

Untersuchungen zur Homogenisierung von Spannungsfeldern bei adaptiven Schalentragwerken mittels Auflagerverschiebung

Von der Fakultät Bau- und Umweltingenieurwissenschaften der Universität Stuttgart zur
Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von
Stefan Neuhäuser
aus Dresden

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Dr. h.c. Werner Sobek
Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren
Universität Stuttgart

Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. habil. Manfred Bischoff
Institut für Baustatik und Baudynamik
Universität Stuttgart

Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. habil. Oliver Sawodny
Institut für Systemdynamik
Universität Stuttgart

Tag der mündlichen Prüfung: 17.04.2014

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren (ILEK) der Universität Stuttgart. Die Untersuchungen wurden von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) im Rahmen der Forschergruppe FOR 981 „Hybride Intelligente Konstruktions-elemente“ unterstützt.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Dr. h.c. Werner Sobek. Er gab die Anregung zu der Arbeit und unterstützte mich jederzeit durch seine tiefgehende fachliche Betreuung während der Bearbeitung. Insbesondere bedanke ich mich auch für die Motivation und das entgegengebrachte Vertrauen bei der Umsetzung der Stuttgart SmartShell.

Ich danke Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Manfred Bischoff und Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. habil. Oliver Sawodny herzlichst für das Interesse an meiner Arbeit, die konstruktiven Diskussionen in der Entstehungsphase sowie für die Übernahme der Mitberichte. Bei Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Christian Mieke bedanke ich mich für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Der im Rahmen der Arbeit beschriebene Prototyp Stuttgart SmartShell ist das Ergebnis einer äußerst anspruchsvollen und interdisziplinären Zusammenarbeit des ILEK und des Instituts für Systemdynamik (ISYS). Insbesondere Herrn Dr.-Ing. Martin Weickgenannt (ISYS) danke ich für die ausgesprochen enge und in jeder Hinsicht freundschaftliche Zusammenarbeit sowie für die zahlreichen fachlichen Diskussionen. In diesem Zusammenhang möchte ich weiterhin Herrn Dipl.-Ing. Christoph Witte (ILEK) sowie Herrn Dr.-Ing. Christoph Göhrle (ISYS) herzlichst für ihre besondere Mitwirkung danken.

Herrn Dr.-Ing. Johannes Grobe sowie Herrn Dipl.-Ing. (DH) André Fella von der Bosch Rexroth AG danke ich vielmals für äußerst großzügige Unterstützung bei der Umsetzung des Prototyps. Die Fertigungsarbeiten wurden umfangreich von Prof. Dr.-Ing. Prof. h.c. mult. Dr. h.c. mult. Uwe Heisel und Dr.-Ing. Marco Schneider (Institut für Werkzeugmaschinen) unterstützt, auch ihnen sei herzlich gedankt. Ich bedanke mich weiterhin bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Leander Bathon (Institut für Baustoffe und Konstruktion, Hochschule RheinMain) für die fachliche Beratung beim Bau des Prototyps.

Meine Zeit am ILEK war geprägt von einem zutiefst kollegialen und inspirativen Umfeld, bei allen Kolleginnen und Kollegen bedanke ich mich für diese interessanten und angenehmen Jahre der Zusammenarbeit. Sowohl den Mitarbeitern am ILEK

als auch den Mitarbeitern des ISYS sei gedankt für die tatenreiche Unterstützung beim Bau der Stuttgart SmartShell.

Nicht zuletzt danke ich allen Freunden und insbesondere meiner Familie für die unendliche Geduld und den stetigen Rückhalt in dieser Zeit.

Kurzfassung

Schalentragwerke stellen eine der wichtigsten Konstruktionsformen im Leichtbau dar. Bei korrekter Formgebung und Lagerung tragen Schalen externe Lasten vorwiegend über die Ausbildung eines über die Schalendicke gleichmäßig verteilten Spannungszustands ab. Dieser sogenannte Membranzustand ermöglicht es Schalentragwerken, bei geringem Materialaufwand große Spannweiten zu überbrücken.

Das effiziente Tragverhalten eines Schalentragwerks steht in einem engen Zusammenhang mit seiner Geometrie. Formfindungsmethoden dienen der Bestimmung annähernd idealer Geometrien unter Ansatz eines formbestimmenden Lastfalls. Üblicherweise wird für diesen maßgebenden Lastfall das Eigengewicht angesetzt. Erfolgt jedoch im Sinne der Ressourcenschonung eine weitestgehende Reduzierung des Eigengewichts, überwiegen zeitlich variable, ungleichmäßig verteilte Beanspruchungen. Diese vom formbestimmenden Lastfall abweichenden Lasten führen zu Biegebeanspruchungen, Inhomogenitäten in der Spannungsverteilung sowie Spannungskonzentrationen. Diese Spannungszustände führen bei der Dimensionierung der Tragstruktur zum Einsatz zusätzlichen Materials, welches weder zeitlich noch örtlich homogen beansprucht wird und nur unter seltenen Beanspruchungsfällen eine volle Ausnutzung erfährt.

Das Konzept der adaptiven Tragwerke basiert auf dem Ansatz, das Tragverhalten einer Struktur nicht nur einmalig durch seine Auslegung festzulegen, sondern die Systemantwort durch die Integration aktiver Komponenten fortlaufend zu kontrollieren. Im Vordergrund stehen dabei die Manipulation der Kraft- und Spannungszustände, der Verformungen und des Schwingungsverhaltens. Dieser Ansatz ermöglicht eine Reaktion auf zeitlich und örtlich variable Beanspruchungen mit dem Ziel, den Lastabtrag zu optimieren. Die Dimensionierung erfolgt dementsprechend für deutlich reduzierte Beanspruchungen und resultiert idealerweise in einer signifikanten Materialeinsparnis im Vergleich zu passiven Strukturen.

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der aktiven Manipulation des Tragverhaltens punktgelagerter Schalentragwerke. Ziel der Manipulation ist die Homogenisierung der Spannungsfelder und die Minimierung der bemessungsrelevanten Maximalspannungen. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird für diese Manipulation die aktive Verschiebung der gelenkigen Auflagerpunkte untersucht.

Die Bestimmung der optimalen adaptiven Eingriffe erfolgt mittels numerischer Optimierungsverfahren. Dabei werden sowohl ein globales, stochastisches Verfahren (*Simulated-Annealing*-Verfahren) als auch ein deterministischer, gradientenba-

sierter Algorithmus untersucht und verglichen. Aufgrund der großen Verformungen wird bei der Bestimmung der optimalen Auflagerpositionen das nichtlineare Tragverhalten der Struktur berücksichtigt. Ein Schwerpunkt der Arbeit liegt auf der methodischen Untersuchung der Optimierungsverfahren. Die dargestellten Vorgehensweisen bieten die Möglichkeit der Übertragbarkeit auf ähnliche Problemstellungen im Bereich der adaptiven Tragwerke.

Die Betrachtung des Tragverhaltens und die Optimierung der Auflagerverschiebung erfolgt für eine ausgewählte Schalengeometrie unter Ansatz verschiedener Materialien. Unterscheidend sind dabei sowohl die Ansätze für die Materialgesetze in der Simulation (isotrop, orthotrop) als auch die Ausbildung der Zielfunktion bei der Minimierung der kritischen Spannung (von-Mises-Spannung, maximale Zugspannung, Spannung in Faserrichtung eines orthotropen Verbundwerkstoffs).

Die Optimierung wird für eine Reihe von Belastungsszenarien in Kombination mit den betrachteten Materialien durchgeführt. Die Ergebnisse zeigen einen deutlichen Abbau der Spannungsspitzen im Bereich von ca. 50–90 %. Eine nähere Betrachtung der physikalischen Vorgänge beim Übergang vom passiven in den aktiven Zustand bestätigt die Zustandsänderungen hinsichtlich des Abbaus der Spannungsspitzen und der Homogenisierung der Spannungsfelder.

Die Validierung der Optimierungsergebnisse erfolgt an einem großmaßstäblichen Prototyp (Schalentragerwerk in Holzbauweise mit einem Grundriss von 10 m × 10 m). In einem praxisnahen Kontext ermöglicht der Prototyp den Vergleich zwischen Simulation und Realität hinsichtlich des Tragverhaltens der Struktur und der Auswirkung der adaptiven Vorgänge. Das tragstrukturelle Verhalten des Prototyps zeigt eine gute Übereinstimmung mit der Simulation. Die Struktur weist ein stark ausgeprägtes nichtlineares Tragverhalten auf. Dieses Verhalten wird in der Simulation erfasst und bestätigt den Ansatz, nichtlineare Effekte in der Optimierung zu berücksichtigen.

Der Direktvergleich der am Prototyp gemessenen Dehnungen mit der Simulation zeigt teilweise signifikante Unterschiede. Untersuchungen zu den Ursachen der Abweichungen ergeben, dass das Tragverhalten des Schalentragerwerks sehr stark durch Variationen in den Materialeigenschaften und der Geometrie beeinflusst wird. Insbesondere für den gewählten Werkstoff Holz ist die Bestimmung der Materialeigenschaften mit erheblichen Streuungen verbunden. Zusätzlich führen Quell- und Schwinderscheinungen zu geometrischen Veränderungen, die das Tragverhalten beeinflussen können. Grenzwertuntersuchungen zum Einfluss dieser Effekte plausibilisieren die Abweichungen beim Abgleich der Dehnungsmessungen mit der Simulation.

Bei der experimentellen Untersuchung des Adaptionsprozesses zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Prototyp. Trotz der Abweichungen in den Absolutwerten der Dehnungen stellen sich der Homogenisierungseffekt und der Abbau der Spannungsspitzen beim Übergang vom passiven in den

aktiven Zustand entsprechend den Optimierungsergebnissen ein. Somit bestätigt sich das Potential der Adaptivität, auf variable Belastungssituationen reagieren zu können und die maßgebenden Spannungsspitzen signifikant zu reduzieren.

Abstract

Shell structures represent one of the most important structural typologies in the field of lightweight structures. Assuming proper geometry and support conditions are provided, shell structures carry external forces primarily via the development of stresses evenly distributed over their cross section. This so-called membrane state of stress enables shell structures to span large distances with low self-weight.

The efficient load-carrying behaviour of a shell structure is strongly correlated to its geometry. Form-finding methods, under the application of a form-defining load case, allow for the determination of nearly ideal geometries. Self-weight is commonly considered to be this governing load case. When, however, in the interest of the conservation of resources, self-weight is reduced to the greatest extent possible, temporally variable and unevenly distributed loads predominate. Such loads deviate from the form-defining load case and lead to bending moments, inhomogeneities in the stress distribution as well as stress concentrations. During the design of the structure, such loading conditions typically require the application of additional material. This material is stressed inhomogeneously with respect to both time and location, and is utilized fully only on the rare occasions of peak demand.

The concept of adaptive structures is based on the approach that the behaviour of an engineering structure is not established once during the initial design phase, but rather that the structural response is controlled continuously via the integration of active components. The activation of the structure focuses on the manipulation of the force and stress states, the displacements as well as the control of vibrations. This approach allows the structure to react to temporally and spatially variable loads with the goal of optimising the load-carrying behaviour. The design of the structural elements can thus be carried out for significantly reduced demands, ideally resulting in substantial material savings in comparison with passive structures.

The subject of this dissertation is the active manipulation of the load-carrying behaviour of point-supported shell structures. The goal of this manipulation is the homogenisation of the stress fields and the minimisation of the maximum stresses governing the design. Within the context of the work presented, the active displacement of the supports is investigated as a means for this manipulation.

The optimal activation processes are determined using numerical optimisation procedures. Both a global, stochastic procedure (*Simulated Annealing* algorithm) as well as a deterministic, gradient-based algorithm are investigated and compared. Due to the large displacements of the structure, nonlinear effects are considered

during the determination of the optimal support positioning. One focus of the work is the methodical analysis of the optimisation algorithms. The procedures presented offer the potential to be applied to similar problems within the field of adaptive structures.

The analysis of the load-carrying behaviour and the optimisation of the support positioning are carried out for one selected shell geometry while considering various materials. The distinction between the different materials lies in the material models implemented during the simulation (isotropic and orthotropic) and the formulation of the objective function during the minimisation of the critical stress (von-Mises stresses, maximum tensile stresses and stresses in the fibre direction of an orthotropic composite material).

A number of loading scenarios are considered during the optimisation phase. The results show a significant reduction of the stress concentrations in the range of approximately 50–90 %. A closer investigation of the physical processes during the transition from the passive state to the active state confirms the resulting state changes with respect to the reduction of peak stresses and the homogenisation of the stress fields.

The validation of the optimisation results is carried out using a large-scale prototype (timber shell structure with base dimensions of 10 m × 10 m). In a practically relevant context the prototype allows for the comparison of simulation and reality with respect to the load-carrying behaviour and the effects of the adaptive processes. The structural behaviour of the actual prototype shows good agreement with the simulation. The structure exhibits distinct nonlinear effects. These effects are captured in the simulation and validate the approach of including the nonlinear structural behaviour during the optimisation.

The direct comparison of the simulation with the strain measurements obtained from the prototype shows significant deviations in some instances. Investigations into the cause of these discrepancies indicate that the structural behaviour of the shell is strongly influenced both by variations in the material properties and in the geometry. In particular for the material selected (timber), the structural characterisation is affected by the large degree of variability in its mechanical properties. Additionally, swelling and shrinkage phenomena lead to geometric changes that affect the structural behaviour. A boundary value analysis of the influence of these factors confirm the plausibility of the deviations of the strain measurements in comparison with the simulation.

The experimental investigation of the adaptation process shows very good agreement between the simulation and the prototype. The homogenisation effect and the reduction of the peak stresses during the transition from the passive state to the active state match the optimisation results, despite the deviations in the absolute values of the strain data. This confirms the potential of structural adaptivity to

respond to variable loading scenarios and to significantly reduce the governing peak stresses.

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	v
Abstract	viii
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Problemstellung	1
1.3 Zielsetzung der vorliegenden Arbeit	2
1.4 Gliederung	3
2 Adaptivität bei Schalenträgwerken	4
2.1 Schalenträgwerke	4
2.1.1 Lastabtragverhalten	5
2.1.2 Formfindung bei Schalenträgwerken	6
2.1.3 Abweichung vom formbestimmenden Lastfall	7
2.2 Adaptivität bei Tragwerken	8
2.2.1 Stand der Technik	8
2.2.2 Adaptivität zur Homogenisierung von Spannungsfeldern bei Flächen- trägwerken	12
2.3 Adaption mittels Manipulation der Auflager	13
3 Untersuchung des Tragverhaltens einer Schalengeometrie	15
3.1 Tragverhalten im passiven Zustand	15
3.1.1 Geometrie	16
3.1.2 Modellbildung	17
3.1.3 Lastansätze	20
3.1.4 Materialansätze	22
3.1.5 Tragverhalten bei isotropen Materialeigenschaften	24
3.1.6 Modellierung bei orthotropen Materialeigenschaften	30
3.1.7 Tragverhalten bei orthotropen Materialeigenschaften	32
3.2 Einfluss der Auflagerverschiebung	36
4 Optimierungsverfahren zur Bestimmung der Auflagerverschiebung	38
4.1 Grundlagen der Optimierung	38
4.2 Problembeschreibung zur Minimierung der auftretenden Maximalspannung	41

4.3	Optimierungsvariablen	43
4.4	Ansatz für die Implementierung der Optimierungsalgorithmen	45
4.5	Untersuchung eines globalen Optimierungsverfahrens	45
4.5.1	<i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren	46
4.5.2	Vorauswahl der Eingangsparameter	47
4.5.3	Implementierung des Optimierungsalgorithmus	48
4.6	Validierung des globalen Optimierungsalgorithmus	50
4.6.1	Reduzierung des Optimierungsproblems	51
4.6.2	Anpassung der Eingangsparameter für den Algorithmus	55
4.6.3	Einfluss der Anzahl der Iterationsschritte	59
4.6.4	Betrachtung der Elementformulierung und der Auswertungsmethode für die Spannungswerte	62
4.7	Untersuchung eines Gradientenalgorithmus	64
4.7.1	Glättung der Zielfunktion	64
4.7.2	Umsetzung des Gradientenalgorithmus	66
4.7.3	Ergebnisse des Gradientenalgorithmus	66
5	Betrachtung des Adaptionvorgangs	69
5.1	Bestimmung des optimierten Zustands	69
5.2	Physikalische Betrachtung des Adaptionvorgangs	72
5.3	Bewertung der Homogenisierung	80
5.4	Betrachtung der Auflagerreaktionen	82
5.5	Energetische Betrachtung	83
6	Optimierung der Auflagerpositionen für verschiedene Materialien und Lastfälle	85
6.1	Optimierung für isotrope Materialien	86
6.2	Ergebnisse der Optimierung für das allgemeine isotrope Material	87
6.3	Ergebnisse der Optimierung für Beton	88
6.4	Optimierung für eine mehrlagige Holzstruktur	89
6.4.1	Ansätze für Schnee- und Windlasten für die untersuchte Geometrie	90
6.5	Ergebnisse der Optimierung für eine mehrlagige Holzstruktur	93
7	Experimentelle Validierung	95
7.1	Die Stuttgart SmartShell	95
7.1.1	Bauweise des Prototyps	95
7.1.2	Aktive Auflager	97
7.1.3	Sensorik	98
7.1.4	Regelungssystem	100

7.2	Modellabgleich	100
7.2.1	Abgleich des Materialgesetzes	101
7.2.2	Geometrieabgleich	101
7.2.3	Abgleich der Sensorik	106
7.2.4	Abgleich des Strukturverhaltens	107
7.3	Validierung der Auflagerverschiebung zur Homogenisierung der Spannungsfelder	113
8	Zusammenfassung und Ausblick	123
8.1	Zusammenfassung der wesentlichen Ergebnisse	123
8.2	Anregungen für weiterführende Arbeiten	125
A	Mechanische Eigenschaften des Werkstoffs Holz	127
B	Dehnungsmessung am Werkstoff Holz	131
C	Herleitung der Windlasten für die untersuchte Geometrie	145
D	Ergänzende Optimierungsergebnisse und Messergebnisse	149
D.1	Ausführliche Darstellung der Simulationsergebnisse für verschiedene Materialien und Lastfälle	149
D.2	Ergänzungen zur Darstellung der Messergebnisse bei aufgebracht en Auflagerverschiebungen	154
E	Einfluss der Materialeigenschaften und der Umweltbedingungen auf das Tragverhalten	159
E.1	Einfluss der Holzfeuchte	160
E.2	Einfluss variabler Materialeigenschaften	161
	Literaturverzeichnis	165
	Bezeichnungen und Symbole	175
	Abbildungsverzeichnis	181
	Tabellenverzeichnis	187

1 Einleitung

1.1 Motivation

Der Leichtbau in seiner traditionellen Form kommt insbesondere dann zum Einsatz, wenn die Forderung einer hohen Leistungsfähigkeit der Konstruktion maximale Gewichtseinsparnis bedingt, beispielsweise bei weitgespannten Tragwerken und Hochhäusern [1]. Im Zuge der letzten Jahrzehnte nimmt zusätzlich die Anforderung der Nachhaltigkeit der gebauten Umwelt einen hohen Stellenwert ein. Das Bauwesen verantwortet 50 % des weltweiten Ressourcenverbrauchs und 60 % des deutschen Abfallaufkommens [2]. Somit ergibt sich auch unter diesen Gesichtspunkten die Notwendigkeit, Materialverbrauch und folglich Ressourcennutzung zu minimieren.

Der klassische Leichtbau, unterteilt in die Kategorien des Materialleichtbaus, des Strukturleichtbaus und des Systemleichtbaus, konzentriert sich im Wesentlichen auf die Optimierung passiver, nicht-veränderlicher Systeme [1]. Das Konzept adaptiver Tragwerke bietet hier einen neuen Ansatz [3]. Die Eigenschaft solcher Tragwerke, aktiv auf veränderliche Beanspruchungen zu reagieren, birgt das Potential, das Tragverhalten einer Struktur nicht nur einmalig durch ihre Gestaltung zu bestimmen, sondern über die Lebensdauer der Konstruktion fortlaufend zu manipulieren. Im Vordergrund der Adaption können die Minimierung auftretender Materialbeanspruchungen und Verformungen sowie die Beeinflussung des Schwingungsverhaltens stehen. Aus dieser kontinuierlichen Optimierung des Lastabtrags ergibt sich das Potential, Spitzenbeanspruchungen entgegenzuwirken und somit den bei der Dimensionierung notwendigen Materialeinsatz zu minimieren.

1.2 Problemstellung

Schalentragwerke stellen eine der wichtigsten Formen des Leichtbaus dar. Kuppelförmige Strukturen werden seit der Antike gebaut, ingenieurtechnische Weiterentwicklungen, beispielsweise im Bereich der Formfindung (siehe Kap. 2) haben zur Optimierung solcher Konstruktionen geführt. Unter Ausnutzung des aufgrund ihrer doppelten Krümmung sehr effizienten Tragverhaltens können Schalentragwerke bei geringer Dicke große Spannweiten überbrücken. Ein Hauptaspekt dieser tragstrukturellen Effizienz ist der Zusammenhang zwischen Geometrie, Belastungen und Randbedingungen. Methoden der Formfindung dienen dabei, unter An-

satz eines formbestimmenden Lastfalls, der Bestimmung einer möglichst idealen Tragwerksgeometrie. Während bei schweren Konstruktionen das Eigengewicht zur Formbestimmung angesetzt werden kann, dominieren bei sehr dünnen, leichten Konstruktionen variable und ungleichmäßig verteilte Lasten. Insbesondere bei punktgelagerten Schalen führen solche Auflasten zu Inhomogenitäten in der Spannungsverteilung und zu Spannungsspitzen.

Die Bemessung tragender Konstruktionen erfolgt unter Ansatz äußerst selten auftretender und möglichst ungünstig wirkender Maximallasten. In Verbindung mit der Berücksichtigung der eingangs beschriebenen Phänomene inhomogener Spannungsfelder kann dieser Ansatz zu einer über den Großteil der Lebensdauer des Tragwerks deutlichen Überdimensionierung führen. Das Konzept der Adaptivität bietet die Möglichkeit, dieser Überdimensionierung durch aktive Eingriffe in das Tragverhalten zu entgegnen.

Der Stand der Technik, ausführlich dargestellt in Kap. 2, zeigt, dass sich viele Untersuchungen zu adaptiven Tragwerken auf die aktive Kontrolle von Bauwerksschwingungen beschränken. Die Manipulation von Kraft- und Verformungszuständen unter statischen Beanspruchungen, insbesondere im Bereich von Schalenträgwerken, ist deutlich weniger erforscht. Die Berücksichtigung nichtlinearer Effekte auf das Tragverhalten und eine umfangreiche experimentelle Validierung sind ebenfalls noch nicht Bestandteil bestehender Forschungsarbeiten zu adaptiven Tragwerken.

1.3 Zielsetzung der vorliegenden Arbeit

Die vorliegende Arbeit verfolgt das Ziel, Methoden zur Bestimmung der optimalen aktiven Eingriffe im Kontext adaptiver Schalenträgwerke zu untersuchen. Zur Eingrenzung erfolgt diese Untersuchung am Beispiel einer Schalenstruktur mit 4 diskreten Auflagerpunkten. Die Manipulation erfolgt durch die Verschiebung der Auflager. Ziel der Adaption ist die Homogenisierung der auftretenden Spannungsfelder und die Minimierung der maximalen auftretenden Spannungen.

Da die Verformungen aufgrund von Belastungen und der aktiven Positionierung der Auflager ein Vielfaches der Dicke der Schalenstruktur betragen können, ist bei der Optimierung der Aktivierung das geometrisch nichtlineare Strukturverhalten explizit zu berücksichtigen. Basierend auf diesem Ansatz lassen sich vergleichend globale Optimierungsverfahren und lokale Suchalgorithmen untersuchen und bewerten. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden solche Verfahren betrachtet und für verschiedene Materialien mit jeweils unterschiedlichen Ansätzen für die bemessungskritischen Spannungen eingesetzt.

Die Überprüfung der Optimierungsergebnisse erfolgt durch eine experimentelle Validierung an einem großmaßstäblichen Prototyp. In einem praxisnahen Kontext

werden somit die Möglichkeiten und die Problemstellungen bei der Umsetzung adaptiver Schalenträgerwerke betrachtet.

1.4 Gliederung

Für die Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit erfolgt in Kap. 2 zunächst eine grundlegende Betrachtung der Eigenschaften und des Tragverhaltens von Schalenträgerwerken sowie des Ansatzes der Adaptivität im Bereich tragender Konstruktionen im Bauwesen. Die entsprechenden Ausführungen zum Stand der Technik dienen der Verdeutlichung der vorliegenden Problemstellungen und des Konzepts adaptiver Tragstrukturen.

Untersuchungen zum Tragverhalten am Beispiel eines ausgewählten, punktgelagerten Schalenträgerwerks sind in Kap. 3 dargestellt. Unter Anwendung einer numerischen Simulation erfolgt dabei eine Betrachtung der Spannungsfelder aufgrund homogen und inhomogen verteilter Belastungen (Eigengewicht und viertelseitige Zusatzbelastung) sowie des Einflusses der Auflagerverschiebung als Methode der aktiven Manipulation. Diese vergleichende Betrachtung ermöglicht eine qualitative Aussage über das Potential der aktiven Positionierung der Auflager hinsichtlich der Manipulation der kritischen Spannungsfelder.

In Kap. 4 werden zwei unterschiedliche Ansätze für die Optimierung der Auflagerverschiebungen beschrieben. Zum einen wird der Einsatz eines globalen, stochastischen Suchverfahrens dargestellt und Ansätze für die Validierung des Verfahrens werden untersucht. Zum anderen wird vergleichend dazu ein gradientenbasierter Suchalgorithmus umgesetzt.

Zur Plausibilisierung der in Kap. 4 durchgeführten Optimierungsberechnungen erfolgt in Kap. 5 eine phänomenologische Betrachtung der physikalischen Auswirkung der Auflagerverschiebung auf die Struktur. Dabei werden die Spannungs- und Verformungszustände im passiven sowie im aktiven Zustand betrachtet und verglichen.

Unter Anwendung der in Kap. 4 entwickelten Algorithmen werden in Kap. 6 die optimalen Auflagerpositionen für verschiedene Materialien und Belastungen bestimmt. Die Algorithmen lassen sich somit vergleichend bewerten und die Eignung der Verfahren für unterschiedliche Szenarien wird überprüft.

Aufbauend auf den theoretischen Untersuchungen erfolgt abschließend in Kap. 7 die experimentelle Validierung der Optimierungsergebnisse. Hierfür dient ein großmaßstäblicher Prototyp, dessen Spannungszustände im passiven und im adaptiven Zustand mit den Ergebnissen der Simulation verglichen werden.

Kap. 8 fasst die wesentlichen Ergebnisse der Arbeit zusammen und bietet Anregungen für weiterführende Untersuchungen.

2 Adaptivität bei Schalenträgwerken

Schalenträgwerke haben in der Architektur und im Bauwesen eine lange Geschichte, erste Gewölbekonstruktionen wie das Pantheon in Rom sind bereits aus der Antike bekannt [4]. Als eine Form des Leichtbaus eignen sich Schalen insbesondere für die Überbrückung großer Spannweiten bei minimalem Eigengewicht. Voraussetzung für ein effizientes Lastabtragverhalten ist dabei die Beachtung des Zusammenhangs zwischen Geometrie und Belastung sowie die entsprechende Formgebung beim Entwurf der Struktur [5, 6].

Sowohl experimentelle als auch computergestützte Formfindungsmethoden dienen der Bestimmung von Geometrien mit möglichst effizientem Lastabtrag. Selbst im Idealfall kann jedoch das optimale Tragverhalten nur für einen, den sogenannten formbestimmenden Lastfall (bzw. dessen affine Abbildungen) gewährleistet werden. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit ist das Ziel der Adaption, das Tragverhalten unter Einwirkung einer zum formbestimmenden Lastfall nicht-affinen Beanspruchung durch eine Manipulation der auftretenden Spannungsfelder zu optimieren. Im Folgenden werden die Prinzipien des Tragverhaltens von Schalenträgwerken sowie der Ansatz der Adaptivität in Bezug auf diese Tragwerke beschrieben.

2.1 Schalenträgwerke

Schalenträgwerke sind räumlich gekrümmte, flächige Strukturen, deren Ausdehnung in zwei Richtungen deutlich größer ist als in die dritte Richtung [4, 6]. Sie gehören somit zusammen mit den Membrankonstruktionen sowie den Scheiben und Platten zu der Kategorie der Flächenträgwerke. Die geometrische Beschreibung von Flächenträgwerken erfolgt gewöhnlich anhand der Mittelfläche und einer (nicht zwingend konstanten) Dicke t_S .

Scheiben und Platten sind geometrisch identisch und eben. Die Unterscheidung erfolgt anhand des Lastabtrags. Scheiben sind nur parallel zur Fläche belastet, entsprechend bilden sich über die Dicke konstante Normal- und Schubspannungen aus. Platten dahingegen sind Belastungen senkrecht zur Fläche ausgesetzt und entwickeln dementsprechend Biegespannungen [7].

Als Membrankonstruktionen werden sehr dünne Tragwerke bezeichnet, die nur Zugkräfte aufnehmen können und dementsprechend sinnvollerweise unter Vorspannung auszubilden sind [8]. Diese Vorspannung kann sowohl aufgrund von Druckunterschieden der umgebenden Medien (pneumatische Konstruktionen, üb-

licherweise synklastisch gekrümmt) als auch durch mechanische Verspannung innerhalb vorgegebener Randbedingungen (Hoch- und Tiefpunkte sowie Randseile, üblicherweise antiklastisch gekrümmt) erfolgen. Membrankonstruktionen sind umfassend dokumentiert, siehe beispielsweise [9–11].

Schalenträgwerke können sowohl als einfach gekrümmte (Tonnenschalen) als auch als doppelt gekrümmte Tragstrukturen (Kuppelflächen, Sattelflächen) ausgebildet sein. Eine Einteilung erfolgt dabei beispielsweise anhand des Verhältnisses der Schalendicke t_S zum Krümmungsradius r_S in drei Gruppen [6]:

- dicke Schalen mit $t_S/r_S > 1/50$,
- dünne Schalen mit $1/50 > t_S/r_S > 1/1.000$,
- sehr dünne Schalen mit $t_S/r_S < 1/1.000$.

Weiterhin möglich ist eine Kategorisierung anhand der Schalenkrümmung. Dabei sind sowohl synklastisch gekrümmte (Gaußsche Krümmung $k_g > 0$, Kuppelschalen), einfach gekrümmte (Gaußsche Krümmung $k_g = 0$, Tonnenschalen) als auch antiklastisch gekrümmte (Gaußsche Krümmung $k_g < 0$, Sattelschalen) Geometrien möglich [4, 6].¹ Eine dritte Option der Unterscheidung kann anhand der Erzeugung der Schalenfläche erfolgen, wobei Rotationsschalen, Translationsschalen sowie Regelflächen und Freiformflächen zu unterscheiden sind [4, 6]. Umfangreiche Darstellungen der geschichtlichen Entwicklung und konstruktiver Aspekte von Schalenträgwerken sind beispielsweise in [4, 10, 12] gegeben.

2.1.1 Lastabtragverhalten

Im Leichtbau ist ein Lastabtrag, der zu einer gleichmäßig verteilten Beanspruchung des Bauteilquerschnitts führt, vorteilhaft. Bei Schalenträgwerken wird der so entstehende Beanspruchungszustand als Membranzustand bezeichnet [7, 13]. In diesem Zustand treten nur Normalspannungen und Schubspannungen in der Schalenfläche auf. Dementgegen steht die tragstrukturelle Beschreibung mittels der Biegetheorie der Schalen, welche Biegemomente und Drillmomente berücksichtigt. Diese Beanspruchungen führen zu einem ungleichmäßigen Spannungsverlauf über den Querschnitt [7, 13].

Aus den Ansätzen beider Theorien lassen sich für eine analytische Untersuchung des Tragverhaltens entsprechende Differentialgleichungen ableiten und lösen. Unter Annahme des Membranzustands genügt dabei eine reine Gleichgewichtsbetrachtung zur Bestimmung der Schnittgrößen [13]. Unter Ansatz der Biegetheorie ist dies

¹Die Gaußsche Krümmung ist definiert als Produkt der beiden Hauptkrümmungen an einem gegebenen Punkt, $k_g = k_1 k_2 = \frac{1}{r_1} \frac{1}{r_2}$, wobei r_1 und r_2 die beiden Hauptkrümmungsradien darstellen.

aufgrund der höheren Anzahl der unbekannt inneren Kräfte nicht der Fall und es müssen entsprechende Verträglichkeitsbedingungen aus dem Formänderungsverhalten hinzugezogen werden [13].

Für die Sonderfälle rotationssymmetrischer Schalen unter stetig verlaufender Belastung sind analytische Lösungsansätze umfangreich dokumentiert, siehe beispielsweise [7, 13, 14]. Entsprechend schwieriger wird eine analytische Beschreibung für komplexere geometrische Formen. Bei Freiformflächen unter ungleichmäßiger Belastung, für die unter Umständen keine analytische Beschreibung der Geometrie oder der Last vorliegt, ermöglichen numerische Näherungsverfahren die Untersuchung des Tragverhaltens. Ein weit verbreitetes Verfahren dafür ist die Methode der finiten Elemente, welche im Rahmen der vorliegenden Arbeit zum Einsatz kommt.

2.1.2 Formfindung bei Schalenträgwerken

Die Zielstellung der Formfindung bei Schalenträgwerken ist es, die Geometrie der Struktur so zu bestimmen, dass Belastungen nur über Membrankräfte abgetragen werden. Bei synklastisch gekrümmten Strukturen ist üblicherweise eine reine Druckbeanspruchung angestrebt. Experimentelle Methoden der Formfindung lassen sich auf Robert Hooke zurückführen, der erstmals den Zusammenhang zwischen Belastung und Geometrie anhand der Umkehrung einer Kettenlinie in eine ideale Bogengeometrie beschreibt [15]. Die experimentellen Methoden der Formfindung erfahren bis in die Mitte des 20. Jhd. bedeutende Weiterentwicklungen, maßgeblich beispielsweise durch Gaudí, Isler und Otto [16–21], die u. a. Umkehrformen basierend auf durchhängenden Kettennetzen oder Tüchern als Ausgangsform für die Konstruktion von Schalenträgwerken einsetzen. Ein Beispiel dafür zeigt Abb. 2.1(a), vergleichend dazu ist in Abb. 2.1(b) eine Schale basierend auf einer Kugelkalotte dargestellt. Die aus tragwerkstechnischer Sicht ineffiziente Kugelform bedingt in diesem Fall eine Randaussteifung durch zusätzliche Träger. Eine Optimierung dieser Form zur Eliminierung der Randträger ist in [22] gegeben.

Beginnend in der zweiten Hälfte des letzten Jahrhunderts werden die experimentellen Methoden durch computergestützte Verfahren ergänzt bzw. ersetzt. Die computergestützten Verfahren lassen sich in zwei Kategorien unterteilen. Bei den indirekten Methoden (Deformationsmethoden) erfolgt, basierend auf einer Ausgangsform, eine numerische Simulation der Vorgänge der experimentellen Formfindung, um entsprechende Schalenformen zu erhalten. Dahingegen berechnen die direkten Methoden ohne Vorgabe einer Ausgangsgeometrie die Form für einen angestrebten Spannungszustand [6, 23].

Während die indirekten Methoden immer zu einer Lösung führen, besteht nur bedingt die Möglichkeit, Einfluss auf den resultierenden Spannungszustand zu nehmen. Beispiele indirekter Verfahren sind die Methode der dynamischen Relaxation



(a) Raststätte Deitingen Süd, Schweiz
Heinz Isler, 1968
(© Christian Kleis/CC-BY-SA-3.0
Quelle: commons.wikimedia.org)



(b) Kresge Auditorium, Cambridge, USA
Eero Saarinen, 1955
(Quelle: commons.wikimedia.org)

Abbildung 2.1 Beispiele für Schalenträgwerke

und die geometrisch nichtlineare Anwendung der Methode der finiten Elemente [6, 21, 23, 24]. Eine weitere Vorgehensweise basiert auf der Anwendung mathematischer Optimierungsverfahren in Kombination mit Deformationsmethoden, siehe beispielsweise [22].

Die direkten Methoden ermöglichen die Vorgabe eines angestrebten Spannungszustands, jedoch besteht bei diesen Methoden die Gefahr, anstatt genau einer keine oder sogar mehrere Lösungen des Problems zu erhalten. Beispiele für direkte Methoden sind die Kraft-Dichte-Methode sowie die numerische Lösung des Differentialgleichungssystems der Membranschale [6, 21, 23, 25, 26].

2.1.3 Abweichung vom formbestimmenden Lastfall

Die Formfindung von Schalenträgwerken führt idealerweise zur Bestimmung einer Geometrie, die unter Einwirkung des bei der Formfindung angesetzten Lastfalls (des sogenannten formbestimmenden Lastfalls) eine reine Druckbeanspruchung aufweist. Bei relativ schweren Strukturen kann für den formbestimmenden Lastfall das Eigengewicht angesetzt werden. Zu beachten ist dabei, dass Formfindungsmethoden zu einer spannungsbehafteten Idealgeometrie führen. Die konstruktive Umsetzung dieser Geometrie erfolgt jedoch üblicherweise in einem nahezu spannungsfreien Zustand. Die Struktur unterliegt somit dem Kompensationsproblem: es kommt schon bei Aufnahme des Eigengewichts zu Verformungen und dementsprechend Abweichungen von der Idealgeometrie und von dem idealen Spannungszustand [6, 26].

Bei leichten Strukturen sind zeitlich veränderliche, ungleichmäßig verteilte Umweltlasten gegenüber dem Eigengewicht dominant und stellen zur formbestimmenden Belastung nicht-affine Zusatzbelastungen dar. Diese Belastungen führen insbesondere im Bereich der Auflager und der freien Ränder zu Biegebeanspruchungen, Inhomogenitäten in der Spannungsverteilung und Spannungsspitzen. Bei der

Dimensionierung des Tragwerks müssen solche ungünstigen und darüber hinaus nur äußerst selten auftretenden Lasten berücksichtigt werden. Dies kann zu einem höheren Materialeinsatz und einer für einen großen Anteil der Lebensdauer der Tragstruktur deutlichen Überdimensionierung führen.

2.2 Adaptivität bei Tragwerken

Ein Ansatz, der in Abschnitt 2.1.3 beschriebenen Überdimensionierung entgegenzuwirken, ist das Konzept adaptiver Tragwerke [27, 28]. Das Prinzip der Adaptivität, also der Anpassungsfähigkeit, ist aus der Biologie bekannt. In Bezug auf tragende Konstruktionen bedeutet dieses Prinzip die Anpassungsfähigkeit an verschiedene Belastungszustände mit dem Ziel der Optimierung des Tragverhaltens. Zum Einsatz kommen dabei sensorische Elemente zur Erfassung des Beanspruchungszustands und aktuatorische Elemente zur Manipulation des Tragverhaltens. Die Manipulation bewirkt eine Veränderung des Kräfte- bzw. des Spannungszustands, der Verformung, des Schwingungsverhaltens oder einer Kombination dieser Effekte.

Im Folgenden werden die Grundprinzipien adaptiver Konstruktionen und deren Entwicklung im Bauwesen dargestellt. Im Hinblick auf die vorliegende Arbeit wird dabei besonders auf die Manipulation von Spannungsfeldern in Flächentragwerken und die Adaption mittels verschiebbarer Auflager eingegangen.

2.2.1 Stand der Technik

Überlegungen für den Einsatz adaptiver Systeme im konstruktiven Ingenieurbau gehen nach [29] zurück auf das Jahr 1960, als zum ersten Mal Konzepte zur aktiven Schwingungskontrolle von Bauwerken bei Erdbebenanregungen beschrieben werden. In [30, 31] werden erste Ansätze zur aktiven Kontrolle von Kräften und Verformungen von Hochhäusern dargestellt (siehe Abb. 2.2).

Eine formalisierte allgemeine Betrachtung des Konzepts adaptiver Systeme für tragstrukturelle Anwendungen bietet [32]. Demnach enthalten solche Systeme im Vergleich zu passiven Systemen drei weitere wesentliche Komponenten: Sensoren zur Zustandserfassung (Belastungen, Spannungen, Beschleunigungen), Regelungseinheiten zur Auswertung der Sensorinformationen und Bestimmung der auszuführenden Gegenmaßnahmen, und Aktuatoren zur Ausführung dieser Maßnahmen. Die Zusammenhänge zwischen diesen Komponenten sind in Abb. 2.3 dargestellt. Ziel des Einsatzes der zusätzlichen Komponenten ist es, im Vergleich zu passiven Strukturen ein in Bezug auf Verformungen, Spannungen und Schwingungen deutlich optimiertes Verhalten der Tragstruktur zu bewirken.

Basierend auf den Ansätzen adaptiver Systeme gibt es hauptsächlich im Bereich der Reduzierung von Schwingungen bei Erdbeben- und Windanregungen eine Reihe

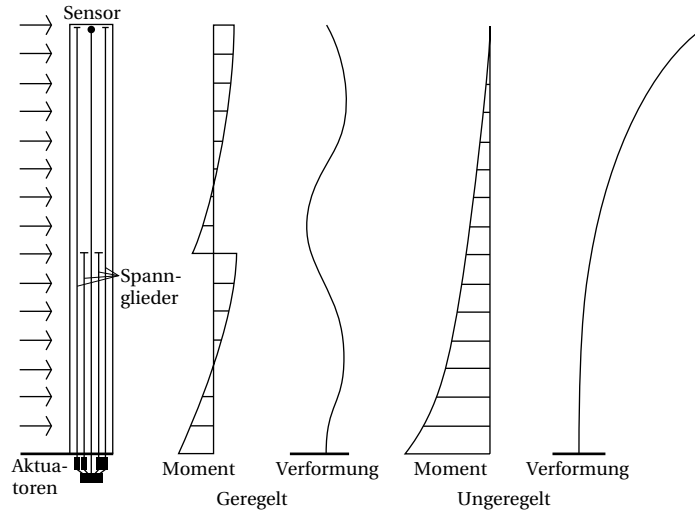


Abbildung 2.2 Konzept für die Manipulation von Kräften und Verformungen an einem Hochhaus (aus [30, 31])

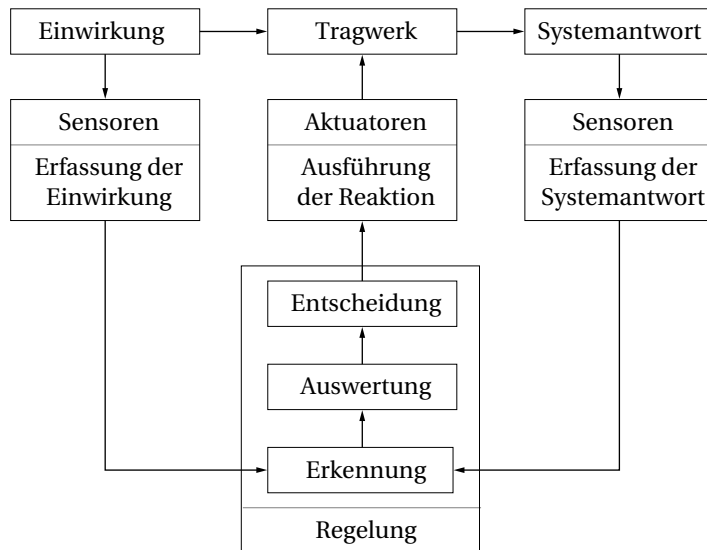


Abbildung 2.3 Komponenten eines adaptiven Systems nach [32] (aus [28])

von Forschungsarbeiten sowie Beispiele der Umsetzung in der Baupraxis. Einen umfangreichen Überblick geben u. a. [33–41].

In [33] werden passive, semi-aktive, hybride und aktive Systeme hinsichtlich des Prinzips der Energiedissipation bei Anregungen unterschieden. Passive Systeme benötigen keine zusätzliche Zufuhr von Energie, sind aber in ihren schwingungs-dämpfenden Eigenschaften invariant und typischerweise hinsichtlich der ersten

Eigenfrequenz der Struktur optimiert. Die in [33] beschriebenen aktiven Systeme beruhen hauptsächlich auf der gezielten Anregung großer Massen mittels Aktuatoren, um Gebäudeschwingungen auszugleichen. Diese Systeme können somit adaptiv auf verschiedene Beanspruchungen reagieren. Semi-aktive Systeme versuchen die Vorteile der passiven und aktiven Systeme zu vereinen, indem die dynamischen Eigenschaften (Eigenfrequenzen, Dämpfung) des energiedissipierenden Systems variabel gestaltet sind, ohne dabei aktiv Kräfte aufzubringen. Hybride Systeme kombinieren aktive, semi-aktive und passive Komponenten.

Bei den oben beschriebenen aktiven Systemen erfolgt die Gegenreaktion auf externe Einwirkungen durch die Anregung zusätzlicher Gewichte. Die eigentliche Tragstruktur ist dabei passiv, es findet kein direkter Eingriff in das Strukturverhalten durch die Aktivierung der tragenden Elemente selbst statt. Somit sind solche Systeme immer mit einem Zusatz an meist nicht unbedeutender Masse verbunden. Einen aktuelleren Überblick der Entwicklungen nach [33] bieten [40, 41], wobei die Autoren auch auf direkte Eingriffe in die Tragstruktur selbst eingehen.

Die eigentliche Aktivierung tragender Elemente ist ein im Bereich der aktiven Kontrolle von Gebäuden weniger untersuchter Ansatz. Ein Überblick erster Untersuchungen und ein Vorschlag eines Dämpfungssystems mittels aktiver zugbeanspruchter Auskreuzungselemente sind in [29, 42] dargestellt. Weiterführend beschreiben [43, 44] den Entwurf und die großmaßstäbliche Umsetzung eines solchen Systems. Auf die Optimierung eines Systems mit aktiven Auskreuzungselementen geht [45] ein. In [46] beschreiben die Autoren die aktive Schwingungskontrolle von Geschossdecken mittels integrierter Aktuatorik. In [47] wird die aktive Kontrolle einer Brückenstruktur, deren tragende Elemente zum Teil durch aktive Elemente ersetzt sind, untersucht. Die Optimierung eines Raumfachwerks mit integrierten Linearaktuatoren ist in [48] dokumentiert. Konzepte für Schwingungskontrolle eines abgespannten Gittermastturms sowie einer Schrägseilbrücke mit aktiven Zugelementen sind in [49, 50] dargestellt. Die weiterführende experimentelle Umsetzung einer Brücke mit aktiven Spannseilen wird in [51] betrachtet. Ähnliche Ansätze aktiver Schrägseile bei einer Brückenkonstruktion verfolgen die Autoren in [52]. Einen jüngeren Überblick über den Ansatz der Integration aktiver Elemente im Bereich von Tragstrukturen geben [53–56]. Ein aktuelles Beispiel einschließlich einer experimentellen Umsetzung im Vollmaßstab ist die in [57, 58] beschriebene aktive Schwingungsdämpfung einer hochfesten Spannbandbrücke mittels pneumatischer Aktuatoren.

Die oben genannten Untersuchungen beschäftigen sich maßgeblich mit der Kontrolle des Schwingungsverhaltens von Bauwerken bei Erdbeben- und Windanregungen. Weitaus weniger verbreitet sind Untersuchungen im Bereich der aktiven Manipulation des Tragverhaltens bei statischen und quasi-statischen Beanspruchungen. Erste Überlegungen dazu finden sich wie bereits erwähnt in [30–32]. Basierend auf

diesen Ideen untersuchen [59, 60] Ansätze zur Beeinflussung der Kräfteverteilung in statisch unbestimmten Fachwerken durch aktive Elemente bzw. zur Manipulation der Schnittkräfte in Durchlaufträgern durch gezielte Verschiebung der Auflager. In [61–65] untersuchen die Autoren die aktive Verformungskontrolle mittels verstellbarer Unterspannung. Zusätzlich ist eine Betrachtung der Steigerung der Tragfähigkeit gegeben. Die experimentelle Untersuchung eines Betonträgers mit einer Länge von 10 m zeigt dabei eine vierfache Erhöhung der zulässigen Traglast. Die Autoren unterstreichen weiterhin die Vorteile der Adaptivität in Bezug auf eine kontinuierliche Tragwerksüberwachung.

In [27] werden die grundsätzlichen Konzepte für die tragstrukturelle Anpassung bei statischen Belastungen umfassend neu aufgearbeitet und eine umfangreiche Zusammenstellung möglicher Einsatzgebiete und technischer Aspekte wird dargestellt. Enthalten ist dabei auch die Darstellung neuer Technologien im Bereich der sogenannten „Smart“ Materials. Ein Vorschlag für die Manipulation der Kräfteverteilung in statisch unbestimmten Fachwerken sowie des Momentenverlaufs in Schrägseilbrücken mittels aktiver Zugelemente wird in [3, 66] beschrieben.

Die Überlegungen zur Manipulation der Kräfteverteilung in Fachwerken münden in der in [28] dargestellten Entwicklung des Konzepts des Lastpfadmanagements für Stabtragwerke. Basierend auf einem linear-elastischen Ansatz für das Tragverhalten resultiert der adaptive Zustand aus der Superposition der passiven und der aktiven Systemantwort:

$$N_{\text{adapt}} = N_{\text{pass}} + N_{\text{aktiv}}, \quad (2.1)$$

$$u_{\text{adapt}} = u_{\text{pass}} + u_{\text{aktiv}}, \quad (2.2)$$

wobei N die Stabkräfte und u die Knotenverschiebungen des Fachwerks sind. Die aktiven Größen stellen in diesem Fall die Systemantwort auf die reine Aktivierung (ohne zusätzliche Lasten) dar.² Aus dem Ansatz der Superposition wird in [28] ein Optimierungsalgorithmus abgeleitet, der die Axialkräfte, die Verformungen oder eine Kombination beider Größen minimiert. Desweiteren erfolgt eine Formoptimierung der adaptiven Struktur bei gegebener Topologie. Aufbauend auf diesen Untersuchungen stellen [67, 68] einen allgemeineren Ansatz vor, der zusätzlich die Topologieoptimierung des Stabwerks berücksichtigt. In diesem Fall werden

²Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden die nichtlinearen Effekte des Tragverhaltens berücksichtigt. Die Superposition der Zustände und die separate Betrachtung der Aktivierung sind somit nicht angebracht. Abweichend von der Konvention in Gl. (2.1) und (2.2) entspricht im Rahmen der vorliegenden Arbeit der aktive Zustand dem kombinierten Zustand aus einwirkenden Lasten und adaptiven Eingriffen.

nur die Randbedingungen vorgegeben, es erfolgt die Bestimmung einer optimalen Tragstruktur unter Berücksichtigung der Potentiale der Adaptivität.

Ein Konzept für selbstanpassende Brückentragwerke schlagen die Autoren in [69, 70] vor. Angedacht sind dabei sowohl Schrägseilbrücken mit virtuell unendlicher Steifigkeit durch die Aktivierung der Zuelemente sowie die aktive Beeinflussung aerodynamischer Belastungen von Brückenstrukturen. Die aktive Verformungskontrolle von Tensegritystrukturen findet in [71, 72] Betrachtung. Eine umfangreiche Untersuchung zur Beeinflussung der Kräfte und Verformungen bei adaptiven Dachtragwerken wird in [73] durchgeführt.

2.2.2 Adaptivität zur Homogenisierung von Spannungsfeldern bei Flächentragwerken

In [74, 75] wird das Konzept der Adaptivität in Bezug auf Flächentragwerke untersucht. Dabei werden dehnungsaktivierte Scheiben, Scheiben mit integrierten diskreten Dehnungsaktuatoren und Systeme mit aktiven Randbedingungen unterschieden. Dehnungsaktivierte Scheiben ermöglichen das Induzieren eines stetigen Dehnungsverlaufs, entweder in Teilbereichen oder über die gesamte Scheibe. Die induzierten Dehnungen wirken den Beanspruchungen entgegen, um Inhomogenitäten in den Spannungsfeldern, im Falle der beschriebenen Untersuchungen im Bereich von Öffnungen, abzubauen. Bei Scheiben mit integrierten diskreten Aktuatoren stellen die aktiven Elemente eine zusätzliche Verstärkung des Randbereiches um eine Öffnung dar. Diese Elemente beeinflussen auch im passiven Zustand die Spannungsverteilung in der Scheibe. Induzierte Dehnungen in den Aktuatoren kommen einer Steifigkeitsänderung der Verstärkung gleich und ermöglichen somit, abhängig vom Grad der Aktivierung, eine Entlastung des Randbereichs der Scheibe.

In der Untersuchung aktiver Randbedingungen wird in [74] gezeigt, wie durch Verschiebung der Auflager einer kontinuierlich gelagerten Schalenkonstruktion die Spannungsinhomogenitäten im Bereich der Auflager gezielt minimiert werden können. Die Untersuchungen beziehen sich dabei auf die im Randbereich aufgrund der fehlenden Kompensation entstehenden Zwangsspannungen [6, 26]. Die Aktivierung erfolgt anhand eines induzierten Verschiebungsverlaufs entlang der linearen Auflager.

Analog zu den in [28, 67, 68] beschriebenen Untersuchungen von Stabwerkstrukturen wird auch in [74, 75] ein geometrisch linearer Ansatz unter Annahme kleiner Verformungen zugrunde gelegt. Diese Annahme ermöglicht eine Superposition der Spannungsfelder des passiven Zustands und des aktivierten Zustands für die Optimierung der aktiven Eingriffe, analog zu den Kräften und den Verformungen in Gl. (2.1) bzw. Gl. (2.2).

2.3 Adaption mittels Manipulation der Auflager

Wie in [74] beschrieben, bietet die Aufbringung eines gezielten Verschiebungsverlaufs die Möglichkeit zur Manipulation der Spannungsfelder in liniengelagerten Schalentragwerken. In [60] wird dargestellt, wie mittels der Verschiebung punktueller Auflager die Schnittkräfte in einem Durchlaufträger beeinflusst werden können.

Die Lagerung eines Tragwerks bedeutet die Fixierung bestimmter Freiheitsgrade an ausgewählten Punkten der Struktur. Die Fixierung kann sowohl für translatorische Freiheitsgrade (gelenkige Lagerung) als auch für rotatorische Freiheitsgrade (Einspannung) erfolgen. Eine Manipulation der Lagerung bedeutet, dass diese Freiheitsgrade nicht fixiert werden, sondern ihnen aktiv ein bestimmter Wert zugewiesen wird. In [27] wird beschrieben, dass die Aktivierung lastabtragender Elemente in einem innerlich statisch bestimmten System lediglich eine Geometrieänderung ohne eine einhergehende Manipulation des Spannungszustands hervorruft. Analog führt die Aktivierung der Freiheitsgrade einer statisch bestimmten Lagerung nur zu einer zwängungsfreien Starrkörperbewegung. Entsprechend erfolgen beispielsweise die Untersuchungen in [60] an einem statisch unbestimmt gelagerten Durchlaufträger.

Erst die Aktivierung von Freiheitsgraden, die eine statisch unbestimmte Lagerung bewirken, ermöglicht eine zwängungsbehaftete Verformung und somit einen Einfluss auf den Lastabtrag und die Spannungsverteilung innerhalb der Struktur. Für den Fall eines gelenkig gelagerten Einfeldträgers (zweidimensionale Betrachtung) ist dies in Abb. 2.4 dargestellt. Ignoriert man die rotatorischen Freiheitsgrade, gibt es an jedem Auflager zwei translatorische Freiheitsgrade. Die Bedingung einer statisch bestimmten Lagerung ist durch die Fixierung von 3 der insgesamt 4 Translationsfreiheitsgrade gegeben. Somit verbleibt ein Freiheitsgrad zur Manipulation der Spannungszustände in der Struktur, in diesem Fall ist nur die Beeinflussung der Axialkraft möglich.

Bei einer dreidimensionalen Betrachtung stellt die Fixierung von genau 6 Freiheitsgraden die statisch bestimmte Lagerung eines Starrkörpers dar. Diese 6 Freiheitsgrade können gehalten werden und dienen nicht der Aktivierung. Jeder weitere



Abbildung 2.4 Freiheitsgrade für die statisch bestimmte Lagerung und zur Manipulation der Spannungszustände am Beispiel eines gelenkig gelagerten Einfeldträgers

verfügbare Freiheitsgrad an den Auflagern kann dann zur Manipulation des Strukturverhaltens eingesetzt werden.

3 Untersuchung des Tragverhaltens einer Schalengeometrie

Wie in den Abschnitten 2.1.2 und 2.1.3 beschrieben, ermöglichen Methoden der Formfindung die Bestimmung einer annähernd idealen Geometrie für genau einen, den formbestimmenden Lastfall bzw. dessen affine Abbildungen. Weicht die Verteilung der dominanten Lasten von dem formbestimmenden Lastfall ab, treten Biegebeanspruchungen und Inhomogenitäten in der Spannungsverteilung auf. Im folgenden Kapitel werden die Spannungsfelder aufgrund homogen verteilter Lasten (Eigengewicht) und inhomogen verteilter Zusatzlasten (viertelseitige Auflast) an einer ausgewählten Schalengeometrie untersucht. Ergänzend dazu erfolgt eine Betrachtung der Auswirkung der Auflagerverschiebung hinsichtlich der induzierten Spannungen. Ziel dabei ist eine vergleichende Betrachtung der durch die Aktivierung hervorgerufenen Spannungsfelder und der Spannungsverteilung aufgrund externer Zusatzbelastungen.

Aufbauend auf den Betrachtungen der Spannungszustände erfolgt in Kap. 4 die Beschreibung von Methoden zur Bestimmung der Auflagerverschiebungen, deren Überlagerung mit den Auflasten einen möglichst günstigen Spannungszustand einstellen. In Kap. 5 werden die physikalischen Auswirkungen der Adaption auf die Spannungsfelder untersucht.

3.1 Tragverhalten im passiven Zustand

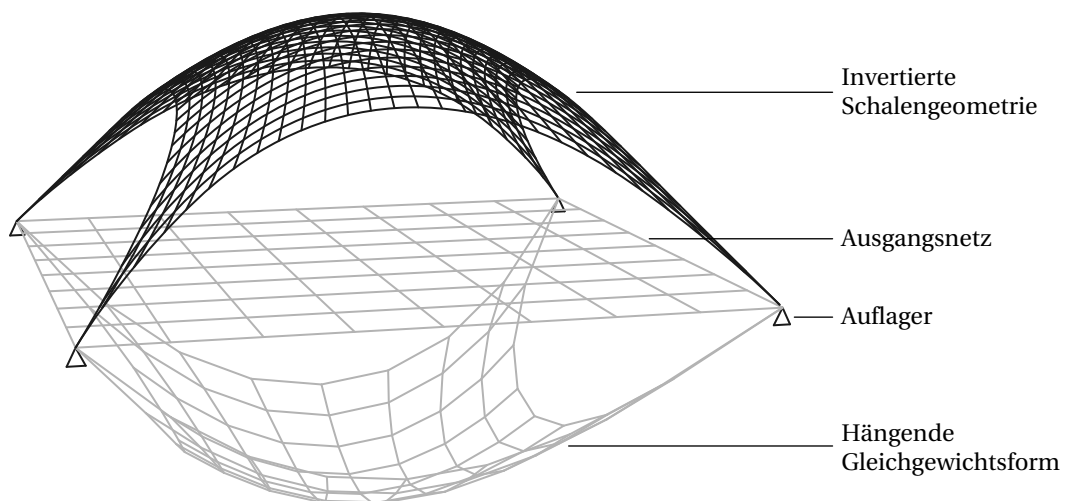
Im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen wird in einem ersten Schritt das Tragverhalten eines beispielhaften Schalentragswerks im passiven Zustand untersucht. Dafür erfolgen zunächst eine Beschreibung der Geometrie der zu untersuchenden Struktur und eine Darstellung der Vorgehensweise für die tragstrukturelle Modellierung. Als einwirkende Lasten werden sowohl das gleichmäßig verteilte Eigengewicht als auch eine partiell verteilte Auflast angesetzt.

Für die Untersuchungen erfolgt eine Unterscheidung nach Werkstoffen, da je nach Material unterschiedliche Materialmodelle angesetzt werden und unterschiedliche Spannungen für das Materialversagen kritisch sind. Die Unterscheidung hinsichtlich der kritischen Spannung führt bei der Bestimmung der optimalen Aktivierung der Auflager zu unterschiedlichen Optimierungszielen. Die untersuchten Werkstoffe sind in Tab. 3.1 zusammengefasst.

Tabelle 3.1 Materialien für die Untersuchung des Tragverhaltens und für die Optimierung der Auflagerverschiebung

Werkstoff	Materialmodell	Kritische Spannung
Allgemein isotrop	Isotrop elastisch	Max. von-Mises-Vergleichsspannung
Beton ¹	Isotrop elastisch	Max. Zugspannung (1. Hauptspannung)
Holz	Orthotrop elastisch	Max. Spannung in Faserrichtung

¹ Für alle Untersuchungen am Material Beton wird im Rahmen dieser Arbeit unbewehrter Beton angesetzt. Vereinfachend wird die maximale Zugspannung (maximale erste Hauptspannung) als kritische Spannung angesetzt (siehe Abschnitt 3.1.4).

**Abbildung 3.1** Formfindung (Nachbildung eines Hängemodells) zur Bestimmung der untersuchten Geometrie

3.1.1 Geometrie

Als Beispiel für die Untersuchungen dient eine vierpunktgelagerte Schale, deren Geometrie für den Lastfall Eigengewicht eine annähernd ideale Form aufweist. Für die entsprechende Formfindung wird, wie in Abb. 3.1 dargestellt, ein gleichmäßiges Netz mit quadratischen Maschen zugrunde gelegt. Mittels eines Relaxationsverfahrens erfolgt unter Annahme von Einheitslasten an jedem Knotenpunkt eine Verschiebung der Geometrie in Richtung des Kräfteungleichgewichts, bis sich an jedem Knoten ein Gleichgewicht aus einwirkender Last und den angreifenden Stabkräften des Netzes einstellt. Die Formfindung erfolgt in der CAD-Software Rhinoceros (Rhinoceros® Version 4.0 SR 9) unter Einsatz der integrierten Scriptsprache Rhinoscript®.

Das Ergebnis dieser Vorgehensweise der Formfindung entspricht nur annähernd der idealen Geometrie, da sich aufgrund der Verrautung die Einzugsflächen jedes

Knotens ändern und somit der Ansatz gleicher Kräfte an allen Knoten nicht einem über die Fläche gleichmäßig verteilten Eigengewicht entspricht. Darüber hinaus unterliegt die Struktur dem in [6, 26] beschriebenen Kompensationsproblem (siehe Abschnitt 2.1.3). Wie die Untersuchungen in den Abschnitten 3.1.5 und 3.1.7 zeigen, entstehen somit insbesondere im Bereich der freien Ränder und in Auflagernähe auch unter Eigengewicht Biegespannungen.

3.1.2 Modellbildung

Bis auf wenige Sonderfälle rotationssymmetrischer Schalen unter gleichmäßiger Belastung ist eine rein analytische Betrachtung doppelt gekrümmter Flächentragwerke aufwendig. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird daher die Strukturanalyse mittels der Finite-Elemente-Methode (FEM) in dem Softwarepaket Ansys (ANSYS® Academic Research, Release 13.0) durchgeführt. Die FEM dient im Allgemeinen zur numerischen Lösung von Differentialgleichungssystemen und ist, unter anderem im Bereich der Strukturmechanik, eine bewährte Methode zur Analyse komplexer Probleme [76].

Bei der vorliegenden Struktur sind unter Belastung und bei der Verschiebung der Auflager Verformungen zu erwarten, welche die Schalendicke um ein Vielfaches überschreiten können. Zur Abbildung des Strukturverhaltens ist hier ein geometrisch linearer Ansatz in der Simulation unzureichend. Die Modellierung erfolgt somit geometrisch nichtlinear. Zur Kopplung der Strukturanalyse mit den Optimierungsalgorithmen in Kap. 4 wird ein parametrischer Ansatz unter Ausnutzung der Scriptsprache APDL (Ansys Parametric Design Language) verfolgt. Diese Vorgehensweise ermöglicht die effiziente Übergabe der Modellierungsparameter (Materialeigenschaften, Belastungen) sowie den externen Aufruf der Simulationsberechnung und die Auswertung der Ergebnisse durch den Optimierungsalgorithmus.

Ausgehend von der Geometrie aus der in Abschnitt 3.1.1 beschriebenen Formfindung wird für die Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit eine Strukturgeometrie mit einem Grundriss von ca. 10 m × 10 m zugrunde gelegt. Die Geometrie entspricht der Größe des in Kap. 7 beschriebenen Prototyps. Aus konstruktiven Gründen werden die spitz zulaufenden Auflagerbereiche der Geometrie aus der Formfindung abgeschnitten und durch ein in der Schalenebene verlaufendes Anschlusselement an die Auflagerpunkte angeschlossen. Die genauen Abmessungen der untersuchten Struktur sind in Abb. 3.2 dargestellt. Abb. 3.3 zeigt den Grundriss der Struktur in der Aufsicht aus positiver z-Richtung.³ Weiterhin sind in Abb. 3.3 die Bezeichnungen

³Im Rahmen der vorliegenden Arbeit erfolgen alle zweidimensionalen Darstellungen der Spannungsverteilung einheitlich in dieser Perspektive.

