

# **Numerische Untersuchungen zur J-Integralerweiterung für elastisch-plastisches Material im Hinblick auf die Integrität des Reaktordruckbehälters**

Von der Fakultät Energietechnik der Universität Stuttgart  
zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte Abhandlung

vorgelegt von

Dipl.-Phys. Thomas Schimpfke, geboren in Mülheim/Ruhr

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. habil. E. Roos

Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. E. Laurien

Tag der mündlichen Prüfung: 18. März 2002

2002

Staatliche Materialprüfungsanstalt (MPA) Universität Stuttgart

## **Vorwort**

Diese Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter der Gesellschaft für Anlagen- und Reaktorsicherheit m.b.H. in den Jahren 1996 bis 1998. Die Untersuchungen wurden vom BMWi im Rahmen des Vorhabens RS 1056 finanziell gefördert.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. E. Roos dafür, dass er sich trotz seiner vielfältigen Aufgaben und Verpflichtungen bereit erklärt hat die Doktorvaterschaft für diese Arbeit zu übernehmen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. E. Laurien danke ich herzlich für die Übernahme der Mitberichts sowie Herrn Prof. Dr.-Ing E. Göde für den Vorsitz bei der mündlichen Prüfung.

Herrn Dr. J. Sievers sei an dieser Stelle für sein stetes Interesse zur Diskussion offener Fragen und seine zahlreichen Anregungen zu dieser Arbeit gedankt, ohne die ein Fortschritt an so mancher Stelle sicherlich sehr viel länger gedauert hätte.

Auch Herrn D. Krämer gilt mein Dank für die Unterstützung und die Hilfestellungen bei den mathematischen Herleitungen und Formulierungen.

Schließlich danke ich auch noch den Herren U. Alsmann und K. Elsässer für die Bereitstellung der Daten und ihren Informationen zu den WPS-Versuchen der Material Prüfungsanstalt Stuttgart.

	<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>3</b>
	<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>5</b>
	<b>Zusammenfassung</b>	<b>6</b>
	<b>Abstract</b>	<b>9</b>
<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>12</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>16</b>
2.1	Kontinuumsmechanik	16
2.1.1	Elastizitätstheorie	16
2.1.2	Plastizitätstheorie	18
2.2	Bruchversagen	22
2.2.1	Der spröde Bruch (Spaltbruch)	23
2.2.2	Der duktile Bruch (Gleitbruch)	23
2.3	Bruchmechanik	24
2.3.1	Das K-Konzept in der linear elastischen Bruchmechanik (LEBM)	24
2.3.2	Das J-Konzept in der elastisch plastischen Bruchmechanik (EPBM)	27
2.4	J-Integral Modifikationen und Erweiterungen	31
2.4.1	Die modifizierte Energiefreisetzungsrate von Eftis et al.	31
2.4.2	Das Integral nach Kishimoto	32
2.4.3	T* von Atluri	32
2.4.4	Zu T* äquivalente Parameter	37
2.4.5	Der Parameter $G_{TP}$	38
2.4.6	Das weg- und gebietsunabhängige Integral J* von Simo und Honein	38
2.4.7	Diskussion	40
<b>3</b>	<b>Weg- und Gebietsunabhängige Integrale in der VCE-Form</b>	<b>41</b>
3.1	Formulierung der Parameter T* und J* nach der VCE-Methode	41
3.1.1	Formulierung von $\Delta T^*$ in VCE-Form	42
3.1.2	Formulierung von J* in VCE-Form	45
3.1.3	Bemerkungen zur numerischen Berechnung der Parametern T* und J*	45
3.2	Numerische Umsetzung zur Berechnung von T* und J* in VCE-Form	47
3.2.1	Die Finite-Elemente-Methode	47

3.2.2	Numerische Darstellung des Volumenintegrationsalgorithmus	50
3.3	Beschreibung des entwickelten Postprozessors JCALC	55
<b>4</b>	<b>Qualifizierung des Postprozessors und Anforderungen an die Finite-Elemente-Modelle</b>	<b>59</b>
4.1	Testrechnungen mit vereinfachten Rissmodellen	59
4.2	Systematische Untersuchung zur Netzabhängigkeit von $T^*$ und $J^*$	67
4.3	Diskussion und Schlussfolgerungen aus den Berechnungen mit den Testnetzen	74
<b>5</b>	<b>Numerische Analysen von WPS-Versuchen und vergleichende Bewertung mit <math>T^*</math>, <math>J^*</math> und <math>J</math></b>	<b>83</b>
5.1	Der WPS-Effekt	83
5.2	Numerische Analysen zu ausgewählten WPS-Versuchen	83
5.2.1	Ergebnisse der Berechnung zum Experiment WPS97 (CT25, LCF)	86
5.2.1.1	WPS97, Last- Verformungsverhalten	86
5.2.1.2	WPS97, Auswertung der Rissbeanspruchungsparameter $J$ , $T^*$ und $J^*$	88
5.2.2	Ergebnisse der Berechnung zum Experiment WPS163 (CT25, LUCF)	96
5.2.2.1	WPS163, Last-Verformungsverhalten	99
5.2.2.2	WPS163, Auswertung der Rissbeanspruchungsparameter $J$ , $T^*$ und $J^*$	99
5.3	Diskussion der Ergebnisse	105
<b>6</b>	<b>Numerische Analysen zur Integritätsbewertung von Reaktor-druckbehältern und Bewertung basierend auf <math>T^*</math> und <math>J</math></b>	<b>108</b>
6.1	Geometrie und FE-Modell des Reaktordruckbehälters	111
6.2	Ergebnisse der FE-Analysen des Reaktordruckbehälters	111
6.2.1	Auswertung der Rissbeanspruchungsparameter $J$ und $T^*$ der Analyse RDB1	114
6.2.2	Auswertung der Rissbeanspruchungsparameter $J$ und $T^*$ der Analyse RDB2	119
6.3	Bruchmechanische Bewertung	120
<b>7</b>	<b>Literatur</b>	<b>123</b>
<b>8</b>	<b>Anhang: Steuerdatei für das Programm JCALC</b>	<b>135</b>

## Abkürzungsverzeichnis

ADINA	Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis (Finite-Elemente-Programm)
ASTM	American Society of Testing and Materials
BAM	Bundesamt für Materialforschung
BSPxx	Abkürzung für die eingesetzten Testnetze
COD	Crack Opening Displacement
CT	Compact Tension
EPBM	Elastisch-Plastische-Bruchmechanik
ESZ	Ebener Spannungszustand
EVZ	Ebener Verzerrungszustand
FE	Finite-Elemente
FEM	Finite-Elemente-Methode
GEH	Gestaltsänderungs Energiehypothese
HRR	Hutchinson-Rice-Rosegren
ICAS	International Comparative Assessment Study
IWM	Institut für Werkstoffmechanik
LCF	Loading-Cooling-Fracture
$K_{IC}$	Bruchzähigkeit
$K_I$	Spannungsintensitätsfaktor
LEBM	Linear-Elastische-Bruchmechanik
LUCF	Loading-Unloading-Cooling-Fracture
MPA	Material Prüfungsanstalt
PTS	Pressurized Thermal Shock
RDB	Reaktordruckbehälter
RPV	Reactor Pressure Vessel
$RT_{NDT}$	Sprödbruchübergangstemperatur
VCE	Virtual Crack Extension (Virtuelle Risserweiterung)
WPS	Warm Prestress

## Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurden numerische Untersuchungen von Rissbeanspruchungsparametern durchgeführt, die im Gegensatz zum J-Integral auch bei Entlastung und Spannungsumlagerung nach einer Plastifizierung weg- und gebietsunabhängige Werte aufweisen. Betrachtet wurden die Parameter  $T^*$  von Atluri und  $J^*$  von Simo. Im Falle linear-elastischen Materialverhaltens sind beide Beanspruchungsgrößen identisch mit dem J-Integral. Für elastisch-plastisches Werkstoffverhalten stellen sie hinsichtlich der Weg- und Gebietsunabhängigkeit verallgemeinerte Parameter dar.

Der Parameter  $T^*$  entspricht gerade dem J-Integral für einen auf die Rissspitze schrumpfenden Integrationspfad. Der Parameter  $J^*$  ist ebenfalls der Grenzwert für einen auf die Rissspitze schrumpfenden Integrationspfad, jedoch bleibt im Gegensatz zu  $T^*$  der dissipative Anteil der Formänderungsarbeit im Integranden unberücksichtigt. Dem Ansatz von Krolop und Krämer folgend wurde in dieser Arbeit das Produkt aus Streckgrenze und effektivem plastischem Dehnungsinkrement als dissipativer Anteil angesetzt. Die Parameter bestehen aus einem Weg- und einem Volumenintegral. Das Wegintegral erstreckt sich über eine beliebige die Rissspitze enthaltende Kontur. Integriert wird jeweils über das Tensorfeld, das sich aus der Differenz zwischen der im Körper gespeicherten Energie und der von außen zugeführten Arbeit ergibt. Im Integranden des Volumenintegrals steht die Divergenz des Tensorfeldes und integriert wird über das vom Weg bis zur Rissspitze eingeschlossene Gebiet. Bei Verlust der Eindeutigkeit zwischen Spannungen und Dehnungen ist das Volumenintegral ungleich Null und fungiert als Korrekturterm zum Wegintegral. Insgesamt ergeben sich dann weg- und gebietsunabhängige Parameter.

Mit der Methode der virtuellen Risserweiterung wurden die beide Parameter auf eine zur Programmierung geeignetere Form gebracht. Es wurde der nötige Volumenintegrationsalgorithmus und ein vom Finite-Elemente-Code und der Hardware Plattform unabhängiger externer Postprozessor entwickelt. Als Schnittstelle zum FE-Programm dienen Leseroutinen. Der modulare Aufbau des Programms ermöglicht es durch Erweiterung der Elementbibliothek neue Elementtypen hinzuzufügen oder durch Änderung der Leseroutinen Schnittstellen zu verschiedenen FE-Codes zu schaffen.

Berechnungen mit vereinfachten zweidimensionalen Rissmodellen unter mechanischer Belastung, Entlastung und Wiederbelastung bestätigten die theoretisch vorhergesagte Weg- und Gebietsunabhängigkeit der Parameter  $T^*$  und  $J^*$ . Jedoch ergaben unterschiedliche

Vernetzungen im Rissspitzenbereich stark voneinander abweichende Werte im Entlastungsast, obwohl jedes Netz für sich betrachtet weg- und gebietsunabhängige Ergebnisse lieferte. Die Ursache der Netzabhängigkeit konnte auf die im Rissspitzenbereich berechneten Spannungs- und Dehnungsverteilungen zurückgeführt werden. Systematische Untersuchungen verschiedener Vernetzungen einer Kompakt-Zugprobe mit einem Lastzyklus von Be- und Entlastung ergaben unter Vernachlässigung der innersten Elementschicht plausible Parameterwerte für  $T^*$  und  $J^*$ , wenn sowohl eine feine ringförmig um die Rissspitze angeordnete Elementierung als auch eine  $2 \times 2$  Integrationsordnung gewählt wurde. Durch Aussparung der innersten an der Rissspitze liegenden Elementschicht ergaben sich dann auch nahezu netzunabhängige Parameterwerte. Eine Aussparung bedeutet, dass der Beitrag der betreffenden Elementschicht zum Korrekturterm im Volumenintegral nicht berücksichtigt wird. Die Aussparung war notwendig, weil die vom FE-Code berechneten Spannungs- und Dehnungsverteilungen in diesem Bereich stark schwankten, was durch ein Ausscheren des innersten Pfades in der jeweiligen Weg- und Gebietsabhängigkeitsstudie aufgezeigt wurde. Weiterhin ergaben sich durch die Aussparung im Entlastungsbereich fallende Charakteristiken der Parameter, da durch die Aussparung auch die positiven Korrekturtermbeiträge bei Druckplastifizierung direkt an der Rissspitze unberücksichtigt blieben.

Es wurden Nachrechnungen zu zwei WPS-Versuchen mit 20% seitengekerbten CT25 Proben gefertigt aus dem formgeschweißten Werkstoff 10 MnMoNi 55 durchgeführt, die sich im Lastpfad unterschieden. Es handelte sich dabei um einen LCF- und einen LUCF-Lastpfad. Die Berechnungen der integralen Parameter zeigten, dass  $T^*$  weg- und gebietsunabhängig ist, wohingegen  $J^*$  nach Erreichen der Warmvorbeanspruchung im LCF-Lastpfad unterschiedliche Werte aufwies, die sich in einer deutlichen Weg- und Gebietsabhängigkeit äußerten. Die Ursachen hierfür wurden auf die Berechnung der im Körper gespeicherten Energie mittels der effektiven plastischen Dehnung und die Tatsache, dass die Divergenz des rein elastischen Energieanteils entgegen der theoretischen Voraussage nicht verschwindet, zurückgeführt. In beiden Lastpfaden lag der  $T^*$ -Wert nach Aussparung der innersten Elementschicht während der Warmvorbeanspruchung auf etwa gleichem Wertenniveau mit dem J-Integral. In der Abkühlungsphase war das J-Integral wegabhängig und  $T^*$  mit Aussparung lag unterhalb des J-Integralwertes im Fernfeld, wobei die Differenz mit zunehmender Entlastung größer wurde. Beim Bruch der Probe im LCF-Lastpfad waren  $T^*$  nach Aussparung und J in etwa gleich und lagen zwischen 19% und 28% oberhalb des Wertes der Warmvorbeanspruchung. Im LUCF-Lastpfad zeigte sich bei Probenbruch ein deutlicher Unterschied. Das J-Integral im Fernfeld lag 18% unterhalb des Wertes der Warmvorbeanspruchung, wohingegen  $T^*$  mit Aussparung zwischen 23% und 26% oberhalb des Parameterwertes im ersten Lastmaximum lag. Somit lag  $T^*$  unabhängig vom Lastpfad zum Zeitpunkt des Probenversagens mit 129-138 N/mm zwischen

23% und 28% oberhalb der Beanspruchung im ersten Lastmaximum. Zur Klärung ob es sich dabei um ein generelles Ergebnis handelt und somit eine Möglichkeit der Vorhersage des Versagenszeitpunkts besteht, sind weitere Nachrechnungen und  $T^*$ -Auswertungen von WPS-Versuchen mit anderen Probenbreiten, Werkstoffen und Warmvorbeanspruchungs-niveaus notwendig.  $J^*$  war im LUCF-Lastpfad weg- und gebietsunabhängig und wies mit Aussparung der innersten Elementschicht beim Bruch der Probe ebenfalls je nach Vernetzung einen um 21-26% höheren Wert als bei der Warmvorbeanspruchung auf, lag aber während des gesamten Lastpfades unterhalb der  $T^*$ -Werte mit Aussparung. Es war nicht möglich das Probenversagen am Ende der Lastpfade durch einen direkten Vergleich mit Rissinitiierungswerten von Standardproben vorherzusagen, da sowohl  $J$  als auch  $T^*$  deutlich oberhalb dieser Werte lagen. Für  $J^*$  kann ein solcher Vergleich nicht durchgeführt werden, da keine  $J^*$ -Initiierungswerte zur Verfügung stehen.

Für einen Reaktordruckbehälter westlicher Bauart wurden zwei Analysen einer realistischen Transiente mit angemessener Entlastung durchgeführt. Die beiden Berechnungen unterschieden sich im Plastifizierungsgrad entlang der Rissfront, was durch eine fiktive Herabsetzung der Streckgrenze des RDB-Materials simuliert wurde. In beiden Fällen war die berechnete Rissbeanspruchung aus dem Fernfeld  $J$  gleich oder größer als  $T^*$  mit Aussparung der innersten Elementschicht, wobei sich die Differenz mit zunehmendem Plastifizierungsgrad vergrößerte. Bei dem hier betrachteten Leckstörfall war somit die bruchmechanische Bewertung mit dem  $J$ -Integral im Fernfeld konservativ gegenüber der Bewertung mit  $T^*$ . Generell werden in Transienten mit geringer Plastifizierung entlang der Rissfront nur geringe Unterschiede zwischen dem  $J$ -Integral und den  $T^*$ -Werten auftreten.

Insgesamt zeigten die durchgeführten Untersuchungen, dass die alleinige Überprüfung der Weg- und Gebietsunabhängigkeit noch keine einheitlichen Parameter gewährleistet. Erstreckt sich das Integrationsgebiet "Integraler Parameter", deren Integranden Ortsableitungen der Spannungs- oder Dehnungskomponenten enthalten, bis an die Risspitze, so wirkt sich eine Änderung der Integrationsordnung oder der Vernetzung stark auf die berechneten Werte aus. Der Finite-Elemente-Code kann das Spannungsfeld direkt an der Risspitze nicht korrekt erfassen. Mit den numerischen Methoden war es nicht möglich den theoretisch geforderten Grenzübergang ( $\varepsilon \rightarrow 0$ ) durchzuführen. Um einheitliche Werte zu erhalten, musste der Korrekturtermbeitrag eines endlichen Gebietes ( $\varepsilon = \varepsilon_0$ ) unberücksichtigt bleiben. Die hier pragmatisch eingeführte Aussparung der innersten Elementschicht bildete einen Kompromiss zwischen Rissspitzennähe und Vernachlässigung der Bereiche mit stark schwankenden FE-Resultaten. Die so ermittelten Parameterwerte waren dann nahezu netzunabhängig.

## Abstract

In the frame of this work numerical investigations of the crack loading parameters  $T^*$  from Atluri and  $J^*$  from Simo were conducted. Both parameters are path domain independent even during unloading or stress relocation which is in opposite to the J-Integral. They are identical with J for linear elastic material behaviour and with respect to the path domain independence they are general parameters for an elastic-plastic regime.

$T^*$  is equivalent to J calculated along an integration path shrinking to the crack tip. The parameter  $J^*$  is a limes along an integration path shrinking to the crack tip too, but without the dissipative part of the strain energy density which is included in the  $T^*$  approach. In this work the concept of Krolop and Krämer was used by assuming that the dissipative part is the yield stress multiplied with the effective plastic strain increment. Both parameters are a combination of a path and a volume integral. The path integral is defined as the respective tensor which is the difference between the body stored energy and the external work around any contour from one crack face to the other enclosing the crack tip. The volume integral is defined as the divergence of this tensor in the domain between the contour and the crack tip. A loss of definiteness of the stress strain relationship leads to a non zero value of the volume integral acting as a correction term on the path integral. The sum of both integrals leads to path domain independent parameters.

These parameters were transformed via the virtual crack extension method into a more suitable programming form. The developed post processor together with the necessary integration algorithms is independent of the computer platform and the used finite element (FE) code. The interface to the FE-programm is realised by subroutines reading the FE-code output. The modular architecture of the developed code allows an easy supplementation of new element types by changing the element library or connection to other finite element codes by changing the reading subroutines only.

Calculations of simplified two dimensional crack models subjected to a mechanical loading, unloading, reloading path confirmed the theoretically predicted path domain independence of  $T^*$  and  $J^*$ . Although each considered model exhibited path domain independent parameter values a comparison of different mesh refinements around the crack tip showed a strong difference in the results. The difference was caused by the calculated stress strain distributions near the crack tip of different mesh refinements. Plausible parameter values of  $T^*$  and  $J^*$  has been received with systematic investigations on a compact tension specimen with different

mesh refinements subjected to a loading unloading path by using a 2x2 integration order, small circular shaped element layers around the crack tip and neglecting the innermost element layer. Neglecting the innermost element layer at the crack tip has provided nearly mesh independent parameter values. Neglecting the innermost element layer means that the correction term of this layer do not contribute to the volume integral. Ignoring of this element layer was necessary, because of the oscillating stress strain distributions in this area which can be shown by the deviation of the corresponding path in a path domain independence study. Furthermore it resulted in inclining characteristics of the parameter values during unloading, because the positive correction terms from a pressure state plasticity directly at the crack tip can not contribute to the results.

Simulations of two WPS experiments with 20% side grooved CT25 specimens made of 10 MnMoNi 55 material subjected to different loading paths were conducted. A LCF and a LUCF loading path has been considered. The calculation of the parameters showed that  $T^*$  is path domain independent, while  $J^*$  after reaching the warm pre-stress level of the LCF loading exhibits different values resulting in a clear path domain dependence. This was caused by calculating the body stored energy via the effective plastic strain and by the fact, that the divergence of the pure elastic energy has not been vanished as theoretically predicted. With ignoring the innermost element layer the  $T^*$  value reached the same level as the J-Integral value during the warm pre-stressing phase in both loading paths. The J-Integral showed the expected path dependence in the cooling phase, while the  $T^*$  value without the innermost element layer was all the more below the far field J as the unloading increased. For the LCF loading path  $T^*$  without the innermost element layer was nearly identical to J at the time of specimen fracture with values of about 19% and 28% above the warm pre-stress level. The behaviour was significantly different at fracture time for the LUCF loading path. The far field J-Integral value was 18% below its warm pre-stress level, while  $T^*$  without the innermost element layer was between 23% and 28% above its value of the first maximum load. At the time of fracture  $T^*$  reached consequently values of 129-138 N/mm which are 23% and 28% above its warm pre-stress level independently of the loading path. To clarify if these results which implied a possibility to predict the time of fracture can be generalized, more investigations and  $T^*$  calculations of WPS experiments with different specimen thickness, materials and warm pre-stress levels are necessary.  $J^*$  with neglecting the innermost element layer was path domain independent for the LUCF loading path and showed at the time of fracture a 21%-26% higher value compared with the warm pre-stress level depending on the mesh refinement. The values were below the  $T^*$  without the innermost element layer during the whole loading path. It was not possible to predict the specimen failure by a direct comparison with fracture toughness values according to current regulations, because J as well as the  $T^*$  values were quiet above these

values. Such a comparison can not be done for  $J^*$ , because no  $J^*$ -initiation values are available.

For a reactor pressure vessel (RPV) of western design two analyses with a realistic transient including an appropriate unloading has been performed. The difference between the calculations was the amount of plasticity along the crack front which was simulated by a fictitious lowering of the RPV material yield stress. The calculated crack loading of the far field  $J$  was equal or higher than that from  $T^*$  without the innermost element layer in both cases, with an increasing distance by an increasing plastic zone. The fracture assessment with the far field  $J$ -integral was conservative compared to a  $T^*$  assessment for this considered loss of coolant accident. Generally only light differences between  $J$  and  $T^*$  are expected for transients with a small plastic zone.

Altogether the investigation showed, that proofing the path domain independence only does not lead to unified parameters. If the integration area of the parameter includes the vicinity of the crack tip and the integral itself contains derivations of the stress strain components then a small change of the integration order or a mesh refinement has a big influence on the calculated results. The finite element code is not able to catch the stress field directly at the crack tip correctly. With the used numerical methods it was not possible to evaluate the theoretically demanded limit ( $\varepsilon \rightarrow 0$ ). To get unified values a limited area ( $\varepsilon = \varepsilon_0$ ) of the correction term has to be ignored. The pragmatically introduced elimination of the innermost element layer has been done to compromise including the crack tip vicinity and excluding the area with strong fluctuating finite element results. Such calculated parameter values were nearly mesh independent.

## 1 Einleitung

Alltäglich nutzen wir Werkzeuge und technische Hilfsmittel, die unsere Fähigkeiten erweitern und uns helfen, natürliche Beschränkungen zu überwinden. Dabei setzen wir die einwandfreie Funktionalität und Sicherheit dieser Geräte als Selbstverständlichkeit voraus. Erst durch eine Beeinträchtigung der Funktionalität, oder den Verlust der Integrität werden wir daran erinnert, dass diese Hilfsmittel auch bei bestimmungsgemäßen Betrieb nur eine begrenzte Lebensdauer haben. Durch Umgebungseinflüsse und Beanspruchungen können z. B. herstellungsbedingte oder im Betrieb entstandene Risse wachsen und so die maximal ertragbare Belastung der Konstruktion herabsetzen. Das Bauteil versagt scheinbar plötzlich durch das Auftreten eines Bruchs. Im alltäglichen Leben ist diese Form des Versagens häufig zu beobachten und in vielen Fällen ungefährlich. Ein solches Versagen in technischen Großanlagen kann jedoch katastrophale Auswirkungen auf die Umwelt haben oder sogar Menschenleben gefährden. Zur Vermeidung eines solchen Ereignisses sind zuverlässige Methoden zur Bewertung rissbehafteter Strukturen unabdingbar.

Die klassische Festigkeitslehre bildet die Grundlage zur konstruktiven Auslegung von Bauteilen und Anlagen nach wirtschaftlichen und sicherheitstechnischen Gesichtspunkten. Die Dimensionierungen und Werkstoffe der Komponenten werden im Hinblick auf die zu erwartenden Belastungen und notwendigen Sicherheitsabstände optimiert, wobei von einem fehlerfreien Material ausgegangen wird. Da Risse aber niemals ganz ausgeschlossen werden können, und da das von ihnen ausgehende Gefährdungspotenzial bewertet werden muss, hat sich im Laufe der Zeit die Bruchmechanik entwickelt. Es ist Aufgabe der Bruchmechanik, grundlegende Konzepte zur Abschätzung der Sicherheit eines fehlerbehafteten Bauteils gegen Versagen zur Verfügung zu stellen. In einer bruchmechanischen Versagensanalyse wird die im Bauteil auftretende Rissbeanspruchung einem Werkstoffkennwert gegenübergestellt. Die zur Bewertung herangezogenen Parameter müssen eindeutige physikalische Größen sein und den vor der Risspitze herrschenden Spannungs- und Dehnungszustand charakterisieren. Als einparametrische Kenngrößen stehen in der linear-elastischen Bruchmechanik (LEBM) die Spannungsintensität  $K$  und in der elastisch-plastischen Bruchmechanik (EPBM) das J-Integral zur Verfügung.

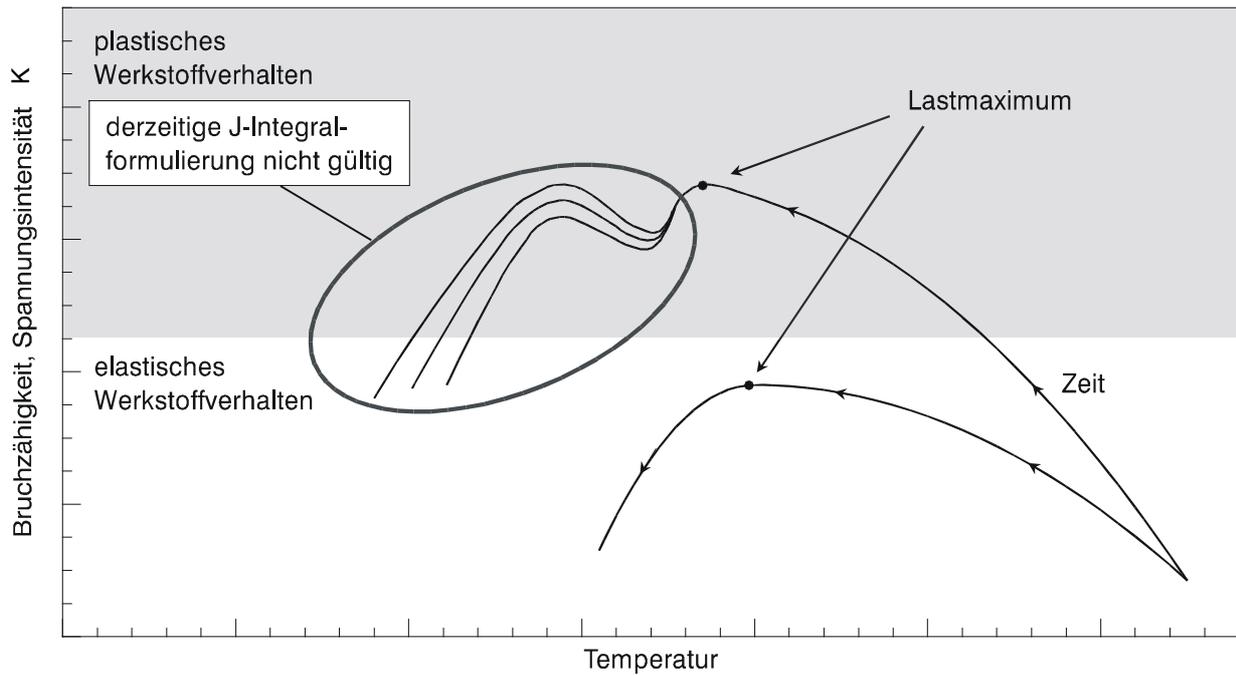
Die gegenübergestellten Werkstoffkennwerte werden experimentell an genormten Laborproben aus makroskopisch messbaren Größen ermittelt. Zur quantitativen Bestimmung der Spannungs- und Dehnungsfelder sind hingegen kontinuumsmechanische Berechnungen

erforderlich. Da die kontinuumsmechanischen Gleichungen nur in seltenen Fällen analytisch gelöst werden können, werden numerische Verfahren zur Berechnung eingesetzt. Bewährt hat sich die Finite-Elemente-Methode (FEM), die es ermöglicht, Spannungs- und Dehnungsverteilungen im Rissbereich zu berechnen und daraus lokale Rissbeanspruchungen abzuleiten.

Eine Quantifizierung der Sicherheitsmargen gegenüber einem Bruchversagen ist insbesondere für Konstruktionen und Anlagen notwendig, in denen ein Bruch zu hohen Gefährdungspotenzialen führt. So muss z. B. in kerntechnischen Anlagen der sichere Einschluss des Reaktorkühlmittels gewährleistet sein. Dazu ist insbesondere die Integrität des Reaktordruckbehälters (RDB) mit unterstelltem Riss, nicht nur im Betrieb, sondern auch im Störfall, nachzuweisen. Treten z. B. Leckagen mit einhergehendem Kühlmittelverlust auf, so muss zur Gewährleistung der Wärmeabfuhr das verloren gegangene Kühlmittel durch eine Nachspeisung mit vergleichsweise kaltem Fluid ersetzt werden. Solche Kühlmittelverluststörfälle zeichnen sich dadurch aus, dass die Strukturen einer kombinierten mechanischen und thermoschockartigen Belastung ausgesetzt sind. In den letzten Jahren wurde anhand von zahlreichen Versuchsprogrammen [1] in Verbindung mit numerischen Berechnungen [2] das J-Integral als einheitlicher, die statische Rissbeanspruchung beschreibender Parameter unter thermo-mechanischen Belastungen verifiziert.

Die Theorie des J-Integral-Konzeptes unterliegt jedoch den Einschränkungen nichtlinear-elastischen Materialverhaltens und proportionaler Belastung. In der Praxis zeigt sich jedoch, dass das J-Integral innerhalb gewisser Schranken noch über den theoretisch abgesicherten Bereich hinaus eingesetzt werden kann. Untersuchungen zeigen [1, 3], dass das J-Integral das Rissverhalten beschreibt, solange die Plastifizierung klein bleibt und bei Spannungsumlagerung oder lokaler Entlastung keine nennenswerte Wegabhängigkeit auftritt.

Bei Notkühltransienten treten am RDB Be- und Entlastungsphasen auf, wobei der Grad der Plastifizierung nicht vernachlässigbar ist. Entlastungsvorgänge mit eventuell anschließender Wiederbelastung bei vorheriger nennenswerter Plastifizierung können nach derzeitigem Entwicklungsstand des J-Integrals nicht zufriedenstellend abgedeckt werden. Das J-Integral verliert seine Eindeutigkeit und zeigt eine deutliche Wegabhängigkeit. Die schematische Darstellung in **Bild 1.1** veranschaulicht den Gültigkeitsbereich im Spannungsintensitäts-Temperatur-Diagramm (K(T)-Diagramm).



**Bild 1.1:** Schematische Darstellung der Gültigkeitsgrenzen des J-Integrals bei der RDB-Integritätsbewertung

Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt in der numerischen Untersuchung von Rissbeanspruchungsparametern, die auch bei Entlastung und Spannungsumlagerung nach erheblicher Plastifizierung eindeutige Werte aufweisen. Hierzu bieten sich das  $T^*$ -Integral von Atluri [4] und das  $J^*$ -Integral von Simo [5] an. Im Falle elastischen Materialverhaltens sind beide Parameter mit dem J-Integral identisch. Bei plastischem Werkstoffverhalten stellen sie verallgemeinerte Parameter dar.

Es ist das Ziel dieser Arbeit, Parameter bei der sicherheitstechnischen Beurteilung der Integrität von Reaktordruckbehältern einzusetzen, die den Einschränkungen des J-Integrals nicht unterliegen. Insbesondere sollen die Unterschiede in der bruchmechanischen Bewertung zwischen den Parametern und dem J-Integral aufgezeigt und beurteilt werden.

Um dieses Ziel zu erreichen, ist es zweckmäßig die in Frage kommenden Parameter zunächst einmal mit der virtuellen Rissverschiebungsmethode auf eine zur Programmierung geeignete Form zu bringen. Es muss ein möglichst flexibles Programm entwickelt werden, das eine numerische Auswertung der Parameter für zwei- und dreidimensionale Strukturen in Verbindung mit den Ergebnissen einer Finite-Elemente-Rechnung zulässt. Es muss überprüft werden, ob und unter welchen Bedingungen die theoretisch vorhergesagten Eigenschaften der Weg- und Gebietsunabhängigkeit bei einer numerischen Analyse der Spannungs- und Dehnungsfelder vor einer Risspitze Bestand haben. Hierzu werden Untersuchungen an

zweidimensionalen vereinfachten Rissmodellen und einer bruchmechanischen Zugprobe (CT) unter rein mechanischer Belastung durchgeführt. In einem nächsten Schritt wird eine anwendungsbezogene Bewertung der Parameter im Vergleich zum J-Integral an experimentellen Versuchen zum Effekt der warmen Vorbelastung (WPS) mit unterschiedlich großen Entlastungen vorgenommen. Schließlich werden die daraus gewonnenen Erkenntnisse auf die Problematik einer RDB-Integritätsbewertung angewendet und eine vergleichende Bewertung zwischen dem J-Integral und den Parametern durchgeführt.

Die numerischen Untersuchungen in dieser Arbeit beschränken sich auf die Berechnung der Rissbeanspruchung von stationären Rissen. Alle Berechnungen wurden im Rahmen einer inkrementellen Plastizitätstheorie mit isotrop verfestigendem Material unter der Annahme infinitesimaler Dehnungen durchgeführt.

## **2 Theoretische Grundlagen**

In diesem Kapitel werden einige grundlegende Gleichungen und Begriffe angegeben, die zum besseren Verständnis der dann folgenden Ausführungen dienen sollen. Dabei soll keine vollständige Einführung, sondern lediglich ein kurzer Überblick mit entsprechenden Literaturhinweisen auf Lehrbücher und Veröffentlichungen geleistet werden. Zu Beginn wird eine Übersicht über einige kontinuumsmechanische Grundgleichungen gegeben. Darauf folgen Ausführungen zur Theorie der Bruchmechanik.

### **2.1 Kontinuumsmechanik**

Die Kontinuumsmechanik [6, 7] ist eine sogenannte phänomenologische Theorie zur Beschreibung des makroskopischen, mechanischen Verhaltens der Materie unter der Einwirkung äußerer Kräfte. Phänomenologisch daher, weil die mathematischen Modelle des Stoffverhaltens auf Beobachtungen und experimentellen Erfahrungen basieren. In der Kontinuumsmechanik wird angenommen, dass der von einem Körper eingenommene Raum stetig von Materie erfüllt ist, wodurch die diskontinuierliche atomistische und molekulare Struktur der Materie ignoriert wird. Aus einer Belastung des festen Körpers resultieren Verformungen, die, je nach Stoffverhalten mit den Grundgleichungen der Elastizitäts- bzw. Plastizitätstheorie beschrieben werden [8, 9, 10, 11]. Aus den Lösungen der Gleichungen ergeben sich die Dehnungen und Spannungen im Körper, die ein Maß für die Beanspruchung des Werkstoffs sind. Die im gesamten Kapitel angegebenen Gleichungen setzen ein kartesisches Koordinatensystem mit drei Raumrichtungen und kleine Verzerrungen voraus.

#### **2.1.1 Elastizitätstheorie**

Eine durch äußere Kräfte hervorgerufene Verformung des Körpers heißt elastisch, wenn endliche Kräfte auch nur endliche Verzerrungen im Körper erzeugen und wenn der Körper bei einer vollständigen Rücknahme der Kräfte wieder in den ursprünglichen unverformten Zustand zurückkehrt. Ist die auftretende Verformung des Körpers in einem konstanten proportionalen Verhältnis zur aufgebrauchten Kraft, so spricht man von einem linear-elastischen Materialverhalten. Die Grundgleichungen der Elastizitätstheorie [12, 13] formulieren den Zusammenhang zwischen den Verschiebungen, den Dehnungen und den Spannungen für elastische Materialien.

Die Kompatibilitätsbedingungen, die erstmals von Saint-Venant hergeleitet wurden, beschreiben den Zusammenhang zwischen den Verzerrungen (Dehnungen)  $\varepsilon_{ij}$  im Inneren des Körpers und den außen aufgetragenen Verschiebungen  $u_i$ . Sie gewährleisten, dass das Material bei einer geometrischen Verformung zusammenhängend bleibt und somit keine Materialtrennungen oder Überlappungen auftreten.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (2.1)$$

Eine weitere wesentliche Grundgleichung ergibt sich aus der Forderung, dass im statischen Gleichgewicht auch Kräfte- und Momentengleichgewicht herrschen muss. Unter der Berücksichtigung von Volumenkräften, das können zum Beispiel Gewicht- oder Trägheitskräfte sein, lautet die Gleichgewichtsbedingung für jeden Punkt des Körpers,

$$\sigma_{ij,j} + \rho f_i = 0 \quad (2.2)$$

Mit dem symmetrischen Cauchy Spannungstensor  $\sigma_{ij}$ , den Komponenten des Volumenkraftvektors  $f_i$  und der Dichte des Materials  $\rho$ . Bei Abwesenheit von Volumenkräften gilt dann  $\sigma_{ij,j} = 0$ .

Die Verbindung zwischen den äußeren Belastungen (Verformungen) und den inneren Beanspruchungen (Spannungen) wird mit den Materialgleichungen, auch konstitutive Gleichungen genannt, hergestellt. Für linear-elastisches Materialverhalten gilt das Proportionalitätsgesetz von Robert Hooke [14]. Die Verallgemeinerung dieses Gesetzes führt auf die folgende Beziehung zwischen den Spannungen und Dehnungen:

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (2.3)$$

$E_{ijkl}$  ist der sogenannte Elastizitätstensor, dessen Elemente Funktionen der Materialkonstanten sind. Für homogenes isotropes Materialverhalten, das heißt, die Eigenschaften müssen an jeder Stelle und in jede Raumrichtung gleich sein, sind nicht alle Tensorelemente besetzt und die konstitutiven Gleichungen ergeben sich zu:

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left( \varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (2.4)$$

Dabei ist das Elastizitätsmodul  $E$  [15] die Proportionalitätskonstante zwischen Spannung und Dehnung für einachsige Belastung,  $\nu$  die Querkontraktionszahl, die die Verformung quer zur Beanspruchungsrichtung charakterisiert und  $\delta_{ij}$  das Kronecker Symbol. Es hat den Wert 1 wenn  $i$  und  $j$  gleich sind und in den anderen Fällen den Wert Null.

Aus diesen Beziehungen lässt sich ein homogenes System von Differentialgleichungen aufstellen, das entweder nach den Verschiebungen oder den Spannungen aufgelöst werden kann. In einfachen Fällen können die Lösungen auf analytischem Wege erfolgen [16], in komplexeren Fällen werden numerische Verfahren wie zum Beispiel das Differenzenverfahren [17] oder die Finite-Elemente Methode (FEM) [18, 19] eingesetzt.

### 2.1.2 Plastizitätstheorie

Die Plastizitätstheorie beschäftigt sich mit dem Verhalten fester Körper, für deren Werkstoff die Annahme eines rein linear-elastischen Zusammenhangs zwischen Spannungen und Dehnungen nicht mehr gültig ist. Ein Materialverhalten wird plastisch genannt, wenn nach einer völligen Entlastung eine bleibende Verformung auftritt und der Körper somit nicht mehr in den ursprüngliche Ausgangszustand zurückkehrt.

In jedem Werkstoff treten auch schon bei geringen Belastungen bleibende Verformungen auf, sie sind im allgemeinen aber so klein, dass sie vernachlässigt werden können. Solange die Spannung einen bestimmten Wert, nämlich den Spannungswert  $\sigma_y$ , der Streckgrenze oder auch Fließspannung genannt wird, nicht überschreitet, verhält sich das Material linear-elastisch. Findet eine Laststeigerung über diesen Bereich hinaus statt, so beginnt der Werkstoff zu fließen und verliert die lineare Spannungs-Dehnungsbeziehung. Die Ursache hierfür sind Versetzungsbewegungen und Abgleitvorgänge von Gitterebenen hervorgerufen durch Schubspannungen [20, 21]. Durch Aufstauung der Versetzungen an Korngrenzen und anderen Gitterimperfectionen wird der Abgleitvorgang der sich ständig neubildenden Versetzungen behindert. Der Werkstoff beginnt, sich zu verfestigen.

Um dieses kompliziertere Materialverhalten beschreiben zu können, sind im Rahmen einer zeitunabhängigen Theorie neben den elastischen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen drei weitere den Werkstoff charakterisierende Gesetzmäßigkeiten notwendig. Zunächst eine Fließbedingung, die den mehrachsigen Spannungszustand festlegt, bei dem das plastische Fließen einsetzt. Dann ein Fließgesetz, das die plastischen Dehnungsinkremente mit den augenblicklichen Spannungen im Fließbereich des Werkstoffs verknüpft, und schließlich noch

ein Verfestigungsgesetz, das die Änderung der Fließbedingung während des plastischen Fließens beschreibt.

Da die später folgenden Finite-Elemente-Berechnungen (FE-Berechnungen) mit von Mises Plastizität und isotrop verfestigendem Material durchgeführt wurden, werden hier schwerpunktmäßig die zum Gleichungssystem führenden notwendigen Annahmen und Schritte skizziert. Allgemeinere Ansätze für Fließ- und Verfestigungsregeln sind zum Beispiel in [9, 10, 20, 22] zu finden.

Plastische Verformung tritt, wie bereits erwähnt, bei Überschreitung der Fließspannung  $\sigma_y$  auf, die aus dem einachsigen Zugversuch ermittelt wird. Um den räumlichen Spannungszustand mit dem einachsigen Beanspruchungszustand vergleichen zu können wird eine Vergleichsspannung  $\sigma_V$  über eine Festigkeitshyphothese eingeführt [23, 24]. Die Vergleichsspannung nach von Mises [25], auch als Gestaltänderungsenergiehypothese (GEH) bezeichnet, besagt, dass von der gesamten im Körper gespeicherten Formänderungsarbeit nur die Gestaltänderungsarbeit Fließen hervorruft, während die Volumenänderungsarbeit keinen Beitrag liefert. Die Vergleichsspannung ergibt sich somit zu,

$$\sigma_V = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij}} = 3J_2' \quad (2.5)$$

Dabei ist  $J_2'$  die zweite Invariante des Spannungsdeviators  $\sigma'_{ij}$ , der sich aus dem Spannungstensor  $\sigma_{ij}$  nach folgender Formel ergibt:

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} \quad (2.6)$$

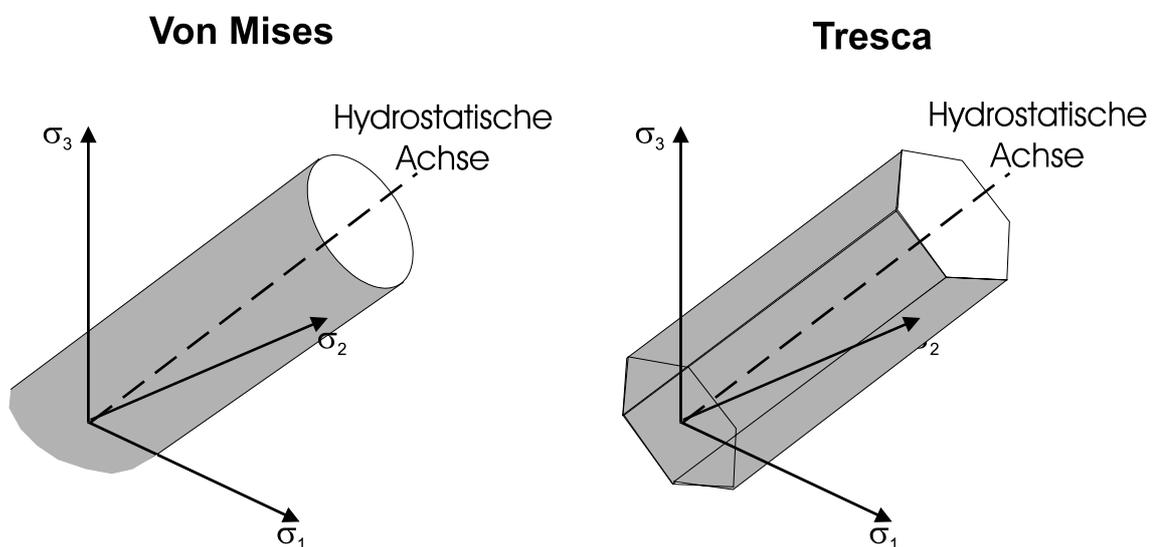
In Komponentenschreibweise ist die Vergleichsspannung nach von Mises:

$$\sigma_V = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{xz}^2) \right]} \quad (2.7)$$

Erreicht die Vergleichsspannung nun die Fließspannung, so führt eine infinitesimale Spannungsänderung zu bleibenden Verformungen. Alle Zustände im Spannungsraum, die dieser Bedingung genügen, werden durch die Fließbedingung  $F$  charakterisiert.

$$F(\sigma_{ij}) = \sigma_V - \sigma_y = 0 \quad (2.8)$$

Für isotropes Materialverhalten hat die Fließspannung im Druck- und Zugbereich den gleichen Grenzwert. Die geometrische Darstellung der durch  $F$  beschriebenen Fließfläche im Koordinatensystem der Hauptspannungen ist ein Zylindermantel unendlicher Höhe. Die Raumdiagonale ist die Figurenachse und der Innenradius des Zylinders ist durch die Fließspannung mit  $\sigma_y \sqrt{2/3}$  festgelegt (siehe **Bild 2.1**). Spannungszustände innerhalb des Zylinders repräsentieren elastisches Materialverhalten, Spannungszustände auf der Mantelfläche plastisches. Hydrostatische Spannungszustände tragen nicht zum Fließen bei.



**Bild 2.1:** Fließfläche nach von Mises und Tresca

Ein anderes für metallische Werkstoffe häufig eingesetztes Fließkriterium ist das nach Tresca [26]. In diesem Fließkriterium ist die mittlere Hauptspannung ohne Einfluss. Plastifizierung tritt ein, sobald die größte Schubspannung einen kritischen Wert überschreitet. Die Fließfläche nach dem Tresca Kriterium ergibt im Hauptspannungsraum ein gleichseitiges sechseckiges Prisma, dessen Figurenachse mit der Raumdiagonalen übereinstimmt (siehe **Bild 2.1**). Bei einem Schnitt senkrecht zur Raumdiagonale umfasst der von-Mises-Zylinder das Tresca-Sechseck, dessen Eckpunkte den Zylinder berühren.

Die Fließbedingung legt den Beginn der irreversiblen plastischen Verformung fest. Aus den Stabilitätskriterien nach Drucker lassen sich die plastischen Verzerrungsinkremente durch

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\lambda \quad (2.9)$$

ausdrücken [27]. Dabei ist  $d\lambda$  ein nicht negativer skalarer Koeffizient. Bei Spannungsumlagerungen, das heißt Zustandsänderungen entlang der Fließfläche, ist  $d\lambda$  Null. Die Beziehung 2.9 wird auch Normalitätsgesetz genannt und stellt die Fließregel dar.

Die Evolution der Fließfläche während der plastischen Verformung wird durch die Verfestigungsregel beschrieben. Je nach Werkstoffverhalten werden unterschiedliche Verfestigungsarten oder deren Kombinationen betrachtet. Bei einem ideal-plastischen Materialverhalten zum Beispiel bleibt die Fließfläche konstant. Im Falle anisotroper Verfestigung ändert sich die Gestalt und gegebenenfalls die Größe der Fließfläche. Kinematische Verfestigung führt zu einer Verschiebung der Figurenachse im Spannungsraum. Bei rein isotroper Verfestigung wächst mit zunehmender plastischer Dehnung die Fließspannung. Der Radius des von-Mises-Zylinders im Spannungsraum wird größer, der Zylinder bläht sich auf. Die Wahl des Verfestigungsgesetzes hängt nicht nur von dem betrachteten Werkstoffverhalten ab, sondern muss auch konsistent mit der verwendeten Fließfunktion sein. Bei isotroper Verfestigung ist die momentane Fließspannung  $\sigma_y^t$  eine Funktion der plastischen Dehnungen und die Fließfläche ergibt sich zu

$$F(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = \sigma_V - \sigma_y^t(\varepsilon_{ij}^p) = 0 \quad (2.10)$$

Aus den drei Gleichungen 2.8, 2.9 und 2.10 lässt sich unter der Annahme, dass sich die Gesamtdehnungsinckremente aus einer linearen Überlagerung der elastischen und plastischen Dehnungsinckremente zusammensetzt, und durch Einführen der plastischen Vergleichsdehnung des einachsigen Zugversuchs, eine inkrementelle Formulierung für den Zusammenhang zwischen den Spannungen und den Dehnungen für elastisch-plastisches Materialverhalten herleiten [28].

$$d\sigma_{ij} = \left[ E_{ijkl} - \frac{9G^2}{(\sigma_y^t)^2 (E_p + 3G)} \sigma'_{ij} \sigma'_{kl} \right] d\varepsilon_{kl} \quad (2.11)$$

Mit dem Schubmodul  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$  und dem Plastizitätsmodul  $E_p = \frac{EE_T}{E - E_T}$ , wobei  $E_T$  das Tangentenmodul ist und der Steigung der einachsigen Spannungs-Dehnungskurve im momentanen Verfestigungsbereich entspricht.

Zur Lösung der Problemstellungen mit nichtlinearem Materialverhalten werden im allgemeinen Finite-Elemente-Methoden eingesetzt.

## 2.2 Bruchversagen

Verliert ein Festkörper durch Werkstofftrennung in makroskopischen Bereichen die Tragfähigkeit, so spricht man von einem Bruch. Die physikalische Ursache der Auftrennung des atomaren Bindungsgefüges liegt in mechanischen Beanspruchungen, die eventuell unter Mitwirkung von Medieneinflüssen die molekularen Bindungen zerstören und somit freie Oberflächen schaffen. Der Bruchvorgang zeigt kein einheitliches physikalisches Erscheinungsbild, völlig unterschiedliche Mechanismen können zum Versagen führen. Bis heute gibt es noch keine einheitliche quantitative Theorie des Bruchs. Untersuchungen zur Phänomenologie der Brucherscheinungen werden unter kristallphysikalischen, metallurgischen und kontinuumsmechanischen Gesichtspunkten durchgeführt.

Generell lässt sich der Bruchvorgang in zwei Teilvorgänge aufteilen. Zum einen in die Rissentstehung [29, 30], die ein lokales mikroskopisches Ereignis ist und deren Auftreten eng mit den lokalen inhomogenen Werkstoffeigenschaften verknüpft ist, und zum anderen das Wachstum einer einmal vorhandenen Schädigung bis hin zum Versagen. Zur Beschreibung des Rissverhaltens unter äußeren Einwirkungen können Konzepte der Kontinuumsmechanik eingesetzt werden, von denen einige im nächsten Kapitel vorgestellt werden. Die Aufklärung der rissbildenden Mechanismen hingegen gehört in das Arbeitsgebiet der Werkstoffkunde.

Bei ferritischen Stählen lassen sich zwei gegensätzliche Haupttypen unterscheiden, nämlich der spröde und der duktile Bruch. Welche der beiden Brucharten auftritt hängt nicht nur vom Werkstoff, sondern auch von äußeren Einflüssen wie Temperatur, Beanspruchungsgeschwindigkeit und Spannungszustand ab. Grundsätzlich ist jedes Metall zu beiden Brucharten fähig. Außerdem ist es möglich, dass sogenannte Mischbrüche entstehen, das heißt, dass beide Brucharten gleichzeitig oder hintereinander auftreten. Die Bruchart ist somit keine Werkstoffeigenschaft, sondern beschreibt vielmehr das Bruchverhalten.

### **2.2.1 Der spröde Bruch (Spaltbruch)**

Ein spröder Bruch tritt bei makroskopisch kleinen plastischen Verformungen auf. Er startet an einem wohldefinierten Ort, zeichnet sich durch eine hohe Rissausbreitungsgeschwindigkeit aus und wird im Experiment als plötzlich eintretendes Rissereignis wahrgenommen. Die Bruchfläche verläuft senkrecht zur größten Normalspannung. Die Trennung erfolgt entweder durch Überwindung der Bindungskräfte zwischen den Kristallebenen (transkristallin) oder durch Rissausbreitung entlang der Korngrenzen (interkristallin), Mikrofraktographische Untersuchungen weisen vorwiegend Spaltflächen aus [31].

Spaltbrüche entstehen, wenn sich Mikrorisse ohne merkliche Abgleichvorgänge ausbreiten. Der Bruch wird durch die Spannungen im Rissbereich kontrolliert. Nach Orowan [32] breitet sich der Riss dann aus, wenn die größte örtliche Zugspannung den kritischen Wert der mikroskopischen Spaltbruchfestigkeit überschreitet. Im Ritchie-Rice-und-Knott-Modell [33] muss die Spannung über eine gefügeabhängige charakteristische Länge die Spaltbruchfestigkeit überschreiten bevor Versagen eintritt. Die kritische Länge liegt bei ferritischen Stählen in der Größenordnung von 2 bis 3 Korndurchmessern.

