

Suchov, Vladimir Grigor'evič

Berechnung eines Leuchtturms mit bis zu 68 m lichter Höhe nach dem System des Ingenieurs V. G. Šuchov¹

Deutsche Vollübersetzung aus:

Šuchov, V. G.: Izbrannye trudy. Stroitel'naja mehanika. Pod red. A. Ju. Išlinskogo.

<Ausgewählte Schriften. Baumechanik; russ.> Moskva: Nauka, 1977, S. 159 – 169

Russ.: Расчет башни маяка высотой до огня 68 метров системы инженера В. Г. Шухова

Rasčet bašni majaka vysotoj do ognja 68 metrov sistemy inženera V. G. Šuchova

¹ Archiv der Akademie der Wissenschaften der UdSSR, Bestand 1508 – Teil 1 – Mappe 83 – Blätter Nr 1 – 31. Diese Berechnung wird hier zum ersten Mal veröffentlicht, mit einigen wenigen Kürzungen. Diese sind durch die Handschrift bedingt (Unleserlichkeiten). Weggelassen wurden die Berechnungen des Laternenaufbaus und ein Teil der Berechnung des Leuchtturmfundaments (Anm.d.Red.).

Der Leuchtturm stellt ein Rotationshyperboloid dar. Der Durchmesser unten am Fundament ist 18 m, am oberen Ring 7 m. Die Höhe des Turmgerüsts vom Fundament bis zum oberen Ring beträgt 59 m. Auf der Fläche des oberen Ringes befindet sich eine achteckige Blechhütte für den Leuchtturmwächter mit 4 m Höhe. Die äußere Breite oder der Durchmesser des beschriebenen Kreises ist 6,5 m. Der Aufbau für die Laterne ist sechseckig, Gesamthöhe mit Pyramidendach 7 m, äußere Breite, wie der Durchmesser des beschriebenen Kreises, 4,5 m. Das Turmgerüst besteht aus 60 Winkeleisen, die einander überschneiden und in geraden, ein Hyperboloid bildenden Linien ausgerichtet sind. Um die notwendige Verbindung der Winkeleisen des Hyperboloids herzustellen, sind daran von der Gerüstinnenseite mehrere waagrechte Ringe in 2 m Abstand voneinander befestigt. An den Kreuzungspunkten sind die Winkeleisen vernietet, und das so gebildete Gittergerüst des Turmes stellt ein verbundenes und starres System dar. In der Mitte des Turms ist über die gesamte Höhe ein Eisenrohr mit 2 m Durchmesser angebracht, in dem sich eine Wendeltreppe aus Eisen befindet.

Angenommene Werte: Winddruck $p = 275$ kg je qm; Windnormaldruck auf die zur Horizontale unter dem Winkel α schräge Fläche gleich $p \sin^3 \alpha$.

Turmgerüst. Das Bruchmoment an der Turmspitze infolge Windeinwirkung auf den Laternenaufbau und das Wächterhäuschen ist $M = 40$ tm. Die Schubkraft beträgt $Q = 10$ t. Der Winddruck auf das Rohr als einen Zylinder (normalerweise nimmt man für den Winddruck auf eine Zylinderfläche $P_0 = 0,45$ pdh bis $0,57$ pdh an, vgl. *Hütte*, S. 276 Teil 1, 6. Aufl.) ist $p_0 = \frac{2}{3} p = 180$ kg je 1 lfd.m in vertikaler Projektion. Der Winddruck je 1 lfd. m der Rohrhöhe ist $(D = 2\text{m}) 180 \times 2 = 360$ kg. Der Winddruck je 1 m der Turmgerüsthöhe ist $275a \times 2n = 16500 \times a$ kg, wobei a die Flanschmaße und $2n$ die Anzahl der Winkeleisen des Gerüsts, hier gleich 60, bezeichnen.

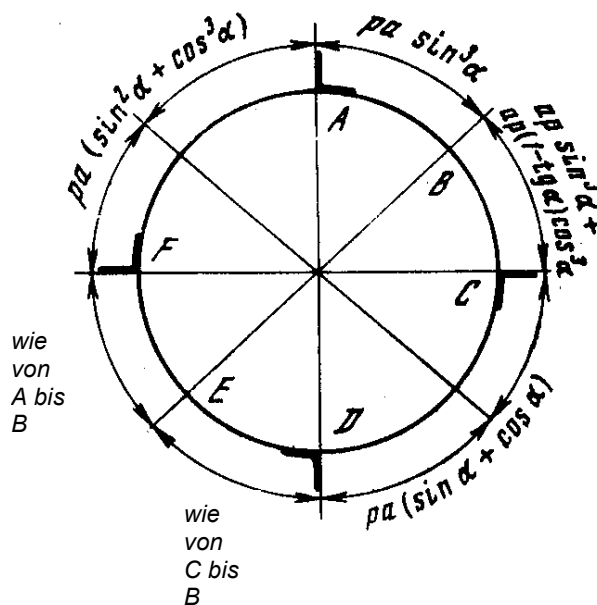


Abb. 1

Bei beliebigen Windrichtungen nehmen die den Turm bildenden Winkel ihn unter verschiedenen Winkeln auf, und der mittlere Druck auf die Winkelfläche wird folgendermaßen bestimmt. Den Normalwinddruck auf die zur Horizontale unter dem Winkel