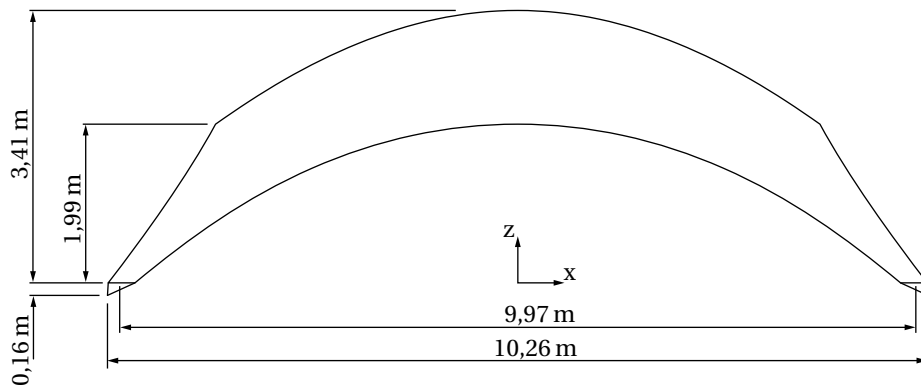


Abbildung 3.2 Schalengeometrie der in dieser Arbeit untersuchten Struktur (Ansicht)

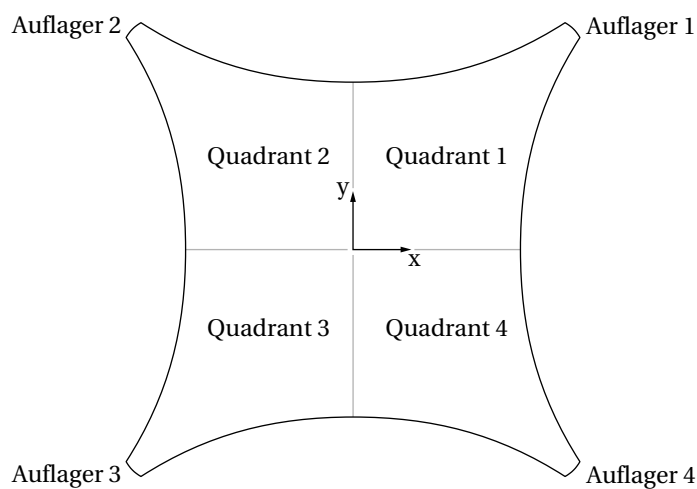


Abbildung 3.3 Grundriss der untersuchten Struktur und Kennzeichnung der Auflager und der Quadranten (Aufsicht aus positiver z-Richtung)

der Auflager und der Quadranten dargestellt, wie sie im Rahmen der vorliegenden Arbeit benutzt werden.

Aus der Geometrie wird in Ansys ein entsprechendes FEM-Modell zur Strukturanalyse erstellt. In Abb. 3.4 ist das vernetzte Modell abgebildet. Im Bereich der Auflager und der freien Ränder sind höhere Spannungsgradienten erwartet, somit erfolgt hier eine Verfeinerung des FE-Netzes.

Als Elementtyp für die Schalenstruktur wird für die vorliegende Untersuchung das Ansys-Element *Shell181* gewählt. Hierbei handelt es sich um ein 4-Knoten-Element mit 6 Freiheitsgraden an jedem Knoten [77]. Die Elementformulierung basiert dabei auf der Schalentheorie nach Mindlin und Reissner, welche (im Gegensatz zur Kirchhoff-Love-Schalentheorie) die Querschubverzerrungen erfasst. Die

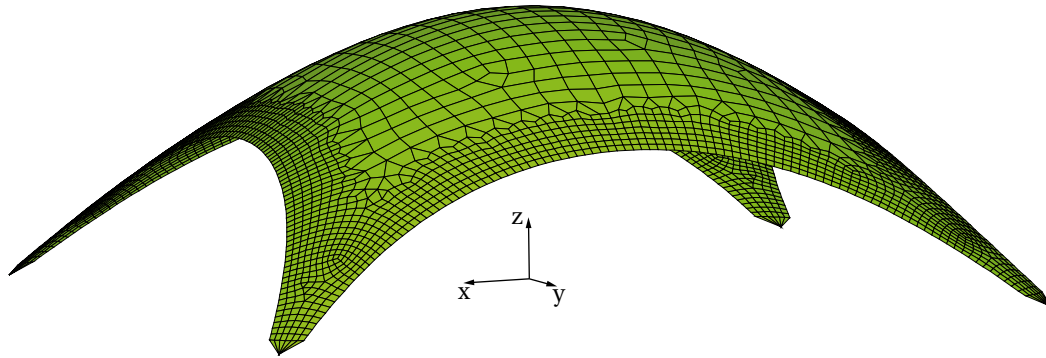


Abbildung 3.4 FEM-Modell der untersuchten Schalengeometrie

Ansatzfunktion für den Querschub wird dabei nach [78, 79] zur Vermeidung von Schublocking modifiziert [77].

Für das Element *Shell181* stehen sowohl die Option der *Full-Integration*-Formulierung oder alternativ die Option der *Reduced-Integration*-Formulierung zur Verfügung. Der Einsatz der *Reduced-Integration*-Formulierung führt dabei zu schnelleren Berechnungsgeschwindigkeiten. Die Begrenzung auf einen Integrationspunkt pro Element bedeutet aber, dass Dehnungsverläufe in der Ebene des Elements nicht erfasst werden. Somit können Biegebeanspruchungen in der Fläche nur bei einer entsprechend feinen Vernetzung abgebildet werden [77]. Eine Untersuchung der Auswirkung der Elementformulierung auf die Optimierung der Auflagerpositionen ist in Abschnitt 4.6.4 dargestellt.

Bei der Modellierung der Schalenelemente muss für eine sinnvolle Ausgabe der Spannungs- und Dehnungswerte ein Elementkoordinatensystem festgelegt werden. Bei einem isotropen Materialverhalten bietet sich für die vorliegende Struktur als Basis für die Elementkoordinatensysteme ein zylindrisches Koordinatensystem an. Dabei wird die lokale x' -Achse der Elemente in Schalenebene in Richtung des Mittelpunkts der Struktur ausgerichtet (analog zu einer radialen Ausrichtung bei einer rotationssymmetrischen Struktur, im Rahmen dieser Arbeit als quasi-radial bezeichnet). Die lokale y' -Achse liegt senkrecht zur x' -Achse in Schalenebene (analog zu einer tangentialen Ausrichtung, in dieser Arbeit als quasi-tangential bezeichnet). Die lokale z' -Achse ergibt sich senkrecht zur Schalenfläche. Die Ausrichtung der lokalen Koordinatensysteme ist in Abb. 3.5 dargestellt.

Bei orthotropen Materialien ist die Ausrichtung des Elementkoordinatensystems entsprechend den Hauptrichtungen der Werkstoffeigenschaften sinnvoll. Entsprechend werden für die Modellierung mit dem Material Holz lokale Koordinatensysteme mit einer Ausrichtung parallel und senkrecht zur Faserrichtung in der Schalenebene angesetzt. Eine nähere Beschreibung der Modellierung für das Mate-

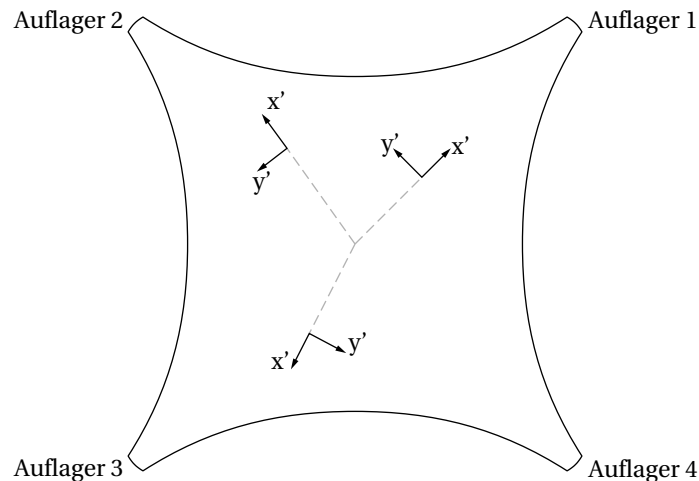


Abbildung 3.5 Lokale $x'-y'$ -Koordinatensysteme der Elemente bei der Modellierung mit isotropem Material. Zur Basis liegt ein globales zylindrisches Koordinatensystem, die x' -Achse (quasi-radial) zeigt in Schalenebene in Richtung des globalen Koordinatenursprungs. Die y' -Achse (quasi-tangential) ist in der Schalenebene senkrecht zur x' -Achse. Die Geometrie ist nicht rotations-symmetrisch, somit entspricht die Projektion der y' -Achse nur näherungsweise der tangentialen Richtung des zylindrischen Basiskoordinatensystems.

rial Holz und die Erstellung der Materialkoordinatensysteme erfolgt gesondert in Abschnitt 3.1.6.

Für die Untersuchungen mit den isotropen Materialeigenschaften (siehe Tab. 3.1) wird den Elementen eine Schalendicke von $t_s = 25$ mm zugewiesen. Wie in Abschnitt 3.1.6 beschrieben, wird für das Material Holz eine mehrlagige Bauweise mit unterschiedlichen Faserrichtungen in den jeweiligen Lagen angesetzt. Im Vergleich zu den in dieser Arbeit untersuchten isotropen Materialien weist Holz eine geringere Steifigkeit auf (vgl. Tab. 3.2 und Tab. 3.3). Die Modellierung der Holzstruktur erfolgt mit einer Gesamtdicke von $t_s = 40$ mm. Diese Gesamtdicke sowie der mehrlagige Aufbau des Querschnitts entspricht dem in Kap. 7 untersuchten Prototyp. Für die Modellierung des Anschlusselements an den Auflagern wird als Material Aluminium mit der gleichen Dicke wie die Schalenstruktur angesetzt.

3.1.3 Lastansätze

Die Aufbringung flächig verteilter Auflasten für Schalenelemente erfolgt in Ansys mittels sogenannter *Surface-Effect*-Elemente vom Typ *Surf154*. Zu unterscheiden sind dabei gleichmäßig verteilte vertikale Lasten, auf die projizierte Fläche verteilte vertikale Lasten (z. B. Schnee) und senkrecht zur Elementfläche wirkende Druck- und Soglasten (z. B. Wind). Entsprechende Optionen in der Elementformulierung

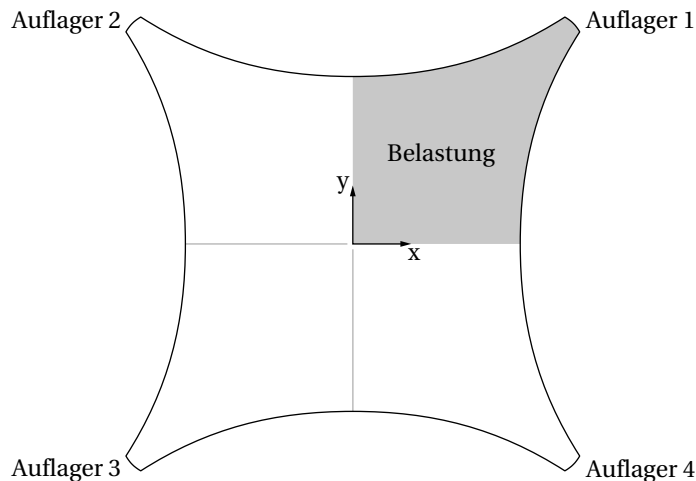


Abbildung 3.6 Bereich unter viertelseitiger Zusatzbelastung. Der Bereich entspricht Quadrant 1 (siehe Abb. 3.3). Für die Untersuchungen des Tragverhaltens wird die Auflast als gleichmäßig verteilt bezogen auf die eigentliche Schalenfläche angesetzt.

des *Surf154*-Elements ermöglichen die Modellierung dieser drei Belastungsarten. Somit können Lasten beliebiger Verteilung und in beliebigen Kombinationen abgebildet werden.

Für die Untersuchungen des Tragverhaltens in den Abschnitten 3.1.5 und 3.1.7 wird sowohl das Eigengewicht als auch (als Beispiel für eine inhomogene Zusatzbelastung) eine viertelseitige Last im Quadrant 1 in Betracht gezogen. Der belastete Bereich ist in Abb. 3.6 dargestellt. Die Last wird gleichmäßig verteilt über die eigentliche Schalenfläche angesetzt. Für die Modellierungen mit dem allgemeinen isotropen Material und mit Beton wird eine Auflast von 1.000 N/m^2 angesetzt. Für die Modellierung der Holzstruktur wird die Auflast aus Stabilitätsgründen auf 500 N/m^2 reduziert. Die Optimierung der Auflagerposition in Kap. 6 erfolgt mit zusätzlichen Belastungswerten sowie mit Lastansätzen für Schnee und Wind.

Ergänzend zu den Betrachtungen des Tragverhaltens unter homogen und inhomogen verteilten Lasten wird in Abschnitt 3.2 der Effekt der Auflagerverschiebung in horizontaler und in vertikaler Richtung untersucht. Ziel dabei ist die Bestimmung des Einflusses der Auflagerverschiebung auf die Spannungsfelder in verschiedenen Bereichen der Struktur. Ein Vergleich dieser Spannungsfelder mit den Spannungsfeldern unter den verteilten Auflasten ermöglicht eine qualitative Einschätzung der Effektivität der Adaption mittels Auflagerverschiebung zur Homogenisierung der Spannungsfelder.

Tabelle 3.2 Im Rahmen der vorliegenden Arbeit angesetzte isotrope Materialeigenschaften für das allgemeine isotrope Material und für Beton

Eigenschaft	Wert
E-Modul, E (GPa)	50
Schubmodul, G (GPa)	19,2
Querdehnzahl, ν	0,3
Dichte, ρ (kg/m ³)	2.500

3.1.4 Materialansätze

Wie in Tab. 3.1 dargestellt, werden drei Materialien (allgemeines isotropes Material, Beton, Holz) auf ihr Tragverhalten untersucht. Unterscheidend sind dabei zum Einen der Ansatz bei der Materialmodellierung (isotrop, orthotrop) und zum Anderen die bei der Optimierung der Auflagerposition anzusetzende Zielfunktion (Art der kritischen Spannung, siehe Tab. 3.1).

Im Sinne der Vergleichbarkeit erfolgen die Untersuchungen für das allgemeine isotrope Material und für Beton unter Ansatz des gleichen linear-elastischen Materialmodells. Die entsprechenden Eigenschaften sind in Tab. 3.2 dargestellt. Die Kennwerte sind in Anlehnung an übliche Materialien im Bauwesen ausgewählt. Sie entsprechen in ihrer Größenordnung näherungsweise denen eines Hochleistungsbetons [80].

Aufgrund unterschiedlicher Ansätze des Materialversagens erfolgt eine Unterscheidung zwischen dem allgemeinen isotropen Material und Beton im Hinblick auf die kritischen Spannungen. Bei isotropen Materialien (bspw. Metallen) wird oft ein Ansatz nach von Mises herangezogen [81, 82]. Der dreidimensionale Spannungszustand wird mittels des Spannungstensors angegeben:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix}. \quad (3.1)$$

Die von-Mises-Spannung errechnet sich im dreidimensionalen Spannungszustand aus

$$\sigma_{\text{vm}} = \sqrt{3J_2}, \quad (3.2)$$

wobei J_2 die zweite Invariante des Spannungsdeviators darstellt und als

$$\begin{aligned} J_2 &= \frac{1}{6} \left((\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2) \right) \\ &= \frac{1}{6} \left((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right) \end{aligned} \quad (3.3)$$

definiert ist. In Gl. (3.3) sind σ_1 , σ_2 und σ_3 die jeweiligen Hauptspannungen an dem betrachteten Punkt.

Für die Schalenelemente der FEM-Berechnung wird die Normalspannung senkrecht zur Schalenebene als $\sigma_z = 0$ angenommen. Aufgrund der parabolischen Schubspannungsverteilung im Querschnitt betragen die Querschubspannungen auf der Schalenoberseite und der Schalenunterseite $\sigma_{xz} = 0$ und $\sigma_{yz} = 0$. Somit entsteht an den Grenzflächen auf der Oberseite und der Unterseite der Schale ein rein zweidimensionaler Spannungszustand mit

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{xy} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.4)$$

Entsprechend vereinfacht sich die Berechnung der von-Mises-Spannung zu

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{vm}} &= \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \\ &= \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden neben einem allgemeinen isotropen Material die Werkstoffe Beton und Holz untersucht (siehe Tab. 3.1). Für diese Materialien sind die oben aufgeführten Betrachtungen unzulässig, da ein Versagensmodell nach von Mises nicht zugrunde gelegt werden kann.

In den vorliegenden Untersuchungen wird für das Material Beton eine Betrachtung der maximalen Zugspannung (erste Hauptspannung) angesetzt. Dies entspricht der Versagenshypothese nach Rankine (Hauptspannungshypothese) unter der Annahme, dass für den vorliegenden Fall die Gefahr eines Druckversagens unberücksichtigt bleiben kann [81, 82]. Weiterhin vernachlässigt die Hauptspannungshypothese den Einfluss der gleichzeitig auftretenden weiteren Hauptspannungen auf die Versagensspannung.

Der orthotrope Materialansatz für den Werkstoff Holz ist gesondert in Abschnitt 3.1.6 dargestellt.

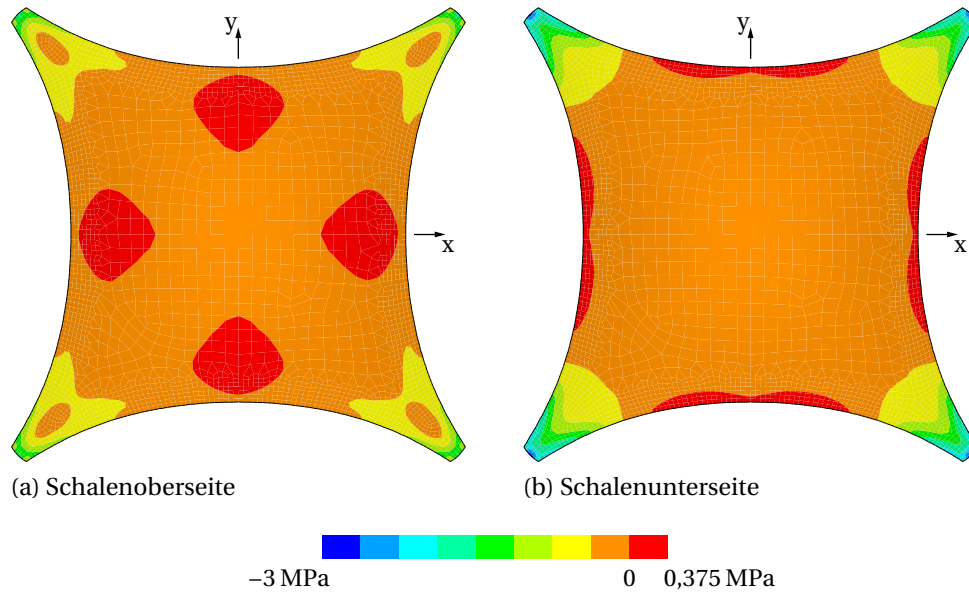


Abbildung 3.7 Normalspannungen in x' -Richtung (quasi-radial) unter Eigengewicht

3.1.5 Tragverhalten bei isotropen Materialeigenschaften

Anhand des FEM-Modells lässt sich das Tragverhalten im passiven Zustand untersuchen. Sowohl der Lastfall Eigengewicht als auch der Effekt der viertelseitigen Auflast nach Abb. 3.6 werden dabei betrachtet. Es ist davon auszugehen, dass sowohl Biege- als auch Membranspannungen auftreten, deren Superposition jeweils die maximalen Spannungen auf der Ober- und der Unterseite der Schalenfläche erzeugen. Entsprechend erfolgen die Betrachtungen der Spannungsfelder sowohl für die Schalenoberseite als auch für die Schalenunterseite.

Die folgenden Untersuchungen und Darstellungen beziehen sich auf die Werte der Knotenspannungen. Ansys bildet die Werte der Knotenspannung aus dem Durchschnitt der anliegenden Elementspannungen. Dabei setzt die Mittelwertbildung hinreichende Parallelität der Auswertungskoordinatensysteme der anliegenden Elemente voraus. Dies ist bei allen Modellen in der vorliegenden Arbeit der Fall. Eine Betrachtung des Einflusses der Auswertungsmethode (Knoten- oder Elementspannungen) auf die Optimierung der Auflagerpositionen erfolgt in Abschnitt 4.6.4.

In einem ersten Schritt wird das Verhalten der Struktur unter Eigengewicht untersucht. In Abb. 3.7 und Abb. 3.8 sind jeweils die Normalspannungen in x' -Richtung bzw. y' -Richtung (quasi-radial bzw. quasi-tangential im lokalen Elementkoordinatensystem, siehe Abb. 3.5) auf der Schalenoberseite und auf der Schalenunterseite dargestellt. Erkennbar sind die Bereiche, die auf Zug beansprucht sind. Dies betrifft in x' -Richtung hauptsächlich die Bereiche in Randnähe. Es lässt sich weiterhin

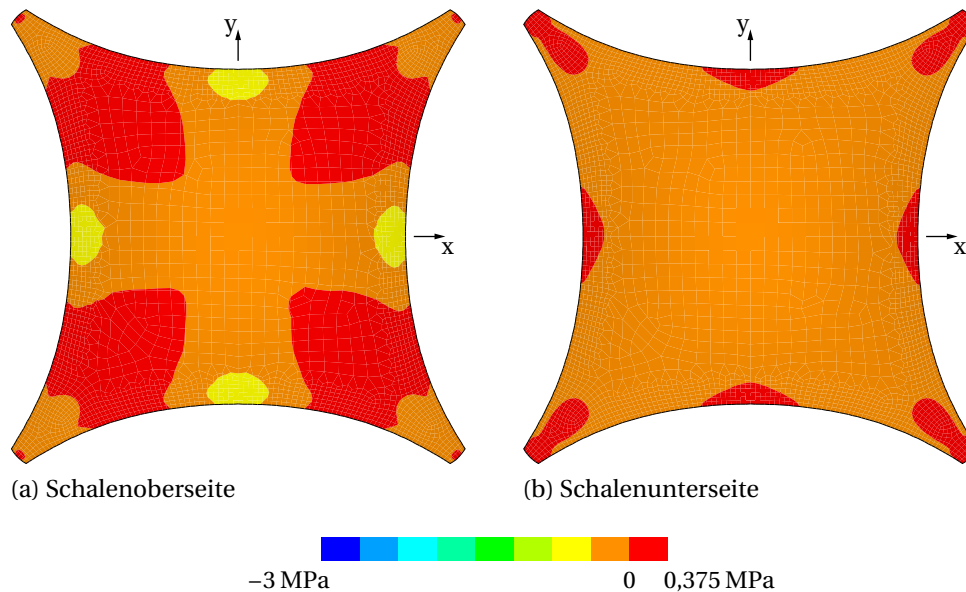


Abbildung 3.8 Normalspannungen in y' -Richtung (quasi-tangential) unter Eigengewicht

feststellen, dass die Druckspannungen in x' -Richtung entsprechend dem zu erwartenden Lastabtrag in Richtung der Auflager zunehmen. Die Spannungen in y' -Richtung sind deutlich geringer als die Spannungen in x' -Richtung und es bilden sich insbesondere auf der Schalenoberseite sowohl Zug- als auch Druckspannungen aus.

Die auftretenden Spannungen setzen sich jeweils aus einem Membrananteil σ_{membran} und einem Biegeanteil σ_{biegung} zusammen. Der Membrananteil ist dabei konstant über den Querschnitt verteilt. Der Biegeanteil unterliegt bei dem angesetzten linearen Materialgesetz einem linearen Verlauf mit entgegengesetzten Vorzeichen an den Randfasern auf der Oberseite und der Unterseite der Schale und einem Nulldurchgang in der Querschnittsmitte. Um eine Aussage über die Qualität des Tragverhaltens zu treffen, kann ein Gütekriterium R als Verhältnis des Biegeanteils zur Maximalspannung definiert werden:

$$R = \frac{|\sigma_{\text{biegung}}|}{|\sigma_{\text{biegung}}| + |\sigma_{\text{membran}}|}. \quad (3.6)$$

Somit bedeutet $R = 0$ eine reine Membranbeanspruchung ($\sigma_{\text{biegung}} = 0$), bei $R = 1$ liegt eine reine Biegebeanspruchung ($\sigma_{\text{membran}} = 0$) vor. An jedem Punkt der Schale lässt sich somit ein Wert R für die Spannungen in jede der beiden lokalen Richtungen bestimmen. Das Gütekriterium für die Spannungen in die x' -Richtung und für die Spannungen in die y' -Richtung ist in Abb. 3.9 dargestellt. Für die Spannungen in x' -Richtung zeigt sich eine erhöhte Biegebeanspruchung entlang des Randes, ähn-

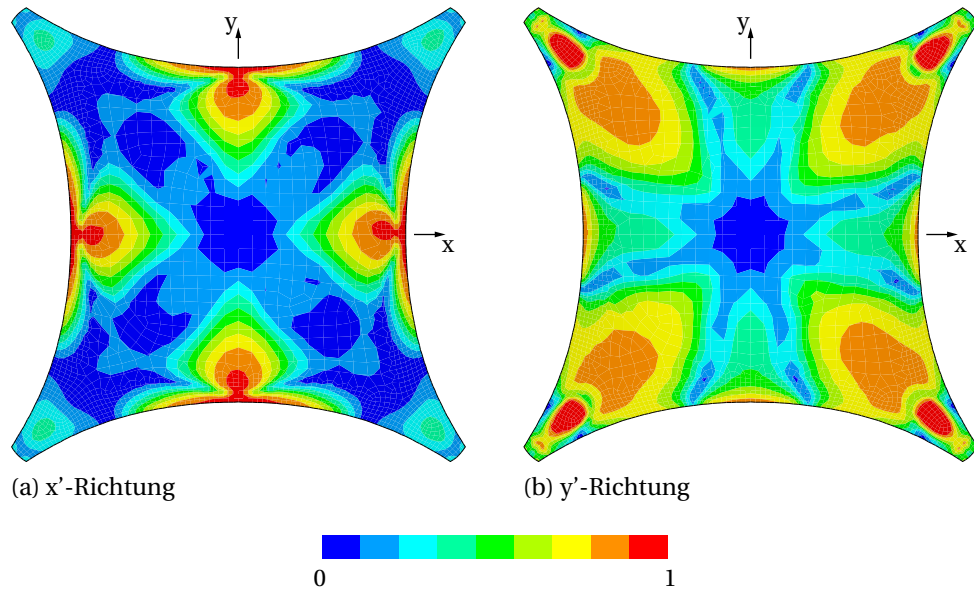


Abbildung 3.9 Gütekriterium R nach Gl. (3.6) für die Spannungen in x' -Richtung (quasi-radial) und in y' -Richtung (quasi-tangential) unter Eigengewicht

lich der Bereiche der Zugspannungen in Abb. 3.7. Analog decken sich die Bereiche größerer Biegeanteile mit den zugbeanspruchten Bereichen in y' -Richtung. Die auftretenden Biegebeanspruchungen unter Eigengewicht sind in der in Abschnitt 3.1.1 beschriebenen Abweichung von der Idealgeometrie begründet.

In Abb. 3.10 sind die Verteilungen der Spannungen in x' -Richtung (quasi-radial) auf der Schalenoberseite und der Schalenunterseite unter einer viertelseitigen Zusatzbelastung von 1.000 N/m^2 (Verteilung nach Abb. 3.6) dargestellt. Ausgeprägte Spannungsspitzen sind im Bereich der Auflager, insbesondere entlang der Ränder auf der Schalenunterseite und im mittleren Bereich in Auflagernähe auf der Schalenoberseite erkennbar. Diese Spannungsverteilung lässt sich auf die entstehende Biegebeanspruchung des Gesamtquerschnitts im Auflagerbereich zurückführen, wobei die Randbereiche der Unterseite und der mittlere Bereich der Oberseite jeweils die von der Schwerpunktschwerachse entferntesten Fasern sind. Eine Betrachtung der Verformungen ermöglicht die Überprüfung der Plausibilität der auftretenden Spannungsfelder. Die Verformungsfigur entlang der Diagonalen zwischen Auflager 1 und Auflager 3 (Schnitt A–A) ist in Abb. 3.11 dargestellt. Die Bereiche großer Biegebeanspruchungen sind in Auflagernähe deutlich erkennbar. Eine nähere Untersuchung dieses Verhaltens, sowohl im passiven als auch im aktiven Zustand, erfolgt in Kap. 5.

In Abb. 3.12 sind die Verteilungen der Normalspannungen in y' -Richtung (quasi-tangential) auf der Schalenoberseite und auf der Schalenunterseite unter viertelsei-

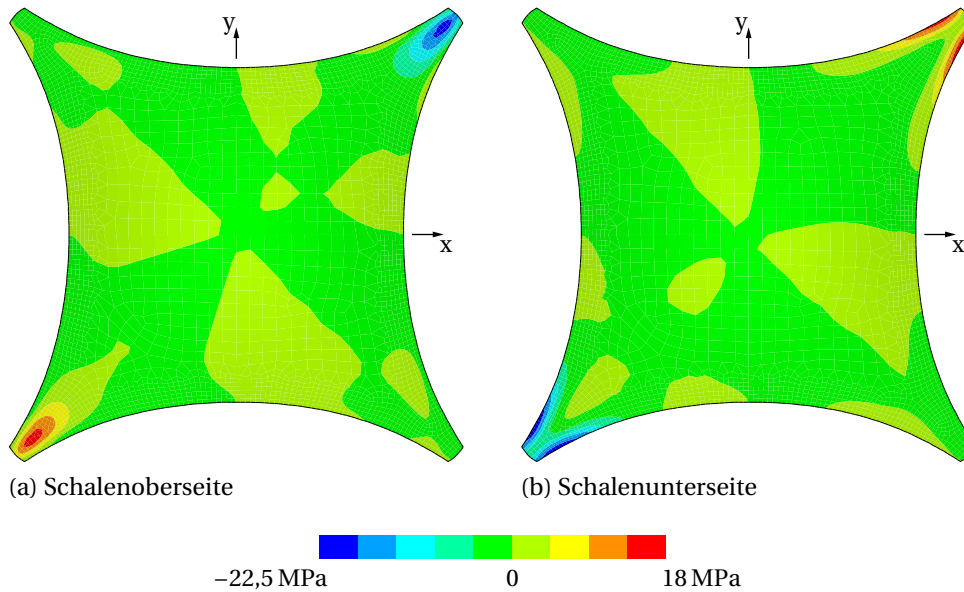


Abbildung 3.10 Normalspannungen in x' -Richtung (quasi-radial) unter viertelseitiger Belastung von 1.000 N/m^2 (Verteilung nach Abb. 3.6)

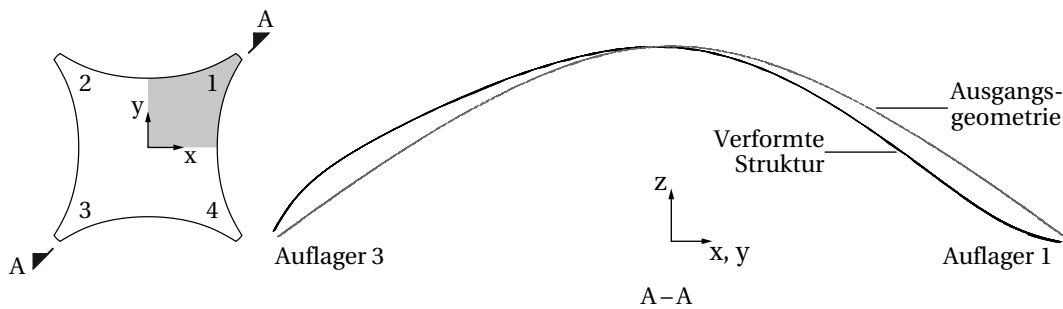


Abbildung 3.11 Verformung entlang der Diagonalen zwischen Auflager 1 und Auflager 3 bei viertelseitiger Belastung (Darstellung in 20-facher Überhöhung)

tiger Belastung dargestellt. Ähnlich dem Verhalten bei Belastung unter Eigengewicht bilden sich in y' -Richtung geringere Spannungen als in x' -Richtung aus.

Analog zu den Betrachtungen unter Eigengewicht ist in Abb. 3.13 das Gütekriterium R für jeweils die x' - und die y' -Richtung dargestellt. In beiden Richtungen bilden sich Bereiche ausgeprägter Biegebeanspruchungen aus. Es ist jedoch erkennbar, dass diese Bereiche nicht zwingend mit denen der maximalen Spannungen nach Abb. 3.10 bzw. Abb. 3.12 übereinstimmen. Dies lässt darauf schließen, dass sich in den Bereichen der maximalen Spannungen hohe Membran- und Biegebeanspruchungen überlagern.

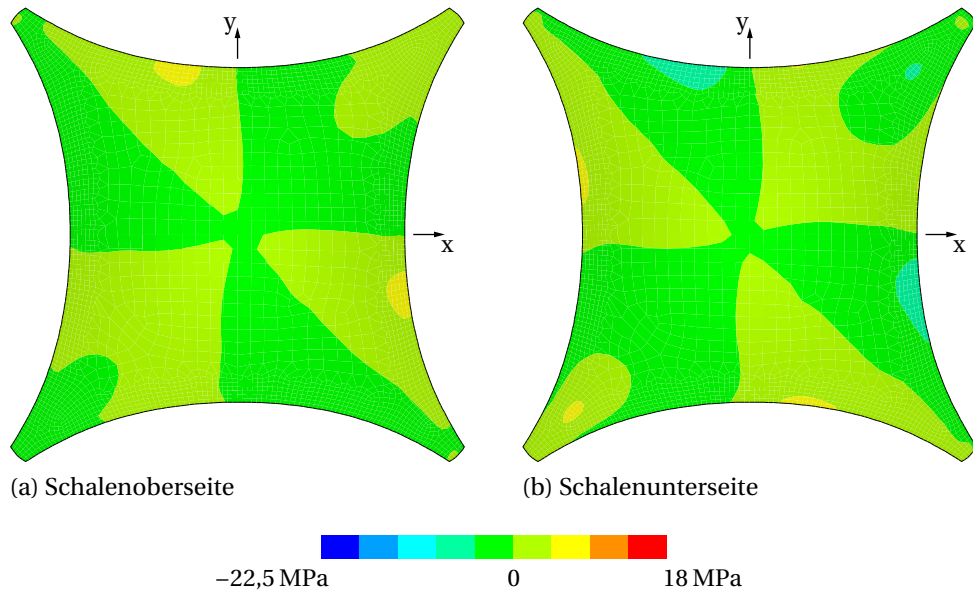


Abbildung 3.12 Normalspannungen in y' -Richtung (quasi-tangential) unter viertelseitiger Belastung von 1.000 N/m^2 (Verteilung nach Abb. 3.6)

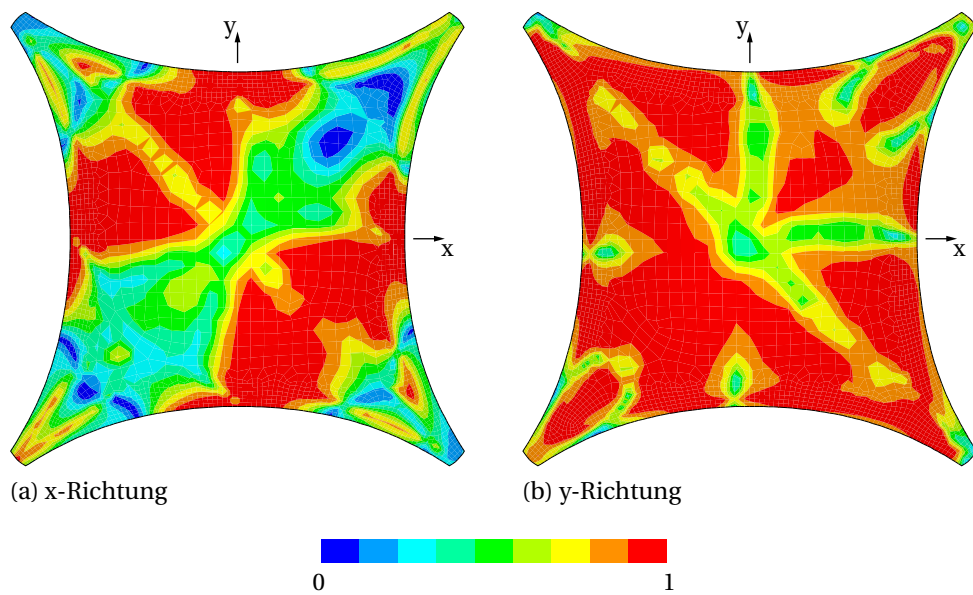


Abbildung 3.13 Gütekriterium R nach Gl. (3.6) für die Spannungen in x' -Richtung (quasi-radial) und in y' -Richtung (quasi-tangential) unter viertelseitiger Belastung von 1.000 N/m^2 (Verteilung nach Abb. 3.6)

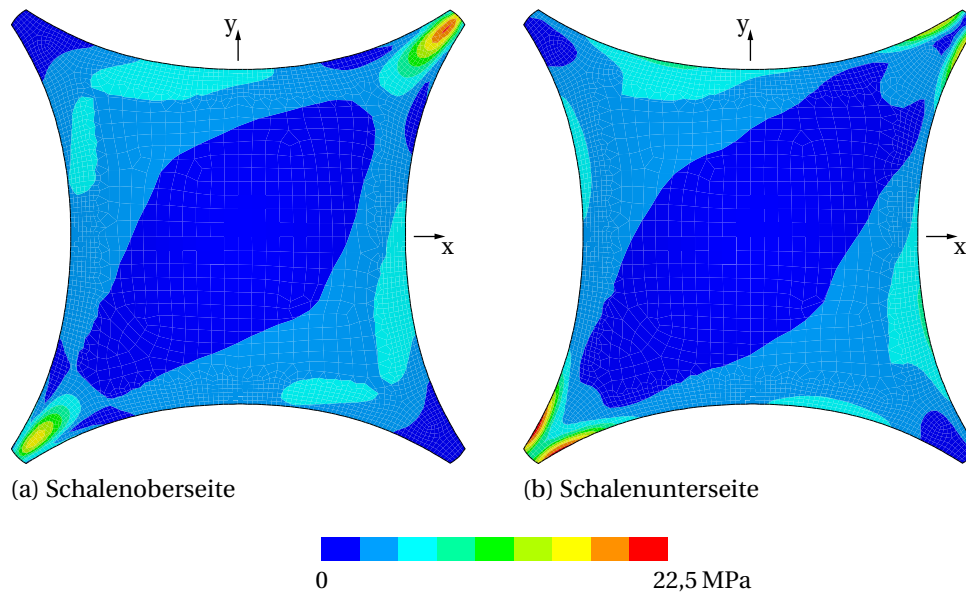


Abbildung 3.14 Von-Mises-Spannungen unter viertelseitiger Belastung von 1.000 N/m^2 (Verteilung nach Abb. 3.6)

In Abb. 3.14 sind die von-Mises-Vergleichsspannungen auf der Schalenoberseite und auf der Schalenunterseite unter viertelseitiger Belastung abgebildet. Deutlich erkennbar sind Spannungsspitzen im Bereich der Auflager und erhöhte Spannungen entlang der Ränder. Es lässt sich auch feststellen, dass die Bereiche und Werte der maximalen von-Mises-Spannungen von ca. $22,6 \text{ MPa}$ den Bereichen und Werten der maximalen Normalspannung in x' -Richtung aus Abb. 3.10 entsprechen. Dies deutet darauf hin, dass hauptsächlich die in x' -Richtung verlaufenden Normalspannungen in Auflagernähe für die Spannungsspitzen verantwortlich sind.

Für das Material Beton ist wie in Abschnitt 3.1.4 beschrieben nicht die von-Mises-Spannung, sondern die maximale Zugspannung für das Materialversagen ausschlaggebend. In Abb. 3.15 sind die maximalen Zugspannungen (Hauptspannung σ_1 in der Schalenebene) dargestellt.⁴ Auch hier lassen sich die Auflagerbereiche als die Bereiche der maßgebenden Beanspruchungen erkennen.

⁴ Ansys betrachtet auch an den Schalenoberflächen einen dreidimensionalen Spannungszustand. Aufgrund der Normalspannung $\sigma_z = 0$ und den Querschubspannungen $\tau_{x'z'} = \tau_{y'z'} = 0$ ergibt sich ein Minimalwert für $\sigma_1 = 0$ auch bei einer reinen Druckbeanspruchung in der Fläche ($\sigma_2 < 0$ und $\sigma_3 < 0$). Dies ist in der Abbildung korrigiert, so dass nur die Werte aus dem zweidimensionalen Spannungszustand in der Fläche (lokale x' - und y' -Richtung) in die Berechnung einfließen.

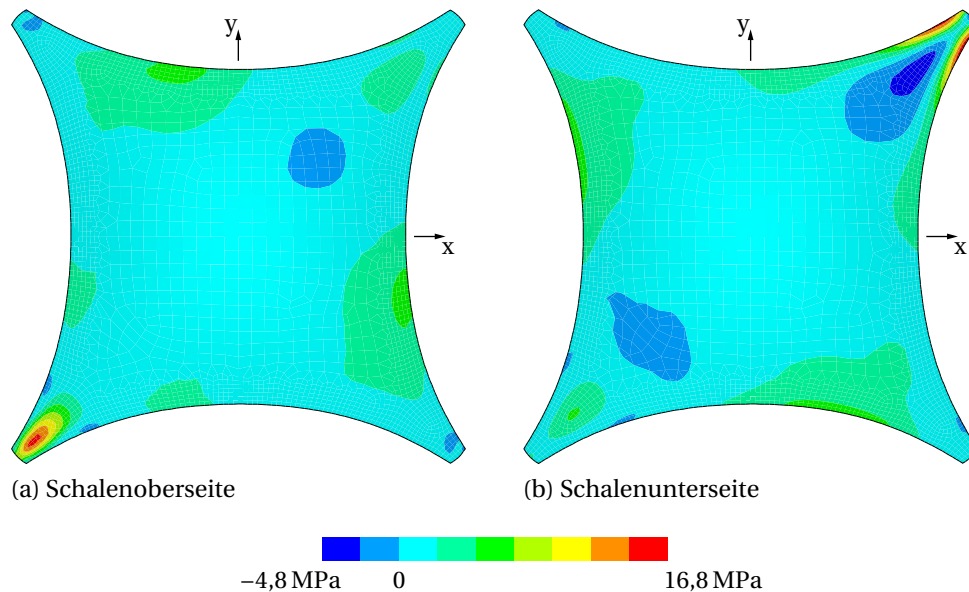


Abbildung 3.15 Hauptspannungen σ_1 unter viertelseitiger Belastung von 1.000 N/m^2 (Verteilung nach Abb. 3.6)

3.1.6 Modellierung bei orthotropen Materialeigenschaften

Zusätzlich zu den Betrachtungen für ein allgemeines isotropes Material und für Beton wird der Werkstoff Holz als drittes relevantes Material in dieser Arbeit untersucht. Die isotropen Eigenschaften aus Tabelle 3.2 können für Holz nicht angesetzt werden. Holz ist ein orthotroper Faserverbundwerkstoff mit stark variierenden Eigenschaften in Abhängigkeit von der Belastungsrichtung relativ zur Faserrichtung. Für die Modellierung der Schalenstruktur aus Holz werden die in Tab. 3.3 angegebenen Eigenschaften zugrunde gelegt. Die aufgeführten Kennwerte für die Holzart Fichte/Tanne entsprechen dem in Kap. 7 beschriebenen Prototyp. Die Bestimmung der Holzeigenschaften ist in Anhang A beschrieben.

Aufgrund seiner orthotropen Eigenschaften wird Holz für die Umsetzung flächiger tragender Elemente oft in mehreren, zueinander orthogonal verlaufenden Lagen eingesetzt, so dass in beide Richtungen der Fläche ein Lastabtrag erfolgen kann. Der in Kap. 7 beschriebene Prototyp besteht aus einem vierlagigen Aufbau aus Holzleisten, schematisch dargestellt in Abb. 3.16. Dabei verlaufen die Leisten jeweils diagonal zwischen gegenüberliegenden Auflagern der Struktur. Aufgrund der deutlich höheren Steifigkeit bei einer Beanspruchung in Faserrichtung im Vergleich zu einer Beanspruchung senkrecht zur Faser ($E_L/E_{R,T} \approx 30$ nach [83]) erfolgt der Lastabtrag maßgeblich entlang der beiden Diagonalen, jeweils durch ein Sandwich von 30 mm Höhe (mit den Deckschichten bestehend aus Lage 1 und Lage 3 bzw. Lage 2 und Lage 4, siehe Abb. 3.16).

Tabelle 3.3 Kennwerte für Holz (Typ Fichte/Tanne). Die Bestimmung der Eigenschaften ist in Anhang A beschrieben.

Eigenschaft	Wert
E-Modul parallel, E_L (GPa)	13
E-Modul rechtwinklig, E_R, E_T (GPa)	0,43
Schubmodul, G_{LR}, G_{LT} (GPa)	0,81
Schubmodul (Rollschub), G_{RT} (GPa)	0,081
Querdehnzahl, ν_{LR}, ν_{LT}	0,45
Querdehnzahl, ν_{RT}	0,5
Dichte, ρ (kg/m^3)	440

L – longitudinal, parallel zur Holzfaserrichtung
 R – radial, senkrecht zu den Wachstumsringen
 T – tangential, parallel zu den Wachstumsringen

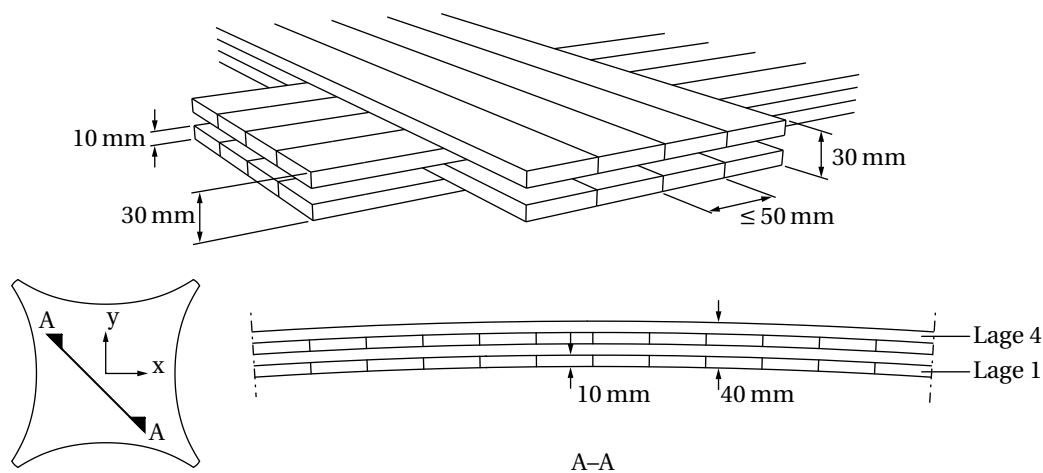


Abbildung 3.16 Vierlagiger Aufbau aus Holzleisten für die Untersuchungen und den Prototyp (Grafik: C. Witte/ILEK)

Das Ansys-Element *Shell181* ermöglicht die Abbildung eines orthotropen Materialverhaltens. Darüber hinaus besteht die Option, das Element mit einem mehrlagigen Aufbau unterschiedlicher Materialeigenschaften in jeder Lage zu definieren. Somit kann der vierlagige Aufbau aus Abb. 3.16 mit den Eigenschaften aus Tab. 3.3 abgebildet werden.

Bei der Modellierung wird allen Schalenelementen in einem jeweiligen Quadranten lokal ein identisches, kartesisches Elementkoordinatensystem zugewiesen. Entsprechend dem tatsächlichen Faserverlauf erfolgt für jede Lage die Erstellung

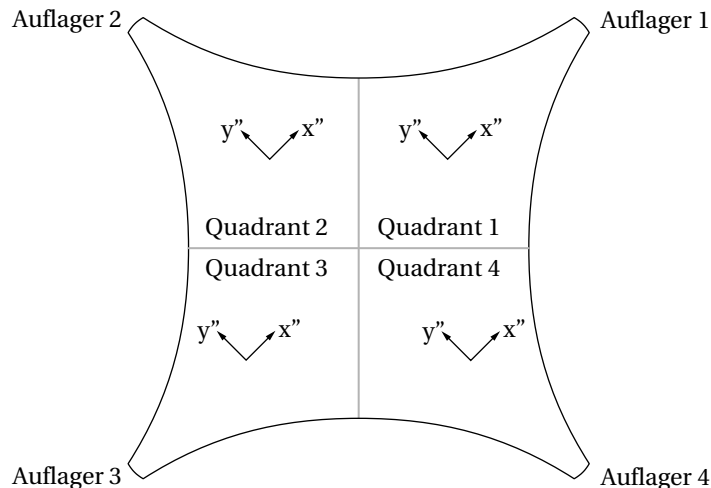


Abbildung 3.17 Lokale Materialkoordinatensysteme für die Modellierung der Holzstruktur am Beispiel der untersten Holzlage (Lage 1). Die lokale x'' -Richtung entspricht der Faserrichtung. Die Ausrichtung der Lagen 2–4 erfolgt jeweils orthogonal zur benachbarten Lage.

eines Materialkoordinatensystems parallel bzw. orthogonal zum Elementkoordinatensystem. Das quadrantenweise Vorgehen stellt sicher, dass die aufgrund der Schalengeometrie und des Lagenaufbaus entstehenden Symmetrien in den Materialkoordinatensystemen berücksichtigt bleiben. Es ergeben sich die in Abb. 3.17 beispielhaft für die unterste Lage (Lage 1) dargestellten Richtungen des lokalen Materialkoordinatensystems. Dabei entspricht die lokale x'' -Richtung der Holzfaserrichtung in der Schalenebene, die y'' -Richtung ist senkrecht zur Faserrichtung in der Schalenebene orientiert. Die lokale z'' -Richtung ergibt sich senkrecht zur Schalenfläche.⁵

3.1.7 Tragverhalten bei orthotropen Materialeigenschaften

Aus der FEM-Simulation lassen sich die Spannungsfelder der Holzstruktur unter Eigengewicht und unter Zusatzbelastung untersuchen. Die Spannungsverteilungen unter Eigengewicht sind in Abb. 3.18 dargestellt. Zwischen den beiden Richtungen des Lastabtrags (Sandwich aus Lage 1 und 3 zwischen Auflager 1 und 3 bzw. Lage 2 und Lage 4 zwischen Auflager 2 und 4) besteht aufgrund des vierlagigen Aufbaus ein Versatz von ca. 10 mm des Steifigkeitsschwerpunkts des Querschnitts. Dement-

⁵Die Ausgabe von Ansys bezieht sich auf das Materialkoordinatensystem, so dass eine Betrachtung der Spannungen in lokaler x'' -Richtung immer eine Betrachtung der Spannungen parallel zur Faserrichtung wiedergibt.

sprechend weisen die Spannungsverteilungen für die beiden Lastabtragrichtungen trotz der gleichmäßig verteilten Belastung geringfügige Unterschiede auf.⁶

Die Spannungsverteilungen bei einer viertelseitigen Auflast von 500 N/m^2 (Belastungsbereich nach Abb. 3.6) ist in Abb. 3.19 dargestellt. Der Lastabtrag erfolgt dabei hauptsächlich entlang der Diagonalen zwischen Auflager 1 und Auflager 3 mit der entsprechenden Ausbildung von Spannungskonzentrationen in den Auflagerbereichen. Die Holzfaserrichtung (x'' -Richtung) entspricht in den Auflagerbereichen näherungsweise der quasi-radialen Richtung (x' -Richtung) der isotropen Struktur, entsprechend ähneln sich die Spannungsfelder (vgl. Abb. 3.10).

⁶Vgl. Abb. 3.18(a) und (b) für die Oberseite in den beiden Haupttragrichtungen bzw. Abb. 3.18(c) und (d) für die Unterseite.

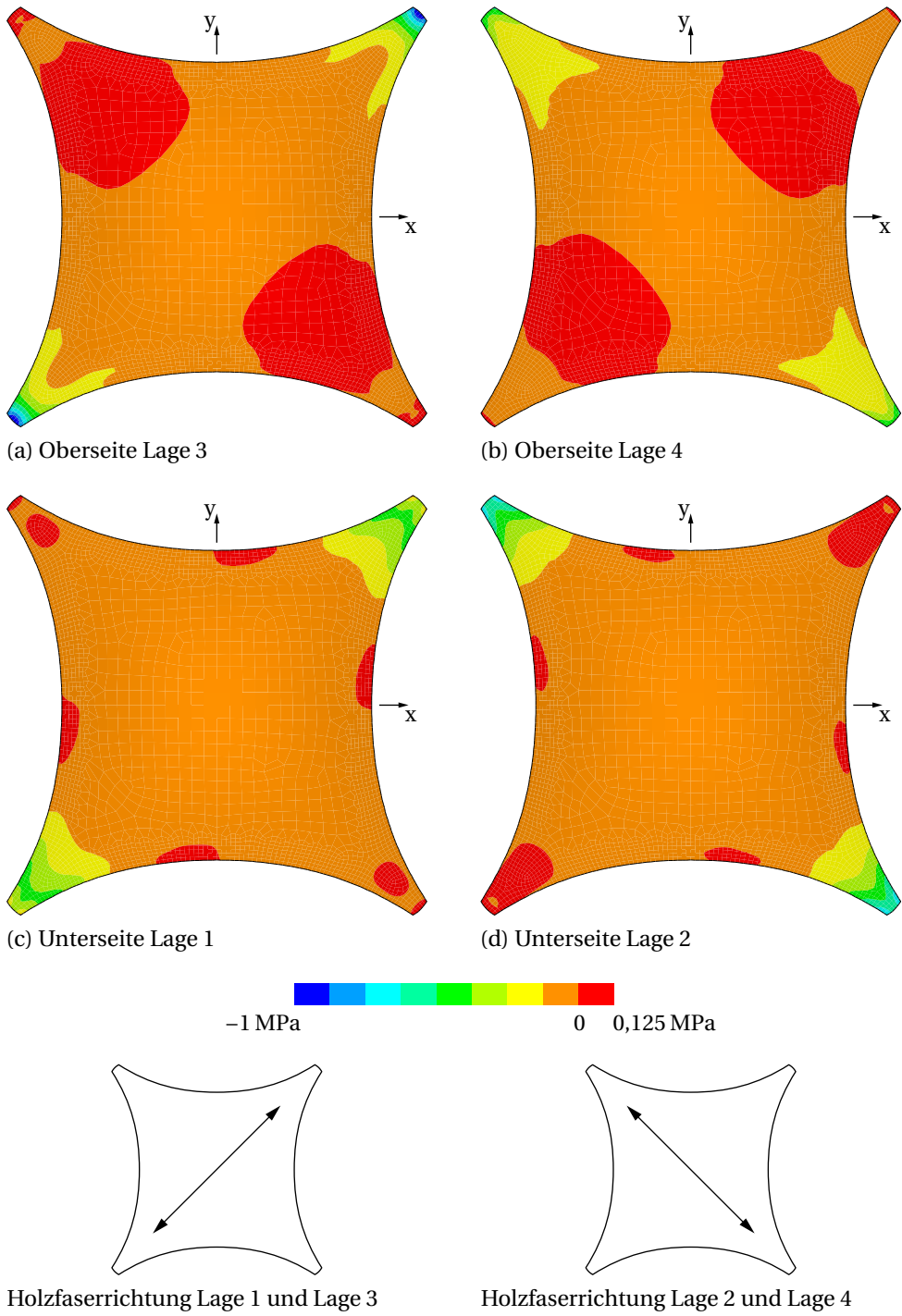


Abbildung 3.18 Spannungen in Holzfaserichtung unter Eigengewicht

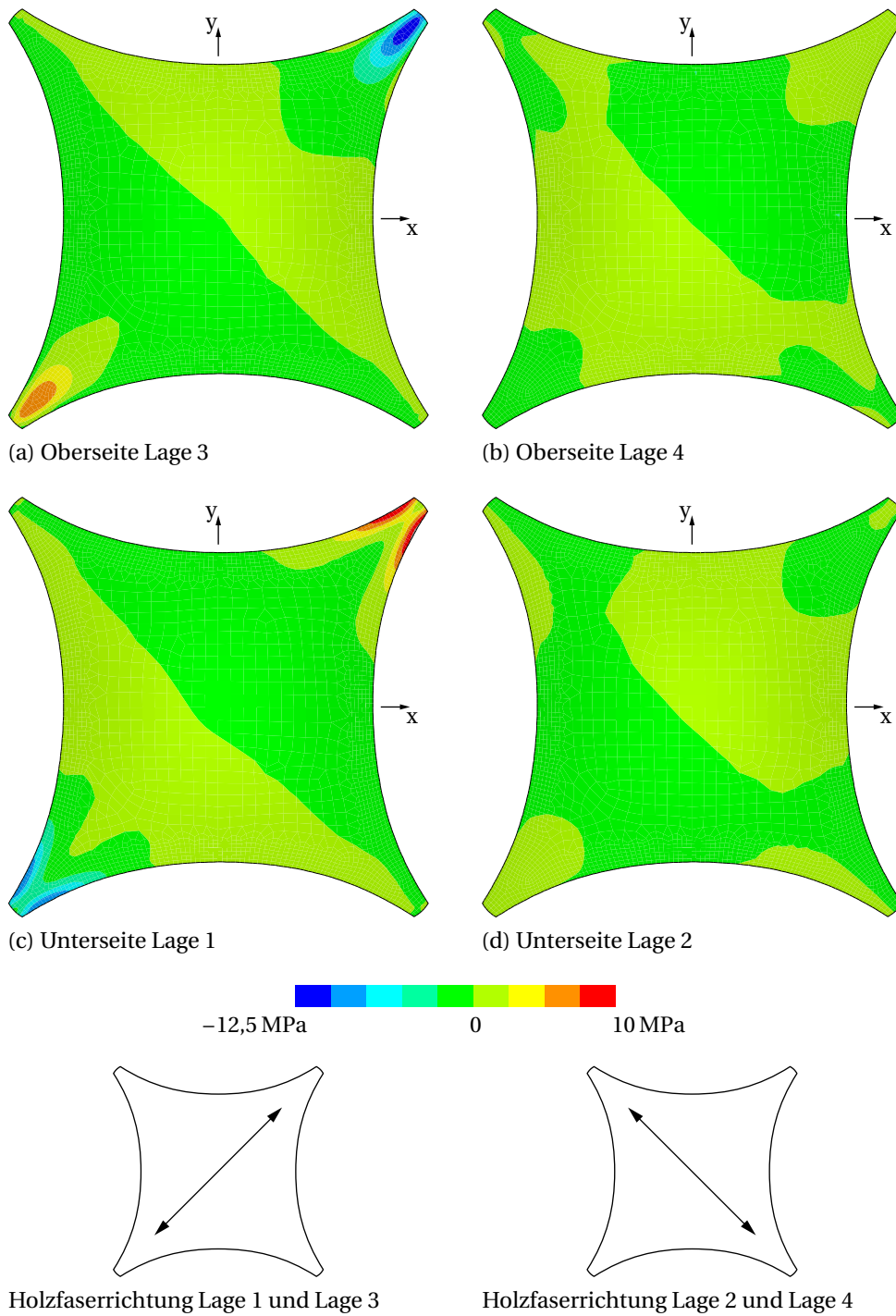


Abbildung 3.19 Spannungen in Holzfaserrichtung unter viertelseitiger Belastung von 500 N/m^2 (Verteilung nach Abb. 3.6)

3.2 Einfluss der Auflagerverschiebung

Die in Abschnitt 3.1.5 und Abschnitt 3.1.7 beschriebenen Studien zeigen, dass die untersuchte Struktur bei ungleichmäßiger Zusatzbelastung insbesondere im Auflagerbereich starke Biegebeanspruchungen aufweist. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit soll untersucht werden, ob eine translatorische Aktivierung der Auflagerpunkte eine Homogenisierung der auftretenden Spannungsfelder bewirken kann und wie diese Aktivierung zu optimieren ist.

Aufgrund der Berücksichtigung der nichtlinearen Effekte in der Strukturanalyse ist eine direkte Superposition der Spannungsfelder im passiven Zustand und der Spannungsfelder durch die Aktivierung nicht möglich. Qualitativ lässt sich jedoch der Einfluss der Auflagerverschiebung anhand der Betrachtung der Spannungszustände bei einer Einheitsverschiebung bewerten. Von besonderem Interesse sind bei einem isotropen Materialansatz dabei die Spannungen in x' -Richtung (quasi-radial), da diese bei Belastung in den Auflagerbereichen die höchsten Werte annehmen. Für Beton ist die lokale x' -Richtung für die maximale Zugbeanspruchung im Auflagerbereich verantwortlich. Bei der untersuchten Holzstruktur entspricht die Faserrichtung (x'' -Richtung) der tragenden Lagen im Auflagerbereich näherungsweise der quasi-radialen Richtung der isotropen Struktur. Die folgende Betrachtung beschränkt sich daher auf den Einfluss der Auflagerverschiebung auf die Spannungen in lokaler x' -Richtung bei einem isotropen Materialansatz.

In Abb. 3.20 sind die Spannungen in lokaler x' -Richtung (quasi-radial) unter Eigengewicht und einer zusätzlichen Einheitsverschiebung von 10 mm in globaler z -Richtung (vertikal) am Auflager 1 (siehe Abb. 3.3) dargestellt. Analog dazu zeigt Abb. 3.21 die Spannungen bei einer Verschiebung von 10 mm in globaler x -Richtung (horizontal) am Auflager 1. Sowohl die vertikale als auch die horizontale Verschiebung bewirken die Ausbildung von Spannungsfeldern mit Spannungsspitzen im Bereich der Auflager. Diese Bereiche stimmen mit den Bereichen der maximalen Spannungen unter Auflast überein.

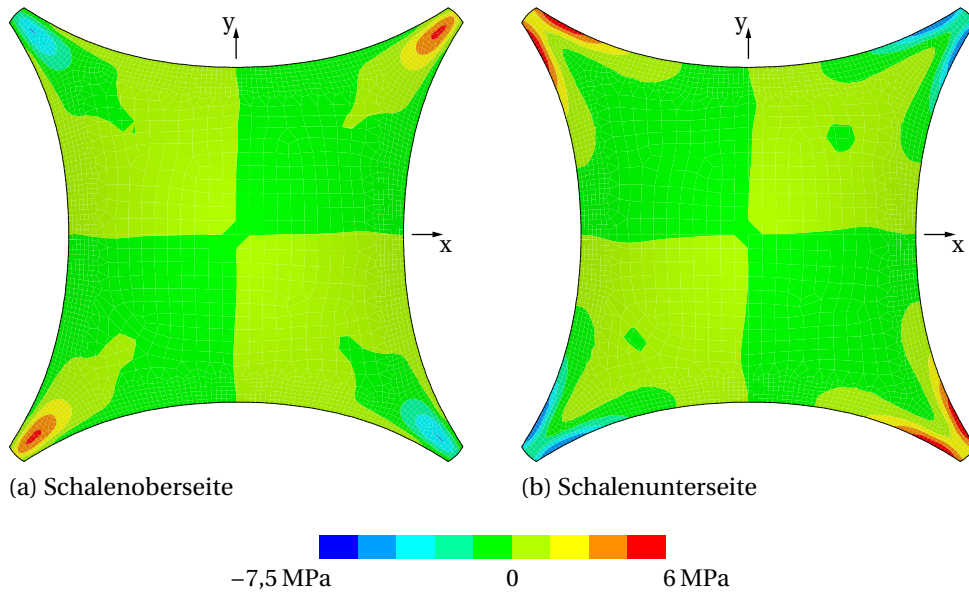


Abbildung 3.20 Normalspannungen in x' -Richtung (quasi-radial) unter einer Einheitsverschiebung von 10 mm in z-Richtung am Auflager 1

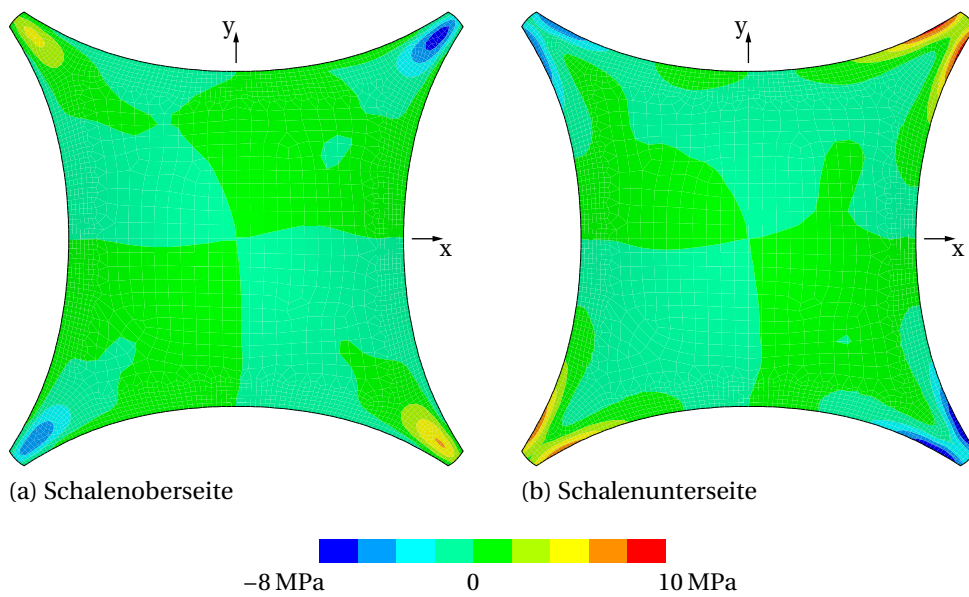


Abbildung 3.21 Normalspannungen in x' -Richtung (quasi-radial) unter einer Einheitsverschiebung von 10 mm in x-Richtung am Auflager 1

4 Optimierungsverfahren zur Bestimmung der Auflagerverschiebung

Die Untersuchungen in den Abschnitten 3.1.5 und 3.1.7 zeigen, dass insbesondere zum formbestimmenden Lastfall nicht-affine Zusatzbelastungen deutliche Inhomogenitäten in den Spannungsfeldern der Schalenstruktur ausbilden. Dabei kommt es im Bereich der Auflager zu Spannungskonzentrationen. Wie in Abschnitt 3.2 gezeigt, induziert die aktive Verschiebung eines Auflagers an der untersuchten Struktur Spannungsfelder, welche ebenfalls eine deutliche Ausprägung von Spannungsspitzen in den Auflagerbereichen aufweisen. Es gilt im Folgenden zu untersuchen, wie die Überlagerung beider Beanspruchungen eine Minimierung der auftretenden Spannungen bewirken kann. Dafür werden Optimierungsverfahren vorgestellt, die explizit das nichtlineare Strukturverhalten berücksichtigen.

