau des neu einzuführenden deutschen Nationalen Anhangs zu der DIN EN 1991-2 [70] dar.

Das Modell musste angepasst werden, da gewisse Rahmenbedingungen für die vorliegende Untersuchung dies erforderten. Einerseits musste es für Brückenbauwerke mit drei Fahrstreifen in eine Fahrtrichtung adaptiert werden, andererseits waren neue Kennwerte des durchschnittlichen täglichen Verkehrs sowie des Schwerverkehrsanteils zu implementieren. Die Anzahl der untersuchten Schwerverkehrsvarianten wurde ebenfalls reduziert und deren Annahmen etwas modifiziert. Es wurden folgende Straßenverkehrsvarianten für die vorliegende Arbeit ausgewählt:

- |                             |   |
|-----------------------------|---|
| Straßenverkehrsvariante I   | Gegenwärtiger Straßenverkehr abgeleitet aus den Verkehrsmessungen an der A61, adaptiert für das untersuchte Brückenbauwerk, analog zu Schwerverkehrsvariante A in [67]  |
| Straßenverkehrsvariante II  | Zukünftiger Straßenverkehr mit erhöhtem zulässigen Gesamtgewicht für 5-achs Sattelschlepper (von 40 t auf 52 t) und mit Berücksichtigung von genehmigungspflichtigem Schwerverkehr durch 72 t Mobilkran, vergleichbar mit der Kombination von Schwerverkehrsvarianten B und D in [67]   |
| Straßenverkehrsvariante III | Zukünftiger Straßenverkehr mit Erhöhung des durchschnittlichen täglichen Verkehrs um den Faktor zwei, vergleichbar mit Schwerverkehrsvariante C in [67]   |
| Straßenverkehrsvariante IV  | Zukünftiger Straßenverkehr mit Erhöhung des durchschnittlichen täglichen Verkehrs um den Faktor zwei, erhöhtem zulässigen Gesamtgewicht für 5-achs Sattelschlepper (von 40 t auf 52 t) und mit Berücksichtigung von genehmigungspflichtigem Schwerverkehr durch 72 t Mobilkran, vergleichbar mit der Kombination von Schwerverkehrsvarianten B, C und D in [67] |

Die durchschnittliche tägliche Verkehrsstärke und Schwerverkehrsstärke sowie der Schwerverkehrsanteil der einzelnen Fahrzeugtypen für die Straßenverkehrsvarianten I bis IV sind in Tabelle 4.22 dargestellt.

Tabelle 4.22 Verkehrszusammensetzung für die Straßenverkehrsvarianten I bis IV

	Variante I	Variante II	Variante III	Variante IV
DTV	60.000	60.000	120.000	120.000
DTSV	5.000	5.000	10.000	10.000
Fahrzeugtyp	Schwerverkehrsanteil [%]			
Typ 8	11,0	10,9	11,0	10,9
Typ 33	5,0	4,9	5,0	4,9
Typ 41	17,0	16,9	17,0	16,9
Typ 97	8,0	7,9	8,0	7,9
Typ 98 <sup>1)</sup>	59,0	58,9	59,0	58,9
Mobilkran	0,0	0,5	0,0	0,5

1) die Verteilungsfunktion des Gesamtgewichts für den Fahrzeugtyp 98 ist für die Straßenverkehrsvarianten I und III bzw. II und IV unterschiedlich

Für das zu untersuchende Brückenbauwerk mit drei Fahrstreifen in eine Fahrtrichtung musste das Verkehrsmodell aus [67] modifiziert werden. Aufgrund der Regelungen der Straßenverkehrs-Ordnung [71] die ein Rechtsfahrgebot vorschreibt, wurden in Fahrstreifen 3 keine LKW berücksichtigt. Die PKW wurden gleichmäßig auf Fahrstreifen 2 und Fahrstreifen 3 verteilt. In Fahrstreifen 1 wurden keine PKW angesetzt. Die Verteilung der Fahrzeuge auf die Fahrstreifen ist in Tabelle 4.23 dargestellt.

Tabelle 4.23 Verteilung der Fahrzeuge auf die drei Fahrstreifen in %

Fahrzeugkategorie	Fahrstreifen 1	Fahrstreifen 2	Fahrstreifen 3
LKW	80,0	20,0	0,0
PKW	0,0	50,0	50,0

Die Verteilungsfunktionen des Gesamtgewichtes für die verschiedenen Fahrzeugtypen wurden auf Grundlage der Achslastmessungen in [2] nach Tabelle 4.10 als bimodale Normalverteilungen angenommen und wurden mit PKW, Mobilkran sowie einem modifizierten Lastmodell für den Sattelschlepper Typ 98 nach [67] ergänzt, dies zeigt Tabelle 4.24. Die PKW wurden hierbei einheitlich mit einem konstanten Gesamtgewicht von 10 kN berücksichtigt. Der Erwartungswert für das Gesamtgewicht des Mobilkrans entspricht nach [67] dem in den Datenblättern angegebenen Gesamtgewicht des Fahrzeuges. Die Festlegung der Standardabweichung resultierte aus der Überlegung, dass ein Teil der Mobilkräne die erforderlichen Gegengewichte vom mindestens 12 t auf dem Fahrzeug mitführen [67].

Tabelle 4.24 Stochastische Parameter für die Verteilungsfunktionen des Gesamtgewichts für die verschiedenen Fahrzeugtypen auf Grundlage von [2] und [67] in kN

Fahrzeugtyp	unbeladene Fahrzeuge			beladene Fahrzeuge		
	$\xi$	$\mu$	$\sigma$	$\xi$	$\mu$	$\sigma$
PKW	1,0	10,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Typ 8	0,49	59,6	14,6	0,51	91,7	44,0
Typ 33	0,20	190,3	23,2	0,80	208,4	73,9
Typ 41	0,69	276,8	59,5	0,31	414,5	32,5
Typ 97	0,34	156,7	18,8	0,66	211,4	52,8
Typ 98 <sup>1)</sup>	0,62	259,6	92,0	0,38	405,3	24,8
Typ 98 <sup>2)</sup>	0,62	259,6	92,0	0,38	526,9	24,8
Mobilkran <sup>2)</sup>	1,0	720,0	63,3	0,0	0,0	0,0

1) für Straßenverkehrsvarianten I und III

2) für Straßenverkehrsvarianten II und IV

Die Gesamtgewichtsverteilung auf die Achsen bzw. die Achsabstände für die verschiedenen Fahrzeugtypen sind analog zu Tabelle 4.11 bzw. Tabelle 4.12 sind jedoch ergänzt mit PKW und Mobilkran nach [67]. Für den Mobilkran musste zudem auch eine zusätzliche Achse hinzugefügt werden. Gewichtsverteilung und Achsabstände für die verschiedenen Fahrzeugtypen sind in Tabelle 4.25 und Tabelle 4.26 zusammengefasst.

Tabelle 4.25 Gewichtsverteilung auf die Achsen für verschiedene Fahrzeugtypen auf Grundlage von [67] in %

Fahrzeugtyp	Achse 1	Achse 2	Achse 3	Achse 4	Achse 5	Achse 6
PKW	50,0	50,0	-	-	-	-
Typ 8	44,9	55,1	-	-	-	-
Typ 33	25,8	37,2	18,9	18,1	-	-
Typ 41	20,9	25,8	16,1	19,5	17,7	-
Typ 97	30,6	30,9	19,1	19,4	-	-
Typ 98	20,8	28,1	17,0	17,0	17,1	-
Mobilkran <sup>1)</sup>	16,6	16,6	16,6	16,6	16,8	16,8

1) für Straßenverkehrsvarianten II und IV

Tabelle 4.26 Achsabstände der verschiedenen Fahrzeugtypen auf Grundlage von [67] in m

Fahrzeugtyp	Achse 1 → 2	Achse 2 → 3	Achse 3 → 4	Achse 4 → 5	Achse 5 → 6
PKW	2,50	-	-	-	-
Typ 8	4,46	-	-	-	-
Typ 33	4,93	6,47	5,00	-	-
Typ 41	4,65	1,34	5,17	4,64	-
Typ 97	3,72	6,59	1,32	-	-
Typ 98	3,73	5,61	1,30	1,30	-
Mobilkran <sup>1)</sup>	1,90	2,90	1,70	2,6	1,70

1) für Straßenverkehrsvarianten II und IV

Die Verkehrssimulation wurde ebenfalls analog zu der Vorgehensweise in [67] durchgeführt. Es wurde zwischen fließendem Verkehr und Stauverkehr unterschieden, die Folgewahrscheinlichkeiten wurden entsprechend der Ergebnisse der Parameterstudien in [67] zu  $P_{Stau} = 0,99$  und  $P_{fließ} = 0,999$  angenommen. In der Simulation wurde der fließende bzw. Stauverkehr nur für die Fahrzeuge in Fahrstreifen 1 ermittelt, die restlichen Fahrstreifen wurden immer identisch zu Fahrstreifen 1 angenommen. Somit konnte berücksichtigt werden, dass sich in einer Stausituation üblicherweise der Verkehr auf die vorhandenen Fahrstreifen verteilt. Für die vorliegende Arbeit war es auch erforderlich zu ermitteln wie sich mit diesen Parametern die Wahrscheinlichkeit ergibt, dass ein im Verkehrsfluss zufällig ausgewähltes Fahrzeug sich im Stau befindet, diese Wahrscheinlichkeit wird mit  $P_{FStau}$  gekennzeichnet. Abbildung 4.5 zeigt das Verhältnis dieser drei Wahrscheinlichkeiten.

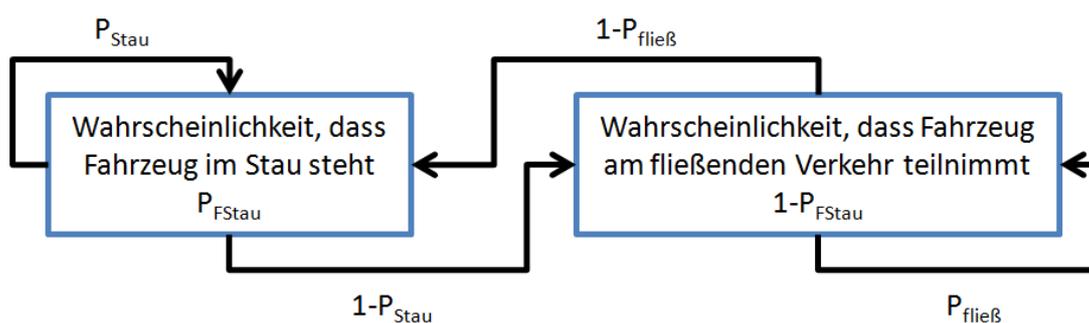


Abbildung 4.5 Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten zur Beschreibung des Stauverkehrs

Mit Verwendung des Additionssatzes und Multiplikationssatzes für bedingte Wahrscheinlichkeiten [6] lässt sich somit  $P_{FStau}$  folgendermaßen ermitteln:

$$P_{FStau} = P_{FStau} \cdot P_{Stau} + (1 - P_{FStau}) \cdot (1 - P_{fließ}) \quad (109)$$

Mit einsetzen der Werte  $P_{Stau} = 0,99$  und  $P_{fließ} = 0,999$  ergibt sich dann:

$$P_{FStau} = P_{FStau} \cdot 0,99 + (1 - P_{FStau}) \cdot (1 - 0,999)$$

$$P_{FStau} = P_{FStau} \cdot 0,99 + 1 - P_{FStau} - 0,999 + P_{FStau} \cdot 0,999$$

$$P_{FStau} \cdot 0,011 = 0,01$$

$$P_{FStau} = 0,091$$

Für das erste Fahrzeug jeder Simulation zur Erzeugung eines Straßenverkehrsszenarios wird entsprechend dieser Wahrscheinlichkeit ermittelt ob es sich im Stau oder fließendem Verkehr befindet. Für alle nachfolgenden Fahrzeuge der Simulation wird die Verkehrslage entsprechend der Folgewahrscheinlichkeiten  $P_{Stau}$  und  $P_{fließ}$  generiert.

Die Fahrzeugabstände für den fließenden Verkehr wurden auf der Grundlage von [67] erzeugt. Ein Unterschied bestand allerdings darin, dass sowohl für Stauverkehr als auch für fließenden Verkehr ein Mindestabstand von 2 m zwischen Vorderachse und Hinterachse der aufeinanderfolgenden Fahrzeuge eingehalten wurde. Die Verteilung der durchschnittlichen täglichen Verkehrsstärke auf die Tageszeiten erfolgte auch analog zu [67], wurde allerdings mit dem dritten Fahrstreifen erweitert. Für Fahrstreifen 3 wurden die Verkehrsanteile des Fahrstreifens 2 übernommen, dies ist in Tabelle 4.27 dargestellt.

Tabelle 4.27 Verteilung des Verkehrsaufkommens auf die Tageszeiten in % [67]

Fahrstreifen	0:00 – 6:00	6:00 – 12:00	12:00 – 18:00	18:00 – 24:00
FS 1 <sup>1)</sup>	24,6	31,6	28,4	15,4
FS 2 <sup>2)</sup>	22,9	36,3	31,4	9,4
FS 3 <sup>3)</sup>	22,9	36,3	31,4	9,4

- 1) rechterer Fahrstreifen
- 2) mittlerer Fahrstreifen
- 3) linker Fahrstreifen

Die Fahrzeugabstände wurden an die durchschnittliche tägliche Verkehrsstärke angepasst. Somit sind die Parameter der Basisvariablen für die Fahrzeugabstände für die Straßenverkehrsvarianten I-IV sowie für die Tageszeiten und Fahrstreifen jeweils unterschiedlich. Diese sind in Anhang I mitsamt den restlichen Kennwerten der Verkehrssimulationen beigelegt.

## 4.3 Widerstände

### 4.3.1 Beton

Beton ist ein Verbundwerkstoff und besteht aus Wasser, Zement und verschiedenen Zuschlagsstoffen, zudem kann er Zusatzstoffe und Zusatzmittel enthalten. Er wird bei Brückenbauwerken hauptsächlich als Ortbeton auf der Baustelle hergestellt. All diese Faktoren tragen dazu bei, dass die Werkstoffeigenschaften von Beton große Streuungen aufweisen, die für eine Zuverlässigkeitsanalyse entsprechend erfasst werden müssen.

Im Wesentlichen werden die Baustoffeigenschaften des Betons von der Druckfestigkeit und dem Elastizitätsmodul bestimmt. Diese zwei Kennwerte sind jedoch nicht unabhängig voneinander, zu einer größeren Druckfestigkeit gehört auch eine höhere Steifigkeit, also größerer

Elastizitätsmodul. Für die Querschnittsbemessung gibt die DIN 1045-1 [45] die Spannungs-Dehnungslinie des Betons nach Abbildung 4.6 vor.

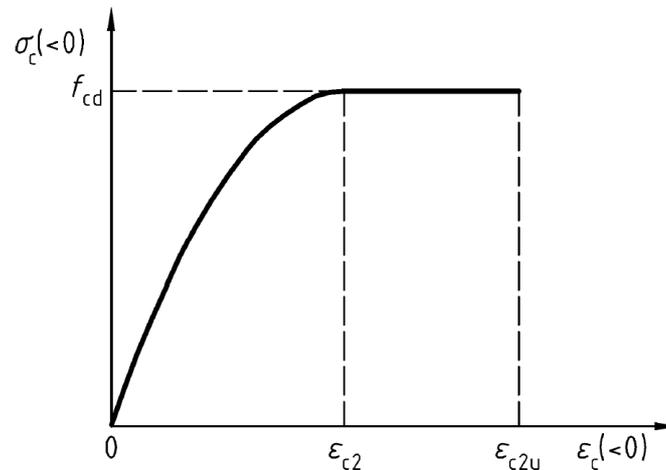


Abbildung 4.6 Spannungs-Dehnungslinie des Betons (Parabel-Rechteck-Diagramm) [45]

Die Spannungs-Dehnungslinie wird durch die Gleichungen (110) und (111) beschrieben:

$$\sigma_c = -f_{cd} \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad \text{für } 0 \geq \epsilon_c \geq \epsilon_{c2} \quad (110)$$

$$\sigma_c = -f_{cd} \quad \text{für } \epsilon_{c2} \geq \epsilon_c \geq \epsilon_{c2u} \quad (111)$$

Dabei ist

$n$  der Exponent der Parabel,

$\epsilon_{c2}$  die Dehnung des Betons beim Erreichen der Festigkeitsgrenze

$\epsilon_{c2u}$  die maximale Dehnung des Betons

Für Betonfestigkeitsklassen geringer als C 55/67 gilt:

$$n = 2$$

$$\epsilon_{c2} = -2,0 \text{ ‰}$$

$$\epsilon_{c2u} = -3,5 \text{ ‰}$$

Nach der DIN 1045-1 [45] kann der Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit des Betons aus der charakteristischen Zylinderdruckfestigkeit nach folgender einfacher mathematischer Beziehung ermittelt werden:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ N/mm}^2 \quad (112)$$

Für die stochastische Verteilung der Betondruckfestigkeit gibt es in der Fachliteratur zahlreiche Beispiele, diese sind in gen

Tabelle 4.28 zusammengestellt. Nahezu alle Modelle gehen von einer logarithmischen Normalverteilung aus und berechnen den Mittelwert nach Gleichung (112). Gelegentlich wird vereinfachend auch eine Normalverteilung verwendet [72]. Auch in der Standardabweichung bzw. dem Variationskoeffizienten gibt es nur geringe Abweichungen

Tabelle 4.28 Stochastische Modelle für Betondruckfestigkeit

Basisvariable	Verteilung	$\mu$	$\sigma$	v	Quelle
Betondruckfestigkeit <sup>1)</sup>	N	-	4,5 N/mm <sup>2</sup>	-	[7]
Betondruckfestigkeit <sup>2)</sup>	N	-	4 N/mm <sup>2</sup>	-	[73]
Betondruckfestigkeit	LN	-	-	0,060	[14]
Betondruckfestigkeit	LN	$f_{ck} + 8 \text{ N/mm}^2$	5 N/mm <sup>2</sup>	-	[51]
Betondruckfestigkeit <sup>3)</sup>	LN	$f_{ck} + 8 \text{ N/mm}^2$	-	0,05-0,4	[52]
Betondruckfestigkeit <sup>4)</sup>	LN	43 N/mm <sup>2</sup>	5 N/mm <sup>2</sup>	0,116	[32]
Betondruckfestigkeit <sup>5)</sup>	LN	38 N/mm <sup>2</sup>	-	0,138	[27]
Betondruckfestigkeit <sup>4)</sup>	N	43 N/mm <sup>2</sup>	5 N/mm <sup>2</sup>	0,116	[54]
Betondruckfestigkeit <sup>6)</sup>	LN	-	-	0,225	[53]

1) bei größeren Baustellen für einen Beton mit einer mittleren Druckfestigkeit von mindestens 20 N/mm<sup>2</sup>

2) bei Großbaustelle mit guter Überwachung

3) bei Berücksichtigung der Schädigung des Betons

4) für Betonfestigkeitsklasse C 35/45

5) für Betonfestigkeitsklasse C 30/37

6) für Transportbeton

Für die vorliegende Arbeit wurde der Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit ebenfalls nach Gleichung (112) ermittelt. Falls wir zum Beispiel den Überbau des Durchlaufträgers mit der Betonfestigkeitsklasse C 35/45 betrachten, so ergibt sich für den Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit  $\mu_{f_c} = 35 \text{ N/mm}^2 + 8 \text{ N/mm}^2 = 43 \text{ N/mm}^2$ . Die Standardabweichung wurde mit  $\sigma_{f_c} = 5 \text{ N/mm}^2$  berücksichtigt. Die so ermittelten Druckfestigkeiten wurden anschließend mit dem Abminderungsbeiwert  $\alpha$ , zur Berücksichtigung von Langzeitwirkungen auf die Druckfestigkeit sowie zur Umrechnung zwischen Zylinderdruckfestigkeit und einaxialer Druckfestigkeit des Betons, multipliziert. Für Normalbeton gilt hierbei  $\alpha = 0,85$ . Der Elastizitätsmodul des Betons fließt in die Gleichung der Spannungs-Dehnungslinie des Betons bei Verwendung des Parabel-Rechteck-Diagramms nicht mit ein, beeinflusst jedoch bei statisch unbestimmten Systemen unter Zwangsbeanspruchung die Schnittgrößenverteilung im Tragwerk. Wie schon beschrieben, gibt es einen Zusammenhang zwischen Betondruckfestigkeit und Elastizitätsmodul des Betons. Die DIN 1045-1 [45] gibt hierfür folgende Gleichung:

$$E_{c0m} = 9500 \cdot (f_{ck} + 8)^{1/3} \quad (\text{mit } f_{ck} \text{ in N/mm}^2) \quad (113)$$

Mit Einsetzen der Gleichung (112) und Einführung der Variable  $\alpha_E$  für den Faktor zwischen Elastizitätsmodul und Kubikwurzel der Druckfestigkeit erhält man:

$$E_{c0m} = \alpha_E \cdot f_{cm}^{1/3} \quad (\text{mit } f_{cm} \text{ in N/mm}^2) \quad (114)$$

Dieser Zusammenhang wird auch in den stochastischen Modellen für den Elastizitätsmodul des Betons nach Tabelle 4.29 berücksichtigt. Bei [51] wird auch der Faktor  $\alpha_E$  als eine eigenständige Basisvariable mit einer logarithmischen Normalverteilung betrachtet. Dieses letztere Modell wurde auch für die vorliegende Arbeit als Grundlage genommen.

Tabelle 4.29 Stochastische Modelle für den Elastizitätsmodul des Betons

Basisvariable	Verteilung	$\mu$	$\sigma$	v	Quelle
Elastizitätsmodul	LN	-	-	0,15	[14]
Faktor $\alpha_E$	LN	9500	-	0,15	[51]
Faktor $\alpha_E$	konst.	9500	-	-	[32]

Da der Elastizitätsmodul des Betons bei den Simulationen mit finiten Elementen ein Bestandteil der Steifigkeitsmatrix ist, war es zielführend nicht für jeden der Simulationen diese zu verändern. Um die Streuung dieses Parameters dennoch berücksichtigen zu können, wurde die stetige Verteilungsfunktion des Elastizitätsmoduls mit einer diskreten Verteilung genähert. Erst wurde aus den logarithmischen Normalverteilungen der Betondruckfestigkeit und des Faktors  $\alpha_E$  die Verteilungsfunktion des Elastizitätsmoduls ermittelt:

$$F_{Ec}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\alpha E}(x) \cdot y^{1/3} \cdot F_{fc}'(y) dy = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\alpha E}(x) \cdot y^{1/3} \cdot f_{fc}(y) dy \quad (115)$$

Hierbei ist

$F_{Ec}(x)$  die Verteilungsfunktion des Elastizitätsmoduls

$F_{\alpha E}(x)$  die Verteilungsfunktion des Faktors  $\alpha_E$

$F_{fc}(x)$  die Verteilungsfunktion der Betonfestigkeit

$f_{fc}(x)$  die Verteilungsdichtefunktion der Betonfestigkeit

Mittels numerischer Integration (vgl. Abschnitt 2.6.5) wurden fünf Quantilwerte der stetigen Verteilungsfunktion berechnet und so konnte eine diskrete Verteilung mit fünf Werten erzeugt werden. Die Parameter der diskreten Verteilung enthält Tabelle 4.30. In Abbildung 4.7 ist die ursprüngliche Verteilungsfunktion, verglichen mit der Näherung durch die diskrete Verteilung, dargestellt.

Tabelle 4.30 Parameter der diskreten Verteilung für den Elastizitätsmodul des Betons

Quantilwert	Elastizitätsmodul [N/mm <sup>2</sup> ]	Wahrscheinlichkeit
5 %-Quantile	25714	0,1
20 %-Quantile	28988	0,2
50 %-Quantile	32865	0,4
80 %-Quantile	37261	0,2
95 %-Quantile	42004	0,1

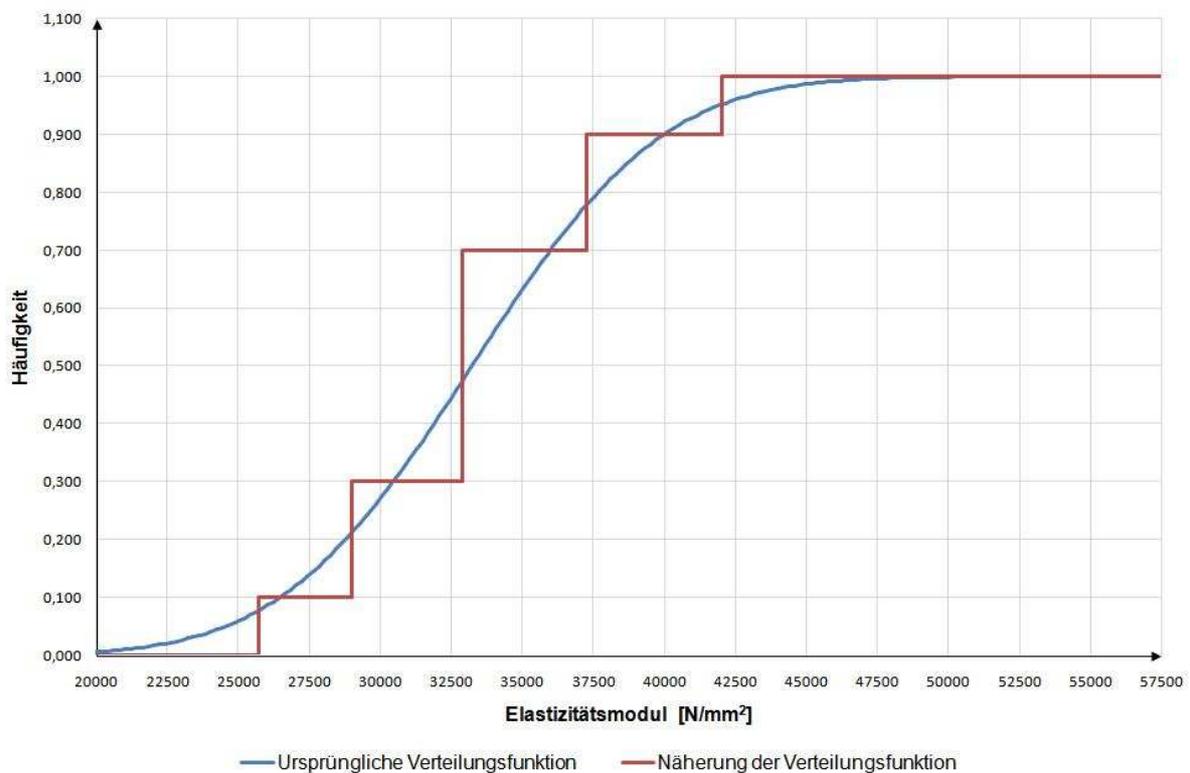


Abbildung 4.7 Näherung der stetigen Verteilung des Elastizitätsmoduls mittels diskreter Verteilung

### 4.3.2 Betonstahl

Betonstahl dient der Bewehrung von Stahlbetontragwerken. In der DIN 1045-1 [45] wird für die Querschnittsbemessung der idealisierte Verlauf der Spannungs-Dehnungslinie mit einer bilinearen Funktion nach Abbildung 4.8 definiert. Die Spannungs-Dehnungslinie wird im Wesentlichen durch die charakteristische Streckgrenze des Betonstahls  $f_{yk}$  und dem Elastizitätsmodul  $E_s$  bestimmt. Weitere Parameter sind die Zugfestigkeit des Betonstahls  $f_{tk,cal}$  und die Stahldehnung unter Höchstlast  $\varepsilon_{su}$ .

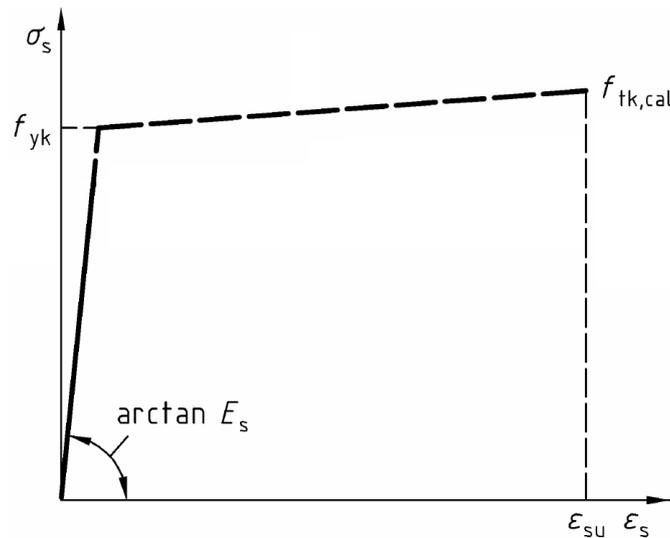


Abbildung 4.8 Idealisierter Verlauf der Spannungs-Dehnungslinie des Betonstahls für die Querschnittsbemessung [45]

Im Stahlbetonbau kommt üblicherweise Bst 500 S zum Einsatz, mit einer charakteristischen Streckgrenze von  $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$ . Nach der DIN 1045-1 [45] gilt dann für die Zugfestigkeit des Betonstahls  $f_{tk,cal}$ :

$$f_{tk,cal} = 1,05 \cdot f_{yk} \quad (116)$$

Im Gegensatz zum Beton liefert die Norm [45] hier keine Angaben zur Berechnung des Mittelwertes der Streckgrenze des Betonstahls. In Tabelle 4.31 sind mehrere Ansätze aus der Fachliteratur zur Modellierung der Streckgrenze des Betonstahls aufgelistet. Es ist erkennbar, dass die verschiedenen Modelle nur sehr geringe Abweichungen zueinander aufzeigen. Für die vorliegende Arbeit wurde eine Normalverteilung mit einem Mittelwert von  $\mu_{fy} = 560 \text{ N/mm}^2$  und einer Standardabweichung von  $\sigma_{fy} = 30 \text{ N/mm}^2$  nach [14] gewählt. Der Elastizitätsmodul vom Betonstahl wird mit Ausnahme von [7] einheitlich als eine konstante Variable betrachtet, wie aus Tabelle 4.32 ersichtlich wird. Daher wurde dieser, ebenfalls nach [14], als Konstante mit  $E_s = 205 \text{ GPa}$  angenommen.

Tabelle 4.31 Stochastische Modelle für die Streckgrenze des Betonstahls

Basisvariable	Verteilung	$\mu$	$\sigma$	v	Quelle
Streckgrenze	LN	-	-	0,01-0,04	[7]
Streckgrenze	N	560 N/mm <sup>2</sup>	30 N/mm <sup>2</sup>	-	[14], [54]
Streckgrenze	LN	550 N/mm <sup>2</sup>	-	0,06	[51]
Streckgrenze	LN	-	-	0,06	[52]
Streckgrenze	LN	560 N/mm <sup>2</sup>	30 N/mm <sup>2</sup>	-	[32]
Streckgrenze	LN	550 N/mm <sup>2</sup>	-	0,054	[27], [53]

Tabelle 4.32 Stochastische Modelle für den Elastizitätsmodul des Betonstahls

Basisvariable	Verteilung	$\mu$	$\sigma$	$\nu$	Quelle
Elastizitätsmodul	-	-	-	0,02-0,06	[7]
Elastizitätsmodul	konst.	205 GPa	-	-	[14]
Elastizitätsmodul	konst.	200 GPa	-	-	[51], [32]

Im Einklang mit der DIN 1045-1 [45] und [51] wurde die Zugfestigkeit nach Gleichung (116) aus der Streckgrenze des Betonstahls ermittelt. Die Stahldehnung unter Höchstlast wurde ebenfalls nach Norm zu  $\varepsilon_{su} = 0,025$  gesetzt.

### 4.3.3 Spannstahl

Analog zum Betonstahl gibt die DIN 1045-1 [45] für den Spannstahl auch eine bilineare Spannungs-Dehnungslinie nach Abbildung 4.9 als idealisierten Verlauf für die Querschnittsbemessung vor. Für den Spannstahl werden keine Festigkeitsklassen in der Norm definiert, stattdessen wird hier auf die jeweiligen Zulassungen der Hersteller verwiesen. Im Wesentlichen trifft die Norm bezogen auf die Bemessung zwei Aussagen: Der Elastizitätsmodul des Spannstahls wird für Litzen mit  $E_p = 195000 \text{ N/mm}^2$  angegeben und die maximale Stahldehnung  $\varepsilon_p$  wird mit 0,025 zusätzlich zur Vordehnung des Spannstahls  $\varepsilon_p^{(0)}$  begrenzt.

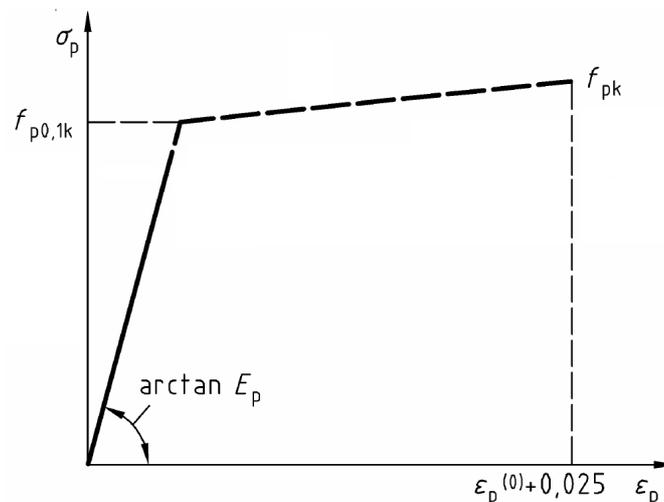


Abbildung 4.9 Idealisierter Verlauf der Spannungs-Dehnungslinie des Spannstahls für die Querschnittsbemessung [45]

Auch in der Fachliteratur gibt es bezogen auf stochastische Modelle für Spannstahl kaum Beispiele. Daher wurde für die Modellierung in erster Linie die bauaufsichtliche Zulassung des Spannstahls [74] als Grundlage genommen. Die Zulassung trifft drei Aussagen bezüglich der Mechanischen Eigenschaften, im speziellen der Zugfestigkeit des Spannstahls:

- Die Nennzugfestigkeit  $f_{pk} = 1770 \text{ N/mm}^2$  ist definiert als 5 %-Quantile der Grundgesamtheit.
- Die Nennzugfestigkeit  $f_{pk} = 1770 \text{ N/mm}^2$  darf um höchstens 5 % unterschritten werden.
- Die 95 %-Quantile der Zugfestigkeit einer Fertigungsmenge (Schmelze oder Herstelllos) darf die Nennzugfestigkeit  $f_{pk} = 1770 \text{ N/mm}^2$  um höchstens 12 % überschreiten.

Setzt man als Verteilungsfunktion in Anlehnung an den Betonstahl eine Normalverteilung voraus, können aus dem ersten und dritten Kriterium Mittelwert und Standardabweichung der Normalverteilung ermittelt werden:

$$\mu_x = \frac{1770 \text{ N/mm}^2 + 1770 \text{ N/mm}^2 \cdot 1,12}{2} = 1876 \text{ N/mm}^2 \quad (117)$$

$$\sigma_x = \frac{1876 \text{ N/mm}^2 - 1770 \text{ N/mm}^2}{1,645} = 64,4 \text{ N/mm}^2 \quad (118)$$

Bei einer Normalverteilung gibt es keine untere Grenze für die Zugfestigkeit des Spannstahls, die Wahrscheinlichkeit solcher kleiner Werte ist nur zunehmend gering. Somit wäre jedoch das 2. Kriterium aus der Zulassung nicht erfüllt, das einen Mindestwert der Zugfestigkeit mit  $0,95 \cdot f_{pk} = 1682 \text{ N/mm}^2$  definiert. Es ist allerdings davon auszugehen, dass nicht etwa die Herstellprozesse des Spannstahls eine Unterschreitung dieser Grenze garantieren, sondern das Endprodukt Stichprobenartig überprüft wird und Herstelllose, die das Kriterium nicht erfüllen, verworfen werden. Aus diesem Grund wurde auch bei der Simulation analog vorgegangen. Die Spannstahlfestigkeiten wurden entsprechend der Normalverteilung erzeugt, es wurden jedoch alle Werte, die die geforderte Mindestfestigkeit unterschreiten, verworfen und neu generiert. Somit folgen die erzeugten Spannstahlfestigkeiten im Wesentlichen einer gestutzten Normalverteilung [5].

Der Elastizitätsmodul des Spannstahls wird in Anlehnung an den Betonstahl als konstant betrachtet und nach der DIN 1045-1 [45] und der Zulassung [74] zu  $E_p = 195000 \text{ N/mm}^2$  angenommen.

Der charakteristische Wert der Streckgrenze (0,1 % Dehngrenze) des Spannstahls ist laut Zulassung  $f_{p0,1k} = 1520 \text{ N/mm}^2$ . Analog zum Betonstahl wurde im Rahmen dieser Arbeit davon ausgegangen, dass die Zugfestigkeit und Streckgrenze des Betonstahls perfekt korreliert sind und das Verhältnis  $f_{p0,1k} / f_{pk} = 0,859$  konstant ist. Dies ist auch in guter Übereinstimmung mit dem fib Model Code 2010 [38], der für Litzen das Verhältnis zwischen 0,1 % Dehngrenze und Zugfestigkeit des Spannstahls mit mindestens 86 % angibt.

#### 4.3.4 Geometrische Toleranzen

Die geometrischen Toleranzen bei Stahlbetonbauteilen beeinflussen sowohl die Einwirkungen (z. B. Eigengewicht) als auch die Widerstände (z. B. Querschnittsfläche), werden aber in der Regel eher als Widerstände betrachtet. Wie bereits in Abschnitt 4.2.1 beschrieben wurden in der vorliegenden Arbeit Schalungsungenauigkeiten auf der Einwirkungsseite implizit betrachtet, indem die Eigenlast mit einem Faktor zur Berücksichtigung von Streuungen der Dichte und der Abmessungen beaufschlagt wurde.

Maßtoleranzen spielen eine bedeutendere Rolle bei der Untersuchung der Stützen, hier kann bereits eine geringe Abweichung von der Sollgeometrie beachtliche zusätzliche Schnittgrößen erzeugen. Die stochastischen Modelle von Maßtoleranzen für Ort betonbauteile nach den Angaben unterschiedlicher Literaturquellen sind in Tabelle 4.33 zusammengefasst.

Tabelle 4.33 Stochastische Modelle für Maßabweichungen von Ort betonbauteilen

Basisvariable	Verteilung	$\mu$	$\sigma$	$v$	Quelle
Abweichung zur Sollgröße <sup>1)</sup>	N	3 mm <sup>2)</sup>	10 mm	3,33	[7], [14]
Abmessung	N	$a_{nom}$ <sup>3)</sup>	5 mm	-	[51], [32]
Abmessung	N	$a_{nom}$	-	0,02	[52], [53]
Abmessung	N	$a_{nom}$	12 mm	-	[75]
Exzentrizität	N	0	$L/1000$ <sup>4)</sup>	-	[14]
Krümmung	N	0	$L/1000$ <sup>4)</sup>	-	[14]
Schiefe	N	0	$0,0015$ <sup>5)</sup>	-	[14]

1) für Bauteile aus Ort beton mit Abmessungen größer als 1000 mm

2) die Abmessungen sind größer als der Nominalwert

3) nominale Abmessung

4) mit  $L$  für die Höhe der Stütze

5) in Bogenmaß

Die meisten Quellen gehen davon aus, dass der Mittelwert der Abmessungen dem nominalen Wert entspricht. Die Standardabweichung wird üblicherweise als unabhängig von der Größe des Bauteils betrachtet.

Für die vorliegende Arbeit wurde das Modell des JCSS [14] übernommen und somit Exzentrizität, Krümmung und Schiefe berücksichtigt. Diese drei Parameter werden jedoch zu einer gemeinsamen Basisvariable zusammengefasst, das als Lastausmitte  $a$  bezeichnet wird. Die Summe von Normalverteilten Zufallsvariablen ist ebenfalls normalverteilt. Die Parameter der zusammengefassten Basisvariable lauten somit für eine Stütze mit 10 m Höhe:

$$\mu_a = \mu_e + \mu_f + \mu_\phi = 0 \quad (119)$$

$$\sigma_a = \sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_f^2 + \sigma_\phi^2} = \sqrt{\left(\frac{10 \text{ m}}{1000}\right)^2 + \left(\frac{10 \text{ m}}{1000}\right)^2 + (10 \text{ m} \cdot \sin(0,0015))^2} = 21 \text{ mm} \quad (120)$$

Dieser Wert ist auch in Einklang mit den Angaben der Regelwerke. Nach ISO 22966 [76] beträgt für eine Stütze der Höhe  $h$  die Toleranz für die Neigung:

$$a = \frac{h}{300} = \frac{10 \text{ m}}{300} = 33 \text{ mm} \geq 15 \text{ mm} \quad (121)$$

In der DIN 1045 [45] ist der Winkel der Schiefstellung in Bogenmaß mit

$$\alpha_{a1} = \frac{1}{100 \cdot \sqrt{h}} = \frac{1}{100 \cdot \sqrt{10}} = 0,0032 \leq \frac{1}{200} \quad (122)$$

zu berücksichtigen, dies entspricht einer Ausmitte von:

$$a = h \cdot \sin(\alpha_{a1}) = 10 \text{ m} \cdot \sin(0,0032) = 32 \text{ mm} \quad (123)$$

Somit wird die Basisvariable Lastausmitte durch eine Normalverteilung mit Erwartungswert  $\mu = 0$  und Standardabweichung  $\sigma = 21 \text{ mm}$  modelliert.

## 4.4 Modellunsicherheiten

### 4.4.1 Allgemeines

Bei der Ermittlung von Schnittgrößen aufgrund von zufälligen Einwirkungen oder Beanspruchungen und bei der Berechnung von Bauteilwiderständen werden im Bauwesen verschiedene mechanische Modelle angewandt. Diese Modelle sind natürlich nicht exakt, sondern beinhalten zahlreiche Vereinfachungen und Näherungen. Die dadurch entstehenden Unsicherheiten müssen in das probabilistische Modell implementiert werden. Dies wird bei der Darstellung der Beziehung zwischen den verschiedenen Teilsicherheitsbeiwerten nach Abbildung 4.10 auch in der DIN 1055-100 [3] beschrieben.

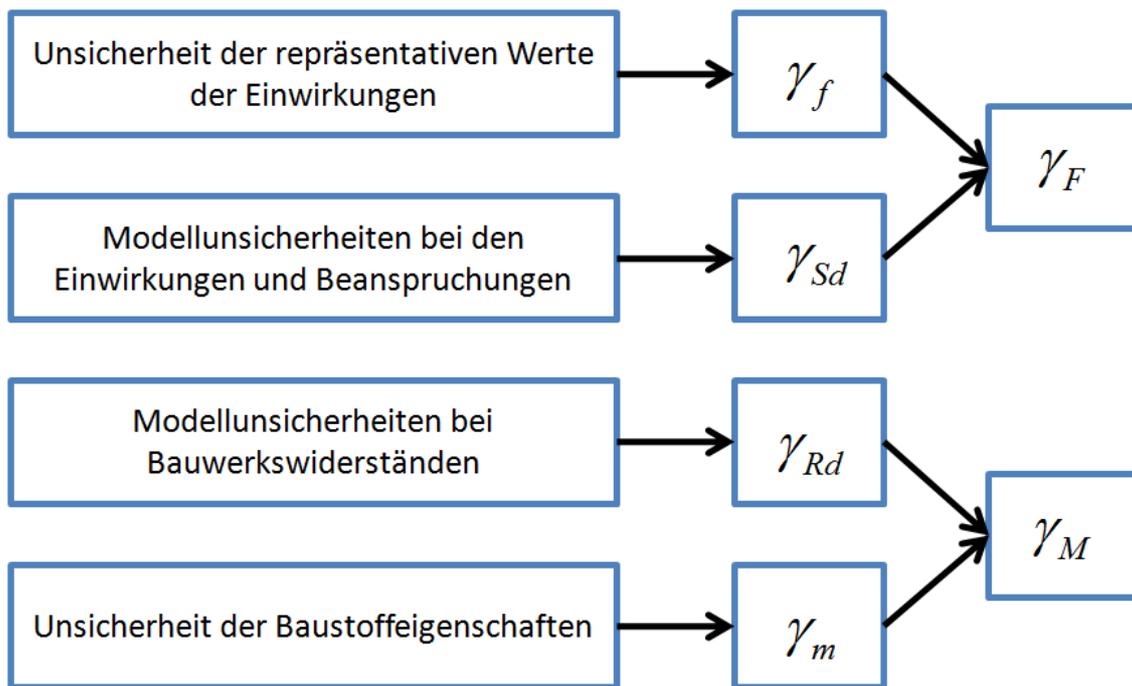


Abbildung 4.10 Beziehung zwischen verschiedenen Teilsicherheitsbeiwerten [3]

Die Modellunsicherheiten sind natürlich abhängig von den verwendeten mechanischen Modellen, daher sind sie für die verschiedenen Grenzzustände und für die Einwirkungen sowie Widerstände jeweils unterschiedlich.

#### 4.4.2 Einwirkungsseite

Bei der Ermittlung der Schnittgrößen für Biegebeanspruchung bzw. Querkraftbeanspruchung mittels Berechnungsmethoden der Statik und Mechanik werden vereinfachte mathematische Beziehungen angenommen. Diese können natürlich nur begrenzt die Realität abbilden, daher werden die so ermittelten Schnittgrößen, mit einem Faktor zur Berücksichtigung der Modellunsicherheiten beaufschlagt:

$$E' = \theta_E \cdot E \quad (124)$$

Dieser Faktor ist selbst eine Basisvariable der Simulation die einer vorgegebenen Verteilungsfunktion folgt. Verschiedene Ansätze für geeignete stochastische Modelle dieser Basisvariable sind in Tabelle 4.34 für Biegebeanspruchung und für Querkraftbeanspruchung aufgelistet. Für die vorliegende Arbeit wurden die Faktoren zur Berücksichtigung der Modellunsicherheiten nach [14] angenommen. Folglich wurde für die Modellunsicherheitsfaktoren, sowohl für die Biegebeanspruchung als auch für die Querkraftbeanspruchung, eine logarithmische Normalverteilung mit einem Erwartungswert von  $\mu_{\theta_{EM}} = \mu_{\theta_{EV}} = 1,0$  und einem Variationskoeffizienten von  $V_{\theta_{EM}} = V_{\theta_{EV}} = 0,1$  vorausgesetzt. Die Stützen werden durch Normalkräfte beansprucht die aus den Auflagerreaktionen des Überbaus resultieren und somit in direktem Zusammenhang mit der Querkraftbeanspruchung stehen. Aus dieser Überlegung heraus wurden für die Normalkräfte identische Modellunsicherheitsfaktoren verwendet, wie für die Querkraftbeanspruchung.

Tabelle 4.34 Stochastische Modelle für die Modellunsicherheiten der Beanspruchungen

Basisvariable	Verteilung	$\mu$	$\sigma$	v	Quelle
Allgemein	LN	1,0	-	0,05-0,10	[77]
Biegebeanspruchung <sup>1)</sup>	LN	1,0	-	0,10	[14]
Biegebeanspruchung <sup>2)</sup>	N	1,0	-	0,07	[52], [27]
Querkraftbeanspruchung <sup>1)</sup>	LN	1,0	-	0,10	[14]
Querkraftbeanspruchung <sup>3)</sup>	N	1,0	-	0,10	[52]
Querkraftbeanspruchung <sup>4)</sup>	N	1,0	-	0,10	[27]
Querkraftbeanspruchung <sup>5)</sup>	N	1,0	-	0,17	[27]

1) für Rahmentragwerk

2) für Stabtragwerk

3) für Flächentragwerk

4) für Stabtragwerk mit Gleichstreckenbelastung

5) für Stabtragwerk mit Einzellast (auflagernah)

### 4.4.3 Widerstandsseite

Die Berechnung der Bauteilwiderstände ist ebenso mit gewissen Näherungen belastet wie die Schnittgrößenermittlung aus den Einwirkungen. Diese Modellunsicherheiten können auch hier mittels eines Modellunsicherheitsfaktors berücksichtigt werden:

$$R' = \theta_R \cdot R \quad (125)$$

Auch für die Modellunsicherheiten auf der Widerstandsseite gibt es schon Beispiele in der Fachliteratur, sowohl für die Ermittlung der Biegetragfähigkeit als auch für die Berechnung der Querkrafttragfähigkeit, diese zeigt Tabelle 4.35. Aus den vorgestellten Modellen wird ersichtlich, dass die Tragfähigkeit durch die etwas konservativen Berechnungsmethoden tendenziell unterschätzt wird, dies ist aber auch mit Hinblick auf den relativ großen Variationskoeffizienten durchaus gerechtfertigt.

Analog zu den Einwirkungen wurden auch für die Widerstände die Faktoren zur Berücksichtigung der Modellunsicherheiten nach [14] angenommen. Für den Modellunsicherheitsfaktor der Biegetragfähigkeit wurde somit eine logarithmische Normalverteilung mit einem Erwartungswert von  $\mu_{\theta_{RM}} = 1,2$  und einem Variationskoeffizienten von  $V_{\theta_{RM}} = 0,15$  vorausgesetzt. Der Modellunsicherheitsfaktor der Querkrafttragfähigkeit wurde mit einer logarithmischen Normalverteilung mit einem Erwartungswert von  $\mu_{\theta_{RV}} = 1,0$  und einem Variationskoeffizienten von  $V_{\theta_{RV}} = 0,1$  modelliert. Für Normalkrafttragfähigkeit bietet [14] kein eigenständiges Modell, es wird nur in Zusammenhang mit der Biegung behandelt, daher wurde nach [27] bzw. [53] eine logarithmische Normalverteilung mit einem Erwartungswert von  $\mu_{\theta_{RN}} = 1,0$  und einem Variationskoeffizienten von  $V_{\theta_{RN}} = 0,05$  angenommen.

Tabelle 4.35 Stochastische Modelle für die Modellunsicherheiten der Tragfähigkeiten

Basisvariable	Verteilung	$\mu$	$\sigma$	$v$	Quelle
Allgemein	LN	1,0	-	0,05-0,10	[77]
Biegetragfähigkeit	LN	1,2	-	0,15	[14]
Biegetragfähigkeit <sup>1)</sup>	N	1,0	-	0,1	[51]
Biegetragfähigkeit <sup>2)</sup>	LN	1,025	-	0,07	[52]
Biegetragfähigkeit	LN	1,1	-	0,07	[27]
Biegetragfähigkeit	N	1,0	-	0,05	[55]
Querkrafttragfähigkeit	LN	1,0	-	0,1	[14]
Querkrafttragfähigkeit <sup>3)</sup>	LN	1,1	-	0,1	[52]
Querkrafttragfähigkeit <sup>4)</sup>	LN	1,1	-	0,15	[52]
Querkrafttragfähigkeit <sup>2) 3)</sup>	LN	1,1	-	0,1	[27]
Querkrafttragfähigkeit <sup>2) 4)</sup>	LN	1,1	-	0,15	[27]
Normalkrafttragfähigkeit	LN	1,0	-	0,05	[27]
Normalkrafttragfähigkeit	-	1,0	-	0,05	[53]

1) mit Normalkraft ohne Berücksichtigung von Modellunsicherheiten auf der Einwirkungsseite

2) für Gleichstreckenlast

3) für die Bügelbewehrung

4) für die maximale Betondruckkraft

## 4.5 Zusammenfassung der Basisvariablen

Um die große Vielfalt von Einwirkungen, Widerständen und Modellunsicherheiten modellieren zu können, musste auf zahlreiche verschiedene Literaturquellen zurückgegriffen werden. Es gibt derzeit keine ganzheitliche Sammlung von Zuverlässigkeitstheoretischen Annahmen, das für alle in Frage kommenden Basisvariablen ein Modell bieten würde. Der Probabilistic Model Code des Joint Committee on Structural Safety [14] ist vielleicht die erste größere Initiative in diese Richtung, aber auch dieser ist bei weitem nicht vollständig. In Tabelle 4.36 sind die auf Basis dieser vielfältigen Literaturquellen entwickelten stochastischen Modelle für die vorliegende Arbeit nochmals in einer Tabelle zusammengefasst. Aufgrund seiner Komplexität konnten die Basisvariablen für den Straßenverkehrsmodell hier nicht dargestellt werden.

Tabelle 4.36 Zusammenfassung der stochastischen Modelle der verwendeten Basisvariablen

Basisvariable	Verteilung	$\mu$	$\sigma$	$v$
<b>Einwirkungen</b>				
Eigengewichtsfaktor	N	1,0	0,1	0,10
Stützensenkung <sup>1)</sup>	$\beta$ <sup>2)</sup>	1 cm	0,3 cm	0,30
Linearer Temperaturunterschied <sup>3)</sup>	Weibull			
positiv		3,62 K	2,20 K	0,61
negativ		2,59 K	1,59 K	0,61
Windböengeschwindigkeit	Weibull	10,54 m/s	3,94 m/s	0,37
Straßenverkehr	Verkehrssimulation (vgl. Abschnitt 4.2.5.8)			
<b>Widerstände</b>				
Betondruckfestigkeit ( $f_c$ )	LN	$f_{ck}+8$ N/mm <sup>2</sup>	5 N/mm <sup>2</sup>	0,12
Elastizitätsmodul (Faktor $\alpha_E$ )	LN	9500	1425	0,15
Streckgrenze des Betonstahls ( $f_y$ )	N	560 N/mm <sup>2</sup>	30 N/mm <sup>2</sup>	0,05
Zugfestigkeit des Spannstahls ( $f_p$ )	N <sup>4)</sup>	1876 N/mm <sup>2</sup>	64,4 N/mm <sup>2</sup>	0,03
Lastausmitte ( $a$ )	N	0	21 mm	-
<b>Modellunsicherheiten</b>				
Biegebeanspruchungsfaktor ( $\theta_{EM}$ )	LN	1,0	0,10	0,10
Querkraftbeanspruchungsfaktor ( $\theta_{EV}$ )	LN	1,0	0,10	0,10
Biegetragfähigkeitsfaktor ( $\theta_{RM}$ )	LN	1,2	0,18	0,15
Querkrafttragfähigkeitsfaktor ( $\theta_{RV}$ )	LN	1,0	0,10	0,10
Normalkrafttragfähigkeitsfaktor ( $\theta_{RN}$ )	LN	1,0	0,05	0,05

1) der Mindestwert der Beta-Verteilung beträgt 0 cm, der Maximalwert 1,7 cm

2) Bezeichnung steht für Beta-Verteilung

3) der Grenzwert der Verteilung beträgt 18 K für positiven und 11 K für negativen Temperaturunterschied

4) die gestutzte Normalverteilung hat einen Mindestwert von 1682 N/mm<sup>2</sup>, Realisierungen die den Mindestwert unterschreiten werden verworfen und neu generiert

# 5 Ermittlung der Tragwerkszuverlässigkeit

## 5.1 Einführung

Ziel der Arbeit war es, für außergewöhnliche Beanspruchungen die Tragwerkszuverlässigkeit zu ermitteln. Die hierfür erforderlichen wahrscheinlichkeitstheoretischen Grundlagen wurden in Kapitel 2 gelegt. In Kapitel 3 wurden die zu untersuchenden Beispielbauwerke und die zu berücksichtigenden Bedrohungsszenarien vorgestellt. Schließlich wurden in Kapitel 4 gemäß den Erkenntnissen der ausgedehnten Literaturrecherche Annahmen für die zu Grunde gelegten Basisvariablen getroffen. Auf diese Grundlagen baut die Vorgehensweise zur Ermittlung der Tragwerkszuverlässigkeit auf. In diesem Abschnitt werden die untersuchten Grenzzustände näher erläutert und es wird auf die Berücksichtigung und Kombination von zeitlich veränderlichen Einwirkungen eingegangen. Anschließend werden vier Methoden zur Abschätzung der Tragwerkszuverlässigkeit vorgestellt. Die erste, aufwendigste und genaueste Methode ist die Monte-Carlo-Simulation. Basierend auf den Ergebnissen der Monte-Carlo-Simulation wird eine analytische Näherung der Schnittgrößen untersucht, um die Zusammenhänge zwischen den Basisvariablen und den Grenzzuständen näher zu analysieren und Wichtungsbeiwerte und Korrelationsbeiwerte ermitteln zu können. Zur Berücksichtigung der nichtlinearen Tragwerksreserven, wird eine Kombination dieser beiden Methoden herangezogen. Abschließend wird die Traglastiteration vorgestellt, bei der ein vereinfachter Indikator für die Sicherheit einer Konstruktion eingeführt wird.

## 5.2 Untersuchte Grenzzustände

### 5.2.1 Berücksichtigung des Betrachtungszeitraumes

Bevor die betrachteten Grenzzustände näher erläutert werden, muss eine wichtige Unterscheidung getroffen werden. In der vorliegenden Arbeit werden Bedrohungsszenarien untersucht, die Ereignisse mit äußerst geringer Auftretenswahrscheinlichkeit darstellen. Solche Beanspruchungen werden auch in den Normen als außergewöhnliche Einwirkungen eingestuft. Somit wäre es nicht gerechtfertigt anzunehmen, dass ein solches Ereignis zeitgleich mit dem Maximalwert von den zeitlich veränderlichen Einwirkungen in einem bestimmten Betrachtungszeitraum auftritt. Es ist vielmehr davon auszugehen, dass zu dem Zeitpunkt als die Bedrohung erscheint, deutlich niedrigere Beanspruchungen auf das Bauwerk wirken. Es sollte also für die Beurteilung der Zuverlässigkeit des Bauwerks im Falle eines Bedrohungsszenarios ein zufälliger Zeitpunkt in der Lebensdauer des Bauwerks ausgewählt werden. Zugleich ist es jedoch erforderlich die Zuverlässigkeit einer Brücke, die einem Bedrohungsszenario ausgesetzt wurde, mit dem eines unbeschädigten Bauwerks und den Zielwerten der Regelwerke vergleichen zu können. Diese Zuverlässigkeiten sind jedoch stets bezogen auf einen Betrachtungszeitraum, in der Regel entweder ein Jahr oder 50 Jahre. Um beiden Anforderungen genügen zu können mussten zwei Fälle unterschieden werden:

- Die Betrachtung für den Ereignisfall entspricht der Situation in dem Moment, als die Schädigung aus dem Bedrohungsszenario auftritt. Es werden also die zeitlich veränderlichen Einwirkungen zu einem zufälligen Zeitpunkt in der Lebensspanne des Bauwerks berücksichtigt.
- Die Betrachtung nach dem Ereignis ermöglicht den Vergleich mit dem Referenzszenario und mit den Zielwerten der Zuverlässigkeit in den Regelwerken. Sie entspricht dem hypothetischen Fall, als würde die Brücke nach der Schädigung nicht instandgesetzt werden. Es

wird der Maximalwert aus der Superposition von den zeitlich veränderlichen Einwirkungen im Betrachtungszeitraum angesetzt.

Diese Unterscheidung wurde nur für die Beanspruchungen getroffen, da bei den Widerständen zeitliche Veränderungen nicht berücksichtigt wurden. Eine Betrachtung für den Ereignisfall, macht für das Referenzszenario nach dieser Definition keinen Sinn, da ja hier keine Schädigung auftritt. Der Vollständigkeit halber wurde jedoch auch diese Versagenswahrscheinlichkeit ermittelt, sie kann aufgefasst werden als die Wahrscheinlichkeit, dass das Bauwerk zu einem bestimmten, zufällig ausgewählten, Zeitpunkt versagt. Für die Betrachtung nach dem Ereignis musste ein geeigneter Betrachtungszeitraum gewählt werden. Der Betrachtungszeitraum ist im Wesentlichen frei wählbar, ist jedoch für den Vergleich der Zuverlässigkeiten untereinander und mit den Zielwerten der Norm unbedingt erforderlich. Da in den Regelwerken üblicherweise die Zielwerte der Zuverlässigkeit für Betrachtungszeiträume von einem Jahr oder 50 Jahren verwendet werden (vgl. Abschnitt 2.7), wurde hier, angesichts der zu erwartenden geringen Zuverlässigkeiten, der kleinere Wert von beidem, also ein Jahr als Betrachtungszeitraum ausgewählt.

### 5.2.2 Grenzzustand der Biegetragfähigkeit des Überbaus

Eines der untersuchten Grenzzustände, war der Grenzzustand der Biegetragfähigkeit des Überbaus. Die Beanspruchungen des Bauwerks mussten hierfür Superpositioniert werden. Bei dem untersuchten Durchlaufträger ist es ersichtlich, dass die maximalen negativen Momente an den Stützen entstehen, für die maximalen Feldmomente ist die Situation jedoch weniger eindeutig. Aufgrund der ungleichmäßigen Lastverteilung, in erster Linie bei den Lasten aus Straßenverkehr und den unsymmetrischen Auflagerbedingungen, besonders in den Endfeldern, ist die Lage des maximalen Feldmomentes nicht vorhersehbar. Es wurden im Vorfeld zu der Simulation zwei Alternative Vorgehensweisen untersucht:

- Ablesen und Superposition der maximalen Feldmomente für jede Einwirkung (Variante 1).
- Ablesen der maximalen Feldmomente für Eigengewicht und Lasten aus Straßenverkehr und Ablesen des Momentes in Feldmitte für die restlichen Einwirkungen, mit anschließender Superposition (Variante 2).

Für 100 Simulationen wurden die Resultate aus diesen zwei Vorgehensweisen mit dem ermittelten tatsächlichen Maximalwert des Feldmomentes verglichen, dies zeigt Tabelle 5.1.

Tabelle 5.1 Abweichung der beiden Varianten zur Superposition bezogen auf den tatsächlichen Maximalwert des Feldmomentes in %

Variante	Abweichung	Feld 1	Feld 2	Feld 3	Feld 4	Feld 5
Variante 1	Maximum	+10,41	+2,74	+3,08	+3,11	+16,74
	Minimum	+0,66	+0,04	+0,01	+0,04	+0,35
	Mittelwert	+4,08	+0,89	+0,53	+0,86	+6,32
Variante 2	Maximum	+1,73	+2,26	+3,06	+2,80	+2,68
	Minimum	-2,91	-0,16	-0,01	-0,65	-7,80
	Mittelwert	-0,86	+0,34	+0,41	+0,27	-1,81

Erwartungsgemäß ist der Fehler der Variante 1 stets auf der sicheren Seite, zeigt jedoch sowohl im Durchschnitt als auch in den Extremwerten größere Abweichungen auf als die Variante 2. Aus dieser Überlegung wurde in der vorliegenden Arbeit die Vorgehensweise nach der Variante 2 bevorzugt. Es ist hier noch anzumerken, dass im probabilistischen Modell solche Streuungen der Einwirkungen auch über die Modellunsicherheitsfaktoren Berücksichtigung finden. Für den Einfeldträger erfolgte die Schnittgrößenermittlung ebenfalls nach Variante 2.

Die Ermittlung der Biegetragfähigkeit des vorgespannten Stahlbetonquerschnittes stellte ebenfalls eine Herausforderung dar. Die Berechnung musste automatisiert erfolgen, da jedoch die Werkstoffkennwerte als Basisvariablen berücksichtigt wurden, konnten nicht die Spannungs-Dehnungs-Linien für die Bemessungswerte der Festigkeiten verwendet werden. Dies verhinderte die Verwendung der gebräuchlichen Bemessungstabellen und die Dehnungsebene des Querschnitts musste somit jeweils iterativ ermittelt werden. Bei der Berechnung der Druckkraft im Beton wurde das Integral der Spannungs-Dehnungs-Linie mittels Simson-Integration genähert (vgl. Abschnitt 2.6.5).

Statisch unbestimmte Tragwerke verfügen über zusätzliche Reserven bezüglich ihrer Biegetragfähigkeit, da eine Momentenumlagerung möglich ist. Diese Reserven wurde in der vorliegenden Arbeit ebenfalls berücksichtigt, dies wird jedoch in Abschnitt 5.6 näher erläutert.

### **5.2.3 Grenzzustand der Querkrafttragfähigkeit des Überbaus**

Bei der Betrachtung der Querkrafttragfähigkeit für den Plattenbalkenquerschnitt waren nochmals zwei Grenzzustände zu unterscheiden, die der Tragfähigkeit der Querkraftbewehrung und die der, durch die Druckstrebenfestigkeit begrenzten, maximal aufnehmbaren Querkraft [78]. Betrachtet man die Einwirkungsseite, so sind die Beanspruchungen für diese beiden Grenzzustände sehr stark korreliert. Der wesentliche Unterschied ist lediglich, dass die Querkraftbeanspruchung der Bügelbewehrung in einem bestimmten Abstand, der der statischen Nutzhöhe des Querschnitts entspricht, von den Auflagern abzulesen ist. Dies führt dazu, dass diese Schnittgröße kleiner ist als die für den Grenzzustand zur Bemessung der Betondruckstrebe, da letztere über den Auflagern zu betrachten ist. Eine zusätzliche Abminderung erfolgt aus den Auswirkungen geneigter Spannglieder, die nach DIN FB 102 [78] Berücksichtigt werden dürfen. Bezüglich der Widerstände besteht keine Korrelation. Da es bei der Querkraft keine Umlagerungsmöglichkeiten gibt, wurden in der Monte-Carlo-Simulation beim Durchlaufträger für jede Simulation die maximale Querkraft im Überbau aufgezeichnet, es wurde also nicht die Stützen einzeln betrachtet. Für den Plattenquerschnitt des Einfeldträgers, wurde die Querkrafttragfähigkeit nach DIN FB 102 [78] mit der Gleichung für Platten ohne Durchstanzbewehrung, bei Berücksichtigung der Normalkraft in der Platte aus der Vorspannung, ermittelt.

### **5.2.4 Grenzzustand des Pfeilerwiderstandes**

Die Betrachtung der Brückenpfeiler erfolgte nur beim Durchlaufträger, da der Einfeldträger lediglich zwei Widerlager aufweist. Aus Sicht des optimierten Simulationsablaufs und für die Ermöglichung der weiteren Verwendung der Ergebnisse war es sinnvoll, den Überbau und die Unterbauten an den Lagern zu trennen. Für den Grenzzustand des Pfeilerwiderstandes können dann die erzeugten Auflagerkräfte als Einwirkung und die maximal aufnehmbare Normalkraft des Pfeilers als Widerstand betrachtet werden. So können die Unterbauten leicht ersetzt werden und es wird der Vergleich verschiedener Konstruktionen, wie hier auch für zwei Pfeilervarianten geschehen, möglich. Eine Besonderheit hierbei war es, dass bei der Ermittlung der maximal aufnehmbaren Normalkraft durch den Pfeiler auch zwei Beanspruchungen, nämlich die Windlasten und das Eigengewicht des Pfeilers, zu berücksichtigen waren. Der Pfeilerwi-

derstand ermittelt sich somit nicht ausschließlich aus solchen Basisvariablen, die in Abschnitt 4.3 auf der Widerstandsseite aufgeführt wurden. Die maximal aufnehmbare Kraft des Pfeilers wurde also definiert, als die maximale Kraft die bei der gegebenen Windbeanspruchung, Lastausmitte, Pfeilereigengewicht und den Werkstoffkennwerten aufgebracht werden kann. Diese Kraft lässt sich aus dem Interaktionsdiagramm des Pfeilers ermitteln. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass aufgrund der Exzentrizität die Auflagerkraft sowohl Normal- als auch Biegebeanspruchung erzeugt. Um Effekten aus Theorie II. Ordnung Rechnung zu tragen, wurde die zusätzliche Lastausmitte aus der linear elastisch berechneten Krümmung des Pfeilers berücksichtigt. Es wurde anhand der Werkstoffkennwerte für jeden Simulationsschritt ein vereinfachtes Interaktionsdiagramm des Querschnitts über drei charakteristische Punkte ermittelt. Dabei wurde fortlaufend geprüft, ob eine linear elastische Berechnung gerechtfertigt ist, oder ein Aufreißen des Betonquerschnittes erfolgt, dies wurde jedoch stets vermieden. Der Pfeilerwiderstand wurde am Schnittpunkt des Interaktionsdiagrammes mit der Kraft-Momenten-Kurve abgelesen. In Abbildung 5.1 ist die Vorgehensweise bei der Ermittlung der maximal aufnehmbaren Normalkraft des Pfeilers graphisch dargestellt. Für diesen Grenzzustand wurden die inneren und die seitlichen zwei Stützenpaare der Brücke separat berücksichtigt.

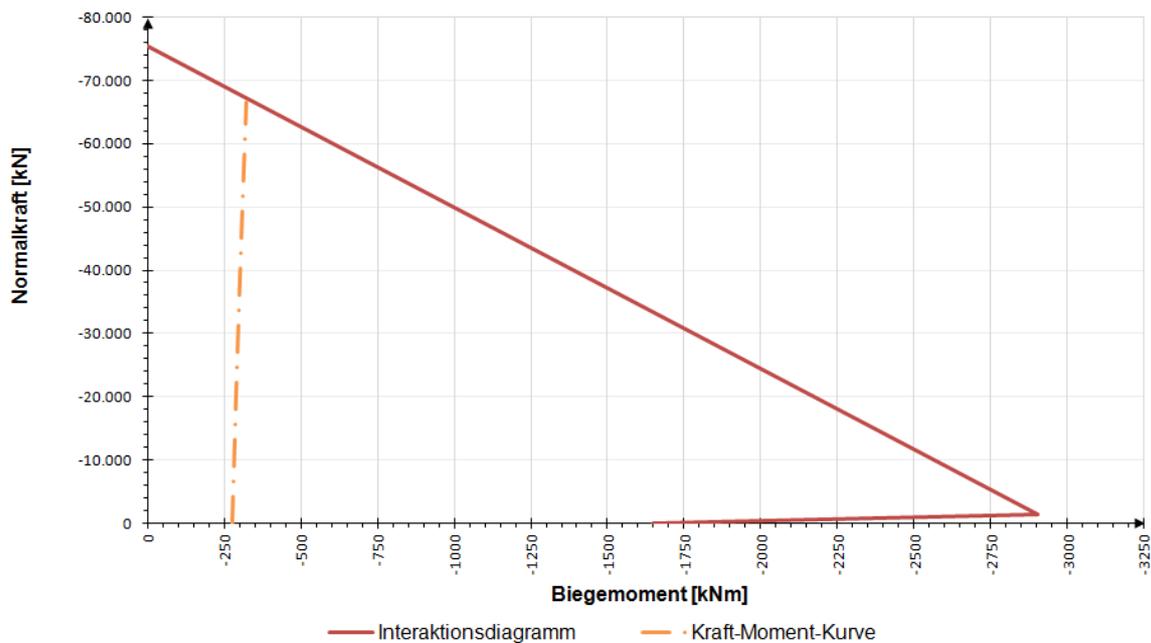


Abbildung 5.1 Ermittlung der maximal aufnehmbaren Kraft des Pfeilers mittels Interaktionsdiagramm

### 5.2.5 Versagen nach mehreren Grenzzuständen

Das Versagen der Brücke kann nach mehreren unterschiedlichen Grenzzuständen erfolgen. Es wurde bereits erläutert, welche Grenzzustände betrachtet wurden, aber die Versagenswahrscheinlichkeit des gesamten Bauwerks ergibt sich aus der Kombination dieser Grenzzustände. Die Versagenswahrscheinlichkeit von einer Kombination von Grenzzuständen hängt im Wesentlichen davon ab, ob diese als Parallel- oder Seriensysteme abgebildet werden können, beziehungsweise von der Korrelation zwischen den beiden Grenzzuständen. Es wurde im Vorfeld untersucht, welchen Einfluss die Korrelation auf das Ergebnis hat. Hierbei wurden Parallelsysteme und Seriensysteme separat analysiert.

Der Einfluss der Korrelation ist umso bedeutender, je geringer die Differenz der Versagenswahrscheinlichkeiten, daher wurde im ersten Schritt im Rahmen einer Grenzwertbetrachtung untersucht, welches Ergebnis sich für zwei Grenzzustände mit identischer Versagenswahrscheinlichkeit ergibt. Es wurde ermittelt, welcher Zuverlässigkeitsindex sich aus einer Berechnung mit Berücksichtigung der Korrelation nach Gleichung (78) ergibt, beziehungsweise aus einer vereinfachten Berechnung nach Gleichung (81), bei dem die Versagenswahrscheinlichkeiten im Grunde addiert werden. Die relative Differenz der Berechnungsergebnisse in Prozent wurde für den Bereich der im Bauwesen interessierenden Zuverlässigkeitsindizes (zwischen 1,0 und 6,0) für verschiedene Korrelationskoeffizienten ermittelt und in einem Diagramm aufgetragen, dies zeigt Abbildung 5.2.

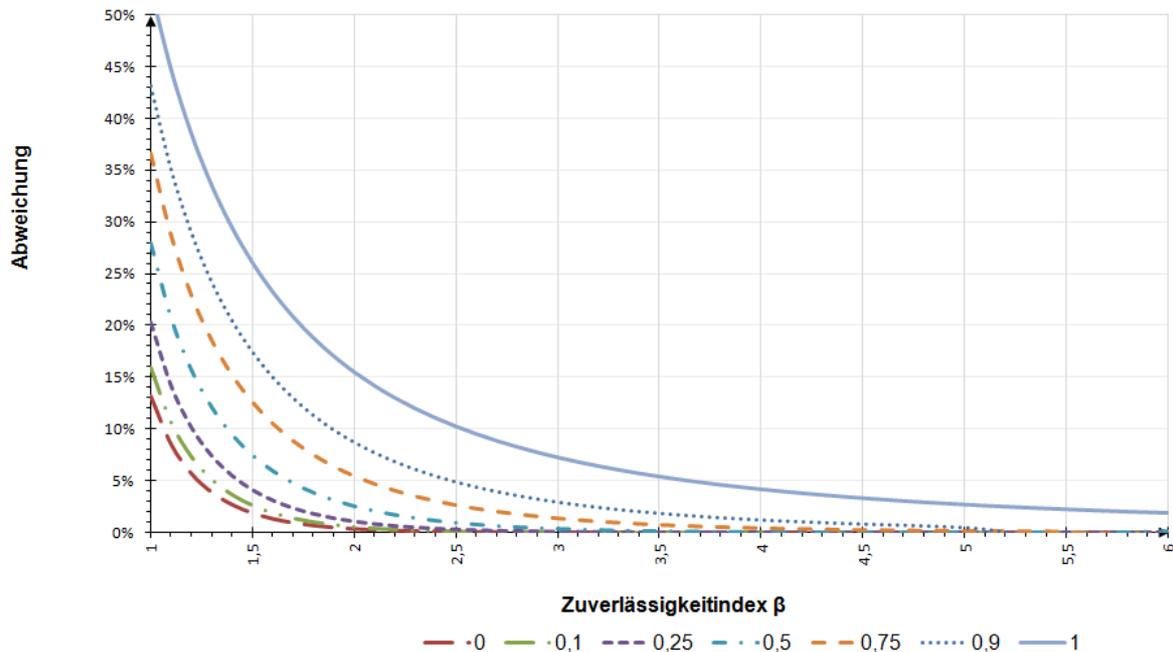


Abbildung 5.2 Einfluss der Korrelation auf die Zuverlässigkeit von der Kombination von Grenzzuständen bei Seriensystemen in Abhängigkeit vom Korrelationskoeffizienten und der Zuverlässigkeit der Einzelereignisse

Die Ergebnisse zeigen, dass sich bedeutende Abweichungen bis zu 50 % ergeben können. Solche großen Differenzen sind jedoch nur bei sehr hohen Korrelationskoeffizienten und geringer Zuverlässigkeit zu beobachten. Im Bauwesen sind Korrelationskoeffizienten typischerweise kleiner als 0,5 und die Zuverlässigkeiten sind in der Regel größer als 2,0 und für diesen Bereich ist die Abweichung bereits geringer als 5 %. Zudem sind die Versagenswahrscheinlichkeiten der beiden Grenzzustände nur selten gleich groß, deshalb wurde zusätzlich untersucht, wie sich die Abweichung ergeben würde, falls zwischen den Versagenswahrscheinlichkeiten eine Differenz um den Faktor 10 gegeben ist. Das Ergebnis ist in Abbildung 5.3 dargestellt, der Zuverlässigkeitsindex gilt hierbei für den Grenzzustand mit der größeren Versagenswahrscheinlichkeit.