### **2.2.2 Der duktile Bruch (Gleitbruch)**

Im Gegensatz zum spröden Bruch ist der duktile Bruch kein plötzliches Ereignis, sondern ein kontinuierlich ablaufender Prozess. Er wird von einer großen makroskopisch sichtbaren plastischen Zone im Rissbereich begleitet und ist mit intensiven Versetzungsbewegungen verbunden. Die mikroskopische Untersuchung der Bruchfläche ergibt eine ausgeprägte Grübchen- oder Wabenstruktur.

Der kontinuierliche Bruchprozess kann in mehrere Schritte eingeteilt werden [34, 35]. Mit der ersten Belastung wachsen die Dehnungen an der Rissspitze und es findet eine Rissabstumpfung statt. Mit wachsender Last erhöhen sich die Dehnungen, wobei zwar die Rissspannungen durch die Plastifizierung auf einem nahezu konstanten Niveau bleiben, aber größere Bereiche vor der Rissspitze diesen Spannungswert aufweisen. Während der Rissabstumpfung setzt vor der Rissspitze die Bildung von Hohlräumen ein, die sich dann mit wachsender Dehnung vergrößern. Die Hohlräume entstehen durch intensive Versetzungsbewegungen an Einschlüssen bzw. Ausscheidungen. Der Zeitpunkt, an dem der abgestumpfte Riss mit dem ersten Hohlraum zusammenwächst, kann als Rissinitiation angesehen werden. Wenn weitere Vereinigungen zwischen Riss und Hohlräumen stattfinden, wächst der Riss stabil weiter. Die Hohlraumbildung, das Wachstum und die Vereinigung laufen

nicht streng chronologisch ab, sondern sie überlagern sich. Je nach Werkstoff sind die verschiedenen Phasen unterschiedlich stark ausgeprägt [36].

Zur bruchmechanischen Beschreibung der Initiierung und des Risswachstums hat sich das J-Integral-Konzept bewährt, das auf den vor der Risspitze herrschenden Spannungs- und Dehnungszuständen basiert. In den letzten Jahren hat sich daneben der Zweig der Schädigungsmechanik etabliert. In der Schädigungsmechanik werden numerische Materialmodelle entwickelt, die gerade die Bildung und das Wachstum der Hohlräume vor der Risspitze und damit verbundenen Versagensabläufe quantitativ beschreiben sollen [37, 38, 39, 40].

## **2.3 Bruchmechanik**

Es ist die Aufgabe der Bruchmechanik, grundlegende Konzepte und Parameter zur quantitativen Beschreibung des Versagensablaufes von fehlerbehafteten Bauteilen zu entwickeln. Im Idealfall sollten die Parameter die Zustände an der Risspitze eindeutig beschreiben, so dass Rissinitiierung und Rissausbreitung durch einen Vergleich mit dem entsprechenden Werkstoffkennwert bestimmt werden können.

In der klassischen Bruchmechanik werden die vor einer Risspitze herrschenden kontinuumsmechanischen Spannungs- und Verformungsfelder durch einen einzigen, die Feldintensität charakterisierenden, Parameter beschrieben. In der linear-elastischen Bruchmechanik (LEBM) ist dies der Spannungsintensitätsfaktor  $K$  und in der elastisch-plastischen Bruchmechanik (EPBM) das J-Integral. Wird das Geschehen an der Risspitze einzig durch die Asymptotik der Felder gesteuert, so kann das bruchmechanische Verhalten mit dem jeweiligen Parameter vollständig erfasst werden. Auf dieser Basis können dann auch geometrie- und belastungsunabhängige kritische Kennwerte definiert werden, die die Einleitung eines Versagens anzeigen.

### **2.3.1 Das K-Konzept in der linear elastischen Bruchmechanik (LEBM)**

Das in der LEBM entwickelte Bewertungsschema zur Kritikalität einer rissbehafteten Struktur kann für verformungsarmes Bruchversagen eingesetzt werden. Es ist bei metallischen Werkstoffen in Temperaturbereichen anwendbar, in denen ein Versagen mit nur geringer vorheriger Plastifizierung auftritt.

Die Ansätze der linear-elastischen Bruchmechanik gehen auf Griffith [41] und Irwin [42] zurück. Nach Griffith kommt es aus energetischer Sicht dann zur Rissausbreitung, wenn bei einer Rissverlängerung um  $\delta a$  die freiwerdende elastische Energie  $\delta U$  größer ist als die zur Schaffung neuer Rissoberflächen benötigte Energie.

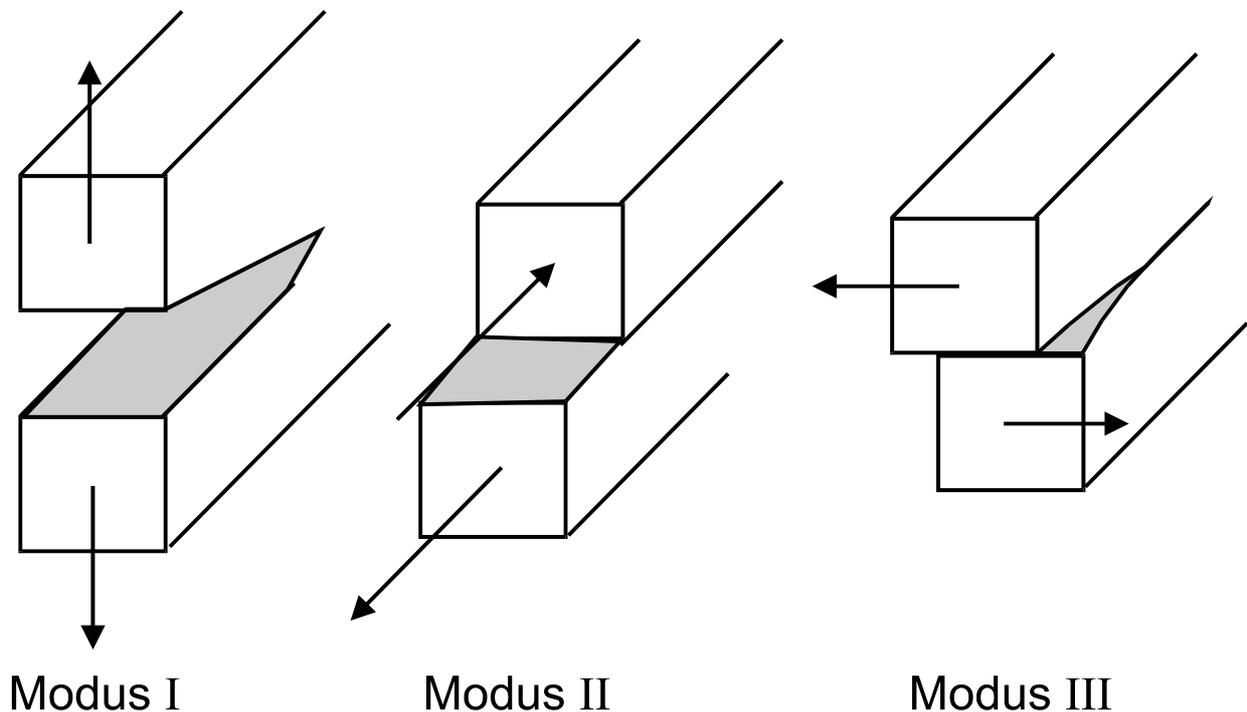
$$\delta U \geq 2\gamma_0 \delta a \quad (2.12)$$

Dabei ist  $\gamma_0$  die spezifische Oberflächenenergie des Risses. Irwin verallgemeinerte die Energiehypothese und führte die Energiefreisetzungsrate, Griffith zu Ehren mit  $G$  bezeichnet, ein. Sie hat die Dimension einer Kraft pro Längeneinheit (Energie pro Rissoberfläche) und ergibt sich aus der Änderung der elastischen Energie  $U$  bezüglich der Rissverlängerung  $\delta a$ ,

$$G = -\frac{\partial U}{\partial a} \quad (2.13)$$

Der Riss breitet sich aus, wenn der kritische Wert  $G_c = 2\gamma_0$  erreicht bzw. überschritten wird.

Maßgeblich für das Rissverhalten sind die an der Riss Spitze herrschenden Spannungs- und Dehnungsfelder. Die Untersuchung der Spannungs- und Verformungsfelder in der Nähe der Unstetigkeitsfläche wurde von Westergaard [43] begonnen und von Sneddon [44], Irwin [45] und Williams [46] fortgesetzt. Eine quantitative Beschreibung des Spannungsfeldes an der Riss Spitze war aber erst nach der Einführung des Spannungsintensitätsfaktors  $K$  durch Irwin möglich. Von ihm wurden auch die drei Grundbeanspruchungsarten: "Normalbeanspruchung" (Modus I), "Längsschubbeanspruchung" (Modus II) und "Querschubbeanspruchung" (Modus III) eingeführt (siehe **Bild 2.2**). Die in der Praxis wichtigste Beanspruchungsart ist die Normalbeanspruchung, da sie zu einer senkrechten Trennung der Rissflächen führt und eine Rissausbreitung senkrecht zur größten Zugspannung für das Auftreten eines Sprödbruchs ausschlaggebend ist.



**Bild 2.2:** Die drei Grundbeanspruchungsarten am Riss.

Für linear-elastisches Materialverhalten unter Normalbeanspruchung ergibt sich am ebenen Riss im Nahfeld der Risssspitze die folgende Näherung der Spannungsverteilungen als erster Term einer Reihenentwicklung [46]:

$$\sigma_{ij}(r, \Theta) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\Theta) \quad \text{für } r \rightarrow 0 \text{ und } i, j = x, y \quad (2.14)$$

Dabei sind  $r$  und  $\Theta$  die Ortskoordinaten des betrachteten Punktes im Polarkoordinatensystem mit Ursprung an der Risssspitze,  $\sigma_{ij}$  die Normal- bzw. Schubspannungen und  $f_{ij}$  dimensionslose nur vom Winkel  $\Theta$  abhängige Funktionen, die in den meisten Lehrbüchern der Bruchmechanik aufgeführt sind, z. B. [47, 48, 49]. Der Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  des im Modus I beanspruchten Risses ist unabhängig von den Koordinaten und charakterisiert eindeutig die Singularität des Spannungsfeldes im Nahbereich der Risssspitze. Er beinhaltet implizit Bauteilgeometrie, Belastungsart und Rissgröße und eignet sich somit als Bruchparameter.

Überschreitet der an einem belasteten Riss berechnete Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  den kritischen materialspezifischen Kennwert der Bruchzähigkeit  $K_{Ic}$ , so tritt Versagen ein. Die

Bruchzähigkeit  $K_{Ic}$  ist bei Metallen eine temperaturabhängige Werkstoffkenngröße und wird an genormten Standardproben ermittelt. Die dazu nötigen Bedingungen, die an die Geometrien und Belastungen bei der Ermittlung der Bruchzähigkeit gestellt werden, sind in den Normvorschriften niedergelegt [50].

Das K-Konzept kann für linear-elastisches Materialverhalten und bei geringer plastischer Verformung angewendet werden, solange das elastische Spannungsfeld die Asymptotik an der Risspitze bestimmt (Small-Scale-Yielding). Treten ausgedehnte Plastifizierungen vor der Risspitze auf, dann stimmen die Spannungen im Rissbereich nicht mehr mit der Näherungslösung in Gleichung 2.14 überein und die Konzepte der LEBM sind nicht mehr gültig.

### 2.3.2 Das J-Konzept in der elastisch plastischen Bruchmechanik (EPBM)

Die elastisch-plastische Bruchmechanik (EPBM) ermöglicht die Formulierung von Versagenskriterien jenseits der Gültigkeit des K-Konzeptes. Die beiden wichtigsten Konzepte sind zum einen das weiter unten folgende J-Integral Konzept und zum anderen das sogenannte COD-Konzept. Für das zweite Konzept sei an dieser Stelle auf die Lehrbücher verwiesen [47, 48, 49], da im weiteren nicht darauf eingegangen wird.

Eine wesentliche Erweiterung der elastisch-plastischen Bruchmechanik (EPBM) brachte die Einführung des J-Integrals als Bruchkriterium. Das J-Integral geht auf Rice [51] und Cherepanov [52] zurück und ist für linear-elastisches und hyperelastisches Materialverhalten ein wegunabhängiges Linienintegral für beliebige, dieselbe Singularität einschließende Konturen um die Risspitze (siehe auch **Bild 2.3**):

$$J = \int_{\Gamma} [W m_1 - t_i u_{i,1}] ds \quad (2.15)$$

Dabei ist die Formänderungsarbeit  $W = \int_0^{\varepsilon_{mn}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$  das Integral der Spannungen über die mechanischen Dehnungen,  $t_i$  Komponente des Spannungsvektors bezüglich des orientierten Oberflächenelements  $ds$  ( $t_i = \sigma_{ij} m_j$ ),  $u_i$  Komponente des Verschiebungsvektors und der Index 1 die Rissrichtung.



Energie. Dennoch kann das J-Integral unter bestimmten Voraussetzungen weiterhin als Bruchparameter eingesetzt werden.

Hutchinson [54, 55] und Rice und Rosengren [56] zeigten, dass das J-Integral im plastischen Bereich vom Kleinbereichsfließen bis hin zu großen Plastifizierungen die Spannungs- und Dehnungsfelder im Rissnahbereich charakterisiert, wenn ein nicht linear-elastisches Materialverhalten vorausgesetzt wird (plastische Deformationstheorie). In der Literatur werden diese asymptotischen Näherungsformeln mit dem Ausdruck HRR-Felder bezeichnet. Im Rahmen der Deformationstheorie der Plastizität kann nichtlinear-elastisches Materialverhalten phänomenologisch durch das einachsige Verfestigungsgesetz von Ramberg-Osgood [57] beschrieben werden.

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (2.18)$$

Es verknüpft die Dehnung  $\varepsilon$  mit der Spannung  $\sigma$  über die dimensionslosen Materialkonstanten  $\alpha$  und  $n$ . Als Bezugspunkte für die Normierungsgrößen werden üblicherweise die Fließgrenze  $\sigma_0$  und die entsprechende Fließdehnung  $\varepsilon_0 = \sigma_0 / E$  gewählt. Mit diesem Materialgesetz ergeben sich für einen stationären Riss die folgenden Approximationen der HRR-Felder im plastisch verformten Nahbereich der Risspitze ( $r \rightarrow 0$ ),

$$\sigma_{ij}(r, \Theta) = \sigma_0 \left[ \frac{J}{\alpha \sigma_0 \varepsilon_0 I_n r} \right]^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_{ij}(\Theta, n) \quad (2.19a)$$

$$\varepsilon_{ij}(r, \Theta) = \sigma_0 \left[ \frac{J}{\alpha \sigma_0 \varepsilon_0 I_n r} \right]^{\frac{n}{n+1}} \tilde{\varepsilon}_{ij}(\Theta, n) \quad (2.19b)$$

Mit den Polarkoordinaten  $r$  und  $\Theta$  des betrachteten Punktes, den Materialkonstanten  $\alpha$  und  $n$  und den Normierungsgrößen  $\sigma_0$  und  $\varepsilon_0$  aus dem Verfestigungsgesetz 2.18.  $I_n$  ist eine von  $n$  abhängige Integrationskonstante,  $\tilde{\sigma}_{ij}$  bzw.  $\tilde{\varepsilon}_{ij}$  sind dimensionslose Funktionen des Winkels und des Verfestigungsexponenten.  $J$  ist das weiter oben bereits angegebene Linienintegral nach Rice. Analog zum Spannungsintensitätsfaktor  $K$  der LEBM in der Gleichung 2.14 bestimmt hier das J-Integral die Amplitude der singulären HRR-Felder.

In der Deformationstheorie wird davon ausgegangen, dass sich die Spannungsverteilung proportional zur angelegten Belastung einstellt. Solange keine Spannungsumlagerungen oder lokalen Entlastungen stattfinden und sich das elastisch-plastische Materialverhalten mit einem Potenzgesetz der Art 2.18 beschreiben lässt, ist das J-Integral eindeutig und wegunabhängig. In der Praxis zeigt sich allerdings, dass das J-Integral auch bei lokalen Entlastungen durch relativ geringes Risswachstum nur eine geringe Wegabhängigkeit aufweist. Die Bedingung hierfür ist, dass die an der Rissspitze auftretenden Zonen nicht proportionaler Belastung eingebettet sein müssen in große Zonen proportionaler Belastung [58].

Das J-Integral ergibt sich insofern als Bruchkriterium, als an die Stelle der von K dominierten großen elastischen Zone um die Rissspitze nun eine von J bzw. dem HRR-Feld dominierte plastische Region tritt, die eine kleine sogenannte Bruchprozesszone direkt an der Rissspitze einschließt. In der Bruchprozesszone findet eine Rissinitiierung statt, sobald das J-Integral den Materialkennwert  $J_{Ic}$  übersteigt. Zur experimentellen Bestimmung des Initiierungswertes verwendet man Proben gleicher Risslänge, die unterschiedlich hoch belastet werden. Die Basis der Versuchsauswertung bildet die Interpretation des J-Integrals als Energieänderung bei Rissverlängerung. Die genaue Vorgehensweise zur Ermittlung gültiger  $J_{Ic}$ -Werte an genormten Proben ist in der amerikanischen Norm ASTM E 1921-97 [59] geregelt. Innerhalb der Grenzen der linear-elastischen Bruchmechanik wird J über 2.17 in einen Spannungsintensitätsfaktor umgerechnet und dann mit der Bruchzähigkeit des Materials verglichen.

Bei duktilem Werkstoffverhalten ist der Rissinitiierungszeitpunkt in der Regel nicht identisch mit dem Versagenszeitpunkt. Es schließt sich ein mehr oder weniger ausgeprägtes Risswachstum an. In diesem Bereich ist eine Erhöhung der Rissbeanspruchung notwendig, um den Riss weiter voran schreiten zu lassen. Der Widerstand des Materials gegen Risswachstum wird durch die Risswiderstandskurve  $J_R$  beschrieben. In der Risswiderstandskurve wird J als Funktion der Rissverlängerung  $\Delta a$  aufgetragen. Ein schnelles instabiles Risswachstum findet statt, wenn der aus der Belastung resultierende J-Wert mit wachsendem  $\Delta a$  schneller ansteigt als der Risswiderstand [60]. Der Instabilitätspunkt kann also über den folgenden Vergleich ermittelt werden:

$$\left( \frac{\partial J}{\partial a} \right)_{Bauteil} = \left( \frac{\partial J}{\partial a} \right)_{Material} \quad (2.20)$$

Die an Laborproben gemessenen Risswiderstandskurven sind aber nur bedingt auf reale Bauteile übertragbar, denn die  $J_R$ -Kurven sind von der Probengeometrie und der Belastungsart abhängig. Die Problematik bezüglich der Übertragbarkeit von Standardproben auf reale

Bauteile wird in der Literatur häufig mit "Constraint-Einfluss" bezeichnet und ist Gegenstand intensiver Forschungsarbeiten [61, 62, 107].

## **2.4 J-Integral Modifikationen und Erweiterungen**

In zahlreichen Arbeiten und Experimenten konnte aufgezeigt werden, dass das von Rice ursprünglich für linear-elastisches Materialverhalten vorgestellte Linienintegral  $J$  unter bestimmten Voraussetzungen als Bruchkriterium bis in den Bereich großer Plastifizierung anwendbar ist. Das  $J$ -Integral hat sich als einheitlicher Parameter in der elastisch-plastischen Bruchmechanik auch bei komplexen Belastungsannahmen und Bauteilgeometrien bewährt [63, 64]. Für linear elastisches Material ist  $J$  identisch mit der Energiefreisetzungsrate. Die zur Schaffung neuer Rissoberflächen nötige Energie wird aus der im Körper gespeicherten elastischen Energie gespeist. Sobald Plastifizierung eintritt, verliert  $J$  diese Deutung, da ein erheblicher Anteil der zugeführten Energie durch Plastifizierungsvorgänge an der Rissspitze dissipiert. Für deformationsplastisches Materialverhalten (z.B. Ramberg-Osgood Materialgesetz 2.18) und proportionaler Belastung ist das  $J$ -Integral wegunabhängig und ein Maß für die Singularität des Spannungsfeldes vor der Rissspitze. Treten jedoch Entlastungen oder Spannungsumlagerungen auf, so verliert auch die Annahme eines singulären Feldes vor der Rissspitze ihre Gültigkeit. Die bis dahin eindeutige Beziehung zwischen den Spannungen und Dehnungen geht verloren, das  $J$ -Integral wird wegababhängig.

Um über diese Grenzen hinaus einen wegunabhängigen Parameter auf der Basis des  $J$ -Integrals zur Verfügung zu haben, wurden verschiedene Modifikationen des Linienintegrals vorgeschlagen. Einige dieser Parameter werden im folgenden kurz vorgestellt, wobei die angegebenen Formeln nur den Fall rein mechanischer Belastung unter der Annahme infinitesimaler Dehnungen berücksichtigen. Volumenkräfte und Rissuferbelastungen werden ebenfalls ausgeschlossen, sie können aber ohne Schwierigkeiten über zusätzliche Integrale später noch hinzugefügt werden.

### **2.4.1 Die modifizierte Energiefreisetzungsrate von Eftis et al.**

Eftis et al. [65] schlugen 1975 eine Modifizierung der kritischen Energiefreisetzungsrate für elastisch-plastisches Materialverhalten vor. Dazu berücksichtigten sie in der freigesetzten Energie Anteile der plastischen Deformation. Es wurde keine analytische Formulierung zur Berechnung angegeben, sondern ein Verfahren zur experimentellen Bestimmung der

modifizierten kritischen Energiefreisetzungsrate  $\tilde{G}_c$  aus Last-Verschiebungskurven von Proben. Dabei wiesen Eftis et al. darauf hin, dass das J-Integral nicht diesem Wert entspricht.

#### 2.4.2 Das Integral nach Kishimoto

Eine weitere Modifizierung wurde 1980 von Kishimoto et al. [66] veröffentlicht. Sie formulierten ein weg- und gebietsunabhängiges Integral  $\hat{J}$ . Um die Risspitze herum wird ein endliches kleines Gebiet ausgespart, das die Bruchprozesszone darstellt. Es wird angenommen, dass die in dieser Zone herrschenden Bedingungen unabhängig von den geometrischen Ausdehnungen des Bauteils und den äußeren Belastungen ist. Während des Rissfortschritts bewegt sich die Bruchprozesszone mit der Risspitze weiter. Das geschlossene Wegintegral wird über die Berandung dieser Zone und einen weiter außerhalb liegenden beliebigen Bereich des Körpers geführt (Weg C in **Bild 2.3** bei festem  $\varepsilon$ ), und im Integranden stehen die gleichen Größen wie beim J-Integral. Das Gebietsintegral umfasst das von diesem Weg eingeschlossene Volumen  $V$ , und im Integranden steht das Produkt der Spannungskomponenten mit den Ortsableitungen der plastischen Dehnungskomponenten.

$$\hat{J}_1 = \int_C \left[ W n_1 - t_i u_{i,1} \right] ds + \int_V \sigma_{ij} \varepsilon_{ij,1}^p dV \quad (2.21)$$

Dieses Volumenintegral ist im Falle elastisch-plastischen Materialverhaltens von Null verschieden und ergibt einen Korrekturterm zum J-Integral. Die Autoren zeigten, dass  $\hat{J}$  eine mögliche analytische Form für die von Eftis et al. vorgeschlagene modifizierte Energiefreisetzungsrate ist. Für linear-elastisches Material ist das Integral identisch mit dem Rice'schen Linienintegral, da dann keine Bruchprozesszone existiert und somit auch  $\varepsilon^p$  Null ist.

#### 2.4.3 T\* von Atluri

Eine inkrementelle Darstellung eines weg- und gebietsunabhängigen Integrals für isotrop verfestigendes Material wurde 1984 von Atluri und Mitarbeitern [4] präsentiert. Es handelt sich hierbei um eine Verallgemeinerung des J-Integrals für elastisch-plastisches Materialverhalten unter beliebiger Be- und Entlastung. Für linear-elastisches Materialverhalten ist das Integral  $T^*$  identisch mit dem J-Integral, bei elastisch-plastischem Materialverhalten im Rahmen einer inkrementellen Plastizitätstheorie wird das J-Integral durch einen aus einer Volumenintegration stammenden Term korrigiert.

Als Ausgangspunkt der Herleitung dient das von Rice formulierte wegunabhängige J-Integral. Zur Veranschaulichung der verschiedenen verwendeten Pfad- und Geometriebezeichnungen dient wiederum **Bild 2.3**. Betrachtet wird ein mit Riss in  $X_1$ -Richtung behafteter Körper  $K$  und zwei den Riss umfassende Pfade.  $\Gamma$  bezeichnet den Pfad um die Rissspitze im Abstand  $\varepsilon$  und  $C_2+C_3+C_4$  einen weiter außen liegenden Pfad. Die entsprechenden Richtungen der Normalenvektoren  $m$  und  $n$  werden ebenfalls an **Bild 2.3** deutlich. Betrachtet wird die  $X_1$  Komponente (Rissrichtung) des wegunabhängigen J-Vektors.

$$J_1 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma} [Wm_1 - t_i u_{i,1}] ds \quad (2.22a)$$

$$= \int_{C_2+C_3+C_4} [Wm_1 - t_i u_{i,1}] ds \quad (2.22b)$$

Dabei ist die Formänderungsarbeit  $W = \int_0^{\varepsilon_{mn}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$  das Integral der Spannungen über die mechanischen Dehnungen,  $t_i$  Komponente des Spannungsvektors bezüglich des orientierten Oberflächenelements ( $t_i = \sigma_{ij} m_j$ ) und  $u_i$  Komponente des Verschiebungsvektors. In einem ersten Schritt wird formal das Inkrement der verschiedenen Größen gebildet. Somit ergibt sich aus 2.22:

$$\Delta J_1 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma} [\Delta W m_1 - (t_i + \Delta t_i) \Delta u_{i,1} - \Delta t_i u_{i,1}] ds \quad (2.23a)$$

$$= \int_{C_2+C_3+C_4} [\Delta W m_1 - (t_i + \Delta t_i) \Delta u_{i,1} - \Delta t_i u_{i,1}] ds \quad (2.23b)$$

$\Delta$  vor einer Größe steht für deren Änderung vom Lastschritt  $n$  auf den Lastschritt  $n+1$ . Der inkrementelle Zuwachs der Formänderungsarbeit  $W$  ergibt sich aus der Spannung des letzten Lastschritts und den Inkrementen der Spannungen und Dehnungen zu  $\Delta W = (\sigma_{ij} + \frac{1}{2} \Delta \sigma_{ij}) \Delta \varepsilon_{ij}$  (siehe **Bild 2.4**). Im Falle rein elastischen Materials hängt der lokale Spannungszustand eindeutig von den Dehnungen ab und  $\Delta J_1$  ist wegunabhängig. Bei elastisch-plastischem Materialverhalten ist dies nicht mehr der Fall, und die Formänderungsarbeit hängt von der Belastungsgeschichte ab. Dies führt zur Wegabhängigkeit, so dass  $\Delta J_1$  entlang des Weges  $\Gamma$  nicht mehr gleich dem  $\Delta J_1$  entlang des Weges  $C_2+C_3+C_4$  ist. Bei Atluri wird nun zum äußeren Pfad ein Integral  $\Delta J_1$  mit der Eigenschaft addiert, dass die

Summe von  $\Delta J_1$  entlang des äußeren Pfades ( $C_2+C_3+C_4$ ) und dem Integral  $\Delta I_1$  gleich dem  $\Delta J_1$  entlang des inneren Pfades ( $\Gamma$ ) ist. Im Grenzprozess wenn  $\Gamma$  gegen die Risspitze geht, wird der resultierende Integralwert mit  $\Delta T^*_1$  definiert.

$$\Delta T^*_1 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma} [\Delta W m_1 - (t_i + \Delta t_i) \Delta u_{i,1} - \Delta t_i u_{i,1}] ds \quad (2.24a)$$

$$\Delta T^*_1 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[ \int_{C_2+C_3+C_4} [\Delta W m_1 - (t_i + \Delta t_i) \Delta u_{i,1} - \Delta t_i u_{i,1}] ds + \Delta I_1 \right] \quad (2.24b)$$

Durch Gleichsetzen der beiden Gleichungen 2.24a und 2.24b lässt sich die Differenz  $\Delta I_1$  der beiden Pfade berechnen.

$$\Delta I_1 = - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{C_2+C_3+C_4-\Gamma} [\Delta W n_1 - (t_i + \Delta t_i) \Delta u_{i,1} - \Delta t_i u_{i,1}] ds \quad (2.25)$$

Anwendung des Satzes von Gauß auf 2.25 ergibt:

$$\Delta I_1 = - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{V-V_\varepsilon} [\Delta W_{,1} - [(\sigma_{ij} + \Delta \sigma_{ij}) \Delta u_{i,1}]_{,j} - [\Delta \sigma_{ij} u_{i,1}]_{,j}] dV \quad (2.26)$$

Unter Berücksichtigung der Gleichgewichtsbedingung  $\sigma_{ij,j} = 0$  und der Kompatibilitätsbedingung  $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$  erhält man,

$$\Delta I_1 = - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{V-V_\varepsilon} [\Delta W_{,1} - (\sigma_{ij} + \Delta \sigma_{ij}) \Delta \varepsilon_{ij,1} - \Delta \sigma_{ij} \varepsilon_{ij,1}] dV \quad (2.27)$$

Wird jetzt das Inkrement der Formänderungsarbeit  $\Delta W = (\sigma_{ij} + \frac{1}{2} \Delta \sigma_{ij}) \Delta \varepsilon_{ij}$  eingesetzt, so ist

$$\Delta I_1 = - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{V-V_\varepsilon} [(\sigma_{ij} + \frac{1}{2} \Delta \sigma_{ij}) \Delta \varepsilon_{ij}]_{,1} - (\sigma_{ij} + \Delta \sigma_{ij}) \Delta \varepsilon_{ij,1} - \Delta \sigma_{ij} \varepsilon_{ij,1}] dV \quad (2.28)$$

$$= - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{V-V_\varepsilon} [(\sigma_{ij,1} + \frac{1}{2} \Delta \sigma_{ij,1}) \Delta \varepsilon_{ij} - (\varepsilon_{ij,1} + \frac{1}{2} \Delta \varepsilon_{ij,1}) \Delta \sigma_{ij}] dV \quad (2.29)$$

Durch Rücksubstitution in Gleichung 2.24b ergibt sich das weg- und gebietsunabhängige, inkrementell formulierte Integral  $\Delta T^*$  von Atluri:

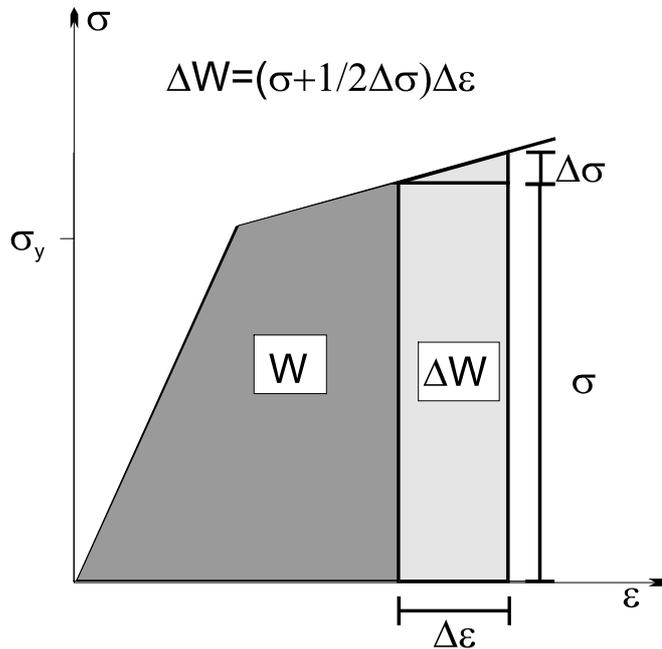
$$\begin{aligned} \Delta T_1^* = & \int_{C_2+C_3+C_4} [\Delta W m_1 - (t_i + \Delta t_i) \Delta u_{i,1} - \Delta t_i u_{i,1}] ds \\ & + \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{V-V_\varepsilon} [(\varepsilon_{ij,1} + \frac{1}{2} \Delta \varepsilon_{ij,1}) \Delta \sigma_{ij} - (\sigma_{ij,1} + \frac{1}{2} \Delta \sigma_{ij,1}) \Delta \varepsilon_{ij}] dV \end{aligned} \quad (2.30)$$

Der erste Term auf der rechten Seite entspricht dem Inkrement  $\Delta J_1$  des J-Integralwerts. Das Volumenintegral dient als Korrekturterm zum J-Integral und sorgt für die Weg- und Gebietsunabhängigkeit des Parameters.

$$\Delta T_1^* = \Delta J_1 + \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{V-V_\varepsilon} [(\varepsilon_{ij,1} + \frac{1}{2} \Delta \varepsilon_{ij,1}) \Delta \sigma_{ij} - (\sigma_{ij,1} + \frac{1}{2} \Delta \sigma_{ij,1}) \Delta \varepsilon_{ij}] dV \quad (2.31)$$

Das Volumenintegral erstreckt sich im Grenzfall über das gesamte Gebiet zwischen Risspitze und dem Weg der J-Integralauswertung  $\Delta J_1$ . Der Gesamtwert  $T^*$  des Integrals ergibt sich als Summe der Inkremente aller Lastschritte. Aus 2.23a ist ersichtlich, dass das Integral  $\Delta T^*$  dem Grenzwert des Wegintegrals  $\Delta J_1$  für einen auf die Risspitze schrumpfenden Integrationspfad und somit das Integral  $T^*$  dem J-Integral an der Risspitze entspricht. Die Berechnung erfolgt durch ein Wegintegral über einen beliebigen äußeren Pfad und ein Gebietsintegral über das von diesem Pfad und dem Rissspitzenpfad eingeschlossene Volumen. Anwendungen des Parameters  $T^*$  für stabiles Risswachstum mit Entlastungs- und Wiederbelastungsphasen sind in [67, 68] und für dynamische Belastungen in [69] zu finden.

Für linear-elastisches Materialverhalten verschwindet das Volumenintegral, da die Spannungen mit den Dehnungen über den Elastizitätstensor in Gleichung 2.3 verknüpft sind und sich dadurch die beiden Terme im Volumenintegral aufheben.



**Bild 2.4:** Akkumulierte Formänderungsarbeit und Inkrement der Formänderungsarbeit für einachsige isotrope Verfestigung

Werden sowohl die Dehnungen in einen elastischen und einen plastischen Anteil separiert  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{el} + \varepsilon_{ij}^{pl}$ , als auch das Inkrement der Formänderungsarbeit  $\Delta W = \Delta W^{el} + \Delta W^{pl}$ , und sind die Spannungen eine eindeutige Funktion der elastischen Dehnungen, so heben sich im Volumenintegral wiederum die elastischen Anteile auf. Das Wegintegral ändert sich hingegen nicht. Wird so verfahren, dann ergeben sich die beiden folgenden äquivalente Formulierungen des ursprünglich von Atluri angegebenen weg- und gebietsunabhängigen Integrals. Aus 2.31 ergibt sich direkt,

$$\Delta T_1^* = \Delta J_1 + \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{V-V_\varepsilon} \left[ (\varepsilon_{ij,1}^{pl} + \frac{1}{2} \Delta \varepsilon_{ij,1}^{pl}) \Delta \sigma_{ij} - (\sigma_{ij,1} + \frac{1}{2} \Delta \sigma_{ij,1}) \Delta \varepsilon_{ij}^{pl} \right] dV \quad (2.32)$$

und aus 2.27 zusammen mit 2.31

$$\Delta T_1^* = \Delta J_1 - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{V-V_\varepsilon} \left[ \Delta W_{,1}^{pl} - (\sigma_{ij} + \Delta \sigma_{ij}) \Delta \varepsilon_{ij,1}^{pl} - \Delta \sigma_{ij} \varepsilon_{ij,1}^{pl} \right] dV \quad (2.33)$$

#### 2.4.4 Zu T\* äquivalente Parameter

Carpenter Read und Dodds [70] gaben 1986 ebenfalls einen Korrekturwert zum J-Integral für elastisch-plastisches Material und inkrementeller Plastizität an. Sie betrachteten die Formänderungsarbeit  $W$  als Funktion der Verschiebungen und des Ortes. In ihrem abgeleiteten Korrekturfaktor wird die unterschiedliche lokale Deformationsgeschichte der Materialpunkte berücksichtigt. Das gesamte weg- und gebietsunabhängige Integral  $\tilde{J}$  ergibt sich für eine zweidimensionale Betrachtung zu:

$$\tilde{J} = J - \int_V (W_{,1}^p - \sigma_{ij} \varepsilon_{ij,1}^{pl}) dV \quad (2.34)$$

Das Volumen entspricht dem in 2.31 angegebenen Gebiet nach der Grenzwertbildung. Der Index "pl" bezeichnet die plastischen Anteile der jeweiligen Größen. Carpenter, Read und Dodds wiesen auch darauf hin, dass in dem von Kishimoto angegebenen Korrekturwert für  $\hat{J}$  2.21 die lokale Deformationsgeschichte der in der Formänderungsarbeit enthaltenen Energie nicht berücksichtigt wird. Wird ein isotrop verfestigendes Material wie bei Atluri vorausgesetzt und formal das Inkrement der Größen gebildet, so sind die beiden Formulierungen für  $\tilde{J}$  und T\* identisch (vergleiche 2.33). Ein ähnlicher Korrekturwert wurde auch 1989 von Schmitt und Kienzler in [71] angegeben, der dort allerdings einer Vorzeichenkorrektur bedarf. Auch der 1994 von Bo Wang et al. in [72] angegebene Parameter führt nicht darüber hinaus.

Eine weitere Möglichkeit zur Berechnung der Energiefreisetzungsrate  $G(l)$  für elastisch-plastisches Materialverhalten wurde in einem 1996 erschienenen Artikel von Chiarelli und Mitarbeitern [73] angegeben. Auch hier wird ein weg- und gebietsunabhängiges Integral zur Berechnung eingesetzt. Das Gebietsintegral fungiert wiederum als Korrekturterm des J-Integrals und es erstreckt sich über den Bereich  $B_{\zeta(l)}$ , der die Menge aller Materialpunkte im Rissbereich umfasst, die während der Belastungsgeschichte einmal eine Plastifizierung gesehen haben. Wird das Wegintegral entlang eines Pfades ausgewertet, der während der gesamten Belastungsgeschichte im elastischen Bereich liegt, so ist,

$$G(l) = J - \hat{e} \int_{B_{\zeta(l)}} \text{div}(W\bar{I} - \nabla\bar{u}^T \bar{\sigma}) dA \quad (2.35)$$

Mit  $\hat{e}$  als Einheitsvektor in Rissausbreitungsrichtung, der Einheitsmatrix  $\bar{I}$ , dem Verschiebungsgradient  $\nabla\bar{u}$  (Tensor) und dem Spannungstensor  $\bar{\sigma}$ . Liegt die Rissausbreitungsrichtung in  $X_1$ -Richtung, dann ergibt sich der Integrand des Gebietsintegrals

zu  $W_{,1} - \sigma_{ij} \varepsilon_{ij,1}$ , was wiederum nach Inkrementierung bei isotrop verfestigenden Material dem von Atluri angegebenen Korrekturterm entspricht (siehe 2.27).

#### 2.4.5 Der Parameter $G_{TP}$

Schließlich sei auch noch das von Debruyne [74] veröffentlichte weg- und gebietsunabhängige Integral zur Berechnung des Bruchparameters  $G_{TP}$  erwähnt. Es ist eine Erweiterung auf elastisch-plastisches Material des von Destuynder [75] angegebenen Integrals zur Berechnung der Energiefreisetzungsrate  $G$  in elastischen Materialien. Die Berechnung erfolgt über eine Risserweiterung mit einer Abbildungsfunktion, die der Rissverschiebung von deLorenzi [82] ähnlich ist. In der Erweiterung ergibt sich ein Volumenintegral über die plastische Zone als Korrekturterm zum J-Integral. Im Integranden stehen wieder die Ableitung der plastischen Formänderungsarbeit und das Produkt aus Spannungen und plastischen Dehnungsableitungen, jeweils noch multipliziert mit der Abbildungsfunktion der Risserweiterung.

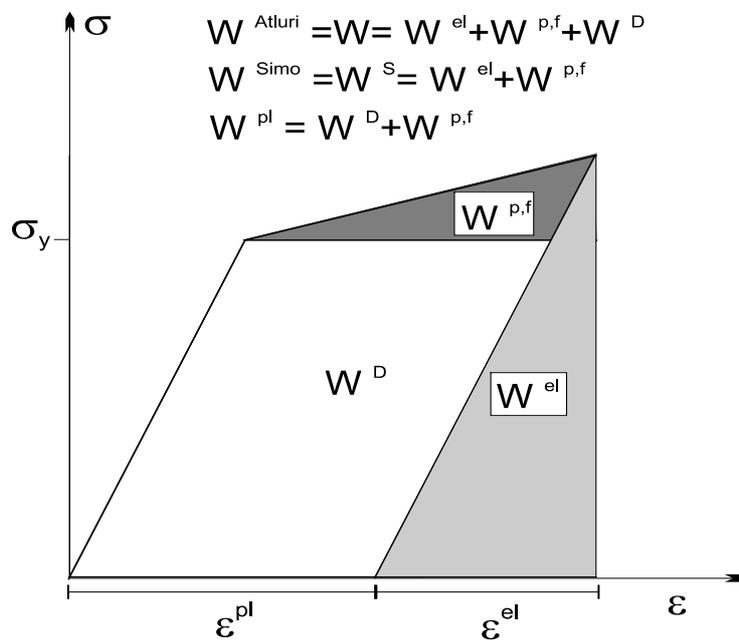
#### 2.4.6 Das weg- und gebietsunabhängige Integral $J^*$ von Simo und Honein

Simo und Honein [5] haben aus allgemeinen Energiebetrachtungen und dem Noether-Theorem eine Verallgemeinerung des J-Integrals für elastisch-plastisches und viskoplastisches Materialverhalten hergeleitet. Zur Aufstellung der zeitlich diskretisierten Energiefunktion (Lagrange-Funktion) gehen sie davon aus, dass sich die gesamte freie Energie im Zeitschritt  $n$  aus der gesamten freien Energie im Zeitschritt  $n+1$  plus der zwischen  $n$  und  $n+1$  dissipierten Energie berechnen lässt. Die gesamte freie Energie setzt sich zusammen aus den Volumenkräften, den am Körper wirkenden äußeren Kräften und der inneren freien Energie (Helmholtz' sche freie Energie [76]), die eine Funktion der elastischen Dehnungen und der Verfestigungsparameter ist. Mit dem Noether-Theorem wird aus der diskretisierten Energiefunktion eine Erhaltungsgröße in Form eines weg- und gebietsunabhängigen Integrals hergeleitet, das für singularitätenfreie Volumina verschwindet. Umschließt das Gebiet eine Singularität, so wird die Erhaltungsgröße mit  $J^*$  definiert und ist im Falle elastischen Materials mit dem J-Integral identisch. Ein Beispiel zur Implementierung des Parameters im Rahmen eines Finite-Elemente-Programms ist in [77] zu finden, Auswertungen bezüglich der Weg- und Gebietsunabhängigkeit in [76] und Auswertungen von monoton belasteten Bruchmanikproben mit thermischen Gradienten in [78]. Krämer und Krolop [79] griffen diese Ideen auf und führten für isotrop verfestigendes Material das Produkt aus Streckgrenze und akkumulierter plastischer Dehnung als dissipativen Anteil ein. Damit ergibt sich das weg- und gebietsunabhängige

Integral  $J^*$  für isotrop verfestigendes Material mit von Mises Plastizität für einen in  $X_1$ -Richtung liegenden Riss mit obiger Notation zu:

$$J_1^* = \int_{C2+C3+C4} (W^S n_1 - t_i u_{i,1}) ds - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{V-V_\varepsilon} (W_{,1}^{p,f} - \sigma_{ij} \varepsilon_{ij,1}^{pl}) dV \quad (2.36)$$

Der wesentliche Unterschied zu  $T^*$  ist der in den Integralen berücksichtigte energetische Anteil der Formänderungsarbeit. **Bild 2.5** veranschaulicht die unterschiedlichen Energieanteile im Spannungs-Dehnungsdiagramm für einachsige isotrope Verfestigung.



**Bild 2.5:** Bezeichnungen der Energieanteile der Formänderungsarbeit für einachsige isotrope Verfestigung

### 2.4.7 Diskussion

Die in der Literatur angegebenen Modifikationen des J-Integrals zu einem Parameter, der auch im Falle der Entlastung wegunabhängig bleibt, führen auf weg- und gebietsunabhängige Integrale. Generell eignen sich mehrere der in den letzten Unterkapiteln vorgestellten Parameter zur näheren Untersuchung. Als Mindestanforderung muss der auszuwählende Parameter die lokale Deformationsgeschichte eines jeden Materialpunkts berücksichtigen und aus den Ergebnissen einer Finite-Elemente-Rechnung bestimmbar sein. Das von Atluri angegebene Integral  $T^*$  erfüllt diese Forderungen und deckt im Falle isotroper Verfestigung die von einigen anderen Autoren vorgeschlagenen Modifikationen ab. Jedoch handelt es sich bei diesem Parameter lediglich um eine formale Konstruktion zur Behebung der auftretenden Wegabhängigkeit. Der Nachweis der Existenz des Grenzwertes und eine physikalische Interpretation fehlen bis heute. Dies schließt allerdings eine bruchmechanische Relevanz nicht von vorneherein aus.

Auch das von Simo entwickelte  $J^*$  wird weiterhin betrachtet, da es ebenfalls die nötigen Forderungen erfüllt und darüber hinaus von den Autoren als Energiefreisetzungsrate interpretiert wird. Bei einsetzender Plastifizierung stimmt  $J^*$  nicht mehr mit  $T^*$  überein und kann somit als ein zusätzlicher vergleichender Parameter herangezogen werden.

### 3 Weg- und Gebietsunabhängige Integrale in der VCE-Form

Um die Parameter  $T^*$  und  $J^*$  in Verbindung mit einem FE-Programm auszuwerten, werden sie zunächst auf eine zur Programmierung geeignetere Form gebracht. Dazu bietet sich die Methode der virtuellen Rissverschiebung (VCE<sup>1</sup>-Methode) an. Die Aufarbeitung der weg- und gebietsunabhängigen Integrale wird in Kapitel 3.1 beschrieben. Die numerische Umsetzung der resultierenden Integrale in Verbindung mit den Ergebnissen der Finite-Elemente-Berechnung ist in Kapitel 3.2 dargestellt. Anschließend folgt die Beschreibung des entwickelten Programms zur  $T^*$ - und  $J^*$ -Berechnung.

#### 3.1 Formulierung der Parameter $T^*$ und $J^*$ nach der VCE-Methode

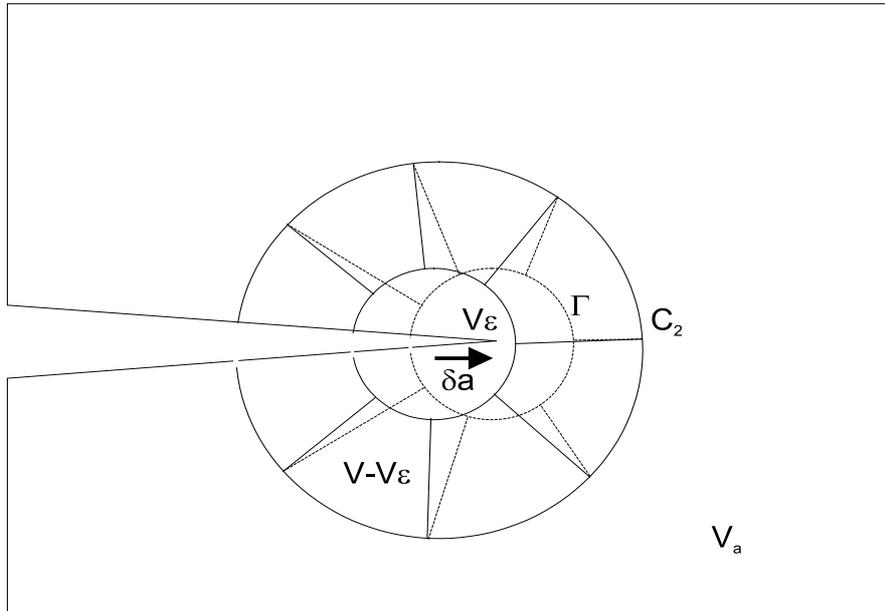
Die Entwicklung der Methode der virtuellen Rissverschiebung geht auf Hellen [80] und Parks [81] zurück. Sie zeigten, dass sich das J-Linienintegral - in der Deutung als Änderung der potenziellen Energie pro Risserweiterungsfläche - in einer Finite-Elemente-Analyse durch eine Volumenintegration berechnen lässt. Dazu wird im Rissspitzenbereich eine konstante Verschiebung angesetzt, die dann zu einer weiter außen liegenden Schale stetig auf Null abfällt (siehe **Bild 3.1**). Die Berechnung der potenziellen Energieänderung der verschobenen Elemente dividiert durch die konstant aufgebrachte Verschiebung entspricht dem Wert des J-Integrals bzw. der Energiefreisetzungsrate [82].

Li und Mitarbeiter [83] zeigten, dass sich diese Methode auch zur Berechnung lokaler J-Werte entlang einer Rissfront im dreidimensionalen Körper eignet. Moran und Shih [84, 85] gaben eine verallgemeinerte Darstellung zur Berechnung von Linienintegralen eines Momenten- oder Flusstensors durch eine Volumenintegration an. Eine ebenfalls verallgemeinerte Darstellung der VCE-Methode ist von Krämer in [86] dargestellt worden.

Neben der Möglichkeit, lokale J-Werte zu berechnen, hat die Volumenintegration im Vergleich zur Linienintegralberechnung den weiteren Vorteil, dass die Integration elementweise mit den an den Gaußpunkten und Knoten zur Verfügung stehenden Ergebnissen durchgeführt werden kann.

---

<sup>1</sup> VCE = Virtual Crack Extension



**Bild 3.1:** Veranschaulichung des virtuellen Verschiebungsfeldes

### 3.1.1 Formulierung von $\Delta T^*$ in VCE-Form

In der folgenden Herleitung wird von einem isothermen Problem ohne Volumenkräfte ausgegangen. Die Korrekturwerte bei Anwesenheit von Volumenkräften und thermischen Dehnungen ergeben jeweils ein zusätzliches Volumenintegral, das dann später hinzugefügt werden kann. Die Bezeichnungen der Pfade und Normalenrichtungen können dem **Bild 2.3** entnommen werden. Den Ausgangspunkt der Betrachtungen bildet das von Rice eingeführte verallgemeinerte J-Integral entlang eines geschlossenen, die Rissspitze ausschließenden, Weges  $C = C_2 + C_3 - \Gamma + C_4$ , multipliziert mit einem beliebigen Verschiebungsfeld  $v_k$ . Es gilt:

$$\oint_C (W\delta_{ki} - \sigma_{ij}u_{j,k})v_k n_i ds = 0 \quad (3.1)$$

für das singularitätenfreie eingeschlossene Volumen. Ersetzt man den in der Klammer stehenden Tensor durch den Ausdruck  $H_{ki}$  so folgt :

$$-\int_{\Gamma} H_{ki}v_k n_i ds = \oint_C H_{ki}v_k n_i ds - \int_{C_3+C_4} H_{ki}v_k n_i ds - \int_{C_2} H_{ki}v_k n_i ds \quad (3.2)$$

Das virtuelle Verschiebungsfeld  $v_k$  wird jetzt so spezifiziert, dass der Einheitsvektor der Verschiebung  $v_k$  parallel zur Rissebene und senkrecht zur Rissfront liegt, was im zweidimensionalen Raum der geraden Verlängerung des Risses entspricht. Weiterhin ist das Verschiebungsfeld so gewählt, dass es den konstanten Wert  $\delta a$  im Volumen  $V_\varepsilon$  einschließlich  $\Gamma$  hat und dann linear im Bereich  $V - V_\varepsilon$  abfällt, so dass auf der äußeren Berandung  $C_2$  und im Restvolumen  $V_a$  der Wert Null erreicht wird (siehe **Bild 3.1**).

$$v_k = \begin{cases} \delta a v_k & = \text{konstant in } V_\varepsilon \text{ und auf } \Gamma \\ f v_k & = \text{lineare Funktion in } V - V_\varepsilon \\ 0 & \text{auf } C_2 \text{ und im Restvolumen } V_a \end{cases}$$

Bei dieser Wahl des Verschiebungsfeldes verschwindet das Linienintegral über den Weg  $C_2$ , da  $v_k=0$  ist auf  $C_2$ . Anwendung des Satzes von Gauß auf das geschlossene Linienintegral über  $C$  ergibt dann:

$$-\int_{\Gamma} H_{ki} v_k n_i ds = \int_{V-V_\varepsilon} H_{ki} v_{k,i} dV + \int_{V-V_\varepsilon} H_{ki,i} v_k dV - \int_{C_3+C_4} H_{ki} v_k n_i ds \quad (3.3)$$

Lässt man  $\Gamma$  nun wieder gegen die Risspitze gehen ( $\varepsilon \rightarrow 0$ ), so erhält man:

$$-\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma} H_{ki} v_k n_i ds = \int_V H_{ki} v_{k,i} dV + \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{V-V_\varepsilon} H_{ki,i} v_k dV - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{C_3+C_4} H_{ki} v_k n_i ds \quad (3.4)$$

Berücksichtigt man, dass die virtuelle Verschiebung auf  $\Gamma$  und in  $V_\varepsilon$  konstant vom Wert  $\delta a$  ist, und definiert man den Grenzwert des Skalarprodukts zwischen dem Einheitsvektor der Verschiebung und dem Vektorintegral mit  $R$ , so ist

$$-\delta a R = \int_V H_{ki} v_{k,i} dV + \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{V-V_\varepsilon} H_{ki,i} v_k dV - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{C_3+C_4} H_{ki} v_k n_i ds \quad (3.5)$$

Werden im weiteren lastfreie Rissflanken betrachtet, so verschwindet das Wegintegral über  $C_3+C_4$  und aus 3.5 folgt:

$$-\delta a R = \int_V H_{ki} v_{k,i} dV + \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{V-V_\varepsilon} H_{ki,i} v_k dV \quad (3.6a)$$

$$R = \frac{1}{\delta a} \left[ \int_V (\sigma_{ij} u_{j,k} - W \delta_{ki}) v_{k,i} dV - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{V-V_\varepsilon} (W \delta_{ki} - \sigma_{ij} u_{j,k})_{,i} v_k dV \right] \quad (3.6b)$$

Im Falle elastischen Materials ist  $H_{ki,i} = 0$  und 3.6 geht in die von deLorenzi gefundene Formulierung des J-Integrals als Energiefreisetzungsrate  $G$ , bezogen auf die Risserweiterungsfläche  $\delta a$  (Breite = 1) über [87].

$$J = G = \frac{1}{\delta a} \left[ \int_V (\sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} - W \delta_{ik}) \frac{\partial v_k}{\partial x_i} dV \right] \quad (3.7)$$

Für elastisch-plastisches Materialverhalten ist die Formänderungsarbeit von der Belastungsgeschichte abhängig und der zweite Term auf der rechten Seite von 3.6 ist nicht mehr Null. Wird eine virtuelle Verschiebung in  $X_1$ -Richtung betrachtet und bildet man formal das Inkrement des Tensors  $H_{ii}$ , so ist der zweite Term auf der rechten Seite von 3.6b identisch mit dem von Atluri angegebenen Korrekturterm  $\Delta I_1$  multipliziert mit dem virtuellen Verschiebungsvektor. Somit ergibt sich der folgende zur numerischen Berechnung geeignete Ausdruck des von Atluri hergeleiteten Parameters  $\Delta T^*$ ,

$$\Delta T^* = \frac{1}{\delta a} \left\{ \int_V [(\sigma_{ij} + \Delta \sigma_{ij}) \Delta u_{j,k} + \Delta \sigma_{ij} u_{j,k} - \Delta W \delta_{ki}] v_{k,i} dV - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{V-V_\varepsilon} [(\sigma_{ij,k} + \frac{1}{2} \Delta \sigma_{ij,k}) \Delta \varepsilon_{ij} - (\varepsilon_{ij,k} + \frac{1}{2} \Delta \varepsilon_{ij,k}) \Delta \sigma_{ij}] v_k dV \right\} \quad (3.8)$$

Im Falle einer dreidimensionalen Konfiguration behält die Herleitung ihre Gültigkeit, wenn für das virtuelle Verschiebungsfeld in der dritten Dimension eine zum Bereich  $V - V_\varepsilon$  analoge Abklingfunktion eingesetzt wird. Die virtuelle Risserweiterung  $\delta a$  (Länge) ist dann in der obigen Formel durch die virtuelle Risserweiterungsfläche  $A_C$  (Fläche) zu ersetzen [82, 85].

