

Belocerkovskij, S.M., V.S. Suchorukich, V.S. Tamarenčik
(Moskau):

Bestimmung des Dichtefeldes in räumlichen
gasdynamischen Strömungen mit Hilfe op-
tischer Verfahren

Es werden einige Ergebnisse einer Untersuchung räumlicher gasdynamischer Strömungen mit Hilfe optischer Verfahren dargelegt. Die Integralwerte der Dichte werden direkt bestimmt, während die lokalen Werte aus den Integralgleichungen gefunden werden. In diesen Gleichungen ist die Dichte eine Funktion der drei räumlichen Koordinaten. Eine der Koordinaten wird als Parameter benützt. Wenn es gelingt, von der Dichte als der Funktion zweier Koordinaten auf die eine oder andere Weise zur Abhängigkeit von einer Variablen zu kommen, erweisen sich die zu untersuchenden Beziehungen als gewöhnliche Integralgleichungen. Ein solcher Übergang liegt im Falle einer ebenen und achsensymmetrischen Dichteverteilung auf der Hand.

Aus dem genannten Grund wurden in der experimentellen Gasdynamik bis heute optische Verfahren nur zur Untersuchung ebener und achsensymmetrischer Strömungen angewandt [1]. Die Autoren schlagen ein Untersuchungsverfahren für räumliche gasdynamische Strömungen auf der Grundlage quantitativer optischer Verfahren vor [2]. Es sieht im wesentlichen folgendermaßen aus.

Auf der Grundlage vorläufiger Annahmen werden Approximationsfunktionen gewählt, die das Dichtefeld - dabei auch die Form der Stoßfläche - beschreiben. Zur Bestimmung der Approximationsfunktionen werden die Ergebnisse von Interferenz- oder Schattenmessungen benutzt, die bei verschiede-

nen Gangrichtungen der Lichtstrahlen durch den Gasstrom gewonnen wurden. Die erforderliche Anzahl der Richtungen hängt von der Art der zu untersuchenden Strömung ab und wird im Laufe der Untersuchung festgesetzt.

B e z e i c h n u n g e n

ρ_0	=	Dichte des Gases bei normalen Bedingungen
n_0	=	Brechungsindex des Gases bei normalen Bedingungen
ρ_∞	=	Dichte des Gases in ungestörter Strömung
p	=	Druck auf der Körperoberfläche
p_∞	=	Druck der ungestörten Strömung
M	=	Machzahl
α	=	Angriffswinkel
ω_k	=	halber Öffnungswinkel des Kegels
λ	=	Wellenlänge des Lichts
λ_{max}	=	Wellenlänge des Lichts bei maximalem Durchlaß des Interferenzfilters
$\Delta \lambda$	=	Halbwertbreite des Durchlaßbereiches des Interferenzfilters

§ 1. GRUNDBEZIEHUNGEN

In Abbildung 1 ist einer der Querschnitte des Gasstromes, der Gegenstand der Untersuchung ist, dargestellt. Der gestörte Bereich ist zwischen dem Rand des Körpers (1) und der äußeren Grenze (2) eingeschlossen. In Überschallströmungen bildet die Stoßwelle diese äußere Grenze. Die Geschwindigkeit der ungestörten Strömung ist senkrecht zur Zeichenebene, während die einfallenden Strahlen parallel zu ihr sind.

Wir führen das rechtwinklige Koordinatensystem $Ox_k z_k$ ein, dessen x -Achse in der Richtung der Geschwindigkeit der ungestörten Strömung und dessen z_k -Achse in der Richtung der einfallenden Strahlen verläuft. Mit φ_k bezeichnen wir den

Winkel zwischen einer bestimmten fixierten Ebene OO_1 und der y_k -Achse. Bei vorgegebener Durchstrahlungsrichtung erhält man Versuchswerte, die den Winkeln φ_k und $\varphi_k + \pi$ entsprechen, da die Umkehrung des Strahlengangs in entgegengesetzte Richtung das Ergebnis nicht ändert. Diese Werte sind verschieden, wenn die z_k -Achse nicht mit der Symmetrieebene zusammenfällt.