α schräge Ebene nehmen wir mit $p \sin^2 \alpha$ an. Die Horizontalkomponente ist gleich $p \sin^3 \alpha$. Die in den Kreissegmenten von A bis B angebrachten Winkeleisen (Abb. 1) nehmen den Winddruck über einen einzigen Flansch auf, d.h. der Druck ist gleich $pa \sin^3 \alpha$ (Abb. 2). Die Winkeleisen in den Kreisausschnitten BC und DE bieten dem Winddruck die Außenseite und einen Teil der Innenseite (Abb. 3), und der Gesamtdruck ist $pa \sin^3 \alpha + pa (1 - \operatorname{tg} \alpha) \cos^3 \alpha$. Die Winkeleisen des rechten unteren Kreisviertels CD sind mit der Innenseite in Windrichtung gewandt (Abb. 4), und der Druck ist $pa (\sin \alpha + \cos \alpha)$. Der Gesamtwinddruck auf Turmgerüst und Rohr bei verschiedenen Querschnitten der Winkeleisen des Gerüsts und bei 10 m Höhe ist nachfolgend angegeben:

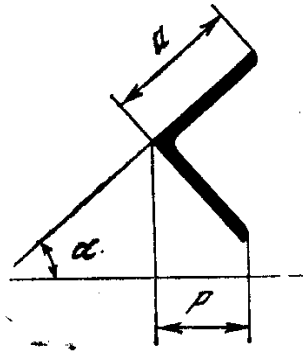


Abb. 2

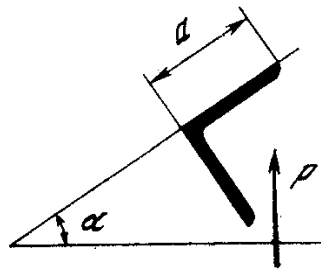


Abb. 3

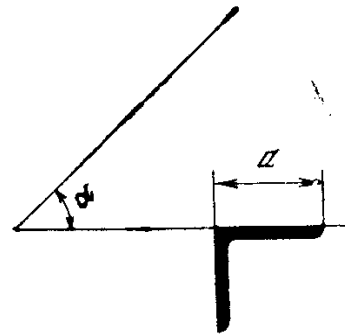


Abb. 4

Höhe 10 m. Querschnitt der Winkeleisen 50 x 50 x 10, $q_1 = [16500 \times 0,05 + 360] \times 10 = 12 \text{ t}$; Querschnitt der Winkeleisen 63 x 63 x 10, $q_2 = [16500 \times 0,063 + 360] \times 10 = 14 \text{ t}$; Querschnitt der Winkeleisen 76 x 76 x 10, $q_3 = [16500 \times 0,076 + 360] \times 10 = 16,2 \text{ t}$; Querschnitt der Winkeleisen 76 x 76 x 11, $q_4 = 16,2 \text{ t}$; Querschnitt der Winkeleisen 88 x 88 x 10, $q_5 = [16500 \times 0,088 + 360] \times 10 = 18,2 \text{ t}$.

Höhe 9 m. Querschnitt der Winkeleisen 88 x 88 x 12, $q_6 = [16500 \times 0,088 + 360] \times 9 = 16,4 \text{ t}$.

Die Größe des tatsächlichen Winddrucks auf das Turmgerüst ist natürlich geringer als die berechnete, weil sich die Winkeleisen, die in den der Tangente der Windrichtung entsprechenden Kreisabschnitten liegen, einander überlappen und somit die der Windeinwirkung ausgesetzte Fläche wesentlich verringern.