In einem ersten Schritt erfolgt ein allgemeiner Überblick zur mathematischen Optimierung. Basierend auf der Problemstellung der Minimierung der kritischen Maximalspannung und einer Betrachtung der Optimierungsvariablen erfolgt die Auswahl und Umsetzung geeigneter Optimierungsalgorithmen und deren Validierung. In Kap. 5 und 6 erfolgen eine nähere Betrachtung des Adaptionsvorgangs sowie die Anwendung der vorgestellten Algorithmen auf die in den Abschnitten 3.1.5 und 3.1.7 untersuchten Strukturen.

4.1 Grundlagen der Optimierung

In der allgemeinen mathematischen Darstellung eines Optimierungsproblems⁷

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) && (4.1) \\ \text{mit} & && \\ & \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, && \\ & \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}, && \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, && \\ & \mathbf{x}^u \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^o && \end{aligned}$$

⁷Die hier vektorieLL dargestellten Ungleichungen $\mathbf{a} \leq \mathbf{b}$ seien erfüllt, wenn $a_i \leq b_i$ für alle i .

wird die Zielfunktion $f(\mathbf{x})$ minimiert. Dabei ist \mathbf{x} der Vektor der Optimierungsvariablen. Als Nebenbedingungen können Ungleichheitsnebenbedingungen $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ und Gleichheitsnebenbedingungen $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ definiert sein. Eine Einschränkung der n Optimierungsvariablen in \mathbf{x} kann je nach Problemstellung durch eine obere Grenze \mathbf{x}^o bzw. eine untere Grenze \mathbf{x}^u erfolgen [84–86]. Eine kompakte Darstellung des Optimierungsproblems (4.1) ist

$$\min_{\mathbf{x} \in X} f(\mathbf{x}) \quad \text{mit} \quad X = \{\mathbf{x}^u \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^o \mid \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}; \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}\}, \quad (4.2)$$

wobei $X \subset \mathbb{R}^n$ den zulässigen Bereich aller Werte für \mathbf{x} darstellt. Wenn die Werte in \mathbf{x} nur einzelne, beispielsweise ganzzahlige, Werte annehmen können, handelt es sich um ein diskretes Optimierungsproblem. Können die Werte innerhalb der Grenzen beliebige Werte annehmen, bezeichnet man das Problem als kontinuierlich [86]. Eingeschränkte Probleme unterliegen Restriktionen in der Form von Nebenbedingungen $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ bzw. $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ oder Begrenzungen der Optimierungsvariablen \mathbf{x}^o und \mathbf{x}^u , während uneingeschränkte Probleme keine Restriktionen dieser Art aufweisen.

Für die Lösung von Optimierungsproblemen gibt es je nach Art der Problemformulierung eine Reihe geeigneter Ansätze und Verfahren. Im Folgenden werden die wichtigsten Prinzipien kurz zusammengefasst. Einen guten Überblick über die Thematik geben beispielsweise [84–86].

Liegt ein uneingeschränktes, kontinuierliches Problem der Dimension n vor, ist eine notwendige Bedingung für ein Minimum, dass der Gradient der Zielfunktion

$$\nabla f(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (4.3)$$

ist. Eine hinreichende Bedingung für ein lokales Minimum ist, dass die Hesse-Matrix

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_n^2} \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

positiv definit ist. Dies entspricht im eindimensionalen Fall den bekannten Bedingungen

$$\frac{df}{dx} = f'(x) = 0 \quad \text{und} \quad \frac{d^2f}{dx^2} = f''(x) > 0$$

für ein lokales Minimum [84, 85]. Voraussetzung ist bei der Prüfung dieser Bedingungen, dass die Zielfunktion zweimal stetig differenzierbar ist.

Aufgrund von Nebenbedingungen oder Einschränkungen der Optimierungsvariable liegt der Punkt x_0 mit $f'(x_0) = 0$ möglicherweise außerhalb des zulässigen Bereiches X . Weiterhin gibt es Probleme, für die keine analytische Beschreibung der Zielfunktion vorliegt und für die somit die Ableitungen nicht analytisch bestimmt werden können. In diesen Fällen kommen numerische Suchverfahren zur Anwendung, die ausgehend von einem Startpunkt in mehreren Iterationen versuchen, eine Minimierung der Zielfunktion zu erreichen. Dafür gibt es eine Reihe von Algorithmen, die sich hauptsächlich in der Auswahl der Suchrichtung und Schrittweite unterscheiden. Kategorisiert werden dabei Verfahren nullter Ordnung (ableitungsfreie Verfahren, bei denen nur der Funktionswert in Betracht gezogen wird), Verfahren erster Ordnung (Gradientenverfahren, bei denen zusätzlich die erste Ableitung bzw. der Gradient verwendet wird) und Verfahren zweiter Ordnung (Newtonsche bzw. quasi-Newtonsche Verfahren, bei denen zusätzlich die zweite Ableitung bzw. die Hesse-Matrix zum Einsatz kommt). Liegt keine analytische Beschreibung der Zielfunktion vor, können die Ableitungen mittels Differenzenverfahren numerisch bestimmt werden. Für alle Methoden gibt es eine Reihe algorithmusspezifischer Abwandlungen (siehe u. a. [84, 85]).

Ein wichtiges Kriterium bei der Auswahl eines Optimierungsverfahrens ist die Konvexität des Problems. Eine Funktion heißt konvex, wenn die Bedingung

$$f(\lambda \mathbf{x}_A + (1 - \lambda) \mathbf{x}_B) \leq \lambda f(\mathbf{x}_A) + (1 - \lambda) f(\mathbf{x}_B) \quad (4.5)$$

$$\forall \mathbf{x}_A, \mathbf{x}_B \in X \quad \text{und} \quad \forall \lambda \in [0, 1]$$

erfüllt ist [84]. In Gl. (4.5) ist der Ausdruck auf der rechten Seite die Gleichung einer Geraden durch die beiden Funktionswerte $f(\mathbf{x}_A)$ und $f(\mathbf{x}_B)$. Die Funktionswerte dieser Geraden müssen zwischen \mathbf{x}_A und \mathbf{x}_B immer größer sein als die Werte der Zielfunktion $f(\mathbf{x})$ selbst. Für den Fall einer eindimensionalen Zielfunktion ist dies in Abb. 4.1 dargestellt.

Ist die Zielfunktion nicht-konvex, besteht die Möglichkeit, dass mehrere lokale Minima auftreten. Die oben beschriebenen Suchalgorithmen basieren darauf, bei möglichst effizienter Auswahl der Suchrichtung und Schrittweite in jeder Iteration eine bessere Lösung zu finden. Existieren mehrere Minima, besteht abhängig von der Auswahl des Startpunkts die Gefahr, die Minimierung nur bis zur Auffindung des nächstliegenden lokalen Minimums durchzuführen und somit das globale Minimum zu verfehlen.

Bei der Lösung nicht-konvexer Probleme kommen sogenannte globale Optimierungsalgorithmen zum Einsatz, die ihren Suchvorgang nicht auf die Findung ei-

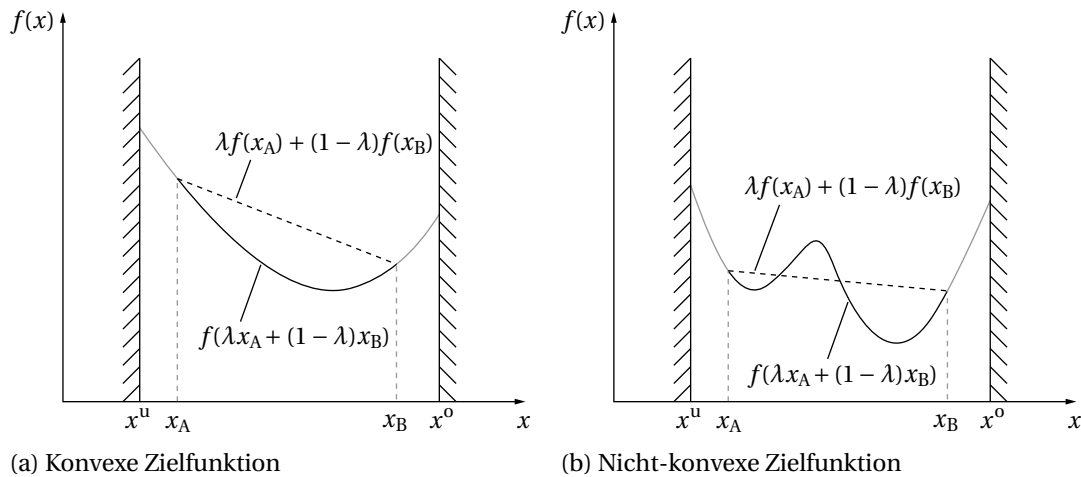


Abbildung 4.1 Konvexe und nicht-konvexe Zielfunktionen (nach [84])

nes lokalen Minimums beschränken. Eine Möglichkeit dafür ist die Anwendung eines der eingangs beschriebenen Abstiegsverfahren mit mehreren Startpunkten (*Multistart-Verfahren*, [84]). Darüber hinaus gibt es stochastische Verfahren, die eine Zufallskomponente besitzen, um aus einem lokalen Minimum zu entkommen. Beispielhafte Vertreter dieser Gruppe sind evolutionäre Algorithmen oder das *Simulated-Annealing-Verfahren* (siehe Abschnitt 4.5.1).

4.2 Problembeschreibung zur Minimierung der auftretenden Maximalspannung

Ziel der Optimierung in der vorliegenden Problemstellung ist die Homogenisierung der auftretenden Spannungsfelder im Sinne der Minimierung der für die Struktur bemessung maßgebenden Spannung. Dabei ist es nicht sinnvoll, die Spannung an einem bestimmten Punkt der Struktur zu minimieren, da der Ort der maximalen Spannung während der Manipulation der Auflager nicht konstant bleibt. Vielmehr gilt es, die maximale in der Struktur auftretende Spannung zu minimieren. Für diesen Fall der Optimierung eignet sich eine Min-Max-Formulierung [84]:

$$\min_x f(\mathbf{x}) \quad (4.6)$$

mit

$$f(\mathbf{x}) = \max \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \vdots \\ \sigma_{n_s} \end{pmatrix}.$$

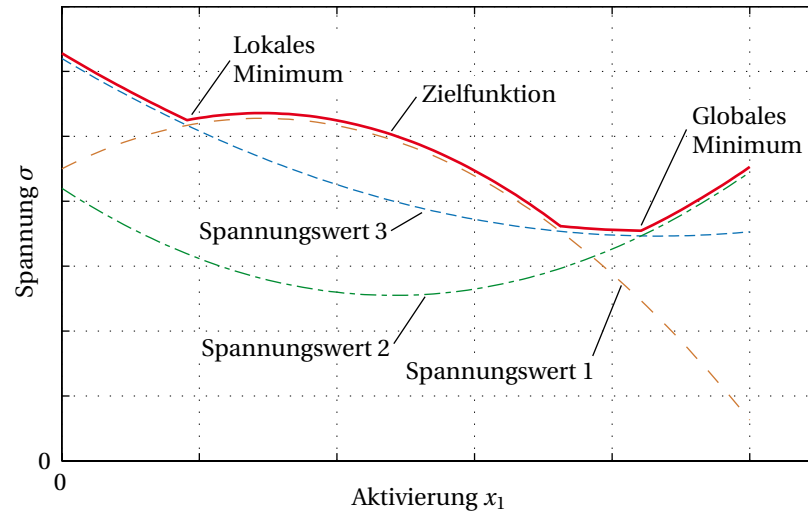


Abbildung 4.2 Verlauf der Zielfunktion am Beispiel einer fiktiven Struktur mit drei zu betrachtenden Spannungswerten und einem eindimensionalen Lösungsvektor

In Gl. (4.6) ist der Lösungsvektor \mathbf{x} die Menge der aktivierbaren Freiheitsgrade an den Auflagern, σ_i ist die Spannung am Knoten oder im Element i und n_s ist die Anzahl der zu betrachtenden Spannungswerte aus der Strukturanalyse. Bei der Auswertung der Spannungswerte können entweder die Elementspannungen oder die Knotenspannungen betrachtet werden. Eine vergleichende Untersuchung des Einflusses der Auswertungsmethode für die Spannungswerte erfolgt in Abschnitt 4.6.4.

Es sind sowohl die Spannungen auf der Ober- als auch der Unterseite der Schale, bzw. für den vierlagigen Aufbau der in Abschnitt 3.1.6 beschriebenen Struktur die Spannungen auf der Oberseite der oberen beiden Lagen und auf der Unterseite der unteren beiden Lagen zu untersuchen.

Die Bestimmung der Zielfunktion $f(\mathbf{x})$ erfolgt für jeden Lösungsvektor durch eine nichtlineare Strukturanalyse in Ansys. Somit besteht kein linearer Zusammenhang zwischen den Werten des Lösungsvektors (Aktivierung) und der Spannung an einem Ort. Zusätzlich ist der Ort der maximalen Spannung nicht konstant. In Abb. 4.2 ist der Verlauf der Zielfunktion an einem fiktiven Beispiel einer Struktur mit drei zu betrachtenden Spannungswerten (Knoten- oder Elementspannungen) und einem eindimensionalen Lösungsvektor dargestellt. Es lässt sich erkennen, dass die Zielfunktion nicht zwingend konvex ist und neben dem globalen Minimum weitere lokale Minima auftreten können. Weiterhin ist die Zielfunktion aufgrund der Ortswechsel der maximalen Spannung nicht stetig differenzierbar.

Im weiteren Verlauf der vorliegenden Untersuchungen erfolgt eine vergleichende

Betrachtung eines globalen Optimierungsverfahrens (Abschnitte 4.5 und 4.6) und eines lokalen, gradientenbasierten Algorithmus (Abschnitt 4.7). Die Umsetzung des Gradientenalgorithmus erfolgt unter einem Ansatz zur Glättung der Zielfunktion und damit zur Herstellung der stetigen Differenzierbarkeit.

4.3 Optimierungsvariablen

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird untersucht, wie die aktive Positionierung der Auflagerpunkte den Spannungszustand in der untersuchten Schalenstruktur beeinflussen kann. Somit bilden die translatorischen Freiheitsgrade an den Auflagern die Einträge in den Lösungsvektor \mathbf{x} . Im Sinne der Rechenzeit und Lösungsgenauigkeit ist es zweckmäßig, die Anzahl der Optimierungsvariablen weitestgehend zu reduzieren.

Wie in Abschnitt 2.3 beschrieben, dienen nur diejenigen Freiheitsgrade, die zu einer statischen überbestimmten Lagerung führen, zu einer zwangungsbehafteten Verformung und dementsprechend zu einer Manipulation der Spannungsfelder. Die zu untersuchende Struktur hat 4 Auflager und somit im Allgemeinen 12 trans-

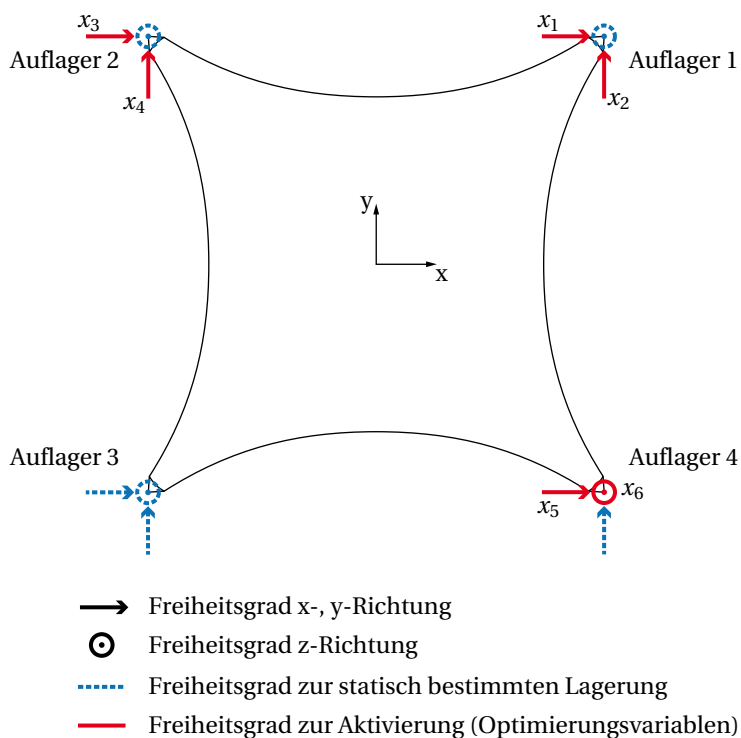
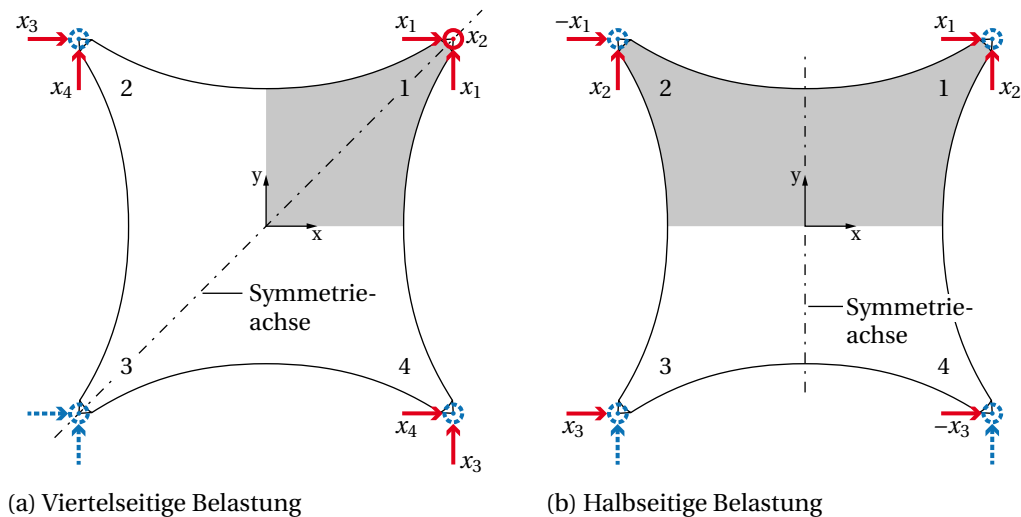


Abbildung 4.3 Freiheitsgrade der statisch bestimmten Lagerung und Freiheitsgrade der Aktivierung für allgemeine Lastfälle am untersuchten Schalentragwerk



- Freiheitsgrad x-, y-Richtung
- ⊙ Freiheitsgrad z-Richtung
- ⋯ Inaktiver Freiheitsgrad
- Freiheitsgrad zur Aktivierung (Optimierungsvariablen)

Abbildung 4.4 Optimierungsvariablen bei symmetrischen Lastfällen. Schattiert dargestellt ist jeweils der belastete Bereich. Unter Berücksichtigung der Symmetriebedingungen stellen die inaktiven Freiheitsgrade eine statisch bestimmte Lagerung der jeweiligen Symmetriehälfte dar.

latorische Freiheitsgrade der Lagerung. Eine statisch bestimmte Lagerung dreidimensionaler Starrkörper ist durch die Fixierung von 6 Freiheitsgraden gegeben. Die verbleibenden $12 - 6 = 6$ Freiheitsgrade bilden den Optimierungsvektor \mathbf{x} . Abb. 4.3 zeigt 6 Freiheitsgrade, die eine Möglichkeit der statisch bestimmten Lagerung darstellen. Entsprechend ergeben sich die verbleibenden 6 Freiheitsgrade, die den Lösungsvektor \mathbf{x} bilden.

Die Struktur weist im Grundriss Symmetrieachsen entlang der globalen x- und y-Achse sowie entlang der Diagonalen auf. Ist die Belastung ebenfalls symmetrisch entlang mindestens einer dieser Achsen, lässt sich die Anzahl der Optimierungsvariablen zusätzlich reduzieren, da auch die Aktivierung symmetrisch entlang der entsprechenden Achse erfolgt. In Abb. 4.4 sind die Freiheitsgrade der Aktivierung für den viertelseitigen und für den halbseitigen Lastfall dargestellt. Die Anzahl der Optimierungsvariablen reduziert sich für den Fall der viertelseitigen Belastung auf 4, für die halbseitige Belastung auf 3.

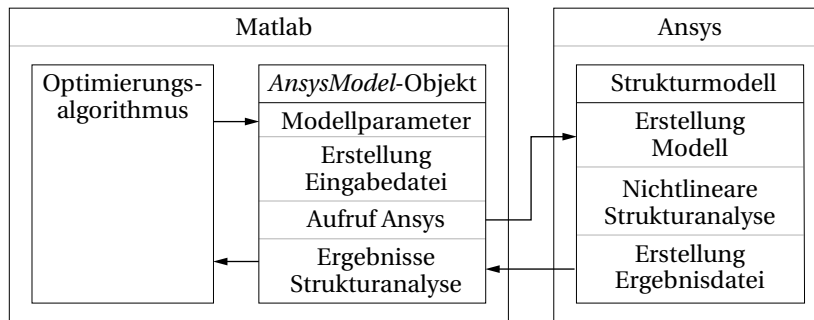


Abbildung 4.5 Konzept der Kopplung der Optimierungsverfahren mit der nichtlinearen Strukturanalyse

4.4 Ansatz für die Implementierung der Optimierungsalgorithmen

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersuchten Optimierungsalgorithmen werden in der Software Matlab (MATLAB[®] Version 2010b) umgesetzt. Der Ansatz, das nichtlineare Strukturverhalten in der Optimierung zu berücksichtigen, erfordert in jeder Iteration der Optimierung die Bestimmung des Funktionswerts der Zielfunktion anhand der nichtlinearen Strukturanalyse in Ansys. Diese Bestimmung erfolgt über eine für diesen Zweck in Matlab erstellte *AnsysModel*-Klasse. Objekte dieser Klasse (Ansys-Modelle) verwalten innerhalb von Matlab die Modellparameter für die Simulation (u. a. Materialdaten, Lasten und Aktivierung der Freiheitsgrade) und die Funktionen zum Aufruf der Strukturanalyse sowie zum Einlesen und zur Weiterverarbeitung der Simulationsergebnisse. Das Konzept der Kopplung der Optimierungsalgorithmen mit der nichtlinearen Strukturanalyse ist in Abb. 4.5 schematisch dargestellt.

4.5 Untersuchung eines globalen Optimierungsverfahrens

Wie in Abschnitt 4.2 beschrieben, ist die Zielfunktion zur Minimierung der auftretenden Spannung nicht unbedingt konvex und an den Stellen des Ortswechsels der maximalen Spannung nicht differenzierbar. Darüber hinaus sind selbst in den differenzierbaren Bereichen (Verlauf ohne Ortswechsel) die partiellen Ableitungen für den Gradienten $\nabla f(\mathbf{x})$ nur numerisch mittels finiter Differenzen zu ermitteln [84]. Diese numerische Ermittlung ist mit zusätzlichem Rechenaufwand verbunden, da in jedem Iterationsschritt zusätzlich zur Bestimmung des Funktionswerts $f(\mathbf{x})$ für jeden Eintrag des Optimierungsvektors x_i mindestens eine weitere Analyse notwendig ist. Für die Lösung nicht-konvexer Probleme mit Min-Max-Formulierung sind in der Literatur Beispiele der erfolgreichen Anwendung globaler, stochastischer bzw. ableitungsfreier Suchverfahren zu finden [87–90].

Für die Optimierung der Auflagerverschiebung wird im Rahmen dieser Arbeit ein *Simulated-Annealing*-Verfahren untersucht. Im Folgenden wird dieses Verfahren kurz beschrieben und eine Vorauswahl der entsprechenden Eingangsparameter getroffen. In Abschnitt 4.6 erfolgt eine Validierung des Verfahrens und eine Beschreibung der Anpassung der Eingangsparameter an die vorliegende Problemstellung. In Abschnitt 4.7 erfolgt zum Vergleich mit dem vorgestellten globalen Suchalgorithmus die Untersuchung eines gradientenbasierten Verfahrens.

4.5.1 *Simulated-Annealing*-Verfahren

Das *Simulated-Annealing*-Verfahren ist in Anlehnung an den physikalischen Prozess der Kristallisation während des sehr langsamen Abkühlungsprozesses einer Metallschmelze formuliert.⁸ Bei dieser langsamen Abkühlung wird ein Zustand minimaler potenzieller Energie erreicht. Das Verfahren beruht auf den ursprünglichen Ausführungen in [91] und den maßgeblichen Weiterentwicklungen in [92, 93].

In der Umsetzung des Verfahrens als Optimierungsalgorithmus wird in jeder Iteration ausgehend von der aktuellen Lösung \mathbf{x}_i mittels eines zufällig bestimmten Inkrements $\Delta\mathbf{x}$ der Funktionswert des neuen Lösungskandidaten $f(\mathbf{x}_{i+1}) = f(\mathbf{x}_i + \Delta\mathbf{x})$ bestimmt. Schlechtere Lösungen werden mit einer Wahrscheinlichkeit von

$$p = e^{-\Delta E_{SA}/k_B T} \quad (4.7)$$

zugelassen, bessere Lösungen werden immer angenommen ($p = 1$). In Gl. (4.7) ist ΔE_{SA} die Energiedifferenz und entspricht der Änderung des Funktionswerts:

$$\Delta E_{SA} = \Delta f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}_{i+1}) - f(\mathbf{x}_i). \quad (4.8)$$

Der Wert T ist die Temperatur des Systems und k_B ein vorab zu wählender Wert, welcher der Stefan-Boltzmann-Konstante des nachgebildeten Systems entspricht. Zur Vereinfachung wird der Wert $k_B = 1$ gesetzt [84].

Die Annahme schlechterer Lösungskandidaten ermöglicht dem Algorithmus ein Entkommen aus lokalen Minima. Die Wahrscheinlichkeit des Entkommens ist dabei größer, je höher die Temperatur T ist und je niedriger die Energiedifferenz ΔE_{SA} ist. Die Temperatur wird im Verlauf der Optimierung fortlaufend verkleinert, um somit die Wahrscheinlichkeit der Annahme schlechterer Lösungskandidaten bei der Annäherung zum globalen Minimum zunehmend zu verringern.

⁸Im thermodynamischen Sinne bedeutet hier eine sehr langsame Abkühlung, dass bei jeder Temperatur die zufallsbasierten Teilchenkonfigurationen eines Systems einen energetischen Gleichgewichtszustand erreichen. Die entsprechenden Zusammenhänge des *Simulated-Annealing*-Verfahrens mit Vorgängen der statistischen Mechanik sind u. a. in [91–94] näher dargestellt.

4.5.2 Vorauswahl der Eingangsparameter

Der Optimierungsverlauf bei der Umsetzung des *Simulated-Annealing*-Verfahrens ist stark abhängig vom Temperaturverlauf und von der Anzahl der Lösungsiterationen. Für die Auswahl geeigneter Temperaturwerte schlagen [84, 94] vor, dass in der Anfangsphase des Optimierungslaufs ca. 50 % aller schlechteren Lösungskandidaten akzeptiert werden. Die geeignete Anfangstemperatur nach der Definition in Gl. (4.7) ist wiederum abhängig von ΔE_{SA} und somit von dem Funktionswert $f(\mathbf{x})$. Um eine Neudefinition der Temperatur für jede Problemstellung zu umgehen, wird im Rahmen dieser Arbeit die Energiedifferenz abweichend von Gl. (4.8) relativ zum anfänglichen Funktionswert (maximale Spannung im passiven Zustand) angesetzt:

$$\Delta E_{SA} = \frac{\Delta f(\mathbf{x})}{f(\mathbf{x}_0)} = \frac{f(\mathbf{x}_{i+1}) - f(\mathbf{x}_i)}{f(\mathbf{x}_0)}. \quad (4.9)$$

Als Anfangstemperatur wird in einem ersten Schritt $T_0 = 1$ gewählt. Es ergibt sich damit beispielsweise bei einer Erhöhung des Werts der Zielfunktion um 50 % des Ausgangswerts ($\Delta E_{SA} = 0,5$) nach Gl. (4.7) eine Annahmewahrscheinlichkeit von $p = 0,61$. Die tatsächlichen Werte von p lassen sich nach dem Optimierungsdurchlauf betrachten, um zu überprüfen, ob in der Anfangsphase durchschnittlich $p \approx 0,5$ erzielt wird oder ob eine entsprechende Anpassung der Anfangstemperatur vorzunehmen ist.

Die Temperatur wird in den vorliegenden Untersuchungen in Phasen reduziert, wobei gilt:

$$T_{i+1} = T_i \alpha_2. \quad (4.10)$$

Dabei ist α_2 der Abminderungsfaktor je Temperaturphase mit $\alpha_2 < 1$. Diese Vorgehensweise entspricht der in [94] vorgeschlagenen exponentiellen Abminderung (*exponential schedule*) über die Zeit t (Lösungsiterationen) mit

$$T(t) = T_0 \alpha_2^t \quad (4.11)$$

bzw. bei der hier vorgeschlagenen phasenweisen Abminderung mit k Durchläufen pro Phase

$$T(t) = T_0 \alpha_2^{\lfloor t/k \rfloor} \quad (4.12)$$

mit

$$\alpha = \alpha_2^{1/k}.$$

Der Abkühlungsfaktor α ist dabei annähernd 1 zu wählen, um eine möglichst langsame Abkühlung zu gewährleisten. In [94] wird ein Wert von $\alpha = 0,99$ vorgeschlagen. Bei einer phasenweisen Abminderung gilt dann beispielsweise für einen Wert von

$\alpha_2 = 0,5$:

$$\alpha = \alpha_2^{1/k} = 0,5^{1/k} = 0,99,$$

$$k = 69.$$

Daraus ergibt sich eine Kombination von $\alpha_2 = 0,5$ mit mindestens $k = 69$ Iterationsschritten pro Temperaturphase. In einem ersten Schritt wird die Anzahl der Iterationsschritte mit $k = 75$ angesetzt. Eine weiterführende Betrachtung der Anzahl der Iterationsschritte erfolgt in Abschnitt 4.6.3.

Die Anzahl der Temperaturphasen sollte so gewählt sein, dass zum Ende der Optimierung nur noch Verbesserungen in der Lösung akzeptiert werden. Die Temperatur wird in einem ersten Ansatz in $j = 15$ Phasen reduziert. Dies führt bei einem Ansatz von $T_0 = 1$ und $\alpha_2 = 0,5$ zu einer Temperatur von $T = 2^{-14}$ in der letzten Temperaturphase. Anhand der Annahmewahrscheinlichkeit schlechterer Lösungen in den letzten Temperaturphasen lässt sich bewerten, ob tatsächlich nur noch Verbesserungen akzeptiert werden oder ob der Temperaturverlauf zu modifizieren ist.

Die maximale Schrittweite bei jeder Iteration wird in einem ersten Schritt mit $\Delta x_{\max} = 0,005$ m angesetzt. Eine weiterführende Betrachtung dieses Werts erfolgt in Abschnitt 4.6.2.

Die Vorauswahl der Eingangsparameter für den *Simulated-Annealing*-Algorithmus ist in Tab. 4.1 zusammengefasst.

4.5.3 Implementierung des Optimierungsalgorithmus

Der Optimierungsalgorithmus wird in der Software Matlab umgesetzt und entsprechend Abschnitt 4.4 zur Bestimmung der Funktionswerte mit der nichtlinearen Strukturanalyse in Ansys gekoppelt. Der Ablauf der Optimierung ist in Abb. 4.6 dargestellt. Eine entsprechende Erläuterung der genutzten Symbole findet sich in Tab. 4.2.

Tabelle 4.1 Vorauswahl der Eingangsparameter für das *Simulated-Annealing*-Verfahren

Parameter	Wert
Anfangstemperatur, T_0	1,0
Temperaturabminderungsfaktor je Phase, α_2	0,5
Anzahl der Temperaturphasen, j	15
Anzahl der Iterationen pro Temperaturphase, k	75
Max. Schrittweite je Iteration, Δx_{\max} (m)	0,005

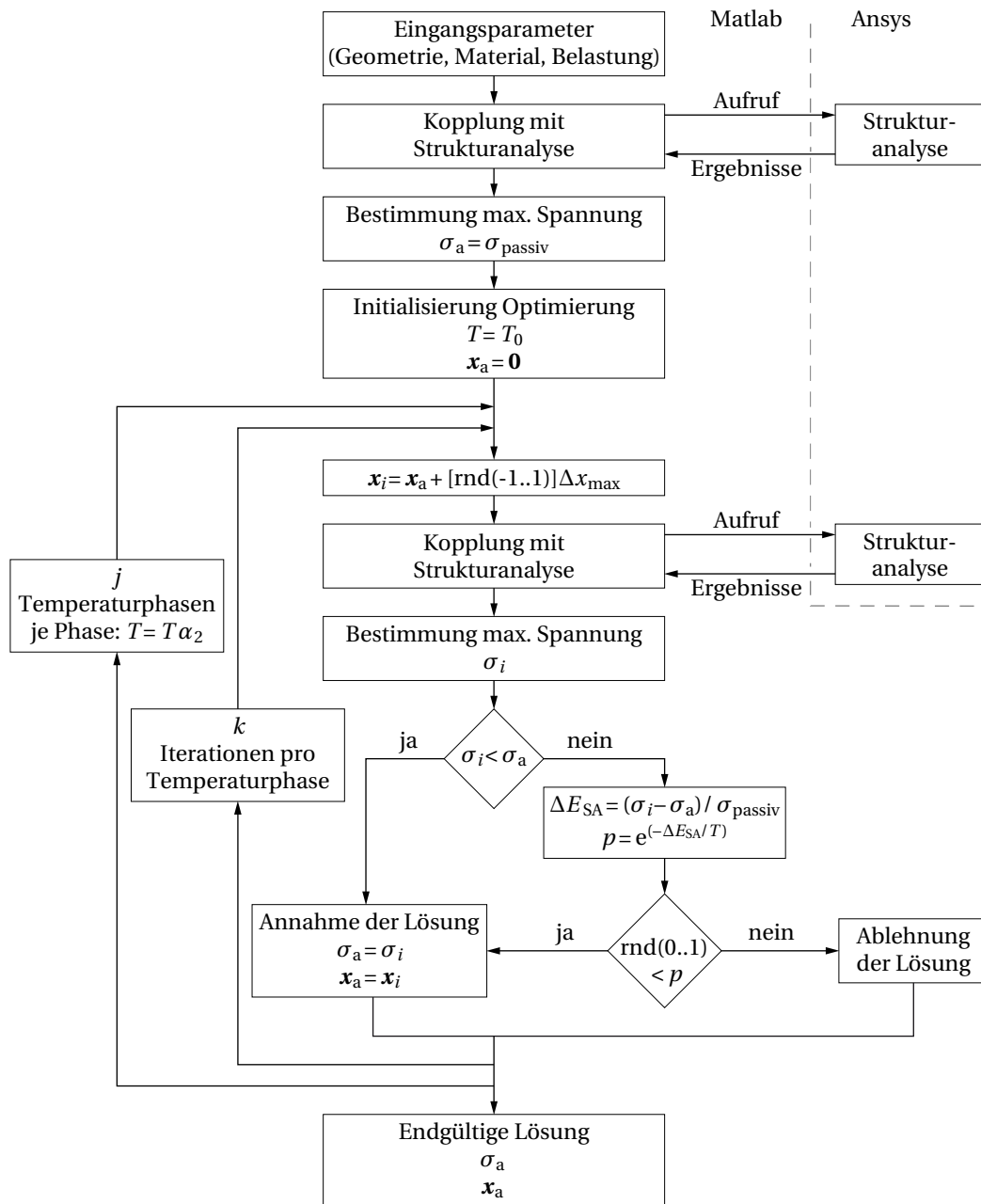


Abbildung 4.6 Ablauf des *Simulated-Annealing*-Algorithmus. Eine Erläuterung der genutzten Symbole findet sich in Tab. 4.2. Die Kopplung mit der Strukturanalyse erfolgt gemäß Abb. 4.5.

Tabelle 4.2 Symbole im Optimierungsablauf aus Abb. 4.6

Symbol	Bedeutung
\mathbf{x}_a	Aktueller optimaler Lösungsvektor
\mathbf{x}_i	Lösungsvektor der aktuellen Iteration
Δx_{\max}	Maximale Schrittweite
σ_{passiv}	Maximalspannung im passiven Ausgangszustand
σ_a	Aktuelle optimierte Spannung
σ_i	Maximalspannung der aktuellen Iteration
T	Temperatur zur Berechnung der Annahmewahrscheinlichkeit p
T_0	Anfangstemperatur
α_2	Temperaturabminderungsfaktor
ΔE_{SA}	Energiedifferenz zur Berechnung der Annahmewahrscheinlichkeit p
p	Annahmewahrscheinlichkeit schlechterer Lösungskandidaten
$\text{rnd}(r_1..r_2)$	Zufallswert im Intervall r_1 bis r_2
$[\text{rnd}(r_1..r_2)]$	n -dimensionaler Vektor von Zufallswerten im Intervall r_1 bis r_2 (mit n der Anzahl der Optimierungsvariablen im Lösungsvektor \mathbf{x})

4.6 Validierung des globalen Optimierungsalgorithmus

Die Auswahl der Eingangsparameter für den Temperaturverlauf T_0 und α_2 sowie die Anzahl der Durchläufe und die maximale Schrittweite Δx_{\max} beeinflussen den Optimierungsdurchlauf erheblich. Es ist somit sinnvoll, diese Parameter an einem Problem mit bekannter Lösung zu testen und gegebenenfalls anzupassen. Die daraus resultierenden, angepassten Eingangswerte sind nicht im Allgemeinen auf andere Zielfunktionen übertragbar. Vielmehr dienen die folgenden Untersuchungen dazu, entsprechende Methoden zur Bewertung und Anpassung des Optimierungslaufes zu bestimmen.

Zur Erstellung eines Optimierungsproblems mit bekannter Lösung erfolgt in einem ersten Schritt die Optimierung für die in Abschnitt 3.1 beschriebene Struktur mit einer viertelseitigen Belastung mit 4 Optimierungsvariablen. Basierend auf den Ergebnissen wird die Untersuchung auf die 2 maßgebenden Optimierungsvariablen reduziert. Eine reduzierte Betrachtung mit nur 2 aktiven Freiheitsgraden bietet den Vorteil, dass die Zielfunktion mit vertretbarem rechnerischen Aufwand für den ge-

samten zulässigen Bereich bestimmbar ist.⁹ Die Kenntnis der Funktionswerte über den gesamten Entwurfsraum ermöglicht die Bestimmung des wahren Minimums. Weiterhin entfällt die Kopplung mit der nichtlinearen Strukturanalyse bei weiteren Durchläufen des Algorithmus. Dies ermöglicht eine effiziente Untersuchung und Anpassung der Eingangsparameter.

Bei der Umsetzung des Optimierungsverfahrens können entweder die Knotenspannungen oder die Elementspannungen zur Formulierung der Zielfunktion herangezogen werden. Die unterschiedliche Betrachtung führt zu unterschiedlichen Werten der Zielfunktion. Darüber hinaus ist zu erwarten, dass die Elementformulierung (*Reduced-Integration* oder *Full-Integration*) einen Einfluss auf die Spannungswerte hat. Die folgenden Untersuchungen werden zunächst unter Betrachtung der Knotenspannungen mit der *Reduced-Integration*-Elementformulierung durchgeführt. Im Anschluss an die Anpassung der Eingangsparameter erfolgt eine vergleichende Betrachtung des Einflusses der Auswertungsmethode für die Spannungswerte sowie des Einflusses der Elementformulierung auf die Zielfunktion.

Die Vorgehensweise bei der Validierung des Optimierungsalgorithmus und der Anpassung der Eingangsparameter ist in Tab. 4.3 zusammengefasst.

4.6.1 Reduzierung des Optimierungsproblems

Um die Anzahl der zu optimierenden Freiheitsgrade zu reduzieren, erfolgt die Optimierung zunächst für eine viertelseitige Belastung von 1.000 N/m^2 mit $n = 4$ Optimierungsvariablen nach Abb. 4.4(a). In einem zweiten Schritt werden 2 der 4 Optimierungsvariablen eliminiert. Die Struktur wird mit dem allgemeinen isotropen Material aus Tab. 3.2 modelliert. Die Schalendicke beträgt $t_s = 25 \text{ mm}$. Die zu minimierende Zielfunktion ist die maximale auftretende von-Mises-Spannung. Betrachtet werden die Knotenspannungen der Schalenelemente unter Ansatz der *Reduced-Integration*-Formulierung.

Für die Temperaturwerte werden entsprechend Tab. 4.1 als Eingangsparameter $T_0 = 1$ und $\alpha_2 = 0,5$ gewählt. Die maximale Schrittweite für jeden Iterationsschritt wird mit $\Delta x_{\max} = 0,005 \text{ m}$ angesetzt. Die Temperatur wird in 15 Phasen reduziert, es erfolgen 75 Durchläufe pro Phase. Somit ergibt sich eine Gesamtanzahl von 1.125 Rechenschritten mit jeweils einer Durchführung der nichtlinearen FEM-Berechnung. Die Ergebnisse von 3 Optimierungsläufen unter gleichen Bedingungen sind in Tab. 4.4 zusammengefasst.

Die Ergebnisse in Tab. 4.4 zeigen, dass die Werte für x_1 im Vergleich zur Aktivie-

⁹Die im Rahmen dieser Arbeit als vollständige Evaluation bezeichnete Vorgehensweise ermittelt für die zweidimensionale Zielfunktion schrittweise für jede Kombination der beiden Optimierungsvariablen den Funktionswert und führt somit zur Kenntnis der Zielfunktion im gesamten Suchraum.

Tabelle 4.3 Schrittweises Vorgehen für die Validierung und die Anpassung der Eingangsparameter für das *Simulated-Annealing*-Verfahren

Schritt	Beschreibung	Abschnitt
1	Reduzierung des Optimierungsproblems für die viertelseitige Belastung von 4 auf 2 Optimierungsvariablen und vollständige Evaluation der Zielfunktion	4.6.1
2	Ausgangslösung der Optimierung unter Vorauswahl der Parameter nach Tab. 4.1 und Bewertung des Optimierungslaufs	4.6.2
3a	Anpassung der maximalen Schrittweite Δx_{\max} für eine möglichst vollständige Abdeckung des Suchraums in der Lösungssuche	4.6.2
3b	Anpassung der Parameter T_0 , α_2 und der Anzahl der Temperaturphasen j mit dem Ziel eines sinnvollen Verlaufs der Annahmewahrscheinlichkeit p	4.6.2
4	Anpassung der Iterationen k pro Temperaturphase	4.6.3
5	Untersuchung des Einflusses der Auswertungsmethode für die Spannungswerte und des Einflusses der Elementformulierung auf die Optimierung	4.6.4

Tabelle 4.4 Ergebnisse des *Simulated-Annealing*-Verfahrens bei viertelseitiger Belastung von 1.000 N/m^2 und 4 Optimierungsvariablen nach Abb. 4.4(a) unter Anwendung der Vorauswahl der Eingangsparameter nach Tab. 4.1

	Durchlauf 1	Durchlauf 2	Durchlauf 3
$\sigma_{\text{vm,max}}^{\text{passiv}}$ (MPa)	22,56	22,56	22,56
$\sigma_{\text{vm,max}}^{\text{aktiv}}$ (MPa)	9,86	9,64	9,75
x_1 (m)	0,0131	0,0021	0,0097
x_2 (m)	0,0472	-0,0241	0,0212
x_3 (m)	0,0342	0,0184	0,0282
x_4 (m)	0,0283	0,0311	0,0297

Die Werte für x_2 sind zwar vergleichsweise hoch, unterliegen aber großen Schwankungen. Dies lässt vermuten, dass bei der Optimierung der Einfluss von x_2 im Vergleich zu den anderen Variablen geringer ist. Die Spannungsreduzierung beträgt zwischen 56,3 % und 57,3 %. Die optimierten Spannungen unterscheiden sich somit trotz der Variation von x_2 nur geringfügig.

Der Verlauf des Werts der Zielfunktion für jeden Durchlauf ist in Abb. 4.7 dargestellt. Das angestrebte Verhalten der Annahme schlechterer Lösungen am Anfang

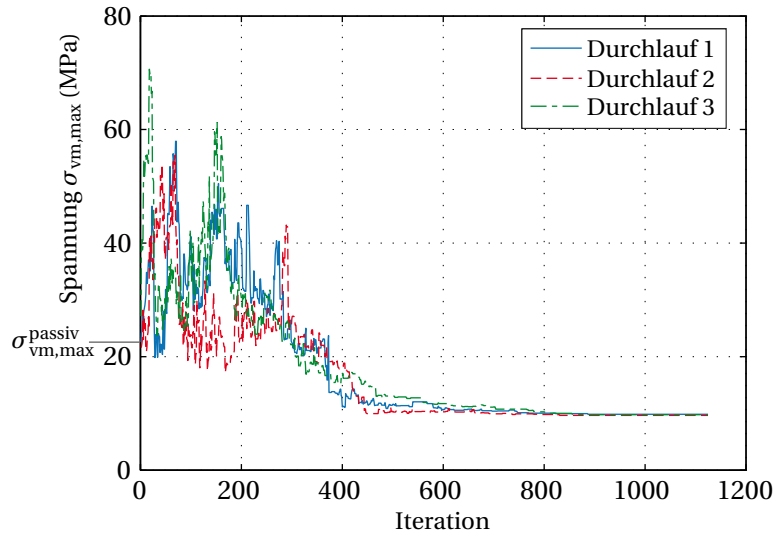


Abbildung 4.7 Verlauf der maximalen Spannungswerte bei der Optimierung mit 4 Optimierungsvariablen mit dem *Simulated-Annealing*-Verfahren unter Anwendung der Vorauswahl der Eingangsparameter aus Tab. 4.1

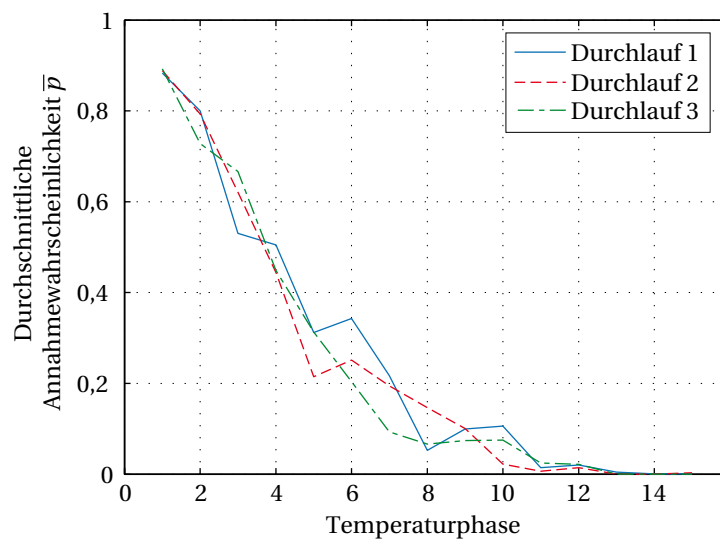


Abbildung 4.8 Verlauf der durchschnittlichen Annahmewahrscheinlichkeiten schlechterer Lösungskandidaten bei der Optimierung mit 4 Optimierungsvariablen mit dem *Simulated-Annealing*-Verfahren unter Anwendung der Vorauswahl der Eingangsparameter aus Tab. 4.1

jedes Durchlaufs und der darauffolgenden Konvergenz der Optimierung zum Minimalwert ist zu beobachten. Der über jede Temperaturphase gemittelte Wert der

Wahrscheinlichkeiten \bar{p} der Annahme schlechterer Lösungskandidaten ist für jeden der drei Durchläufe in Abb. 4.8 dargestellt. Erkennbar ist, dass schlechtere Lösungen in der ersten Phase noch mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 90 % angenommen werden. Die Tatsache, dass die Anfangswahrscheinlichkeit sehr hoch ist, deutet darauf hin, dass die Auswahl der Eingangsparameter noch nicht ideal getroffen ist.

Vernachlässigt man die Aktivierung von x_1 und x_2 am Auflager 1 (siehe Abb. 4.4(a)), verbleiben für die Aktivierung die 2 Freiheitsgrade x_3 und x_4 an Auflager 2 und Auflager 4. Für die reduzierte Betrachtung des Problems mit 2 Freiheitsgraden lässt sich die Zielfunktion schrittweise für jede Kombination von x_3 und x_4 über den gesamten Entwurfsraum evaluieren und der Minimalwert bestimmen. Eine sukzessive Eingrenzung des Suchraums bei gleichzeitiger Verkleinerung der Schrittweite ermöglicht die Verbesserung der Genauigkeit der Lösung. In Tab. 4.5 sind die Ergebnisse der vollständigen Evaluation in mehreren Stufen dargestellt. Die Werte der Eingrenzung x^u und x^o des Suchraums umfassen in der ersten Stufe den gesamten Entwurfsraum von $\pm 0,12$ m in jede Richtung. Diese Begrenzung ergibt sich aus Stabilitätsgründen.¹⁰ In jeder weiteren Stufe erfolgt eine höherauflösende Betrachtung in der näheren Umgebung des Minimums der vorherigen Stufe.

Aus den Ergebnissen der vollständigen Evaluation lässt sich die Zielfunktion grafisch als Fläche bzw. als Konturdiagramm betrachten. In Abb. 4.9 ist die Zielfunktion als dreidimensionale Fläche über den gesamten Entwurfsraum (Stufe 1 in Tab. 4.5)

Tabelle 4.5 Vollständige Evaluation der Zielfunktion bei viertelseitiger Belastung für 2 Optimierungsvariablen in 3 Stufen ($\sigma_{vm,max}^{passiv} = 22,6$ MPa)

Stufe	Variable	Eingrenzung		Auf- lösung Δx (m)	Position Minimum x^{\min} (m)	Minimum $\sigma_{vm,max}^{\min}$ (MPa)
		x^u (m)	x^o (m)			
1	x_3	-0,12	0,12	0,01	0,03	10,96
	x_4	-0,12	0,12	0,01	0,03	
2	x_3	0,015	0,045	0,001	0,028	10,39
	x_4	0,015	0,045	0,001	0,029	
3	x_3	0,026	0,030	0,0001	0,0291	10,32
	x_4	0,027	0,031	0,0001	0,0306	

¹⁰Lösungsversuche außerhalb des angegebenen Entwurfsraumes führen bei der untersuchten Struktur und unter den angesetzten Lasten zu Stabilitätsproblemen (Nichtkonvergenz der nichtlinearen Berechnung). Untersuchungen zum Stabilitätsverhalten der Struktur sind nicht Bestandteil der vorliegenden Arbeit.

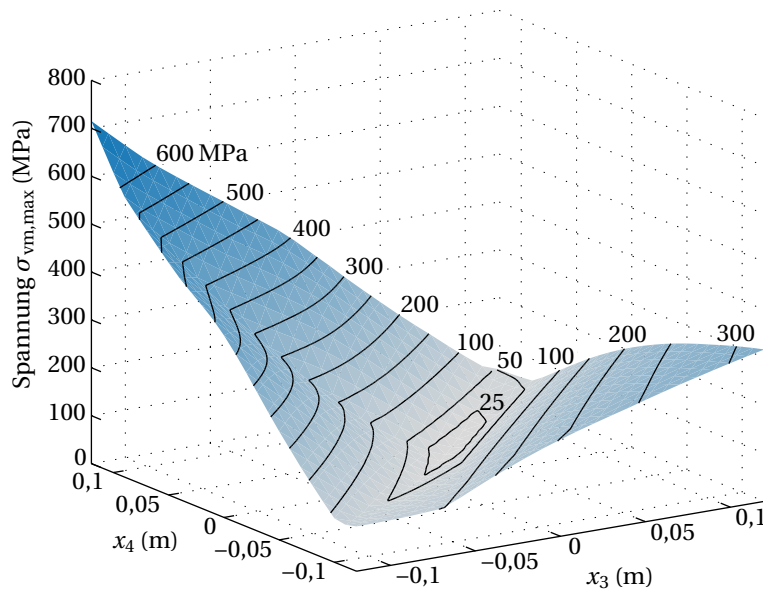


Abbildung 4.9 Zielfunktion für 2 Optimierungsvariablen für $-0,12 \text{ m} \leq x_{3,4} \leq 0,12 \text{ m}$ (Stufe 1, vollständiger angesetzt Entwurfsraum, Auflösung der Bestimmung mit einer Schrittweite von $\Delta x_{3,4} = 0,01 \text{ m}$). Der Minimalwert liegt bei $x_3 = x_4 = 0,03 \text{ m}$ mit einem Spannungswert von $\sigma_{\text{vm,max}}^{\text{min}} = 10,96 \text{ MPa}$ (siehe Tab. 4.5).

dargestellt. Abb. 4.10 zeigt den gleichen Bereich als Konturdiagramm. Der Minimalwert der Zielfunktion ist gekennzeichnet. In Abb. 4.11 sind die höher aufgelösten Bereiche aus Stufe 2 und Stufe 3 dargestellt. Jeweils gekennzeichnet sind auch hier die Positionen des Minimalwerts der Zielfunktion aus Tab. 4.5.

4.6.2 Anpassung der Eingangsparameter für den Algorithmus

Aus der vollständigen Evaluation der Zielfunktion lässt sich das Minimum der zwei-dimensionalen Aktivierung bei $x_3 = 0,0291 \text{ m}$ und $x_4 = 0,0306 \text{ m}$ feststellen (siehe Tab. 4.5). Der entsprechende minimale Wert der Zielfunktion (maximale auftretende von-Mises-Spannung) liegt bei $\sigma_{\text{vm,max}}^{\text{min}} = 10,32 \text{ MPa}$. Die Kenntnis der Zielfunktionswerte über den gesamten Bereich ermöglicht es, die Optimierung mit dem *Simulated-Annealing*-Verfahren ohne die Kopplung mit der nichtlinearen FE-Berechnung durchzuführen. Zwischenwerte, die nicht durch die vollständige Evaluation erfasst sind, werden dabei interpoliert. Ohne die Durchführung der nichtlinearen FE-Berechnung in jedem Iterationsschritt ist der Optimierungsdurchlauf deutlich schneller und ermöglicht so eine effektive Anpassung der Eingangswerte der Starttemperatur T_0 , des Temperaturabminderungsfaktors α_2 , der maximalen Schrittweite Δx_{max} , der Anzahl der Temperaturphasen j und der Anzahl der Itera-

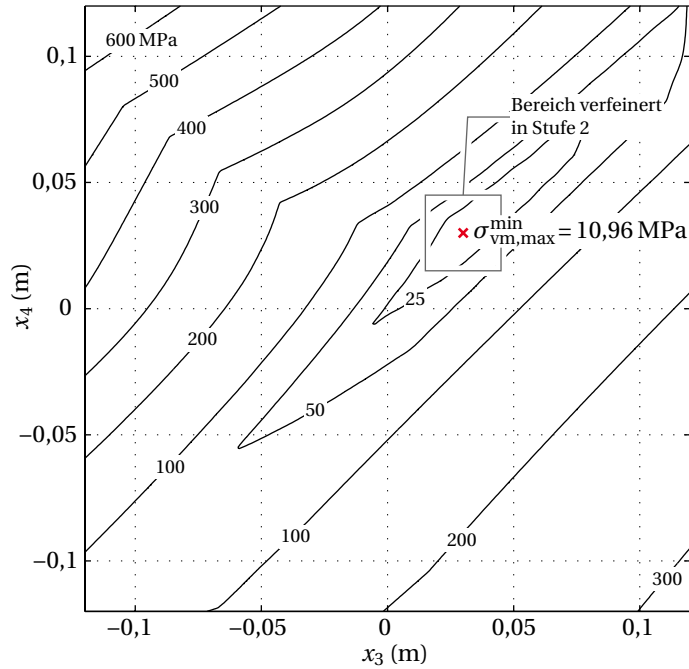


Abbildung 4.10 Zielfunktion für 2 Optimierungsvariablen für $-0,12 \text{ m} \leq x_{3,4} \leq 0,12 \text{ m}$ (Stufe 1, vollständiger angesetzter Entwurfsraum, Auflösung der Bestimmung $\Delta x_{3,4} = 0,01 \text{ m}$) mit dem Minimalwert bei $x_3 = x_4 = 0,03 \text{ m}$

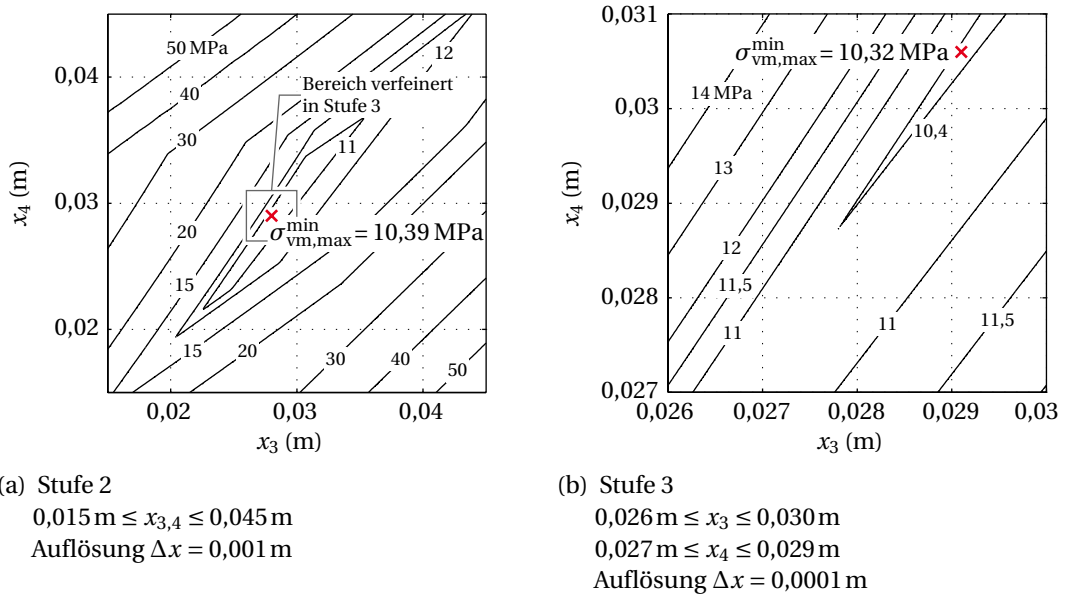
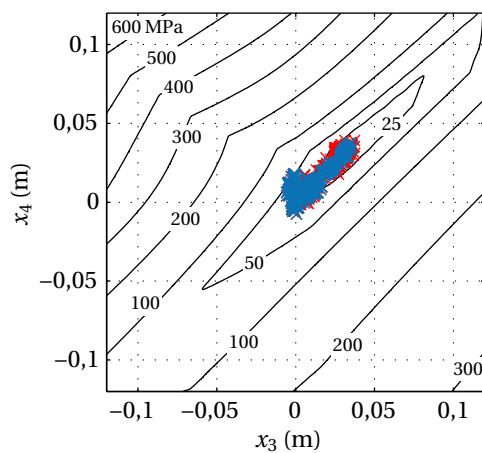


Abbildung 4.11 Zielfunktion für 2 Optimierungsvariablen in sukzessive kleineren Eingangswertebereichen und höherer Auflösung (siehe Tab. 4.5)

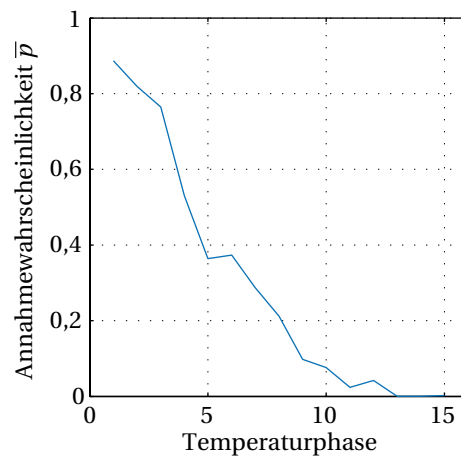
tionen pro Temperaturphase k . Die Anpassung der Eingangswerte erfolgt dabei mit den folgenden Zielen:

- in der Anfangsphase werden schlechtere Lösungskandidaten mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 50 % angenommen,
- in der Endphase werden nur bessere Lösungskandidaten angenommen,
- die Lösungsversuche decken einen möglichst großen Suchraum ab,
- der Optimierungslauf erreicht das Minimum der Zielfunktion.

Als Ausgangslösung für die Bewertung erfolgt die Optimierung mit der Vorauswahl der Eingangsparameter aus Tab. 4.1. Superponiert über das Konturdiagramm aus Abb. 4.10 sind in Abb. 4.12(a) sowohl die angenommenen Lösungsversuche als auch die nicht angenommenen Lösungsversuche dargestellt. Den Verlauf der durchschnittlichen Annahmewahrscheinlichkeit schlechterer Lösungen \bar{p} für jede Temperaturphase zeigt Abb. 4.12(b). Die in dem dargestellten Beispiel gefundene Lösung befindet sich bei $x_3 = 0,0292$ m und $x_4 = 0,0307$ m mit einer optimierten Spannung von $\sigma_{vm,max}^{opt} = 10,32$ MPa. Die Lösung entspricht somit sehr gut dem in der vollständigen Evaluation bestimmten Minimum.



(a) Verteilung der Lösungsversuche
blau: angenommene Lösungen
rot: abgelehnte Lösungen



(b) Durchschnittliche Annahmewahrscheinlichkeit schlechterer Lösungen in jeder Temperaturphase

Abbildung 4.12 Optimierungsverlauf des *Simulated-Annealing*-Verfahrens mit 2 Freiheitsgraden unter Anwendung der Vorauswahl der Eingangsparameter aus Tab. 4.1

Die Ergebnisse zeigen, dass die untersuchten Lösungskandidaten nur einen kleinen Bereich des zulässigen Lösungsraums abdecken. Die Anfangswahrscheinlichkeit der Annahme schlechterer Lösungskandidaten ist mit $\bar{p} \approx 0,9$ höher als notwendig. Eine Anpassung der Eingangsparameter ist somit sinnvoll.

Die Schritte 2a und 2b der Anpassung (siehe Tab. 4.3) lassen sich nicht getrennt voneinander betrachten, da alle dargestellten Parameter einen Einfluss auf den Verlauf der Lösungssuche haben. So führt beispielsweise die Ausweitung der Lösungssuche durch eine Erhöhung der Schrittweite Δx_{\max} (Schritt 2a) zu größeren Änderungen des Werts der Zielfunktion $\Delta f(\mathbf{x})$ und somit auch von ΔE_{SA} nach Gl. (4.9). Entsprechend ergibt sich ein Einfluss auf die Annahmewahrscheinlichkeit p . Die Anpassung der Parameter erfolgt iterativ. Auf eine Darstellung der Einzelschritte wird an dieser Stelle verzichtet. In Tab. 4.6 sind die angepassten Parameter für das reduzierte Problem zusammengefasst und vergleichend zu der Vorauswahl der Parameter aus Tab. 4.1 dargestellt.

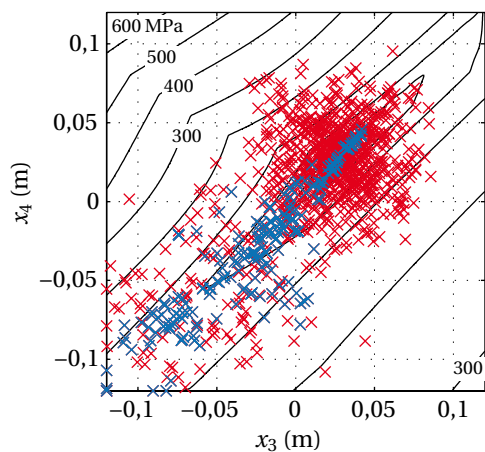
Abb. 4.13(a) zeigt, dass die Lösungsversuche unter den angepassten Parametern einen deutlich größeren Bereich des Suchraums abdecken. In Abb. 4.13(b) ist erkenntlich, dass die durchschnittliche Annahmewahrscheinlichkeit schlechterer Lösungskandidaten in der Anfangsphase bei $\bar{p} \approx 0,6$ liegt. Ab der 9. Temperaturphase beträgt diese Annahmewahrscheinlichkeit nahezu 0 und es werden nur noch Verbesserungen der Lösung akzeptiert. Die gefundene Lösung befindet sich bei $x_3 = 0,0282$ m und $x_4 = 0,0293$ m mit einer optimierten Spannung von $\sigma_{\text{vm,max}}^{\text{opt}} = 10,41$ MPa sehr nahe am Minimalwert.

Die ausgewählte maximale Schrittweite von $\Delta x_{\max} = 0,06$ m führt im betrachteten Fall zu einer guten Lösung. Da die optimale Auflagerverschiebung aber von der Größe und der Steifigkeit der Struktur sowie von der Belastung abhängig sind, ist dieser Wert nicht universell einsetzbar. Sinnvoll ist es vielmehr, eine Aussage über die Verhältnisse zwischen Schrittweite, Auflagerverschiebung und Suchraum zu treffen. Im betrachteten Fall ist die Schrittweite mit $\Delta x_{\max} = 0,06$ m etwa doppelt

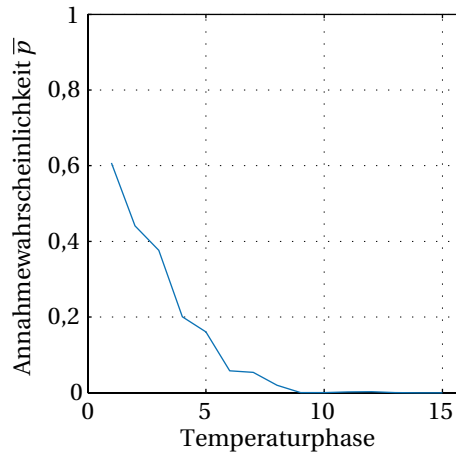
Tabelle 4.6 Angepasste Werte der Eingangsparameter für das *Simulated-Annealing*-Verfahren. Vergleichend dargestellt ist die Vorauswahl der Werte aus Tab. 4.1.

Parameter	Vorauswahl	Anpassung
Anfangstemperatur, T_0	1,0	2,0
Temperaturabminderungsfaktor je Phase, α_2	0,5	0,5
Anzahl der Temperaturphasen, j	15	15
Anzahl der Iterationen pro Temperaturphase, k ¹	75	75
Max. Schrittweite je Iteration, Δx_{\max} (m)	0,005	0,06

¹ Die Anpassung der Iterationsanzahl erfolgt separat in Abschnitt 4.6.3.