Bei nicht isothermen Berechnungen, in denen Temperaturgradienten innerhalb des betrachteten Bereichs um die Risspitze auftreten, muss noch das thermische Korrekturvolumenintegral addiert werden, dass die Änderung der thermischen Dehnungen berücksichtigt. Somit ist dann

$$\Delta T^* = (3.8) + \frac{1}{\delta a} \int_V (\sigma_{ij} \varepsilon_{ij,k}^{th}) v_k dV \quad (3.9)$$

### 3.1.2 Formulierung von $J^*$ in VCE-Form

Eine ausführliche Herleitung von  $J^*$  für elastisch-plastisches Materialverhalten einschließlich zyklischer Wechsellastifizierung ist in [90] zu finden. Im Falle isotrop verfestigenden Materials und infinitesimaler Dehnungen ist der wesentliche Unterschied zwischen  $T^*$  von Atluri und  $J^*$  von Simo die im Integral berücksichtigte Formänderungsarbeit  $W$ . In der Herleitung von  $J^*$  wird die freie Energie betrachtet, die nur einen Teil der gesamten bei Atluri eingehenden Formänderungsarbeit  $W$  beinhaltet, nämlich den elastischen Anteil ( $W^{el}$ ) und den Anteil der sogenannten mikrostrukturell gespeicherten plastischen Arbeit an der freien Energie ( $W^{p,f}$ ) [90]. Für einachsige isotrope Verfestigung veranschaulicht **Bild 2.5** die verschiedenen energetischen Anteile im Spannungs-Dehnungsdiagramm. Wird in der Herleitung aus Kapitel 3.1.1 die in den Formeln stehende Formänderungsarbeit  $W$  durch  $W^S = W^{el} + W^{p,f}$  ersetzt, so behält die Herleitung bis 3.6 ihre Gültigkeit. Der Grenzwert der linken Gleichungsseite wird nun als  $J^*$  definiert und somit ist

$$J^* = \frac{1}{\delta\alpha} \left[ \int_V (\sigma_{ij} u_{j,k} - W^S \delta_{ki}) v_{k,i} dV - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{V-V_\varepsilon} (W^S \delta_{ki} - \sigma_{ij} u_{j,k})_{,i} v_k dV \right] \quad (3.10)$$

Betrachtet man nun nur mal die Ortsableitung des Tensors im zweiten Integral der rechten Seite und separiert die Dehnungen in einen elastischen und einen plastischen Anteil, so ergibt sich

$$(W^S \delta_{ki} - \sigma_{ij} u_{j,k})_{,i} = W^S_{,k} - \sigma_{ij} \varepsilon_{ij,k} = (W^{el}_{,k} - \sigma_{ij} \varepsilon_{ij,k}^{el}) + (W^{p,f}_{,k} - \sigma_{ij} \varepsilon_{ij,k}^{pl}) \quad (3.11)$$

Der erste Summand auf der rechten Seite ist die Divergenz des rein elastischen Anteils und sollte Null sein, wie es auch bei rein elastischem Material der Fall ist. Damit bleibt der zweite Summand übrig und  $J^*$  ist dann,

$$J^* = \frac{1}{\delta\alpha} \left[ \int_V (\sigma_{ij} u_{j,k} - W^S \delta_{ki}) v_{k,i} dV - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{V-V_\varepsilon} (W^{p,f}_{,k} - \sigma_{ij} \varepsilon_{ij,k}^{pl}) v_k dV \right] \quad (3.12)$$

### 3.1.3 Bemerkungen zur numerischen Berechnung der Parametern $T^*$ und $J^*$

In Kapitel 2 wurde gezeigt, dass die Parameter  $T^*$  und  $J^*$  die Grenzwerte des Wegintegrals der jeweiligen Tensorfelder  $H_{ki}$  für einen auf die Risspitze schrumpfenden Pfad sind. Wird ihre

Berechnung mit der Methode der virtuellen Rissverschiebung durchgeführt, so ergeben sich zwei Volumenintegrale in deren Integranden das Verschiebungsfeld bzw. dessen Ortsableitung steht. Der Betrag der virtuellen Verschiebung in Rissausbreitungsrichtung hat im zweidimensionalen keinen Einfluss auf die Parameterwerte. Der in beiden Fällen auftretende Korrekturterm ist das Volumenintegral über die Divergenz des Tensorfeldes  $H_{ki}$  und sorgt für die Weg- und Gebietsunabhängigkeit der Parameter. Er entspricht also genau der Differenz der Wegintegrale zwischen äußerem und innerem Pfad. Die Parameter könnten auch durch das jeweilige Wegintegral direkt an der Rissspitze berechnet werden, was den ersten Integranden in den Formeln 3.8 und 3.12 entspricht. Hierzu müssten allerdings sehr gute FEM-Ergebnisse direkt an der Rissspitze vorhanden sein, was im allgemeinen nicht der Fall ist.

Der Vorteil der VCE-Methode im Falle elastischen Materials liegt auch darin, dass das Verschiebungsfeld so gewählt werden kann, dass es zur Berechnung von  $J$  nicht nötig ist die detaillierten Spannungs- und Dehnungsverteilungen an der Rissspitze zu kennen. Denn wenn das Linienintegral wegunabhängig ist, dann ist der Korrekturwert Null, und es muss nur das erste Volumenintegral berechnet werden in dessen Integranden die Ortsableitungen des Verschiebungsfeldes stehen. Im Bereich der konstanten Verschiebung verschwindet die Ableitung, so dass der Rissbereich bei der Integration ausgenommen werden kann. Im Falle elastisch-plastischen Materials geht dieser Vorteil verloren, da der Korrekturterm (das zweite Volumenintegral) von  $T^*$  und  $J^*$  über das gesamte Volumen inklusive des Rissspitzenbereichs zu integrieren ist und im Integranden das Verschiebungsfeld selbst steht und nicht die Ortsableitung. Somit werden die Werte der Parameter  $T^*$  und  $J^*$  wesentlich von der Güte der im Rissbereich berechneten FEM-Resultate abhängen.

Weiterhin ist es möglich, a priori einige qualitativ vergleichende Aussagen zur numerischen Berechnung der Parameter  $J$ ,  $T^*$  und  $J^*$  zu treffen. So ist für elastisches Material  $J = T^* = J^*$ . Im Falle proportionaler Belastung, wenn also keine Spannungsumlagerung und keine lokale Entlastung im Integrationsgebiet auftreten, ist auch für elastoplastisches Material  $J=T^*$ , da die Spannungen in diesem Belastungsbereich immer noch eine eindeutige Funktion der Dehnungen sind. Dahingegen sollte das numerisch berechnete  $J^*$  in diesem Fall kleiner als  $J$  oder  $T^*$  sein. Die Parameter  $T^*$  und  $J^*$  sind die Grenzwerte des Linienintegrals eines auf die Rissspitze schrumpfenden Pfades. Im Rahmen einer numerischen Berechnung mittels Finiter Elemente hängt der kleinste mögliche Pfad um die Rissspitze von der Diskretisierung des Netzes ab. Somit wird die Berechnung immer mit einem festen, vom gewählten Netz abhängigen  $\varepsilon$  durchgeführt werden müssen. Für diesen Pfad unterscheiden sich  $T^*$  und  $J^*$  aber nur in der Formänderungsarbeit  $\mathcal{W}$ , die während der Belastung positiv ist, und da  $\mathcal{W}^{Simo} < \mathcal{W}^{Atluri}$  ist (**Bild 2.5**), sollte auch  $J^* < T^*$  sein. Die Differenz hängt von der Höhe der Plastifizierung und

dem Verhältnis des Verfestigungsanteils ( $W^{p,f}$ ) zum dissipativen Anteil ( $W^D$ ) des Werkstoffs ab. In einer dann folgenden elastischen Entlastung entspricht  $T^*$  dem J-Wert an der Rissspitze und  $J^*$  wird mit konstantem Abstand unterhalb von  $T^*$  bleiben, da die energetischen Anteile in beiden Wegintegralen während elastischer Entlastung identisch sind. Bei einer Wiederbelastung mit erneuter Plastifizierung im Zugbereich wird sich wie bei der ersten Belastungsphase eine weitere Differenz zwischen  $T^*$  und  $J^*$  aufbauen.

### 3.2 Numerische Umsetzung zur Berechnung von $T^*$ und $J^*$ in VCE-Form

Zur Analyse realer Strukturen unter komplexen Belastungen werden heute meistens numerische Verfahren eingesetzt. Dabei wird häufig die Methode der Finiten Elemente angewandt. Zur Berechnung der Parameter  $T^*$  und  $J^*$  müssen die an den Gaußpunkten und Knotenpunkten zur Verfügung stehenden Ergebnisse der FE-Analyse in einen Volumenintegrationsalgorithmus implementiert und gegebenenfalls noch aufgearbeitet werden.

#### 3.2.1 Die Finite-Elemente-Methode

Die Grundgleichungen der Kontinuumsmechanik führen auf ein System von Differentialgleichungen. Das Gleichungssystem ist nur in Ausnahmefällen analytisch lösbar, so dass überwiegend numerische Verfahren zur Berechnung herangezogen werden. Bewährt hat sich dabei die Finite-Elemente-Methode. An dieser Stelle soll lediglich deren prinzipielle Vorgehensweise skizziert werden. Detaillierte Beschreibungen sind z. B. in [18, 19, 91, 92] zu finden.

Das betrachtete Kontinuum wird in endliche Teilgebiete (finite Elemente) aufgeteilt. Die Elemente sind untereinander mit Knoten auf den Elementrändern verbunden. Die unbekanntes des Systems sind die Verschiebungen der einzelnen Knoten. Die Verschiebungen im inneren der Elemente ergeben sich aus den Knotenverschiebungen über geeignete Formfunktionen, die eine Funktion der lokalen Elementkoordinaten sind. Durch die Differentiation erhält man den Verzerrungszustand und mit einem Werkstoffgesetz den Spannungszustand in Abhängigkeit von den Knotenverschiebungen. Die äußeren und inneren Kräfte des Systems werden unter Berücksichtigung der Gleichgewichtsbedingungen auf die Elementknoten überführt. Es ergibt sich das globale Gleichungssystem

$$K_{mn}u_n - F_m = 0 \quad m,n=1 \dots k \text{ (Anzahl aller Knoten)}, \quad (3.13)$$

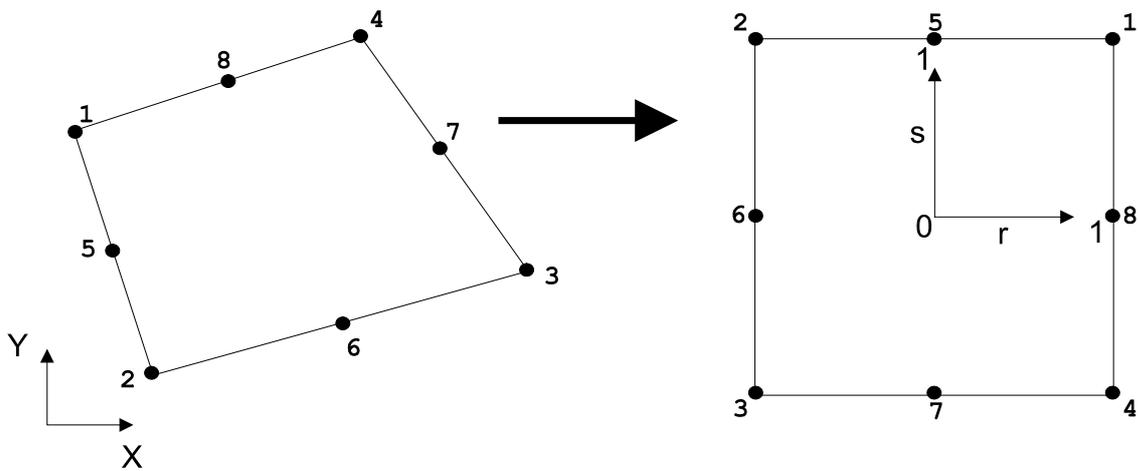
mit dem unbekanntem globalen Verschiebungsvektor  $u_n$ , dem Knotenlastvektor  $F_m$  und der globalen Steifigkeitsmatrix  $K_{mn}$ . Je nach Werkstoffgesetz (Steifigkeitsmatrix) ist 3.13 ein lineares oder nichtlineares Gleichungssystem. Bei Nichtlinearität kann das System iterativ gelöst werden, wobei für jeden Iterationsschritt eine lineare Steifigkeitsmatrix aus der Forderung der Minimierung der potenziellen Energie angesetzt wird.

Je nach Ansatz der Formfunktionen und der Knotenanzahl je Element ergeben sich verschiedene Elementtypen mit unterschiedlichen Eigenschaften. In der Strukturberechnung und der Bruchmechanik haben sich isoparametrische Elemente mit quadratischen Verschiebungsansätzen bewährt. Der Grundgedanke der isoparametrischen Elemente basiert darauf, dass die Interpolation der Verschiebungen und der Koordinaten über dieselben Formfunktionen definiert sind. Über die Formfunktionen können bekannte Funktionswerte der Knoten auf eine beliebige lokale Elementkoordinate transformiert werden.

Ein Punkt im isoparametrischen 3D-Element hat die Koordinaten  $[r,s,t]^T$  mit  $r,s,t \in [-1,1]$ , im 2D-Element nur die Koordinaten  $r$  und  $s$ . Die Transformation der globalen Koordinaten  $X,Y,Z$  auf die lokalen  $x,y,z$  ist durch folgende Abbildungsvorschrift gegeben:

$$x = \sum_{i=1}^N h_i(r,s,t)X_i \quad y = \sum_{i=1}^N h_i(r,s,t)Y_i \quad z = \sum_{i=1}^N h_i(r,s,t)Z_i \quad (3.14)$$

Dabei sind  $h_i(r,s,t)$  die Formfunktionen und  $X_i, Y_i, Z_i$  die globalen Koordinaten der  $N$  Elementknoten. Durch die Festlegung einer Elementknotenanzahl und einer Orientierung (Numerierung) der Knoten bezüglich des isoparametrischen Koordinatensystems einerseits, und durch die Forderung, dass die Formfunktion  $h_i$  am  $i$ -ten Knoten im lokalen Koordinatensystem den Wert 1 hat und an den anderen Knoten verschwindet, andererseits, lassen sich geeignete Formfunktionen finden.



**Bild 3.2:** Knotennumerierung eines achtknotigen isoparametrischen Elements

Ein Beispiel für die Knotenorientierung und Numerierung für ein isoparametrisches achtknotiges 2D-Element ist in **Bild 3.2** dargestellt [19]. Für den quadratischen Verschiebungsansatz können folgende Formfunktionen gefunden werden (siehe z.B. [91, 19]):

$$h_i(r,s) = [(1+rr_i)(1+ss_i) - (1-r^2)(1+ss_i) - (1-s^2)(1+rr_i)] \frac{1}{4} r_i^2 s_i^2 + (1-r^2)(1+ss_i)(1-r_i^2) \frac{1}{2} s_i^2 + (1-s^2)(1+rr_i)(1-s_i^2) \frac{1}{2} r_i^2 \quad (3.15)$$

Mit den in **Tabelle 3.1** aufgeführten isoparametrischen Koordinaten  $r_i$  bzw.  $s_i$  des  $i$ -ten Knotens.

Knotennummer	1	2	3	4	5	6	7	8
$r_i$	1	-1	-1	1	0	-1	0	1
$s_i$	1	1	-1	-1	1	0	-1	0

**Tabelle 3.1:** Isoparametrische Koordinaten der Knoten des 2D-Elements

Bei der Analyse von rissbehafteten Strukturen sollten die numerischen Verfahren die Spannungs- und Dehnungssingularitäten vor der Rissspitze erfassen können. Dies ist durch eine feine Elementierung oder aber durch spezielle Elementtypen möglich [92]. Werden in den isoparameterischen 2D-Elementen die Mittenknoten der Elementkanten (z. B. Knoten 6 und 7 in **Bild 3.2**) an der Rissspitze (z. B. Knoten 3) auf die Viertelposition verschoben, so ergibt sich in den Dehnungen eine  $\frac{1}{\sqrt{r}}$ -Singularität (linear-elastisches Material). Werden die Knoten einer Elementkante geometrisch auf einen Punkt vereint, bleiben aber untereinander in ihren Freiheitsgraden unabhängig (siehe **Bild 3.2**), so sind die Dehnungen  $\varepsilon_{ij} \sim r^{-1}$ , was dem ideal plastischen Materialverhalten bei proportionaler Belastung entspricht. Entsprechende Singularitätseigenschaften gelten auch für zwanzigknotige isoparametrische 3D-Elemente.

### 3.2.2 Numerische Darstellung des Volumenintegrationsalgorithmus

Zur numerischen Berechnung der Volumenintegrale wird das Integrationsverfahren nach Gauß eingesetzt. Es bietet sich an, da die Integrationsalgorithmen der FE-Programme ebenfalls dieses Verfahren benutzen und somit die hier benötigten Funktionswerte der Stützstellen als Ergebnisse der FE-Rechnung vorliegen. Bei dem Gauß'schen Integrationsverfahren werden in Abhängigkeit der gewünschten Genauigkeit im Integrationsintervall Stützpunkte (Gaußpunkte) und ihre Gewichte festgelegt. Die numerische Approximation des Integrals einer Funktion in diesem Intervall ergibt sich dann aus der Summe über alle Produkte zwischen den Funktionswerten und den Gewichten der Stützpunkte. Tabellen über Stützpunkte, Gewichte und Aussagen über die erreichbare Genauigkeit sind in den meisten Büchern zur Numerik angegeben (z.B. [93]).

Die numerische Umsetzung der Volumenintegration wird hier für den allgemeinen dreidimensionalen Fall beschrieben und im globalen Koordinatensystem durchgeführt. Die aus der FE-Rechnung stammenden Ergebnisse wie die Spannungen und Dehnungen stehen aber an den Gaußpunkten der isoparametrischen Elemente zur Verfügung. Um die Integration durchführen zu können muss deshalb die Transformation zwischen den verschiedenen Räumen bekannt sein. Die Transformation von den globalen Größen auf die lokalen Werte im isoparametrischen Raum wird durch den Jacobi Operator  $J$  festgelegt. Der Jacobi Operator enthält die Ableitungen der globalen Koordinaten nach den isoparametrischen Koordinaten. Die Inverse des Jacobi Operators beschreibt die Rücktransformation von lokalen Größen ins globale System. So ist das Volumenelement  $dV=dx dy dz$  im globalen Koordinatensystem im Raum der lokalen Elementkoordinaten gegeben durch

$$dV = \det J \, dr ds dt \quad (3.16)$$

Dabei ist  $\det J$  die Determinante des Jacobi Operators.

Zur Berechnung der Volumenintegrale 3.8 und 3.12 müssen neben dem Jacobi Operator auch die Ableitungen der Verschiebungen, die Ableitungen der Spannungen und Dehnungen, und die Ableitungen des virtuellen Verschiebungsfeldes nach den globalen Koordinaten an den Gaußpunkten bekannt sein.

Die Jacobimatrix kann aus der Ableitung der Formfunktionen gewonnen werden. Bezeichnet man im weiteren mit  $N$  die Anzahl der Knoten in einem Element, mit  $\mathbf{P}$  die  $3 \times N$  Matrix der partiellen Ableitungen der Formfunktionen  $h_i$  nach den isoparametrischen Koordinaten, dann ergibt sich die Jacobimatrix  $\mathbf{J}$  aus der Matrizenmultiplikation der Ortskoordinaten im globalen System mit der Matrix  $\mathbf{P}$ .

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial r} & \frac{\partial h_1}{\partial s} & \frac{\partial h_1}{\partial t} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial \dot{h}_N}{\partial r} & \frac{\partial \dot{h}_N}{\partial s} & \frac{\partial \dot{h}_N}{\partial t} \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{J} = \mathbf{X} * \mathbf{P} = \begin{bmatrix} x_1 & \cdot & \cdot & \cdot & x_N \\ y_1 & \cdot & \cdot & \cdot & y_N \\ z_1 & \cdot & \cdot & \cdot & z_N \end{bmatrix} * \mathbf{P} \quad (3.17)$$

In den Elementbibliotheken des Programms stehen sowohl die Formfunktionen als auch ihre partiellen Ableitungen nach den lokalen Koordinaten zur Verfügung. Die Inverse der Jacobimatrix wird im Programm über den Entwicklungssatz von Laplace berechnet [94].

Im System der isoparametrischen Koordinaten  $x_{iso}$  ergibt sich nach der Kettenregel die Ableitung einer Größe  $g$  nach den Ortskoordinaten  $x$  des globalen Systems zu:

$$\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{\partial g}{\partial x_{iso}} \frac{\partial x_{iso}}{\partial x} \quad (3.18)$$

Mit den Formfunktionen der Elemente lassen sich die Knotenpunktergebnisse als Funktion der isoparametrischen Koordinaten  $(r, s, t)$  darstellen. So ist z.B. für die Verschiebungen,

$$u^j(r, s, t) = \sum_{i=1}^N u_i^j h_i(r, s, t) \quad (3.19)$$

dabei korrespondiert  $j=1,2,3$  mit den Koordinatenrichtungen  $x,y,z$ ,  $N$  ist die Anzahl der Knoten im Element und  $h_i$  die zum  $i$ -ten Elementknoten gehörige Interpolationsfunktion. Somit erhält man für die Ableitungen der Verschiebungen in Matrixschreibweise

$$\text{mit } \mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_1^1 & \dots & u_N^1 \\ u_1^2 & \dots & u_N^2 \\ u_1^3 & \dots & u_N^3 \end{bmatrix} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x_{iso}} \frac{\partial x_{iso}}{\partial x} = \mathbf{U} * \mathbf{P} * \mathbf{J}^{-1} \quad (3.20)$$

Zur Berechnung des zweiten Integranden in 3.8 werden ebenfalls die Ableitungen der Spannungen und Dehnungen nach den Ortskoordinaten des globalen Systems benötigt. Die Ableitungen nach den isoparametrischen Koordinaten werden im entwickelten Postprocessor nicht wie in [95] über die Formfunktionen berechnet, sondern Elementweise direkt aus den im FE-Code berechneten Spannungen und Dehnungen. Der programmierte Algorithmus entspricht dem numerischen Verfahren der Newtonschen dividierten Differenzen [93] und liefert die Ableitungen der Spannungen und Dehnungen an den Gaußpunkten nach den isoparametrischen Koordinaten. Dies soll an einem Beispiel für eine Spannungskomponente und eine isoparametrische Raumrichtung bei einer Integration mit 3 Gaußpunkten erläutert werden. Bezeichnet man mit  $s$  eine beliebige aber dann feste Spannungskomponente des Spannungstensors  $\sigma_{ij}$  und betrachtet z. B. die isoparametrische Raumrichtung  $r$  entlang derer die Gaußpunkte I, II und III liegen, so ergibt sich das folgende an den drei Gaußpunkten exakte Interpolationspolynom 2-ten Grades

$$P(r) = s_I + \left( \frac{s_{II} - s_I}{h} \right) (r + h) + \left( \frac{s_{III} - 2s_{II} + s_I}{2h^2} \right) (r^2 + hr) \quad (3.21)$$

mit  $h$  als Abstand zwischen den Gaußpunkten. Weiterhin ist mit  $A := \left( \frac{s_{III} - 2s_{II} + s_I}{h} \right)$

$$P'(r) = \left( \frac{s_{II} - s_I}{h} \right) + \frac{1}{2} A + A \frac{r}{h} \quad (3.22)$$

Die Gaußpunkte haben die Koordinaten  $-h$ ,  $0$  und  $h$ , woraus die Ableitungen der Spannungskomponente nach der  $r$ -Richtung an den drei Gaußpunkten berechnet werden kann:

$$\left( \frac{\partial s}{\partial r} \right)_I = P'(-h) = \left( \frac{s_{II} - s_I}{h} \right) - \frac{1}{2} A \quad (3.23a)$$

$$\left(\frac{\partial s}{\partial r}\right)_{II} = P'(0) = \left(\frac{s_{II} - s_I}{h}\right) + \frac{1}{2}A \quad (3.23b)$$

$$\left(\frac{\partial s}{\partial r}\right)_{III} = P'(h) = \left(\frac{s_{II} - s_I}{h}\right) - \frac{3}{2}A \quad (3.23c)$$

Durch analoges Vorgehen für alle weiteren Spannungs- und Dehnungskomponenten und die übrigen Raumrichtungen ergeben sich alle zur Volumenintegration nötigen Ableitungen. Sind nur zwei Gaußpunkte pro Raumrichtung vorhanden, so ergeben sich die Ableitungen aus der Steigung der Geraden.

Jetzt sind alle nötigen Größen der Volumenintegration vorhanden. Das Volumenintegral ergibt sich aus der Summierung über alle Elemente und alle Gaußpunkte im jeweiligen Element. Wird mit

$$\nabla \sigma_{mn} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_{mn}}{\partial r} \\ \frac{\partial \sigma_{mn}}{\partial s} \\ \frac{\partial \sigma_{mn}}{\partial t} \end{bmatrix} \quad \text{bzw.} \quad \nabla \varepsilon_{mn} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varepsilon_{mn}}{\partial r} \\ \frac{\partial \varepsilon_{mn}}{\partial s} \\ \frac{\partial \varepsilon_{mn}}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

der Spaltenvektor der Ableitungen der Spannungs- bzw. Dehnungskomponenten nach den isoparametrischen Koordinaten bezeichnet und mit  $\mathbf{S}$  der Spannungstensor

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

so erhält man die numerische Darstellung für  $\Delta T^*$  als Summe über alle Elemente im gesamten Verschiebungsbereich:

$$\Delta T^* = \frac{1}{A_v} \left\{ \sum_{\text{Elemente}} \sum_{i,j,k=1}^{\text{Integorder}} \left[ \text{Spur} \left( ((\mathbf{S} + \Delta \mathbf{S}) \Delta \mathbf{U} \mathbf{P} \mathbf{J}^{-1} + \Delta \mathbf{S} \mathbf{U} \mathbf{P} \mathbf{J}^{-1} - \Delta \mathbf{W} \mathbf{1}) \mathbf{X}_v \mathbf{P} \mathbf{J}^{-1} \right) \right] \right\}$$

$$- \left. \sum_{m,n=1}^{Dimension} \left( (\nabla(\sigma_{mn} + \frac{1}{2} \Delta\sigma_{mn}))^T \Delta\varepsilon_{mn} - (\nabla(\varepsilon_{mn} + \frac{1}{2} \Delta\varepsilon_{mn}))^T \Delta\sigma_{mn} \right) \mathbf{J}^{-1} \mathbf{X}_V \vec{H} \right] \alpha_{r_i} \alpha_{s_j} \alpha_{t_k} \det \mathbf{J} \right\} (3.25)$$

Die Spannungen und Dehnungen in der unteren Zeile sind als Werte am entsprechenden Gaußpunkt zu verstehen.  $\mathbf{X}_V$  ist die Matrix der Knotenkoordinaten des virtuellen Verschiebungsfeldes im jeweiligen Element analog zu  $\mathbf{U}$  in 3.20,  $\vec{H}$  ist der Spaltenvektor in dessen Komponenten die Formfunktionen  $h_I$  bis  $h_N$  stehen,  $\mathbf{I}$  ist die Einheitsmatrix und die  $\alpha$ -Werte sind die Gewichte der numerischen Integration am jeweiligen Gaußpunkt.

Da die gesamte Programmstruktur auf inkrementelle Berechnungen ausgelegt ist, wird auch die numerische Berechnung des Parameters  $\mathbf{J}^*$  inkrementell durchgeführt. Die numerische Darstellung des Volumenintegrals unterscheidet sich im ersten Integralterm nur durch die unterschiedlichen Werte der berücksichtigten im Material gespeicherten Energien, bei  $\mathbf{J}^*$  ist dieser Anteil  $\Delta W^S = \Delta W^{el} + \Delta W^{p,f} = (\sigma_{ij} + \frac{1}{2} \Delta\sigma_{ij}) \Delta\varepsilon_{ij}^{el} + \Delta W^{p,f}$  (siehe auch **Bild 2.5**).

Der energetische Anteil  $\Delta W^{p,f}$  wird über die akkumulierten plastischen Dehnungsinckremente  $\Delta p$ , die Streckgrenze  $\sigma_y$  des Werkstoffs und die effektive Spannung  $\sigma_V$  berechnet.

$$\Delta W^{p,f} = \Delta p (R + \frac{1}{2} \Delta R) \text{ mit } \Delta p = \sqrt{\frac{2}{3} \Delta\varepsilon_{ij}^{pl} \Delta\varepsilon_{ij}^{pl}} \text{ und } R = \sigma_V - \sigma_y \quad (3.26)$$

Die Differentiation des energetischen Anteils  $\Delta W^{p,f}$  nach den isoparametrischen Koordinaten im zweiten Integranden in 3.12 erfolgt mit den vorhandenen Routinen der Spannungs- und Dehnungsableitungen. Die numerische Integrationsprozedur ergibt sich somit wiederum als Summe über alle Elemente im gesamten Verschiebungsbereich,

$$\Delta \mathbf{J}^* = \frac{1}{A_v} \left\{ \sum_{Elemente} \sum_{i,j,k=1}^{Integorder} \left[ \text{Spur} \left( (\mathbf{S} + \Delta\mathbf{S}) \Delta\mathbf{U} \mathbf{P} \mathbf{J}^{-1} + \Delta\mathbf{S} \mathbf{U} \mathbf{P} \mathbf{J}^{-1} - \Delta W^S \mathbf{I} \right) \mathbf{X}_V \mathbf{P} \mathbf{J}^{-1} \right] \right. \\ \left. - \left( (\nabla \Delta W^{p,f})^T - \sum_{m,n=1}^{Dimension} \left( (\nabla \Delta\varepsilon_{mn}^{pl})^T (\sigma_{mn} + \Delta\sigma_{mn}) - (\nabla \varepsilon_{mn}^{pl})^T \Delta\sigma_{mn} \right) \right) \mathbf{J}^{-1} \mathbf{X}_V \vec{H} \right] \alpha_{r_i} \alpha_{s_j} \alpha_{t_k} \det \mathbf{J} \right\} (3.27)$$

Die Berechnung der thermischen Korrektur verläuft vollkommen analog zu der des zweiten Integranden. Der einzige Unterschied besteht darin, dass die thermische Korrektur direkt für den aktuellen Rechenschritt ermittelt wird und nicht inkrementell. Die thermischen Dehnungen

werden eingelesen und ihre Ableitungen nach den isoparametrischen Koordinaten über die vorhandenen Routinen berechnet. Die thermische Korrektur  $T_{Korr}$  im aktuellen Berechnungsschritt ist dann:

$$T_{Korr} = \frac{1}{\delta\alpha} \left\{ \sum_{Elemente} \sum_{i,j,k=1}^{Integorder} \left[ \sum_{m,n=1}^{Dimension} ((\nabla(\varepsilon_{mn}^{th}))^T \sigma_{mn}) \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{X}_V, \vec{H}) \right] \alpha_{r_i} \alpha_{s_j} \alpha_{t_k} \det \mathbf{J} \right\} \quad (3.28)$$

### 3.3 Beschreibung des entwickelten Postprozessors JCALC

Prinzipiell kann der Integrationsalgorithmus über eine Schnittstelle in einen bestehenden FE-Code eingebunden werden, oder als externes Programm (Postprozessor) nach der FE-Berechnung erfolgen. Will man Simulationen zum stabilen Risswachstum durchführen, dann wird während der FE-Analyse ein Vergleich des berechneten Parameters mit einer Risswiderstandskurve vorgenommen, wobei der Riss gegebenenfalls erweitert wird. Somit ist eine Einbindung in den FE-Code sinnvoll. Da in diesem Stadium der Untersuchungen mit den beiden Parametern aber zunächst nur stationäre Risse bewertet werden sollen, bietet die Variante als Postprozessor Vorteile. Eine externe Implementierung ist unabhängig vom eingesetzten FE-Code und der Hardware-Plattform. Wird ein anderes Programmsystem benutzt, so sind lediglich die Leseroutinen zu ändern. Ein weiterer Vorteil liegt darin, dass schon vorher durchgeführte Berechnungen auch noch nachträglich ausgewertet werden können.

Um diese Unabhängigkeit vom eingesetzten FE-Code und der Plattform zu gewährleisten, wurden die Berechnungsroutinen als C-Programm in Form eines externen Postprozessors entwickelt (JCALC). Unterstützt werden für 2D-Rechnungen achtknotige und für 3D-Rechnungen zwanzigknotige isoparametrische Quaderelemente, wahlweise mit 2 oder 3 Integrationspunkten pro Raumrichtung. Sollen andere Elementtypen eingesetzt werden, muss die Elementbibliothek im Programm entsprechend erweitert werden. Die Anbindung an den jeweils eingesetzten FE-Code ist durch Leseroutinen als wohldefinierte Schnittstellen realisiert. Zur Zeit existieren Schnittstellen zum Finite-Elemente-Programm ADINA [96]. Der Programmablauf ist im Diagramm **Bild 3.3** veranschaulicht.

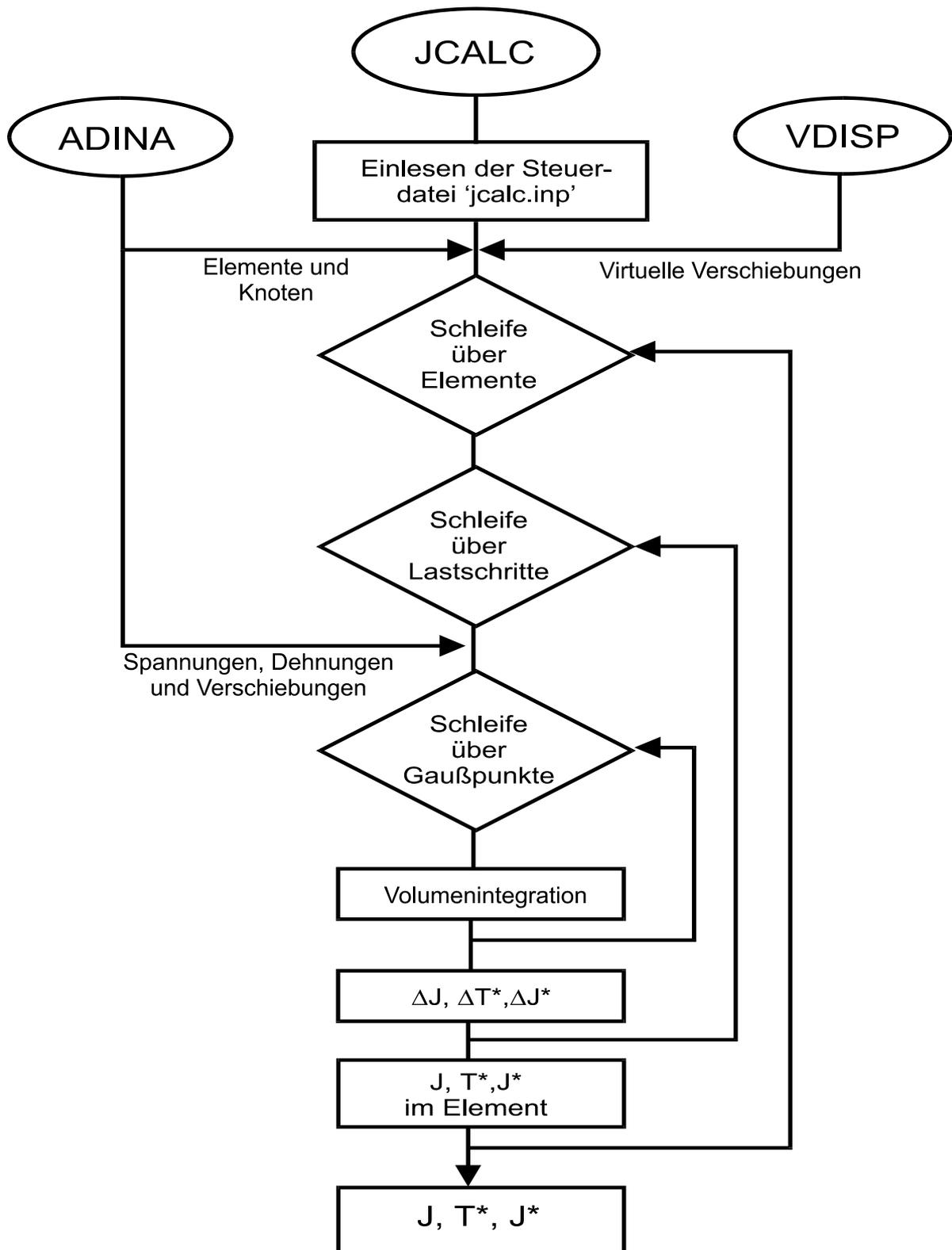
Zu Beginn werden globale Informationen wie z.B. die Dimension des Problems, die Anzahl der Elemente im betrachteten Integrationsbereich, Typ und Integrationsordnung der Elemente etc. aus der Programmsteuerungsdatei "jcalc.inp" eingelesen. Ein Beispiel eines solchen Eingabedatensatzes ist in Anhang 1 zu finden. Hier werden auch die Steuerungselemente zur

Ein- und Ausgabe des Programms gesetzt. So ist zum Beispiel ein Schalter zur Auswahl vorhanden, ob die Formänderungsarbeit extern eingelesen oder im Programm aus den Spannungs- und Dehnungsdaten berechnet werden soll. Ein weiterer Schalter legt fest ob eine thermische Korrektur berechnet werden soll, zwei andere Eingabefelder bestimmen die auszuwertenden Parameter und die dafür benutzte Berechnungsroutine. Hier besteht die Wahl ob  $J^*$  oder  $T^*$  oder beide berechnet werden sollen, wobei für  $T^*$  noch ausgewählt werden kann welcher der drei theoretisch äquivalenten Korrekturterme (siehe Gleichungen 2.31-2.33) berücksichtigt werden soll.

Bei der Ausgabe können einerseits sehr detaillierte Informationen, die Auflistung der beiden Integralwerte für jedes Element und jeden Zeitschritt, und andererseits die Mindestausgabe, die Auflistung von  $J$ ,  $T^*$  und  $J^*$  im gesamten Integrationsgebiet für jeden Zeitschritt, variiert werden.

Im nächsten Schritt werden die Informationen über das zu integrierende Gebiet eingelesen. Es handelt sich um die Elemente und ihre zugehörigen Knoten, die Knotenkoordinaten und das virtuelle Verschiebungsfeld. Diese Daten müssen extern zur Verfügung stehen. Die Informationen für die Elemente und Knoten werden mit Ausgabelisten der FE-Berechnung erzeugt, die Informationen für das virtuelle Verschiebungsfeld entstehen aus einem weiteren, selbst entwickelten Hilfsprogramm VDISP.

Es folgt die äußere Programmschleife über alle Elemente und alle Lastschritte der FE-Rechnung. In der Elementschleife werden für jedes Element die Felder mit den Informationen aus der Elementbibliothek und der virtuellen Verschiebung aufgebaut. In der Lastschrittschleife werden die Spannungen, Dehnungen und Verschiebungen des jeweils aktuellen Zeitschritts eingelesen, und abhängig von der Auswahl der zu berechnenden Parameter, in die zur numerischen Integration geeigneten Gaußpunktdaten aufgearbeitet.



**Bild 3.3:** Flussdiagramm zum Postprozessor JCALC

Das Programm arbeitet mit einer dynamischen Speicherverwaltung, das heißt, dass nur die aktuellen Daten des jeweiligen Elements und Lastschritts in den Feldvariablen zur Verfügung stehen. Ein Vorteil dieser Programmierung ist die deutliche Reduzierung der vom Rechner benötigten Ressourcen im Kernspeicher. Auch große Modelle können so mit dem Postprozessor auf einem herkömmlichen Personal Computer ausgewertet werden und sind nicht auf die Plattform einer Leistungsstarken Work-Station angewiesen.

Das Kernstück des Programms ist die dann folgende innerste Schleife über alle Gaußpunkte. In ihr werden die inkrementellen Zuwächse der einzelnen Integralterme von  $\Delta J$ ,  $\Delta T^*$  und  $\Delta J^*$  berechnet und gespeichert. Die Routinen verzweigen je nach gewünschten Parametern in die entsprechenden Unterprogramme. Nach dem Durchlauf aller Schleifen werden aus den Inkrementen  $J$ ,  $T^*$  und  $J^*$  aufsummiert und zusammen mit den Ergebnissen der inkrementellen Berechnung auf die Ausgabedatei geschrieben.

## 4 Qualifizierung des Postprozessors und Anforderungen an die Finite-Elemente-Modelle

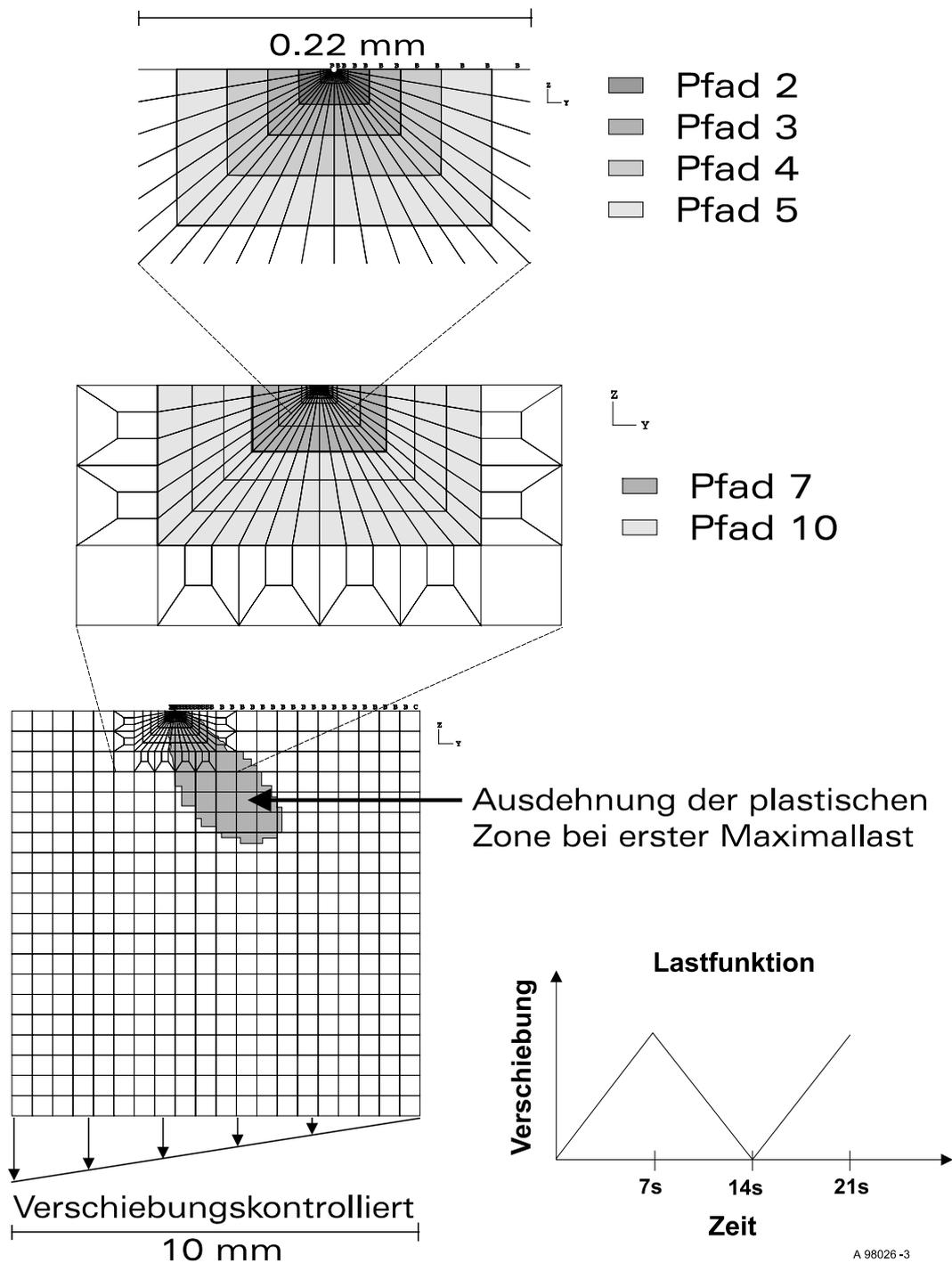
Die Leistungspalette des Postprozessors JCALC ist erst im Laufe der Zeit durch Hinzufügen weiterer Routinen oder über Änderungen der schon bestehenden Routinen auf den jetzigen Umfang angewachsen. Die Überprüfungen der einzelnen Routinen und Testbeispiele zur Qualitätssicherung der Ergebnisse sollen hier nicht beschrieben werden. Nachdem die Programmierung soweit abgeschlossen war, dass die Parameter  $J$ ,  $T^*$  (Originalversion von Atluri) und  $J^*$  für zweidimensionale Rissprobleme mit einer  $3 \times 3$  Integrationsordnung berechnet werden konnten, wurden die ersten vergleichenden Untersuchungen an einfachen Netzen begonnen. Alle in diesem Kapitel aufgeführten FE-Rechnungen wurden mit einem isotrop verfestigenden Materialmodell mit von Mises-Plastizität unter der Annahme infinitesimaler Dehnungen durchgeführt.

### 4.1 Testrechnungen mit vereinfachten Rissmodellen

Die ersten Testrechnungen wurden mit vereinfachten zweidimensionalen Rissmodellen im ebenen Dehnungszustand mit unterschiedlicher Netzfeinheit durchgeführt. Gegenstand der Untersuchungen war die Weg- und Gebietsunabhängigkeit der beiden Parameter  $T^*$  und  $J^*$  und der Vergleich mit dem J-Integral während Be- und Entlastungsphasen bei rein mechanischer Belastung ohne thermische Einflüsse. Die Netze wurden mit isoparametrischen achtknotigen Quaderelementen generiert und in den Rechnungen mit einer  $3 \times 3$  Integrationsordnung versehen.

Die Belastung besteht aus einem verschiebungskontrollierten Lastzyklus mit Belastung, vollständiger Entlastung und Wiederbelastung bis zur vorherigen Maximallast. Das vereinfachte Rissmodell ist ein 10 mm breites und 20 mm hohes Rechteck mit einem 4 mm tiefen Seitenriss (siehe **Bild 4.1**). Es wurden verschiedene Vernetzungen mit unterschiedlichen Verfeinerungen im Rissbereich generiert. Die größte Elementdichte haben die mit BSP12 gekennzeichneten Netze, eine demgegenüber gröbere Netzstruktur weisen die Netze BSP11 auf.

## BSP12A (0.001)



**Bild 4.1:** Vernetzung, plastische Zone bei Maximallast, Auswertungspfade und Lastfunktion für das Rissmodell BSP12A

Bei dieser Netzfeinheit war es nicht mehr möglich, kollabierte Elemente am Riss einzusetzen bei denen alle Knoten einer Elementseite auf den Rissspitzenpunkt zusammenfallen. Versuche zeigten, dass die Elemente an der Rissspitze schon bei geringen Belastungen so stark verformt wurden, dass die Rechnung nicht mehr konvergierte oder aufgrund von nicht mehr zulässigen Elementverformungen abbrach. Deswegen wurden bei der Modellierung um die Rissspitze herum kleine radiale Ausrundungen zwischen 0.001 und 0.03 mm gelegt. Die der Netzbezeichnung folgenden Buchstaben verweisen auf unterschiedliche Radien dieser Ausrundungen.

Als Modellwerkstoff wurde eine bilineare Fließkurve des ferritischen Reaktorbaustahls 20 MnMoNi 55 mit einer Streckgrenze von 414 MPa, einem Elastizitätsmodul von 205000 MPa und einem Tangentenmodul von 2500 MPa gewählt. In **Bild 4.1** ist das Netz mit dem feinsten Modellierungsgrad im Rissbereich (BSP12A), die unterschiedlichen Pfade zur Auswertung der Rissbeanspruchung, die Ausdehnung der plastischen Zone beim ersten Erreichen der Maximallast und die Lastfunktion dargestellt.

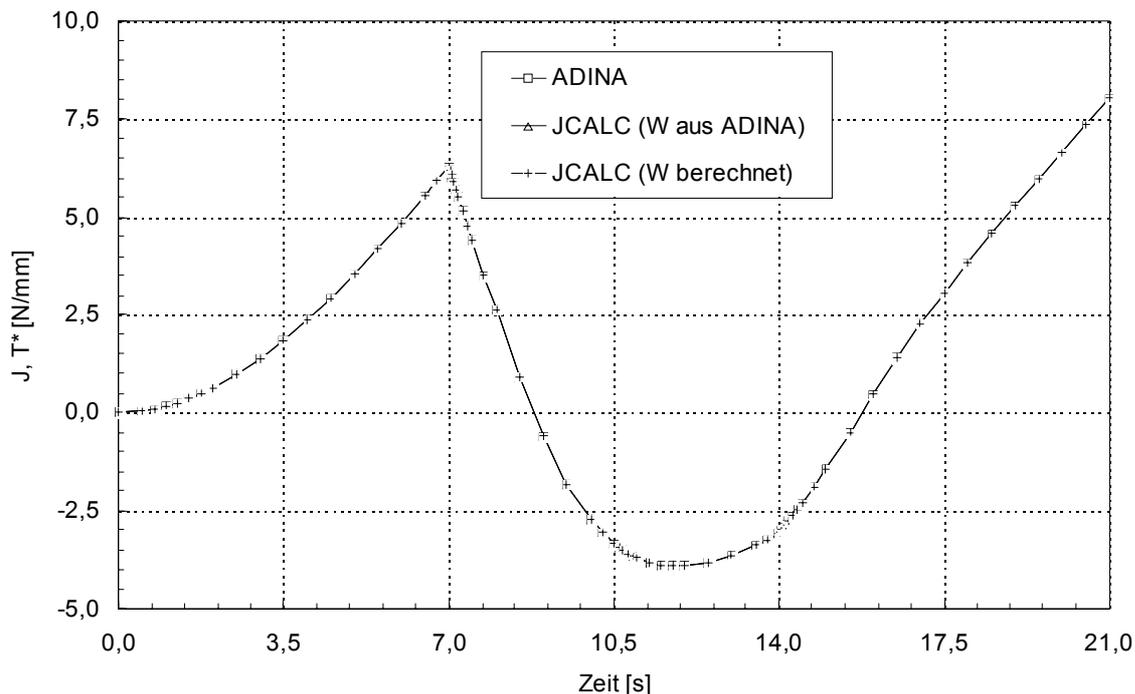


Bild 4.2

**Bild 4.2:** Vergleich zwischen dem J-Integralwert aus ADINA (deLorenzi) und dem mit JCALC berechneten ersten Volumenintegral von  $T^*$  (Netz BSP12A, Pfad 5)

Wie die theoretische Herleitung des Parameters  $T^*$  in Kapitel 2 aufzeigt, entspricht das erste Volumenintegral dem J-Integralwert und das zweite einem Korrekturterm zur Behebung der

Wegabhängigkeit. Zur Verifizierung der Berechnungsroutinen im selbst entwickelten Postprozessor JCALC wurden in den Berechnungen mit dem Finite Elemente Code ADINA [96] ebenfalls J-Integralwerte ermittelt. In ADINA wird das J-Integral über die Formulierung von deLorenzi ausgewertet und ist durch vielfache Anwendungen in den letzten Jahren bestätigt worden. Die Vergleiche der J-Integralwerte beider Programme ausgewertet für verschiedene Netze und Pfade, zeigten während des gesamten Lastfalls eine Übereinstimmung der Werte bis zur vierten Nachkommastelle. Im Postprozessor besteht die Option, die Formänderungsarbeit  $W$  einzulesen oder sie aus den eingelesenen Spannungen und Dehnungen zu berechnen. Wurde die Option zur Berechnung gewählt, so ergaben sich maximale Abweichungen in der zweiten Nachkommastelle ( $\sim 1\%$ ). Exemplarisch hierfür ist in **Bild 4.2** ein Vergleich der berechneten J-Integralwerte für den Pfad 5 des Netzes BSP12A dargestellt. Die Pfadbezeichnungen können dem **Bild 4.1** entnommen werden. Die innere Begrenzung des jeweiligen Pfades umfasst das konstant virtuell verschobene Gebiet, die äußere Berandung ist die Grenzkurve der auf Null abgeklungenen Verschiebung.