Tabelle 1

Q, t	M, tm	R, m	R, n	p, m	S, m	T, m	w, cm ²		φ	M ₁ , kg-cm	W, cm ³	T W _{netto}	T W _{brutto}	M ₁ /W ₁ , kg/cm ²	Σ Drucklast, kg/cm ²	Zusätzliche Last	
							brutto	netto									
10	4,0	3,5	105	0,381	0,881	-0,119	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
16	105	3,35	100	1,04	1,01	+0,47	8,857	7,257	0,41	230	5,479	65	182	42	224	410	
22	200	3,3	99	2,02	2,65	+1,39	-	-	-	-	-	191	300	42	342	416	
29	327,5	3,5	105	3,12	3,84	+2,40	11,277	9,677	0,53	290	9	248	341	33	374	531	
36	490	3,8	112	4,30	5,10	+3,5	-	-	-	-	-	9	362	452	33	486	540
44,1	690,25	4,3	133	5,35	6,25	+4,45	13,696	12,096	0,63	350	13,36	357	457	27	434	630	
52,2	931	4,9	147	6,33	7,33	+5,33	-	-	-	-	-	440	535	27	562	635	
60,3	1212,25	5,5	165	7,34	8,45	+6,23	17,87	15,59	0,6	350	17,03	400	473	20	493	640	
68,4	1534	6,25	187	8,18	9,41	+6,95	-	-	-	-	-	445	527	20	547	600	
77,5	1898,75	7	210	9,04	10,41	+7,67	18,657	16,377	0,7	405	21,22	468	558	19	577	760	
86,6	2309	7,7	231	10	11,5	+8,5	-	-	-	-	-	520	616	19	635	707	
94,8	2717,15	8,4	252	10,78	12,38	9,18	21,141	18,881	0,7	-	23,78	488	586	18	604	701	
103	3158,6	9	272	11,65	13,35	10,01	-	-	-	-	-	538	635	18	653	710	

In Tab. 1 sind für die verschiedenen Querschnitte des Turmgerüsts angegeben: Zahlenwerte der Summe der auf die Turmstützen bei jeweiligem Querschnitt wirkenden Horizontalkräfte des Winddrucks, gleich Q ; t ; die Bruchmomente aufgrund des Winddrucks nach der Formel $M_1 = M + Qx + px^2/2$, tm ; die Radien des Gerüsts bei den untersuchten Querschnitten, R , m ; das Produkt von Radius mit halber Winkeleisenzahl aufgrund der Einwirkung des Moments, $p = M/Rn$.

Die Widerstandsmomente W der Bolzen oder der auf dem Kreis liegenden Winkeleisen wurden ausgehend von folgenden Überlegungen bestimmt (Abb. 5). Auf der Kreislinie sollen sich $2n$ Bolzen mit jeweils dem Querschnitt w befinden. Ist die Werkstoffspannung des Bolzens C gleich k , dann ist die Werkstoffspannung des zu seiner Verlängerung proportionalen Bolzens B gleich $kh/r = k \cos\alpha$. Die Kraft auf den Bolzen ist $kw \cos\alpha$. Das Moment bezüglich der Achse AA_1 ist gleich $kw r \cos^2\alpha$ und die Summe des Widerstands aller Bolzen $Wk = kwr 2\sum \cos^2\alpha$. Aber die Summe der Cosinus-Quadrate einer Winkelreihe ist $\alpha, 2\alpha, 3\alpha, 4\alpha, 5\alpha, \dots, n\alpha = \frac{1}{2}n$ und $W = nwr$.

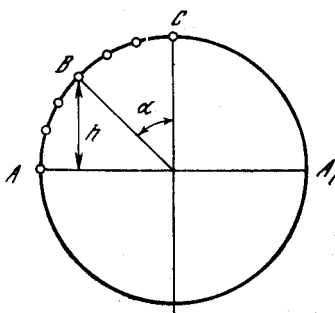


Abb. 5

In derselben Tabelle sind die Zahlenwerte der Druckkraft S der Winkeleisen aufgrund des Bruchmoments plus Gewicht der Anlage bis zum jeweiligen Gerüstquerschnitt angegeben. Ebenso die Zugkräfte T der Winkeleisen des Gerüsts mit der dem Winddruck ausgesetzten Seite minus Gewicht der Anlage und die Querschnittsflächen der Winkeleisen brutto und netto.

Die Minderungskonstanten der Hauptspannung für die gedrückten Winkeleisen sind bestimmt nach Schwarz/Rankine mit $\varphi = [1/(1 + 0,00008(w/l)^2)]$, wobei w die Winkelfläche, l das Trägheitsmoment und l die freie Drucklänge 2 m bezeichnen. Die zulässige Druckbeanspruchung ist $1000 \times \varphi$ kg auf 1 qcm. Die tatsächliche Druckbeanspruchung ist S/w_{brutto} . Tatsächlich entsprechen jedem Winkel $\alpha, 2\alpha, 3\alpha$ die Winkel (Abb. 6) $90 \pm \alpha, 90 \pm 2\alpha, 90 \pm 3\alpha$ usw. $\cos^2\alpha + \cos^2(90 - \alpha) = 1$, $\cos^2 2\alpha + \cos^2(90 - 2\alpha) = 1$, d.h. die Summe der Cosinusquadrate von zwei zusätzlichen Winkeln ist gleich 1, folglich ist die Summe der Cosinusquadrate von n Winkeln gleich $n/2$.