(a) Verteilung der Lösungsversuche
 blau: angenommene Lösungen
 rot: abgelehnte Lösungen



(b) Durchschnittliche Annahmewahrscheinlichkeit schlechterer Lösungen in jeder Temperaturphase

Abbildung 4.13 Optimierungsverlauf des *Simulated-Annealing*-Verfahrens mit 2 Freiheitsgraden unter Anwendung der angepassten Werte der Eingangsparameter aus Tab. 4.6

so hoch wie die Werte der Lösung ($x_{3,4}^{\min} \approx 0,03 \text{ m}$). Der zulässige Suchraum von $-0,12 \text{ m} \leq x_{3,4} \leq 0,12 \text{ m}$ umfasst ca. das Vierfache der Lösungswerte. In der Anwendung des Algorithmus auf weitere Untersuchungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden ähnliche Verhältnismäßigkeiten angesetzt.

Analog dazu gilt für die angesetzten Eingangsparameter des Temperaturverlaufs keine direkte Übertragbarkeit bei einer Änderung der Zielfunktion. Zur Beurteilung des Optimierungsdurchlaufs erfolgt jeweils eine Prüfung des Wahrscheinlichkeitsverlaufs und der Verteilung der Lösungskandidaten im Suchraum. Gegebenenfalls sind eine Anpassung der Parameter und ein Neudurchlauf der Optimierung notwendig.

4.6.3 Einfluss der Anzahl der Iterationsschritte

Die in Abschnitt 4.6.2 dargelegten Eingangsparameter führen bei $k = 75$ Iterationen pro Temperaturphase zu einer guten Lösung. Die Anzahl der Iterationen ergibt sich bei einer Annahme von $\alpha = 0,99$ in Gl. (4.11) und einer phasenweisen Abminderung der Temperatur mit Faktor $\alpha_2 = 0,5$. Zur Beschleunigung der Lösung ist es allerdings sinnvoll, die Anzahl der Iterationsschritte zu minimieren. Dies entspricht einer Verringerung des Faktors α und somit einer schnelleren Abkühlung. Der Nachteil der Reduzierung der Anzahl der Iterationsschritte ist, dass die Lösung unter Umständen

weiter entfernt vom wahren Minimum liegt. Von Interesse ist eine Abschätzung des Qualitätsverlusts, der durch eine Verringerung der Anzahl der Iterationen entsteht.

In der oben beschriebenen zweidimensionalen Betrachtung ist die maximale von-Mises-Spannung im passiven Zustand $\sigma_{vm,max}^{passiv} = 22,56$ MPa. Der minimale Wert der Zielfunktion aus der vollständigen Evaluation liegt bei $\sigma_{vm,max}^{min} = 10,32$ MPa. Die maximale mögliche Reduzierung bei der Optimierung beträgt somit $\Delta\sigma_{vm,max}^{opt} = 12,24$ MPa bzw. 54,3 % der maximalen Spannung im passiven Ausgangszustand. Das in der Optimierung tatsächlich erzielte Ergebnis ist abhängig von der Anzahl der Iterationen pro Temperaturphase. Zur Untersuchung dieser Abhängigkeit werden jeweils 100 vollständige Optimierungsläufe mit verschiedenen Iterationsanzahlen pro Temperaturphase durchgeführt. Betrachtet werden dabei der Durchschnittswert der optimierten Spannung sowie der Maximal- und der Minimalwert der Lösung aus allen Durchläufen. Darüber hinaus wird der Anteil von den 100 Optimierungsläufen, deren Lösungen einen bestimmten Grenzwert der Zielfunktion überschreiten, betrachtet. Es werden dafür 2 Grenzwerte definiert:

$$\sigma_{vm,max}^{opt,95} = \sigma_{vm,max}^{passiv} - 0,95\Delta\sigma_{vm,max}^{opt} = 10,93 \text{ MPa},$$

$$\sigma_{vm,max}^{opt,90} = \sigma_{vm,max}^{passiv} - 0,90\Delta\sigma_{vm,max}^{opt} = 11,54 \text{ MPa}.$$

Die dargestellten Grenzwerte bedeuten jeweils einen Qualitätsverlust von 5 % bzw. 10 % gegenüber der maximal erreichbaren Reduzierung. Aus dem Anteil der Optimierungsdurchläufe, deren Lösungen diese Grenzwerte unterschreiten, lässt sich eine abschätzende Aussage über die Wahrscheinlichkeit, dass eine angestrebte Qualität der Optimierung erreicht wird, treffen. Die Ergebnisse der Untersuchungen mit verschiedenen Iterationen pro Temperaturphase sind in Tab. 4.7 zusammengefasst.

Die Ergebnisse zeigen ab einer Iterationsanzahl von $k = 30$ pro Temperaturphase keine nennenswerten Verbesserungen der Optimierungsdurchläufe. Bei $k = 15$ Durchläufen ist die Wahrscheinlichkeit eines Qualitätsverlusts von $> 10\%$ gering (2 von 100 Durchläufen). Für den vorliegenden Fall der Optimierung mit 2 Optimierungsvariablen führt somit eine Reduktion der Iterationen von den ursprünglich angesetzten 75 Schritten auf 15 Schritte zu einer nur unwesentlichen Beeinträchtigung des Optimierungsergebnisses.

Eine direkte Übertragbarkeit dieser Erkenntnisse auf Probleme höherer Dimension ist nicht gegeben. Da mit jeder weiteren Optimierungsvariablen der Entwurfsraum um eine Dimension anwächst, wird am Rahmen dieser Arbeit ein exponentieller Zusammenhang zwischen den notwendigen Iterationen k und der Anzahl der Optimierungsvariablen n angesetzt:

$$k(n) = b^n. \quad (4.13)$$

Unter Einsatz der bereits ermittelten Lösung für 2 Optimierungsvariablen von mindestens 15 Iterationen

$$k(2) = b^2 = 15$$

ergibt sich

$$b = 3,9.$$

Aus Gl. (4.13) ergibt sich somit eine Mindestanzahl von $k = 60$ Iterationen je Temperaturphase für 3 Optimierungsvariablen sowie $k = 225$ Iterationen je Temperaturphase für 4 Optimierungsvariablen. Für die Optimierung mit 6 Optimierungsvariablen ergeben sich $k = 3.375$ Iterationen.

Eine Erhöhung der Iterationsanzahl über die bestimmten Mindestwerte führt auf Kosten der Rechendauer zu einer höheren Wahrscheinlichkeit der Erzielung besserer Ergebnisse. Für die folgenden Untersuchungen mit 3 Optimierungsvariablen wird eine leicht höhere Iterationszahl von $k = 75$ angesetzt. Für die Optimierung mit 4 Optimierungsvariablen wird der Mindestwert von $k = 225$ zur Minimierung der Rechenzeit beibehalten. Eine Optimierung für allgemeine Lastfälle mit 6 Optimierungsvariablen wird im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter verfolgt.

Tabelle 4.7 Untersuchungen von jeweils 100 Optimierungsläufen bei verschiedenen Iterationsanzahlen k pro Temperaturphase. Betrachtet werden die Anzahl der Lösungen, die die definierten Grenzwerte eines Qualitätsverlusts von 5 % bzw. 10 % der maximal möglichen Reduzierung überschreiten. Gleichbleibend ist die Anzahl der Temperaturphasen $j = 15$.

Iterationen k	Optimierte Spannung, $\sigma_{vm,max}^{opt}$			Anzahl der Lösungen	
	Durchsch. (MPa)	Min (MPa)	Max (MPa)	> 10,93 MPa	> 11,54 MPa
2	15,65	10,39	64,17	81	68
5	12,59	10,41	38,32	62	37
10	11,23	10,32	29,33	36	6
15	10,70	10,36	11,63	21	2
20	10,63	10,32	11,75	10	2
30	10,51	10,33	11,24	2	0
40	10,47	10,33	10,78	0	0
50	10,46	10,33	10,90	2	0
75	10,42	10,32	10,62	2	0

4.6.4 Betrachtung der Elementformulierung und der Auswertungsmethode für die Spannungswerte

Die oben aufgeführten Untersuchungen setzen die Knotenspannungen zur Bildung der Zielfunktion an. Die FEM-Analyse erfolgt unter Einsatz einer *Reduced-Integration*-Formulierung der Schalenelemente. Alternativ zu diesen Ansätzen können auch die Elementspannungen betrachtet werden bzw. eine *Full-Integration*-Formulierung angesetzt werden. Beide Betrachtungsweisen liefern leicht unterschiedliche Spannungswerte. Von Interesse ist der Einfluss der Betrachtungsweise auf die Position des Minimums der Zielfunktion sowie auf die erreichte Reduzierung der Maximalspannung. Zur Untersuchung dieses Einflusses wird die vollständige Evaluation der Zielfunktion des reduzierten Problems mit 2 Optimierungsvariablen für die unterschiedlichen Kombinationen aus Auswertungsmethode und Elementformulierung durchgeführt.

Die Ergebnisse dieser Untersuchung, dargestellt in Tab. 4.8, zeigen bei dem Ansatz der *Reduced-Integration*-Formulierung keinen nennenswerten Unterschied zwischen den Betrachtungen der Knotenspannungen und der Elementspannungen. Unter Ansatz der *Full-Integration*-Formulierung zeigt sich bei der Betrachtung der Knotenspannung im passiven Zustand ein ca. 20 % höherer Wert gegenüber der *Reduced-Integration*-Formulierung. Die maximale Elementspannung hingegen ist ca. 5 % geringer.

Die maximale Spannung tritt bei beiden Elementformulierungen auf der Schalenstruktur am gleichen Ort auf. Der entsprechende Bereich ist in Abb. 4.14 dargestellt. Abb. 4.15 zeigt die Spannungszustände an diesem Ort unter Ansatz beider Formulierungen. Aus Formulierung ergeben sich unterschiedliche Spannungsverläufe in den Elementen. In Abb. 4.15 ist erkenntlich, wie diese unterschiedlichen Verläufe zu den unterschiedlichen Werten der Zielfunktion führen.

Tabelle 4.8 Einfluss der Auswertungsmethode für die Spannungswerte und der Elementformulierung auf das Minimum der Zielfunktion bestimmt durch die vollständige Evaluation

Betrachtung	Spannung		Minimum	
	$\sigma_{vm,max}^{passiv}$ (MPa)	$\sigma_{vm,max}^{min}$ (MPa)	x_3^{min} (m)	x_4^{min} (m)
Knotenspannung, <i>Reduced-Integration</i>	22,56	10,32	0,0291	0,0306
Knotenspannung, <i>Full-Integration</i>	26,54	10,99	0,0301	0,0312
Elementspannung, <i>Reduced-Integration</i>	22,57	10,34	0,0291	0,0306
Elementspannung, <i>Full-Integration</i>	21,37	10,22	0,0285	0,0300

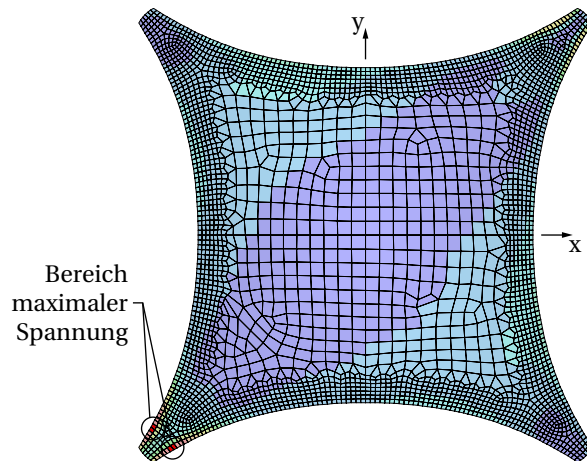


Abbildung 4.14 Kritischer Bereich der von-Mises Spannungen im passiven Zustand bei viertelseitiger Belastung von 1.000 N/m^2 (Verteilung nach Abb. 3.6). Farblich dargestellt sind die Elementspannungen bei *Reduced-Integration*-Formulierung auf der Schalenunterseite mit jeweils einem Spannungswert pro Element.

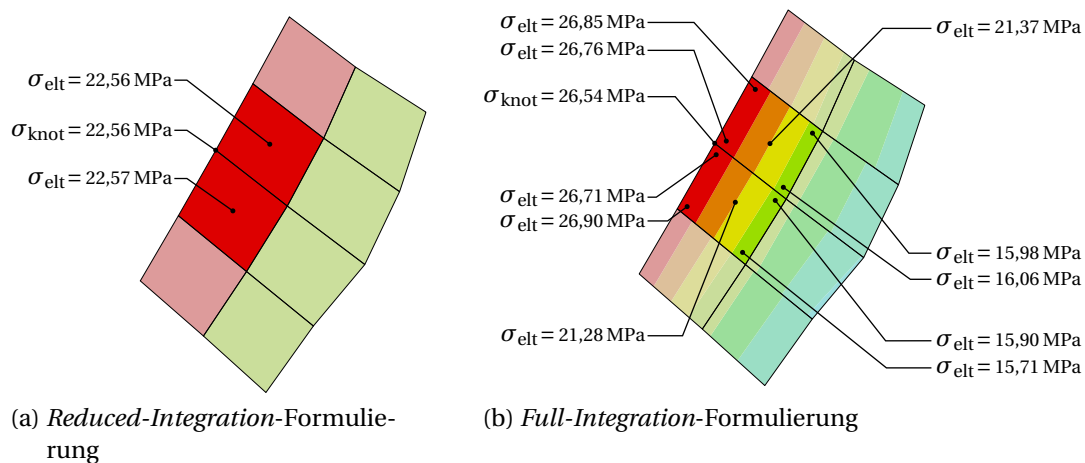


Abbildung 4.15 Spannungszustände im kritischen Bereich aus Abb. 4.14 bei unterschiedlichen Elementformulierungen. Dargestellt sind die Elementspannungen. Die vollständige Integration führt zu einem nichtkonstanten Spannungsverlauf und zu den entsprechenden Änderungen in den Spannungswerten für die Zielfunktion (siehe Tab. 4.8).

Im Vergleich zu den Unterschieden der Spannungswerte in Tab. 4.8 zeigen die Positionen der minimalen Spannung x_3^{\min} und x_4^{\min} nur geringfügige Abweichungen. Im vorliegenden Fall ist der Einfluss der Auswertungsmethode und der Elementformulierung auf die Optimierung der Auflagerpositionen somit sehr klein. In den folgenden Untersuchungen werden die Optimierungsläufe bei Betrachtung der Knotenspannungen und unter Ansatz der *Reduced-Integration*-Formulierung durchgeführt.

Bei der experimentellen Validierung der Optimierungsergebnisse in Kap. 7 werden die Dehnungswerte aus der Simulation mit tatsächlichen Messungen verglichen. Da für diesen Vergleich die Genauigkeit der Simulationsergebnisse wichtig ist, wird für die experimentelle Validierung eine *Full-Integration*-Formulierung mit einer zusätzlichen lokalen Netzverfeinerung an den Messpunkten angesetzt.

4.7 Untersuchung eines Gradientenalgorithmus

Zum Vergleich mit dem eingangs dargestellten globalen Optimierungsverfahren wird im Folgenden ein Gradientenalgorithmus untersucht. Im Gegensatz zu stochastischen Verfahren sind Gradientenverfahren deterministisch und finden unter gleichen Ausgangsparametern immer die gleiche Lösung. Dabei sind die Geschwindigkeit der Lösungsfindung und die Güte der Ergebnisse im Vergleich zu dem *Simulated-Annealing*-Verfahren zu bewerten.

Aus praxisrelevanter Sicht bieten Gradientenverfahren wichtige Vorteile bei der Bestimmung der optimalen Auflagerverschiebung. Die gefundene Lösung stellt ein dem Ausgangspunkt nächstgelegenes lokales Minimum dar und minimiert somit die Verschiebungswege der Auflager. Zusätzlich enthält der Verlauf der Optimierung eine stetige Verringerung des Funktionswerts und bildet somit eine sinnvolle Trajektorie (kontinuierlich abnehmende Maximalspannung) für die Verschiebung des Auflagers.

Wie in Abschnitt 4.2 beschrieben, ist die Zielfunktion aufgrund des Ortswechsels der Maximalspannung nicht stetig differenzierbar. In Abschnitt 4.7.1 erfolgt eine Glättung der Zielfunktion zur Herstellung der stetigen Differenzierbarkeit. In Abschnitt 4.7.2 wird die Umsetzung des Gradientenalgorithmus beschrieben. Die Ergebnisse der Optimierung mit dem Gradientenalgorithmus sind in Abschnitt 4.7.3 dargestellt.

4.7.1 Glättung der Zielfunktion

Die für das *Simulated-Annealing*-Verfahren angesetzte Min-Max-Formulierung der Zielfunktion ist nicht stetig differenzierbar und kann somit zu einem vorzeitigen Abbruch des Optimierungslaufs mit dem Gradientenalgorithmus führen. Eine

Möglichkeit, dieses Problem zu umgehen, ist die Glättung der Funktion mit der folgenden Formulierung [84]:

$$f_g(\mathbf{x}) = \left(\sum_{i=1}^{n_s} |\sigma_i|^r \right)^{1/r}. \quad (4.14)$$

Diese Formulierung setzt die Zielfunktion aus allen n_s Spannungswerten zusammen, wobei hohe Spannungswerte ein größeres Gewicht erhalten, je höher r angesetzt wird. Der zu minimierende Wert der geglätteten Funktion $f_g(\mathbf{x})$ hat die gleiche Einheit wie die ungeglättete Funktion $f(\mathbf{x})$ (Pa), besitzt aber aufgrund der Summierung in Gl. (4.14) keine physikalische Bedeutung. Der Wert r ist so zu wählen, dass das Minimum der Funktion $f_g(\mathbf{x})$ nahe dem tatsächlichen Minimum der ungeglätteten Zielfunktion $f(\mathbf{x})$ liegt. Ein zu hoher Wert für r führt zu einer geringen Glättung und erschwert somit den Optimierungslauf mit dem Gradientenverfahren.

Für das reduzierte Problem aus Abschnitt 4.6.1 liegen alle Spannungswerte im Entwurfsraum aus der vollständigen Evaluation vor bzw. können interpoliert werden. Aus diesen Werten lassen sich, wie in Tab. 4.9 dargestellt, für verschiedene Werte r die Positionen der Minima der geglätteten Zielfunktion $f_g(\mathbf{x})$ bestimmen. Es zeigt sich, dass bei einem Wert $r = 50$ die Abweichung des Minimums von dem Minimum der ungeglätteten Zielfunktion für beide Optimierungsvariablen ca. 1 mm beträgt. Der entsprechende Spannungswert der ungeglätteten Zielfunktion liegt bei $\sigma_{vm,max}^{\min} = 10,42$ MPa und somit sehr nahe am tatsächlichen Minimum von $\sigma_{vm,max}^{\min} = 10,32$ MPa. Die Untersuchungen mit dem Gradientenverfahren werden mit der nach Gl. (4.14) geglätteten Funktion mit $r = 50$ weitergeführt.

Tabelle 4.9 Position des Minimums der geglätteten Zielfunktion f_g nach Gl. (4.14) bei verschiedenen Werten r an dem auf 2 Optimierungsvariablen reduzierten Problem. Vergleichend dazu liegt das Minimum der ungeglätteten Funktion aus der vollständigen Evaluation bei $x_3 = 0,0291$ mm und $x_4 = 0,0306$ mm.

r	Minimum		r	Minimum	
	x_3 (m)	x_4 (m)		x_3 (m)	x_4 (m)
1	-0,0039	-0,0035	20	0,0266	0,0294
3	0,0152	0,0153	50	0,0283	0,0295
5	0,0204	0,0202	100	0,0288	0,0302
10	0,0236	0,0233	200	0,0290	0,0305

4.7.2 Umsetzung des Gradientenalgorithmus

Da eine analytische Beschreibung der geglätteten Zielfunktion nicht vorliegt, erfolgt eine näherungsweise Bestimmung der partiellen Ableitungen zur Bildung des Gradienten nach Gl. (4.3) mittels finiter Differenzen [84]:

$$\frac{\partial f_g(\mathbf{x})}{\partial x_i} \approx \frac{\Delta f_g(\mathbf{x})}{\Delta x_i} \quad (4.15)$$

mit

$$\frac{\Delta f_g(\mathbf{x})}{\Delta x_i} = \frac{f_g(\mathbf{x} + \frac{1}{2}\Delta\mathbf{x}) - f_g(\mathbf{x} - \frac{1}{2}\Delta\mathbf{x})}{\Delta x_i},$$

$$i = 1 \dots n.$$

Als Schrittweite wird in jede Suchrichtung $\Delta x_i = 10^{-6}$ m angesetzt.

Die genäherten partiellen Ableitungen nach Gl. (4.15) bilden den Gradienten $\nabla f(\mathbf{x})$. Basierend darauf lässt sich die Suchrichtung nach der Methode des steilsten Abstiegs (*steepest descent*) als

$$\mathbf{s}_{i+1} = -\nabla f_g(\mathbf{x}_i) \quad (4.16)$$

festlegen [84]. Entlang dieser Suchrichtung erfolgt anhand eines Liniensuchverfahrens (*line search*) eine eindimensionale Optimierung zur Bestimmung des Minimums entlang der Suchrichtung. Als Liniensuchverfahren kommt im Rahmen dieser Untersuchung die Methode des goldenen Schnitts zum Einsatz [84, 85]. Die Methode des goldenen Schnitts grenzt das Minimum entlang der Suchrichtung bis auf eine gewünschte Genauigkeit ein. Für die hier beschriebenen Untersuchungen wird eine Genauigkeit von 10^{-6} m angesetzt.

Das in der Liniensuche bestimmte Minimum bildet die Grundlage für die nächste Iteration der Bestimmung der Suchrichtung nach Gl. (4.16) und der darauffolgenden Liniensuche. Der Optimierungslauf wird abgebrochen, wenn die Verbesserung der Zielfunktion innerhalb einer Iteration unter einen angesetzten Grenzwert fällt. Im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen wird für diesen Grenzwert 0,1 % gewählt.

Der Ablauf des Gradientenalgorithmus ist in Abb. 4.16 schematisch dargestellt.

4.7.3 Ergebnisse des Gradientenalgorithmus

Das Gradientenverfahren wird nach der in Abb. 4.16 beschriebenen Methode durchgeführt. In Abb. 4.17 ist der Optimierungsverlauf für den Fall des zweidimensionalen, reduzierten Problems aus Abschnitt 4.6.1 dargestellt. Das gefundene Minimum liegt bei $x_3 = 0,0283$ m und $x_4 = 0,0295$ m und entspricht dem in Tab. 4.9 bestimmten Minimum. Die Lösung wird in 9 Iterationen erreicht. Die Anzahl der eigentlichen Re-

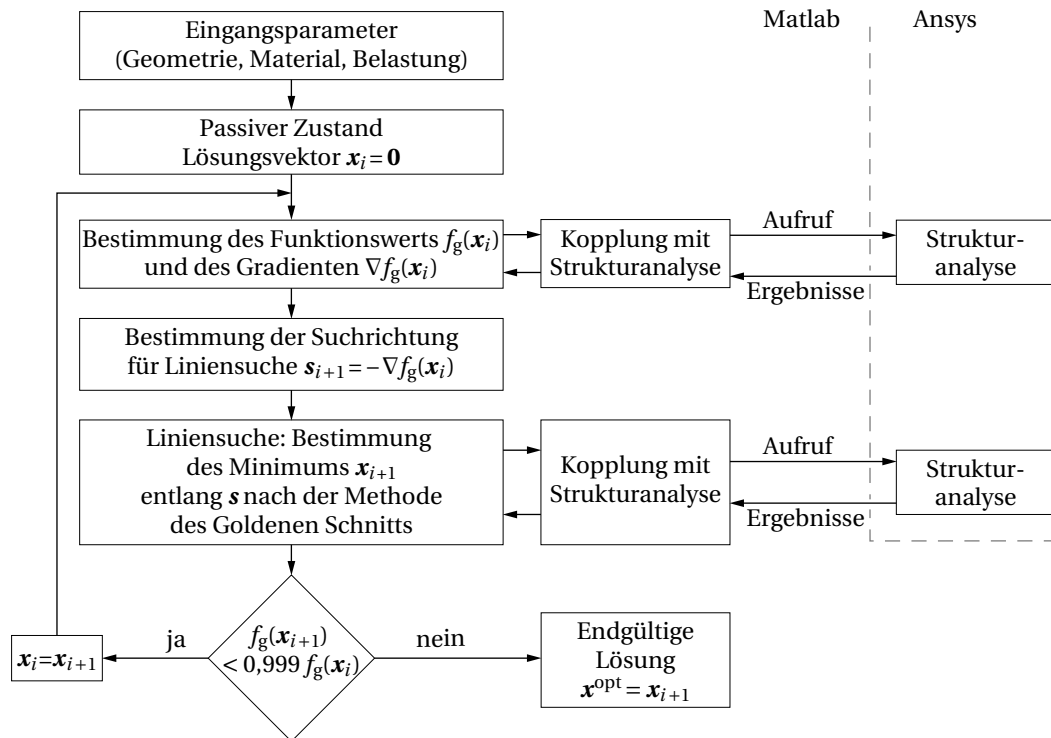


Abbildung 4.16 Ablauf des Gradientenverfahrens. Die Kopplung mit der Strukturanalyse gemäß Abb. 4.5 erfolgt sowohl bei der Bestimmung des Gradienten (Differenzenverfahren) als auch bei der Liniensuche in mehreren Durchläufen.

chenschritte liegt bei 340, da die Bestimmung des Gradienten und die Liniensuche in jedem Iterationsschritt mehrere Rechenschritte benötigt.

Bei der Liniensuche erfolgt in jeder Iteration die Bestimmung des Minimums entlang einer Suchrichtung und endet in einem Punkt, an dem die Ableitung entlang der Suchrichtung annähernd null wird. Der Gradient der Zielfunktion steht an dem erreichten Punkt senkrecht zur aktuellen Suchrichtung und bewirkt, dass die darauffolgende Suchrichtung ebenfalls senkrecht zur aktuellen Suchrichtung steht. Daraus ergibt sich ein etwas ineffizienter Optimierungsverlauf mit jeweils senkrechten Richtungswechseln der Suchrichtung in jeder Iteration (siehe Abb. 4.17).

Der Einsatz des Gradientenverfahrens führt unter Anwendung der Glättung der Zielfunktion nach Gl. (4.14) mit $r = 50$ zu einer hinreichend genauen Bestimmung des lokalen Minimums. Im Fall der reduzierten zweidimensionalen Optimierung entspricht das gefundene lokale Minimum dem anhand der vollständigen Evaluation bestimmten globalen Minimum und dem mittels des globalen *Simulated-Annealing*-Verfahren gefundenen Optimum. Die Anzahl der Rechenschritte des untersuchten Gradientenverfahrens (340) ist höher als die notwendige Anzahl des *Simu-*

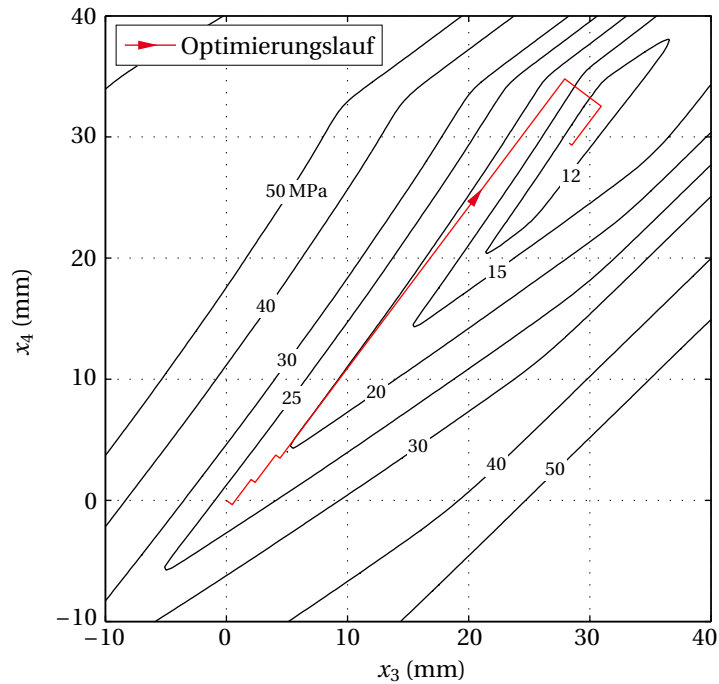


Abbildung 4.17 Verlauf des Gradientenverfahrens an der geglätteten Zielfunktion mit 2 Optimierungsvariablen

lated-Annealing-Verfahren (225 nach der Reduzierung der Iterationsanzahl nach Abschnitt 4.6.3). Da es sich bei dem Gradientenverfahren jedoch um ein deterministisches Verfahren handelt, wird immer das gleiche Minimum gefunden. Bei dem *Simulated-Annealing*-Verfahren besteht dahingegen eine Restwahrscheinlichkeit, dass nicht die ideale Lösung gefunden wird. Dieses Risiko lässt sich durch die Erhöhung der Anzahl der Iterationen reduzieren, jedoch nie vollständig ausschließen. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden für alle weiteren Optimierungsrechnungen beide Verfahren vergleichend eingesetzt.

Alternativ zum Goldenen-Schnitt-Verfahren existieren weitere Möglichkeiten der Liniensuche (Polynominterpolation, Armijo-Verfahren), die möglicherweise die Anzahl der Rechenschritte zusätzlich reduzieren [84, 85]. Ebenso gibt es bei der Festlegung der Suchrichtung Methoden, die vermeiden, dass aufeinanderfolgende Suchrichtungen senkrecht zueinander verlaufen (bspw. Methode der konjugierten Gradienten nach Fletcher und Reeves), um somit die Effizienz des Optimierungslaufs zu erhöhen [84, 85]. Diese Optionen werden im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht näher untersucht.

5 Betrachtung des Adaptionvorgangs

Die in Kap. 4 dargestellten Untersuchungen zeigen, dass bei dem untersuchten Schalentragswerk die Verschiebung der Auflager eine deutliche Reduzierung der Spannungsspitzen bewirkt. Zur Plausibilisierung der Optimierungsergebnisse werden im Folgenden die physikalischen Auswirkungen der Adaption auf die Struktur näher betrachtet. Die Untersuchung erfolgt an der in den Kapiteln 3 und 4 betrachteten Schalenengeometrie mit einer Dicke von $t_s = 25$ mm unter Ansatz des allgemeinen isotropen Materials aus Tab. 3.2 und einer viertelseitigen Auflast von 1.000 N/m^2 (Verteilung nach Abb. 3.6).

In einem ersten Schritt erfolgt in Abschnitt 5.1 die Bestimmung des optimierten Zustands als Basis zum Vergleich mit dem passiven Zustand. Dabei werden sowohl das *Simulated-Annealing*-Verfahren als auch der Gradientenalgorithmus zur Optimierung verwendet. Zur Überprüfung der Optimierungsergebnisse erfolgt in Abschnitt 5.2 eine genauere Untersuchung der Spannungsfelder im passiven und im aktiven Zustand. Anhand einer Betrachtung der Verformungen, Schnittkräfte und Spannungen werden die Zustandsänderungen plausibilisiert.

Ein Ansatz zur quantitativen Bewertung der Homogenisierung unter Betrachtung des gesamten Spannungsfelds erfolgt in Abschnitt 5.3. Abschließend werden in den Abschnitten 5.4 und 5.5 der Einfluss der Aktivierung auf die Auflagerreaktionen sowie die Änderung des energetischen Zustands der Struktur beschrieben.

5.1 Bestimmung des optimierten Zustands

Als Basis für eine vergleichende Betrachtung der Spannungsfelder im passiven Zustand und im aktiven Zustand erfolgt zunächst die Bestimmung der optimalen Auflagerverschiebungen für eine Belastungssituation. Die in den Abschnitten 4.6 und 4.7 angesetzte Reduzierung des Optimierungsproblems auf 2 Optimierungsvariablen wird dafür aufgehoben, die Optimierung erfolgt für eine viertelseitige Auflast von 1.000 N/m^2 unter Ansatz aller 4 Optimierungsvariablen nach Abb. 4.4(a). Sowohl das *Simulated-Annealing*-Verfahren und der Gradientenalgorithmus kommen zum Einsatz.

Der Optimierungslauf mit dem *Simulated-Annealing*-Verfahren erfolgt in 15 Temperaturphasen und, entsprechend den Untersuchungen zum Einfluss der Anzahl der Iterationen in Abschnitt 4.6.3, mit jeweils 225 Iterationen pro Temperaturphase (3375 Rechenschritte). Die Eingangsparameter für den Temperaturverlauf und die

Tabelle 5.1 Ergebnisse des *Simulated-Annealing*-Verfahrens bei viertelseitiger Belastung von 1.000 N/m^2 und 4 Optimierungsvariablen nach Abb. 4.4(a) unter Anwendung der angepassten Werte der Eingangsparameter aus Tab. 4.6

	Durchlauf 1	Durchlauf 2	Durchlauf 3
$\sigma_{\text{vm,max}}^{\text{passiv}}$ (MPa)	22,56	22,56	22,56
$\sigma_{\text{vm,max}}^{\text{aktiv}}$ (MPa)	9,97	9,57	9,75
x_1 (m)	0,0055	-0,0061	-0,0049
x_2 (m)	0,0032	-0,0794	-0,0774
x_3 (m)	0,0265	0,0068	0,0088
x_4 (m)	0,0316	0,0344	0,0366

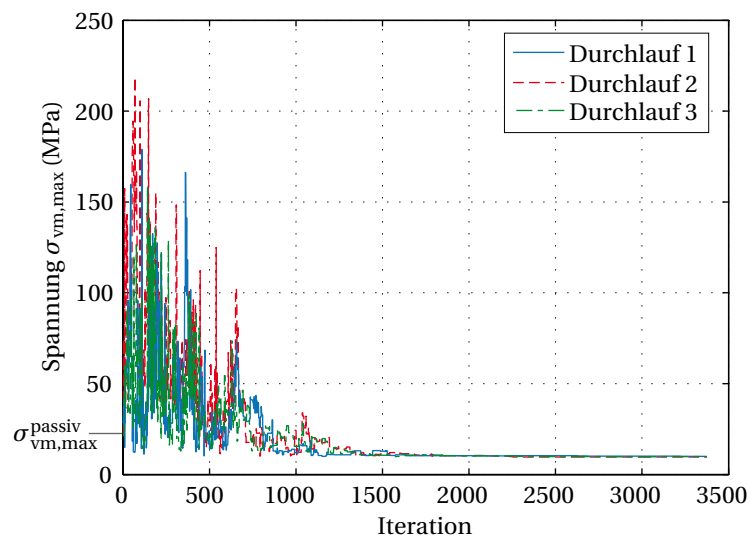


Abbildung 5.1 Verlauf der maximalen Spannungswerte bei der Optimierung mit 4 Optimierungsvariablen mit dem *Simulated-Annealing*-Verfahren unter Anwendung der angepassten Werte der Eingangsparameter aus Tab. 4.6

maximale Schrittweite entsprechen den angepassten Werten aus Tab. 4.6. Die Ergebnisse der Optimierung aus 3 Durchläufen unter gleichen Eingangsbedingungen sind in Tab. 5.1 zusammengefasst.

Die Spannungswerte der gefundenen Lösungen in Tab. 5.1 sind sehr ähnlich, Durchlauf 2 liefert die Lösung mit der größten Reduzierung der Maximalspannung. Weiterhin lässt sich feststellen, dass die Werte für x_1 im Vergleich zu den Werten der anderen Optimierungsvariablen klein sind. Die Werte für x_2 weisen hohe Streuungen auf.

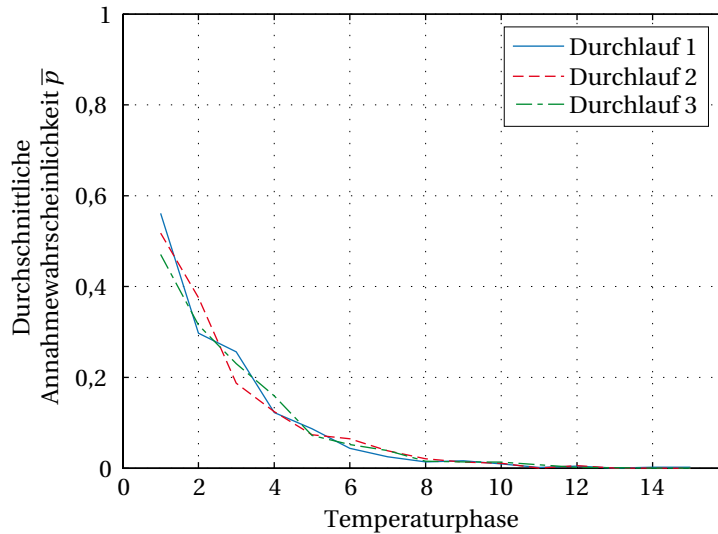


Abbildung 5.2 Verlauf der durchschnittlichen Annahmewahrscheinlichkeiten schlechterer Lösungskandidaten bei der Optimierung mit 4 Optimierungsvariablen mit dem *Simulated-Annealing*-Verfahren unter Anwendung der angepassten Werte der Eingangsparameter aus Tab. 4.6

Tabelle 5.2 Ergebnisse des Gradientenverfahrens bei viertelseitiger Belastung von 1.000 N/m^2 (Verteilung nach Abb. 3.6) mit 4 Optimierungsvariablen

$\sigma_{\text{vm,max}}^{\text{passiv}}$ (MPa)	22,56
$\sigma_{\text{vm,max}}^{\text{aktiv}}$ (MPa)	10,00
x_1 (m)	0,0055
x_2 (m)	-0,0056
x_3 (m)	0,0217
x_4 (m)	0,0301

Abb. 5.1 zeigt den Verlauf der Lösungswerte während der Optimierung. In der Anfangsphase werden deutlich schlechtere Lösungskandidaten angenommen, bevor der Algorithmus konvergiert. Der Verlauf der durchschnittlichen Annahmewahrscheinlichkeit schlechterer Lösungen \bar{p} ist für jeden Durchlauf in Abb. 5.2 dargestellt. Die Annahmewahrscheinlichkeit liegt zu Beginn der Optimierung bei ca. 50 % und bestätigt somit die Auswahl der Eingangsparameter.

In Tab. 5.2 ist die Lösung des Gradientenverfahrens dargestellt. Der Algorithmus findet eine ähnlich gute Lösung wie das *Simulated-Annealing*-Verfahren, benötigt dabei aber nur 585 Rechenschritte und ist dem untersuchten Fall deutlich effizienter.

5.2 Physikalische Betrachtung des Adaptionsvorgangs

Wie bereits in Kap. 3 dargestellt, entstehen im passiven Zustand aufgrund der vorherrschenden Biegung Spannungskonzentrationen im Bereich der Auflager. Die dafür maßgeblichen Spannungen bilden sich in lokaler x' -Richtung (quasi-radial) aus. In Abb. 5.3 ist der Spannungszustand der zu minimierenden von-Mises-Spannungen

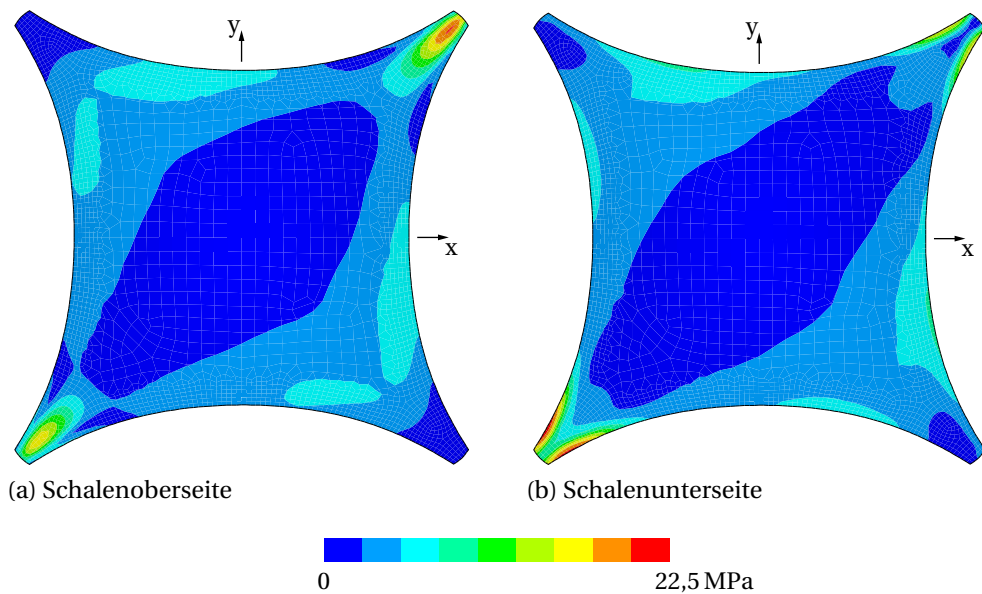


Abbildung 5.3 Von-Mises-Spannungen unter viertelseitiger Belastung von 1.000 N/m^2 (Verteilung nach Abb. 3.6) im passiven Zustand

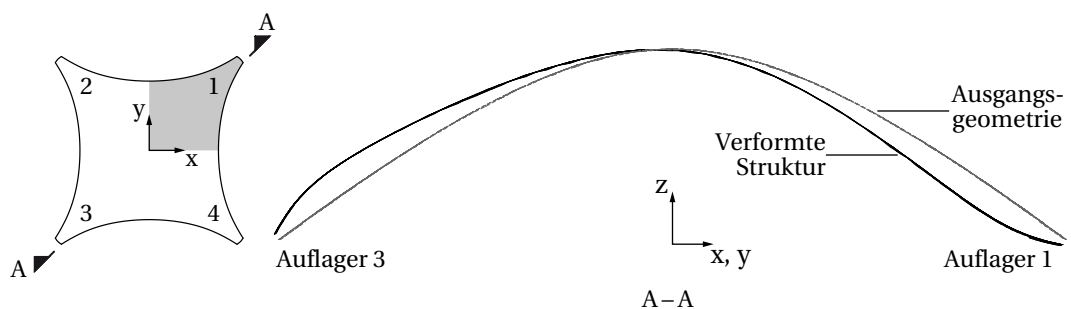


Abbildung 5.4 Verformung entlang der Diagonalen unter viertelseitiger Belastung von 1.000 N/m^2 im passiven Zustand (Darstellung in 20-facher Überhöhung)

unter viertelseitiger Auflast dargestellt.¹¹ Der in Abb. 5.4 dargestellte Verformungs-

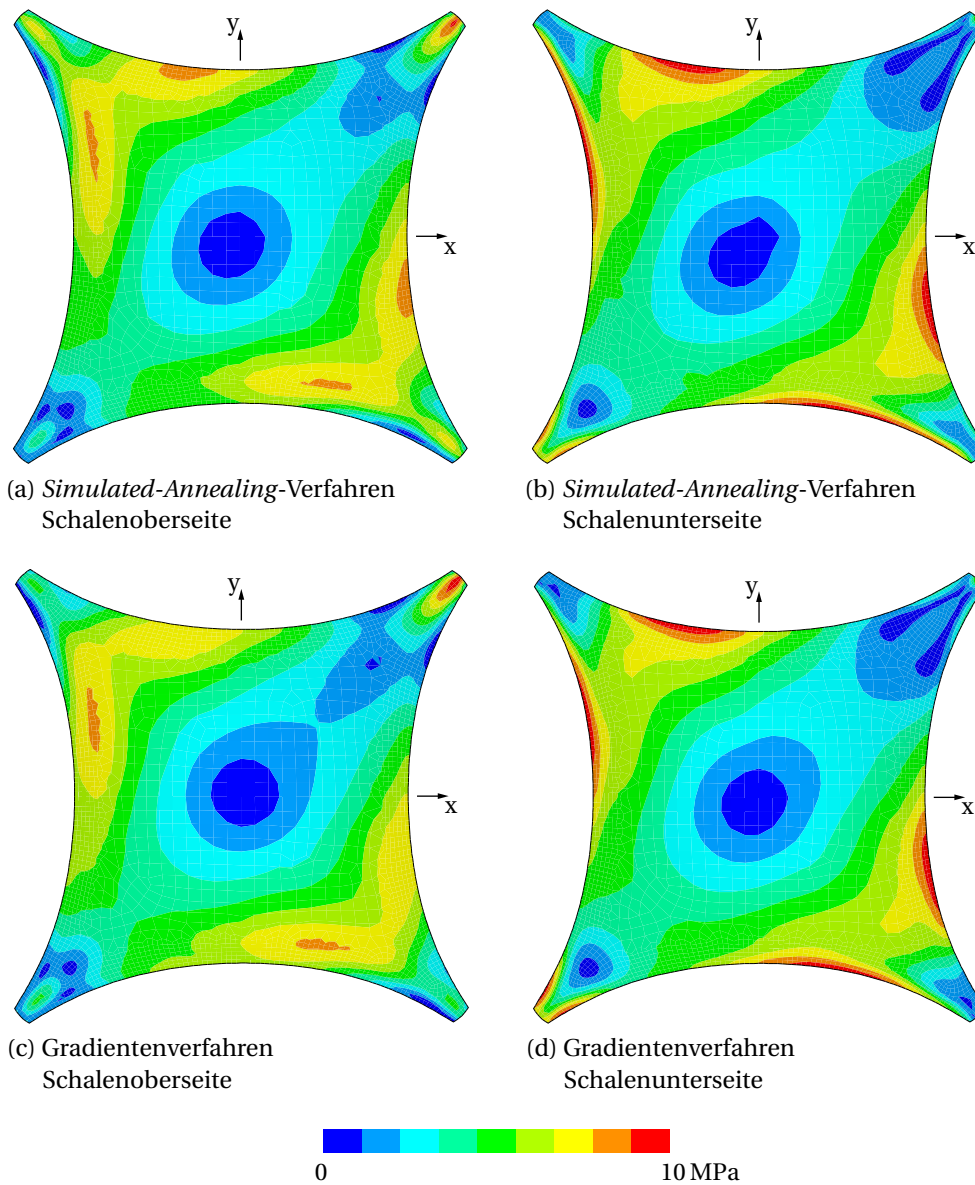


Abbildung 5.5 Von-Mises-Spannungen unter viertelseitiger Belastung von 1.000 N/m^2 (Verteilung nach Abb. 3.6) in den aktiven Zuständen

¹¹Abb. 5.3 ist identisch mit Abb. 3.14 auf S. 29 und wird hier zur besseren Übersichtlichkeit erneut dargestellt. Gleiches gilt für Abb. 5.4 (vgl. Abb. 3.11 auf S. 27) und für Abb. 5.7 (vgl. Abb. 3.13(a) auf S. 28)

zustand entlang der diagonalen Symmetrieachse zeigt die entsprechenden Biegeverformungen in Auflagernähe.

Im Optimierungsprozess wird der Wert der Maximalspannung minimiert. Für die Plausibilisierung der Optimierungsergebnisse ist eine vergleichende Betrachtung der gesamten Spannungsfelder im passiven und im aktiven Zustand sinnvoll. Diese Betrachtung erfolgt an dem besten Durchlauf der drei *Simulated-Annealing*-Optimierungsläufe (Durchlauf 2) und der Lösung des Gradientenverfahrens. Die beiden Ergebnisse unterscheiden sich maßgeblich in den Werten für x_2 und x_3 , die optimierten maximalen Spannungswerte sind ähnlich (vgl. Tab. 5.1 und 5.2). In Abb. 5.5 sind die entsprechenden Spannungsfelder in den aktiven Zuständen dargestellt.

Es zeigt sich in Abb. 5.5, dass die beiden Lösung nicht nur hinsichtlich des optimierten Maximalwerts der auftretenden Spannungen vergleichbar sind, sondern dass die Spannungsverteilungen insgesamt eine große Ähnlichkeit aufweisen. Darüber hinaus ist eine Homogenisierung der Spannungsfelder im Vergleich zum passiven Zustand ersichtlich, wobei mehrere Bereiche verteilt über die Struktur maximalen Spannungswerten unterliegen. Bei der Adaption wird somit die Spannung an der im passiven Zustand am stärksten ausgenutzten Stelle reduziert, während die Spannungen in anderen Bereichen der Struktur zunehmen. Am Minimum der Zielfunktion weisen mehrere Orte der Struktur die gleichen Werte der Maximalspannung auf. Eine weitere Aktivierung jedes verfügbaren Freiheitsgrads bedeutet eine Erhöhung der Spannung an mindestens einem dieser Orte und somit eine Entfernung vom ermittelten Optimum.

Die Verformungszustände beider Optimierungslösungen sind in Abb. 5.6 dargestellt. Der Abbau der Biegeverformungen im Auflagerbereich ist deutlich erkennbar (vgl. Abb. 5.4). Zu untersuchen ist, ob sich durch die Adaption eine Veränderung

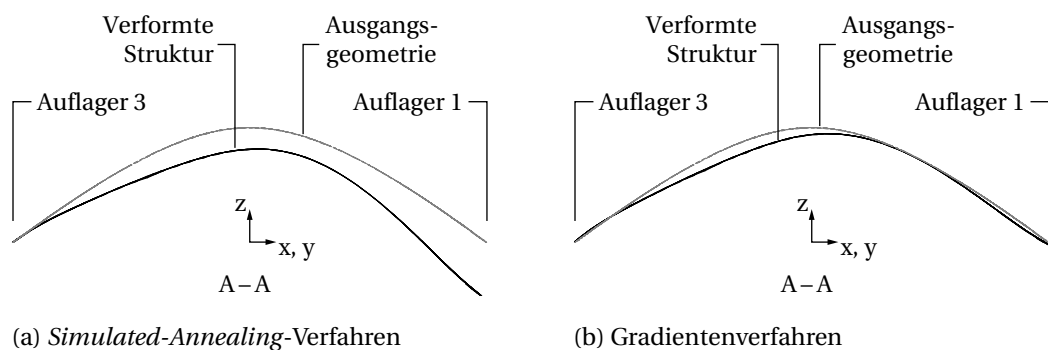


Abbildung 5.6 Verformung entlang der Diagonalen (Schnitt A-A in Abb. 5.4) bei viertelseitiger Belastung von 1.000 N/m^2 (Verteilung nach Abb. 3.6) in den aktiven Zuständen (Darstellung in 20-facher Überhöhung)

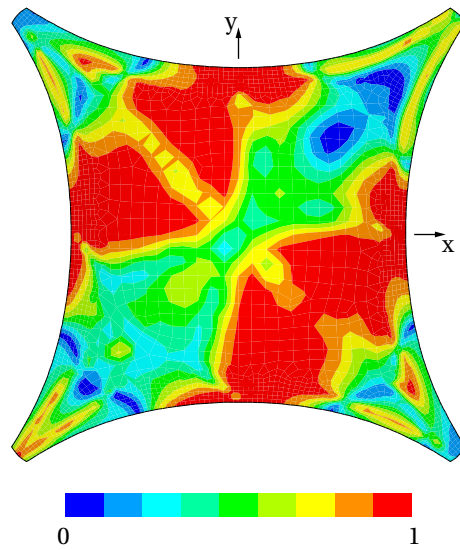


Abbildung 5.7 Gütekriterium R nach Gl. (3.6) für die Spannungen in x' -Richtung (quasi-radial) unter viertelseitiger Belastung von 1.000 N/m^2 (Verteilung nach Abb. 3.6) im passiven Zustand

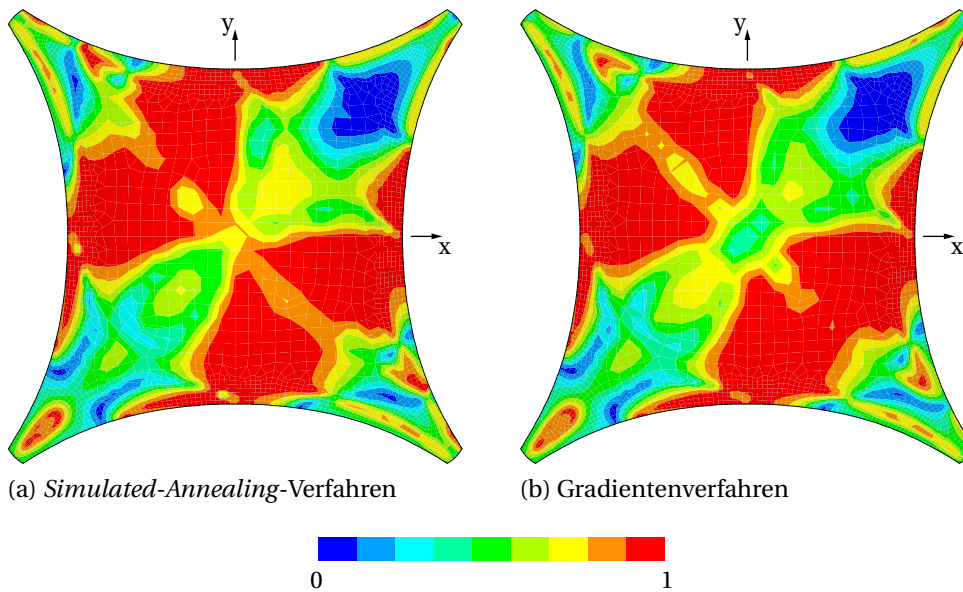


Abbildung 5.8 Gütekriterium R nach Gl. (3.6) für die Spannungen in x' -Richtung (quasi-radial) unter viertelseitiger Belastung von 1.000 N/m^2 (Verteilung nach Abb. 3.6) in den aktiven Zuständen

des Gütekriteriums R , also des Anteils der Biegespannung an der Gesamtspannung ergibt. Die Verteilung des Gütekriteriums R für die maßgebenden Spannungen in x' -Richtung (quasi-radial) im passiven Zustand ist in Abb. 5.7 dargestellt.¹² Vergleichend dazu sind in Abb. 5.8 die Verteilungen des Gütekriteriums im aktiven Zustand für die Lösung mit dem *Simulated-Annealing*-Verfahren und mit dem Gradientenalgorithmus dargestellt.

Die aktiven Zustände zeigen im Vergleich mit dem passiven Zustand nur geringfügige Änderungen des Gütekriteriums R . Der Anteil der Biegespannungen an der Gesamtspannung wird nicht wesentlich verringert. Die Minimierung der auftretenden Maximalspannung erfolgt somit nicht allein durch die Verringerung der Biegespannungen, sondern einhergehend mit einer Verringerung der Membrananteile.

Eine nähere Untersuchung der Beanspruchungsänderung an dem im passiven Zustand maximal beanspruchten Ort ist sowohl über eine Ermittlung der Schnittkräfte als auch anhand der Betrachtung des daraus resultierenden Spannungsverlaufs im Schalenquerschnitt möglich. Der kritische Bereich ist in Schnitt B–B in Abb. 5.9 dargestellt.

Die Ermittlung der Schnittkräfte am Schnitt B–B erfolgt anhand einer Gleichgewichtsbetrachtung (unter Berücksichtigung der Verformung) des Teilbereichs zwischen Schnitt B–B und Auflager 3. Dieser Teilbereich unterliegt neben den Auflagerreaktionen nur dem Eigengewicht, welches in dieser Untersuchung vernachlässigt wird. In Abb. 5.10 sind der betrachtete Teilbereich sowie dessen angreifende Kräfte im passiven und in den aktiven Zuständen dargestellt. Die entsprechenden Werte für die Auflagerreaktionen F_h und F_v und die sich daraus ergebenden Schnittkräfte sind in Tab. 5.3 zusammengefasst. Die Ergebnisse zeigen nur geringfügige Änderungen der Auflagerreaktionen und der Normalkraft N am Querschnitt B–B. Das Moment M am Querschnitt wird um näherungsweise den Faktor 3 reduziert. Die Querkraft Q nimmt leicht ab.

Die Betrachtung der Spannungen entlang Schnitt B–B erfolgt anhand der Knotenspannungen aus Ansys. Die entsprechenden Werte im passiven Zustand und in den aktiven Zuständen nach den Lösungen des *Simulated-Annealing*-Verfahrens und des Gradientenverfahrens sind in Tab. 5.4 dargestellt.

Aufgrund der Krümmung des Querschnitts senkrecht zur Schnittebene entlang der Schnittposition B–B (schematisch dargestellt in Tab. 5.4) entstehen bei Biegebe-

¹²In der Optimierung werden die von-Mises-Spannungen zur Bildung der Zielfunktion angesetzt. Die Darstellung des Gütekriteriums R ist aufgrund der Richtungsunabhängigkeit für die von-Mises-Spannung nicht sinnvoll. Stattdessen erfolgt die Betrachtung für die Normalspannungen in x' -Richtung, da diese im Auflagerbereich maßgeblich für die Ausbildung der von-Mises-Spannungen sind (siehe Abschnitt 3.1.5).

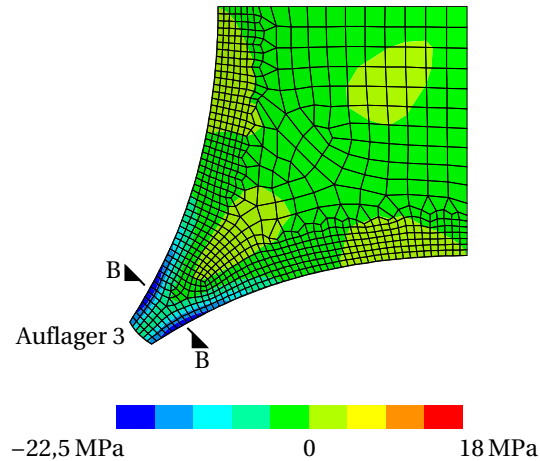


Abbildung 5.9 Schnittposition im kritischen Bereich im passiven Zustand unter viertelseitiger Belastung von 1.000 N/m^2 . Dargestellt sind die Spannungen in x' -Richtung (quasi-radial) auf der Schalenunterseite (Ausschnitt aus Abb. 3.10(b)).

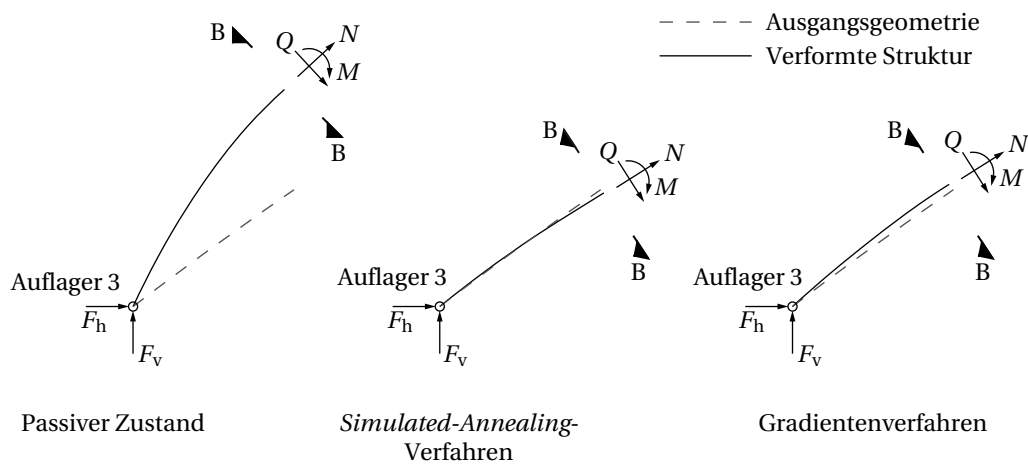


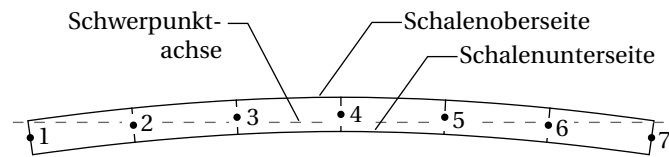
Abbildung 5.10 Schematische Darstellung des Teilbereichs zur Ermittlung der Schnittkräfte am Schnitt B–B im passiven Zustand und in den aktiven Zuständen nach dem *Simulated-Annealing*-Verfahren und dem Gradientenalgorithmus. Betrachtet wird jeweils der Bereich am Auflager 3 in Schnitt A–A (siehe Abb. 5.4 und 5.6). Die Verformungen sind in 20-facher Überhöhung dargestellt. Die Kräfte sind in Tab. 5.3 zusammengefasst.

Tabelle 5.3 Auflagerreaktionen und Schnittkräfte am Schnitt B–B (siehe Abb. 5.10)

	Passiver Zustand	Aktiver Zustand	
		<i>Simulated- Annealing- Verfahren</i>	Gradienten- algorithmus
F_h (kN)	29,7	30,3	30,3
F_v (kN)	19,9	20,9	21,0
M (kN m)	1,76	0,54	0,62
N (kN)	-35,8	-36,8	-36,9
Q (kN)	-1,4	-0,94	-0,89

anspruchung des Gesamtquerschnitts zusätzlich zu den Elementbiegespannungen auch Membranspannungen in Abhängigkeit von der Entfernung zur Schwerpunktsachse. Dies ist am Verlauf der Membrananteile erkennbar (negative Spannungswerte an den Knoten 1 und 7 und positiver Spannungswert am Knoten 4, siehe Tab. 5.4). Die Reduzierung der Biegebeanspruchung auf den Gesamtquerschnitt bewirkt somit nicht nur eine Reduzierung der Biegeanteile, sondern auch der Membrananteile der Spannungen. Da sich die Spannungsminimierung auf beide Anteile auswirkt, entstehen sowohl positive als auch negative Änderungen des Gütekriteriums R . Eine Verbesserung des Spannungszustands durch die Adaption der Auflagerpositionen ist somit im vorliegenden Fall nicht zwingend auf eine deutlichere Ausprägung des Membranzustands zurückzuführen.

Tabelle 5.4 Spannungswerte und Gütekriterium R in lokaler x' -Richtung (quasi-radial) an den FEM-Knoten entlang Schnitt B–B aus Abb. 5.9 im passiven und in den aktiven Zuständen



Passiver Zustand							
Schalenoberseite (MPa)	0,7	5,8	13,2	15,4	12,3	4,8	0,1
Schalenunterseite (MPa)	-21,6	-16,2	-8,2	-5,5	-9,2	-17,2	-22,2
Membrananteil (MPa)	-10,4	-5,2	2,5	4,9	1,6	-6,2	-11,1
Biegeanteil (MPa)	11,1	11,0	10,7	10,5	10,7	11,0	11,1
Gütekriterium R	0,52	0,68	0,81	0,68	0,87	0,64	0,50
Aktiver Zustand (<i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren)							
Schalenoberseite (MPa)	-1,1	0,6	3,0	3,8	2,7	0,3	-1,3
Schalenunterseite (MPa)	-8,5	-6,7	-4,1	-3,2	-4,4	-7,0	-8,7
Membrananteil (MPa)	-4,8	-3,1	-0,5	0,3	-0,8	-3,4	-5,0
Biegeanteil (MPa)	3,7	3,7	3,6	3,5	3,6	3,7	3,7
Gütekriterium R	0,44	0,54	0,87	0,92	0,81	0,52	0,43
Aktiver Zustand (Gradientenalgorithmus)							
Schalenoberseite (MPa)	-1,0	0,7	3,3	4,1	3,0	0,4	-1,2
Schalenunterseite (MPa)	-8,9	-7,0	-4,2	-3,3	-4,5	-7,3	-9,1
Membrananteil (MPa)	-4,9	-3,1	-0,4	0,4	-0,8	-3,5	-5,2
Biegeanteil (MPa)	3,9	3,9	3,8	3,7	3,8	3,9	3,9
Gütekriterium R	0,44	0,55	0,90	0,90	0,83	0,53	0,43

5.3 Bewertung der Homogenisierung

Zur Verdeutlichung der Veränderung der Spannungszustände dient eine dreidimensionale Darstellung der Spannungsfelder. Verglichen wird dabei in Abb. 5.11 beispielhaft die Verteilung der von-Mises-Spannungen auf der Schalenunterseite unter viertelseitiger Belastung von 1.000 N/m^2 im passiven Zustand (vgl. Abb. 5.3(b)) und im aktiven Zustand nach der Lösung des *Simulated-Annealing*-Verfahrens (vgl. Abb. 5.5(b)).¹³ Der Abbau der Spannungsspitzen bei gleichzeitiger Erhöhung der Spannung im Bereich der freien Ränder ist deutlich erkennbar.

Als quantitative Aussage der Homogenisierung der Spannungsfelder lässt sich die Standardabweichung der betrachteten Knotenspannungen heranziehen. Die Standardabweichung s ergibt sich aus

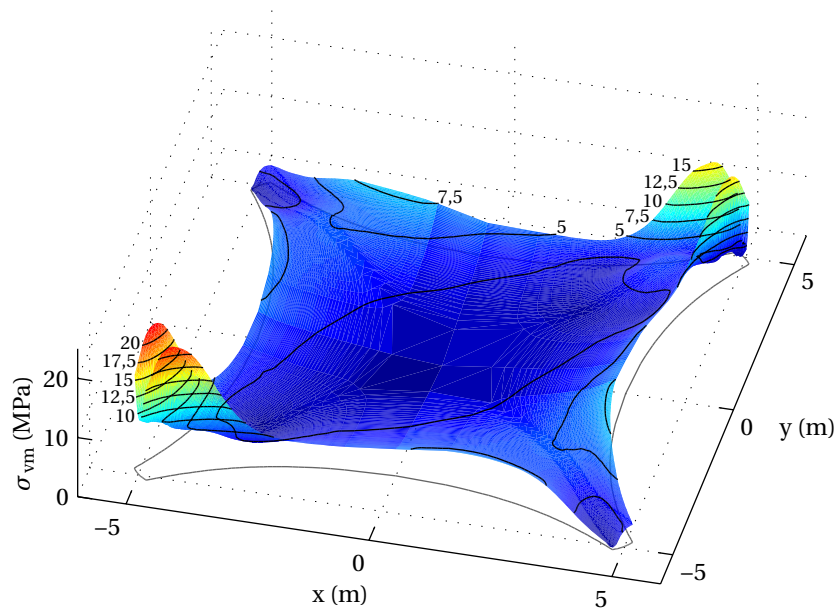
$$s = \frac{1}{n_s} \left(\sum_{i=1}^{n_s} (\sigma_i - \bar{\sigma})^2 \right)^{1/2} \quad (5.1)$$

mit dem Mittelwert

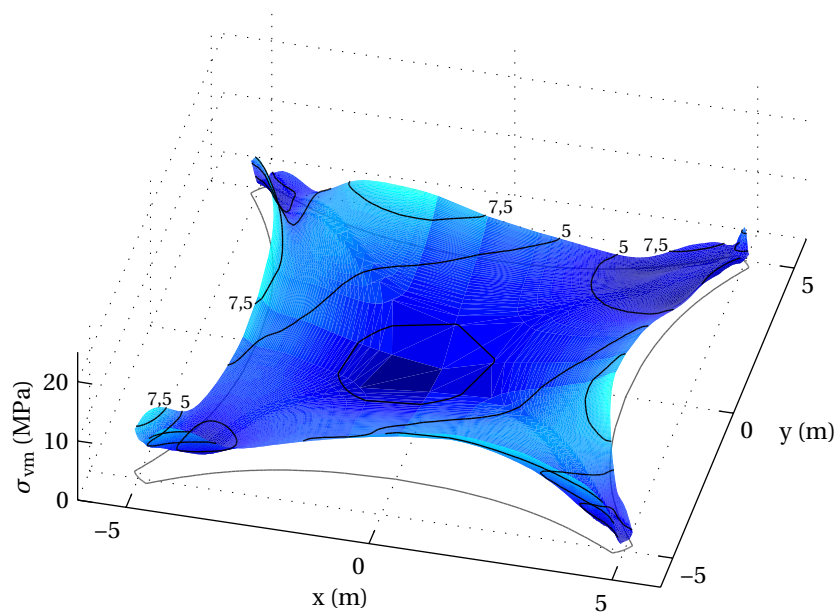
$$\bar{\sigma} = \frac{\sum_{i=1}^{n_s} (\sigma_i)}{n_s}.$$

Dabei ist σ_i der Spannungswert am Knoten i und n_s ist die Anzahl aller zu betrachtenden Spannungswerte. In Tab. 5.5 sind die Ergebnisse für den Mittelwert und die Standardabweichung für die Betrachtung der von-Mises-Spannung zusammengefasst. Der Mittelwert der Spannungswerte liegt im aktiven Zustand leicht höher als im passiven Zustand. Die Standardabweichung nimmt im aktiven Zustand um 12 % ab. Die Unterschiede zwischen den beiden untersuchten Optimierungsverfahren sind diesbezüglich minimal.