Der Rand des Körpers wird in dem zu untersuchenden Schnitt $x = \text{const}$ durch die Gleichung $t = t(\gamma)$, der äußere Grenzkreis durch die Gleichung $R = R(\gamma)$ beschrieben. Der Meßpunkt wird durch die Koordinaten r und γ vorgegeben. Mit h_k und H_k sind die Maximalwerte der Koordinate y_k auf dem Rand des Körpers und der äußeren Grenze bezeichnet.

Wir untersuchen einen bestimmten Strahl, der in den gestörten Bereich im Punkt mit den Koordinaten y_k, z_{k1} eintritt. Unter Vernachlässigung der Krümmung des Strahls nehmen wir als seinen Weg in dem gestörten Bereich die Sehne $y_k = \text{const}$ an. Die Austrittsstelle des Strahls aus dem gestörten Bereich hat die Koordinaten y_k, z_{k2} .

Ergebnis der Interferenzmessungen werden Verteilungen der Funktionen $m_k(x, y_k)$ sein, die die Änderung der optischen Weglänge des Lichts, das den gestörten Bereich durchlaufen hat, zum Ausdruck bringen. Die Funktionen m_k sind mit der Dichteverteilung längs des Lichtstrahls durch die Beziehung

(1.1)

verbunden.

Dabei ist λ = die Wellenlänge des Lichts;
 ρ_0, n_0 = die Dichte und der Brechungsindex des Gases bei normalen Bedingungen
 ρ_∞ = die Dichte in der ungestörten Strömung.

Ergebnis der Schattenmessungen werden Änderungen $\Delta (dx / dz_k)$ und $\Delta (dy_k / dz_k)$ der Richtungen der Lichtstrahlen sein, die den gestörten Bereich durchquert haben. Diese Größen sind folgendermaßen mit der Verteilung der Komponenten des Dichtegradienten längs des Lichtstrahls verbunden:

(1.2)

Hierbei sind ρ_1^* , ρ_2^* = die Werte von ρ^* in der Eintritts- und Austrittsstelle des Strahls in den bzw. aus dem Bereich.

§ 2. LÖSUNG DER INTEGRALGLEICHUNGEN

Wir gehen zu einem zylindrischen Koordinatensystem mit der gleichen x-Achsenrichtung und den Polarkoordinaten r, γ in der Ebene $x = \text{const}$ über.

Die Dichte im Schnitt $x = \text{const}$ wird als Funktion des Polarwinkels γ und der dimensionslosen Radialkoordinate betrachtet:

(2.1)

Auf der Körperoberfläche ist $\xi = 0$, an der Grenze des gestörten Bereichs ist $\xi = 1$. Wir betrachten OO_1 als Symmetrieebene der Strömung.

Die periodische stetige Abhängigkeit der Dichte vom Winkel stellen wir in folgender Weise dar:

(2.2)

Der Verlauf der äußeren Grenze des gestörten Bereichs

und der des Körpers im Schnitt $x = \text{const}$ werden durch Ausdrücke desselben Typs angenähert:

$$, \quad (2.3)$$

wobei R_m und t_m Koeffizienten sind, die nach den Meßwerten für H_k und h_k bestimmt werden.

Der höchste Grad der Polynome (2.2) und (2.3) wird entsprechend dem zu erwartenden Charakter der anzunähernden Funktionen gewählt; im Verlauf der Auswertung können diese Werte geändert und präzisiert werden.

Mit q bezeichnen wir die Anzahl der verschiedenen Messungen, die durch die Winkel φ_k bestimmt werden. Wenn die z_k -Achse nicht mit der Symmetrieebene der Strömung zusammenfällt, gilt

$$q = 2u ,$$

wobei u die Anzahl der Durchstrahlungsrichtungen ist. Bei Kongruenz einer der Durchstrahlungsrichtungen mit der Symmetrieebene gilt

$$q = 2u - 1$$

Die Zahl q darf nicht kleiner als die größte der Zahlen q , q_R , q_t sein. Die Substitution der Auflösungen (2.2) und (2.3) in die Beziehungen (1.1) und (1.2) führt zu Integralgleichungssystemen bezüglich der Funktionen $\varrho_m(\xi)$ oder ihrer Ableitungen.