Analog dazu ist auch das Widerstandsmoment der Winkeleisen des Turms $W = nwR$, wobei R den Kreisradius des untersuchten Turmquerschnitts, w die Querschnittsfläche des Winkeleisens und $2n$ die Zahl der Winkeleisen bezeichnen. Ist die Spannung der Winkeleisen AB gleich K (Abb. 7), dann wird das Winkeleisen unter dem Winkel α in $K \cos\alpha$ beansprucht. Das Moment beträgt $M = kwr \cos^2\alpha$, $w = nwR$. Die tatsächliche Zugspannung ist T/w_{netto} .

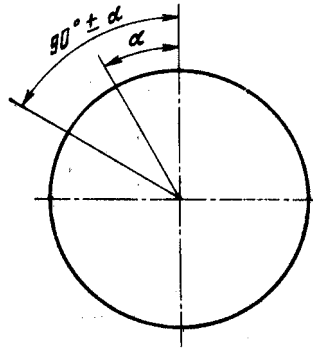


Abb. 6

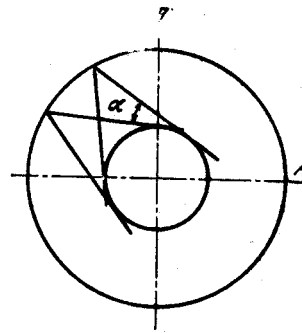


Abb. 7

Außer den oben genannten Druck- und Zugkräften und den entsprechenden Spannungen, denen die Winkeleisen des Turmgerüsts ausgesetzt sind, erfahren diese auch noch Biegespannungen aufgrund des lokalen Bruchmoments des Winddrucks auf die Winkeleisen, bestimmt nach der Formel in der Mitte der Spannweite: $M_1 = pa^2/24$, wobei $p = 275$ kg auf 1 qm, a die Flanschbreite des Winkeleisens, l die Winkeleisenlänge von 200 cm ist.

Tabelle 2

Druck, t	Kraft, t	Momente, tm
12	22	$40 + 10 \times 10 + 12 \times 5 = 200$
12,6	34,6	$200 + 22 \times 10 + 12,6 \times 5 = 483$
15,48	50,08	$483 + 34,6 \times 10 + 15,48 \times 5 = 906,4$
19,8	69,68	$906,4 + 50,08 \times 10 + 19,8 \times 5 = 1506,2$
25,2	94,88	$1506,2 + 69,88 \times 10 + 25,2 \times 5 = 2331$
30,24	125,12	$2331 + 95,08 \times 9 + 30,24 \times 4,5 = 3323$

In der Tabelle sind auch die Werte der lokalen Bruchmomente M_1 , die Widerstandsmomente des Winkelquerschnitts und die entsprechenden Spannungen M_1/w in kg/cm^2 angegeben.

Wir betrachten den Turm als eine massive Rotationsoberfläche mit diesen Maßen, nehmen für den Winddruck 180 kg auf 1 qm in vertikaler Turmprojektion an und erhalten folgende Angaben (Tab. 2, Abb. 8).

Wir vergleichen die Werte der Bruchmomente des Gitterturms und des Turms mit der massiven Oberfläche und sehen, daß sie fast gleich groß sind, und daß folglich die von uns bestimmten Stabilitätswerte völlig ausreichend sind.

Versteifungsringe. Die horizontalen Ringe haben den Zweck, die Kreuzungspunkte der Winkeleisen des Turms an Ort und Stelle zu halten und den auf die Winkeleisen auftreffenden Winddruck gleichmäßig über die Kreuzungspunkte zu verteilen.

Der vom Ring ab aufgenommene größte Druck kann gleich dem halben Winddruck auf die Winkeleisen des Turmgerüsts mit der Höhe h oder dem Druck auf den Ring $Q = pa2nh/2$ angenommen werden. Der tatsächliche Druck ist wesentlich geringer, weil die Verbindungs-

stellen OO_1 , die diesen Druck aufnehmen, ihn über die Verbindungsstellen cc usw. weiter auf das Gitter übertragen (Abb. 9). Der Abstand zwischen den Ringen beträgt 2 m. Die Ringe sind über die gesamte Turmhöhe aus gleich großen Winkleisen gemacht wie auch das Turmgerüst.

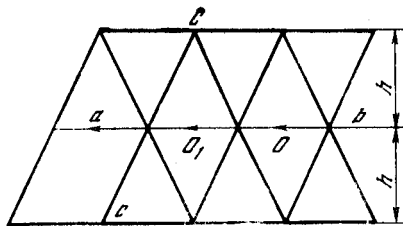


Abb. 9

Nachfolgend wurden die Drücke auf die Turmrings in Abhängigkeit von den Querschnittsmaßen der Winkleisen des Gerüsts bestimmt und die Spannungen auf 1 qcm des Ringquerschnitts aufgezeigt (Tab. 3).