Der Parameter  $T^*$  sollte aufgrund der Konstruktion für alle Wege, die die Risspitze umschließen, denselben Wert aufweisen, unabhängig von der Belastungsgeschichte und dem eingeschlossenen Volumenbereich. Die Berechnung des Parameters  $T^*$  bestätigte diese Weg- und Gebietsunabhängigkeit für die untersuchten Netze. Die Integralwerte für unterschiedliche Pfade um die Risspitze für ein gegebenes Netz sind während des gesamten Lastpfades (Belastung, Entlastung, Wiederbelastung) nahezu weg- und gebietsunabhängig. Ein typisches Beispiel für die Weg- und Gebietsunabhängigkeit der  $T^*$ -Werte ist in **Bild 4.3** zu sehen. Dem gegenüber gestellt ist in **Bild 4.4** die aufgrund der Plastifizierung erwartete Wegabhängigkeit der J-Integralwerte im Entlastungsast. Die  $T^*$ -Werte weisen auch schon in der ersten Belastungsphase eine deutlich geringere Streuung auf als die entsprechenden J-Werte.

Jedoch ergaben sich für unterschiedliche Netze und Ausrundungen stark voneinander abweichende  $T^*$ -Werte, obwohl jedes Netz für sich nahezu weg- und gebietsunabhängige Werte dieses Parameters aufweist. **Bild 4.5** zeigt diese Streuung für zwei verschiedene Netze, gekennzeichnet durch BSP12 und ein etwas gröberes Netz BSP11. Der in der Legende für das jeweilige Netz in Klammern angegebene Wert entspricht dem Radius der modellierten Ausrundung in mm. Die Bandbreite der  $T^*$ -Werte erstreckt sich im Entlastungsbereich über stark fallende Werte (BSP12A) bis hin zu ansteigenden Werten (BSP12C).

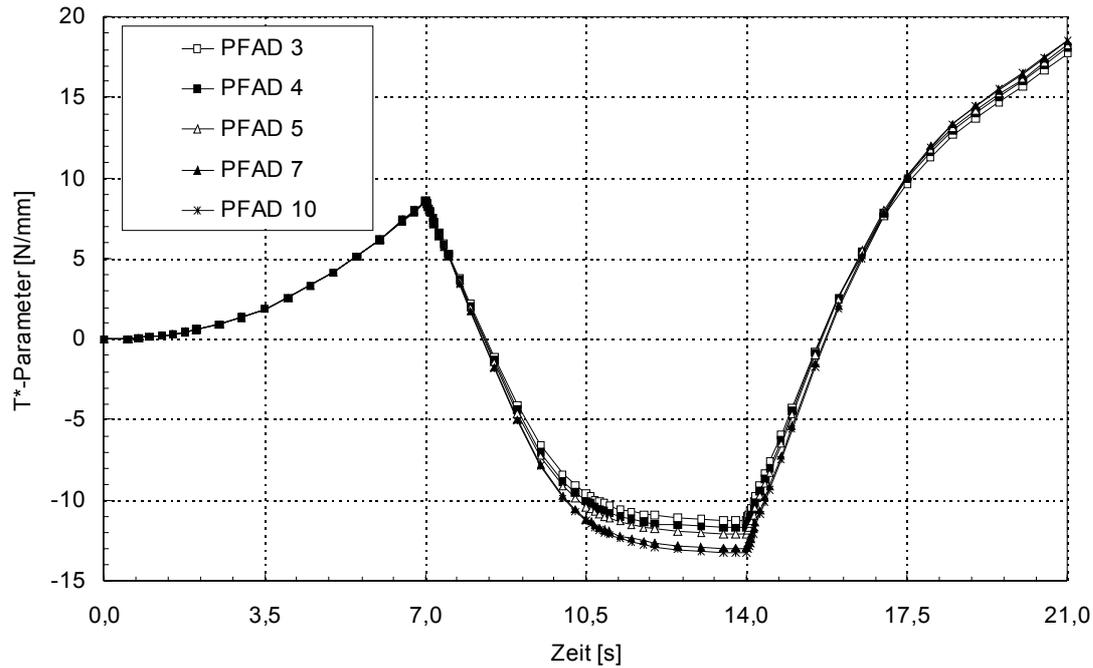


Bild 4.33

**Bild 4.3:** Weg- und Gebietunabhängigkeitsstudie der T\*-Werte für das Netz BSP12A

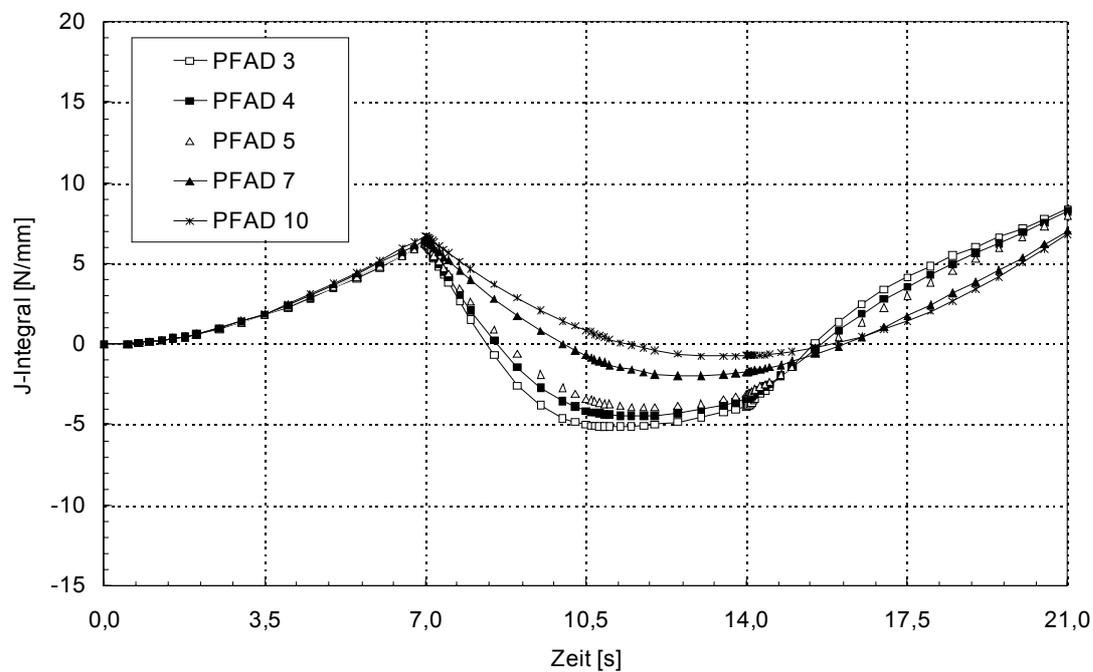


Bild 4.4

**Bild 4.4:** Wegabhängigkeitsstudie der J-Integralwerte für das Netz BSP12A

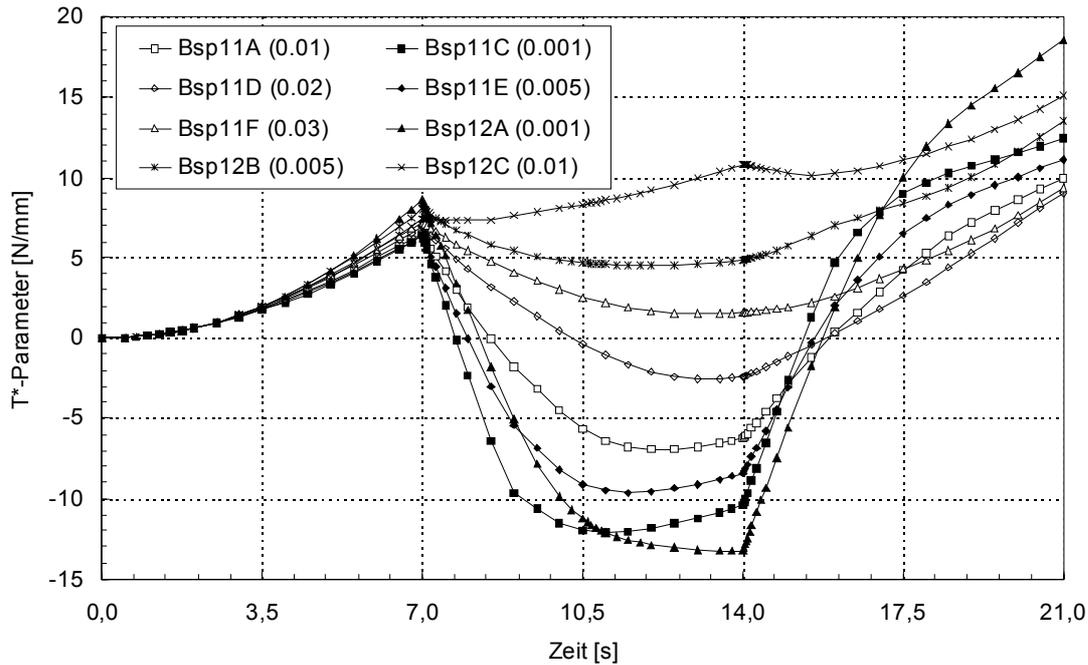


Bild 4.5

**Bild 4.5:** Netzabhängigkeitsstudie der T\*-Werte für die Netze BSP12 und BSP11

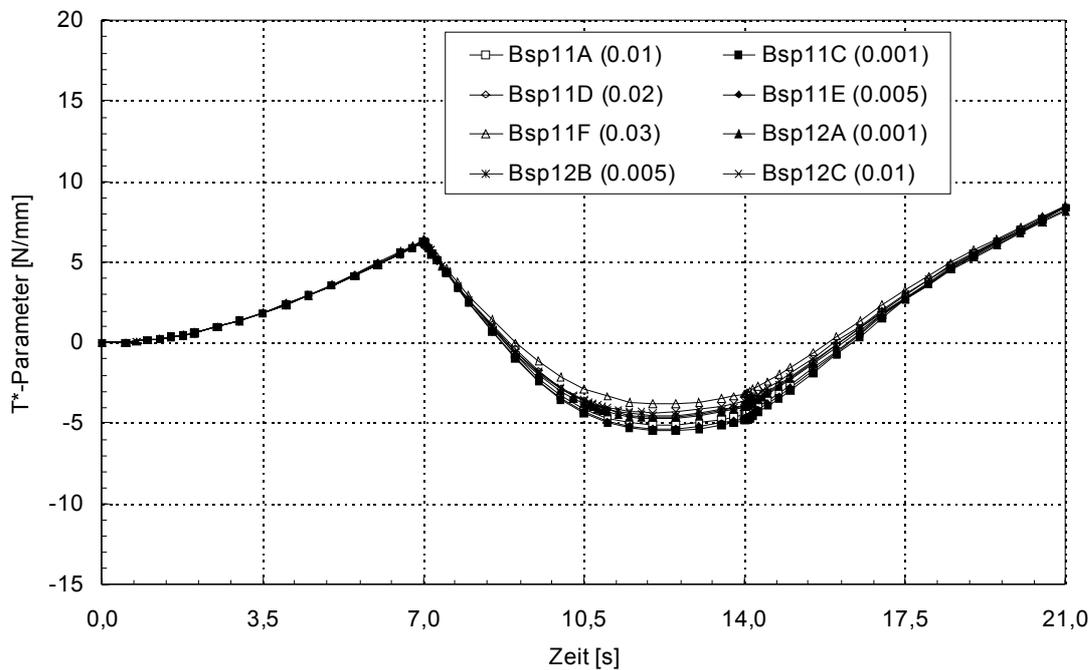


Bild 4.6

**Bild 4.6:** Netzabhängigkeitsstudie der T\*-Werte für die Netze BSP12 und BSP11 nach Aussparung eines Volumens um die Risspitze

Wie in der Herleitung zu sehen war, wird der Parameter  $T^*$  in der VCE-Form aus zwei Volumenintegralen berechnet. Das erste Volumenintegral entspricht einem Linienintegral entlang eines beliebigen Weges und ist identisch mit dem J-Integralwert für diesen Pfad. Das zweite Volumenintegral ergibt den Korrekturterm zur Weg- und Gebietsunabhängigkeit und erstreckt sich über das von diesem Weg und der Risspitze eingeschlossene Gebiet. Von der Theorie her ergibt sich der Wert des Korrekturterms durch den Grenzwert  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Für alle Wege, die nur durch Gebiete führen, die während der gesamten Lastgeschichte elastisch bleiben, ist der Wert des J-Integrals gleich und wird im weiteren mit J im Fernfeld bezeichnet.  $T^*$  ergibt sich für diese Wege aus dem J im Fernfeld und dem Korrekturterm. Im Fernfeld stimmen die J-Werte der verschiedenen Netze überein. Werden die Korrekturtermbeiträge von außen kommend schichtweise berechnet, dann ist der aus dem Fernfeld J und den Korrekturtermbeiträgen gebildete Parameter in verschiedenen Netzen solange identisch, wie die Beiträge zur Korrektur gleich sind. Somit sollten sich die  $T^*$ -Werte unterschiedlicher Netze bei Aussparung eines noch nicht näher spezifizierten Volumens um die Risspitze einander annähern. Aussparung heißt in diesem Zusammenhang, dass der Korrekturterm des herausgenommenen Volumens bei der Berechnung von  $T^*$  nicht berücksichtigt wird. Im Grenzfall, in dem der gesamte irgendwann einmal plastifizierte Volumenbereich ausgespart wird, müssen die  $T^*$  der unterschiedlichen Netze identisch sein, da sie ja dann genau dem J im Fernfeld entsprechen.

Werden in den hier betrachteten Netzen die Elemente in einem Radius von 0.11 mm um die Risspitze herum ausgespart, was einer bzw. sechs Elementschichten in den Netzen BSP11 bzw. BSP12 entspricht, so verschwindet die vormals starke Netzabhängigkeit der  $T^*$ -Werte (**Bild 4.6**).

Ähnliche Ergebnisse lieferten auch die Berechnungen von  $J^*$ . Jedes der betrachteten Netze wies ebenfalls nahezu weg- und gebietsunabhängige  $J^*$ -Werte auf. Werden aber die  $J^*$ -Werte der unterschiedlichen Netze miteinander verglichen, dann zeigt sich wiederum eine starke Streuung (siehe **Bild 4.7**). Der prinzipielle Aufbau des Parameters  $J^*$  unterscheidet sich nicht von  $T^*$ , so dass die oben angeführte Argumentation über die Aussparung eines Volumenbereichs direkt übertragen werden kann. Die Aussparung des oben angegebenen Volumens um die Risspitze führt auch in diesem Parameter zu einer deutlichen Reduzierung der Netzabhängigkeit (siehe **Bild 4.8**).

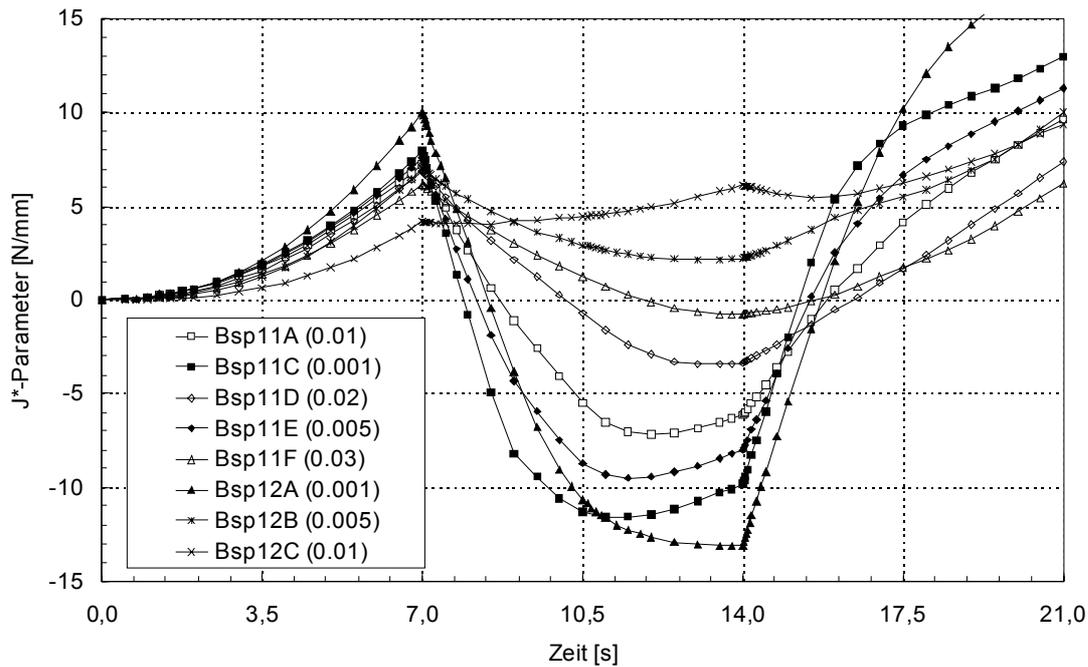


Bild 4.7

**Bild 4.7:** Netzabhängigkeitsstudie der  $J^*$ -Werte für die Netze BSP12 und BSP11

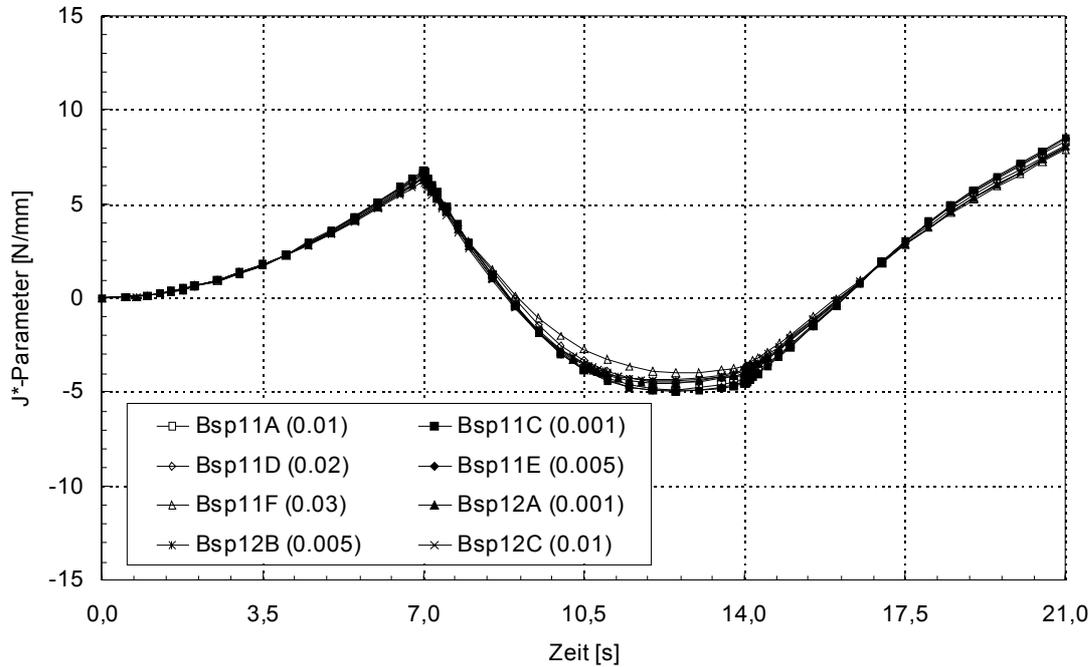


Bild 4.8

**Bild 4.8:** Netzabhängigkeitsstudie der  $J^*$ -Werte für die Netze BSP12 und BSP11 nach Aussparung eines Volumens um die Risspitze

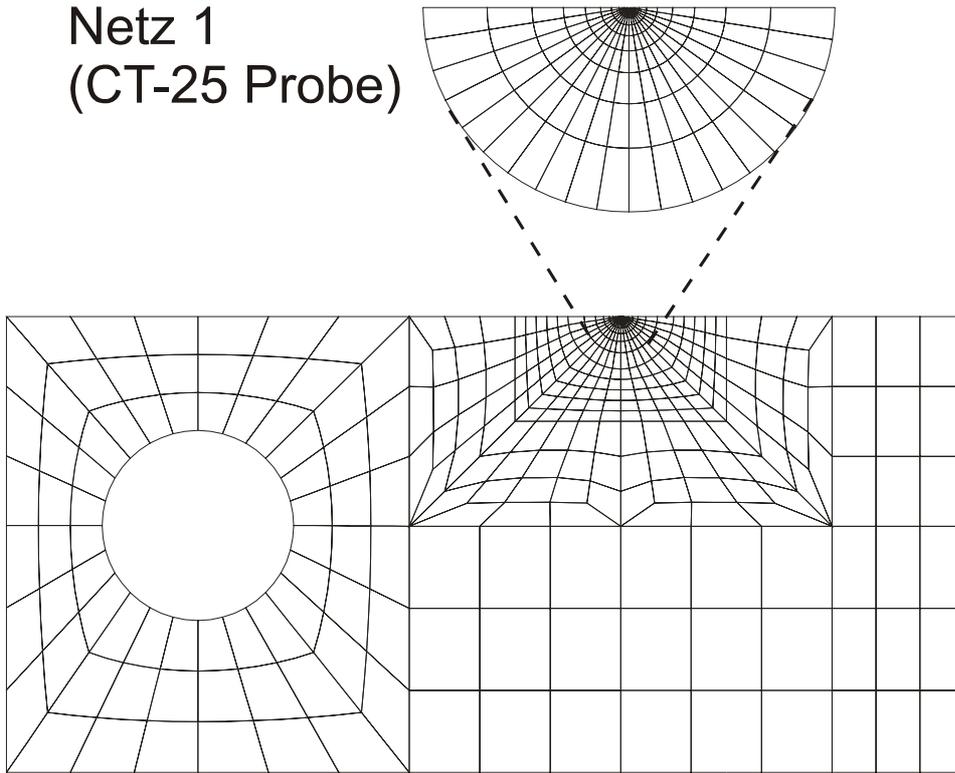
Insgesamt ergaben die ersten Untersuchungen mit den Testnetzen, dass  $T^*$  und  $J^*$  für jedes Netz weg- und gebietsunabhängig sind, aber eine Netzabhängigkeit auftritt, die erst bei Aussparung eines Volumens um die Risspitze verschwindet. Es war nicht möglich, bei der Berechnung eines einzelnen Netzes von vorne herein die Größe des auszusparenden Volumens anzugeben, um zu netzunabhängigen Werten zu gelangen. Die Ursache der Netzabhängigkeit liegt in den Unterschieden des Korrekturterms im Rissspitzenbereich und somit in den dort berechneten Spannungen und Dehnungen bzw. ihren Ableitungen. Zum tieferen Verständnis der aufgetretenen Problematik wurden weitere systematische Untersuchungen an einer CT-Probe durchgeführt.

#### 4.2 Systematische Untersuchung zur Netzabhängigkeit von $T^*$ und $J^*$

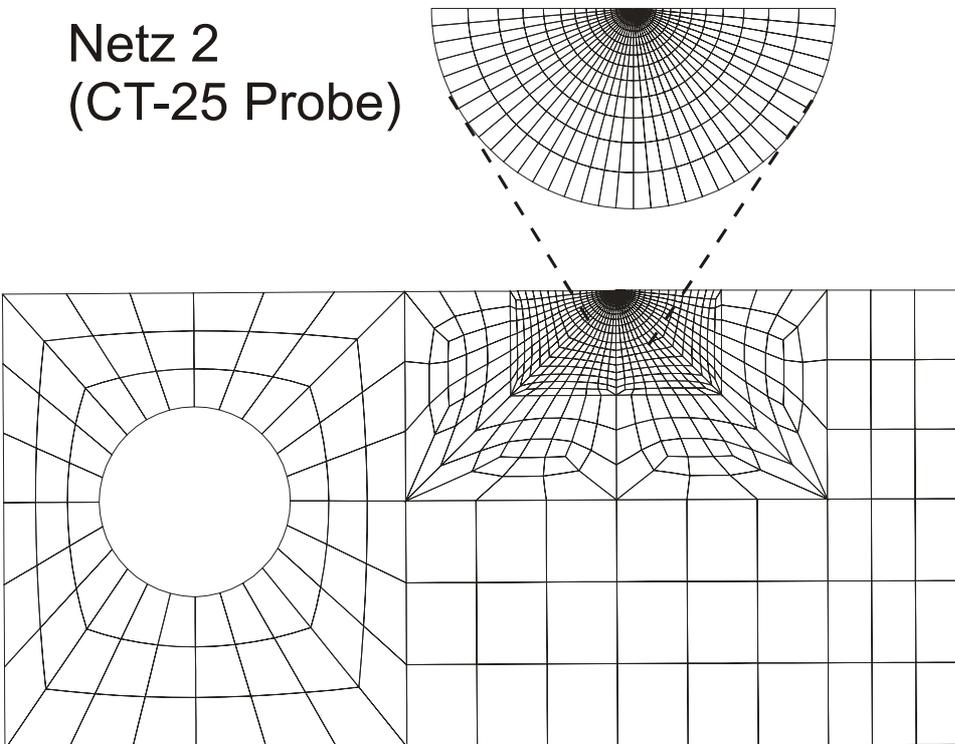
Es wurde ein Modell mit den grundlegenden geometrischen Abmessungen einer CT-25 Probe generiert. Zur systematischen Untersuchung der Netzabhängigkeit wurden die vier in **Bild 4.9a** und **4.9b** dargestellten Vernetzungen ausgewählt. Die Netze 1 und 2 haben am Rissspitzenknoten wieder eine radiale Ausrundung und die Elemente verlaufen ringförmig um die Risspitze. Das Modell für Netz 2 ist im Rissspitzenbereich feiner modelliert. Die Netze 3 und 4 haben im Rissspitzenbereich rechteckige Elemente und weisen dementsprechend keine Ausrundung auf. Netz 4 ist im Rissbereich doppelt so fein modelliert wie Netz 3. Stellvertretend für alle Netze ist in **Bild 4.9c** die plastische Zone bei Maximallast und das Gebiet der Pfadauswertungen am Beispiel von Netz 1 zu sehen. Der Lastpfad erstreckt sich über den fiktiven Zeitraum von 10 Sekunden. In Anlehnung an den WPS-Versuch WPS97 der MPA Stuttgart [97] hat die Probe ein  $a/W$ -Verhältnis von 0.552 und wird innerhalb der ersten fiktiven 5 Sekunden bis auf 56.6 kN linear belastet. Innerhalb der zweiten Zeitspanne von 5 Sekunden wird linear bis auf die Hälfte der Vorlast (28.25kN) entlastet. Als Werkstoff wurde das ferritische Material 10 MnMoNi 55 formgeschweißt eingesetzt, einer der untersuchten Werkstoffe des WPS-Programms.

Als Ursache für die Netzabhängigkeit der  $T^*$ -Werte wurden die Unterschiede im Beitrag des Korrekturterms im Bereich der Risspitze ausgemacht. Die deutlichen Diskrepanzen traten in den Testnetzen schon während der Entlastungsphase auf. Der Korrekturterm hängt aber nur von den Spannungen und Dehnungen bzw. den Ortsableitungen ab. Deswegen wurden die Verteilungen im Rissbereich dieser beiden Feldgrößen näher untersucht.

Netz 1  
(CT-25 Probe)

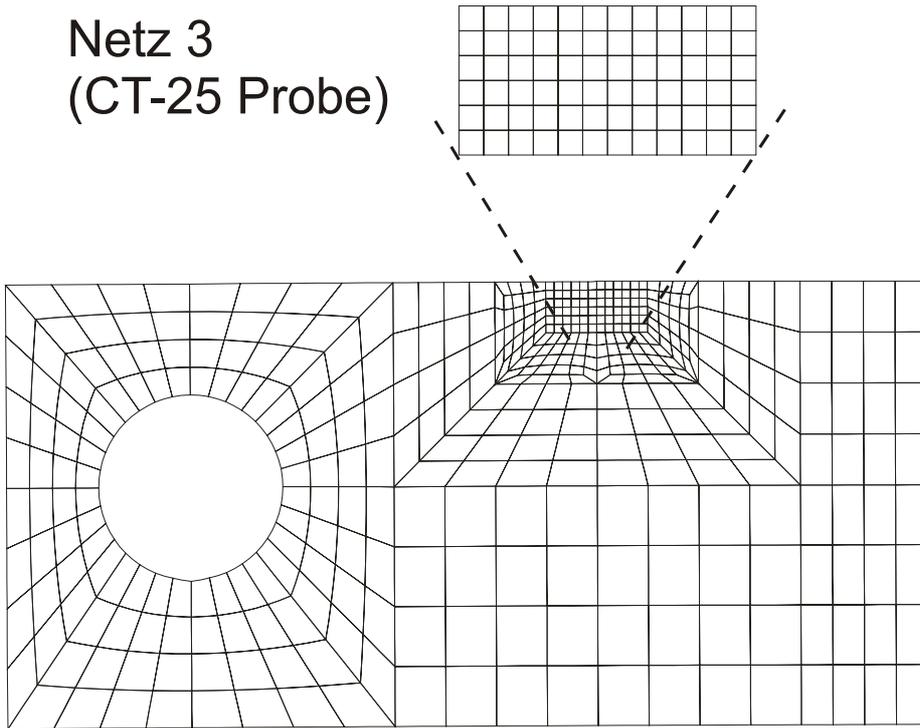


Netz 2  
(CT-25 Probe)

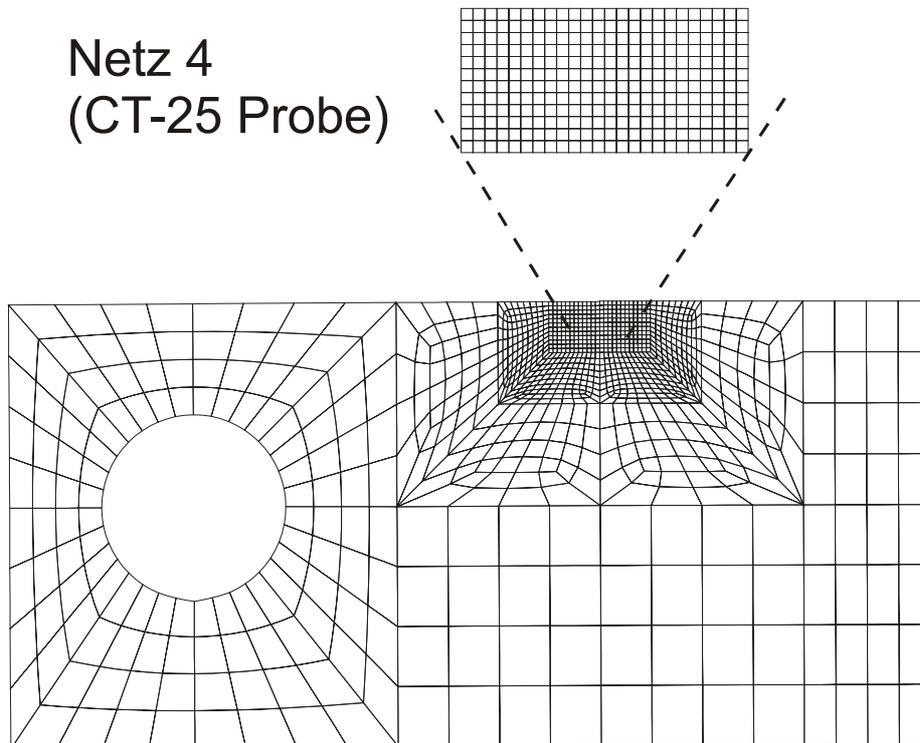


**Bild 4.9a:** CT-Probe, Netze 1 und 2

Netz 3  
(CT-25 Probe)



Netz 4  
(CT-25 Probe)



**Bild 4.9b:** CT-Probe, Netze 3 und 4

## FE-Netz 1 der CT-25 Probe

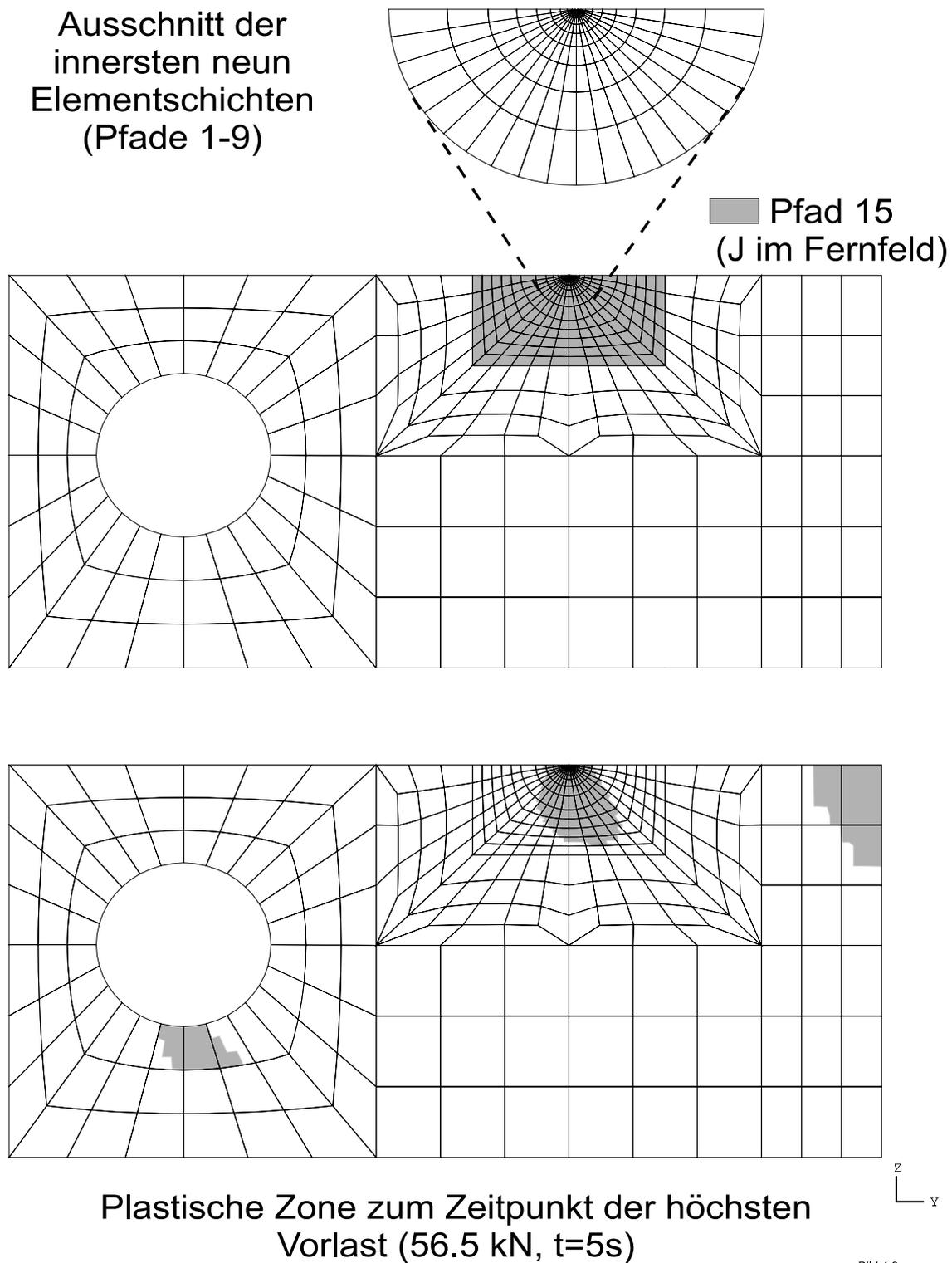
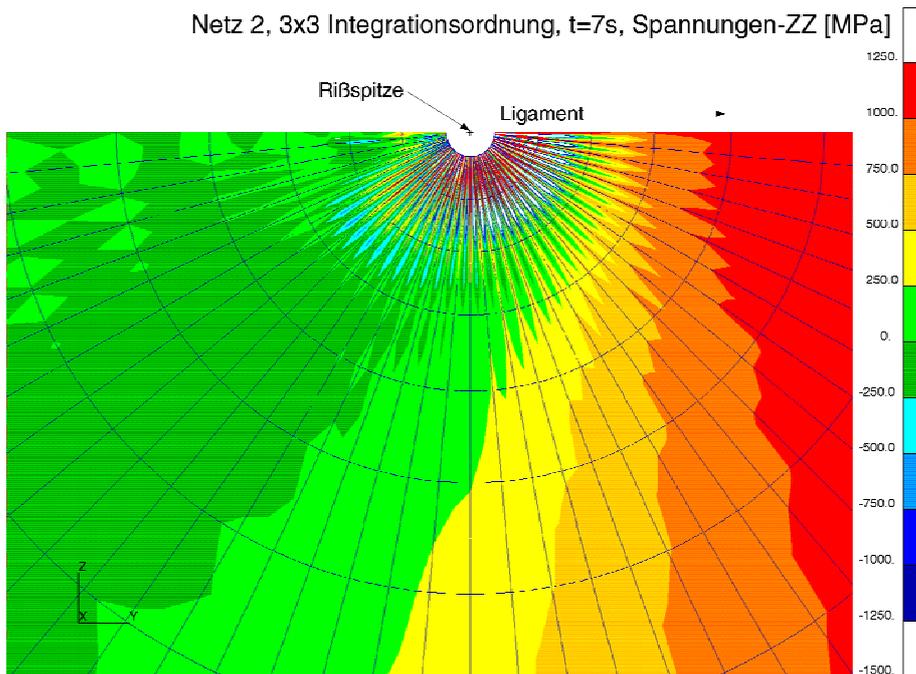
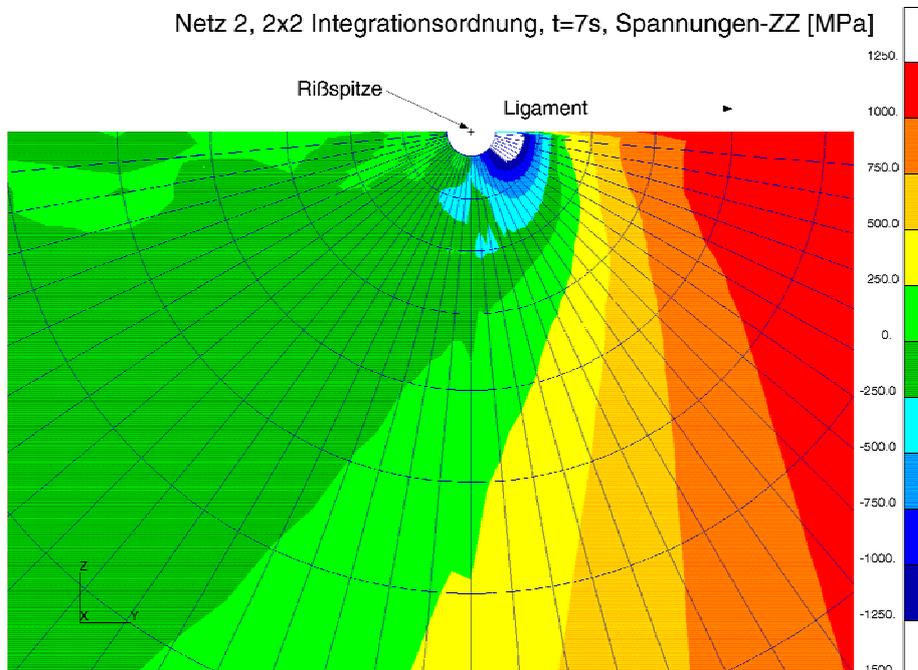


Bild 4.9

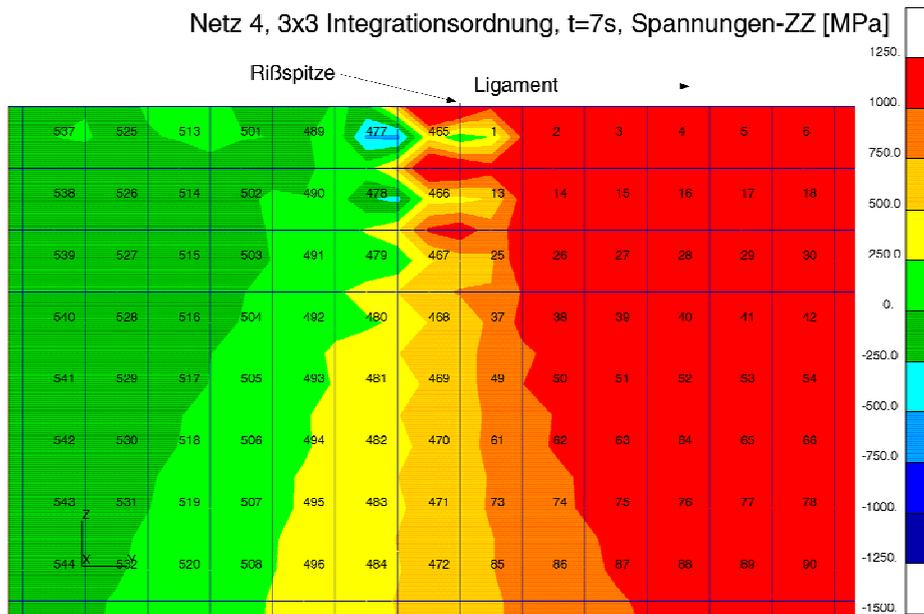
**Bild 4.9c:** CT-Probe, Vernetzung, Pfade und plastische Zone bei Maximallast für Netz 1



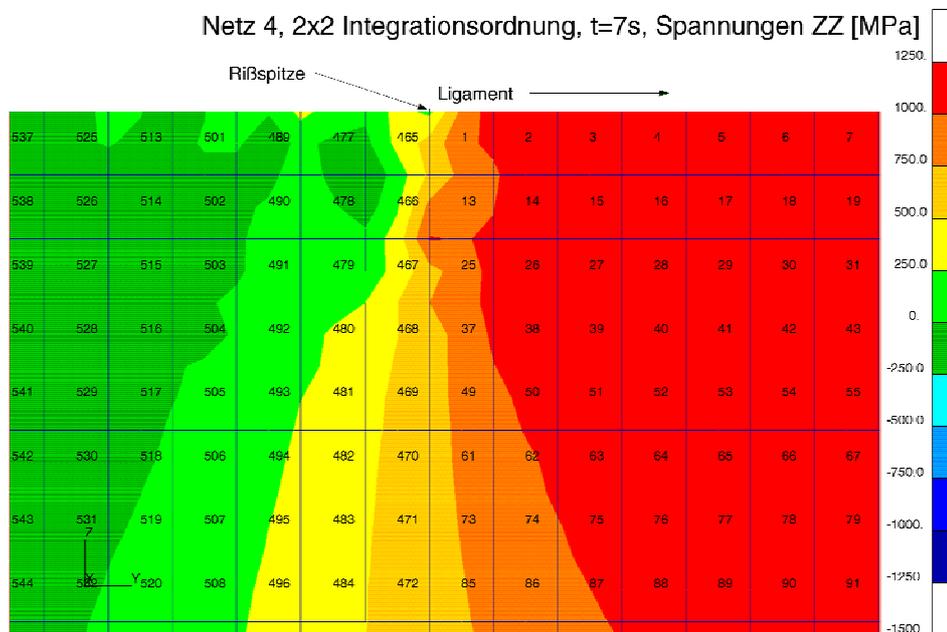
**Bild 4.10:** CT-Probe, Verteilung der rissöffnenden Spannungskomponente im Rissbereich für Netz 2 mit 3x3-Integration nach 7 Sekunden



**Bild 4.11:** CT-Probe, Verteilung der rissöffnenden Spannungskomponente im Rissbereich für Netz 2 mit 2x2-Integration nach 7 Sekunden



**Bild 4.12:** CT-Probe, Verteilung der rissöffnenden Spannungskomponente im Rissbereich für Netz 4 mit 3x3-Integration nach 7 Sekunden



**Bild 4.13:** CT-Probe, Verteilung der rissöffnenden Spannungskomponente im Rissbereich für Netz 4 mit 2x2-Integration nach 7 Sekunden

Für das Netz 2 zeigt **Bild 4.10** die mit einer 3x3-Integration berechnete Verteilung der rissöffnenden Spannungskomponente im Rissspitzenbereich zu dem fiktiven Zeitpunkt  $t=7$  Sekunden im Entlastungsast. An den Elementübergängen und auch innerhalb der einzelnen Elemente im Rissspitzenbereich sind deutlich starke Oszillationen auszumachen. Der Bereich der starken Schwankungen erstreckt sich über einige Elementschichten. Die maximale Amplitude der Spannungsozillation beträgt in der innersten Elementschicht einige tausend MPa. Bilden derartig schwankende Spannungswerte die Grundlage für die Ortsableitungen, so werden sich schon geringe Unterschiede in der Spannungsozillation deutlich auf den Korrekturterm auswirken. Damit lassen sich dann auch die unterschiedlichen Trends von negativen bis hin zu positiven Korrekturtermen in verschiedenen Netzen erklären. Analoge Aussagen gelten selbstverständlich auch für die Dehnungsverteilungen. Wird die Rechnung mit einer 2x2 Integrationsordnung wiederholt, so ergeben sich im Rissspitzenbereich sehr viel glattere und plausible Verteilungen der Spannungskomponenten (siehe **Bild 4.11**). Mit dieser Integrationsordnung ist auch der im Entlastungsbereich am Ligament zu erwartende Druckspannungsbereich zu erkennen. Auch hier treten in der innersten Elementschicht noch leichte Oszillationen auf, aber sie liegen betraglich nur noch bei einigen 10 MPa.

Die Untersuchungen der Netze 3 und 4 mit den rechteckigen Elementen im Rissbereich ergaben ein ähnliches Ergebnis. Auch hier treten bei einer 3x3 Integrationsordnung Schwankungen der Spannungskomponenten im Rissspitzenbereich auf (siehe **Bild 4.12**), die mit einer 2x2 Integrationsordnung deutlich verringert werden können (siehe **Bild 4.13**). Ein Vergleich der **Bilder 4.11** und **4.13** zeigt, dass die ringförmig um die Rissspitze angeordneten Elemente eine detailliertere Spannungsverteilung liefern. In den späteren Untersuchungen der WPS-Versuche und der RDB-Integritätsbewertung wurden deshalb Netze mit ringförmig um die Rissspitze angeordneten Elementen und einer 2x2 Integrationsordnung eingesetzt.

Die Unterschiede in den Spannungs- und Dehnungsverteilungen im Rissspitzenbereich bei einer Änderung der Integrationsordnung schlagen sich auch im Korrekturterm von  $T^*$  und  $J^*$  nieder. Die Weg- und Gebietsunabhängigkeitsstudie des Parameters  $T^*$  während des gesamten Lastpfades ist in **Bild 4.14** für die 3x3-Integration bzw. in **Bild 4.15** für die 2x2-Integration dargestellt. Mit den einzelnen Pfaden wird der plastifizierte Bereich zwischen Risspitze (Pfad 1) und dem während der gesamten Belastung elastisch gebliebenen Gebiet (Pfad 9) abgedeckt. Im Vergleich der beiden Bilder zeigt sich der Einfluss der Integrationsordnung auf den Parameter  $T^*$ . So ist zu erkennen, dass die 2x2-Integration eine deutlich bessere Weg- und Gebietsunabhängigkeit liefert, ab dem zweiten Pfad liegen die Werte während der gesamten Lastgeschichte übereinander, nur der innerste Pfad schert aus dem Band aus. Mit einer 3x3-Integration hingegen ergibt sich im Entlastungsast eine größere

Streuung von  $T^*$  für die verschiedenen Pfade, und der innerste Pfad weicht schon während der Belastung von den anderen ab. Bei einer 2x2-Integration fallen die  $T^*$ -Werte im Entlastungsast stärker, als dies bei der 3x3-Integration der Fall ist und nach zum Zeitpunkt 7 Sekunden ist eine Trendwende zu wieder ansteigenden Werten zu sehen. Zu diesem Zeitpunkt beginnt in den innersten Elementen die Replastifizierung im Druckbereich, die zu einem Anstieg in der Formänderungsarbeit  $W$  führt und somit zu wieder anwachsenden  $T^*$ -Werten. Im Falle einer 3x3-Integration findet ebenfalls eine Replastifizierung im Druckbereich statt, sie ist aber in den  $T^*$ -Werten nicht wiederzuerkennen, da die Oszillationen in den Spannungs- und Dehnungsverteilungen an der Riss Spitze diese Informationen bei einer Ortsableitung überdecken.

Ein qualitativ identisches Ergebnis ergibt sich bei der Auswertung des Parameters  $J^*$ . Auch hier ist die Streuung in der Werte mit der 3x3-Integration größer (siehe **Bild 4.16**). Die Trendwende zu wieder anwachsenden  $J^*$ -Werten durch die Replastifizierung der inneren Elemente ist ebenfalls nur mit der 2x2-Integration zu erkennen, die wiederum eine deutlich bessere Weg- und Gebietsunabhängigkeit aufweist (siehe **Bild 4.17**).

In der Auswertung der J-Integralwerte für beide Integrationsordnungen ist zum einen die deutliche Wegabhängigkeit im Entlastungsast zu erkennen, und zum anderen unterscheiden sich die J-Werte nur in den innersten beiden Wegen Pfad 1 und 2 (siehe **Bilder 4.18** und **4.19**). Ein Vergleich der bei Maximallast erreichten J-Werte mit den  $T^*$ - und  $J^*$ -Werten für eine 2x2-Integration zeigt, dass die  $J^*$ -Werte wie erwartet (Kapitel 3.1.3) niedriger sind als die beiden anderen Parameter mit nahezu gleichen Werten.

### **4.3 Diskussion und Schlussfolgerungen aus den Berechnungen mit den Testnetzen**

Die numerische Auswertungen der Parameter  $T^*$  und  $J^*$  mit den Testnetzen bestätigen die theoretisch vorhergesagte Weg- und Gebietsunabhängigkeit in jedem Netz. Jedoch zeigten die Berechnungen mit dem vereinfachten Rissmodell, dass die Weg- und Gebietsunabhängigkeit allein noch keine einheitlichen Werte der Parameter ergibt. Unterschiedliche Vernetzungen im Riss Spitzenbereich führen bei einer 3x3-Integration zu stark netzabhängigen Parameterwerten im Entlastungsast (siehe **Bild 4.5**).