Für das Interferenzverfahren haben wir bei $q = q_s$

$$(2.4)$$

Das Integralgleichungssystem (2.4) wird numerisch gelöst durch Aufteilung des Bereichs $0 \leq \xi \leq 1$ durch die Teilungspunkte ξ_i in N kleine Bereiche, innerhalb deren die Funktionen $\varrho_m(\xi)$ durch die konstanten Größen ϱ_{mi} ersetzt werden.

Infolgedessen wird das Integralgleichungssystem zu einem linearen Gleichungssystem bezüglich der Unbekannten ξ_{ms}

(2.5)

Hierbei ist $s =$ die größte der Zahlen i für $y_k = \text{const}$.

Bei $q > q_s$ nimmt das System (2.5) nach dem Verfahren der kleinsten Fehler-Quadrate[†] folgende Form an

(2.6)

Die Berechnungen wurden auf der elektronischen Digitalrechenmaschine durchgeführt. Auf Einzelheiten der Berechnung wird an dieser Stelle nicht eingegangen.

§ 3. BEISPIELE

Es werden die Ergebnisse der Bestimmung des Dichtefeldes an einem Kegel mit dem halben Öffnungswinkel $\omega = 15^\circ$ bei einem Angriffswinkel $\alpha = -7,5^\circ$ und den Machzahl-Werten $M = 3,5$ und $M = 4,2$ dargelegt.

Der experimentelle Teil der Arbeit wurde auf dem Mach-Zender-Vierspiegel-Interferometer (-Interferenzialrefraktor) mit einem Gesichtsfeld von 225 mm durchgeführt. Als Lichtquelle wurde die Funkenentladung zwischen Cadmiumelektroden benützt. Die Interferenzbilder wurden gleichzeitig in weißem und in monochromatischem Licht aufgenommen. Die Photographien in weißem Licht wurden zur Messung der gesamten Änderung der optischen Weglänge benützt, die in der Wellenlänge des Lichts ausgedrückt ist. Um Photographien in

*[†] Anm. d. Übers.: wörtl. Übers.: ...Verfahren der kleinsten Quadrate ...

monochromatischem Licht zu erhalten, wurde ein Interferenzlichtfilter angewandt ($\lambda_{max} = 644 \text{ mmk}$, $\Delta\lambda = 5 \text{ mmk}$).

Der Versuch wurde bei drei und fünf Werten des Winkels φ_k ($q = 3$ und $q = 5$) durchgeführt. Die Änderung des Winkels φ_k erfolgte durch Drehung des Modells um eine Achse, die parallel zur Geschwindigkeit der ungestörten Strömung verläuft. Die Werte für die Winkel φ_k und $\varphi_k + \pi$ erhielt man beim Durchblasen bei fester Lage des Modells. Die Werte von q waren ungerade, da einer der Werte von φ_k gleich $1/2 \pi$ war und die Strömung eine Symmetrieebene besaß.

Die in monochromatischem Licht bei $M = 3,5$ gewonnenen Aufnahmen sind in den Abbildungen 2, 3 und 4 wiedergegeben. Ihnen entsprechen die Winkel φ_k , die die Werte 0 und π (Abbildung 2), $1/4 \pi$ und $3/4 \pi$ (Abbildung 3) und $1/2 \pi$ (Abbildung 4) haben.

Die Resultate der Versuchsauswertung nach dem oben angeführten Verfahren sind in den Abbildungen 5 und 6 in Form der Abhängigkeit $\rho/\rho_\infty = \rho^*(\xi, \delta)$ dargestellt. Der Strahl $\gamma = 0$ liegt auf der Windseite der Strömung. Die Versuchswerte ρ^* sind durch Punkte wiedergegeben, während durch ausgezogene Linien die Ergebnisse der numerischen Berechnung der Dichte nach dem Verfahren der Arbeit [3] aufgezeigt werden. Jeder Kurve entspricht ein Koordinatensprung mit dem gleichen Index, den die Kurve aufweist. Die Ablesungseinheit an der Längsachse der Ordinaten ist durch eine geschweifte Klammer gekennzeichnet.