Es wird ersichtlich, dass für Grenzzustände, bei denen eine größere Differenz in den Versagenswahrscheinlichkeiten vorhanden ist, der Fehler der Näherung stark abnimmt. Zusammenfassend kann also gesagt werden, dass bei Seriensystemen für die bei der Baupraktischen Anwendung häufig vorkommenden Grenzzustände eine Näherung nach Gleichung (78) durchaus gerechtfertigt ist. Eine genauere Berechnung nach Gleichung (81) ist nur Sonderfäl-

len, wie sehr hohe Korrelationskoeffizienten oder geringe Zuverlässigkeiten bei Versagenswahrscheinlichkeiten gleicher Größenordnung, vorbehalten.

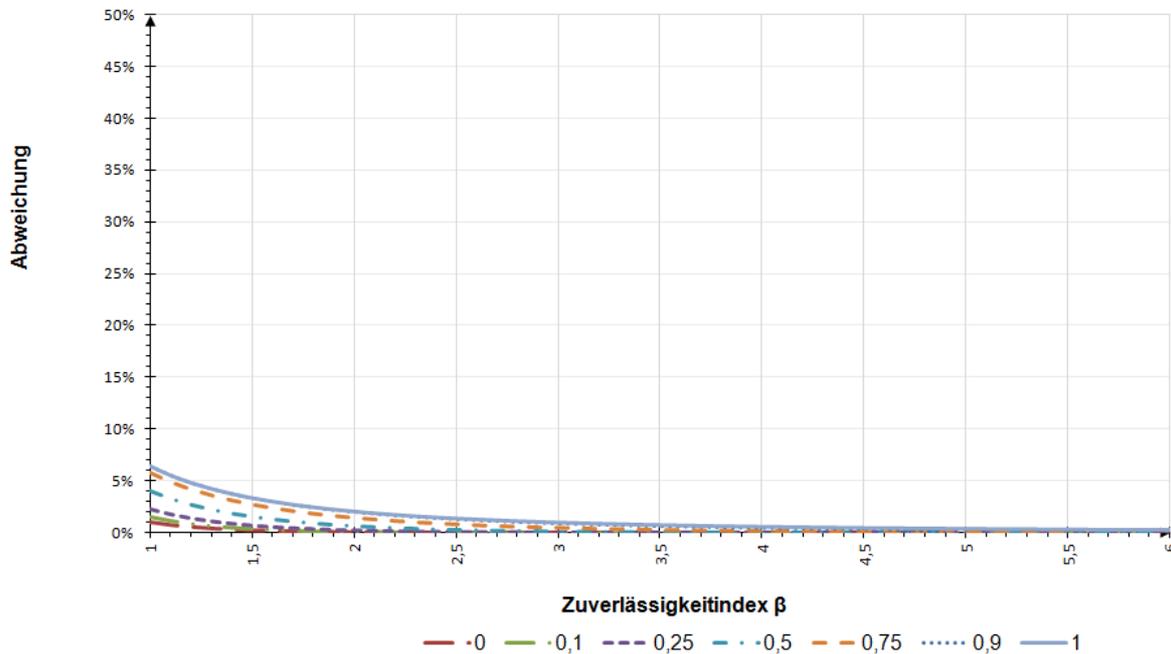


Abbildung 5.3 Einfluss der Korrelation auf die Zuverlässigkeit von der Kombination von Grenzzuständen bei Seriensystemen in Abhängigkeit vom Korrelationskoeffizienten und der Zuverlässigkeit des Ereignisses mit der größeren Versagenswahrscheinlichkeit

Für Parallelsysteme wurden analog zu den Seriensystemen ebenfalls Parameterstudien durchgeführt. Hier wurden die Ergebnisse einer Berechnung nach Gleichung (83) mit der Näherung nach Gleichung (84) für unterschiedliche Korrelationskoeffizienten und Zuverlässigkeiten untersucht. Das Ergebnis für Grenzzustände mit identischen Versagenswahrscheinlichkeiten ist in Abbildung 5.4 dargestellt.

Es wird ersichtlich, dass auch für Parallelsysteme eine Abweichung von bis zu 50 % beobachtet werden kann. Im Gegensatz zum Seriensystem ist diese Abweichung jedoch bei Parallelsystemen für geringe Korrelationen größer und nimmt mit zunehmender Zuverlässigkeit nur geringfügig ab. Auch hier wurde untersucht, wie sich die Ergebnisse ändern, falls zwischen den Versagenswahrscheinlichkeiten der beiden Grenzzustände eine Differenz um den Faktor 10 besteht, dies ist in Abbildung 5.5 dargestellt.

Die Ergebnisse zeigen, dass die Abweichungen weiterhin bedeutend bleiben, insbesondere für die im Bauwesen typischerweise beobachteten geringen Korrelationskoeffizienten. Folglich ist es empfehlenswert bei Parallelsystem eine genauere Berechnung nach Gleichung (83) durchzuführen, falls die Ermittlung der Korrelationskoeffizienten möglich ist.

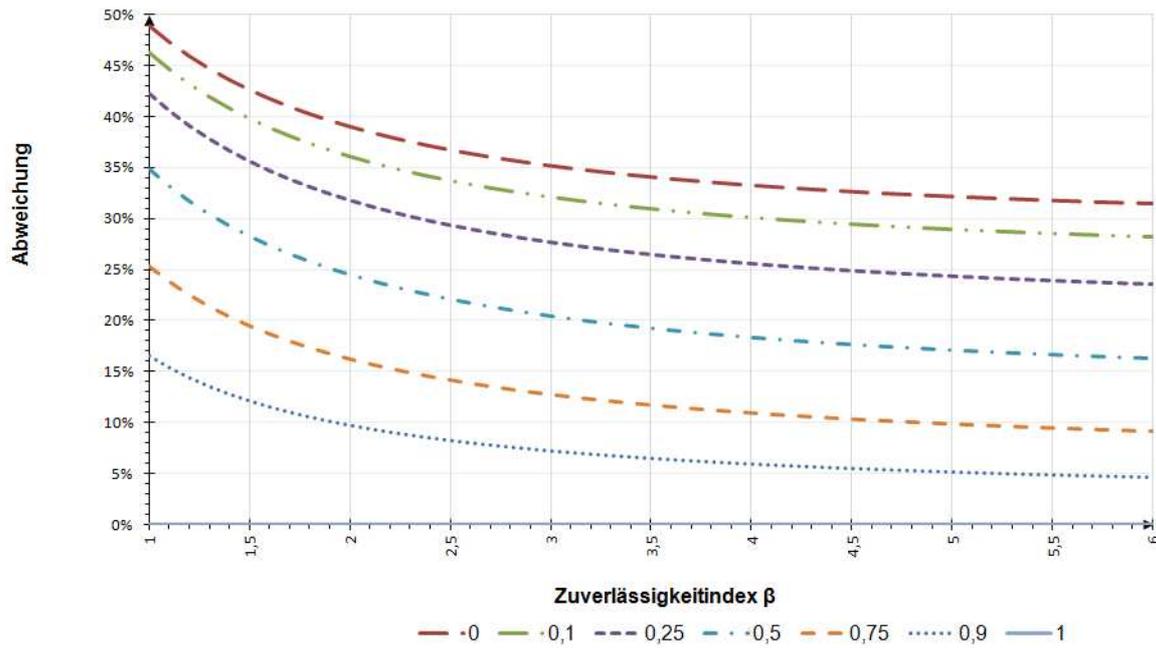


Abbildung 5.4 Einfluss der Korrelation auf die Zuverlässigkeit von der Kombination von Grenzzuständen bei Parallelsystemen in Abhängigkeit vom Korrelationskoeffizienten und der Zuverlässigkeit der Einzelereignisse

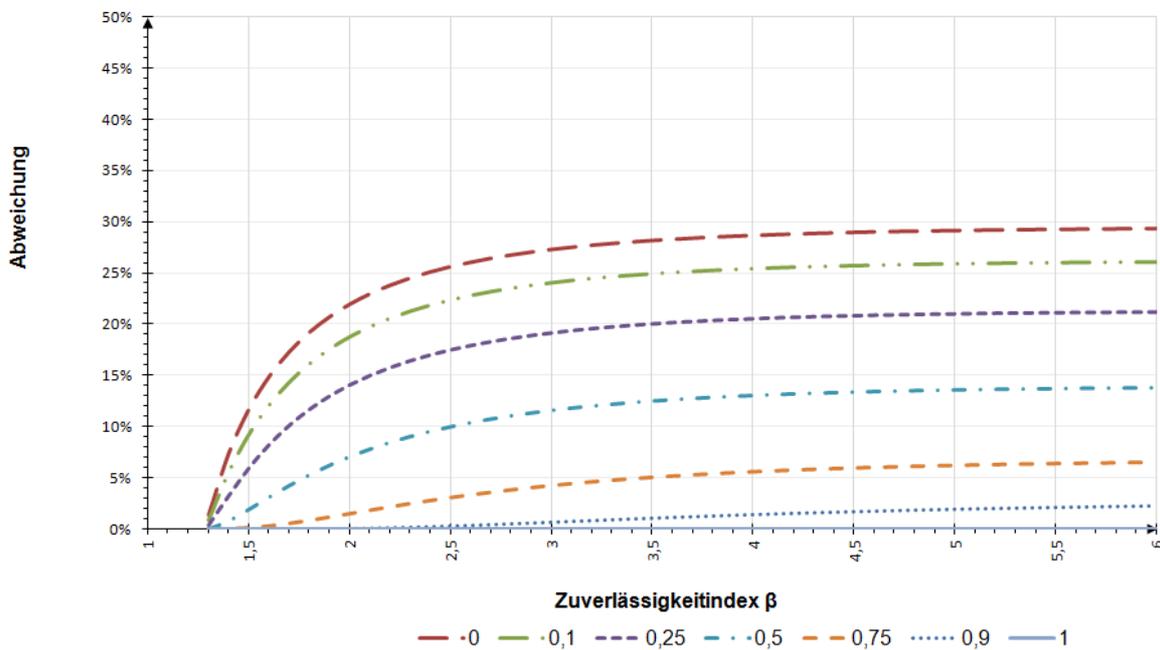


Abbildung 5.5 Einfluss der Korrelation auf die Zuverlässigkeit von der Kombination von Grenzzuständen bei Parallelsystemen in Abhängigkeit vom Korrelationskoeffizienten und der Zuverlässigkeit des Ereignisses mit der größeren Versagenswahrscheinlichkeit

### 5.3 Zeitlich veränderliche Einwirkungen

In Abschnitt 2.4 wurden die gebräuchlichsten Modelle zur Berücksichtigung von Zufallsprozessen und ihren Kombinationen vorgestellt. Grundsätzlich gibt es zwei Möglichkeiten der Modellierung, entweder man betrachtet zeitlich veränderlichen Einwirkungen als kontinuierliche stochastische Prozesse oder alternativ als eine Folge von unabhängigen Zufallsgrößen. Beide Varianten haben verschiedene Vor- und Nachteile und es hängt von dem Ziel der Untersuchung ab, welche Vorgehensweise zu bevorzugen ist.

In der vorliegenden Arbeit war es von besonderer Bedeutung, sowohl den Ereignisfall, als auch die Situation nach dem Ereignis zu erfassen. Bei stochastischen Prozessen besteht naturgemäß immer eine gewisse Korrelation zwischen den Einwirkungen zu zwei verschiedenen Zeitpunkten, die schwer zu erfassen und zu berücksichtigen ist. Da im Ereignisfall jeweils ein Zufallszeitpunkt in der Lebensspanne des Bauwerks zu untersuchen war (vgl. Abschnitt 5.2.1), sollten hierbei Korrelationen zwischen Stichprobenwerten möglichst vermieden werden. Aus Sicht der Betrachtung für den Ereignisfall war es also günstiger, die zeitlich veränderlichen Einwirkungen als Folge von unabhängigen Zufallsgrößen zu modellieren. Auch die in den Literaturquellen zur Verfügung stehenden stochastischen Modelle für natürliche Einwirkungen aus Wind und linearem Temperaturunterschied sprachen für diese Vorgehensweise. Für Verkehrslasten ist eher die Betrachtungsweise als stochastischer Prozess gebräuchlich. Diese ermöglicht beispielsweise eine verhältnismäßig einfache Ermittlung der Extremwertverteilung mittels Näherung der Ergebnisse einer Klassendurchgangszählung mit der Rice-Funktion (vgl. Abschnitt 2.4.1), wie unter anderem in [67] gezeigt. Wird die Verkehrslast hingegen nach dem Ferry Borges-Castanheta Modell erfasst, hat es Vorteile für die Superposition der Einwirkungen, die dann nach Abschnitt 2.4.3.2 erfolgen kann. Dies verspricht genauere Ergebnisse, als die Alternative nach der Turkstra'schen Regel. Insgesamt überwiegen also die Vorteile der Modellierung als Folge unabhängiger Zufallsgrößen, deshalb wurde diese Vorgehensweise für die Simulation gewählt.

#### 5.3.1 Ermittlung der Einwirkungen aus Wind

Die meisten der im stochastischen Modell berücksichtigten Basisvariablen fließen direkt in die Nachweise der Regelwerke ein. Eine Ausnahme bildet hierbei die Windgeschwindigkeit, die zuerst in eine Beanspruchung umgewandelt werden muss. Die Ermittlung der Windkraft in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit erfolgte gemäß der DIN EN 1991-1-4 [56]. Der Basiswindgeschwindigkeitsdruck kann der Norm zufolge mit folgender Gleichung ermittelt werden:

$$q_b = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_b^2 \quad (126)$$

mit  $\rho = 1,22 \text{ kg/m}^3$  für die Luftdichte. Der Böenwindgeschwindigkeitsdruck lässt sich dann nach [58] folgendermaßen berechnen:

$$q_p(z) = \begin{cases} 2,1 \cdot q_b \cdot \left(\frac{z}{10}\right)^{0,24} & \text{für } z > 4m \\ 1,7 \cdot q_b & \text{für } z \leq 4m \end{cases} \quad (127)$$

Die Windkraft auf das Bauwerks ergibt sich dann zu:

$$F_w = c_s \cdot c_d \cdot c_f \cdot q_p(z_e) \cdot A_{ref} \quad (128)$$

Hierbei ist

$c_s \cdot c_d = 1$  wenn eine dynamische Berechnung nicht erforderlich ist,

$c_f$  der Kraftbeiwert für den Baukörper und

$A_{ref}$  die Bezugsfläche für den Baukörper.

Die Windbeanspruchung wird in der vorliegenden Arbeit nur für die Brückenpfeiler berücksichtigt. Die Brückenüberbauten sind Spannbetonkonstruktionen, mit geringer Bauhöhe und kleiner bis mittlerer Spannweite und werden somit kaum beansprucht. Der Kraftbeiwert für Bauteile mit Rechteckigem Querschnitt bei senkrechter Anströmung nach [56] beträgt:

$$c_f = c_{f0} \cdot \psi_r \cdot \psi_\lambda \quad (129)$$

mit

$c_{f0}$  Grundkraftbeiwert für scharfkantigen Rechteckquerschnitt,

$\psi_r$  Abminderungsfaktor für quadratische Querschnitte mit abgerundeten Ecken (1,0 falls Ecken nicht abgerundet sind)

$\psi_\lambda$  Abminderungsfaktor zur Berücksichtigung der Schlankheit

Der Grundkraftbeiwert kann im Bereich von  $0,7 \leq d/b \leq 5$  nach [56] mit folgender Gleichung ermittelt werden:

$$c_{f0} = 0,7121 \cdot \ln\left(\frac{d}{b}\right) + 2,1460 \quad (130)$$

Für einen quadratischen Stützenquerschnitt entspricht der Grundkraftbeiwert somit 2,1460. Der Abminderungsfaktor zur Berücksichtigung der Schlankheit wird durch die effektive Schlankheit der Konstruktion  $\lambda$  und dem Völligkeitsgrad  $\varphi$  bestimmt. Für Bauteile, deren umschlossene Fläche identisch ist zu der Summe der Fläche der einzelnen Teile, ist der Völligkeitsgrad  $\varphi = 1$ . Die effektive Schlankheit ist abhängig von den Abmessungen des Bauteils und seiner Lage. Für eine Stütze mit Höhe  $l = 10$  m und Breite  $b = 2,1$  m gilt:

$$\lambda = \frac{l}{b} = \frac{10m}{2,1m} = 4,76 \quad \text{für } l < 15m \quad (131)$$

Die Interpolation nach Abbildung 5.6 ergibt somit für  $\psi_\lambda$  folgende Gleichung:

$$\psi_\lambda = 0,6 + (0,7 - 0,6) \cdot \frac{4,76 - 1}{10 - 1} = 0,642 \quad (132)$$

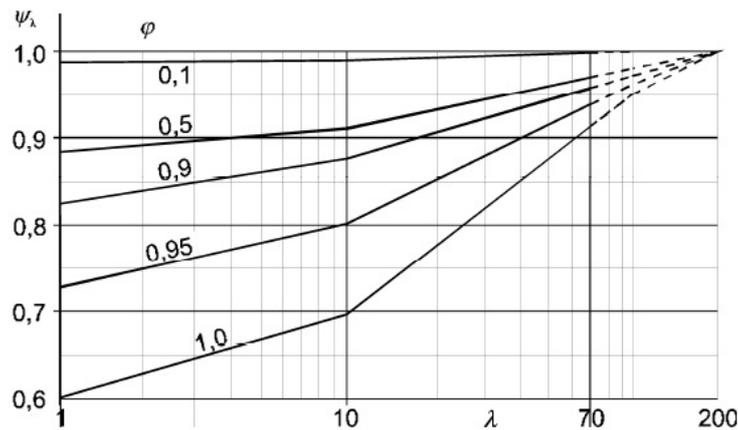


Abbildung 5.6 Abminderungsfaktor  $\psi_\lambda$  in Abhängigkeit der effektiven Schlankheit  $\lambda$  und für verschiedene Völligkeitsgrade  $\varphi$  nach [56]

Die Windkraft auf eine quadratische Stütze kann dann in Abhängigkeit von dem Böenwindgeschwindigkeitsdruck nach Gleichungen (128) bis (132) folgendermaßen ermittelt werden:

$$F_w = c_s \cdot c_d \cdot c_{f0} \cdot \psi_r \cdot \psi_\lambda \cdot q_p(z_e) \cdot A = 1 \cdot 2,146 \cdot 1 \cdot 0,642 \cdot q_p(z_e) \cdot A = 1,378 \cdot q_p(z_e) \cdot A \quad (133)$$

Für die zweite Stützenvariante erhält man bei analoger Vorgehensweise:

$$F_w = c_s \cdot c_d \cdot c_{f0} \cdot \psi_r \cdot \psi_\lambda \cdot q_p(z_e) \cdot A = 1 \cdot 2,294 \cdot 1 \cdot 0,658 \cdot q_p(z_e) \cdot A = 1,509 \cdot q_p(z_e) \cdot A \quad (134)$$

Für zeitlich veränderliche Einwirkungen war zwischen dem Ereignisfall und der Betrachtung nach dem Ereignis zu unterscheiden. Für die Betrachtung nach dem Ereignis wurde gemäß Norm der Maximalwert der Windböengeschwindigkeit in die Gleichungen (133) und (134) eingesetzt. Für den Ereignisfall wurde der Maximalwert der täglichen mittleren Windgeschwindigkeit berücksichtigt (vgl. Abschnitt 5.3.3).

### 5.3.2 Ermittlung der Extremwerte der Einwirkungen aus Verkehr

Die Simulationen der Verkehrslast für den Ereignisfall waren dafür ausgelegt von einander unabhängige Verkehrssituationen auf der Brücke zu betrachten und auszuwerten. Um die Situation nach dem Ereignis betrachten zu können, musste aus diesen Daten eine Funktion abgeleitet werden, mit der die Einwirkungen aus Verkehr für längere Zeiträume geschätzt werden konnten. Nach dem Ferry Borges-Castanheta Modell kann die Extremwertverteilung für einen zeitlich veränderlichen Lastprozess nach Gleichung (68) und (69) ermittelt werden, falls die Verteilungsfunktion für einen gewissen Betrachtungszeitraum gegeben ist.

Es musste hierzu auch ermittelt werden, welcher Betrachtungszeitraum für die Verkehrssituationen im Ereignisfall angesetzt werden kann, also welchen Zeitraum die Beobachtungen abdecken. Es ist zwar nicht direkt möglich eine Zeitangabe für jede einzelne Verkehrssituation anzugeben, da sich die Verkehrslage ständig ändert, aber indirekt gibt die Anzahl der berücksichtigten Fahrzeuge in der Simulation einen Aufschluss darüber, welchem Zeitraum die Beobachtungen entsprechen. Der durchschnittliche tägliche Verkehr gibt an, wie viele Fahrzeuge die Brücke an einem Tag überqueren, daher ist es eine berechnete Annahme, aus dem Verhältnis zwischen dem DTV des Bauwerks und der Anzahl der simulierten Fahrzeuge auf den Beobachtungszeitraum zu schließen:

$$T = \frac{n_{sim}}{n_{DTV}}$$

Mit

$T$  Beobachtungszeitraum

$n_{sim}$  Anzahl der simulierten Fahrzeuge und

$n_{DTV}$  durchschnittlicher täglicher Verkehr auf der Brücke.

Für die Näherung der Verteilung der Schnittgrößen aus Verkehrslast wurden verschiedene Funktionen und Methoden untersucht. Für die Extremwertverteilung interessieren selbstverständlich in erster Linie die Größtwerte der Verteilung, deshalb wurden die unterschiedlichen Verteilungen in dem oberen Bereich, ab einem bestimmten Quantilwert, an die empirische Verteilungsfunktion angepasst. Im ersten Schritt wurde für das 90 %-Quantil evaluiert, welche Funktion sich am besten für eine Näherung eignet. Die Qualität der Näherungen wurde mittels Kolmogorow-Smirnow-Anpassungstest, Chi-Quadrat-Test und der Methode der kleinsten Quadrate verglichen. Es wurden folgende vier Funktionen untersucht:

- Normalverteilung, mit Auswahl der idealen Parameter nach der Methode der kleinsten Quadrate mit iterativem Verfahren. Vorteil der Methode ist, dass die Umkehrfunktion der Extremwertverteilung einfach zu bilden ist und somit die Simulation der Extremwerte erleichtert wird.
- Bimodale Normalverteilung, mit Auswahl der Parameter ebenfalls nach der Methode der kleinsten Quadrate. Im Vergleich zu der unimodalen Normalverteilung nimmt die Anzahl der Parameter von zwei ( $\mu, \sigma$ ) auf fünf zu ( $\mu_1, \sigma_1, \xi_1, \mu_2, \sigma_2, \xi_2 = 1 - \xi_1$ ). Dies ermöglicht eine genauere Näherung, erfordert jedoch eine komplexere Iteration der Idealparameter und resultiert in einer Extremwertverteilung, dessen Umkehrfunktion nur schwer analytisch erzeugt werden kann.
- Trimodale Normalverteilung, mit Auswahl der Parameter nach statistischer Evaluation der Stichprobe. Die große Anzahl der Parameter macht ein Iterationsverfahren für die trimodale Normalverteilung nicht mehr effektiv. Deshalb wurde hier durch einer statistischen Analyse der Stichprobe versucht, verschiedene Realisationen jeweils einer Verteilungsfunktion zuzuordnen. Es wurden auch zusätzliche Informationen über die Daten, zum Beispiel durch getrennte Auswertung von Stausituationen und fließendem Verkehr berücksichtigt. Die Vorgehensweise verzichtet auf aufwendige Iterationsverfahren, ist aber weniger exakt.
- Exponentialfunktion, in der Form  $a \cdot e^{b(x-c)^2}$  mit Auswahl der idealen Parameter nach der Methode der kleinsten Quadrate. Vorteil der Methode ist, dass die Parameter  $a, b$  und  $c$  aus den partiellen Ableitungen der Quadratsumme der Fehler direkt analytisch errechnet werden können und somit kein Iterationsverfahren nötig wird. Die Funktion bietet im untersuchten Bereich eine gute Näherung. Der Nachteil der Methode ist, dass diese keine tatsächliche Verteilungsfunktion ist. Somit ein kausaler Zusammenhang fehlt und auch das Bilden der Extremwertverteilung mit Schwierigkeiten verbunden ist.

Alle vier Methoden wurden für die beobachteten Stichproben untersucht. Am Beispiel von einem Feldmoment werden in Abbildung 5.7 die Näherungen durch die unterschiedlichen Funktionen veranschaulicht.

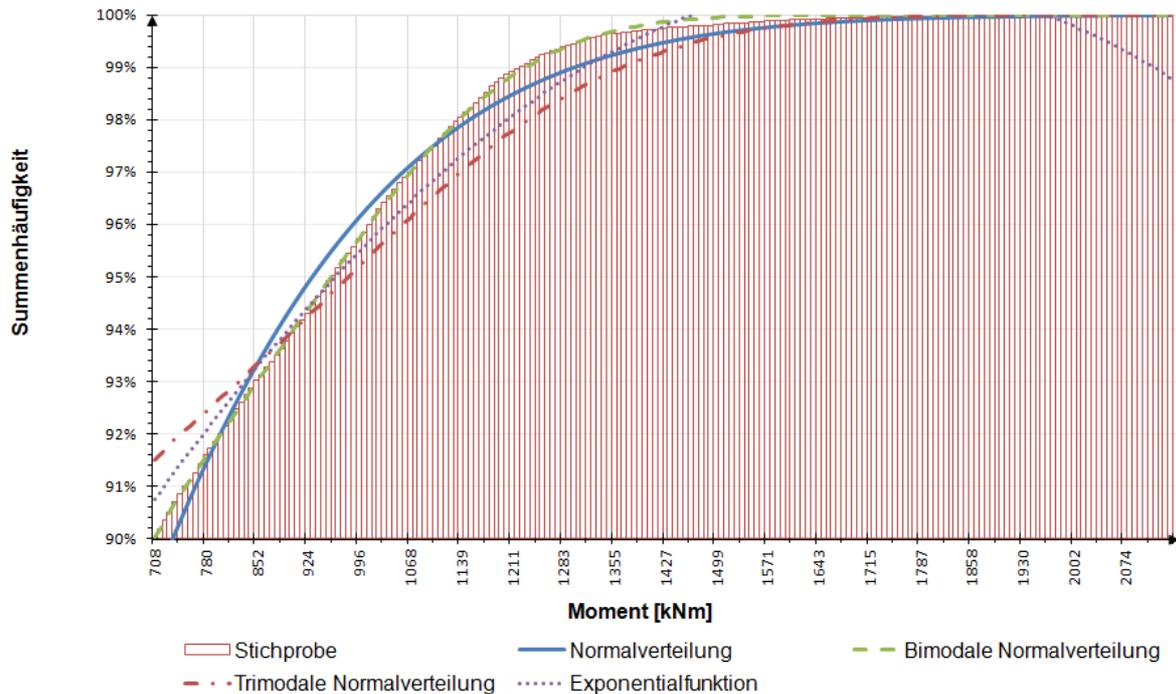


Abbildung 5.7 Näherung des Feldmomentes durch unterschiedliche Funktionen

Eine quantitative Bewertung der Näherung liefern die Verteilungstests und die Methode der kleinsten Quadrate. Ein Vergleich der vier verschiedenen untersuchten Funktionen ist in Tabelle 5.2 dargestellt.

Tabelle 5.2 Vergleich der Näherungen der Verkehrslast durch unterschiedliche Funktionen

Funktion	KS <sup>1)</sup>	$\chi^2$ <sup>2)</sup>	QS <sup>3)</sup>
Normalverteilung	0,115	0,014	$1,60 \cdot 10^{-3}$
Bimodale Normalverteilung	0,021	0,710	$6,84 \cdot 10^{-5}$
Trimodale Normalverteilung	0,217	0,026	$6,99 \cdot 10^{-3}$
Exponentialfunktion	0,169	0,038	$5,75 \cdot 10^{-3}$

1) Kolmogorow-Smirnow-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 1,63

2) Chi-Quadrat-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 156,43

3) Summe der Fehlerquadrate nach der Methode der kleinsten Quadrate

Es wird ersichtlich, dass alle Funktionen den Kriterien entsprechen, jedoch unterschiedlich gut bei den verschiedenen Betrachtungen abschneiden. Die Normalverteilung liefert für alle Tests ein sehr gutes Ergebnis und besticht zudem durch Ihre Einfachheit bei der Bildung der Extremwertverteilung. Aus diesem Grund wurde für die vorliegende Arbeit eine Näherung mittels unimodaler Normalverteilung gewählt. Es war auch zu ermitteln, in welchem Bereich, also ab welchem Quantil, eine Näherung erfolgen soll. Hierzu wurden drei Quantilwerte analysiert und bei Berücksichtigung von verschiedenen Grenzzuständen verglichen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 5.3 zusammengefasst.

Tabelle 5.3 Vergleich der Näherungen der Verkehrslast durch unterschiedliche Funktionen

Beanspruchung	Quantil	KS <sup>1)</sup>	$\chi^2$ <sup>2)</sup>	QS <sup>3)</sup>
Biegebeanspruchung im Feld	90 %	0,115	0,014	$1,60 \cdot 10^{-3}$
	95 %	0,030	0,012	$8,10 \cdot 10^{-5}$
	98 %	0,014	0,018	$3,72 \cdot 10^{-5}$
Biegebeanspruchung bei Stütze	90 %	0,191	0,031	$6,62 \cdot 10^{-2}$
	95 %	0,045	0,007	$2,06 \cdot 10^{-4}$
	98 %	0,009	0,007	$1,74 \cdot 10^{-5}$
Querkraftbeanspruchung	90 %	0,209	0,114	$6,76 \cdot 10^{-3}$
	95 %	0,030	0,012	$6,39 \cdot 10^{-5}$
	98 %	0,014	0,018	$5,60 \cdot 10^{-6}$

1) Kolmogorow-Smirnow-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 1,63

2) Chi-Quadrat-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 156,43

3) Summe der Fehlerquadrate nach der Methode der kleinsten Quadrate

Es ist ersichtlich, dass für größere Quantile die Genauigkeit der Näherung zunimmt. Da die Anzahl der Stichproben jedoch sinkt, ist es nicht zielführend, den betrachteten Bereich weiter zu verkleinern. Bei der 98 %-Quantile werden beispielsweise bei 30.000 Simulationen 600 Stichproben betrachtet, eine statistische Analyse ist somit noch gerechtfertigt, in der Regel wird bei einer Normalverteilung ein Stichprobenumfang von mindesten 30 Werten gefordert [20]. Die Betrachtung der 98 %-Quantile ist auch in Einklang mit den Regelwerken, in denen üblicherweise der charakteristische Wert der zeitlich veränderlichen Einwirkungen als die 98 %-Quantile während einer Bezugsdauer von einem Jahr definiert wird [3]. Ein Beispiel für die Näherung des Feldmomentes mit der Normalverteilung ist in Abbildung 5.8 dargestellt.

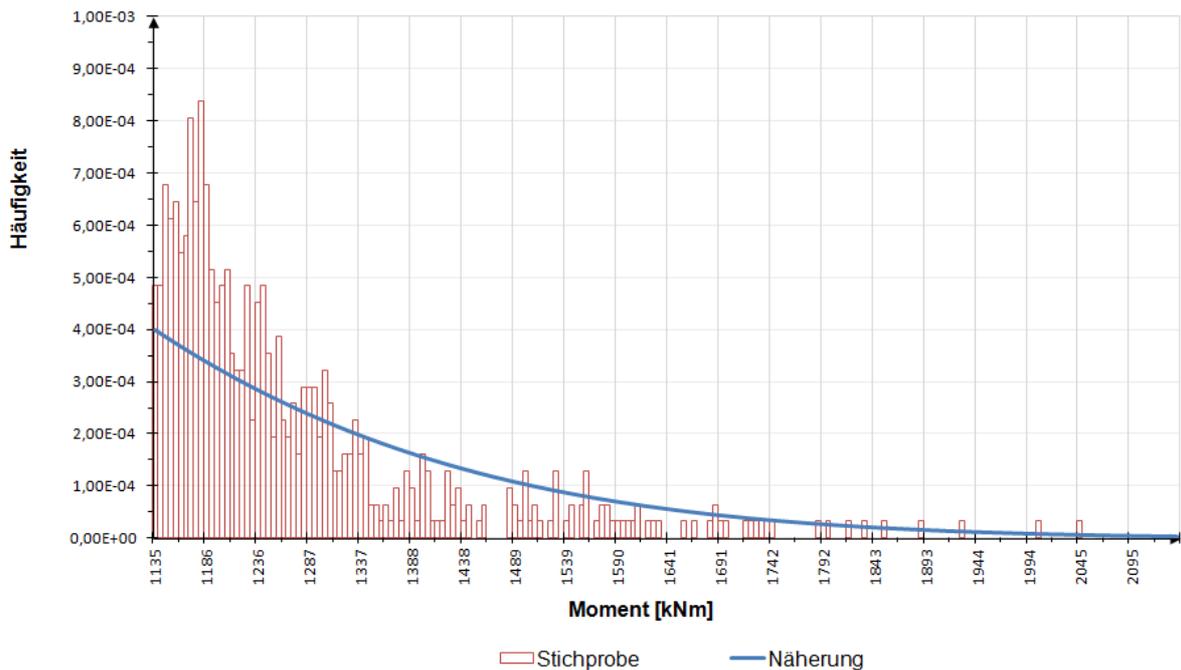
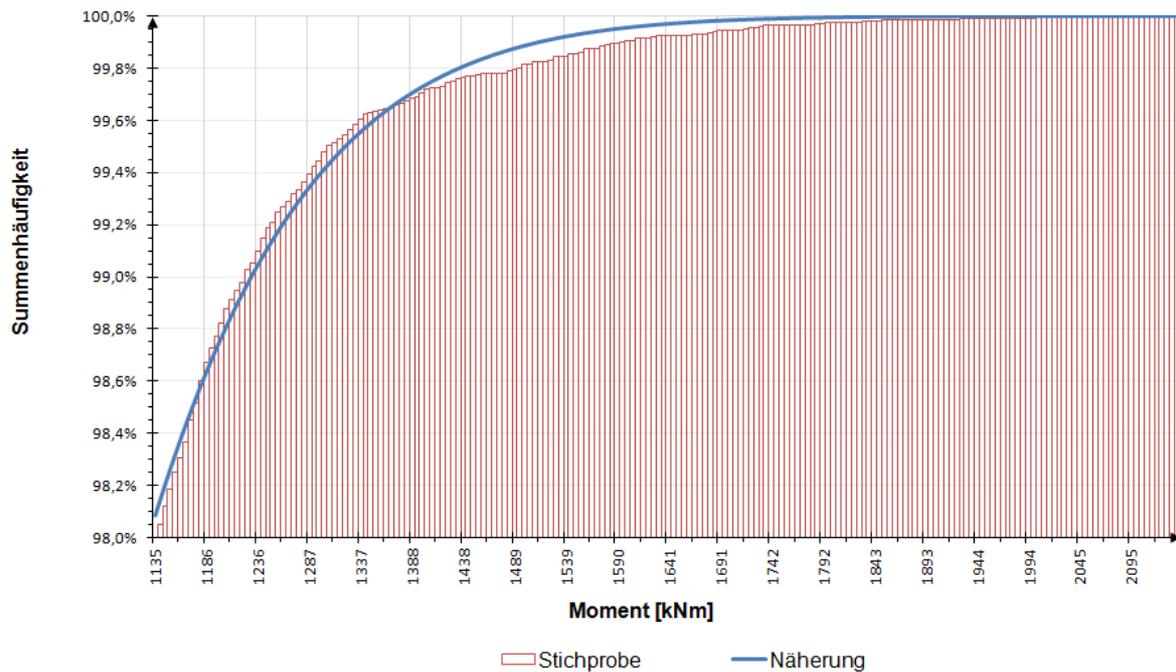


Abbildung 5.8 Näherung der Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichte (unten) des Feldmomentes durch Normalverteilung im Bereich ab der 98 %-Quantile

Weitere Diagramme zur graphischen Darstellung der Näherung durch die Normalverteilung für unterschiedliche Quantilwerte und Beanspruchungen enthält Anhang II.

Aus dem Simulationsablauf bietet sich eine gute Kontrolle der Näherung. Für die Stichprobe aus 30.000 Simulationen für den Durchlaufträger kann nach Gleichung (135) ermittelt werden, welchem Beobachtungszeitraum diese Werte entsprechen. Es kann nun mit der gewählten Näherung die Extremwertverteilung für diesen Zeitraum gebildet werden. Der Maximal-

wert aus den 30.000 Stichproben wäre dann eine Realisierung genau dieser Extremwertverteilung und muss somit mit großer Wahrscheinlichkeit in der Umgebung des Mittelwertes der Extremwertverteilung liegen. Einen solchen Vergleich zeigt Tabelle 5.4.

Tabelle 5.4 Vergleich der berechneten Extremwertverteilung mit dem beobachteten Extremwert für unterschiedliche Beanspruchungen

Beanspruchung	Extremwertverteilung		Beobachteter Extremwert	Abweichung
	$\mu$	$\sigma$		
Biegebeanspruchung im Feld	1886	117	2064	-9,4 %
	1974	119	2229	-12,9 %
	1936	115	1936	0,0 %
	2030	121	2060	-1,5 %
	1253	71	1320	-5,3 %
Biegebeanspruchung bei Stütze	-2798	150	-2660	4,9 %
	-2994	167	-2748	8,2 %
	-2928	153	-3090	-5,5 %
	-2448	133	-2309	5,7 %
Querkraftbeanspruchung	623	28	602	3,4 %

Die Ergebnisse zeigen, dass eine gute Übereinstimmung zwischen der ermittelten Extremwertverteilung und den beobachteten Extremwert besteht. Die Abweichung beträgt nur in einem Fall mehr als 10 % und entspricht im allgemeinen der Standardabweichung.

Es wurden daher alle Beanspruchungen aus der Verkehrseinwirkung für zeitabhängige Betrachtungen mit einer Normalverteilung im Bereich beginnend von der 98 %-Quantile genähert. Die Näherung wurde stets durch eine Iteration nach der Methode der kleinsten Quadrate optimiert und mittels Kolmogorow-Smirnow-Anpassungstest und Chi-Quadrat-Test überprüft.

### 5.3.3 Kombination von zeitlich veränderlichen Einwirkungen

In der vorliegenden Arbeit erfolgte die Kombination von zeitlich veränderlichen Einwirkungen für die verschiedenen Bauwerke und Bauteile auf unterschiedliche Art und Weise. Für den Einfeldträger war nur eine zeitlich veränderliche Einwirkung zu berücksichtigen, nämlich die Beanspruchungen aus Straßenverkehr. Die Beanspruchungen für die Betrachtung nach dem Ereignis ergaben sich somit aus der Überlagerung der Schnittgrößen der ständigen Einwirkungen und der Extremwertverteilung von Verkehrslasten für den Beobachtungszeitraum von einem Jahr. Bei der Untersuchung der Überbaukonstruktion des Durchlaufträgers waren Einwirkungen aus Straßenverkehr sowie der lineare Temperaturunterschied zu superpositionieren. Nach dem Ferry Borges-Castanheira Modell wurde somit im ersten Schritt die Extremwertverteilung für Verkehrslasten für drei Tage, also der Periode der Temperaturbean-

spruchung gebildet. Anschließend konnte so eine Folge von 3-Tages-Werten beider Beanspruchungen für den Beobachtungszeitraum von einem Jahr erstellt werden. Für jede 3-Tages-Periode wurden die Werte addiert, der Maximalwert dieser Summen ergab dann das Jahresmaximum. Die Vorgehensweise ist graphisch in Abbildung 5.9 dargestellt.

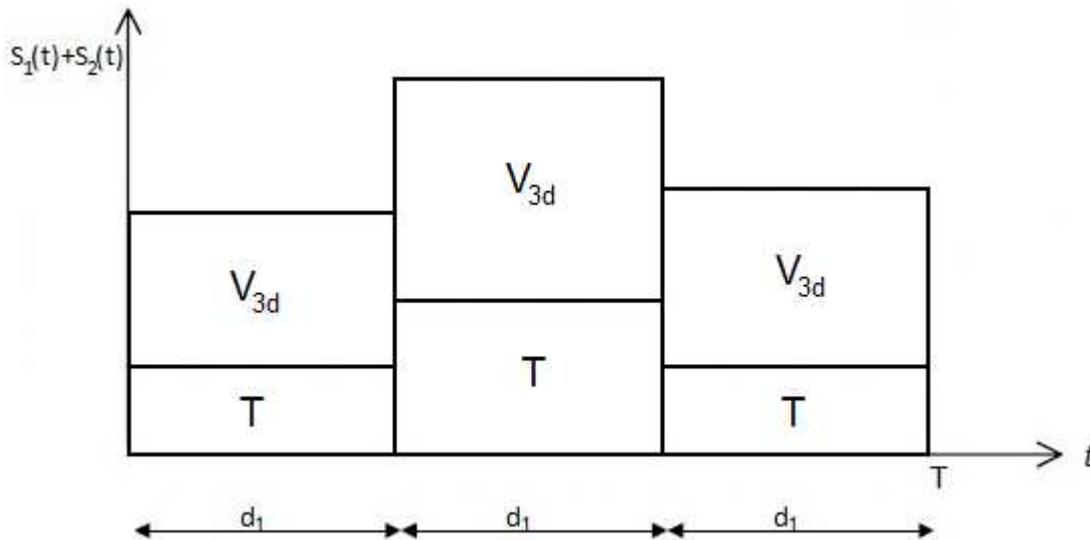


Abbildung 5.9 Kombination der Einwirkungen aus Straßenverkehr und linearem Temperaturunterschied für den Überbau des Durchlaufträgers

Bei der Untersuchung der Pfeiler gestaltete sich die Kombination der zeitlich veränderlichen Einwirkungen besonders schwierig. Es waren hier Verkehrslasten, Temperatureinwirkungen und Windlasten, also drei verschiedene zeitlich veränderliche Beanspruchungen zu berücksichtigen. Zudem führte die getrennte Betrachtung von Überbau und Unterbau der Brücke zu zusätzlichen Komplikationen, denn die Windlasten wurden bei der Ermittlung des Pfeilerwiderstandes berücksichtigt, die Einwirkungen aus Straßenverkehr sowie linearem Temperaturunterschied hingegen bei der Berechnung der Auflagerkräfte. Auf der Einwirkungsseite wurde der Maximalwert der Auflagerkraft in einem Tag, analog zu der Vorgehensweise für den Überbau, aus den Einwirkungen aus Verkehr und linearem Temperaturunterschied ermittelt. Zugleich wurde auch der Pfeilerwiderstand für die maximale tägliche Windböengeschwindigkeit berechnet. Durch Gegenüberstellung dieser Beanspruchungen und Widerstände konnte die Versagenswahrscheinlichkeit des Pfeilers für einen Tag ermittelt werden. Die Versagenswahrscheinlichkeit für einen Jahr ließ sich anschließend nach Gleichung (68) berechnen. Dies bedeutet, dass für den linearen Temperaturunterschied beim Pfeiler statt der 3-Tages-Periode eine tägliche Änderung angenommen wurde, diese Vereinfachung liegt jedoch auf der sicheren Seite.

Die Simulationemethode erlaubte für den Überbau des Durchlaufträgers einen Vergleich der beiden diskutierten Modelle zur Superposition von zeitlich veränderlichen Lastprozessen. Es konnte verglichen werden, ob die maximale Schnittgröße, die man nach der Turkstra'schen Regel erhalten würde, mit dem genaueren Wert nach dem Ferry Borges-Castanheita Modell übereinstimmt bzw. wie groß anderenfalls die Abweichung ist. In Tabelle 5.5 sind anhand von den Simulationen für den Referenzfall die beobachteten Abweichungen für Biegung und Querkraft zusammengestellt.

Tabelle 5.5 Vergleich der Methoden zur Superposition von Lastprozessen

	Biegemoment	Querkraft
Anteil der Übereinstimmungen	70,7 %	55,6 %
Mittelwert der Abweichung	1,0 %	1,2 %
1 %-Quantil der Abweichung	9,0 %	7,2 %

Es ist ersichtlich, dass in der Mehrzahl der Fälle die Turkstra'sche Regel identische Ergebnisse liefert, wie das Ferry Borges-Castanheta Modell. Das Ergebnis wird dennoch in einem beachtlichen Anteil der Fälle unterschätzt, wobei die durchschnittliche Abweichung mit etwa 1 % akzeptabel ist. Mit geringer Wahrscheinlichkeit können auch größere Abweichungen entstehen, wie zum einen aus dem 1 %-Quantil der Abweichung und andererseits aus der Häufigkeitsverteilung der Abweichungen für Biegemomente in Abbildung 5.6 ersichtlich wird. Zusammenfassend kann also gesagt werden, dass für dieses Beispiel die Turkstra'sche Regel statistisch gesehen eine gute Näherung gibt. Im Einzelfall ist jedoch gewisse Vorsicht geboten, denn sie kann zu einer Unterschätzung der tatsächlichen Einwirkungen führen.

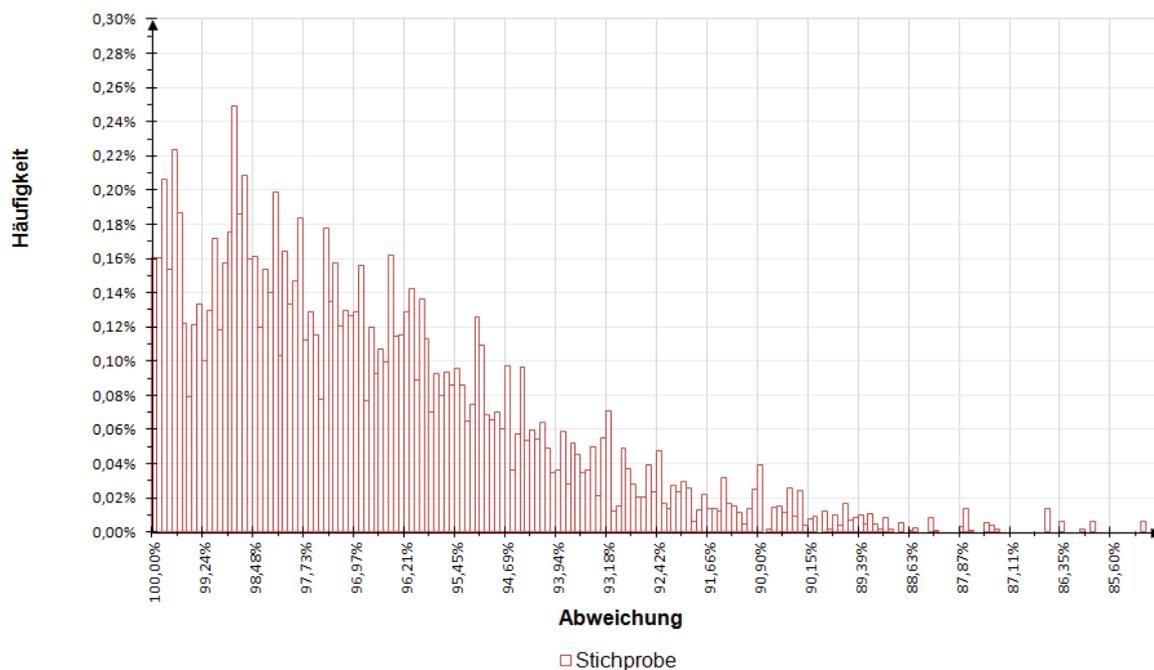


Abbildung 5.10 Häufigkeitsverteilung der Abweichung von Biegemomenten nach den zwei unterschiedlichen Methoden zur Superposition von Lastprozessen

## 5.4 Beschreibung der Monte-Carlo-Simulation

### 5.4.1 Einführung

Die allgemeine Vorgehensweise bei der Monte-Carlo-Simulation wurde bereits in Abschnitt 2.6.6 erläutert. Bei der Umsetzung der allgemeinen Methodik für spezifische Beispiele mussten zahlreiche Fragestellungen behandelt werden. Für die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit mit der Monte-Carlo-Methode war eine Vielzahl von Simulationen zur Erzeugung von Stichprobenwerten nötig. Dies erforderte eine weitgehend automatisierte Berechnung von Beanspruchungen sowie Tragwerkswiderständen, das im Grunde nur durch aufwendige Programmierung zu erbringen war. Die größte Herausforderung war es jedoch die Genauigkeit der Monte-Carlo-Methode abzuschätzen, sowie eine geeignete Vorgehensweise zu finden oder zu entwickeln, um die Genauigkeit so weit zu steigern, dass eine akzeptable Schätzung der Versagenswahrscheinlichkeit erreicht wird. Schließlich musste aus den ermittelten Versagenswahrscheinlichkeiten für die einzelnen Grenzzustände die Gesamtzuverlässigkeit des Tragwerks berechnet werden. Die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit mittels Monte-Carlo-Simulation kann als eine Methode der Zuverlässigkeitsanalyse der Stufe III nach Abschnitt 2.6.1 charakterisiert werden.

### 5.4.2 Genauigkeit der direkten Monte-Carlo-Methode

Die Genauigkeit der direkten Monte-Carlo-Methode und wie die Größe des Fehlers geschätzt werden kann, wurde bereits in Abschnitt 2.6.6.3 beschrieben. Diese Zusammenhänge müssen lediglich für die hier gewählte Anwendung der Monte-Carlo-Methode adaptiert werden. Die gesuchte Größe ist die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$ . Die Stichprobe besteht aus den Realisierungen der Grenzzustandsgleichung, das heißt, falls ein Versagensfall gefunden wurde, hat die Realisierung den Wert 1, sonst hat es den Wert 0. Der Erwartungswert der Versagenswahrscheinlichkeit berechnet sich bei  $v$  Versagensfällen aus  $n$  Simulationen nach Gleichung (101) somit zu:

$$\hat{P}_f = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n P_{f_k} = \frac{1}{n} (v \cdot 1 + (n-v) \cdot 0) = \frac{v}{n} \quad (136)$$

Die empirische Standardabweichung der Versagenswahrscheinlichkeit nach Gleichung (103) ist folglich:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{P_f}^2 &= \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (P_{f_k} - \hat{P}_f)^2 = \frac{1}{n-1} \left( v \cdot (1 - \hat{P}_f)^2 + (n-v) \cdot (0 - \hat{P}_f)^2 \right) = \\ &= \frac{n}{n-1} \left( \frac{v}{n} \cdot (1 - \hat{P}_f)^2 + \left(1 - \frac{v}{n}\right) \cdot \hat{P}_f^2 \right) = \frac{n}{n-1} \left( \hat{P}_f \cdot (1 - \hat{P}_f)^2 + (1 - \hat{P}_f) \cdot \hat{P}_f^2 \right) = \\ &= \frac{n}{n-1} \left( \hat{P}_f - 2 \cdot \hat{P}_f^2 + \hat{P}_f^3 + \hat{P}_f^2 - \hat{P}_f^3 \right) = \frac{n}{n-1} \hat{P}_f \cdot (1 - \hat{P}_f) \end{aligned} \quad (137)$$

Der Konfidenzintervall der Schätzung bei einem Signifikanzniveau von  $\alpha = 0,9$  ist somit nach Ungleichung (104):

$$\begin{aligned} \hat{P}_f - \frac{\hat{\sigma}_{P_f}}{\sqrt{n}} \cdot 1,645 &\leq P_f \leq \hat{P}_f + \frac{\hat{\sigma}_{P_f}}{\sqrt{n}} \cdot 1,645 & (138) \\ \hat{P}_f - \frac{\sqrt{\frac{n}{n-1} \hat{P}_f \cdot (1 - \hat{P}_f)}}{\sqrt{n}} \cdot 1,645 &\leq P_f \leq \hat{P}_f + \frac{\sqrt{\frac{n}{n-1} \hat{P}_f \cdot (1 - \hat{P}_f)}}{\sqrt{n}} \cdot 1,645 \\ \hat{P}_f - \frac{\sqrt{\hat{P}_f \cdot (1 - \hat{P}_f)}}{\sqrt{n-1}} \cdot 1,645 &\leq P_f \leq \hat{P}_f + \frac{\sqrt{\hat{P}_f \cdot (1 - \hat{P}_f)}}{\sqrt{n-1}} \cdot 1,645 \\ \hat{P}_f \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \left( \frac{1}{\hat{P}_f} - 1 \right)} \cdot 1,645 \right) &\leq P_f \leq \hat{P}_f \cdot \left( 1 + \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \left( \frac{1}{\hat{P}_f} - 1 \right)} \cdot 1,645 \right) \end{aligned}$$

Dieser Zusammenhang ist auch in Einklang mit der Schätzung des Variationskoeffizienten nach Rakwitz [12], der die Simulationsergebnisse der Monte-Carlo-Methode als Realisierungen des Bernoulli Experiments behandelt und folgende Näherung gibt:

$$\text{Var}[\hat{P}_f] = \frac{\sqrt{n \cdot \hat{P}_f \cdot (1 - \hat{P}_f)}}{n \cdot \hat{P}_f} \approx \frac{1}{\sqrt{n \cdot \hat{P}_f}} \quad (139)$$

Es wird klar, dass die Genauigkeit der Monte-Carlo-Simulation maßgebend von der Anzahl der durchgeführten Simulationen abhängig ist. Die Simulationsanzahl musste daher mit großer Sorgfalt festgelegt werden. Eine Überlegung hierbei war, dass für den Zielwert der Tragwerkszuverlässigkeit mit der direkten Monte-Carlo-Simulation bereits eine statistisch relevante Anzahl von Versagensfällen erzeugt werden soll. Zwischen der Einwirkungs- und Widerstandsseite gibt es in der Berechnung lediglich einen Zusammenhang aufgrund des Elastizitätsmoduls des Betons, der einerseits mit der Druckfestigkeit des Betons korreliert ist und andererseits auch die Schnittgrößenverteilung aus Zwangsbeanspruchungen beeinflusst. Die Auswirkungen dieser Korrelation können jedoch als äußerst gering eingestuft werden, insbesondere da in die Schnittgrößenermittlung das Elastizitätsmodul mit einer vereinfachten diskreten Verteilung implementiert wurde (vgl. Abschnitt 4.3.1). Einwirkungen und Widerstände können somit als stochastisch unabhängig betrachtet werden. Dies bedeutet, dass bei jeweils  $n$  Simulationen insgesamt  $n^2$  unabhängige Wertepaare, also Stichproben für die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit gebildet werden können. Der Zielwert der Versagenswahrscheinlichkeit im Betrachtungszeitraum von einem Jahr nach der DIN EN 1990:2010 [4] beträgt  $P_f = 10^{-6}$ . Deshalb fiel die Auswahl, auch aus programmiertechnischen Gründen, für den Durchlaufträger auf eine Simulationsanzahl von 30.000, bei der für die  $9 \cdot 10^8$  Wertepaare der Erwartungswert der voraussichtlichen Versagensfälle für diese Versagenswahrscheinlichkeit 900 beträgt. Diese Anzahl kann als ausreichend für eine statistische Analyse betrachtet werden. Bei dem Einfeldträger zeigte sich anhand Voruntersuchungen, dass hier nur Stausituationen maßgebend werden. Aus diesem Grund wurden für dieses Bauwerk in der Simulation nur Stausituationen erzeugt, die so ermittelte Versagenswahrscheinlichkeit jedoch anschließend mit der Stauwahrscheinlichkeit korrigiert. Für diese erhöhte Versagenswahrscheinlichkeit konnte die Simulationsanzahl auf 15.000 reduziert werden. Setzt man nun in die Gleichungen (138) und (139) die Anzahl der Stichproben  $n = 9 \cdot 10^8$  für den Durchlaufträger ein,

so erhält man in Abhängigkeit von der Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  für die zu erwartende Varianz der Näherung bzw. die Abweichung vom Grenzwert des Konfidenzintervalls bezogen auf die Versagenswahrscheinlichkeit die in Abbildung 5.11 dargestellten Funktionen.

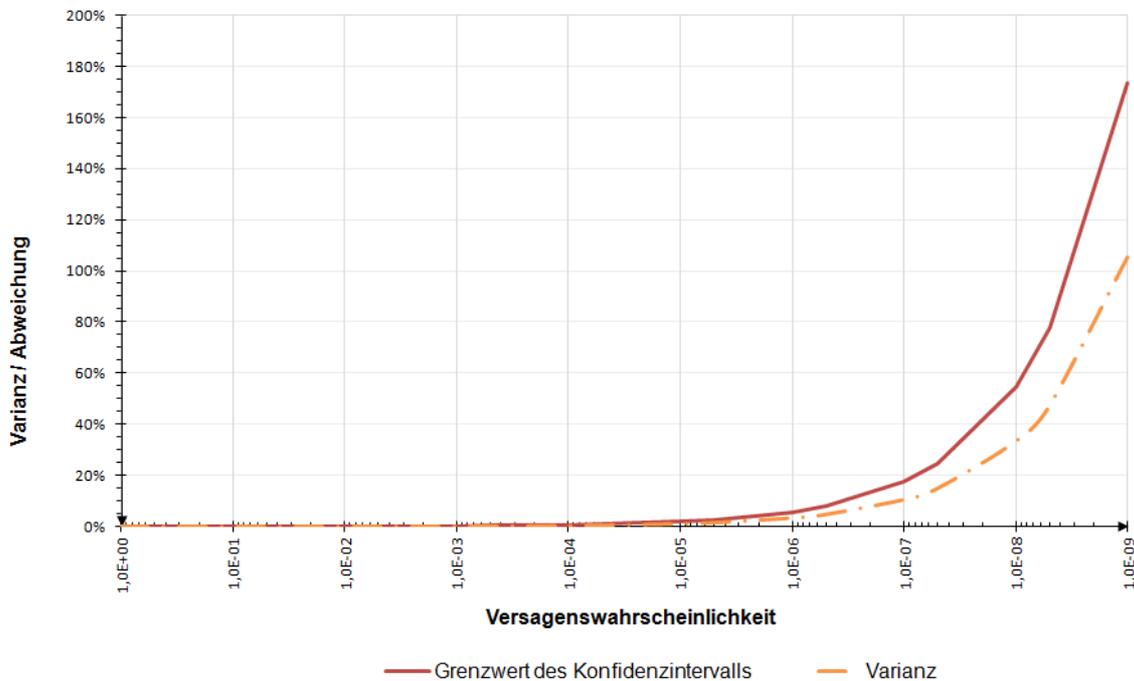


Abbildung 5.11 Semi-logarithmische Darstellung der Varianz und des Grenzwertes des Konfidenzintervalls der Monte-Carlo-Methode in Abhängigkeit von der Versagenswahrscheinlichkeit

Es wird ersichtlich, dass die Varianz für größere Versagenswahrscheinlichkeiten gering ist und eine akzeptable Schätzung liefert. Für den Zielwert der Versagenswahrscheinlichkeit in einem Jahr, also  $P_f = 10^{-6}$ , erhält man aus Gleichung (138), dass mit 90 % Wahrscheinlichkeit der Fehler der Näherung weniger als 5,5 % beträgt und auch Gleichung (139) liefert eine Varianz von 3,3 %. Es werden in der vorliegenden Arbeit jedoch mehrere Grenzzustände und Szenarien betrachtet und ein bedeutender Teil hiervon weist höhere Zuverlässigkeiten und somit geringere Versagenswahrscheinlichkeiten auf. Beispiele hierfür sind die Betrachtungen im Ereignisfall, die Untersuchungen des Referenzszenarios, die Analyse des Pfeilerwiderstandes sowie deren Kombinationen. Selbstverständlich sind für die Gesamttragfähigkeit die geringeren Versagenswahrscheinlichkeiten von größerem Interesse. Trotzdem war für ein vollständiges Verfahren zur Ermittlung der Tragwerkszuverlässigkeit der Bedarf da, für alle Grenzzustände die operative Versagenswahrscheinlichkeit mit akzeptabler Genauigkeit abschätzen zu können. Eine Möglichkeit wäre selbstverständlich eine weitere Erhöhung der Simulationsanzahl, damit lässt sich jedoch die Genauigkeit nicht effizient genug steigern, deshalb wurden andere varianzreduzierende Techniken betrachtet.

### 5.4.3 Importanzstichprobenwahl

Eine Möglichkeit die Genauigkeit der Monte-Carlo-Simulation zu steigern bzw. die Konvergenz der Methode zu beschleunigen bietet die gewichtetete Monte-Carlo-Methode mit Importanzstichprobenwahl (Importance Sampling). Wie auch aus Formel (139) erkenntlich ist, wird bei der Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit die Varianz wesentlich dadurch beein-

flusst, wie viele Versagensfälle gefunden werden. Falls bereits im Vorfeld eine Schätzung für den Bemessungspunkt vorliegt, ergibt eine Simulation in der Umgebung vom Bemessungspunkt eine größere Anzahl an Versagensfällen und somit eine kleinere Varianz [79]. Die Generierung der Realisierungen der Basisvariablen erfolgt hierbei auf Basis einer gewichteten Stichprobenfunktion. Die Versagenswahrscheinlichkeit berechnet sich dann mit Einführung der Indikatorfunktion  $I[g(x) \leq 0]$  nach [79] mit folgender Formel:

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} I[g(x) \leq 0] f_x(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} I[g(x) \leq 0] \frac{f_x(x)}{f_s(x)} f_s(x) dx \quad (140)$$

hierbei ist

$f_x(x)$  die Verbundverteilungsdichte der Basisvariablen,

$f_s(x)$  die gewichtete Stichprobenfunktion und

$I[g(x) \leq 0]$  die Indikatorfunktion, die bei  $g(x) \leq 0$  den Wert 1 und bei  $g(x) > 0$  den Wert 0 annimmt.

Die Schätzung für die Versagenswahrscheinlichkeit nach der gewichteten Monte-Carlo-Simulation analog zu Gleichung (136) ergibt sich zu:

$$\hat{P}_f = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I[g(x) \leq 0] \frac{f_x(x)}{f_s(x)} \quad (141)$$

Die Varianz der Schätzung lässt sich dann nach [81] gemäß folgendem Zusammenhang ermitteln:

$$\text{Var}[\hat{P}_f] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( I[g(x) \leq 0] \frac{f_x(x)}{f_s(x)} - \hat{P}_f \right)^2 \quad (142)$$

Das heißt die Effektivität der Varianzreduktion durch die gewichtete Stichprobenfunktion hängt maßgebend von der Wahl der Funktion  $f_s(x)$  ab [7]. Bei genauer Kenntnis des Bemessungspunktes beträgt die Treffwahrscheinlichkeit annähernd 0,5 [12].

#### 5.4.4 Methode der Modellunsicherheiten

Eine Importanzstichprobenauswahl nach der klassischen Vorgehensweise ist für die Untersuchung eines statisch unbestimmten Systems wie der Durchlaufträger ein sehr problematisches Unterfangen, da zumindest auf der Einwirkungsseite es schwer zu beurteilen ist, welche Werte der Basisvariablen die ungünstigsten Schnittgrößen ergeben. Der lineare Temperaturunterschied beispielsweise wirkt sich je nach Vorzeichen an den Stützen günstig und im Feldbereich ungünstig, oder gerade umgekehrt aus. Ein schweres Fahrzeug erzeugt in der Stützweite, in der es angeordnet ist, große Schnittgrößen, entlastet jedoch die benachbarten Felder. Die Basisvariablen, deren Auswirkung auf das Ergebnis wohl am eindeutigsten ist, sind die Modellunsicherheitsfaktoren, mit denen die Schnittgrößen abschließend multipliziert werden. Es bietet sich also an, im Sinne der Importanzstichprobenauswahl, eine gewichtete Stichprobenfunktion zu wählen, bei denen die Modellunsicherheitsfaktoren stets so gewählt werden, dass ein Versagen eintritt. Aus diesem Gedankengang heraus wurde für die vorliegende Arbeit eine Vorgehensweise entwickelt, die sich an die Importanzstichprobenauswahl anlehnt und die Tatsache ausnutzt, dass die Modellunsicherheiten über Modellunsicherheitsfaktoren in der Berechnung zu berücksichtigen sind.

Das Prinzip der Importanzstichprobenauswahl ist im Wesentlichen, dass es auf die Werte der Basisvariablen konzentriert, die zu einem Versagen führen, allerdings hierbei die Wahrscheinlichkeiten berücksichtigt, mit der diese Werte auftreten können. Diese Idee aufgreifend betrachten wir nun den Einfluss der Basisvariablen der Modellunsicherheiten genauer. Wir erhalten die Beanspruchung in Abhängigkeit der Basisvariablen in Form von:

$$E(X_1, X_2, \dots, X_k, \theta_E) = E(X_1, X_2, \dots, X_k) \cdot \theta_E \quad (143)$$

und die Tragfähigkeit analog als:

$$R(Y_1, Y_2, \dots, Y_j, \theta_R) = R(Y_1, Y_2, \dots, Y_j) \cdot \theta_R \quad (144)$$

Die entsprechende Grenzzustandsgleichung lautet dann:

$$R(Y_1, Y_2, \dots, Y_j) \cdot \theta_R - E(X_1, X_2, \dots, X_k) \cdot \theta_M \geq 0 \quad (145)$$

Da die Modellunsicherheitsfaktoren einer logarithmischen Normalverteilung folgen, können sie durch die Exponenten der normalverteilten Zufallsgrößen  $U_E$  und  $U_R$  mit dem Mittelwerten  $\mu_{\theta_E}$  bzw.  $\mu_{\theta_R}$  und der Standardabweichungen  $\sigma_{\theta_E}$  bzw.  $\sigma_{\theta_R}$  ersetzt werden.

$$R(Y_1, Y_2, \dots, Y_j) \cdot e^{U_R} - E(X_1, X_2, \dots, X_k) \cdot e^{U_E} \geq 0 \quad (146)$$

$$R(Y_1, Y_2, \dots, Y_j) \cdot e^{U_R} \geq E(X_1, X_2, \dots, X_k) \cdot e^{U_E}$$

$$e^{U_R - U_E} \geq \frac{E(X_1, X_2, \dots, X_k)}{R(Y_1, Y_2, \dots, Y_j)}$$

Da die logarithmische Funktion monoton wächst, gilt die Ungleichung auch für den natürlichen Logarithmus der beiden Seiten:

$$U_R - U_E \geq \ln \left( \frac{E(X_1, X_2, \dots, X_k)}{R(Y_1, Y_2, \dots, Y_j)} \right) \quad (147)$$

Auf der linken Seite in Ungleichung (147) steht die Differenz zweier stochastisch unabhängiger Zufallsgrößen, die der Normalverteilung folgen. Die Differenz von zwei normalverteilten Zufallsgrößen ist ebenfalls normalverteilt mit Mittelwert  $\mu_{\theta_R} - \mu_{\theta_E}$  und Standardabweichung  $\sqrt{\sigma_{\theta_E}^2 + \sigma_{\theta_R}^2}$ . Somit ergibt sich die Versagenswahrscheinlichkeit, für die Grenzzustandsgleichung (147) direkt aus der Verteilungsfunktion für die standardisierte Normalverteilung nach folgendem Zusammenhang:

$$P_f = \Phi \left( \frac{\ln \left( \frac{E(X_1, X_2, \dots, X_k)}{R(Y_1, Y_2, \dots, Y_j)} \right) - (\mu_{\theta_R} - \mu_{\theta_E})}{\sqrt{\sigma_{\theta_E}^2 + \sigma_{\theta_R}^2}} \right) \quad (148)$$

Steht uns nun der Stichprobenwert aus der  $i$ . Realisierung der Basisvariablen, mit Ausnahme der Modellunsicherheitsfaktoren, zur Verfügung, so lässt sich aus Gleichung (148) die Wahrscheinlichkeit ermitteln, dass nach der Multiplikation mit den Modellunsicherheitsfaktoren ein Versagensfall eintritt. Dies ist im Grunde ein Schätzwert für die Versagenswahrscheinlichkeit aus diesem Stichprobenwert:

$$\hat{P}_{f_i} = \Phi \left( \frac{\ln \left( \frac{E(X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{ki})}{R(Y_{1i}, Y_{2i}, \dots, Y_{ji})} \right) - (\mu_{\theta R} - \mu_{\theta E})}{\sqrt{\sigma_{\theta E}^2 + \sigma_{\theta R}^2}} \right) \quad (149)$$

Es werden also in Analogie zum Importance-Sampling Verfahren nur die Werte der Modellunsicherheitsfaktoren berücksichtigt, die zu einem Versagen führen, dies wird jedoch mit der Auftretenswahrscheinlichkeit dieser Werte gewichtet. Die Schätzung der Versagenswahrscheinlichkeit insgesamt erhält man gemäß Gleichung (101) durch:

$$\hat{P}_f = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Phi \left( \frac{\ln \left( \frac{E(X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{ki})}{R(Y_{1i}, Y_{2i}, \dots, Y_{ji})} \right) - (\mu_{\theta R} - \mu_{\theta E})}{\sqrt{\sigma_{\theta E}^2 + \sigma_{\theta R}^2}} \right) \quad (150)$$

Die Varianz der Schätzung kann dann auch während der Simulation verfolgt werden analog zu Gleichung (142) mit der Formel nach [7]:

$$\text{Var}[\hat{P}_f] = \frac{1}{(n-1)n} \sum_{i=1}^n \left( \Phi \left( \frac{\ln \left( \frac{E(X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{ki})}{R(Y_{1i}, Y_{2i}, \dots, Y_{ji})} \right) - (\mu_{\theta R} - \mu_{\theta E})}{\sqrt{\sigma_{\theta E}^2 + \sigma_{\theta R}^2}} \right)^2 - \hat{P}_f^2 \right) \quad (151)$$

Eine Schätzung der Varianz alleine aus der Anzahl der Simulationen ist in diesem Fall offensichtlich nicht möglich, denn sie hängt wesentlich von den Verteilungsfunktionen der Basisvariablen ab. Am Beispiel von drei Simulationsdurchläufen zeigt Abbildung 5.12 wie sich der Variationskoeffizient der Versagenswahrscheinlichkeit im Laufe der Simulation entwickelt. Analog hierzu wird in Abbildung 5.13 die Abweichung des Zuverlässigkeitsindex im Laufe des Simulationsdurchlaufs bezogen auf den Endwert dargestellt.