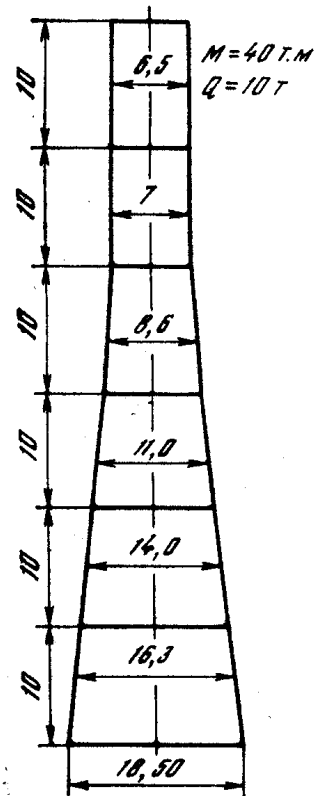


Abb. 8

Tabelle 3

Winkleisen	Q, t	W, cm ²	σ , kg/cm ²
2 x 2 x 3/8"	16,5 x 0,05 = 0,825	7,3	112
2 x 2 x 3/8"	16,5 x 0,063 = 1,04	9,7	107
3 x 3 x 3/8"	16,5 x 0,076 = 1,25	12,1	104
3 x 3 x 3/8"	16,5 x 0,088 = 1,45	16,3	90

Verbindungen zwischen dem Rohr und den Versteifungsrings. An den Befestigungspunkten der Radialverbindungen zwischen dem Rohr und den Versteifungsrings wird von den letzteren der auf das Rohr auftreffende Winddruck übertragen. Der durchschnittliche Abstand zwischen den Verbindungen beträgt nicht mehr als 10 m. Bei 10 m Höhe ist der Winddruck auf das Rohr $360 \times 10 = 3,6 t$. Ist die Zugkraft von $O1 t$, dann ist die Zugkraft von $O2 t \cos \alpha$ (Abb. 10). Zwischen Rohr und Versteifungsrings befinden sich 16 Radialzugstangen, d.h. je Halbkreis 8 Zugstangen mit einer Gesamtkraft von $t + 2t \cos 22,5^\circ + 2t \cos 45^\circ + 2t \cos 67,5^\circ = t[1 + 2 \times 0,922 + 2 \times 0,707 + 2 \times 0,383] = 5,028 t$. Bei 16 Strahlen ist folglich die größte Zugbeanspruchung $3,6/5,028 = 0,716/2 \sin 11,25^\circ = 0,716/0,39 = 1,84 m$. Das Bruchmoment ist $\frac{1}{2} Sf$, wobei f den Pfeil mit $0,02 V$ für den Ringradius und $M = 0,02 Sv$ bezeichnet. Die Verlängerung der Zugstange Ot ist Δt , die Verlängerung der Zugstange $O1$ ist Δl , dann ist (Abb. 11) $(l + \Delta l)^2 = (m0 + \Delta t)^2 + h^2$. Es gilt

aber $f^2 = m^2 + h^2$. Folglich ist $\Delta l = m \Delta t / l = \Delta t \cos \alpha$. Und weil die Verlängerungen proportional sind zu den Kräften, ist $p_1 = p \cos \alpha$.

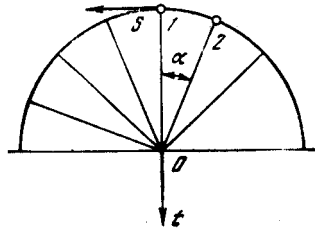


Abb. 10

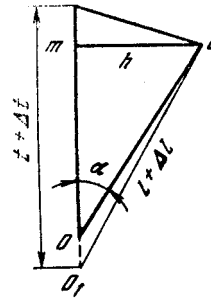


Abb. 11

Bringt man zwischen dem Rohr und dem Versteifungsring 32 Strahlen an, dann ist die Gesamtzugbeanspruchung $T = t[1 + \cos 11\frac{1}{4}^\circ + 2 \cos 22\frac{1}{2}^\circ + 2 \cos 33\frac{3}{4}^\circ + 2 \cos 45^\circ + 2 \cos 56\frac{1}{4}^\circ + 2 \cos 67\frac{1}{2}^\circ + 2 \cos 78\frac{1}{4}^\circ] = t[1 + 1,96 + 1,847 + 1,662 + 1,414 + 1,11 + 0,765 + 0,39] = 10,148 t$ und die größte Zugbeanspruchung $t = 3,6/10,148 = 0,355 m$. Die Kompression des Ringes ist $S = 0,355/2 \sin 5\frac{3}{4}^\circ = 0,355/0,2 = 1,78 m$, also wie bei 16 Strahlen, d.h. die Kompression des Ringes hängt nicht von der Zugstanzahl ab. Das Verhältnis des Pfeils zum Radius ist bei 32 Zugstangen $f/V = 0,005$. Die Radialverbindungen des Rohres mit dem Turm sind über die gesamte Höhe im Abstand von ca. 10 m horizontal verteilt, wobei die 3 oberen Verbindungen aus 16 Strahlen und die 3 unteren aus 32 Strahlen bestehen.