Die Versuchswerte in Abbildung 5 entsprechen den Werten $M = 3,5$ und $q = 5$, in Abbildung 6 den Werten $M = 4,2$ und $q = 3$. Die Anzahl der Bereiche N , in die der Bereich $0 \leq \xi \leq 1$ aufgegliedert war, betrug in beiden Fällen 20. Infolgedessen belief sich die Anzahl der Beziehungen (2.5) für den ersten Fall auf 20 Systeme aus 5 Gleichungen, für den zweiten - auf 20 Systeme aus 3 Gleichungen.

Aus den angeführten Werten wird ersichtlich, daß man

sich bei Bestimmung der Dichte an einem unter einem kleinen Angriffswinkel umströmten Kegel auf die Zahl $q = 3$ beschränken kann.

Die Form der Stoßwelle bei $M = 3,5$ ist in Abbildung 7 dargestellt. Kurve (1) entspricht dem Versuch, Kurve (2) wurde mit Hilfe des Verfahrens der Arbeit [3] gewonnen.

In Abbildung 8 werden die Ergebnisse der Umrechnung der Dichte in Druck p auf der Oberfläche des Körpers ($\xi = 0$) dargestellt unter der Annahme, daß auf der Oberfläche des Kegels die Entropiefunktion $\vartheta^x = p/\rho^x$ konstant und gleich ihrem Wert auf der Windseite der Stoßfront ist. Der Druck der ungestörten Strömung ist durch p_∞ bezeichnet; $M = 3,5$.

Eingegangen am 29.2.1964

L I T E R A T U R

1. Fizičeskie izmerenija v gazovoj dinamike i pri gore-
nii, IL, 1957
2. Belocerkovskij, S.M., V.S. Suchorukich, V.S. Tataren-
čik:
Issledovanie prostranstvennyh gazodinamičeskich te-
čenij na osnove količestvennyh optičeskich metodov.
Doklad na vtorom Vsesojuz. s-ezde po teoret. i prikl.
mech. Annotacii dokladov, AN SSSR, 1964
3. Babenko, K.I., Voskresenskij, G.P.:
Čislennyj metod rasčeta prostranstvennogo obtekanija
tel sverchzvukovym potokom.
Z. vyčislit. matem. i matemat. fiz., 1961, t. 1, Nr 6

Stuttgart, den 30.7.1968

i.A.

M. Wagenknecht

(Monika Wagenknecht)

Dipl.-Übersetzerin

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЯ ПЛОТНОСТЕЙ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ
ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ НА ОСНОВЕ
ОПТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

С. М. Белоцерковский, В. С. Сухоруких, В. С. Татаренчик
(Москва)

Приводятся некоторые результаты исследования пространственных газодинамических течений посредством оптических методов. Непосредственно определяются интегральные значения плотности, а местные значения находятся из интегральных уравнений. В этих уравнениях плотность представляет собой функцию трех пространственных координат. Одна из координат играет роль параметра. Если от плотности, как функции двух координат, удастся перейти тем или иным путем к зависимости от одной переменной, то рассматриваемые соотношения окажутся обычными интегральными уравнениями. Такой переход очевиден в случае плоского и осесимметричного распределения плотности.

По указанной причине в экспериментальной газовой динамике оптические методы до настоящего времени применялись только для изучения плоских и осесимметричных течений [1]. Авторами предложен способ исследований пространственных газодинамических течений на основе количественных оптических методов [2]. Его сущность заключается в следующем.

На основании предварительной информации выбираются аппроксимирующие функции, описывающие поле плотностей, в том числе и форму поверхности скачка. Для определения аппроксимирующих функций используются результаты интерференционных или теневых измерений, полученные при различных направлениях хода световых лучей через газовый поток. Необходимое количество направлений зависит от вида исследуемого течения и устанавливается в процессе исследований.