¹³Auf die Darstellung des sehr ähnlichen Spannungszustands aus dem Gradientenverfahren wird an dieser Stelle verzichtet.



(a) Passiver Zustand



(b) Aktiver Zustand

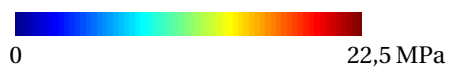


Abbildung 5.11 Spannungsfelder auf der Schalenunterseite im passiven und im aktiven Zustand (Lösung nach *Simulated-Annealing*-Verfahren) unter viertelseitiger Belastung von 1.000 N/m^2 . Abgebildet auf der vertikalen Achse sind die von-Mises-Spannungen über den projizierten Grundriss.

Tabelle 5.5 Quantitative Bewertung der Homogenisierung der Spannungsfelder unter Betrachtung des Mittelwerts und der Standardabweichung der auftretenden Spannungswerte

	Passiver Zustand	Aktiver Zustand	
		<i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren	Gradientenalgorithmus
$\sigma_{vm,max}$ (MPa)	22,56	9,57	10,00
$\bar{\sigma}_{vm}$ (MPa)	4,26	4,74	4,67
s_{vm} (MPa)	2,76	2,17	2,18

5.4 Betrachtung der Auflagerreaktionen

Bei der Verschiebung der Auflager ist zu erwarten, dass sich neben einer Änderung des Spannungszustands auch eine Umlagerung der Auflagerkräfte einstellt. Die Größe der Kraftänderung gibt Aufschluss darüber, welchen Einfluss die Adaption auf die tragstrukturelle Dimensionierung der Auflager und der aktiven Komponenten hat. Entsprechend der Kennzeichnung in Abb. 5.12 sind in Tab. 5.6 die Auflagerreaktionen im passiven Zustand und in den beiden untersuchten aktiven Zuständen dargestellt.

Die maximalen Veränderungen der Auflagerkräfte liegen mit 2,8 kN in der Grö-

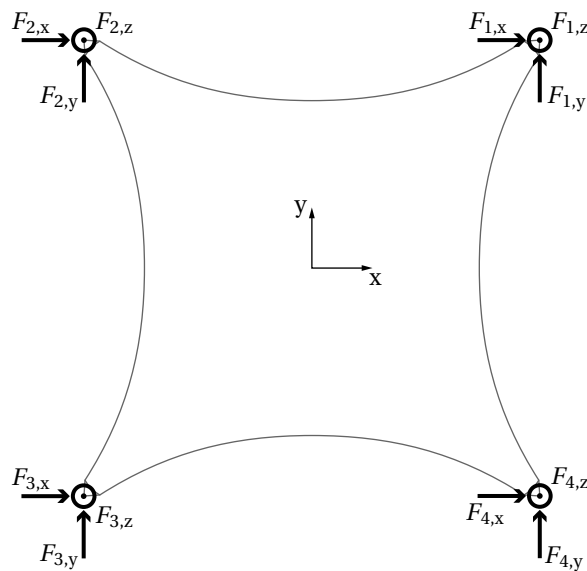


Abbildung 5.12 Kennzeichnung der Auflagerreaktionen in Tab. 5.6

Tabelle 5.6 Auflagerreaktionen im passiven und in den aktiven Zuständen

	Passiver Zustand	Aktiver Zustand	
		<i>Simulated- Annealing- Verfahren</i>	Gradienten- algorithmus
$F_{1,x}$ (kN)	-27,00	-28,86	-28,83
$F_{1,y}$ (kN)	-27,00	-28,86	-28,83
$F_{1,z}$ (kN)	28,64	30,27	29,80
$F_{2,x}$ (kN)	12,68	11,37	11,72
$F_{2,y}$ (kN)	-6,70	-3,94	-4,30
$F_{2,z}$ (kN)	9,96	8,64	8,84
$F_{3,x}$ (kN)	21,02	21,43	21,41
$F_{3,y}$ (kN)	21,02	21,42	21,40
$F_{3,z}$ (kN)	19,93	20,94	21,01
$F_{4,x}$ (kN)	-6,70	-3,94	-4,30
$F_{4,y}$ (kN)	12,68	11,37	11,72
$F_{4,z}$ (kN)	9,96	8,64	8,84

ßenordnung von ca. 10 % der maximal auftretenden Auflagerreaktion im passiven Zustand. Die Auswirkung der Adaption auf die tragstrukturelle Auslegung der Auflagerkomponenten ist somit für den untersuchten Fall gering. Die Adaption erfolgt ohne eine signifikante Zwängung durch die Aufbringung zusätzlicher Kräfte an den Auflagern.

5.5 Energetische Betrachtung

Beim Aufbringen von Kräften kommt es zu Verformungen der Struktur. Die dabei verrichtete Arbeit der Lasten (Formänderungsarbeit) geht unter Annahme elastischen Materialverhaltens in Dehnungsenergie des Tragwerks über. Durch die Verschiebung der Auflager ändert sich dieser Energiezustand. Die durch die Auflager verrichtete Arbeit setzt sich dabei zusammen aus der Änderung der Dehnungsenergie in der Struktur und der Arbeit, welche durch die bereits aufgebrauchten Lasten bei der Änderung des Verformungszustands verrichtet wird.

In Tab. 5.7 sind die Energiezustände vergleichend dargestellt. In die Werte der durch die Auflager verrichteten Arbeit gehen Verschiebungen, die entgegen der Auflagerreaktion gerichtet sind, negativ ein. Dies führt in der Gesamtsumme für beide Optimierungsfälle zu negativen Arbeiten, wobei sich eine vergleichsweise

Tabelle 5.7 Energetische Betrachtung der Auflagerverschiebung

	Passiver Zustand	Aktiver Zustand	
		<i>Simulated- Annealing- Verfahren</i>	Gradienten- algorithmus
Auflagerarbeit (N m)		-2.202	-275
Dehnungsenergie (N m)	125	151	145

geringe Zunahme der Dehnungsenergie zeigt. Der Hauptteil der Auflagerarbeiten wird im untersuchten Fall durch die Arbeit der bereits aufgebrauchten Lasten kompensiert.¹⁴ Insbesondere aufgrund der hohen negativen vertikalen Verschiebung am Auflager 1 beim *Simulated-Annealing*-Verfahren (siehe x_2 für Durchlauf 2 in Tab. 5.1) verrichten die aufgebrauchten Lasten bei der Verformung (siehe Abb. 5.6(a)) positive Arbeit.

Zu beachten ist, dass die angegebenen Auflagerarbeiten nur in Bezug auf den Energiezustand der Struktur aussagekräftig sind. Eine direkte Relation zum notwendigen Energieaufwand der Aktuatorik kann aufgrund zusätzlicher Verluste nicht hergestellt werden. In einer realistischen Anwendung kommt die Fragestellung der Energierückgewinnung für den Fall negativer verrichteter Arbeit hinzu.

¹⁴Die leichte Zunahme der Gesamtdehnungsenergie korreliert mit der leichten Zunahme des Mittelwerts aller betrachteten Spannungswerte in Tab. 5.5.

6 Optimierung der Auflagerpositionen für verschiedene Materialien und Lastfälle

Zur Optimierung der Auflagerpositionen sind in den Abschnitten 4.2 bis 4.6 die Entwicklung und Validierung eines globalen Optimierungsverfahrens basierend auf dem *Simulated-Annealing*-Algorithmus dargestellt. Eine vergleichende Untersuchung eines Gradientenverfahrens in Abschnitt 4.7 zeigt an dem untersuchten Beispiel ähnlich gute Ergebnisse hinsichtlich der Reduzierung der Maximalspannungen. Insbesondere bei der Optimierung mit mehr als 2 Optimierungsvariablen liefert der Gradientenalgorithmus deutlich schneller eine Lösung.

Das Gradientenverfahren findet das lokale Minimum, das dem Startpunkt am nächsten liegt. Im Sinne einer praxisrelevanten Minimierung der Aktivierungswege bei der Adaption ist es somit sinnvoll, eine Lösung nahe dem passiven Ausgangszustand (basierend auf dem Gradientenverfahren) mit einer globalen Lösung zu vergleichen. Weiterhin liefert der Verlauf des Gradientenverfahrens eine für den Verschiebungsvorgang sinnvolle Trajektorie stetig abfallender Maximalspannungen.

Die bisherigen Untersuchungen beziehen sich auf ein Material (allg. isotrop) und einen Lastfall (viertelseitige Auflast). In den folgenden Abschnitten wird die Optimierung der Auflagerposition auf alle drei Materialansätze nach Tab. 3.1 und die Betrachtung verschiedener Lastfälle ausgeweitet. Vergleichend kommen dabei jeweils das *Simulated-Annealing*-Verfahren und der Gradientenalgorithmus zum Einsatz. Beim *Simulated-Annealing*-Verfahren werden die Eingangsparameter der Optimierung gemäß den Parametern in Abschnitt 4.6 angepasst, um die entsprechenden Kriterien eines sinnvollen Optimierungslaufs (Anfangs- und Endwahrscheinlichkeit der Annahme schlechterer Lösungen sowie Verlauf der Zielfunktion bzw. der Lösungsversuche) zu erfüllen. Die erzielten Ergebnisse der Spannungsminimierung werden für verschiedene Lastniveaus verglichen.

Für die Aufbringung partieller Lasten wird die Struktur wie in Abb. 6.1 dargestellt in 16 Sektoren unterteilt. Die Angabe der Lastverteilung in den Tabellen 6.1, 6.6, 6.7 und 6.8 erfolgt gemäß diesen Sektoren. In der Untersuchung des allgemeinen isotropen Materials wird zusätzlich zu den flächig verteilten Lasten eine Belastung des freien Randbereichs untersucht. Für die Betrachtung der mehrlagigen Holzstruktur werden zusätzlich zu den auf die eigentliche Schalenfläche bezogenen Flächenlasten Umweltlasten (Wind und Schnee) betrachtet. Eine Herleitung der entsprechenden Belastungswerte erfolgt in Abschnitt 6.4.1.

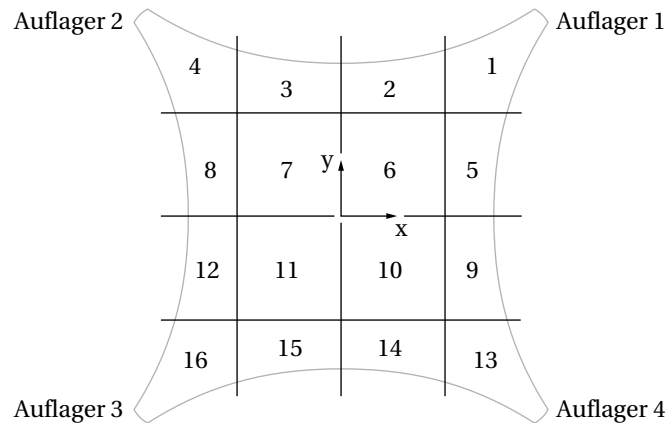


Abbildung 6.1 Kennzeichnung der Belastungssektoren in Tabellen 6.1, 6.6, 6.7 und 6.8

6.1 Optimierung für isotrope Materialien

Für die Modellierungen mit dem allgemeinen isotropen Material und mit Beton wird das Materialgesetz nach Tab. 3.2 angesetzt. Die Unterscheidung zwischen den beiden Materialien liegt in der Bildung der Zielfunktion, wobei bei dem allgemeinen isotropen Material die maximale von-Mises-Spannung und bei Beton die maximale Zugspannung (erste Hauptspannung) minimiert wird. Die Schalendicke beträgt wie in den bisherigen Untersuchungen $t_s = 25 \text{ mm}$. Die untersuchten Belastungen sind in Tab. 6.1 zusammengefasst. Die Optimierung erfolgt gemäß Abb. 4.4 unter Ausnutzung der Symmetrie mit 4 (viertelseitige Belastung) bzw. mit 3 Optimierungsvariablen (halbseitige Belastung, Randbelastung).

Tabelle 6.1 Lastfälle für die Untersuchung mit dem allgemeinen isotropen Material und mit Beton. Alle Belastungen wirken vertikal und sind flächig verteilt bezogen auf die tatsächliche Schalenfläche.

Material	Zielfunktion	Belastung	Sektoren	Last (N/m ²)
allg. isotrop	von-Mises- Spannung	viertelseitig	1, 2, 5, 6	500, 1.000, 2.000
		halbseitig	1–8	500, 1.000, 2.000
		Rand	2,3	5.000
Beton	erste Haupt- spannung	viertelseitig	1, 2, 5, 6	500, 1.000, 2.000
		halbseitig	1–8	500, 1.000, 2.000

6.2 Ergebnisse der Optimierung für das allgemeine isotrope Material

Gemäß Tab. 6.1 wird die Optimierung für das allgemeine isotrope Material für drei verschiedene Belastungssituationen flächig verteilter Auflasten durchgeführt. In Tab. 6.2 und 6.3 sind die Ergebnisse der Optimierung jeweils für das *Simulated-Annealing*-Verfahren und für den Gradientenalgorithmus dargestellt.

Die gefundenen Lösungen beider Verfahren sind in Bezug auf die maximalen

Tabelle 6.2 Ergebnisse der Optimierung mit dem *Simulated-Annealing*-Verfahren für das allgemeine isotrope Material. Die aufgebrachten Lasten sind in Tab. 6.1 dargestellt. Die Optimierungsvariablen $x_1 \dots x_n$ entsprechen den Auflagerverschiebungen gemäß Abb. 4.4.

Belastung	Last (N/m ²)	$\sigma_{vm,max}^{passiv}$ (MPa)	$\sigma_{vm,max}^{aktiv}$ (MPa)	$\Delta\sigma_{vm,max}$ (%)	x_1 (mm)	x_2 (mm)	x_3 (mm)	x_4 (mm)
flächig verteilt, viertelseitig	500	11,6	5,0	-57	3,8	-2,4	12,7	18,0
	1.000	22,6	9,6	-58	-6,1	-79,4	6,8	34,4
	2.000	57,3	19,8	-65	13,4	25,9	56,2	59,0
flächig verteilt, halbseitig	500	12,3	6,8	-45	-10,0	4,3	-11,3	
	1.000	23,7	13,4	-43	-18,5	5,6	-20,3	
	2.000	50,9	28,0	-45	-48,6	7,7	-38,1	
Rand	5.000	29,9	19,9	-33	15,0	4,4	-3,0	

Tabelle 6.3 Ergebnisse der Optimierung mit dem Gradientenalgorithmus für das allgemeine isotrope Material. Die aufgebrachten Lasten sind in Tab. 6.1 dargestellt. Die Optimierungsvariablen $x_1 \dots x_n$ entsprechen den Auflagerverschiebungen gemäß Abb. 4.4.

Belastung	Last (N/m ²)	$\sigma_{vm,max}^{passiv}$ (MPa)	$\sigma_{vm,max}^{aktiv}$ (MPa)	$\Delta\sigma_{vm,max}$ (%)	x_1 (mm)	x_2 (mm)	x_3 (mm)	x_4 (mm)
flächig verteilt, viertelseitig	500	11,6	5,1	-56	3,5	-2,8	11,9	16,9
	1.000	22,6	10,0	-56	5,5	-5,6	21,7	30,1
	2.000	57,3	19,9	-65	-0,6	-11,4	50,4	55,6
flächig verteilt, halbseitig	500	12,3	6,7	-45	-8,8	5,3	-10,6	
	1.000	23,7	13,4	-44	-17,5	6,1	-19,5	
	2.000	50,9	27,9	-45	-48,6	6,3	-36,1	
Rand	5.000	29,9	20,0	-33	15,6	4,9	1,1	

Spannungswerte vergleichbar. Die Lösungswerte für die Optimierungsvariablen unterliegen beim *Simulated-Annealing*-Verfahren Streuungen, so dass kein klarer Zusammenhang zwischen Belastung und Verschiebungsweg erkennbar ist. Die Lösungen des Gradientenverfahrens hingegen zeigen ein tendenzielles Ansteigen der Verschiebungswerte mit zunehmender Belastung.

Die Reduzierung der maximalen Spannung nimmt mit steigender Belastung zu, die maximale Reduzierung beträgt 65 % bei einer viertelseitigen Last von 2.000 N/m^2 . Wird im Sinne einer Bemessung der Maximalwert aus allen Lastfällen betrachtet, so liegt dieser Wert im passiven Zustand bei $57,3 \text{ MPa}$, im aktiven Zustand bei $28,0 \text{ MPa}$, was einer Reduzierung von 51 % entspricht.

6.3 Ergebnisse der Optimierung für Beton

Die Optimierung für das Material Beton wird gemäß Tab. 6.1 anhand von zwei verschiedenen Belastungssituationen untersucht. Optimierungsziel ist die Minimierung der maximalen Zugspannung (erste Hauptspannung). Dabei wird der zweidimensionale Spannungszustand auf der Schalenoberseite bzw. der Schalenunterseite betrachtet. In Tab. 6.4 sind die Ergebnisse der Optimierung für das *Simulated-Annealing*-Verfahren dargestellt.

Für das Gradientenverfahren ist die Glättung der Zielfunktion nach Gl. (4.14) nicht direkt anwendbar, da negative Werte $\sigma_i < 0$ der ersten Hauptspannung (Bereiche reiner Druckbeanspruchung) mit derselben Gewichtung wie betragsmäßig gleiche Werte zugbeanspruchter Bereiche in die Aufstellung der geglätteten Funktion $f_g(\mathbf{x})$ einfließen würden. Die Spannungswerte σ_i in der Glättung der Zielfunktion in

Tabelle 6.4 Ergebnisse der Optimierung mit dem *Simulated-Annealing*-Verfahren für Beton. Die aufgebrachten Lasten sind in Tab. 6.1 dargestellt. Die Optimierungsvariablen $x_1 \dots x_n$ entsprechen den Auflagerverschiebungen gemäß Abb. 4.4.

Belastung	Last (N/m^2)	$\sigma_{1,\max}^{\text{passiv}}$ (MPa)	$\sigma_{1,\max}^{\text{aktiv}}$ (MPa)	$\Delta\sigma_{1,\max}$ (%)	x_1 (mm)	x_2 (mm)	x_3 (mm)	x_4 (mm)
flächig verteilt, viertelseitig	500	7,1	3,5	-51	-11,0	-65,9	-6,1	9,7
	1.000	16,7	7,4	-56	-13,9	-61,9	7,1	17,3
	2.000	54,2	16,5	-70	-45,5	-190,5	8,7	41,9
flächig verteilt, halbseitig	500	7,1	4,9	-31	-2,9	-5,4	-8,3	
	1.000	18,3	10,8	-41	-11,8	-11,9	-16,4	
	2.000	50,9	24,4	-52	-40,7	-23,5	-35,4	

Tabelle 6.5 Ergebnisse der Optimierung mit dem Gradientenalgorithmus für Beton. Die aufgetragenen Lasten sind in Tab. 6.1 dargestellt. Die Optimierungsvariablen $x_1 \dots x_n$ entsprechen den Auflagerverschiebungen gemäß Abb. 4.4.

Belastung	Last (N/m ²)	$\sigma_{1,\max}^{\text{passiv}}$ (MPa)	$\sigma_{1,\max}^{\text{aktiv}}$ (MPa)	$\Delta\sigma_{1,\max}$ (%)	x_1 (mm)	x_2 (mm)	x_3 (mm)	x_4 (mm)
flächig	500	7,1	3,3	-53	-1,8	-1,1	8,4	5,8
verteilt,	1.000	16,7	7,7	-54	-6,6	-2,9	19,9	12,0
viertelseitig	2.000	54,2	16,8	-69	-13,2	-8,2	47,2	33,3
flächig	500	7,1	5,0	-30	-2,9	-5,7	-8,2	
verteilt,	1.000	18,3	10,9	-40	-11,8	-12,7	-16,3	
halbseitig	2.000	50,9	24,4	-52	-42,4	-26,8	-31,3	

Gl. (4.14) werden somit zu

$$\sigma_i = \begin{cases} \sigma_i & \sigma_i \geq 0 \\ 0 & \sigma_i < 0 \end{cases} \quad (6.1)$$

angepasst.¹⁵ Die Ergebnisse der Optimierung mit dem Gradientenalgorithmus sind in Tab. 6.5 zusammengefasst.

Die Ergebnisse beider Verfahren sind hinsichtlich der Maximalspannungen vergleichbar. Die Werte der Optimierungsvariablen zeigen beim *Simulated-Annealing*-Verfahren recht hohe Streuungen. Bei der Lösung mit dem Gradientenverfahren ist eine Tendenz zwischen Belastung und Verschiebungsweg erkennbar.

Die Reduzierung der Spitzenspannung beträgt maximal 70 % bei einer viertelseitigen Last von 2.000 N/m². Unter gleichzeitiger Berücksichtigung der Spannungswerte aus allen Lastfällen liegt die maximale Spannung im passiven Zustand bei 54,2 MPa, im aktiven Zustand bei 24,4 MPa. Dies entspricht einer Reduzierung von 55 %.

6.4 Optimierung für eine mehrlagige Holzstruktur

Die in Abschnitt 3.1.6 dargestellte Modellierung einer Holzstruktur mit orthotropen Materialeigenschaften entspricht dem in Kap. 7 beschriebenen Prototyp. Entsprechend der Aufstellung des Prototyps im Freibereich werden, wie in Tab. 6.6 dargestellt, zusätzlich zu den auf die eigentliche Schalenfläche bezogenen Auflasten

¹⁵Die Forderung nach der stetigen Differenzierbarkeit von $f_g(\mathbf{x})$ wird dabei nicht verletzt, da trotz der Fallunterscheidung nach Gl. (6.1) für $f(\sigma_i) = |\sigma_i|^r$ für alle $r \neq 1$ gilt: $\lim_{\sigma_i \rightarrow 0^+} f'(\sigma_i) = \lim_{\sigma_i \rightarrow 0^-} f'(\sigma_i) = 0$.

Tabelle 6.6 Lastfälle für die Untersuchung der mehrlagigen Holzstruktur. Flächig verteilte Lasten wirken vertikal und sind auf die tatsächliche Schalenfläche bezogen. Schneelasten wirken vertikal und sind über die projizierte Fläche verteilt. Windlasten wirken als Sog- und Drucklasten senkrecht zur Schalenfläche.

Material	Zielfunktion	Belastung	Sektoren	Last (N/m ²)
Holz	Spannung in Faser- richtung	flächig, viertelseitig	1, 2, 5, 6	250, 500, 1.000
		flächig, halbseitig	1–8	250, 500, 1.000
		Schneelast, viertelseitig	1, 2, 5, 6	1.000
		Schneelast, halbseitig	1–8	1.000
		Windlast, Anstr. parallel		Tab. 6.7
		Windlast, Anstr. diagonal		Tab. 6.8

Umweltlasten berücksichtigt. Schneelasten wirken dabei vertikal und sind über die projizierte Grundfläche verteilt. Windlasten wirken senkrecht zur Schalenfläche als Druck- oder Soglasten. Als zu minimierende Spannung wird der Betrag der Normalspannung in Faserrichtung angesetzt.

6.4.1 Ansätze für Schnee- und Windlasten für die untersuchte Geometrie

Entsprechend dem Aufstellungsort des Prototyps in Stuttgart-Vaihingen sind die Schneelasten nach DIN EN 1991-1-3 [95–97] anzusetzen. Der Standort liegt in Schneelastzone 2 auf einer Geländehöhe von $A = 460$ m über dem Meeresspiegel. Es ergibt sich somit ein charakteristischer Wert für die Schneelast auf dem Boden von

$$s_k = 0,25 + 1,91 \left(\frac{A + 140}{760} \right)^2 = 1,44 \text{ kN/m}^2.$$

Für die Schneelast auf Dächern gibt es in der Norm keine gesonderten Angaben für doppelt gekrümmte Schalenträgerwerke. Näherungsweise werden im Rahmen dieser Arbeit die Lastangaben für Tonnendächer betrachtet. Die Norm sieht für diesen Fall zwei Lastanordnungen vor. Eine gleichmäßig verteilte Last ist mit $0,8s_k = 1,12 \text{ kN/m}^2$ anzusetzen, eine ungleichmäßig verteilte Last entsprechend Abb. 6.2 mit $\mu_3 = 2$.

Zusätzlich zu den Lastverteilungen entsprechend der Norm lassen sich zwei weitere partiell verteilte Belastungsszenarien untersuchen, bei denen der Wert einer gleichmäßig verteilten Last nur viertelseitig bzw. halbseitig wirkt. Diese Szenarien führen zu einer höheren Lastdifferenz zwischen den belasteten und den unbelasteten Bereichen als der normative Ansatz nach Abb. 6.2.

Unter Ansatz des vollen Lastniveaus von $1,12 \text{ kN/m}^2$ führt eine viertelseitige Be-

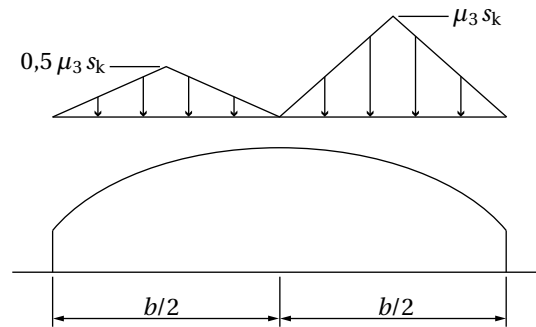


Abbildung 6.2 Unsymmetrische Schneelast für Tonnendächer nach DIN EN 1991-1-3 (nach [95])

lastung an der untersuchten Holzstruktur zum Stabilitätsversagen (Nichtkonvergenz der nichtlinearen FEM-Analyse). Ein reduzierter Wert von $1,0 \text{ kN/m}^2$ führt bei dieser Verteilung zu höheren Spannungsspitzen als der Ansatz für die ungleichmäßig verteilte Belastung nach DIN EN 1991-1-3 (siehe Abb. 6.2). Dementsprechend wird die Optimierung für eine viertelseitige und eine halbseitige Schneelast von $1,0 \text{ kN/m}^2$ durchgeführt.

Windeinwirkungen auf Gebäude werden entsprechend DIN EN 1991-1-4 [95, 98, 99] angesetzt. Der Aufstellungsort des Prototyps befindet sich in Windzone 1 mit einem Grundwert der Basisgeschwindigkeit $v_{b,0} = 22,5 \text{ m/s}$ (mittlere 10-minütige Windgeschwindigkeit). Der Böengeschwindigkeitsdruck für die Berechnung der Windlasten ergibt sich vereinfacht nach [95, 99] für Bauwerke bis 10 m Höhe zu $q_b = 0,5 \text{ kN/m}^2$. Zur Berechnung der eigentlichen Druck- und Sogkräfte sind entsprechende aerodynamische Beiwerte notwendig. Idealerweise dienen Windkanalversuche der Bestimmung der genauen Beiwerte für Freiformflächen. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt stattdessen vereinfachend eine Untersuchung verschiedener Ansätze für ähnliche Strukturformen und eine sinnvolle Herleitung der entsprechenden Beiwerte aus den Ergebnissen.

Die Untersuchung der Windlasten erfolgt entsprechend Abb. 6.3 für zwei verschiedene Windrichtungen. Eine detaillierte Darstellung der Herleitung der Windlasten findet sich in Anhang C. In Tab. 6.7 und Tab. 6.8 sind die Windlasten für die beiden Windrichtungen zusammengefasst.

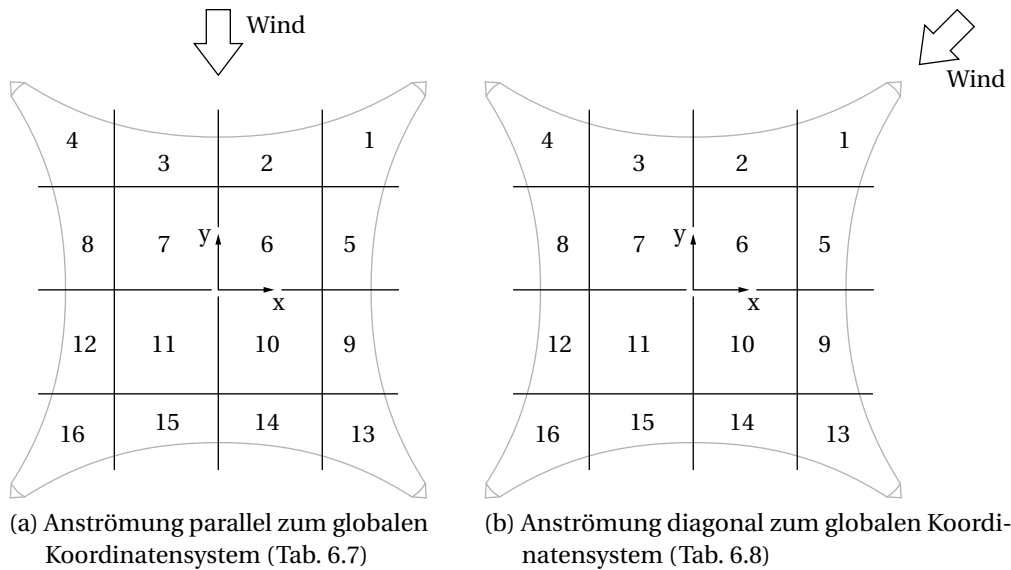


Abbildung 6.3 Betrachtete Windrichtungen für die Windlasten in den Belastungssektoren in Tab. 6.7 und Tab. 6.8

Tabelle 6.7 Windlasten in N/m^2 für die vorliegenden Berechnungen bei Anströmung parallel zum globalen Koordinatensystem nach Abb. 6.3(a)

Sektor	Last	Sektor	Last	Sektor	Last	Sektor	Last
1	250	5	100	9	-350	13	-300
2	300	6	100	10	-400	14	-400
3	300	7	100	11	-400	15	-400
4	250	8	100	12	-350	16	-300

Tabelle 6.8 Windlasten in N/m^2 für die vorliegenden Berechnungen bei diagonaler Anströmung nach Abb. 6.3(b)

Sektor	Last	Sektor	Last	Sektor	Last	Sektor	Last
1	300	5	300	9	100	13	-150
2	300	6	100	10	-150	14	-350
3	100	7	-150	11	-400	15	-400
4	-150	8	-350	12	-400	16	-400

6.5 Ergebnisse der Optimierung für eine mehrlagige Holzstruktur

Für die mehrlagige Holzstruktur werden die Belastungen nach Tab. 6.6 angesetzt. Zu den bisher untersuchten vertikalen Auflasten (Verteilung bezogen auf die eigentliche Schalenfläche) kommen Schneelasten (bezogen auf die projizierte Fläche) und Windlasten (senkrecht zur Schalenfläche wirkend) hinzu. Die Ergebnisse der Optimierung mit dem *Simulated-Annealing*-Verfahren sind in Tab. 6.9 dargestellt. Vergleichend dazu sind in Tab. 6.10 die Optimierungsergebnisse mit dem Gradientenverfahren zusammengefasst.¹⁶

Für nahezu alle Lastfälle erzielen beide Verfahren ähnliche Ergebnisse hinsichtlich der maximalen Spannung. Unter der viertelseitigen Schneelast von 1.000 N/m^2 liegt die Lösung des Gradientenverfahrens mit einer Maximalspannung von 25,1 MPa deutlich über dem Wert des *Simulated-Annealing*-Verfahrens (5,4 MPa). Obwohl die Möglichkeit, dass ein lokales Minimum vorliegt, nicht auszuschließen ist, liegt bei diesem Einzelfall die Vermutung nahe, dass der Gradientenalgorithmus in der

Tabelle 6.9 Ergebnisse der Optimierung mit dem *Simulated-Annealing*-Verfahren für Holz. Die aufgebrachten Lasten sind in Tab. 6.6 dargestellt. Die Optimierungsvariablen $x_1 \dots x_n$ entsprechen den Auflagerverschiebungen gemäß Abb. 4.4.

Belastung	Last (N/m^2)	$\sigma_{x,\max}^{\text{passiv}}$ (MPa)	$\sigma_{x,\max}^{\text{aktiv}}$ (MPa)	$\Delta\sigma_{x,\max}$ (%)	x_1 (mm)	x_2 (mm)	x_3 (mm)	x_4 (mm)
flächig verteilt, viertelseitig	200	4,0	1,7	-58	-0,7	24,8	32,2	21,7
	400	9,0	2,8	-69	4,2	63,8	63,9	41,6
	800	35,0	5,1	-86	-2,8	66,5	105,0	72,9
flächig verteilt, halbseitig	200	4,5	2,3	-49	-35,8	27,6	-2,5	
	400	9,1	4,3	-53	-68,9	56,6	1,4	
	800	25,5	7,6	-70	-209,5	142,9	61,4	
Schnee viertelseitig	1.000	47,8	5,4	-89	0,0	63,8	117,8	87,8
Schnee halbseitig	1.000	29,0	7,5	-74	-217,3	151,6	73,2	
Wind par.	Tab. 6.7	11,6	6,0	-52	-130,4	70,2	17,9	
Wind diag.	Tab. 6.8	11,4	4,5	-60	11,3	72,5	86,4	63,3

¹⁶Die Optimierung für den halbseitigen Lastfall wird wie in Kap. 4 unter Ausnutzung der Symmetrie mit 3 Optimierungsvariablen durchgeführt. Aufgrund des Versatzes der Querschnittsschwerpunktachse der diagonal verlaufenden Lagen zwischen den Auflagern 1 und 3 bzw. 2 und 4 trifft die Annahme der Symmetrie für die halbseitige Belastung nur näherungsweise zu.

Tabelle 6.10 Ergebnisse der Optimierung mit dem Gradientenalgorithmus für Holz. Die aufgetragenen Lasten sind in Tab. 6.6 dargestellt. Die Optimierungsvariablen $x_1 \dots x_n$ entsprechen den Auflagerverschiebungen gemäß Abb. 4.4.

Belastung	Last (N/m ²)	$\sigma_{x,\max}^{\text{passiv}}$ (MPa)	$\sigma_{x,\max}^{\text{aktiv}}$ (MPa)	$\Delta\sigma_{x,\max}$ (%)	x_1 (mm)	x_2 (mm)	x_3 (mm)	x_4 (mm)
flächig	200	4,0	2,5	-38	-7,5	-2,2	16,3	8,5
verteilt,	400	9,0	2,8	-69	-10,1	-8,7	46,6	40,6
viertelseitig	800	35,0	5,6	-84	-36,3	-18,3	97,2	65,2
flächig	200	4,5	2,4	-48	-22,2	2,4	-18,8	
verteilt,	400	9,1	4,6	-50	-37,9	5,3	-33,7	
halbseitig	800	25,5	8,2	-68	-137,9	80,6	-10,6	
Schnee viertelseitig	1.000	47,8	25,1	-48	-17,7	-1,6	13,2	4,3
Schnee halbseitig	1.000	29,0	8,0	-73	-162,1	109,2	13,6	
Wind par.	Tab. 6.7	11,6	6,5	-44	-71,6	1,5	-38,4	
Wind diag.	Tab. 6.8	11,4	4,4	-61	-8,7	-11,9	61,4	54,0

gegebenen Formulierung noch nicht optimal konfiguriert ist. Anpassungen der Suchrichtungsbestimmung sowie der Abbruchkriterien führen hier gegebenenfalls zu deutlichen Verbesserungen, sind aber nicht Bestandteil der vorliegenden Arbeit.

Die Aktivierung der Auflager erzielt eine maximale Reduzierung der Spitzenspannung von 89 % für den viertelseitigen Lastfall Schnee mit 1.000 N/m². Für die gleichzeitige Betrachtung aller Lastfälle im Sinne einer Bemessung liegt die maximale Spannung im passiven Zustand bei 47,8 MPa, im aktiven Zustand bei 7,6 MPa. Dies entspricht einer Reduzierung der bemessungsrelevanten Maximalspannung um 84 %.

Im Hinblick auf das Potential der Materialeinsparnis ist ein Vergleich zwischen der aktiven Struktur mit optimaler Auflagerverschiebung und einer passiven Struktur von Interesse. Vereinfachend werden hierfür die 4 Einzellagen der Holzstruktur in ihrer Dicke vergrößert, bis sich im passiven Zustand unter allen Lastfällen eine maximale Spannung von 7,6 MPa (Maximalwert der untersuchten Struktur im aktiven Zustand, siehe Tab. 6.10) einstellt. Es ergibt sich eine Lagendicke von 15,5 mm für die passive Struktur und folglich eine Gesamtdicke von 62 mm. Bei einer Auslegung als passive Struktur wäre somit unter den beschriebenen Betrachtungsbedingungen ein 55 % höherer Materialeinsatz notwendig, um die Maximalspannungen der passiven Struktur auf das Niveau der aktiven Struktur zu begrenzen.

7 Experimentelle Validierung

Die Untersuchungen in Kap. 3 zeigen, dass insbesondere ungleichmäßig verteilte Auflasten bei Schalentragwerken Inhomogenitäten in den Spannungsfeldern hervorrufen. Wie in Kap. 4 bis 6 dargestellt, kann eine Homogenisierung der Spannungsfelder und somit eine maßgebliche Reduzierung der bemessungsrelevanten Spannungsspitzen durch eine aktive Positionierung der Auflager erreicht werden.

Zur Validierung der Ergebnisse aus der numerischen Simulation wird in diesem Kapitel ein Prototyp eines adaptiven Schalentragwerks untersucht. Die Konstruktion und die Bauweise des Prototyps sind in Abschnitt 7.1 dargestellt. In Abschnitt 7.2 erfolgen im Hinblick auf die weiterführenden experimentellen Untersuchungen ein Abgleich der Schalengeometrie zwischen Modell und Prototyp, die Validierung der zum Einsatz kommenden Sensorik sowie ein Abgleich des Strukturverhaltens. In Abschnitt 7.3 werden die Auflagerpositionen für zwei beispielhafte Belastungsszenarien optimiert und die Ergebnisse der Optimierung mit experimentellen Untersuchungen verglichen.

7.1 Die Stuttgart SmartShell

Die Stuttgart SmartShell ist ein Prototyp eines adaptiven Schalentragwerks und dient im Rahmen dieser Arbeit als Referenzsystem zur Validierung der Simulationsergebnisse. Die Abmessungen des Prototyps entsprechen denen der Struktur, die den bisher beschriebenen Untersuchungen zugrunde liegt (siehe Abb. 3.2). Der Schalenquerschnitt ist, wie in Abschnitt 3.1.6 beschrieben, in vierlagiger Bauweise aus Holz (Typ Fichte/Tanne) mit einer Gesamtdicke von $t_S = 40$ mm ausgeführt (siehe Abb. 3.16). Die mechanischen Eigenschaften des Holzes entsprechen den Werten in Tab. 3.3 (gemäß den Untersuchungen in Anhang A).

7.1.1 Bauweise des Prototyps

Die betrachtete Struktur ist doppelt gekrümmt und somit nicht als Gesamtgeometrie verzerrungsfrei in die Ebene abwickelbar. Für den Prototyp erfolgt eine Approximation der Geometrie durch die Aufteilung der Fläche in schmale Leisten. Die Leisten besitzen einen Ausgangsquerschnitt von $10 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$. Zur Abbildung der doppelten Krümmung benötigen die Leisten einen Zuschnitt entlang geodätischer Linien auf der Schalenfläche. Der Zuschnitt ermöglicht die Konstruktion der

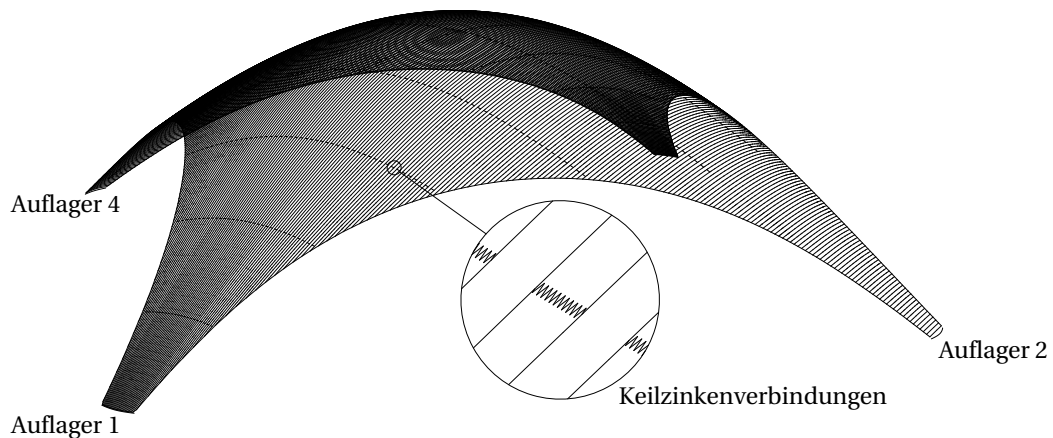


Abbildung 7.1 Zuschnitt der Leisten und Keilzinkenverbindungen. Pro Lage ergeben sich 320 Leistenelemente, unterteilt in 864 Segmente (Grafik: C. Witte/ILEK).

Struktur durch Biegung der Leisten um ihre schwache Querschnittsachse (10 mm Höhe) auf eine formgebende Unterkonstruktion bei nur minimaler Biegung in der Schalenebene. Die Zuschnittsaufteilung einer Lage ist in Abb. 7.1 dargestellt, es ergeben sich 320 Elemente je Lage. Die Zuschnittsaufteilung ist in jeder der vier Lagen identisch.

Aus der Zuschnittsermittlung ergeben sich Leistenelemente mit einer Gesamtlänge von bis zu ca. 16 m (diagonal von Auflager zu Auflager). Der Zuschnitt der Leisten erfolgte CNC-gesteuert an einem Holzbearbeitungszentrum vom Typ PE 170 (Hersteller MAKAS Systems GmbH) am Institut für Werkzeugmaschinen (IfW) der Universität Stuttgart. Fertigungsbedingt sind die Leistenelemente unterteilt in Segmente mit einer Länge von 2,95 m. Die Segmente sind über Keilzinkenverbindungen mit dem Epoxid Spezialharz EP 20 VP/1 (Hersteller Wevo-Chemie GmbH) zu den Gesamtelementen gefügt. Die Keilzinkenverbindung benachbarter Elemente einer Lage ist jeweils versetzt um eine halbe Segmentlänge (siehe Abb. 7.1).

Der Aufbau des Prototyps erfolgte vor Ort (Standort Stuttgart-Vaihingen, Versuchsplattform des ILEK, Pfaffenwaldring 14, Höhe über NN: 458,45 m Oberkante Plattform) auf einer formgebenden Unterkonstruktion (siehe Abb. 7.2). Die Einzellemente der gitterförmigen Unterkonstruktion (Gitterraster 523,3 mm) wurden aus Plattenmaterial (Birke Multiplex) CNC-gefertigt. Zur Unterstützung und Höhenjustage der Unterkonstruktion diente ein Standardbaugerüst (Raster 1,57 m). Die zugeschnittenen Leistenelemente wurden sukzessive und Lage für Lage auf die Unterkonstruktion aufgebracht. Die Verleimung zwischen den Lagen erfolgte mit dem Polyurethanleim Prefere 6000 (Hersteller Dynea Chemicals Oy). Eine temporäre Schraubpressung diente der Lagesicherung und der Bereitstellung des Anpress-



(a) Unterkonstruktion und erste Lage



(b) Verleimung der letzten Lage

Abbildung 7.2 Aufbringung der Leisten der ersten Lage und Verleimung der weiteren Lagen (Darstellung: letzte Lage)



Abbildung 7.3 Prototyp Stuttgart SmartShell (Foto: Bosch Rexroth AG). Im Vordergrund links dargestellt ist das aktive Auflager 1 (siehe Abschnitt 7.1.2).

drucks bis zum Aushärten des Leims. Der fertiggestellte Prototyp ist in Abb. 7.3 dargestellt, weitere Details zum Konstruktionsablauf sind in [100] gegeben.

7.1.2 Aktive Auflager

Die aktive Verschiebung der Auflager wird über ein System hydraulischer Linearaktuatoren an 3 der 4 Auflagerpunkte (Auflager 1, 2 und 4 in Abb. 3.3) realisiert. An jedem der aktiven Auflager befindet sich eine Tripodkonstruktion, dargestellt in Abb. 7.4.

Die Verbindung zwischen der Tripodkonstruktion und der Schale erfolgt über die Kombination eines Kardangelenkes mit einem entlang der Achse des Kardangelenks rotatorisch freien Axialgelenk. Diese Anordnung erzeugt eine möglichst reibungsarme Abbildung der in der Simulation angesetzten Auflagerbedingung

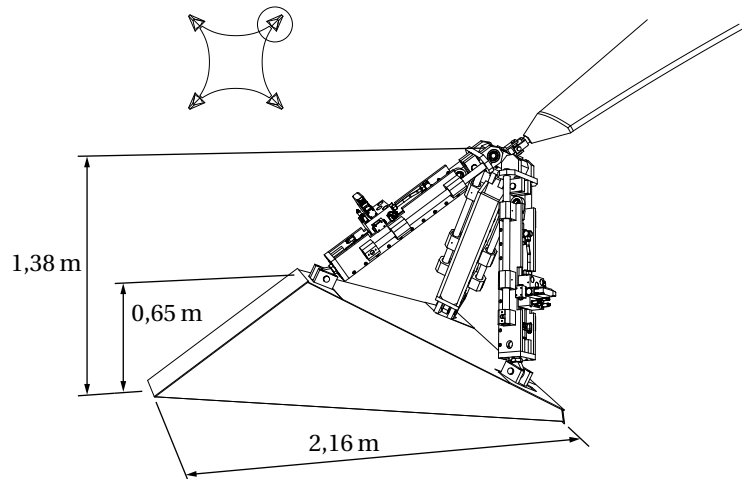


Abbildung 7.4 Schematische Darstellung der Auflagerkonstruktion
(Grafik: C. Göhrle/ISYS, C. Witte/ILEK)

(translatorisch gehalten, rotatorisch frei). Dabei entspricht der Auflagerpunkt aus der Simulation dem Mittelpunkt des Kardangelenkes, welches gleichzeitig den Arbeitspunkt der Tripodkonstruktion darstellt. Die geometrische Bestimmung der Position des Arbeitspunkts aus der nichtkartesischen Konfiguration der Aktuatoren­längen (*Forward Kinematics*) und deren Umkehrung (*Inverse Kinematics*) ist in [101, 102] dargestellt.

Die Aktivierung der längenveränderlichen Ausleger der Tripodkonstruktion erfolgt über Hydraulikzylinder vom Typ CSH3MP5 (Hersteller Bosch Rexroth AG, Kolbendurchmesser 50 mm), dargestellt in Abb. 7.5. Die Zylinder haben im eingebauten Zustand einen Fahrweg von +200 mm/–100 mm ausgehend von der Nullposition des Auflagers (passiver Zustand). Aus der Geometrie der Tripodkonstruktion ergeben sich Verschiebungswege von ca. ± 110 mm in der vertikalen Richtung (globale z-Richtung) und von ca. ± 300 mm in der horizontalen Ebene (globale x- und y-Richtung).¹⁷

7.1.3 Sensorik

Die Erfassung des Belastungszustands erfolgt über Dehnungsmessungen auf der Unterseite der Schalenstruktur. Dafür kommen Dehnungsaufnehmer vom Typ IVDMS (Hersteller Sensor-Technik Wiedemann GmbH) zum Einsatz. Die Standardausfüh-

¹⁷Die Maximalverschiebungen können nicht in alle Richtungen gleichzeitig erreicht werden. Aus der Konfiguration der Tripodkonstruktion ergibt sich ein geometrisch komplexer Arbeitsraum, dieser ist in [101, 102] detailliert beschrieben.

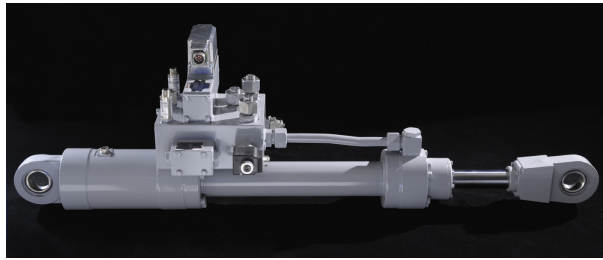


Abbildung 7.5 Hydraulikzylinder vom Typ CSH3MP5 zum Einsatz am Prototyp
(Foto: G. Metzger/ILEK)

Die Dehnungsaufnehmer erfasst sowohl die Längs- als auch Querdehnungen in einer Vollbrückenschaltung von 4 integrierten Dehnungsmessstreifen (DMS). Der resultierende Ausgabewert ist die Differenz der Dehnungswerte in beide Richtungen [103].

Wie in Anhang B dargestellt, ist die Messung der Dehnung quer zur Holzfaserrichtung mit starken Ungenauigkeiten behaftet. Weiterhin verfügen die standardmäßig in den Aufnehmer integrierten DMS über eine Gitterlänge von nur 5 mm. Für heterogene Werkstoffe wie Holz sind größere Gitterlängen sinnvoll, um lokale Unterschiede in den Dehnungsfeldern zu kompensieren. Folglich kommt am beschriebenen Prototyp eine modifizierte Version der Aufnehmer zum Einsatz. In der modifizierten Version ersetzt eine externe Kombination von 2 DMS vom Typ PFLW-30-11 (Hersteller Tokyo Sokki Kenkyujo Co., Ltd., Gitterlänge 30 mm, $R_D = 120\Omega$, $k_D = 2,12$) und 2 Präzisionswiderständen vom Typ Z201 (Hersteller Vishay Electronic GmbH, $R_E = 120\Omega$) die interne Brückenschaltung. Beide DMS sind in Holzfaserrichtung aufgebracht, zur Fixierung dient Klebstoff vom Typ PS (Hersteller Tokyo Sokki Kenkyujo Co., Ltd.). In der eingesetzten Konfiguration entfällt somit der fehlerbehaftete Einfluss der Messung der Querdehnung. Eine ausführliche Untersuchung der Dehnungsmessung am Werkstoff Holz und die Validierung der Messkette sind in Anhang B dargestellt. Abb. 7.6 zeigt einen Dehnungsaufnehmer, die externen DMS und die Präzisionswiderstände der Ergänzungsschaltung.

Die Dehnungsmessungen erfolgen an insgesamt 14 Positionen. Die Positionierung der Sensoren ist sowohl für Erfassung des statischen Belastungszustands als auch für die Erfassung des Schwingungsverhaltens der Struktur (im Hinblick auf eine aktive Schwingungsdämpfung des Systems) optimiert.¹⁸ Die Algorithmen zur Bestimmung der Sensorplatzierung sind in [101, 104] dargestellt.

Die Bestimmung der optimalen Sensorpositionen basiert auf dem Einsatz der

¹⁸Ausführungen zum dynamischen Verhalten und zur Schwingungsdämpfung am vorliegenden Prototyp sind umfangreich in [101] dargestellt.

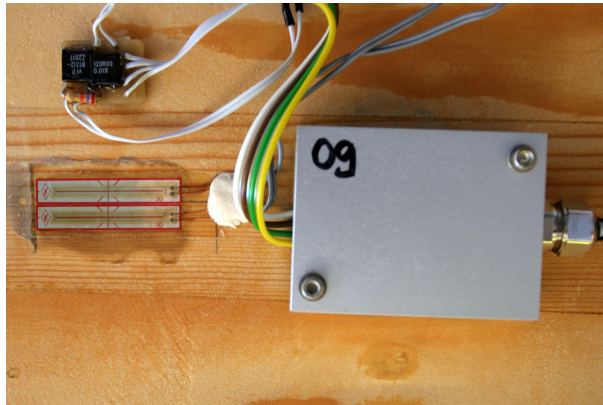


Abbildung 7.6 Dehnungsaufnehmer, Dehnungsmessstreifen und Ergänzungsschaltung am Prototyp

Standardausführung der Dehnungsaufnehmer mit integrierten DMS. Die in dieser Arbeit beschriebenen externen DMS in der modifizierten Ausführung des Aufnehmers liegen ca. 50 mm außerhalb dieser optimierten Positionen. Diese Abweichungen sind in Relation zur Gesamtgröße des Prototyps gering. Alle Untersuchungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit erfolgen ausschließlich unter Betrachtung der tatsächlichen Positionen der externen DMS. Im Zuge der geometrischen Erfassung der Schalenfläche in Abschnitt 7.2.2 werden die tatsächlichen Sensorpositionen der DMS genau bestimmt.

7.1.4 Regelungssystem

Zur Erfassung der Sensorinformationen und zur Ansteuerung der Aktuatorik dient ein Regelungssystem bestehend aus einer DS1006 Multiprozessoreinheit (Hersteller dSPACE GmbH) und einer Steuerung vom Typ Motion Logic Control (MLC, Hersteller Bosch Rexroth AG). Dieses System ermöglicht sowohl die manuelle Ansteuerung der Komponenten als auch die Umsetzung komplexer Regelungsstrategien zur Ausführung der Aktivierung als Reaktion auf statische und dynamische Beanspruchungszustände. Eine ausführliche Beschreibung des Regelungssystems und der eingesetzten Komponenten ist in [101] gegeben.

7.2 Modellabgleich

Zur Validierung der Simulationsergebnisse ist es in einem ersten Schritt notwendig, die Parameter der Simulation mit dem gebauten Prototyp abzugleichen. Insbesondere die Materialparameter und die modellierte Geometrie nehmen dabei Einfluss auf das Strukturverhalten. In den Abschnitten 7.2.1 und 7.2.2 erfolgen entsprechen-

de Untersuchungen. Der Abgleich der Sensorik am Prototyp und ein Vergleich des Strukturverhaltens der Simulation mit dem Verhalten des Prototyps sind in den Abschnitten 7.2.3 und 7.2.4 dargelegt.

7.2.1 Abgleich des Materialgesetzes

Die in die Simulation einfließenden Materialeigenschaften des Holzes ergeben sich aus der experimentellen Bestimmung des E-Moduls parallel zur Faser (siehe Anhang A) und der daraus resultierende Zuordnung der Festigkeitsklasse C35 nach DIN EN 338 [83]. Die in DIN EN 338 nicht aufgeführten Querdehnzahlen sind einer Literaturrecherche entnommen (siehe Anhang A).

Im Rahmen der Untersuchungen zur Dehnungsmessung am Werkstoff Holz werden in Anhang B die rechnerischen Dehnungswerte aus den Verformungsmessungen an einem Einfeldträger bestimmt. Ein Vergleich mit den Werten aus der FEM-Simulation des Einfeldträgers bestätigt den Ansatz für das Materialgesetz und die Modellierung des Verbundverhaltens des mehrlagigen Aufbaus (siehe Tabellen B.5 und B.6).

7.2.2 Geometrieabgleich

Herstellungstechnische Prozesse und der Konstruktionsablauf führen zu geometrischen Toleranzen, die zu Abweichungen der gebauten Geometrie von der simulierten Idealgeometrie führen. Die Erfassung und die Rekonstruktion der tatsächlich gebauten Geometrie erfolgten im Rahmen dieser Arbeit mittels eines 3D-Laserscans. Dafür kam ein Scanner vom Typ Photon 120 (Hersteller Faro Europe GmbH & Co. KG) zum Einsatz. Dieser Scanner bietet die Möglichkeit, bei einem horizontalen Sichtfeld von 360° und einem vertikalen Sichtfeld von 320°, Entfernungsmessungen zu umliegenden Objekten durchzuführen. Die Reichweite liegt gemäß den Angaben des Herstellers bei bis zu 153 m, der Messfehler wird bei einer Entfernung von 10 m mit 0,4–1,4 mm angegeben (abhängig von den Reflektionsgraden der Oberflächen, der Umgebungshelligkeit und der Applikation von Rauschfiltern) [105].

Für die Erfassung der Geometrie des Prototyps wurde der Laser zentrisch unter dem Scheitelpunkt der Schalenstruktur auf einem Stativ in ähnlicher Höhe wie die Auflagergelenke positioniert und vertikal entlang der globalen z-Achse ausgerichtet.¹⁹ Der erfasste horizontale Messbereich liegt bei 0–360° (voller Umkreis), der vertikale Messbereich reicht von –10–90° (unter den Auflagerpunkten bis zum

¹⁹Eine genaue Positionierung und Ausrichtung des Lasers ist in diesem Anwendungsfall nicht notwendig, da sich die entsprechenden geometrischen Anpassungen in der Auswertungsphase vornehmen lassen. Die Erfassung der wahren z-Achse erfolgt über einen im Gerät integrierten Neigungssensor.



Abbildung 7.7 Detailaufnahme des Auflagers und der Referenzkugeln für den Laserscan. Die Referenzkugeln befinden sich auf einer Achse durch den Drehpunkt des Auflagers, jeweils mit konstantem Abstand zum Drehpunkt.

Scheitelpunkt der Schale). Somit kann mit einem Scanvorgang die komplette Unterseite der Schalenstruktur vermessen werden. Aus der Vermessung lässt sich die tatsächliche Schalengeometrie rekonstruieren.

Für die Auswertung der Vermessung kommen 8 Referenzkugeln mit einem Durchmesser von 79 mm zum Einsatz. Die Referenzkugeln sind paarweise entlang jeweils einer Achse durch jeden der 4 Auflagerpunkte mit konstantem Abstand zum Drehpunkt des Lagers aufgebracht. Erkennungsalgorithmen implementiert in der Auswertungssoftware Faro Scene (Faro[®] Scene Version 5.1) ermöglichen die Bestimmung des Mittelpunktes jeder der 8 Kugeln. Der Drehpunkt des Auflagers und somit der Referenzpunkt der translatorisch gehaltenen Lagerung in der Simulation liegt auf mittlerer Strecke zwischen den beiden Mittelpunkten eines Kugelpaares. Das Auflagergelenk und die Referenzkugeln sind in Abb. 7.7 dargestellt.

Die für den Laserscan genutzten Einstellungen des Scanners führen zu einer Punktwolke mit einer Auflösung von 19340×5556 Punkten. Für die weiterführende Auswertung ist eine Reduzierung der Datenmenge sinnvoll. Beispielhaft dargestellt ist in Abb. 7.8 der Bereich eines Auflagers bei einer Reduzierung der Auflösung um Faktor 3 in jede Raumrichtung. Zur Rekonstruktion der Schalenfläche dienen Punktwolken mit einer Auflösungsreduktion um Faktor 200 für die Gesamtfläche sowie um Faktor 20 für die genauere Rekonstruktion der kritischen Rand- und Auflagerbereiche.

Der Import der Punktdaten und die Rekonstruktion der Fläche erfolgt in der Software Rhinoceros. Dargestellt in Abb. 7.9 sind die Punktwolke für die Rekonstruktion der Fläche (Reduktionsfaktor 200), sowie aus den Punkten erstellte Rand- und Flächenkurven. Aus diesen Kurven lässt sich eine NURBS-Fläche approximieren, die der Unterseite der gescannten Schalengeometrie entspricht. Aus dieser

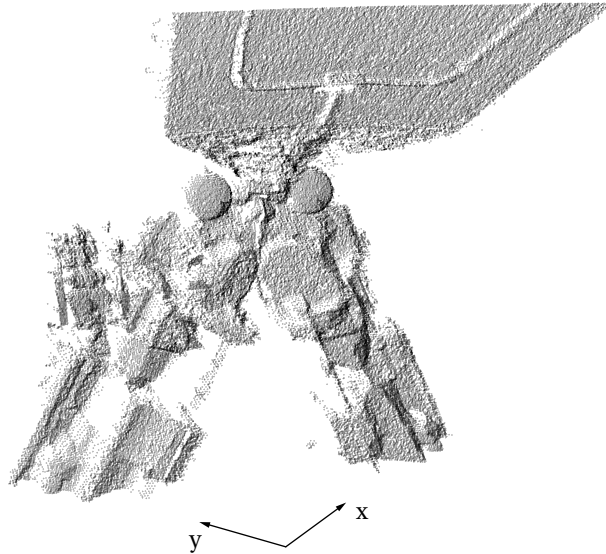


Abbildung 7.8 Punktwolke aus dem Scanvorgang am Auflager 1 (Auflösungsreduzierung um Faktor 3). Zu erkennen sind die beiden Referenzkugeln, jeweils links und rechts vom Drehpunkt des Auflagergelenks (siehe Abb. 7.7).

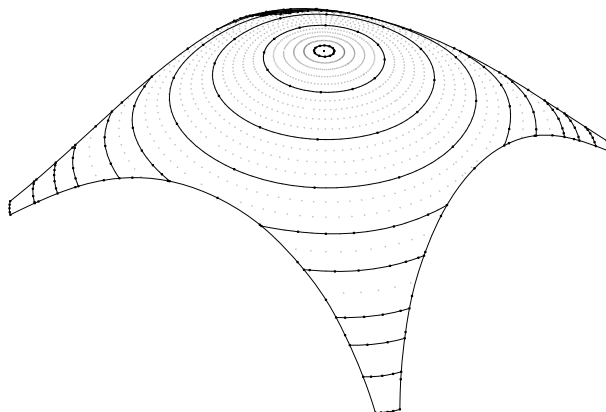


Abbildung 7.9 Punktwolke und Kurven zur Rekonstruktion der Fläche der Schalenunterseite. Dargestellt ist die Punktwolke für den inneren Bereich der Fläche (Auflösungsreduzierung um Faktor 200), die Rekonstruktion des Randbereichs erfolgte mit einer Punktwolke höherer Auflösung (Reduktion Faktor 20).

Approximation und möglichen Messungenauigkeiten des Laserscans ergeben sich leichte Abweichungen der rekonstruierten Geometrie von der realen Geometrie. In dem vorliegenden Fall liegen die dargestellten Scanpunkte max. $\pm 6\text{mm}$ von der rekonstruierten NURBS-Fläche entfernt.

Ein Vergleich der rekonstruierten Fläche mit der Idealgeometrie gibt Aufschluss über die geometrischen Abweichungen der umgesetzten Geometrie von der Idealgeometrie. Diese Abweichungen setzen sich zusammen aus den oben genannten Fertigungs- und Bauleranzen und den geometrischen Änderungen der Konstruktion nach deren Fertigstellung (bedingt durch Verformungen aufgrund von Eigengewicht, Kriech- und Schwindeffekten sowie temperatur- und feuchteabhängigen Geometrieänderungen). Für den Vergleich wird die rekonstruierte Fläche nach folgenden Gesichtspunkten in das globale Koordinatensystem gelegt:

- der Koordinatenursprung ergibt sich aus dem geometrischen Mittelpunkt der 4 Auflagerpunkte (bestimmt anhand der Referenzkugeln),
- die Ausrichtung der x-Achse erfolgt entlang einer Geraden ausgehend vom Koordinatenursprung durch den Mittelpunkt der Strecke zwischen Auflager 1 und Auflager 4 und
- die Ausrichtung der z-Achse erfolgt entlang der Ausrichtung des Neigungssensors des Laserscanners.