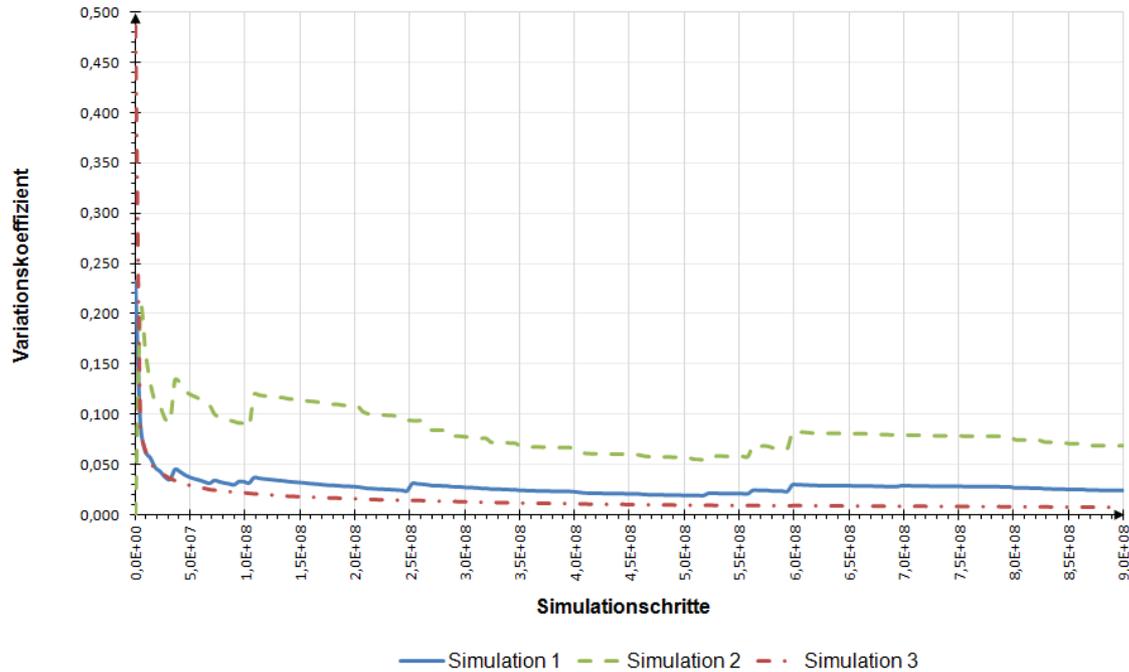


Abbildung 5.12 Variationskoeffizient der Versagenswahrscheinlichkeit im Laufe der Simulation für drei Simulationsbeispiele

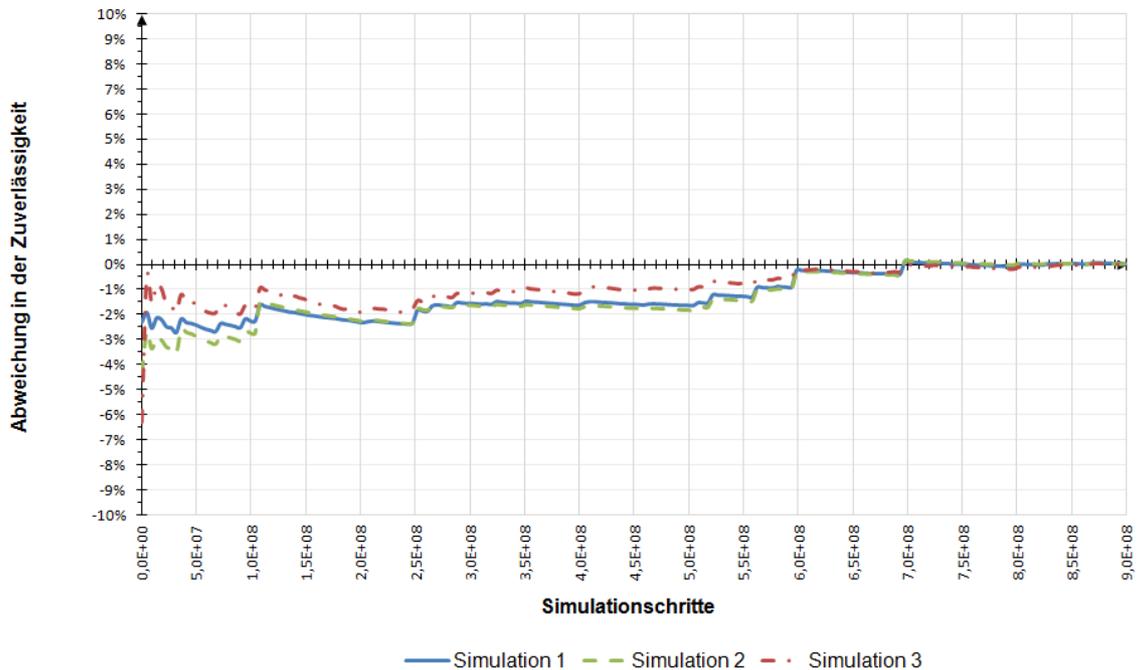


Abbildung 5.13 Abweichung der Zuverlässigkeit im Laufe der Simulation bezogen auf den Endwert für drei Simulationsbeispiele

Die Diagramme zeigen, dass sich mit der vorgestellten Methodik die Varianz der Schätzung effektiv reduzieren lässt. Es ist allerdings anzumerken, dass auch bei dieser Vorgehensweise die Versagenswahrscheinlichkeit die Genauigkeit stark beeinflusst. So ist die Varianz für sehr kleine Werte der Versagenswahrscheinlichkeit auch hier größer. Ein bedeutender Unterschied

hierbei im Vergleich zu der direkten Monte-Carlo-Methode (vgl. Abschnitt 5.4.2) ist jedoch, dass jeder der Stichprobenwerte eine Schätzung für die Versagenswahrscheinlichkeit liefert. Es kann also nicht vorkommen, dass eine zu geringe, für die statistische Analyse nicht ausreichende, Anzahl von Versagensfällen gefunden wird.

### 5.4.5 Systemzuverlässigkeit

Die soeben beschriebene Methode der Modellunsicherheiten ermöglicht eine Schätzung der Versagenswahrscheinlichkeit für die einzelnen Grenzzustände. Es kann nun auf Basis der in Abschnitt 2.5 beschriebenen Grundlagen die Systemzuverlässigkeit ermittelt werden. Für den Einfeldträger stellt sich die Situation besonders einfach dar. Die betrachteten Grenzzustände des statisch bestimmten Tragwerks sind Biegung und Querkraft, ein Versagen nach einem der beiden Grenzzustände führt zum Bauwerksversagen, es kann also als ein Seriensystem nach Abbildung 5.14 modelliert werden. Nach den Erkenntnissen in Abschnitt 5.2.5 kann hierbei, die in gewissem Maß sicherlich vorhandene, Korrelation der beiden Grenzzustände vernachlässigt werden.

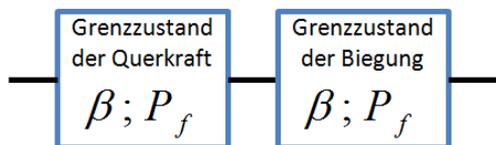


Abbildung 5.14 Systemmodell der Grenzzustände für den Einfeldträger

Bei dem Durchlaufträger besteht das Modell des Tragwerks aus einer deutlich größeren Anzahl von Komponenten. Ein Biegeversagen wird in jedem Feld und an jeder Stütze untersucht und es kommen die Grenzzustände der Pfeiler hinzu. Zudem kann aufgrund des statisch unbestimmten Systems davon ausgegangen werden, dass das Versagen einer einzelnen Komponente nicht zwangsläufig zum Versagen des Gesamttragwerks führt, denn es kann eine Umlagerung der Biegebeanspruchung erfolgen. Im ersten Schritt werden jedoch diese nichtlinearen Traglastreserven unberücksichtigt gelassen, denn auch die Bemessungskonzepte der Regelwerke lassen diese zusätzliche Sicherheit weitgehend außer Acht. Die nichtlinearen Traglastreserven des statisch unbestimmten Tragwerks werden in Abschnitt 5.6 eingehend behandelt. Für die Ermittlung der Systemzuverlässigkeit wird auch beim Durchlaufträger ein relativ einfaches Serienmodell nach Abbildung 5.15 angewandt.

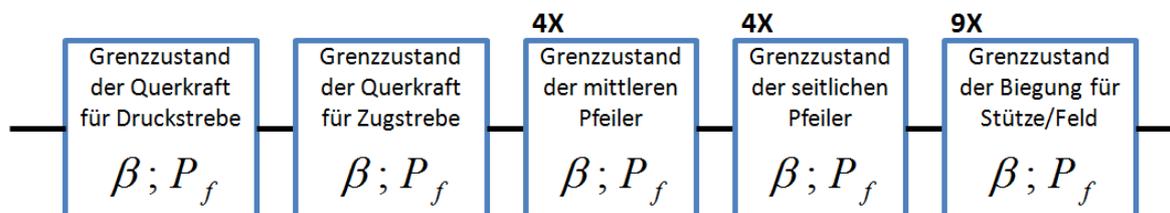


Abbildung 5.15 Systemmodell der Grenzzustände für den Durchlaufträger

## 5.5 Analytische Näherung

### 5.5.1 Einführung

Eine durchgehend analytische Lösung der Grenzzustandsgleichungen ist aufgrund der Vielzahl von Basisvariablen, den verzweigten Rechenläufen und dem komplexen System für das

dargestellte Problem nicht durchführbar. Basierend auf den Stichproben aus der Monte-Carlo-Simulation ist es jedoch möglich, die Schnittgrößen mittels bekannten Verteilungsfunktionen zu nähern und anschließend diese Funktionen analytisch auszuwerten. Eine solche vorgehensweise hat zahlreiche Vorteile:

- Es ermöglicht ein besseres Verständnis für die Zusammenhänge zwischen den Basisvariablen, es können beispielsweise die Wichtungsfaktoren der Einwirkungen sowie Widerstände ermittelt werden, die für die Bestimmung von Teilsicherheitsbeiwerten erforderlich sind. Des Weiteren können Korrelationen zwischen Basisvariablen aufgezeigt und berücksichtigt werden.
- Falls nachgewiesen werden kann, dass die analytisch ermittelte Zuverlässigkeit aus der Approximation der Schnittgrößen durch die Verteilungsfunktionen eine akzeptable Näherung darstellt, ermöglicht dies ein vereinfachtes Verfahren zur Ermittlung der Zuverlässigkeit für Bauwerke.

Entscheidend hierbei ist die Genauigkeit der Näherung. Falls die Stichprobe aus den Schnittgrößen sich gut mit einer Normalverteilung oder einer logarithmischen Normalverteilung beschreiben lässt, so ergibt die analytische Lösung ein gutes Ergebnis, mit geringem Fehler.

Die analytische Näherung wurde nur für den Durchlaufträger untersucht. Ein wichtiger Unterschied zu der Monte-Carlo-Simulation nach Abschnitt 5.4 war, dass bei der analytischen Näherung auch Realisierungen der Modellunsicherheitsfaktoren generiert wurden. Diese wurden sowohl bei der Berechnung der Tragfähigkeiten als auch bei der Ermittlung der einwirkenden Schnittgrößen berücksichtigt. Die Näherungen basieren auf der so erstellten Stichprobe. Die analytische Näherung der Versagenswahrscheinlichkeit ist im Wesentlichen eine Methode der Zuverlässigkeitsanalyse der Stufe II (vgl. Abschnitt 2.6.1), sie basiert allerdings auf Ergebnissen der Monte-Carlo-Simulation, die der Stufe III entspricht.

## 5.5.2 Parameterschätzung

Für die Näherungen mussten die Parameter der Verteilungsfunktionen aus den Stichprobenwerten geschätzt werden. Dies erfolgte für die verschiedenen Verteilungsfunktionen auf unterschiedliche Art und Weise, je nach dem welches Verfahren am besten für die jeweilige Funktion geeignet war. Es wurde für alle Schnittgrößen eine Näherung mit Normalverteilung, logarithmischer Normalverteilung und verallgemeinerter logarithmischer Normalverteilung untersucht. Zusätzlich wurde für die Widerstände der Pfeiler auch eine Näherung mit der Gumbel-Verteilung und der Weibull-Verteilung der Kleinstwerte betrachtet.

### 5.5.2.1 Parameterschätzung für die Normalverteilung

Die Parameter der Normalverteilung wurden mittels der Maximum-Likelihood-Methode geschätzt. Die Likelihood-Funktion der Maximum-Likelihood-Methode nimmt nach Gleichungen (9) und (29) folgende Form an:

$$F_{ML} = \prod_{i=1}^n f(x_i, \alpha_1, \alpha_1, \dots, \alpha_k) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \mu, \sigma) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i-\mu}{\sigma}\right)^2\right)} \quad (152)$$

Nach Faber [79] erhält man daraus die Parameter der Normalverteilung aus folgenden Gleichungen:

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (153)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2} \quad (154)$$

### 5.5.2.2 Parameterschätzung für die logarithmische Normalverteilung

Die Parameterschätzung für die logarithmische Normalverteilung erfolgte ebenfalls nach der Maximum-Likelihood-Methode. Die Likelihood-Funktion für die logarithmische Normalverteilung lautet analog zu der Normalverteilung:

$$F_{ML} = \prod_{i=1}^n f(x_i, \alpha_1, \alpha_1, \dots, \alpha_k) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \mu_u, \sigma_u) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_u \cdot x_i} e^{-\frac{(\ln(x_i) - \mu_u)^2}{2\sigma_u^2}} \quad (155)$$

Da der natürliche Logarithmus eine streng monoton wachsende Funktion ist, können wir auch das Maximum des natürlichen Logarithmus der Likelihood-Funktion suchen:

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{ML} &= \ln(F_{ML}) = \ln \left( \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_u \cdot x_i} e^{-\frac{(\ln(x_i) - \mu_u)^2}{2\sigma_u^2}} \right) = \\ &= \sum_{i=1}^n \left( -\ln(\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_u \cdot x_i) - \frac{(\ln(x_i) - \mu_u)^2}{2\sigma_u^2} \right) = \\ &= -\sum_{i=1}^n \ln(\sqrt{2\pi} \cdot x_i) - n \cdot \ln \sigma_u - \frac{1}{2\sigma_u^2} \sum_{i=1}^n (\ln(x_i) - \mu_u)^2 = \\ &= -\sum_{i=1}^n \ln(\sqrt{2\pi} \cdot x_i) - n \cdot \ln \sigma_u - \frac{1}{2\sigma_u^2} \left( \sum_{i=1}^n \ln(x_i)^2 - 2\mu_u \cdot \sum_{i=1}^n \ln(x_i) + n \cdot \mu_u^2 \right) \end{aligned} \quad (156)$$

Wenn wir nun die partiellen Ableitungen der Likelihood-Funktion bilden, erhalten wir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{F}_{ML}}{\partial \mu_u} &= -\frac{1}{2\sigma_u^2} \left( -2 \cdot \sum_{i=1}^n \ln(x_i) + 2 \cdot n \cdot \mu_u \right) \\ 0 &= -\frac{1}{2\sigma_u^2} \left( -2 \cdot \sum_{i=1}^n \ln(x_i) + 2 \cdot n \cdot \mu_u \right) \\ \mu_u &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(x_i) \end{aligned} \quad (157)$$

und

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \tilde{F}_{ML}}{\partial \sigma_u} &= -\frac{n}{\sigma_u} - (-2) \cdot \frac{1}{2\sigma_u^3} \left( \sum_{i=1}^n \ln(x_i)^2 - 2\mu_u \cdot \sum_{i=1}^n \ln(x_i) + n \cdot \mu_u^2 \right) \quad (163) \\
0 &= -\frac{n}{\sigma_u} + \frac{1}{\sigma_u^3} \left( \sum_{i=1}^n \ln(x_i)^2 - 2\mu_u \cdot \sum_{i=1}^n \ln(x_i) + n \cdot \mu_u^2 \right) \\
n \cdot \sigma_u^2 &= \sum_{i=1}^n \ln(x_i)^2 - 2\mu_u \cdot \sum_{i=1}^n \ln(x_i) + n \cdot \mu_u^2 \\
n \cdot \sigma_u^2 &= \sum_{i=1}^n (\ln(x_i) - \mu_u)^2 \\
\sigma_u &= \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\ln(x_i) - \mu_u)^2}
\end{aligned}$$

### 5.5.2.3 Parameterschätzung für die verallgemeinerte logarithmische Normalverteilung

Die Parameter der verallgemeinerten logarithmischen Normalverteilung wurden nach der Momentenmethode zur Parameterschätzung entsprechend eines iterativen Verfahrens nach [7] aus empirischem Mittelwert, Standardabweichung und Schiefe der Stichprobe geschätzt. Der Parameter  $\sigma_u$  wird im ersten Schritt mit dem Wert des entsprechenden Parameters aus der Schätzung für die logarithmische Normalverteilung belegt. Der Wert im nächsten Iterationsschritt lautet dann:

$$\sigma_u^{(i+1)} = \sqrt{\ln \left( \left( \frac{\hat{\gamma}}{e^{\sigma_u^{(i)2}} + 2} \right)^2 + 1 \right)} \quad (158)$$

Dieser Iterationsschritt wird wiederholt, bis die geforderte Genauigkeit erreicht wird. Anschließend erhält man die Parameter  $\mu_u$  und  $x_0$  nach den Gleichungen:

$$\mu_u = \frac{1}{2} \left( \ln \left( \left( \frac{\hat{\sigma}}{e^{\sigma_u^2} + 2} \right) - \sigma_u^2 \right) \right) \quad (159)$$

$$x_0 = \hat{\mu} - e^{\mu_u + \frac{\sigma_u^2}{2}} \quad (160)$$

mit

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (161)$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu})^2} \quad (162)$$

und

$$\hat{\gamma} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^3 - 3 \cdot \hat{\mu} \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 + 2\hat{\mu}^3}{\hat{\sigma}^3} \quad (164)$$

#### 5.5.2.4 Parameterschätzung für die Gumbel-Verteilung

Die Parameter für die Gumbel-Verteilung wurden auch mit der Momentenmethode zur Parameterschätzung ermittelt. Spaethe [7] gibt für Erwartungswert und Standardabweichung der Gumbel-Verteilung der Kleinstwerte folgende Zusammenhänge:

$$\mu = x_0 - \frac{0,577216}{\lambda} \quad (165)$$

$$\sigma = \frac{\pi}{\lambda\sqrt{6}} \quad (166)$$

Daraus ergibt sich folgende Schätzung für die entsprechenden Parameter:

$$\lambda = \frac{\pi}{\hat{\sigma}\sqrt{6}} \quad (167)$$

$$x_0 = \hat{\mu} + \frac{0,577216}{\lambda} \quad (168)$$

mit  $\hat{\mu}$  und  $\hat{\sigma}$  nach Gleichung (161) bzw. (162).

#### 5.5.2.5 Parameterschätzung für die Weibull-Verteilung

Die Parameterschätzung der Weibull-Verteilung erfolgte analog zu der Gumbel-Verteilung. Für die Weibull-Verteilung der Kleinstwerte lassen sich nach [7] Erwartungswert, Standardabweichung und Schiefe mit folgenden Gleichungen ermitteln:

$$\mu = x_0 + \lambda^{-1/k} \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right) \quad (169)$$

$$\sigma = \lambda^{-1/k} \cdot \left( \Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (170)$$

$$\gamma = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{3}{k}\right) - 3\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) + 2\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)^3}{\left( \Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} \quad (171)$$

Aus der empirische Schiefe  $\hat{\gamma}$  nach Gleichung (164) lässt sich iterativ der Parameter  $k$  aus Gleichung (171) ermitteln. Anschließend erhält man die beiden verbleibenden Parameter durch Umstellung der Gleichungen (170) und (169):

$$\lambda = \left( \frac{\left( \Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}}{\hat{\sigma}} \right)^k \quad (172)$$

$$x_0 = \hat{\mu} - \lambda^{-1/k} \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right) \quad (173)$$

mit  $\hat{\mu}$  und  $\hat{\sigma}$  nach Gleichung (161) bzw. (162).

### 5.5.3 Näherung der Schnittgrößen

Die Stichprobe aus der Monte-Carlo-Simulation wurde, wie bereits beschrieben, mittels Verteilungsfunktionen genähert, deren Parameter aus der Stichprobe bestimmt wurden. Es waren verschiedene Arten von Schnittgrößen zu untersuchen. Einerseits war zu unterscheiden zwischen:

- Einwirkungen im Ereignisfall
- Einwirkungen nach dem Ereignis
- Widerständen

Andererseits mussten drei verschiedene Grenzzustände untersucht werden:

- Grenzzustand der Biegetragfähigkeit des Überbaus
- Grenzzustand der Querkrafttragfähigkeit des Überbaus
- Grenzzustand des Pfeilerwiderstandes

Nachfolgend werden für alle Kombinationen am Beispiel einer Schnittgröße die unterschiedlichen Verteilungsfunktionen gegenübergestellt. Die Genauigkeit der Näherung wird mittels Kolmogorow-Smirnow-Anpassungstest, Chi-Quadrat-Anpassungstest und nach der Methode der kleinsten Quadrate verglichen.

#### 5.5.3.1 Näherung der Biegebeanspruchung im Ereignisfall

zeigt die Ergebnisse der Anpassungstests und die Summe der Fehlerquadrate im Vergleich.

Tabelle 5.6 Vergleich der Näherungen der Biegebeanspruchung im Ereignisfall durch unterschiedliche Verteilungsfunktionen

Funktion	KS <sup>1)</sup>	$\chi^2$ <sup>2)</sup>	QS <sup>3)</sup>
Normalverteilung	0,297	0,028	$1,49 \cdot 10^{-2}$
Logarithmische Normalverteilung	0,125	0,011	$2,19 \cdot 10^{-3}$
Verallgemeinerte logarithmische Normalverteilung	0,036	0,006	$1,50 \cdot 10^{-4}$

1) Kolmogorow-Smirnow-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 1,63

2) Chi-Quadrat-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 156,43

3) Summe der Fehlerquadrate nach der Methode der kleinsten Quadrate

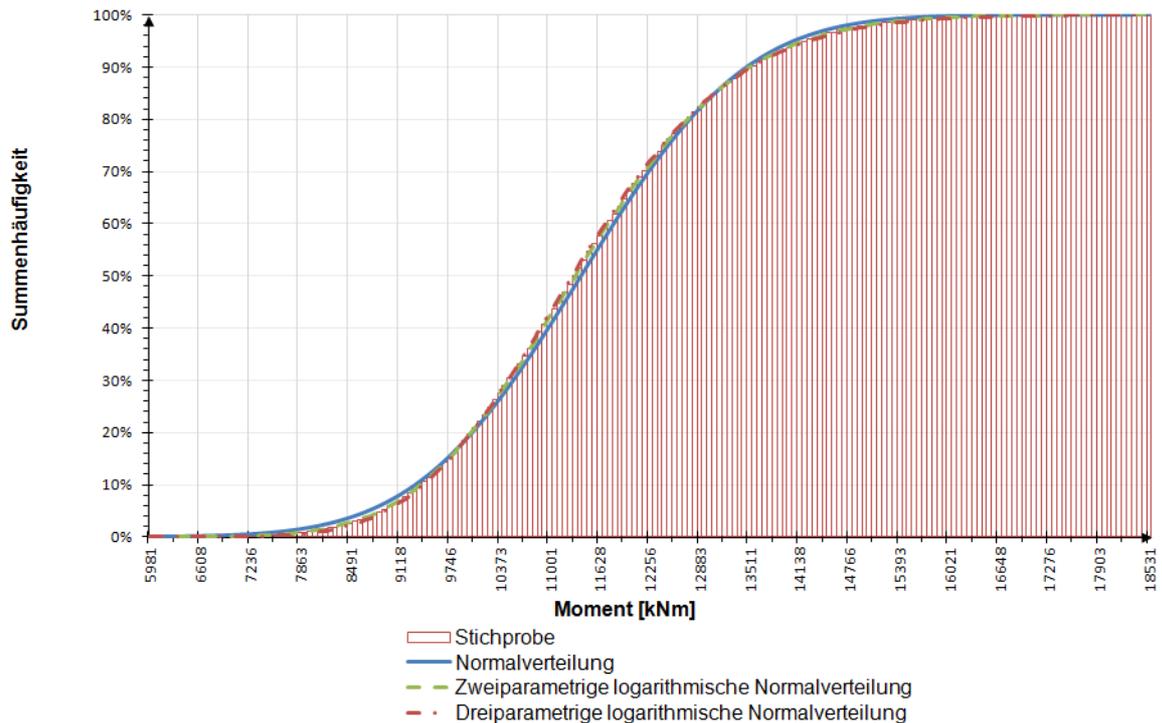


Abbildung 5.16 Näherung der Verteilungsfunktion der Biegebeanspruchung im Ereignisfall

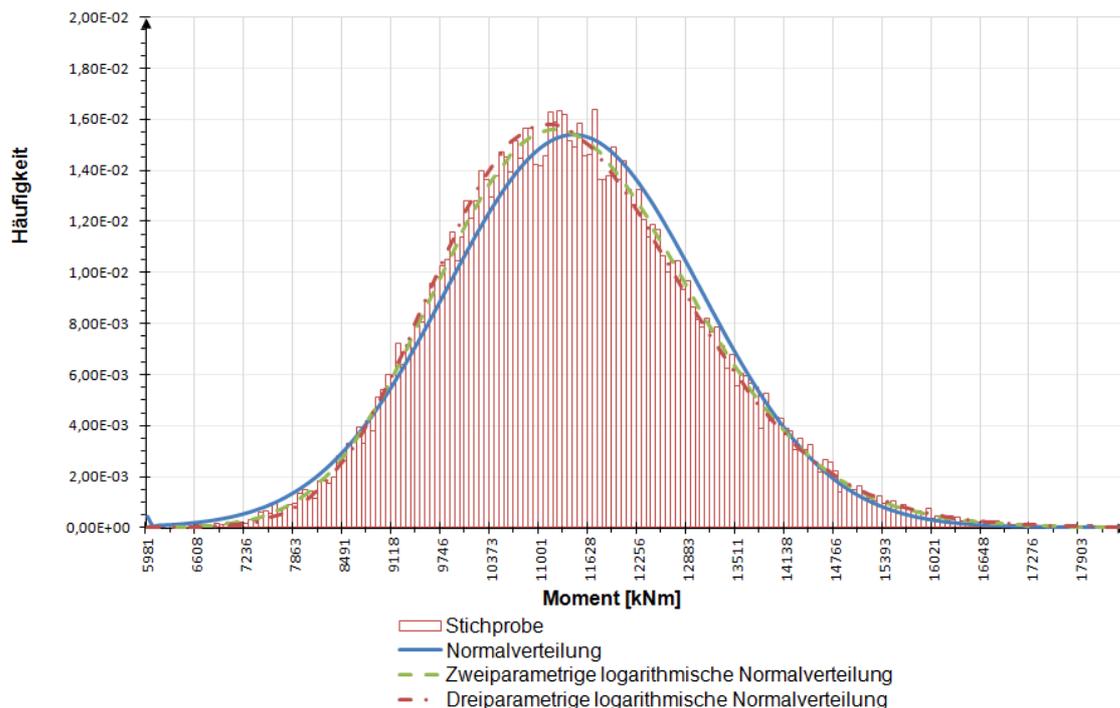


Abbildung 5.17 Näherung der Verteilungsdichte der Biegebeanspruchung im Ereignisfall

Es wird ersichtlich, dass die logarithmische Normalverteilung eine bessere Näherung ergibt, als die Normalverteilung. Wird die verallgemeinerte logarithmische Normalverteilung verwendet, kann die Genauigkeit weiter gesteigert werden.

### 5.5.3.2 Näherung der Biegebeanspruchung nach dem Ereignis

Die Näherung der Biegebeanspruchung nach dem Ereignis erfolgte analog zu der Betrachtung für den Ereignisfall. In Abbildung 5.18 werden die verschiedenen Approximationen und die Dichtefunktion dargestellt. Ab hier wird auf die Darstellung der Verteilungsfunktion verzichtet, da die Dichtefunktion sich besser zur Veranschaulichung der Qualität der Näherung eignet. Die Diagramme für die entsprechenden Verteilungsfunktionen und für weitere, hier nicht dargestellte, Beispiele können Anhang IV entnommen werden. Die Ergebnisse der Anpassungstests enthält Tabelle 5.7.

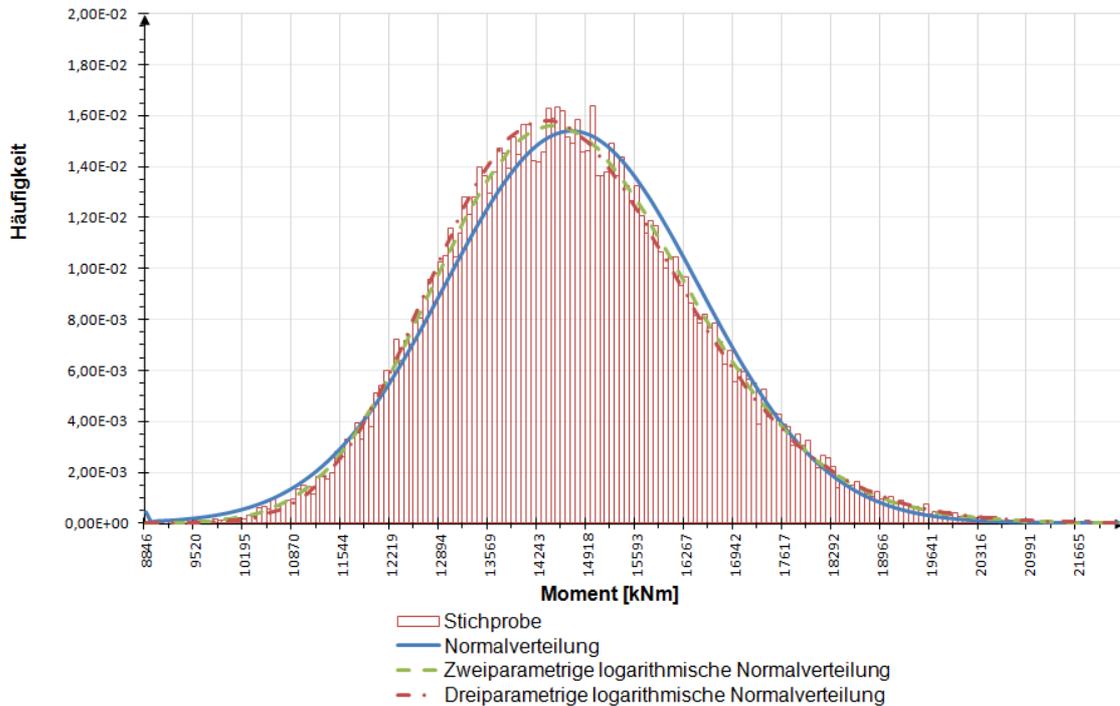


Abbildung 5.18 Näherung der Verteilungsdichte der Biegebeanspruchung nach dem Ereignis

Tabelle 5.7 Vergleich der Näherungen der Biegebeanspruchung nach dem Ereignis durch unterschiedliche Verteilungsfunktionen

Funktion	KS <sup>1)</sup>	$\chi^2$ <sup>2)</sup>	QS <sup>3)</sup>
Normalverteilung	0,300	0,036	$1,56 \cdot 10^{-2}$
Logarithmische Normalverteilung	0,035	0,007	$1,11 \cdot 10^{-4}$
Verallgemeinerte logarithmische Normalverteilung	0,036	0,007	$7,07 \cdot 10^{-5}$

1) Kolmogorow-Smirnow-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 1,63

2) Chi-Quadrat-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 156,43

3) Summe der Fehlerquadrate nach der Methode der kleinsten Quadrate

Auch hier ergibt sich eine bessere Näherung mit der logarithmischen Normalverteilung als mit der Normalverteilung. Die Genauigkeit kann hier allerdings bereits als gleichwertig mit der von der verallgemeinerten logarithmischen Normalverteilung betrachtet werden.

### 5.5.3.3 Näherung der Biegetragfähigkeit

Bei der Biegetragfähigkeit gab es keine Unterscheidung zwischen der Betrachtung für den Ereignisfall und der Betrachtung nach dem Ereignis. Abbildung 5.19 zeigt graphisch die Näherungen der verschiedenen Funktionen, die Kennwerte der Anpassungstest sind in Tabelle 5.8 zusammengefasst.

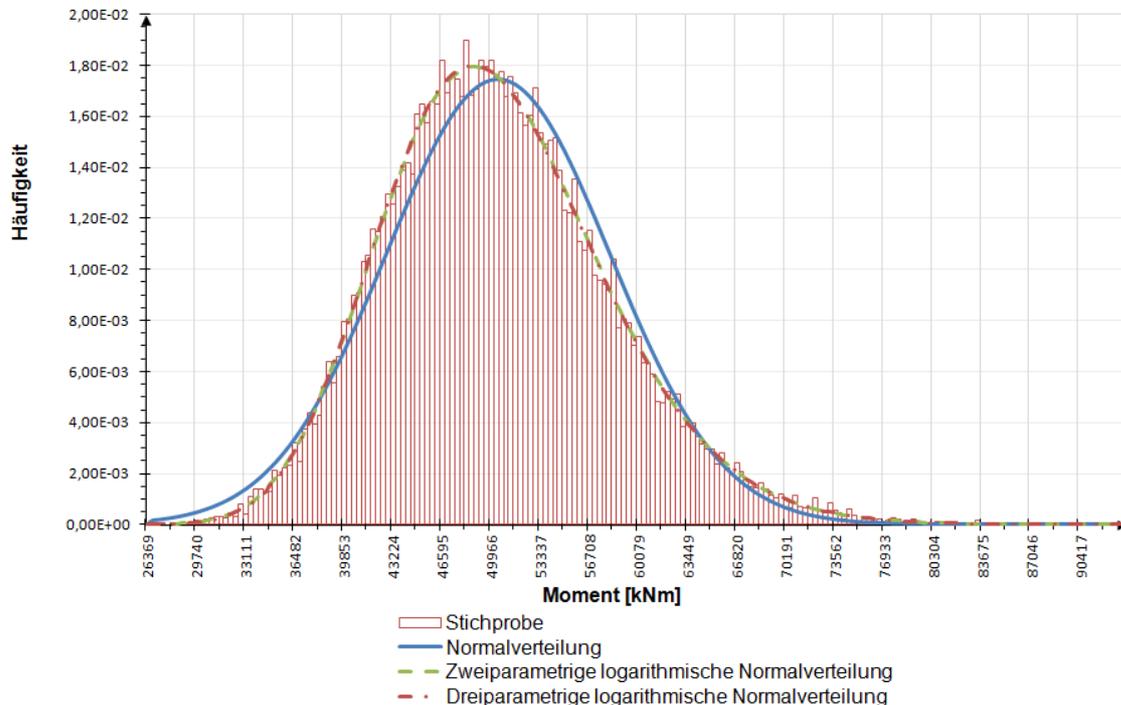


Abbildung 5.19 Näherung der Verteilungsdichte der Biegetragfähigkeit

Tabelle 5.8 Vergleich der Näherungen der Biegetragfähigkeit durch unterschiedliche Verteilungsfunktionen

Funktion	KS <sup>1)</sup>	$\chi^2$ <sup>2)</sup>	QS <sup>3)</sup>
Normalverteilung	0,392	2,052	$2,52 \cdot 10^{-2}$
Logarithmische Normalverteilung	0,051	0,010	$1,84 \cdot 10^{-4}$
Verallgemeinerte logarithmische Normalverteilung	0,038	0,010	$1,09 \cdot 10^{-4}$

1) Kolmogorow-Smirnow-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 1,63

2) Chi-Quadrat-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 156,43

3) Summe der Fehlerquadrate nach der Methode der kleinsten Quadrate

Es zeigt sich ein ähnliches Ergebnis wie für die Biegebeanspruchung nach dem Ereignis: Die Normalverteilung scheint weniger geeignet, zwischen der logarithmischen Normalverteilung und deren verallgemeinerter Form kann jedoch nur einen geringer Unterschied aufgezeigt werden.

### 5.5.3.4 Näherung der Querkraftbeanspruchung im Ereignisfall

Bei der Querkraftbeanspruchung wird hier nur auf die Beanspruchung, die für die Bemessung der Querkraftbewehrung anzusetzen ist, eingegangen. Die Beanspruchung für die maximal aufnehmbare Druckkraft im Beton ist hiermit zum einen stark korreliert und wird andererseits kaum relevant, da dieser Grenzzustand sehr hohe Reserven aufweist. Auch diese Ergebnisse können jedoch Anhang IV entnommen werden. Die unterschiedlichen Näherungen sind in Abbildung 5.20 dargestellt, die Ergebnisse der Anpassungstest enthält Tabelle 5.9.

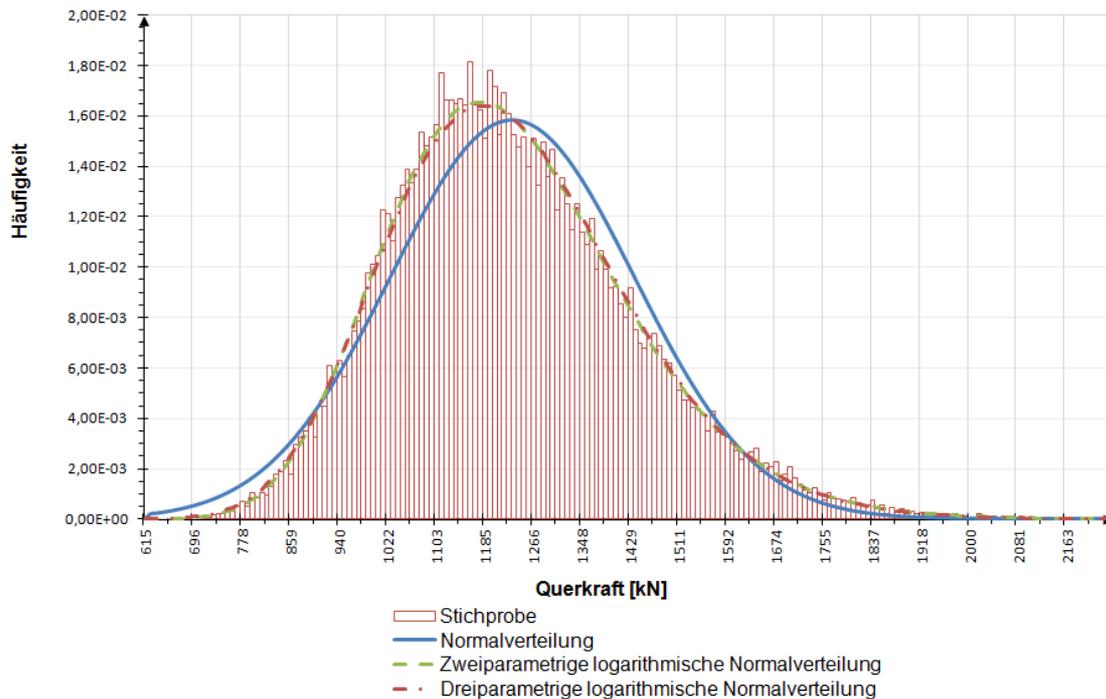


Abbildung 5.20 Näherung der Verteilungsdichte der Querkraftbeanspruchung im Ereignisfall

Tabelle 5.9 Vergleich der Näherungen der Querkraftbeanspruchung im Ereignisfall durch unterschiedliche Verteilungsfunktionen

Funktion	KS <sup>1)</sup>	$\chi^2$ <sup>2)</sup>	QS <sup>3)</sup>
Normalverteilung	0,606	0,112	$5,55 \cdot 10^{-2}$
Logarithmische Normalverteilung	0,141	0,008	$2,17 \cdot 10^{-3}$
Verallgemeinerte logarithmische Normalverteilung	0,087	0,008	$7,00 \cdot 10^{-4}$

1) Kolmogorow-Smirnow-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 1,63

2) Chi-Quadrat-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 156,43

3) Summe der Fehlerquadrate nach der Methode der kleinsten Quadrate

Ähnlich wie bei der Biegebeanspruchung scheint die logarithmische Normalverteilung eine bessere Näherung zu ergeben wie die Normalverteilung, mit der verallgemeinerten logarithmischen Normalverteilung lässt sich die Genauigkeit noch geringfügig steigern.

### 5.5.3.5 Näherung der Querkraftbeanspruchung nach dem Ereignis

Für die Querkraftbeanspruchung nach dem Ereignis sind die unterschiedlichen Näherungen in Abbildung 5.21 graphisch dargestellt, die Kennwerte der Anpassungstest sind in Tabelle 5.10 zusammengefasst.

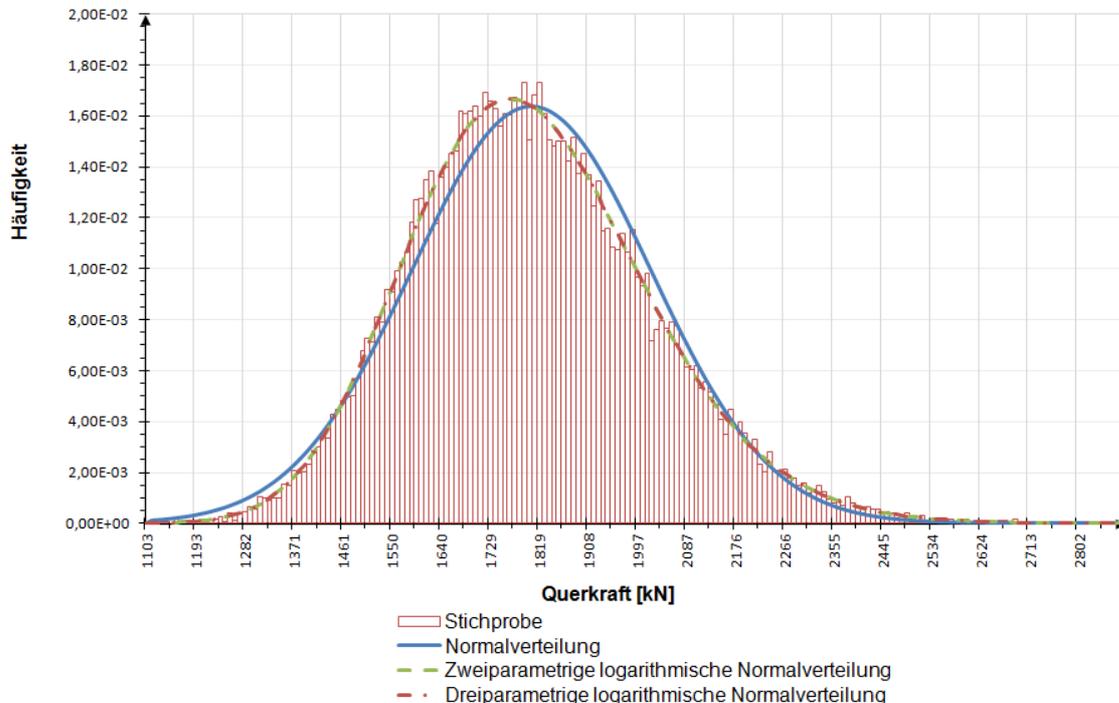


Abbildung 5.21 Näherung der Verteilungsdichte der Querkraftbeanspruchung nach dem Ereignis

Tabelle 5.10 Vergleich der Näherungen der Querkraftbeanspruchung nach dem Ereignis durch unterschiedliche Verteilungsfunktionen

Funktion	KS <sup>1)</sup>	$\chi^2$ <sup>2)</sup>	QS <sup>3)</sup>
Normalverteilung	0,371	0,049	$2,15 \cdot 10^{-2}$
Logarithmische Normalverteilung	0,051	0,007	$2,14 \cdot 10^{-4}$
Verallgemeinerte logarithmische Normalverteilung	0,051	0,007	$2,14 \cdot 10^{-4}$

1) Kolmogorow-Smirnow-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 1,63

2) Chi-Quadrat-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 156,43

3) Summe der Fehlerquadrate nach der Methode der kleinsten Quadrate

Auch bei der Querkraftbeanspruchung nach dem Ereignis ist eine Näherung mit der logarithmischen Normalverteilung der Normalverteilung zu bevorzugen. Eine Näherung mit der verallgemeinerten logarithmischen Normalverteilung ergibt ein identisches Ergebnis zu der logarithmischen Normalverteilung.

### 5.5.3.6 Näherung der Querkrafttragfähigkeit

Abbildung 5.22 zeigt die Verteilungsfunktionen zur Näherung der Querkrafttragfähigkeit, die Ergebnisse der Anpassungstest beinhaltet Tabelle 5.11.

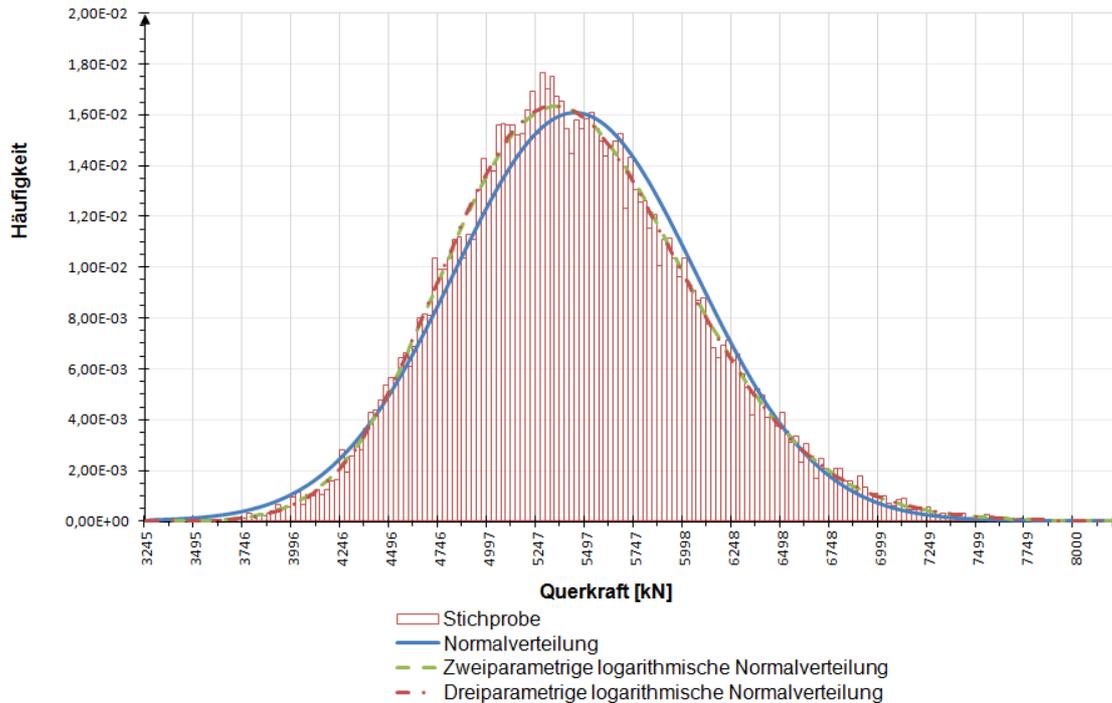


Abbildung 5.22 Näherung der Verteilungsdichte der Querkrafttragfähigkeit

Tabelle 5.11 Vergleich der Näherungen der Querkrafttragfähigkeit durch unterschiedliche Verteilungsfunktionen

Funktion	KS <sup>1)</sup>	$\chi^2$ <sup>2)</sup>	QS <sup>3)</sup>
Normalverteilung	0,357	0,030	$1,66 \cdot 10^{-2}$
Logarithmische Normalverteilung	0,045	0,008	$1,72 \cdot 10^{-4}$
Verallgemeinerte logarithmische Normalverteilung	0,065	0,008	$2,22 \cdot 10^{-4}$

1) Kolmogorow-Smirnow-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 1,63

2) Chi-Quadrat-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 156,43

3) Summe der Fehlerquadrate nach der Methode der kleinsten Quadrate

Für die Querkrafttragfähigkeit eignet sich auch in diesem Fall die logarithmische Normalverteilung deutlich besser als die Normalverteilung, die verallgemeinerte logarithmische Normalverteilung ergibt eine etwa gleichwertige Näherung.

### 5.5.3.7 Näherung der Auflagerkraft im Ereignisfall

Die auf die Pfeiler einwirkenden Auflagerkräfte im Ereignisfall wurden ebenfalls ausgewertet. In Abbildung 5.23 und in Tabelle 5.12 dargestellt sind die Näherungen für die inneren Pfeiler, die Ergebnisse für die seitlichen Pfeiler sind in Anhang IV enthalten.

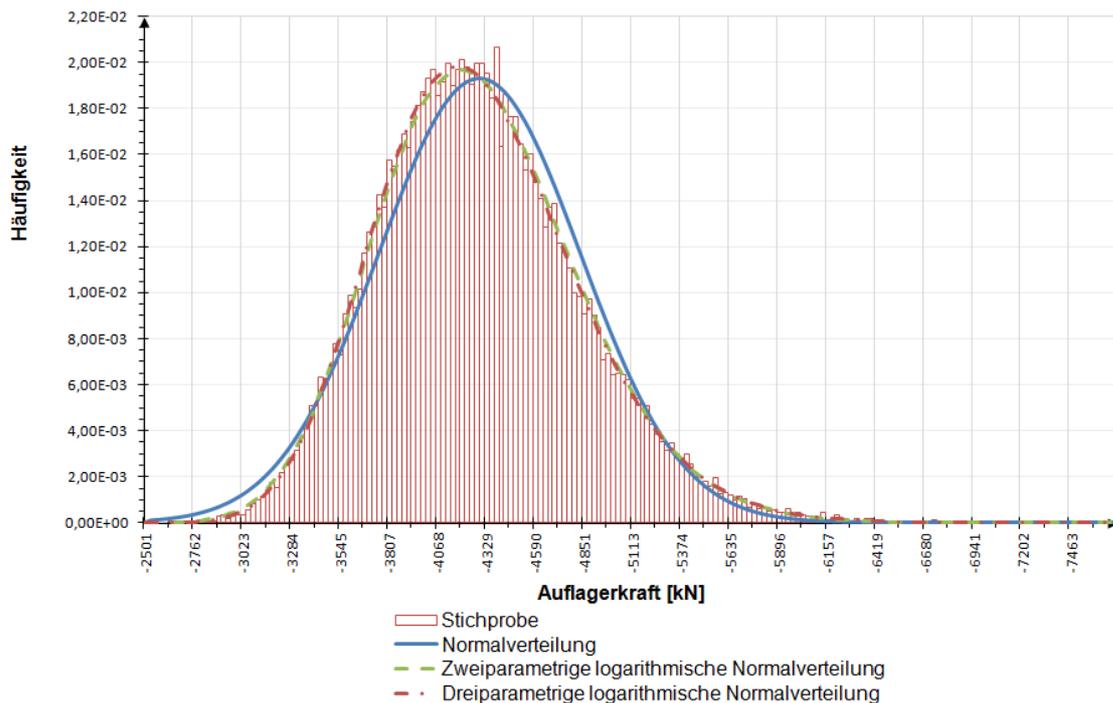


Abbildung 5.23 Näherung der Verteilungsdichte der Auflagerkräfte im Ereignisfall

Tabelle 5.12 Vergleich der Näherungen der Auflagerkräfte im Ereignisfall durch unterschiedliche Verteilungsfunktionen

Funktion	KS <sup>1)</sup>	$\chi^2$ <sup>2)</sup>	QS <sup>3)</sup>
Normalverteilung	0,417	34,136	$2,35 \cdot 10^{-2}$
Logarithmische Normalverteilung	0,080	0,015	$5,84 \cdot 10^{-4}$
Verallgemeinerte logarithmische Normalverteilung	0,040	0,010	$1,18 \cdot 10^{-4}$

1) Kolmogorow-Smirnow-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 1,63

2) Chi-Quadrat-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 156,43

3) Summe der Fehlerquadrate nach der Methode der kleinsten Quadrate

Der Fehler der Normalverteilung nach dem Chi-Quadrat-Anpassungstest erweist sich hier als bedenklich groß, obwohl es immer noch im Rahmen des Grenzwertes für eine Signifikanzniveau von  $\alpha = 0,99$  bleibt. Mit der logarithmischen Normalverteilung lässt sich eine deutlich bessere Näherung erzielen, mit der verallgemeinerten logarithmischen Normalverteilung kann der Fehler noch etwas reduziert werden.

### 5.5.3.8 Näherung der Auflagerkraft nach dem Ereignis

Die Näherungen der auf die Pfeiler einwirkenden Auflagerkräfte nach dem Ereignis zeigt Abbildung 5.24. In Tabelle 5.13 sind die Ergebnisse der Anpassungstests zusammengefasst.

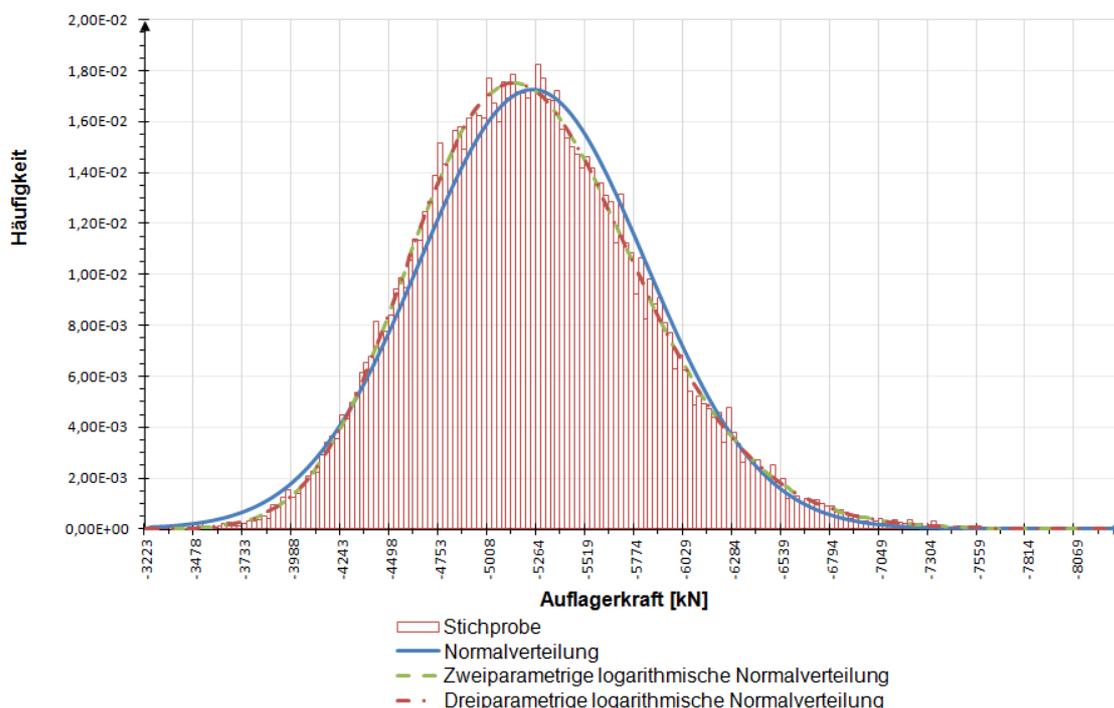


Abbildung 5.24 Näherung der Verteilungsdichte der Auflagerkräfte nach dem Ereignis

Tabelle 5.13 Vergleich der Näherungen der Auflagerkräfte nach dem Ereignis durch unterschiedliche Verteilungsfunktionen

Funktion	KS <sup>1)</sup>	$\chi^2$ <sup>2)</sup>	QS <sup>3)</sup>
Normalverteilung	0,293	0,078	$1,40 \cdot 10^{-2}$
Logarithmische Normalverteilung	0,046	0,007	$1,47 \cdot 10^{-4}$
Verallgemeinerte logarithmische Normalverteilung	0,050	0,007	$1,67 \cdot 10^{-4}$

1) Kolmogorow-Smirnow-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 1,63

2) Chi-Quadrat-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 156,43

3) Summe der Fehlerquadrate nach der Methode der kleinsten Quadrate

Analog zu den meisten der beobachteten Schnittgrößen ist der Normalverteilung auch hier eine logarithmische Normalverteilung zu bevorzugen. Die logarithmische Normalverteilung und die verallgemeinerte logarithmische Normalverteilung ergeben eine etwa gleichwertige Näherung.

### 5.5.3.9 Näherung der aufnehmbaren Normalkraft des Pfeilers

Die aufnehmbare Normalkraft des Pfeilers unterscheidet sich deutlich von den anderen hier betrachteten Tragfähigkeiten. Aufgrund der Simulationsmethodik sind in diesem Widerstand auch Beanspruchungen aus Wind und Eigengewicht enthalten (vgl. Abschnitt 5.2.4). Aus dieser Überlegung wurden hier auch Näherungen mit zwei Extremwertverteilungen, der Gumbel-Verteilung und der Weibull-Verteilung untersucht. Gerade aufgrund der implizit beinhalteten Einwirkungen wurde hier im Gegensatz zu den anderen Tragfähigkeiten zwischen dem Ereignis-

nisfall und der Situation nach dem Ereignis unterschieden. Des Weiteren wurden zwei Ausführungsvarianten der Pfeiler untersucht (vgl. Abschnitt 3.3.2). In Abbildung 5.25 und Tabelle 5.14 sind beispielhaft die Näherungen für den Ereignisfall mit Pfeilervariante I dargestellt, die Ergebnisse für die anderen Fälle können Anhang IV entnommen werden.

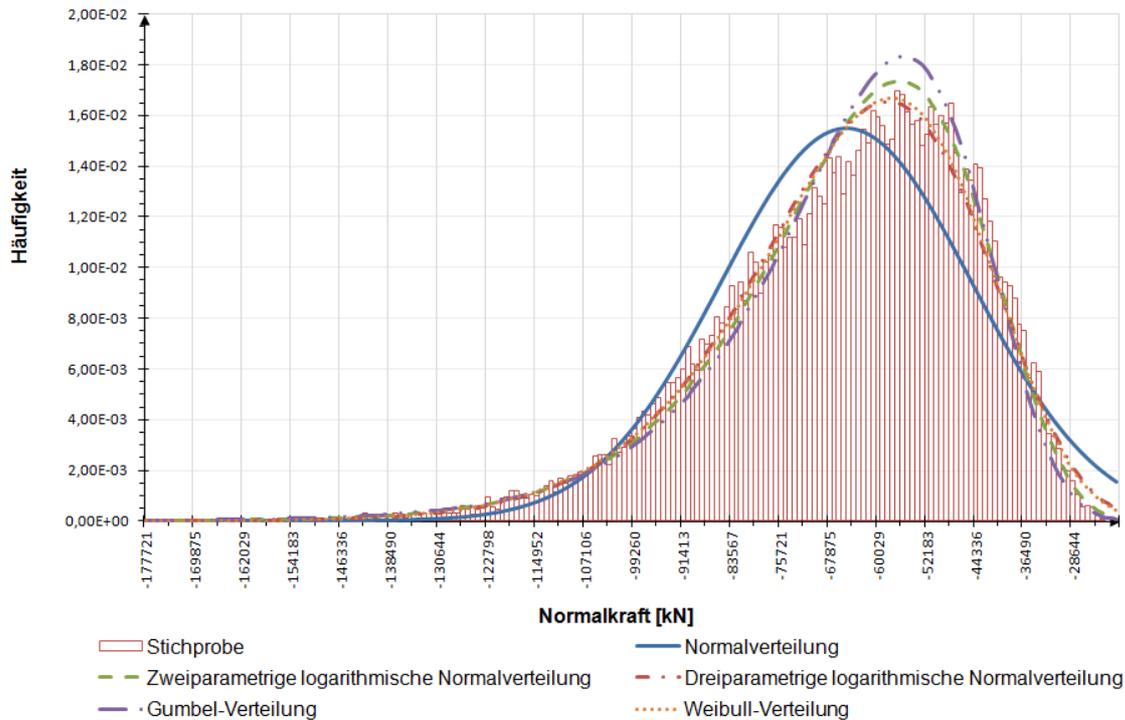


Abbildung 5.25 Näherung der Verteilungsdichte der aufnehmbaren Normalkraft des Pfeilers

Tabelle 5.14 Vergleich der Näherungen der aufnehmbaren Normalkraft des Pfeilers durch unterschiedliche Verteilungsfunktionen

Funktion	KS <sup>1)</sup>	$\chi^2$ <sup>2)</sup>	QS <sup>3)</sup>
Normalverteilung	0,791	0,650	$9,93 \cdot 10^{-2}$
Logarithmische Normalverteilung	0,310	0,017	$1,44 \cdot 10^{-2}$
Verallgemeinerte logarithmische Normalverteilung	0,275	0,020	$9,85 \cdot 10^{-3}$
Gumbel-Verteilung	0,443	0,030	$3,23 \cdot 10^{-2}$
Weibull-Verteilung	0,257	0,019	$8,32 \cdot 10^{-3}$

1) Kolmogorow-Smirnow-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 1,63

2) Chi-Quadrat-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 156,43

3) Summe der Fehlerquadrate nach der Methode der kleinsten Quadrate

Es wird ersichtlich, dass für jeden der untersuchten fünf Verteilungsfunktionen die Kennwerte der Anpassungstest sowie der Methode der kleinsten Quadrate deutlich größer sind, als bei den anderen, bisher betrachteten Schnittgrößen. Die Normalverteilung ist offenbar am wenigsten als Näherung geeignet, die anderen vier Funktionen sind nahezu gleichwertig.

Zusammenfassend kann beobachtet werden, dass für alle Grenzzustände die logarithmische Normalverteilung eine bessere Näherung liefert als die Normalverteilung. Durch die verallgemeinerte logarithmische Normalverteilung lässt sich im Vergleich hierzu nur eine geringfügige Steigerung der Genauigkeit beobachten. Die Verwendung der logarithmischen Normalverteilung hat jedoch den zusätzlichen Vorteil, dass für logarithmisch normalverteilte Zufallsgrößen, sich der Zuverlässigkeitsindex auf einfachem Wege analytisch ermitteln lässt. Aus dieser Beobachtung heraus wurden sämtliche Schnittgrößen mit der logarithmischen Normalverteilung genähert.

### 5.5.4 Systemzuverlässigkeit

Die Näherungen der Schnittgrößen für die einzelnen Grenzzustände ermöglichen eine verhältnismäßig einfache und schnelle Ermittlung der Zuverlässigkeitsindizes nach den Methoden in Abschnitt 2.3.3. Es blieb jedoch noch die Aufgabe aus den Versagenswahrscheinlichkeiten der einzelnen Komponenten die Zuverlässigkeit des Gesamtsystems zu berechnen. Dies geschah analog zur Vorgehensweise bei den Ergebnissen der Monte-Carlo-Simulation (vgl. Abschnitt 5.4.5), es konnten jedoch zusätzlich die Wichtungsbeiwerte für Einwirkungen und Widerstände nach Gleichung (53) ermittelt werden. Eine Darstellung des Systemmodells bietet Abbildung 5.26.

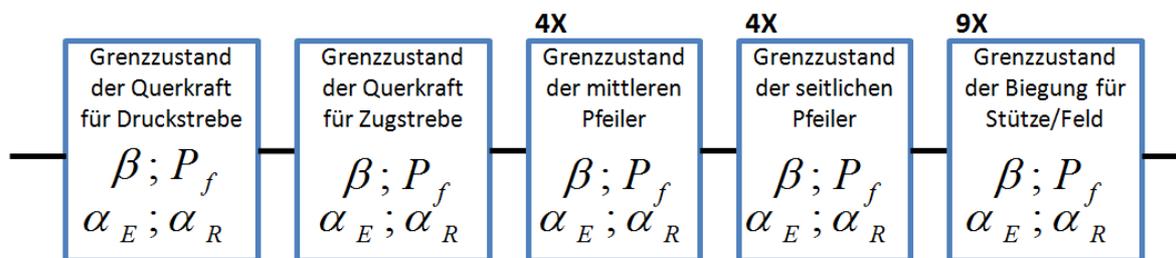


Abbildung 5.26 Systemmodell der Grenzzustände für den Durchlaufträger mit der analytischen Näherung

## 5.6 Berücksichtigung der nichtlinearen Tragwerksreserven

### 5.6.1 Einführung

Eines der Ziele der Arbeit war es, eine Methodik zu entwickeln, um die nichtlinearen Tragwerksreserven von Brückenbauwerken bei der Ermittlung der Zuverlässigkeit berücksichtigen zu können. Für diese Untersuchungen kommt natürlich nur der Durchlaufträger in Frage, der Einfeldträger verfügt als statisch bestimmtes System über keine solchen Reserven. Es wurde im Laufe des Forschungsvorhabens der Versuch unternommen, im Rahmen der Monte-Carlo-Simulationen, automatisierte, nichtlineare Berechnungen am Gesamttragwerk durchzuführen. Hierbei mussten zwei Hindernisse erkannt werden:

- Ein Berechnungsdurchlauf mit der nichtlinearen Traglastiteration erfordert ein Vielfaches an Rechenzeit im Vergleich zur linearen Berechnung. Die Durchführung der erforderlichen Anzahl an Simulationen hätte den Zeit- und/oder Finanzrahmen des Forschungsvorhabens gesprengt.
- Der Iterationsvorgang bei der nichtlinearen Traglastiteration ist zwar weitgehend automatisiert, ob die Iteration konvergent ist, hängt jedoch von den Vorgaben des Anwenders ab. Beim weiten Spektrum von Eingangsgrößen wäre eine konstante Anpassung der Iterati-

onsparameter nötig, um die Konvergenz der Iteration zu gewährleisten. Eine automatisierte Durchführung von einer Vielzahl von Simulationen wird damit verhindert.

In Anbetracht dieser Problematik musste auf eine nichtlineare Tragwerksanalyse mit der Monte-Carlo-Simulation verzichtet werden und es wurde eine alternative Methodik zur Berücksichtigung der nichtlinearen Tragwerksreserven erarbeitet. Die Lösung bot sich in einer Näherung mittels manueller Umlagerung der Biegebeanspruchung zwischen Feldbereich und Stützbereich. Hierbei wurde die Annahme getroffen, dass falls für einen Stützen- oder Feldquerschnitt die Biegebeanspruchung den Biegewiderstand überschreitet, die Differenz gleichmäßig auf die beiden benachbarten Stützen bzw. Felder verteilt wird. Falls diese benachbarten Querschnitte diese zusätzliche Beanspruchung aufnehmen können, wird von einem intakten Tragwerk ausgegangen. Natürlich muss hierbei die Korrelation zwischen den Schnittgrößen der benachbarten Querschnitte berücksichtigt werden, denn es ist anzunehmen, dass beim Versagen eines Querschnitts, der benachbarte Querschnitt auch bereits überdurchschnittlichen Beanspruchungen ausgesetzt ist. Um diese Korrelationen berücksichtigen zu können, wurde für die Ermittlung der Zuverlässigkeit für den Grenzzustand der Biegung die analytische Näherung verwendet. Für die restlichen Grenzzustände wurden die Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation genommen, da diese über eine höhere Genauigkeit verfügen.

### 5.6.2 Berücksichtigung der Korrelation zwischen benachbarten Querschnitten

Die Berücksichtigung der Korrelation erforderte genauere Überlegungen. Betrachten wir nun zwei benachbarte Querschnitte, eines im Feld und eine Stütze. Wir betrachten hierbei die Absolutwerte der Stützmomente, also stets positive Werte. Führen wir hierfür folgende Bezeichnungen ein:

$X_{EF}$  für die Zufallsgröße der Biegebeanspruchung im Feld,

$X_{RF}$  für die Zufallsgröße der Biegetragfähigkeit im Feld,

$X_{ES}$  für die Zufallsgröße der Biegebeanspruchung an der Stütze,

$X_{RS}$  für die Zufallsgröße der Biegetragfähigkeit an der Stütze.

Ohne Berücksichtigung von Umlagerungen ergibt sich die Grenzzustandsgleichung für das Feld in folgender einfacher Form:

$$X_{RF} - X_{EF} > 0 \quad (174)$$

Falls man nun entsprechend der Annahme davon ausgeht, dass bei Überschreitung der Biegetragfähigkeit des benachbarten Stützenquerschnitts die Hälfte der Differenz in das Feld umgelagert wird, so ist Gleichung (174) folgendermaßen zu modifizieren:

$$\begin{aligned} X_{RF} - (X_{EF} + 0,5 \cdot (X_{ES} - X_{RS})) &> 0 \\ X_{RF} - X_{EF} - 0,5 \cdot X_{ES} + 0,5 \cdot X_{RS} &> 0 \end{aligned} \quad (175)$$

Würde man nun die Näherung der Schnittgrößen mittels logarithmischer Normalverteilung nach Abschnitt 5.5.3 beibehalten, so lässt sich über diese lineare Kombination der vier Zufallsgrößen auf analytischem Weg keine Aussage treffen. Aus diesem Grund wird für die Berücksichtigung der nichtlinearen Tragwerksreserven eine Näherung der Biegebeanspruchung und der Biegetragfähigkeit mit der Normalverteilung vorgenommen. Diese Näherung verfügt zwar über eine etwas geringere Genauigkeit, kann aber gemäß Kolmogorow-Smirnow und Chi-Quadrat-Anpassungstests für diese Grenzzustände als akzeptable Näherung angesehen werden. Entsprechend der Vorgehensweise nach Abschnitt 5.5.2.1 können die Parameter der

Näherung durch die Normalverteilung sowohl für die Biegebeanspruchung, als auch für die Biegetragfähigkeit für Stütze und Feld ermittelt werden. Führen wir hierfür folgende Bezeichnungen ein:

$\mu_{EF}$  und  $\sigma_{EF}$  sind die Parameter der Biegebeanspruchung  $X_{EF}$  im Feld,

$\mu_{RF}$  und  $\sigma_{RF}$  sind die Parameter der Biegetragfähigkeit  $X_{RF}$  im Feld,

$\mu_{ES}$  und  $\sigma_{ES}$  sind die Parameter der Biegebeanspruchung  $X_{EF}$  an der Stütze,

$\mu_{RS}$  und  $\sigma_{RS}$  sind die Parameter der Biegetragfähigkeit  $X_{RF}$  an der Stütze.

Eine statistische Analyse der Stichproben erlaubt auch die Ermittlung der Kovarianz der benachbarten Querschnitte und anschließend können auch die Korrelationskoeffizienten ermittelt werden:

$$\rho_E = \frac{Cov[X_{EF}, X_{ES}]}{\sigma_{EF} \cdot \sigma_{ES}} \quad (176)$$

$$\rho_R = \frac{Cov[X_{RF}, X_{RS}]}{\sigma_{RF} \cdot \sigma_{RS}}$$

Die lineare Kombination von korrelierten normalverteilten Zufallsgrößen nach Gleichung (175) ist nicht zwangsläufig normalverteilt [80]. Im vorliegenden Beispiel, bei dem die Beanspruchungen und Tragfähigkeiten paarweise korreliert sind, kann dies jedoch nachgewiesen werden. Gleichung (175) kann folgendermaßen umgestellt werden:

$$X_{RF} + 0,5 \cdot X_{RS} - (X_{EF} + 0,5 \cdot X_{ES}) > 0 \quad (177)$$

Führen wir nun eine Bezeichnung für zwei neue Zufallsgrößen ein, mit:

$$X_E = X_{EF} + 0,5 \cdot X_{ES} \quad (178)$$

und

$$X_R = X_{RF} + 0,5 \cdot X_{RS} \quad (179)$$

Die Zufallsgröße  $X_E$  ist dann nach [79] normalverteilt mit Mittelwert

$$\mu_E = \mu_{EF} + 0,5 \cdot \mu_{ES} \quad (180)$$

und Standardabweichung

$$\begin{aligned} \sigma_E &= \sqrt{\sigma_{EF}^2 + 2 \cdot 0,5 \cdot \sigma_{EF} \cdot \sigma_{ES} \cdot \rho_E + 0,5^2 \cdot \sigma_{ES}^2} = \\ &= \sqrt{\sigma_{EF}^2 + \sigma_{EF} \cdot \sigma_{ES} \cdot \rho_E + 0,5^2 \cdot \sigma_{ES}^2} \end{aligned} \quad (181)$$

Für die Zufallsgröße  $X_R$  gilt analog:

$$\mu_R = \mu_{RF} + 0,5 \cdot \mu_{RS} \quad (182)$$

$$\sigma_R = \sqrt{\sigma_{RF}^2 + \sigma_{RF} \cdot \sigma_{RS} \cdot \rho_R + 0,5^2 \cdot \sigma_{RS}^2}$$

Durch einsetzen der Zufallsgrößen  $X_E$  und  $X_R$  nach Gleichungen (178) bzw. (179) in(183) Gleichung (177) erhalten wir:

$$X_R - X_E > 0 \quad (184)$$

Hierbei sind die Zufallsgrößen  $X_E$  und  $X_R$  stochastisch unabhängige, normalverteilte Zufallsgrößen und der Zuverlässigkeitsindex berechnet sich nach Gleichung (52) somit zu:

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \quad (185)$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (180) bis (184) erhalten wir:

$$\beta = \frac{\mu_{RF} + 0,5 \cdot \mu_{RS} - \mu_{EF} - 0,5 \cdot \mu_{ES}}{\sqrt{\sigma_{RF}^2 + \sigma_{RF} \cdot \sigma_{RS} \cdot \rho_R + 0,5^2 \cdot \sigma_{RS}^2 + \sigma_{EF}^2 + \sigma_{EF} \cdot \sigma_{ES} \cdot \rho_E + 0,5^2 \cdot \sigma_{ES}^2}} \quad (186)$$

Die Versagenswahrscheinlichkeit erhält man dann nach Gleichung (50) durch:

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (187)$$

Somit lässt sich die Versagenswahrscheinlichkeit in einem Querschnitt nach Umlagerung der Schnittgrößen bei Berücksichtigung der Korrelation mittels analytischer Näherung schätzen.

### 5.6.3 Systemzuverlässigkeit

In der Ermittlung der Systemzuverlässigkeit sind bei Berücksichtigung der Umlagerung ebenfalls Anpassungen des Modells erforderlich. Bei dem Versagen eines Querschnitts werden Umlagerungen auf die benachbarten Querschnitte möglich, ein Versagen erfolgt erst wenn beide Grenzzustände überschritten werden. Dies kann durch einen Parallelsystem modelliert werden. Das Modell zur Ermittlung der Systemzuverlässigkeit für den Referenzfall ist in Abbildung 5.27 dargestellt.

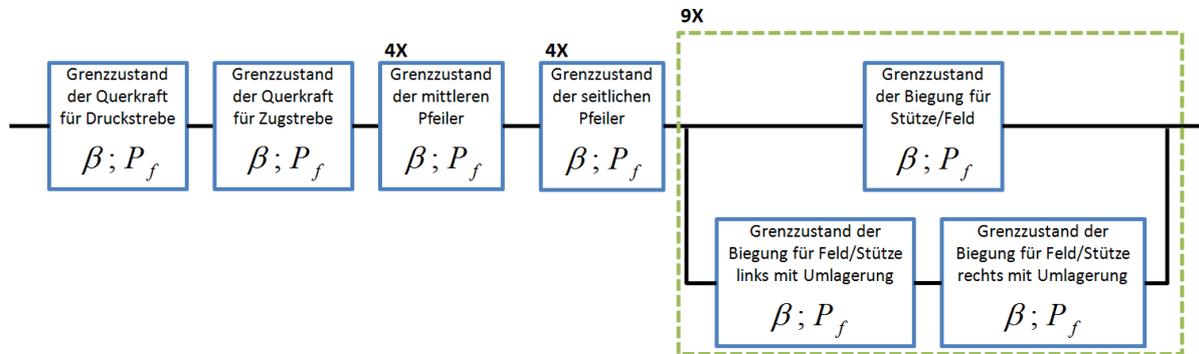


Abbildung 5.27 Systemmodell der Grenzzustände für den Durchlaufträger im Referenzfall bei Berücksichtigung der nichtlinearen Tragwerksreserven

Bei den Schadensszenarien, bei denen ein plastisches Gelenk im Feld oder an der Stütze vorausgesetzt wird, wird davon ausgegangen, dass diese keine zusätzlichen Momente mehr von den angrenzenden Querschnitten aufnehmen können.

## 5.7 Näherung mittels Traglastiteration

### 5.7.1 Einführung

Die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit mittels Monte-Carlo-Simulation ist ein sehr aufwendiges und zeitintensives Verfahren. Bei vielen Fragestellungen reicht bereits eine weniger genaue Aussage über die Kritikalität einer Konstruktion aus, eine wichtige Anforderung

ist jedoch ein akzeptabler Berechnungsaufwand. Auf dieser Grundlage basiert auch das semiprobabilistische Bemessungskonzept der Normen. Die Basisvariablen werden hierbei im Wesentlichen durch ihren charakteristischen Werten mit der Verwendung von Teilsicherheitsbeiwerten berücksichtigt. Es werden Tragwerkswiderstände und die Einwirkungen auf das Tragwerk berechnet und verglichen, es wird jedoch keine Versagenswahrscheinlichkeit ermittelt.