Zur Vermeidung des Bruchmoments im Ring und zur Aufnahme der von den Strahlen auf den Ring übertragenen Druckkraft sind die Befestigungsstellen der Zugstangen am Ring untereinander durch gerade Winkeleisen verbunden, die somit bei den 3 oberen Ebenen 16 und bei den unteren Ebenen 32 Winkeleisen ergeben, wie in Abb. 12 dargestellt. Die Winkeleisen AB haben die Abmessungen $2'' \times 2'' \times \frac{3}{8}''$.

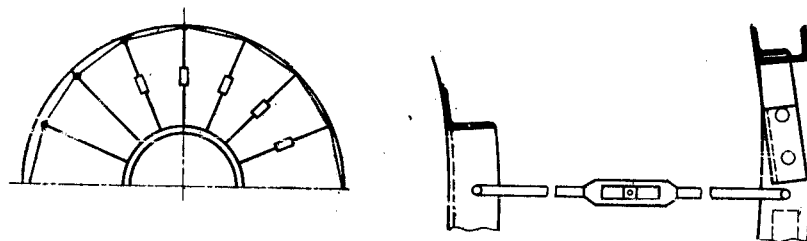


Abb. 12

Die größte Winkeleisenlänge für die dritte Verbindung ist die Seite des 16. Winkeleisens beim Radius $R = 4,9 m$ $l_{\text{winkel}} = 4900 \times 2 \sin 11^\circ 25'' = 1910 mm$. Die Druckkraft ist 1840 kg; das Verhältnis $w/l = 8,857/19,41 = 0,45$; $\varphi = 0,43$; die zulässige Spannung $1000 \times 0,43 = 430 kg/cm^2$; die größte Zugebeanspruchung 716 kg. Die Zugstangen aus Rundeisen haben den Durchmesser $\frac{1}{2}''$, die Zugspannung ist $716/1,27 = 570 kg/cm^2$.

Der untere Ring mit den Verbindungen, an der ersten Überschneidung der Verbindungsstellen des Turmgerüsts befindlich, nimmt außer den auf ihn vom Rohr übertragenen Kräfte auch noch die Kraft aufgrund des Winddrucks auf die Winkeleisen des Gerüsts in der Gesamthöhe $17,3/2 = 8,6$ m auf ($17,3 + 7,3 + 10$ Höhe ab Turmfundament bis zur zweiten Überschneidung der Gerüstverbindungsstellen, wo das 2. Verbindungssystem angebracht ist). Der Gesamtdruck ist $3,6 \times 1,82 = 15,7$ m. Die Zugspannung ist $t = 15,7/10,148 = 1,55$ m; der Querschnitt der Zugbänder hat den Durchmesser $5/8$ "; die Spannung ist $1550/2 = 775$ kg/cm²; die Druckkraft $S = 1,55/0,2 = 7,8$ m, die durch das Winkeleisen mit $3" \times 3" \times 3/8$ " aufgenommen wird. $w/l = 0,19$ l = 150 cm; $\varphi = 0,77$; $R_m = 770$ kg/cm²; $\sigma = 7800/15,59 = 500$ kg/cm².

Rohr. Der Rohrdurchmesser ist $D = 2$ m; die Eisendicke $\delta = 0,5$ cm; die Rohrquerschnittsfläche $\pi D\delta = 314$ cm².

Das Widerstandsmoment ist $1/4\pi D^2 \times 0,5 = 15\,708$ cm³. Wir nehmen für die Schwächung durch die Naht $\sim 66\%$ an und erhalten $W = 10\,500$ cm³. Das Bruchmoment aufgrund des Winddrucks auf das Rohr ist $360 \times 10 \times 1000/8 = 450\,000$ kg·cm. Das Bruchmoment aufgrund des auf das Rohr übertragenen Winddrucks auf der unteren Teil des Turms ist $1820 \times 20 \times 1000/8 = 2\,270\,000$ kg·cm. Die größte Gesamtspannung im Rohrquerschnitt im unteren Teil ist $(450\,000 + 2\,270\,000)/10\,500 + 30\,000/314 = 260 + 96 = 356$ kg/cm².

Turmfundament. Der Stützring des Turms stellt das 60. Winkeleisen dar, gebildet aus zwei U-Eisen Nr 18, mit einem daran angenieteten Horizontalblech von 250 mm. An den Ecken des Vielecks sind senkrechte Säulen angenietet, um das Fundament mit dem Winkeleisen des Turmgerüsts zu verbinden. In den Seitenmitten des Vielecks befinden sich 60 Fundamentbolzen mit $2 1/4$ " Gewindedurchmesser; Bolzenlänge 3 m.