Обозначения

ρ_0 — плотность газа при нормальных условиях,	α — угол атаки,
n_0 — показатель преломления газа при нормальных условиях,	ω_k — угол полраствора конуса,
ρ_∞ — плотность газа в невозмущенном потоке,	λ — длина волны света,
p — давление на поверхности тела,	λ_{\max} — длина волны света в максимуме пропускания интерференционного светофильтра,
p_∞ — давление невозмущенного потока,	$\Delta\lambda$ — полуширина полосы пропускания интерференционного светофильтра.
M — число Маха,	

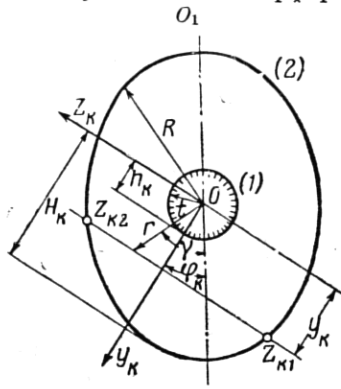
§ 1. Основные соотношения. На фиг. 1 изображено одно из сечений исследуемого газового потока. Возмущенная область заключена между контуром тела (1) и внешней границей (2). В сверхзвуковых течениях этой внешней границей является головная ударная волна. Скорость невозмущенного потока перпендикулярна плоскости чертежа, а падающие лучи параллельны ей.

Введем прямоугольную систему координат Ox_kz_k , ось x которой направлена по скорости невозмущенного потока, ось z_k — вдоль падающих лучей. Через φ_k обозначим угол между некоторой фиксированной плоскостью OO_1 и осью y_k . При данном направлении просвечивания получают экспериментальные данные, соответствующие углам φ_k и $\varphi_k + \pi$, так как изменение хода лучей на обратный не меняет результата. Эти данные различны, если ось z_k не совпадает с плоскостью симметрии.

Контур тела в рассматриваемом сечении $x = \text{const}$ описывается уравнением $t = t(\gamma)$, контур внешней границы — уравнением $R = R(\gamma)$.

Текущая точка задается координатами r и γ . Через h_k и H_k обозначены максимальные значения координаты y_k на контуре тела и внешней границе.

Рассмотрим некоторый луч, входящий в возмущенную область в точке с координатами y_k, z_{k1} . Пренебрегая искривлением луча, принимаем за его путь в возмущенной области хорду $y_k = \text{const}$. Точка выхода луча из возмущенной области имеет координаты y_k, z_{k2} .



Фиг. 1

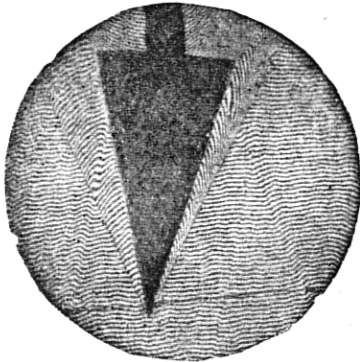
Результатами интерференционных измерений будут распределения функций $m_k(x, y_k)$, выражающих изменение оптической длины пути света, прошедшего через возмущенную область. Функции m_k связаны с распределением плотности вдоль светового луча соотношением

$$\int_{z_{k1}}^{z_{k2}} (\rho^* - 1) dz_k = \epsilon_k m_k(y_k)$$

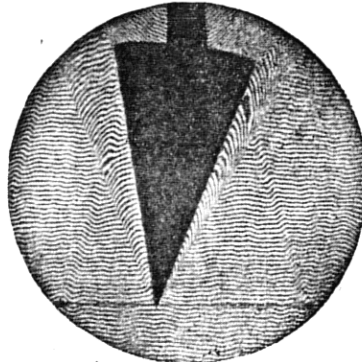
$$\left(\rho^* = \frac{\rho}{\rho_\infty}, \quad \epsilon_k = \frac{\rho_0 \lambda}{\rho_\infty (n_0 - 1)} \right) \quad (1.1)$$

Здесь λ — длина волны света; ρ_0, n_0 — плотность и показатель преломления газа при нормальных условиях; ρ_∞ — плотность в невозмущенном потоке.