### 5.7.2 Einführung des Verkehrslastfaktors

Um eine Abschätzung der Kritikalität eines Tragwerks ohne aufwendige Monte-Carlo-Simulation geben zu können, war es nötig einen zweiten vereinfachten Indikator der Kritikalität von Brücken zu definieren. Im Sinne des semiprobabilistischen Bemessungskonzepts wurde hierbei nach einer Möglichkeit gesucht, diese durch einen Faktor in der Grenzzustandsgleichung zu berücksichtigen. Bei Straßenbrücken spielen die Einwirkungen aus Straßenverkehr eine besondere Rolle, da sie nicht nur für bis zu etwa ein Drittel der Schnittgrößen verantwortlich sind, sondern zudem die Ursache für die Errichtung einer Brücke darstellen. Kann ein Bauwerk dieser Beanspruchung nicht, oder nur unter Einschränkungen standhalten, so ist die Funktionstüchtigkeit der Brücke wesentlich beeinflusst. Aus dieser Überlegung waren die Einwirkungen aus Straßenverkehr gesondert zu betrachten und es wurde als Indikator für die Kritikalität von Straßenbrücken der Verkehrslastfaktor eingeführt. Der Verkehrslastfaktor  $\gamma_L$  einer Straßenbrücke wird definiert, als der maximale Faktor, mit dem, bei Berücksichtigung der in der Norm gegebenen Teilsicherheitsbeiwerte und Kombinationsbeiwerte, die Einwirkungen aus Straßenverkehr multipliziert werden können, sodass die Grenzzustandsgleichung noch erfüllt ist. Der Verkehrslastfaktor gibt somit die maximale Traglast der Konstruktion für den entsprechenden Grenzzustand an. Falls das Tragwerk bereits ohne das Aufbringen einer Verkehrslast, also unter den ständigen und anderen veränderlichen Einwirkungen versagt, so ist der Verkehrslastfaktor Null. Die Ermittlung des Verkehrslastfaktors muss, zumindest für komplexe statisch unbestimmte Tragwerke, iterativ erfolgen, deshalb wird diese Vorgehensweise als Traglastiteration bezeichnet. Die Traglastiteration kann somit als eine Methode der Zuverlässigkeitsanalyse der Stufe I nach Abschnitt 2.6.1 eingestuft werden.

Wie bei der Zuverlässigkeitsanalyse, so muss auch hier zwischen der Betrachtung für den Ereignisfall und der Betrachtung nach dem Ereignis unterschieden werden. Die Betrachtung nach dem Ereignis entspricht im Wesentlichen dem Grenzzustand der Tragfähigkeit für die charakteristische (seltene) Kombination DIN FB 101 [82]. Die Betrachtung im Ereignisfall kann als eine außergewöhnliche Bemessungssituation nach DIN FB 101 [82] betrachtet werden. Am Beispiel des Durchlaufträgers kann somit der Verkehrslastfaktor für die Betrachtung nach dem Ereignis aus folgender Grenzzustandsgleichung ermittelt werden:

$$\gamma_G \cdot G_k + \gamma_P \cdot P + \gamma_L \cdot \gamma_{QV} \cdot Q_k + \sum \gamma_{Qi} \cdot \psi_{0i} \cdot Q_{ki} = R_d \quad (188)$$

Für die Betrachtung im Ereignisfall lautet dann die Gleichung analog für die außergewöhnliche Bemessungssituation:

$$\gamma_{GA} \cdot G_k + \gamma_{PA} \cdot P + \gamma_L \cdot \psi_{1q} \cdot Q_k + \sum \psi_{2i} \cdot Q_{ki} = R_{dA} \quad (189)$$

Die Teilsicherheitsbeiwerte und Kombinationsbeiwerte in den Gleichungen (188) und (189) werden in den Regelwerken definiert. Da diese für die zwei verschiedenen untersuchten Straßenverkehrslastmodelle unterschiedlich sind, werden sie nach Vorstellung dieser Modelle im folgenden Abschnitt angegeben.

### 5.7.3 Verwendete Straßenverkehrslastmodelle

Bei der Monte-Carlo-Simulation wurden vier verschiedene Straßenverkehrsvarianten untersucht. Straßenverkehrsvariante I entsprach hierbei dem gegenwärtigen Schwerverkehr im deutschen Bundesfernstraßennetz und Straßenverkehrsvarianten II-IV bildeten verschiedene Zukunftsszenarien ab. Bei der Traglastiteration gab es keine solche Vielfalt an Varianten, es wurde jedoch unterschieden zwischen einer Variante für den aktuellen und einer für den zukünftig prognostizierten Schwerverkehr. Bei der Untersuchung des gegenwärtigen Schwerverkehrs wurde das Straßenverkehrslastmodell nach dem gegenwärtigen DIN FB 101 [82] berücksichtigt. Für die Berechnungen zum zukünftigen Schwerverkehr wurde das im Rahmen der Anpassung an die Eurocodes nach [67] modifizierte Straßenverkehrslastmodell verwendet. Dieses Modell soll zukünftig in den deutschen Nationalen Anhang zu der DIN EN 1991-2 [70] einfließen und für die Bemessung von neuen Brückenbauwerken zum Einsatz kommen. Beide Straßenverkehrslastmodelle setzen sich aus den selben Komponenten zusammen, lediglich die Größe der Lasten ist unterschiedlich. Das Verkehrslastmodell teilt die Fahrbahn in rechnerische Fahrstreifen von je 3 m ein, die unterschiedlich belastet werden. Für den  $i$ -ten Fahrstreifen wird ein sogenanntes Tandemsystem mit Achslasten von  $Q_{ki}$  und eine gleichmäßig verteilte Last  $q_{ki}$  angesetzt. Das Tandemsystem besteht aus vier konzentrierten Lasten, die jeweils auf einer Fläche von 40 x 40 cm verteilt werden und in einem Abstand von 2 m in Brückenquerrichtung und 1,2 m in Brückenlängsrichtung anzuordnen sind. Das beschriebene Straßenverkehrslastmodell ist in Abbildung 5.28 dargestellt.

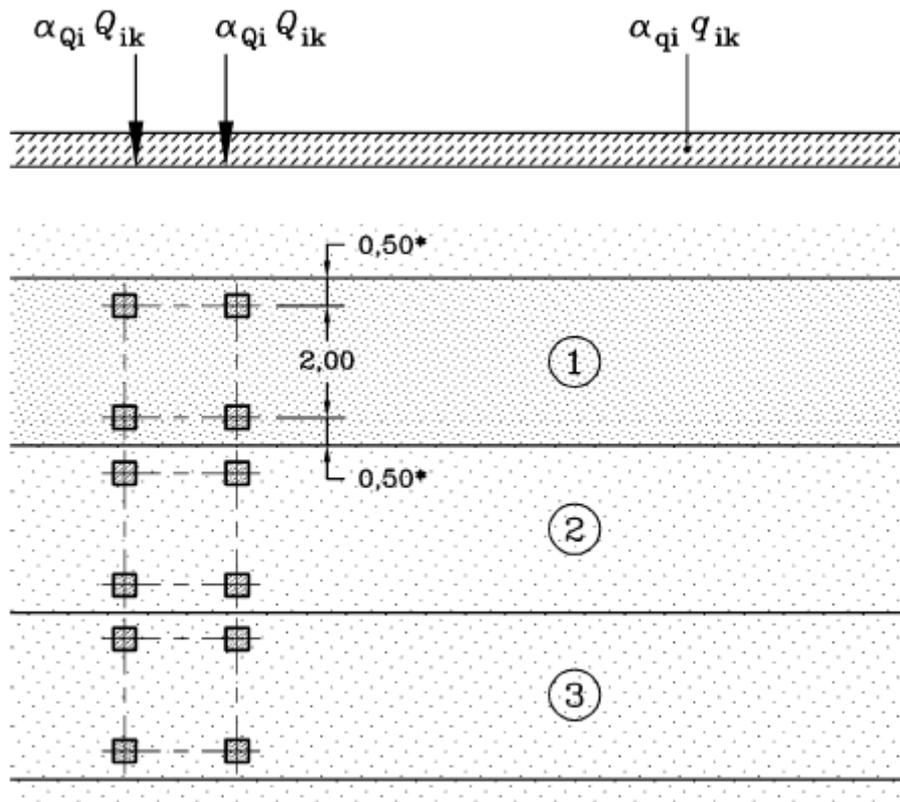


Abbildung 5.28 Straßenverkehrslastmodell 1 nach [70]

Die DIN EN 1991-2 [70] definiert Grundwerte für diese Komponenten die mit sogenannten Anpassungsfaktoren  $\alpha_{Qi}$  bzw.  $\alpha_{qi}$  zu multiplizieren sind, die im Nationalen Anhang angegeben werden. Die Grundwerte der Norm sowie die in der vorliegenden Arbeit verwendeten

Anpassungsfaktoren zeigt für das Tandemsystem Tabelle 5.15 und für die gleichmäßig verteilte Last Tabelle 5.16.

Tabelle 5.15 Grundwerte und Anpassungsfaktoren für das Tandemsystem

Stellung	Grundwert $Q_{ki}$ [kN]	Anpassungsfaktoren $\alpha_{qi}$		Angepasster Grundwert	
		Aktueller Verkehr	Zukünftiger Verkehr	Aktueller Verkehr	Zukünftiger Verkehr
Fahrstreifen 1	300	0,8	1,0	240	300
Fahrstreifen 2	200	0,8	1,0	160	200
Fahrstreifen 3	100	0	1,0	-	100
Andere Fahrstreifen	-	-	-	-	-
Restfläche	-	-	-	-	-

Tabelle 5.16 Grundwerte und Anpassungsfaktoren für die gleichmäßig verteilte Last

Stellung	Grundwert $q_{ki}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	Anpassungsfaktoren $\alpha_{qi}$		Angepasster Grundwert	
		Aktueller Verkehr	Zukünftiger Verkehr	Aktueller Verkehr	Zukünftiger Verkehr
Fahrstreifen 1	9,0	1,0	1,33	9,0	12,0
Fahrstreifen 2	2,5	1,0	2,4	2,5	6,0
Fahrstreifen 3	2,5	1,0	1,2	2,5	3,0
Andere Fahrstreifen	2,5	1,0	1,2	2,5	3,0
Restfläche	2,5	1,0	1,2	2,5	3,0

Die Teilsicherheitsbeiwerte und Kombinationsbeiwerte sind für die zwei verschiedenen Lastmodelle auch etwas unterschiedlich. Es wurden aufgrund der besseren Vergleichbarkeit mit den Ergebnissen der Monte-Carlo-Methode zwei Werte abweichend von den Vorgaben der Regelwerke angenommen. Der Teilsicherheitsbeiwert von Setzungen für die außergewöhnliche Bemessungssituation und der Kombinationsbeiwert der Temperatureinwirkungen für die ständige und vorübergehende Bemessungssituation wurden gleichermaßen mit dem Faktor 1,0 berücksichtigt. Die Teilsicherheitsbeiwerte auf der Widerstandsseite wurden gemäß DIN FB 102 [78] berücksichtigt. Die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Teilsicherheitsbeiwerte und Kombinationsbeiwerte sind in Tabelle 5.17 zusammengefasst.

Tabelle 5.17 Teilsicherheitsbeiwerte und Kombinationsbeiwerte der verwendeten Straßenverkehrslastmodelle

Beanspruchung	$\gamma_i^{1)}$		$\gamma_{Ai}^{2)}$	$\varphi_{0i}$	$\varphi_{1i}$	$\varphi_{2i}$
	Aktueller Verkehr	Zukünftiger Verkehr				
Ständige Einwirkungen	1,35	1,35	1,0	-	-	-
Vorspannung	1,0	1,0	1,0	-	-	-
Setzungen	1,0	1,0	1,0 <sup>3)</sup>	-	-	-
Verkehrslasten	1,5	1,35	1,0	0,75 <sup>4)</sup> 0,4 <sup>5)</sup>	0,75 <sup>4)</sup> 0,4 <sup>5)</sup>	0,2
Temperatur	1,35	1,35	1,0	1,0 <sup>3)</sup>	0,6	0,5
Wind	1,5	1,5	1,0	0,5	0,5	0
Außergewöhnliche Einwirkungen	-	-	1,0	-	-	-
Beton	1,5	1,5	1,3	-	-	-
Betonstahl oder Spannstahl	1,15	1,15	1,0	-	-	-

1) Teilsicherheitsbeiwert für ständige und vorübergehende Bemessungssituation

2) Teilsicherheitsbeiwert für außergewöhnliche Bemessungssituation

3) dieser Wert ist abweichend von der Norm

4) Kombinationsbeiwert für das Tandemsystem

5) Kombinationsbeiwert für die gleichmäßig verteilte Last

#### 5.7.4 Untersuchte Grenzzustände

Bei der Traglastiteration war ebenfalls zwischen den Grenzzuständen von Biegung und Querkraft zu unterscheiden. Für den Durchlaufträger wurde eine weitere Unterscheidung getroffen, indem die maßgebende Einwirkungskombination für das maximale Stützmoment und auch für das maximale Feldmoment erzeugt wurde. Auf Basis der Erfahrungen aus der Monte-Carlo-Simulation wurde der Grenzzustand des Pfeilerwiderstandes hier nicht weiter untersucht, da es nicht maßgebend wurde. Der Verkehrslastfaktor wurde ermittelt, indem die Verkehrslast schrittweise so lange erhöht wurde, bis bei einem der Grenzzustände ein Versagen eingetreten ist. Dieses Vorgehen wurde für das Referenzszenario und jedem der Bedrohungsszenarien wiederholt, sowohl für den Ereignisfall als auch für die Betrachtung nach dem Ereignis. Die Berechnungen wurden mit dem aktuellen und mit dem zukünftigen Straßenverkehrslastmodell durchgeführt, um diese vergleichen zu können. Beim Durchlaufträger war es zudem von Interesse die nichtlinearen Tragwerksreserven der Konstruktion zu untersuchen, daher wurden hier die Werte des Verkehrslastfaktors auch mittels nichtlinearer Traglastiteration ermittelt.

## 6 Ergebnisse der Zuverlässigkeitsanalyse

### 6.1 Einführung

Es wurden in Kapitel 5 verschiedene Vorgehensweisen zur Abschätzung der Tragwerkszuverlässigkeit vorgestellt. Nachfolgend werden die Berechnungsergebnisse für die einzelnen Methoden dargestellt. Es erfolgt ein Vergleich der unterschiedlichen Straßenverkehrsvarianten, Bauwerke sowie Pfeilervarianten. Die Bedrohungsszenarien werden anhand des Zuverlässigkeitsindex und den Ergebnissen einer Risikoanalyse ebenfalls gegenübergestellt und bewertet. Die Genauigkeit der Monte-Carlo-Simulation wird überprüft und mit den Ergebnissen der Näherungsmethoden verglichen. Abschließend werden die nichtlinearen Tragwerksreserven statisch unbestimmter Systeme analysiert.

### 6.2 Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation

#### 6.2.1 Ergebnisse für die Zuverlässigkeit

Entsprechend der in Abschnitt 5.4 geschilderten Vorgehensweise, war es möglich, mittels Monte-Carlo-Simulation die Versagenswahrscheinlichkeit und den Zuverlässigkeitsindex für die einzelnen Grenzzustände und schließlich für das Gesamttragwerk zu ermitteln. Es stellte sich hierbei heraus, dass der Grenzzustand des Pfeilerwiderstandes im Vergleich zu den Grenzzuständen von Biegung und Querkraft eine erheblich größere Zuverlässigkeit aufweist, sodass letztere die Gesamtzuverlässigkeit dominieren. Aus diesem Grund zeigte sich keine Differenz in den Ergebnissen zwischen den beiden untersuchten Pfeilervarianten, daher wurde auf diese Unterscheidung bei der Darstellung der Ergebnisse verzichtet. Die Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation sind für den Ereignisfall und für die Betrachtung nach dem Ereignis in Tabelle 6.1 sowie Tabelle 6.2 zusammengefasst.

Tabelle 6.1 Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation im Ereignisfall

Bedrohungsszenario		Verkehr I	Verkehr II	Verkehr III	Verkehr IV
Einfeldträger Schädigung Feldbereich	$\beta$	4,12	4,11	4,12	4,11
	$P_f$	$1,86 \cdot 10^{-5}$	$1,99 \cdot 10^{-5}$	$1,86 \cdot 10^{-5}$	$1,99 \cdot 10^{-5}$
Einfeldträger Schädigung Stütze	$\beta$	5,74	5,73	5,74	5,73
	$P_f$	$4,66 \cdot 10^{-9}$	$5,15 \cdot 10^{-9}$	$4,66 \cdot 10^{-9}$	$5,15 \cdot 10^{-9}$
Durchlaufträger Schädigung Feldbereich	$\beta$	5,69	5,60	5,66	5,57
	$P_f$	$6,31 \cdot 10^{-9}$	$1,09 \cdot 10^{-8}$	$7,59 \cdot 10^{-9}$	$1,28 \cdot 10^{-8}$
Durchlaufträger Pfeilerausfall	$\beta$	4,09	4,01	4,08	3,98
	$P_f$	$2,13 \cdot 10^{-5}$	$3,10 \cdot 10^{-5}$	$2,28 \cdot 10^{-5}$	$3,39 \cdot 10^{-5}$
Durchlaufträger Schädigung Stütze	$\beta$	6,49	6,25	6,50	6,33
	$P_f$	$4,41 \cdot 10^{-11}$	$2,04 \cdot 10^{-10}$	$4,12 \cdot 10^{-11}$	$1,23 \cdot 10^{-10}$

Tabelle 6.2 Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation für die Betrachtung nach dem Ereignis

Bedrohungsszenario		Verkehr I	Verkehr II	Verkehr III	Verkehr IV
Einfeldträger Referenzfall	$\beta$	4,85	4,74	4,85	4,73
	$P_f$	$6,10 \cdot 10^{-7}$	$1,09 \cdot 10^{-6}$	$6,21 \cdot 10^{-7}$	$1,10 \cdot 10^{-6}$
Einfeldträger Schädigung Feldbereich	$\beta$	3,04	2,92	3,04	2,92
	$P_f$	$1,18 \cdot 10^{-3}$	$1,76 \cdot 10^{-3}$	$1,20 \cdot 10^{-3}$	$1,77 \cdot 10^{-3}$
Einfeldträger Schädigung Stütze	$\beta$	4,85	4,74	4,85	4,73
	$P_f$	$6,10 \cdot 10^{-7}$	$1,09 \cdot 10^{-6}$	$6,21 \cdot 10^{-7}$	$1,10 \cdot 10^{-6}$
Durchlaufträger Referenzfall	$\beta$	5,70	5,40	5,69	5,38
	$P_f$	$5,90 \cdot 10^{-9}$	$3,41 \cdot 10^{-8}$	$6,49 \cdot 10^{-9}$	$3,75 \cdot 10^{-8}$
Durchlaufträger Schädigung Feldbereich	$\beta$	4,34	4,02	4,32	3,97
	$P_f$	$7,00 \cdot 10^{-6}$	$2,87 \cdot 10^{-5}$	$7,71 \cdot 10^{-6}$	$3,58 \cdot 10^{-5}$
Durchlaufträger Pfeilerausfall	$\beta$	2,60	2,24	2,58	2,23
	$P_f$	$4,66 \cdot 10^{-3}$	$1,25 \cdot 10^{-2}$	$5,01 \cdot 10^{-3}$	$1,28 \cdot 10^{-2}$
Durchlaufträger Schädigung Stütze	$\beta$	5,13	4,62	5,15	4,84
	$P_f$	$1,44 \cdot 10^{-7}$	$1,96 \cdot 10^{-6}$	$1,32 \cdot 10^{-7}$	$6,48 \cdot 10^{-7}$

Eine graphische Visualisierung der Ergebnisse zum Vergleich der unterschiedlichen Straßenverkehrsvarianten, Bedrohungsszenarien und Bauwerke anhand des Zuverlässigkeitsindex bietet Abbildung 6.1 für den Ereignisfall sowie Abbildung 6.2 für die Betrachtung nach dem Ereignis. In den Abbildungen ist der Zielwert der Tragwerkszuverlässigkeit, also  $\beta = 4,7$  gelb markiert. Im Ereignisfall wird dieser Wert durch zwei Szenarien unterschritten, der Schädigung des Einfeldträgers im Feldbereich und dem Pfeilerausfall beim Durchlaufträger. Diese sind also als kritisch zu beurteilen. Bei der Betrachtung nach dem Ereignis wird untersucht, wie die Schädigung die Tragwerkszuverlässigkeit bezogen auf einen Jahr beeinflusst. Verglichen mit den Referenzszenarien wird so der Einfluss der Schädigung auf das Bauwerk greifbar. Die Referenzszenarien erfüllen erwartungsgemäß die Anforderungen der Regelwerke an die Tragwerkszuverlässigkeit. Der Einfeldträger liegt hierbei nur ganz knapp über dem Zielwert von  $\beta = 4,7$ . Dies ist darauf zurückzuführen, dass das Bauwerk nach älteren Regelwerken für ein geringeres Verkehrslastniveau ausgelegt wurde. Die Tatsache, dass nach einem Ereignis nicht die geforderte Zuverlässigkeit gegeben ist bedeutet, dass eine komplette Wiederinbetriebnahme der Brücke erst nach Durchführung von Reparaturen möglich wird. Beim

Einfeldträger ist für das Bedrohungsszenario im Falle der Schädigung der Stütze kaum eine Differenz zum Referenzszenario zu erkennen. Der Grund hierfür ist, dass selbst im Falle des Schadens die ursprüngliche Versagensart des ungeschädigten Tragwerks dominant wird, die Schädigung steigert die Versagenswahrscheinlichkeit somit nur geringfügig.

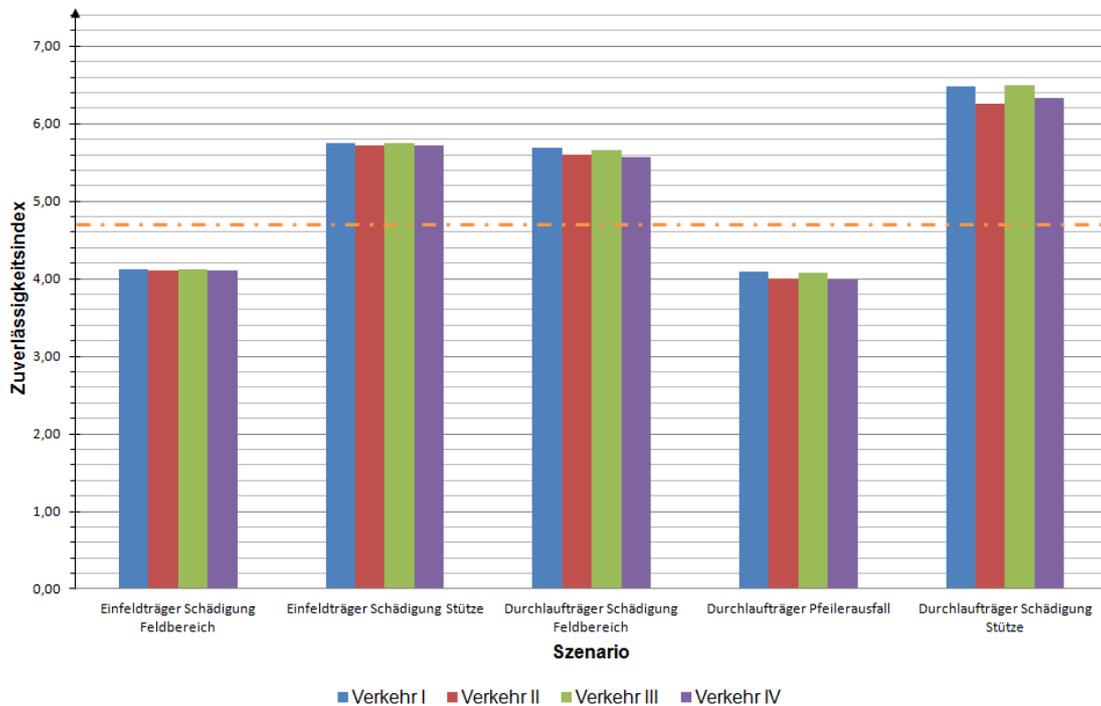


Abbildung 6.1 Vergleich der Straßenverkehrsvarianten und Bedrohungsszenarien anhand des Zuverlässigkeitsindex für den Ereignisfall

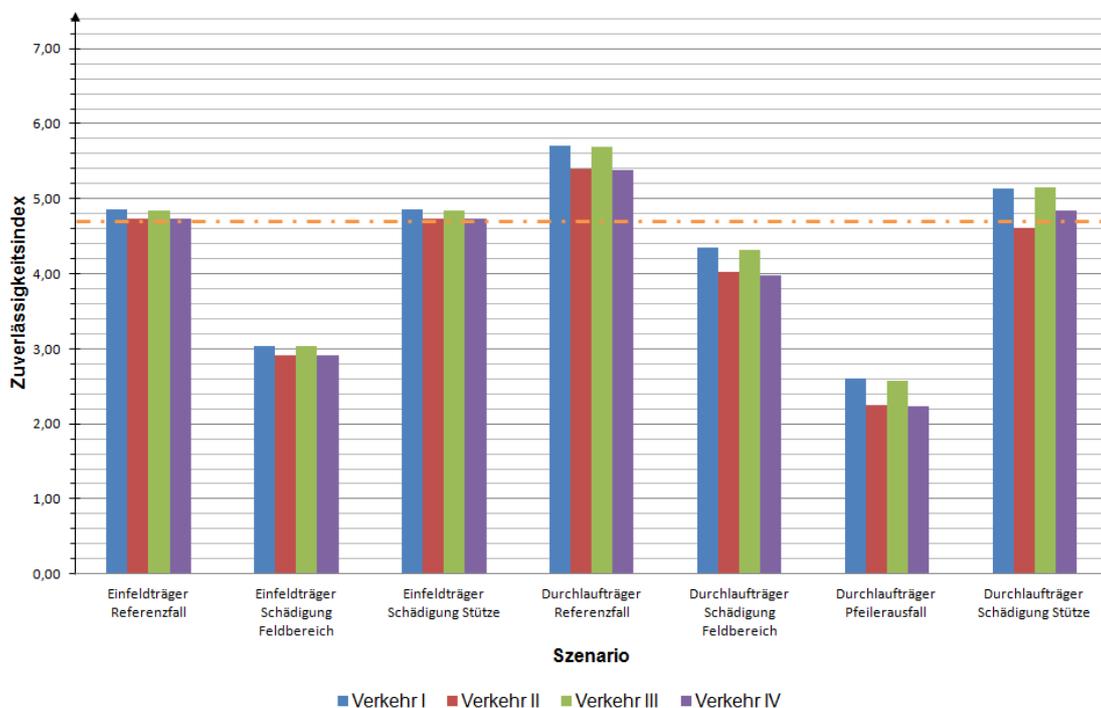


Abbildung 6.2 Vergleich der Straßenverkehrsvarianten und Bedrohungsszenarien anhand des Zuverlässigkeitsindex für die Betrachtung nach dem Ereignis

Es wird ersichtlich, dass die verschiedenen Straßenverkehrsvarianten abhängig vom Bauwerk und vom Betrachtungszeitpunkt unterschiedlich großen Einfluss auf die Versagenswahrscheinlichkeit ausüben. Beim Einfeldträger ist die Differenz zwischen den einzelnen Varianten deutlich geringer. Aufgrund des kurzen Bauwerks wird die Zuverlässigkeit hier primär durch das Fahrzeuggewicht eines schweren Fahrzeugs beeinflusst und weniger durch die Verkehrszusammensetzung. Es ist auch zu erkennen, dass bei der Betrachtung nach dem Ereignis größere Differenzen zwischen den Straßenverkehrsvarianten zu beobachten sind, als im Ereignisfall. Der Vergleich der Straßenverkehrsvarianten miteinander zeigt, dass zwischen den Straßenverkehrsvarianten I und III bzw. den Straßenverkehrsvarianten II und IV nur geringe Unterschiede zu erkennen sind. Dies gibt Grund zu der Annahme, dass eine Zunahme des durchschnittlichen täglichen Verkehrs die Zuverlässigkeit nicht wesentlich beeinflusst, eine höhere zulässige Achslast jedoch eine merkbare Abnahme in der Tragwerkssicherheit zufolge hat. Im Hintergrund dieses Ergebnisses liegt nach Vermutung des Autors die Tatsache, dass in der Regel die Stausituationen maßgebend für die Versagenswahrscheinlichkeit werden. Die Fahrzeuganzahl auf der Brücke ist hierbei nahezu unabhängig vom durchschnittlichen täglichen Verkehr, das Fahrzeuggewicht kann die Schnittgrößen jedoch bedeutend beeinflussen.

Betrachtet man den Grenzzustand des Pfeilerwiderstandes separat, so lassen sich auch die beiden Pfeilervarianten vergleichen, dies ist in Abbildung 6.3 dargestellt. Auf eine Unterscheidung der Straßenverkehrsvarianten wurde hier aufgrund der geringen Unterschiede verzichtet, die abgebildeten Werte entsprechen Straßenverkehrsvariante I. Es ist erkennbar, dass die geforderte Zuverlässigkeit für beide Pfeilervarianten mit einer Ausnahme, dem Pfeilerausfall des Durchlaufträgers für Pfeiler II, erbracht ist. Es können erhebliche Differenzen in der Zuverlässigkeit der beiden Pfeilervarianten beobachtet werden.

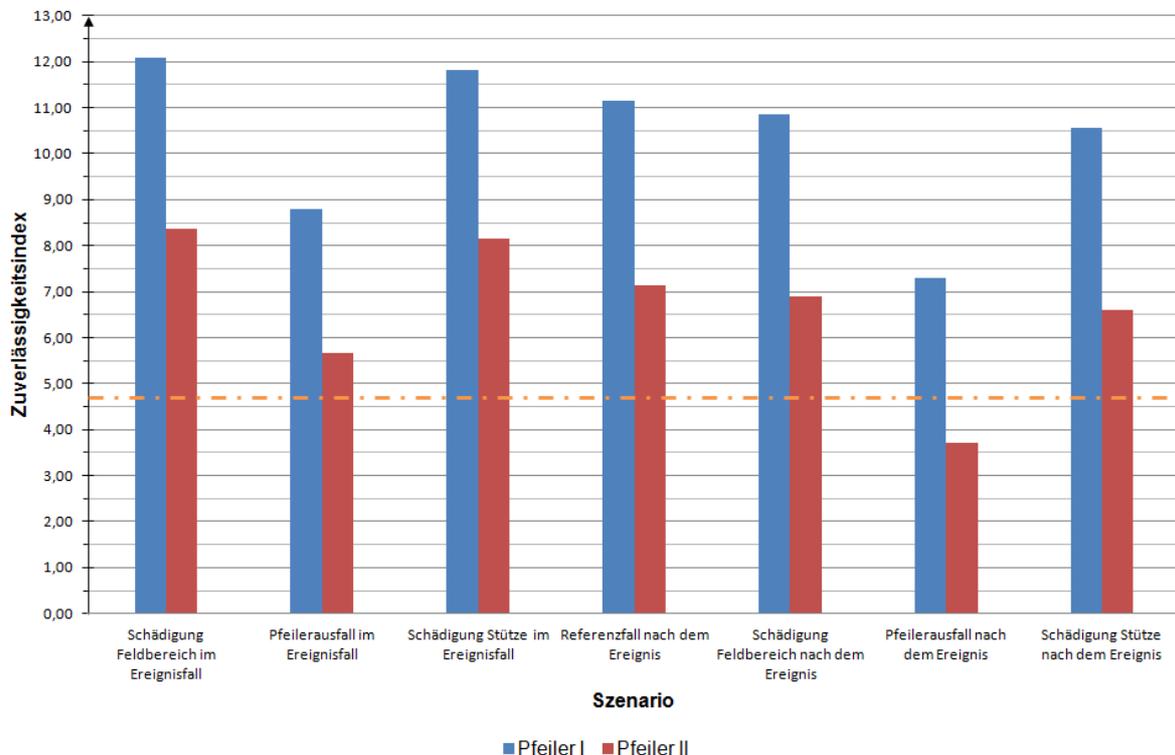


Abbildung 6.3 Vergleich der Pfeilervarianten anhand des Zuverlässigkeitsindex

## 6.2.2 Genauigkeit

Die Genauigkeit der Monte-Carlo-Methode kann wie in Abschnitt 5.4.4 erläutert über die Varianz bzw. den Variationskoeffizienten der Schätzung beurteilt werden. Die Größe des Variationskoeffizienten war für die untersuchten Straßenverkehrsvarianten, Bedrohungsszenarien, Bauwerke und Grenzzustände recht unterschiedlich, hing aber in erster Linie von dem Endwert der Versagenswahrscheinlichkeit bzw. des Zuverlässigkeitsindex ab. In Tabelle 6.3 sind exemplarisch für den Durchlaufträger nach dem Ereignis Zuverlässigkeitsindex und Variationskoeffizient für die Straßenverkehrsvariante I aufgelistet, die Variationskoeffizienten der hier nicht dargestellten Fälle enthält Anhang VI.

Tabelle 6.3 Zuverlässigkeitsindex und Variationskoeffizient für den Durchlaufträger nach dem Ereignis für die Straßenverkehrsvariante I

Bedrohungsszenario		Biegung	Druckstrebenkraft	Querkraft	Pfeiler I	Pfeiler II
Referenzfall	$\beta$	5,70	10,37	6,58	11,14	7,13
	$\nu$	0,002	0,066	0,008	0,284	0,070
Schädigung Feldbereich	$\beta$	4,34	9,78	5,76	10,86	6,88
	$\nu$	0,002	0,048	0,002	0,241	0,056
Pfeilerausfall	$\beta$	2,63	7,95	3,32	7,28	3,71
	$\nu$	0,003	0,029	0,000	0,223	0,010
Schädigung Stütze	$\beta$	5,13	10,01	6,08	10,57	6,60
	$\nu$	0,002	0,056	0,004	0,189	0,048

Es wird schnell ersichtlich, dass für die maßgebenden Grenzzustände von Biegung und Querkraft der Variationskoeffizient sehr klein ist und die erforderliche Genauigkeit erbracht ist. Bei der maximal aufnehmbaren Druckkraft in der Betondruckstrebe und dem Widerstand der Pfeiler können teilweise auch größere Variationskoeffizienten beobachtet werden, diese haben jedoch aufgrund der geringen Versagenswahrscheinlichkeit nahezu keinen Einfluss auf die Zuverlässigkeit des Gesamtsystems. In Abbildung 6.4 sind Variationskoeffizient und Zuverlässigkeitsindex, geordnet nach den Grenzzuständen, für alle Bauwerke, Bedrohungsszenarien und Straßenverkehrsvarianten nochmals graphisch dargestellt.

Aus dem Diagramm wird ersichtlich, dass größere Varianzen nur bei den erwähnten Grenzzuständen und bei hohen Zuverlässigkeiten auftreten. Für die maßgebenden Grenzzustände von Biegung und Querkraft bleibt der Variationskoeffizient stets unter 8 % und liegt durchschnittlich lediglich um die 1 %. Dies kann durchaus als eine ausreichend genaue Schätzung der Tragwerkszuverlässigkeit betrachtet werden.

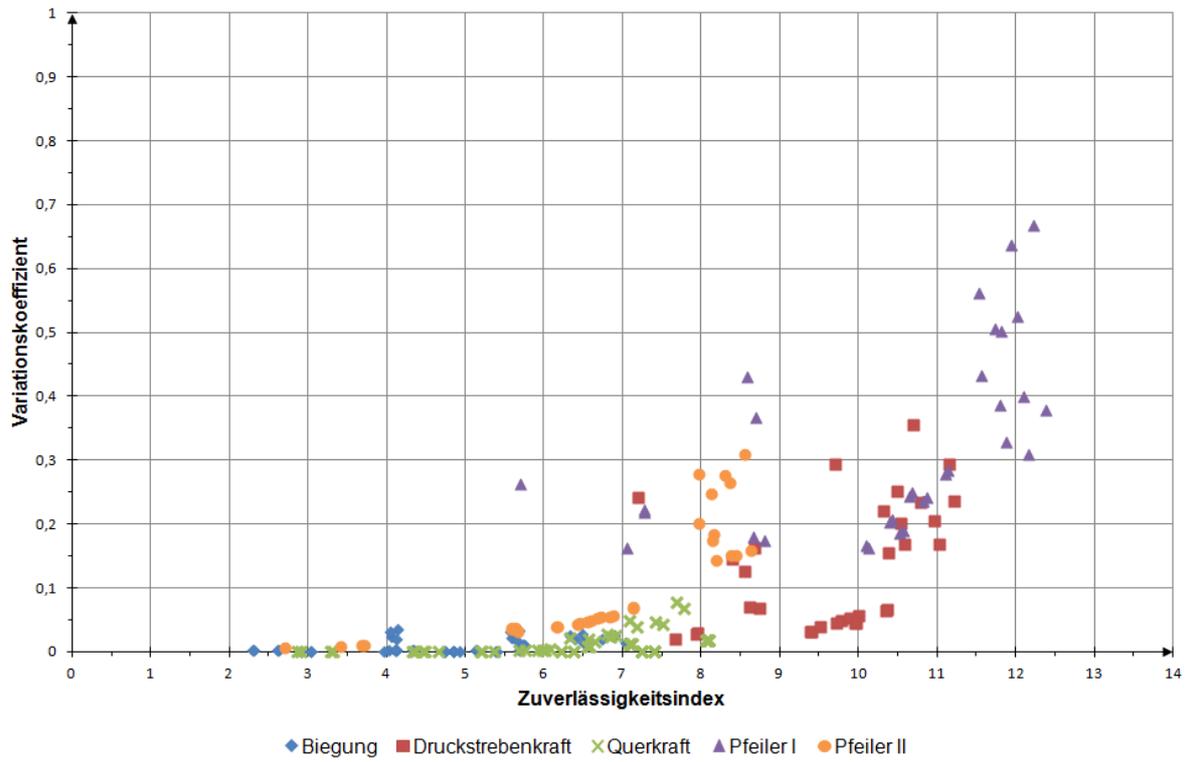


Abbildung 6.4 Zusammenhang zwischen Variationskoeffizient und Zuverlässigkeitsindex geordnet nach den untersuchten Grenzzuständen

### 6.2.3 Risikoanalyse

Die Monte-Carlo-Methode erlaubt eine umfangreiche Risikoanalyse der Bauwerke [83]. Es können nicht nur Versagenswahrscheinlichkeiten ermittelt werden, sondern auch die Auswirkungen des Bauwerksversagens ermessen werden. Für ein Brückenbauwerk können die Schadensauswirkungen im Wesentlichen durch die gefährdeten Menschenleben sowie dem potenziellen materiellen Schaden beschrieben werden. Beide hängen maßgebend davon ab, wie viele Fahrzeuge sich zum Zeitpunkt des Ereignisses auf der Brücke befanden. Aus der Verkehrssimulation wurde die Anzahl der PKW und LKW auf der Brücke für die einzelnen Simulationen stets aufgezeichnet. Aus diesen Daten konnte der Erwartungswert der betroffenen Fahrzeuge bei einem Bauwerkskollaps ermittelt werden. Hierbei wird auch berücksichtigt, dass eine größere Fahrzeugansammlung auf der Brücke größere Schnittgrößen erzeugt und somit die Zuverlässigkeit mindert. Um die Anzahl der Getöteten und das Schadensausmaß aus der Anzahl der betroffenen Fahrzeuge ermitteln zu können, wurden exemplarisch folgende Annahmen getroffen:

- in einem LKW sitzt lediglich der Fahrer des Fahrzeugs, der Wert des LKW mitsamt Ladung beträgt 100.000 €,
- in einem PKW sitzen durchschnittlich zwei Personen, der Wert des PKW beträgt 20.000 €,
- die Wiederherstellung des Einfeldträgers erfordert 500.000 € und
- die Reparatur des Durchlaufträgers verursacht Kosten in Höhe von 2.000.000 €.

Der Erwartungswert der Getöteten ergibt sich aus dem Erwartungswert der Fahrzeuge auf der Brücke, multipliziert mit der Anzahl der Insassen für den jeweiligen Fahrzeugtyp. Die Ermittlung des Schadensausmaßes verläuft analog, es werden jedoch noch die Reparaturkosten, multipliziert mit der Versagenswahrscheinlichkeit, addiert. Bei einem spezifischen Bauwerk im Bundesfernstraßennetz lassen sich zusätzlich die volkswirtschaftlichen Kosten aufgrund von den Behinderungen der Verkehrswege auf und unter der Brücke errechnen. Im Rahmen des Forschungsvorhabens SKRIBT wurden solche Untersuchungen vom Forschungspartner PTV Planung Transport Verkehr AG durchgeführt [1]. In der vorliegenden Arbeit liegt der Fokus jedoch auf den bautechnischen Aspekten der außergewöhnlichen Bedrohungsszenarien, deshalb wird auf die Betrachtung von Verkehr und Umfeld hier verzichtet. Es muss angemerkt werden, dass in der Regel diese volkswirtschaftlichen Folgekosten des Bauwerksausfalls die hier ermittelten unmittelbaren Schadensfolgen um ein vielfaches übertreffen. Trotzdem sind diese von besonderem Interesse, da sie für die Beteiligten große individuelle Verluste bedeuten, im Gegensatz zu den volkswirtschaftlichen Folgekosten, die auf eine Vielzahl von Verkehrsteilnehmern verteilt sind und somit für die einzelnen Personen akzeptabler erscheinen. Es ist ebenfalls nochmals zu betonen, dass die berechneten Erwartungswerte ohne die Berücksichtigung der Eintrittswahrscheinlichkeit der Ereignisse ermittelt wurden. Sie eignen sich somit also primär zum Vergleich, der unterschiedlichen Bedrohungsszenarien, Bauwerkstypen und Straßenverkehrsvarianten untereinander. Die Ergebnisse dieser bauwerkszentrischen Risikoanalyse sind in Tabelle 6.4 zusammengefasst. Eine Veranschaulichung dieser Ergebnisse liefert eine graphische, logarithmische Darstellung nach Abbildung 6.5.

Am Beispiel von den beiden Bedrohungsszenarien mit den größten negativen Auswirkungen können weitere Erkenntnisse aus der Risikoanalyse gewonnen werden. Diese sind nochmals in Abbildung 6.6 linear abgebildet.

Tabelle 6.4 Ergebnisse der Risikoanalyse

Straßenverkehrs- variante		Einfeldträger		Durchlaufträger		
		Schädigung Feldbereich	Schädigung Stütze	Schädigung Feldbereich	Pfeiler- ausfall	Schädigung Stütze
Verkehr I	$P_f$	$2 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-9}$	$6 \cdot 10^{-9}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-11}$
	LKW	$4 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-8}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-10}$
	PKW	$1 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-8}$	$2 \cdot 10^{-7}$	$8 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-9}$
	Getötete	$3 \cdot 10^{-4}$	$8 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-7}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-9}$
	Schaden	16 €	$4 \cdot 10^3$ €	$2 \cdot 10^2$ €	76 €	$2 \cdot 10^4$ €
Verkehr II	$P_f$	$2 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-10}$
	LKW	$4 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-7}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-9}$
	PKW	$2 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-9}$
	Getötete	$3 \cdot 10^{-4}$	$9 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-8}$
	Schaden	17 €	$4 \cdot 10^3$ €	$4 \cdot 10^2$ €	114 €	$8 \cdot 10^4$ €
Verkehr III	$P_f$	$2 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-9}$	$8 \cdot 10^{-9}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-11}$
	LKW	$4 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-8}$	$7 \cdot 10^{-8}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-10}$
	PKW	$1 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{-7}$	$8 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-9}$
	Getötete	$3 \cdot 10^{-4}$	$8 \cdot 10^{-8}$	$7 \cdot 10^{-7}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-9}$
	Schaden	16 €	$4 \cdot 10^3$ €	$3 \cdot 10^2$ €	82 €	$1 \cdot 10^4$ €
Verkehr IV	$P_f$	$2 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-10}$
	LKW	$4 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-7}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-9}$
	PKW	$2 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-9}$
	Getötete	$3 \cdot 10^{-4}$	$9 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-8}$
	Schaden	17 €	$4 \cdot 10^3$ €	$5 \cdot 10^2$ €	126 €	$4,70 \cdot 10^4$ €

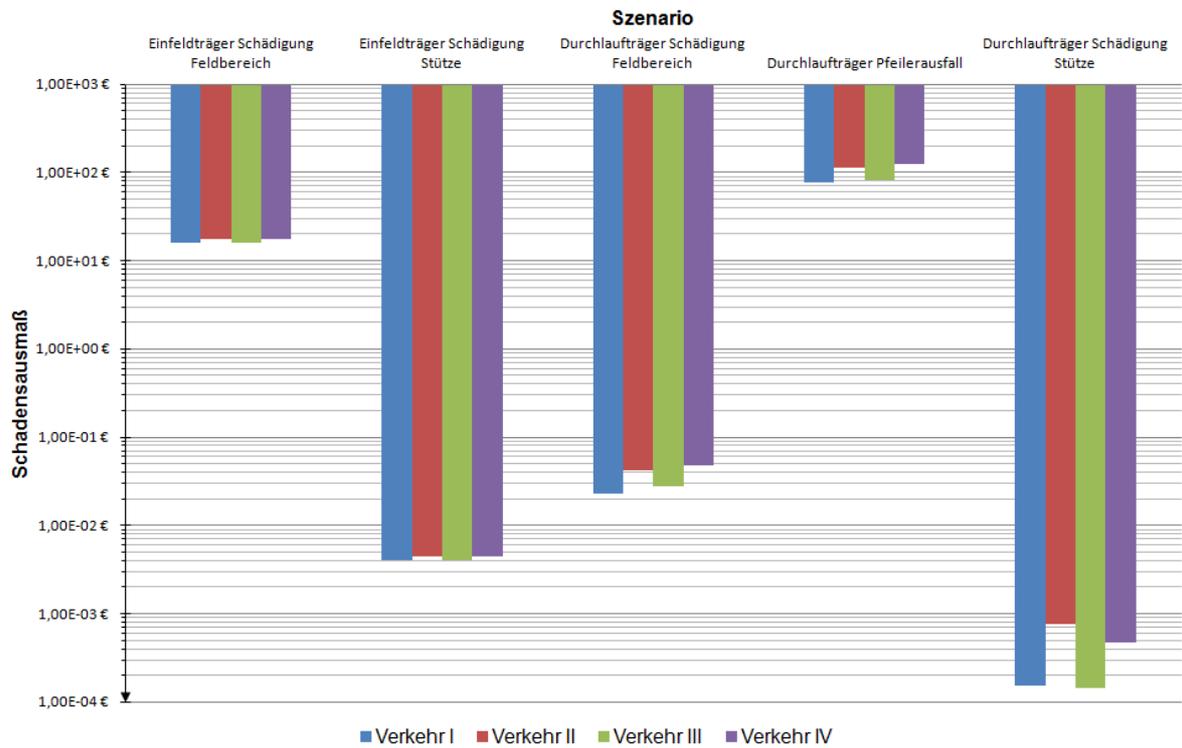
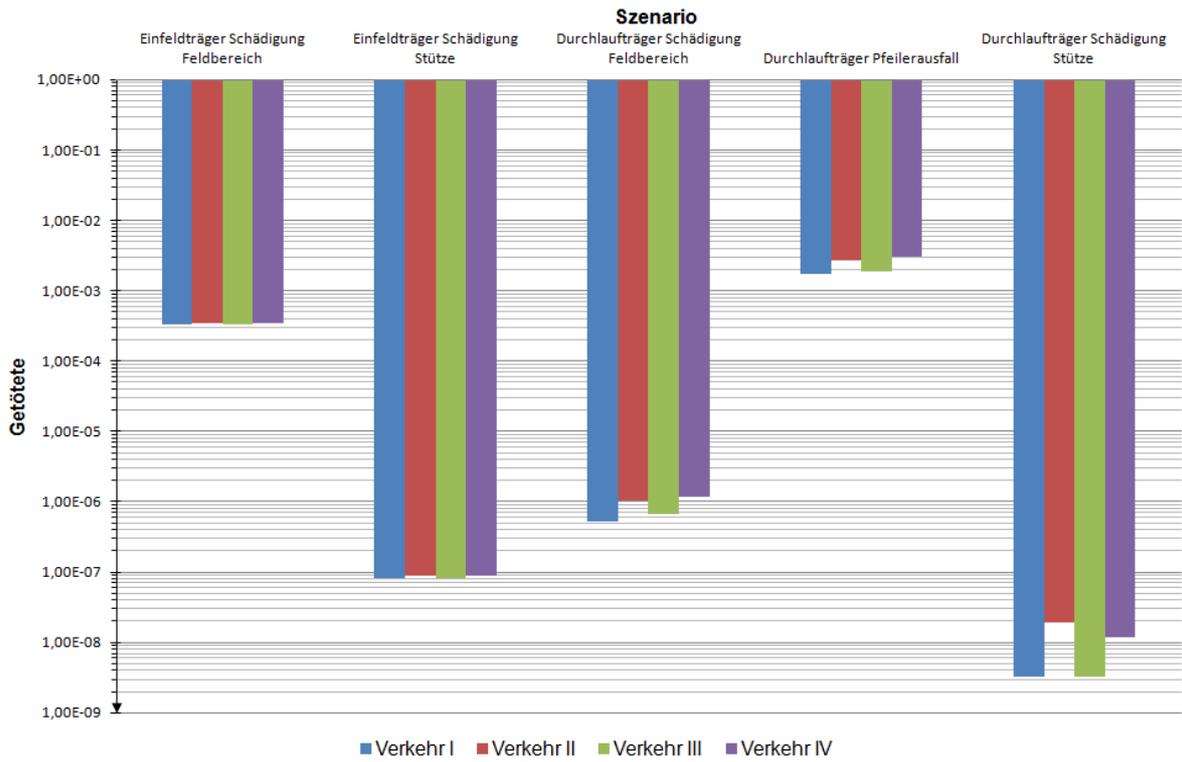


Abbildung 6.5 Logarithmische Darstellung des Erwartungswertes der Anzahl der Getöteten (oben) und des Schadensausmaßes (unten) für alle Bedrohungsszenarien

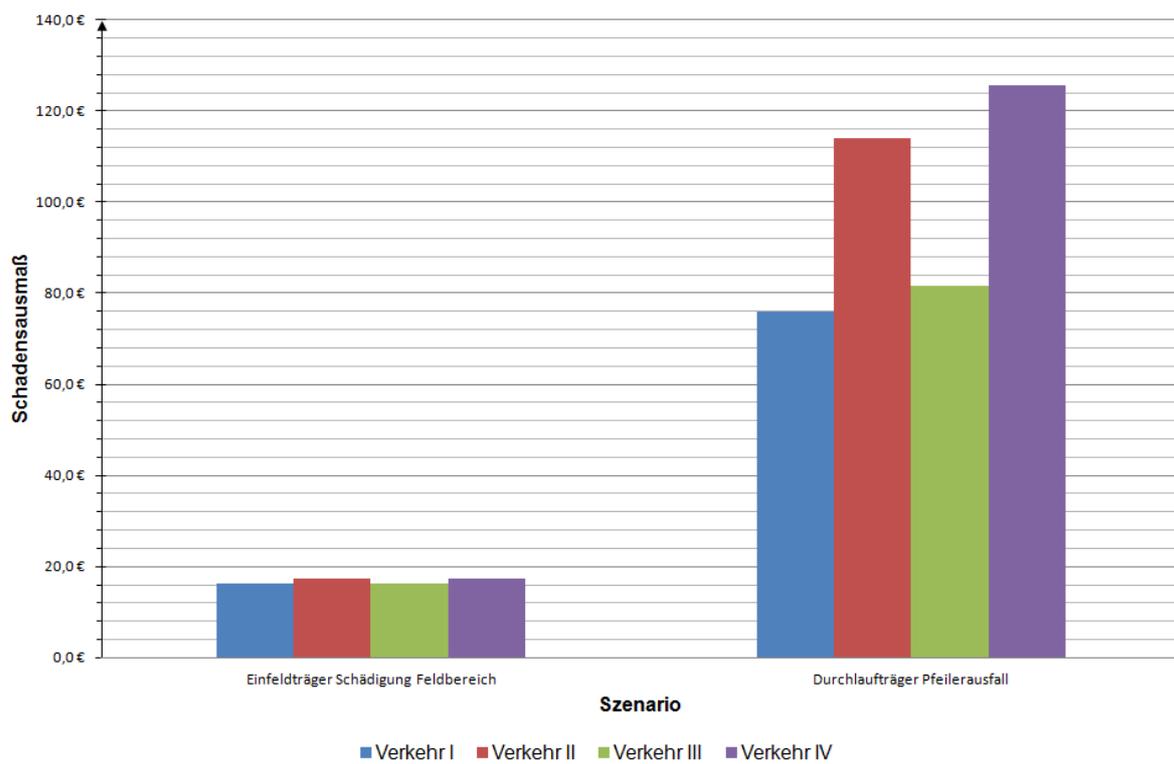
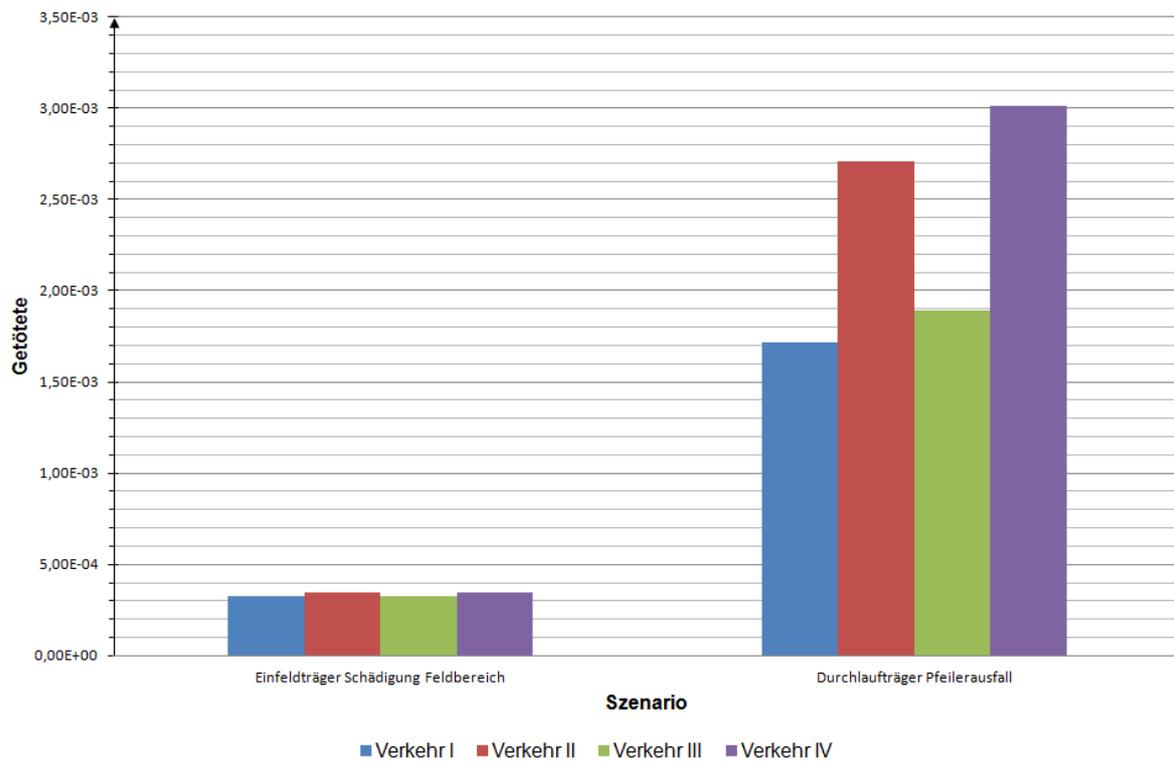


Abbildung 6.6 Lineare Darstellung des Erwartungswertes der Anzahl der Getöteten (oben) und des Schadensausmaßes (unten) für zwei Bedrohungsszenarien

Ein Vergleich der unterschiedlichen Straßenverkehrsvarianten zeigt, dass diese beim Einfeldträger nur geringfügig die Anzahl der betroffenen Menschenleben sowie den Schadensausmaß beeinflussen, beim Durchlaufträger hingegen sind erhebliche Differenzen festzustellen. Dies kann primär darauf zurückgeführt werden, dass der Einfeldträger über eine vergleichsweise kurze Spannweite verfügt und somit die Anzahl der Fahrzeuge auf der Brücke stark begrenzt und für alle Varianten nahezu gleich ist. Ein geringer Unterschied zeigt sich lediglich aufgrund des veränderten Gesamtgewichts des Sattelzuges (vgl. Abschnitt 4.2.5.8).

Es ist wichtig zu bemerken, dass obwohl die Versagenswahrscheinlichkeit für die beiden ausgesuchten Bedrohungsszenarien annähernd gleich groß ist (vgl. Tabelle 6.4), bei den Auswirkungen eine Differenz um eine Größenordnung erkennbar ist. Das Versagen des größeren, längeren Durchlaufträgers hat verständlicherweise größere Auswirkungen, als das des Einfeldträgers.

Die hier dargestellten Ergebnisse der Risikoanalyse können von Bauwerksbetreibern und Eigentümern herangezogen werden um wichtige ethische und wirtschaftliche Entscheidungen bezüglich des Einsatzes von Schutzmaßnahmen zu treffen. Setzen wir zum Beispiel voraus, dass seitens der Gesellschaft die Anforderung an Brücken besteht, dass bei Eintritt eines der beschriebenen Szenarien einmal in einem Jahr, die Sterbehäufigkeit der Bauwerksnutzer nicht maßgebend beeinflusst werden darf. Falls das Szenario einmal im Jahr eintritt, entspricht der Erwartungswert der Getöteten nach Tabelle 6.4 genau der zusätzlichen Sterbehäufigkeit der Bauwerksnutzer aufgrund des Ereignisses. Für die relative Sterbehäufigkeit von Autofahrern allgemein kann nach Tabelle 2.10 ein Wert von  $2,2 \cdot 10^{-4}$ /Jahr angesetzt werden (vgl. Abschnitt 2.7). Drei der fünf Szenarien unterschreiten diesen Wert um mindestens zwei Größenordnungen, haben also somit keinen wesentlichen negativen Einfluss. Bei den beiden bereits genauer untersuchten Szenarien, der Schädigung des Einfeldträgers im Feldbereich und dem Pfeilerausfall beim Durchlaufträger wird die Sterbehäufigkeit jedoch merkbar negativ beeinflusst. Dies deutet somit darauf hin, dass die Bauwerke bezogen auf diese Szenarien empfindlich sind und Maßnahmen zum Schutz vor diesen Szenarien erforderlich wären, um es wieder auszugleichen. Es ist anzumerken, dass nur der indirekte Einfluss einer kriminellen Handlung, also ein eventuelles Bauwerksversagen, auf die Bauwerksnutzer behandelt wurde. Natürlich kann eine kriminelle Handlung die Bauwerksnutzer auch direkt betreffen und dadurch die Sterbehäufigkeit stärker beeinflussen.

## **6.3 Ergebnisse der analytischen Näherung**

### **6.3.1 Ergebnisse für die Zuverlässigkeit**

Die analytische Näherung hatte im Wesentlichen zwei Ziele. Es sollte ein besseres Verständnis für die Zusammenhänge zwischen den Basisvariablen gefördert werden und untersucht werden, ob die Approximation der Stichprobe durch Verteilungsfunktionen eine akzeptable Näherung der Zuverlässigkeit ergibt. In Abbildung 6.7 werden die Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation mit der analytischen Näherung verglichen.

Es musste für die analytische Näherung zwischen den beiden Pfeilervarianten unterschieden werden. Das Diagramm zeigt, dass die analytische Näherung die aus der Monte-Carlo-Simulation ermittelte Zuverlässigkeit stets unterschätzt. Die Größe des Fehlers gestaltet sich für die verschiedenen Szenarien und Pfeilervarianten recht unterschiedlich. Der Grund hierfür liegt in der unterschiedlich genauen Näherung der verschiedenen Grenzzustände. Je nach dem welche Versagensart dominiert, wird eine relativ genaue oder weniger gute Schätzung erreicht. Dies wird durch die Ergebnisse in Tabelle 6.5 verdeutlicht, in dem die Fehler der Näherung getrennt für die einzelnen Grenzzustände aufgelistet sind.

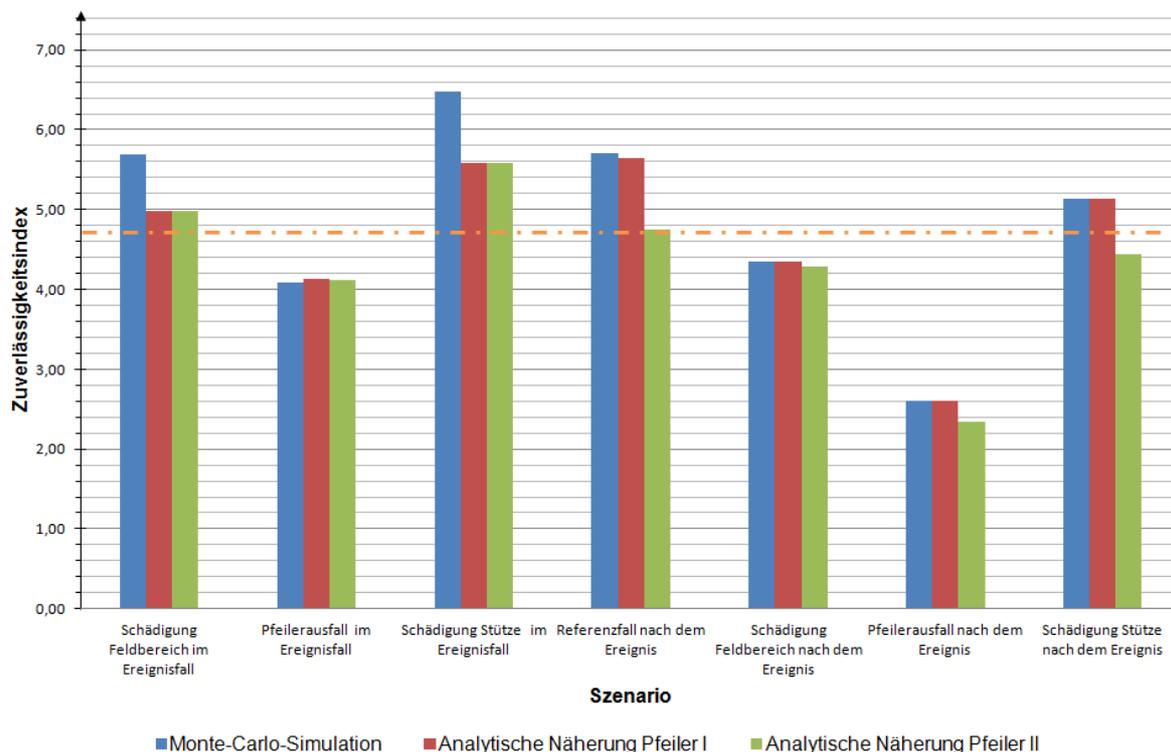


Abbildung 6.7 Vergleich der Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation und der analytischen Näherung

Tabelle 6.5 Abweichung der Ergebnisse der analytischen Näherung zu der Monte-Carlo-Simulation

Betrachtungszeitpunkt		Biegung	Druckstrebenkraft	Querkraft	Pfeiler I	Pfeiler II
Ereignisfall	Mittelwert	5,1 %	6,4 %	0,9 %	34,4 %	21,1 %
	Maximum	21,9 %	8,8 %	7,1 %	37,8 %	25,4 %
Nach dem Ereignis	Mittelwert	0,2 %	5,5 %	-2,2 %	33,3 %	20,0 %
	Maximum	1,5 %	8,2 %	16,4 %	38,1 %	25,5 %

Aus den Ergebnissen wird klar, dass bei den Grenzzuständen des Pfeilerwiderstandes bedeutende systematische Fehler in der Schätzung vorliegen. Dies kann in erster Linie darauf zurückgeführt werden, dass diese Schnittgrößen für die Betrachtung der aufnehmbaren Auflagerkraft nur vergleichsweise ungenau mit bekannten Verteilungsfunktionen genähert werden konnten (vgl. Abschnitt 5.5.3.9). Für die restlichen Grenzzustände stellen die Ergebnisse im Durchschnitt eine akzeptable Näherung dar. Die maximalen Abweichungen zeigen jedoch, einige Ausreißer auf. Es kann beobachtet werden, dass die analytische Näherung die Zuverlässigkeiten tendenziell unterschätzt und somit eine eher konservative Schätzung liefert.

### 6.3.2 Wichtungsfaktoren und Korrelationskoeffizienten

Es konnten auch die Wichtungsfaktoren für die Widerstands- und Einwirkungsseite gemäß Gleichung (53) ermittelt werden. Diese sind für Biegung, Querkraft und maximal aufnehmba-

re Kraft in der Betondruckstrebe in Tabelle 6.6 zusammengefasst. Da beim Grenzzustand der Pfeiler Einwirkungen und Widerstände nicht eindeutig getrennt waren, konnten hierfür die Wichtungsfaktoren nicht ermittelt werden (vgl. Abschnitt 5.2.4 ). Diese Ergebnisse sind in guter Übereinstimmung mit DIN EN 1990 [4], die für die Wichtungsfaktoren  $\alpha_R = 0,8$  und  $\alpha_E = -0,7$  vorgibt.

Tabelle 6.6 Wichtungsfaktoren aus der analytischen Näherung

Betrachtungszeitpunkt		Biegung	Druckstrebenkraft	Querkraft
Ereignisfall	$\alpha_R$	0,67	0,82	0,58
	$\alpha_E$	-0,73	-0,57	-0,81
Nach dem Ereignis	$\alpha_R$	0,78	0,85	0,69
	$\alpha_E$	-0,62	-0,52	-0,72

Im Rahmen der analytischen Näherung war es auch möglich die Kovarianzen zwischen den unterschiedlichen Grenzzuständen zu untersuchen. Besonders bei den Biegemomenten sind Kovarianzen von hoher Bedeutung, denn sie beeinflussen die Umlagerungsfähigkeit der Biegebeanspruchung (vgl. Abschnitt 5.6.2). In Tabelle 6.7 ist die Matrix der Korrelationskoeffizienten zwischen den untersuchten Querschnitten für den Absolutwert der Biegebeanspruchung im Referenzfall für Straßenverkehrsvariante I dargestellt. Es wird ersichtlich, dass es erkennbare Kovarianzen zwischen den Feld- und Stützmomenten im Überbau gibt.

Tabelle 6.7 Matrix der Korrelationskoeffizienten für die Biegebeanspruchung

	Feld 1	Stütze 1	Feld 2	Stütze 2	Feld 3	Stütze 3	Feld 4	Stütze 4	Feld 5
Feld 1	1,00	-0,53	0,67	-0,63	0,74	-0,63	0,75	-0,51	0,73
Stütze 1	-0,53	1,00	-0,51	0,62	-0,63	0,67	-0,63	0,56	-0,58
Feld 2	0,67	-0,51	1,00	-0,51	0,70	-0,67	0,82	-0,54	0,79
Stütze 2	-0,63	0,62	-0,51	1,00	-0,55	0,62	-0,68	0,60	-0,70
Feld 3	0,74	-0,63	0,70	-0,55	1,00	-0,48	0,72	-0,56	0,74
Stütze 3	-0,63	0,67	-0,67	0,62	-0,48	1,00	-0,59	0,54	-0,45
Feld 4	0,75	-0,63	0,82	-0,68	0,72	-0,59	1,00	-0,36	0,93
Stütze 4	-0,51	0,56	-0,54	0,60	-0,56	0,54	-0,36	1,00	-0,53
Feld 5	0,73	-0,58	0,79	-0,70	0,74	-0,45	0,93	-0,53	1,00

## 6.4 Ergebnisse der Traglastiteration

### 6.4.1 Ergebnisse für den Verkehrslastfaktor

Die Ermittlung des Verkehrslastfaktors erforderte einen um vielfaches geringeren Rechenaufwand als die Monte-Carlo-Simulation oder auch die analytische Näherung. Zudem konnte es mit den traditionellen Methoden der Tragwerksbemessung durchgeführt werden. Die Ergebnisse der Traglastiteration sind in Tabelle 6.8 für den Ereignisfall und in Tabelle 6.9 für die Betrachtung nach dem Ereignis zusammengefasst. Eine graphische Visualisierung der Ergebnisse bieten Abbildung 6.8 und Abbildung 6.9. In den Abbildungen ist der Verkehrslastfaktor  $\gamma_L = 1,0$  gelb markiert. Falls der Verkehrslastfaktor diesen Wert überschreitet, sind die Sicherheitsanforderungen der Normen erfüllt.

Tabelle 6.8 Ergebnisse der Traglastiteration im Ereignisfall

Bedrohungsszenario		Aktueller Verkehr	Zukünftiger Verkehr
Einfeldträger Schädigung Feldbereich	$\gamma_L$	4,67	3,16
Einfeldträger Schädigung Stütze	$\gamma_L$	8,14	5,56
Durchlaufträger Schädigung Feldbereich	$\gamma_L$	5,5	4,2
Durchlaufträger Pfeilerausfall	$\gamma_L$	2,4	1,7
Durchlaufträger Schädigung Stütze	$\gamma_L$	5,2	3,93

Tabelle 6.9 Ergebnisse der Traglastiteration für die Betrachtung nach dem Ereignis

Bedrohungsszenario		Aktueller Verkehr	Zukünftiger Verkehr
Einfeldträger Referenzfall	$\gamma_L$	1,5	1,14
Einfeldträger Schädigung Feldbereich	$\gamma_L$	0,0	0,0
Einfeldträger Schädigung Stütze	$\gamma_L$	1,05	0,8
Durchlaufträger Referenzfall	$\gamma_L$	1,39	1,14
Durchlaufträger Schädigung Feldbereich	$\gamma_L$	1,04	0,82
Durchlaufträger Pfeilerausfall	$\gamma_L$	0,0	0,0
Durchlaufträger Schädigung Stütze	$\gamma_L$	1,26	0,8

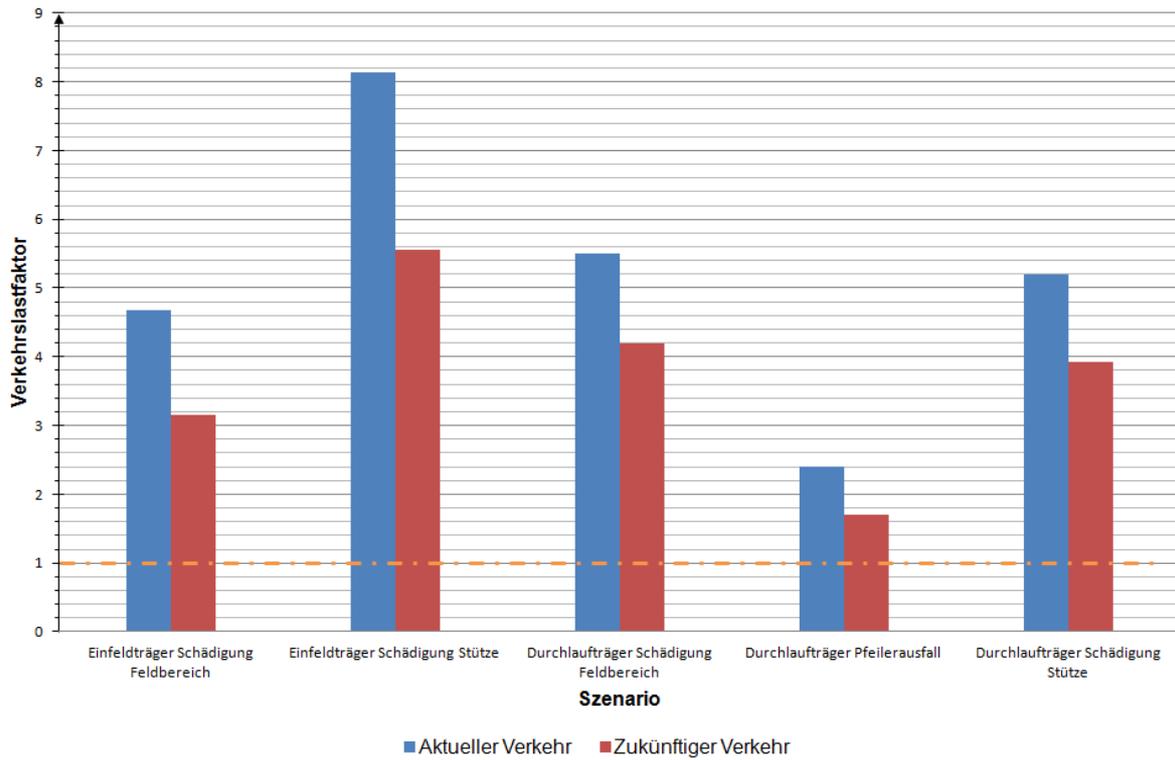


Abbildung 6.8 Vergleich der Straßenverkehrsvarianten und Bedrohungsszenarien anhand des Verkehrslastfaktors für den Ereignisfall

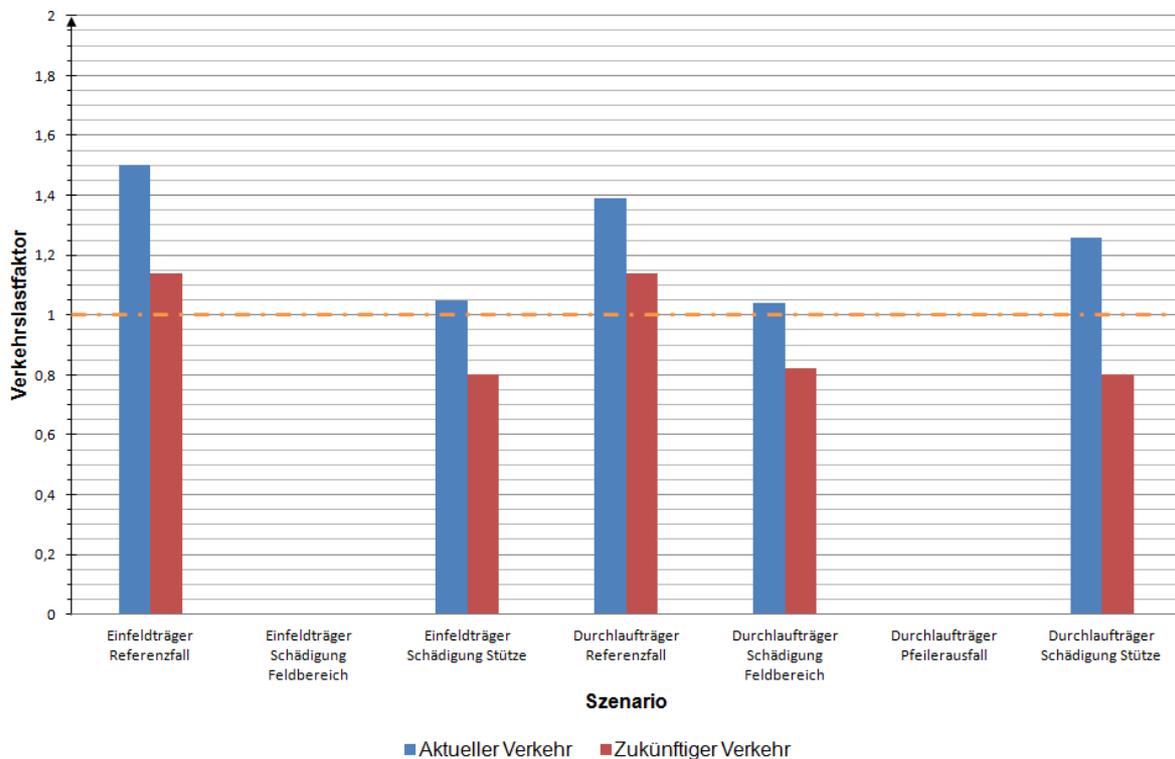


Abbildung 6.9 Vergleich der Straßenverkehrsvarianten und Bedrohungsszenarien anhand des Verkehrslastfaktors nach dem Ereignis

Bezogen auf den Ereignisfall liefert der Verkehrslastfaktor im Vergleich zu der Monte-Carlo-Simulation eine viel zu optimistische Einschätzung der Sicherheit. Dies ist, in Anbetracht der Tatsache, dass die hier untersuchten Bedrohungsszenarien nicht in der Norm geregelt sind, durchaus nachvollziehbar. Überhaupt sind die Lastmodelle der Regelwerke in erster Linie für die ständige und vorübergehende Bemessungssituation ausgelegt, die dann für die außergewöhnliche Bemessungssituation mittels Kombinationsbeiwerte abgemindert werden. Bei der Betrachtung nach dem Ereignis wurde die ständige und vorübergehende Bemessungssituation bei der Berechnung des Verkehrslastfaktors berücksichtigt (vgl. Abschnitt 5.7.2). Dem entsprechend kann hier ein hoher Übereinstimmungsgrad zwischen den Ergebnissen der Verkehrslastiteration und der Monte-Carlo-Simulation beobachtet werden. Für den Referenzfall ist hier ebenfalls die geforderte Zuverlässigkeit für beide Bauwerke erbracht. Die Szenarien der Schädigung des Einfeldträgers im Feldbereich und des Pfeilerausfalls beim Durchlaufträger sind auch hier eindeutig als kritisch mit Verkehrslastfaktor  $\gamma_L = 0,0$  einzustufen. Die restlichen drei Szenarien zeigen eine etwas reduzierte Sicherheit, der den Sollwert von  $\gamma_L = 1,0$  nur für die zukünftige Straßenverkehrsvariante unterschreitet.