Der Druck auf das Fundamentmauerwerk wird über einen Eisenring mit 0,25 m Breite und $1/2$ " Dicke übertragen. Dieser ist an die unteren waagrechten Flansche der U-Eisen angenietet.

Der Druck auf das Fundament aufgrund des Gewichts der Anlage ist 110 t. Das Bruchmoment am Stützring ist 3 200 t·m. Das Widerstandsmoment des Stützrings ist gleich $1/4\pi D^2$, $l = 63,6$ m³. Die Ringfläche ist $\pi D l = 14,14$ m². Der Druck auf das Mauerwerk beträgt $3200/163,6 + 111/14,14 = 50,3 + 7,8 = 58,1$ t/m².

Die Spannung des Fundamentbolzens setzt sich zusammen aus der Spannung aufgrund des Bruchmoments $32\,000/90 \times 30 = 12$ kg/cm² und aus dem Druck aufgrund des Gewichts der Anlage $110/60 = 1,83$ t, bzw. $\sigma = 1830 \times 4/\pi d^2 = 650$ kg/cm². Der Bolzen mit dem Gewindedurchmesser $2 1/4$ " hält bei einer Spannung von 650 kg/cm² eine Kraft von 18,5 t aus.

Das Fundament unter dem Leuchtturm ist ein aus Granit gemauerter Ring. Der Druck auf 1 m des Fundamentuntergrunds aufgrund der senkrechten Last ist $1450/\pi \times 18 \times 2,4 = 10,68$ t. Beim Auffüllen des Wassers im Fundament mit Sand mit dem spezifischen Gewicht 2 ist der Bodendruck gleich $509 \times 3 + 0,8 \times 2,25 \times 2 \times 56,55 = 1731$ t. Die gesamte Turmanlage wiegt 114 t. Insgesamt sind es 1845 t oder ein Druck von 13,6 t je 1 qm Boden.

Turmdurchbiegung. Die Bestimmung des Biegungspeils des Turmes auf dem Fundament erfolgt nach den folgenden Formeln.

Das Trägheitsmoment des von uns beliebig untersuchten Abschnittes AB (Abb. 13) im Abstand x ist $I = \eta w \rho^2$. Wir nehmen an

$$\rho = x + \frac{R-V}{\eta} = \frac{R-V}{\eta} \left[\frac{Vh}{R-V} + x \right] = f(a+x),$$

$$I = \eta w^2 (a + x)^2.$$

Das Moment der äußeren Kräfte ist $M_x = M_1 + px^2/2 + Qx$,

$$\frac{dy}{dx} = \text{tg}\alpha = \int \frac{M_x dx}{EI} = \frac{1}{E\eta w^2} \int \frac{M_1}{(a+x)^2} + \frac{P}{2} \frac{x^2}{(a+x)^2} + \frac{Qx}{(a+x)^2} dx.$$

$$\int \frac{M_1 dx}{(a+x)^2} = -\frac{M_1}{a+x} + C,$$

$$\frac{P}{2} \int \frac{x^2 dx}{(a+x)^2} = \frac{P}{2} \left[x - 2a \ln(a+x) - \frac{a^2}{a+x} \right] + C_1,$$

$$Q \int \frac{x dx}{(a+x)^2} = Q \left[\ln(a+x) + \frac{a}{a+x} \right] + C_2.$$

Anhand dieser Formeln wird die Turmdurchbiegung mit 73,8 mm bestimmt. Angesichts ihrer Kompliziertheit führen wir zur Überprüfung ein einfacheres näherungsweise Verfahren ein und zwar:

$$\frac{dy}{dx} = \int \frac{M dx}{EI} + \text{tg}\alpha$$

und

$$y = \int \text{tg}\alpha dx.$$

Da EI in jedem Fall eine variable Größe ist, unterteilen wir zur Bestimmung des Biegepeils den Turm in 6 Abschnitte, die alle einen konstanten Winkeleisenquerschnitt und den mittleren Wert des Trägheitsmomentes besitzen (Abb. 14).

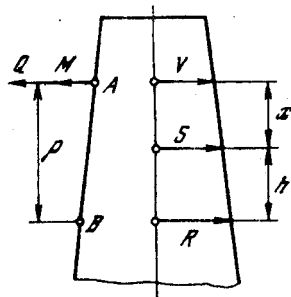


Abb. 13

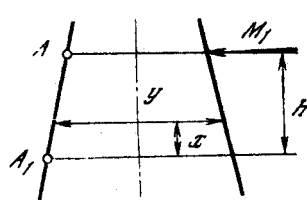


Abb. 14

I eines jeden Abschnitts nehmen wir beim Integrieren der oben angeführten Ausdruck als Konstante an. Das Bruchmoment eines jeden Abschnitts hat die Größe

$$M_x = M_1 + p(h-x)^2/2 + Q(h-x),$$

$$\frac{dy}{dx} = \text{tg}\alpha = \frac{h}{EI} \left[M_1 + \frac{ph^2}{6} + Q \frac{h}{2} \right] + C,$$

wobei C beim unteren Teil an der Stütze gleich Null ist, für jeden darauffolgenden Abschnitt ist $C = \sum \text{tg}\alpha$ aller vorhergehenden Abschnitte.