Aus der Positionierung der rekonstruierten Fläche ergeben sich die Koordinaten der Auflagerpunkte dargestellt in Tab. 7.1 unter vergleichender Angabe der Auflagerkoordinaten der Idealgeometrie. Die Ergebnisse zeigen Abweichungen in jede

Tabelle 7.1 Koordinaten der Auflagerpunkte der Idealgeometrie und aus der Vermessung mit dem Laserscan

Auflager	Koordinate	Idealgeometrie (m)	Vermessung (m)	Abweichung (mm)
1	x	5,128	5,140	12
	y	5,128	5,138	10
	z	0	0,006	6
2	x	-5,128	-5,137	-9
	y	5,128	5,141	13
	z	0	0,008	8
3	x	-5,128	-5,137	-9
	y	-5,128	-5,141	-13
	z	0	-0,008	-8
4	x	5,128	5,134	6
	y	-5,128	-5,138	-10
	z	0	-0,006	-6

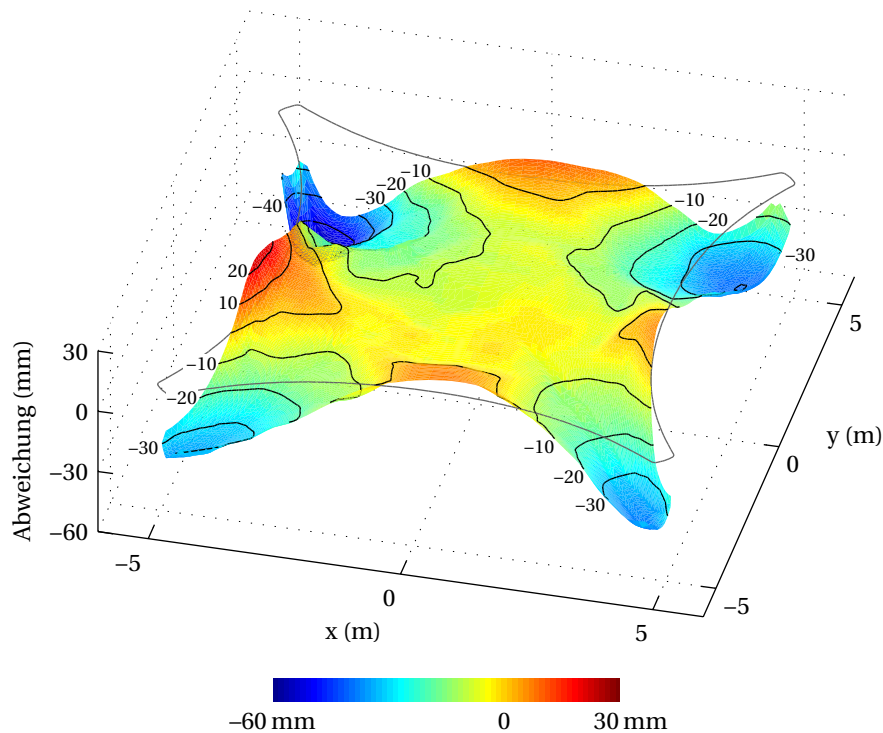


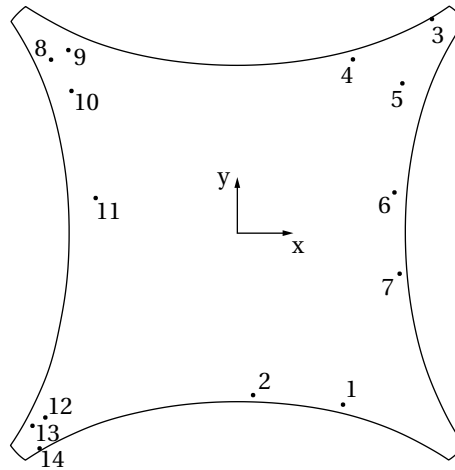
Abbildung 7.10 Abweichung der rekonstruierten Geometrie von der Idealgeometrie (belastet unter Eigengewicht). Die Abweichungen sind senkrecht zur Schalenfläche gemessen und auf der vertikalen Achse dargestellt, projiziert auf den Grundriss der Schale.

Koordinatenrichtung von 6–13 mm, wobei die Auflager der umgesetzten Struktur in jede Richtung leicht außerhalb der Idealgeometrie liegen. Der quadratische Grundriss bleibt mit hoher Näherung erhalten.

Ausgehend von der Positionierung der rekonstruierten Fläche im globalen Koordinatensystem lassen sich die Abweichungen der gebauten Struktur von der Idealgeometrie (gemessen senkrecht zur Schalenfläche) bestimmen. Bei dem Vergleich wird die Verformung der Idealgeometrie aufgrund von Eigengewicht aus der Simulation berücksichtigt. In Abb. 7.10 sind die Abweichungen (projiziert auf den Grundriss der Schale) dargestellt. Es ergeben sich maximale Abweichungen von –60 mm bis +30 mm. Negative Werte bedeuten hierbei, dass die rekonstruierte Geometrie unter der Idealgeometrie liegt (näher zum Koordinatenursprung), bei positiven Werten liegt die rekonstruierte Geometrie über der Idealgeometrie.

Aus dem Laserscan lassen sich neben der Schalengeometrie die Positionen der auf der Schalenunterseite applizierten DMS ablesen. In Abb. 7.11 sind die 14 Sensoren mit ihren Positionen (projiziert auf den Grundriss der Struktur) dargestellt.

Anhand einer FEM-Simulation der rekonstruierten Geometrie lässt sich der Ein-



Sensor	x (m)	y (m)	Sensor	x (m)	y (m)
1	2,379	-3,860	8	-4,196	3,907
2	0,354	-3,645	9	-3,806	4,124
3	4,470	4,822	10	-3,736	3,204
4	2,602	3,914	11	-3,190	0,793
5	3,715	3,374	12	-4,324	-4,149
6	3,537	0,918	13	-4,614	-4,336
7	3,654	-0,912	14	-4,453	-4,846

Abbildung 7.11 Positionen der 14 Sensoren auf der Schalenunterseite (projiziert auf den Grundriss der Struktur) bestimmt aus dem Laserscan

fluss der geometrischen Abweichungen zwischen der Idealgeometrie und der rekonstruierten Geometrie auf das Strukturverhalten untersuchen. In den folgenden Betrachtungen werden die Simulationsergebnisse beider Geometrien mit den experimentellen Ergebnissen verglichen.

7.2.3 Abgleich der Sensorik

Für einen Vergleich der Simulationsdaten mit dem realen Verhalten des Prototyps ist ein Abgleich der zum Einsatz kommenden Sensorik notwendig. Die Validierung der eingesetzten DMS und der Abgleich der Messkette unter Laborbedingungen ist ausführlich in Anhang B beschrieben. Zur Validierung der Messkette am Prototyp werden in dem folgenden Abschnitt vergleichend Messungen mit einem PC-Datenerfassungssystem (Typ Spider8, Hersteller Hottinger Baldwin Messtechnik

GmbH) sowie der am Prototyp eingesetzten Aufnehmerelektronik (Typ IVDMS in modifizierter Bauweise nach Abschnitt 7.1.3) dargestellt.

7.2.4 Abgleich des Strukturverhaltens

Der Vergleich der Simulation mit dem Verhalten des Prototyps erfolgt unter Aufbringung bekannter Verschiebungen an den Auflagern. Zur Verfügung stehen Simulationsmodelle mit der idealen und der rekonstruierten Geometrie aus Abschnitt 7.2.2. Die Analyse der idealen Geometrie erfolgt unter dem Lastfall Eigengewicht als Ausgangsposition für Erfassung der Dehnungswerte. Die rekonstruierte Geometrie aus dem Laserscan unterliegt bereits dem Eigengewicht. Die Simulation erfolgt somit ohne den Lastfall Eigengewicht. Vergleichend betrachtet werden 6 Auflagerverschiebungen: $d_{1,x} = \pm 50$ mm in x-Richtung am Auflager 1, $d_{1,y} = \pm 50$ mm in y-Richtung am Auflager 1 sowie $d_{2,x} = \pm 50$ mm in x-Richtung am Auflager 2.²⁰

Aus der Simulation ergeben sich Dehnungswerte sowohl für die ideale als auch für die rekonstruierte Geometrie. Abweichend von den Berechnungen im Rahmen der Optimierung erfolgt für eine Verbesserung der Ergebnisgenauigkeit die Simulation unter Ansatz der *Full-Integration*-Formulierung für die Elemente. Zusätzlich erfolgt eine Netzverfeinerung im Bereich der Messpunkte.

Der im Freibereich aufgestellte Prototyp unterliegt Umwelteinflüssen (Wind, Luftfeuchte, Temperatur), welche die Messungen beeinflussen können. Zur Minimierung des Einflusses der Windlasten wurden alle Messungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit bei Windstille durchgeführt. Zu Beginn jeder Messung wurden die Sensorwerte auf Null gesetzt. Der im Laufe des Messzeitraums auftretende Einfluss durch Sensordrifterscheinungen aufgrund von Temperaturänderungen und von Luftfeuchteänderungen ist gering (max. Messzeitraum von 10 min).

Die Erfassung der Messwerte am Prototyp erfolgte nach Aufbringen der jeweiligen Verschiebung aus der Nullposition der Auflager. Das PC-Datenerfassungssystem (Spider8) erfasste die Dehnungswerte mit Messrate von 5 Hz über einen Zeitraum von 3 s. Der Messwert ergibt sich aus dem Mittelwert der erfassten Daten. Die Messungen mit der Aufnehmerelektronik des Prototyps (IVDMS) erfolgte ebenfalls mit einer Messrate von 5 Hz über einen Zeitraum von 3 s und einer Mittelwertbildung für den Messwert.

Beispielhaft dargestellt sind in diesem Abschnitt in Tab. 7.2 und 7.3 die Ergebnisse der Simulationen unter Ansatz beider Strukturgeometrien und die entsprechenden

²⁰Untersuchungen aller 18 möglichen Auflagerverschiebungen (3 aktive Auflager \times 3 globale Koordinatenrichtungen, Aktivierung jeweils ± 50 mm) zeigen, dass die ausgewählten 6 Szenarien an allen 14 Messpunkten nahezu die vollständige Bandbreite positiver und negativer Dehnungswerte aus den 18 Fällen abdecken.

Tabelle 7.2 Vergleich der Dehnungswerte aus den Simulationen mit der Idealgeometrie und mit der rekonstruierten Geometrie sowie aus den Messungen bei einer Auflagerverschiebung von $d_{1,x} = 50$ mm in x-Richtung am Auflager 1

Sensor	Simulation				Messung			
	Ideal	Rekonst.	$\Delta\epsilon_1$		Spider8	IVDMS	$\Delta\epsilon_2$	
	ϵ_{ideal} ($\mu\text{m}/\text{m}$)	$\epsilon_{rekonst}$ ($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	(%)	ϵ_{spider} ($\mu\text{m}/\text{m}$)	ϵ_{IVDMS} ($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	(%)
1	-22	-40	-18	82	-43	-39	1	-3
2	-108	-134	-26	24	-93	-87	47	-35
3	848	661	-187	-22	515	535	-126	-19
4	255	335	80	31	245	236	-99	-30
5	10	52	42	420	46	40	-12	-23
6	25	48	23	92	40	32	-16	-33
7	-71	-90	-19	27	-69	-63	27	-30
8	87	70	-17	-20	35	34	-36	-51
9	86	86	0	0	46	53	-33	-38
10	18	57	39	217	27	18	-39	-68
11	-139	-150	-11	8	-128	-131	19	-13
12	179	249	70	39	211	203	-46	-18
13	362	379	17	5	314	302	-77	-20
14	621	561	-60	-10	534	516	-45	-8

$\Delta\epsilon_1$ – Abweichung der Dehnung aus der Simulation mit der rekonstruierten Geometrie von der Dehnung aus der Simulation mit der Idealgeometrie, $\Delta\epsilon_1 = \epsilon_{rekonst} - \epsilon_{ideal}$

$\Delta\epsilon_2$ – Abweichung der gemessenen Dehnung mit dem IVDMS von der Dehnung aus der Simulation mit der rekonstruierten Geometrie, $\Delta\epsilon_2 = \epsilon_{IVDMS} - \epsilon_{rekonst}$

Messungen mit den beiden Auswertungssystemen für die Verschiebung in globaler x-Richtung am Auflager 1. Die Ergebnisse für die Verschiebung in y-Richtung am Auflager 1 und für die Verschiebung in x-Richtung am Auflager 2 sind in Anhang D zusammengefasst (siehe Tabellen D.5, D.6, D.7 und D.8).

Die Ergebnisse zeigen teilweise erhebliche Unterschiede zwischen den Werten aus der Simulation mit der Idealgeometrie und der Simulation mit der rekonstruierten Geometrie ($\Delta\epsilon_1$). Die Werte der rekonstruierten Geometrie weichen dabei bis um den Faktor 5 von den Werten der Idealgeometrie ab (siehe beispielsweise Sensor 5 für $d_{1,x} = 50$ mm in Tab. 7.2). Insbesondere bei kleinen Dehnungswerten ist die prozentuale Abweichung hoch. Der absolute Wert der maximalen Abweichung liegt bei 187 $\mu\text{m}/\text{m}$ (Sensor 3 für $d_{1,x} = 50$ mm in Tab. 7.2, entspricht 22 % Abweichung

Tabelle 7.3 Vergleich der Dehnungswerte aus den Simulationen mit der Idealgeometrie und mit der rekonstruierten Geometrie sowie aus den Messungen bei einer Auflagerverschiebung von $d_{1,x} = -50$ mm in x-Richtung am Auflager 1

Sensor	Simulation				Messung			
	Ideal	Rekonst.	$\Delta\epsilon_1$		Spider8	IVDMS	$\Delta\epsilon_2$	
	ϵ_{ideal} ($\mu\text{m}/\text{m}$)	$\epsilon_{rekonst}$ ($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	(%)	ϵ_{spider} ($\mu\text{m}/\text{m}$)	ϵ_{IVDMS} ($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	(%)
1	-9	-13	-4	44	4	3	16	-123
2	95	128	33	35	81	74	-54	-42
3	-1.067	-968	99	-9	-709	-732	236	-24
4	-204	-279	-75	37	-218	-212	67	-24
5	-14	-55	-41	293	-49	-47	8	-15
6	22	31	9	41	15	14	-17	-55
7	50	67	17	34	55	49	-18	-27
8	-58	-37	21	-36	-14	-14	23	-62
9	-66	-53	13	-20	-26	-29	24	-45
10	-60	-92	-32	53	-47	-41	51	-55
11	97	94	-3	-3	99	95	1	1
12	-186	-284	-98	53	-226	-219	65	-23
13	-391	-472	-81	21	-357	-341	131	-28
14	-671	-720	-49	7	-605	-581	139	-19

$\Delta\epsilon_1$ – Abweichung der Dehnung aus der Simulation mit der rekonstruierten Geometrie von der Dehnung aus der Simulation mit der Idealgeometrie, $\Delta\epsilon_1 = \epsilon_{rekonst} - \epsilon_{ideal}$

$\Delta\epsilon_2$ – Abweichung der gemessenen Dehnung mit dem IVDMS von der Dehnung aus der Simulation mit der rekonstruierten Geometrie, $\Delta\epsilon_2 = \epsilon_{IVDMS} - \epsilon_{rekonst}$

der Dehnung der rekonstruierten Geometrie von der Dehnung der Idealgeometrie). Die Unterschiede zwischen den beiden Geometrien haben somit einen erheblichen Einfluss auf die Ausbildung der Dehnungsfelder unter den aufgebrachtten Verschiebungen der Auflager.

Die Unterschiede in den Messwerten zwischen beiden Auswertungssystemen (Spider8 und IVDMS) sind gering. Leichte Abweichungen kommen zum einen aufgrund der unterschiedlichen Auswertungs elektronik zustande, zum anderen ergeben sich aufgrund geometrischer Veränderungen der Struktur zwischen den Zeitpunkten beider Messungen unterschiedliche Versuchsbedingungen, die leichte Änderungen

der Dehnungen bewirken können.²¹ In der weiteren Betrachtung werden nur noch die Messwerte der IVDMS-Einheiten ausgewertet.

Auf der Basis der rekonstruierten Geometrie lassen sich Simulation und Messung vergleichen ($\Delta\varepsilon_2$). Auch hier zeigen sich Abweichungen. In nahezu allen Fällen sind die gemessenen Werte betragsmäßig geringer als die Werte aus der Simulation. Bei kleinen Dehnungswerten betragen die Abweichungen bis zu ca. 50 % (in Einzelfällen sehr geringer Dehnungen bis zu ca. 175 %). Bei größeren Werten liegen die Abweichungen bei ca. 20–30 %. Die höchste betragsmäßige Abweichung liegt bei $218\ \mu\text{m}/\text{m}$ (Sensor 14 für $d_{2,x} = -50\ \text{mm}$ in Tab. D.8, entspricht 23 % Abweichung der Messung von der Simulation). Eine klare Konsistenz in den Abweichungen an jeder Messstelle ist nicht erkennbar. Mehrere Ursachen mit jeweils unterschiedlichen Auswirkungen tragen zu den Abweichungen bei:

- Systematische Fehler in der Dehnungsmessung: Unter Laborbedingungen (siehe Anhang B) treten Abweichungen in der Dehnungsmessung von bis zu ca. 10 % auf, wobei die gemessenen Werte immer betragsmäßig kleiner sind als die theoretischen Dehnungen.
- Abweichung der Sensorpositionen zwischen Modell und Prototyp: Die Sensorpositionen sind dem Laserscan entnommen. Bei dem Vergleich der Messungen mit der Simulation wird der Wert des dem Sensor nächstliegenden FEM-Knotens angesetzt. Die Netzfeinheit im Bereich der Sensoren liegt bei ca. 40 mm, entsprechend kommt es beim Auslesen der Dehnungswerte zu Abweichungen der Position von bis zu 20 mm von der tatsächlichen Sensorposition. Insbesondere bei kleinen Dehnungen und bei hohen Dehnungsgradienten wirkt sich diese Abweichung merklich auf den Vergleich der Werte aus.
- Abweichung der tatsächlichen Geometrie von der rekonstruierten Geometrie: Aufgrund von Messfehlern bei der Erfassung der Schalengeometrie durch den 3D-Laserscan und Abweichungen bei der Rekonstruktion der Geometrie entspricht die rekonstruierte Geometrie nur annähernd der wirklichen Geometrie der Struktur. Hinzu kommen Veränderungen der Geometrie aufgrund von Umweltbedingungen zwischen dem Zeitpunkt des Scans und dem Zeitpunkt der Dehnungsmessungen. Insbesondere bei dem Werkstoff Holz ergeben sich geometrische Änderungen aufgrund von Änderungen der Temperatur und der Holzfeuchte (Quell- und Schwindvorgänge). Der Einfluss

²¹Die Messungen mit dem Spider8-System und den IVDMS-Einheiten wurden im Abstand von 14 Tagen und unter verschiedenen Wetterbedingungen durchgeführt. Vergleichsmessungen in Voruntersuchungen an unterschiedlichen Tagen bei konstantem Messaufbau (Spider8) zeigen ähnliche Streuungen von ca. $\pm 20\ \mu\text{m}/\text{m}$ in den einzelnen Messwerten.

der Geometrie auf die Ausbildung der Dehnungsfelder ist anhand der bereits beschriebenen Abweichung der Simulationswerte zwischen der Idealgeometrie und der rekonstruierten Geometrie erkenntlich. In Anhang E erfolgt im Zuge der Validierung der Optimierungsergebnisse eine Sensitivitätsanalyse zur Abschätzung der Auswirkungen des Quell- und Schwindverhaltens auf das Strukturverhalten. Diese Untersuchungen bestätigen den erheblichen Einfluss dieser Phänomene auf die Geometrie und auf die Dehnungswerte der Simulation.

Die eingangs beschriebenen Dehnungsmessungen zeigen trotz der gleichbleibenden Verschiebungsdistanzen von ± 50 mm bei jeder der 3 untersuchten Richtungen teilweise deutliche betragsmäßige Unterschiede in der Ausbildung der entsprechenden positiven und negativen Dehnungen. Diese Unterschiede resultieren aus dem nichtlinearen Zusammenhang zwischen Dehnung und aufgebrachtener Verschiebung.

Für eine genauere Prüfung der korrekten Abbildung des nichtlinearen Dehnungsverlaufs in der Simulation wird die Verschiebung in x-Richtung am Auflager 1 im Bereich von ± 50 mm in Schritten von 10 mm untersucht. Die Sensoren 1, 3, 6, 8, 10 und 11 zeigen die höchsten Dehnungswertdifferenzen zwischen den beiden Endwerten der Verschiebung (siehe Tabellen 7.2 und 7.3). Für diese Sensoren sind die Verläufe der Dehnungswerte aus der Simulation und aus der Messung vergleichend in Abb. 7.12 dargestellt. Für den Vergleich wird in der Simulation die rekonstruierte Geometrie angesetzt. Unter der Einschränkung, dass die Messwerte tendenziell betragsmäßig kleiner sind als die Simulationswerte, zeigt sich eine gute Abbildung der nichtlinearen Effekte durch die Simulation.

Der Abgleich des Strukturverhaltens bestätigt prinzipiell das Vorgehen bei der Simulation. Aufgrund der eingangs dargestellten Faktoren kommt es zu Abweichungen zwischen den Messungen und den modellierten Dehnungswerten. Es zeigt sich, dass insbesondere die Geometrie des Schalentragerwerks einen bedeutenden Einfluss auf die Ausbildung der Dehnungsfelder hat. Somit ist eine genaue Kenntnis der Geometrie von hoher Bedeutung für den Abgleich des Strukturverhaltens zwischen Simulation und Realität und folglich auch für die Optimierung der adaptiven Vorgänge. Desweiteren zeigt die Struktur ein ausgeprägtes nichtlineares Verhalten. Die nichtlinearen Effekte werden in der Simulation erfasst.

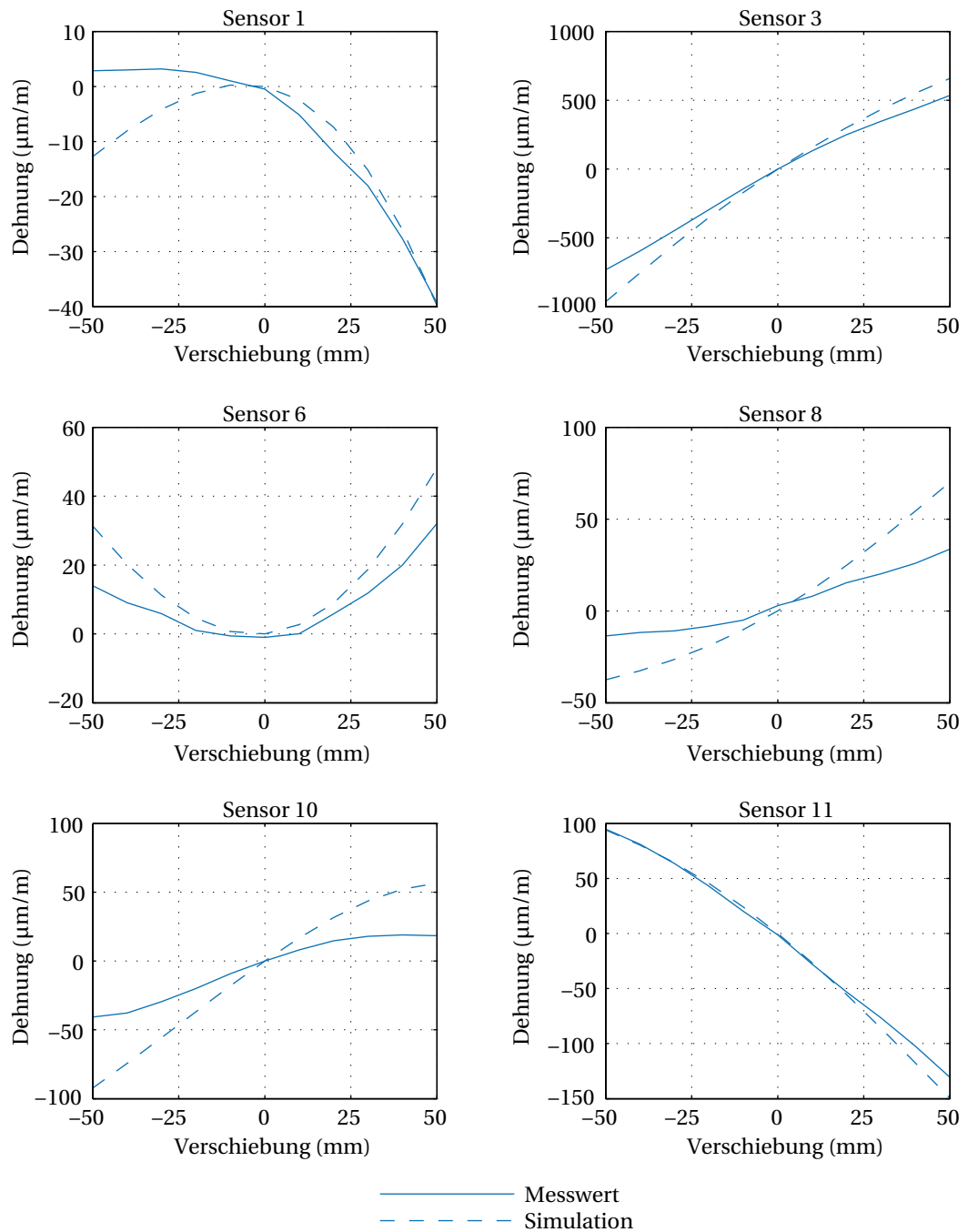


Abbildung 7.12 Vergleich des nichtlinearen Zusammenhangs zwischen Dehnung und Auflagerverschiebung in der Simulation und der Messung für die Verschiebung in x-Richtung am Auflager 1, $d_{1,x}$. Der Simulation liegt die rekonstruierte Geometrie zugrunde. Die Messwerte stammen von dem Aufnehmer IVDMS. Die Endwerte bei maximaler Verschiebung entsprechen den Werten in den Tabellen 7.2 und 7.3.

7.3 Validierung der Auflagerverschiebung zur Homogenisierung der Spannungsfelder

Der eingangs beschriebene Abgleich des Strukturverhaltens zeigt eine gute Übereinstimmung der Simulation mit dem Prototyp inklusive der Berücksichtigung geometrisch nichtlinearer Effekte des Strukturverhaltens. Im Folgenden werden die Ergebnisse der Optimierung der Auflagerverschiebungen anhand von 2 beispielhaften Lastfällen (Validierungslastfälle) experimentell untersucht.

Für die Nachbildung von Auflasten enthält der beschriebene Prototyp pro Quadrant 8 Einbauelemente zur Aufbringung von Belastungen. Abb. 7.13 zeigt eines dieser Elemente im eingebauten Zustand und eine schematische Darstellung der Konstruktionsweise des Elements. Die Position der Einbauelemente ist für Quadrant 1 in Abb. 7.14 dargestellt, die Einbauelemente in den Quadranten 2 bis 4 sind dazu symmetrisch entlang der x-Achse bzw. der y-Achse angeordnet.

Für die Validierung der Optimierungsergebnisse wird im Rahmen dieser Arbeit eine identische Belastung aller Einbauelemente im Quadrant 1 (viertelseitige Belastung) bzw. in den Quadranten 1 und 2 (halbseitige Belastung) untersucht. Als Belastung werden pro Einbauelement 487 N (Gesamtlast 3.896 N pro Quadrant) angesetzt. Die Optimierung erfolgt unter Ansatz der rekonstruierten Geometrie aus Abschnitt 7.2.2 vergleichend für beide Lastfälle mit dem *Simulated-Annealing*-Verfahren und dem Gradientenalgorithmus. Das im Nullzustand bereits aufgenommene Eigengewicht wird in der Optimierung nicht berücksichtigt.

In der Optimierung werden Symmetriebedingungen nach Abb. 4.4 ausgenutzt. Es ergeben sich 4 Optimierungsvariablen für den viertelseitigen Validierungslastfall

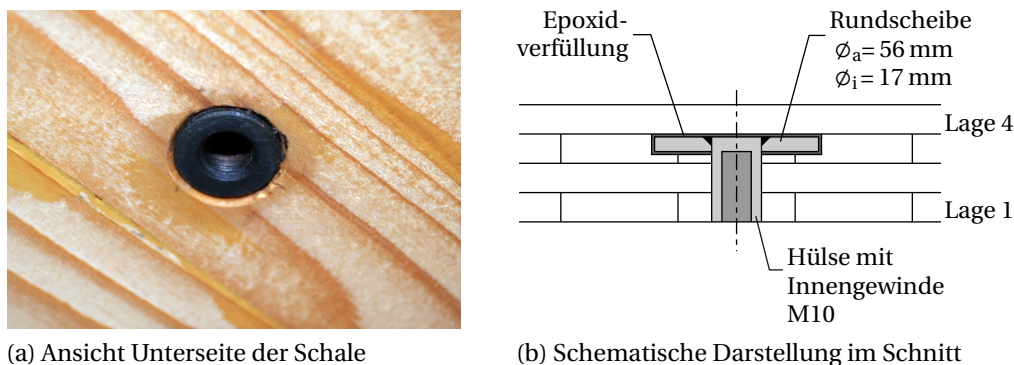


Abbildung 7.13 Einbauelement zur Lastaufbringung für die experimentelle Validierung

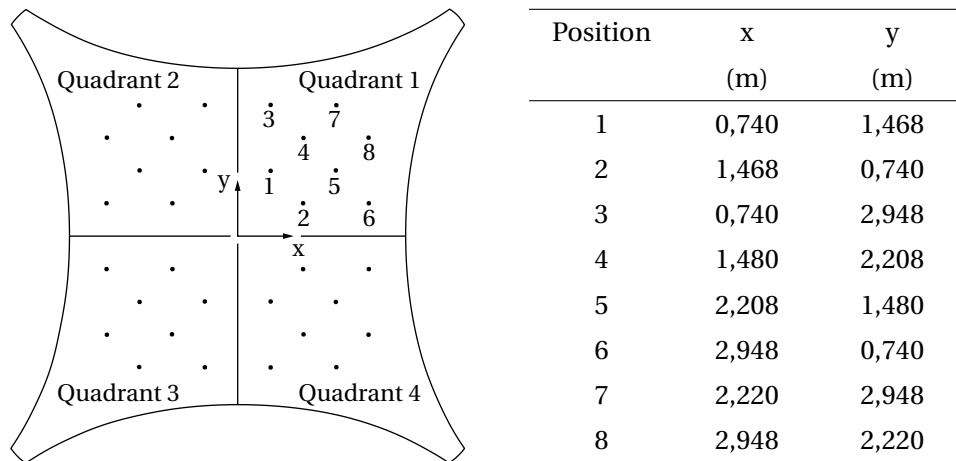


Abbildung 7.14 Positionen der Einbauelemente zur Lastaufbringung für die experimentelle Validierung. Die Positionen sind für Quadrant 1 dargestellt, die entsprechenden Positionen für die Quadranten 2 bis 4 sind dazu symmetrisch entlang der x-Achse bzw. der y-Achse.

Tabelle 7.4 Ergebnisse der Optimierung für die Lastfälle zur experimentellen Validierung der Optimierungsergebnisse. Die viertelseitige Last entspricht 487 N an jedem Belastungspunkt in Quadrant 1 (Abb. 7.14), die halbseitige Last entspricht 487 N an jedem Punkt in Quadrant 1 und 2. Die Optimierungsvariablen $x_1 \dots x_n$ entsprechen den Auflagerverschiebungen gemäß Abb. 4.4.

Simulated-Annealing-Verfahren

Belastung	$\sigma_{x,\max}^{\text{passiv}}$ (MPa)	$\sigma_{x,\max}^{\text{aktiv}}$ (MPa)	$\Delta\sigma_{x,\max}$ (%)	x_1 (mm)	x_2 (mm)	x_3 (mm)	x_4 (mm)
viertelseitig	2,21	1,05	52	4,4	34,6	22,1	12,4
halbseitig	3,07	1,81	41	-11,7	2,6	-12,3	

Gradientenalgorithmus

Belastung	$\sigma_{x,\max}^{\text{passiv}}$ (MPa)	$\sigma_{x,\max}^{\text{aktiv}}$ (MPa)	$\Delta\sigma_{x,\max}$ (%)	x_1 (mm)	x_2 (mm)	x_3 (mm)	x_4 (mm)
viertelseitig	2,21	1,50	32	-3,9	-0,9	7,6	3,1
halbseitig	3,07	1,82	41	-11,5	2,9	-12,7	

und 3 Optimierungsvariablen für den halbseitigen Validierungslastfall.²² In Tab. 7.4 sind die Ergebnisse der Optimierung für den viertelseitigen und den halbseitigen Lastfall dargestellt. Die Dehnungswerte lassen sich im passiven und im aktiven Zustand an den 14 Sensorpositionen mit dem Verhalten der realen Struktur vergleichen. Unter Ansatz der Lösung des *Simulated-Annealing*-Verfahrens für den viertelseitigen Lastfall ergeben sich aus den Optimierungsvariablen $x_{1..4}$ gemäß Abb. 4.4(a) die Verschiebungen d an den aktiven Auflagern 1, 2 und 4:

$$\begin{aligned}d_{1,x} = d_{1,y} = x_1 &= 4,4 \text{ mm}, & d_{1,z} = x_2 &= 34,6 \text{ mm}, \\d_{2,x} = x_3 &= 22,1 \text{ mm}, & d_{2,y} = x_4 &= 12,4 \text{ mm}, \\d_{4,x} = x_4 &= 12,4 \text{ mm}, & d_{4,y} = x_3 &= 22,1 \text{ mm}.\end{aligned}$$

Für den halbseitigen Lastfall erfolgt die Optimierung unter Ansatz einer Verschiebung in globaler x-Richtung am Auflager 3 (x_3 in Abb. 4.4(b)). Am untersuchten Prototyp ist Auflager 3 passiv ausgebildet. Zur Kompensation erfolgt eine identische Verschiebung von $-x_3$ in x-Richtung an allen Auflagern (Starrkörperverschiebung). Die Verschiebungswege für die aktiven Auflager ergeben sich somit zu:

$$\begin{aligned}d_{1,x} = x_1 - x_3 &= 0,5 \text{ mm}, & d_{1,y} = x_2 &= 2,6 \text{ mm}, \\d_{2,x} = -x_1 - x_3 &= 24,0 \text{ mm}, & d_{2,y} = x_2 &= 2,6 \text{ mm}, \\d_{4,x} = -2x_3 &= 24,6 \text{ mm}.\end{aligned}$$

Die experimentelle Belastung des Prototyps erfolgte mit Gewichten an den jeweiligen Belastungspunkten (je 49,6 kg entsprechend einer Belastung von 487 N). Als Basis wurden die Messwerte am Prototyp im nur auf Eigengewicht belasteten, passiven Zustand auf Null gesetzt. Die Aufnahme der Dehnungsmesswerte im passiven Zustand erfolgte nach Aufbringen der Gewichtslast, die Aufnahme der Werte im aktiven Zustand nach der zusätzlichen Aufbringung der Auflagerverschiebung. In Abb. 7.15 ist die Belastung des Prototyps während der Versuche dargestellt.

In den Tabellen 7.5 und 7.6 sind die Messwerte für den passiven und den aktiven Zustand vergleichend zu den Simulationswerten für den viertelseitigen bzw. den halbseitigen Validierungslastfall dargestellt. Die Ergebnisse weisen, wie bei dem im vorherigen Abschnitt beschriebenen Abgleich des Strukturverhaltens, Abweichungen in den Dehnungswerten auf. Bei Aufbringung einer Gewichtslast zeigt

²²Abweichend von der Idealgeometrie trifft die Annahme der Symmetrie für die rekonstruierte Geometrie nur noch näherungsweise zu.



Abbildung 7.15 Belastung des Prototyps zur experimentellen Validierung der Optimierungsergebnisse. Dargestellt im Vordergrund sind die aufgebrauchten Gewichte für den viertelseitigen Validierungslastfall.

sich jedoch, abweichend vom vorherigen Abschnitt, keine eindeutige Tendenz zu betragsmäßig kleineren Dehnungswerten in den Messungen verglichen mit der Simulation. In Bereichen hoher Dehnungswerte (Sensoren 3, 13, 14) liegen die gemessenen Werte konsistent über denen aus der Simulation. Diese Veränderung in den Abweichungen deutet auf den zusätzlichen Einfluss der Materialsteifigkeit hin. Die Materialsteifigkeit hat bei den aufgebrauchten Verformungen im vorherigen Abschnitt einen unwesentlichen Einfluss auf die Ausprägung der Dehnungsfelder. Die in Abschnitt 7.2.4 beschriebenen Einflussfaktoren (systematische Messfehler, Abweichungen in den Sensorpositionen und strukturelle Abweichungen) werden somit bei aufgebrauchten Lasten um den Einfluss der Materialeigenschaften ergänzt. Die Abweichungen der Messungen von der Simulation betragen im passiven Zustand bis zu ca. 50%, im Bereich kleiner Dehnungen bis zu Faktor 2. Betragsmäßig liegen die maximalen Abweichungen bei ca. $50 \mu\text{m}/\text{m}$. Im aktiven Zustand sind bei sehr kleinen Dehnungen Abweichungen bis >Faktor 10 zu beobachten, wobei die betragsmäßigen Abweichungen aber auch hier bei ca. $50 \mu\text{m}/\text{m}$ liegen.

In der Simulation reduziert sich der Maximalwert der Dehnung beim Übergang vom passiven in den aktiven Zustand unter der viertelseitigen Belastung von $151 \mu\text{m}/\text{m}$ auf $74 \mu\text{m}/\text{m}$, in der Messung von $193 \mu\text{m}/\text{m}$ auf $104 \mu\text{m}/\text{m}$. Für den Fall der halbseitigen Belastung geht der Maximalwert bei der Aktivierung in der Simulation von $122 \mu\text{m}/\text{m}$ auf $101 \mu\text{m}/\text{m}$ zurück, in der Messung nimmt der Wert von $171 \mu\text{m}/\text{m}$ auf $104 \mu\text{m}/\text{m}$ ab.

Die Änderungen der Dehnungswerte bei der Aktivierung sind in Tab. 7.7 zusam-

Tabelle 7.5 Vergleich der Dehnungswerte aus der Simulation und aus der Messung im passiven und im aktiven Zustand beim viertelseitigen Validierungslastfall

Sensor	Passiver Zustand				Aktiver Zustand			
	Simul.	Messung	$\Delta\epsilon_1$		Simul.	Messung	$\Delta\epsilon_2$	
	ϵ_{sim}^{passiv} ($\mu\text{m}/\text{m}$)	ϵ_{mess}^{passiv} ($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	(%)	ϵ_{sim}^{aktiv} ($\mu\text{m}/\text{m}$)	ϵ_{mess}^{aktiv} ($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	(%)
1	16	15	-1	-6	25	22	-3	-12
2	43	34	-9	-21	74	59	-15	-20
3	129	183	54	42	-10	29	39	-390
4	47	54	7	15	0	9	9	-
5	-9	-8	1	-11	-16	-17	-1	6
6	-3	-7	-4	133	-31	-35	-4	13
7	-48	-51	-3	6	-58	-59	-1	2
8	2	4	2	100	4	4	0	0
9	1	-1	-2	-200	2	-3	-5	-250
10	3	1	-2	-67	9	6	-3	-33
11	27	40	13	48	44	62	18	41
12	-62	-74	-12	19	-33	-45	-12	36
13	-100	-109	-9	9	-46	-62	-16	35
14	-151	-193	-42	28	-60	-104	-44	73

$\Delta\epsilon_1$ – Abweichung der Dehnungsmessung von der Simulation im passiven Zustand, $\Delta\epsilon_1 = \epsilon_{mess}^{passiv} - \epsilon_{sim}^{passiv}$
 $\Delta\epsilon_2$ – Abweichung der Dehnungsmessung von der Simulation im aktiven Zustand, $\Delta\epsilon_2 = \epsilon_{mess}^{aktiv} - \epsilon_{sim}^{aktiv}$

mengefasst. Die Werte der Dehnungsänderungen zeigen geringere Abweichungen zwischen Simulation und Messung als die eingangs beschriebenen Abweichungen der Absolutwerte. Der Effekt der Aktivierung der Auflager ist trotz der Abweichungen in den Absolutwerten sehr gut zu beobachten.

In Abb. 7.16 sind die Dehnungsverläufe von 4 ausgewählten Sensoren (Sensoren 3, 6, 11, 14, Position siehe Abb. 7.11) während des Aktivierungsvorgangs für den viertelseitigen Validierungslastfall dargestellt. Parallel dazu zeigt Abb. 7.16 den Verlauf der entsprechenden Auflagerverschiebungen. Deutlich erkennbar ist die Reduzierung der Dehnungswerte in den Bereichen der maximalen Spannungen (Sensor 3 und Sensor 14 im Auflagerbereich). Parallel dazu kommt es zu einer leichten Erhöhung der Werte in den Randbereichen (Sensor 6 und Sensor 11). Dies bestätigt die in den Abschnitten 5.2 und 5.3 dargestellte Beobachtung der Reduzierung der Maximal-

Tabelle 7.6 Vergleich der Dehnungswerte aus der Simulation und aus der Messung im passiven und im aktiven Zustand beim halbseitigen Validierungslastfall

Sensor	Passiver Zustand				Aktiver Zustand			
	Simul.	Messung	$\Delta\epsilon_1$		Simul.	Messung	$\Delta\epsilon_2$	
	$\epsilon_{\text{sim}}^{\text{passiv}}$ ($\mu\text{m/m}$)	$\epsilon_{\text{mess}}^{\text{passiv}}$ ($\mu\text{m/m}$)	($\mu\text{m/m}$)	(%)	$\epsilon_{\text{sim}}^{\text{aktiv}}$ ($\mu\text{m/m}$)	$\epsilon_{\text{mess}}^{\text{aktiv}}$ ($\mu\text{m/m}$)	($\mu\text{m/m}$)	(%)
1	13	7	-6	-46	3	-1	-4	-133
2	2	-2	-4	-200	9	1	-8	-89
3	85	118	33	39	-2	25	27	-1.350
4	10	-3	-13	-130	-28	-36	-8	29
5	2	1	-1	-50	1	-1	-2	-200
6	-17	-30	-13	76	-39	-53	-14	36
7	-77	-88	-11	14	-101	-107	-6	6
8	-8	-7	1	-13	0	0	0	0
9	-15	-21	-6	40	-4	-13	-9	225
10	-27	-24	3	-11	-3	-4	-1	33
11	65	90	25	38	85	107	22	26
12	-72	-94	-22	31	-39	-56	-17	44
13	-122	-145	-23	19	-63	-81	-18	29
14	-117	-171	-54	46	-4	-49	-45	1.125

$\Delta\epsilon_1$ – Abweichung der Dehnungsmessung von der Simulation im passiven Zustand, $\Delta\epsilon_1 =$

$$\epsilon_{\text{mess}}^{\text{passiv}} - \epsilon_{\text{sim}}^{\text{passiv}}$$

$\Delta\epsilon_2$ – Abweichung der Dehnungsmessung von der Simulation im aktiven Zustand, $\Delta\epsilon_2 =$

$$\epsilon_{\text{mess}}^{\text{aktiv}} - \epsilon_{\text{sim}}^{\text{aktiv}}$$

spannungen bei gleichzeitiger Erhöhung der Spannungswerte in anderen Bereichen. Ebenfalls erkennbar ist ein Ortwechsel der maximalen Zugdehnung von Sensor 3 zu Sensor 11 sowohl in der Simulation als auch in der Messung.²³ Die Homogenisierung der Spannungsfelder zeigt sich in der deutlich geringeren Bandbreite zwischen maximaler positiver und negativer Dehnung im aktiven Zustand im Vergleich zum passiven Zustand.

²³Die dargestellten Maximalwerte begrenzen sich auf die Betrachtung der 14 Messpunkte und erfassen nicht die gesamte Struktur. Verdeutlicht wird dies dadurch, dass der Ortswechsel zwischen den maximalen Werten an den Messpunkten bereits vor Erreichen des optimalen Zustands eintritt. Im optimalen Zustand unterliegen mehrere (nicht zwingend durch die Messung erfasste) Punkte der gleichen Beanspruchung.

Tabelle 7.7 Änderungen der Dehnungswerte beim Übergang vom passiven in den aktiven Zustand für beide Validierungslastfälle

Sensor	Viertelseitiger Validierungslastfall				Halbseitiger Validierungslastfall			
	Simul.		Messung		Simul.		Messung	
	$\Delta\epsilon_{\text{sim}}^{\text{vs}}$ ($\mu\text{m}/\text{m}$)	$\Delta\epsilon_{\text{mess}}^{\text{vs}}$ ($\mu\text{m}/\text{m}$)	$\Delta\epsilon_1$ ($\mu\text{m}/\text{m}$)	(%)	$\Delta\epsilon_{\text{sim}}^{\text{hs}}$ ($\mu\text{m}/\text{m}$)	$\Delta\epsilon_{\text{mess}}^{\text{hs}}$ ($\mu\text{m}/\text{m}$)	$\Delta\epsilon_2$ ($\mu\text{m}/\text{m}$)	(%)
1	9	8	-1	-11	-10	-7	3	-30
2	31	25	-6	-19	7	-1	-8	-114
3	-118	-153	-35	30	-82	-93	-11	13
4	-47	-46	1	-2	18	33	15	83
5	7	9	2	29	-1	0	1	-100
6	28	28	0	0	23	23	0	0
7	9	8	-1	-11	23	19	-4	-17
8	2	0	-2	-100	-8	-7	1	-13
9	2	2	0	0	-11	-8	3	-27
10	6	4	-2	-33	-24	-20	4	-17
11	17	22	5	29	20	18	-2	-10
12	-29	-29	0	0	-33	-38	-5	15
13	-53	-47	6	-11	-59	-64	-5	8
14	-91	-89	2	-2	-113	-122	-9	8

$\Delta\epsilon_1$ – Abweichung der Dehnungsänderung der gemessenen Werte von der Simulation für den viertelseitigen Validierungslastfall, $\Delta\epsilon_1 = \Delta\epsilon_{\text{mess}}^{\text{vs}} - \Delta\epsilon_{\text{sim}}^{\text{vs}}$

$\Delta\epsilon_2$ – Abweichung der Dehnungsänderung der gemessenen Werte von der Simulation für den halbseitigen Validierungslastfall, $\Delta\epsilon_2 = \Delta\epsilon_{\text{mess}}^{\text{hs}} - \Delta\epsilon_{\text{sim}}^{\text{hs}}$

Abb. 7.17 zeigt die Dehnungsverläufe von 5 ausgewählten Sensoren (Sensoren 3, 7, 11, 13, 14, Position siehe Abb. 7.11) beim Übergang vom passiven in den aktiven Zustand für den halbseitigen Validierungslastfall. Ähnlich dem viertelseitigen Lastfall (Abb. 7.16) zeigt sich eine Abnahme der Maximaldehnungen in den Auflagerbereichen (Sensoren 3, 13, 14) bei gleichzeitiger Zunahme der Dehnungen in den Randbereichen (Sensoren 7 und 11) sowie die Ortswechsel der maximalen Dehnungen. Die Homogenisierung der Spannungsfelder (aus der Betrachtung des Verlaufs der Dehnungswerte) ist für den halbseitigen Lastfall geringer ausgeprägt als für den viertelseitigen Lastfall. Dies entspricht der geringeren Reduzierung der Maximalspannung in der Optimierung (siehe Tab. 7.4).

Sowohl für den viertelseitigen als auch für den halbseitigen Validierungslastfall zeigen sich Abweichungen in den Absolutwerten der Dehnungen zwischen Simulation

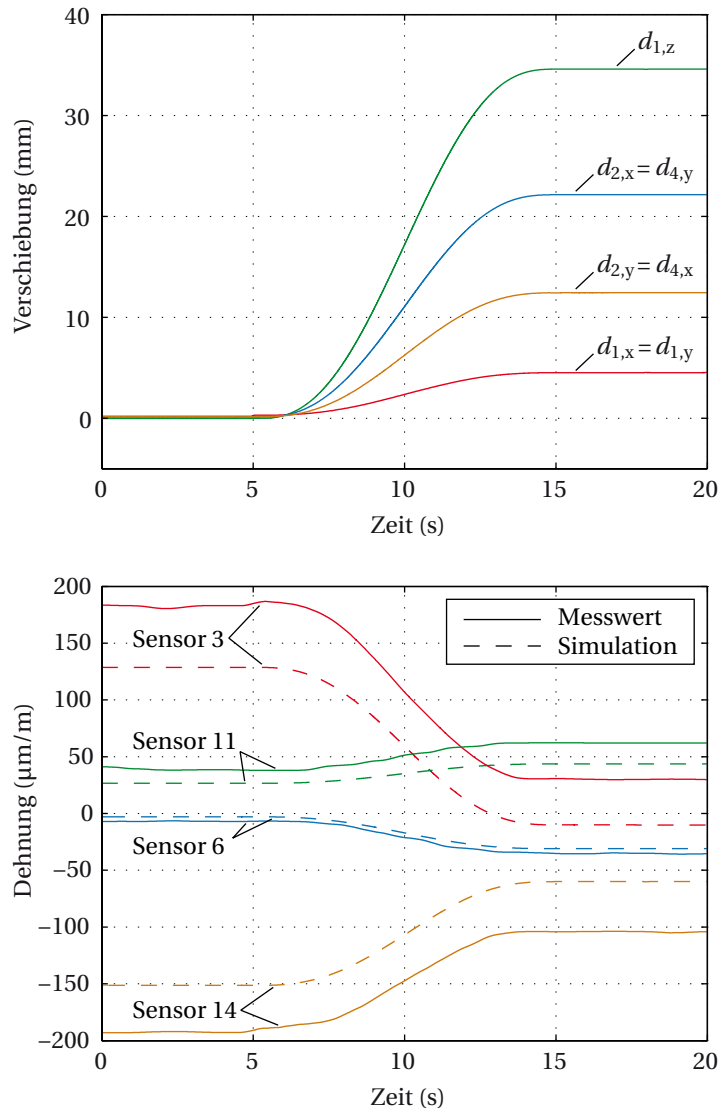


Abbildung 7.16 Verlauf der Auflagerverschiebungen und der Dehnungswerte an 4 ausgewählten Sensorpositionen (siehe Abb. 7.11) beim Übergang vom passiven in den aktiven Zustand für den viertelseitigen Validierungslastfall. Die gezeigten Sensorpositionen beinhalten die Maximalwerte der Dehnungen aus allen Sensorpositionen im passiven und im aktiven Zustand.

und Messung im passiven und im aktiven Zustand. Begründet werden können diese Abweichungen in systematischen Fehlern in der Dehnungsmessung, Abweichungen in den Sensorpositionen zwischen Simulation und Prototyp, Unterschieden zwischen der modellierten und der tatsächlichen Geometrie sowie Abweichungen in den Materialeigenschaften. In Anhang E erfolgt anhand einer Sensitivitätsanalyse

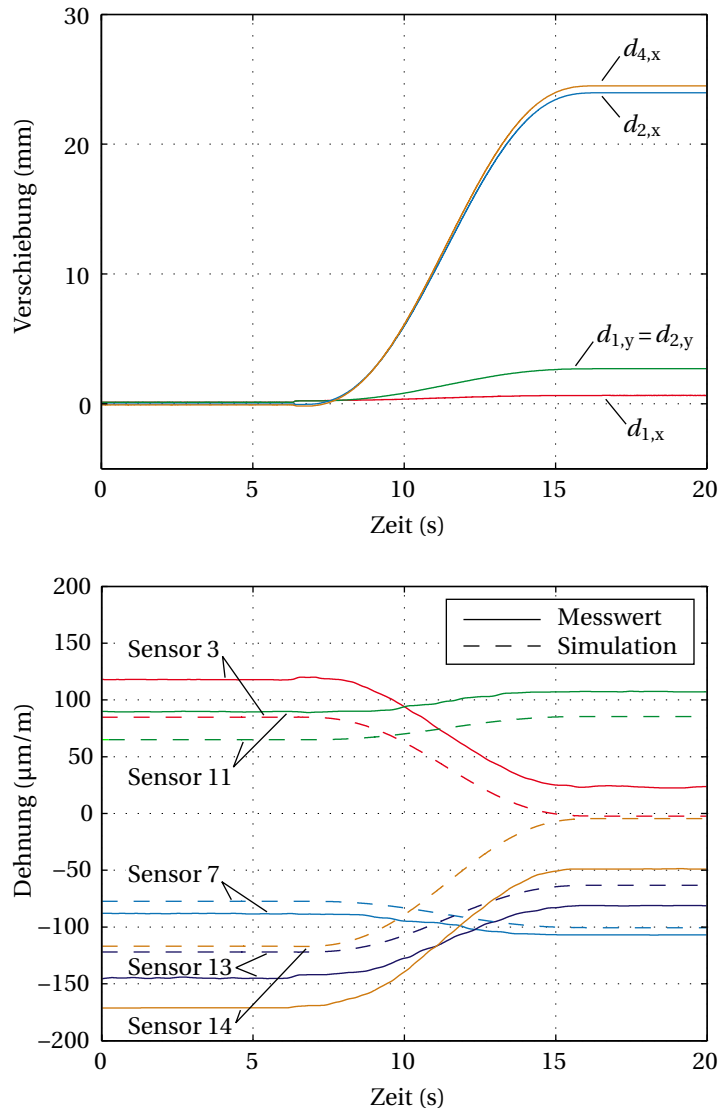


Abbildung 7.17 Verlauf der Auflagerverschiebungen und der Dehnungswerte an 5 ausgewählten Sensorpositionen (siehe Abb. 7.11) beim Übergang vom passiven in den aktiven Zustand für den halbseitigen Validierungslastfall. Die gezeigten Sensorpositionen beinhalten die Maximalwerte der Dehnungen aus allen Sensorpositionen im passiven und im aktiven Zustand sowie während des Übergangs.

eine Betrachtung des Einflusses möglicher Abweichungen der Materialkennwerte. Eine Untersuchung des Einflusses der Umweltbedingungen auf die Strukturgeometrie und die entsprechende Auswirkung auf Tragverhalten ist ebenfalls in Anhang E dargestellt.

Die Untersuchungen in Anhang E zeigen einen erheblichen Einfluss der Abwei-

chungen in den Materialeigenschaften und in der Geometrie auf die Simulationenwerte der Dehnungen. Die untersuchten Grenzwerte zeigen in der Simulation eine deutlich ausgeprägte Bandbreite der Dehnungswerte. Die gemessenen Dehnungen liegen nahezu alle innerhalb dieser Bandbreite. Dies plausibilisiert die beobachteten Abweichungen in den Absolutwerten der Dehnung zwischen Simulation und Messung.

Trotz der oben beschriebenen Abweichungen in den Absolutwerten der Dehnung zwischen Simulation und Messung bestätigt sich der Effekt der Aktivierung hinsichtlich der Änderung der Dehnungswerte im Experiment. Die Homogenisierung der Dehnungsfelder ist für beide Validierungslastfälle sehr gut erkennbar. Die gemessenen Dehnungsänderungen bei der Aktivierung entsprechen mit guter Näherung den in der Optimierung erzielten Ergebnissen. Die experimentelle Validierung bestätigt somit, unter Berücksichtigung der plausibilisierten Abweichungen in den Absolutwerten, die Ergebnisse der Simulation und der Optimierung der Auflagerpositionen.

8 Zusammenfassung und Ausblick

8.1 Zusammenfassung der wesentlichen Ergebnisse

Das Konzept der Adaptivität stellt einen relativ neuen, noch weitgehend unzureichend erforschten Ansatz zur Optimierung tragender Konstruktionen im Bauwesen dar. Die fortlaufende Manipulation des Tragverhaltens durch die Einwirkung aktiver Elemente bietet das Potential, Spitzenbeanspruchungen nicht mit zusätzlicher Strukturmasse zu begegnen. Stattdessen führt die aktive Manipulation der tragenden Elemente zu einem Abbau bemessungskritischer Spannungen, Verformungen und Schwingungen bei variablen Lasten und ermöglicht somit eine Reduktion des Materialaufwands.

Insbesondere Schalentragwerke weisen unter Einwirkung von Lastfällen, die zum formbestimmenden Lastfall nicht-affin sind, deutliche Ineffizienzen im Lastabtrag auf. Diese Ineffizienzen drücken sich in der Ausbildung von Biegebeanspruchungen und Spannungskonzentrationen aus. Der Ansatz der Adaptivität bietet die Möglichkeit, diesen Effekten durch gezielte Eingriffe in das Tragverhalten entgegenzuwirken und damit einen Mehraufwand an Material zu vermeiden.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit dem Potential der Auflagerverschiebung zur Adaption punktgelagerter Schalentragwerke. Ziel der adaptiven Eingriffe ist die Homogenisierung der aufgrund externer Lasten auftretenden Spannungsfelder. Die dargestellten Betrachtungen zum Tragverhalten einer ausgewählten Schalenstruktur bestätigen die Ausbildung von Inhomogenitäten in der Spannungsverteilung unter ungleichmäßig verteilten Auflasten. Insbesondere führen Biegebeanspruchungen in den Auflagerbereichen zu Spannungsspitzen.

Für die Bestimmung der optimalen Auflagerverschiebungen kommen mathematische Optimierungsverfahren zum Einsatz. Der dabei gewählte Ansatz, die nichtlinearen Struktureffekte zu berücksichtigen, wird in der Validierungsphase der Arbeit an dem vorgestellten Prototyp bestätigt. Die vorgeschlagene Vorgehensweise der Umsetzung der Optimierungsverfahren (Kopplung der Algorithmen mit der nichtlinearen FEM-Berechnung zur Bestimmung der Zielfunktionswerte) ist auf weiterführende Untersuchungen ähnlicher Problemstellungen übertragbar.

Vergleichend werden für die vorliegende Problemstellung sowohl ein globales als auch ein gradientenbasiertes Optimierungsverfahren untersucht. Darüber hinaus wird eine Vorgehensweise zur Überprüfung und Anpassung des eingesetzten globalen Suchalgorithmus (*Simulated-Annealing*-Verfahren) vorgeschlagen.

Die Untersuchungen erfolgen vergleichend für verschiedene Materialien (allgemeines isotropes Material, Beton, Holz) mit jeweils unterschiedlichen Materialgesetzen bzw. unterschiedlichen Ansätzen für die Bildung der Zielfunktion in der Optimierungsphase (Minimierung der von-Mises-Spannung, der ersten Hauptspannung bzw. der Spannung in Faserrichtung). Die Ergebnisse der Optimierung zeigen, dass sich die Spannungsspitzen in allen Fällen deutlich (ca. 50–90 %) abbauen lassen.

Beide untersuchten Optimierungsverfahren liefern ähnlich gute Ergebnisse hinsichtlich der optimierten Maximalspannung. Die Werte des Optimierungsvektors zeigen dabei allerdings Abweichungen zwischen den Lösungen beider Verfahren. Es ist möglich, dass die Zielfunktion entweder mehrere Minima mit ähnlichen Funktionswerten hat oder dass die Zielfunktion um den wahren Minimalwert einen ausgedehnten Bereich mit nahezu identischen Funktionswerten aufweist. Die Nichtexistenz mehrerer lokaler Minima mit deutlich unterschiedlichen Funktionswerten ist im Allgemeinen nicht vorauszusetzen. Es wird an dieser Stelle vorgeschlagen, in ähnlichen Fällen immer globale und lokale Suchalgorithmen gegenüberzustellen.

In Einzelfällen zeigt der Gradientenalgorithmus deutlich schlechtere Lösungen bzw. benötigt deutlich mehr Rechenschritte. Verbesserungen in der Umsetzung des Algorithmus (Bestimmung der Suchrichtung und der Liniensuche, Änderung der Abbruchkriterien) führen hier potentiell zu effizienteren Optimierungsläufen. Weiterführende Untersuchungen zur Verbesserung des Gradientenalgorithmus sind nicht Bestandteil der vorliegenden Arbeit.

Die Optimierungsergebnisse werden an einem großmaßstäblichen Prototyp validiert. Im Abgleich des Verhaltens des Prototyps mit der Simulation zeigen sich teilweise signifikante Abweichungen in den Dehnungswerten. Als Ursachen für diese Abweichungen werden geometrische Unterschiede zwischen der simulierten Geometrie und der tatsächlichen Geometrie sowie Streuungen in den Materialkennwerten vermutet. Der vorgestellte Prototyp in einer mehrlagigen Holzbauweise unterliegt geometrischen Änderungen aufgrund von Umwelteinflüssen (Luftfeuchte, Temperatur). Hinzu kommen werkstoffbedingte Variationen in den Materialeigenschaften. Eine entsprechende Sensitivitätsuntersuchung bestätigt den Einfluss dieser Faktoren und plausibilisiert die beobachteten Abweichungen des Tragverhaltens zwischen der Simulation und den Messungen.

Der Effekt der Auflagerverschiebung hinsichtlich einer Homogenisierung der Spannungsfelder und einer Reduzierung der Spannungsspitzen lässt sich trotz der Abweichungen in den Dehnungswerten sehr gut beobachten. Beim Übergang vom passiven in den aktiven Zustand zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung in den Änderungen der Dehnungswerte zwischen Messung und Simulation. Somit bestätigt sich das Potential der Auflagerverschiebung als eine Methode zur aktiven

Manipulation der Spannungsfelder und zum Abbau der bemessungsrelevanten Spannungsspitzen in Schalentragwerken.

8.2 Anregungen für weiterführende Arbeiten

Aufbauend auf den Untersuchungen der vorliegenden Arbeit lassen sich eine Reihe von interessanten und relevanten Forschungsthemen erkennen.

Der in der Arbeit untersuchte Gradientenalgorithmus findet in Einzelfällen nicht das mit dem *Simulated-Annealing*-Verfahren bestimmte globale Optimum. Hier gilt es zu untersuchen, ob es sich bei den Lösungen des Gradientenalgorithmus tatsächlich um lokale Minima handelt oder ob die Konfiguration des Gradientenalgorithmus noch nicht optimal gewählt ist. Auch im Sinne einer Effizienzsteigerung des Gradientenverfahrens bieten sich Untersuchungen zur Verbesserung des Algorithmus an (bspw. Methode der konjugierten Gradienten zur Suchrichtungsbestimmung, Optimierung der Liniensuche und der Abbruchkriterien). Darüber hinaus gibt es weitere Optimierungsverfahren, die für die Bestimmung der optimalen adaptiven Eingriffe untersucht und mit den vorgeschlagenen Verfahren verglichen werden könnten. Insbesondere ableitungsfreie und globale Suchstrategien sind hier von Interesse (bspw. evolutionäre Algorithmen).

In der Validierung der Optimierungsergebnisse lässt sich der Effekt der Auflagerverschiebung am vorgestellten Prototyp sehr gut zeigen. Allerdings treten teilweise große Abweichungen zwischen den Dehnungsmessungen und der Simulation auf. Die Vermutung strukture geometrischer Einflüsse als eine Ursache für diese Abweichungen ist in weiteren Arbeiten zu untersuchen. Das Tragverhalten eines Schalentragwerks ist stark abhängig von seiner Geometrie. Die genaue Kenntnis der Geometrie bzw. deren zeitliches Änderungsverhalten sind somit für die optimale Auslegung der adaptiven Eingriffe von hoher Relevanz. Von Interesse sind also Untersuchungen zur genauen Bestimmung der Geometrie und, insbesondere für den Werkstoff Holz, deren Veränderung in Abhängigkeit von den Umgebungsbedingungen.

Da trotz der beobachteten Abweichungen der Dehnungsmessungen der Effekt der Aktivierung der Auflager sehr gut zu beobachten ist, wäre eine Einschätzung des Einflusses der Geometrie nicht nur auf das Strukturverhalten, sondern auf die Optimierungsergebnisse selbst von hohem Interesse. Hier ist die Fragestellung relevant, zu welchen Abweichungen strukture geometrische Einflüsse bei der Bestimmung der optimalen Auflagerpositionen führen.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit kommen Dehnungsmessungen zur Untersuchung des Tragverhaltens des Prototyps zum Einsatz. Wie die Untersuchungen unter Laborbedingungen zeigen, sind lokale Dehnungsmessungen mit DMS am

Werkstoff Holz nicht fehlerfrei. Weiterführende Untersuchungen im Bereich der Sensorik (bspw. optische Messverfahren) bieten potentiell höhere Genauigkeit und verbesserte Robustheit in der Erfassung des Verhaltens der Tragstruktur.

Bei den vorgestellten Versuchen zur Validierung der Optimierungsergebnisse handelt es sich um Kurzzeitversuche. Die Einflüsse von Temperaturänderungen und Luftfeuchteänderungen können somit unberücksichtigt bleiben. Langfristig sind an den DMS Drifterscheinungen aufgrund der Umwelteinflüsse zu erwarten. Für die langfristige, robuste Erkennung von Belastungen müssen solche Drifterscheinungen in der Auswertung der Messwerte berücksichtigt werden.

Die vorliegende Arbeit begrenzt sich auf die Betrachtung der Spannungszustände und deren Homogenisierung mittels der aktiven Verschiebung der Auflager. Dabei bleiben Fragestellungen der Stabilität unberücksichtigt. Das Potential der Adaption hinsichtlich der Vermeidung von Stabilitätsversagen (bspw. Beulen) ist in weiterführenden Arbeiten zu untersuchen.

Die im Rahmen der Arbeit vorgestellten Ansätze und Methoden lassen sich auf ähnliche Problemstellungen im Bereich der adaptiven Tragwerke übertragen. Untersuchenswert ist die Anwendung dieser Ansätze auf weitere Strukturformen und für andere Zielstellungen (bspw. Verformungsreduktionen).

Der vorgestellte Prototyp und die Validierung der Auflagerverschiebung als eine Möglichkeit der Manipulation des Strukturverhaltens stellen einen wichtigen Schritt in die Richtung einer praktischen Umsetzung adaptiver Tragwerke dar. Nicht Bestandteil der vorliegenden Arbeit ist die Implementierung der entsprechenden Regelungsstrategien für die Adaption. Hierfür ist es beispielsweise denkbar, die Optimierung der Aktivierung für eine Bandbreite von Lastfällen durchzuführen. Zu untersuchen wäre dann, ob sich aus der entstehenden Datenbank der optimierten Auflagerpositionen eine robuste und präzise optimale Verschiebung für alle möglichen Lastfälle ableiten lässt, und wie dieser Ansatz in eine entsprechendes Regelungsgesetz für ein adaptives Tragwerk zu überführen wäre.

Eine weitere relevante Fragestellung im Hinblick auf eine praktische Anwendung ist eine gesamtheitliche energetische Bewertung. Dabei ist die durch die Adaptivität der Tragstruktur gewonnene Materialeinsparnis den energetischen Anforderungen während des Betriebs sowie der „grauen“ Energie der zusätzlichen Komponenten gegenüberzustellen. Hinzu kommen Fragen zu den sicherheitstechnischen Aspekten bei der Umsetzung adaptiver Systeme und die Integration dieser Aspekte in die Sicherheitskonzepte im Bauwesen.

A Mechanische Eigenschaften des Werkstoffs Holz

Holz ist ein natürlich wachsender Faserverbundwerkstoff und verfügt in Bezug auf seine mechanischen Eigenschaften über ein ausgeprägtes orthotropes Verhalten. Die Unterscheidung erfolgt dabei grundsätzlich entlang der drei Richtungen des Baumwachstums: longitudinal (L, entspricht der Holzfaserrichtung), radial (R, senkrecht zu den Wachstumsringen) und tangential (T, parallel zu den Wachstumsringen), wobei die Unterschiede hinsichtlich der mechanischen Eigenschaften zwischen der radialen Richtung und der tangentialen Richtung vergleichsweise gering ausfallen. So differenziert beispielsweise die DIN EN 338 [83] die relevanten Bemessungskennwerte nur parallel und senkrecht zur Faserrichtung. Dies ist auch sinnvoll im Hinblick auf die Tatsache, dass Vollkathölzer aus verschiedenen Bereichen eines Stammes geschnitten werden. Somit ist die Längsrichtung des Kantholzes zwar immer in Faserrichtung, die Tangential- bzw. Radialrichtungen können aber verschiedene Anordnungen innerhalb des Vollkantquerschnitts annehmen.