### 6.4.2 Näherung des Zuverlässigkeitsindex mittels Verkehrslastfaktor

Die Übereinstimmung mit der Monte-Carlo-Simulation wird nochmals in Abbildung 6.10 verdeutlicht. Hier repräsentiert jeder Punkt eines der untersuchten Szenarien, die  $x$ -Koordinate ist der Zuverlässigkeitsindex, die  $y$ -Koordinate der Verkehrslastfaktor. Bezüglich der Straßenverkehrsvarianten wurde Straßenverkehrsvariante I mit dem aktuellen Verkehr und Straßenverkehrsvariante IV mit dem zukünftigen Verkehr verglichen. Die Ergebnisse für den Ereignisfall sind weit verstreut und zeigen eine geringe Korrelation, der empirische Korrelationskoeffizient beträgt hier lediglich  $\hat{\rho} = 0,56$  nach [84].

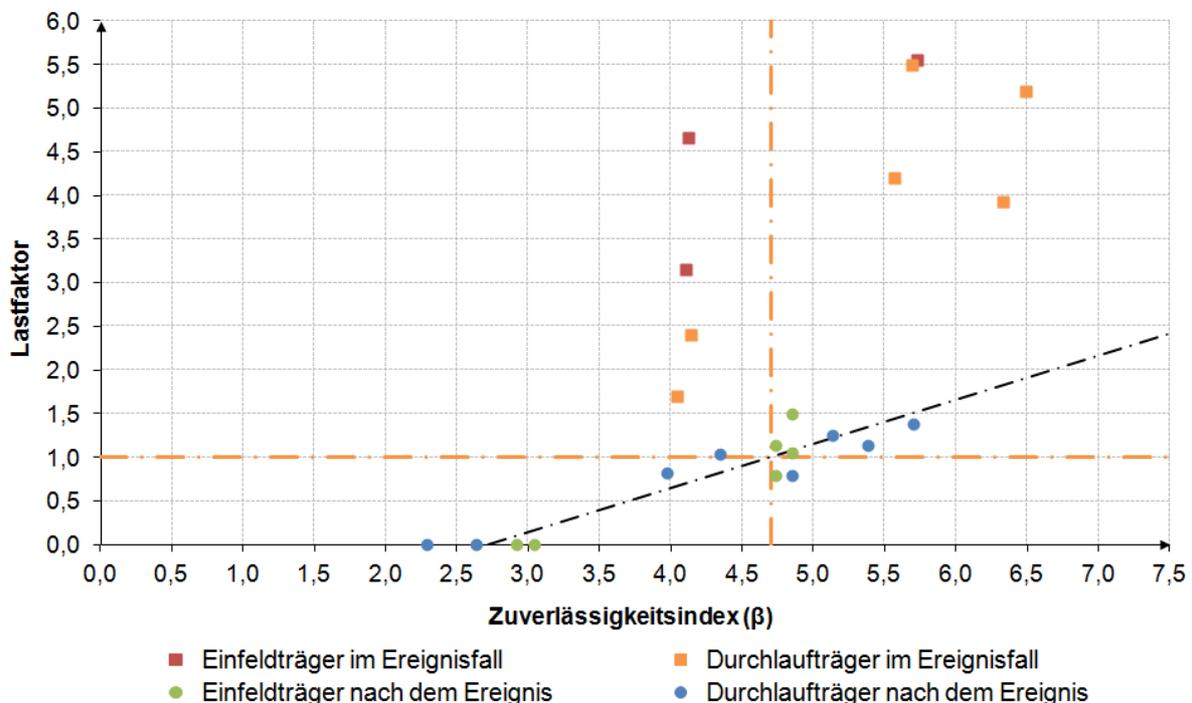


Abbildung 6.10 Vergleich der Ergebnisse der Traglastiteration und der Monte-Carlo-Simulation

Für die Ergebnisse nach dem Ereignis ist die Korrelation zwischen den beiden Kenngrößen klar erkennbar, der Korrelationskoeffizient errechnet sich zu  $\hat{\rho} = 0,86$ . Basierend auf dieser Korrelation, kann eine Schätzung aus dem Lastfaktor für den Zuverlässigkeitsindex erfolgen. Ein solcher Zusammenhang sollte für einen Verkehrslastfaktor  $\gamma_L = 1,0$  als Zuverlässigkeitsindex den Zielwert des Zuverlässigkeitsindex, also  $\beta = 4,7$  ergeben. Die beobachteten Stichprobenwerte sind mit diesem theoretischen Zusammenhang ebenfalls in Übereinstimmung. Mit der Methode der kleinsten Quadrate wurde die Gleichung der Geraden ermittelt, die den Punkt mit den Koordinaten  $\gamma_L = 1,0$  und  $\beta = 4,7$  beinhaltet und die kleinste Abweichung von den erbrachten Ergebnissen zeigt. Aus dieser speziellen linearer Regressionsanalyse ergab sich als Näherungsformel für den Zuverlässigkeitsindex:

$$\tilde{\beta} = 2,727 + 1,973 \cdot \gamma_L \quad (190)$$

Da allerdings dieser Zusammenhang auf einer beschränkten Stichprobe ruht, täuscht die Exaktheit der Faktoren eine nichtvorhandene Genauigkeit vor, deshalb wird eine vereinfachte Formulierung vorgeschlagen:

$$\tilde{\beta} = 2,7 + 2 \cdot \gamma_L \quad (191)$$

Der Zusammenhang nach Gleichung (191) ist in Abbildung 6.10 mit der schwarzen Strich-Punkt-Linie dargestellt. Um zu prüfen, inwiefern sich mit der Näherungsformel nach Gleichung (191) der Zuverlässigkeitsindex voraussagen lässt, können die Verkehrslastfaktoren aus Tabelle 6.9 in die Gleichung eingesetzt und mit den Ergebnissen der Monte-Carlo-Simulation verglichen werden. Das Resultat ist in Tabelle 6.10 zusammengestellt.

Der Verkehrslastfaktor liefert für die untersuchten Beispiele eine Schätzung des Zuverlässigkeitsindex mit maximalen Abweichungen von etwa 15 %. In Anbetracht der wesentlich einfacheren Berechnung ist dieser Fehler für eine erste Einschätzung der Zuverlässigkeit akzeptabel. Für den Verkehrslastfaktor  $\gamma_L = 0,0$  kann zwischen Zuverlässigkeiten  $\beta \leq 2,7$  mit der Näherungsformel nicht differenziert werden, solche geringen Zuverlässigkeiten sind im Bauwesen jedoch üblicherweise nicht ausreichend und sind allesamt als kritisch zu beurteilen.

Es ist zu beachten, dass die Näherungsformel eine Schätzung des Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  für den Betrachtungszeitraum von 1 Jahr liefert und diese Beziehung nicht auf andere Betrachtungszeiträume angewendet werden darf. Es ist ebenfalls zu berücksichtigen, dass dieser Zusammenhang speziell für die Beurteilung und Klassifizierung von außergewöhnlichen Bedrohungsszenarien entwickelt wurde und bei der Untersuchung keine Alterungsprozesse des Bauwerks einbezogen wurden. Die Gleichung sollte somit nicht bei der Beurteilung der Restlebensdauer von Tragwerken zum Einsatz kommen.

Tabelle 6.10 Vergleich der Ergebnisse der Näherungsformel und der Monte-Carlo-Simulation für die Betrachtung nach dem Ereignis

Bedrohungs-szenario	Verkehr I / Verkehr Aktuell				Verkehr IV / Verkehr Zukünftig			
	$\gamma_L$	$\tilde{\beta}$	$\beta$	$\Delta$	$\gamma_L$	$\tilde{\beta}$	$\beta$	$\Delta$
Einfeldträger Referenzfall	1,5	5,7	4,85	14,9 %	1,14	4,98	4,73	4,9 %
Einfeldträger Schädigung Feldbereich	0,0	2,7	3,04	-12,6 %	0,0	2,7	2,92	-8,0 %
Einfeldträger Schädigung Stütze	1,05	4,8	4,85	-1,1 %	0,8	4,3	4,73	-10,1 %
Durchlaufträger Referenzfall	1,39	5,48	5,70	-4,1 %	1,14	4,98	5,38	-8,1 %
Durchlaufträger Schädigung Feldbereich	1,04	4,78	4,34	9,1 %	0,82	4,34	3,97	8,5 %
Durchlaufträger Pfeilerausfall	1,26	5,22	5,13	1,7 %	0,8	4,3	4,84	-12,6 %
Durchlaufträger Schädigung Stütze	0,0	2,7	2,6	3,7 %	0,0	2,7	2,23	17,4 %

## 6.5 Berücksichtigung der nichtlinearen Tragwerksreserven

### 6.5.1 Ergebnisse für die Zuverlässigkeit

Ein Ziel der Arbeit war, es die nichtlinearen Tragwerksreserven statisch unbestimmter Systeme zu quantifizieren. In Abschnitt 5.6 wurde eine Vorgehensweise geschildert, mit der diese Reserven durch eine Näherung der Biegebeanspruchung und der Biegetragfähigkeit, bei Berücksichtigung der Korrelation benachbarter Querschnitte, durch Normalverteilungen abgeschätzt werden können. Die Ergebnisse dieser Berechnung sind für den Ereignisfall sowie für die Betrachtung nach dem Ereignis in Tabelle 6.1 und Tabelle 6.2 für Pfeilervariante II zusammengestellt.

Tabelle 6.11 Ergebnisse der Näherung des Zuverlässigkeitsindex bei Berücksichtigung nichtlinearer Tragwerksreserven im Ereignisfall

Bedrohungsszenario		Verkehr I	Verkehr II	Verkehr III	Verkehr IV
Durchlaufträger Schädigung Feldbereich	$\dot{\beta}$	6,29	6,26	6,28	6,25
	$\dot{P}_f$	$1,62 \cdot 10^{-10}$	$1,89 \cdot 10^{-10}$	$1,72 \cdot 10^{-10}$	$2,04 \cdot 10^{-10}$
Durchlaufträger Pfeilerausfall	$\dot{\beta}$	4,48	4,36	4,45	4,34
	$\dot{P}_f$	$3,72 \cdot 10^{-6}$	$6,43 \cdot 10^{-6}$	$4,27 \cdot 10^{-6}$	$7,24 \cdot 10^{-6}$
Durchlaufträger Schädigung Stütze	$\dot{\beta}$	6,51	6,26	6,52	6,36
	$\dot{P}_f$	$3,83 \cdot 10^{-11}$	$1,87 \cdot 10^{-10}$	$3,62 \cdot 10^{-11}$	$1,00 \cdot 10^{-10}$

Tabelle 6.12 Ergebnisse der Näherung des Zuverlässigkeitsindex bei Berücksichtigung nichtlinearer Tragwerksreserven für die Betrachtung nach dem Ereignis

Bedrohungsszenario		Verkehr I	Verkehr II	Verkehr III	Verkehr IV
Durchlaufträger Referenzfall	$\dot{\beta}$	5,70	5,40	5,69	5,38
	$\dot{P}_f$	$5,90 \cdot 10^{-9}$	$3,41 \cdot 10^{-8}$	$6,49 \cdot 10^{-9}$	$3,75 \cdot 10^{-8}$
Durchlaufträger Schädigung Feldbereich	$\dot{\beta}$	5,41	5,11	5,38	5,11
	$\dot{P}_f$	$3,13 \cdot 10^{-8}$	$1,62 \cdot 10^{-7}$	$3,77 \cdot 10^{-8}$	$1,63 \cdot 10^{-7}$
Durchlaufträger Pfeilerausfall	$\dot{\beta}$	3,26	2,55	3,23	2,86
	$\dot{P}_f$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$5,42 \cdot 10^{-3}$	$6,08 \cdot 10^{-4}$	$2,13 \cdot 10^{-3}$
Durchlaufträger Schädigung Stütze	$\dot{\beta}$	5,18	4,64	5,17	4,95
	$\dot{P}_f$	$1,10 \cdot 10^{-7}$	$1,78 \cdot 10^{-6}$	$1,15 \cdot 10^{-7}$	$3,78 \cdot 10^{-7}$

Einen graphischen Vergleich der Ergebnisse mit den Zuverlässigkeiten aus der Monte-Carlo-Simulation nach Tabelle 6.1 und Tabelle 6.2 bietet für die Straßenverkehrsvariante I Abbildung 6.11. Aus den Ergebnissen wird ersichtlich, dass nicht für alle Szenarien eine Erhöhung des Zuverlässigkeitsindex nachgewiesen werden kann. Dies kann im Wesentlichen auf zwei Ursachen zurückgeführt werden. Einerseits hat eine Umlagerung der Biegebeanspruchung nur dann einen entscheidenden Einfluss auf die Zuverlässigkeit, wenn dies der dominante Grenzzustand ist, der zum Versagen führt. Die zweite Ursache ist die etwas konservative Abschätzung der Zuverlässigkeit im Grenzzustand der Biegung durch die Näherung mit der Normalverteilung. In den meisten Fällen, besonders für die Bedrohungsszenarien mit großer Schädigung, kann jedoch eine Zunahme der Zuverlässigkeit beobachtet werden.

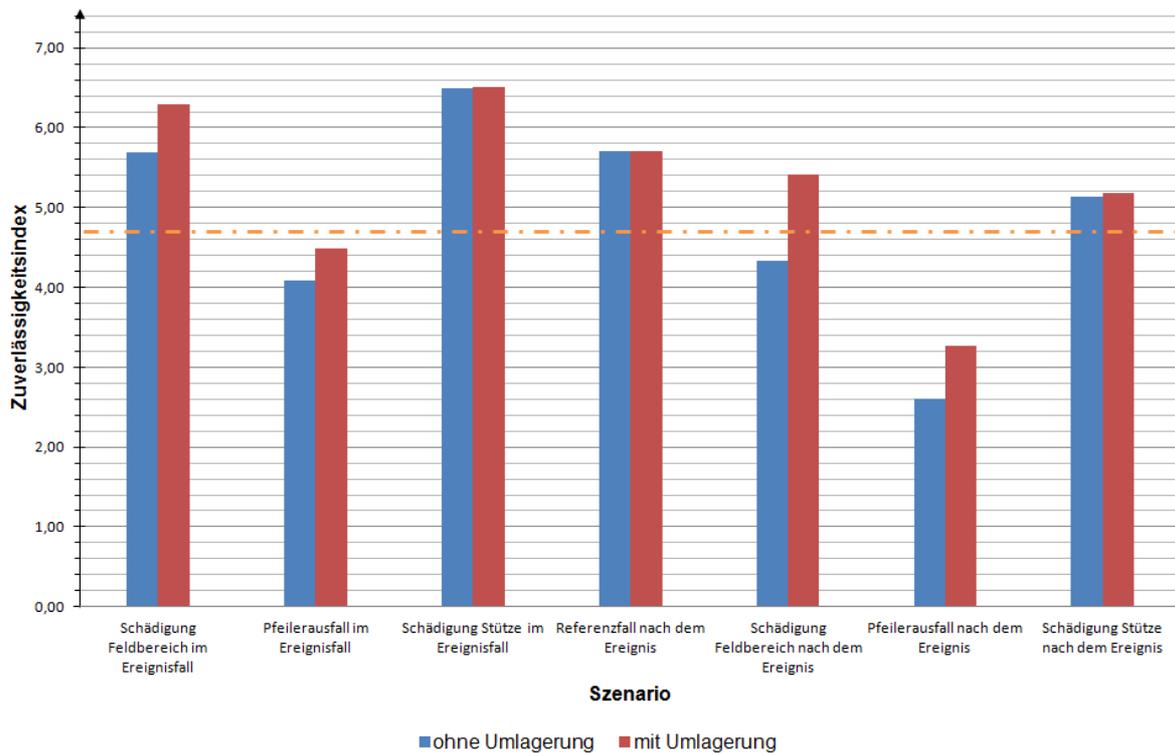


Abbildung 6.11 Vergleich der Ergebnisse der Näherung des Zuverlässigkeitsindex bei Berücksichtigung nichtlinearer Tragwerksreserven und der Monte-Carlo-Simulation

## 6.5.2 Ergebnisse für den Verkehrslastfaktor

Die nichtlinearen Tragwerksreserven statisch unbestimmter Systeme lassen sich auch mit dem Verkehrslastfaktor beschreiben. Hierzu wurde der Verkehrslastfaktor zwar ebenfalls gemäß der Definition in Abschnitt 5.7.2 ermittelt, die Berechnung erfolgte jedoch im Gegensatz zum ersten Berechnungsdurchlauf diesmal mit Berücksichtigung der Momenten-Krümmungs-Beziehung des vorgespannten Betonquerschnitts. Die so ermittelten Verkehrslastfaktoren sind für den Ereignisfall in Tabelle 6.13, für die Betrachtung nach dem Ereignis in Tabelle 6.14 dargestellt.

Diese Ergebnisse werden in Abbildung 6.12 nochmals graphisch repräsentiert und den Verkehrslastfaktoren aus der linearen Berechnung gegenübergestellt. Der Vergleich zeigt, dass in Analogie zum Zuverlässigkeitsindex, nur eine mäßige Steigerung des Verkehrslastfaktors durch die nichtlineare Schnittgrößenermittlung ermöglicht wird (vgl. Abschnitt 6.5.1). Der Grund hierfür liegt auch beim Verkehrslastfaktor darin, dass der Grenzzustand der Querkraft

die maximal aufnehmbare Verkehrslast dominiert. Dieser wird von der nichtlinearen Berechnung nur geringfügig beeinflusst. Betrachtet man nur den Grenzzustand der Biegung, so lässt sich eine erhebliche Steigerung des Verkehrslastfaktors nachweisen, dies ist für die Betrachtung nach dem Ereignis in Abbildung 6.13 dargestellt.

Tabelle 6.13 Ergebnisse der nichtlinearen Traglastiteration im Ereignisfall

Bedrohungsszenario		Aktueller Verkehr	Zukünftiger Verkehr
Durchlaufträger Schädigung Feldbereich	$\dot{\gamma}_L$	5,6	4,2
Durchlaufträger Pfeilerausfall	$\dot{\gamma}_L$	2,9	1,8
Durchlaufträger Schädigung Stütze	$\dot{\gamma}_L$	5,6	4,2

Tabelle 6.14 Ergebnisse der nichtlinearen Traglastiteration für die Betrachtung nach dem Ereignis

Bedrohungsszenario		Aktueller Verkehr	Zukünftiger Verkehr
Durchlaufträger Referenzfall	$\dot{\gamma}_L$	1,4	1,2
Durchlaufträger Schädigung Feldbereich	$\dot{\gamma}_L$	1,1	0,9
Durchlaufträger Pfeilerausfall	$\dot{\gamma}_L$	0,0	0,0
Durchlaufträger Schädigung Stütze	$\dot{\gamma}_L$	1,2	1,0

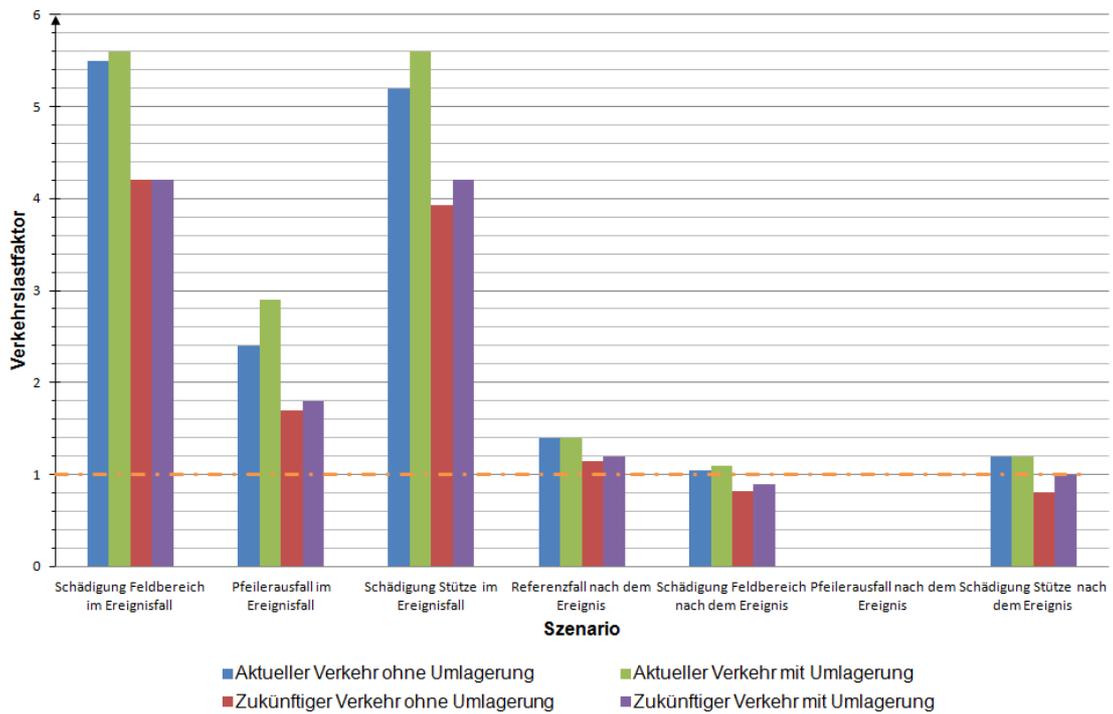


Abbildung 6.12 Vergleich der Ergebnisse der Traglastiteration mit und ohne Berücksichtigung der nichtlinearen Tragwerksreserven

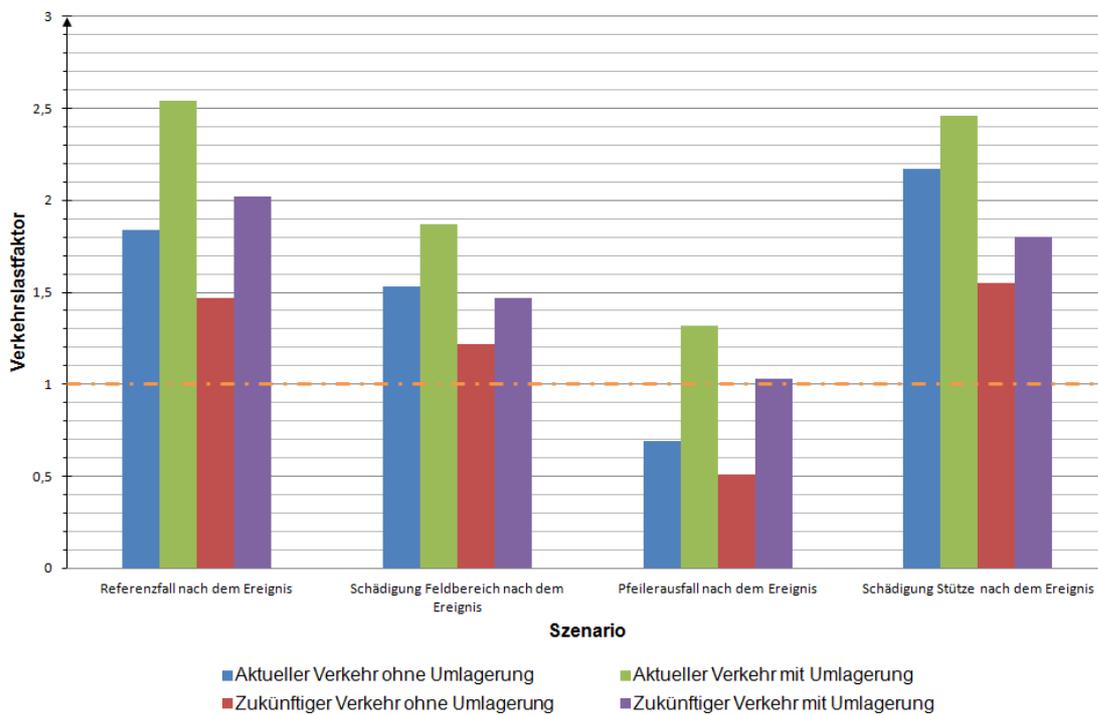


Abbildung 6.13 Vergleich der Ergebnisse der Traglastiteration für Biegung mit und ohne Berücksichtigung der nichtlinearen Tragwerksreserven für die Betrachtung nach dem Ereignis

## 7 Zusammenfassung und Ausblick

### 7.1 Zusammenfassung

Im Rahmen des Verbundprojektes "Schutz kritischer Brücken und Tunnel im Zuge von Straßen (SKRIBT)" war es das Ziel, für kritische Elemente der Straßenverkehrsinfrastruktur, wie Brücken- und Tunnelbauwerke, mögliche Bedrohungen zu identifizieren, deren Auswirkungen auf die Bauwerke zu bestimmen und Schutzmaßnahmen zu entwickeln. Im Forschungsprojekt wurden hierbei die Tragwerkssicherheit und die Auswirkungen auf die Nutzer des Bauwerks sowie auf die Verkehrsinfrastruktur betrachtet. Eine wichtige Teilaufgabe war somit die Beurteilung der Kritikalität von Brückenbauwerken bezogen auf Bedrohungsszenarien, das den Gegenstand der vorliegenden Arbeit bildet. Im Fokus der Untersuchungen standen hierbei Massivbrücken, die mehr als 80 % der Bauwerke im Bundesfernstraßennetz darstellen. Als eine geeignete Bewertungsgröße der Kritikalität von Tragwerken definieren die gültigen Regelwerke den Zuverlässigkeitsindex. Daher galt es eine Methode zu entwickeln, mit der die Bauwerkszuverlässigkeit von Massivbrücken für außergewöhnliche Beanspruchungen annähern ermittelt werden konnte. Diese Methodik sollte einen quantitativen Vergleich der verschiedenen außergewöhnlichen Beanspruchungen und Bauwerke ermöglichen, sowie in der Lage sein, die zusätzlichen nichtlinearen Reserven von statisch unbestimmten Systemen abzuschätzen. Die Ergebnisse sollten zudem genutzt werden können, um eine vereinfachte Näherung der Tragwerkszuverlässigkeit zu definieren und zu kalibrieren.

Nach ausgedehnter Literaturrecherche wurden die erforderlichen Basisvariablen, die als Grundlage der Ermittlung der Tragwerkszuverlässigkeit dienen, identifiziert und mit probabilistischen Modellen hinterlegt. Bei den Einwirkungen aus Straßenverkehr war hierfür die Berücksichtigung eines komplexen Verkehrsmodells erforderlich, dass die realistische Generierung von Verkehrssituationen auf den untersuchten Bauwerken ermöglichte. Es wurden hierbei vier Straßenverkehrsvarianten unterschieden, eine die den gegenwärtigen Verkehr im deutschen Bundesfernstraßennetz abbildet und drei weitere, die prognostizierte Veränderungen der Fahrzeuganzahl und Verkehrszusammensetzung berücksichtigen. Die Zuverlässigkeitsanalyse wurde am Beispiel eines Platten- und eines Balkentragwerks durchgeführt. Insgesamt wurden fünf Bedrohungsszenarien sowie für jedes Bauwerk als Referenzszenario das ungeschädigte Tragwerk untersucht. Es wurde bezogen auf die Bedrohungsszenarien zwischen zwei Betrachtungszeitpunkten unterschieden. Die Betrachtung für den Ereignisfall entsprach der Situation in dem Moment, als die Schädigung aus dem Bedrohungsszenario auftritt. Es wurden hier die zeitlich veränderlichen Einwirkungen zu einem zufälligen Zeitpunkt in der Lebensspanne des Bauwerks berücksichtigt. Die Betrachtung nach dem Ereignis entsprach dem hypothetischen Fall, dass die Brücke nach der Schädigung nicht instandgesetzt werden würde. Daher wurde der Maximalwert aus der Superposition von den zeitlich veränderlichen Einwirkungen im Betrachtungszeitraum von einem Jahr angesetzt.

Bei der Zuverlässigkeitsanalyse stellte die Berücksichtigung und Kombination von zeitlich veränderlichen Einwirkungen eine besondere Herausforderung dar. Im Rahmen der Arbeit konnten die zwei meist verbreiteten Modelle der Superposition von Lastprozessen, nämlich die Turkstra'sche Regel sowie das Ferry Borges-Castanheta Modell gegenübergestellt werden. Für das untersuchte Beispiel ergab die Turkstra'sche Regel statistisch gesehen eine gute Näherung der Ergebnisse des Ferry Borges-Castanheta Modells. Es zeigte sich jedoch auch, dass sie im Einzelfall die Einwirkungen etwas unterschätzen kann. Eine weitere aufschlussreiche Erkenntnis der Arbeit bezieht sich auf die Zuverlässigkeit von Systemen, bei denen ein Versagen nach mehreren Grenzzuständen, zwischen denen Korrelationen bestehen, erfolgen kann. Im Bauwesen kommen üblicherweise hohe Zuverlässigkeiten, geringe Korrelationsko-

effizienten und erhebliche Unterschiede zwischen den Versagenswahrscheinlichkeiten der einzelnen Grenzzustände vor. Die durchgeführten Parameterstudien ergaben, dass bei diesen Konditionen für Seriensysteme eine Vernachlässigung der Korrelation eine gute Näherung ergibt. Im Gegensatz hierzu zeigte sich, dass für Parallelsysteme die übliche Näherung in den baupraktisch relevanten Fällen meist in eine nicht zu vernachlässigende Unterschätzung der Systemzuverlässigkeit resultiert.

Die Zuverlässigkeit der Tragwerke wurde mit mehreren unterschiedlichen Methoden untersucht, die jedoch teilweise in engem Zusammenhang stehen und in gewissem Maße aufeinander aufbauen. Eine schematische Darstellung der Vorgehensweise und der Zusammenhänge zwischen den Arbeitsschritten bietet Abbildung 7.1.

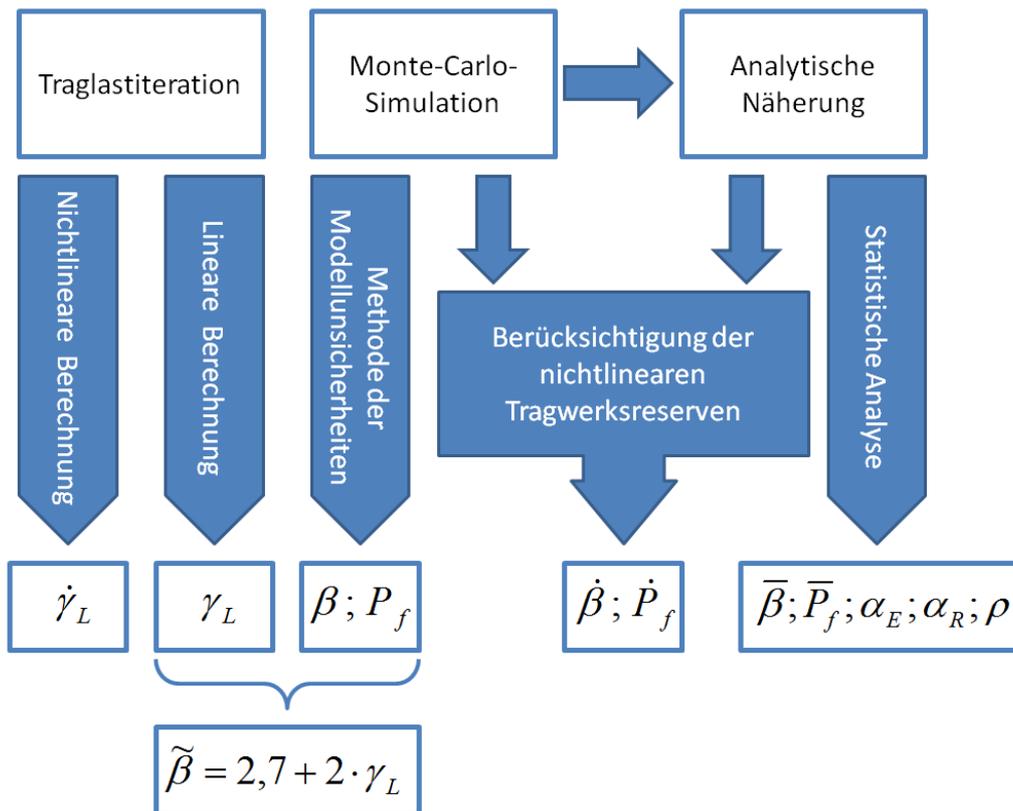


Abbildung 7.1 Schematische Darstellung der Vorgehensweise und der Zusammenhänge zwischen den Arbeitsschritten

Den Kern der Zuverlässigkeitsanalyse bildete die Monte-Carlo-Simulation. Es wurden auf Grundlage der probabilistischen Modelle für die Basisvariablen Realisierungen dieser Parameter generiert und hieraus mittels automatisierter Berechnungsverfahren eine Stichprobe der Tragfähigkeiten sowie der Beanspruchungen erzeugt. Die Näherung der operativen Versagenswahrscheinlichkeit des Tragwerks erfolgte mittels einer neuartigen varianzreduzierenden Technik, die sich an die Importanzstichprobenauswahl anlehnt. Bei dieser Methode wurde für jedes Wertepaar der Stichprobe, bestehend aus Tragfähigkeit und Beanspruchung, analytisch die Wahrscheinlichkeit ermittelt, dass nach Multiplikation mit den Modellunsicherheitsfaktoren ein Versagen eintritt. Der empirische Mittelwert dieser Wahrscheinlichkeiten lieferte eine Näherung der Versagenswahrscheinlichkeit. Der Zuverlässigkeitsindex ließ sich anschließend nach den Zusammenhängen der Zuverlässigkeitstheorie von Tragwerken aus der operativen Versagenswahrscheinlichkeit ermitteln. Eine alternative Vorgehensweise bot sich in der analytischen Näherung der Stichprobenwerte, diesmal mit Berücksichtigung

der Modellunsicherheitsfaktoren, durch bekannte Verteilungsfunktionen. Mit dieser vereinfachten Vorgehensweise konnte bezogen auf die Zuverlässigkeit zwar nicht für alle Grenzzustände die Genauigkeit der Methode der Modellunsicherheiten erreicht werden, es konnten jedoch mittels statistischer Analyse Korrelationsfaktoren und Wichtungsfaktoren geschätzt werden. Die Kombination der beiden Methoden erlaubte schließlich eine Abschätzung des Zuverlässigkeitsindex bei Berücksichtigung der nichtlinearen Tragwerksreserven von statisch unbestimmten Systemen, mit Beachtung der Korrelation zwischen den Schnittgrößen benachbarter Querschnitte.

Die Überprüfung der Genauigkeit der Methode der Modellunsicherheiten anhand der Varianz der Schätzung zeigte, dass für die dominanten Grenzzustände von Biegung und Querkraft das Verfahren eine gute Näherung ergibt. Eine bedeutende Varianz konnte nur bei Grenzzuständen mit äußerst hohen Zuverlässigkeiten, insbesondere bei der Betrachtung der Pfeiler, beobachtet werden. Diese sind jedoch für die Tragwerkszuverlässigkeit insgesamt nicht relevant.

Um eine einfachere Beurteilung der Kritikalität von Brückenbauwerken ohne aufwendigen Monte-Carlo-Simulationen zu ermöglichen, wurde eine alternative Bewertungsgröße der Sicherheit von Brücken eingeführt und analysiert. Der Verkehrslastfaktor einer Straßenbrücke wurde definiert als der maximale Faktor, mit dem, bei Berücksichtigung der in der Norm gegebenen Teilsicherheitsbeiwerte und Kombinationsbeiwerte, die Einwirkungen aus Straßenverkehr multipliziert werden können, sodass die Grenzzustandsgleichung noch erfüllt ist. Parallel zu der Zuverlässigkeitsanalyse wurden für die untersuchten Bauwerke und Bedrohungsszenarien auch die entsprechenden Verkehrslastfaktoren ermittelt. Ein Vergleich der beiden Indikatoren ergab für die Betrachtung nach dem Ereignis eine gute Übereinstimmung in den Ergebnissen. Auf der Grundlage dieser Korrelation konnte eine Näherungsformel für den Zuverlässigkeitsindex auf Basis des Verkehrslastfaktors entwickelt werden.

Die Ergebnisse der Zuverlässigkeitsanalyse belegen die Eignung des Zuverlässigkeitsindex als Maß der Kritikalität von Brückenbauwerken bei außergewöhnlichen Bedrohungen. Mit Hilfe dieses Indikators konnten verschiedene Brückenbauwerke, Bedrohungsszenarien, Straßenverkehrsvarianten und Betrachtungszeitpunkte erfolgreich verglichen und beurteilt werden. Bei dem Vergleich der Straßenverkehrsvarianten zeigte sich, dass eine Zunahme im durchschnittlichen täglichen Verkehr einen geringeren negativen Einfluss auf die Zuverlässigkeit hat, als eine Erhöhung der Achslasten von Fahrzeugen. Die Verkehrssimulationen lieferten auch einen Erwartungswert der Fahrzeuganzahl auf der Brücke für die einzelnen Szenarien. Zusammen mit der Versagenswahrscheinlichkeit ermöglichte dies eine exemplarische Risikoanalyse der Bedrohungsszenarien und es wurde aufgezeigt wie diese Ergebnisse von Bauwerksbetreibern und Eigentümern für wichtige ethische und wirtschaftliche Entscheidungen herangezogen werden können.

Die Auswirkung der Berücksichtigung von nichtlinearen Tragwerksreserven auf die Tragwerkszuverlässigkeit wurde am Beispiel eines Durchlaufträgers mittels Zuverlässigkeitsindex und Traglastfaktor untersucht. Es konnte nur eine mäßige Steigerung der Zuverlässigkeit nachgewiesen werden. Dies ist primär darauf zurückzuführen, dass in diesem Fall der Grenzzustand der Querkrafttragfähigkeit die Zuverlässigkeit bestimmt.

## 7.2 Ausblick

Die in der Einführung vorgestellten Zielsetzungen der Arbeit konnten erfüllt werden, die Ergebnisse werfen jedoch zahlreiche interessante neue Fragestellungen und Aufgaben auf.

Die Untersuchungen zu der Systemzuverlässigkeit bei korrelierten Grenzzuständen ergaben sehr wichtige Ergebnisse. Es wäre hier von Interesse aufzuzeigen, zwischen welchen Grenzen der Parameter die entsprechenden Näherungen ihre Gültigkeit bewahren. Weiterführend könnten komplexe Systeme mit mehr als zwei Komponenten analysiert werden.

Die entwickelte Näherungsformel für den Zuverlässigkeitsindex anhand des Verkehrslastfaktors liefert für die hier untersuchten Beispielbauwerke gute Ergebnisse. Eine weitere Bestätigung dieses Zusammenhanges könnte durch die Analyse weiterer Bauwerke erreicht werden. Es wäre auch zu prüfen, ob für Stahl- oder Verbundbrücken, bei denen der Anteil der Verkehrslast an den Gesamtschnittgrößen sich anders darstellt, auch ein ähnlicher Zusammenhang beobachten lässt.

Bei der Ermittlung des Zuverlässigkeitsindex mit der Berücksichtigung von nichtlinearen Tragwerksreserven musste in der vorliegenden Arbeit auf eine nichtlineare Schnittgrößenermittlung mit der Monte-Carlo-Simulation für das Gesamttragwerk verzichtet werden. Grund hierfür waren die extrem hohe Berechnungsdauer sowie die fehlende Automatisierung der nichtlinearen Traglastiteration. Mit zunehmender Rechenkapazität der zur Verfügung stehenden Computer und dem Fortschritt in den Iterationsalgorithmen der Statikprogramme werden diese Schwierigkeiten in absehbarer Zukunft sicherlich überwindbar und eine nichtlineare Tragwerksanalyse mittels Monte-Carlo-Simulation möglich.

Die Untersuchung dieser weiterführenden und noch offenen Fragestellungen wäre ein bedeutender Beitrag zu noch genaueren und umfassenderen Gesamtergebnissen in der Sicherheitsforschung.

## Literaturverzeichnis

- [1] SKRIBT Schlussbericht: Schutz kritischer Brücken und Tunnel im Zuge von Straßen (SKRIBT) – Empfehlungen zur Maßnahmenanwendung für Brücken und Tunnel, Schlussbericht zum Verbundprojekt für das Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF), in Vorbereitung
- [2] R. Kaschner, W. Buschmeyer, M. Schnellenbach-Held, P. Lubasch, J. Grünberg, M. Hansen, J. P. Liebig, K. Geißler: Auswirkungen des Schwerlastverkehrs auf die Brücken der Bundesfernstraßen, Berichte der Bundesanstalt für Straßenwesen Heft B 68, 2009
- [3] DIN 1055-100:2001: Einwirkungen auf Tragwerke Teil 100: Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln, Ausgabe März 2001
- [4] DIN EN 1990:2010: Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung, Ausgabe Dezember 2010
- [5] J. Hartung: Statistik: Lehr- und Handbuch der angewandten Statistik, 1995
- [6] L. Sachs: Angewandte Statistik – Anwendung statistischer Methoden 11. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, 2004
- [7] G. Spaethe: Die Sicherheit Tragender Baukonstruktionen, 1992
- [8] B. S. Everitt, D. J. Hand: Finite Mixture Distributions, Monographs on Applied Probability and Statistics, Chapman and Hall, New York, 1981
- [9] C. J. Turkstra: Theory of Structural Design Decisions, Solid Mechanics Division University of Waterloo, 1970
- [10] E. J. Gumbel: Statistics of Extremes, Columbia University Press, New York, 1958
- [11] S. Kotz, S. Nadarajah: Extreme Value distributions Theory and Applications, Imperial College Press, London, 2002
- [12] R. Rackwitz: Zuverlässigkeit und Lasten im konstruktiven Ingenieurbau – Teil I: Zuverlässigkeitstheoretische Grundlagen, Technische Universität München, 2006
- [13] K. Krishnamoorthy: Handbook of Statistical Distributions with Applications, Chapman & Hall/CRC Press, 2006
- [14] Joint Committee on Structural Safety, Probabilistic Model Code, March 2001 ([www.jcss.ethz.ch](http://www.jcss.ethz.ch))
- [15] B. Frenzel, U. Freundt, G. König, I. Mangerig, G. Merzenich, B. Novák, G. Sedlacek, D. Sukhov: Bestimmung von Kombinationsbeiwerten und – Regeln für Einwirkungen auf Brücken, Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik Heft 715, Juni 1996
- [16] N. L. Johnson, S. Kotz: Distributions in Statistics: Continuous Univariate Distributions 2; Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics, 1970

- [17] J. R. Benjamin, C. A. Cornell: Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers, McGraw-Hill Book Company, New York, 1970
- [18] C. F. Gauss: Abhandlungen zur Methode der kleinsten Quadrate, P. Stankiewicz' Buchdruckerei, Berlin, 1887
- [19] R. A. Fischer: An Absolute Criterion for Fitting Frequency Curves, Messenger of Mathematics 41, S. 155-160 1912
- [20] L. Fischer: Das neue Sicherheitskonzept im Bauwesen - Ein Leitfadens für Ingenieure, Architekten und Studenten, Bautechnik spezial (Sonderheft), 2001
- [21] DIN ISO 8930:1991: Allgemeine Grundsätze für die Zuverlässigkeit von Tragwerken, Verzeichnis der gleichbedeutenden Begriffe, Ausgabe März 1991
- [22] K. Zilch, G. Zehetmaier: Bemessung im Konstruktiven Betonbau, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006
- [23] S. O. Rice: Mathematical Analysis of Random Noise, The Bell System Technical Journal Volume XXIII, American Telephone and Telegraph Company, New York, pp. 282-332, July 1944
- [24] S. O. Rice: Mathematical Analysis of Random Noise, The Bell System Technical Journal Volume XXIV, American Telephone and Telegraph Company, New York, pp. 46-156, January 1945
- [25] C. J. Turkstra, H. O. Madsen: Load Combinations in Codified Structural Design, Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers Vol 106, pp. 2527-2543, December 1980
- [26] M. Ghosn, F. Moses, J. Wang: National Cooperative Highway Research Program Report 489, Design of Highway Bridges for Extreme Events, Transportation Research Board, Washington D. C., 2003
- [27] A. M. Fischer: Bestimmung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte zur semiprobabilistischen Bemessung von Stahlbetonkonstruktionen im Bestand, Technische Universität Kaiserslautern, 2010
- [28] C. A. Cornell: A Probability-Based Structural Code, American Concrete Institute Journal, pp. 974-98, December 1969
- [29] A. M. Hasofer, N. C. Lind: Exact and Invariant Second-Moment Code Format, Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, pp. 111-121, February 1974
- [30] M. Rosenblatt: Remarks on a Multivariate Transformation, The Annals of Mathematical Statistics Vol. 23, No. 3, pp. 470-472, September 1952
- [31] B. Fließner, K. Hawranek, R. Rackwitz: Numerische Methoden für probabilistische Bemessungsverfahren und Sicherheitsnachweise, Berichte zur Sicherheitstheorie der Bauwerke Heft 14/1976, München, 1976

- [32] U. Vismann: Zuverlässigkeitstheoretische Verifikation von Bemessungskriterien im Stahlbetonbau, Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau 4/95, 1995
- [33] S. Weinzierl: Introduction to Monte Carlo methods, Amsterdam, Juni 2000
- [34] W. Hengartner, R. Theodorescu: Einführung in die Monte-Carlo-Methode, Carl Hanser Verlag München Wien, 1978
- [35] O. Knappe: Einführung in die Monte-Carlo-Methode, Mathematische Hilfsmittel zur Sicherheitstheorie – Einführung Beitrag Nr. 6, Arbeitsberichte zur Sicherheitstheorie der Bauwerke Heft 1/1972, München, September 1972
- [36] D. P. Kroese: Monte Carlo Methods, Department of Mathematics - School of Mathematics and Physics - The University of Queensland, Brisbane, 2011
- [37] Grundlagen zur Festlegung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen, DIN Deutschen Institut für Normung e. V., Beuth Verlag, Berlin, 1981
- [38] fib Bulletin 55: Model Code 2010 Volume 1, March 2010
- [39] M. Curbach, W. M. Nitzsche, D. Proske: Die Sicherheit von Brücken im Vergleich zu anderen Risiken, 12. Dresdner Brückenbausymposium - Planung, Bauausführung und Ertüchtigung von Massivbrücken, Dresden, S. 197-218, 14. März 2002
- [40] DIN 1072:1985: Straßen- und Wegbrücken Lastannahmen, Ausgabe Dezember 1985
- [41] STANAG 2021: Norm für militärische Fahrzeuge und Bückenbelastungen, Stndadrdisierungs-Vereinbarung, Ausgabe 1969
- [42] Sammlung Straßenbrücken Dokumentation 1997, Verkehrsblatt-Verlag Borgman GmbH, Dortmund, 1997
- [43] DIN 1045:1998: Beton und Stahlbeton Bemessung und Azuführung, Ausgabe Juli 1988
- [44] F. Fingerloos: Bauen im Bestand Zuordnung historischer Betonfestigkeiten, Beton- und Stahlbetonbau 103 Heft 4, Ernst&Sohn Verlag, Berlin, S. 214-220, 2008
- [45] DIN 1045-1:2008: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton Teil 1: Bemessung und Konstruktion, Ausgabe August 2008
- [46] G. König, R. Maurer, N. V. Tue, J. Kliver, M. Bornmann, B. Novák: Leitfaden zum DIN Fachbericht 102 Betonbrücken, Ernst&Sohn Verlag, Berlin, 2003
- [47] DIN Fachbericht 101:2003: Einwirkungen auf Brücken, Ausgabe März 2003
- [48] DIN Fachbericht 102:2003: Betonbrücken, Ausgabe März 2003
- [49] G. Mehlhorn: Handbuch Brücken, Springer-Verlag, Berlin, 2007
- [50] DIN 1055-9:2003: Einwirkungen auf Tragwerke Teil 9: Außergewöhnliche Einwirkungen, Ausgabe August 2003

- [51] M. Six: Sicherheitskonzept für nichtlineare Traglastverfahren im Betonbau, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton: Heft 534, 2003
- [52] T. Braml: Zur Beurteilung der Zuverlässigkeit von Massivbrücken auf der Grundlage der Ergebnisse von Überprüfungen am Bauwerk, Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau 10/5, 2010
- [53] M. Hansen, J. Grünberg: Überwachungsmaßnahmen und Bauwerkszuverlässigkeit Zusammenhänge und Auswirkungen, Beton- und Stahlbetonbau 101 Heft 5, Ernst&Sohn Verlag, Berlin, S. 343-349, 2006
- [54] A. Johannis: Zur Zuverlässigkeit und Wirtschaftlichkeit nichtlinear bemessener Stahlbetontragwerke, Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau 2/99, 1999
- [55] M. J. Baker: Evaluation of Partial Safety Factors for Level I Codes – Example of Application of Methods to Reinforced Concrete Beams, Bulletin d' Information No112 - First Order Reliability Concepts for Design Codes, Comité Européen du Béton, München, July 1976
- [56] DIN EN 1991-1-4:2010: Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke Teil 1-4: Allgemeine Einwirkungen, Windlasten, Ausgabe Dezember 2010
- [57] J. Ferry Borges, M Castanheta: Structural Safety, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisabon, March 1971
- [58] DIN EN 1991-1-4/NA:2010: Nationaler Anhang, National Festgelegte Parameter, Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke Teil 1-4: Allgemeine Einwirkungen, Windlasten, Ausgabe Dezember 2010
- [59] T. Vrouwenvelder, M. Holicky, J. Markova: Joint Committee on Structural Safety Probabilistic Model Code, Example Applications, 2001 ([www.jcss.ethz.ch](http://www.jcss.ethz.ch))
- [60] Bulletin d' Information No112: First Order Reliability Concepts for Design Codes, Appendix B, Basic Notes on Actions, Comité Européen du Béton, München, July 1976
- [61] G. I. Schuëller: Einführung in die Sicherheit und Zuverlässigkeit von Tragwerken, Verlag von Wilhelm Ernst&Sohn, Berlin, 1981
- [62] J. Schneider, H. P. Schlatter: Sicherheit und Zuverlässigkeit im Bauwesen, Grundwissen für Ingenieure, Hochschulverlag AG an der ETH Zürich, 1996
- [63] FE 89.0232/2009/AP Schlussbericht: Auswirkungen des Klimawandels auf bestehende Spannbetonbrückenbauwerke, Oktober 2011
- [64] Jacob, D., Göttel, H., Kotlarski, S., Lorenz, P., Sieck, K.: Klimaauswirkungen und Anpassung in Deutschland - Phase 1: Erstellung regionaler Klimaszenarien für Deutschland, Forschungsbericht 204 41 138 UBA-FB 000969, August 2008
- [65] B. Novák, S. Brosge, K. Barthel, W. Pfisterer: Anpassung des Verkehrslastmodells des DIN FB 101 für kommunale Brücken, Beton- und Stahlbetonbau 102 Heft 7, Ernst&Sohn Verlag, Berlin, S. 271-279, 2007

- [66] DIN EN 1991-2:2003: Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke Teil 2: Verkehrslasten auf Brücken, Ausgabe Mai 2003
- [67] FE 15.451/2007/FRB Schlussbericht: Anpassung des DIN-Fachberichtes „Einwirkungen auf Brücken“ an endgültige Eurocodes und nationale Anhänge einschließlich Vergleichsrechnung, März 2009
- [68] K.-P. Glaeser, R. Kaschner, M. Lerner, C. K. Roder, R. Weber, A. Wolf, U. Zander: Auswirkungen von neuen Fahrzeugkonzepten auf die Infrastruktur des Bundesfernstraßennetzes, Bundesanstalt für Straßenwesen, November 2006
- [69] C. C. Caprani: Probabilistic Analysis of Highway Bridge Traffic Loading, Thesis submitted to the National University of Ireland, University College Dublin, School of Architecture, Landscape and Civil Engineering, October 2005
- [70] DIN EN 1991-2:2010: Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke Teil 2: Verkehrslasten auf Brücken, Ausgabe Dezember 2010
- [71] Straßenverkehrs-Ordnung, Bundesministerium für Verkehr, Bau und Stadtentwicklung, 16. November 1970, zuletzt geändert mit Verordnung vom 1. Dezember 2010
- [72] F. K. Kong, R. H. Evans: Reinforced and Prestressed Concrete, Spon Press, London, 2001
- [73] H. Rüsç, R. Sell, R. Rackwitz: Statistische Analyse der Betonfestigkeit, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton: Heft 206, Berlin, 1969
- [74] Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung Z-12.3-29: Spannstahlilitzen St 1570/1770 aus sieben kaltgezogenen, glatten Einzeldrähten, Antragsteller: Drahtwerk Köln GmbH, Deutsches Institut für Bautechnik, 15. Juni 2004
- [75] G. Maaß, R. Rackwitz: Maßabweichungen bei Ortbetonbauteilen, Beton- und Stahlbetonbau Heft 1, S. 9-13, 1980
- [76] ISO 22966:2009: Execution of concrete structures, November 2009
- [77] G. König, D. Hossler, B. Wittke: Basic Note on Model Uncertainties, Bulletin d'information No. 170, Comite Euro International du Beton, June 1985
- [78] DIN Fachbericht 102:2009: Betonbrücken, Ausgabe März 2009
- [79] M. H. Faber: Risk and Safety in Engineering, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, 2009
- [80] A. Novosyolov: The sum of dependent normal variables may be not normal, Institute of Computational Modelling, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Krasnoyarsk, Russia, 2006
- [81] G. I. Schuëller, V. Bayer: Computational Procedures in Structural Reliability, Second International Symposium on Uncertainty Modeling and Analysis, University of Maryland, 1993

- [82] DIN Fachbericht 101:2009: Einwirkungen auf Brücken, Ausgabe März 2009
- [83] V. Boros, B. Novák: Risk Analysis of Bridges for Hazard Scenarios, IABSE Sharm el Sheikh Conference Report Vol. 98, Global Thinking in Structural Engineering: Recent Achievements, S. 130-131, 2012
- [84] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, G. Musiol, H. Mühlig: Taschenbuch der Mathematik, Verlag Harri Deutsch, 2001



# Lebenslauf

## Persönliche Daten

Name: Boros, Vazul  
Geburtsdatum: 19. Dezember 1983  
Geburtsort: Kecskemét, Ungarn  
Eltern: Boros, Gyula  
Kertész, Éva (Geburtsname)

## Schulbildung und Studium

1990 - 1992 II. Rákóczi Ferenc Grundschule, Kecskemét, Ungarn  
1992 - 1994 Grundschule Waldtrudering, München  
1994 - 1996 Ernst-Mach-Gymnasium Haar, München  
1996 - 1997 Maria-Theresia Gymnasium, München  
1997 - 1998 Hunyadi Mátyás Grundschule, Solymár, Ungarn  
1998 - 2002 Berzsényi Dániel Gymnasium, Budapest, Ungarn  
2002 - 2008 Studium des Bauingenieurwesens an der Technischen und Wirtschaftswissenschaftlichen Universität Budapest, Ungarn

## Berufliche Tätigkeit

seit Sept. 2008 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren der Universität Stuttgart  
seit Sept. 2011 Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der German University in Cairo

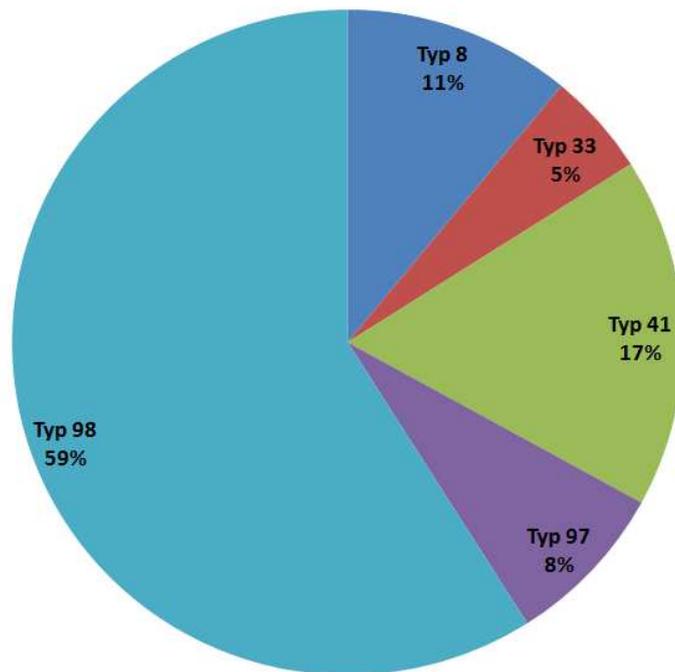


# Anhang I

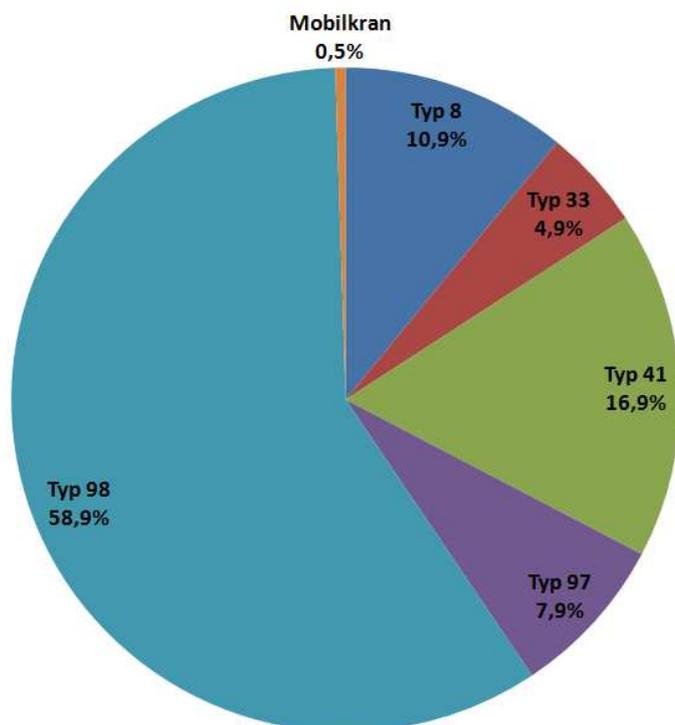
## Verkehrssimulationskennwerte

Kennwerte der Verteilungen für die Fahrzeugabstände in Abhängigkeit von der Tageszeit

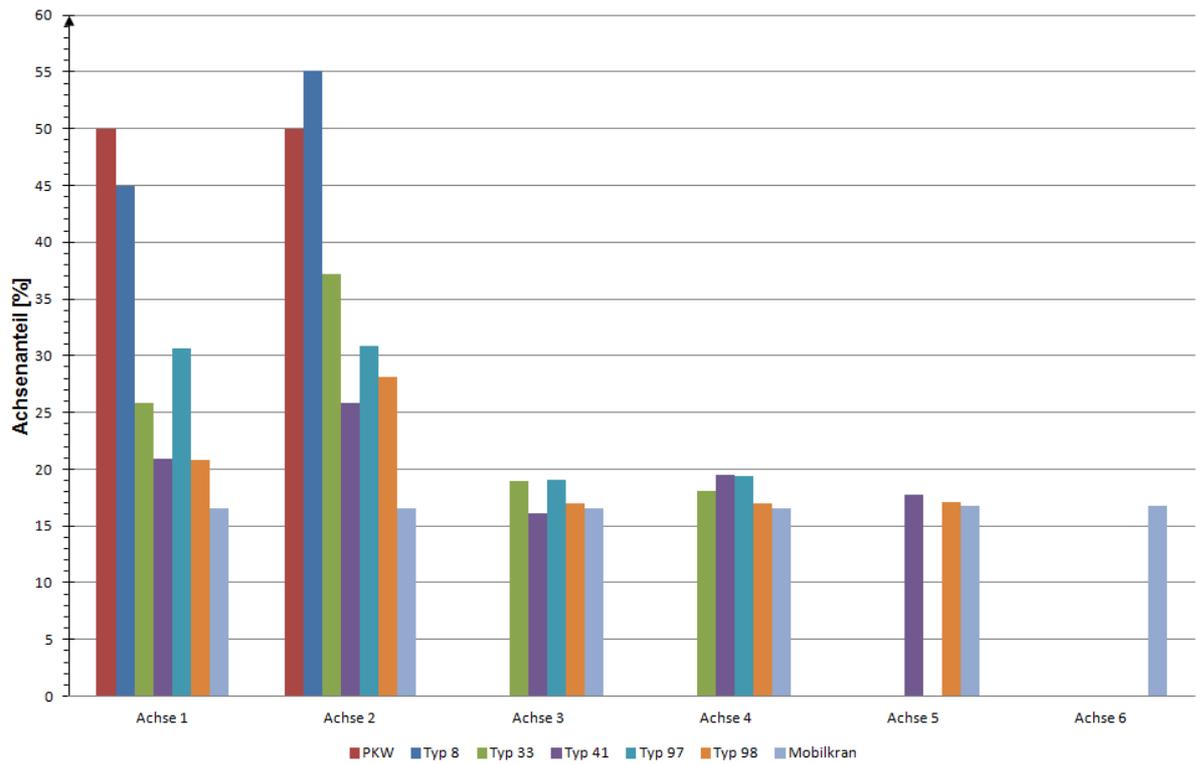
Tageszeit	Bezeichnung	Fahrstreifen 1	Fahrstreifen 2	Fahrstreifen 3
0:00-6:00 Uhr	Anteil DTV	24,6 %	22,9 %	22,9 %
	Anzahl	984	6527	6298
	Mittelwert	473,9 m	68,7 m	71,7 m
	Standardabweichung	1125,3 m	45,6 m	48,8 m
6:00-12:00 Uhr	Anteil DTV	31,6 %	36,3 %	36,3 %
	Anzahl	1264	10346	9983
	Mittelwert	365,8 m	41,6 m	43,6 m
	Standardabweichung	733,9 m	20,2 m	21,7 m
12:00-18:00 Uhr	Anteil DTV	28,4 %	31,4 %	31,4 %
	Anzahl	1136	8949	8635
	Mittelwert	408,6 m	48,8 m	51,1 m
	Standardabweichung	880,8 m	26,2 m	28,1 m
18:00-24:00 Uhr	Anteil DTV	15,4 %	9,4 %	9,4 %
	Anzahl	616	2679	2585
	Mittelwert	765,3 m	174,3 m	181,2 m
	Standardabweichung	2491,1 m	210,9 m	224,5 m



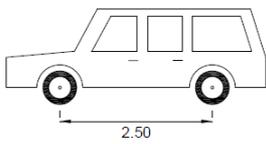
Anteile der einzelnen Fahrzeugtypen für Straßenverkehrsvarianten I und III



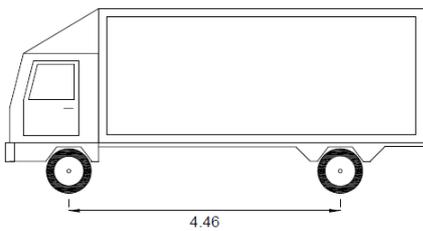
Anteile der einzelnen Fahrzeugtypen für Straßenverkehrsvarianten II und IV



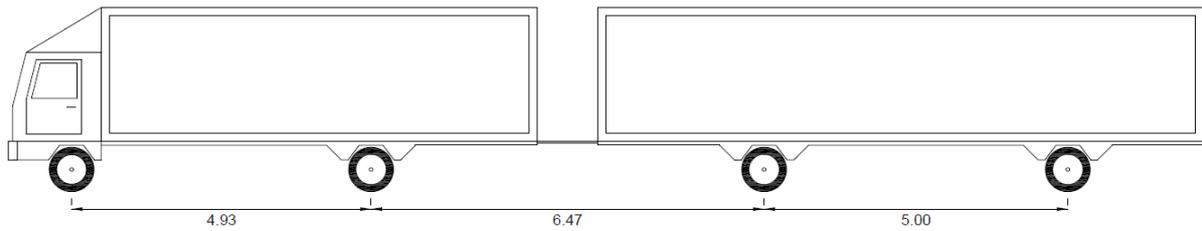
Verteilung des Fahrzeuggewichtes auf die Achsen für die Fahrzeugtypen



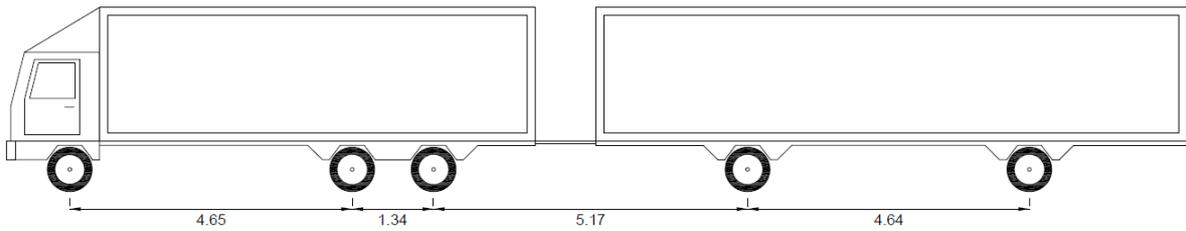
Fahrzeugtyp PKW mit Achsabstand



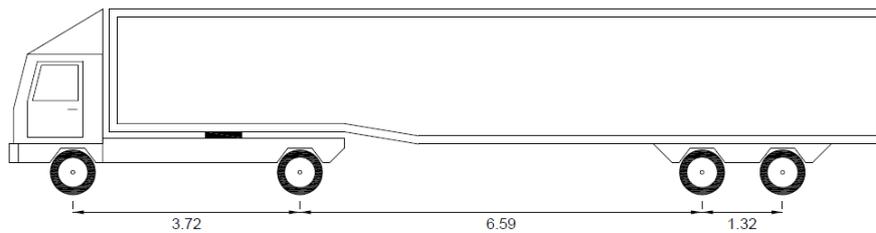
Fahrzeugtyp LKW Typ 8 mit Achsabstand



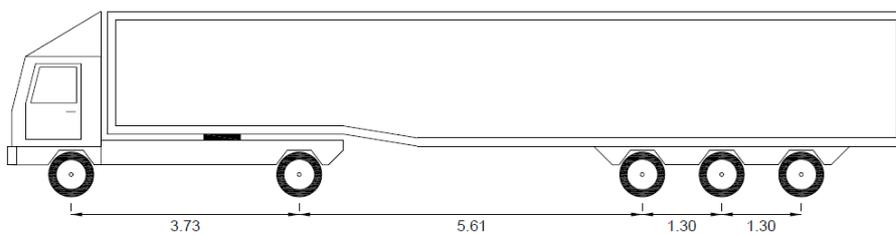
Fahrzeugtyp LKW Typ 33 mit Achsabständen



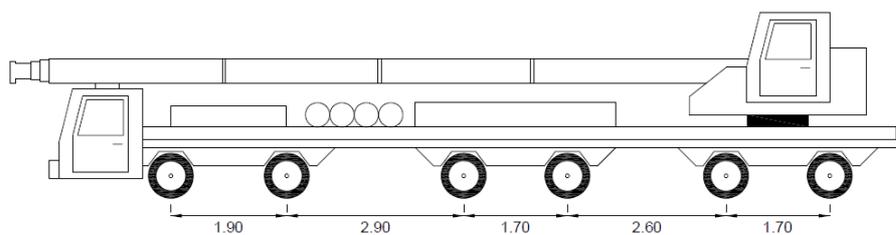
Fahrzeugtyp LKW Typ 41 mit Achsabständen



Fahrzeugtyp LKW Typ 97 mit Achsabständen



Fahrzeugtyp LKW Typ 98 mit Achsabständen



Fahrzeugtyp Mobilkran mit Achsabständen

## Anhang II

### Kontrolle der Basisvariablen

Kontrollwerte für die erzeugte Stichprobe der Basisvariablen

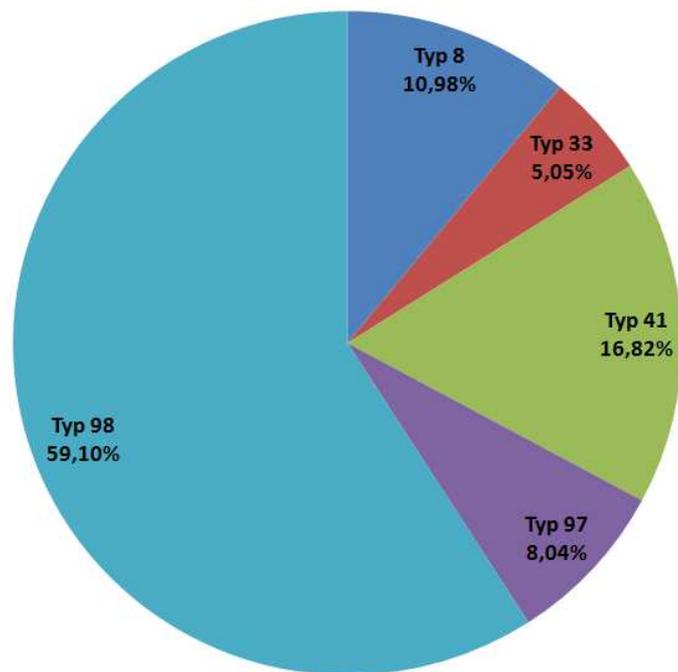
Basisvariable	Abweichung im Mittelwert	Abweichung in der Standardabweichung	KS <sup>1)</sup>	$\chi^2$ <sup>2)</sup>
Eigengewichtsfaktor	0,03 %	0,17 %	0,044	0,009
Stützensenkung	0,10 %	0,56 %	0,062	0,004
Linearer Temperaturunterschied	-	-	0,112	0,022
Windgeschwindigkeit	0,33 %	0,66 %	0,068	0,008
Gewicht für LKW Typ 8	1,23 %	-	0,194	0,027
Gewicht für LKW Typ 33	0,46 %	-	0,129	0,056
Gewicht für LKW Typ 41	0,17 %	-	0,100	0,018
Gewicht für LKW Typ 97	0,49 %	-	0,138	0,037
Gewicht für LKW Typ 98	0,19 %	-	0,052	0,005
Gewicht für Mobilkran	0,27 %	11,49 %	0,658	0,566
Fahrzeugabstand	1,22 %	0,71 %	0,081	0,020
Betondruckfestigkeit	0,02 %	0,72 %	0,051	0,007
E-Modul-Faktor	0,07 %	0,18 %	0,072	0,006
Streckgrenze des Betonstahls	0,03 %	0,09 %	0,073	0,009
Spannstahlzugfestigkeit	-	-	0,070	0,007
Lastausmitte	0,00 %	0,39 %	0,068	0,009