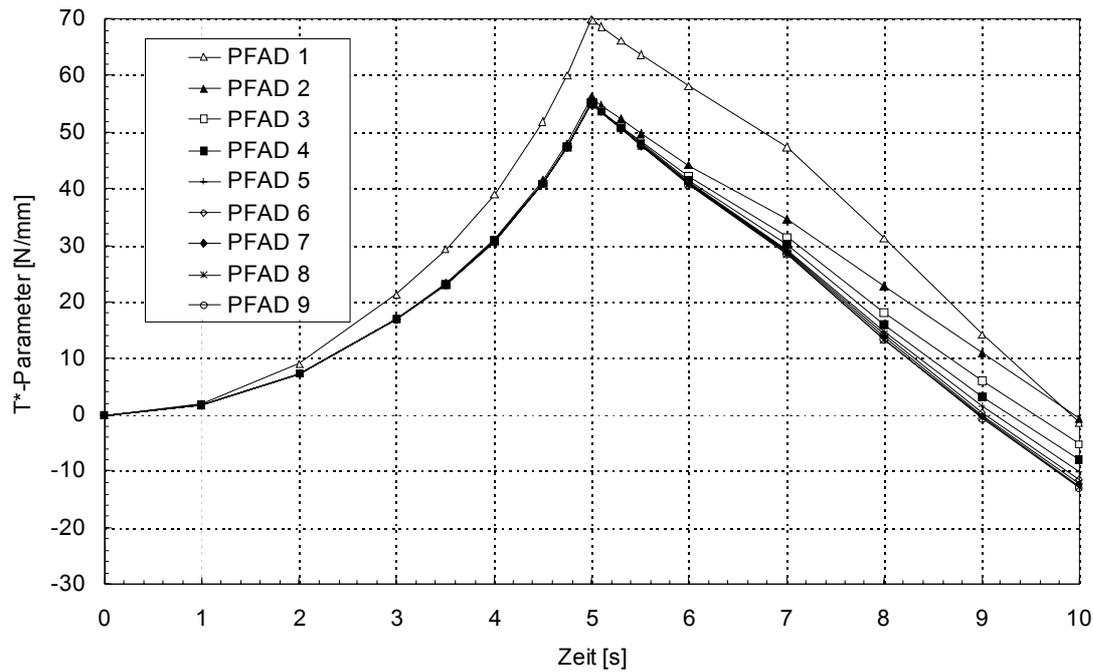


Bild 4.14

**Bild 4.14:** CT-Probe, Weg- und Gebietunabhängigkeitsstudie der  $T^*$ -Werte für Netz 1 mit 3x3-Integration

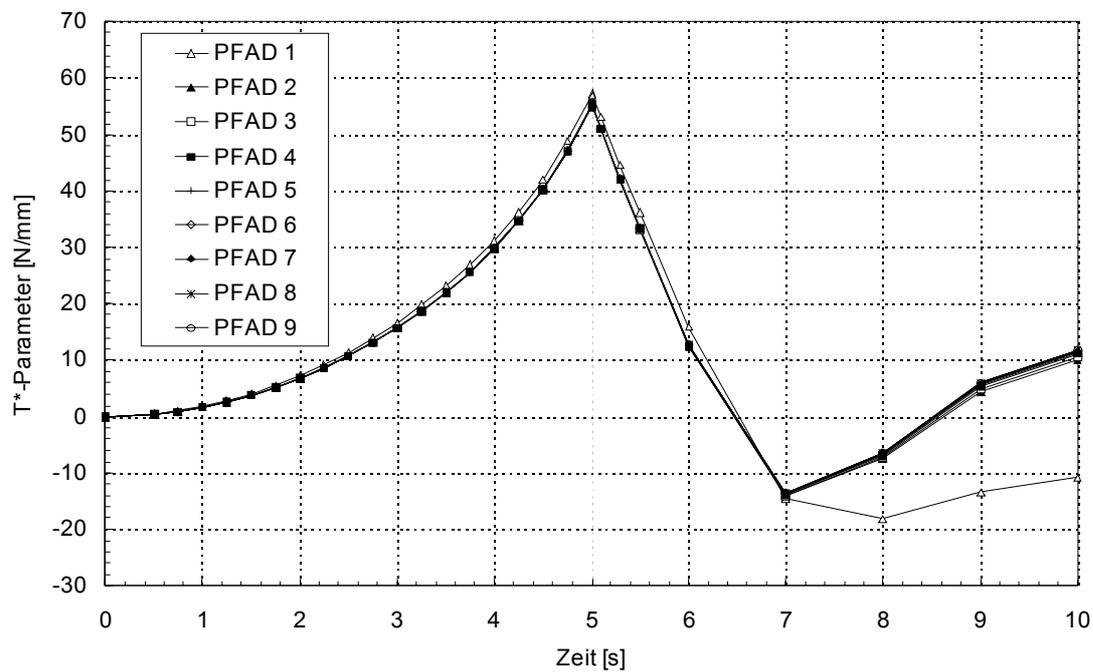


Bild 4.15

**Bild 4.15:** CT-Probe, Weg- und Gebietunabhängigkeitsstudie der  $T^*$ -Werte für Netz 1 mit 2x2-Integration

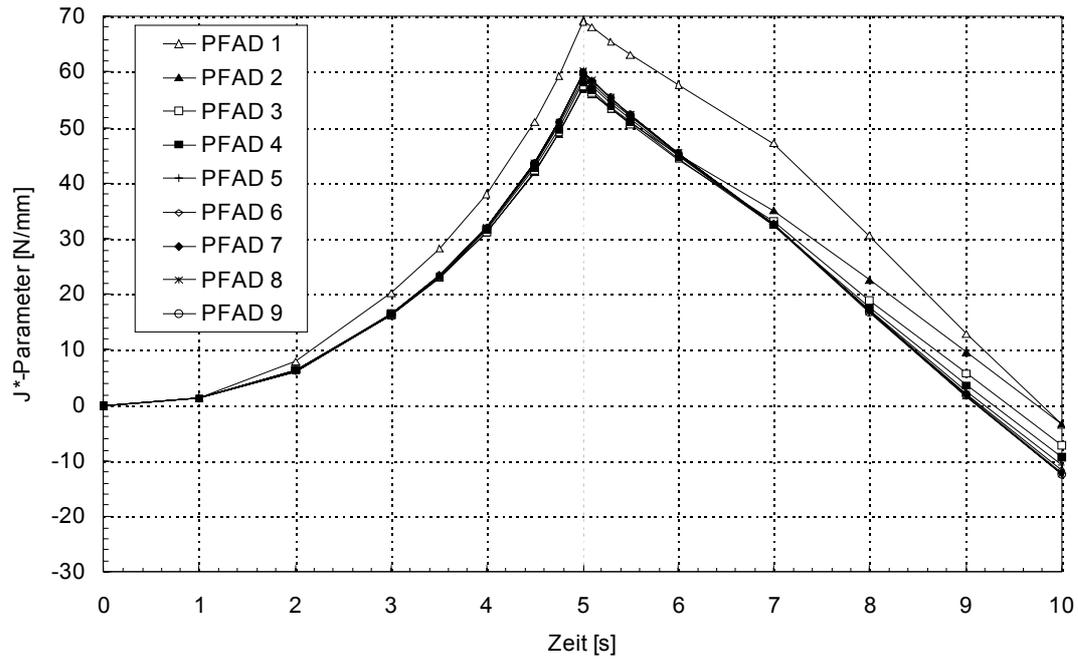


Bild 4.16

**Bild 4.16:** CT-Probe, Weg- und Gebietunabhängigkeitsstudie der  $J^*$ -Werte für Netz 1 mit 3x3-Integration

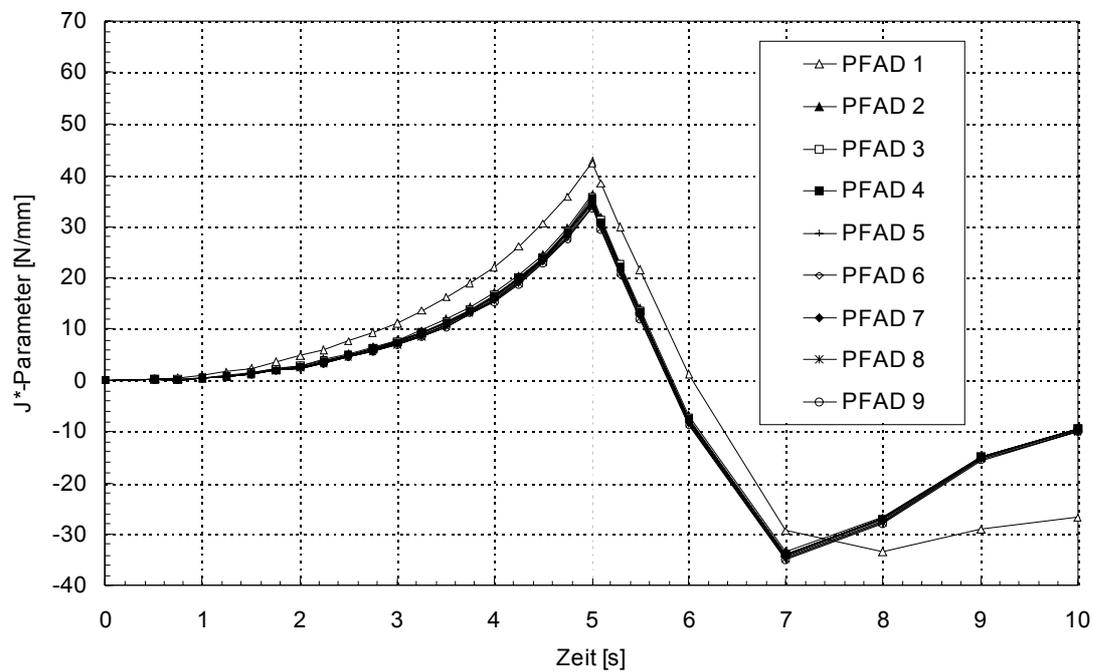


Bild 4.17

**Bild 4.17:** CT-Probe, Weg- und Gebietunabhängigkeitsstudie der  $J^*$ -Werte für Netz 1 mit 2x2-Integration

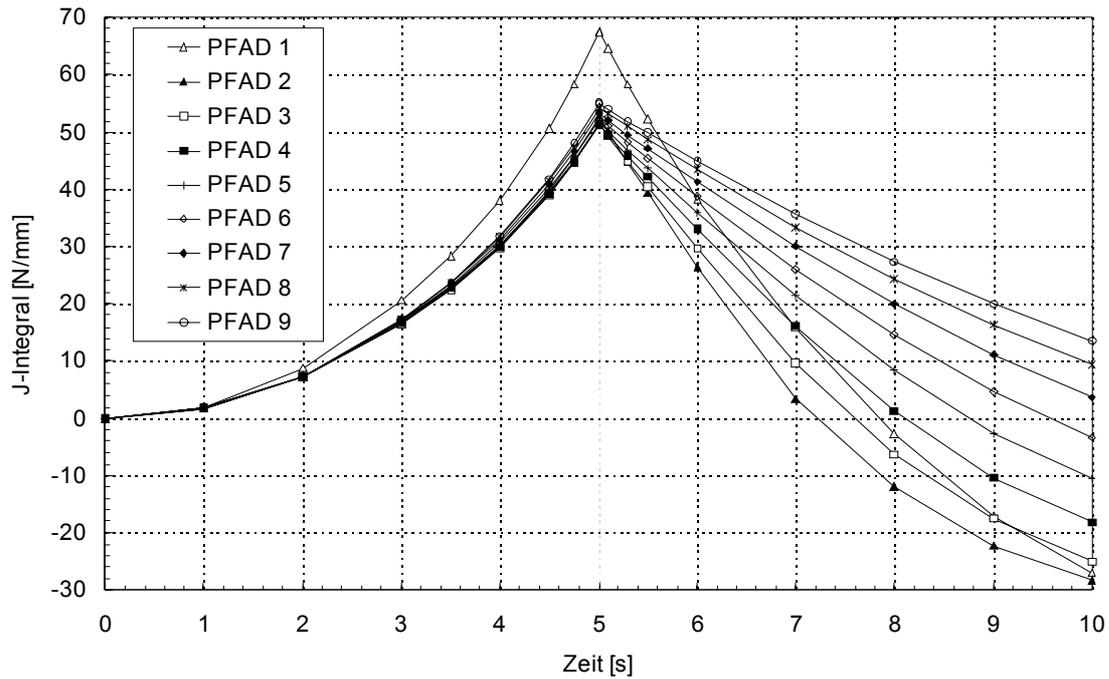


Bild 4.18

Bild 4.18: CT-Probe, Wegabhängigkeitsstudie der J-Werte für Netz 1 mit 3x3-Integration

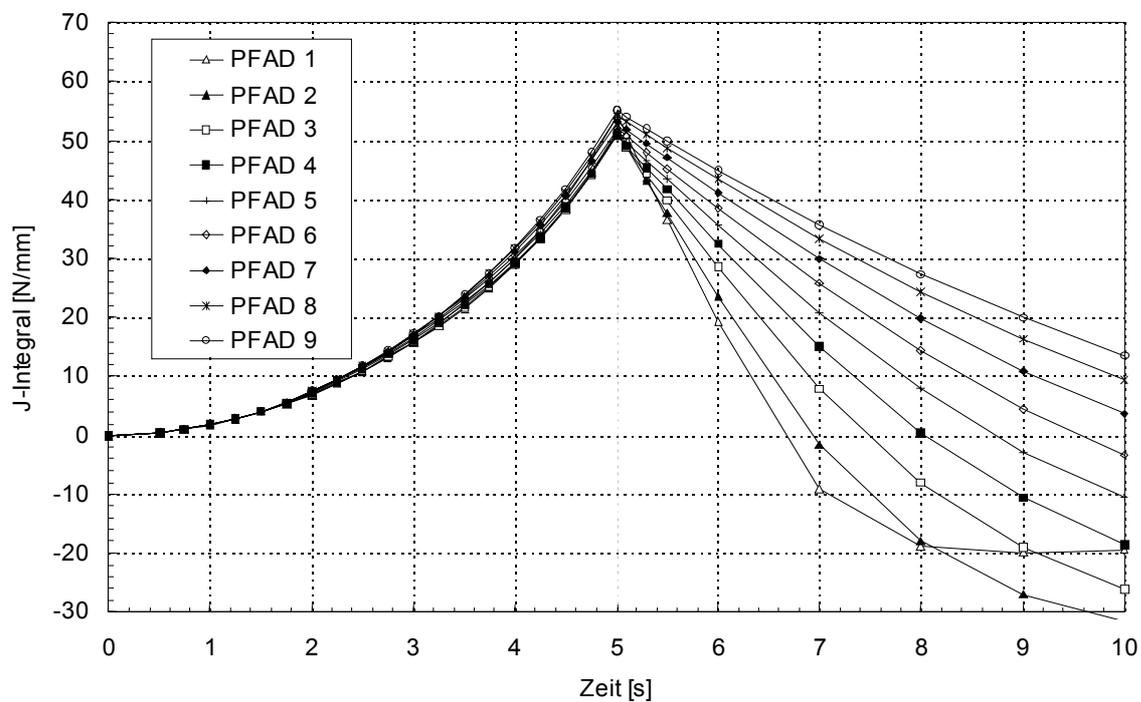


Bild 4.19

Bild 4.19: CT-Probe, Wegabhängigkeitsstudie der J-Werte für Netz 1 mit 2x2-Integration

Das Spektrum der Streuung des  $T^*$  Parameters bei einem Lastpfad mit Be-, Ent- und Wiederbelastung deckt die in der Literatur für ähnliche Parameter angegebenen Werte ab. So ist zum Beispiel der qualitative Verlauf von  $T^*$  für das Netz BSP11D dem von Chiarelli [73] für isotrop verfestigendes Material berechneten  $G(I)$  ähnlich, und der qualitative Verlauf für das Netz BSP12C ist dem von Debruyne [74] angegebenen Parameter  $G_{TP}$  für isotrope Verfestigung ähnlich. In der Literatur wird aber nur jeweils ein Netz betrachtet und die Weg- und Gebietsunabhängigkeit der Parameter nachgewiesen, auf die Problematik der Netzabhängigkeit wird nicht eingegangen.

Die systematischen Untersuchungen an der CT-Probe zeigen, dass insbesondere unterschiedliche Integrationsordnungen einen erheblichen Einfluss auf die Spannungs- und Dehnungsverteilungen im Rissspitzenbereich haben und somit auf den Korrekturterm. Die detaillierteren und glatteren Felder werden mit ringförmig um die Rissspitze angeordneten Elementen und einer  $2 \times 2$ -Integration erhalten. Werden die Parameter in einem so gearteten Netz für verschiedene Pfade ausgewertet, so schert jeweils nur der innerste Pfad aus dem engen Streuband der übrigen Wege aus (siehe **Bilder 4.15** und **4.17**). Im Verschiebungsfeld zur Berechnung des innersten Pfades wurden nur der Rissspitzenknoten bzw. die ringförmig um die Rissspitze liegenden Knoten konstant verschoben und die Verschiebungsfunktion klingt innerhalb der ersten Elementschicht auf Null ab. Die aus der Finite Element Rechnung (FE-Rechnung) ermittelten Spannungen und Dehnungen in diesem Bereich sind sehr ungenau, was gerade durch das Ausscheren des innersten Pfades belegt wird.

Wird die innerste Elementschicht bei der Auswertung der Parameter ausgespart, das heißt der Korrekturtermbeitrag des Volumens dieser Elementschicht wird nicht berücksichtigt, so rücken die vormals netzabhängigen Werte von  $T^*$  und  $J^*$  deutlich näher zusammen und sind nahezu netzunabhängig. Ein Vergleich mit Berücksichtigung bzw. Aussparung der innersten Elementschicht ist für  $T^*$  in **Bild 4.20** und für  $J^*$  in **Bild 4.21** dargestellt. In den Darstellungen sind nur die jeweils größten Pfade als Repräsentanten des engen Streubandes eingezeichnet. Da alle übrigen Pfade bei Aussparung um den gleichen Betrag korrigiert werden, ändert sich nichts an der Weg- und Gebietsunabhängigkeit.

Durch die Aussparung einer Elementschicht bleibt auch näherungsweise das Gebiet mit der im Entlastungsast höchsten Replastifizierung im Druckbereich unberücksichtigt und der Wiederanstieg der Parameter reduziert sich deutlich. Um zu veranschaulichen, wie sich die Korrekturtermbeiträge auf die unterschiedlichen Rissspitzenbereiche aufteilen, genügt eine radiale Betrachtung. In **Bild 4.22** ist die radiale Korrekturtermdichte  $f(r)$  (Korrekturtermbeitrag der ringförmigen Elementschicht/Volumen der jeweiligen Schicht) für  $T^*$  als Funktion der

mittleren radialen Rissspitzenentfernung der Elementschicht für beide Netze zum Zeitpunkt  $t=10s$ , also am Ende der Entlastung, dargestellt. Der Parameter  $T^*$  ergibt sich aus dem J-Integralwert im Fernfeld (elastisches J) plus dem Integral der Funktion  $f(r)$  über den radialen Abstand multipliziert mit der Zahl  $\pi$ . Aus der Momentaufnahme in **Bild 4.22** ist ersichtlich, dass die weiter vor der Rissspitze liegenden Schichten ( $0.5 < r < 1.5$  mm), die im Verlauf der Vorbelastung nur eine geringe Plastifizierung erreicht haben, jetzt eine leichte Entlastung erfahren und somit nur einen kleinen negativen Beitrag zum Korrekturterm liefern. Nähert man sich der Rissspitze, so durchfährt man das Gebiet der während der Vorbelastung stärker plastifizierten Bereiche, die sich jetzt noch in der elastischen Entlastung befinden und somit die höchsten negativen Beiträge aufweisen ( $0.15 < r < 0.5$  mm). Ab einer gewissen Entfernung ist eine Trendwende von negativen zu positiven Beiträgen festzustellen. Dies ist das Gebiet der im Entlastungsast replastifizierten Elemente im Druckbereich, die mit einem erheblichen Anteil zum Anwachsen des Parameters beitragen.

Die Parameter  $T^*$  und  $J^*$  sollen zur Beurteilung einer möglichen Rissweiterung herangezogen werden. Im Entlastungsfall liegt an der Rissspitze lokal ein Druckzustand vor, der eine Materialschädigung hervorrufen kann, aber kein Risswachstum in Ligamentrichtung. Somit erscheint es nicht sinnvoll, einen in der Entlastung ansteigenden Parameter zur Bewertung eines möglichen Bruchereignisses heranzuziehen, was durch die Vernachlässigung der innersten Elementschicht näherungsweise erfolgt.

Um zu einheitlichen Parametern zu gelangen, werden die Bereiche mit stark oszillierenden Spannungs- und Dehnungsverteilungen ausgespart. Diese Gebiete werden über die Weg- und Gebietabhängigkeitsstudie identifiziert. Korrekturtermbeiträge aus Bereichen, deren Parameterwerte deutlich aus dem Streuband ausscheren, werden bei der Berechnung nicht berücksichtigt. In der hier betrachteten Konfiguration aus Netzen, Integrationsordnung und Belastung genügt es, die innerste Elementschicht auszusparen, da die 2x2-Integration glatte Spannungs- und Dehnungsverteilungen ergibt. Durch diese pragmatische Vorgehensweise wird in einer ersten Näherung auch der positive Anteil der Replastifizierung im Druckbereich ausgespart. Die Parameter weisen im Entlastungsast eine größtenteils fallende Charakteristik auf und sind nahezu netzunabhängig (siehe **Bilder 4.20** und **4.21**). Das feinere Netz 2 ergibt in der elastischen Entlastung stärker fallende Parameter als Netz 1 und einen früher auftretenden Wiederanstieg aufgrund der stärkeren Plastifizierung im Druckbereich.

Die durch Aussparung berechneten Parameter sind aber nicht mehr die Wegintegrale direkt an der Rissspitze, sondern entsprechen gerade dem Wert des Linienintegrals entlang der Umfassung des nicht berücksichtigten Volumens. Dies ist exemplarisch für das Netz 1 in **Bild**

**4.23** durch einen Vergleich zwischen dem Parameter  $T^*$  mit Aussparung der innersten Elementschicht und dem berechneten J-Integralwert des zweiten Pfades dargestellt. Das J-Integral wurde über die VCE-Methode berechnet, wobei die innerste Elementschicht konstant verschoben wurde und die Verschiebung linear zwischen der ersten und zweiten Elementschicht auf Null abklingt. Aufgrund der Wegabhängigkeit des J-Integrals im Entlastungsast wirkt das Verschiebungsfeld als eine Gewichtsfunktion und der Wert entspricht einem Wegintegral innerhalb der zweiten Elementschicht, abhängig von der Abklingfunktion. Somit sind die beiden Werte nicht ganz Deckungsgleich. Es ist also prinzipiell möglich den Wert der Parameter durch ein einziges Wegintegral oder dem ersten Volumenintegral in der VCE-Methode zu berechnen. Es ist dann aber nicht mehr möglich über eine Wegabhängigkeitsstudie die Qualität der Spannungs- und Dehnungsverteilungen bzw. des Parameters selbst zu prüfen.

Die numerischen Methoden erlauben es nicht den Grenzwert ( $\varepsilon \rightarrow 0$ ) der Parameter an der Rissspitze zu ermitteln. Um einheitliche, netzunabhängige Parameter zu erhalten, ist es notwendig den Korrekturtermbeitrag eines endlichen Gebietes unberücksichtigt zu lassen ( $\varepsilon = \varepsilon_0$ ). In der hier betrachteten CT-Probe beträgt der Radius der Aussparung  $54 \mu\text{m}$  in Netz 1 und  $38 \mu\text{m}$  in Netz 2. Die hier pragmatisch eingeführte Aussparung bildet einen Kompromiss zwischen Rissspitzennähe und Vernachlässigung der Bereiche mit oszillierenden FE-Ergebnissen und positiven Korrekturtermbeiträgen. Die Netzabhängigkeit der resultierenden Parameter wird dadurch deutlich reduziert.

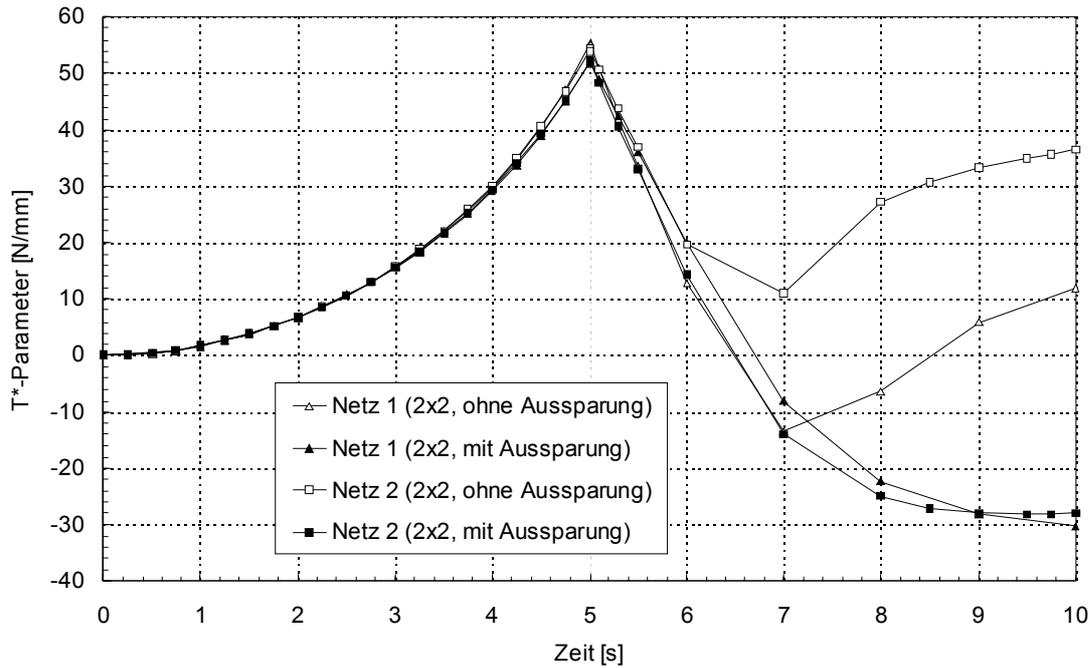


Bild 4.20

**Bild 4.20:** CT-Probe, Vergleich der  $T^*$ -Werte mit und ohne Aussparung der innersten Elementschicht für die Netze 1 und 2 mit einer 2x2-Integration

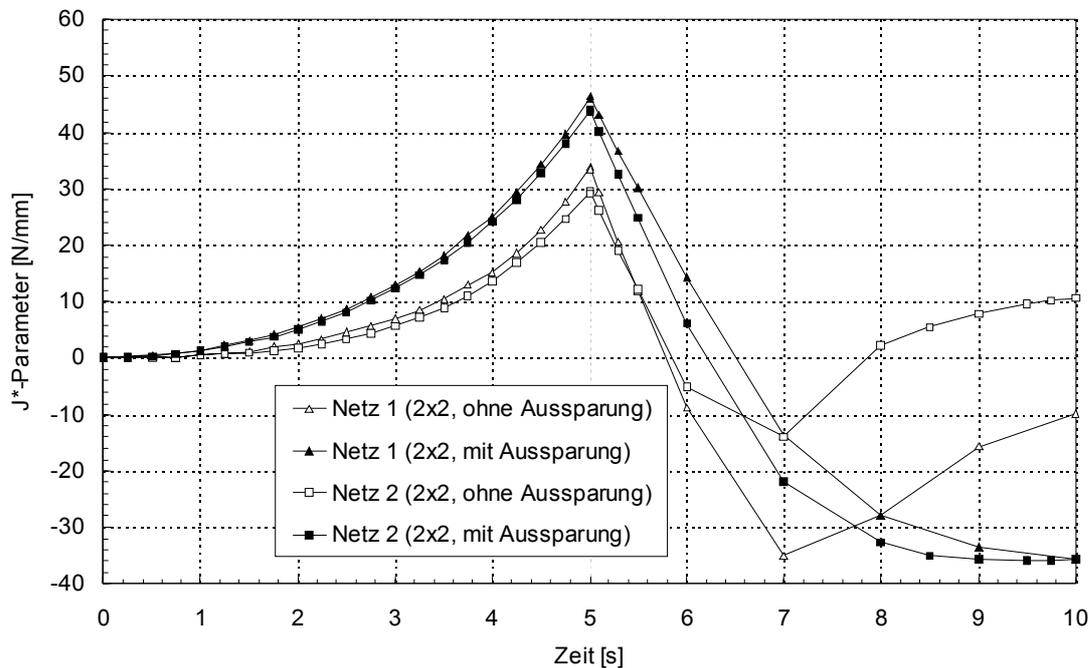


Bild 4.21

**Bild 4.21:** CT-Probe, Vergleich der  $J^*$ -Werte mit und ohne Aussparung der innersten Elementschicht für die Netze 1 und 2 mit einer 2x2-Integration

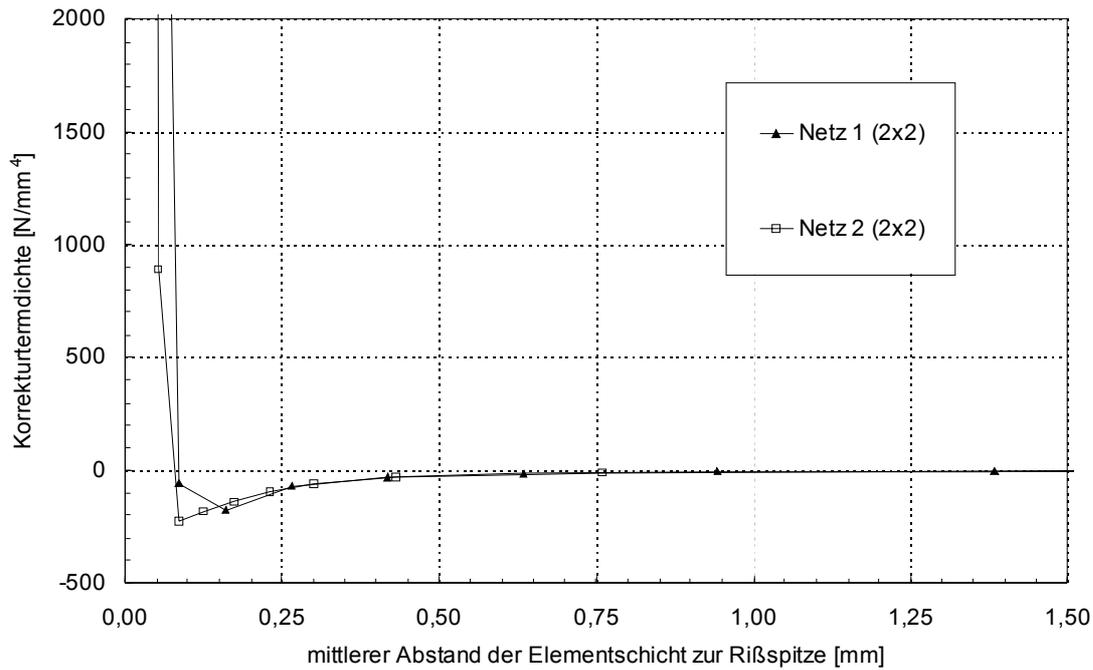


Bild 4.22

**Bild 4.22:** CT-Probe, Korrekturtermdichte von  $T^*$  über den mittleren Abstand zur Risspitze für die Netze 1 und 2 mit einer 2x2-Integration

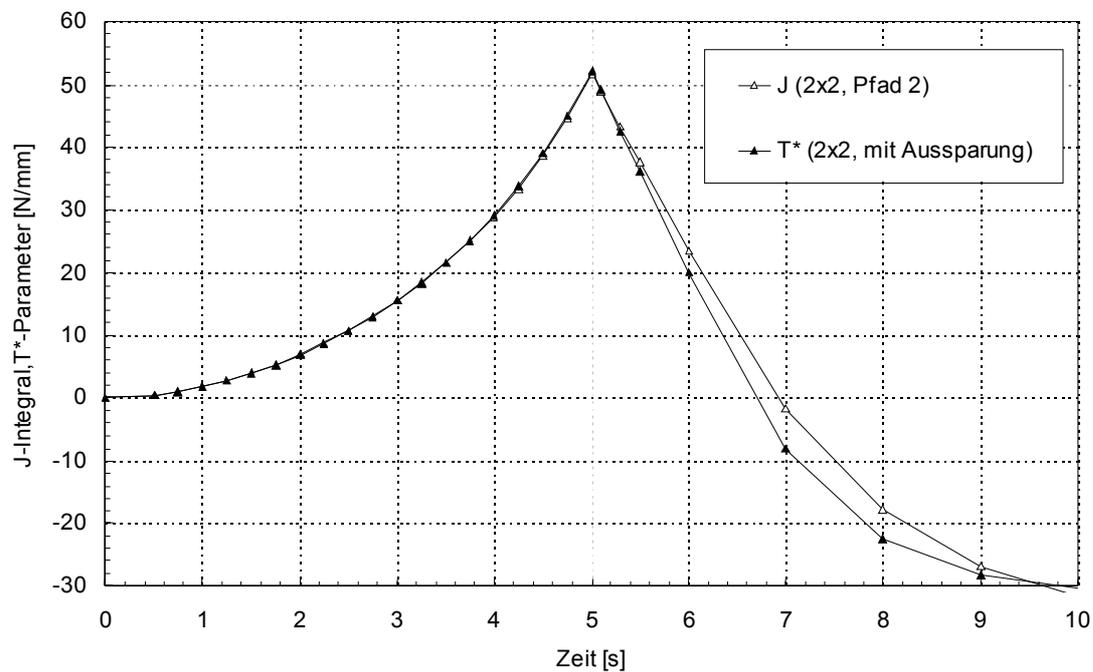


Bild 4.23

**Bild 4.23:** CT-Probe, Vergleich zwischen  $T^*$  mit Aussparung der innersten Elementschicht und dem J-Integralwert entlang des Pfades 2 für das Netz

## **5 Numerische Analysen von WPS-Versuchen und vergleichende Bewertung mit $T^*$ , $J^*$ und $J$**

Unter Berücksichtigung der Ergebnisse aus den Untersuchungen der Testnetze wurden vergleichende Bewertungen der Parameter  $T^*$ ,  $J^*$  und  $J$  an zwei bruchmechanischen Experimenten der MPA Stuttgart [97] zum WPS-Effekt durchgeführt. Der Vergleich zwischen den Parametern an WPS-Versuchen bietet sich an, weil in diesen Versuchen Lastfälle auftreten, in denen die Eindeutigkeit des  $J$ -Integrals zur Beschreibung der Spannungs- und Dehnungsfelder vor der Rissspitze verloren geht.

### **5.1 Der WPS-Effekt**

Wird ein rissbehaftetes Bauteil in der Hochlage der Bruchzähigkeit belastet (Warmvorbeanspruchung), so findet bei anschließender Kühlung unter festgehaltener oder fallender Last selbst dann kein Bruchereignis statt, wenn die Last ohne Warmvorbeanspruchung zu einem Bruch führen würde. Erst bei einer Erhöhung der Beanspruchung kann das Bruchereignis ausgelöst werden. Findet nach der Warmvorbeanspruchung erst eine Entlastung statt und anschließend eine Kühlung, kann bei der Wiederbelastung in der Tieflage der Bruchzähigkeit eine höhere Beanspruchung ertragen werden als es ohne Vorbelastung in der Hochlage möglich wäre. Diese experimentell nachgewiesene Erhöhung der Bruchzähigkeit nach einer Warmvorbeanspruchung wird allgemein als 'warm pre-stress effect' (WPS-Effekt) bezeichnet. Es gibt zur Zeit noch kein Modell, das die Bruchzähigkeitserhöhung nach einer Warmvorbeanspruchung quantitativ richtig erfasst und Untersuchungen zum WPS-Effekt sind nach wie vor Gegenstand zahlreicher Forschungsvorhaben im In- und Ausland.

### **5.2 Numerische Analysen zu ausgewählten WPS-Versuchen**

Aus dem vom BMBF (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft, Forschung und Technologie) geförderten Forschungsvorhaben von BAM Berlin, IWM Freiburg, IWW Magdeburg und MPA Stuttgart zum WPS-Effekt wurden zwei an der MPA Stuttgart durchgeführte Experimente ausgewählt. Beide Versuche wurden mit CT25 Proben (20% seitengekerbt) durchgeführt. Gefertigt waren die Proben aus dem formgeschweißten Werkstoff 10 MnMoNi 55 als Vertreter für einen Druckbehälterstahl mit sehr gutem Zähigkeitsverhalten.

Die Kerbschlagarbeit in der Hochlage beträgt ca. 200 J und die Spröbruchübergangstemperatur  $RT_{NDT}$  liegt bei  $-45^{\circ}\text{C}$  [98, 99]. Die temperaturabhängigen Fließkurven sind in **Bild 5.1** dargestellt [100].

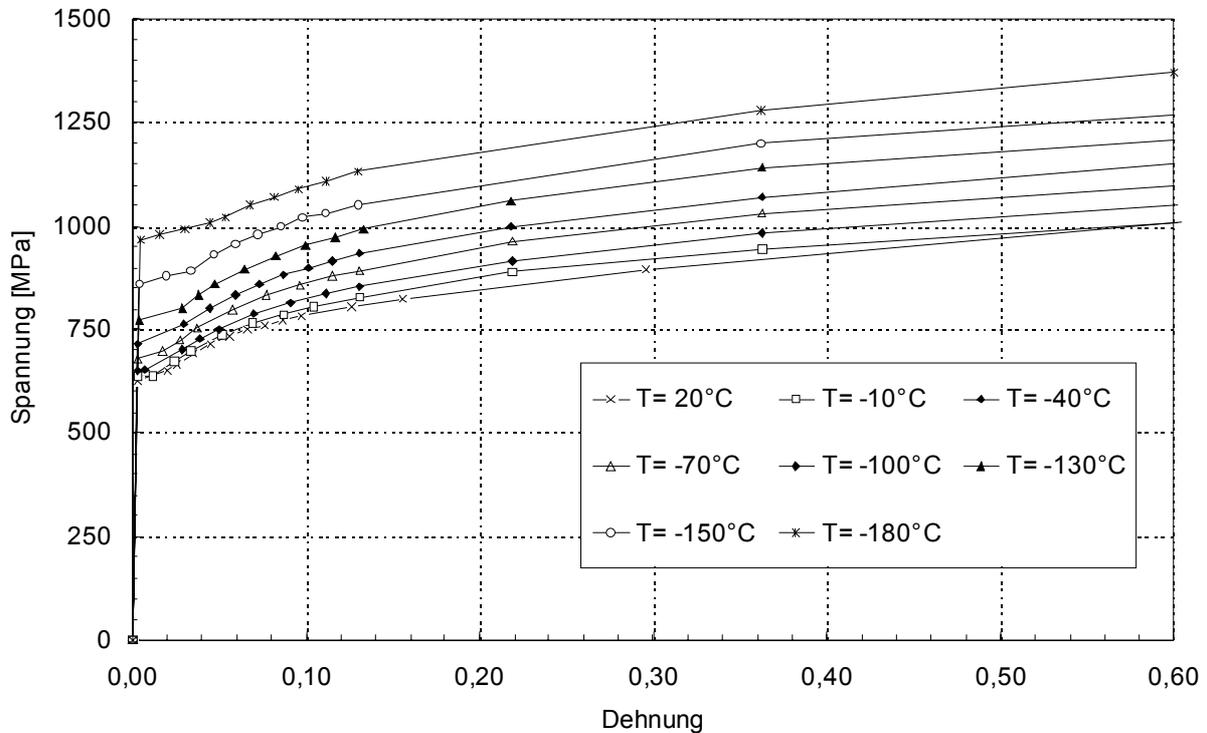


Bild 5.1

**Bild 5.1:** WPS, temperaturabhängige Fließkurven des Werkstoffs 10 MnMoNi 55 formgeschweißt

Die beiden Experimente unterschieden sich in den aufgebrachten Lasten. Bei dem im weiteren mit WPS97 bezeichneten Versuch wurde die CT25 Probe einem LCF-Lastpfad (Loading-Cooling-Fracture) und im Experiment WPS163 einem LUCF-Lastpfad (Loading-Unloading-Cooling-Fracture) ausgesetzt (siehe **Bild 5.2**). Für die Vergleichsanalysen wurden diese beiden Lastpfade ausgewählt, weil sie bei gleichen Temperatur-Eckdaten die größten Unterschiede in der Rissbeanspruchung zum Zeitpunkt des Probenversagens aufweisen [97, 101].

Die Simulationsrechnungen wurden lastkontrolliert für zwei verschiedene Vernetzungen mit dem bereits in Kapitel 4.2 vorgestellten Modell der CT-Probe durchgeführt. Beibehalten wurde das Netz 1, das mit einer Ausrundung versehen war und ringförmig um die Risspitze angeordneten Elementen mit einer radialen Elementkantenlänge von  $42\ \mu\text{m}$  an der Risspitze. Zusätzlich wurde mit Netz 5 eine im Rissbereich etwas gröbere Vernetzung, ebenfalls mit Ausrundung und ringförmig angeordneten Elementschichten, eingesetzt. Die radiale

Elementkantenlänge an der Risspitze beträgt in diesem Netz 65  $\mu\text{m}$ . In den Berechnungen wurde ein ebener Verzerrungszustand (EVZ), von Mises Plastizität und ein isotrop verfestigendes Material benutzt. Als Probendicke wurde in den zweidimensionalen Nachrechnungen der Nettoquerschnitt von 20 mm berücksichtigt. Für die Elemente im Auswertungsbereich der Rissbeanspruchungsparameter wurde aufgrund der Erfahrungen mit den Testnetzen eine 2x2 Integrationsordnung ausgewählt.

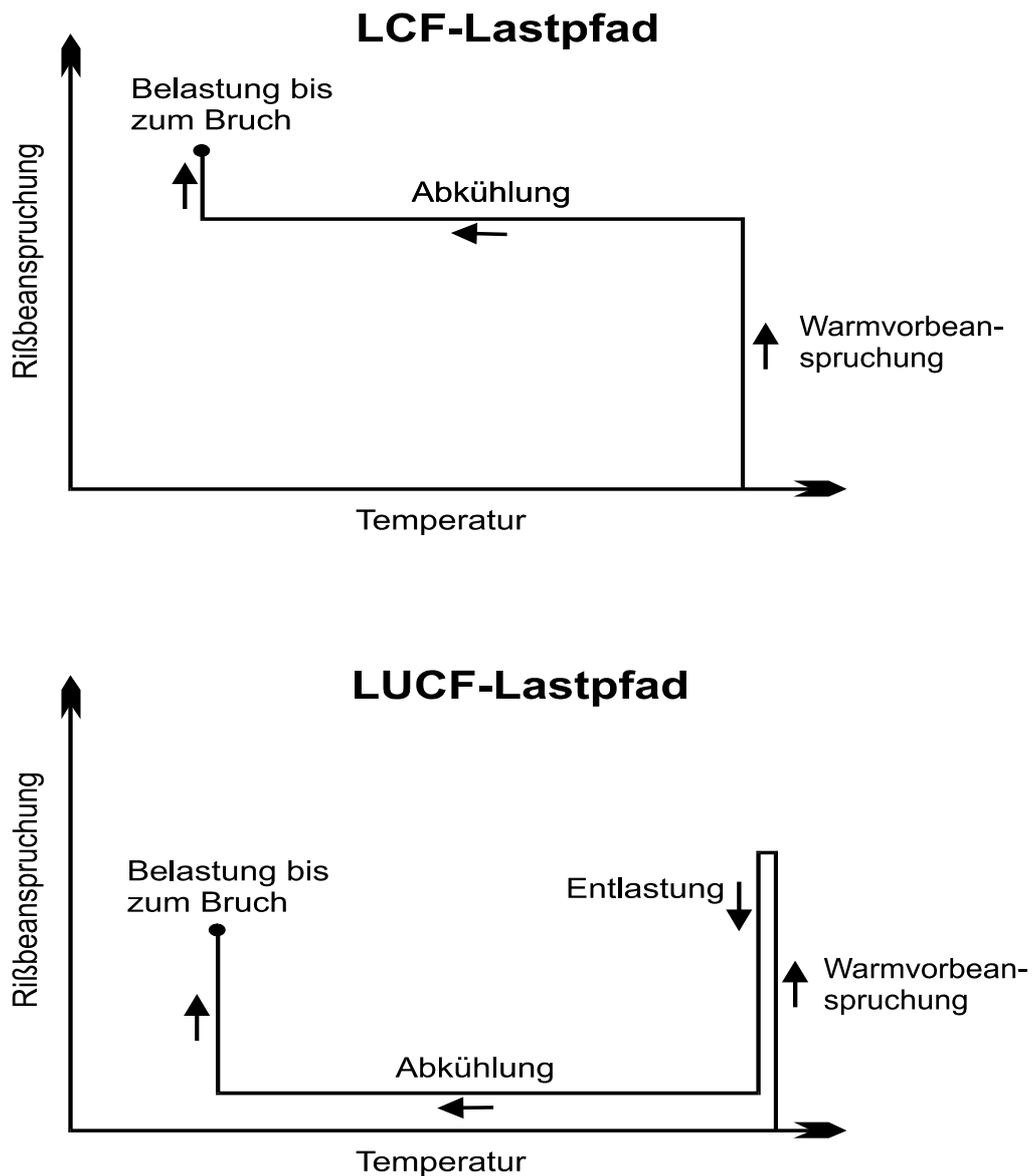


Bild 5.2

**Bild 5.2:** WPS, LCF- und LUCF-Lastpfad

### 5.2.1 Ergebnisse der Berechnung zum Experiment WPS97 (CT25, LCF)

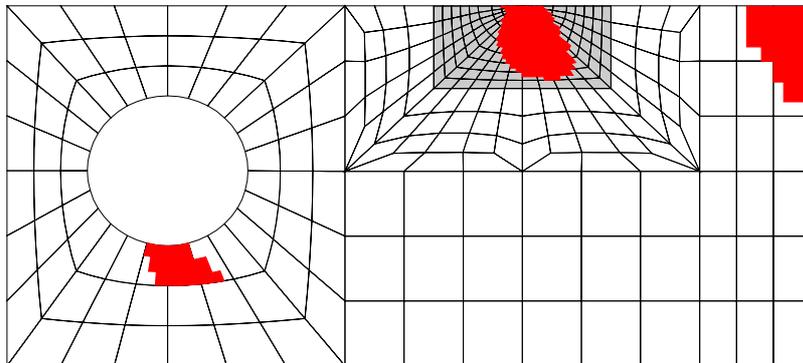
Das  $a/W$  Verhältnis der 20% seitengekerbten CT25 Probe betrug 0.552 [100]. Der LCF-Lastpfad des Versuchs WPS97 wurde zur Berechnung auf einen fiktiven Zeitraum von 43 Sekunden wie folgt abgebildet: In den ersten 10 Sekunden fand eine isotherme ( $30^{\circ}\text{C}$ ) lineare Belastung bis zur maximalen Kraft von 56.5 kN statt (Loading, Warmvorbeanspruchung). Danach folgt eine Abkühlungsphase von 18 Sekunden, in der die Probe homogen von  $30^{\circ}\text{C}$  in  $10^{\circ}\text{C}$ -Schritten auf  $-150^{\circ}\text{C}$  bei konstant gehaltener Last heruntergekühlt wurde (Cooling). Im Experiment erfolgte die Abkühlung sehr langsam, so dass keine durch Temperaturgradienten induzierte Beanspruchung innerhalb der Probe auftrat. Schließlich wurde die Last im fiktiven Zeitraum von 28-43 Sekunden bei konstanter tiefer Temperatur bis auf 63.7 kN erhöht, was dem Wert bei Probenversagen im Experiment entspricht (Fracture). Die im Experiment gefahrenen Teillastungen vor der maximalen Warmvorbeanspruchung wurden in der Simulation nicht berücksichtigt.

In **Bild 5.3** ist für das Netz 1 die plastische Zone zum Zeitpunkt der Warmvorbeanspruchung ( $[56.5\text{kN}, 30^{\circ}\text{C}] = 10\text{s}$ ), nach der Abkühlungsphase ( $[56.5\text{kN}, -150^{\circ}\text{C}] = 28\text{s}$ ) und zum Zeitpunkt des Probenversagens im Experiment ( $[63.7\text{kN}, -150^{\circ}\text{C}] = 43\text{s}$ ) dargestellt. Aufgrund der Temperaturabhängigkeit der Fließspannung, die mit fallender Temperatur ansteigt, befindet sich die gesamte Probe während der Abkühlungsphase im elastischen Regime.

#### 5.2.1.1 WPS97, Last- Verformungsverhalten

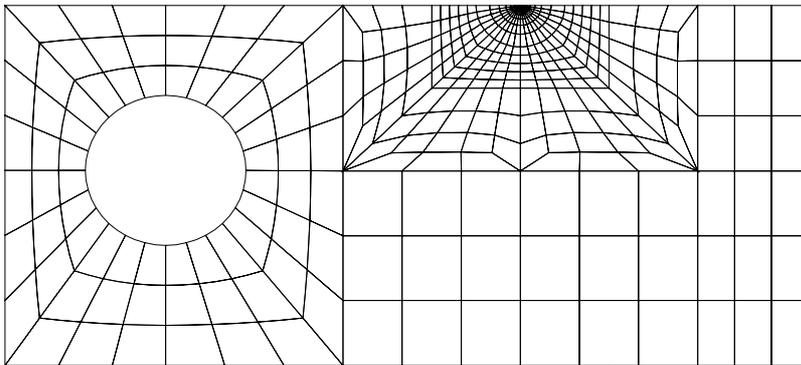
Im Experiment wurde neben der Last und der Temperatur der Proben auch die Rissöffnung (COD=Crack Opening Displacement) entlang der Lastlinie protokolliert. Ein Vergleich zwischen der gemessenen und der berechneten Rissöffnung ist in **Bild 5.4** dargestellt. Die hier betrachteten Netzfeinheiten haben auf diese makroskopische Verformungsgröße keinen Einfluss, beide Netze liefern identische Werte. Zusätzlich ist auch noch der Last-Verformungsverlauf für eine FE-Rechnung mit Netz 1 und einem angenommenen ebenen Spannungszustand (ESZ) eingezeichnet. Wie erwartet wird die Rissöffnung mit dieser Annahme deutlich überschätzt [102]. Die numerischen Simulationen im ebenen Verzerrungszustand zeigen im Maximum der Warmvorbeanspruchung und beim Bruch der Probe eine im Vergleich zum Experiment um etwa 10% geringere Rissöffnung. Auffällig ist, dass die EVZ-Rechnungen im anfänglich elastischen Belastungsbereich bei gleicher Last eine gegenüber dem Versuch größere Rissöffnung aufweisen, also die Steifigkeit der Probe unterschätzen. Die Ursache hierfür ist die in der Simulation eingesetzte Probendicke des

Nettoquerschnitts von 20 mm. Sie entspricht somit zwar dem wirksamen Querschnitt einer 20% seitengekerbten CT25 Probe, aber nicht deren Gesamtsteifigkeit.

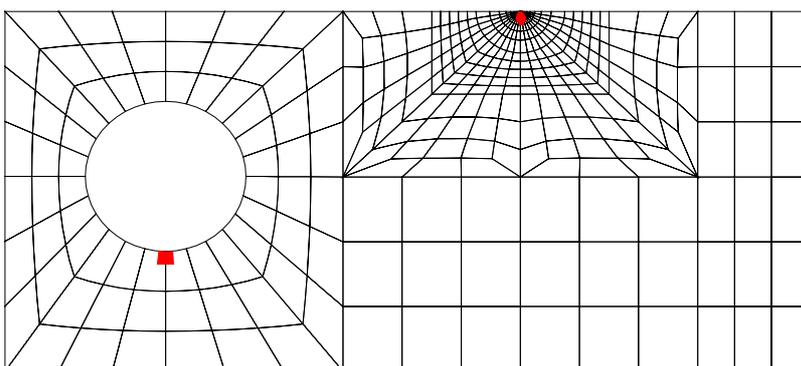


 Auswertungsbereich für  $T^*$ ,  $J^*$  und  $J$  (Pfad 15)

Plastische Zone nach Warmvorbeanspruchung (10 s)



Plastische Zone nach Abkühlungsphase (28 s)



Plastische Zone bei Probenversagen (43 s)



Bild 5.3

**Bild 5.3:** WPS97 (CT25, LCF), Entwicklung der plastischen Zone und Auswertungsbereich der Rissbeanspruchungsparameter

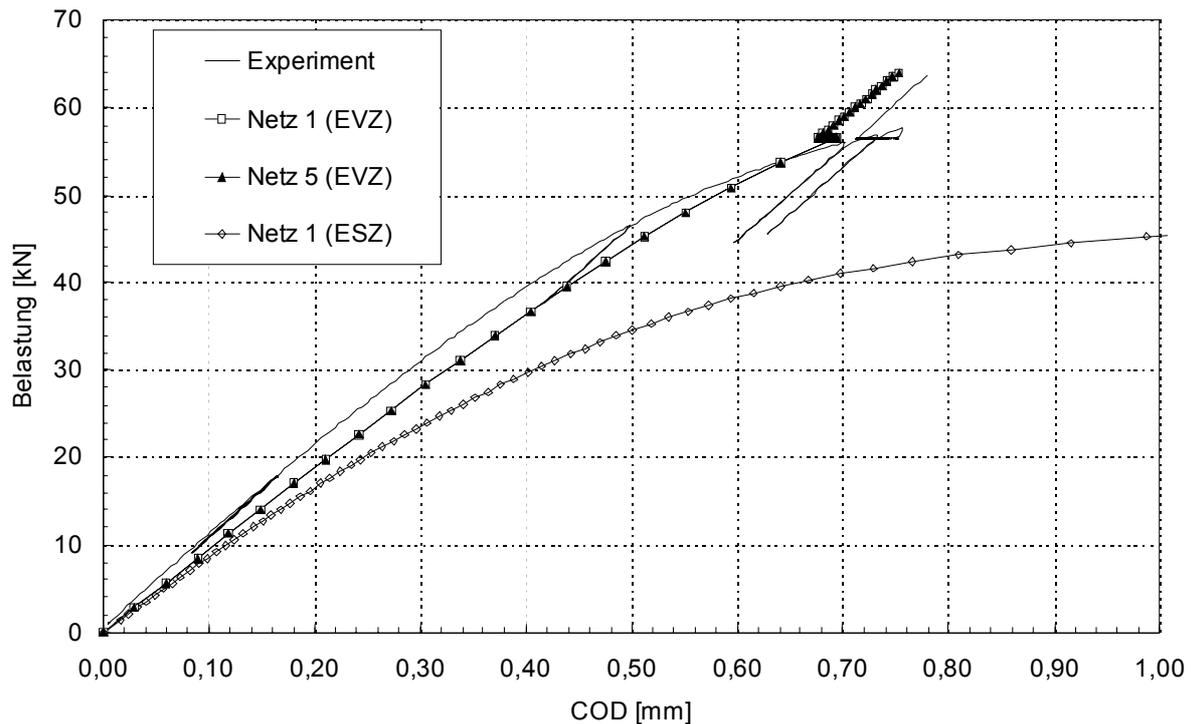


Bild 5.4

**Bild 5.4:** WPS97 (CT25, LCF), Vergleich des Last-COD Verlaufs zwischen Experiment und den Nachrechnungen für die 2D-Netze 1 und 5

### 5.2.1.2 WPS97, Auswertung der Rissbeanspruchungsparameter $J$ , $T^*$ und $J^*$

Der Auswertungsbereich der Parameter ist in **Bild 5.3** als grau hinterlegte Fläche im Rissbereich eingezeichnet. Im Netz 1 beinhaltet das Gebiet 15 Elementschichten und im Netz 5 aufgrund der geringeren Elementdichte 9 Schichten. Die Berechnung der Parameter erfolgte über die Volumenintegrale mit einem vorgegebenen Verschiebungsfeld. Unterschiedliche Pfadgrößen wurden durch verschiedene Verschiebungsfelder realisiert. Die später in den Bildern angegebenen Pfadnummern  $n$  ( $n=1,2,3,\dots$ ) beziehen sich auf die jeweils angesetzten Verschiebungsfelder. So bedeutet Pfad  $n$ , dass die innersten  $n-1$  Elementschichten konstant verschoben wurden und die Verschiebungsfunktion in der  $n$ -ten Elementschicht vom konstanten Wert auf der Innenseite bis auf Null an der äußeren Berandung abklang. Dem entsprechend wurden in Netz 1 insgesamt 15 Pfade und in Netz 5 nur 9 Pfade ausgewertet. Die jeweils größte Pfadnummer bezeichnet das am weitesten außen liegende, konstant verschobene Gebiet. Die äußeren Elementschichten blieben in beiden Vernetzungen während der gesamten Lasthistorie elastisch.