Für orthotrope Materialien lässt sich das linear-elastische Spannungs-Dehnungsverhalten wie folgt beschreiben [106, 107]:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & -\frac{\nu_{zx}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & -\frac{\nu_{zy}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xz}}{E_x} & -\frac{\nu_{yz}}{E_y} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

Weiterhin gilt:

$$\frac{\nu_{yx}}{E_y} = \frac{\nu_{xy}}{E_x}, \quad \frac{\nu_{zx}}{E_z} = \frac{\nu_{xz}}{E_x} \quad \text{und} \quad \frac{\nu_{zy}}{E_z} = \frac{\nu_{yz}}{E_y}.$$

Somit sind insgesamt 9 Parameter notwendig, um das Spannungs-Dehnungsverhalten eines orthotropen Werkstoffs zu beschreiben.

Aufgrund der Tatsache, dass Holz ein natürlich wachsender Rohstoff ist, kann es zu erheblichen Streuungen in den Kennwerten der mechanischen Eigenschaften kommen. In [107] sind Kennwerte für Fichtenholz aus verschiedenen Untersuchungen zusammengetragen, die in Tab. A.1 zusammengefasst sind.

Tabelle A.1 Kennwerte für Fichtenholz aus [107]. Bei der Angabe der Querdehnzahl bezieht sich der erste Index auf die Krafrichtung, der zweite Index auf die Dehnungsrichtung.

Eigenschaft	Wert
E-Modul longitudinal, E_L (GPa)	10–16,2
E-Modul radial, E_R (GPa)	0,7–1,1
E-Modul tangential, E_T (GPa)	0,42–0,49
Schubmodul long./tang., G_{LT} (GPa)	0,63–0,74
Schubmodul long./rad., G_{LR} (GPa)	0,51–0,78
Schubmodul rad./tang., G_{RT} (GPa)	0,03–0,066
Querdehnzahl, ν_{LR}	0,33–0,45
Querdehnzahl, ν_{LT}	0,53–0,56
Querdehnzahl, ν_{RT}	0,42–0,6

Tabelle A.2 Querdehnzahlen für Nadelholz aus [106]. Bei der Angabe bezieht sich der erste Index auf die Krafrichtung, der zweite Index auf die Dehnungsrichtung.

Eigenschaft	Wert
Querdehnzahl, ν_{LR}	0,37
Querdehnzahl, ν_{LT}	0,42
Querdehnzahl, ν_{RT}	0,47

Tabelle A.3 Kennwerte für Nadelholz Festigkeitsklasse C35 nach DIN EN 338 [83]

Eigenschaft	Wert
E-Modul parallel (L), $E_0 = E_L$ (GPa)	13
E-Modul rechtwinklig (T, R), $E_{90} = E_{R,T}$ (GPa)	0,43
Schubmodul (LR, LT), $G = G_{LR,LT}$ (GPa)	0,81

Leicht abweichend von diesen Werten gibt [106] Kennwerte für die Querdehnzahlen von Nadelholz wie in Tab. A.2 an.

In der DIN EN 338 [83] erfolgt eine Einteilung von Holzwerkstoffen in Festigkeitsklassen. Für die Festigkeitsklasse C35 sind beispielsweise die in Tab. A.3 dargestellten Kennwerte angegeben. Wie eingangs beschrieben, findet keine Unterscheidung zwischen radialer und tangentialer Richtung statt.

Der Holzwerkstoff für die Umsetzung des in Kap. 7 beschriebenen Prototyps

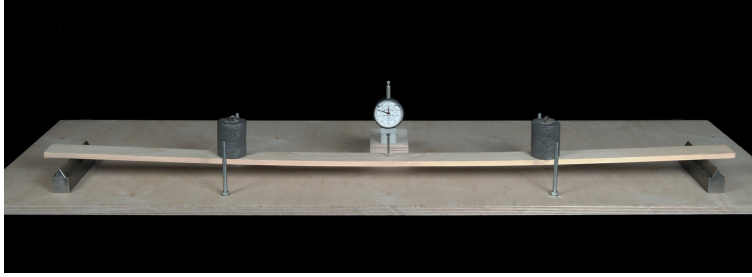


Abbildung A.1 Versuchseinrichtung zur Bestimmung des Biege-E-Moduls der Holzleisten (Foto: G. Metzger/ILEK)

ist eine Mischung aus Fichte/Tanne. Als Rohmaterial für die Umsetzung standen Leisten mit einem Querschnitt von $10\text{ mm} \times 50\text{ mm}$ ($\pm 0,1\text{ mm}$) und mit Längen von 3 m bis 3,5 m zur Verfügung. Anhand fünf willkürlich ausgewählter Leisten wurde mittels eines Vierpunktbiegeversuchs der E-Modul bestimmt. Die entsprechende Versuchseinrichtung ist in Abb. A.1 dargestellt.²⁴ Aus jeder der fünf Leisten wurden zwei Probekörper mit einer Länge von 1.300 mm ($\pm 10\text{ mm}$) hergestellt. Die Belastung erfolgte an den Viertelpunkten mit Gewichten von jeweils 16,97 N (1.730 g). Die Durchbiegung in Feldmitte wurde mit einer analogen Messuhr (Skaleneinteilung 0,01 mm) erfasst. Anhand der gemessenen Durchbiegung und dem bekannten Querschnitt lässt sich somit der E-Modul der Leisten bestimmen. Zusätzlich erfolgte eine Bestimmung der Dichte. Die Ergebnisse der Versuche sind in Tab. A.4 zusammengefasst.

Die Eigenschaften zeigen signifikante Streuungen sowohl bezüglich der Dichte als auch des E-Moduls. Anhand des Mittelwerts erfolgt eine Einordnung in die Festigkeitsklasse C35 der DIN EN 338 [83]. Daraus ergeben sich die in Tab. A.3 angegebenen Kennwerte für die E-Moduln parallel (E_0) und rechtwinklig (E_{90}) zur Faser und für den Schubmodul G . Gemäß DIN EN 1995-1-1 [108] wird der Rollschubmodul (RT-Richtung) mit $G_{RT} = 0,10G_{LR,LT} = 0,081\text{ GPa}$ angenommen. Ergänzend zu den Steifigkeitswerten werden basierend auf den Angaben in [106, 107] (siehe Tabellen A.1 und A.2) für die Querdehnzahlen mittlere Werte von $\nu_{LR,LT} = 0,45$ und $\nu_{RT} = 0,5$ angesetzt.

²⁴Der Einsatz der in Anhang B beschriebenen Versuchseinrichtung war aufgrund der geringen Kräfte bei einer minimalen Auflösung der Kraftmessung an der Prüfmaschine von 1,42 N hier nicht sinnvoll.

Tabelle A.4 Kennwerte für Fichte/Tanne aus Messungen

Leiste	Probe- körper	Durch- biegung w (mm)	E-Modul E_L (GPa)	Masse m (g)	Dichte ρ (kg/m ³)
1	A	14,8	13,67	265	406
1	B	14,2	14,22	274	421
2	A	10,4	19,46	346	532
2	B	10,5	19,29	344	532
3	A	13,3	15,13	324	500
3	B	16,4	12,28	297	459
4	A	23,9	8,45	250	386
4	B	26,5	7,62	230	356
5	A	19,4	10,40	260	400
5	B	15,5	12,99	264	409
Mittelwert, E_L			13,35		440
Standardabweichung, s_E			3,99		62

B Dehnungsmessung am Werkstoff Holz

Zur Bestimmung der Beanspruchungszustände in einem Werkstoff ist die Messung der Dehnung mittels Dehnungsmessstreifen (DMS) eine seit Jahrzehnten bewährte Methode. Die technologischen Grundlagen verschiedener Varianten dieser Messmethode sind umfangreich dokumentiert [109, 110]. Weit verbreitet ist der Einsatz metallischer DMS, deren Wirkungsweise auf der Widerstandsänderung eines elektrischen Leiters aufgrund einer Dehnung beruht. Im Verbund mit einem Probekörper lässt sich diese Widerstandsänderung erfassen und somit die Dehnung ε des Probekörpers an der Messstelle nach

$$\frac{\Delta R_{D,0}}{R_{D,0}} = k_D \varepsilon \quad (\text{B.1})$$

bestimmen, wobei $R_{D,0}$ der Ausgangswiderstand des DMS ist und $\Delta R_{D,0}$ die Widerstandsänderung aufgrund der Dehnung ε darstellt. Der Wert k_D (in der Literatur oft als k-Faktor angegeben) ist ein vom Hersteller bestimmter und gelieferter Wert. Die aufgrund der Dehnung hervorgerufene Widerstandsänderung $\Delta R_{D,0}$ ist sehr klein und wird üblicherweise mittels einer Wheatstoneschen Brückenschaltung (siehe Abb. B.1) und entsprechender Messelektronik zur Auswertung ermittelt [109, 110]. Für die Wheatstonesche Brückenschaltung gilt:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right). \quad (\text{B.2})$$

Der Einsatz direkt applizierter DMS auf Holzwerkstoffen ist in [111–116] doku-

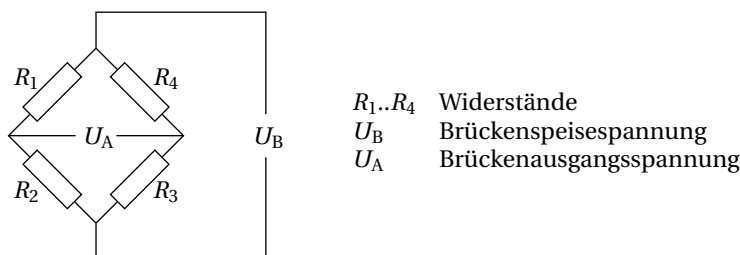


Abbildung B.1 Wheatstonesche Brückenschaltung (nach [109])

mentiert. Den Quellen entsprechend gilt es im Vergleich zu Metallen einige Besonderheiten des Werkstoffs Holz zu beachten:

1. Lokale Dehnungsunterschiede aufgrund der Heterogenität der Holzstruktur
2. Lokale Versteifung an der Messstelle aufgrund des Eindringens von Klebstoff in die Holzstruktur
3. Lokale Steifigkeitserhöhung aufgrund der relativ hohen Steifigkeit des DMS und des DMS-Trägermaterials
4. Temperaturerhöhung aufgrund der geringen Wärmeleitfähigkeit von Holz und der dementsprechenden thermischen Dehnung
5. Dehnungen aufgrund von Quellen und Schwinden bei Holzfeuchteänderungen

In [111] werden für Dehnungsmessungen parallel zur Faserrichtung sehr gute Ergebnisse beschrieben (Abweichung bis max. 4 %). Senkrecht zur Faserrichtung sind die Abweichungen deutlich höher (bis zu 44 %). Zusätzlich wird in [111] bei den Messungen senkrecht zur Faserrichtung eine starke Abhängigkeit der Dehnungsmessung von der Klebstoffauswahl dokumentiert. Diese Abhängigkeit lässt sich mit dem Effekt der lokalen Versteifung begründen, der sich aufgrund des geringen E-Moduls des Holzes quer zur Faser stärker auswirkt. Bei allen Versuchen liegen die Messwerte unter den tatsächlichen Dehnungen.

Die in [113, 114] beschriebenen Versuche weisen Abweichungen von bis zu 11 % bei Zugversuchen bzw. bis zu 7,7 % bei Biegebeanspruchung auf, wobei ebenfalls die gemessenen Dehnungen immer kleiner sind als die tatsächlichen Werte. Auch die in [116] durchgeführten Versuche zeigen ausschließlich kleinere gemessene als tatsächliche Dehnungen. Die Abweichungen liegen hier im Bereich von 6,6 % bis 16,8 %. Als eine Möglichkeit der Anpassung wird die Neukalibrierung des k-Faktors vorgeschlagen [113, 115, 116].

Die Autoren in [115] stellen weiterhin ein ausgeprägtes Driftverhalten aufgrund der Erwärmung der Messstelle fest. Das Driftverhalten ist für kurze Messgitter (6 mm) besonders deutlich ausgeprägt und nimmt mit zunehmender Gitterlänge (in der Untersuchung bis 30 mm) ab. Aufgrund der lokalen Austrocknung setzt sich das Driftverhalten auch nach Erreichen des thermischen Gleichgewichts fort. Auch der Effekt des Trocknungsdrifts ist besonders bei kurzen Messgittern deutlich ausgeprägt. Für Kurzzeitversuche schlagen die Autoren somit vor, die eigentliche Messung erst nach Abklingen dieses Driftverhaltens durchzuführen. Für Langzeitmessungen kommen, bedingt durch Schwankungen in der Umgebungsfeuchte,

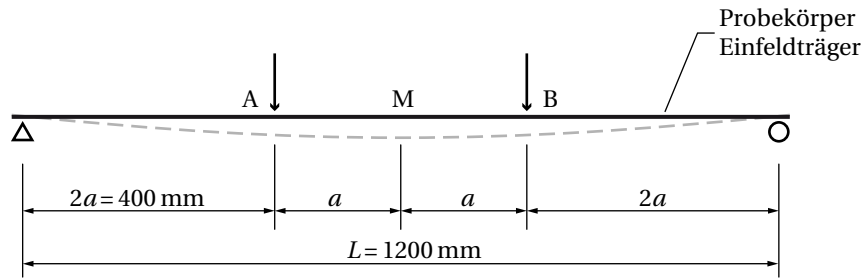


Abbildung B.2 Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus für Holzprobekörper

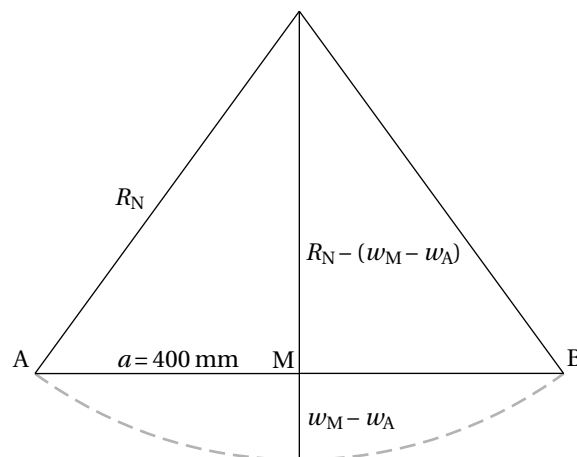


Abbildung B.3 Geometrischer Zusammenhang zwischen Krümmungsradius und Verschiebungsdifferenz

zusätzliche Quell- und Schwindeffekte hinzu, die ein Vielfaches der mechanischen Dehnungen betragen können.

In Hinblick auf den in Kap. 7 beschriebenen Prototyp erfolgen im Rahmen der vorliegenden Arbeit Untersuchungen zur Zuverlässigkeit von DMS-Messungen an dem Werkstoff Holz. Betrachtet werden dabei Probekörper in der Form von Einfeldträgern in einem Vierpunktbiegeversuch. In Abb. B.2 sind die Abmessungen des Versuchsaufbaus dargestellt. Bei Aufbringung einer vertikalen Verschiebung $w_A = w_B$ an den beiden Belastungspunkten A und B unterliegt der Bereich zwischen A und B einer konstanten Biegung ohne Querkraft. Die Punkte A und B sind in Anlehnung an DIN 52186 [117] und DIN EN 408 [118] als Drittelpunkte entlang der Spannweite gewählt.

Der Verformungsverlauf zwischen Punkten A und B kann aufgrund des konstanten Moments, wie in Abb. B.3 dargestellt, als kreisförmig angesetzt werden. Der Krümmungsradius R_N der Nulllinie des Querschnitts lässt sich anhand der Differenz

zwischen der gemessenen Durchbiegung in Feldmitte w_M und der aufgetragenen Verschiebung $w_A = w_B$ ermitteln:

$$R_N^2 = a^2 + (R_N - (w_M - w_A))^2,$$

$$R_N = \frac{a^2 + (w_M - w_A)^2}{2(w_M - w_A)}. \quad (\text{B.3})$$

Unter reiner Biegebeanspruchung bleibt der Querschnitt eben und die rechnerische Biegedehnung ε_b ist proportional zum Abstand c des betrachteten Punktes zur Nulllinie. Kombiniert mit Gl. (B.3) ergibt sich dann

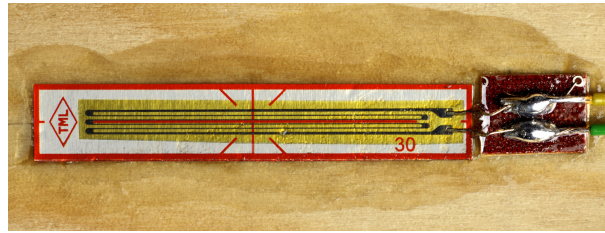
$$\varepsilon_b = \frac{c}{R_N}$$

$$= \frac{2c(w_M - w_A)}{a^2 + (w_M - w_A)^2}. \quad (\text{B.4})$$

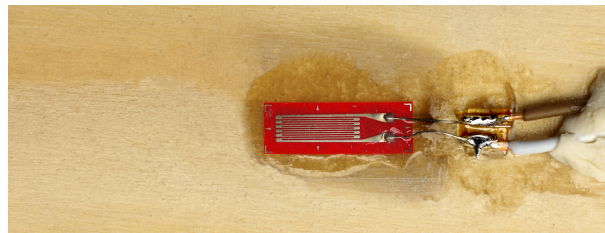
Bei einem rechteckigen Querschnitt homogenen Materials mit der Höhe H gilt für die äußersten Fasern $c_{\text{oben}} = c_{\text{unten}} = H/2$.

Für die Dehnungsmessungen im Rahmen dieser experimentellen Untersuchungen werden DMS vom Typ PFLW-30-11 (Hersteller Tokyo Sokki Kenkyujo Co., Ltd., $R_D = 120 \Omega$, $k_D = 2,14$) eingesetzt. Diese DMS haben eine Gitterlänge von 30 mm und sind somit insbesondere für heterogene Materialien geeignet. Sie verfügen zusätzlich über einen Metallträger zur Verhinderung des Eindringens von Feuchte aus dem Messobjekt. In den folgenden Beschreibungen werden diese DMS als Typ A bezeichnet. Für Vergleichsmessungen und Untersuchungen im Bauteilinneren kommen zusätzlich DMS vom Typ FLA-6-11 (Hersteller Tokyo Sokki Kenkyujo Co., Ltd., $R_D = 120 \Omega$, $k_D = 2,12$) zum Einsatz. Diese haben eine Gitterlänge von 6 mm und werden im Folgenden als Typ B bezeichnet. Die Aufbringung beider DMS-Typen erfolgt mit dem Zweikomponentenklebstoff vom Typ PS (Hersteller Tokyo Sokki Kenkyujo Co., Ltd.). Zwei beispielhafte Messstellen sind in Abb. B.4 dargestellt.

Betrachtet werden drei Probekörper mit unterschiedlichen Zielstellungen. Eine Beschreibung der Probekörper findet sich in Tab. B.1. Abb. B.5 zeigt eine schematische Darstellung der Probekörper. Die Herstellungsweise der mehrlagigen Probekörper ist identisch mit dem Prototyp aus Kap. 7 unter Verwendung des Polyurethanleims Prefere 6000 (Hersteller Dynea Chemicals Oy) und einer temporären Schraubpressung bis zur Aushärtung des Leims. Die Länge aller Probekörper beträgt 1.300 mm. Alle DMS sind im Bereich konstanten Moments platziert (zwischen Punkt A und Punkt B in Abb. B.2). Die rechnerischen Dehnungen für DMS in gleicher Richtung und im gleichen Abstand zur Nulllinie sind somit identisch. Abb. B.6 zeigt



(a) DMS Typ A (Foto: G. Metzger/ILEK)



(b) DMS Typ B (Foto: G. Metzger/ILEK)

Abbildung B.4 Messstellen mit DMS**Tabelle B.1** Probekörper für die Untersuchungen zur Dehnungsmessung am Werkstoff Holz

Probekörper	Querschnitt $H \times B$	Beschreibung und Zielstellung
1	10 mm × 50 mm	Einfache Leiste mit je einem DMS Typ A und Typ B auf der gleichen Seite; Abgleich der gemessenen Dehnung mit der Theorie; Untersuchung des Einflusses der Gitterlänge; Untersuchung für Druck und Zug erfolgt durch Wenden der Leiste im Versuchsaufbau.
2	20 mm × 150 mm	Zweilagiger Aufbau aus einer Längs- und einer Querlage, je 2 DMS Typ A auf den Randfasern oben und unten; Messung der Dehnung in Faserrichtung und senkrecht zur Faserrichtung.
3	30 mm × 150 mm	Dreilagiger Sandwichaufbau mit Längslagen außen und Querlage als Zwischenschicht, DMS Typ A auf den Randfasern in Längsrichtung, Typ B längs und quer zwischen Längslage und Querlage; Validierung des Dehnungsverlaufs im Sandwichaufbau.

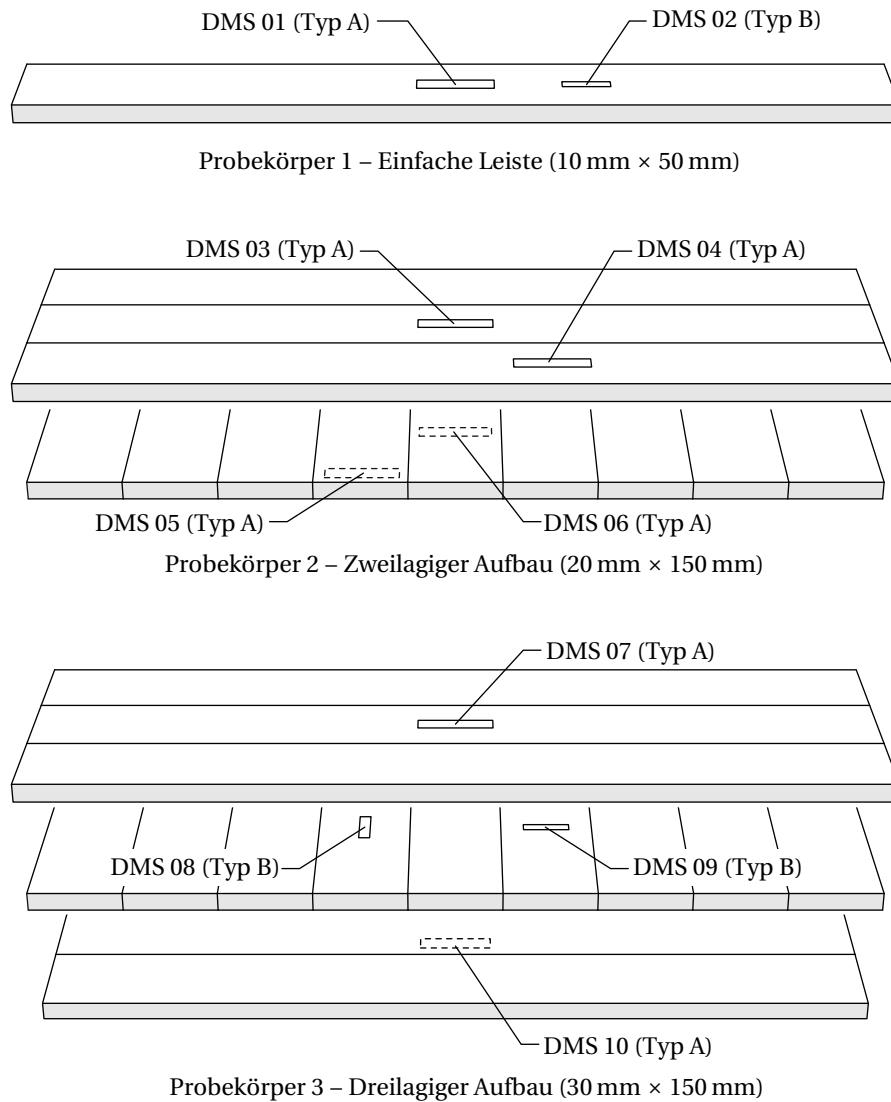


Abbildung B.5 Schematische Darstellung der Holzprobekörper zur Validierung der Dehnungsmessungen. Gezeigt ist der Bereich des konstanten Moments zwischen A und B (siehe Abb. B.2).

die beiden DMS im Bauteilinneren (DMS 08 und DMS 09 am Probekörper 3, vor Aufbringung der obersten Längslage).

Die Versuche wurden an einer Universalprüfmaschine vom Typ 1474 (Hersteller Zwick GmbH & Co. KG) durchgeführt. Abb. B.7 zeigt den eingebauten Versuchsaufbau mit den Abmessungen entsprechend Abb. B.2 und Probekörper 3. Die Aufbringung der Verformung erfolgte über den Traversenweg der Prüfmaschine. Wegaufnehmer vom Typ TR75 (Hersteller Novotechnik Messwertaufnehmer OHG,

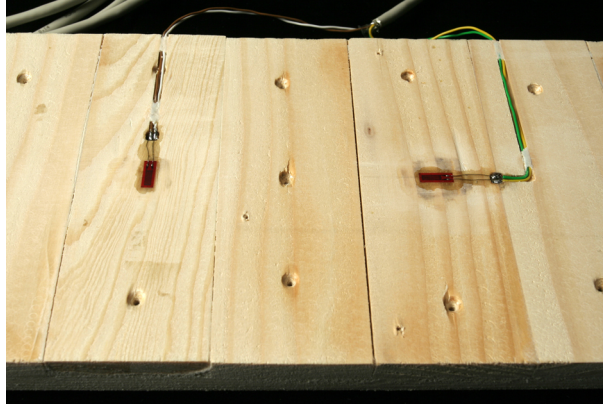


Abbildung B.6 DMS Typ B innerhalb des Lagenaufbaus von Probekörper 3 (DMS 08 und DMS 09)

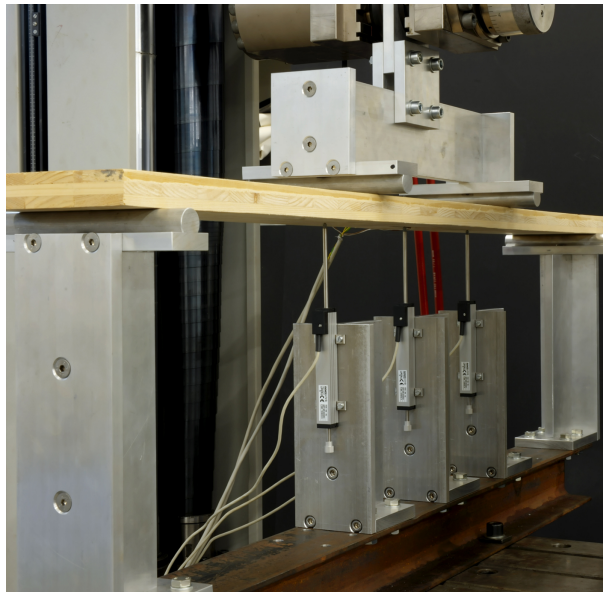


Abbildung B.7 Versuchsaufbau für den Vierpunktbiegeversuch in der Prüfmaschine (Foto: G. Metzger/ILEK)

Messbereich 75 mm, Linearität $\pm 0,1\%$, Wiederholgenauigkeit 0,002 mm) dienen zur Erfassung der vertikalen Verschiebungen an den Punkten A, B und M. Die Messwerte der Wegaufnehmer sowie die Messwerte der DMS wurden mit einem PC-Datenerfassungssystem vom Typ Spider8 (Hersteller Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH) aufgezeichnet. Die Wegaufnehmer wurden vor den Messungen mittels Präzisionsendmaßen in Schritten von 12,5 mm kalibriert. Die entsprechende Kalibrierungsfunktion wurde im Datenerfassungssystem hinterlegt.

Das eingesetzte Datenerfassungssystem ermöglicht die Messung einer Halbbrückenschaltung durch eine entsprechende interne Ergänzung von R_3 und R_4 (siehe Abb. B.1) zur Vollbrücke. Für die Messung eines einzelnen DMS wurde die externe Halbbrücke durch einen Präzisionswiderstand (Typ S102C, Hersteller Vishay Electronic GmbH) für R_2 ergänzt. Liegen 2 DMS gleicher Beanspruchung vor (Probekörper 2), erfolgte die Messung mit der vollen Brückenschaltung mit den aktiven DMS für R_1 und R_3 und Präzisionsergänzungswiderständen für R_2 und R_4 . Diese Konfiguration ermöglicht die Verdopplung des Messsignals (siehe Gl. (B.2)) und verringert somit den Einfluss von Störsignalen.

Um den Effekt des Temperaturdrifts zu bewerten, wurde in einem ersten Schritt die scheinbare Dehnung am Probekörper 1 im unbelasteten Zustand untersucht. Die Versuche wurden in einem geschlossenen, aber nicht klimakontrolliertem Raum bei näherungsweise konstanter Temperatur durchgeführt. Dargestellt in Abb. B.8 ist die Dehnungsmessung in Abhängigkeit von der Zeit nach Anschließen der Brückenschaltung. Beide DMS zeigen ein Driftverhalten. Aufgrund der kleineren Fläche ist die Erwärmung des DMS Typ B höher. Der DMS Typ B zeigt entsprechend eine deutlich höhere scheinbare Dehnung. Das Driftverhalten klingt mit fortlaufender Zeit ab.

Für die Dehnungsmessungen unter Belastung ist von Interesse, ab welchem Zeitpunkt nach Anlegen der Brückenspannung der Drift vernachlässigt werden kann. Hierfür lässt sich als Kriterium formulieren, dass der inkrementelle Drift $\Delta\epsilon$ über einen gewünschten Zeitraum Δt einen bestimmten Grenzwert nicht überschreitet. Als maximale zulässige Abweichung wird $|\Delta\epsilon| \leq 1 \mu\text{m}/\text{m}$ angesetzt. Für einen Kurzzeitversuch lässt sich beispielsweise $\Delta t = 60\text{s}$ als der Zeitraum ansetzen, in dem die Dehnungsmessung nicht wesentlich durch den Drift beeinflusst werden soll. Die Auswertung der Driftmessung zeigt, dass dieser Punkt bei DMS Typ A ab $t = 160\text{s}$ erreicht ist, bei DMS Typ B nach $t = 1.800\text{s}$. Ist die Stabilität für einen Zeitraum von $\Delta t = 30\text{min}$ zu gewährleisten, ist die Wartedauer entsprechend länger und beträgt bei DMS Typ A $t = 45\text{min}$, bei DMS Typ B $t = 10\text{h}$.

Die Versuche an Probekörper 1 (einfache Leiste) dienen der Validierung der Funktionalität der DMS und der Untersuchung des Einflusses der Gitterlänge auf die Dehnungsmessung. Dafür erfolgt eine Auswertung der Messung bei aufgebrachtten Verschiebungen an den Punkten A und B in Schritten von 5 mm bis zu einem Maximalwert von $w_A = w_B = 20\text{mm}$. Die tatsächlich gemessene Verschiebung an den Punkten A und B weicht minimal vom vorgegebenen Traversenweg ab. Für die weitere Auswertung werden die Wegaufnehmermessungen angesetzt. Vergleichend werden die Werte unter Druckbeanspruchung (DMS auf Oberseite) und unter Zugbeanspruchung (DMS auf Unterseite) betrachtet. In Tab. B.2 und Tab. B.3 sind jeweils die Ergebnisse der Versuche bei Zug- und bei Druckbeanspruchung dargestellt.

Die Ergebnisse zeigen für beide DMS-Typen leicht geringere Werte in der Mes-

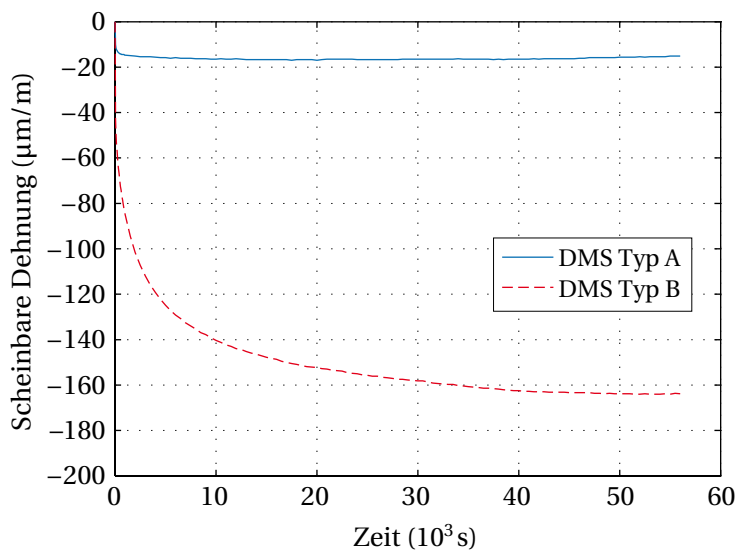


Abbildung B.8 Verlauf des Temperaturdrifts ab dem Zeitpunkt des Anlegens der Brückenspannung für die beiden untersuchten DMS-Typen

Tabelle B.2 Dehnungsmessungen am Probekörper 1 mit DMS in der Zugzone (Unterseite)

Durchbiegung		Rechn. Dehnung (µm/m)	Gemessene Dehnung		Abweichung	
$w_{A,B}$ (mm)	w_M (mm)		DMS 01 (µm/m)	DMS 02 (µm/m)	DMS 01 (%)	DMS 02 (%)
5,07	5,80	183	172	176	-6,0	-3,8
10,10	11,60	373	351	352	-5,9	-5,6
15,15	17,41	564	530	522	-6,0	-7,4
20,19	23,20	753	709	696	-5,8	-7,6
25,24	29,00	939	886	866	-5,6	-7,8
30,30	34,80	1.124	1.064	1.037	-5,3	-7,7

sung verglichen mit der rechnerischen Dehnung. Die maximale Abweichung für DMS Typ A liegt bei 6,0 %, die für Typ B bei 7,8 %. Die Abweichungen sind bei Zugbeanspruchung höher als bei Druckbeanspruchung. Ein signifikanter Einfluss der Gitterlänge ist für die untersuchte Holzart und die beiden untersuchten DMS-Typen nicht zu beobachten, beide Typen liefern Ergebnisse mit ähnlichen Abweichungen.

Probekörper 2 verfügt auf Oberseite und auf der Unterseite je zwei DMS vom Typ A mit gleicher Ausrichtung. Die rechnerische Dehnung beider DMS auf einer Seite

Tabelle B.3 Dehnungsmessungen am Probekörper 1 mit DMS in der Druckzone (Oberseite)

Durchbiegung		Rechn. Dehnung	Gemessene Dehnung		Abweichung	
$w_{A,B}$ (mm)	w_M (mm)		DMS 01 ($\mu\text{m}/\text{m}$)	DMS 02 ($\mu\text{m}/\text{m}$)	DMS 01 (%)	DMS 02 (%)
5,01	5,74	-183	-175	-175	-4,4	-4,4
10,02	11,49	-368	-352	-350	-4,2	-4,9
15,04	17,24	-549	-529	-521	-3,6	-5,1
20,06	23,02	-740	-706	-694	-4,6	-6,2
25,09	28,76	-917	-882	-862	-3,8	-6,0
30,13	34,53	-1.100	-1.060	-1.036	-3,7	-5,8

ist identisch. Anhand dieses Probekörpers lassen sich die Dehnungsmessungen parallel zur Faser (oben) und quer zur Faser (unten) beurteilen.

Aufgrund der fehlenden Verleimung zwischen den schmalen Seiten der Querleisten tragen diese nur teilweise zum Lastabtrag bei. Der Einfluss auf das globale Tragverhalten ist gering, da die Querlagen auf die Gesamtsteifigkeit nur geringen Einfluss haben ($E_L \gg E_{R,T}$). Die Dehnungsmessung selbst ist hingegen stark beeinträchtigt, da der Dehnungsverlauf über die Querschnittshöhe abweichend vom Berechnungsansatz nicht linear verläuft. Die Biegenulllinie variiert leicht in Abhängigkeit vom Beitrag der Querlagen. Es lassen sich als Grenzwertbetrachtung zwei Zustände unterscheiden:

- Grenzzustand 1: Die Querlagen tragen vollständig zum Lastabtrag bei, die Steifigkeit wird mit $E_{R,T} = E_L/30$ nach [83] angesetzt. Es ergibt sich als Abstand der Nulllinie von der Oberseite $c_{\text{oben}} = 5,32 \text{ mm}$ und von der Unterseite $c_{\text{unten}} = 14,68 \text{ mm}$.
- Grenzzustand 2: Die Querlagen tragen überhaupt nicht zum Lastabtrag bei. Es ergibt sich als Abstand der Nulllinie von der Oberseite $c_{\text{oben}} = 5 \text{ mm}$ und von der Unterseite $c_{\text{unten}} = 15 \text{ mm}$.

Entsprechend dieser Grenzzustände lassen sich die rechnerischen Dehnungen nach Gl. (B.4) zum Vergleich mit den Messungen bestimmen. Die Ergebnisse sind in Tab. B.4 dargestellt.

Die beiden DMS auf der Oberseite (DMS 03 und DMS 04) und auf der Unterseite (DMS 05 und DMS 06) zeigen untereinander jeweils sehr gute Übereinstimmung.

Tabelle B.4 Dehnungsmessungen am Probekörper 2

Durchbiegung		Rechnerische Dehnung				Gemessene Dehnung			
$w_{A,B}$ (mm)	w_M (mm)	Grenzzustand 1		Grenzzustand 2		DMS oben		DMS unten	
		oben ($\mu\text{m}/\text{m}$)	unten ($\mu\text{m}/\text{m}$)	oben ($\mu\text{m}/\text{m}$)	unten ($\mu\text{m}/\text{m}$)	03 ($\mu\text{m}/\text{m}$)	04 ($\mu\text{m}/\text{m}$)	05 ($\mu\text{m}/\text{m}$)	06 ($\mu\text{m}/\text{m}$)
4,99	5,72	-193	533	-181	544	-174	-171	269	272
9,96	11,44	-395	1.090	-371	1.114	-348	-344	539	540
14,96	17,19	-593	1.636	-557	1.672	-522	-515	814	811
19,99	22,99	-798	2.202	-750	2.250	-703	-696	1.085	1.078

Die Messungen der DMS parallel zur Faser (Oberseite) liegen, wie bereits bei Probekörper 1, leicht unter der rechnerischen Dehnung. Die maximale Abweichung tritt bei der größten Dehnung (Messung $-703 \mu\text{m}/\text{m}$ bzw. $-696 \mu\text{m}/\text{m}$) auf und liegt bei 12,8 % (Grenzzustand 1, Annahme des vollen Beitrags der Querleisten, rechnerische Dehnung $-798 \mu\text{m}/\text{m}$) bzw. 7,2 % (Grenzzustand 2, Annahme kein Beitrag der Querleisten, rechnerische Dehnung $-750 \mu\text{m}/\text{m}$). Die DMS auf der Unterseite zeigen Abweichungen von $> 50\%$. Dies bestätigt die Vermutung, dass die Dehnung über den Querschnitt nicht, wie in der Berechnung angesetzt, linear verläuft. Aufgrund der fehlenden Querverleimung kommt es zu einer Reduzierung des Beitrags der Querleisten zur Gesamtsteifigkeit und zu einem deutlichen Dehnungsabfall an den unteren Randfasern. Für weiterführende Messungen an dem mehrlagigen Aufbau des Prototyps in Kap. 7 sind somit nur Dehnungsmessungen parallel zur Faser sinnvoll.

Probekörper 3 besteht aus einem dreilagigen Aufbau. Die Fasern der oberen und der unteren Lage sind jeweils in Beanspruchungsrichtung (Längsrichtung des Probekörpers) orientiert, während die Fasern der Mittellage quer zur Beanspruchungsrichtung ausgerichtet sind. Der lineare Spannungsverlauf über den Querschnitt des Sandwichaufbaus lässt sich anhand der Dehnungsmessungen an den Außenfasern in der Druck- und in der Zugzone überprüfen ($c_{\text{oben}} = c_{\text{unten}} = 15 \text{ mm}$, DMS 07 und DMS 10, beide Typ A). Zusätzlich befinden sich innerhalb des Lagenaufbaus (zwischen der oberen und der mittleren Lage, siehe Abb. B.5) jeweils ein DMS in Längs- und in Querrichtung ($c_{\text{innen}} = 5 \text{ mm}$, DMS 08 und DMS 09, beide Typ B). Die rechnerischen Dehnungen in Längsrichtung werden anhand Gl. (B.4) ermittelt.

Die Ergebnisse in Tab. B.5 zeigen eine sehr gute Übereinstimmung für die Dehnungen in Längsrichtung. Die gemessenen Werte liegen bis auf eine Messung unter den Werten der rechnerischen Dehnung. Die maximalen Abweichungen betragen 6,5 % bei Druckbeanspruchung und 2,2 % bei Zugbeanspruchung.

Tabelle B.5 Dehnungsmessungen am Probekörper 3

Durchbiegung		Rechn. Dehnung		Gemessene Dehnung			
$w_{A,B}$	w_M	o/u längs	innen längs	oben längs	unten längs	innen längs	innen quer
(mm)	(mm)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)
2,45	2,78	± 245	-82	-237	249	-79	13
4,96	5,64	± 512	-171	-483	506	-161	26
7,48	8,51	± 773	-258	-730	764	-244	40
10,00	11,39	± 1.046	-349	-978	1.023	-325	54

Tabelle B.6 Numerische Modellierung von Probekörper 3. Die aufgetragenen Verschiebungen entsprechen den Durchbiegungswerten $w_{A,B}$ aus den Messungen in Tab. B.5.

Durchbiegung		Dehnung		
$w_{A,B}$	w_M	o/u längs	innen längs	innen quer
(mm)	(mm)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)
2,45	2,80	± 260	-87	16
4,96	5,68	± 526	-176	33
7,48	8,56	± 793	-265	49
10,00	11,44	± 1.062	-354	66

Die Ermittlung der rechnerischen Dehnung in Querrichtung im Bauteilinneren ist komplex, da die ungleichen Steifigkeiten und Querdehnzahlen an der Grenzfläche zwischen den Lagen zu Zwangsspannungen führen. Alternativ zu der rechnerischen Bestimmung wird eine FEM-Modellierung mittels Ansys zum Vergleich herangezogen. Dies ermöglicht gleichzeitig die Validierung der numerischen Modellierung des Lagenaufbaus, des Verbundverhaltens und der Ableitung des Materialgesetzes entsprechend Anhang A (siehe Abschnitt 7.2.1). Als Eingangswerte werden in der Simulation die gemessenen Verschiebungen an den Punkten A und B aufgebracht. In Tab. B.6 sind die Ergebnisse der Modellierung zusammengefasst.

Die Werte für die Durchbiegung w_M und für die Längsdehnungen zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit den rechnerischen Werten in Tab. B.5. Die Werte aus der Modellierung sind leicht höher mit einer maximalen Abweichung von 6 %. Die modellierten Dehnungen quer zur Hauptbeanspruchungsrichtung im Inneren des Querschnitts sind bis zu 27 % höher. Bei der Modellierung werden basierend auf der

Messung des E-Moduls parallel zur Faser und (für den Fall der Querdehnzahlen) basierend auf Literaturangaben Annahmen für die Holzeigenschaften getroffen (siehe Anhang A). Abweichungen und Streuungen der tatsächlichen Materialeigenschaften von den getroffenen Annahmen tragen zu den beobachteten Abweichungen zwischen der Modellierung und der Messung der Querdehnung bei. Das globale Tragverhalten sowie die Messung der Dehnung in Faserrichtung an den Außenlagen sind davon nur geringfügig beeinträchtigt.

Für die Dehnungsmessung an dem in Abschnitt 7.1 beschriebenen Prototyp kommen Dehnungsaufnehmer vom Typ IVDMS (Hersteller Sensor-Technik Wiedemann GmbH) zum Einsatz. Die Aufnehmer führen die Auswertung der Messung durch und geben die Dehnung direkt über eine digitale Schnittstelle (CAN-Bus) aus.

In der Standardausführung enthält der Aufnehmer eine DMS-Vollbrücke mit jeweils 2 parallel und 2 senkrecht zur Messrichtung angeordneten DMS. Der Ausgabewert ist die Differenz aus den Dehnungsmesswerten in beide Richtungen. Da die Dehnungsmessung quer zur Faser hohe Abweichungen zeigen, kommt am Prototyp eine vom Hersteller modifizierte Version des Aufnehmers zum Einsatz. Dabei werden die integrierten DMS durch eine externe Vollbrücke mit 2 aktiven DMS des eingangs untersuchten Typ A (R_1 und R_3 , Typ PFLW-30-11, $R_D = 120\ \Omega$, andere Produktionscharge als oben untersucht mit $k_D = 2,12$) und 2 Präzisionsergänzungswiderständen (R_2 und R_4 , Typ Z201, Hersteller Vishay Electronic GmbH, $R_E = 120\ \Omega$) ersetzt. Die beiden aktiven DMS sind dabei nebeneinander in Holzfaserrichtung aufgebracht und somit der gleichen Dehnung ausgesetzt. Als Ausgabewert des Aufnehmers ergibt sich die Dehnung in Holzfaserrichtung.

Die Validierung der Messelektronik und der Dehnungswertausgabe erfolgt am Probekörper 2 mit den beiden DMS in Faserrichtung (DMS 03 und DMS 04). Die Einzelmessungen (siehe Tab. B.4) bestätigen, dass beide DMS annähernd gleiche Werte liefern. Die Ergebnisse der Messung mit dem Dehnungsaufnehmer IVDMS und der beschriebenen Vollbrückenschaltung werden in Tab. B.7 mit den Werten aus Tab. B.4 (Mittelwert aus DMS 03 und DMS 04) verglichen. Es zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung.

Tabelle B.7 Dehnungsmessung am Probekörper 2 mit Dehnungsaufnehmer IVDMS und Vergleichswerte der Dehnung aus Tab. B.4 (Mittelwert aus DMS 03 und DMS 04)

Durchbiegung $w_{A,B}$ (mm)	Dehnungsmessung	
	IVDMS ($\mu\text{m}/\text{m}$)	Tab. B.4 ($\mu\text{m}/\text{m}$)
4,98	-175	-173
9,97	-350	-346
14,98	-528	-519
20,02	-705	-700

C Herleitung der Windlasten für die untersuchte Geometrie

In Kap. 6 werden bei der Optimierung der Auflagerverschiebungen für die untersuchte Schalenstruktur in Holzbauweise Schnee- und Windlasten berücksichtigt. Die Bestimmung der Windlasten erfolgt im Rahmen dieser Arbeit anhand einer Untersuchung verschiedener Ansätze für ähnliche Strukturformen aus der Literatur. Aus diesen Ansätzen werden die aerodynamischen Beiwerte für die Windbelastung der Schale abgeleitet.

In [13] wird die Verteilung der Winddruckkräfte nach

$$q_r = -q \sin \varphi \cos \vartheta$$

angesetzt, wobei für die betrachtete Geometrie der Winkel φ von $\varphi = 0^\circ$ am Scheitelpunkt bis zu $\varphi = 36^\circ$ am Auflager variiert. Der Winkel ϑ reicht von $\vartheta = 0^\circ$ auf der windzugewandten bis zu $\vartheta = 180^\circ$ auf der windabgewandten Seite. Für den Druckwert ist $q = q_b/2$ anzusetzen. Negative Werte aus der Berechnung für q_r wirken als Druckkräfte auf der windzugewandten Seite der Struktur, positive Werte als Sogkräfte auf der windabgewandten Seite.

Die DIN EN 1991-1-4 [95, 98, 99] macht Angaben für die Druckbeiwerte von freistehenden Satteldächern für verschiedene Neigungswinkel und verschiedene Zonen auf der Struktur. Der Neigungswinkel der doppelt gekrümmten Struktur variiert von 0° bis 36° . Unter Annahme eines mittleren Neigungswinkels von 20° lassen sich die entsprechenden Druckbeiwerte ableiten. Für die windzugewandte Seite ergibt sich ein Beiwert von $c_f = 0,6$ (Druckkraft) und für die windabgewandte Seite ein Beiwert von $c_f = -0,9$ (Sogkraft).

Die US-amerikanische Norm ASCE 7 [119] gibt Beiwerte für Kuppeldächer (*Domed Roofs*) und für freistehende Satteldächer (*Open Structures with Pitched Roofs*) an. Für Kuppeldächer wird der windzugewandten Seite ein Beiwert von $GC_p = 0,34$ zugewiesen, der windabgewandten Seite ein Wert von $GC_p = -0,1$.²⁵ Für den Scheitelpunkt und die Seiten parallel zur Windrichtung gilt $GC_p = -0,77$.

Für freistehende Satteldächer werden in [119] zwei Lastfälle unterschieden, mit

²⁵Der Böenbeiwert (*Gust Effect Factor*) G kann für die vorliegende Struktur mit 0,85 angesetzt werden (*Rigid Structure* mit erster Eigenfrequenz > 1 Hz, siehe [101]).

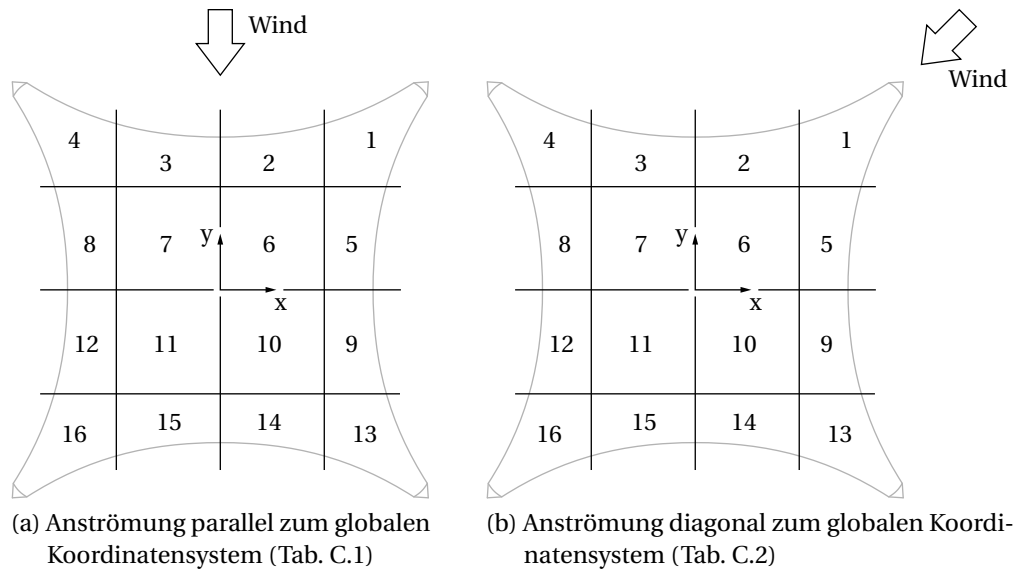


Abbildung C.1 Betrachtete Windrichtungen zur Bestimmung der Windlasten in den Belastungssektoren in Tab. C.1 und C.2

$GC_{NW} = 0,94$ und $GC_{NL} = -0,26$ (*Load Case A*) bzw. $GC_{NW} = \pm 0,09$ und $GC_{NL} = -0,85$ (*Load Case B*) jeweils für die windzugewandte und die windabgewandte Seite.

In [120] sind Druckbeiwerte für Kugelschalen mit $c_p = 0,45$ für die windzugewandte Seite, $c_p = -0,4$ für die windabgewandte Seite und $c_p = -0,7$ für den Scheitelpunkt und für die Seiten parallel zur Windrichtung angegeben.

In [121] werden Winddruckkräfte auf verschiedene Segmente einer kugelförmigen Glasschale angegeben.

Einige der oben genannten Quellen betrachten auch Lastfälle mit Sogkräften sowohl auf der windzugewandten als auch der windabgewandten Seite. Der Ansatz reiner Sogkräfte führt zu einer homogeneren Beanspruchung. Im Rahmen der Optimierungsrechnungen in Kap. 6 werden die Lastfälle reiner Sogbelastung nicht weiter untersucht.

Die Herleitung der Windlasten erfolgt entsprechend Abb. C.1 für zwei verschiedene Windrichtungen. In Tab. C.1 sind die Windlasten nach den oben genannten Quellen für die Windrichtung parallel zu den Koordinatenachsen (siehe Abb. C.1(a)) sowie der Mittelwert aus den verschiedenen Ansätzen und die im Rahmen dieser Arbeit angesetzten Windlasten dargestellt. Analog dazu werden die angesetzten Windlasten für die diagonale Windrichtung (siehe Abb. C.1(b)) erfasst, die Ergebnisse sind in Tab. C.2 zusammengefasst.

Tabelle C.1 Windlasten in N/m^2 aus verschiedenen Quellen und Ansatz für die vorliegenden Berechnungen bei Anströmung parallel zum globalen Koordinatensystem nach Abb. C.1(a)

Sektor	A	B	C	D1	D2	E	F	M	N
1	110	300	170	470	40	230	50	200	250
2	150	300	170	470	40	230	100	210	300
3	150	300	170	470	40	230	100	210	300
4	110	300	170	470	40	230	50	200	250
5	50	300	-250	470	40	-210	-150	40	100
6	80	300	-250	470	40	-210	-300	20	100
7	80	300	-250	470	40	-210	-300	20	100
8	50	300	-250	470	40	-210	-150	40	100
9	-50	-450	-300	-130	-430	-320	-150	-260	-350
10	-80	-450	-300	-130	-430	-320	-300	-290	-400
11	-80	-450	-300	-130	-430	-320	-300	-290	-400
12	-50	-450	-300	-130	-430	-320	-150	-260	-350
13	-110	-450	-50	-130	-430	-200	-100	-210	-300
14	-150	-450	-50	-130	-430	-200	-200	-230	-400
15	-150	-450	-50	-130	-430	-200	-200	-230	-400
16	-110	-450	-50	-130	-430	-200	-100	-210	-300

A – nach [13] (Kugelschale)

B – nach DIN EN-1991-4 [95, 98, 99] (freistehendes Satteldach)

C – nach ASCE 7-05 [119] (*Domed Roof*)D1 – nach ASCE 7-05 [119] (*Open Structure with Pitched Roof, Load Case A*)D2 – nach ASCE 7-05 [119] (*Open Structure with Pitched Roof, Load Case B*)

E – nach [120] (Kugelschale)

F – nach [121] (Kugelschale)

M – Mittelwert der Ansätze A–F

N – Im Rahmen dieser Arbeit angesetzte Lasten

Tabelle C.2 Windlasten in N/m^2 für die vorliegenden Berechnungen bei diagonaler Anströmung nach Abb. C.1(b)

Sektor	Last	Sektor	Last	Sektor	Last	Sektor	Last
1	300	5	300	9	100	13	-150
2	300	6	100	10	-150	14	-350
3	100	7	-150	11	-400	15	-400
4	-150	8	-350	12	-400	16	-400

D Ergänzende Optimierungsergebnisse und Messergebnisse

D.1 Ausführliche Darstellung der Simulationsergebnisse für verschiedene Materialien und Lastfälle

In Kap. 6 kommen die Optimierungsverfahren aus Kap. 4 an Schalenstrukturen aus verschiedenen Materialien und für unterschiedliche Lastfälle zum Einsatz. In den entsprechenden Abschnitten begrenzt sich die Darstellung der Ergebnisse auf die Maximalwerte der Spannung im passiven und aktiven Zustand sowie der Angabe der optimierten Auflagerverschiebung. In den folgenden Tabellen D.1 bis D.4 werden neben den Maximalwerten der untersuchten Spannungen die Durchschnittswerte der Spannungen $\bar{\sigma}$ sowie als Bewertung der Homogenität der Spannungsfelder die Standardabweichungen s der Spannungswerte berücksichtigt. Zusätzlich erfolgt die Angabe der durchgeführten Rechenschritte jedes Optimierungslaufs. Auf die erneute Angabe der Optimierungsvektoren wird an dieser Stelle verzichtet.

Die Ergebnisse lassen erkennen, dass die Minimierung der Maximalspannung prinzipiell mit einer Homogenisierung der Spannungswerte (Verringerung der Standardabweichung s) einhergeht. Für das allgemeine isotrope Material kommt es zu einer Verkleinerung von s von bis zu 36 %. Bei Beton liegt dieser Wert bei 27 %, bei der Holzstruktur bei maximal 69 %. Ähnlich der Verringerung der Maximalspannungen ist Homogenisierung bei höheren Lasten deutlicher ausgeprägt.

Die Änderungen des Durchschnittswerts der Spannungen $\bar{\sigma}$ sind geringer als die der Maximalspannungen und der Standardabweichung. Dabei sind sowohl negative als auch positive Änderungen zu verzeichnen. Somit gibt es keinen klaren Zusammenhang zwischen dem Mittelwert der Spannungen (bzw. dem damit korrelierenden Zustands der Gesamtdehnungsenergie) und der Minimierung der Maximalspannungen.

Tabelle D.1 Ergänzende Ergebnisse zu Tab. 6.2 und Tab. 6.3: Optimierung mit dem *Simulated-Annealing*-Verfahren und mit dem Gradientenalgorithmus für das allgemeine isotrope Material. Die aufgetragenen Lasten sind in Tab. 6.1 dargestellt.

<i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren											
Belastung	Last (N/m ²)	$\sigma_{vm,max}^{passiv}$ (MPa)	$\sigma_{vm,max}^{aktiv}$ (MPa)	$\Delta\sigma_{vm,max}$ (%)	$\bar{\sigma}_{vm}^{passiv}$ (MPa)	$\bar{\sigma}_{vm}^{aktiv}$ (MPa)	$\Delta\bar{\sigma}_{vm}$ (%)	s_{vm}^{passiv} (MPa)	s_{vm}^{aktiv} (MPa)	Δs_{vm} (%)	Rechen- schritte
flächig verteilt, viertelseitig	500	11,6	5,0	-57	2,1	2,5	19	1,3	1,1	-11	3.375
	1.000	22,6	9,6	-58	4,3	4,7	11	2,8	2,2	-21	3.375
	2.000	57,3	19,8	-65	9,6	9,4	-2	7,0	4,4	-36	3.375
flächig verteilt, halbseitig	500	12,3	6,8	-45	2,9	3,3	13	1,8	1,5	-17	1.125
	1.000	23,7	13,4	-43	6,0	6,4	8	3,7	3,0	-20	1.125
	2.000	50,9	28,0	-45	13,1	13,3	2	8,6	6,2	-29	1.125
Rand	5.000	29,9	19,9	-33	5,8	5,3	-9	5,1	5,7	-8	1.125
<i>Gradientenalgorithmus</i>											
Belastung	Last (N/m ²)	$\sigma_{vm,max}^{passiv}$ (MPa)	$\sigma_{vm,max}^{aktiv}$ (MPa)	$\Delta\sigma_{vm,max}$ (%)	$\bar{\sigma}_{vm}^{passiv}$ (MPa)	$\bar{\sigma}_{vm}^{aktiv}$ (MPa)	$\Delta\bar{\sigma}_{vm}$ (%)	s_{vm}^{passiv} (MPa)	s_{vm}^{aktiv} (MPa)	Δs_{vm} (%)	Rechen- schritte
flächig verteilt, viertelseitig	500	11,6	5,1	-56	2,1	2,5	17	1,3	1,1	-13	1.544
	1.000	22,6	10,0	-56	4,3	4,7	9	2,8	2,2	-21	548
	2.000	57,3	19,9	-65	9,6	9,3	-3	7,0	4,5	-36	6.319
flächig verteilt, halbseitig	500	12,3	6,7	-45	2,9	3,2	11	1,8	1,5	-17	814
	1.000	23,7	13,4	-44	6,0	6,4	7	3,7	3,0	-20	467
	2.000	50,9	27,9	-45	13,1	13,3	2	8,6	6,1	-29	220
Rand	5.000	29,9	20,0	-33	5,8	5,3	-10	5,1	4,8	-6	90

Tabelle D.2 Ergänzende Ergebnisse zu Tab. 6.4 und Tab. 6.5: Optimierung mit dem *Simulated-Annealing*-Verfahren und mit dem Gradientenalgorithmus für Beton. Die aufgeführten Lasten sind in Tab. 6.1 dargestellt.

<i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren											
Belastung	Last (N/m ²)	$\sigma_{1,max}^{passiv}$ (MPa)	$\sigma_{1,max}^{aktiv}$ (MPa)	$\Delta\sigma_{1,max}$ (%)	$\bar{\sigma}_1^{passiv}$ (MPa)	$\bar{\sigma}_1^{aktiv}$ (MPa)	$\Delta\bar{\sigma}_1$ (%)	s_1^{passiv} (MPa)	s_1^{aktiv} (MPa)	Δs_1 (%)	Rechen- schritte
flächig	500	7,1	3,5	-51	0,88	0,97	10	0,89	0,89	0	3.375
verteilt,	1.000	16,7	7,4	-56	2,0	2,2	8	2,0	1,8	-10	3.375
viertelseitig	2.000	54,2	16,5	-70	4,9	4,7	-3	5,4	3,9	-27	3.375
flächig	500	7,1	4,9	-31	1,3	1,4	9	1,3	1,2	-5	1.125
verteilt,	1.000	18,3	10,8	-41	2,9	3,2	10	2,8	2,6	-10	1.125
halbseitig	2.000	50,9	24,4	-52	6,7	7,2	9	6,9	5,6	-19	1.125
Gradientenalgorithmus											
Belastung	Last (N/m ²)	$\sigma_{1,max}^{passiv}$ (MPa)	$\sigma_{1,max}^{aktiv}$ (MPa)	$\Delta\sigma_{1,max}$ (%)	$\bar{\sigma}_1^{passiv}$ (MPa)	$\bar{\sigma}_1^{aktiv}$ (MPa)	$\Delta\bar{\sigma}_1$ (%)	s_1^{passiv} (MPa)	s_1^{aktiv} (MPa)	Δs_1 (%)	Rechen- schritte
flächig	500	7,1	3,3	-53	0,88	1,0	14	0,89	0,84	-5	521
verteilt,	1.000	16,7	7,7	-54	2,0	2,3	14	2,0	1,8	-10	2.099
viertelseitig	2.000	54,2	16,8	-69	4,9	5,1	4	5,4	4,0	-25	3.436
flächig	500	7,1	5,0	-30	1,3	1,4	9	1,3	1,2	-5	467
verteilt,	1.000	18,3	10,9	-40	2,9	3,2	10	2,8	2,6	-10	334
halbseitig	2.000	50,9	24,4	-52	6,7	7,3	9	6,9	5,6	-19	859

Tabelle D.3 Ergänzende Ergebnisse zu Tab. 6.9: Optimierung mit dem *Simulated-Annealing*-Verfahren für Holz. Die aufgeführten Lasten sind in Tab. 6.6 dargestellt.

Belastung	Last (N/m ²)	$\sigma_{x,max}^{passiv}$ (MPa)	$\sigma_{x,max}^{aktiv}$ (MPa)	$\Delta\sigma_{x,max}$ (%)	$\bar{\sigma}_x^{passiv}$ (MPa)	$\bar{\sigma}_x^{aktiv}$ (MPa)	$\Delta\bar{\sigma}_x$ (%)	s_x^{passiv} (MPa)	s_x^{aktiv} (MPa)	Δs_x (%)	Rechen- schritte
flächig verteilt, viertelseitig	200	4,0	1,7	-58	0,26	0,32	21	0,38	0,31	-19	3.375
	400	9,0	2,8	-69	0,54	0,57	6	0,83	0,56	-33	3.375
	800	35,0	5,1	-86	1,5	1,0	-29	2,7	1,0	-62	3.375
flächig verteilt, halbseitig	200	4,5	2,3	-49	0,36	0,34	-6	0,51	0,41	-21	1.125
	400	9,1	4,3	-53	0,74	0,62	-16	1,1	0,76	-30	1.125
	800	25,5	7,6	-70	1,7	1,2	-30	2,8	1,3	-51	1.125
Schnee viertelseitig	1.000	47,8	5,4	-89	1,8	1,1	-38	3,5	1,1	-69	3.375
Schnee halbseitig	1.000	29,0	7,5	-74	1,9	1,2	-37	3,0	1,3	-56	1.125
Wind parallel	Tab. 6.7	11,6	6,0	-52	0,95	0,91	-4	1,4	1,1	-23	1.125
Wind diagonal	Tab. 6.8	11,4	4,5	-60	0,82	0,85	3	1,2	0,85	-27	3.375

Tabelle D.4 Ergänzende Ergebnisse zu Tab. 6.10: Optimierung mit dem Gradientenalgorithmus für Holz. Die aufgebrauchten Lasten sind in Tab. 6.6 dargestellt.

Belastung	Last (N/m ²)	$\sigma_{x,max}^{passiv}$ (MPa)	$\sigma_{x,max}^{aktiv}$ (MPa)	$\Delta\sigma_{x,max}$ (%)	$\bar{\sigma}_x^{passiv}$ (MPa)	$\bar{\sigma}_x^{aktiv}$ (MPa)	$\Delta\bar{\sigma}_x$ (%)	s_x^{passiv} (MPa)	s_x^{aktiv} (MPa)	Δs_x (%)	Rechen- schritte
flächlich verteilt, viertelseitig	200	4,0	2,5	-38	0,26	0,28	7	0,38	0,31	-20	6.768
	400	9,0	2,8	-69	0,54	0,56	4	0,83	0,54	-34	6.319
	800	35,0	5,6	-84	1,5	1,1	-25	2,7	1,1	-69	482
flächlich verteilt, halbseitig	200	4,5	2,4	-48	0,36	0,35	-4	0,51	0,41	-20	351
	400	9,1	4,6	-50	0,74	0,64	-12	1,1	0,79	-27	384
	800	25,5	8,2	-68	1,7	1,2	-31	2,8	1,4	-48	351
Schnee viertelseitig	1.000	47,8	25,1	-48	1,8	1,5	-19	3,5	2,3	-35	140
Schnee halbseitig	1.000	29,0	8,0	-73	1,9	1,2	-38	3,0	1,4	-54	2.338
Wind par.	Tab. 6.7	11,6	6,5	-44	0,95	0,90	-4	1,4	1,1	-20	685
Wind diag.	Tab. 6.8	11,4	4,4	-61	0,82	0,83	2	1,2	0,83	-20	3.167

D.2 Ergänzungen zur Darstellung der Messergebnisse bei aufgetragenen Auflagerverschiebungen

In Abschnitt 7.2.4 werden zum Abgleich des Strukturverhaltens die Simulationsergebnisse und die Messergebnisse für 6 verschiedene Fälle der Auflagerverschiebung untersucht. Die Ergebnisse der Verschiebung in x-Richtung am Auflager 1 ($d_{1,x} = \pm 50\text{mm}$) sind an entsprechender Stelle dargestellt. Die folgenden Tabellen zeigen die Ergebnisse für die Verschiebungen in y-Richtung am Auflager 1 ($d_{1,y} = \pm 50\text{mm}$) und für die Verschiebung in x-Richtung am Auflager 2 ($d_{2,x} = \pm 50\text{mm}$).