1) Kolmogorow-Smirnow-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 1,63

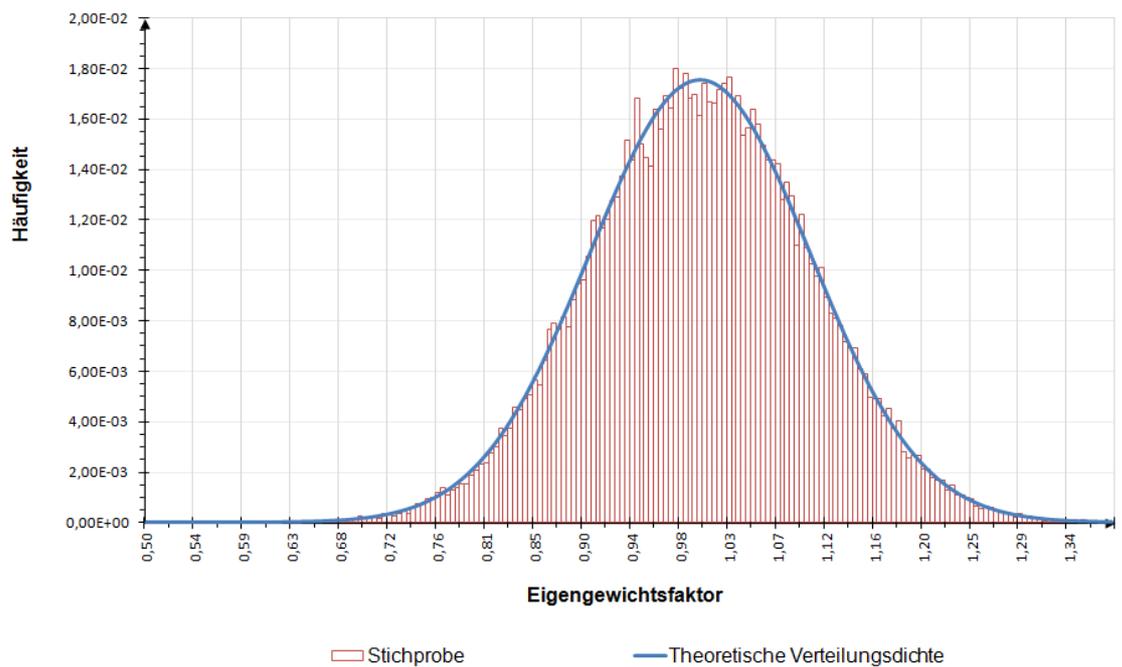
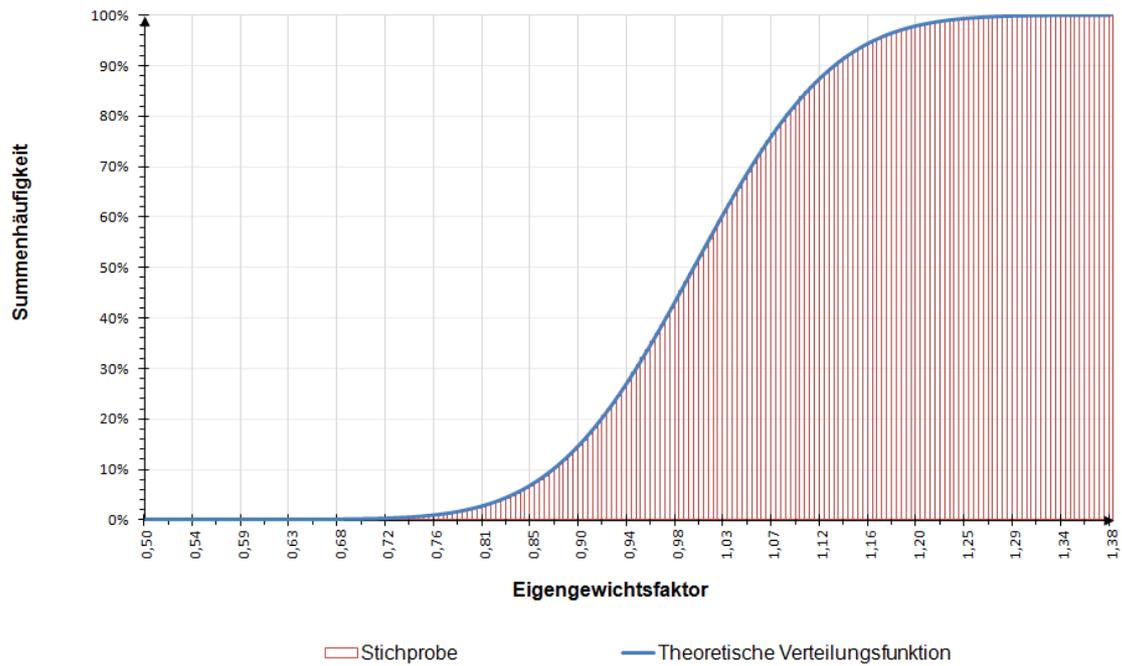
2) Chi-Quadrat-Anpassungstest, der Grenzwert zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0,99$  beträgt hier 156,43

### Kontrolle der Anteile der Fahrzeugtypen für die einzelnen Fahrstreifen

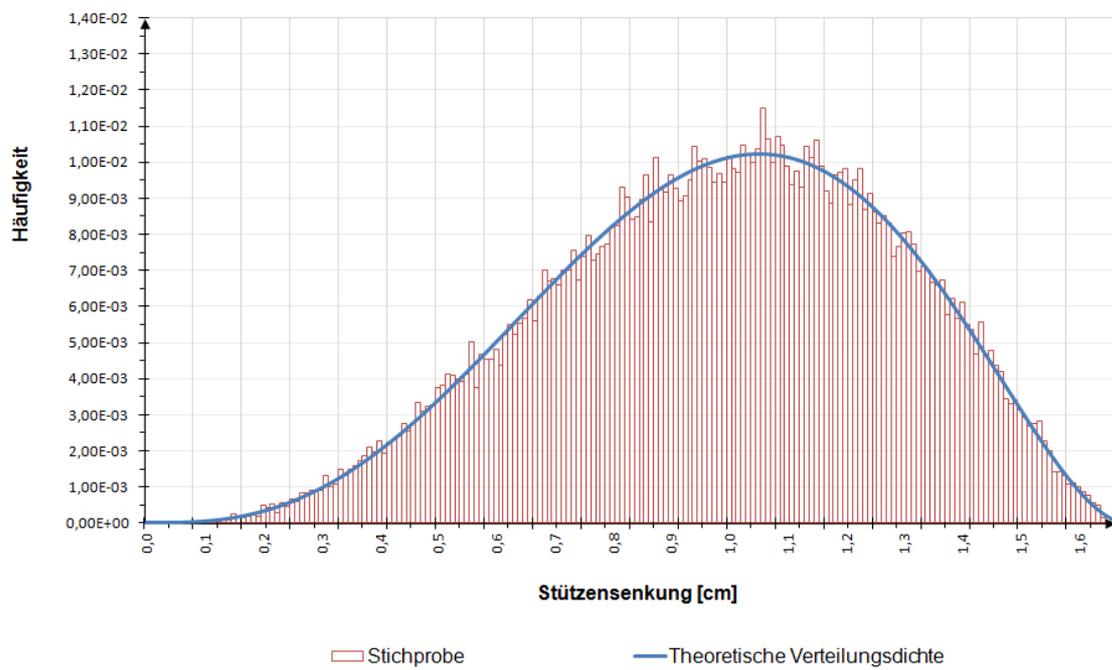
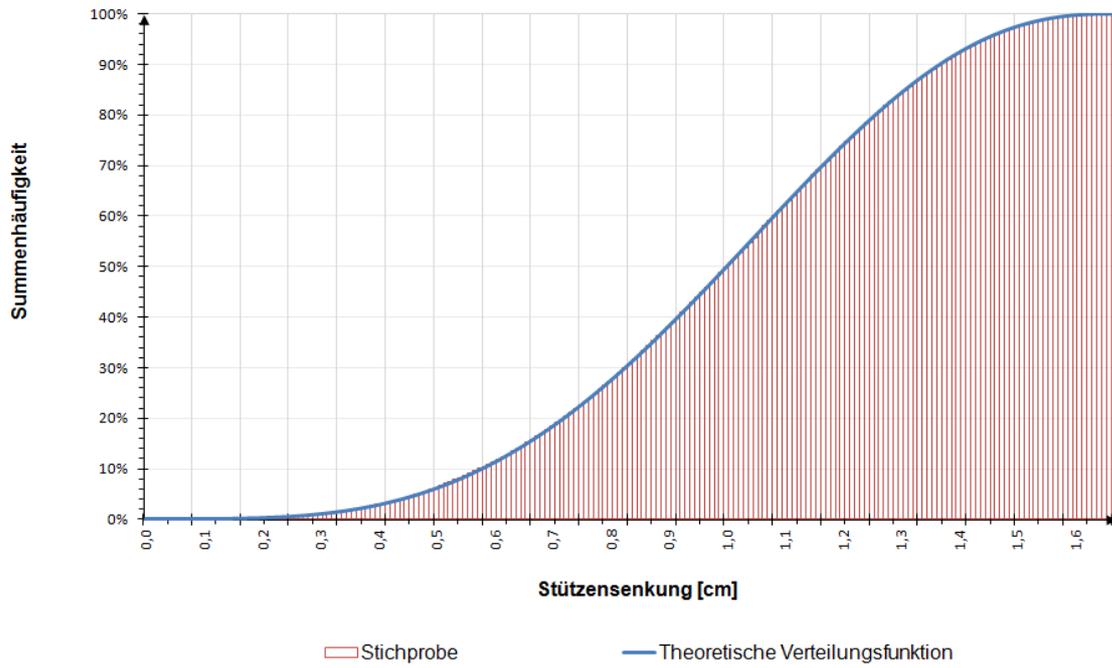
Fahrzeugtyp	Fahrstreifen 1		Fahrstreifen 2	
	Simulation	Vorgabe	Simulation	Vorgabe
LKW Typ 8	10,98 %	11,00 %	0,39 %	0,39 %
LKW Typ 33	5,05 %	5,00 %	0,18 %	0,18 %
LKW Typ 41	16,82 %	17,00 %	0,61 %	0,60 %
LKW Typ 97	8,04 %	8,00 %	0,25 %	0,28 %
LKW Typ 98	59,10 %	59,00 %	2,06 %	2,07 %
PKW	0,00 %	0,00 %	96,51 %	96,49 %



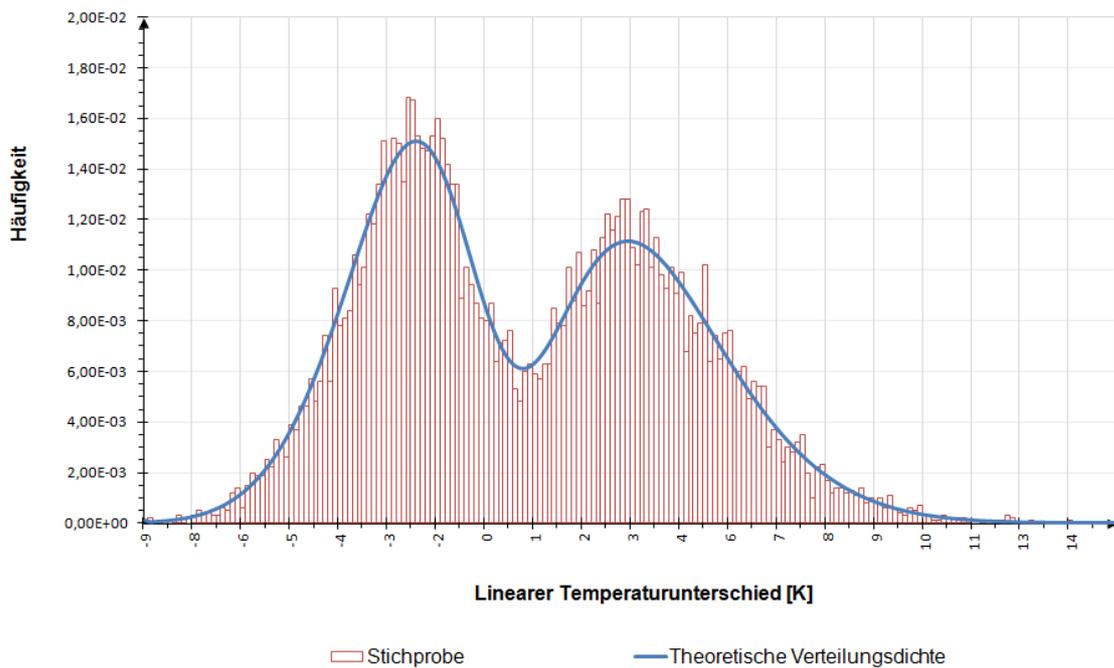
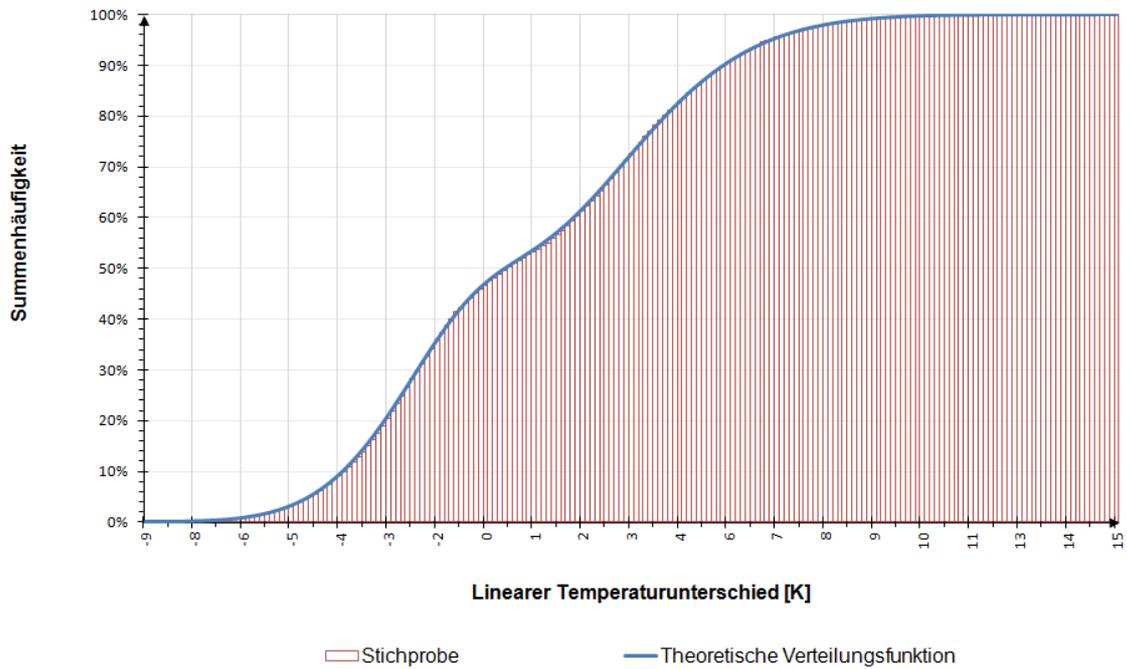
Anteile der einzelnen Fahrzeugtypen für Straßenverkehrsvariante I in der Simulation



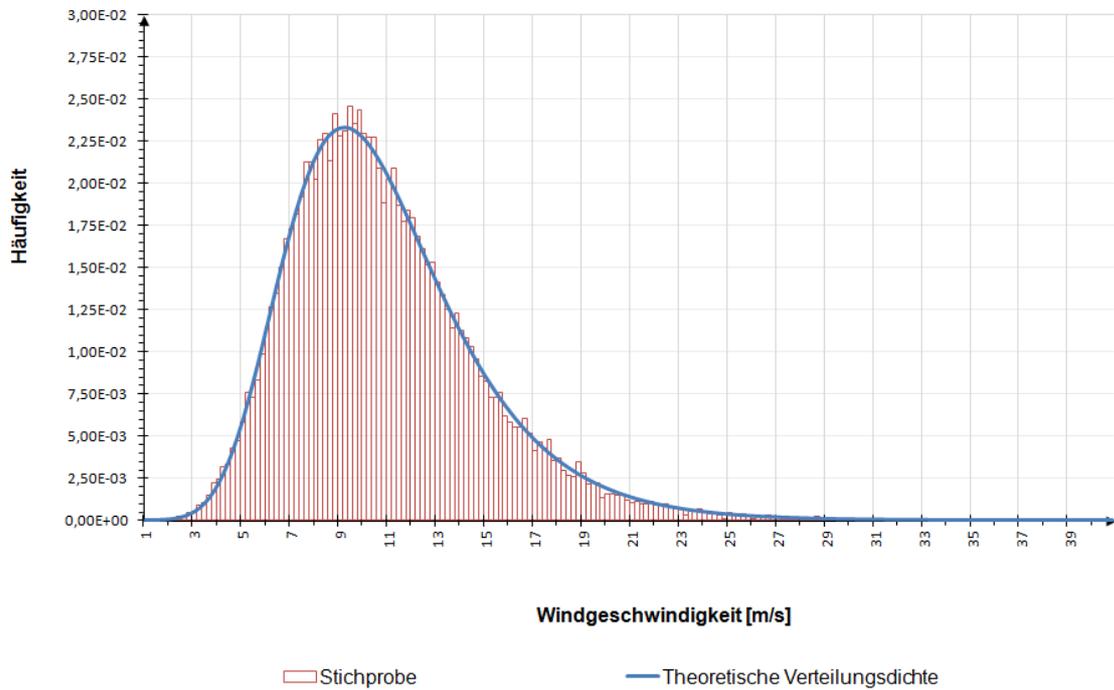
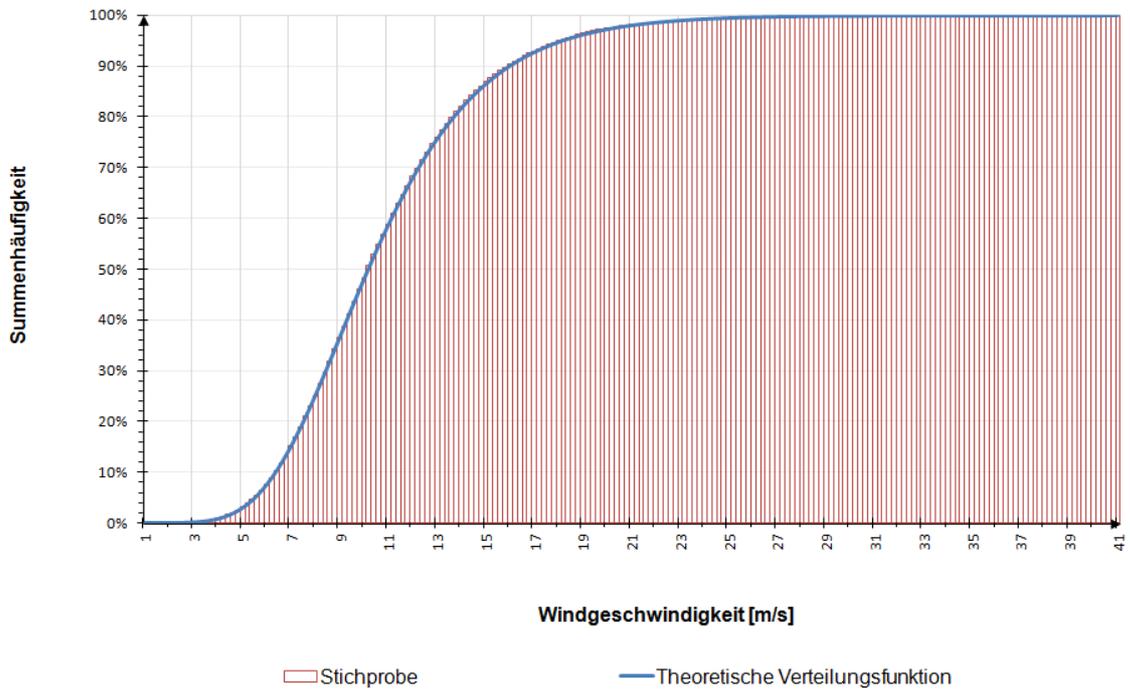
Kontrolle der Stichprobe für die Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichtefunktion (unten) des Eigengewichtsfaktors



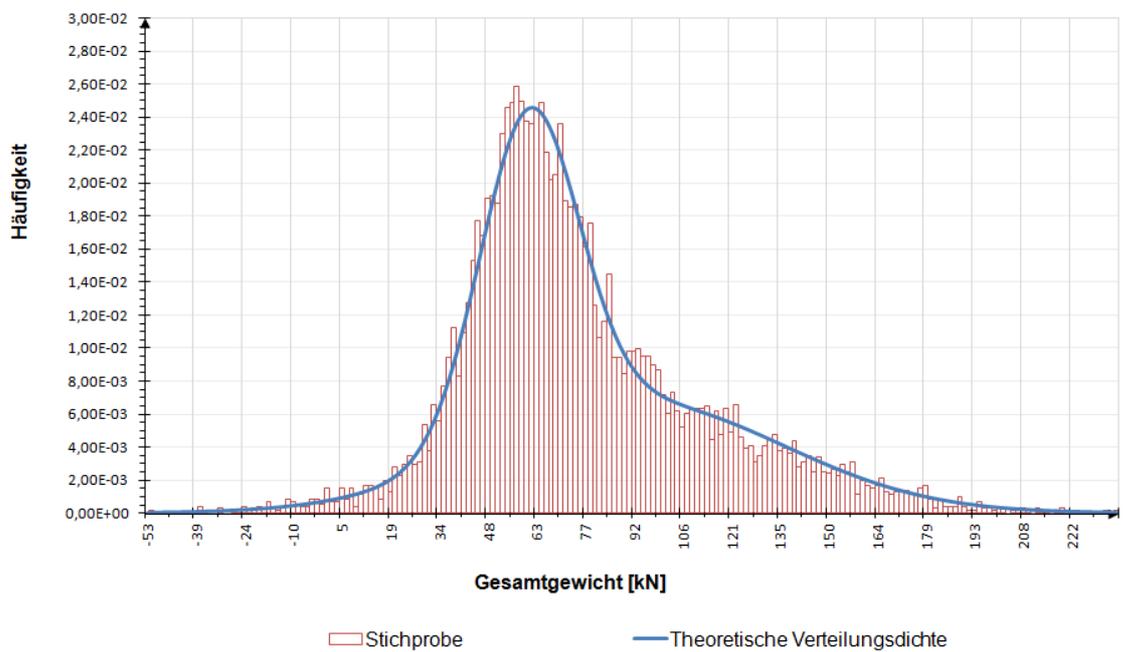
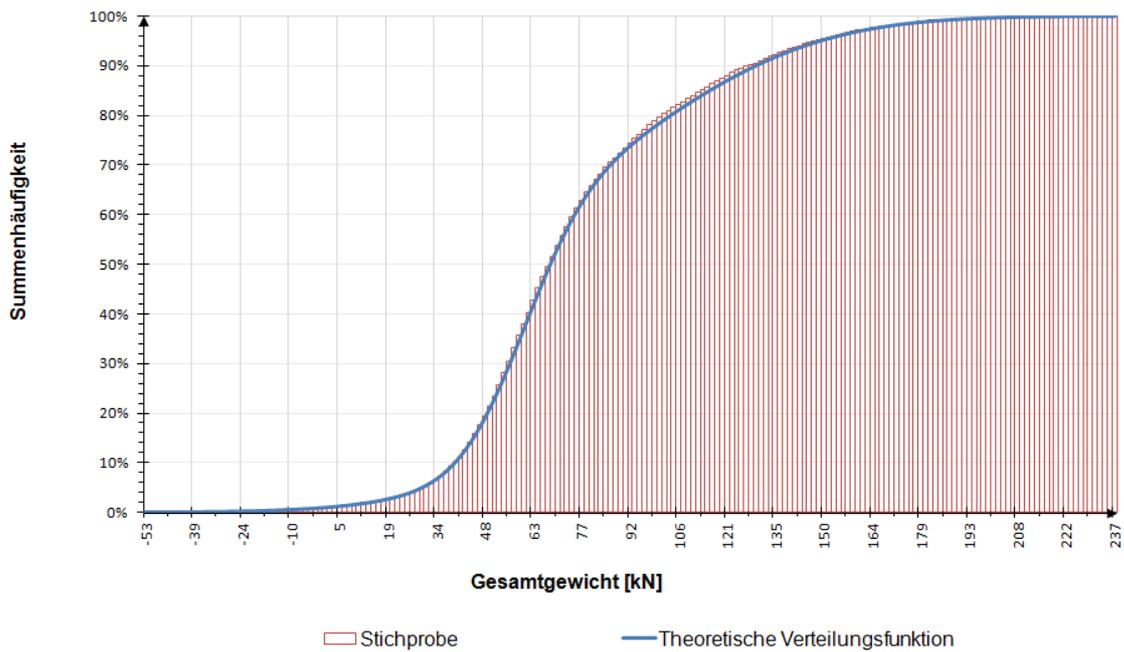
Kontrolle der Stichprobe für die Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichtefunktion (unten) der Stützensenkung



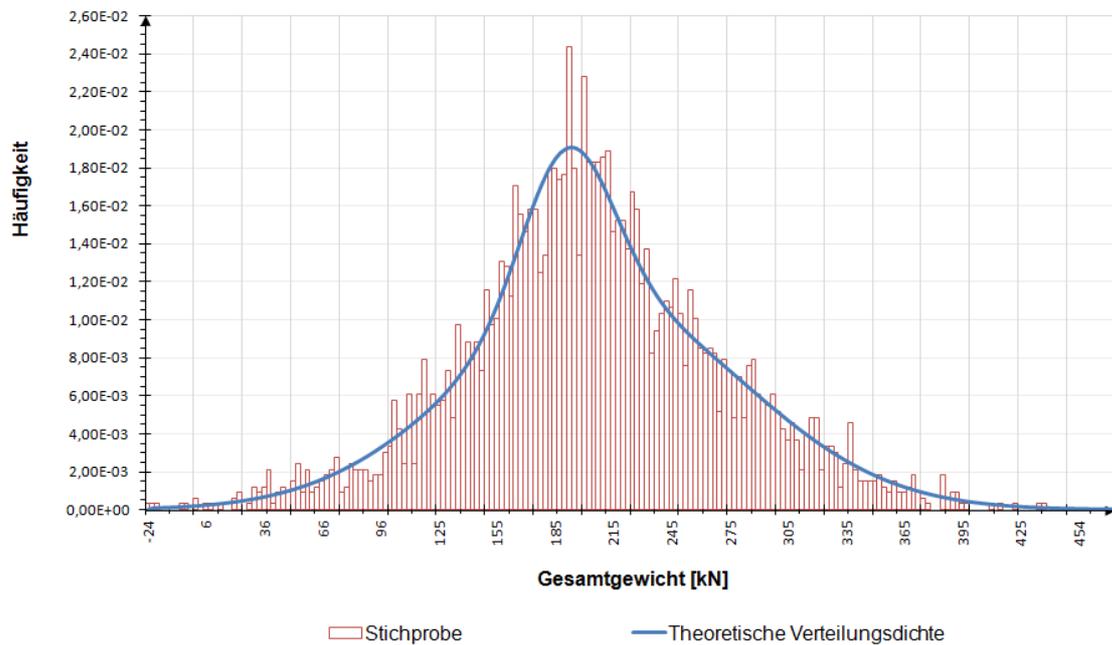
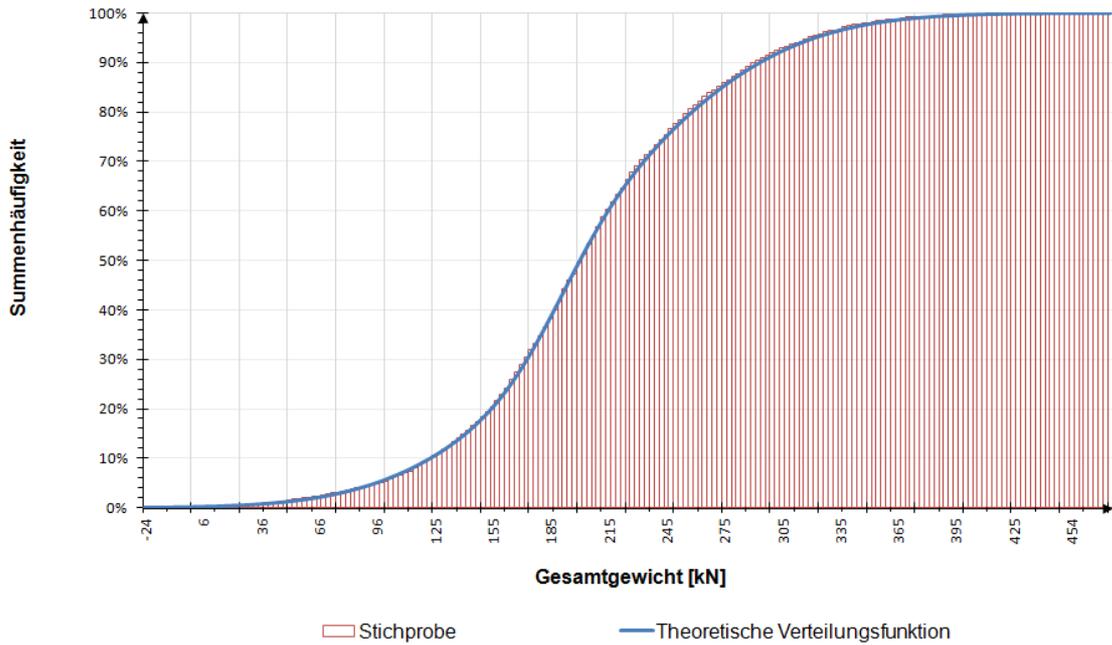
Kontrolle der Stichprobe für die Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichtefunktion (unten) des linearen Temperaturunterschiedes



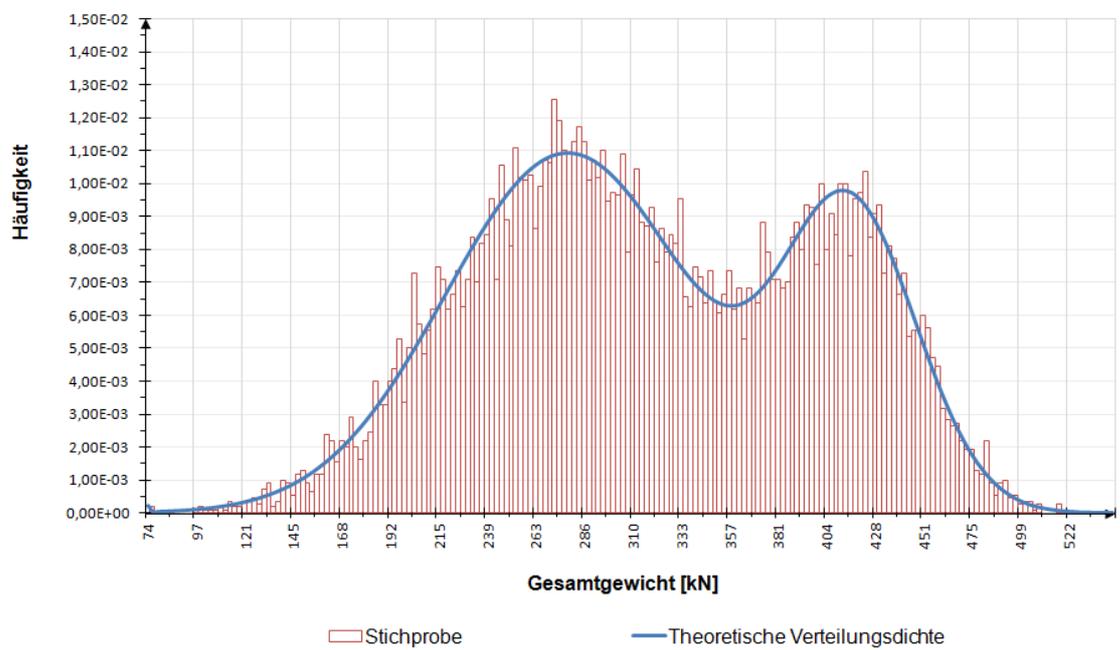
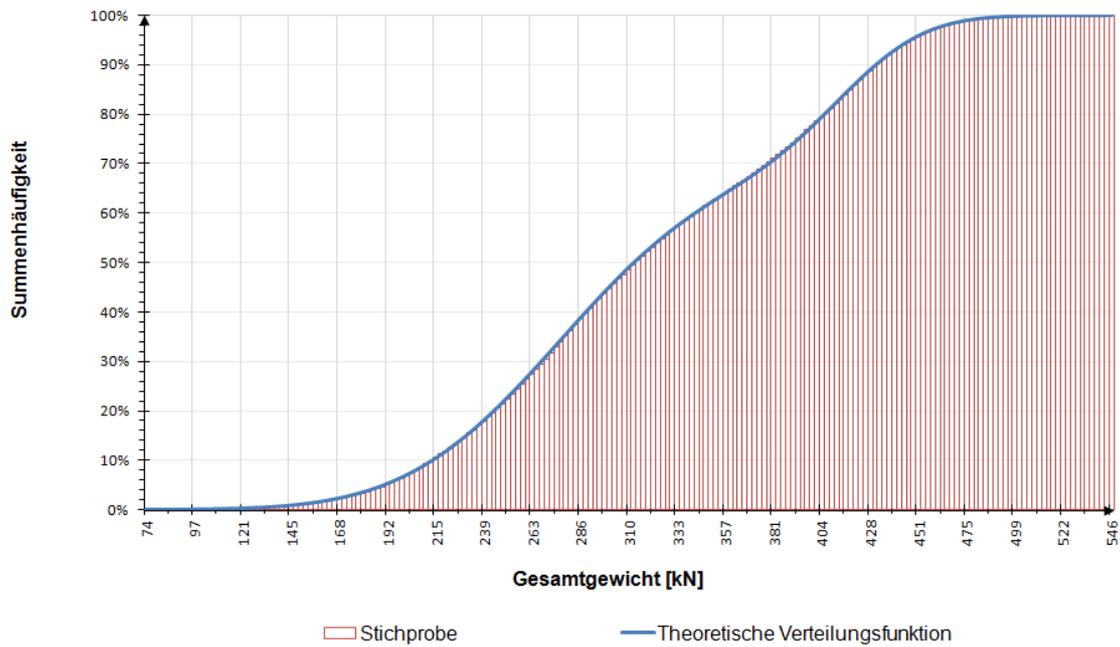
Kontrolle der Stichprobe für die Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichtefunktion (unten) der Windgeschwindigkeit



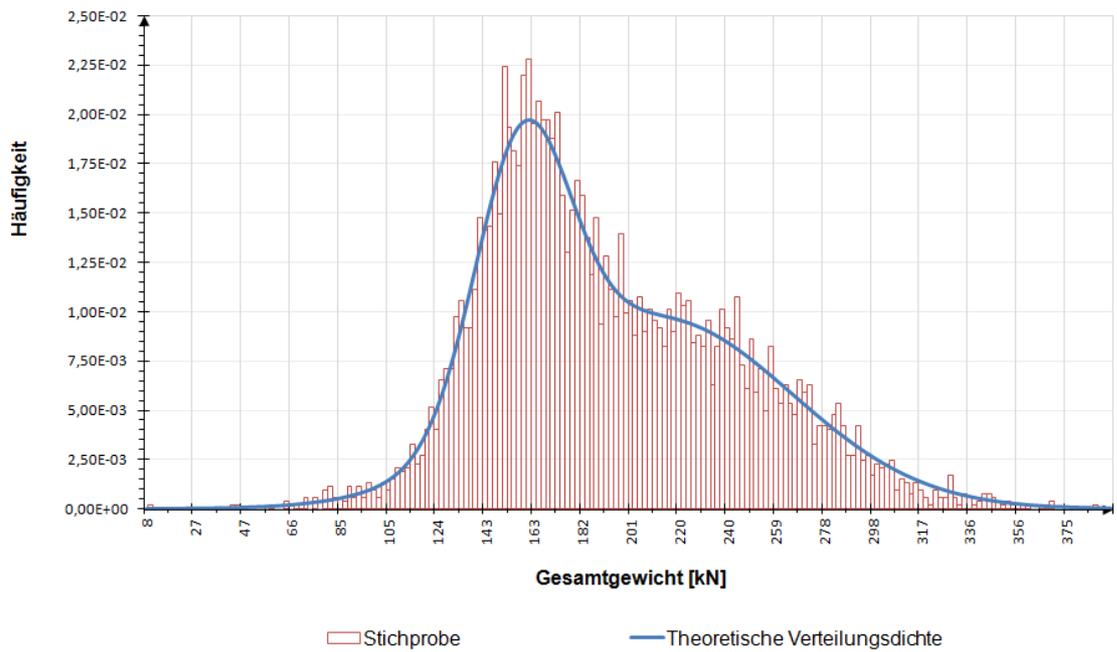
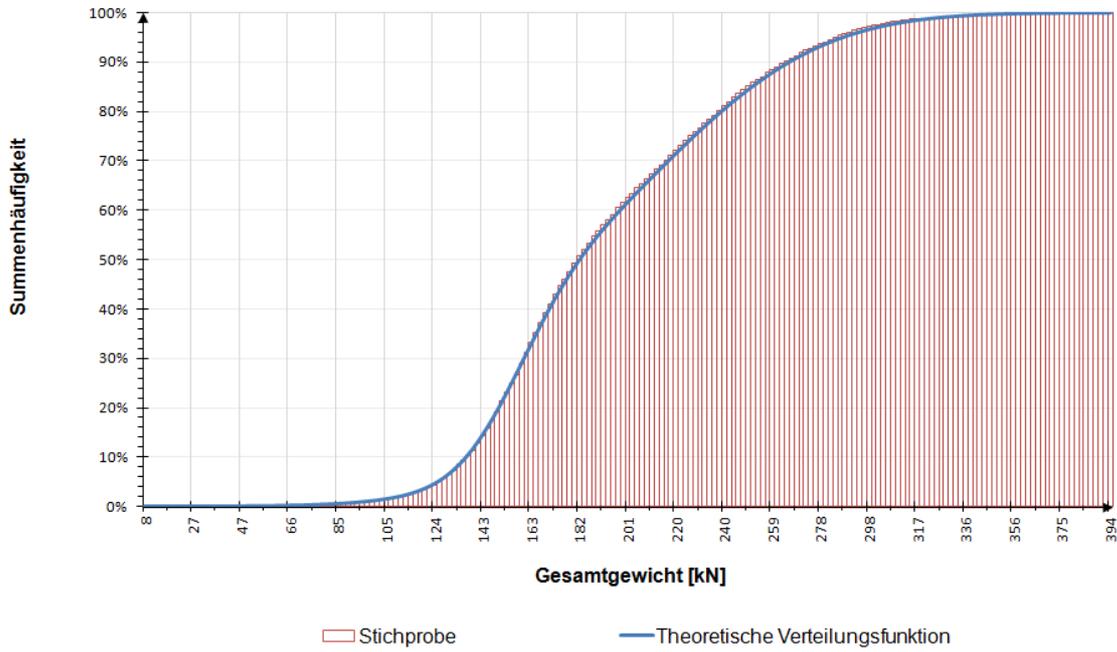
Kontrolle der Stichprobe für die Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichtefunktion (unten) des Gesamtgewichtes für den LKW Typ 8 am Beispiel der Straßenverkehrsvariante I



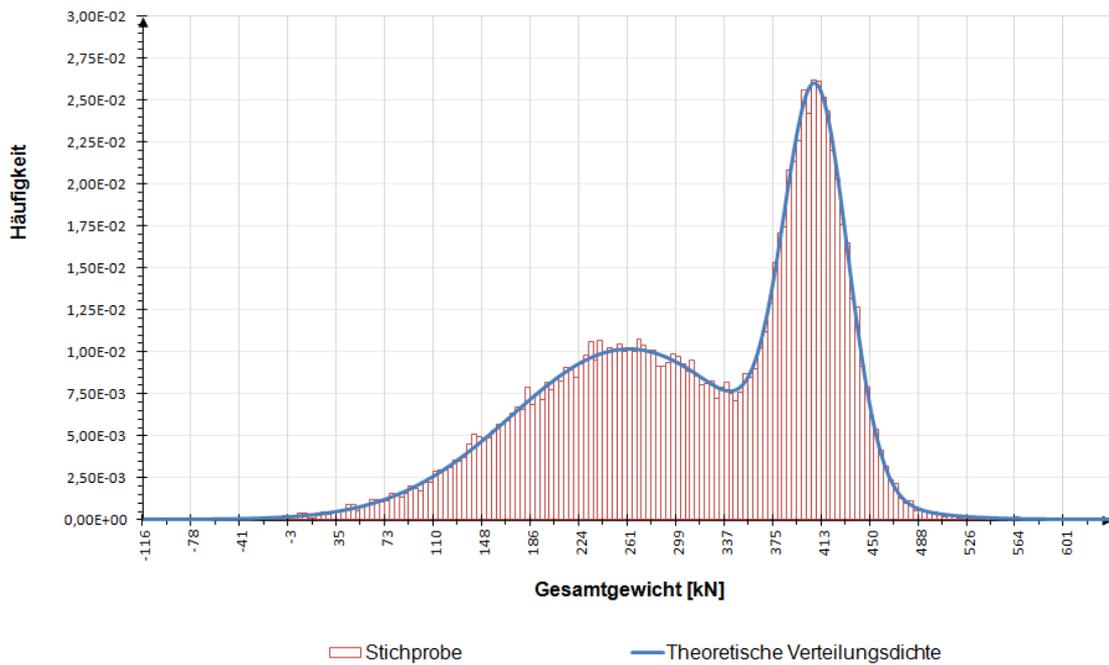
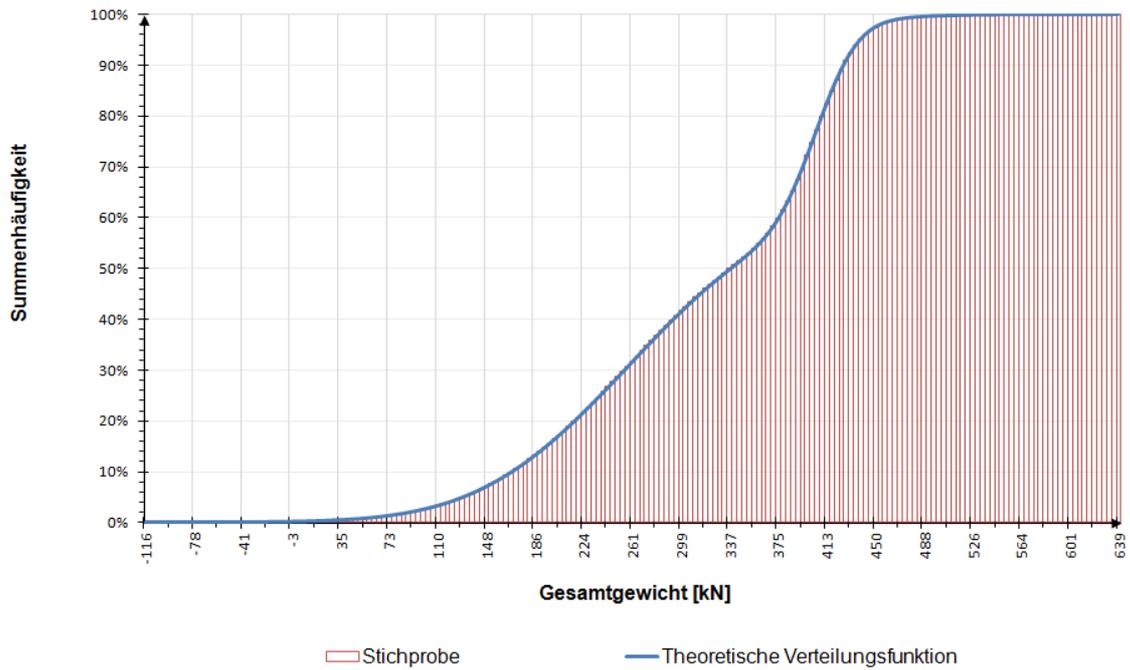
Kontrolle der Stichprobe für die Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichtefunktion (unten) des Gesamtgewichtes für den LKW Typ 33 am Beispiel der Straßenverkehrsvariante I



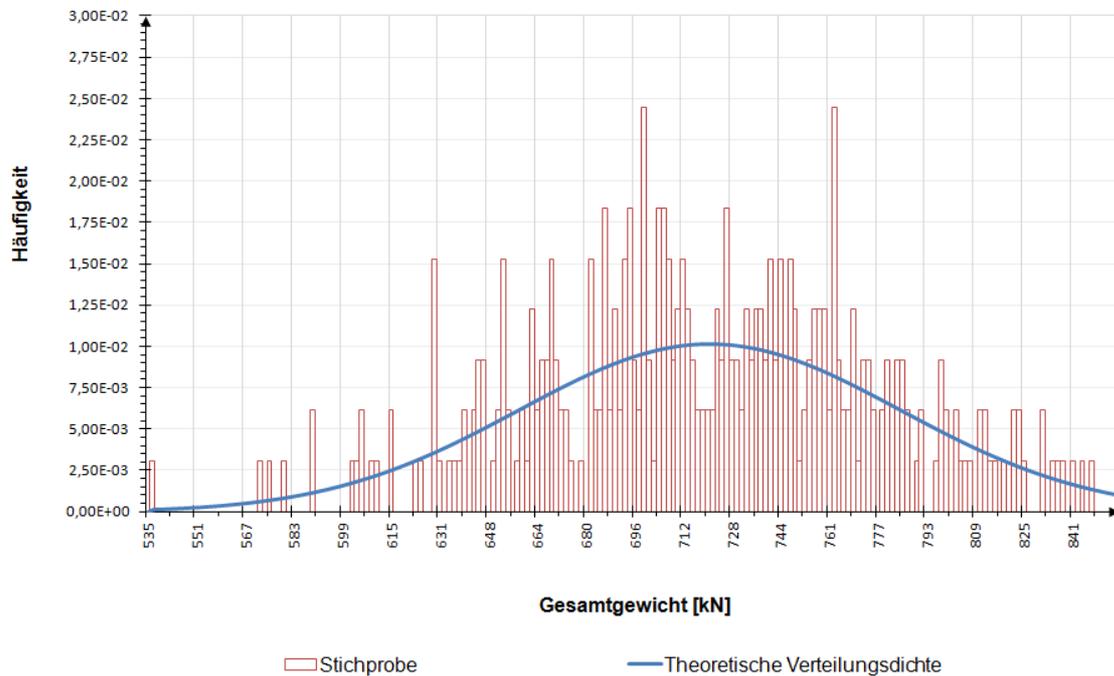
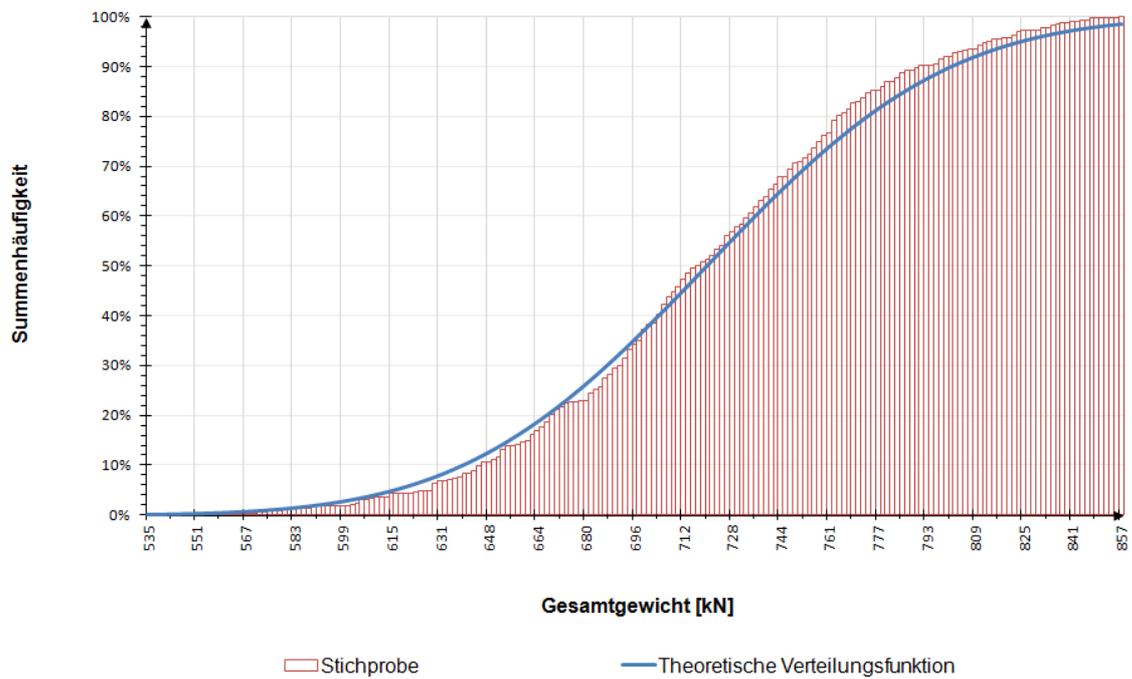
Kontrolle der Stichprobe für die Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichtefunktion (unten) des Gesamtgewichtes für den LKW Typ 41 am Beispiel der Straßenverkehrsvariante I



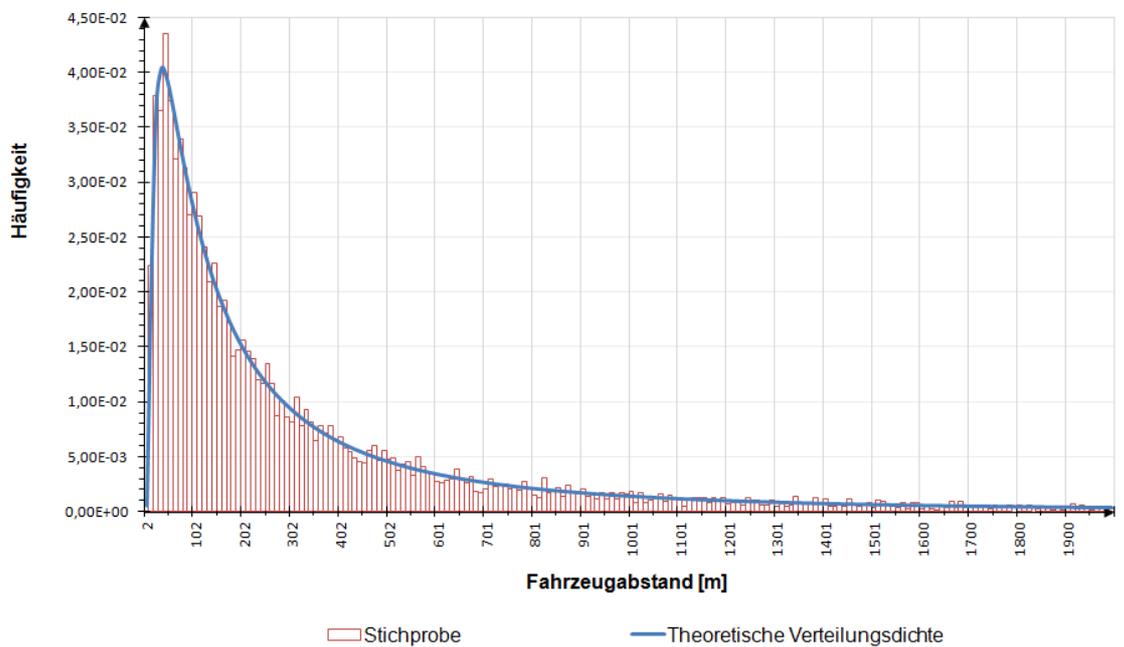
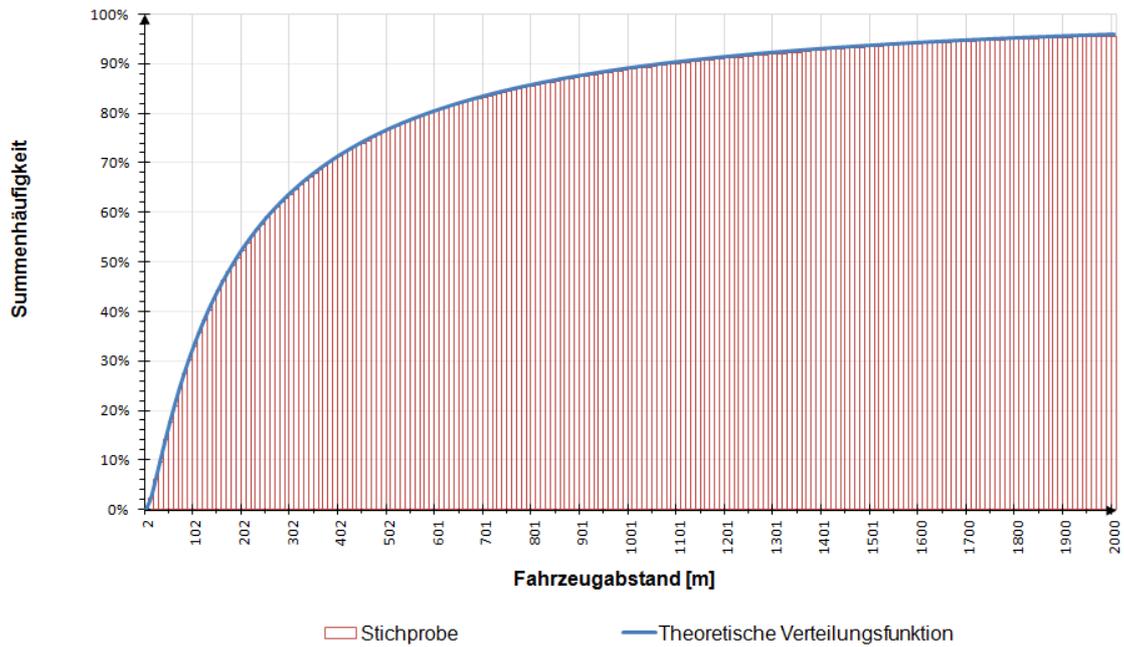
Kontrolle der Stichprobe für die Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichtefunktion (unten) des Gesamtgewichtes für den LKW Typ 97 am Beispiel der Straßenverkehrsvariante I



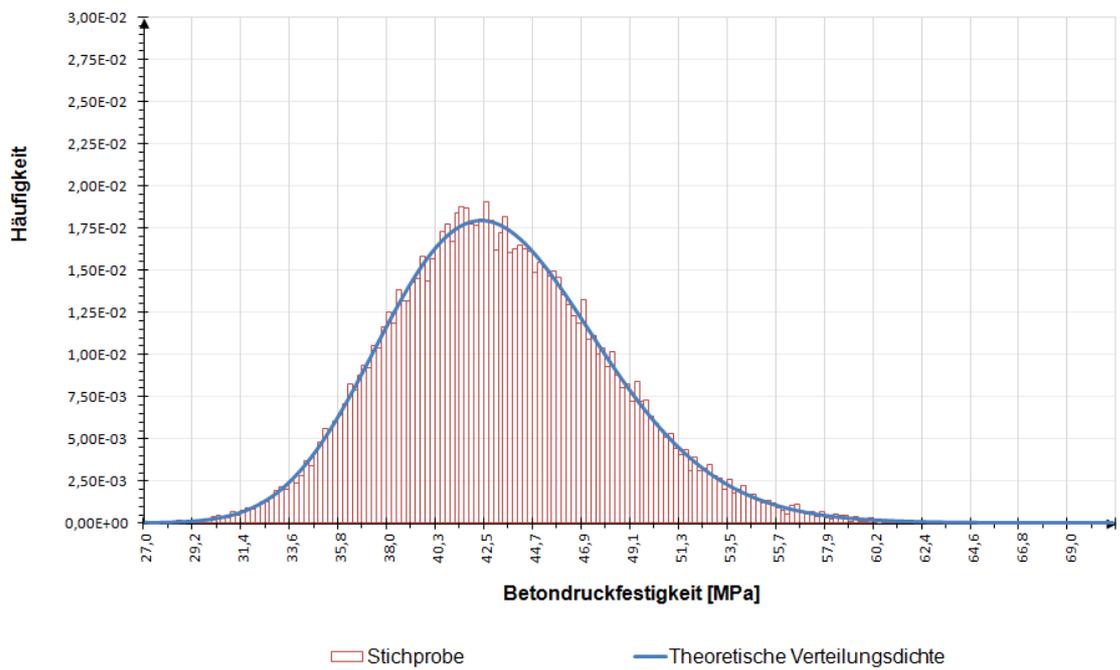
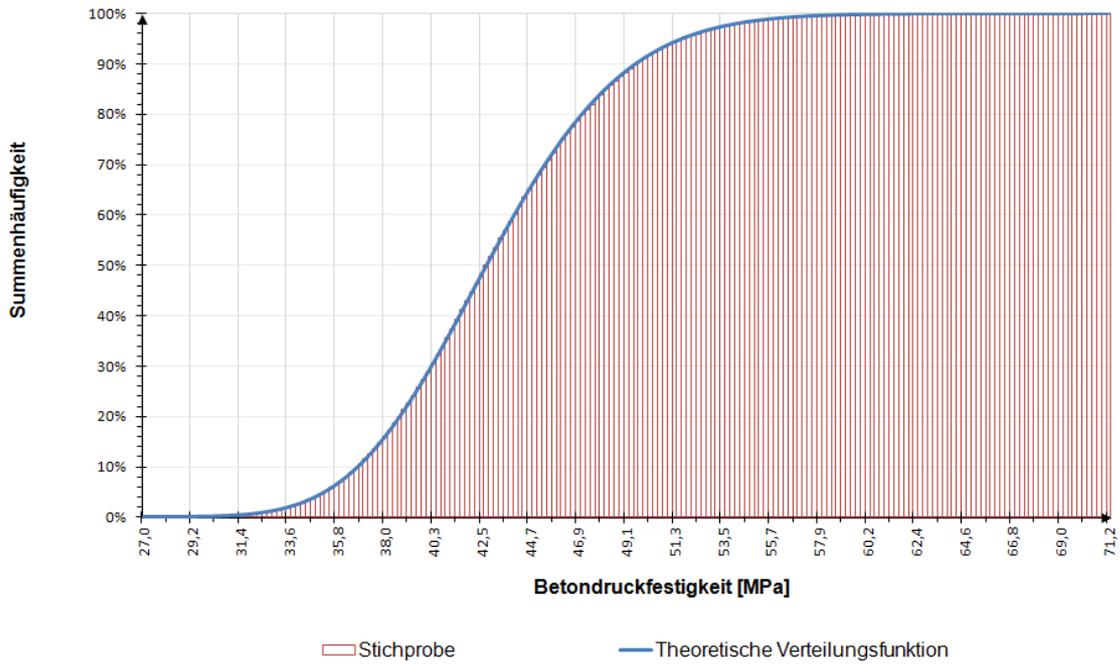
Kontrolle der Stichprobe für die Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichtefunktion (unten) des Gesamtgewichtes für den LKW Typ 98 am Beispiel der Straßenverkehrsvariante I



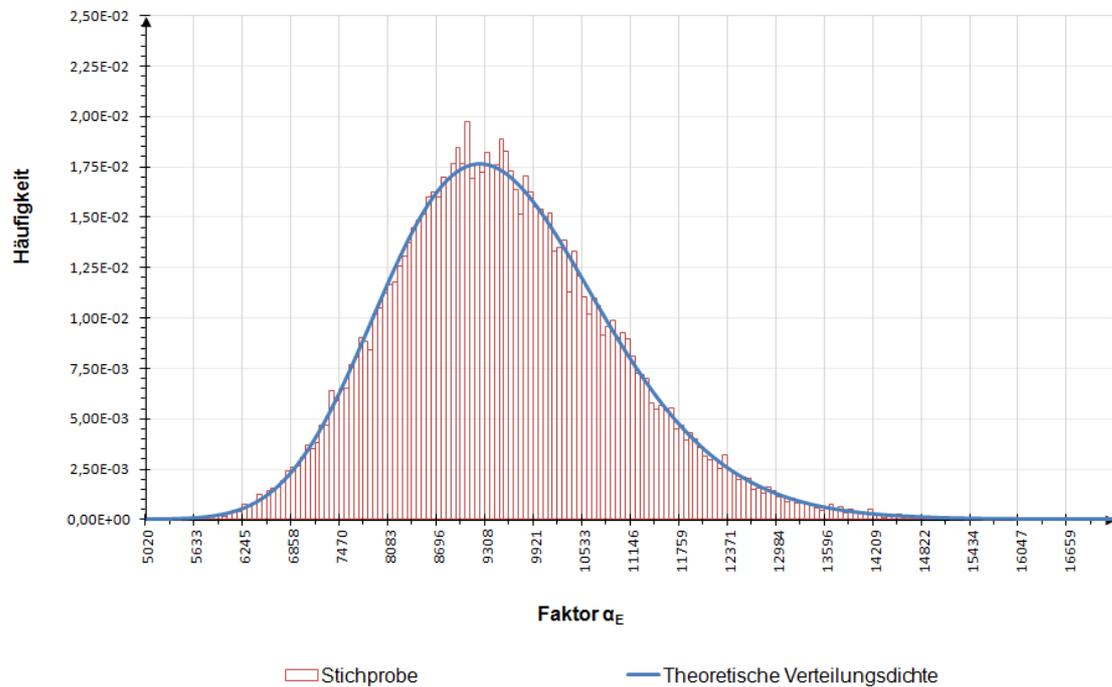
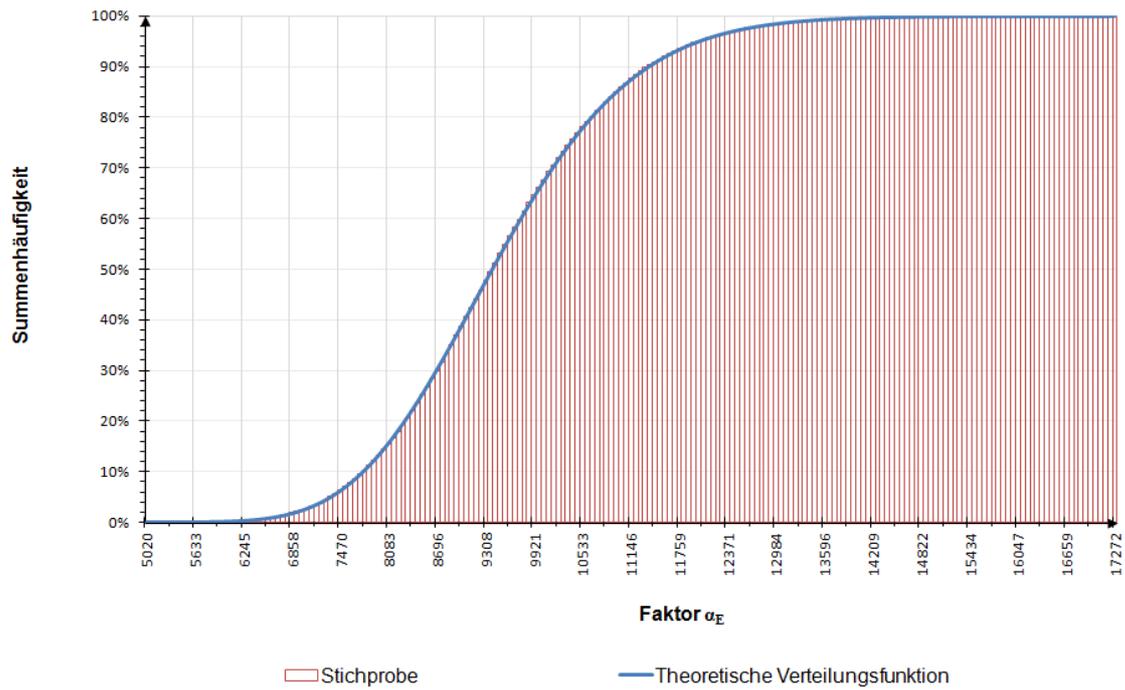
Kontrolle der Stichprobe für die Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichtefunktion (unten) des Gesamtgewichtes für den Mobilkran am Beispiel der Straßenverkehrsvariante II



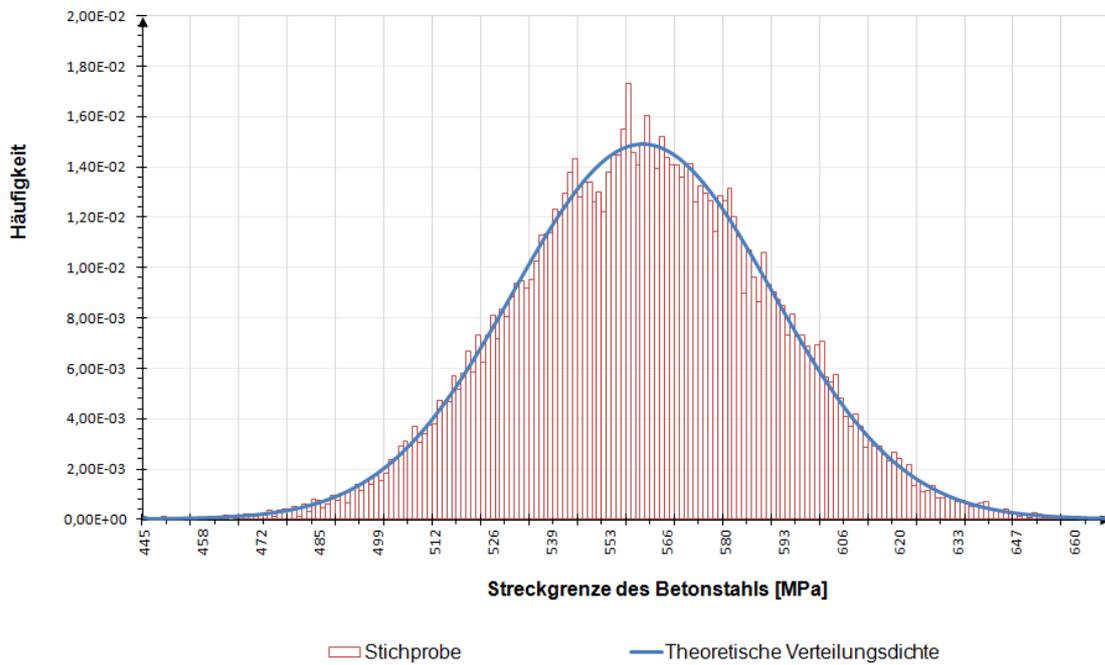
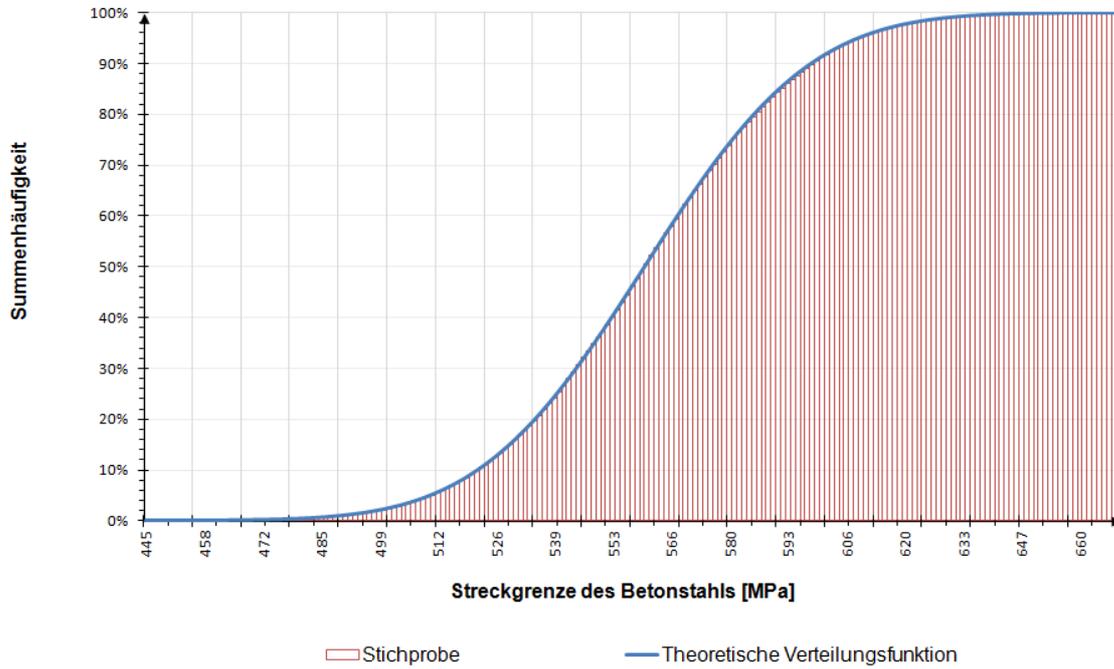
Kontrolle der Stichprobe für die Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichtefunktion (unten) des Fahrzeugabstands am Beispiel der Straßenverkehrsvariante I für Fahrstreifen 1 im Zeitraum von 0:00 bis 6:00 Uhr



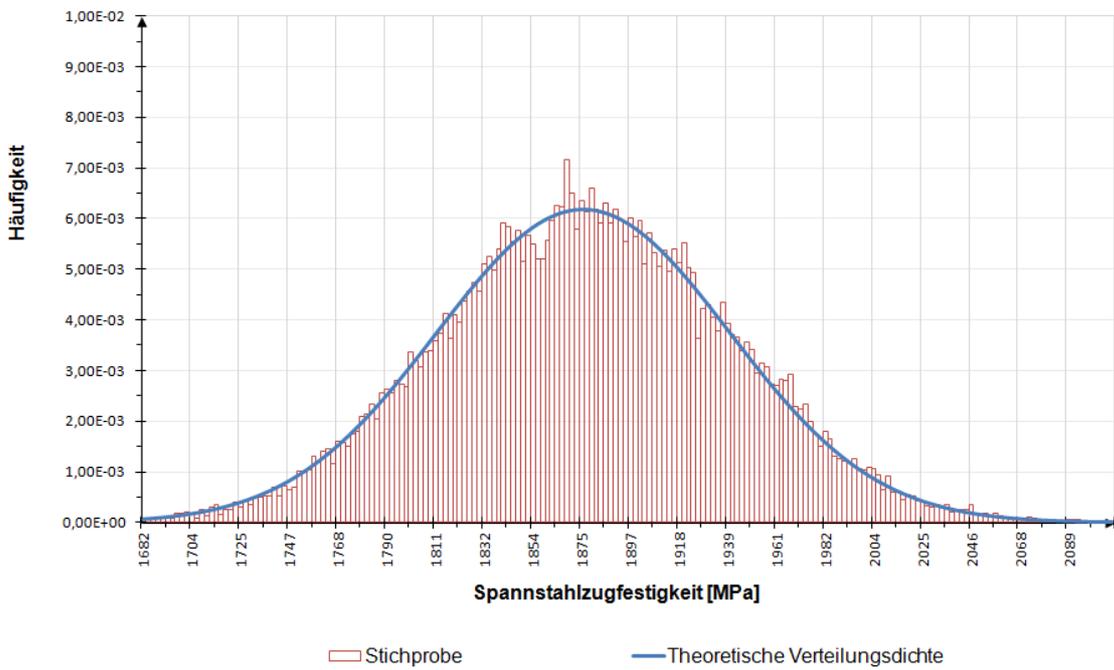
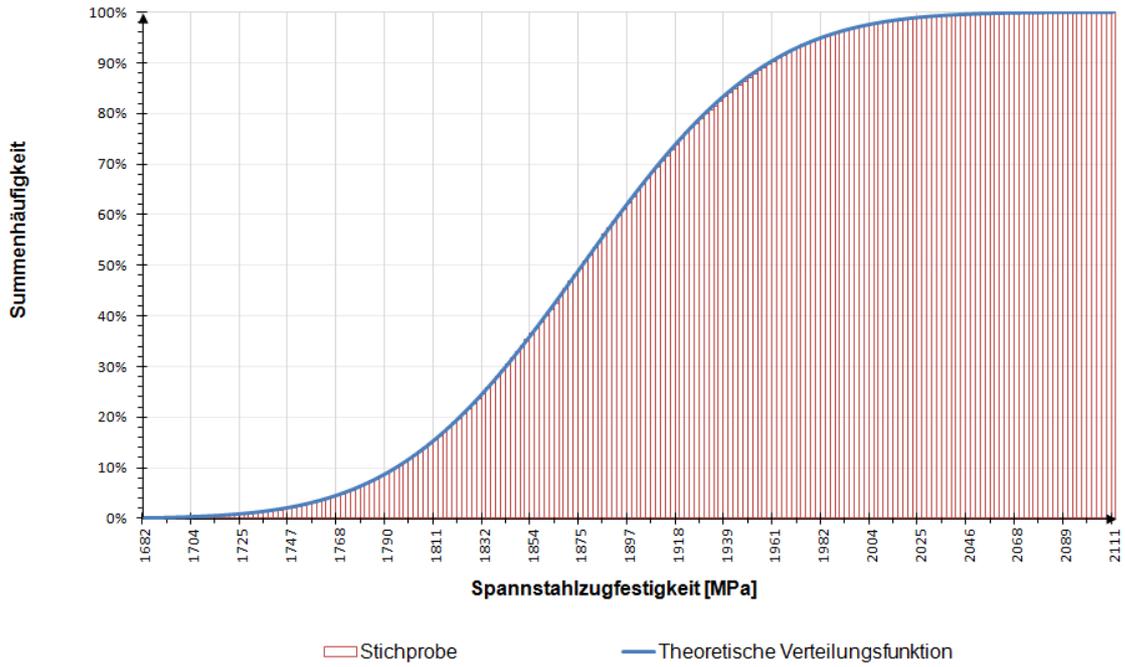
Kontrolle der Stichprobe für die Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichtefunktion (unten) der Betondruckfestigkeit



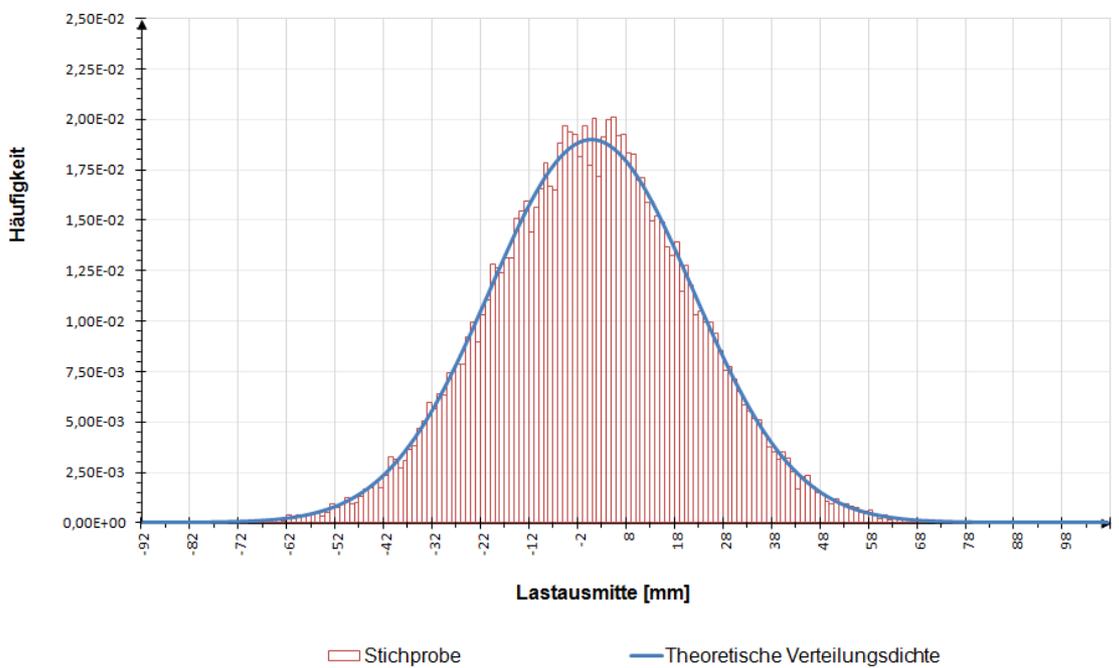
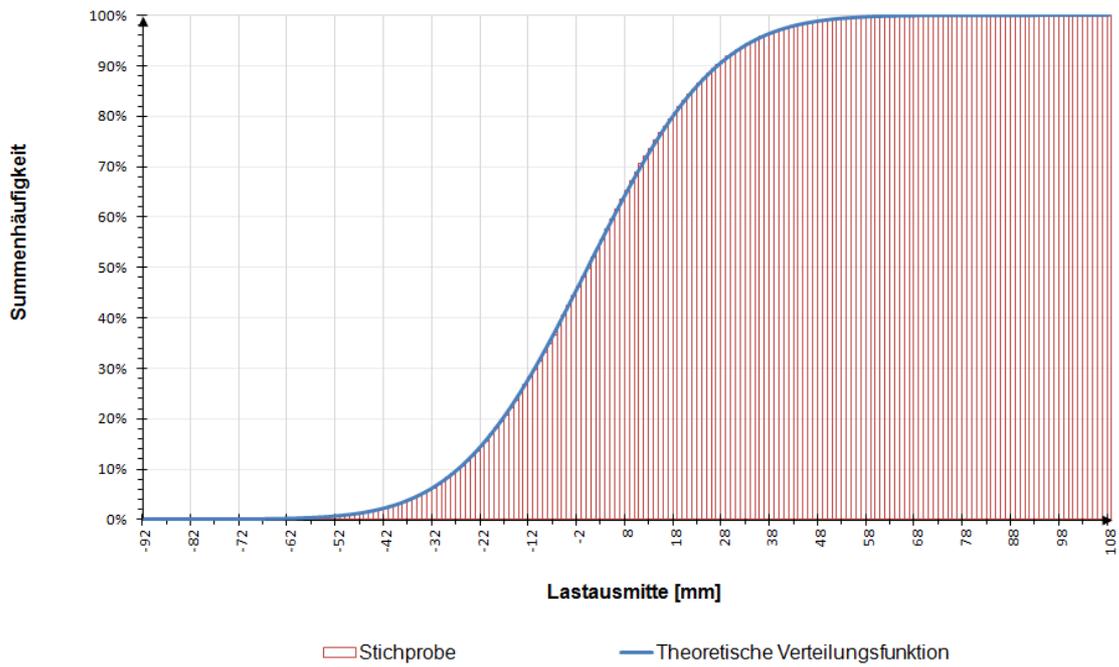
Kontrolle der Stichprobe für die Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichtefunktion (unten) des Faktors zwischen Elastizitätsmodul und Druckfestigkeit des Betons