Результатом теневых измерений будут изменения $\Delta(dx/dz_k)$ и $\Delta(dy_k/dz_k)$ направлений световых лучей, прошедших через возмущен-



Фиг. 2



Фиг. 3

ную область. Эти величины следующим образом связаны с распределением составляющих градиента плотности вдоль светового луча

$$\int_{z_{k1}}^{z_{k2}} \frac{\partial \rho^*}{\partial x} dz_k = (\mu_k + \rho_2^*) \Delta \left(\frac{dx}{dz_k} \right) + \left(\frac{dx}{dz_k} \right)_1 (\rho_2^* - \rho_1^*)$$

$$\int_{z_{k1}}^{z_{k2}} \frac{\partial \rho^*}{\partial y_k} dz_k = (\mu_k + \rho_2^*) \Delta \left(\frac{dy_k}{dz_k} \right) + \left(\frac{dy_k}{dz_k} \right)_1 (\rho_2^* - \rho_1^*) \quad (1.2)$$

$$\int_{z_{k1}}^{z_{k2}} \frac{\partial \rho^*}{\partial z_k} dz_k = \rho_2^* - \rho_1^* \quad \left(\mu_k = \frac{\rho_0}{\rho_\infty (n_0 - 1)} \right)$$

Здесь ρ_1^*, ρ_2^* — значения ρ^* в точках входа и выхода луча из области.

§ 2. Решение интегральных уравнений. Перейдем к цилиндрической системе координат с тем же направлением оси x и полярными координатами r, γ в плоскости $x = \text{const}$.

Плотность в сечении $x = \text{const}$ рассматривается как функция полярного угла γ и безразмерной радиальной координаты

$$\xi = \frac{r-t}{R-t} \quad (2.1)$$

На поверхности тела $\xi = 0$, на границе возмущенной области $\xi = 1$. Для определенности положим, что OO_1 есть плоскость симметрии течения.

Периодическую непрерывную зависимость плотности от угла представим в следующем виде:

$$\rho(\xi, \gamma) = \sum_{m=0}^{q_p-1} \rho_m(\xi) \cos^m \gamma \quad (2.2)$$

Контуры внешней границы возмущенной области и тела в сечении $x = \text{const}$ аппроксимируются выражениями того же типа

$$R(\gamma) = \sum_{m=0}^{q_R-1} R_m \cos^m \gamma$$

$$t(\gamma) = \sum_{m=0}^{q_t-1} t_m \cos^m \gamma \quad (2.3)$$

где R_m и t_m — коэффициенты, определяемые по данным измерений H_k и h_k .

Наивысшая степень полиномов (2.2) и (2.3) выбирается в соответствии с ожидаемым характером аппроксимируемых функций; в процессе обработки эти числа могут быть изменены и уточнены.

Обозначим через q число различных измерений, определяемых углами φ_k . Если ось z_k не совпадает с плоскостью симметрии течения, то

$$q = 2u$$

где u — число направлений просвечивания. При совпадении одного из направлений просвечивания с плоскостью симметрии

$$q = 2u - 1$$

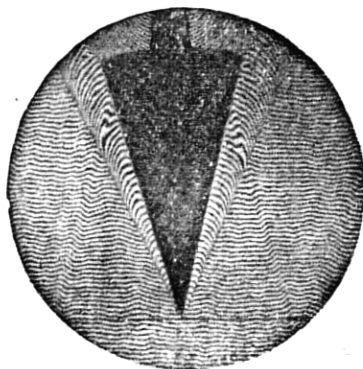
Число q должно быть не меньше наибольшего из чисел q_p, q_R, q_t . Подстановка разложений (2.2) и (2.3) в соотношения (1.1) и (1.2) приводит к системам интегральных уравнений относительно функций $\rho_m(\xi)$ или их производных.