Tabelle D.5 Vergleich der Dehnungswerte aus den Simulationen mit der Idealgeometrie und mit der rekonstruierten Geometrie sowie aus den Messungen bei einer Auflagerverschiebung von $d_{1,y} = 50\text{mm}$ in y-Richtung am Auflager 1.

Sensor	Simulation				Messung			
	Ideal	Rekonst.	$\Delta\epsilon_1$		Spider8	IVDMS	$\Delta\epsilon_2$	
	ϵ_{ideal} ($\mu\text{m}/\text{m}$)	$\epsilon_{\text{rekonst}}$ ($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	(%)	ϵ_{spider} ($\mu\text{m}/\text{m}$)	ϵ_{IVDMS} ($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	(%)
1	-50	-70	-20	40	-66	-64	6	-9
2	-139	-165	-26	19	-113	-110	55	-33
3	826	654	-172	-21	517	546	-108	-17
4	209	298	89	43	209	206	-92	-31
5	15	60	45	300	54	48	-12	-20
6	59	84	25	42	82	70	-14	-17
7	-67	-81	-14	21	-62	-66	15	-19
8	165	131	-34	-21	87	81	-50	-38
9	163	155	-8	-5	102	107	-48	-31
10	93	131	38	41	85	75	-56	-43
11	-109	-130	-21	19	-106	-106	24	-18
12	178	255	77	43	216	214	-41	-16
13	360	387	27	8	321	317	-70	-18
14	624	573	-51	-8	547	540	-33	-6

$\Delta\epsilon_1$ – Abweichung der Dehnung aus der Simulation mit der rekonstruierten Geometrie von der Dehnung aus der Simulation mit der Idealgeometrie, $\Delta\epsilon_1 = \epsilon_{\text{rekonst}} - \epsilon_{\text{ideal}}$

$\Delta\epsilon_2$ – Abweichung der gemessenen Dehnung mit dem IVDMS von der Dehnung aus der Simulation mit der rekonstruierten Geometrie, $\Delta\epsilon_2 = \epsilon_{\text{IVDMS}} - \epsilon_{\text{rekonst}}$

Tabelle D.6 Vergleich der Dehnungswerte aus den Simulationen mit der Idealgeometrie und mit der rekonstruierten Geometrie sowie aus den Messungen bei einer Auflagerverschiebung von $d_{1,y} = -50$ mm in y-Richtung am Auflager 1.

Sensor	Simulation				Messung			
	Ideal	Rekonst.	$\Delta\epsilon_1$		Spider8	IVDMS	$\Delta\epsilon_2$	
	ϵ_{ideal}	$\epsilon_{rekonst}$	ϵ_{ideal}	(%)	ϵ_{spider}	ϵ_{IVDMS}	$\epsilon_{rekonst}$	(%)
	($\mu\text{m/m}$)	($\mu\text{m/m}$)	($\mu\text{m/m}$)		($\mu\text{m/m}$)	($\mu\text{m/m}$)	($\mu\text{m/m}$)	
1	12	10	-2	-17	26	26	16	160
2	129	164	35	27	108	102	-62	-38
3	-1.006	-937	69	-7	-692	-703	234	-25
4	-176	-251	-75	43	-188	-180	71	-28
5	-21	-72	-51	243	-63	-57	15	-21
6	31	42	11	35	12	21	-21	-50
7	85	101	16	19	82	79	-22	-22
8	-73	-44	29	-40	-17	-13	31	-70
9	-83	-63	20	-24	-35	-39	24	-38
10	-101	-134	-33	33	-90	-81	53	-40
11	66	68	2	3	68	66	-2	-3
12	-183	-285	-102	56	-228	-216	69	-24
13	-384	-473	-89	23	-360	-340	133	-28
14	-685	-749	-64	9	-639	-606	143	-19

$\Delta\epsilon_1$ – Abweichung der Dehnung aus der Simulation mit der rekonstruierten Geometrie von der Dehnung aus der Simulation mit der Idealgeometrie, $\Delta\epsilon_1 = \epsilon_{rekonst} - \epsilon_{ideal}$

$\Delta\epsilon_2$ – Abweichung der gemessenen Dehnung mit dem IVDMS von der Dehnung aus der Simulation mit der rekonstruierten Geometrie, $\Delta\epsilon_2 = \epsilon_{IVDMS} - \epsilon_{rekonst}$

Tabelle D.7 Vergleich der Dehnungswerte aus den Simulationen mit der Idealgeometrie und mit der rekonstruierten Geometrie sowie aus den Messungen bei einer Auflagerverschiebung von $d_{2,x} = 50$ mm in x-Richtung am Auflager 2.

Sensor	Simulation				Messung			
	Ideal	Rekonst.	$\Delta\epsilon_1$		Spider8	IVDMS	$\Delta\epsilon_2$	
	ϵ_{ideal} ($\mu\text{m}/\text{m}$)	$\epsilon_{rekonst}$ ($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	(%)	ϵ_{spider} ($\mu\text{m}/\text{m}$)	ϵ_{IVDMS} ($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	(%)
1	-14	-27	-13	93	-29	-28	-1	4
2	-86	-110	-24	28	-71	-66	44	-40
3	472	392	-80	-17	256	266	-126	-32
4	98	164	66	67	96	92	-72	-44
5	12	43	31	258	33	29	-14	-33
6	-34	-18	16	-47	-28	-33	-15	83
7	-97	-113	-16	16	-91	-87	26	-23
8	196	146	-50	-26	105	101	-45	-31
9	194	170	-24	-12	113	116	-54	-32
10	146	173	27	18	121	112	-61	-35
11	-53	-74	-21	40	-55	-51	23	-31
12	153	222	69	45	191	184	-38	-17
13	312	341	29	9	288	274	-67	-20
14	545	510	-35	-6	494	476	-34	-7

$\Delta\epsilon_1$ – Abweichung der Dehnung aus der Simulation mit der rekonstruierten Geometrie von der Dehnung aus der Simulation mit der Idealgeometrie, $\Delta\epsilon_1 = \epsilon_{rekonst} - \epsilon_{ideal}$

$\Delta\epsilon_2$ – Abweichung der gemessenen Dehnung mit dem IVDMS von der Dehnung aus der Simulation mit der rekonstruierten Geometrie, $\Delta\epsilon_2 = \epsilon_{IVDMS} - \epsilon_{rekonst}$

Tabelle D.8 Vergleich der Dehnungswerte aus den Simulationen mit der Idealgeometrie und mit der rekonstruierten Geometrie sowie aus den Messungen bei einer Auflagerverschiebung von $d_{2,x} = -50$ mm in x-Richtung am Auflager 2.

Sensor	Simulation				Messung			
	Ideal	Rekonst.	$\Delta\epsilon_1$		Spider8	IVDMS	$\Delta\epsilon_2$	
	ϵ_{ideal} ($\mu\text{m/m}$)	$\epsilon_{rekonst}$ ($\mu\text{m/m}$)	($\mu\text{m/m}$)	(%)	ϵ_{spider} ($\mu\text{m/m}$)	ϵ_{IVDMS} ($\mu\text{m/m}$)	($\mu\text{m/m}$)	(%)
1	-8	-12	-4	50	10	9	21	-175
2	121	161	40	33	96	90	-71	-44
3	-595	-558	37	-6	-308	-327	231	-41
4	-58	-113	-55	95	-64	-60	53	-47
5	-11	-47	-36	327	-35	-34	13	-28
6	101	113	12	12	84	90	-23	-20
7	99	115	16	16	96	90	-25	-22
8	-92	-49	43	-47	-12	-10	39	-80
9	-107	-75	32	-30	-40	-49	26	-35
10	-157	-186	-29	18	-128	-122	64	-34
11	49	55	6	12	50	47	-8	-15
12	-234	-360	-126	54	-269	-264	96	-27
13	-488	-600	-112	23	-425	-414	186	-31
14	-871	-955	-84	10	-755	-737	218	-23

$\Delta\epsilon_1$ – Abweichung der Dehnung aus der Simulation mit der rekonstruierten Geometrie von der Dehnung aus der Simulation mit der Idealgeometrie, $\Delta\epsilon_1 = \epsilon_{rekonst} - \epsilon_{ideal}$

$\Delta\epsilon_2$ – Abweichung der gemessenen Dehnung mit dem IVDMS von der Dehnung aus der Simulation mit der rekonstruierten Geometrie, $\Delta\epsilon_2 = \epsilon_{IVDMS} - \epsilon_{rekonst}$

E Einfluss der Materialeigenschaften und der Umweltbedingungen auf das Tragverhalten

Die Untersuchungen zur Validierung des Strukturverhaltens des Prototyps in Abschnitt 7.2.4 zeigen, dass aus der Simulation mit der Idealgeometrie und der Simulation mit der (aus dem Laserscan) rekonstruierten Geometrie erhebliche Unterschiede in den Dehnungen resultieren. Abweichungen in der Strukturgeometrie haben somit einen signifikanten Einfluss auf die Ausbildung der Dehnungsfelder. Der beschriebene Prototyp unterliegt temperaturbedingten Ausdehnungserscheinungen sowie aufgrund der hygroskopischen Eigenschaften von Holz Quell- und Schwinderscheinungen bei variabler Umgebungsfeuchte. Es kommt somit in Abhängigkeit von den Umweltbedingungen zu geometrischen Veränderungen der Struktur, die das Tragverhalten beeinflussen.

Bei der Aufbringung von Belastungen tragen neben geometrischen Aspekten Abweichungen in den Materialeigenschaften (Steifigkeit) zu unterschiedlichem Tragverhalten bei. Für die Simulation des Prototyps werden (basierend auf der experimentellen Bestimmung des Biege-E-Moduls in Faserrichtung) Holzeigenschaften entsprechend der Klassifizierung C35 nach DIN EN 338 [83] angesetzt (siehe Anhang A). In der Bestimmung des E-Moduls zeigen sich erhebliche Streuungen, mit $E_L = 13,35 \text{ GPa}$ bei einer Standardabweichung von $s_E = 4 \text{ GPa}$. Zusätzlich kommt es zu holzfeuchteabhängigen Veränderungen der Steifigkeit, wobei der E-Modul von darrtrockenem Holz (Holzfeuchte 0 %) gegenüber Holz im Fasersättigungsbereich (Holzfeuchte $\approx 30\text{--}34 \%$ bei Holzart Fichte) um ca. 35 % höher liegt [106, 122].

Im Folgenden werden anhand einer Sensitivitätsanalyse der Einfluss geometrischer Abweichungen aufgrund variabler Umgebungsbedingungen und der Einfluss aufgrund von Abweichungen in den Materialeigenschaften untersucht. Die Betrachtung erfolgt dabei auf zwei Ebenen:

1. Einfluss geometrischer Änderungen aufgrund variabler Holzfeuchte bei konstanten Materialeigenschaften²⁶
2. Einfluss der Veränderung der Materialeigenschaften bei konstanter Strukturgeometrie

²⁶Geometrische Änderungen aufgrund der Holzfeuchteänderungen sind deutlich ausgeprägter als temperaturbedingte Änderungen [106, 122]. Die vorliegenden Untersuchungen beschränken sich somit auf den Einfluss der Holzfeuchte.

Für beide Phänomene wird der Einfluss auf die Simulationsergebnisse mit den Werten aus der Validierung der Optimierungsergebnisse für den viertelseitigen Validierungslastfall in Abschnitt 7.3 verglichen. Ziel ist dabei ein Vergleich der Änderung der Simulationsergebnisse und der Messergebnisse.

E.1 Einfluss der Holzfeuchte

Holzfeuchtebedingte Quell- und Schwinderscheinungen treten hauptsächlich quer zur Faserrichtung auf [106, 122]. In [122] werden Quellwerte bei einer Änderung der Holzfeuchte um 1 % für Fichtenholz mit 0,19 % in radialer Richtung und 0,36 % in tangentialer Richtung angegeben. Eine Unterscheidung zwischen radialer und

Tabelle E.1 Einfluss der Holzfeuchte auf die Simulationsergebnisse der Dehnungen an den Messpunkten für den viertelseitigen Validierungslastfall. Die Simulationsergebnisse für eine Holzfeuchteänderung von $\pm 0\%$ entsprechen den Werten in Abschnitt 7.3.

Sensor	Passiver Zustand			Messung	Aktiver Zustand			Messung
	Simulation mit Holzfeuchteänderung				Simulation mit Holzfeuchteänderung			
	$\pm 0\%$	+5%	-5%		$\pm 0\%$	+5%	-5%	
	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	
1	16	19	14	15	25	27	23	22
2	43	47	39	34	74	74	74	59
3	129	164	105	183	-10	4	-17	29
4	47	46	48	54	0	-6	6	9
5	-9	-7	-11	-8	-16	-18	-15	-17
6	-3	-7	1	-7	-31	-31	-31	-35
7	-48	-51	-46	-51	-58	-57	-59	-59
8	2	3	0	4	4	5	0	4
9	1	0	1	-1	2	2	1	-3
10	3	3	3	1	9	8	9	6
11	27	27	27	40	44	41	46	62
12	-62	-75	-52	-74	-33	-34	-31	-45
13	-100	-111	-91	-109	-46	-44	-48	-62
14	-151	-161	-145	-193	-60	-53	-67	-104

tangentialer Richtung wird in der vorliegenden Arbeit nicht gemacht. Es wird eine mittlerer Wert für die Quellung von 0,28 % pro 1 % Holzfeuchteänderung angesetzt.

Der Einfluss der Holzfeuchteänderung lässt sich durch die entsprechenden Quell- und Schwinderscheinungen in der Simulation erfassen.²⁷ Für die Grenzwerte einer Holzfeuchteänderung von $\pm 5\%$ entstehen somit neue Ausgangsgeometrien. Basierend auf diesen Geometrien lassen sich die Dehnungswerte der Simulation im passiven und im aktiven Zustand für den viertelseitigen Validierungslastfall (siehe Abschnitt 7.3) bestimmen.

In Tab. E.1 sind die Ergebnisse der Simulation unter Ansatz beider Grenzzustände im Vergleich zu den gemessenen Dehnungen dargestellt. Die Betrachtungen zeigen, dass die geometrischen Änderungen, die sich aus den angesetzten Holzfeuchteänderungen ergeben, einen signifikanten Einfluss auf die Simulationsergebnisse haben. Die gemessenen Dehnungswerte liegen zwischen bzw. deutlich näher an den resultierenden Maximal- und Minimalwerten der Dehnungen aus der Simulation. Dies plausibilisiert die beobachteten Abweichungen der Dehnungsmessungen von der Simulation in Kap. 7.

Der in der Simulation angenommene Ansatz einer konstanten Holzfeuchteänderung ist nicht zwingend realistisch. Die Holzlagen des Prototyps sind den Wetterbedingungen in unterschiedlichem Maße ausgesetzt. Es ist somit davon auszugehen, dass in den einzelnen Lagen unterschiedliche Feuchtebedingungen vorherrschen. Die im Rahmen der dargestellten Untersuchungen gezeigten Ergebnisse geben somit nur über die Größenordnung des Einflusses der Holzfeuchte auf das Strukturverhalten Aufschluss.

E.2 Einfluss variabler Materialeigenschaften

Der E-Modul parallel zur Faser des für den Prototypenbau eingesetzten Holzmaterials wird in Anhang A mit $E_L = 13,35 \text{ GPa}$ bei einer Standardabweichung von $s_E = 4 \text{ GPa}$ bestimmt. Aus der Messung werden die weiteren Materialeigenschaften anhand einer Einordnung des Holzes in die Festigkeitsklasse C35 nach DIN EN 338 [83] abgeleitet. Unter Annahme einer Abweichung des E-Moduls von $\pm 4 \text{ GPa}$ vom ursprünglich bestimmten Wert lassen sich Grenzwerte der Materialeigenschaften gemäß einer Einstufung in die Festigkeitsklasse C20 bzw. C50 vornehmen. Die entsprechenden Materialkenndaten sind in Tab. E.2 zusammengefasst.

In der Simulation ergeben sich daraus die in Tab. E.3 dargestellten Grenzwerte der Dehnungen an den Messpunkten. Ähnlich der Betrachtung der geometrischen

²⁷In der Simulation erfolgt die Erfassung dieser Phänomene über eine fiktive Temperaturexpansion senkrecht zur Faserrichtung.

Tabelle E.2 Kennwerte für Nadelholz verschiedener Festigkeitsklassen nach DIN EN 338 [83]

	C35	C20	C50
E-Modul parallel (L), E_0 (GPa)	13	9,5	16
E-Modul rechtwinklig (T, R), E_{90} (GPa)	0,43	0,32	0,53
Schubmodul (LR, LT), G (GPa)	0,81	0,59	1,0

Tabelle E.3 Einfluss der Festigkeitsklasse auf die Simulationsergebnisse der Dehnungen an den Messpunkten für den viertelseitigen Validierungslastfall. Die Simulationsergebnisse für die Festigkeitsklasse C35 entsprechen den Werten in Abschnitt 7.3.

Sensor	Passiver Zustand				Aktiver Zustand			
	Simulation mit Festigkeitsklasse			Messung	Simulation mit Festigkeitsklasse			Messung
	C35	C20	C50	Messung	C35	C20	C50	Messung
	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)	($\mu\text{m}/\text{m}$)
1	16	22	13	15	25	31	22	22
2	43	59	34	34	74	91	66	59
3	129	191	100	183	-10	41	-33	29
4	47	65	38	54	0	18	-8	9
5	-9	-13	-7	-8	-16	-19	-14	-17
6	-3	-5	-2	-7	-31	-32	-31	-35
7	-48	-67	-39	-51	-58	-76	-49	-59
8	2	3	2	4	4	5	4	4
9	1	1	0	-1	2	3	2	-3
10	3	4	3	1	9	9	9	6
11	27	36	22	40	44	53	39	62
12	-62	-87	-50	-74	-33	-58	-21	-45
13	-100	-141	-80	-109	-46	-87	-26	-62
14	-151	-214	-121	-193	-60	-122	-30	-104

Einflüsse im vorherigen Abschnitt zeigt sich eine große Bandbreite der Dehnungen. Die gemessenen Werte liegen in den meisten Fällen zwischen den Maximal- und Minimalwerten aus der Simulation. Somit haben auch die Materialeigenschaften einen signifikanten Einfluss auf die Dehnungsfelder und plausibilisieren die in Kap. 7 dargestellten Abweichungen der Dehnungen zwischen Simulation und Experiment.

Literaturverzeichnis

- [1] Sobek, W.: Zum Entwerfen im Leichtbau, *Bauingenieur*, 70 (1995), 7/8, 323–329.
- [2] Hegger, M. et al.: *Energie-Atlas: Nachhaltige Architektur*, Edition Detail, Birkhäuser, Basel, 2008.
- [3] Sobek, W.; Teuffel, P.: Adaptive systems in architecture and structural engineering, Konferenzbeitrag, *Smart Structures and Materials 2001: Smart Systems for Bridges, Structures, and Highways, 5–7 March 2001, Newport Beach, USA*, Proceedings SPIE 4330, SPIE, Bellingham, WA, 2001, 36–45.
- [4] Joedicke, J.: *Schalenbau: Konstruktion und Gestaltung*, Dokumente der modernen Architektur 2, Krämer, Stuttgart, 1962.
- [5] Ramm, E.: Shape finding methods of shells, *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, 33 (1992), 109, 89–99.
- [6] Sobek, W.; Kobler, M.: Form und Gestaltung von Betonschalen, *Beton-Kalender*, 96 (2007), 2, 1–18.
- [7] Hake, E.; Meskouris, K.: *Statik der Flächentragwerke*, Springer, Berlin, 2001.
- [8] Sobek, W.: Technologische Grundlagen des textilen Bauens, *Detail*, 34 (1994), 6, 776–780.
- [9] Koch, K.-M. (Hrsg.): *Bauen mit Membranen: der innovative Werkstoff in der Architektur*, Prestel, München, 2004.
- [10] Bechthold, M.: *Innovative surface structures: technologies and applications*, Taylor & Francis, Abingdon, 2008.
- [11] Knippers, J. et al.: *Atlas Kunststoffe und Membranen: Werkstoffe und Halbzeuge, Formfindung und Konstruktion*, Edition Detail, Institut für Internationale Architektur-Dokumentation, München, 2010.
- [12] Sanchez-Arcas, M.: *Form und Bauweise der Schalen*, Schriften des Instituts für Theorie und Geschichte der Baukunst, Verlag für Bauwesen, Berlin, 1961.
- [13] Flügge, W.: *Statik und Dynamik der Schalen*, 3. Aufl., Springer, Berlin, 1962.
- [14] Ugural, A. C.: *Stresses in plates and shells*, 2. Aufl., WCB/McGraw Hill, Boston, MA, 1999.

- [15] Kurrer, K.-E.: *The history of the theory of structures: from arch analysis to computational mechanics*, Ernst, Berlin, 2008.
- [16] Sweeney, J. J.; Sert, J. L.: *Antoni Gaudí*, Hatje, Stuttgart, 1960.
- [17] Tomlow, J.: *Das Modell: Antoni Gaudís Hängemodell und seine Rekonstruktion; Neue Erkenntnisse zum Entwurf für die Kirche der Colonia Güell*, IL 34, Krämer, Stuttgart, 1989.
- [18] Ramm, E.; Schunck, E. (Hrsg.): *Heinz Isler, Schalen: Katalog zur Ausstellung*, Krämer, Stuttgart, 1986.
- [19] Isler, H.: Concrete shells derived from experimental shapes, *Structural Engineering International*, 4 (1994), 3, 142–147.
- [20] Nerdinger, W. (Hrsg.): *Frei Otto: das Gesamtwerk; leicht bauen, natürlich gestalten*, Birkhäuser, Basel, 2005.
- [21] Brinkmann, G. (Hrsg.): *Leicht und weit: zur Konstruktion weitgespannter Flächentragwerke*, Sonderforschungsbereiche, VCH, Weinheim, 1990.
- [22] Bletzinger, K.-U.; Ramm, E.: Structural optimization and form finding of light weight structures, *Computers and Structures*, 79 (2001), 22–25, 2053–2062.
- [23] Sobek, W.: Pneu und Schale. Betonschalen und pneumatisch vorgespannte Membranen, *Deutsche Bauzeitung*, 124 (1990), 7, 66–74.
- [24] Day, A. S.: An introduction to dynamic relaxation, *The Engineer*, 219 (1965), 5688, 218–221.
- [25] Linkwitz, K.; Schek, H.-J.: Einige Bemerkungen zur Berechnung von vorgespannten Seilnetzkonstruktionen, *Ingenieur-Archiv*, 40 (1971), 3, 145–158.
- [26] Sobek, W.: *Auf pneumatisch gestützten Schalungen hergestellte Betonschalen*, Aus den Arbeiten des Instituts für Massivbau, Sobek, Stuttgart, 1987.
- [27] Sobek, W.; Haase, W.; Teuffel, P.: Adaptive Systeme, *Stahlbau*, 69 (2000), 7, 544–555.
- [28] Teuffel, P.: *Entwerfen adaptiver Strukturen*, Dissertation, Universität Stuttgart, 2004.
- [29] Soong, T. T.: *Active structural control: theory and practice*, Longman Scientific & Technical, Harlow, Essex, 1990.
- [30] Zuk, W.: Kinetic structures, *Civil Engineering*, 38 (1968), 12, 62–64.
- [31] Zuk, W.; Clark, R. H.: *Kinetic architecture*, Van Nostrand Reinhold, New York, NY, 1970.
- [32] Yao, J. T. P.: Concept of structural control, *Journal of the Structural Division/ASCE*, 98 (1972), ST7, 1567–1574.

- [33] Housner, G. W. et al.: Structural control: past, present, and future, *Journal of Engineering Mechanics*, 123 (1997), 9, 897–971.
- [34] Hirsch, G.: Adaptronics in civil engineering structures, *Adaptronics and Smart Structures*, Janocha, H. (Hrsg.), 2. Aufl., Springer, Berlin, 2007, 428–443.
- [35] Adeli, H.; Saleh, A.: *Control, optimization, and smart structures: high-performance bridges and buildings of the future*, Wiley, New York, NY, 1999.
- [36] Sakamoto, M.; Koshika, N.; Kobori, T.: Development and applications of structural control systems. Active-passive composite tuned mass damper, *Stahlbau*, 69 (2000), 6, 455–463.
- [37] Soong, T. T.; Spencer Jr., B. F.: Supplemental energy dissipation: State-of-the-art and state-of-the-practice, *Engineering Structures*, 24 (2002), 3, 243–259.
- [38] Spencer Jr., B. F.; Nagarajaiah, S.: State of the art of structural control, *Journal of Structural Engineering*, 129 (2003), 7, 845–856.
- [39] Chu, S. Y.; Soong, T. T.; Reinhorn, A. M.: *Active, hybrid, and semi-active structural control: a design and implementation handbook*, Wiley, Hoboken, NJ, 2005.
- [40] Fisco, N. R.; Adeli, H.: Smart structures: Part I – Active and semi-active control, *Scientia Iranica A*, 18 (2011), 3, 275–284.
- [41] Fisco, N. R.; Adeli, H.: Smart structures: Part II – Hybrid control systems and control strategies, *Scientia Iranica A*, 18 (2011), 3, 285–295.
- [42] Soong, T. T.; Manolis, G. D.: Active structures, *Journal of Structural Engineering*, 113 (1987), 11, 2290–2302.
- [43] Soong, T. T. et al.: Full-scale implementation of active control: I – Design and simulation, *Journal of Structural Engineering*, 117 (1991), 11, 3516–3536.
- [44] Reinhorn, A. M. et al.: Full-scale implementation of active control: II – Installation and performance, *Journal of Structural Engineering*, 119 (1993), 6, 1935–1960.
- [45] Tzan, S.-R.; Pantelides, C. P.: Convex model for seismic design of structures: II – Design of conventional and active structures, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 25 (1996), 9, 945–963.
- [46] Hanagan, L. M.; Murray, T. M.: Active control approach for reducing floor vibrations, *Journal of Structural Engineering*, 123 (1997), 11, 1497–1505.
- [47] Adeli, H.; Saleh, A.: Optimal control of adaptive/smart bridge structures, *Journal of Structural Engineering*, 123 (1997), 2, 218–226.

- [48] Khot, N. S.: Multicriteria optimization for design of structures with active control, *Journal of Aerospace Engineering*, 11 (1998), 2, 45–51.
- [49] Achkire, Y.; Preumont, A.: Active tendon control of cable-stayed bridges, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 25 (1996), 6, 585–597.
- [50] Preumont, A.; Achkire, Y.; Bossens, F.: Active tendon control of large trusses, *AIAA Journal*, 38 (2000), 3, 493–498.
- [51] Bossens, F.; Preumont, A.: Active tendon control of cable-stayed bridges: a large-scale demonstration, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 30 (2001), 7, 961–979.
- [52] Rodellar, J.; Mañosa, V.; Monroy, C.: An active tendon control scheme for cable-stayed bridges with model uncertainties and seismic excitation, *Journal of Structural Control*, 9 (2002), 1, 75–94.
- [53] Holnicki-Szulc, J.; Rodellar, J. (Hrsg.): *Smart structures: requirements and potential applications in mechanical and civil engineering*, NATO Advanced Research Workshop, 16–19 June 1998, Pułtusk, Poland, Kluwer, Dordrecht, 1999.
- [54] Soong, T. T.; Cimellaro, G. P.: Future directions in structural control, *Structural Control and Health Monitoring*, 16 (2009), 1, 7–16.
- [55] Cimellaro, G. P.; Soong, T. T.; Reinhorn, A. M.: Integrated design of controlled linear structural systems, *Journal of Structural Engineering*, 135 (2009), 7, 853–862.
- [56] Cimellaro, G. P.; Soong, T. T.; Reinhorn, A. M.: Integrated design of inelastic controlled structural systems, *Structural Control and Health Monitoring*, 16 (2009), 7–8, 689–702.
- [57] Bleicher, A. et al.: Model-based design and experimental validation of active vibration control for a stress ribbon bridge using pneumatic muscle actuators, *Engineering Structures*, 33 (2011), 8, 2237–2247.
- [58] Bleicher, A.: Aktive Schwingungskontrolle einer Spannbandbrücke mit pneumatischen Aktuatoren, *Bautechnik*, 89 (2012), 2, 89–101.
- [59] Kirsch, U.: Synthesis of elastic structures with controlled forces, *Computers and Structures*, 6 (1976), 2, 111–116.
- [60] Kirsch, U.; Moses, F.: Optimization of structures with control forces and displacements, *Engineering Optimization*, 3 (1977), 1, 37–44.
- [61] Domke, H. et al.: Aktive Verformungskontrolle von Bauwerken, *Bauingenieur*, 56 (1981), 11, 405–412.

- [62] Domke, H.: Aktive Verformungskontrolle im Kunststoffbau, *Kunststoffe im Bau*, 18 (1983), 2, 60–61.
- [63] Domke, H. et al.: Leistungssteigerung von Biegetragwerken durch aktive Verformungskontrolle, *Bauingenieur*, 59 (1984), 1, 1–8.
- [64] Domke, H.: Aktive Kontrolle von Tragwerken, *Bauingenieur*, 66 (1991), 5, 205–213.
- [65] Domke, H.: *Aktive Tragwerke*, Westdeutscher Verlag, Opladen, 1992.
- [66] Sobek, W.; Teuffel, P.: Adaptive lightweight structures, Konferenzbeitrag, *Lightweight Structures in Civil Engineering, LSCE 2002, 24–28 June 2002, Warsaw, Poland*, 203–210.
- [67] Lemaitre, C.: *Topologieoptimierung von adaptiven Stabwerken*, Dissertation, Universität Stuttgart, 2008.
- [68] Lemaitre, C.: Topology optimized adaptive truss structures, Konferenzbeitrag, *Evolution and Trends in Design, Analysis and Construction of Shell and Spatial Structures, IASS Symposium, 28 September – 2 October 2009, Valencia, Spain*, 2418–2429.
- [69] Korvink, J. G.; Schlaich, M.: Autonome Brücken – ein Blick in die ferne Zukunft des Brückenbaus, *Bauingenieur*, 75 (2000), 1, 29–34.
- [70] Schlaich, M.: Aktive und wandelbare Ingenieurbauten, *Stahlbau*, 73 (2004), 12, 1001–1009.
- [71] Fest, E.; Shea, K.; Smith, I. F. C.: Active tensegrity structure, *Journal of Structural Engineering*, 130 (2004), 10, 1454–1465.
- [72] Domer, B.; Smith, I. F. C.: An active structure that learns, *Journal of Computing in Civil Engineering*, 19 (2005), 1, 16–24.
- [73] Pawlowski, R.: *Adaptive Dachtragwerke: Entwicklung eines Entwurfsverfahrens, Betrachtung ausgewählter Aspekte*, Dissertation, Technische Universität München, 2006.
- [74] Weilandt, A.: *Adaptivität bei Flächentragwerken*, Dissertation, Universität Stuttgart, 2008.
- [75] Weilandt, A.: Adaptive planar structures, Konferenzbeitrag, *Evolution and Trends in Design, Analysis and Construction of Shell and Spatial Structures, IASS Symposium, 28 September – 2 October 2009, Valencia, Spain*, 2405–2417.
- [76] Müller, G.; Groth, C.: *FEM für Praktiker, Bd. 1 – Grundlagen: Basiswissen und Arbeitsbeispiele zur Finite-Element-Methode mit dem FE-Programm ANSYS Rev. 5.5*, 6. Aufl., Edition expertsoft 23, expert-Verlag, Renningen, 2001.

- [77] ANSYS® Academic Research, Release 13.0, Help System, Mechanical APDL, ANSYS, Inc., [2010].
- [78] Dvorkin, E. N.; Bathe, K.-J.: A continuum mechanics based four-node shell element for general non-linear analysis, *Engineering Computations*, 1 (1984), 1, 77–88.
- [79] Bathe, K.-J.; Dvorkin, E. N.: A formulation of general shell elements – the use of mixed interpolation of tensorial components, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 22 (1986), 3, 697–722.
- [80] König, G.; Nguyen, V.-T.; Zink, M.: *Hochleistungsbeton: Bemessung, Herstellung und Anwendung*, Ernst, Berlin, 2001.
- [81] Gross, D.; Seelig, T.: *Bruchmechanik: mit einer Einführung in die Mikromechanik*, 5. Aufl., Springer, Berlin, 2011.
- [82] Ugural, A. C.; Fenster, S. K.: *Advanced strength and applied elasticity*, 4. Aufl., Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2003.
- [83] *DIN EN 338:2010-02 Bauholz für tragende Zwecke – Festigkeitsklassen*, Beuth, Berlin, 2010.
- [84] Harzheim, L.: *Strukturoptimierung: Grundlagen und Anwendungen*, Deutsch, Frankfurt, M., 2008.
- [85] Papageorgiou, M.; Leibold, M.; Buss, M.: *Optimierung: statische, dynamische, stochastische Verfahren für die Anwendung*, 3. Aufl., Springer Vieweg, Berlin, 2012.
- [86] Venkataraman, P.: *Applied optimization with MATLAB programming*, Wiley, New York, NY, 2002.
- [87] Herrmann, J. W.: A genetic algorithm for minimax optimization problems, Konferenzbeitrag, *1999 Congress on Evolutionary Computation, CEC 99, 6–9 July 1999, Washington, USA*, IEEE Press, Piscataway, NJ, 1999, 1099–1103.
- [88] Laskari, E. C.; Parsopoulos, K. E.; Vrahatis, M. N.: Particle swarm optimization for minimax problems, Konferenzbeitrag, *2002 Congress on Evolutionary Computation, CEC 02, 12–17 May 2002, Honolulu, USA*, IEEE Press, Piscataway, NJ, 2002, 1576–1581.
- [89] Ren, C.: Solving min-max vehicle routing problem, *Journal of Software*, 6 (2011), 9, 1851–1856.
- [90] Hare, W.; MacKlem, M.: Derivative-free optimization methods for finite minimax problems, *Optimization Methods and Software*, 28 (2013), 2, 300–312.

- [91] Metropolis, N. et al.: Equation of state calculations by fast computing machines, *The Journal of Chemical Physics*, 21 (1953), 6, 1087–1092.
- [92] Černý, V.: Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: an efficient simulation algorithm, *Journal of Optimization Theory and Applications*, 45 (1985), 1, 41–51.
- [93] Kirkpatrick, S.; Gelatt, C. D.; Vecchi, M. P.: Optimization by simulated annealing, *Science*, 220 (1983), 4598, 671–680.
- [94] Salamon, P.; Sibani, P.; Frost, R.: *Facts, conjectures, and improvements for simulated annealing*, SIAM monographs on mathematical modeling and computation 7, Society for Industrial und Applied Mathematics, Philadelphia, PA, 2002.
- [95] Schneider, K.-J.; Goris, A.; Albert, A.: *Bautabellen für Ingenieure: mit Berechnungshinweisen und Beispielen*, 20. Aufl., Werner, Köln, 2012.
- [96] *DIN EN 1991-1-3:2010-12 Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-3: Allgemeine Einwirkungen – Schneelasten*, Beuth, Berlin, 2010.
- [97] *DIN EN 1991-1-3/NA:2010-12 Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-3: Allgemeine Einwirkungen – Schneelasten*, Beuth, Berlin, 2010.
- [98] *DIN EN 1991-1-4:2010-12 Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-4: Allgemeine Einwirkungen – Windlasten*, Beuth, Berlin, 2010.
- [99] *DIN EN 1991-1-4/NA:2010-12 Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-4: Allgemeine Einwirkungen – Windlasten*, Beuth, Berlin, 2010.
- [100] Neuhaeuser, S. et al.: Stuttgart SmartShell – A full scale prototype of an adaptive shell structure, Konferenzbeitrag, *From Spatial Structures to Space Structures, IASS-APCS 2012, 21–24 May 2012, Seoul, Korea*.
- [101] Weickgenannt, M.: *Konzepte zur modellbasierten Regelung adaptiver Schalentragwerke*, Berichte aus dem Institut für Systemdynamik Universität Stuttgart 17, Shaker, Aachen, 2013.
- [102] Woerner, M. et al.: Kinematic modeling of a hydraulically actuated 3-SPR-parallel manipulator for an adaptive shell structure, Konferenzbeitrag, *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, AIM 2013, 9–12 July 2013, Wollongong, Australia*, IEEE, Washington, DC, 2013, 1330–1336.
- [103] *Spezifikation für Dehnungsaufnehmer IVDMS*, Sensor-Technik Wiedemann GmbH, Kaufbeuren, 2012.

- [104] Weickgenannt, M. et al.: Optimal sensor placement for state estimation of a thin double-curved shell structure, *Mechatronics*, 23 (2013), 3, 346–354.
- [105] *FARO® Laser Scanner Photon 20/120 Benutzerhandbuch*, FARO Technologies, Inc./FARO EUROPE GmbH & Co. KG, Korntal-Münchingen, 2010.
- [106] Bodig, J.; Jayne, B. A.: *Mechanics of wood and wood composites*, Nachdruck, Krieger, Malabar, FL, 1993.
- [107] Niemz, P.: *Physik des Holzes*, ETH Zürich, Institut für Baustoffe, 2005, <http://e-collection.library.ethz.ch/view/eth:27629>, Aufruf: 06.06.2013.
- [108] *DIN EN 1995-1-1/NA:2010-12 Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten – Teil 1-1: Allgemeines – Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau*, Beuth, Berlin, 2010.
- [109] Hoffmann, K.: *Eine Einführung in die Technik des Messens mit Dehnungsmessstreifen*, Hottinger Baldwin Messtechnik, Darmstadt, 1987.
- [110] Keil, S.: *Beanspruchungsermittlung mit Dehnungsmessstreifen*, Cuneus, Zwingenberg a. d. Bergstr., 1995.
- [111] Sliker, A.: Resistance strain gages and adhesives for wood, *Forest Products Journal*, 21 (1971), 12, 40–43.
- [112] Bröker, F.-W.: Dehnungsmessungen an Holz mit direkt applizierten DMS, *Messtechnische Briefe*, 21 (1985), 1, 18–23.
- [113] Kufner, M.: Messungen mit Dehnungsmessstreifen auf Holz und Holzwerkstoffen, Konferenzbeitrag, *8th Congress on Material Testing, 28 September – 1 October 1982, Budapest, Hungary*, OMIKK-Technoinform, Budapest, 1982, 889–894.
- [114] Kufner, M.: Messungen mit Dehnungsmessstreifen auf Holz, Konferenzbeitrag, *Symposium Dehnungsmesstechnik – Praktische Anwendung unter besonderen Anforderung zur Erhöhung der Sicherheit und Verfügbarkeit von Anlagen, Köln-Poll, 24. September 1987*, VDI/VDE-Gesellschaft Mess- und Automatisierungstechnik, Düsseldorf, 1987, 1–11.
- [115] Beer, R. J.; Vanek, M.; Walden, H. D.: Zuverlässigkeit einer DMS-Meßstelle auf Holz, Kurzzeitstabilität-Langzeitverhalten, *Holzforschung und Holzverwertung*, 42 (1990), 3, 48–51.
- [116] Dudescu, C.; Somotecan, M.; Hardau, M.: Aspects related direct application of strain gages on wood, Konferenzbeitrag, *Annals of DAAAM for 2009 & Proceedings of the 20th International DAAAM Symposium, 25–28 November 2009, Vienna, Austria*, DAAAM International, Wien, 2009, 39–40.

- [117] *DIN 52186:1978-06 Prüfung von Holz: Biegeversuch*, Beuth, Berlin, 1978.
- [118] *DIN EN 408:2012-10 Holzbauwerke – Bauholz für tragende Zwecke und Brett-schichtholz – Bestimmung einiger physikalischer und mechanischer Eigen-schaften*, Beuth, Berlin, 2012.
- [119] *ASCE/SEI 7-05 Minimum design loads for buildings and other structures*, ASCE/SEI, Reston, VA, 2005.
- [120] Pieckert, W.: *Aufstellung von Regeln für aerodynamische Beiwerte insbeson-dere für Baukörper mit gekrümmten Oberflächen*, Forschungsbericht IRB T 537, IRB Verlag, Stuttgart, 1979.
- [121] Blandini, L.: *Structural use of adhesives in glass shells*, Grauer, Beuren, 2005.
- [122] Niemz, P.: *Physik des Holzes und der Holzwerkstoffe*, DRW-Verlag, Leinfelden-Echterdingen, 1993.

Bezeichnungen und Symbole

Folgenden Bezeichnungen werden im Rahmen der vorliegenden Arbeit verwendet. Ergänzende bzw. davon abweichende Definitionen werden im Text erläutert.

Akronyme

APDL	<i>Ansys Parametric Design Language</i>
DMS	Dehnungsmessstreifen
FEM	Finite-Elemente-Methode
IVDMS	Bezeichnung des Dehnungsaufnehmers der Firma Sensor-Technik Wiedemann GmbH
NURBS	<i>Non-Uniform Rational B-Spline</i>

Lateinische Buchstaben

a	Teillänge des Probekörpers beim Vierpunktbiegeversuch
b	Basis des exponentiellen Funktion für die Anzahl der Iterationen beim <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren
c	Abstand des betrachteten Punktes zur Nulllinie im Vierpunktbiegeversuch
c_f	Winddruckbeiwert nach DIN EN 1991-1-4 [95, 98, 99]
c_p	Winddruckbeiwert nach [120]
$d_{1..4,x..z}$	Auflagerverschiebung (Indizes geben Auflagerbezeichnung und Richtung im globalen Koordinatensystem an)
f	Zielfunktion bei der Optimierung
f_g	Geglättete Zielfunktion bei der Optimierung mit dem Gradientenalgorithmus
\mathbf{g}, \mathbf{h}	Ungleichheitsnebenbedingungen bzw. Gleichheitsnebenbedingungen des Optimierungsproblems
i	Allgemeine Zählvariable (kontextabhängig)
j	Anzahl der Temperaturphasen beim <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren

k	Anzahl der Iterationen pro Temperaturphase beim <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren
k_B	Stefan-Boltzmann-Konstante bei der Bestimmung der Annahmewahrscheinlichkeit beim <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren ($k_B = 1$)
k_D	k-Wert des Dehnungsmessstreifens (Herstellerangabe)
k_g	Gaußsche Krümmung der Schalenfläche am betrachteten Punkt
$k_{1,2}$	Hauptkrümmungen der Schalenfläche am betrachteten Punkt
m	Masse
n	Anzahl der Optimierungsvariablen in \mathbf{x}
n_g, n_h	Anzahl der Gleichheitsnebenbedingungen bzw. der Ungleichheitsnebenbedingungen bei der Optimierung
n_s	Anzahl der zu betrachtenden Spannungswerte
p	Annahmewahrscheinlichkeit schlechterer Lösungskandidaten beim <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren
\bar{p}	Durchschnittliche Annahmewahrscheinlichkeit p je Temperaturphase
q_b	Böengeschwindigkeitsdruck der Windlasten nach DIN EN 1991-1-4 [95, 98, 99]
q	Basiswinddruck nach [13]
q_r	Winddruck nach [13]
r	Glättungsfaktor
r_S	Krümmungsradius der Schalenfläche
r_1, r_2	Hauptkrümmungsradien der Schalenfläche
\mathbf{s}	Vektor der Suchrichtung für die Liniensuche (Gradientenalgorithmus)
s_k	Charakteristischer Wert für die Schneelast auf dem Boden nach DIN EN 1991-1-3
s_E	Standardabweichung in der Bestimmung des E-Moduls bzw. der Dichte für den Holzwerkstoff
s	Standardabweichung der betrachteten Spannungswerte
s_{vm}	Standardabweichung der betrachteten von-Mises-Spannungen
s_1	Standardabweichung der betrachteten ersten Hauptspannungen
s_x	Standardabweichung der betrachteten Spannungen in Holzfaserrichtung
t	Zeit

t_S	Schalendicke
$v_{b,0}$	Grundwert der Basisgeschwindigkeit für Windlasten nach DIN EN 1991-1-4 [95, 98, 99]
w_A, w_B	Durchbiegung an den Punkten A bzw. B beim Vierpunktbiegeversuch
w_M	Durchbiegung in Feldmitte (Punkt M) beim Vierpunktbiegeversuch
\mathbf{x}	Vektor der Optimierungsvariablen
\mathbf{x}_0	Anfangswert von \mathbf{x} ($\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$)
x_i	Optimierungsvariable (Eintrag i in \mathbf{x})
$\mathbf{x}^o, \mathbf{x}^u$	Vektor der oberen und unteren Grenzwerte der Optimierungsvariablen
Δx_{\max}	Maximale Schrittweite jeder Iteration beim <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren
A	Höhe über dem Meeresspiegel zur Berechnung der Schneelast nach DIN EN 1991-1-3 [95–97]
B	Querschnittsbreite des rechteckigen Querschnitts
E	E-Modul
F_h, F_v	Horizontale bzw. vertikale Auflagerreaktion
$F_{1..4,x..z}$	Auflagerreaktion (Indizes geben Auflagerbezeichnung und Richtung im globalen Koordinatensystem an)
ΔE_{SA}	Energiedifferenz beim <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren
G	Schubmodul
GC	Produkt aus Böenbeiwert und Winddruckbeiwert in ASCE 7 [119]
H	Querschnittshöhe des rechteckigen Querschnitts
\mathbf{H}	Hesse-Matrix der Zielfunktion
J_2	Zweite Invariante des Spannungsdeviators
M	Moment
N	Normalkraft
Q	Querkraft
R	Gütekriterium
$R_{1,2,3,4}$	Widerstände in der Wheatstoneschen Brückenschaltung
R_D	Nennwiderstand des Dehnungsmessstreifens
$R_{D,0}$	Ausgangswiderstand des Dehnungsmessstreifens
R_E	Nennwiderstand des Präzisionswiderstands zur Brückenergänzung

R_N	Biegeradius der Nulllinie beim Vierpunktbiegeversuch
T	Temperatur zur Berechnung der Annahmewahrscheinlichkeit beim <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren
T_0	Anfangstemperatur beim <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren

Griechische Buchstaben

α	Kontinuierlicher Temperaturabminderungsfaktor beim <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren
α_2	Temperaturabminderungsfaktor bei der schrittweisen Abminderung beim <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren
ε	Dehnung
ε_b	Rechnerische Dehnung im Vierpunktbiegeversuch
ε_{ideal}	Dehnungswert aus der Simulation mit der Idealgeometrie
ε_{IVDMS}	Dehnungswert aus der Messung mit dem Dehnungsaufnehmer IVDMS
ε_{mess}	Dehnungswert aus der Messung
$\varepsilon_{rekonst}$	Dehnungswert aus der Simulation mit der rekonstruierten Geometrie
ε_{sim}	Dehnungswert aus der Simulation
ε_{spider}	Dehnungswert aus der Messung mit dem Spider8 PC-Datenerfassungssystem
ϑ	Winkel in Ringrichtung zur Bestimmung der Windlasten nach [13]
λ	Wert zwischen 0 und 1 zur Überprüfung der Konvexität eines Optimierungsproblems
μ_3	Verteilungsfaktor für Schneelast nach DIN EN 1991-1-3 (nach [95])
ν	Querdehnzahl
σ	Spannung
$\boldsymbol{\sigma}$	Spannungstensor
σ_i	Spannung am betrachteten Punkt i
σ_{vm}	von-Mises-Spannung
$\sigma_{vm,max}$	Maximalwert der von-Mises-Spannung aller betrachteten Punkte
$\sigma_{1,2,3}$	1., 2. bzw 3. Hauptspannung
$\sigma_{1,max}$	Maximalwert der ersten Hauptspannung aller betrachteten Punkte
σ_x	Spannung in x-Richtung, Spannung in Holzfaserrichtung

$\sigma_{x,\max}$	Maximalwert der Spannung in Holzfaserrichtung aller betrachteten Punkte
σ_{biegung}	Biegeanteil der Spannung
σ_{membran}	Membrananteil der Spannung
φ	Winkel in Meridianrichtung zur Bestimmung der Windlasten nach [13]
ρ	Dichte
τ	Schubspannung (Indizes geben Betrachtungsebene an)

Indizes

aktiv	Wert im aktiven Zustand
hs	Wert für den halbseitigen Validierungslastfall
min	Minimalwert aus der vollständigen Evaluation der Zielfunktion
opt	Wert aus der Lösung der Optimierungsrechnung
passiv	Wert im passiven Zustand
vs	Wert für den viertelseitigen Validierungslastfall
L	longitudinal, entspricht der Holzfaserrichtung
R	radial, senkrecht zu den Wachstumsringen
T	tangential, parallel zu den Wachstumsringen

Abbildungsverzeichnis

2.1	Beispiele für Schalenträgerwerke	7
2.2	Konzept für die Manipulation von Kräften und Verformungen an einem Hochhaus	9
2.3	Komponenten eines adaptiven Systems	9
2.4	Freiheitsgrade für die statisch bestimmte Lagerung und zur Manipulation der Spannungszustände am Beispiel eines gelenkig gelagerten Einfeldträgers	13
3.1	Formfindung (Nachbildung eines Hängemodells) zur Bestimmung der untersuchten Geometrie	16
3.2	Schalengeometrie der in dieser Arbeit untersuchten Struktur	18
3.3	Grundriss der untersuchten Struktur und Kennzeichnung der Auflager und der Quadranten	18
3.4	FEM-Modell der untersuchten Schalengeometrie	19
3.5	Lokale x' - y' -Koordinatensysteme der Elemente bei der Modellierung mit isotropem Material	20
3.6	Bereich unter viertelseitiger Zusatzbelastung	21
3.7	Normalspannungen in x' -Richtung (quasi-radial) unter Eigengewicht	24
3.8	Normalspannungen in y' -Richtung (quasi-tangential) unter Eigengewicht	25
3.9	Gütekriterium R für die Spannungen in x' -Richtung (quasi-radial) und in y' -Richtung (quasi-tangential) unter Eigengewicht	26
3.10	Normalspannungen in x' -Richtung (quasi-radial) unter viertelseitiger Belastung	27
3.11	Verformung entlang der Diagonalen zwischen Auflager 1 und Auflager 3 bei viertelseitiger Belastung	27
3.12	Normalspannungen in y' -Richtung (quasi-tangential) unter viertelseitiger Belastung	28
3.13	Gütekriterium R für die Spannungen in x' -Richtung (quasi-radial) und in y' -Richtung (quasi-tangential) unter viertelseitiger Belastung	28
3.14	Von-Mises-Spannungen unter viertelseitiger Belastung	29
3.15	Hauptspannungen σ_1 unter viertelseitiger Belastung	30
3.16	Vierlagiger Aufbau aus Holzleisten für die Untersuchungen und den Prototyp	31

3.17	Lokale Materialkoordinatensysteme für die Modellierung der Holzstruktur am Beispiel der untersten Holzlage	32
3.18	Spannungen in Holzfaserrichtung unter Eigengewicht	34
3.19	Spannungen in Holzfaserrichtung unter viertelseitiger Belastung	35
3.20	Normalspannungen in x' -Richtung (quasi-radial) unter einer Einheitsverschiebung von 10 mm in z -Richtung am Auflager 1	37
3.21	Normalspannungen in x' -Richtung (quasi-radial) unter einer Einheitsverschiebung von 10 mm in x -Richtung am Auflager 1	37
4.1	Konvexe und nicht-konvexe Zielfunktionen	41
4.2	Verlauf der Zielfunktion am Beispiel einer fiktiven Struktur mit drei zu betrachtenden Spannungswerten und einem eindimensionalen Lösungsvektor	42
4.3	Freiheitsgrade der statisch bestimmten Lagerung und Freiheitsgrade der Aktivierung für allgemeine Lastfälle am untersuchten Schalentragwerk	43
4.4	Optimierungsvariablen bei symmetrischen Lastfällen	44
4.5	Konzept der Kopplung der Optimierungsverfahren mit der nichtlinearen Strukturanalyse	45
4.6	Ablauf des <i>Simulated-Annealing</i> -Algorithmus	49
4.7	Verlauf der maximalen Spannungswerte bei der Optimierung mit 4 Optimierungsvariablen mit dem <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren unter Anwendung der Vorauswahl der Eingangsparameter	53
4.8	Verlauf der durchschnittlichen Annahmewahrscheinlichkeiten schlechterer Lösungskandidaten bei der Optimierung mit 4 Optimierungsvariablen mit dem <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren unter Anwendung der Vorauswahl der Eingangsparameter	53
4.9	Zielfunktion für 2 Optimierungsvariablen im vollständigen Entwurfsraum (3D-Darstellung)	55
4.10	Zielfunktion für 2 Optimierungsvariablen im vollständigen Entwurfsraum (Konturdarstellung)	56
4.11	Zielfunktion für 2 Optimierungsvariablen in sukzessive kleineren Eingangswertebereichen und höherer Auflösung	56
4.12	Optimierungsverlauf des <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahrens mit 2 Freiheitsgraden unter Anwendung der Vorauswahl der Eingangsparameter	57
4.13	Optimierungsverlauf des <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahrens mit 2 Freiheitsgraden unter Anwendung der angepassten Werte der Eingangsparameter	59
4.14	Kritischer Bereich der von-Mises Spannung im passiven Zustand bei viertelseitiger Belastung	63

4.15	Spannungszustände im kritischen Bereich bei unterschiedlichen Elementformulierungen	63
4.16	Ablauf des Gradientenverfahrens	67
4.17	Verlauf des Gradientenverfahrens an der geglätteten Zielfunktion mit 2 Optimierungsvariablen	68
5.1	Verlauf der maximalen Spannungswerte bei der Optimierung mit 4 Optimierungsvariablen mit dem <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren unter Anwendung der angepassten Werte der Eingangsparameter	70
5.2	Verlauf der durchschnittlichen Annahmewahrscheinlichkeiten schlechterer Lösungskandidaten bei der Optimierung mit 4 Optimierungsvariablen mit dem <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren unter Anwendung der angepassten Werte der Eingangsparameter	71
5.3	Von-Mises-Spannungen unter viertelseitiger Belastung im passiven Zustand	72
5.4	Verformung entlang der Diagonalen unter viertelseitiger Belastung im passiven Zustand	72
5.5	Von-Mises-Spannungen unter viertelseitiger Belastung in den aktiven Zuständen	73
5.6	Verformung unter viertelseitiger Belastung in den aktiven Zuständen	74
5.7	Gütekriterium R für die Spannungen in x' -Richtung unter viertelseitiger Belastung im passiven Zustand	75
5.8	Gütekriterium R für die Spannungen in x' -Richtung unter viertelseitiger Belastung in den aktiven Zuständen	75
5.9	Schnittposition im kritischen Bereich im passiven Zustand unter viertelseitiger Belastung	77
5.10	Schematische Darstellung des Teilbereichs zur Ermittlung der Schnittkräfte im passiven Zustand und in den aktiven Zuständen	77
5.11	Spannungsfelder auf der Schalenunterseite im passiven und im aktiven Zustand unter viertelseitiger Belastung	81
5.12	Kennzeichnung der Auflagerreaktionen in Tab. 5.6	82
6.1	Kennzeichnung der Belastungssektoren in Tabellen 6.1, 6.6, 6.7 und 6.8	86
6.2	Unsymmetrische Schneelast für Tonnendächer nach DIN EN 1991-1-3	91
6.3	Betrachtete Windrichtungen für die Windlasten in den Belastungssektoren in Tab. 6.7 und Tab. 6.8	92
7.1	Zuschnitt der Leisten und Keilzinkenverbindungen	96
7.2	Aufbringung der Leisten der ersten Lage und Verleimung der weiteren Lagen	97

7.3	Prototyp Stuttgart SmartShell	97
7.4	Schematische Darstellung der Auflagerkonstruktion	98
7.5	Hydraulikzylinder vom Typ CSH3MP5 zum Einsatz am Prototyp	99
7.6	Dehnungsaufnehmer, Dehnungsmessstreifen und Ergänzungsschaltung am Prototyp	100
7.7	Detailaufnahme des Auflagers und der Referenzkugeln für den Laserscan	102
7.8	Punktwolke aus dem Scanvorgang am Auflager 1	103
7.9	Punktwolke und Kurven zur Rekonstruktion der Fläche der Schalenunterseite	103
7.10	Abweichung der rekonstruierten Geometrie von der Idealgeometrie	105
7.11	Positionen der 14 Sensoren auf der Schalenunterseite bestimmt aus dem Laserscan	106
7.12	Vergleich des nichtlinearen Zusammenhangs zwischen Dehnung und Auflagerverschiebung in der Simulation und der Messung	112
7.13	Einbauelement zur Lastaufbringung für die experimentelle Validierung	113
7.14	Positionen der Einbauelemente zur Lastaufbringung für die experimentelle Validierung	114
7.15	Belastung des Prototyps zur experimentellen Validierung der Optimierungsergebnisse	116
7.16	Verlauf der Auflagerverschiebungen und der Dehnungswerte beim Übergang vom passiven in den aktiven Zustand für den viertelseitigen Validierungslastfall	120
7.17	Verlauf der Auflagerverschiebungen und der Dehnungswerte beim Übergang vom passiven in den aktiven Zustand für den halbseitigen Validierungslastfall	121
A.1	Versuchseinrichtung zur Bestimmung des Biege-E-Moduls der Holzleisten	129
B.1	Wheatstonesche Brückenschaltung	131
B.2	Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus für Holzprobekörper	133
B.3	Geometrischer Zusammenhang zwischen Krümmungsradius und Verschiebungsdifferenz	133
B.4	Messstellen mit DMS	135
B.5	Schematische Darstellung der Holzprobekörper zur Validierung der Dehnungsmessungen	136
B.6	DMS Typ B innerhalb des Lagenaufbaus von Probekörper 3 (DMS 08 und DMS 09)	137

B.7	Versuchsaufbau für den Vierpunktbiegeversuch in der Prüfmaschine	137
B.8	Verlauf des Temperaturdrifts für die beiden untersuchten DMS-Typen	139
C.1	Betrachtete Windrichtungen zur Bestimmung der Windlasten in den Belastungssektoren in Tab. C.1 und C.2	146

Tabellenverzeichnis

3.1	Materialien für die Untersuchung des Tragverhaltens und für die Optimierung der Auflagerverschiebung	16
3.2	Angesetzte isotrope Eigenschaften für das allgemeine isotrope Material und für Beton	22
3.3	Materialkennwerte für Holz (Typ Fichte/Tanne)	31
4.1	Vorauswahl der Eingangsparameter für das <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren	48
4.2	Symbole im Optimierungsablauf aus Abb. 4.6	50
4.3	Schrittweises Vorgehen für die Validierung und die Anpassung der Eingangsparameter für das <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren	52
4.4	Ergebnisse des <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahrens bei viertelseitiger Belastung und 4 Optimierungsvariablen unter Anwendung der Vorauswahl der Eingangsparameter	52
4.5	Vollständige Evaluation der Zielfunktion bei viertelseitiger Belastung für 2 Optimierungsvariablen	54
4.6	Angepasste Werte der Eingangsparameter für das <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren	58
4.7	Untersuchungen von jeweils 100 Optimierungsläufen bei verschiedenen Iterationsanzahlen k pro Temperaturphase	61
4.8	Einfluss der Auswertungsmethode für die Spannungswerte und der Elementformulierung auf das Minimum der Zielfunktion	62
4.9	Position des Minimums der geglätteten Zielfunktion f_g bei verschiedenen Werten r	65
5.1	Ergebnisse des <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahrens bei viertelseitiger Belastung und 4 Optimierungsvariablen unter Anwendung der angepassten Eingangsparameter	70
5.2	Ergebnisse des Gradientenverfahrens bei viertelseitiger Belastung mit 4 Optimierungsvariablen	71
5.3	Auflagerreaktionen und Schnittkräfte am Schnitt B–B	78
5.4	Spannungswerte und Gütekriterium R an den FEM-Knoten entlang Schnitt B–B	79
5.5	Quantitative Bewertung der Homogenisierung der Spannungsfelder	82
5.6	Auflagerreaktionen im passiven und in den aktiven Zuständen	83
5.7	Energetische Betrachtung der Auflagerverschiebung	84

6.1	Lastfälle für die Untersuchung mit dem allgemeinen isotropen Material und mit Beton	86
6.2	Ergebnisse der Optimierung mit dem <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren für das allgemeine isotrope Material	87
6.3	Ergebnisse der Optimierung mit dem Gradientenalgorithmus für das allgemeine isotrope Material	87
6.4	Ergebnisse der Optimierung mit dem <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren für Beton	88
6.5	Ergebnisse der Optimierung mit dem Gradientenalgorithmus für Beton	89
6.6	Lastfälle für die Untersuchung der mehrlagigen Holzstruktur	90
6.7	Windlasten für die vorliegenden Berechnungen bei Anströmung parallel zum globalen Koordinatensystem	92
6.8	Windlasten für die vorliegenden Berechnungen bei diagonaler Anströmung	92
6.9	Ergebnisse der Optimierung mit dem <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren für Holz	93
6.10	Ergebnisse der Optimierung mit dem Gradientenalgorithmus für Holz	94
7.1	Koordinaten der Auflagerpunkte der Idealgeometrie und aus der Vermessung mit dem Laserscan	104
7.2	Vergleich der Dehnungswerte aus den Simulationen sowie aus den Messungen bei einer Auflagerverschiebung von 50 mm in x-Richtung am Auflager 1	108
7.3	Vergleich der Dehnungswerte aus den Simulationen sowie aus den Messungen bei einer Auflagerverschiebung von -50 mm in x-Richtung am Auflager 1	109
7.4	Ergebnisse der Optimierung für die Lastfälle zur experimentellen Validierung der Optimierungsergebnisse	114
7.5	Vergleich der Dehnungswerte aus der Simulation und aus der Messung im passiven und im aktiven Zustand beim viertelseitigen Validierungslastfall	117
7.6	Vergleich der Dehnungswerte aus der Simulation und aus der Messung im passiven und im aktiven Zustand beim halbseitigen Validierungslastfall	118
7.7	Änderungen der Dehnungswerte beim Übergang vom passiven in den aktiven Zustand für beide Validierungslastfälle	119
A.1	Kennwerte für Fichtenholz	128
A.2	Querdehnzahlen für Nadelholz	128
A.3	Kennwerte für Nadelholz Festigkeitsklasse C35 nach DIN EN 338	128

A.4	Kennwerte für Fichte/Tanne aus Messungen	130
B.1	Probekörper für die Untersuchungen zur Dehnungsmessung am Werkstoff Holz	135
B.2	Dehnungsmessungen am Probekörper 1 mit DMS in der Zugzone	139
B.3	Dehnungsmessungen am Probekörper 1 mit DMS in der Druckzone	140
B.4	Dehnungsmessungen am Probekörper 2	141
B.5	Dehnungsmessungen am Probekörper 3	142
B.6	Numerische Modellierung von Probekörper 3	142
B.7	Dehnungsmessungen am Probekörper 2 mit Dehnungsaufnehmer IVDMS	144
C.1	Windlasten aus verschiedenen Quellen und Ansatz für die vorliegenden Berechnungen bei Anströmung parallel zum globalen Koordinatensystem	147
C.2	Windlasten für die vorliegenden Berechnungen bei diagonaler Anströmung	147
D.1	Ergänzende Ergebnisse zu Tab. 6.2 und Tab. 6.3: Optimierung mit dem <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren und mit dem Gradientenalgorithmus für das allgemeine isotrope Material	150
D.2	Ergänzende Ergebnisse zu Tab. 6.4 und Tab. 6.5: Optimierung mit dem <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren und mit dem Gradientenalgorithmus für Beton	151
D.3	Ergänzende Ergebnisse zu Tab. 6.9: Optimierung mit dem <i>Simulated-Annealing</i> -Verfahren für Holz	152
D.4	Ergänzende Ergebnisse zu Tab. 6.10: Optimierung mit dem Gradientenalgorithmus für Holz	153
D.5	Vergleich der Dehnungswerte aus den Simulationen sowie aus den Messungen bei einer Auflagerverschiebung von 50 mm in y-Richtung am Auflager 1.	154
D.6	Vergleich der Dehnungswerte aus den Simulationen sowie aus den Messungen bei einer Auflagerverschiebung von -50 mm in y-Richtung am Auflager 1.	155
D.7	Vergleich der Dehnungswerte aus den Simulationen sowie aus den Messungen bei einer Auflagerverschiebung von 50 mm in x-Richtung am Auflager 2.	156
D.8	Vergleich der Dehnungswerte aus den Simulationen sowie aus den Messungen bei einer Auflagerverschiebung von -50 mm in x-Richtung am Auflager 2.	157
E.1	Einfluss der Holzfeuchte auf die Simulationsergebnisse der Dehnungen an den Messpunkten	160

E.2	Kennwerte für Nadelholz verschiedener Festigkeitsklassen nach DIN EN 338	162
E.3	Einfluss der Festigkeitsklasse auf die Simulationsergebnisse der Dehnungen an den Messpunkten	162

Lebenslauf

Stefan Neuhäuser

B.Sc., M.Eng.

Geburtsdatum: 14.05.1977

Geburtsort: Dresden

Anschrift: Filderstr. 25
70180 Stuttgart

Ausbildung

1996 Abitur, C.-F.-Gauß-Gymnasium, Frankfurt (Oder)

1996–2000 Studium Civil Engineering (B.Sc.)
Lawrence Technological University, Southfield, Michigan, USA

2000–2001 Studium Civil Engineering (M.Eng.)
Lawrence Technological University, Southfield, Michigan, USA

Beruflicher Werdegang

2001–2008 Structural Engineer
Ruby+Associates, Inc., Farmington Hills, Michigan, USA

2003–2008 Adjunct Professor
Lawrence Technological University, Southfield, Michigan, USA

seit 2008 Akademischer Mitarbeiter
Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren (ILEK)
Universität Stuttgart

Sonstiges

seit 2005 Professional Engineering License im Bundesstaat Michigan

seit 2008 Structural Engineering License im Bundesstaat Illinois