Kontrolle der Stichprobe für die Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichtefunktion (unten) der Streckgrenze des Betonstahls



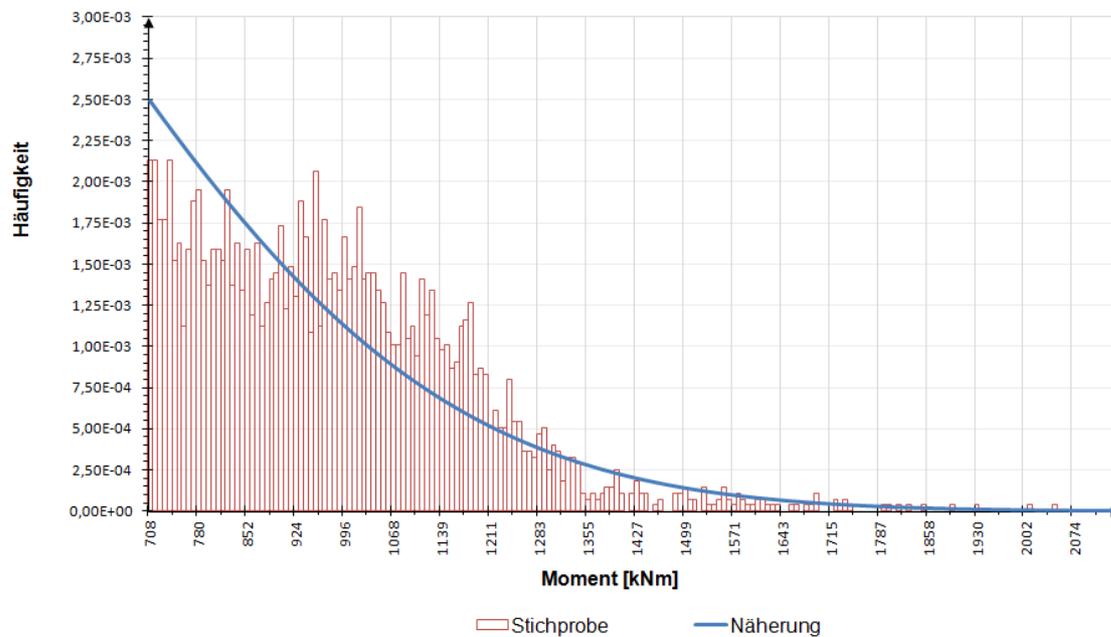
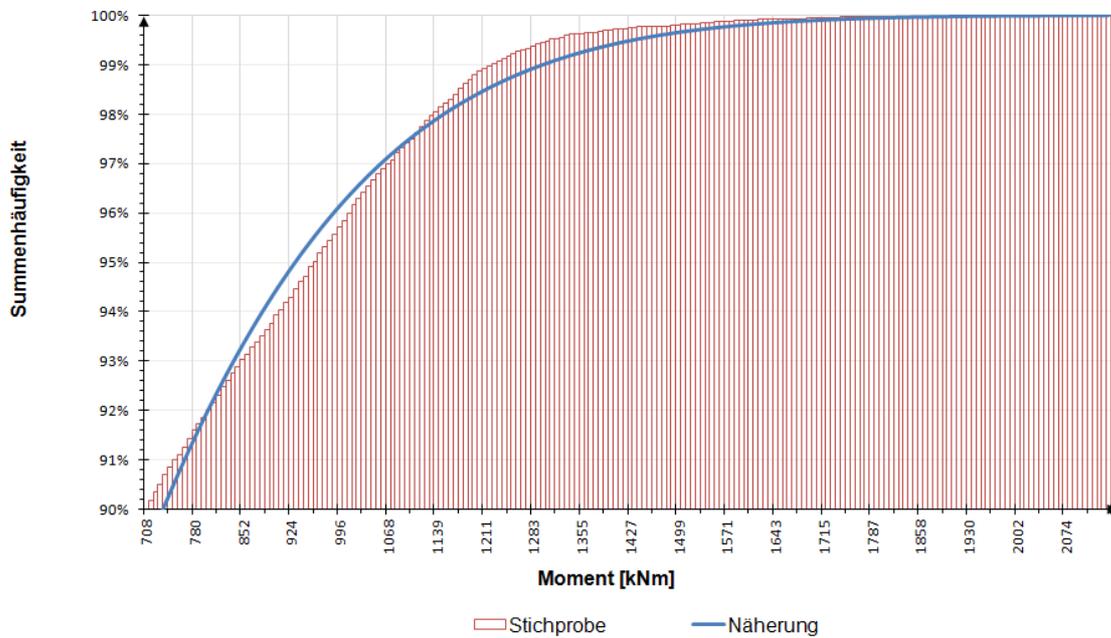
Kontrolle der Stichprobe für die Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichtefunktion (unten) der Spannstahlzugfestigkeit



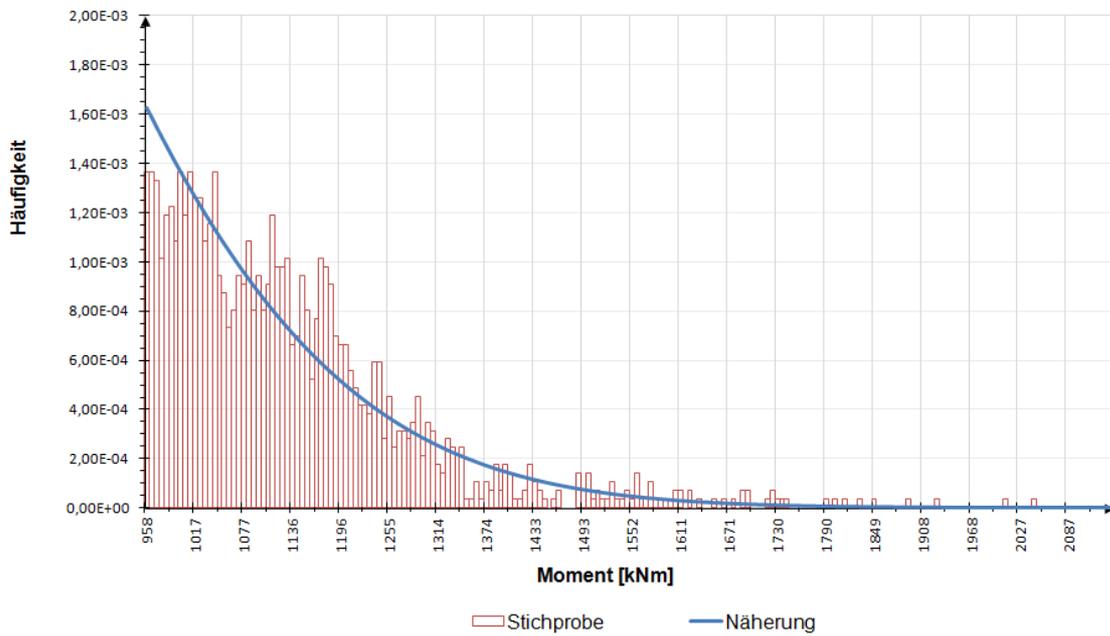
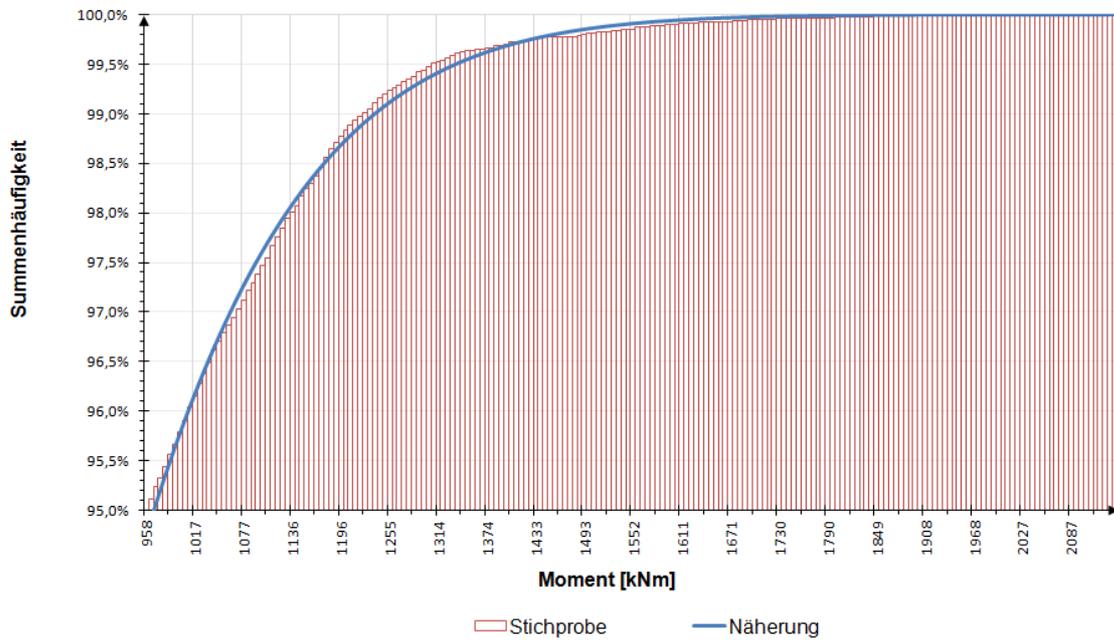
Kontrolle der Stichprobe für die Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichtefunktion (unten) der Lastausmitte

# Anhang III

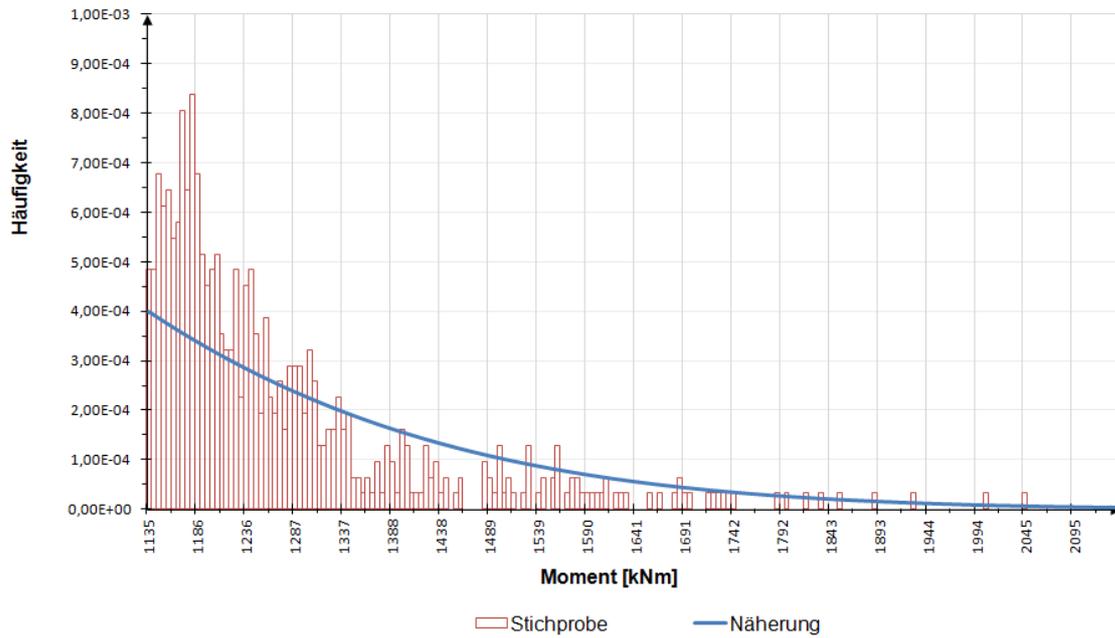
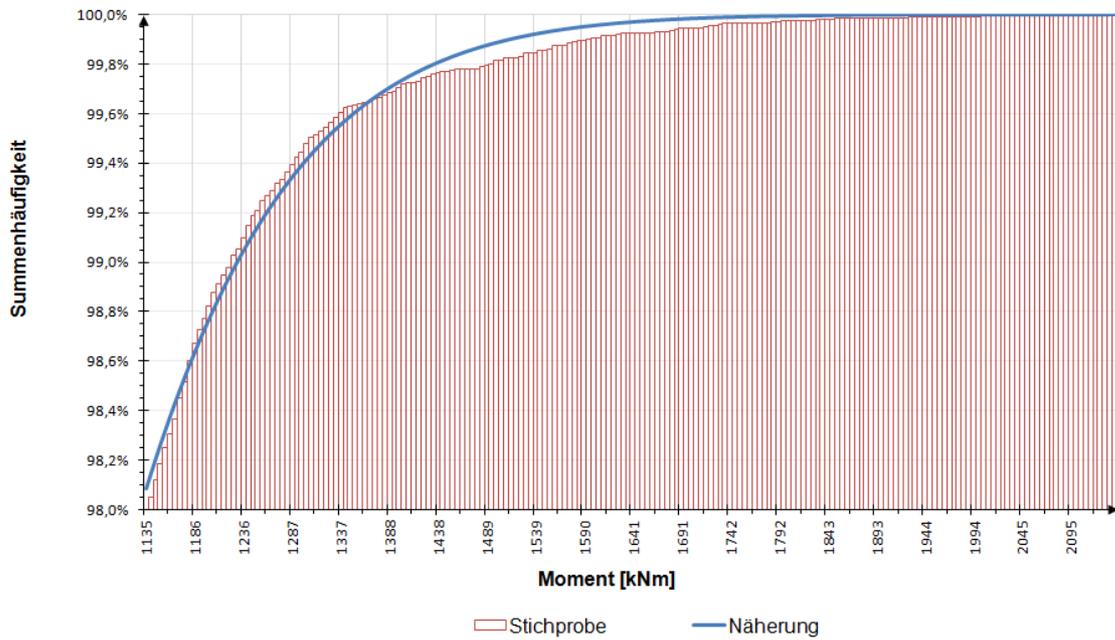
## Näherung der Verkehrslasten



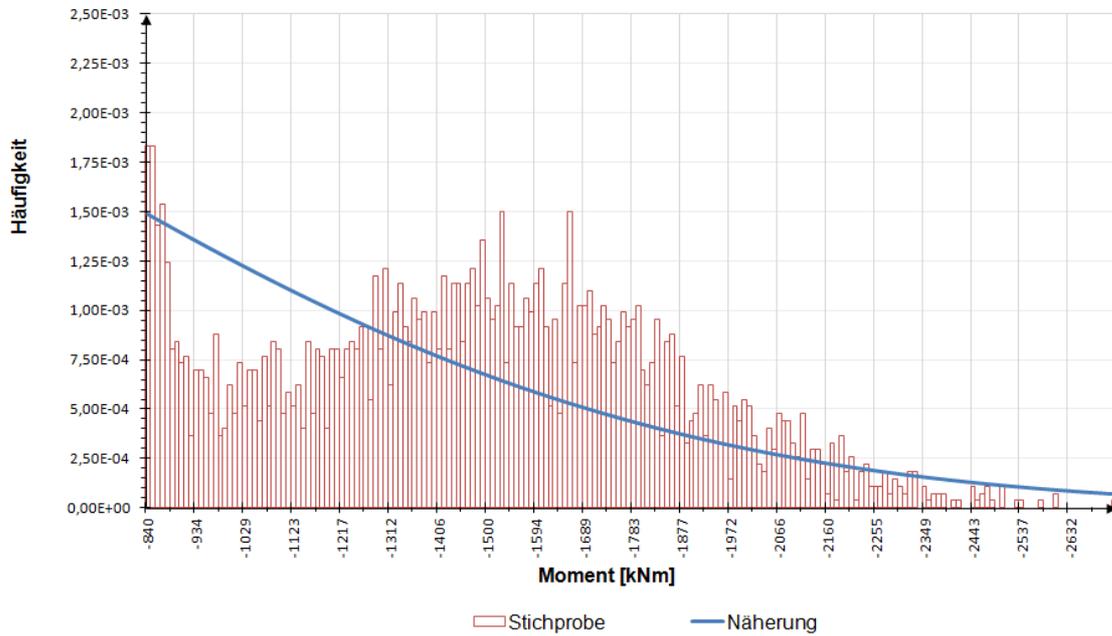
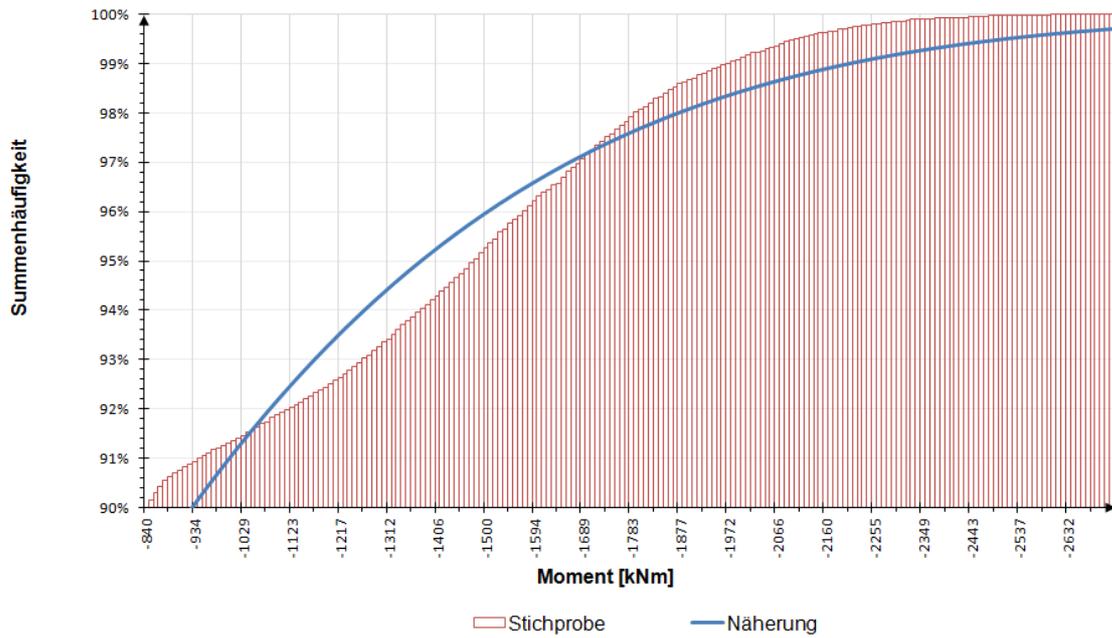
Näherung der Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichte (unten) des Feldmomentes durch Normalverteilung im Bereich ab der 90 %-Quantile



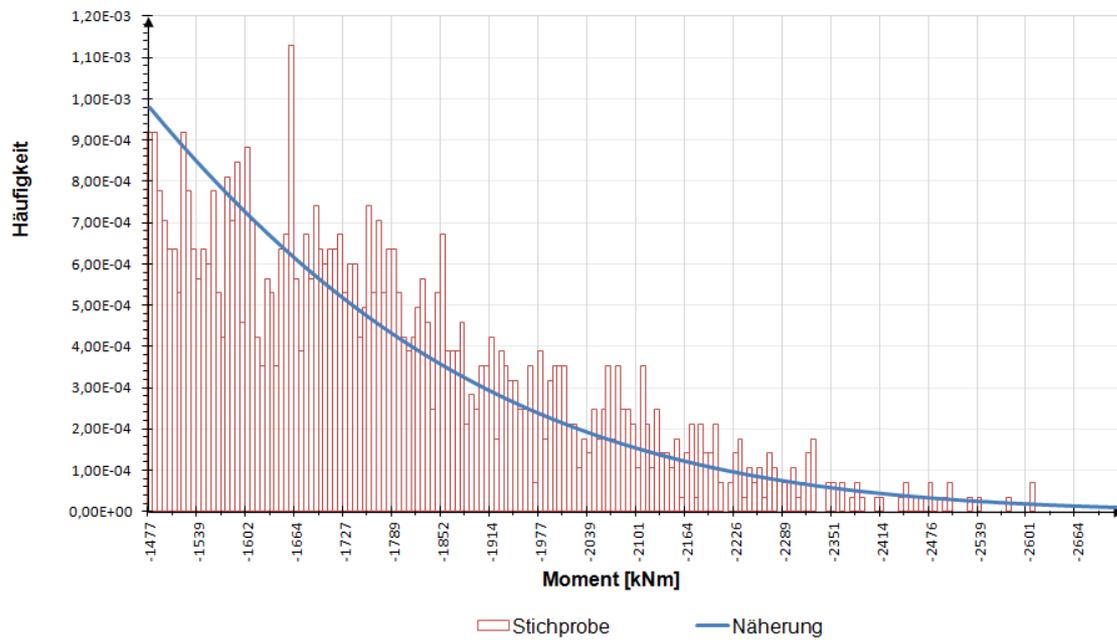
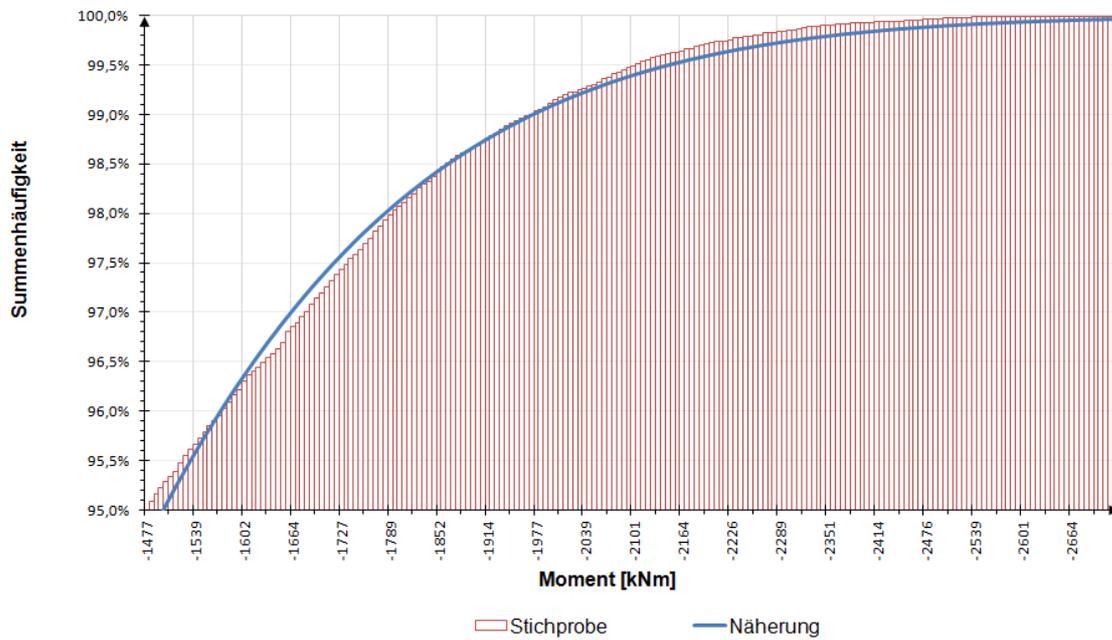
Näherung der Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichte (unten) des Feldmomentes durch Normalverteilung im Bereich ab der 95 %-Quantile



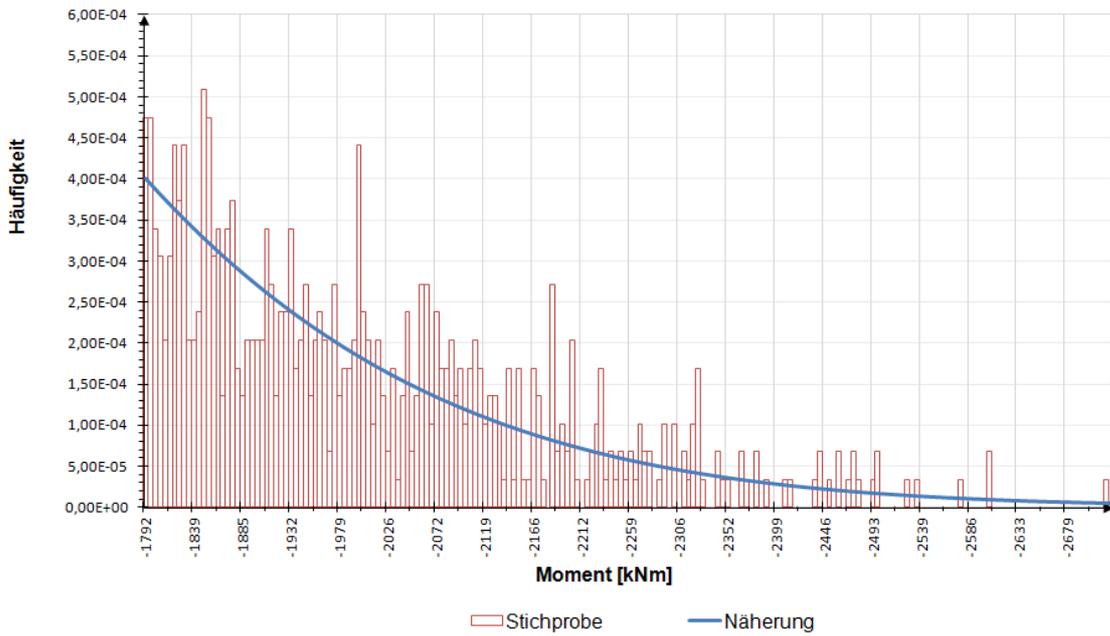
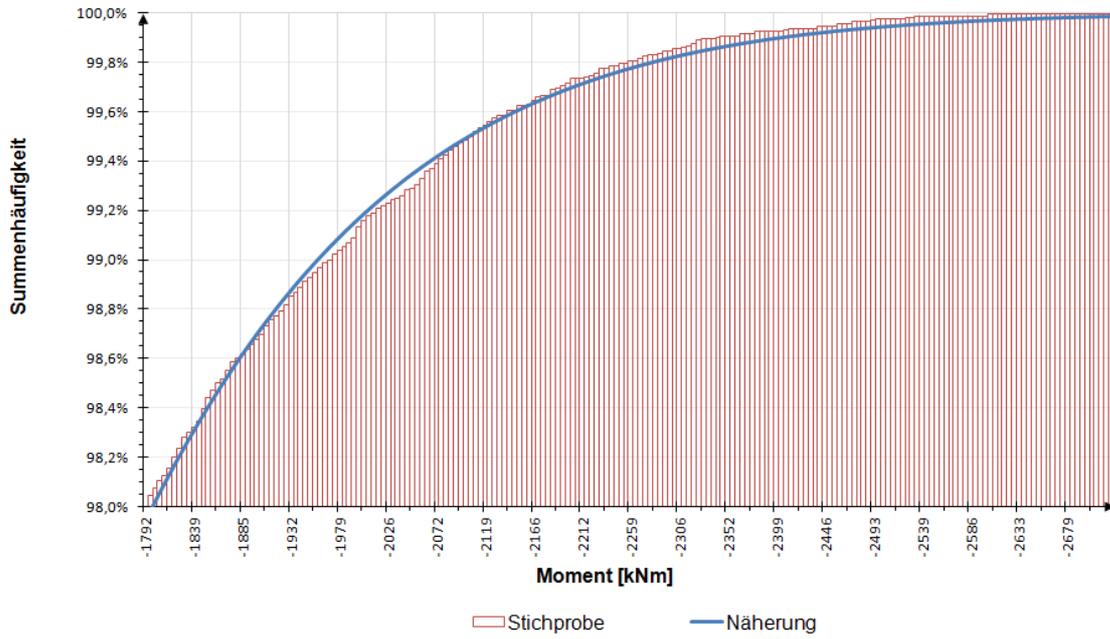
Näherung der Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichte (unten) des Feldmomentes durch Normalverteilung im Bereich ab der 98 %-Quantile



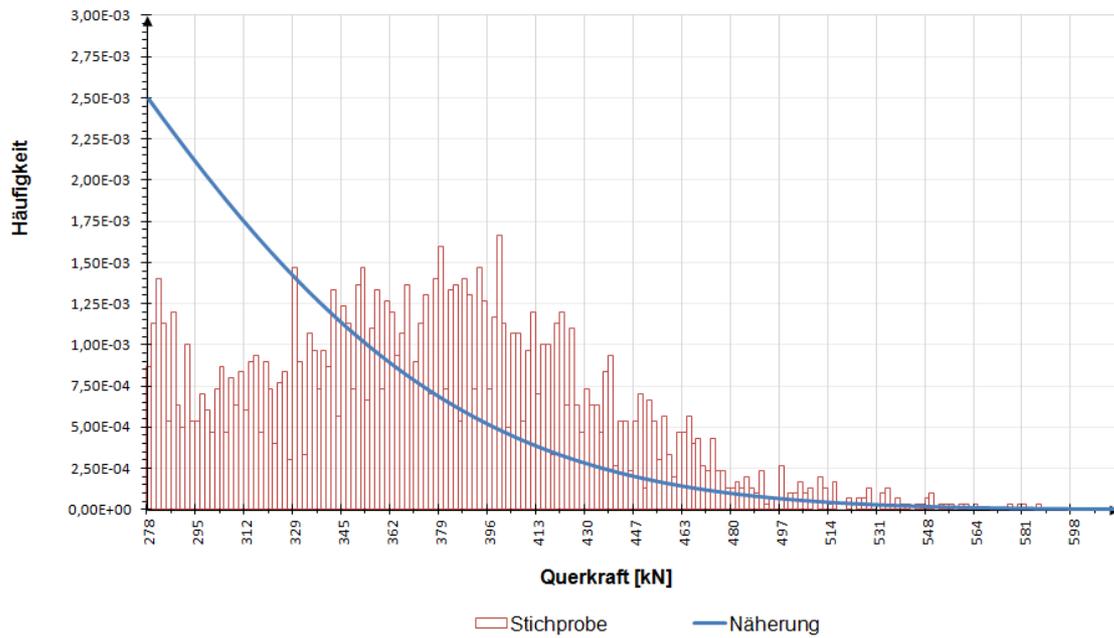
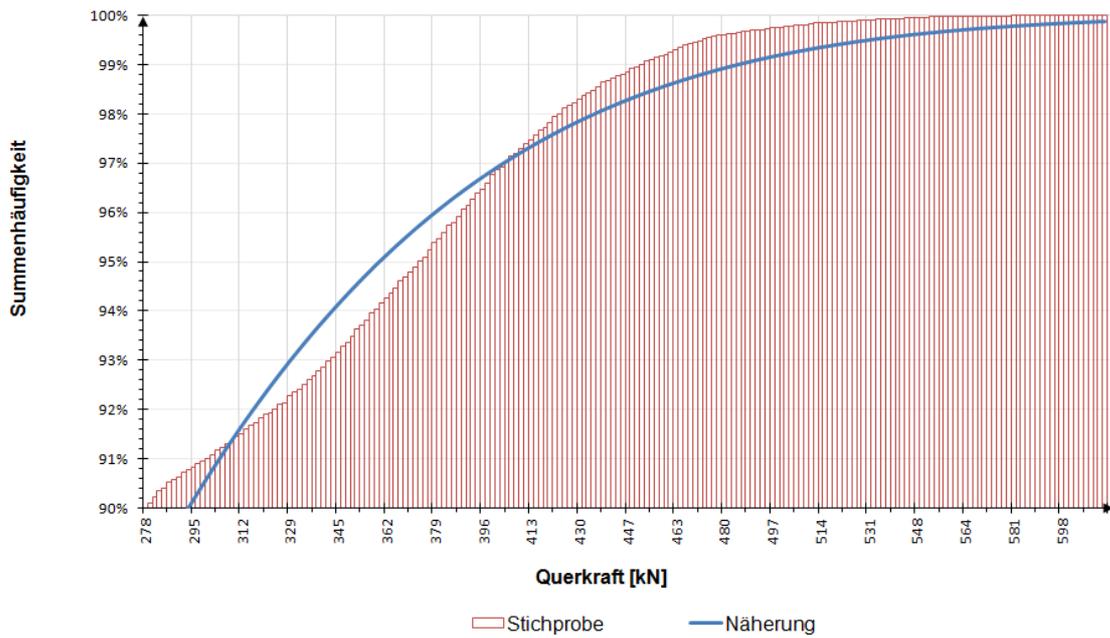
Näherung der Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichte (unten) des Stützmomentes durch Normalverteilung im Bereich ab der 90 %-Quantile



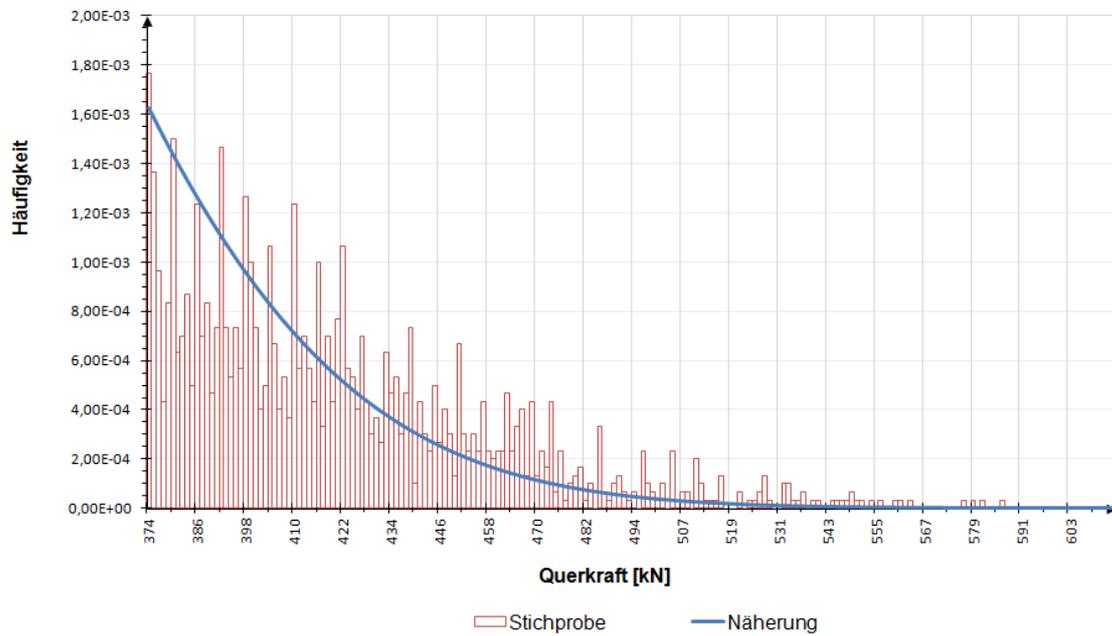
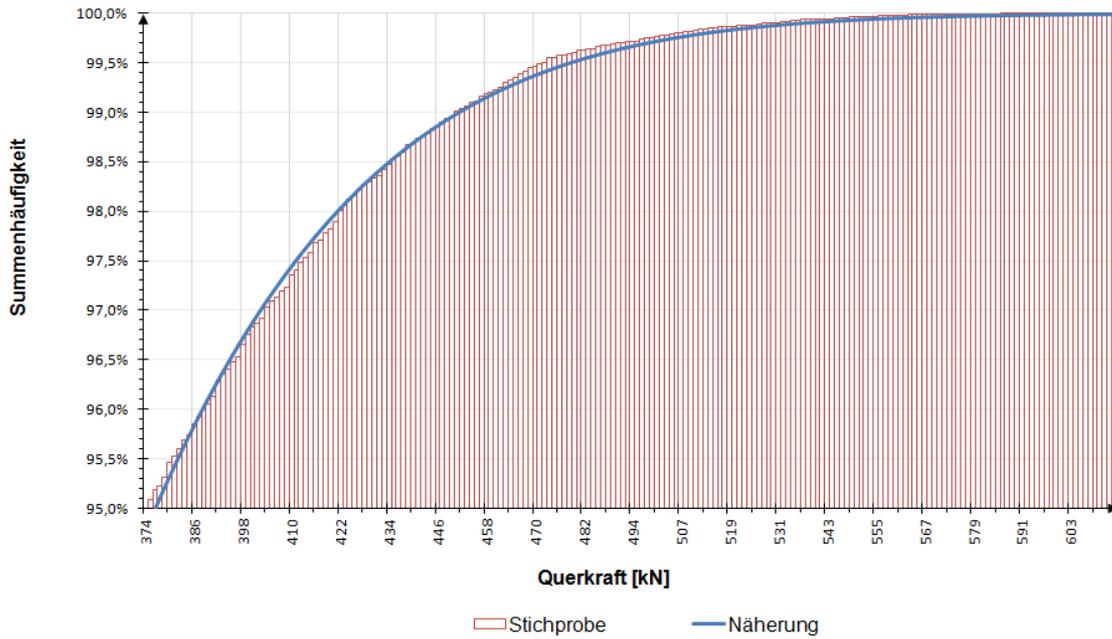
Näherung der Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichte (unten) des Stützmomentes durch Normalverteilung im Bereich ab der 95 %-Quantile



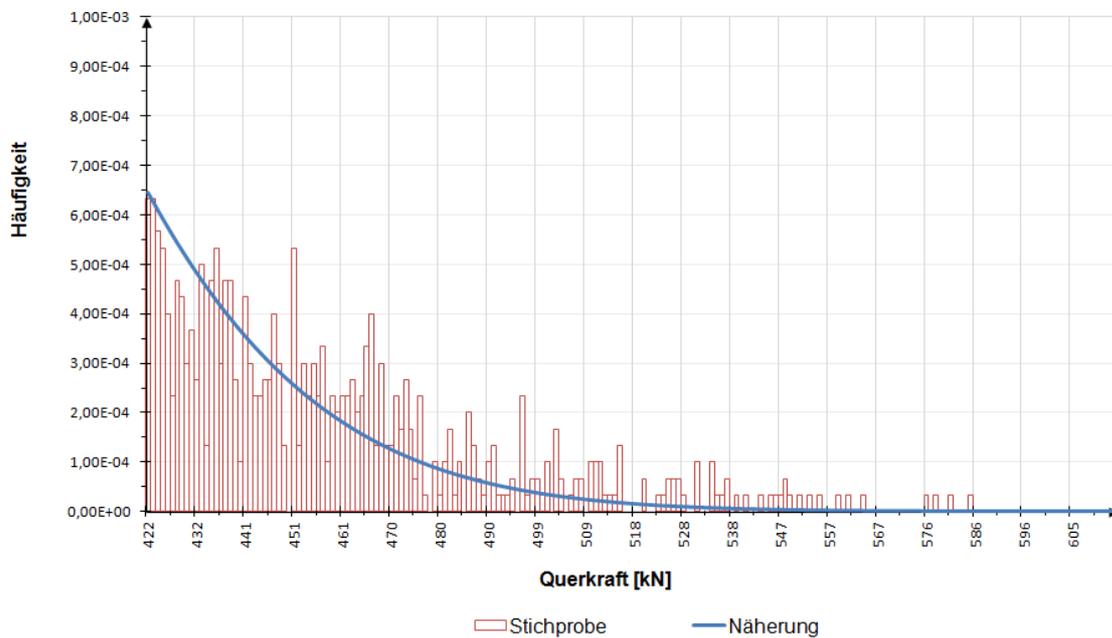
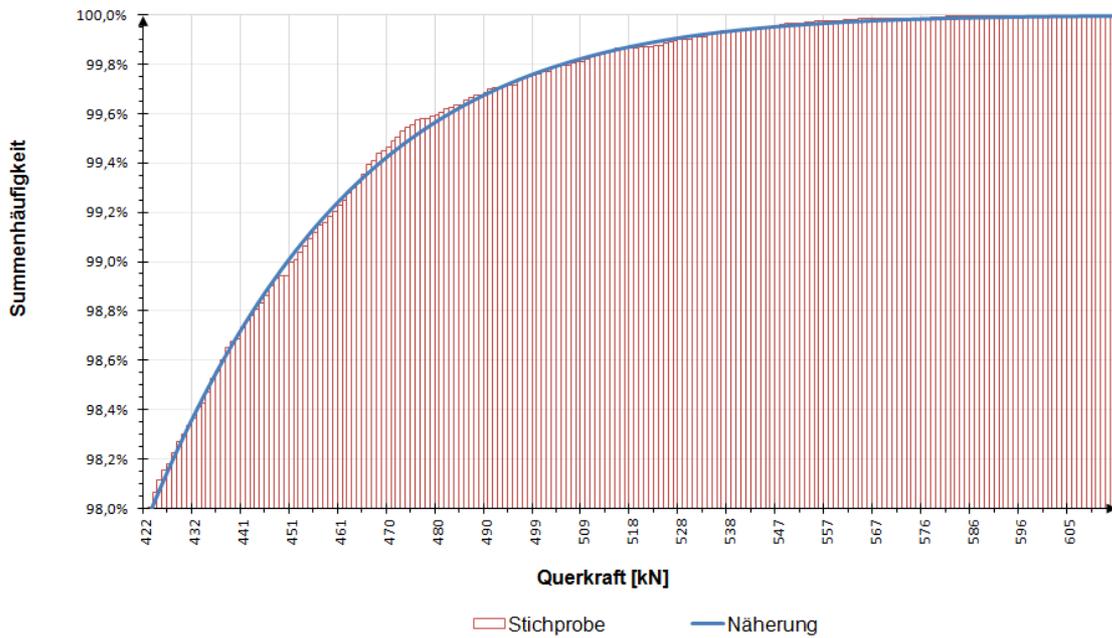
Näherung der Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichte (unten) des Stützmomentes durch Normalverteilung im Bereich ab der 98 %-Quantile



Näherung der Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichte (unten) der Querkraft durch Normalverteilung im Bereich ab der 90 %-Quantile



Näherung der Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichte (unten) der Querkraft durch Normalverteilung im Bereich ab der 95 %-Quantile

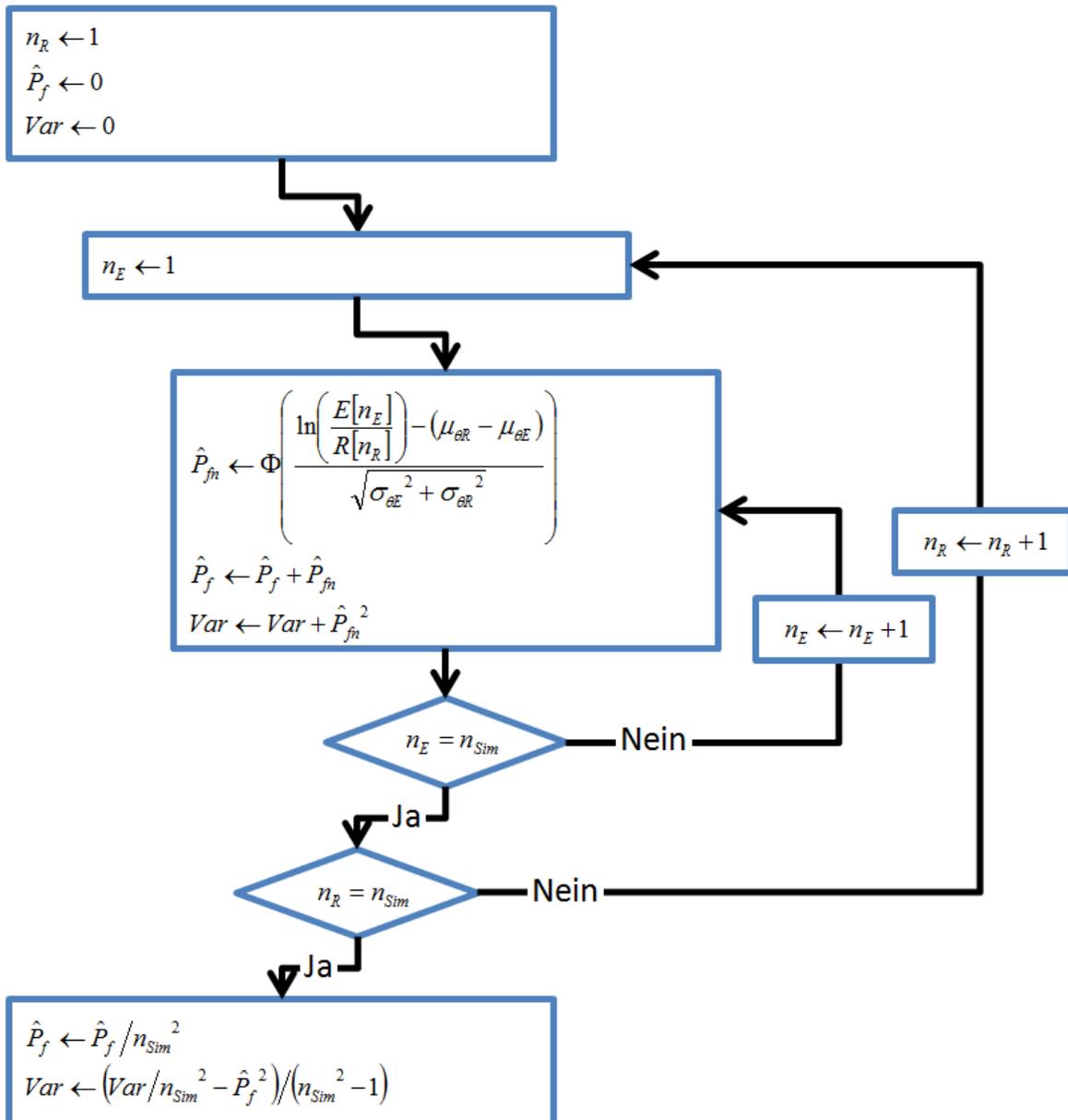


Näherung der Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichte (unten) der Querkraft durch Normalverteilung im Bereich ab der 98 %-Quantile



## Anhang IV

### Methode der Modellunsicherheiten



Programmablaufschaema für die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit und der Varianz mit der Methode der Modellunsicherheiten

Näherungsformel fur die Verteilungsfunktion der standardisierten Normalverteilung nach [7], die in der Berechnung verwendet wurde:

fur  $0 \leq x < \infty$

$$\Phi(x) \cong 1 - Z(x) (b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2 + b_3 \cdot t^3 + b_4 \cdot t^4 + b_5 \cdot t^5)$$

mit

$$Z(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$b_1 = 0,319381530$$

$$b_2 = -0,356563782$$

$$b_3 = 1,781477937$$

$$b_4 = -1,821255978$$

$$b_5 = 1,330274429$$

fur  $-\infty < x < 0$

$$\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$$

## Anhang V

### Analytische Näherung der Schnittgrößen

Vergleich der analytischen Näherungen der Biegebeanspruchung für den Ereignisfall

Querschnitt	Normalverteilung			Logarithmische Normalverteilung			Verallgemeinerte logarithmische Normalverteilung		
	KS	$\chi^2$	QS	KS	$\chi^2$	QS	KS	$\chi^2$	QS
Feld 1	0,386	0,045	0,021	0,069	0,007	0,000	0,046	0,006	$1,04 \cdot 10^{-4}$
Stütze 1	0,342	0,045	0,020	0,382	0,048	0,026	0,048	0,006	$1,44 \cdot 10^{-4}$
Feld 2	0,297	0,028	0,015	0,125	0,011	0,002	0,036	0,006	$1,50 \cdot 10^{-4}$
Stütze 2	0,361	0,040	0,020	0,198	0,075	0,008	0,037	0,005	$9,92 \cdot 10^{-5}$
Feld 3	0,367	2,738	0,017	0,079	0,009	0,001	0,040	0,009	$7,30 \cdot 10^{-5}$
Stütze 3	0,344	0,037	0,022	0,215	0,147	0,006	0,038	0,006	$1,45 \cdot 10^{-4}$
Feld 4	0,301	0,031	0,014	0,115	0,008	0,002	0,056	0,005	$1,95 \cdot 10^{-4}$
Stütze 4	0,319	0,042	0,015	0,480	0,094	0,042	0,058	0,008	$2,51 \cdot 10^{-4}$
Feld 5	0,278	0,048	0,011	0,210	0,045	0,007	0,039	0,008	$9,18 \cdot 10^{-5}$

Vergleich der analytischen Näherungen der Querkraftbeanspruchung und Auflagerkraft für den Ereignisfall

Querschnitt	Normalverteilung			Logarithmische Normalverteilung			Verallgemeinerte logarithmische Normalverteilung		
	KS	$\chi^2$	QS	KS	$\chi^2$	QS	KS	$\chi^2$	QS
Querkraft Druckstrebe	0,476	0,074	0,032	0,130	0,008	$1,49 \cdot 10^{-3}$	0,070	0,007	$3,04 \cdot 10^{-4}$
Querkraft Zugstrebe	0,606	0,112	0,056	0,141	0,008	$2,17 \cdot 10^{-3}$	0,087	0,008	$7,00 \cdot 10^{-4}$
Pfeiler innen	0,417	34,14	0,024	0,080	0,015	$5,84 \cdot 10^{-4}$	0,040	0,010	$1,18 \cdot 10^{-4}$
Pfeiler seitlich	0,416	0,122	0,028	0,077	0,009	$9,40 \cdot 10^{-4}$	0,035	0,008	$1,16 \cdot 10^{-4}$

Vergleich der analytischen Näherungen der Biegebeanspruchung nach dem Ereignis

Querschnitt	Normalverteilung			Logarithmische Normalverteilung			Verallgemeinerte logarithmische Normalverteilung		
	KS	$\chi^2$	QS	KS	$\chi^2$	QS	KS	$\chi^2$	QS
Feld 1	0,335	0,033	0,016	0,054	0,006	$1,27 \cdot 10^{-4}$	0,049	0,006	$1,15 \cdot 10^{-4}$
Stütze 1	0,338	0,037	0,020	0,079	0,006	$3,55 \cdot 10^{-4}$	0,035	0,006	$1,05 \cdot 10^{-4}$
Feld 2	0,300	0,036	0,016	0,035	0,007	$1,11 \cdot 10^{-4}$	0,036	0,007	$7,07 \cdot 10^{-5}$
Stütze 2	0,347	0,038	0,018	0,045	0,009	$2,63 \cdot 10^{-4}$	0,039	0,008	$1,14 \cdot 10^{-4}$
Feld 3	0,396	0,037	0,020	0,078	0,005	$2,86 \cdot 10^{-4}$	0,068	0,005	$2,14 \cdot 10^{-4}$
Stütze 3	0,371	0,041	0,019	0,051	0,007	$2,45 \cdot 10^{-4}$	0,049	0,007	$1,35 \cdot 10^{-4}$
Feld 4	0,294	0,035	0,015	0,054	0,007	$2,32 \cdot 10^{-4}$	0,035	0,007	$1,18 \cdot 10^{-4}$
Stütze 4	0,351	0,044	0,019	0,087	0,011	$9,53 \cdot 10^{-4}$	0,042	0,006	$2,13 \cdot 10^{-4}$
Feld 5	0,326	0,086	0,017	0,042	0,008	$1,19 \cdot 10^{-4}$	0,046	0,008	$1,11 \cdot 10^{-4}$

Vergleich der analytischen Näherungen der Querkraftbeanspruchung und Auflagerkraft nach dem Ereignis

Querschnitt	Normalverteilung			Logarithmische Normalverteilung			Verallgemeinerte logarithmische Normalverteilung		
	KS	$\chi^2$	QS	KS	$\chi^2$	QS	KS	$\chi^2$	QS
Querkraft Druckstrebe	0,314	0,034	0,018	0,055	0,007	$2,40 \cdot 10^{-4}$	0,051	0,007	$2,05 \cdot 10^{-4}$
Querkraft Zugstrebe	0,371	0,049	0,022	0,051	0,007	$2,14 \cdot 10^{-4}$	0,051	0,007	$2,14 \cdot 10^{-4}$
Pfeiler innen	0,293	0,078	0,014	0,046	0,007	$1,47 \cdot 10^{-4}$	0,050	0,007	$1,67 \cdot 10^{-4}$
Pfeiler seitlich	0,355	0,087	0,018	0,042	0,008	$1,61 \cdot 10^{-4}$	0,033	0,008	$1,12 \cdot 10^{-4}$

Vergleich der analytischen Näherungen der Biegetragfähigkeit

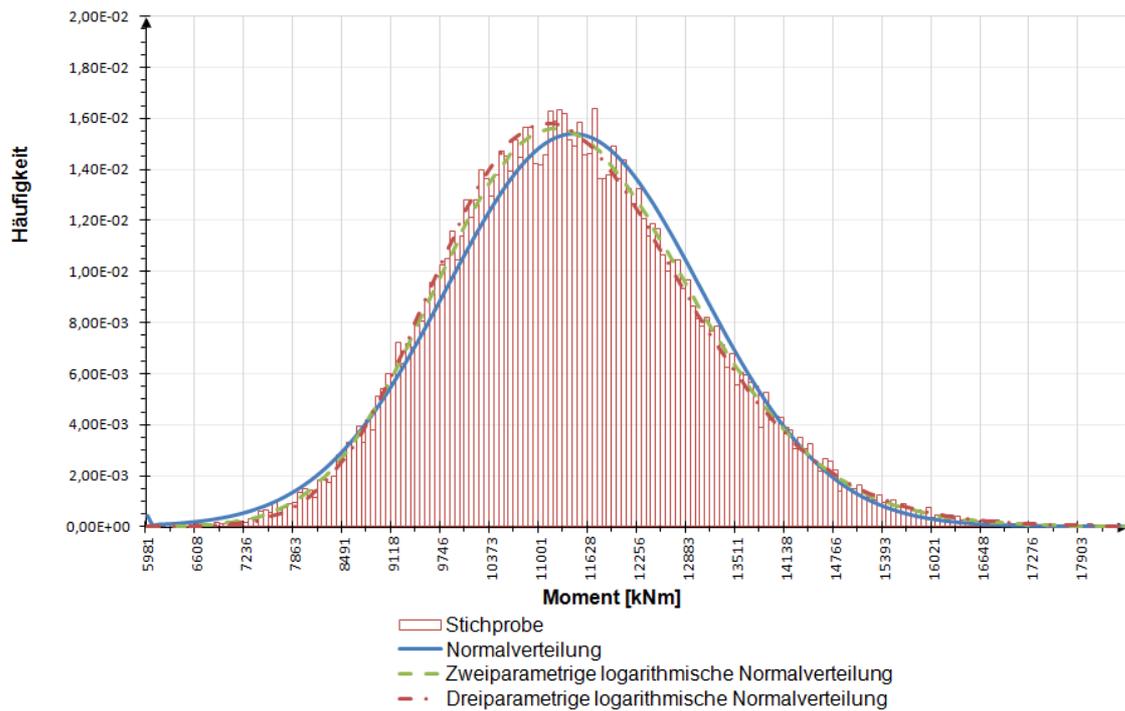
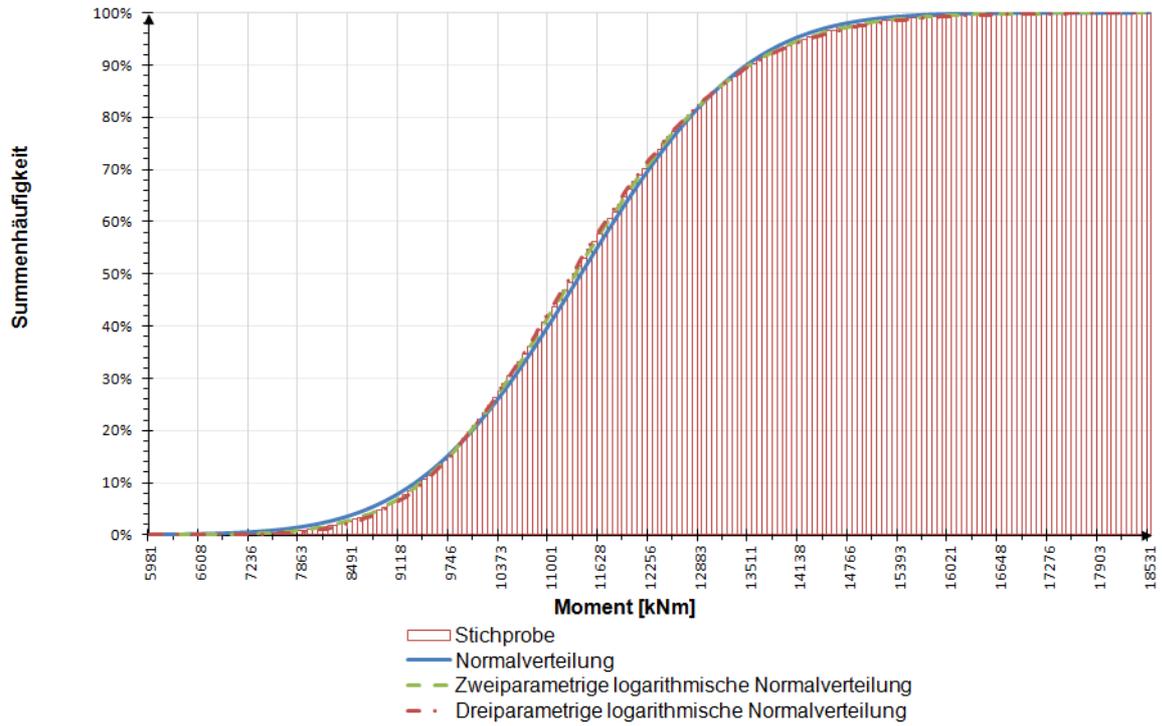
Querschnitt	Normalverteilung			Logarithmische Normalverteilung			Verallgemeinerte logarithmische Normalverteilung		
	KS	$\chi^2$	QS	KS	$\chi^2$	QS	KS	$\chi^2$	QS
Feld 1	0,421	1,154	0,025	0,047	0,008	$1,11 \cdot 10^{-4}$	0,048	0,008	$1,39 \cdot 10^{-4}$
Stütze 1	0,430	0,245	0,029	0,073	0,007	$2,52 \cdot 10^{-4}$	0,052	0,007	$1,78 \cdot 10^{-4}$
Feld 2	0,392	2,052	0,025	0,051	0,010	$1,84 \cdot 10^{-4}$	0,038	0,010	$1,09 \cdot 10^{-4}$
Stütze 2	0,450	2,546	0,029	0,035	0,009	$7,70 \cdot 10^{-5}$	0,035	0,009	$8,00 \cdot 10^{-5}$
Feld 3	0,441	0,550	0,030	0,039	0,008	$9,92 \cdot 10^{-5}$	0,045	0,008	$1,54 \cdot 10^{-4}$
Stütze 3	0,464	1,418	0,030	0,060	0,007	$3,45 \cdot 10^{-4}$	0,063	0,007	$3,69 \cdot 10^{-4}$
Feld 4	0,439	0,155	0,028	0,036	0,006	$6,62 \cdot 10^{-5}$	0,027	0,006	$5,18 \cdot 10^{-5}$
Stütze 4	0,435	0,238	0,030	0,035	0,007	$1,00 \cdot 10^{-4}$	0,034	0,007	$7,09 \cdot 10^{-5}$
Feld 5	0,475	0,118	0,031	0,053	0,007	$1,51 \cdot 10^{-4}$	0,053	0,007	$1,50 \cdot 10^{-4}$

Vergleich der analytischen Näherungen der Querkrafttragfähigkeit

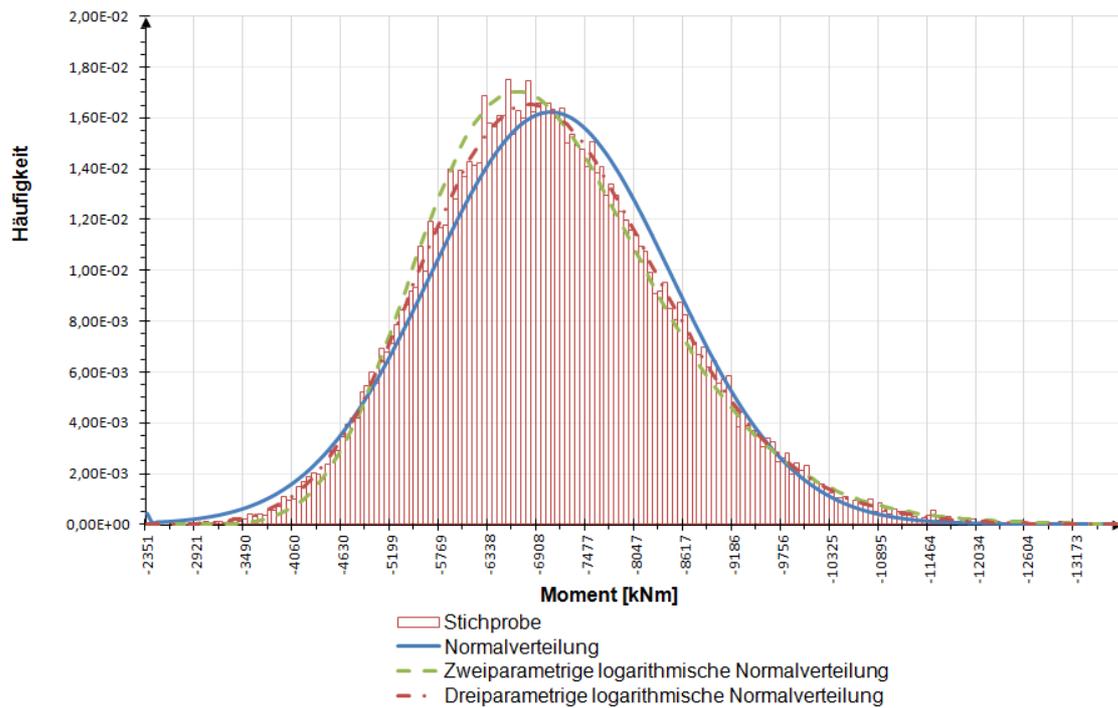
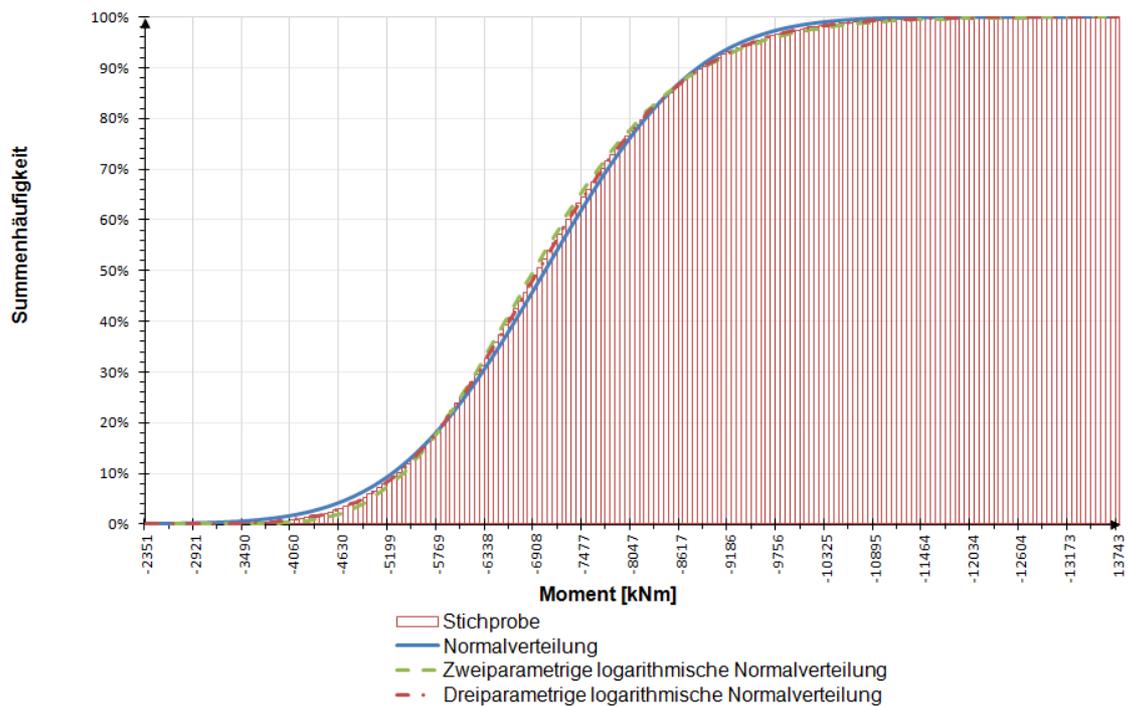
Querschnitt	Normalverteilung			Logarithmische Normalverteilung			Verallgemeinerte logarithmische Normalverteilung		
	KS	$\chi^2$	QS	KS	$\chi^2$	QS	KS	$\chi^2$	QS
Querkraft Druckstrebe	0,451	0,410	0,032	0,086	0,009	$8,65 \cdot 10^{-4}$	0,041	0,008	$9,50 \cdot 10^{-5}$
Querkraft Zugstrebe	0,357	0,030	0,017	0,045	0,008	$1,72 \cdot 10^{-4}$	0,065	0,008	$2,22 \cdot 10^{-4}$

Vergleich der analytischen Näherungen der Aufnehmbaren Normalkraft des Pfeilers

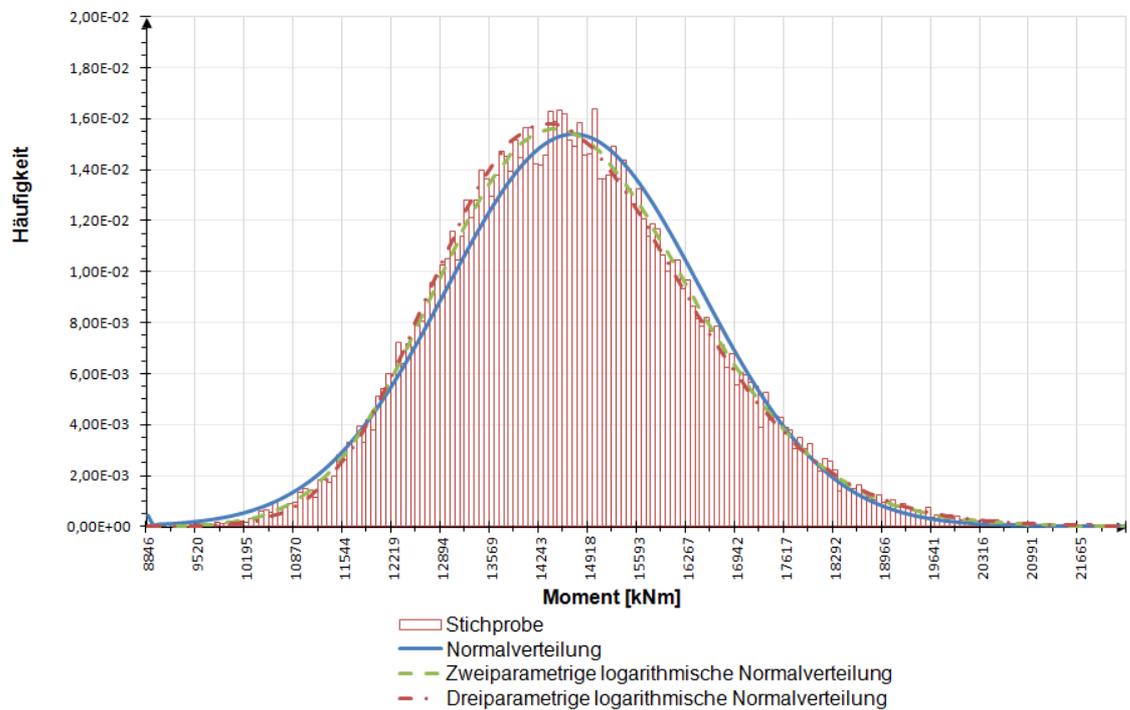
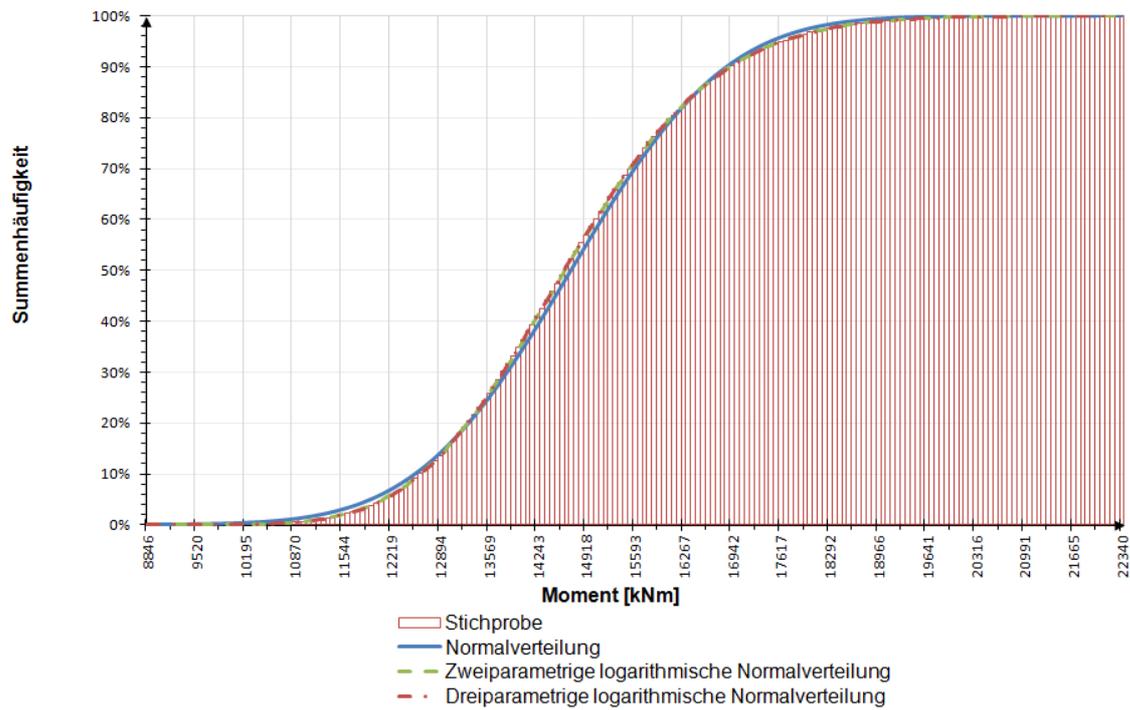
Verteilungsfunktion		Im Ereignisfall		Nach dem Ereignis	
		Pfeiler I	Pfeiler II	Pfeiler I	Pfeiler II
Normalverteilung	KS	0,791	0,747	0,790	0,745
	$\chi^2$	0,650	0,670	0,689	0,750
	QS	0,099	0,088	0,098	0,087
Logarithmische Normalverteilung	KS	0,310	0,189	0,314	0,190
	$\chi^2$	0,017	0,011	0,017	0,011
	QS	0,014	0,005	0,014	0,005
Verallgemeinerte logarithmische Normalverteilung	KS	0,275	0,171	0,271	0,174
	$\chi^2$	0,020	0,013	0,019	0,013
	QS	0,010	0,005	0,010	0,005
Gumbel-Verteilung	KS	0,443	0,400	0,446	0,401
	$\chi^2$	0,030	0,028	0,029	0,028
	QS	0,032	0,027	0,032	0,027
Weibull-Verteilung	KS	0,257	0,160	0,251	0,167
	$\chi^2$	0,019	0,012	0,018	0,012
	QS	0,008	0,004	0,008	0,004