Для интерференционного метода при $q = q_p$ имеем

$$\sum_{m=0}^{q_p-1} \int_{z_{k1}}^{z_{k2}} \rho_m(\xi) \cos^m \gamma dz_k = z_{k2} - z_{k1} + \varepsilon_k m_k(\xi) \quad (2.4)$$

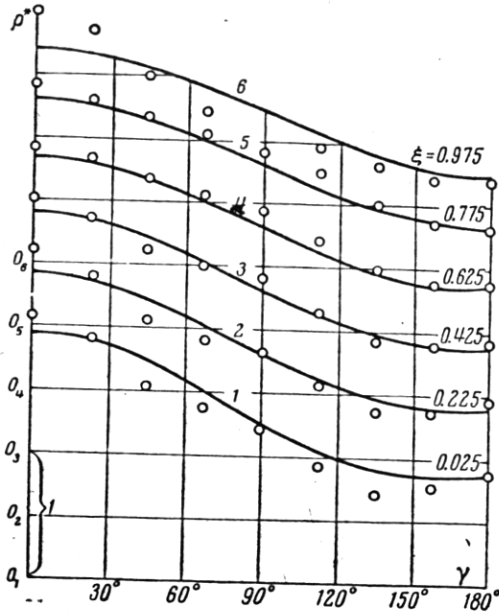
$$\xi = \frac{y_k - h_k}{H_k - h_k} \quad (k = 1, 2, \dots, q)$$

Система интегральных уравнений (2.4) решается численно, путем разбиения диапазона $0 \leq \xi \leq 1$ точками деления ξ_i на N малых интервалов, в пределах которых функции $\rho_m(\xi)$ заменяются постоянными величинами ρ_{mi} .

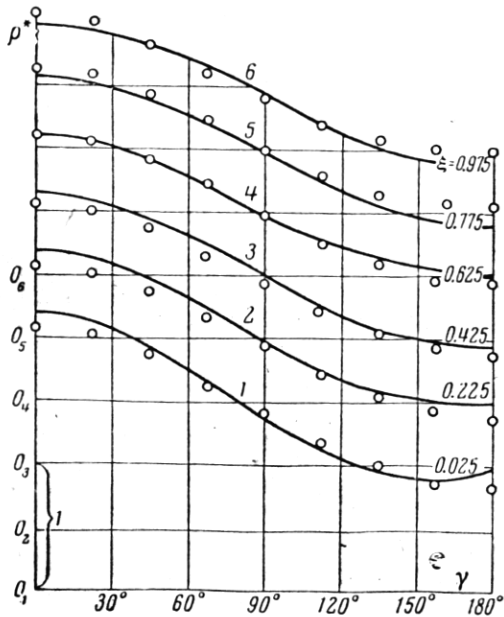


Фиг. 4

В результате этого система интегральных уравнений превращается в систему линейных уравнений относительно неизвестных ρ_{ms}



Фиг. 5



Фиг. 6

получения фотографий в монохроматическом свете применялся интерференционный светофильтр ($\lambda_{\max}^1 = 644 \text{ мкм}$, $\Delta\lambda = 5 \text{ мкм}$).

Эксперимент проводился при трех и пяти значениях угла φ_k ($q = 3$ и $q = 5$). Изменение угла φ_k осуществлялось путем поворота модели вокруг оси, параллельной свету.

$$\sum_{m=0}^{q-1} a_{ms}^{ks} \rho_{ms} = \Phi_{ks} - \sum_{i=1}^{s-1} \sum_{m=0}^{q-1} a_{mi}^{ks} \rho_{mi} \quad (2)$$

$(k = 1, 2, \dots, q)$
 $(s = 1, 2, \dots, N)$

Здесь s — наибольший номер i для $y_k = \text{const}$.

При $q > q_0$ система (2.5) в соответствии с методом наименьших квадратов принимает вид

$$\sum_{m=0}^{q_0-1} \rho_{ms} \left(\sum_{k=1}^q a_{ms}^{ks} a_{ns}^{ks} \right) = \sum_{k=1}^q \Phi_{ks} a_{ns}^{ks} - \sum_{i=1}^{s-1} \sum_{m=0}^{q_0-1} \rho_{mi} \left(\sum_{k=1}^q a_{mi}^{ks} a_{ns}^{ks} \right) \quad (2.6)$$

$(n = 0, 1, \dots, q_0 - 1)$

Вычисления выполнялись на ЭЦВМ. Детали вычислений здесь не рассматриваются.

§ 3. Примеры. Приводятся результаты определения поля плотностей около конуса с углом полураствора ω равном 15° при угле атака $\alpha = -7.5^\circ$ и значениях чисел $M = 3.5$ и $M = 4.2$.