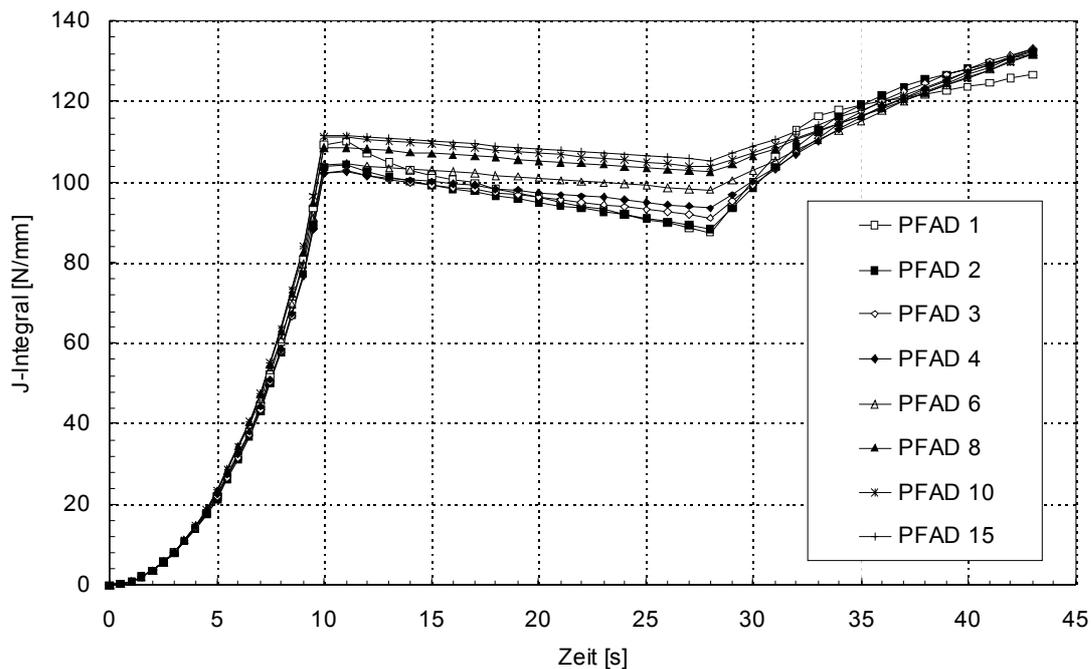


Bild 5.5

**Bild 5.5:** WPS97 (CT25, LCF), Wegabhängigkeitsstudie der J-Integralwerte für Netz 1

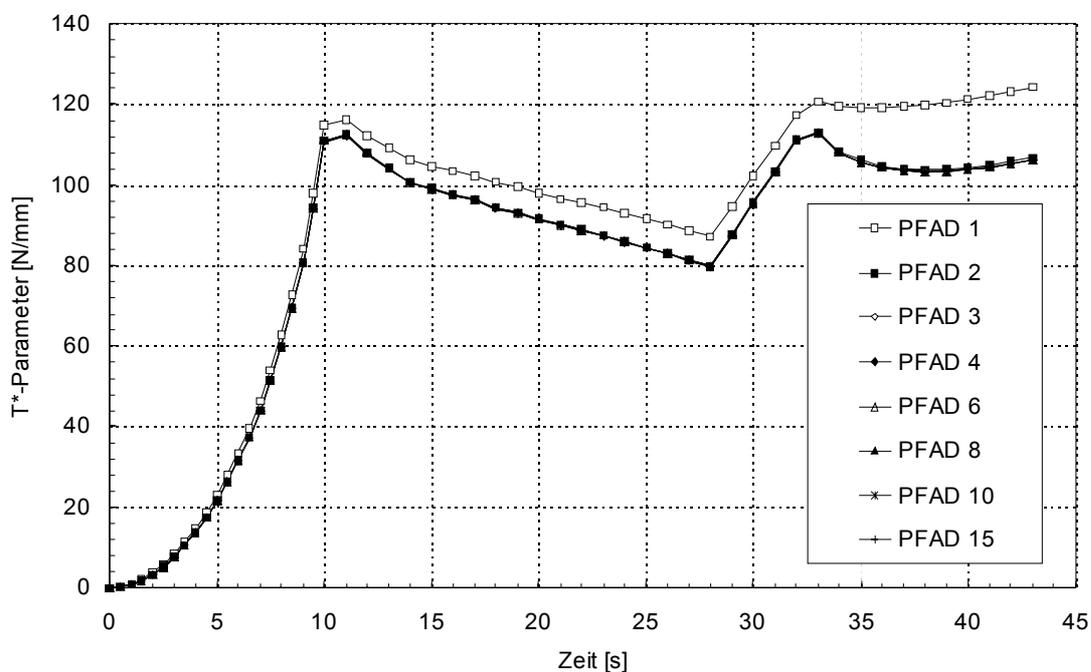
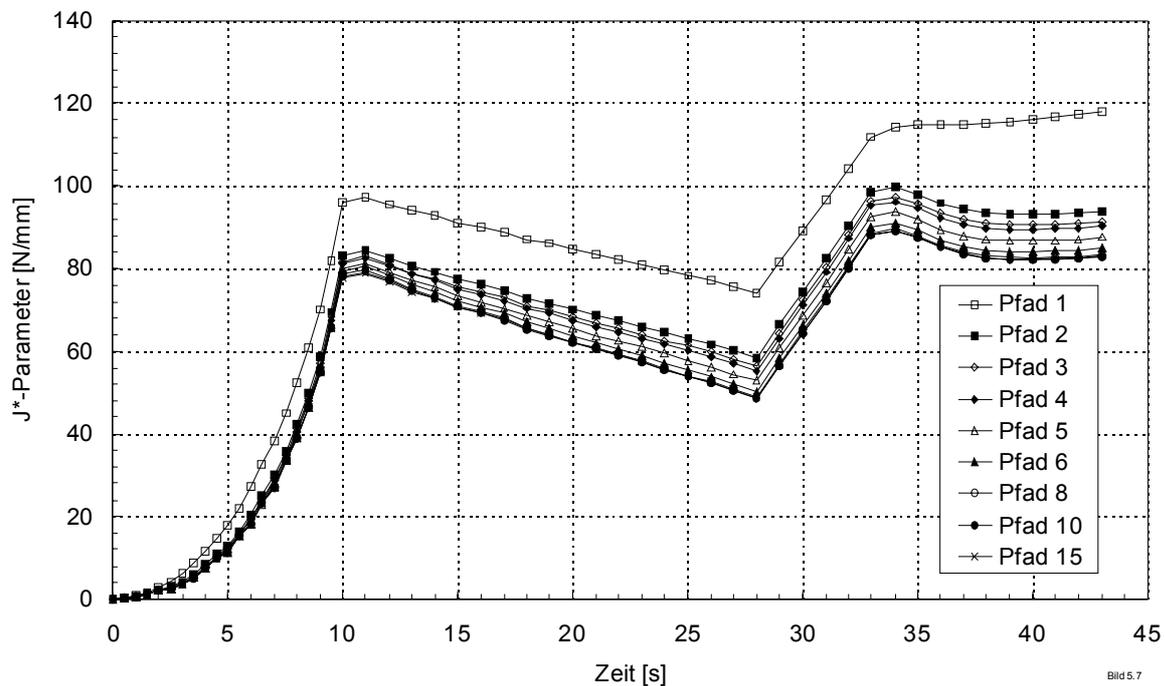


Bild 5.6

**Bild 5.6:** WPS97 (CT25, LCF), Weg- und Gebietabhängigkeitsstudie des T\*-Parameters für Netz 1

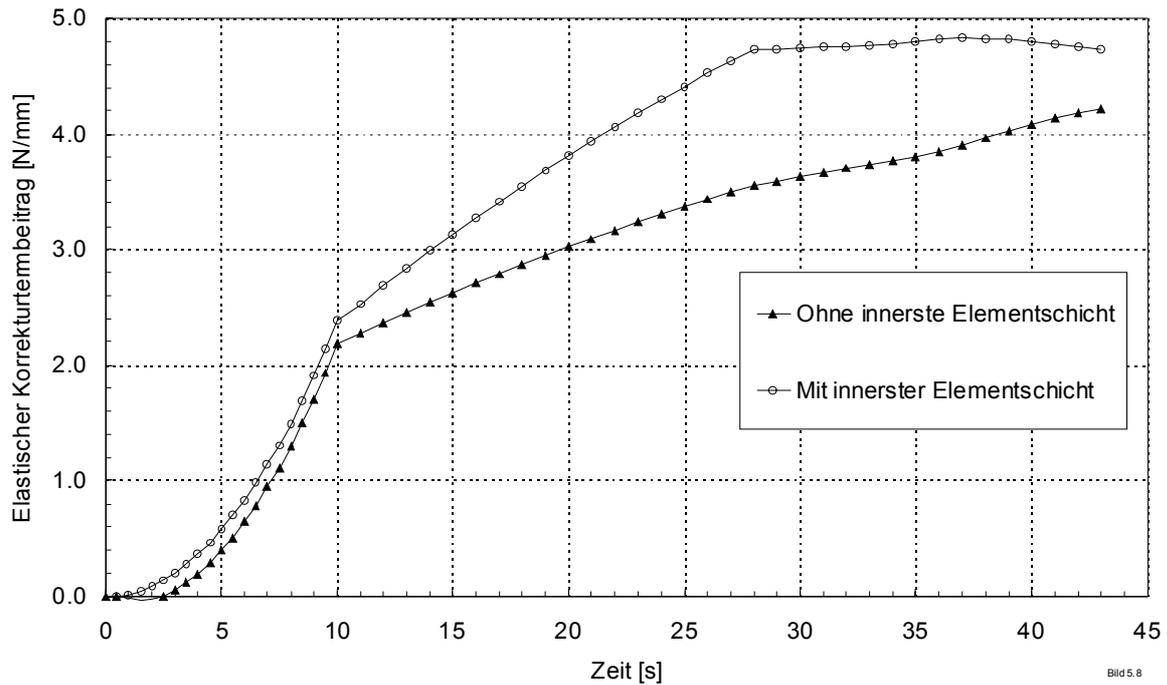


**Bild 5.7:** WPS97 (CT25, LCF), Weg- und Gebietabhängigkeitsstudie des  $J^*$ -Parameters für Netz 1

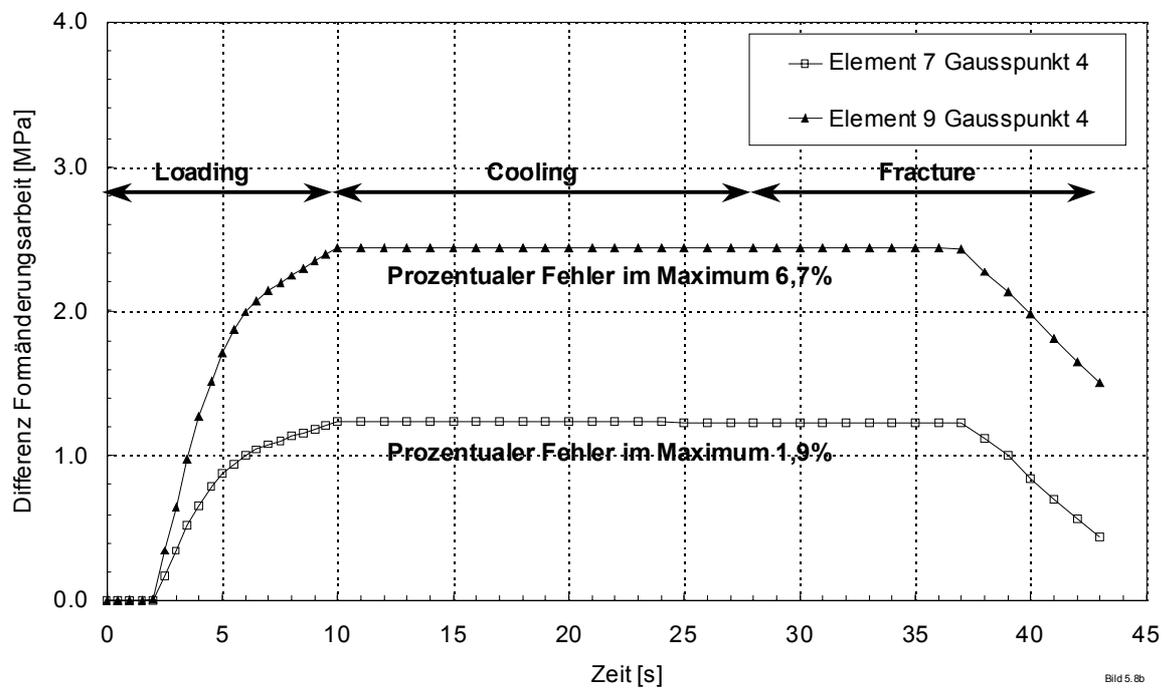
Die Wegabhängigkeitsstudie der J-Integralwerte für Netz 1 ist in **Bild 5.5** dargestellt. Schon während der Belastungsphase treten geringe Unterschiede zwischen den inneren und den weiter außen liegenden Pfaden auf. Im Maximum der Warmvorbeanspruchung beträgt der relative Unterschied etwa 10%. In der anschließenden Abkühlungsphase fächert das Streuband noch deutlicher auf. Am Ende der Abkühlung ergeben sich Differenzen von ca. 20%. Die inneren Pfade erfahren im Vergleich zu den äußeren eine größere Entlastung und fallen stärker ab. Die  $T^*$ -Werte hingegen weisen für dieses Netz im gesamten Belastungszeitraum eine Weg- und Gebietsunabhängigkeit auf (siehe **Bild 5.6**). Nur der innerste Weg (Pfad1) um die Risspitze weicht hiervon ab.

Eine Berechnung der  $J^*$ -Werte im hier betrachteten LCF-Lastpfad zeigt im Gegensatz zu den Auswertungen der Testnetze eine deutliche Weg- und Gebietsabhängigkeit (siehe **Bild 5.7**). Insbesondere während der Abkühlungsphase streuen die Werte ähnlich stark wie die J-Integralwerte. Diese Weg- und Gebietsabhängigkeit kann nicht mit inkonsistenten Spannungs- und Dehnungsverteilungen an der Risspitze begründet werden, da sonst auch die  $T^*$ -Werte streuen würden. Die Ursache kann aber auf numerische Ungenauigkeiten der FE-Rechnung

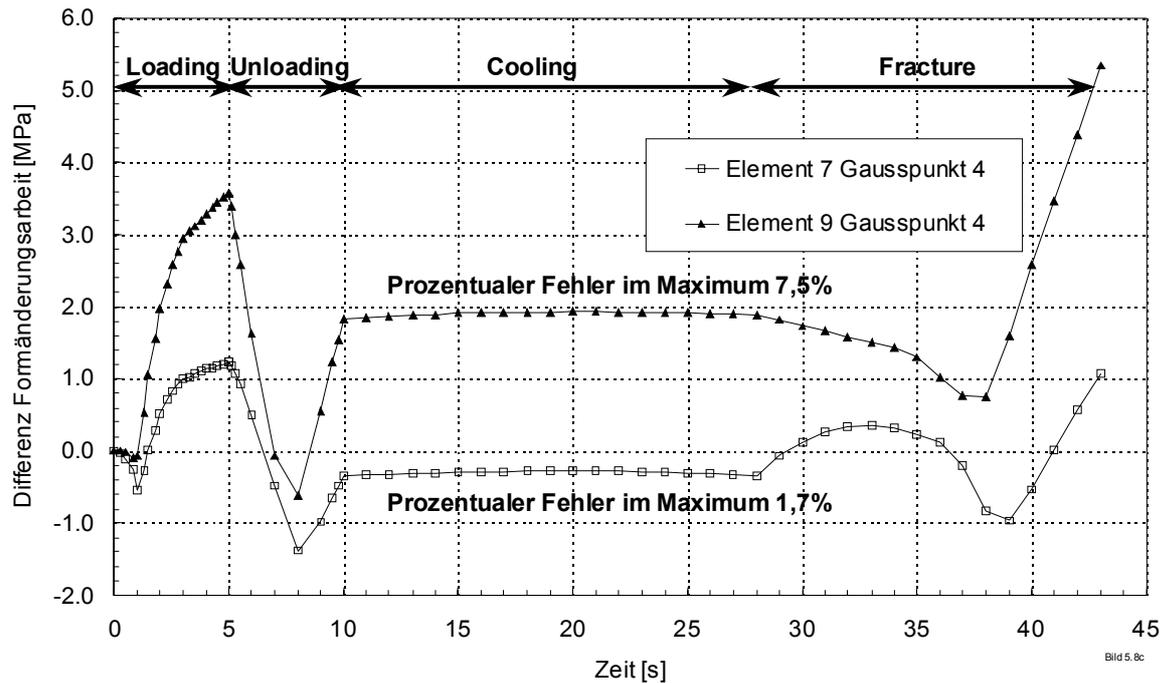
und der Auswertung des Korrekturterms von  $J^*$  zurückgeführt werden. Im Gegensatz zum  $T^*$  beinhaltet der Korrekturterm des  $J^*$ -Integrals keine elastischen Anteile. Das von der Theorie vorausgesagte Verschwinden des elastischen Anteils ist in der FE-Rechnung jedoch nicht gewährleistet. Exemplarisch hierfür ist in **Bild 5.8a** der elastische Anteil zum Korrekturterm für den LCF-Lastpfad dargestellt, der nach Aussparung der innersten Elementschicht noch bis zu 4 N/mm beträgt. Eine weitere Unsicherheit in der numerischen Auswertung des Korrekturterms von  $J^*$  ist in der Approximation des energetischen Anteils  $W^{p,f}$  (siehe **Bild 2.5**) mittels der effektiven plastischen Dehnungen (Gleichung 3.26) begründet. Wird an einem Gaußpunkt die Summe der energetischen Anteile  $W^{el}$ ,  $W^D$  und  $W^{p,f}$  gebildet, so weicht dieses Ergebnis während der Plastifizierung vom Wert der Formänderungsarbeit  $W$ , berechnet mittels der totalen Dehnungen (siehe **Bild 2.4**), ab. In den hier betrachteten Lastpfaden variiert die Abweichung von Gaußpunkt zu Gaußpunkt, hängt von der Lathistorie ab und beträgt maximal einige Prozent der Formänderungsarbeit  $W$ . Exemplarisch hierfür sind in den **Bildern 5.8b**, für den LCF-Pfad, und **5.8c**, für den LUCF-Pfad, die berechneten Differenzen der plastischen Formänderungsarbeit an zwei beliebig herausgegriffenen Gaußpunkten, hier aus zwei äußeren Elementen von Pfad 3, dargestellt. Durch die Änderung der prozentualen Abweichung von Gaußpunkt zu Gaußpunkt ergeben sich bei der Ortsableitung im Korrekturterm von  $J^*$  Fehler, die die Weg- und Gebietsunabhängigkeit negativ beeinflussen. Während der ersten Belastungsphase wird die Formänderungsarbeit generell unterschätzt, was sich in einer positiven Steigung der Differenzfunktion im Loading-Ast in **Bild 5.8b** und **5.8c** zeigt. Während einer Entlastungsphase wird die Formänderungsarbeit überschätzt, was im Unloading-Ast in **Bild 5.8c** durch eine Trendwende zu negativen Differenzen zu erkennen ist. Solange der Zuwachs der Formänderungsarbeit in zwei aufeinander folgenden Lastschritten groß ist, bleibt der prozentuale Fehler etwa gleich und die  $J^*$ -Werte zeigen nur eine geringe Weg- und Gebietsabhängigkeit. Findet nach einer Belastungsphase direkt eine Lastumkehr statt, so hebt sich der Effekt durch die Trendwende von Unterschätzung zu Überschätzung der Formänderungsarbeit nahezu auf und die  $J^*$ -Werte sind weg- und gebietsunabhängig, wie es in der Auswertung der Testnetze zu sehen war. Folgt der Belastung jedoch eine Abkühlung, so bleibt die bis zur maximalen Vorlast vorhandene Weg- und Gebietsabhängigkeit bestehen und der fehlende elastische Korrekturtermanteil verstärkt diese in der Abkühlungsphase (siehe **Bild 5.7**). Nach der Warmvorbeanspruchung ( $t=10s$ ) liegen die  $J^*$ -Werte der Pfade 2 bis 15 zwischen 78 und 83 N/mm, zum Ende der Abkühlungsphase ( $t=28s$ ) zwischen 49 und 59 N/mm. Diese Weg- und Gebietsabhängigkeit bleibt dann auch in der Wiederbelastungsphase erhalten.



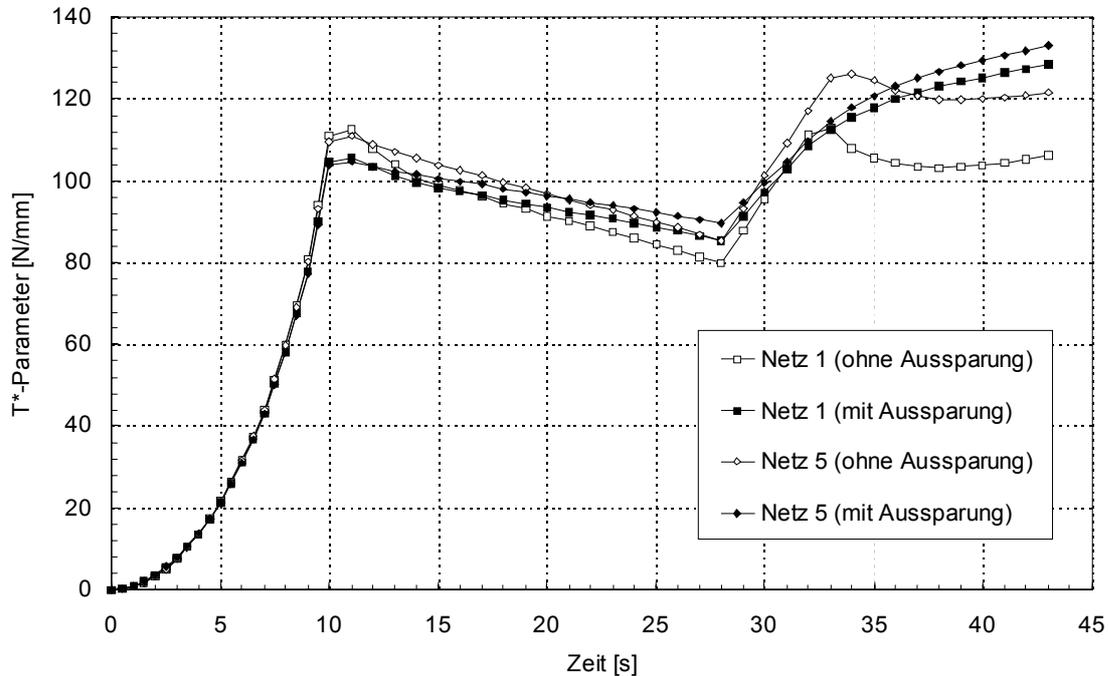
**Bild 5.8a:** WPS97 (CT25, LCF), Beitrag des elastischen Anteils zum Korrekturterm für Netz 1



**Bild 5.8b:** WPS97 (CT25, LCF), Differenz ( $W^{\text{tot}} - W^{\text{effpl}}$ ) der Formänderungsarbeit an Gaußpunkten berechnet über totale und effektive plastische Dehnungen, Netz 5



**Bild 5.8c:** WPS163 (CT25, LUCF), Differenz ( $W^{\text{tot}} - W^{\text{effpl}}$ ) der Formänderungsarbeit an Gaußpunkten berechnet über totale und effektive plastische Dehnungen, N5



**Bild 5.9:** WPS97 (CT25, LCF), Vergleich der  $T^*$ -Integralwerte mit und ohne Aussparung der innersten Elementschicht für die Netze 1 und 5

Qualitativ gleiche Ergebnisse liefert die Auswertung der Parameter mit der Vernetzung 5. Auch hier weisen  $J$  und  $J^*$  eine deutliche Weg- und Gebietsabhängigkeit auf. Die  $T^*$ -Werte hingegen sind bis auf den innersten Pfad weg- und gebietsunabhängig, liegen aber im Vergleich zum Netz 1 während der Abkühlungs- und Wiederbelastungsphase auf einem anderen Niveau. Das Ausscheren des inneren Pfades der  $T^*$ -Werte kann in beiden Netzen wiederum auf die Inkonsistenz der im Rissspitzenbereich berechneten Spannungs- und Dehnungsverteilungen zurückgeführt werden, so dass eine Aussparung einheitlichere  $T^*$ -Werte ergeben sollte.

Wird bei der Volumenintegration der Bereich der innersten Elementschicht an der Rissspitze ausgespart, so werden alle Ergebnisse mit Pfadnummern größer als 1 im jeweiligen Zeitschritt um den gleichen Betrag korrigiert und bleiben somit weg- und gebietsunabhängig. In **Bild 5.9** ist ein Vergleich der  $T^*$ -Werte mit und ohne Aussparung der innersten Elementschicht für die beiden Netze 1 und 5 dargestellt. Der Radius des nicht berücksichtigten Volumens um die Rissspitze beträgt  $56\ \mu\text{m}$  im Netz 1 bzw.  $79\ \mu\text{m}$  im Netz 5. Die Aussparung reduziert die Netzabhängigkeit, da die ungenauen Spannungs- und Dehnungsverteilungen an der Rissspitze nicht mehr in  $T^*$  einfließen. Weiterhin ist der Parameter auch in der Phase der Wiederbelastung ( $t > 28\text{s}$ ) nach Aussparung monoton steigend, wie es von einem Rissbeanspruchungsparameter erwartet wird. **Bild 5.10** zeigt im Vergleich für die beiden Netze die mit Aussparung ermittelten  $T^*$ -Werte und den  $J$ -Integralwert im Fernfeld (elastischer Bereich), der für beide Netze identisch ist. Es ist zu erkennen, dass  $T^*$  im ersten Lastmaximum etwa 8% unterhalb des Fernfeld- $J$ -Wertes liegt, in der anschließenden Abkühlungsphase eine stärkere Entlastung aufzeigt, die mit zunehmender Netzfeinheit höher ausfällt, und am Ende der Abkühlung ( $t = 28\text{s}$ ) etwa 15% niedriger ist. In der darauf folgenden Belastung steigen die  $T^*$ -Werte stärker als das  $J$  im Fernfeld und beim Bruch der Probe ( $t = 43\text{s}$ ) haben beide Parameter ein ähnliches Wertenniveau von ca.  $130\ \text{N/mm}$  erreicht.

Aufgrund der Weg- und Gebietsabhängigkeit der  $J^*$ -Werte ist es nicht möglich, einen ähnlich gearteten Vergleich für  $J^*$  durchzuführen. Die Aussparung alleine erzeugt keine Weg- und Gebietsunabhängigkeit, die  $J^*$ -Werte bleiben auch mit dieser Prozedur uneinheitlich.

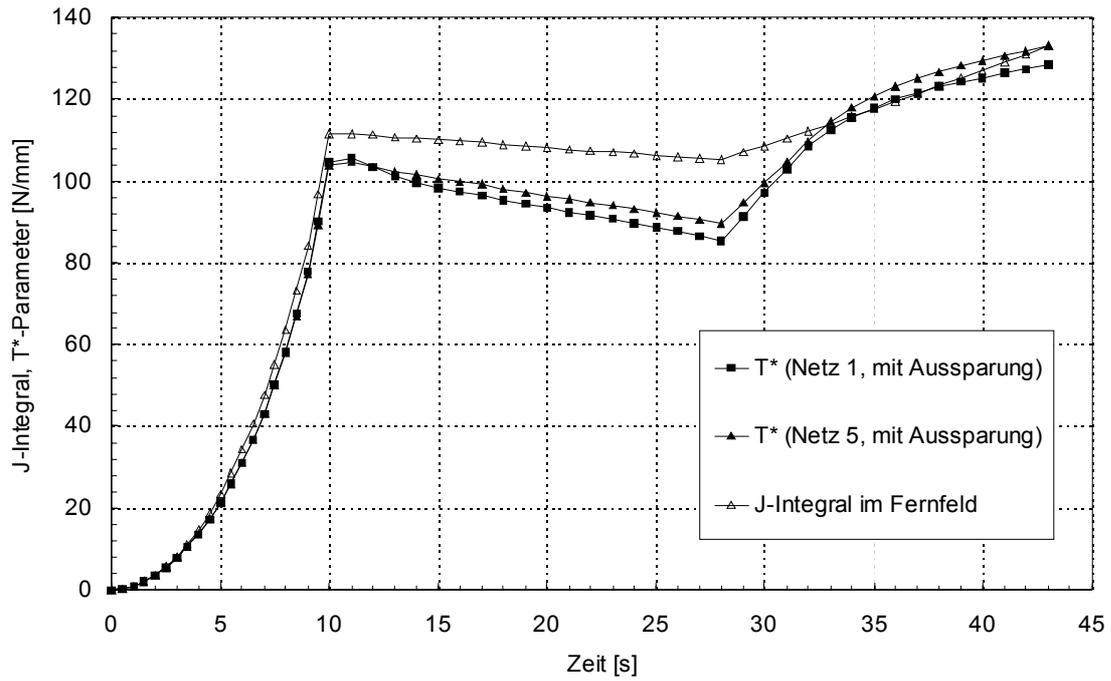


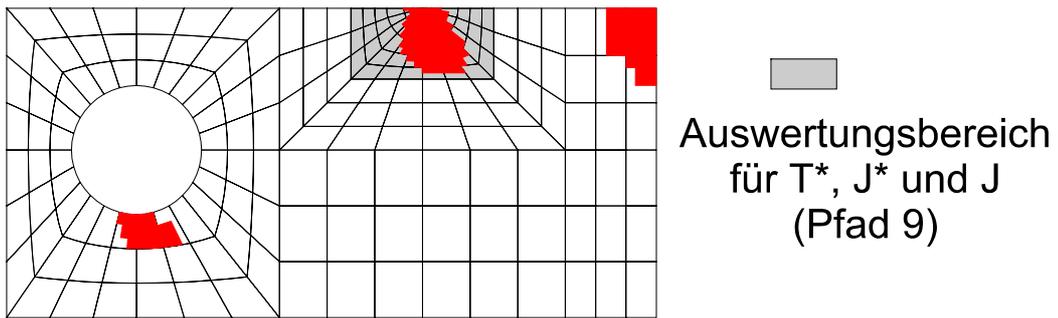
Bild 5.10

**Bild 5.10:** WPS97 (CT25, LCF), Vergleich zwischen T\* mit Aussparung und J im Fernfeld für die Netze 1 und 5

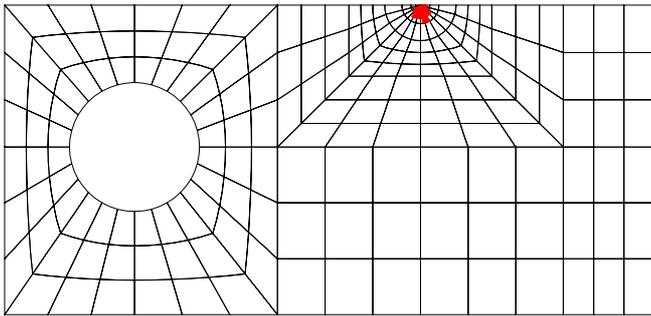
### 5.2.2 Ergebnisse der Berechnung zum Experiment WPS163 (CT25, LUCF)

Das  $a/W$  Verhältnis dieser 20% seitengekerbten CT25 Probe betrug 0.55 [100]. Der lastgesteuerte LUCF-Pfad des Experiments WPS163 wurde zur Simulation ebenfalls auf einen fiktiven zeitlichen Ablauf abgebildet. Innerhalb der ersten 5 Sekunden findet bei konstanter Temperatur von 30°C die Warmvorbeanspruchung auf 57.8 kN statt (Loading). Es folgt eine weiterhin isotherme lineare Entlastung auf 2.9 kN im Zeitraum 5-10s (Unloading). Im fiktiven Zeitintervall 10-28s erfolgt eine homogene Probenabkühlung von 30°C auf -150°C bei konstant gehaltener Last von 2.9kN (Cooling) und anschließend eine lineare Wiederbelastung zwischen 28 und 43 Sekunden bis auf 53.4 kN, was der Kraft beim Bruch der Probe im Experiment entspricht (Fracture). Wiederum wurden die im Versuch durchgeführten Teilentlastungen vor Erreichen der maximalen Warmvorbeanspruchung nicht berücksichtigt. Die numerischen Berechnungen und Auswertungen der Parameter erfolgten mit den beiden Vernetzungen 1 und 5.

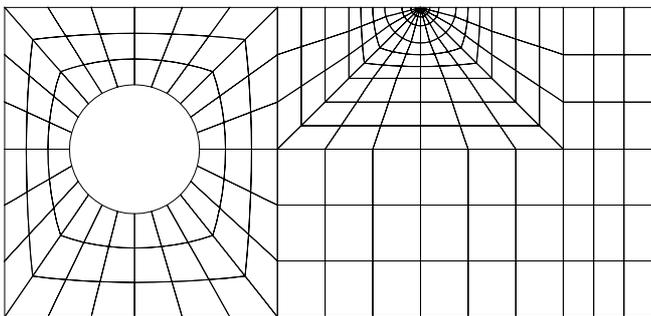
Stellvertretend für die Berechnungen beider Vernetzungen zeigt **Bild 5.11** für das Netz 5 die momentane plastische Zone im ersten Lastmaximum ([57.8kN, 30°C] =5s), nach der Entlastung ([2.9kN, 30°C] =10s), nach der homogenen Abkühlung ([2.9kN, -150°C] =28s) und zum Zeitpunkt des Probenversagens am Ende des fiktiven Berechnungszeitraumes ([53.4kN, -150°C] =43s). Da sich die Streckgrenze mit der Temperatur ändert (Streckgrenze =  $f(T)$ ), sind die plastischen Dehnungen eine Funktion der Zeit und der Temperatur ( $\epsilon_{pl} = f(t, T)$ ). Während der Lastrücknahme bildet sich an der Rissspitze ein Druckspannungsbereich aus, der zu einer Replastifizierung der Elemente im Druckbereich führt. In der Abkühlungsphase befinden sich alle Bereiche im elastischen Regime, wie dies auch beim LCF-Lastpfad der Fall war. In der Wiederbelastungsphase baut sich im Rissspitzenbereich erneut eine Zugbeanspruchung auf, die wiederum zur Plastifizierung des Rissspitzennahen Gebietes führt.



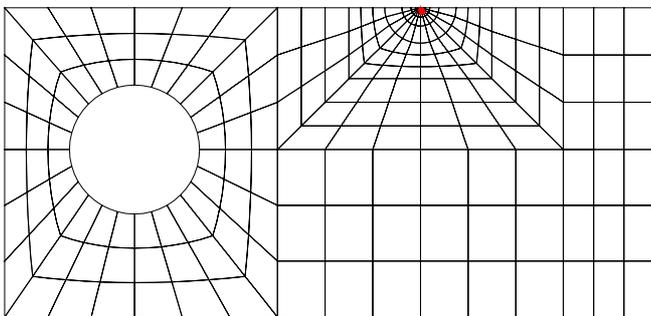
Plastische Zone nach Warmvorbeanspruchung (5 s)



Plastische Zone nach Entlastung (10 s)



Plastische Zone nach Abkühlung (28 s)



Plastische Zone bei Probenversagen (43 s)



Bild 5.11

**Bild 5.11:** WPS163 (CT25, LUCF), Entwicklung der plastischen Zone und Auswertungsbereich der Rissbeanspruchungsparameter

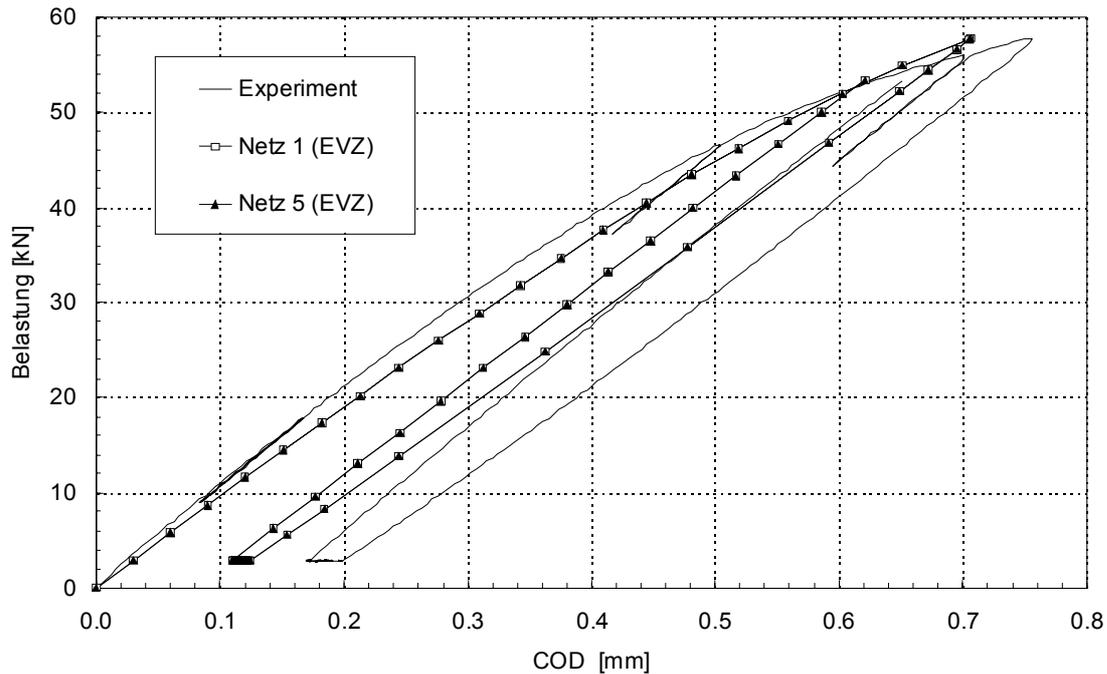


Bild 5.12

**Bild 5.12:** WPS163 (CT25, LUCF), Vergleich des Last-COD Verlaufs zwischen Experiment und den Nachrechnungen für die 2D-Netze 1 und 5

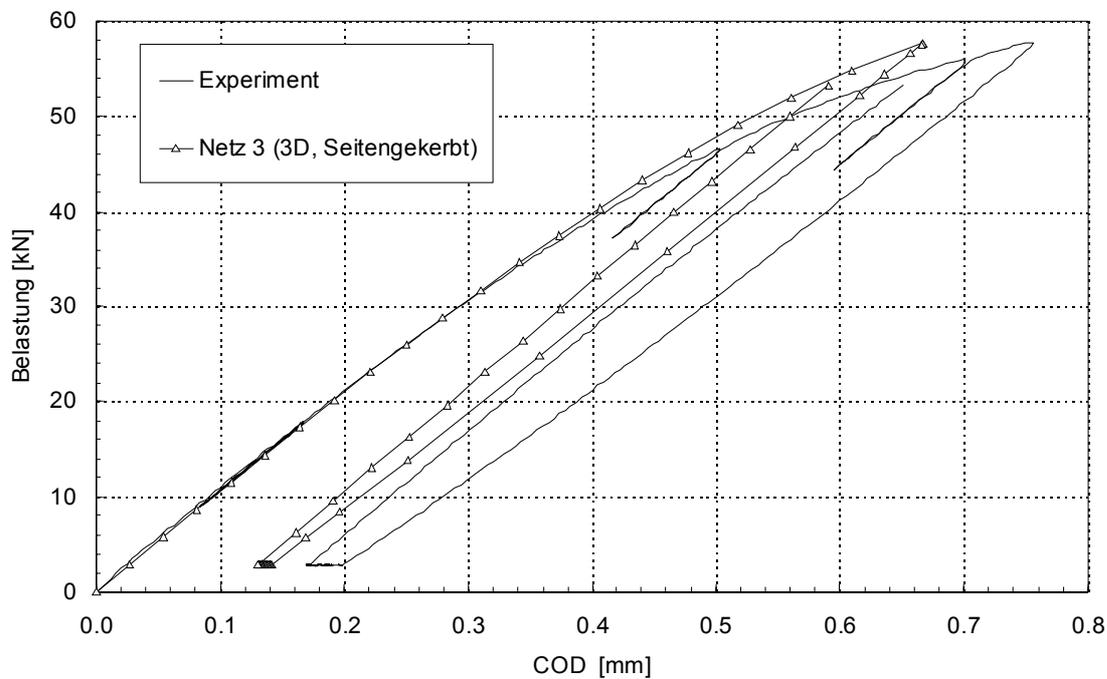


Bild 5.13

**Bild 5.13:** WPS163 (CT25, LUCF), Vergleich des Last-COD Verlaufs zwischen Experiment und der Nachrechnung mit einem seitengekerbten 3D-Modell

### 5.2.2.1 WPS163, Last-Verformungsverhalten

**Bild 5.12** zeigt einen Vergleich der Last-Verformungskurve zwischen dem Experiment WPS163 und den zweidimensionalen EVZ-Berechnungen mit den Netzen 1 und 5. Wie schon bei der Nachrechnung zum Versuch mit dem LCF-Lastpfad sind die Werte beider Netze identisch und unterschätzen die Rissöffnung im Maximum der Warmvorbeanspruchung um etwa 10% und beim Probenversagen um etwa 5%. Auch hier ist im anfänglich elastischen Belastungsbereich die Steigung der Last-Verformungskurve geringer als im Experiment, da der mit 20 mm eingesetzte Nettoquerschnitt der 20% seitengekerbten Probe die Gesamtsteifigkeit unterschätzt. Erst die Berechnung mit einem dreidimensionalen Modell inklusive einer modellierten Seitenkerbe ergibt eine Übereinstimmung der Last-Verformungskurve im ansteigenden Belastungspfad (siehe **Bild 5.13**). Allerdings wird die im Maximum auftretende Rissöffnung weiterhin unterschätzt.

### 5.2.2.2 WPS163, Auswertung der Rissbeanspruchungsparameter $J$ , $T^*$ und $J^*$

Die Auswertung der Parameter erfolgte mit den beiden Netzen der zweidimensionalen EVZ-Nachrechnungen. Der maximale Integrationsbereich ist identisch mit dem im LCF-Versuch und in **Bild 5.11** als grau hinterlegte Fläche gekennzeichnet. Die äußeren Elementschichten blieben wiederum in beiden Vernetzungen während der gesamten Lasthistorie elastisch.

Repräsentativ für die in beiden Netzen ermittelten Werte der Parameter  $J$ ,  $T^*$  und  $J^*$  sind in den **Bildern 5.14-5.16** die Weg- und Gebietabhängigkeitsstudien für das Netz 5 dargestellt. Aufgrund der im Vergleich zum LCF-Lastpfad sehr viel stärkeren Entlastung tritt hier im LUCF-Lastpfad in den  $J$ -Integralwerten auch eine deutlichere Wegabhängigkeit auf (siehe **Bild 5.14**). Die  $T^*$ -Werte hingegen zeigen bis auf den innersten Pfad eine sehr gute Übereinstimmung (siehe **Bild 5.15**). Der Integralparameter  $J^*$  ist im hier betrachteten LUCF-Lastpfad ab dem zweiten Pfad ebenfalls weg- und gebietsunabhängig (siehe **Bild 5.16**). Erst zum Ende der Wiederbelastungsphase (35-43s) tritt eine geringe Streuung von etwa 5% auf. Sowohl  $T^*$  als auch  $J^*$  steigen bedingt durch die Replastifizierung im Druckbereich in der Entlastungsphase nach ca. 7s wieder an.

Die im Gegensatz zum LCF-Lastpfad sehr gute Weg- und Gebietsunabhängigkeit der  $J^*$ -Werte hat zwei Ursachen. Zum einen verursacht die Lastumkehr, dass die während der Belastungsphase aufgebauten Approximationsfehler im energetischen Anteil  $W^{p.f}$  wieder abgebaut werden und erst in der Wiederbelastungsphase erneut zum Tragen kommen und

somit zu der geringen Streuung von etwa 5% führen. Zum anderen ist der Korrekturtermbeitrag der elastischen Energieanteile, der von der Theorie her verschwinden sollte, während des gesamten Lastpfades klein. Das dieser Beitrag im hier betrachteten LUCF-Lastpfad gering ist, kann dem **Bild 5.17** entnommen werden. Aufgetragen sind dort die  $T^*$ -Werte, berechnet über unterschiedliche, theoretisch äquivalente Formulierungen. In Kapitel 2.4.3 wurden unter der Voraussetzung, dass sich die elastischen Anteile der Formänderungsarbeit und der Dehnungen im Volumenintegral des Korrekturterms aufheben, mit den Gleichungen 2.32 und (2.33) zwei identische Formulierungen zu der von Atluri hergeleiteten Formel 2.30 angegeben. In den Berechnungen der äquivalenten Formulierungen werden im Korrekturterm nur die Ortsableitungen der Spannungen und plastischen Dehnungen 2.32 bzw. die Ortsableitungen der plastischen Formänderungsarbeit und der plastischen Dehnungen 2.33 berücksichtigt. Die Differenz der  $T^*$ -Werte, berechnet nach der Originalversion von Atluri und den beiden anderen Formulierungen, entspricht dann dem Korrekturtermbeitrag der elastischen Anteile. Der Vergleich in **Bild 5.17** zeigt, dass die elastischen Beiträge zum Korrekturterm sehr gering sind und die beiden zu Atluri äquivalenten Formulierungen von  $T^*$  (Formeln 2.32 und 2.33 in Kapitel 2) identische Werte liefern.

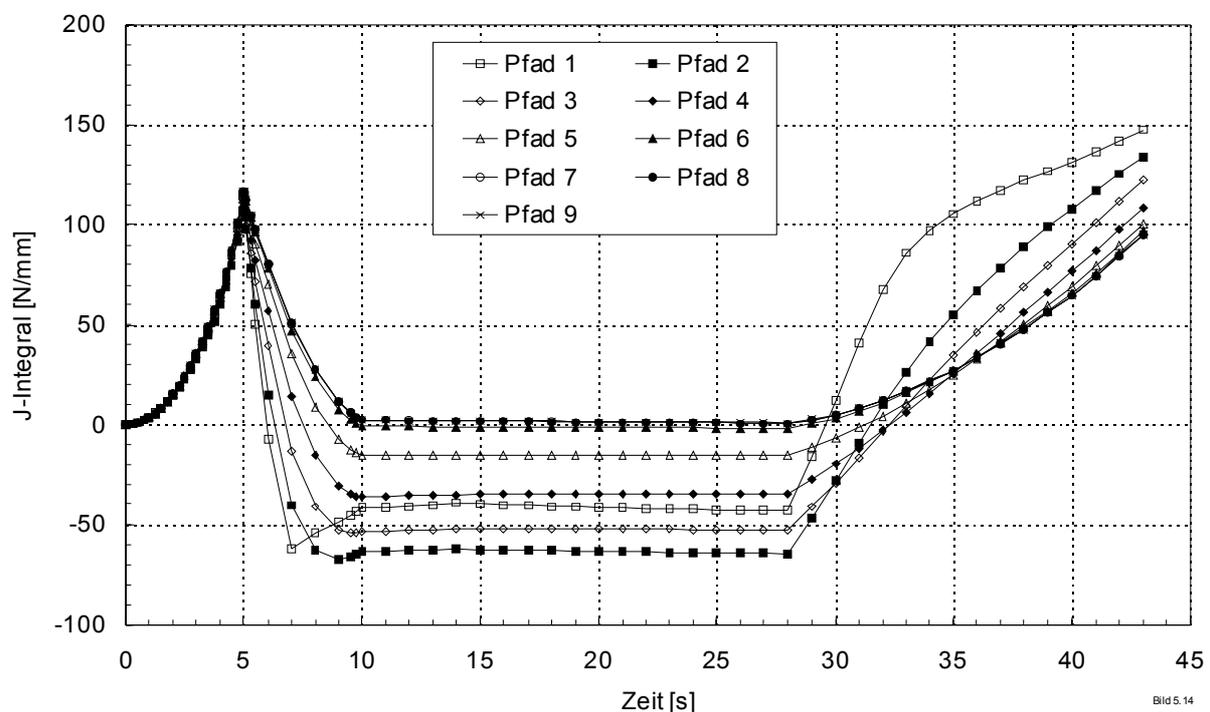


Bild 5.14

**Bild 5.14:** WPS163 (CT25, LUCF), Wegabhängigkeitsstudie der J-Integralwerte für Netz 5

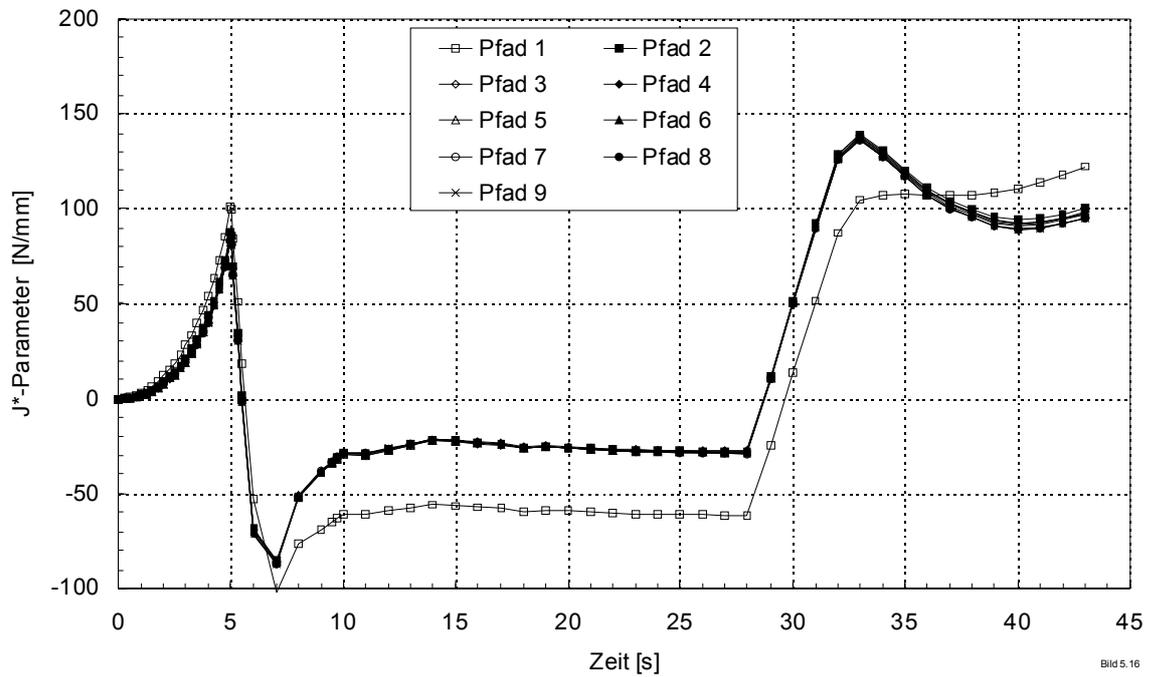


Bild 5.16

**Bild 5.15:** WPS163 (CT25, LUCF), Weg- und Gebietunabhängigkeitsstudie des T\*-Parameters für Netz 5

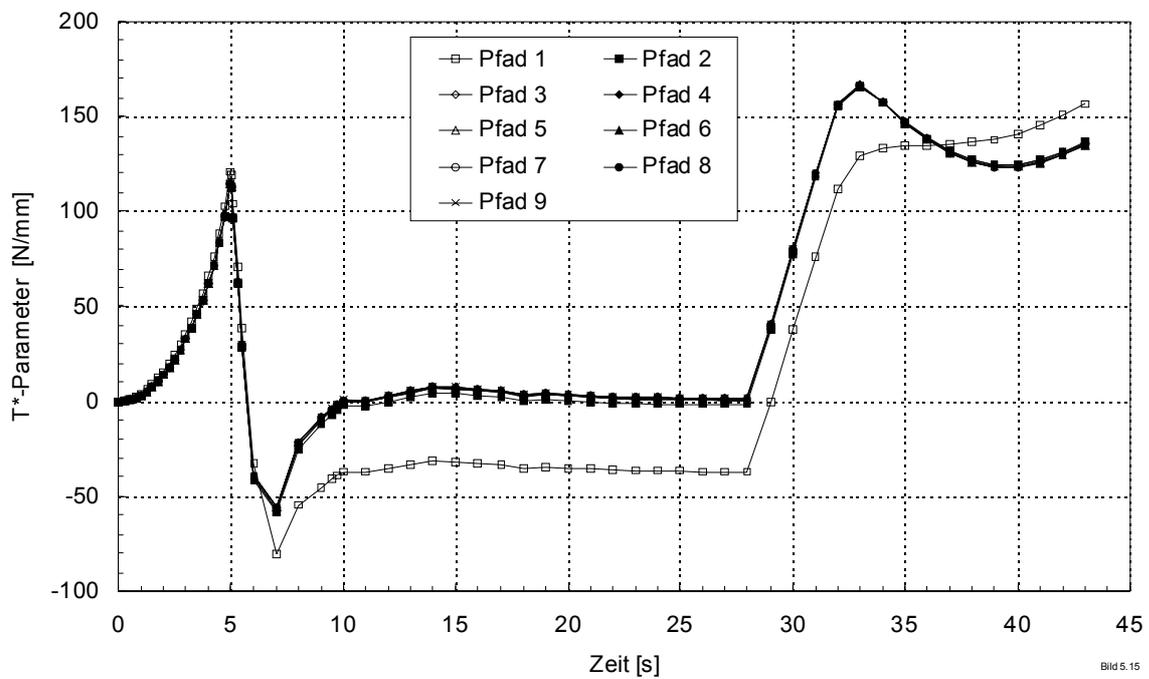
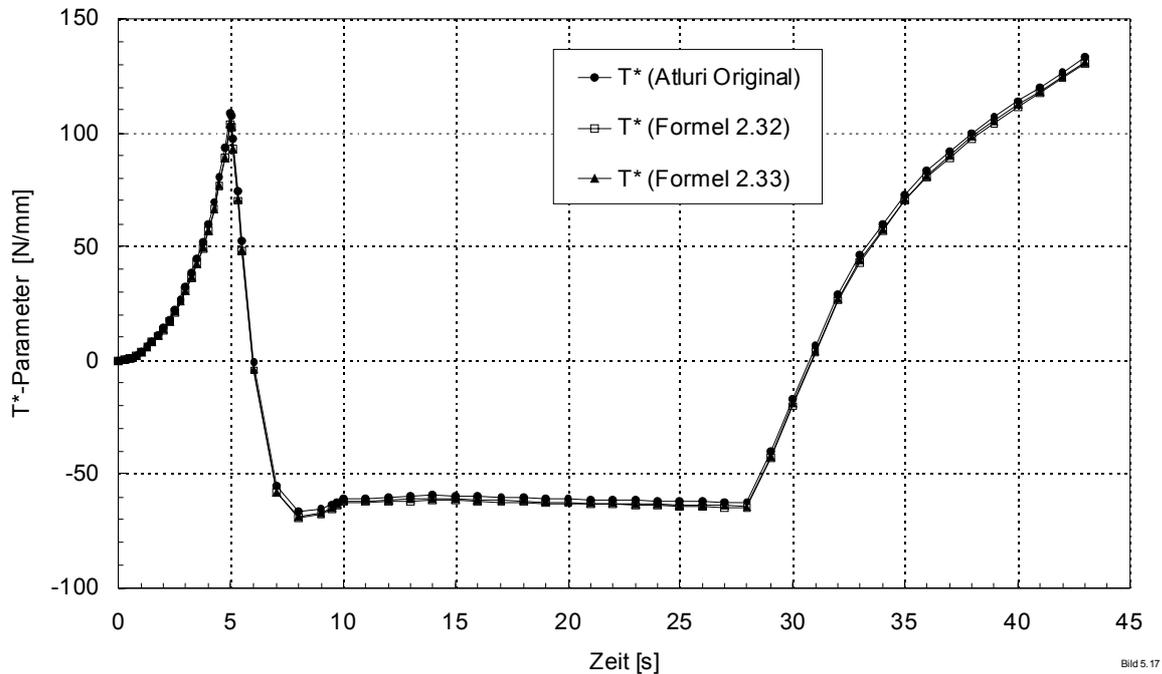