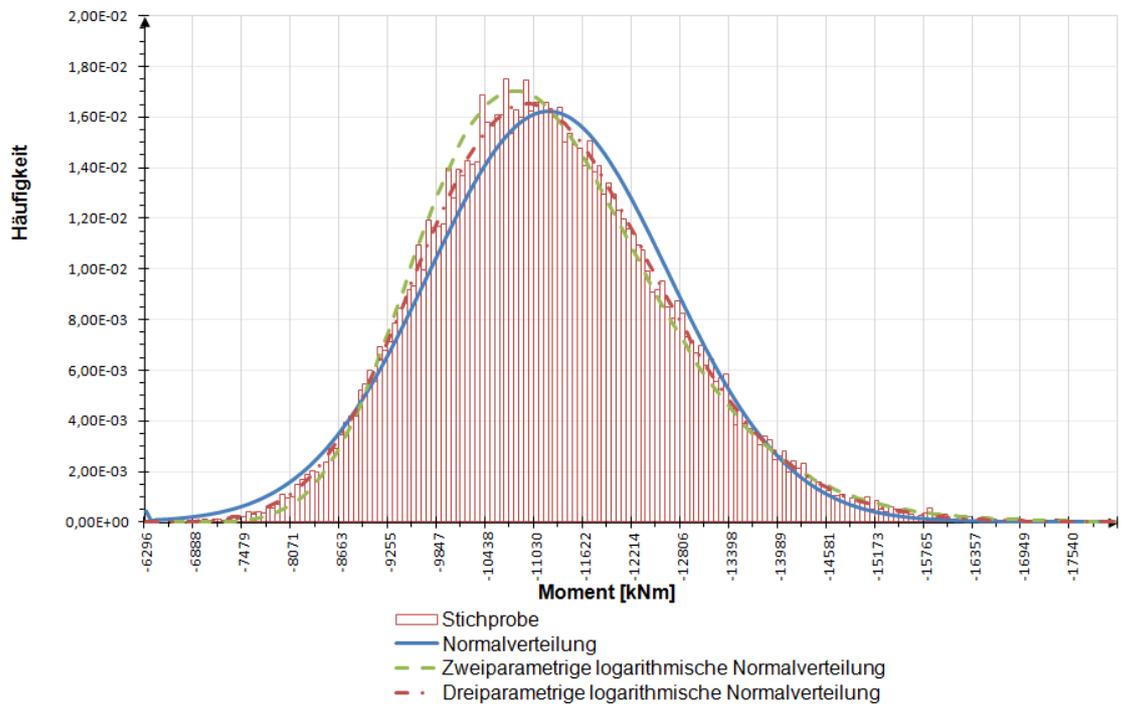
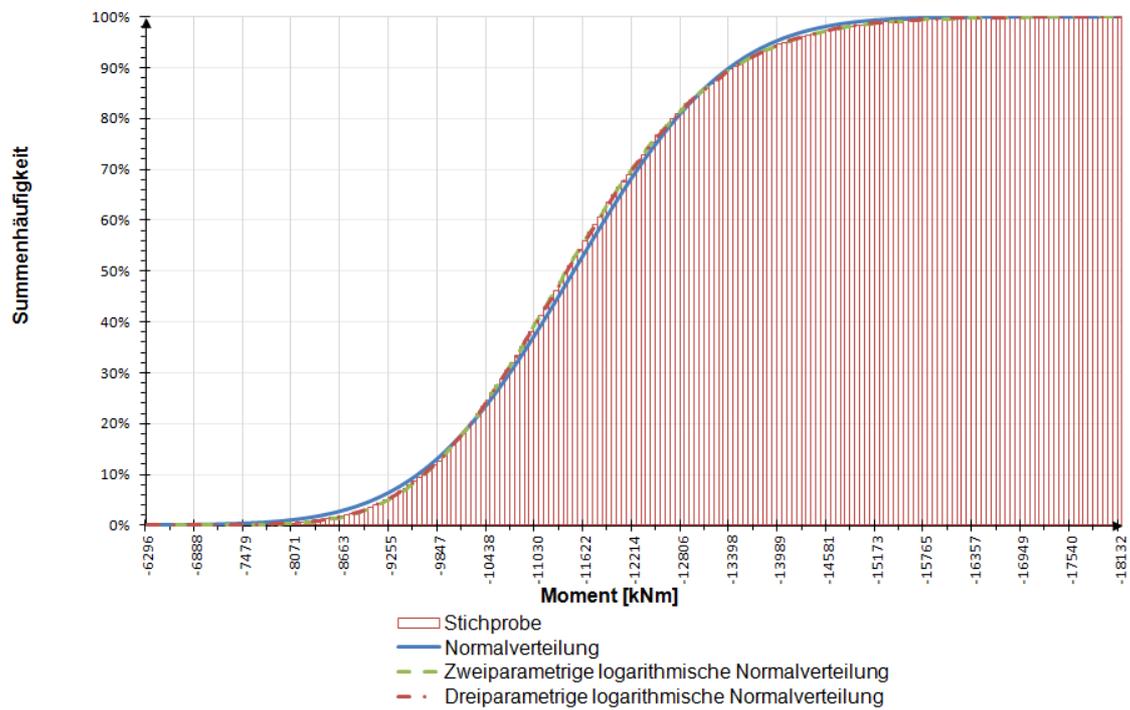
Näherung der Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichte (unten) des Feldmomentes im Ereignisfall



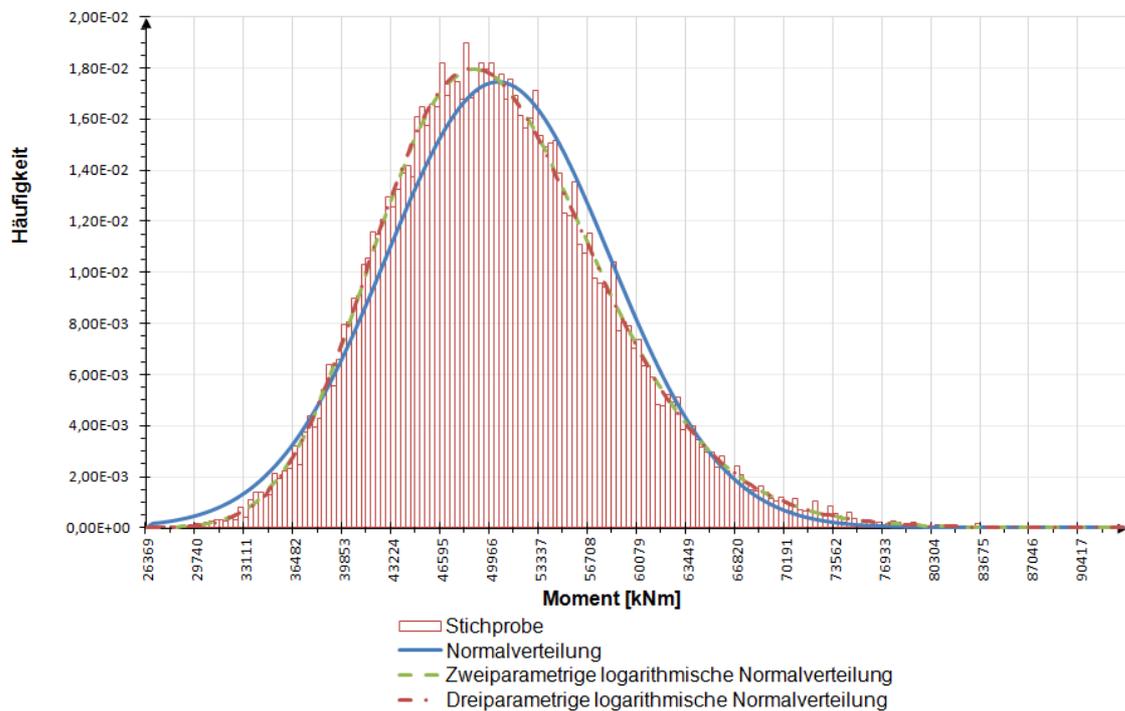
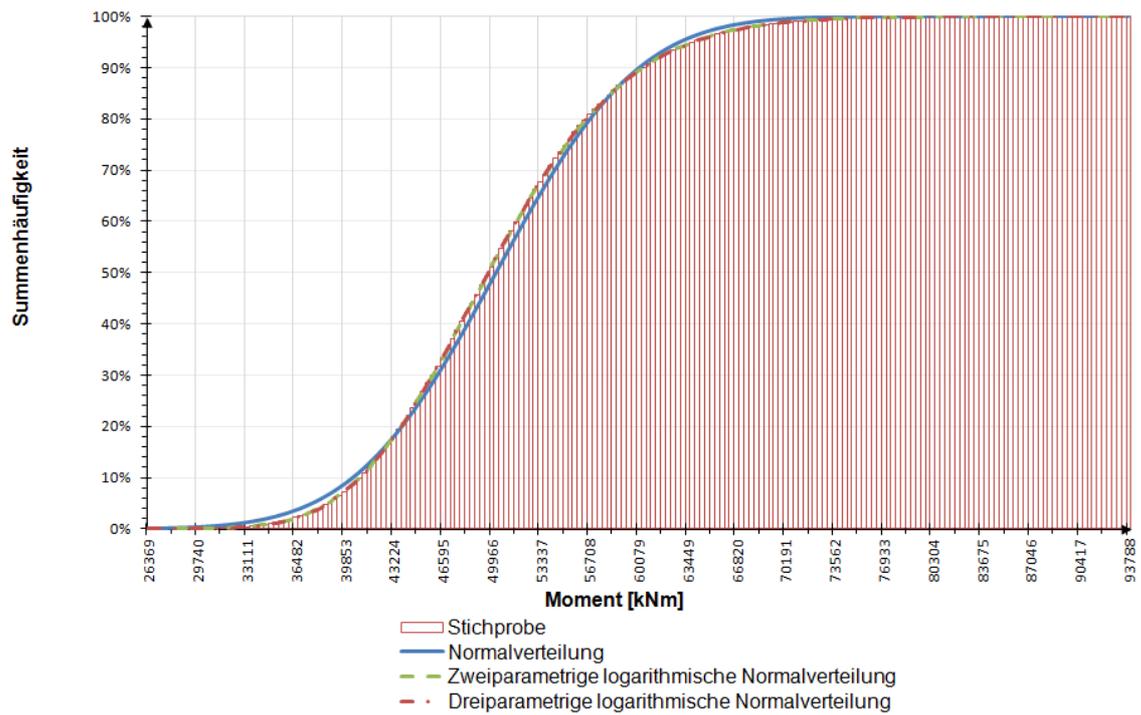
Näherung der Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichte (unten) des Stützmomentes im Ereignisfall



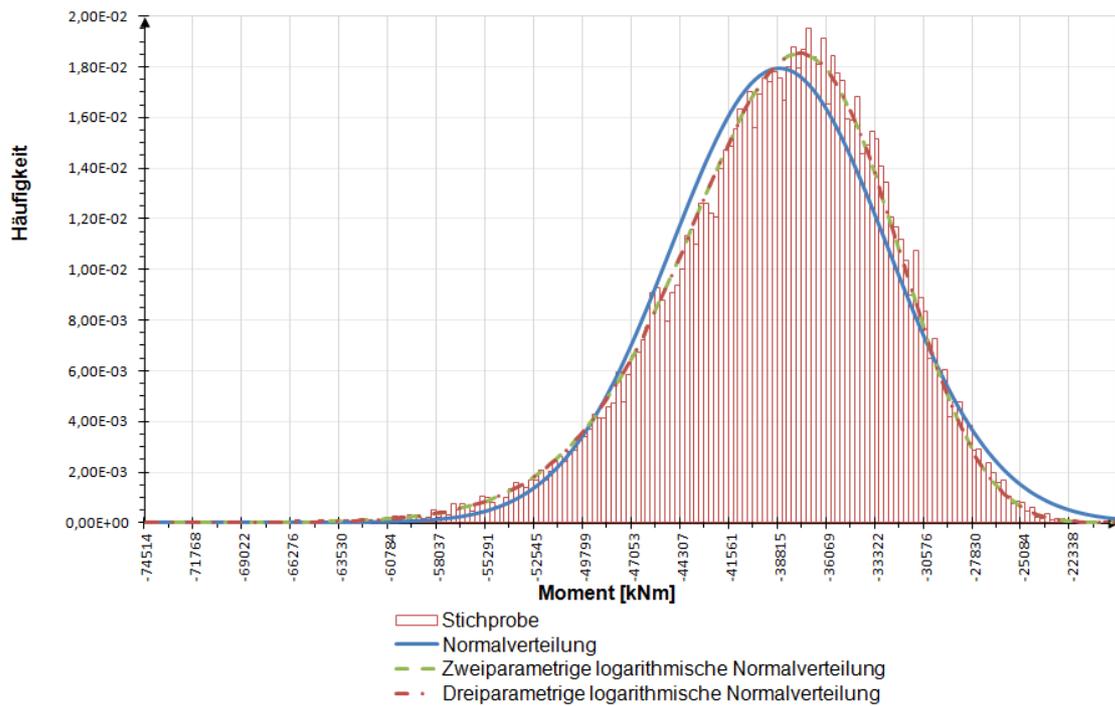
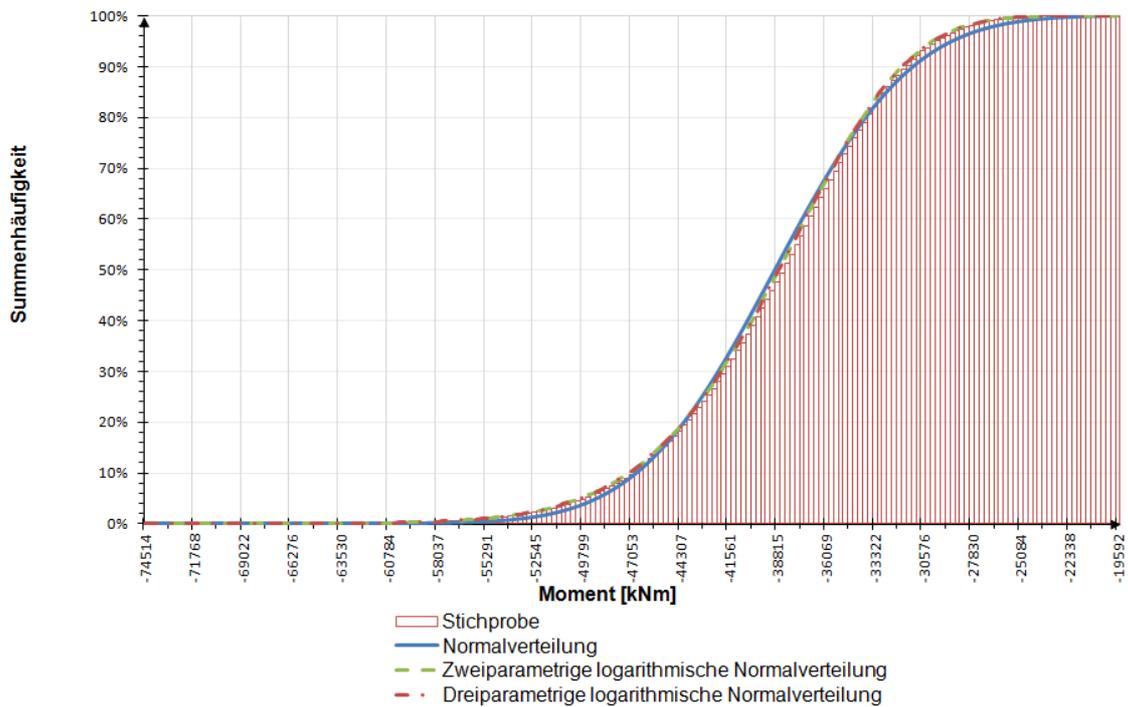
Näherung der Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichte (unten) des Feldmomentes nach dem Ereignis



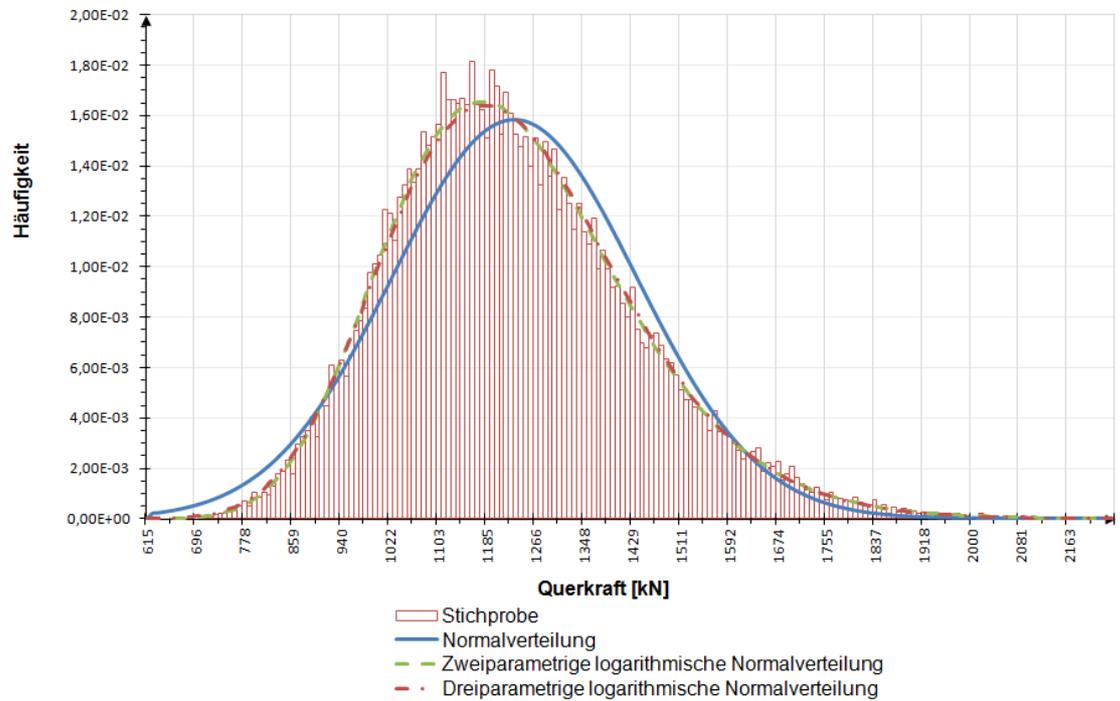
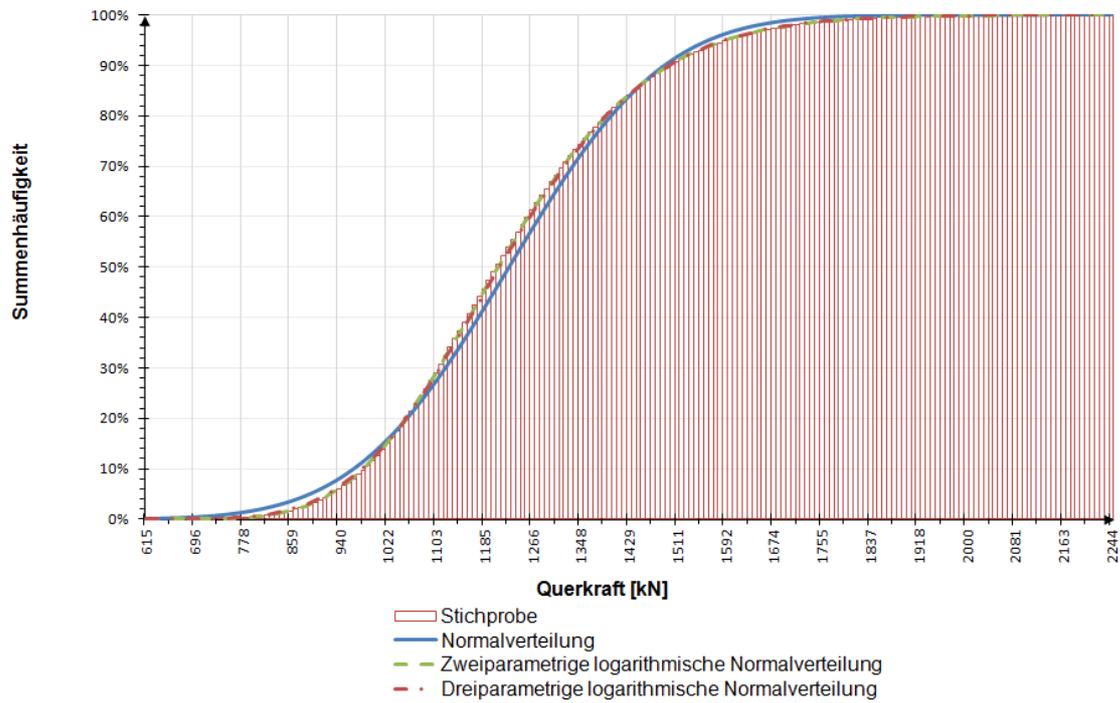
Näherung der Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichte (unten) des Stützmomentes nach dem Ereignis



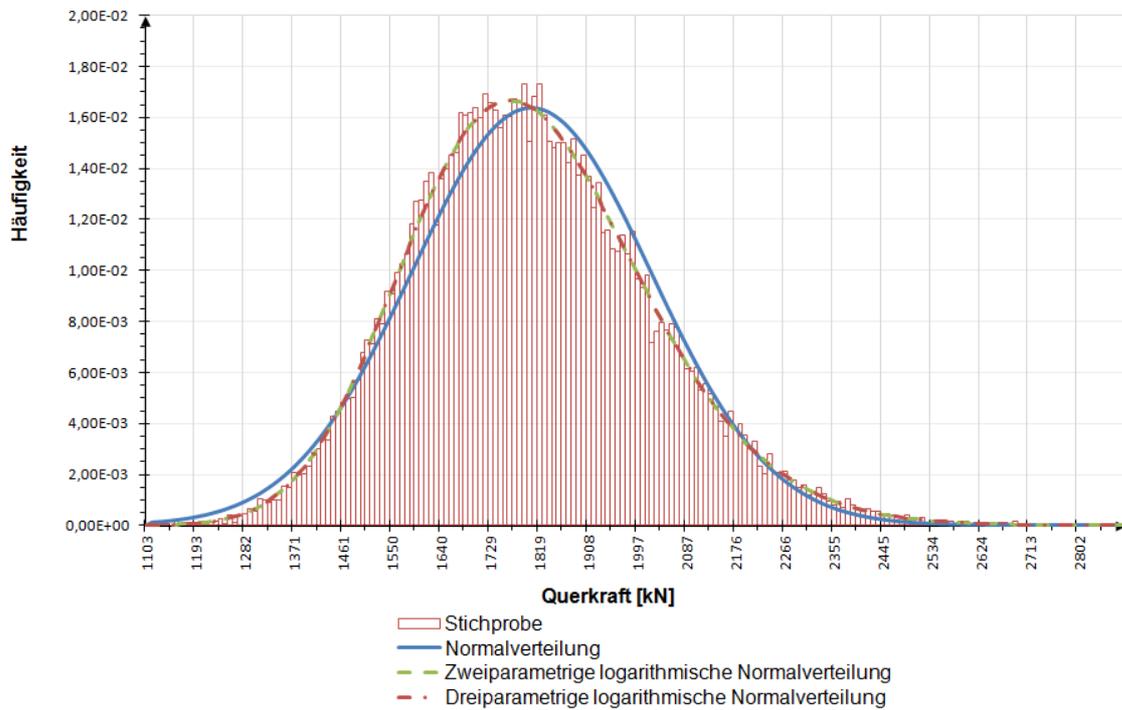
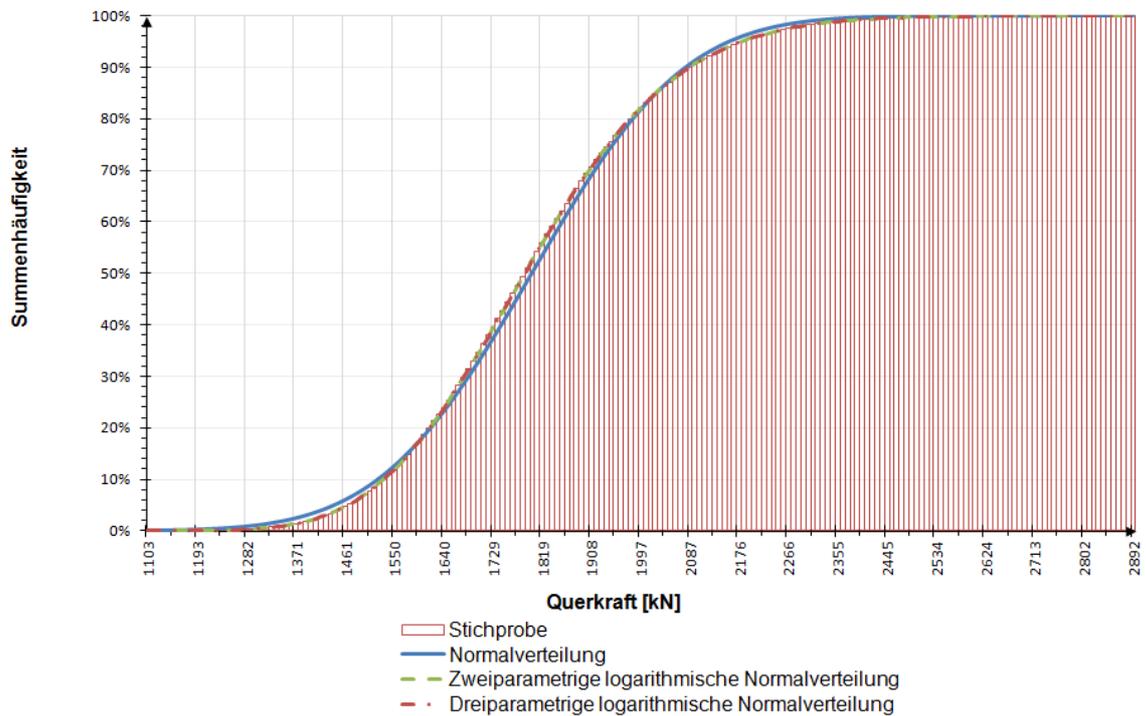
Näherung der Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichte (unten) der Biegetragfähigkeit im Feldbereich



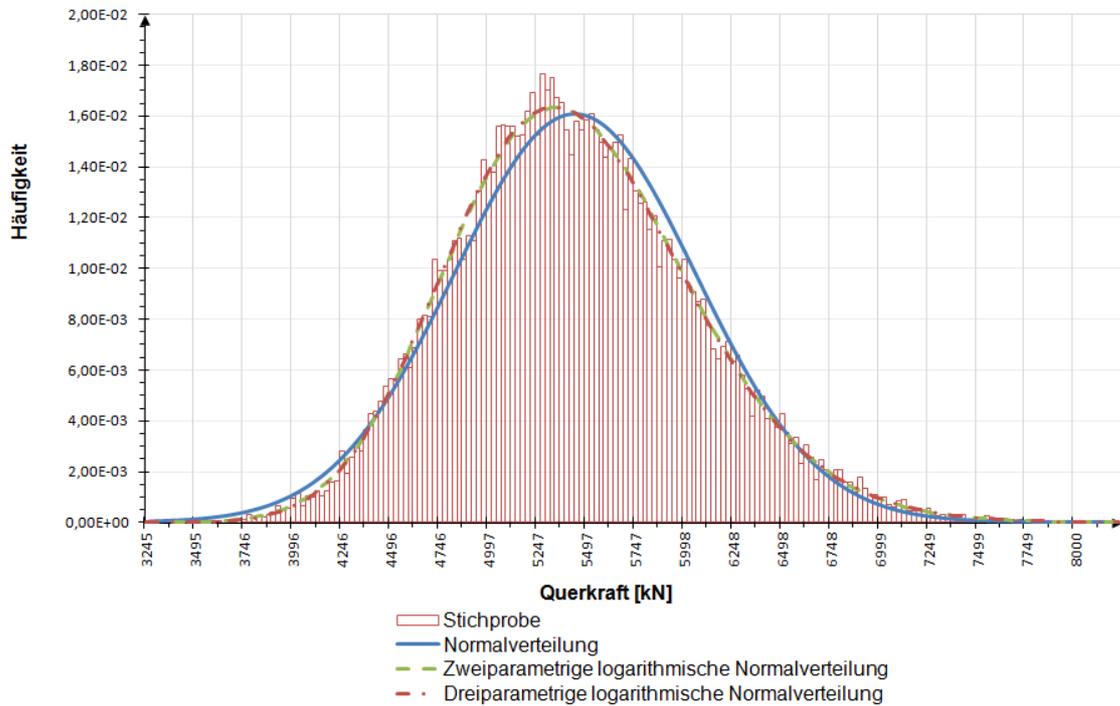
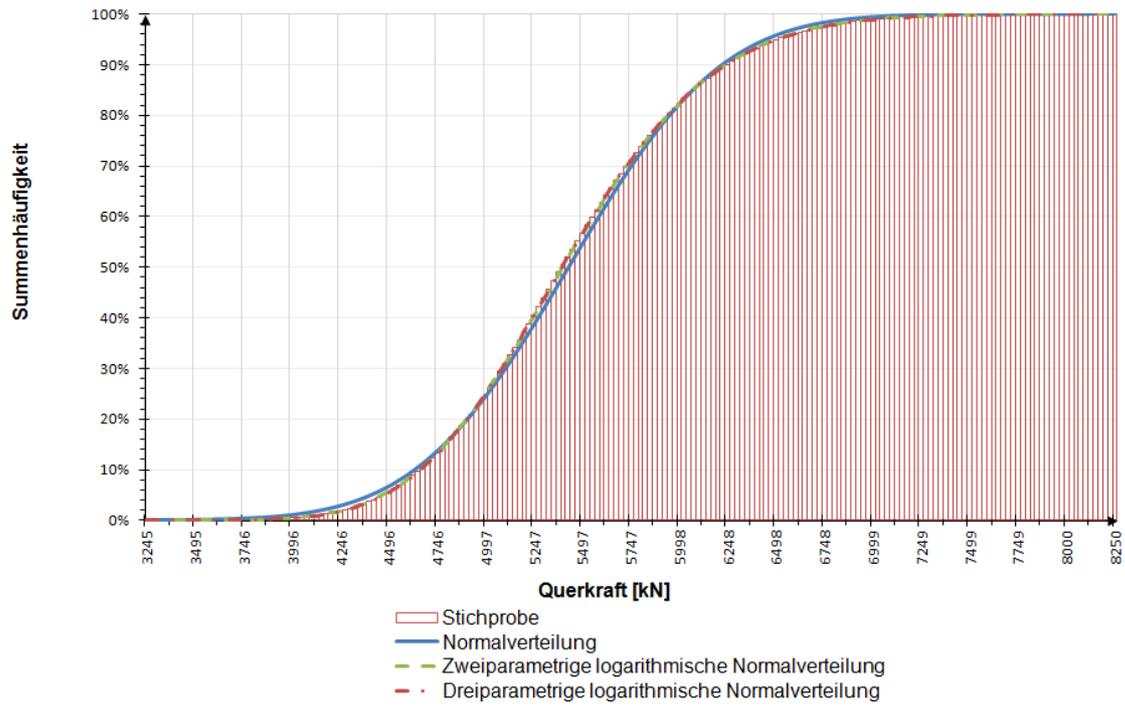
Näherung der Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichte (unten) der Biegetragfähigkeit im Stützbereich



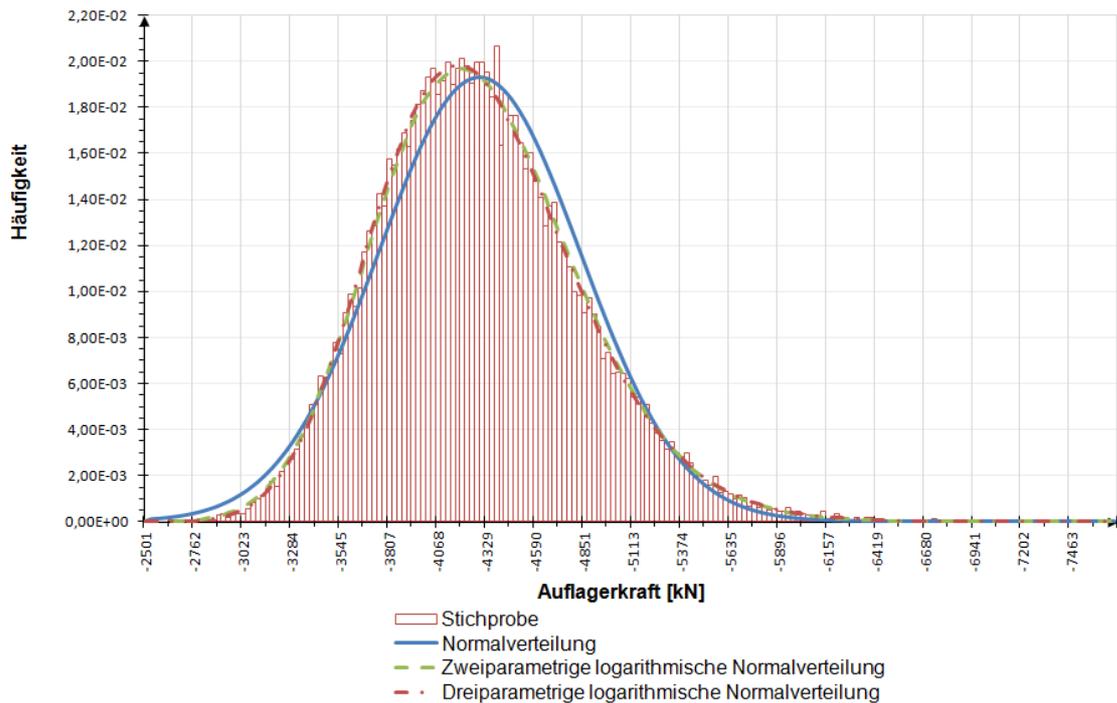
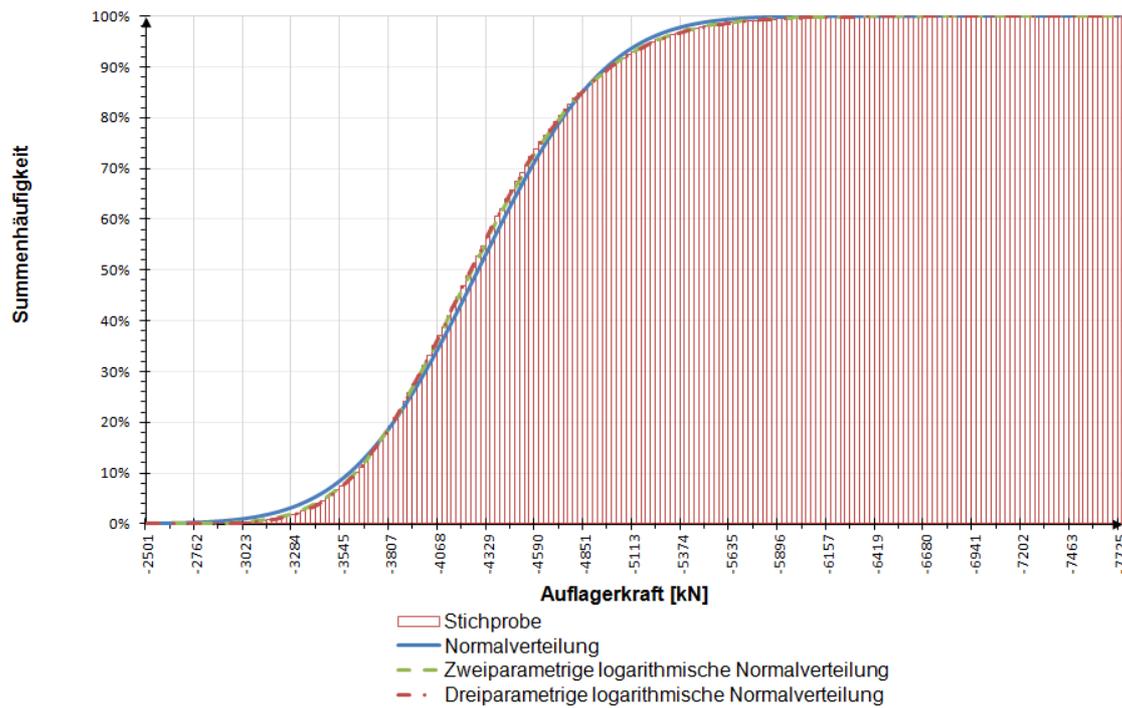
Näherung der Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichte (unten) der Querkraftbeanspruchung im Ereignisfall



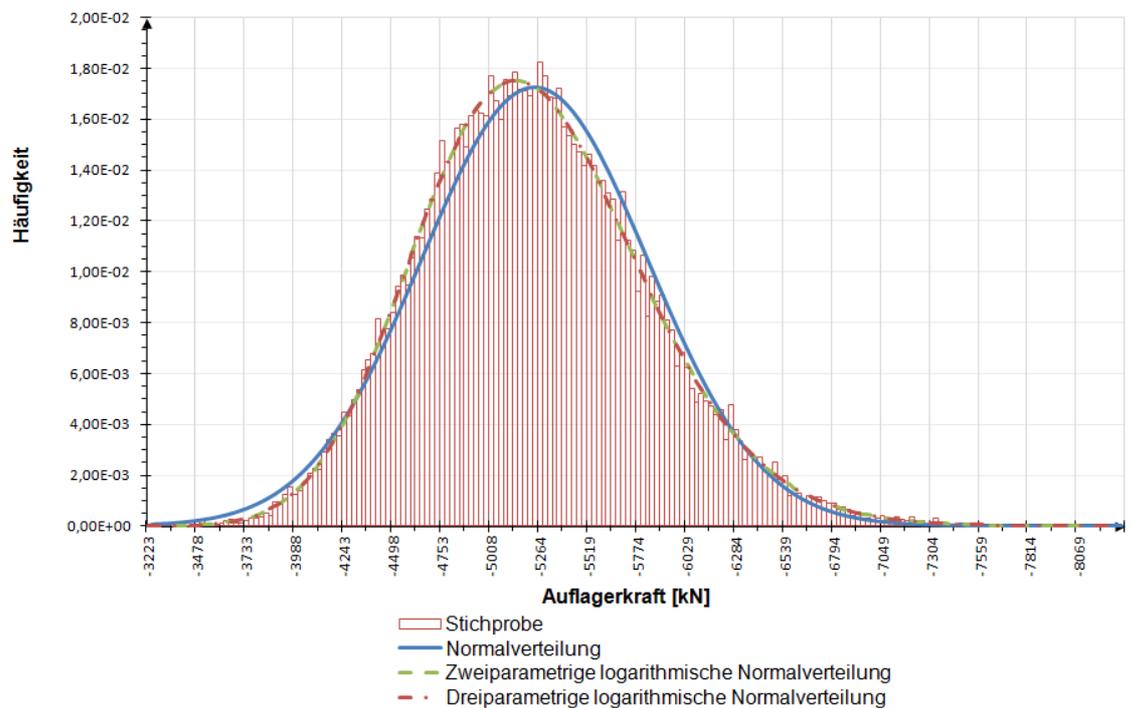
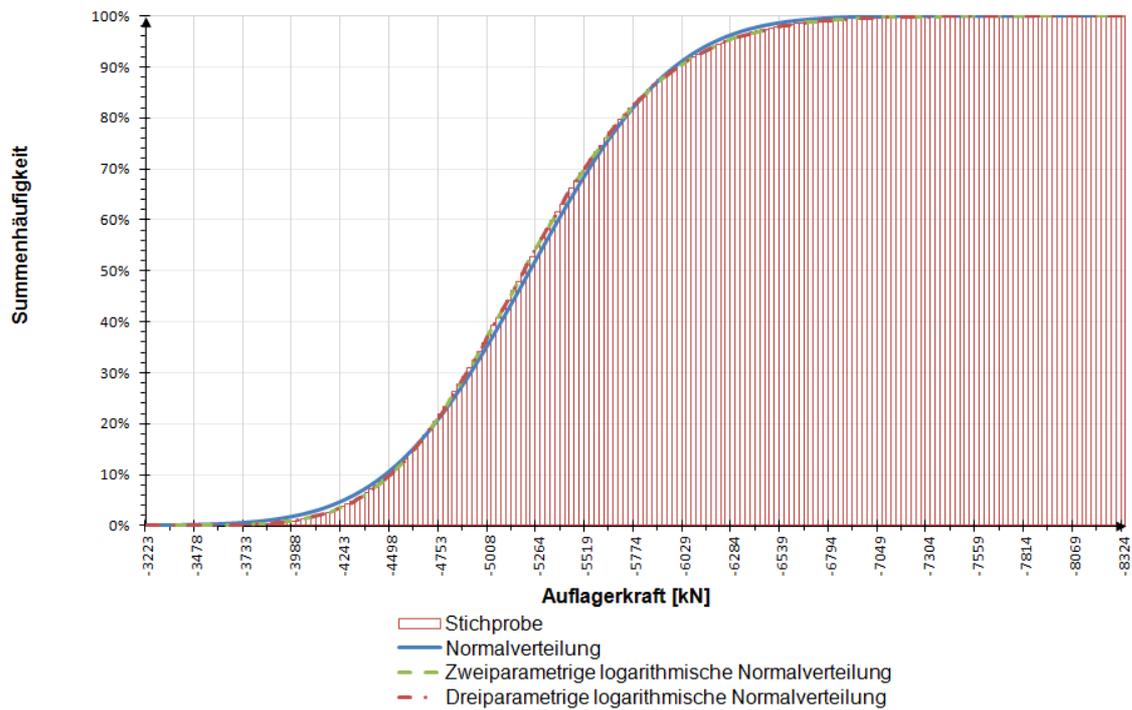
Näherung der Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichte (unten) der Querkraftbeanspruchung nach dem Ereignis



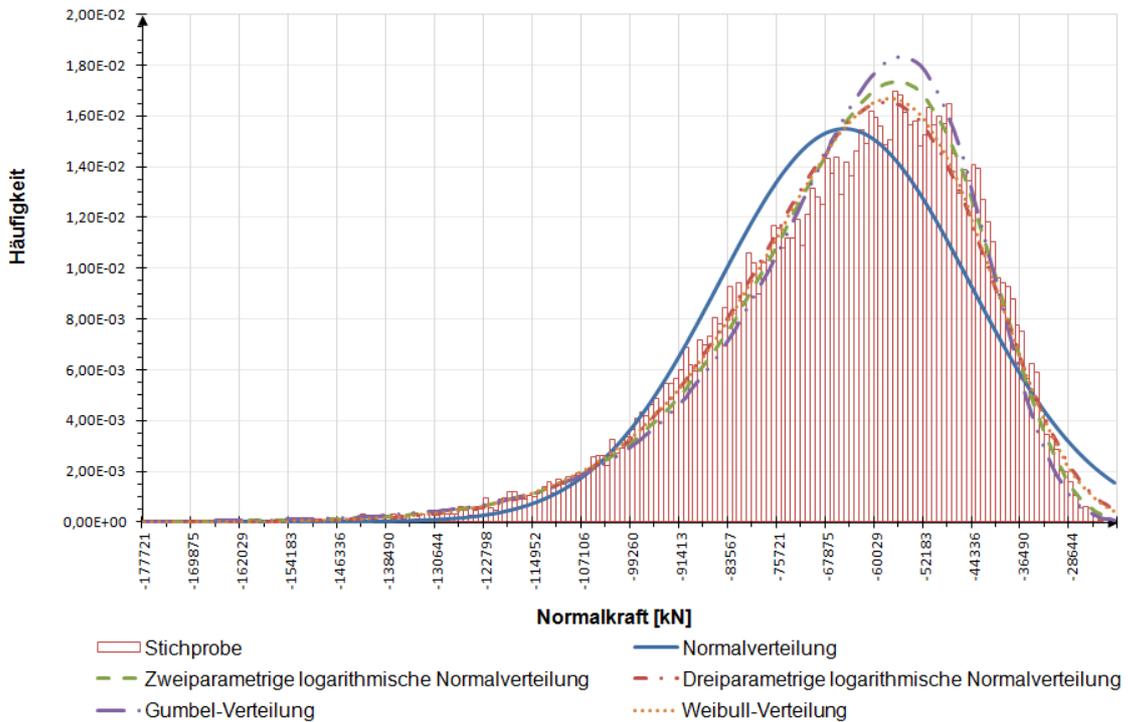
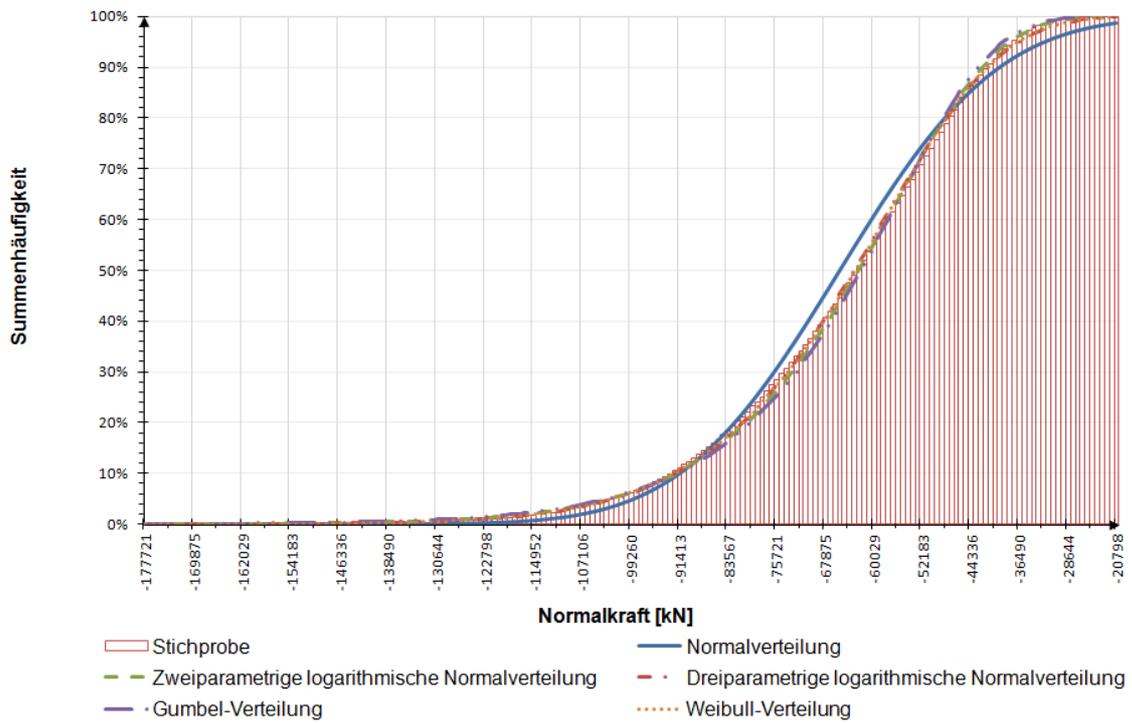
Näherung der Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichte (unten) der Querkrafttragfähigkeit



Näherung der Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichte (unten) der Auflagerkraft im Ereignisfall



Näherung der Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichte (unten) der Auflagerkraft nach dem Ereignis



Näherung der Verteilungsfunktion (oben) und Verteilungsdichte (unten) der aufnehmbaren Normalkraft des Pfeilers im Ereignisfall

## Anhang VI

### Ergebnisse

Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation für Straßenverkehrsvariante I im Ereignisfall für den Durchlaufträger

Szenario		Biegung	Querkraft (Druckstrebe)	Querkraft (Zugstrebe)	Pfeiler I	Pfeiler II
Referenzfall	$\beta$	6,90	11,22	7,78	12,39	8,63
	$P_f$	$2,55 \cdot 10^{-12}$	$1,69 \cdot 10^{-29}$	$3,62 \cdot 10^{-15}$	$1,52 \cdot 10^{-35}$	$2,99 \cdot 10^{-18}$
	$\nu$	0,03	0,24	0,07	0,38	0,16
Schädigung Feldbereich	$\beta$	5,69	10,55	6,86	12,09	8,38
	$P_f$	$6,31 \cdot 10^{-9}$	$2,59 \cdot 10^{-26}$	$3,48 \cdot 10^{-12}$	$5,71 \cdot 10^{-34}$	$2,73 \cdot 10^{-17}$
	$\nu$	0,03	0,20	0,02	0,40	0,15
Pfeilerausfall	$\beta$	4,14	8,74	4,48	8,81	5,66
	$P_f$	$1,76 \cdot 10^{-5}$	$1,20 \cdot 10^{-18}$	$3,69 \cdot 10^{-6}$	$6,54 \cdot 10^{-19}$	$7,38 \cdot 10^{-9}$
	$\nu$	0,04	0,07	0,00	0,17	0,03
Schädigung Stütze	$\beta$	6,49	10,79	7,19	11,82	8,16
	$P_f$	$4,38 \cdot 10^{-11}$	$1,96 \cdot 10^{-27}$	$3,27 \cdot 10^{-13}$	$1,52 \cdot 10^{-32}$	$1,64 \cdot 10^{-16}$
	$\nu$	0,03	0,23	0,04	0,50	0,18

Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation für Straßenverkehrsvariante II im Ereignisfall für den Durchlaufträger

Szenario		Biegung	Querkraft (Druckstrebe)	Querkraft (Zugstrebe)	Pfeiler I	Pfeiler II
Referenzfall	$\beta$	6,75	11,03	7,52	12,16	8,44
	$P_f$	$7,52 \cdot 10^{-12}$	$1,37 \cdot 10^{-28}$	$2,84 \cdot 10^{-14}$	$2,46 \cdot 10^{-34}$	$1,63 \cdot 10^{-17}$
	$\nu$	0,02	0,17	0,04	0,31	0,15
Schädigung Feldbereich	$\beta$	5,60	10,39	6,64	11,88	8,19
	$P_f$	$1,09 \cdot 10^{-8}$	$1,40 \cdot 10^{-25}$	$1,55 \cdot 10^{-11}$	$7,70 \cdot 10^{-33}$	$1,30 \cdot 10^{-16}$
	$\nu$	0,02	0,16	0,02	0,33	0,14
Pfeilerausfall	$\beta$	4,06	8,62	4,36	8,67	5,60
	$P_f$	$2,46 \cdot 10^{-5}$	$3,35 \cdot 10^{-18}$	$6,40 \cdot 10^{-6}$	$2,22 \cdot 10^{-18}$	$1,09 \cdot 10^{-8}$
	$\nu$	0,02	0,07	0,00	0,18	0,03
Schädigung Stütze	$\beta$	6,39	9,71	6,33	11,57	7,97
	$P_f$	$8,23 \cdot 10^{-11}$	$1,35 \cdot 10^{-22}$	$1,21 \cdot 10^{-10}$	$2,89 \cdot 10^{-31}$	$8,11 \cdot 10^{-16}$
	$\nu$	0,02	0,29	0,02	0,43	0,20

Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation für Straßenverkehrsvariante III im Ereignisfall für den Durchlaufträger

Szenario		Biegung	Querkraft (Druckstrebe)	Querkraft (Zugstrebe)	Pfeiler I	Pfeiler II
Referenzfall	$\beta$	7,05	11,15	7,69	12,22	8,55
	$P_f$	$9,13 \cdot 10^{-13}$	$3,65 \cdot 10^{-29}$	$7,52 \cdot 10^{-15}$	$1,22 \cdot 10^{-34}$	$6,13 \cdot 10^{-18}$
	$\nu$	0,01	0,29	0,08	0,67	0,31
Schädigung Feldbereich	$\beta$	5,66	10,50	6,81	11,94	8,30
	$P_f$	$7,59 \cdot 10^{-9}$	$4,26 \cdot 10^{-26}$	$4,97 \cdot 10^{-12}$	$3,75 \cdot 10^{-33}$	$5,06 \cdot 10^{-17}$
	$\nu$	0,02	0,25	0,03	0,64	0,28
Pfeilerausfall	$\beta$	4,13	8,68	4,45	8,70	5,64
	$P_f$	$1,85 \cdot 10^{-5}$	$2,03 \cdot 10^{-18}$	$4,24 \cdot 10^{-6}$	$1,63 \cdot 10^{-18}$	$8,47 \cdot 10^{-9}$
	$\nu$	0,02	0,16	0,00	0,37	0,04
Schädigung Stütze	$\beta$	6,50	10,70	7,08	11,80	8,14
	$P_f$	$4,05 \cdot 10^{-11}$	$5,20 \cdot 10^{-27}$	$6,97 \cdot 10^{-13}$	$2,01 \cdot 10^{-32}$	$1,99 \cdot 10^{-16}$
	$\nu$	0,01	0,36	0,05	0,39	0,17

Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation für Straßenverkehrsvariante IV im Ereignisfall für den Durchlaufträger

Szenario		Biegung	Querkraft (Druckstrebe)	Querkraft (Zugstrebe)	Pfeiler I	Pfeiler II
Referenzfall	$\beta$	6,89	10,96	7,42	12,02	8,37
	$P_f$	$2,79 \cdot 10^{-12}$	$2,98 \cdot 10^{-28}$	$5,70 \cdot 10^{-14}$	$1,44 \cdot 10^{-33}$	$2,93 \cdot 10^{-17}$
	$\nu$	0,02	0,21	0,05	0,53	0,27
Schädigung Feldbereich	$\beta$	5,57	10,32	6,57	11,74	8,13
	$P_f$	$1,28 \cdot 10^{-8}$	$2,73 \cdot 10^{-25}$	$2,44 \cdot 10^{-11}$	$3,92 \cdot 10^{-32}$	$2,11 \cdot 10^{-16}$
	$\nu$	0,03	0,22	0,02	0,51	0,25
Pfeilerausfall	$\beta$	4,04	8,56	4,34	8,59	5,59
	$P_f$	$2,67 \cdot 10^{-5}$	$5,76 \cdot 10^{-18}$	$7,21 \cdot 10^{-6}$	$4,54 \cdot 10^{-18}$	$1,16 \cdot 10^{-8}$
	$\nu$	0,03	0,13	0,00	0,43	0,04
Schädigung Stütze	$\beta$	6,33	10,58	6,91	11,53	7,97
	$P_f$	$1,20 \cdot 10^{-10}$	$1,75 \cdot 10^{-26}$	$2,36 \cdot 10^{-12}$	$4,79 \cdot 10^{-31}$	$8,19 \cdot 10^{-16}$
	$\nu$	0,03	0,17	0,03	0,56	0,28

Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation für Straßenverkehrsvariante I nach dem Ereignis für den Durchlaufträger

Szenario		Biegung	Querkraft (Druckstrebe)	Querkraft (Zugstrebe)	Pfeiler I	Pfeiler II
Referenzfall	$\beta$	5,70	10,37	6,58	11,14	7,13
	$P_f$	$5,88 \cdot 10^{-9}$	$1,64 \cdot 10^{-25}$	$2,31 \cdot 10^{-11}$	$3,86 \cdot 10^{-29}$	$4,91 \cdot 10^{-13}$
	$\nu$	0,00	0,07	0,01	0,28	0,07
Schädigung Feldbereich	$\beta$	4,34	9,78	5,76	10,86	6,88
	$P_f$	$6,99 \cdot 10^{-6}$	$6,65 \cdot 10^{-23}$	$4,25 \cdot 10^{-9}$	$8,51 \cdot 10^{-28}$	$2,92 \cdot 10^{-12}$
	$\nu$	0,00	0,05	0,00	0,24	0,06
Pfeilerausfall	$\beta$	2,63	7,95	3,32	7,28	3,71
	$P_f$	$4,21 \cdot 10^{-3}$	$8,96 \cdot 10^{-16}$	$4,48 \cdot 10^{-4}$	$1,62 \cdot 10^{-13}$	$1,03 \cdot 10^{-4}$
	$\nu$	0,00	0,03	0,00	0,22	0,01
Schädigung Stütze	$\beta$	5,13	10,01	6,08	10,57	6,60
	$P_f$	$1,44 \cdot 10^{-7}$	$7,06 \cdot 10^{-24}$	$6,11 \cdot 10^{-10}$	$2,07 \cdot 10^{-26}$	$2,07 \cdot 10^{-11}$
	$\nu$	0,00	0,06	0,00	0,19	0,05

Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation für Straßenverkehrsvariante II nach dem Ereignis für den Durchlaufträger

Szenario		Biegung	Querkraft (Druckstrebe)	Querkraft (Zugstrebe)	Pfeiler I	Pfeiler II
Referenzfall	$\beta$	5,40	9,95	5,99	10,69	6,72
	$P_f$	$3,30 \cdot 10^{-8}$	$1,25 \cdot 10^{-23}$	$1,08 \cdot 10^{-9}$	$5,68 \cdot 10^{-27}$	$9,08 \cdot 10^{-12}$
	$\nu$	0,00	0,04	0,00	0,25	0,05
Schädigung Feldbereich	$\beta$	4,02	9,39	5,20	10,43	6,47
	$P_f$	$2,86 \cdot 10^{-5}$	$3,04 \cdot 10^{-21}$	$9,91 \cdot 10^{-8}$	$9,19 \cdot 10^{-26}$	$5,05 \cdot 10^{-11}$
	$\nu$	0,00	0,03	0,00	0,21	0,04
Pfeilerausfall	$\beta$	2,31	7,20	2,87	5,71	2,71
	$P_f$	$1,04 \cdot 10^{-2}$	$3,05 \cdot 10^{-13}$	$2,04 \cdot 10^{-3}$	$5,69 \cdot 10^{-9}$	$3,38 \cdot 10^{-3}$
	$\nu$	0,00	0,24	0,00	0,26	0,01
Schädigung Stütze	$\beta$	4,92	8,39	4,67	10,10	6,16
	$P_f$	$4,30 \cdot 10^{-7}$	$2,38 \cdot 10^{-17}$	$1,53 \cdot 10^{-6}$	$2,69 \cdot 10^{-24}$	$3,56 \cdot 10^{-10}$
	$\nu$	0,00	0,14	0,00	0,17	0,04

Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation für Straßenverkehrsvariante III nach dem Ereignis für den Durchlaufträger

Szenario		Biegung	Querkraft (Druckstrebe)	Querkraft (Zugstrebe)	Pfeiler I	Pfeiler II
Referenzfall	$\beta$	5,69	10,35	6,55	11,11	7,13
	$P_f$	$6,46 \cdot 10^{-9}$	$2,07 \cdot 10^{-25}$	$2,85 \cdot 10^{-11}$	$5,50 \cdot 10^{-29}$	$4,92 \cdot 10^{-13}$
	$\nu$	0,00	0,06	0,01	0,28	0,07
Schädigung Feldbereich	$\beta$	4,32	9,73	5,68	10,82	6,84
	$P_f$	$7,70 \cdot 10^{-6}$	$1,14 \cdot 10^{-22}$	$6,68 \cdot 10^{-9}$	$1,40 \cdot 10^{-27}$	$4,05 \cdot 10^{-12}$
	$\nu$	0,00	0,05	0,00	0,24	0,05
Pfeilerausfall	$\beta$	2,61	7,94	3,29	7,28	3,69
	$P_f$	$4,51 \cdot 10^{-3}$	$1,05 \cdot 10^{-15}$	$4,94 \cdot 10^{-4}$	$1,62 \cdot 10^{-13}$	$1,12 \cdot 10^{-4}$
	$\nu$	0,00	0,03	0,00	0,22	0,01
Schädigung Stütze	$\beta$	5,15	9,89	5,92	10,52	6,55
	$P_f$	$1,30 \cdot 10^{-7}$	$2,21 \cdot 10^{-23}$	$1,62 \cdot 10^{-9}$	$3,49 \cdot 10^{-26}$	$2,85 \cdot 10^{-11}$
	$\nu$	0,00	0,05	0,00	0,19	0,05

Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation für Straßenverkehrsvariante IV nach dem Ereignis für den Durchlaufträger

Szenario		Biegung	Querkraft (Druckstrebe)	Querkraft (Zugstrebe)	Pfeiler I	Pfeiler II
Referenzfall	$\beta$	5,38	9,97	6,01	10,66	6,69
	$P_f$	$3,66 \cdot 10^{-8}$	$1,02 \cdot 10^{-23}$	$9,03 \cdot 10^{-10}$	$8,03 \cdot 10^{-27}$	$1,14 \cdot 10^{-11}$
	$\nu$	0,00	0,05	0,00	0,24	0,05
Schädigung Feldbereich	$\beta$	3,97	9,40	5,22	10,39	6,43
	$P_f$	$3,57 \cdot 10^{-5}$	$2,68 \cdot 10^{-21}$	$8,96 \cdot 10^{-8}$	$1,34 \cdot 10^{-25}$	$6,39 \cdot 10^{-11}$
	$\nu$	0,00	0,03	0,00	0,20	0,04
Pfeilerausfall	$\beta$	2,29	7,67	2,91	7,06	3,41
	$P_f$	$1,10 \cdot 10^{-2}$	$8,84 \cdot 10^{-15}$	$1,80 \cdot 10^{-3}$	$8,11 \cdot 10^{-13}$	$3,19 \cdot 10^{-4}$
	$\nu$	0,00	0,02	0,00	0,16	0,01
Schädigung Stütze	$\beta$	4,85	9,51	5,38	10,13	6,18
	$P_f$	$6,10 \cdot 10^{-7}$	$9,69 \cdot 10^{-22}$	$3,78 \cdot 10^{-8}$	$2,07 \cdot 10^{-24}$	$3,18 \cdot 10^{-10}$
	$\nu$	0,00	0,04	0,00	0,16	0,04

Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation im Ereignisfall für den Einfeldträger

Szenario		Straßenverkehrsvariante I		Straßenverkehrsvariante II	
		Biegung	Querkraft	Biegung	Querkraft
Referenzfall	$\beta$	5,74	8,10	5,73	8,07
	$P_f$	$4,66 \cdot 10^{-9}$	$2,71 \cdot 10^{-16}$	$5,15 \cdot 10^{-9}$	$3,49 \cdot 10^{-16}$
	$v$	0,01	0,02	0,01	0,02
Schädigung Feldbereich	$\beta$	4,12	8,10	4,11	8,07
	$P_f$	$1,86 \cdot 10^{-5}$	$2,71 \cdot 10^{-16}$	$1,99 \cdot 10^{-5}$	$3,49 \cdot 10^{-16}$
	$v$	0,00	0,02	0,00	0,02
Schädigung Stütze	$\beta$	5,74	7,12	5,73	7,09
	$P_f$	$4,66 \cdot 10^{-9}$	$5,54 \cdot 10^{-13}$	$5,15 \cdot 10^{-9}$	$6,81 \cdot 10^{-13}$
	$v$	0,01	0,01	0,01	0,01
Szenario		Straßenverkehrsvariante III		Straßenverkehrsvariante IV	
Referenzfall	$\beta$	5,74	8,10	5,73	8,07
	$P_f$	$4,66 \cdot 10^{-9}$	$2,64 \cdot 10^{-16}$	$5,15 \cdot 10^{-9}$	$3,49 \cdot 10^{-16}$
	$v$	0,01	0,02	0,01	0,02
Schädigung Feldbereich	$\beta$	4,12	8,10	4,11	8,07
	$P_f$	$1,86 \cdot 10^{-5}$	$2,64 \cdot 10^{-16}$	$1,99 \cdot 10^{-5}$	$3,49 \cdot 10^{-16}$
	$v$	0,00	0,02	0,00	0,02
Schädigung Stütze	$\beta$	5,74	7,12	5,73	7,09
	$P_f$	$4,66 \cdot 10^{-9}$	$5,41 \cdot 10^{-13}$	$5,15 \cdot 10^{-9}$	$6,81 \cdot 10^{-13}$
	$v$	0,01	0,01	0,01	0,01

Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation nach dem Ereignis für den Einfeldträger

Szenario		Straßenverkehrsvariante I		Straßenverkehrsvariante II	
		Biegung	Querkraft	Biegung	Querkraft
Referenzfall	$\beta$	4,85	7,40	4,74	7,24
	$P_f$	$6,10 \cdot 10^{-7}$	$6,65 \cdot 10^{-14}$	$1,09 \cdot 10^{-6}$	$2,22 \cdot 10^{-13}$
	$\nu$	0,001	0,001	0,001	0,001
Schädigung Feldbereich	$\beta$	3,04	7,40	2,92	7,24
	$P_f$	$1,18 \cdot 10^{-3}$	$6,65 \cdot 10^{-14}$	$1,76 \cdot 10^{-3}$	$2,22 \cdot 10^{-13}$
	$\nu$	0,000	0,001	0,000	0,001
Schädigung Stütze	$\beta$	4,85	6,38	4,74	6,22
	$P_f$	$6,10 \cdot 10^{-7}$	$8,87 \cdot 10^{-11}$	$1,09 \cdot 10^{-6}$	$2,52 \cdot 10^{-10}$
	$\nu$	0,001	0,001	0,001	0,001
Szenario		Straßenverkehrsvariante III		Straßenverkehrsvariante IV	
Referenzfall	$\beta$	4,85	7,40	4,73	7,24
	$P_f$	$6,21 \cdot 10^{-7}$	$6,76 \cdot 10^{-14}$	$1,10 \cdot 10^{-6}$	$2,22 \cdot 10^{-13}$
	$\nu$	0,001	0,001	0,001	0,001
Schädigung Feldbereich	$\beta$	3,04	7,40	2,92	7,24
	$P_f$	$1,20 \cdot 10^{-3}$	$6,76 \cdot 10^{-14}$	$1,77 \cdot 10^{-3}$	$2,22 \cdot 10^{-13}$
	$\nu$	0,000	0,001	0,000	0,001
Schädigung Stütze	$\beta$	4,85	6,38	4,73	6,22
	$P_f$	$6,21 \cdot 10^{-7}$	$9,00 \cdot 10^{-11}$	$1,10 \cdot 10^{-6}$	$2,53 \cdot 10^{-10}$
	$\nu$	0,001	0,001	0,001	0,001

Ergebnisse der analytischen Näherung im Ereignisfall für den Durchlaufträger

Szenario		Straßenverkehrsvariante I		Straßenverkehrsvariante II	
		Pfeiler I	Pfeiler II	Pfeiler I	Pfeiler II
Referenzfall	$\bar{\beta}$	5,55	5,55	5,53	5,53
	$\bar{P}_f$	$1,40 \cdot 10^{-8}$	$1,41 \cdot 10^{-8}$	$1,63 \cdot 10^{-8}$	$1,64 \cdot 10^{-8}$
Schädigung Feldbereich	$\bar{\beta}$	4,98	4,98	4,93	4,93
	$\bar{P}_f$	$3,26 \cdot 10^{-7}$	$3,26 \cdot 10^{-7}$	$4,10 \cdot 10^{-7}$	$4,11 \cdot 10^{-7}$
Pfeilerausfall	$\bar{\beta}$	4,13	4,11	4,07	4,06
	$\bar{P}_f$	$1,85 \cdot 10^{-5}$	$1,97 \cdot 10^{-5}$	$2,33 \cdot 10^{-5}$	$2,46 \cdot 10^{-5}$
Schädigung Stütze	$\bar{\beta}$	5,59	5,58	5,56	5,55
	$\bar{P}_f$	$1,17 \cdot 10^{-8}$	$1,20 \cdot 10^{-8}$	$1,37 \cdot 10^{-8}$	$1,41 \cdot 10^{-8}$
Szenario		Straßenverkehrsvariante III		Straßenverkehrsvariante IV	
Referenzfall	$\bar{\beta}$	5,56	5,56	5,59	5,59
	$\bar{P}_f$	$1,36 \cdot 10^{-8}$	$1,37 \cdot 10^{-8}$	$1,15 \cdot 10^{-8}$	$1,16 \cdot 10^{-10}$
Schädigung Feldbereich	$\bar{\beta}$	4,99	4,99	4,99	4,99
	$\bar{P}_f$	$3,02 \cdot 10^{-7}$	$3,02 \cdot 10^{-7}$	$3,08 \cdot 10^{-7}$	$3,08 \cdot 10^{-7}$
Pfeilerausfall	$\bar{\beta}$	4,11	4,10	4,06	4,05
	$\bar{P}_f$	$1,97 \cdot 10^{-5}$	$2,09 \cdot 10^{-5}$	$2,46 \cdot 10^{-5}$	$2,59 \cdot 10^{-5}$
Schädigung Stütze	$\bar{\beta}$	5,59	5,58	5,61	5,61
	$\bar{P}_f$	$1,14 \cdot 10^{-8}$	$1,18 \cdot 10^{-8}$	$9,93 \cdot 10^{-9}$	$1,04 \cdot 10^{-8}$

Ergebnisse der analytischen Näherung nach dem Ereignis für den Durchlaufträger

Szenario		Straßenverkehrsvariante I		Straßenverkehrsvariante II	
		Pfeiler I	Pfeiler II	Pfeiler I	Pfeiler II
Referenzfall	$\bar{\beta}$	5,65	4,75	5,37	4,51
	$\bar{P}_f$	$7,95 \cdot 10^{-9}$	$9,98 \cdot 10^{-7}$	$3,92 \cdot 10^{-8}$	$3,29 \cdot 10^{-6}$
Schädigung Feldbereich	$\bar{\beta}$	4,34	4,29	4,02	3,98
	$\bar{P}_f$	$7,02 \cdot 10^{-6}$	$8,95 \cdot 10^{-6}$	$2,87 \cdot 10^{-5}$	$3,47 \cdot 10^{-5}$
Pfeilerausfall	$\bar{\beta}$	2,60	2,34	2,25	2,02
	$\bar{P}_f$	$4,69 \cdot 10^{-3}$	$9,64 \cdot 10^{-3}$	$1,23 \cdot 10^{-2}$	$2,19 \cdot 10^{-2}$
Schädigung Stütze	$\bar{\beta}$	5,13	4,43	4,91	4,19
	$\bar{P}_f$	$1,45 \cdot 10^{-7}$	$4,60 \cdot 10^{-6}$	$4,55 \cdot 10^{-7}$	$1,38 \cdot 10^{-5}$
Szenario		Straßenverkehrsvariante III		Straßenverkehrsvariante IV	
Referenzfall	$\bar{\beta}$	5,63	4,74	5,35	4,49
	$\bar{P}_f$	$9,06 \cdot 10^{-9}$	$1,09 \cdot 10^{-6}$	$4,28 \cdot 10^{-8}$	$3,52 \cdot 10^{-6}$
Schädigung Feldbereich	$\bar{\beta}$	4,32	4,27	3,97	3,93
	$\bar{P}_f$	$7,72 \cdot 10^{-6}$	$9,91 \cdot 10^{-6}$	$3,56 \cdot 10^{-5}$	$4,22 \cdot 10^{-5}$
Pfeilerausfall	$\bar{\beta}$	2,56	2,31	2,23	2,00
	$\bar{P}_f$	$5,17 \cdot 10^{-3}$	$1,04 \cdot 10^{-2}$	$1,29 \cdot 10^{-2}$	$2,27 \cdot 10^{-2}$
Schädigung Stütze	$\bar{\beta}$	5,14	4,41	4,85	4,18
	$\bar{P}_f$	$1,39 \cdot 10^{-7}$	$5,18 \cdot 10^{-6}$	$6,32 \cdot 10^{-7}$	$1,44 \cdot 10^{-5}$

Ergebnisse der analytischen Näherung im Ereignisfall für den Durchlaufträger mit Berücksichtigung der nichtlinearen Tragwerksreserven

Szenario		Straßenverkehrsvariante I		Straßenverkehrsvariante II	
		Pfeiler I	Pfeiler II	Pfeiler I	Pfeiler II
Referenzfall	$\dot{\beta}$	6,90	6,90	6,75	6,75
	$\dot{P}_f$	$2,55 \cdot 10^{-12}$	$2,55 \cdot 10^{-12}$	$7,55 \cdot 10^{-12}$	$7,55 \cdot 10^{-12}$
Schädigung Feldbereich	$\dot{\beta}$	6,29	6,29	6,26	6,26
	$\dot{P}_f$	$1,62 \cdot 10^{-10}$	$1,62 \cdot 10^{-10}$	$1,89 \cdot 10^{-10}$	$1,89 \cdot 10^{-10}$
Pfeilerausfall	$\dot{\beta}$	4,48	4,48	4,36	4,36
	$\dot{P}_f$	$3,71 \cdot 10^{-6}$	$3,72 \cdot 10^{-6}$	$6,42 \cdot 10^{-6}$	$6,43 \cdot 10^{-6}$
Schädigung Stütze	$\dot{\beta}$	6,51	6,51	6,27	6,26
	$\dot{P}_f$	$3,83 \cdot 10^{-11}$	$3,83 \cdot 10^{-11}$	$1,86 \cdot 10^{-10}$	$1,87 \cdot 10^{-10}$
Szenario		Straßenverkehrsvariante III		Straßenverkehrsvariante IV	
Referenzfall	$\dot{\beta}$	7,05	7,05	6,89	6,89
	$\dot{P}_f$	$9,20 \cdot 10^{-13}$	$9,20 \cdot 10^{-13}$	$2,85 \cdot 10^{-12}$	$2,85 \cdot 10^{-12}$
Schädigung Feldbereich	$\dot{\beta}$	6,28	6,28	6,25	6,25
	$\dot{P}_f$	$1,72 \cdot 10^{-10}$	$1,72 \cdot 10^{-10}$	$2,04 \cdot 10^{-10}$	$2,04 \cdot 10^{-10}$
Pfeilerausfall	$\dot{\beta}$	4,45	4,45	4,34	4,34
	$\dot{P}_f$	$4,26 \cdot 10^{-6}$	$4,27 \cdot 10^{-6}$	$7,23 \cdot 10^{-6}$	$7,24 \cdot 10^{-6}$
Schädigung Stütze	$\dot{\beta}$	6,52	6,52	6,36	6,36
	$\dot{P}_f$	$3,62 \cdot 10^{-11}$	$3,62 \cdot 10^{-11}$	$1,00 \cdot 10^{-10}$	$1,00 \cdot 10^{-10}$

Ergebnisse der analytischen Näherung nach dem Ereignis für den Durchlaufträger mit Berücksichtigung der nichtlinearen Tragwerksreserven

Szenario		Straßenverkehrsvariante I		Straßenverkehrsvariante II	
		Pfeiler I	Pfeiler II	Pfeiler I	Pfeiler II
Referenzfall	$\dot{\beta}$	5,70	5,70	5,40	5,40
	$\dot{P}_f$	$5,90 \cdot 10^{-9}$	$5,90 \cdot 10^{-9}$	$3,41 \cdot 10^{-8}$	$3,41 \cdot 10^{-8}$
Schädigung Feldbereich	$\dot{\beta}$	5,41	5,41	5,11	5,11
	$\dot{P}_f$	$3,13 \cdot 10^{-8}$	$3,13 \cdot 10^{-8}$	$1,62 \cdot 10^{-7}$	$1,62 \cdot 10^{-7}$
Pfeilerausfall	$\dot{\beta}$	3,32	3,26	2,87	2,55
	$\dot{P}_f$	$4,50 \cdot 10^{-4}$	$5,53 \cdot 10^{-4}$	$2,05 \cdot 10^{-3}$	$5,42 \cdot 10^{-3}$
Schädigung Stütze	$\dot{\beta}$	5,18	5,18	4,64	4,64
	$\dot{P}_f$	$1,10 \cdot 10^{-7}$	$1,10 \cdot 10^{-7}$	$1,78 \cdot 10^{-6}$	$1,78 \cdot 10^{-6}$
Szenario		Straßenverkehrsvariante III		Straßenverkehrsvariante IV	
Referenzfall	$\dot{\beta}$	5,69	5,69	5,38	5,38
	$\dot{P}_f$	$6,49 \cdot 10^{-9}$	$6,49 \cdot 10^{-9}$	$3,75 \cdot 10^{-8}$	$3,75 \cdot 10^{-8}$
Schädigung Feldbereich	$\dot{\beta}$	5,38	5,38	5,11	5,11
	$\dot{P}_f$	$3,77 \cdot 10^{-8}$	$3,77 \cdot 10^{-8}$	$1,63 \cdot 10^{-7}$	$1,63 \cdot 10^{-7}$
Pfeilerausfall	$\dot{\beta}$	3,29	3,23	2,91	2,86
	$\dot{P}_f$	$4,96 \cdot 10^{-4}$	$6,08 \cdot 10^{-4}$	$1,81 \cdot 10^{-3}$	$2,13 \cdot 10^{-3}$
Schädigung Stütze	$\dot{\beta}$	5,17	5,17	4,95	4,95
	$\dot{P}_f$	$1,15 \cdot 10^{-7}$	$1,15 \cdot 10^{-7}$	$3,77 \cdot 10^{-7}$	$3,78 \cdot 10^{-7}$