Экспериментальная часть работы выполнялась на четырехзеркальном интерферометре Маха — Цендера с полем зрения 225 мм. В качестве источника света использовался искровой разряд между кадмиевыми электродами. Интерференционные картины фотографировались одновременно в белом и в монохроматическом свете. Фотографии в белом свете использовались для измерения целой части изменения оптической длины пути, выраженной в длине волны света. Для

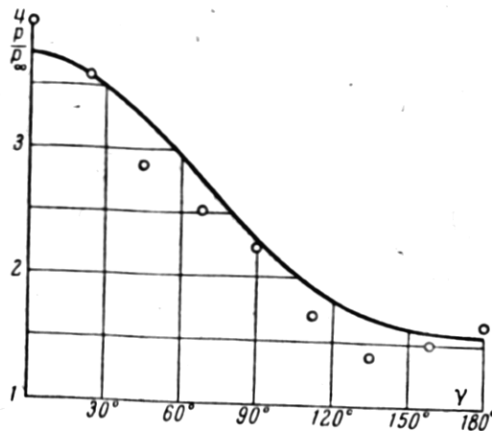
рости невозмущенного потока. Данные для углов φ_k и $\varphi_k + \pi$ получались в одной продувке при фиксированном положении модели. Значения q оказались нечетными вследствие того, что одно из значений φ_k было равно $1/2 \pi$, и течение обладало плоскостью симметрии.

Полученные фотографии в монохроматическом свете при $M = 3.5$ представлены на фиг. 2.3 и 4. Им соответствуют углы φ_k , равные 0 и π (фиг. 2), $1/4 \pi$ и $3/4 \pi$ (фиг. 3) и $1/2 \pi$ (фиг. 4).

Результаты обработки эксперимента по описанному выше методу представлены на фиг. 5 и 6 в виде зависимости $\rho/\rho_\infty = \rho^*(\xi, \gamma)$. Луч $\gamma = 0$ расположен на наветренной стороне течения. Экспериментальные значения ρ^* даны точками, а сплошными линиями показаны результаты численного расчета плотности по методу работы [3]. Каждой кривой соответствует свое начало координат с тем же индексом, что и номер кривой. Единица отсчета вдоль оси ординат отмечена фигурной скобкой.



Фиг. 7



Фиг. 8

Экспериментальные данные на фиг. 5 соответствуют значениям $M = 3.5$ и $q = 5$, на фиг. 6 — значениям $M = 4.2$ и $q = 3$. Число интервалов N , на которые разбивался диапазон $0 \leq \xi \leq 1$, в обоих случаях равнялось 20. Вследствие этого соотношения (2.5) для первого случая сводились к 20 системам из 5 уравнений, для второго — к 20 системам из 3 уравнений.

Из приведенных данных видно, что при определении плотности около конуса, обтекаемого под небольшим углом атаки, можно ограничиться числом $q = 3$.

Форма ударной волны при $M = 3.5$ показана на фиг. 7. Кривая (1) соответствует рассматриваемому эксперименту, кривая (2) получена по методу работы [3].

На фиг. 8 приведены результаты пересчета плотности в давление p на поверхности тела ($\xi = 0$), произведенного в предположении, что на поверхности конуса энтропийная функция $\theta^* = p/\rho^*$ постоянна и равна ее значению на наветренной стороне фронта ударной волны. Давление невозмущенного потока обозначено через p_∞ ; $M = 3.5$.

Поступила 29 II 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Физические измерения в газовой динамике и при горении. ИЛ, 1957.
2. Белоцерковский С. М., Сухоруких В. С., Татаренчик В. С. Исследование пространственных газодинамических течений на основе количественных оптических методов. Доклад на втором Всесоюз. съезде по теорет. и прикл. мех. Анногации докладов, АН СССР, 1964.
3. Бабенко К. И., Воскресенский Г. П. Численный метод расчета пространственного обтекания тел сверхзвуковым потоком. Ж. вычислит. матем. и математ. физ., 1961, т. 1, № 6.