Bild 5.16

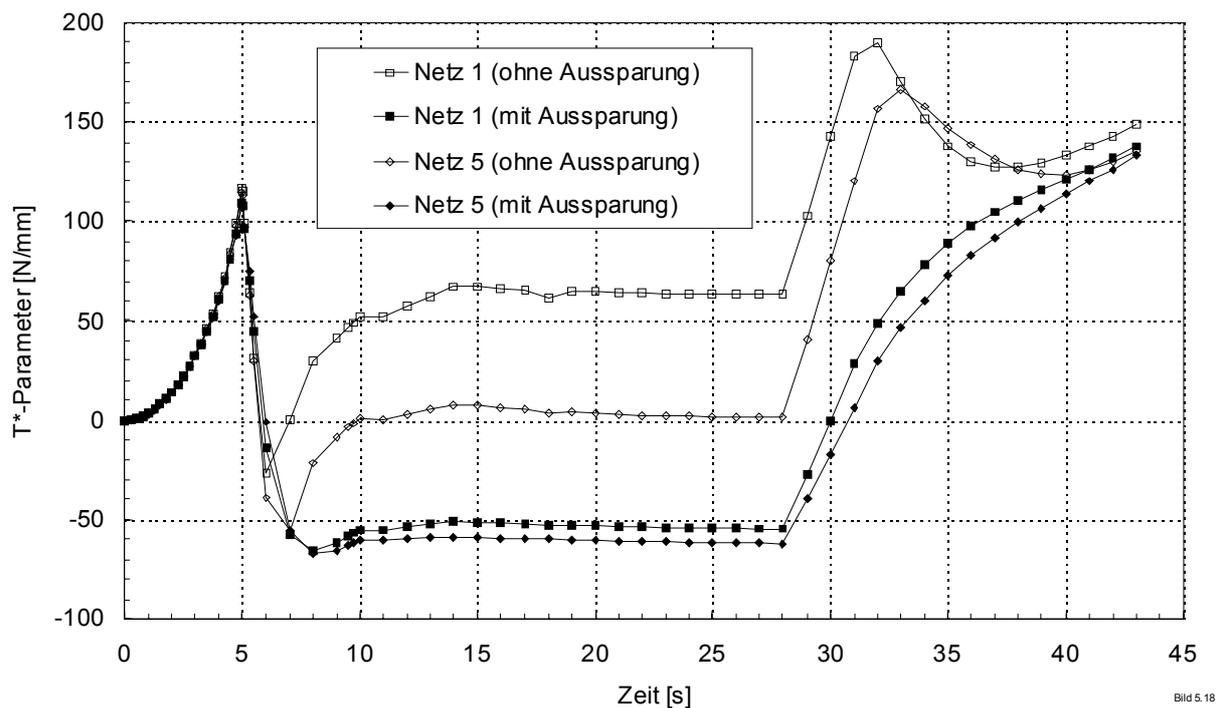
**Bild 5.16:** WPS163 (CT25, LUCF), Weg- und Gebietunabhängigkeitsstudie des  $J^*$ -Parameters für Netz 5



**Bild 5.17:** WPS163 (CT25, LUCF),  $T^*$ -Werte berechnet mit unterschiedlichen, theoretisch äquivalenten Formulierungen für das Netz 5 (mit Aussparung der innersten Elementschicht)

Das Ausscheren der jeweils innersten Pfade in den Parametern  $T^*$  und  $J^*$  weist wieder auf inkonsistente Spannungs- und Dehnungsverteilungen an der Rissspitze hin. In **Bild 5.18** sind die  $T^*$ -Werte und in **Bild 5.19** die  $J^*$ -Werte des größten Integrationsgebietes für beide Vernetzungen mit und ohne Aussparung der jeweils innersten Elementschicht dargestellt. Durch die Vernachlässigung der Korrekturtermbeiträge der jeweiligen Schicht reduziert sich die vorher stark ausgeprägte Netzabhängigkeit von  $T^*$  und  $J^*$  deutlich. Insbesondere im Entlastungsbereich wird das Niveau der Parameter erniedrigt und es ergibt sich eine überwiegend fallende Charakteristik. Zum Ende der Entlastungsphase (8-10s) ist ein geringfügiges Ansteigen der Parameter zu sehen, da durch die Aussparung nur in einer ersten Näherung die positiven Korrekturtermanteile der im Druckbereich plastifizierten Gebiete unberücksichtigt bleiben. Auch in der Wiederbelastungsphase ( $t > 28s$ ) ergeben sich mit einer Aussparung die erwarteten monoton steigenden Rissbeanspruchungsparameter im Gegensatz zu den Verläufen ohne Aussparung. Gut zu erkennen ist auch, dass die jeweiligen Trendwenden von fallenden zu wieder ansteigenden Parametern im feineren Netz 1 stärker ausgeprägt sind. Insgesamt stimmen die  $T^*$ - und  $J^*$ -Verläufe qualitativ gut überein. Eine

quantitativ vergleichende Darstellung der beiden Parameter  $T^*$  und  $J^*$  für die beiden Vernetzungen mit dem jeweils ausgesparten Volumenbereich an der Risspitze ist in **Bild 5.20** zu sehen. Zusätzlich ist das J-Integral im Fernfeld eingezeichnet, das für beide Netze identisch ist. Der Vergleich mit dem J-Integralwert im Fernfeld zeigt, dass die Bewertungsparameter  $T^*$  und  $J^*$  im Entlastungsbereich deutlich niedrigere Werte ergeben und in der dann folgenden Abkühlungsphase das niedrige Wertenniveau beibehalten. Während der Wiederbelastung ( $t > 28$ s) steigen beide Parameter stärker an als das J im Fernfeld. Beim Bruch der Probe im Experiment hat  $T^*$  einen Wert von 138 N/mm (Netz 1) bzw. 133 N/mm (Netz 5) und liegt somit etwa 23-26% oberhalb des Wertes im Maximum der Warmvorbeanspruchung (siehe **Tabelle 5.1**). Die  $J^*$ -Werte haben zu diesem Zeitpunkt einen Wert von 121 N/mm (Netz 1) bzw. 120 N/mm (Netz 5) und liegen ebenfalls 22-26% oberhalb ihres Wertes im ersten Lastmaximum. Das Fernfeld J hingegen liegt bei Probenversagen mit 95.5 N/mm etwa 19% unterhalb des Wertes im Maximum der Warmvorbeanspruchung. Wie erwartet liegen die  $J^*$ -Werte im jeweiligen Netz während des gesamten Lastpfades unterhalb der  $T^*$ -Werte.



**Bild 5.18:** WPS163 (CT25, LUCF), Vergleich der  $T^*$ -Integralwerte mit und ohne Aussparung der innersten Elementschicht für die Netze 1 und 5

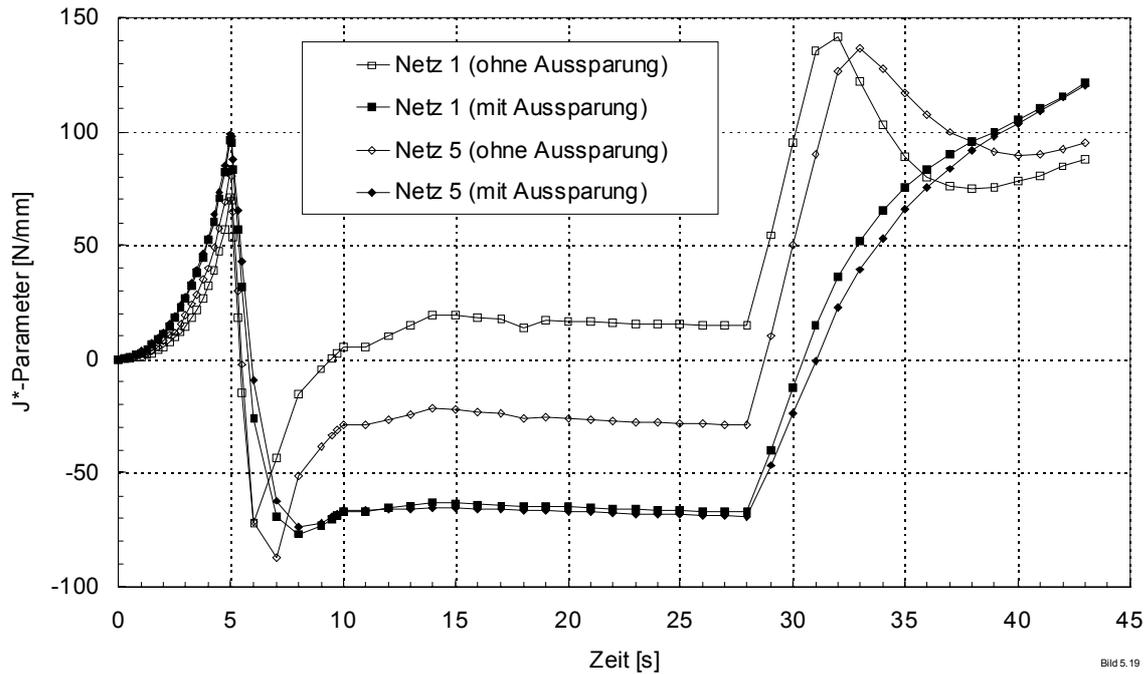


Bild 5.19

**Bild 5.19:** WPS163 (CT25, LUCF), Vergleich der  $J^*$ -Integralwerte mit und ohne Aussparung der innersten Elementschicht für die Netze 1 und 5

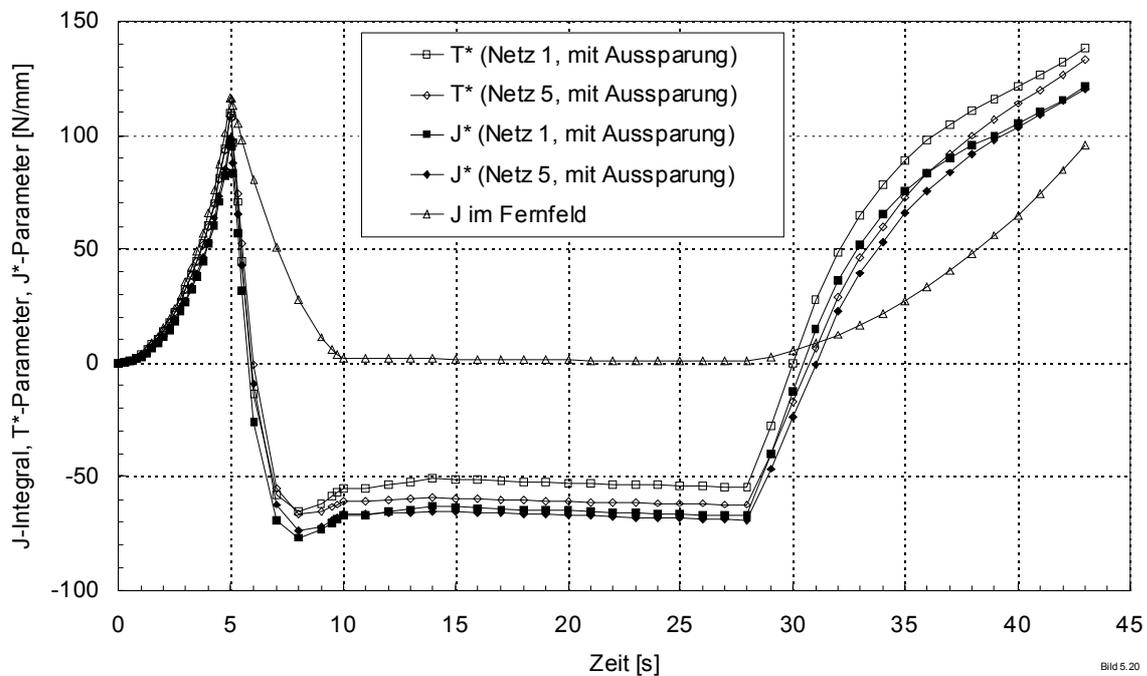


Bild 5.20

**Bild 5.20:** WPS163 (CT25, LUCF), Vergleich zwischen  $T^*$  und  $J^*$  jeweils mit Aussparung und dem J im Fernfeld für die Netze 1 und 5

### 5.3 Diskussion der Ergebnisse

Im Vergleich zu den Experimenten unterschätzen die zweidimensionalen EVZ-Nachrechnungen die aufgetretene Rissöffnung nach der Warmvorbeanspruchung und zum Zeitpunkt des Probenversagens um etwa 10%. Im anfänglichen elastischen Belastungsbereich wird die Rissöffnung überschätzt, also die Gesamtsteifigkeit der Proben unterschätzt. In diesem Lastbereich würde durch den Einsatz dreidimensionaler FE-Modelle mit Seitenkerben eine verbesserte Annäherung an die gemessenen Daten erreicht werden. Da jedoch die vergleichende Bewertung zwischen dem J-Integral und den beiden Parametern  $T^*$  und  $J^*$  im Vordergrund der Untersuchung stand, können die EVZ-Berechnungen als ausreichend genau eingestuft werden. Die berechneten Last-Verformungskurven stimmen mit den schädigungsmechanischen Analyseergebnissen aus [99] überein.

Durch das Fehlen der elastischen Anteile im Korrekturterm und der Berechnung der im Körper gespeicherten Energie über die effektive plastische Dehnung schwankt die numerische Auswertung des Parameters  $J^*$ . Im LCF-Lastpfad akkumuliert sich diese Schwankung und  $J^*$  wird deutlich weg- und gebietsabhängig, im LUCF-Lastpfad hingegen ist sie gering und der Parameter ist weg- und gebietsunabhängig. Die numerische Auswertung von  $T^*$  ist generell stabil, die Werte sind in beiden Lastfällen bis auf den innersten Pfad weg- und gebietsunabhängig.

Aufgrund der starken Weg- und Gebietsabhängigkeit von  $J^*$  im LCF-Versuch WPS97 ist keine einheitliche Bewertung möglich und die nachfolgenden Ausführungen gelten in diesem Fall nicht. In den anderen Fällen ergibt eine Aussparung der jeweils innersten Elementschicht netzunabhängige Verläufe der Rissbeanspruchungsparameter  $T^*$  und  $J^*$  mit fallender Charakteristik während der Entlastung und monoton steigenden Werten während der Belastungsphase. In der ersten Belastungsphase stimmen die  $T^*$ -Werte in etwa mit den J-Integralwerten überein, wohingegen die  $J^*$ -Werte nach Einsetzen der Plastifizierung unterhalb dieser Werte bleiben. In der Entlastungs- und Abkühlungsphase fallen  $T^*$  und  $J^*$  stärker als das J im Fernfeld, wobei die Differenz mit zunehmender Entlastung größer wird. Eine Wiederbelastung führt zu einem steileren Anstieg von  $T^*$  und  $J^*$  verglichen mit dem J im Fernfeld. Beim Bruch der Probe hat  $T^*$  im LCF-Lastpfad ungefähr den Wert von J im Fernfeld, im LUCF-Lastpfad liegt  $T^*$  deutlich oberhalb (siehe **Tabelle 5.1**). Somit hängt die Differenz zwischen  $T^*$  und dem Fernfeld J zum Zeitpunkt des Probenversagens von der vorher erfahrenen Entlastungshöhe ab. Der Unterschied wächst mit zunehmender Entlastung. Der Vergleich der Auswertungen beider Versuche in **Tabelle 5.1** zeigt, dass  $T^*$  bei Probenversagen unabhängig von der Belastungsgeschichte nach der Warmvorbeanspruchung ist. In beiden

Fällen liegen die Werte bei Probenversagen zwischen 23 und 28% oberhalb der Werte im ersten Lastmaximum. Ein ähnliches Ergebnis zeigt die Auswertung von  $J^*$  im LUCF-Lastpfad. Hier liegen die Werte zwischen 21 und 26% oberhalb des ersten Lastmaximums, das im Vergleich zu  $T^*$  allerdings ein niedrigeres Wertenniveau aufweist. Die J-Integralwerte im Fernfeld ergeben ein uneinheitliches Verhalten. Im LCF-Lastpfad liegt das Fernfeld J 19% oberhalb, im LUCF-Lastpfad 18% unterhalb der Werte im ersten Lastmaximum.

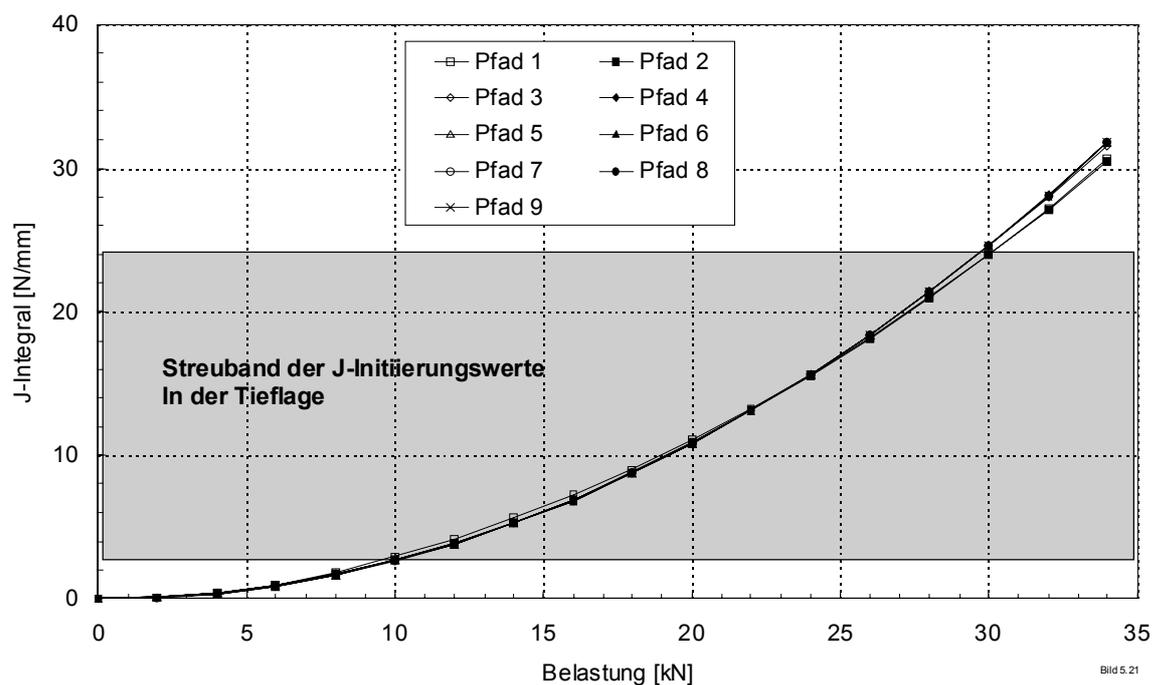
Versuch	Parameter	Parameterwerte [N/mm] für Netz 1			Parameterwerte [N/mm] für Netz 5		
		im Maximum der Vorbe- lastung	beim Bruch	rel. Abwei- chung	im Maximum der Vorbe- lastung	beim Bruch	rel. Abwei- chung [%]
WPS97 (LCF)	$T^*$	105	129	+23%	104	133	+28%
	$J^*$	-	-	-	-	-	-
	Fernfeld J	112	133	+19%	112	133	+19%
WPS163 (LUCF)	$T^*$	109.5	138	+26%	108.5	133	+23%
	$J^*$	96	121	+26%	99	120	+21%
	Fernfeld J	116.5	95.5	-18%	116.5	95.5	-18%

**Tabelle 5.1:** Vergleich der berechneten Rissbeanspruchungsparameter (mit Aussparung) im Maximum der Warmvorbeanspruchung und beim Bruch der Probe im Experiment

Für den Werkstoff 10 MnMoNi 55 formgeschweißt ergaben die Bruchzähigkeitsversuche in der Tieflage bei einer Temperatur von  $-100$  bis  $-150^\circ\text{C}$  J-Werte bei Probenversagen zwischen 3 N/mm und 24 N/mm [97]. Eine 2D-Simulation zu den Bruchzähigkeitsversuchen in der Tieflage ergibt bis zum Probenversagen wegunabhängige J-Integralwerte (**Bild 5.21**). Dabei wurde eine CT-25 mit einem  $a/W$ -Verhältnis von 0.52 unter Annahme eines ebenen Dehnungszustandes bei konstanter Temperatur von  $-150^\circ\text{C}$  mit der Netz 5 Elementvernetzung bis über den Wert des Versagensbandes belastet. Solange J wegunabhängig ist, stimmt  $T^*$  mit J überein. Deshalb sind die  $T^*$ -Initiierungswerte in den Bruchzähigkeitsversuchen der Tieflage identisch mit J-Initiierungswerten und letztere können als Vergleichswert zur bruchmechanischen Bewertung herangezogen werden.

In den WPS-Versuchen liegt der bei Probenversagen ermittelten wegun- und gebietsunabhängige Parameter  $T^*$  mit etwa 133 N/mm und auch das J-Integral im Fernfeld mit 133 N/mm beim

LCF-Versuch bzw. 95.5 N/mm beim LUCF-Versuch deutlich oberhalb der Bruchzähigkeitswerte (Streuband 3-24 N/mm). Das Probenversagen kann also nicht über einen direkten Vergleich der Parameter mit der experimentell ermittelten Bruchzähigkeit von Standardproben in der Tieflage vorhergesagt werden. Auch  $J^*$  kann nicht mit den Bruchzähigkeitswerten der Standardproben in der Tieflage verglichen werden, weil  $J^*$  auch schon bei geringer Plastifizierung von den J-Werten abweicht. Hier ist zur Zeit nur eine rein rechnerische Ermittlung der Initiierungswerte möglich.



**Bild 5.21:** Wegabhängigkeitsstudie der J-Werte für die Bruchzähigkeit in der Tieflage (-150°C), CT25-Probe mit  $a/W = 0.52$ , Netz 5

## 6 Numerische Analysen zur Integritätsbewertung von Reaktor-druckbehältern und Bewertung basierend auf $T^*$ und J

Die Nachrechnungen der WPS-Versuche zeigten, dass die Berechnungsmethode des Parameters  $J^*$  nach einer nennenswerten Vorbelastung insbesondere im durch Abkühlung induzierten Entlastungsbereich numerisch instabil ist. Diese Instabilität erzeugte eine deutliche Weg- und Gebietsabhängigkeit. Die Beanspruchung während eines Kühlmittelverluststörfalls wird aber gerade durch thermische Effekte wie Temperaturgradienten und Abkühlungsvorgänge hervorgerufen. Deshalb wurde  $J^*$  in der folgenden Vergleichsstudie nicht mit einbezogen. Die vergleichenden Bewertungen wurden mit  $T^*$  und dem J-Integral durchgeführt.

Weiterhin ergaben die Untersuchungen der Berechnungen zum WPS-Effekt, dass zum Zeitpunkt des Bruchereignisses nur dann wesentliche Abweichungen zwischen  $T^*$  und dem J-Integral im Fernfeld auftraten, wenn nach Erreichen eines ersten Lastmaximums eine deutliche Entlastung stattfand (LUCF-Lastpfad). Vergleichende Bewertungen zwischen  $T^*$  und J anhand von Thermoschock-Großversuchen scheiden somit aus, da der Lastpfad in diesen Experimenten immer so gewählt war, dass das Bruchereignis im ersten Lastmaximum auftrat. Zu diesem Zeitpunkt wird kein wesentlicher Unterschied in den beiden Parametern vorhanden sein.

Um die Unterschiede zwischen  $T^*$  und J im Fernfeld bei einer RDB-Integritätsbewertung abschätzen zu können, wurde deshalb stellvertretend für eine realistische Transiente ein Kühlmittelverluststörfall mit angemessener Entlastung ausgewählt. Hierzu bot sich die Transiente T1 aus der RPV-PTS-ICAS Studie an [103]. Die rotationssymmetrische Transiente stammt aus einer thermohydraulischen Berechnung zu einem angenommenen Störfall mit einem  $20\text{cm}^2$  Leck. Sie erstreckt sich über einen Berechnungszeitraum von 12000 Sekunden. Zur Simulation einer eventuell folgenden Wiederbelastung wurde der Innendruck am Ende der Transiente zwischen 12000 und 14500 Sekunden fiktiv von 1 MPa auf den Systemdruck von 16 MPa erhöht. Die Temperaturverteilung in der RDB-Wand wurde nach 12000 Sekunden eingefroren und während der Druckerhöhung konstant gehalten. Der zeitliche Verlauf der Fluidtemperatur im Ringraum des Reaktordruckbehälters ist in **Bild 6.1** dargestellt. **Bild 6.2** zeigt den Verlauf des Innendrucks und der Wärmeübergangszahl zwischen der Innenseite des RDB's und dem Fluid.

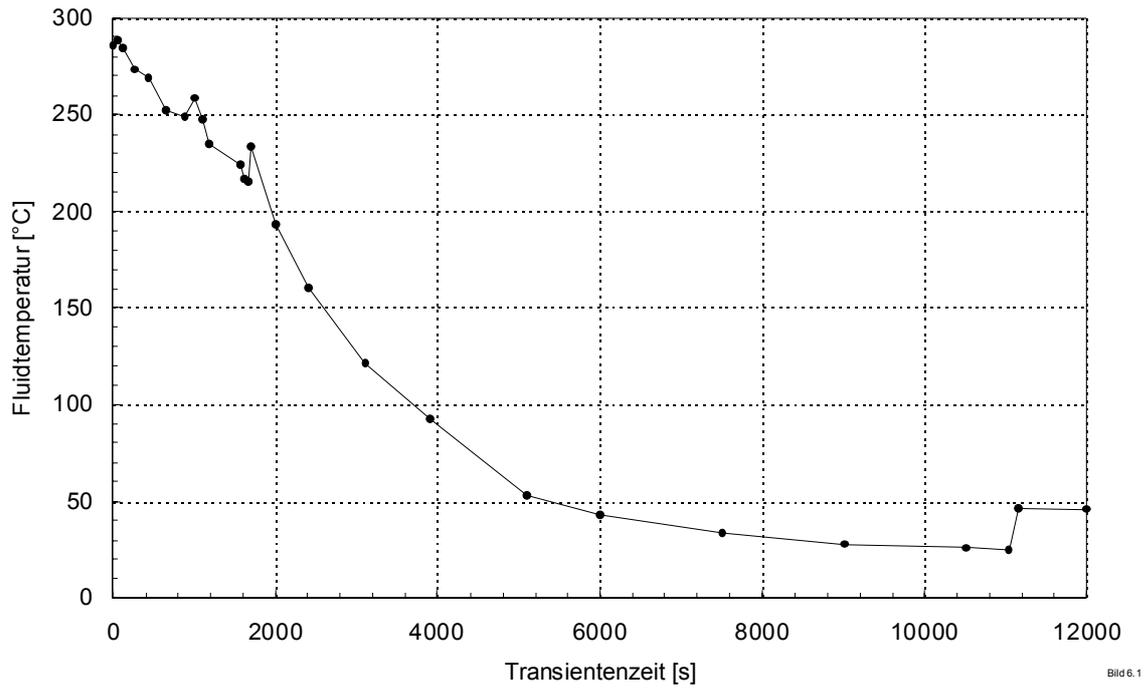


Bild 6.1

**Bild 6.1:** RDB Analysen, zeitlicher Verlauf der Fluidtemperatur im Ringraum des RDB

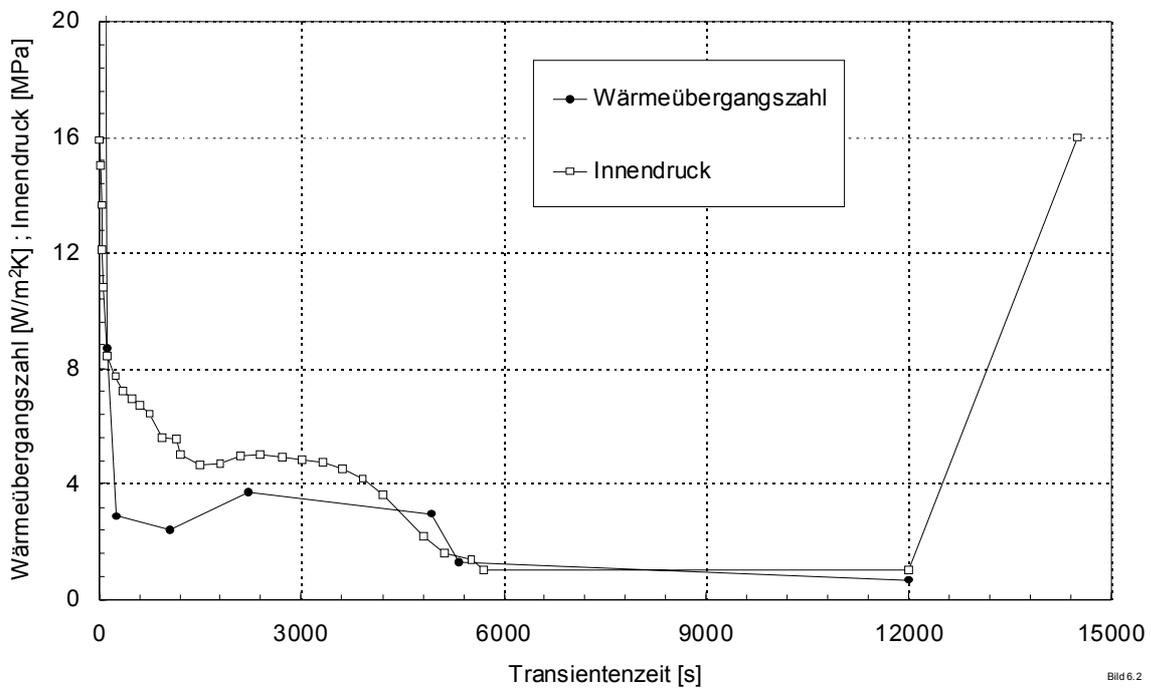


Bild 6.2

**Bild 6.2:** RDB Analysen, zeitlicher Verlauf der Wärmeübergangszahl und des Innendrucks

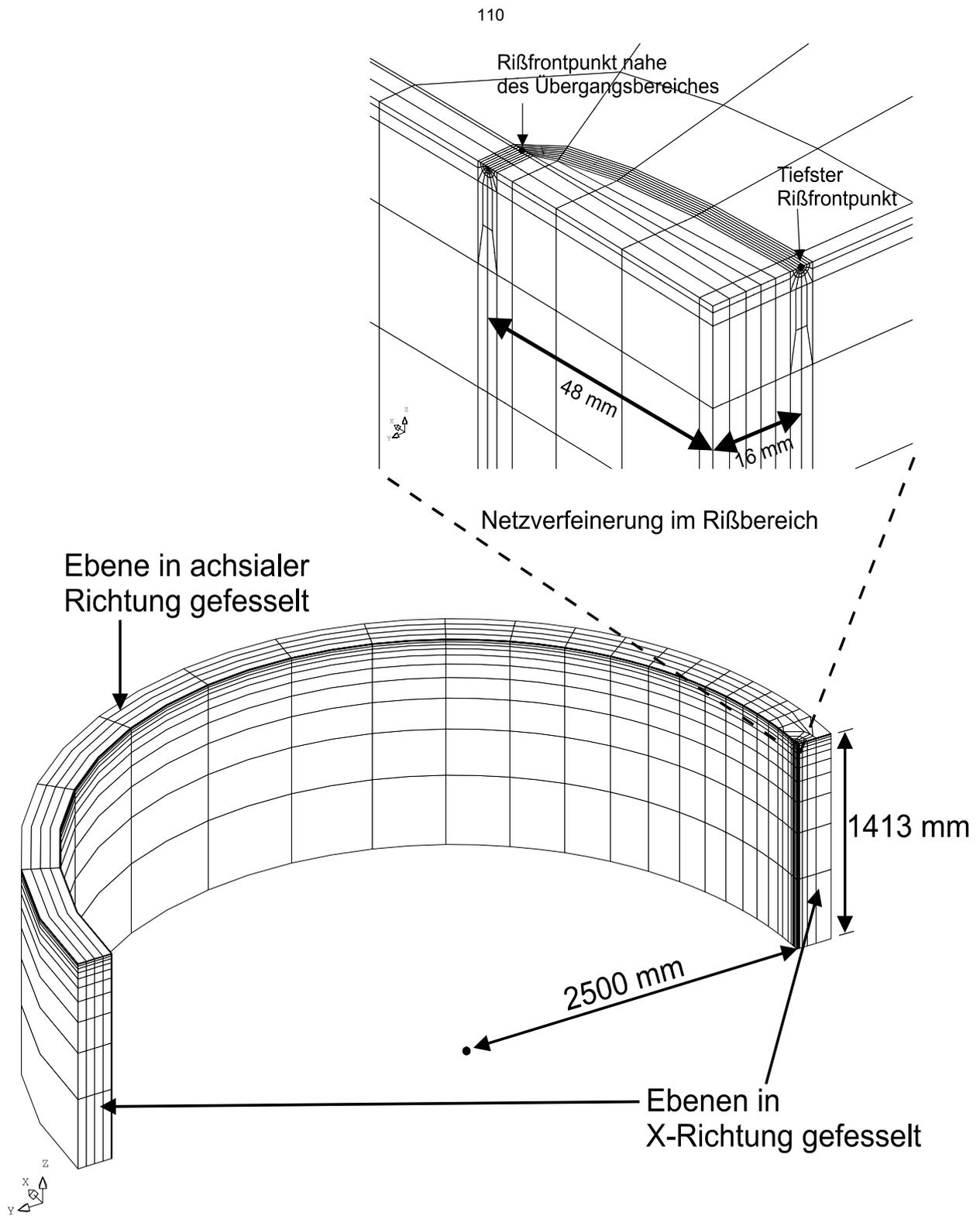


Bild 6.3

**Bild 6.3:** RDB Analysen, zylindrisches 3D-Finite-Elemente-Modell und Ausschnitt des Rissbereichs

## 6.1 Geometrie und FE-Modell des Reaktordruckbehälters

Zugrunde gelegt war ein 4-Loop Reaktordruckbehälter westlicher Bauart mit einem Innendurchmesser von 5 Metern. Im Bereich der kernnahen Schweißnaht betrug die Wanddicke 249 mm inklusive einer 6 mm dicken Plattierung. An der Innenseite der Schweißnaht befand sich ein in Umfangsrichtung orientierter postulierter halb elliptischer Oberflächenriss mit einer Risstiefe von 16 mm und einer halben Risslänge von 48 mm. Untersucht wurden die im Laufe der Transiente auftretenden Beanspruchungen im Rissfrontbereich. In **Bild 6.3** ist das zur Berechnung eingesetzte zylindrische 3D-Finite-Elemente-Modell dargestellt. Ebenfalls zu sehen ist der Ausschnitt und die Lage der beiden bruchmechanisch mit  $J$  und  $T^*$  bewerteten Rissfrontpunkte in der kernnahen Schweißnaht. Zur Berechnung der lokalen Rissbeanspruchungsparameter wurden an jedem der beiden Punkte jeweils 4 Integrationspfade ausgewertet. Shift 10 bis 13 bezeichnen im weiteren die Integrationsgebiete am oberflächennahen Rissfrontpunkt und Shift 26 bis 29 diejenigen am tiefsten Rissfrontpunkt. Bei Shift 10 und 26 handelt es sich um die am jeweiligen Rissfrontpunkt kleinstmöglichen Verschiebungsgebiete. Es wurden die direkt an der Risspitze liegenden Knotenpunkte konstant in Richtung der Normalen der Rissfronttangente und senkrecht zur Symmetrieachse des Zylinders virtuell verschoben. Mit aufsteigender Numerierung wachsen die betrachteten Integrationsgebiete bzw. der jeweils konstant virtuell verschobene Bereich.

Die in den Analysen eingesetzten temperaturabhängigen thermischen und mechanischen Materialeigenschaften der austenitischen Plattierung und des ferritischen Reaktorbaustahls 22 NiMoCr 37 (Grundwerkstoff) können den Tabellen 6.1 und 6.2 entnommen werden. Aufgrund der Ergebnisse aus den Untersuchungen an vereinfachten Rissmodellen in Kapitel 4 wurden die Berechnungen mit einer 2x2 Integrationsordnung durchgeführt.

## 6.2 Ergebnisse der FE-Analysen des Reaktordruckbehälters

Im Unterschied zu den bisher betrachteten Lastfällen, ist in diesem Fall die Temperaturverteilung innerhalb der Struktur nicht mehr konstant. Zur Berechnung der zeitlich variierenden Temperaturverteilung in der RDB-Wand wurde zuerst eine thermische Analyse mit dem in **Bild 6.3** dargestellten Modell und dem FE-Programm ADINAT [96] unter Berücksichtigung der angegebenen Fluidtemperaturen und Wärmeübergangszahlen durchgeführt. Die Behälteraußenseite wurde dabei als thermisch isoliert angenommen. Als Resultat dieser Berechnung erhält man die Temperaturen an den Elementknoten, die dann als zusätzlicher Eingabedatensatz für die strukturmechanische Analyse zur Verfügung stehen.

Bei der Auswertung der Rissbeanspruchungsparameter in einem Integrationsgebiet mit Temperaturgradienten verschwindet die thermische Korrektur nicht (siehe Gleichung 3.9), und muss berücksichtigt werden, um wegunabhängige Werte zu erhalten. Im hier betrachteten Lastfall und Integrationsgebieten sind die Beiträge der thermischen Korrektur gering. Zur Verifizierung der eigenen programmierten Berechnungsroutinen im Postprozessor JCALC wurden die thermischen Korrekturtermbeiträge mit den Resultaten der Berechnungen des FE-Codes ADINA verglichen. Insgesamt ergaben die Vergleiche eine sehr gute Übereinstimmung. Exemplarisch dafür ist in **Bild 6.4** ein Vergleich zwischen den berechneten thermischen Korrekturtermen beider Programme für das Integrationsgebiet Shift 29 am tiefsten Rissfrontpunkt während der Transiente dargestellt.

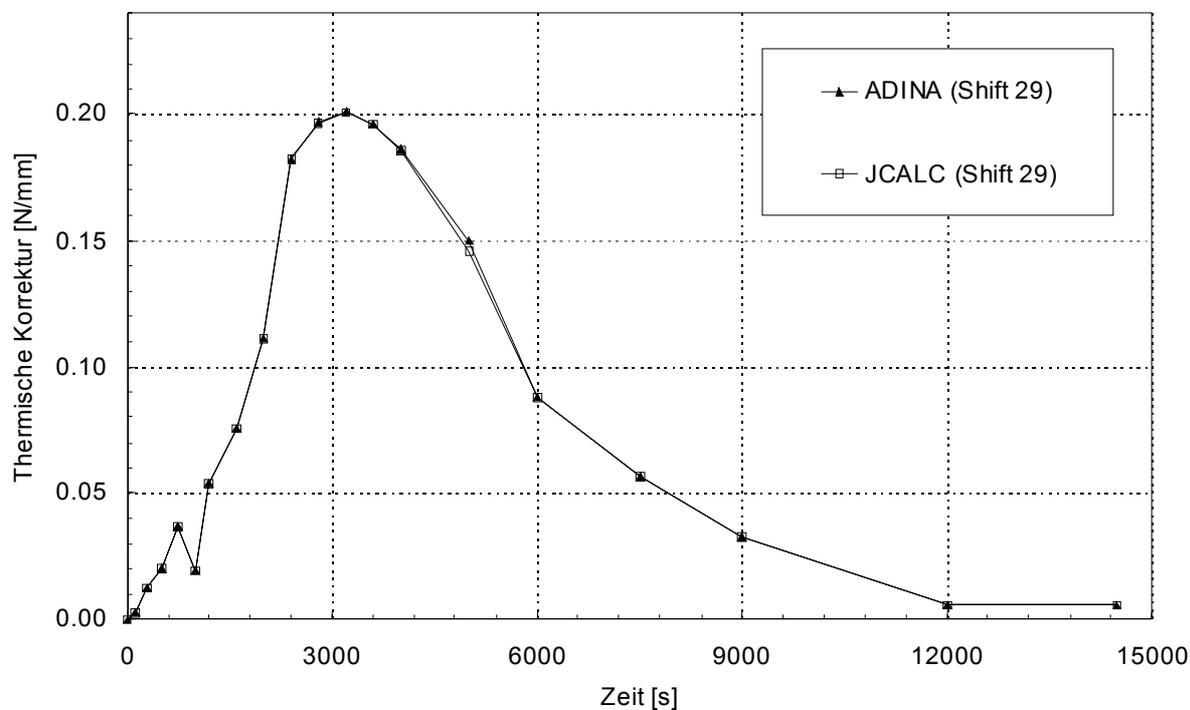


Bild 6.4

**Bild 6.4:** RDB Analysen, Vergleich der thermischen Korrekturwerte zwischen ADINA und dem Postprozessor JCALC für das größte Integrationsgebiet am tiefsten Rissfrontpunkt

Es wurden zwei strukturmechanische Analysen durchgeführt. In der ersten Analyse, die im weiteren mit RDB1 bezeichnet ist, wurden die ursprünglich im RPV-ICAS Projekt angegebenen Materialdaten verwendet (siehe **Tabellen 6.1** und **6.2**). Um aber auch den Einfluss einer größeren Plastifizierung auf den Unterschied zwischen dem J-Integral im Fernfeld und  $T^*$  im Rahmen der RDB Integritätsbewertung zu untersuchen erfolgte eine zweite Berechnung

(RDB2) mit der gleichen Transiente, aber einer fiktiv niedriger angenommenen Streckgrenze des Grundwerkstoffs. Unter Beibehaltung der übrigen Werkstoffdaten wurde die Streckgrenze des Grundwerkstoffs für alle Temperaturen um 110 MPa (ca. 25%) herabgesetzt. Die so geänderten Materialdaten sind in der **Tabelle 6.2** in Klammern gesetzt.

Temperatur [°C]	Wärmeleitfähigkeit [W/mK]		spez. Wärmekapazität [J/kgK]	
	Grundwerkstoff	Plattierung	Grundwerkstoff	Plattierung
20	44.4	16	450	500
100	44.4	16	490	500
200	43.2	16	521	540
300	41.8	16	560	540

Dichte:  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$

**Tabelle 6.1:** RDB-Analyse, thermische Werkstoffdaten des ferritischen Grundwerkstoffs 22 NiMoCr 37 und der austenitischen Plattierung

Temperatur [°C]	E [MPa]	$\nu$	$\sigma_{\text{yield}}$ [MPa]	$E_{\text{tangent}}$ [MPa]	$\alpha$ [1/°C]
20	200000	0.3	320	2000	$15 \cdot 10^{-6}$
100	194000	0.3	320	2000	$16 \cdot 10^{-6}$
200	186000	0.3	320	2000	$17 \cdot 10^{-6}$
300	179000	0.3	320	2000	$19 \cdot 10^{-6}$

**Tabelle 6.2a:** RDB-Analyse, mechanische Werkstoffdaten der Plattierung

Temperatur [°C]	E [MPa]	$\nu$	$\sigma_{\text{yield}}$ [MPa]		$E_{\text{tangent}}$ [MPa]	$\alpha$ [1/°C]
			RDB1	RDB2		
20	206000	0.3	450	(340)	2000	$10.3 \cdot 10^{-6}$
100	199000	0.3	431	(321)	2000	$11.1 \cdot 10^{-6}$
200	190000	0.3	412	(302)	2000	$12.1 \cdot 10^{-6}$
300	181000	0.3	392	(282)	2000	$12.9 \cdot 10^{-6}$

**Tabelle 6.2b:** RDB-Analyse, mechanische Werkstoffdaten des Grundwerkstoffs

### 6.2.1 Auswertung der Rissbeanspruchungsparameter J und T\* der Analyse RDB1

In den **Bildern 6.5** und **6.6** sind die J-Integralwerte und die T\*-Werte für den oberflächennahen Rissfrontpunkt verschiedener Integrationsgebiete als Funktion der Zeit dargestellt. Aufgrund der geringen Plastifizierung während der Transiente sind sowohl das J-Integral als auch T\* nahezu weg- und gebietsunabhängig. Nur der innerste Pfad zeigt eine größere Abweichung, was wiederum darauf hinweist, dass die dicht an der Rissfront ermittelten FE-Resultate ungenau sind. Ohne Aussparung der innersten Elementschicht liegen die T\*-Werte im Entlastungsbereich deutlich unterhalb der J-Werte im Fernfeld. Zur Eliminierung der ungenauen Spannungs- und Dehnungsverteilungen muss die innerste Elementschicht, die einen Radius von etwa 0.5 mm hat, ausgespart werden. Nach der Aussparung liegen die T\*-Werte näher an den J-Integralwerten im Fernfeld (Shift 13), bleiben aber weiterhin im Entlastungs- und Wiederbelastungsbereich unterhalb der J-Werte (siehe **Bild 6.7**).

Die Auswertung der Parameter am tiefsten Rissfrontpunkt ergibt ein ähnliches Ergebnis. Aufgrund der höheren Beanspruchung bildet sich eine größere plastische Zone aus und das J-Integral zeigt eine deutliche Wegabhängigkeit im Entlastungs- und Wiederbelastungspfad (siehe **Bild 6.8**). Der in **Bild 6.9** dargestellte Parameter T\* hingegen ist am tiefsten Rissfrontpunkt bis auf das kleinste Integrationsgebiet weg- und gebietsunabhängig. Nach Aussparung der innersten Elementschicht zeigt sich durch die im Vergleich zum oberflächennahen Rissfrontpunkt höhere Beanspruchung bzw. Plastifizierung ein etwas größerer Unterschied zwischen dem J-Integralwert im Fernfeld und dem Parameter T\* im Entlastungs- und Wiederbelastungsast (siehe **Bild 6.10**). T\* bleibt aber wiederum während der gesamten Transiente unterhalb des J-Integralwertes im Fernfeld (Shift 29).

In der hier betrachteten Analyse der realistischen Transiente findet während der Entlastung keine Replastifizierung im Druckbereich statt. Ein Aussparen der innersten Elementschicht bei der Berechnung des Parameters T\* ist notwendig, weil die an der Riss Spitze berechneten FE-Ergebnisse ungenau sind. Das Ausscheren der innersten Pfade (Shift 10 bzw. Shift 26) in der T\*-Berechnung belegt dies.