Der Biegepeil des untersuchten Abschnitts ist

$$f = y + Ch + D = \frac{h^2}{2EI} \left[M_1 + \frac{ph^2}{4} + \frac{2}{3} Qh \right] + Ch + D,$$

wobei D Biegunspfeil eines jeden vorhergehenden Abschnittes ist. In der schematischen Darstellung (Abb. 15) sind die Werte der Schubkraft Q in Tonnen und des Bruchmoment M_1 in Metertonnen angegeben. Das Trägheitsmoment des Turmquerschnitts ist $I = 30 v^2 w$, wobei v den Kreisradius des Turmquerschnitts in Metern und w die Querschnittsfläche eines jeden Winkeleisens in cm^2 bezeichnen.

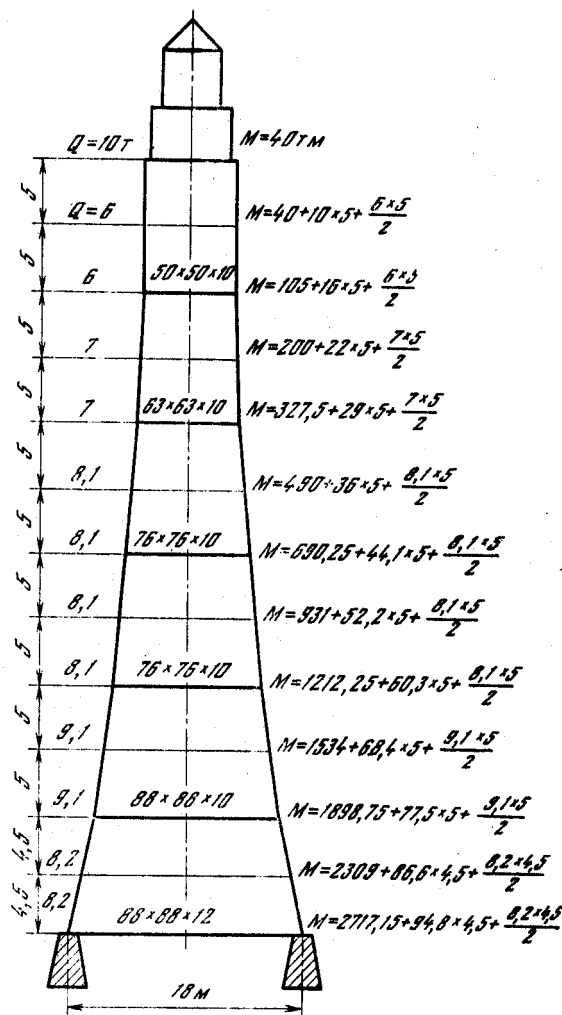


Abb. 12

In Tab. 4 sind in der 1. Spalte die aus dem Ausdruck

$$y = \frac{h^2}{2EI} \left[M_1 + \frac{ph^2}{6} + \frac{2}{3} Qh \right]$$

bestimmten Werte y angegeben, in der 2. Spalte die Werte λh nach der Formel

$$\lambda h = \frac{h^2}{2EI} \left[M_1 + \frac{ph^2}{6} + Q \frac{h}{2} \right],$$

in der 3. Spalte $\Sigma\lambda h$, d.h. die Größe λh beim jeweiligen Querschnitt, gleich dem lokalen λh , gebildet aus dem λh aller zugrundeliegenden Querschnitte, und in der 4. Spalte der Biegungspfeil des Turmes beim jeweiligen Querschnitt $f_n = f_{(n-1)} + \Sigma h \lambda_{(n-1)} + y_n$. Die Abweichung der Leuchtturmspitze ist $A = 75,7$ mm.

Tabelle 4

y	λh	$\Sigma\lambda h$	b_n
0,1115	0,179	1,9334	$f_7 = f_6 + 1,995 + \frac{4 + 4,5}{10} = 7,57cm$
0,2212	0,386	1,7544	$f_6 = f_5 + \Sigma\lambda_5 + y_6 = 5,927$
0,2434	0,440	1,3684	$f_5 = f_4 + \Sigma\lambda_4 + y_5 = 4,061$
0,1954	0,361	0,9284	$f_4 = f_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = 2,471$
0,1781	0,3328	0,5674	$f_3 = f_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + y_3 = 1,299$

Stuttgart, den 22. Februar 2003

Übersetzt von

Ottmar Pertschi

(Ottmar Pertschi)
Dipl.-Übersetzer