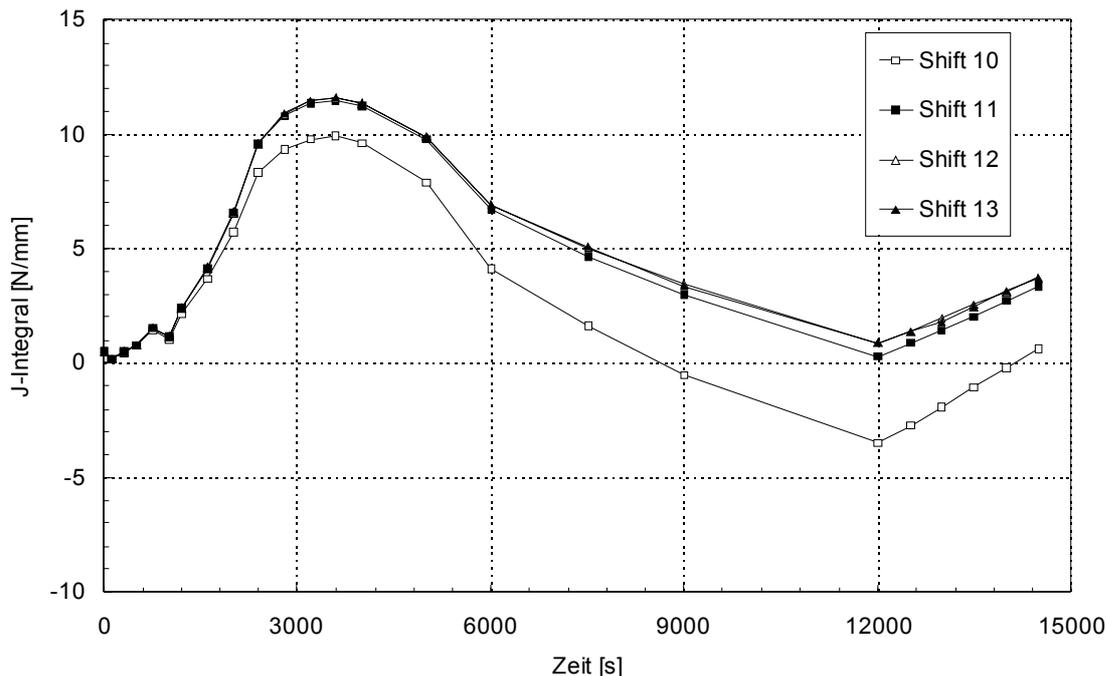


Bild 6.5

**Bild 6.5:** RDB1 Analyse, Wegabhängigkeitsstudie der J-Werte am oberflächennahen Rissfrontpunkt

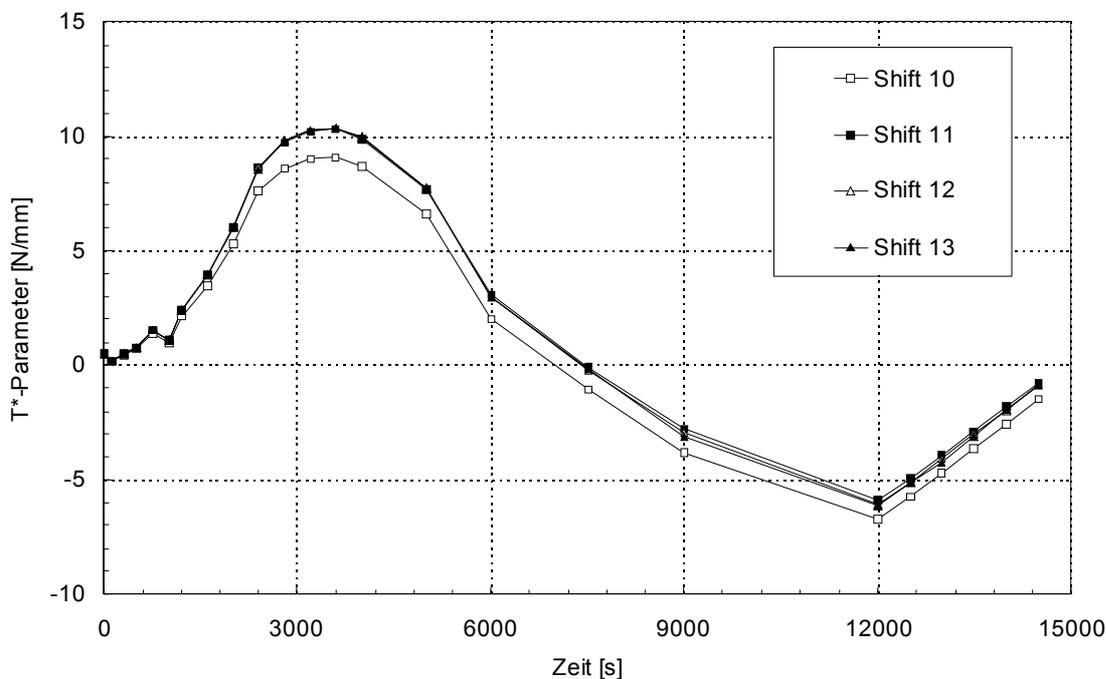


Bild 6.6

**Bild 6.6:** RDB1 Analyse, Weg- und Gebietunabhängigkeitsstudie der T\*-Werte am oberflächennahen Rissfrontpunkt

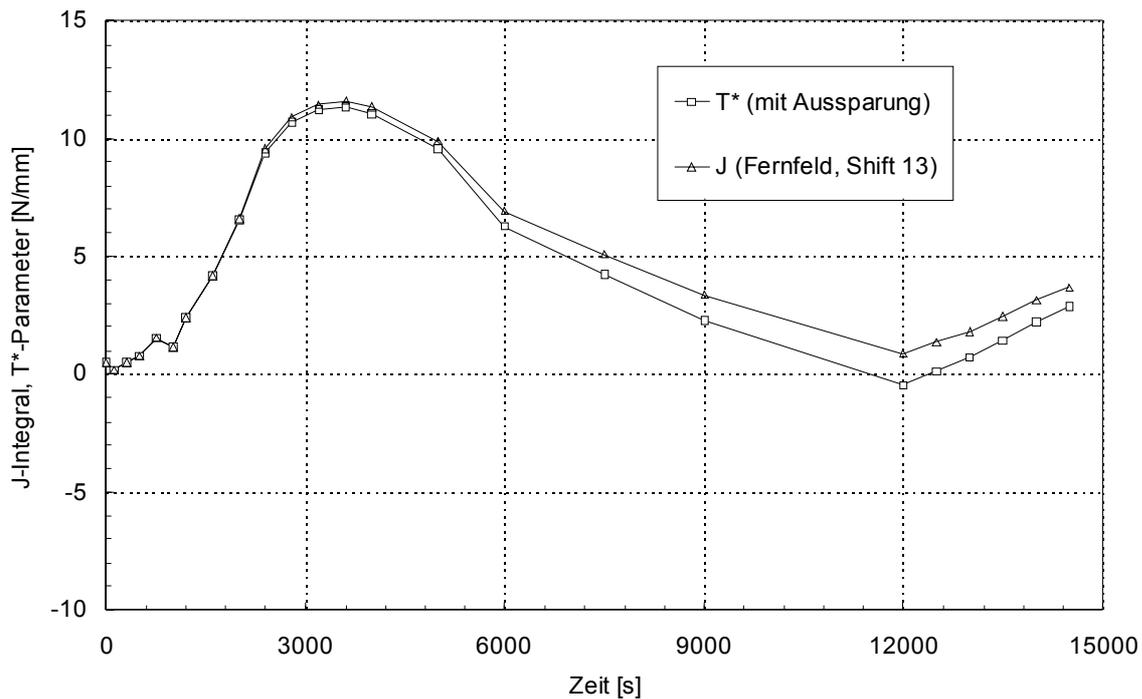


Bild 6.7

**Bild 6.7:** RDB1 Analyse, Vergleich zwischen T\* mit Aussparung und J im Fernfeld am oberflächennahen Rissfrontpunkt

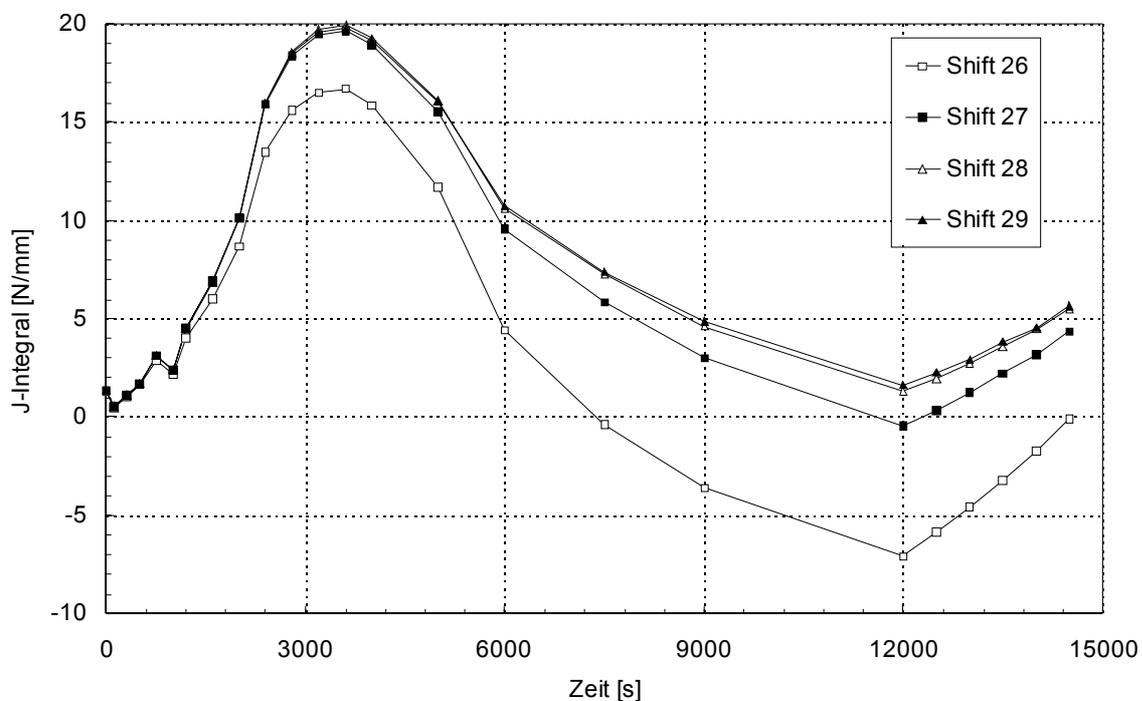


Bild 6.8

**Bild 6.8:** RDB1 Analyse, Wegabhängigkeitsstudie der J-Werte am tiefsten Rissfrontpunkt

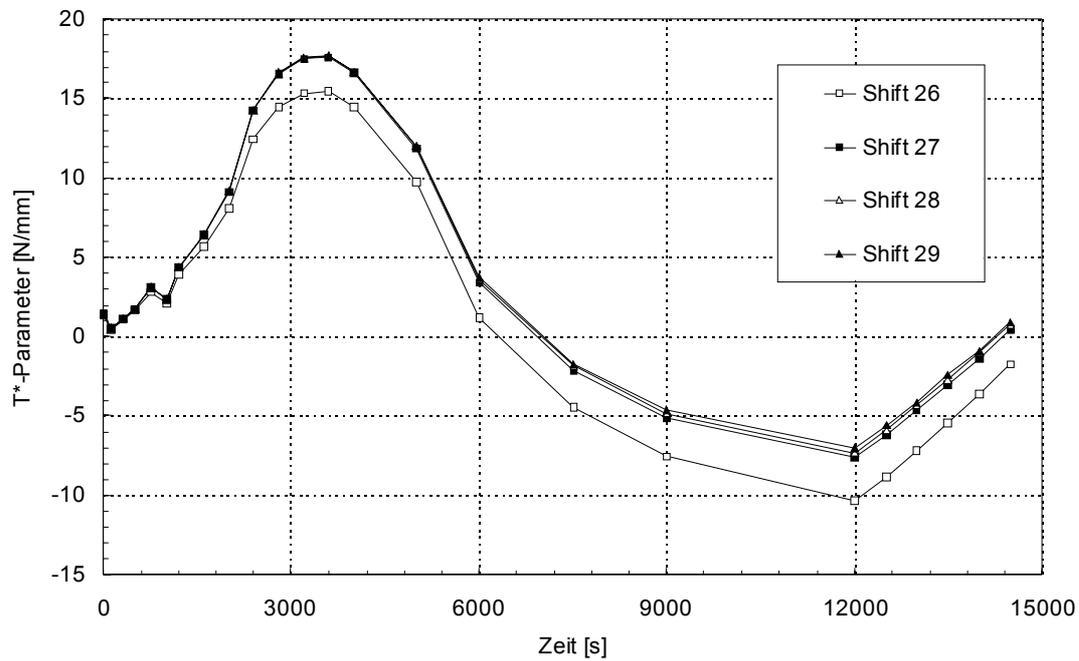


Bild 6.9

**Bild 6.9:** RDB1 Analyse, Weg- und Gebietunabhängigkeitsstudie der  $T^*$ -Werte am tiefsten Rissfrontpunkt

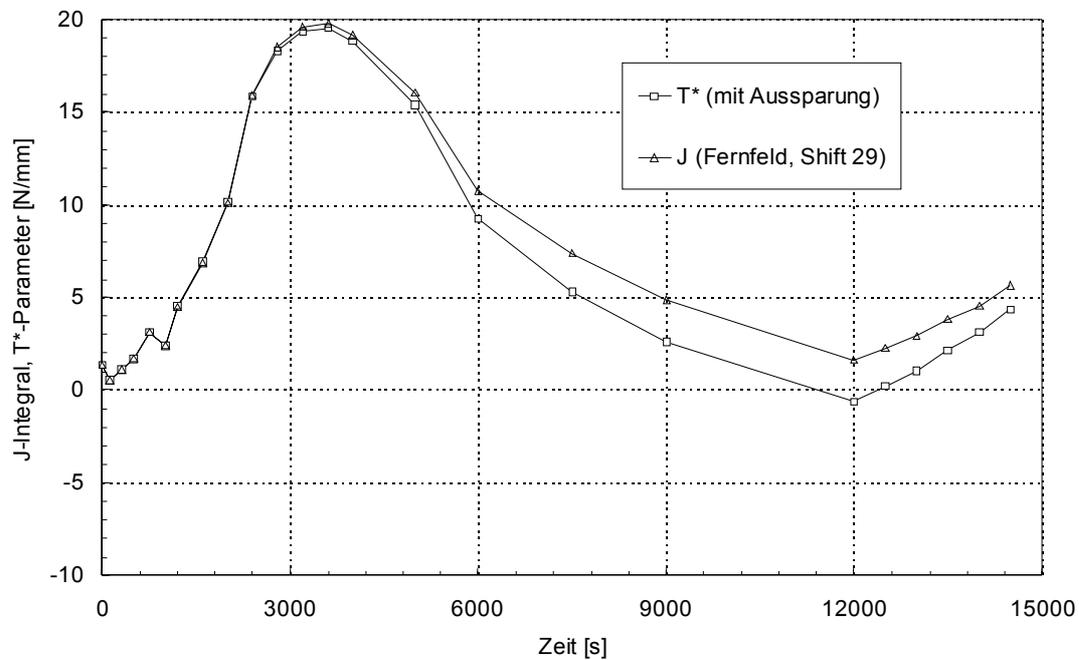


Bild 6.10

**Bild 6.10:** RDB1 Analyse, Vergleich zwischen  $T^*$  mit Aussparung und  $J$  im Fernfeld am tiefsten Rissfrontpunkt

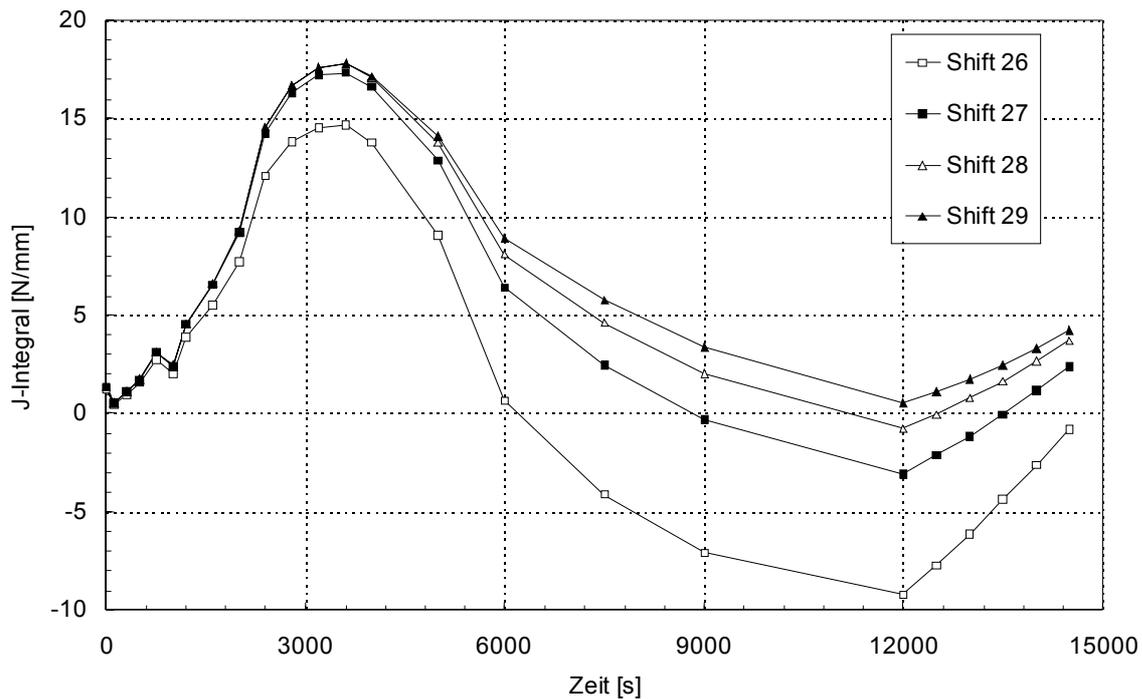


Bild 6.11

**Bild 6.11:** RDB2 Analyse, Wegabhängigkeitsstudie der J-Werte am tiefsten Rissfrontpunkt

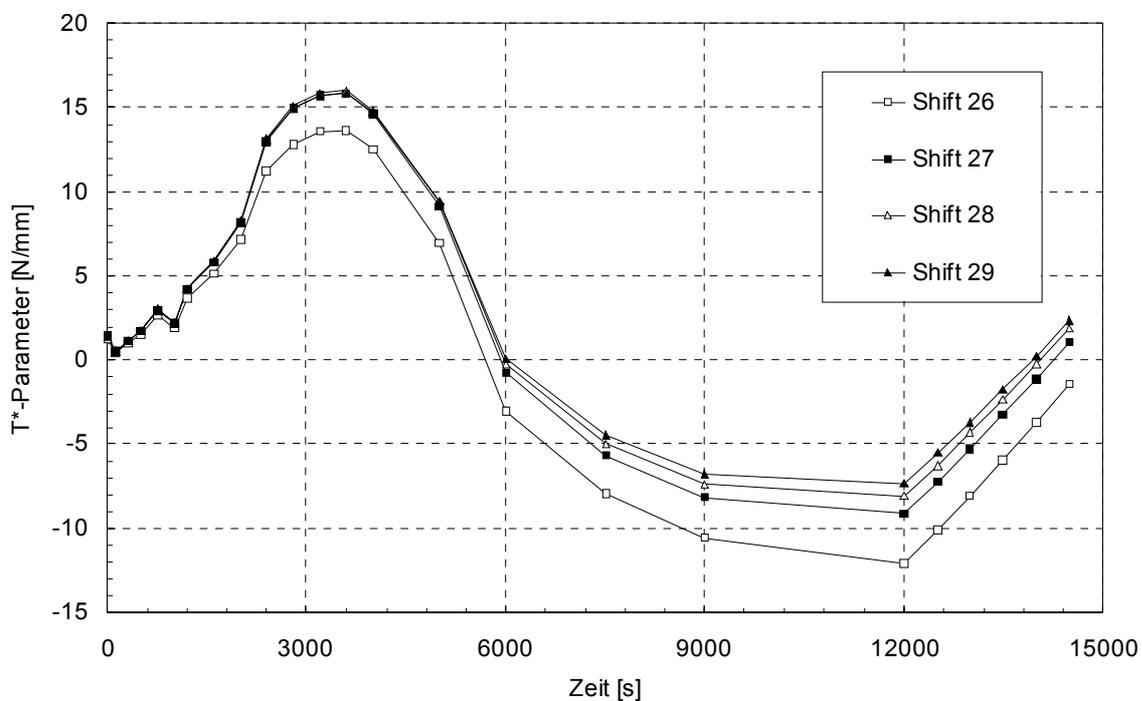


Bild 6.12

**Bild 6.12:** RDB2 Analyse, Weg- und Gebietunabhängigkeitsstudie der T\*-Werte am tiefsten Rissfrontpunkt

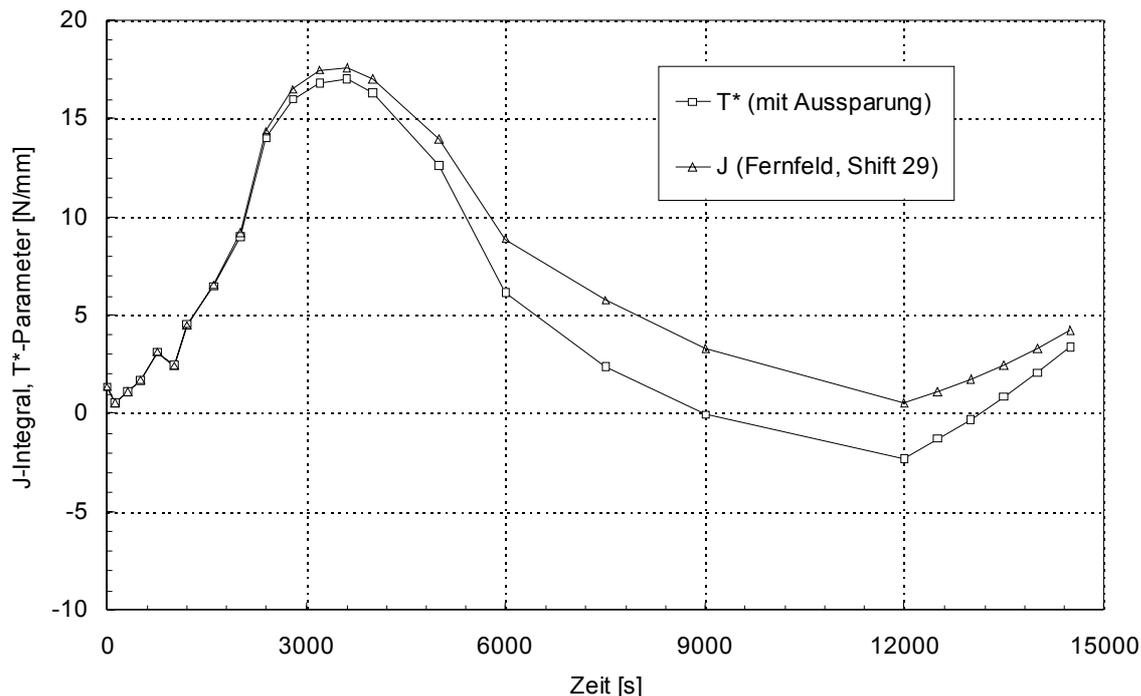


Bild 6.13

**Bild 6.13:** RDB2 Analyse, Vergleich zwischen T\* mit Aussparung und J im Fernfeld am tiefsten Rissfrontpunkt

### 6.2.2 Auswertung der Rissbeanspruchungsparameter J und T\* der Analyse RDB2

Die höchste Rissbeanspruchung tritt wie in der RDB1 Analyse am tiefsten Rissfrontpunkt auf. Durch die Herabsetzung der Streckgrenze ist am tiefsten Rissfrontpunkt nur noch das äußerste Gebiet (Shift 29) im Lastmaximum elastisch. Dies führt zu einer deutlichen Wegabhängigkeit der J-Integralwerte in der Entlastung und Wiederbelastung (siehe **Bild 6.11**). In **Bild 6.12** ist die Auswertung des Parameters T\* dargestellt. Es ergibt sich eine gegenüber dem J-Integral reduzierte Weg- und Gebietsabhängigkeit. Der innerste Pfad (Shift 26) weicht wieder deutlich von den anderen Gebieten ab. Jedoch zeigen die übrigen Pfade im Entlastungsast eine im Vergleich zu der ersten Analyse größere Streuung in T\*. Um diese Weg- und Gebietsabhängigkeit von T\* zu reduzieren wäre in diesem Fall eine Netzverfeinerung im Rissbereich notwendig. Sie würde zu einer Verbesserung der Qualität der Spannungen und Dehnungen nahe der Rissfront im nicht elastischen Regime führen. Dennoch ist es möglich, die Auswirkungen einer vor der Entlastung vorhandenen höheren Plastifizierung auf die Unterschiede der beiden Parameter zu bewerten. Ein Vergleich zwischen dem J-Integralwert im Fernfeld und dem Parameter T\*, berechnet aus dem größten Integrationsgebiet (Shift 29) mit Aussparung der innersten Elementschicht ist in **Bild 6.13** dargestellt. Die höhere

Plastifizierung im ersten Lastmaximum bewirkt im Entlastungsast eine stärkere Reduzierung des Parameters  $T^*$  gegenüber dem J-Integralwert im Fernfeld und bei einer anschließenden Wiederbelastung einen steileren Anstieg. Wie bei der ersten Analyse tritt keine Replastifizierung der Elemente im Druckbereich auf und  $T^*$  liegt während der gesamten Transiente unterhalb der J-Werte im Fernfeld.

### 6.3 Bruchmechanische Bewertung

Zur bruchmechanischen Bewertung thermoschockartiger Belastungsvorgänge hat sich die Darstellung im  $K(T)$ -Diagramm bewährt. In diesem Diagramm wird die Rissbeanspruchung als Funktion der aktuellen Temperatur des betrachteten lokalen Rissfrontpunktes aufgetragen und gegebenenfalls mit entsprechenden Werkstoffkennwerten wie Bruchzähigkeit oder Werten aus Risswachstumskurven verglichen [104]. Zeitlich gesehen starten diese Lastpfadkurven bei hoher Temperatur und werden im Diagramm in Richtung abnehmender Temperatur durchfahren. Die Rissbeanspruchung wird durch den Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$  charakterisiert, der sich bei Annahme eines ebenen Dehnungszustands aus dem J-Integral in dessen Gültigkeitsbereich gemäß der Formel 2.17 wie folgt ergibt:

$$K_I = \sqrt{\frac{JE}{1-\nu^2}} \quad (6.1)$$

Mit dem temperaturabhängigen Elastizitätsmodul  $E$  und der Querkontraktion  $\nu$ . Eine derartige Beziehung existiert zwischen dem Spannungsintensitätsfaktor und  $T^*$  außerhalb der J-Gültigkeitsgrenzen nicht. Eine bruchmechanische Bewertung kann aber in einem dazu analogen Bild durchgeführt werden. Hierzu werden die Rissbeanspruchungsparameter  $J$  und  $T^*$  als Funktion der Temperatur des Rissfrontpunktes aufgetragen und können dann gegebenenfalls mit den J- bzw.  $T^*$ -Initiierungswerten von Standardproben verglichen werden. In zahlreichen Nachrechnungen von bruchmechanischen Experimenten mit dem Werkstoff 22 NiMoCr 37 wurde gezeigt, dass das J-Integral bis zur Rissinitiierung wegunabhängig ist [102, 105, 106]. Somit ist auch der  $T^*$ -Initiierungswert mit dem J-Initiierungswert identisch und die Parameter  $T^*$  und  $J$  können bezüglich ihrer Lage zu den J-Rissinitiierungswerten miteinander verglichen werden.

In **Bild 6.14** ist für den tiefsten Rissfrontpunkt ein Vergleich der J-Integralwerte im Fernfeld und der  $T^*$ -Parameter mit Aussparung der innersten Elementschicht für den Fall geringer Plastifizierung (RDB1) dargestellt. Die entsprechende Darstellung der Ergebnisse mit höherer Plastifizierung infolge der Herabsetzung der Streckgrenze im Grundwerkstoff ist in **Bild 6.15** zu sehen. In beiden Fällen ist J bis zur maximalen Last nur geringfügig größer als  $T^*$ . Im Bereich der Entlastung, das heißt unterhalb einer Temperatur von etwa  $140^\circ\text{C}$  fällt  $T^*$  deutlich stärker ab als J, wobei die Differenz im Falle größerer vorheriger Plastifizierung (RDB2) stärker ausfällt. Während der fiktiven Druckerhöhung (Wiederbelastungsphase) bei etwa  $55^\circ\text{C}$  steigen die Parameter an. Auch hier bleibt in beiden Fällen  $T^*$  unterhalb des Wertes von J.

In den hier betrachteten Analysen einer realistischen Transiente mit angemessener Entlastung traten im Entlastungsbereich keine Replastifizierungen der Elemente im Druckbereich auf. Die zwei Berechnungen mit unterschiedlichem Plastifizierungsgrad der Rissfront zeigen, dass in beiden Fällen die berechnete Rissbeanspruchung aus dem Fernfeld J während der gesamten Transiente gleich oder größer als  $T^*$  mit Aussparung der innersten Elementschicht ist. Bis zum ersten Lastmaximum ergeben sich nur geringe Unterschiede in den Parametern. Im Entlastungsbereich hängt die Differenz zwischen J und  $T^*$  von der vorherig erfahrenen Plastifizierung ab. Sie wächst mit zunehmender Plastifizierung. Eine bruchmechanische Bewertung basierend auf dem J-Integralwert im Fernfeld, das heißt in dem Bereich, der während der gesamten Transiente elastisch bleibt, ist konservativ gegenüber einer Bewertung basierend auf  $T^*$ .

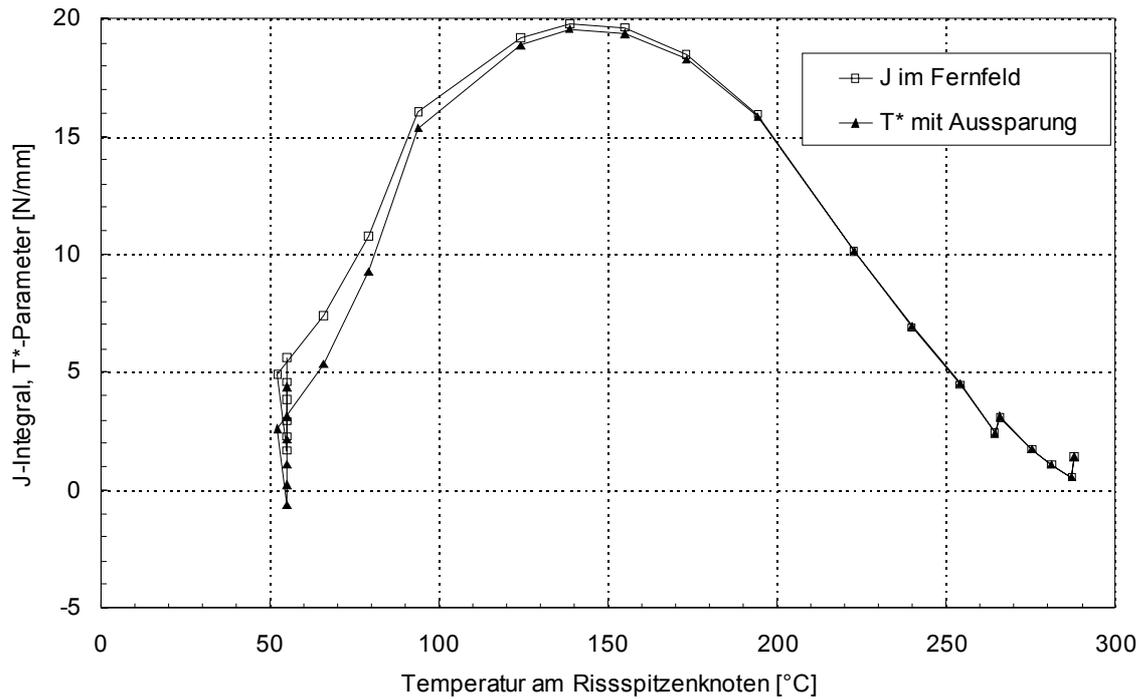


Bild 6.14

**Bild 6.14:** RDB1 Analyse, Vergleich zwischen J im Fernfeld und T\* in Abhängigkeit der aktuellen Temperatur am tiefsten Rissfrontpunkt

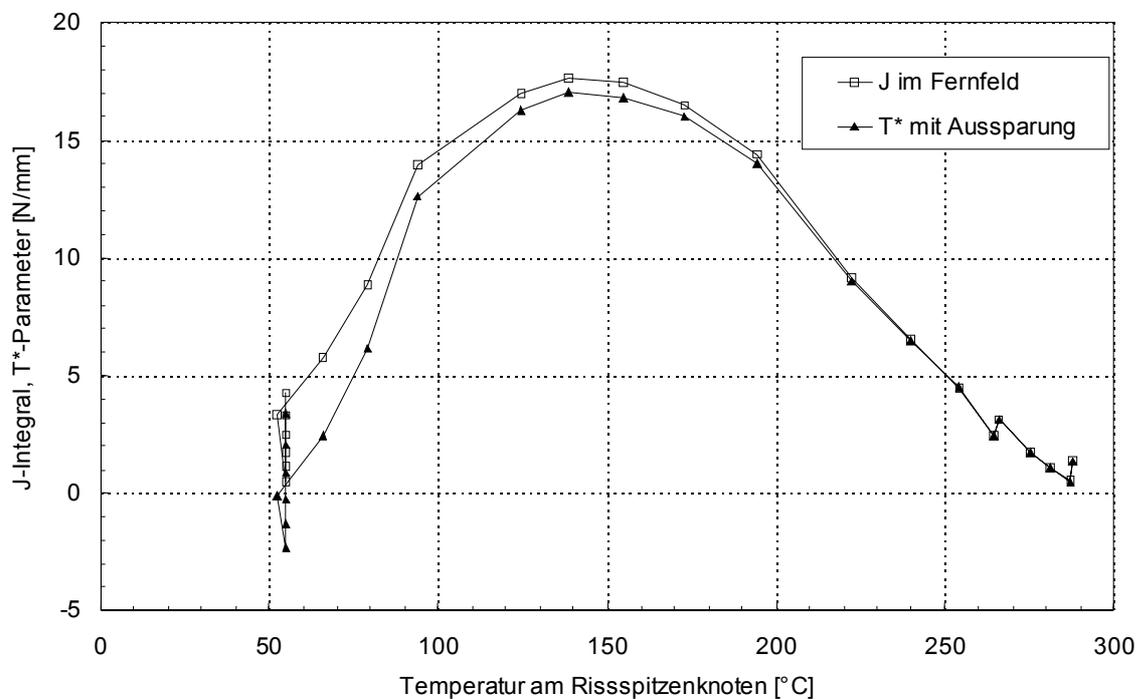


Bild 6.15

**Bild 6.15:** RDB2 Analyse, Vergleich zwischen J im Fernfeld und T\* in Abhängigkeit der aktuellen Temperatur am tiefsten Rissfrontpunkt

## 7 Literatur

- [1] BMFT Forschungsvorhaben RDB-Notkühlsimulation. Förderkennzeichen 1500 618, MPA Stuttgart, 1988
  
- [2] J. Sievers und T. Schimpfke:  
Verifikation bruchmechanischer Methoden durch Vergleichsanalysen mit internationaler Beteiligung (FALSIRE, NESC, RPV PTS ICAS), 21. GRS-Fachgespräch, 3. und 4. November, 1997
  
- [3] J. Sievers, A. Höfler und H. Schulz:  
Thermoschockbeanspruchung von Komponenten. Abschlussbericht GRS-A-1501, 1988
  
- [4] S. N. Atluri, T. Nishioka und M. Nakagaki:  
Incremental Path Integrals in Inelastic and Dynamic Fracture Mechanics, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 20, No. 2, 1984, S. 209-244
  
- [5] J. C. Simo und T. Honein:  
Variational Formulation, Discrete Conservation Laws, and Path Domain Independent Integrals for Elasto-Viscoplasticity, Journal of Applied Mechanics, Vol. 57, 1990, S. 488-497
  
- [6] E. Becker und W. Bürger:  
Kontinuumsmechanik, B. C. Teubner, Stuttgart 1975
  
- [7] L. D. Landau und E. M. Lifschitz:  
Lehrbuch der Theoretischen Physik, Band 7 Elastizitätstheorie, Akademie-Verlag Berlin 1989
  
- [8] H. Leipholz:  
Einführung in die Elastizitätstheorie, G. Braun, Karlsruhe 1968
  
- [9] J. Betten:  
Elastizitäts- Plastizitätslehre, Vieweg-Verlag, Braunschweig 1984

- [10] K.-A. Reckling:  
Plastizitätstheorie und ihre Anwendung auf Festigkeitsprobleme, Springer-Verlag,  
Berlin / Heidelberg / New York 1967
- [11] S. C. Truesdell und R. A. Toupin:  
The Classical Field Theories, Encyclopedia of Physics, Vol. III, 1, 1960
- [12] N. J. Muskhelishvili:  
Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity, P. Noordhoff Ltd.,  
Groningen 1953
- [13] S. Timoshenko und J. N. Goodier:  
Theory of Elasticity, McGraw-Hill Book Comp., Inc., New York/Toronto/London  
1951
- [14] R. Hooke:  
De Potentia Restitutiva, London, 1678
- [15] T. Young:  
A Course of Lectures on Material Philosophy and the Mechanical Arts, London,  
1807
- [16] K. Marguerre:  
Ansätze zur Lösung der Grundgleichungen der Elastizitätstheorie, ZAMM 35, 1955,  
S. 242-262
- [17] J. Stoer und R. Burlisch:  
Numerische Mathematik 2, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York London  
Paris Tokyo HongKong, 1990
- [18] O. C. Zienkiewicz:  
The Finite Element Method in Engineering Science, McGraw-Hill London, 1971
- [19] K. J. Bathe:  
Finite-Elemente-Methoden, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1986
- [20] L. M. Kachanov:  
Foundations of the Theory of Plasticity, North Holland Publ. Comp., 1971

- [21] Ch. Kittel:  
Einführung in die Festkörperphysik, R. Oldenbourg Verlag München Wien, 1988
- [22] G. C. Nayak und O. C. Zienkiewicz:  
Elasto-Plastic Stress Analysis, A Generalization for Various Constitutive Relations Including Strain Softening, Int. J. Num. Math. In Eng., Vol 3, 1972, S. 113-135
- [23] K. Kussmaul und E. Roos:  
Festigkeitslehre I, Vorlesungsmanuskript, Lehrstuhl für Materialprüfung, Werkstoffkunde und Festigkeitslehre, Universität Stuttgart 1996
- [24] L. Issler, H. Ruoff und P. Häfele:  
Festigkeitslehre - Grundlagen, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1995
- [25] R. v. Mises:  
Mechanik des festen Körpers im plastischen deformablen Zustand, Nachr. Königl. Ges. Wiss. Göttingen, math. Phys. Kl., 1913, S. 582-592
- [26] H. Tresca:  
Mémoire sur l'écoulement des corps solides soumis à de fortes pressions, C. R. Acad. Sci. Paris 59, 1864, S. 754-758
- [27] P. M. Naghdi:  
Stress-Strain Relations in Plasticity and Thermoplasticity, Proc. 2<sup>nd</sup> Symp. Naval Structural Mechanics, 1960, S. 121-169
- [28] J. P. Halleux:  
Nuclear Science and Technology, Modelling of Elasto-Plastic Material Behaviour, Joint Research Centre -Ispra Establishment - Italy, Commission of The European Communities, EUR 7329 EN, 1981
- [29] C. Zener:  
Fracturing of Metals, Trans. ASM, 1948, S. 3-31
- [30] A. H. Cottrell:  
Fracture, B. L. Averbach et al., Hrsg. MIT, Wiley, New York, 1959

- [31] R. C. Bates:  
Micromechanical Modeling for Prediction of Lower Shelf, Transition Region and Upper Shelf Fracture Properties, ASM Material Science Seminar, Cincinnati, 1987
- [32] E. Orowan:  
Fracture and Strength of Solids, Rep. Prog. Physics 12, 1948
- [33] R. O. Ritchie, J. F. Knott und J. R. Rice:  
On the Relationship Between Critical Tensile Stress and Fracture Toughness in Mild Steels, J. Mech. Phys. Solids 21, 1973, S. 395-410
- [34] R. C. Bates:  
Modeling of Ductile Fracture by Microvoid Coalescence for the Prediction of Fracture Toughness, Fracture: Interactions of Microstructure Mechanism and Mechanics, The Metallurgical Society of AIME, Warrendale, 1984, S. 117-155
- [35] J. R. Rice und M. A. Johnson:  
The Role of Large Crack Tip Geometry Changes in Plane Strain Fracture, Inelastic Behavior of Solids, McGraw-Hill, New York, 1970, S. 641-677
- [36] C. F. Tipper:  
The Fracture of Metals, Metallurgica, Vol. 39, 1949, S. 133-137
- [37] A. L. Gurson:  
Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth: Part I - Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media, J. Engng. Mater. Tech. 99, 1977, S. 461-490
- [38] A. Needleman und V. Tvergaard:  
Analysis of Ductile Rupture in Notched Bars, J. Mech. Phys. Sol., Vol. 32, 1984, S. 461-490
- [39] A. Needleman und V. Tvergaard:  
Analysis of Crack Growth in Ductile Solids, Advances in Fracture Research, ICF7, Ed. Samala et al., 1989, S. 2041-2048

- [40] G. Roussellier, J. C. Devaux, G. Monett und G. Davesa:  
A methodology for Ductile Fracture Analysis Based on Damage Mechanics - An Illustration of a Local Approach of Fracture, Nonlinear Fracture Mechanics, Vol II, Elastic-Plastic Fracture, ASTM STP 995, Philadelphia 1989, S. 332-354
- [41] A. A. Griffith:  
The Phenomena of Rupture and Flaw in Solids, Philosophical Transactions of the Royal Society London A221, 1929, S. 163-198
- [42] G. R. Irwin:  
Fracture Dynamics, Fracturing of Metals, Ed. ASM, Cleveland 1948, S. 147-166
- [43] H. M. Westergaard:  
Bearing Pressures and Cracks, J. of Applied Mechanics 6, 1939, S. 49-53
- [44] I. N. Sneddon:  
The Distribution of Stresses in the Neighbourhood of a Crack in an Elastic Solid, Proc. Of THE Royal Society London A 187, 1946, S. 220-260
- [45] G. R. Irwin:  
Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate, J. of Applied Mechanics 24, 1957, S. 109-114
- [46] M. C. Williams:  
On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack, J. Appl. Mech., Vol. 24, No.1, 1957, S. 109-114
- [47] K.-H. Schwalbe:  
Bruchmechanik metallischer Werkstoffe, Carl Hanser Verlag München, Wien , 1980
- [48] H. G. Hahn:  
Bruchmechanik, Teubner Studienbücher, 1976
- [49] H. Blumenauer:  
Technische Bruchmechanik, 2. Auflage, VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig 1982

- [50] ASTM E399-90:  
Standard Test Method for Plane-Strain Fracture Toughness of Metallic Materials, American Society of Testing and Materials, Annual Book of ASTM Standards , Philadelphia, USA, 1997
- [51] J. R. Rice:  
A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks. Journ. of Appl. Mech., Vol. 35, 1968, S. 376-386
- [52] G. P. Cherepanov:  
Crack Propagation in Continuous Media, Journal of Applied Mathematics and Mechanics (PMM) 31, 1967, S. 503-512
- [53] J. R. Rice:  
Mathematical Analysis in the Mechanics of Fracture, Fracture in Advanced Treatise, Ed. By H. Liebowitz, Vol I: Microscopic and Macroscopic Fundamentals, New York London 1968-1972, S. 191-311
- [54] J. W. Hutchinson:  
Plastic Stress and Strain Fields at a Crack Tip, Journal of the Mechanics and Physics of Solids 16, 1968, S. 337-347
- [55] J. W. Hutchinson:  
Singular Behaviour at the End of a Tensile Crack in a Hardening Material, Journal of the Mechanics and Physics of Solids 16, 1968, S. 13-31
- [56] J. R. Rice and G. R. Rosengren:  
Plane Strain Deformation Near a Crack Tip in a Power Law Hardening Material, Journal of the Mechanics and Physics of Solids 16, 1968, S. 1-12
- [57] W. Ramberg, W. R. Osgood:  
Description of Stress-Strain Curves by three Parameters, NACA Technical Note, No.902, 1945
- [58] W. Schmitt und B. Voß:  
Numerical Simulation of Post Yield Fracture Experiments as a Basis for the Transferability to Components, Nuclear Engineering and Design 76, 1983, S. 319-328

- [59] ASTM E 1921-97:  
Standard Test Method for Determination of Reference Temperature  $T_0$  for ferritic steels in the transition range, Annual Book of ASTM Standards, Vol. 03.01
- [60] P. C. Paris, H. Tada, A. Zahoor und H. Ernst:  
Elastic-Plastic Fracture, ASTM STP 668, ASTM, Philadelphia, 1975, S. 5-36
- [61] Abschlußkolloquium des Schwerpunktprogramms "Fließbruchmechanik" der Deutschen Forschungsgemeinschaft, Stuttgart, Februar 1997
- [62] Prediction Of Fracture Behaviour Of Large Scale Components From Small Test Specimen Data, HSE Structural Integrity Seminar '96, Oktober 1996
- [63] J. Sievers und T. Schimpfke:  
Stand der Verifizierung bruchmechanischer Analysemethoden auf der Basis von Analysen zu Großversuchen, 21. MPA Seminar, Stuttgart Oktober 1995, Band 1, S. 1-1 - 1-21
- [64] J. Sievers, X. Liu und T. Schimpfke:  
Untersuchung der Aussagegenauigkeit bruchmechanischer Analysemethoden zur Integrität von Reaktordruckbehältern, Abschlussbericht GRS-A-2259, 1995
- [65] J. Eftis, D. L. Jones und H. Liebowitz:  
On Fracture Toughness in the Nonlinear Range, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 7, 1975, S. 491-503
- [66] K. Kishimoto, S. Aoki und M. Sakata:  
On the Path Independent Integral  $\hat{J}$ , Engineering Fracture Mechanics, Vol. 13, 1980, S. 841-850
- [67] F. W. Brust, T. Nishioka, S. N. Atluri und M. Nakagaki:  
Further Studies on Elastic-Plastic Stable Fracture utilizing the  $T^*$  Integral, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 22, No. 6, 1985, S. 1079-1103
- [68] F. W. Brust, J. J. McGowan und S. N. Atluri:  
A Combined Numerical/Experimental Study of Ductile Crack Growth after a Large Unloading Using  $T^*$ , J and CTOA Criteria, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 23, No. 3, 1986, S. 537-550

- [69] T. Nishioka, T. Fujimoto und S. N. Atluri:  
On the Path Independent  $T^*$  Integral in Nonlinear and Dynamic Fracture Mechanics, Nuclear Engineering and Design 111, 1989, S. 109-121
- [70] W. C. Carpenter, D. T. Read und R. H. Dodds:  
Comparison of Several Path Independent Integrals Including Plasticity Effects, Int. Journal of Fracture 31, 1986, S. 303-323
- [71] W. Schmitt und R. Kienzler:  
The J-Integral Concept for Elastic-Plastic Material Behavior, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 32, 1989, S. 409-418
- [72] Bo Wang und Keh-Chih Hwang:  
 $\tilde{J}_1$ -Integral for Non-J-Controlled Crack Growth, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 47, No. 1, 1994, S. 49-57
- [73] M. Chiarelli, A. Frediani und M. Lucchesi:  
Computation of Crack Extension Energy Rate for Elastic-Plastic Hardening Materials under Variable Loading, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 55, No. 5, 1996, S. 813-830
- [74] G. Debruyne:  
Non Proportional Loading Indicators: Application to Crack Growth Analysis and Cycling Loading, Transaction of the 14<sup>th</sup> International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT 14), Lyon, France, 1997, B03/2, S. 77-84
- [75] Ph. Destuynder und M. Djaoua:  
Sur une interprétation mathématique de l'intégrale de Rice en théorie de la rupture fragile, Math. Methods in the Applied Science, Vol. 3, 1981, S. 70-87
- [76] D. A. Wagner und J. C. Simo:  
Fracture Parameter for Thermoelasticity, Int. Journal of Fracture 56, 1992, S. 159-187

- [77] D. A. Wagner, G. P. Sendeckyj, S. D. Sheppard und J. C. Simo:  
Finite Element Calculation of Path Domain Independent Integral for Thermoelasticity, The American Society of Mechanical Engineers, Proceedings of ASME Winter Meeting, Atlanta, 91-WA-CIE-4, 1991
- [78] D. A. Wagner, G. P. Sendeckyj und S. D. Sheppard:  
Verification of Fracture Parameter for Uncoupled Thermoelasticity, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 42, No. 3, 1992, S. 461-478
- [79] D. Krämer und S. Krolop:  
Persönliche Mitteilungen, Juni 1996
- [80] T. K. Hellen:  
On the Method of Virtual Crack Extension, Int. J. Numer. Meths. Eng. 9, 1975, S. 187-207
- [81] D. M. Parks:  
The Virtual Crack Extension Method for Nonlinear Material Behavior, Comp. Meth. Appl. Mech. Eng. 12, 1977, S. 353-364
- [82] H. G. deLorenzi:  
Energy Release Rate Calculations by the Finite Element Method, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 21, No. 1, 1985, S. 129-143
- [83] F. Z. Li, C. F. Shih und A. Needleman:  
A Comparison of Methods for Calculating Energy Release Rates, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 21, No. 2, 1985, S. 405-421
- [84] B. Moran und C. F. Shih:  
A General Treatment of Crack Tip Contour Integrals, Int. Journal of Fracture 35, 1987, S. 295-310
- [85] B. Moran und C. F. Shih:  
Crack Tip and Associated Domain Integrals from Momentum and Energy Balance, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 27, No. 6, 1987, S. 615-642

- [86] DFG Forschungsvorhaben Ku260/27:  
Entwicklung eines bruchmechanischen Parameters vom J-Integral-Typ bei beliebigem Materialgesetz und nichtlinear geometrischem Verhalten
- [87] H. G. deLorenzi:  
On the Energy Release Rate and the J-Integral for 3-D Crack Configurations, Int. Journal of Fracture 19, 1982, S. 183-193
- [88] R. A. Ainsworth, B. K. Neale und R. H. Price:  
Fracture Behaviour in the Presence of Thermal Strains, Tolerance of Flaws in Pressurized Components, I Mech E Conference Publication, London 1978, C96/78, S. 171-178
- [89] D. Siegele, H. Kordisch und W. Schmitt:  
J-Integral-Berechnung für Rissbehaftete Strukturen unter Temperatur- und Innendruckbelastung, 16. Sitzung DVM AK Bruchvorgänge, Karlsruhe 1984
- [90] S. Krolop, D. Krämer und N. Koch:  
Untersuchungen zur Weiterentwicklung des J-Integrals für die Bewertung von Rissen bei Be- und Entlastungsvorgängen und elastisch-plastischem Materialverhalten, MPA-Stuttgart Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben 1501064, Februar 1999
- [91] T. J. R. Hughes:  
The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis, Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1987
- [92] T. J. R. Hughes und T. Belytschko:  
A Course on Nonlinear Finite Element Analysis, Vol I-IV, Paris, 1997
- [93] J. Stoer:  
Numerische Mathematik 1, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York Paris Tokyo HongKong, 1989
- [94] G. Fischer:  
Lineare Algebra, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden, 1984

- [95] D. Siegele und R. Kienzler:  
Korrekturterme für das J-Integral bei nichtproportionaler Belastung, IWM-Bericht Z 18/91, November 1991
- [96] ADINA: A Finite Elemente Program for Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis, Version 6.1.4, ADINA R&D Report ARD 92-1, 1992  
ADINA-T: A Finite Elemente Program for Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis of Temperatures, Version 6.1.4, ADINA R&D Report ARD 92-2, 1992  
ADINA-IN: A Program for Pre-Processing and Display of ADINA, ADINAT and ADINAF Input Data, Version 6.1.4, ADINA R&D Report ARD 92-4, 1992  
ADINA-PLOT: A Program for Display and Post-Processing of ADINA, ADINAT and ADINAF Results, Version 6, ADINA R&D Report ARD 92-7, 1992
- [97] U. Eisele, U. Alsmann, K. Elsässer, D. Restemeyer, J. Schiedermaier und M. Seidenfuß:  
Werkstoffmechanisches Verhalten von postulierten Anrissen in druckführenden Komponenten mit vorbeanspruchter Riss Spitze bei Belastung infolge rascher Abkühlvorgänge; Schwerpunkt: Einfluss unterschiedlicher Werkstoffeigenschaften und Probengrößen, Reaktorsicherheitsforschung / Vorhabensnummer 1500 987, Abschlussbericht, MPA Stuttgart, 1997
- [98] E. Roos und U. Alsmann:  
Experimentelle Untersuchungen zu den Mechanismen des WPS-Effekts, 23. MPA-Seminar, 1. und 2. Oktober, Band 1, S. 24.1-24.21, 1997
- [99] E. Roos und K. Elsässer:  
Experimentelle und numerische Untersuchungen zur Anwendbarkeit von Local-Approach-Ansätzen auf den WPS-Effekt, 23. MPA-Seminar, 1. und 2. Oktober, Band 2, S. 26.1-26.19, 1997
- [100] U. Alsmann und K. Elsässer:  
Daten der WPS-Experimente WPS97, WPS163 und Werkstoffdaten zum formgeschweißten 10 MnMoNi 55, Private Kommunikation 1998

- [101] R. Böschen, H. Stöckel und I. Varfolomeyev:  
Werkstoffmechanisches Verhalten von postulierten Anrissen in druckführenden Komponenten mit vorbeanspruchter Risspitze bei Belastung infolge rascher Abkühlvorgänge; Schwerpunkte: Einfluss der Risslänge und der Dehngeschwindigkeit, Reaktorsicherheitsforschung/Vorhabensnummer 1500 981, Abschlussbericht, Fraunhofer IWM, 1998
- [102] D. Azodi und Mitarbeiter:  
Analytische Tätigkeiten - Bruchvorgänge in Behältern und Rohrleitungen, GRS Abschlussbericht, GRS - A - 1343, Mai 1987
- [103] T. Schimpfke und J. Sievers:  
Vergleichsanalysen zur bruchmechanischen Bewertung unterstellter Risse in einem Reaktordruckbehälter mit internationaler Beteiligung (RPV-PTS-ICAS), 24. MPA-Seminar, 8. Und 9. Oktober, Band 2, pp. 30.1-30.20, 1998
- [104] J. Sievers, T. Schimpfke und W. Braunisch:  
Beitrag zur Verifizierung bruchmechanischer Analyseverfahren im internationalen Vergleich an Thermoschock-Großversuchen, Abschlussbericht GRS-A-2404, 1996
- [105] J. Sievers, A. Höfler und H. Schulz:  
Thermoschockbeanspruchung von Komponenten, GRS Abschlussbericht, GRS - A - 1501, Dezember 1988
- [106] D. Azodi und Mitarbeiter:  
Analytische Beschreibung der Bruchvorgänge in Behältern und Rohrleitungen unter zyklischer, überelastischer Beanspruchung, GRS Abschlussbericht, GRS - A - 1948, November 1992
- [107] H. Clausmeyer, K. Kußmaul und E. Roos:  
Der Einfluss des Spannungszustandes auf den Versagensablauf angerissener Bauteile aus Stahl, Mat.-wiss. und Werkstofftechnik, 20, 1989, S. 101-117

## 8 Anhang: Steuerdatei für das Programm JCALC

```

*****
*Eingabedatei zur Berechnung der Delorenzi, Atluri und Simo J-Werte

Name der Ausgabedatei           = OUTNAME
Dimension                       = DIM
Anzahl der Knoten im Element    = NODEORDER
Integrationsordnung            = INTEGORDER
Anzahl der gerechneten Steps    = NSTEP
Anzahl der Elemente im Pfad    = NELEM
Nummer des auszuwertenden Pfads = PFADNUM
Virtuelle Rissflaechenerweiterung = VRISS

*Thermische Korrektur      CORRT =0  'Keine Temperaturänderungen'
*                          = 1  'Temperaturänderungen'

*DEHNUNGS-ENERGIE:        WFLAG = 1  'Aus Fe-Code einlesen'
                          = 0  'Eigene berechnen'

*De-Lorenzi J berechnen:   JFLAG = 1/2  'De Lorenzi J berechnen/und
SIMO J* berechnen ' *

*                          =0      'Delorenzi J nicht berechnen'
*Atluri T* Berechnung: TFLAG =1      'Berechnung mit totalen Dehnungen'
                          =2      'Berechnung nur mit plastischem
                                Dehnungsanteil'
                          =3      'Berechnung mit Ableitung der
                                Formänderungsarbeit' *

*Datenausgabe:
* 0=Keine Ausgabe , 1=Ausgabe
*  Eingelesene Element- und Knotendaten           = REPELEM
*  Detaillierte Spannungs- und Dehnungsdaten in Steps = REPSTEP
*  Ausgabe der J-Werte in jedem Element und Step  = REPJDETAIL
*  Ausgabe der Korrekturtermdichte                = REPJRHO

* Zeiten der Steps:                               = TIMETABLE[...]
*****

EINGABEDATENSATZ:

OUTNAME
jw163nlx2plstrap15w0j2t1.txt

DIM NODEORDER INTEGORDER  NSTEP NELEM PFADNUM  VRISS  CORRT WFLAG JFLAG TFLAG
  2     8         2         17   300   15     0.0100   0     0     2     1

REPELEM      REPSTEP      REPJDETAIL      REPJRHO
      0          0          1          1

TIMETABLE[...]:
0.25  0.5  0.75  1.0  1.25  1.50  1.75  2.0
3.0   4.0  5.0   5.1  5.3   5.5   6.0  8.0
10.0

```

## Lebenslauf

Name: Thomas Schimpfke  
 Geburtstag, Geburtsort: 01.09.1964 in Mülheim/Ruhr  
 Familienstand: ledig

Schulbildung:  
 1970-1974 4 Jahre Grundschule Borsigstraße in Köln  
 1974-1983 Montessori-Gymnasium in Köln, Allgemeine Hochschulreife

Zivildienst:  
 1983-1985 Campingseelsorge im Erzbistum Köln

Studium:  
 1985 –1986 Beginn eines Meteorologiestudiums an der Universität zu Köln  
 1986 Wechsel in das erste Fachsemester Physik  
 1989 Vordiplom-Physik  
 1993 Physik-Diplom an der Universität zu Köln

Berufstätigkeit:  
 1993-1995 Aushilfsverträge bei der Gesellschaft für Anlagen- und Reaktorsicherheit (GRS)  
 1996-1998 Zeitlich befristeter Arbeitsvertrag als wissenschaftlicher Mitarbeiter der GRS  
 seit 1999 Unbefristeter Vertrag als wissenschaftlicher Mitarbeiter der GRS

Köln im Oktober 2002