

## Kurzschlußströmung zwischen Schluck- und Entnahmebrunnen – Kritischer Abstand und Rückströmrage –

H. MEHLHORN, K.-H. SPITZ, H. KOBUS · STUTTGART

**Short circuit flow between infiltration and extraction well –  
crucial distance and recirculation rates**

DK 556.34::532.546:556.343.4

Grundwasserhydraulik – Gegenseitige Beeinflussung von Brunnen

Groundwater hydraulics – Interference of wells

Hydraulique de l'eau souterraine – Influence réciproque de puits

### 1 Einleitung

Zur Sicherstellung ausgewogener Grundwasserbilanzen müssen Grundwasservorräte vor quantitativen Beeinträchtigungen durch Entnahmen geschützt werden. Die wasserrecht-

[C2]

liche Genehmigung für Grundwasserentnahmen, bei denen das geförderte Wasser nur eine geringe qualitative Veränderung erfährt, wird daher in der Regel nur erteilt, wenn das Wasser wieder dem Grundwasserleiter zugeführt wird. Dies gilt z. B. für Grundwasserentnahmen zu Kühlzwecken, grundwasserbetriebene Wärmepumpen und Baugrubenabsenkungen. Zur Berechnung der Grundwasserstände im Bereich solcher sich gegenseitig beeinflussenden Entnahme- und Infiltrationsanlagen stehen gesicherte und einfach anwendbare Berechnungsverfahren (z. B. Mehrbrunnenformel) zur Verfügung. Spielt jedoch auch die Grundwasserqualität eine Rolle, dann kommt der Frage einer „Kurzschlußströmung“ zwischen Infiltrations- und Entnahmestelle eine zentrale Bedeutung zu.

Kurzschlußströmung bedeutet, daß ein Teil des infiltrierten Wassers dem Entnahmebrunnen direkt wieder zufließt, was in der Regel unerwünscht ist. Für den Planer solcher gekoppelten Entnahme-/Infiltrationsanlagen sind daher der „kritische Abstand“, bei dem gerade noch keine Rückströmung von der Infiltrationsstelle zum Entnahmebrunnen erfolgt, sowie die Rückströmrate zwischen Infiltrations- und Entnahmebrunnen bei Unterschreitung dieses kritischen Abstandes wichtige Bemessungsgrößen.

## 2 Berechnung des Strömungsfeldes

In Bild 1 ist die untersuchte Konfiguration dargestellt. In einem gespannten Grundwasserleiter, der näherungsweise als unendlich anzusetzen ist und in dem eine natürliche Grundströmung mit der Filtergeschwindigkeit  $v_0$  vorherrscht, befinden sich im Abstand  $a$  voneinander entfernt ein Entnahmebrunnen und ein Schluckbrunnen. Das gesamte geförderte Wasser wird wieder versickert, d. h. die Entnahmerate  $Q$  ist gleich der Infiltrationsrate. Die Anordnung der Brunnen ist beliebig, d. h. die Verbindungslinie zwischen den beiden

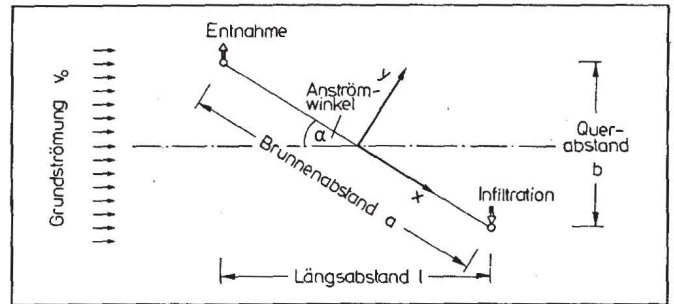


Bild 1 Untersuchte Konfiguration

Brunnen bildet mit der Richtung der Grundströmung einen frei wählbaren Anströmwinkel  $\alpha$ . Unter Zugrundelegung der für eine potentialtheoretische Berechnung maßgeblichen Vereinbarungen einer konstanten Grundwassermächtigkeit  $m$ , einer gleichbleibenden Durchlässigkeit  $k_f$  und einer gleichförmigen Grundströmungsgeschwindigkeit  $v_0$  läßt sich das Strömungsfeld analytisch mit Hilfe folgender Beziehungen berechnen:

$$\text{Stromlinien: } \psi = v_0 (y \cos \alpha - x \sin \alpha) + \frac{Q}{2\pi m} \left( \arctan \frac{y}{x - a/2} - \arctan \frac{y}{x + a/2} \right) \quad (1)$$

$$\text{Potentiallinien: } \Phi = -k_f \cdot h = v_0 (x \cos \alpha + y \sin \alpha) + \frac{Q}{2\pi m} \ln \left[ \frac{(x - a/2)^2 + y^2}{(x + a/2)^2 + y^2} + \text{const.} \right]^{1/2} \quad (2)$$

$$\text{Geschwindigkeiten: } v_x = \frac{Q}{2\pi m} \left( \frac{x - a/2}{x^2 + y^2 - xa + a^2/4} - \frac{x + a/2}{x^2 + y^2 + xa + a^2/4} \right) + v_0 \cos \alpha \quad (3)$$

$$v_y = \frac{Q}{2\pi m} \left( \frac{y}{x^2 + y^2 - xa + a^2/4} - \frac{y}{x^2 + y^2 + xa + a^2/4} \right) + v_0 \sin \alpha \quad (4)$$

mit  $x, y$  = Ortskoordinaten

Bild 2 Strömungsfeld für eine Brunnenanordnung quer zur Strömungsrichtung ( $\alpha = 90^\circ$ )

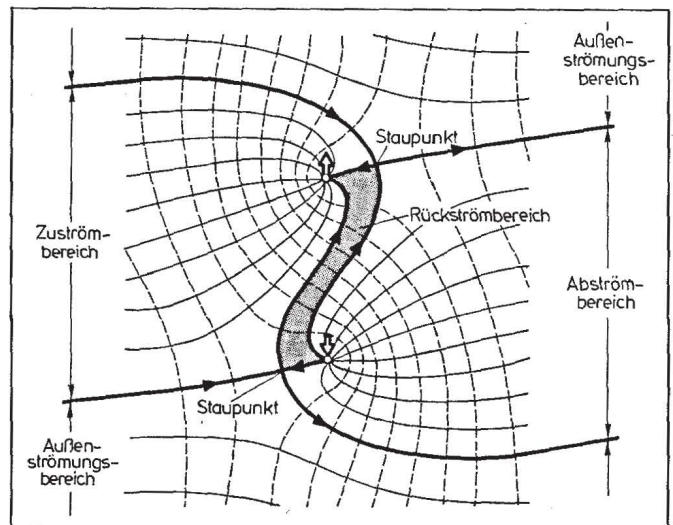
In Bild 2 ist für eine ausgewählte Parameterkombination das Strom- und Potentiallinienbild dargestellt. Es ergeben sich im allgemeinen Fall vier verschiedene Strömungsbereiche, die durch sogenannte Trennstromlinien gegeneinander abgegrenzt sind. Im „Zuströmbereich“ strömt natürliches Grundwasser von grundwasseroberhalb dem Entnahmebrunnen zu; dementsprechend fließt im „Abströmbereich“ infiltriertes Wasser nach grundwasserunterhalb ab. Im „Rückströmbereich“ findet die Kurzschlußströmung statt, d. h. infiltriertes Wasser fließt direkt dem Entnahmebrunnen wieder zu. Diese drei Bereiche werden von dem „Außenströmungsbereich“ eingerahmt.

Für alle Anströmwinkel  $\alpha$  ergeben sich zwei Staupunkte im Verzweigungsbereich der Trennstromlinien. Die Koordinaten dieser Staupunkte ( $-x_s/y_s$ ) und ( $+x_s/-y_s$ ) lassen sich mit Hilfe folgender Gleichungen bestimmen:

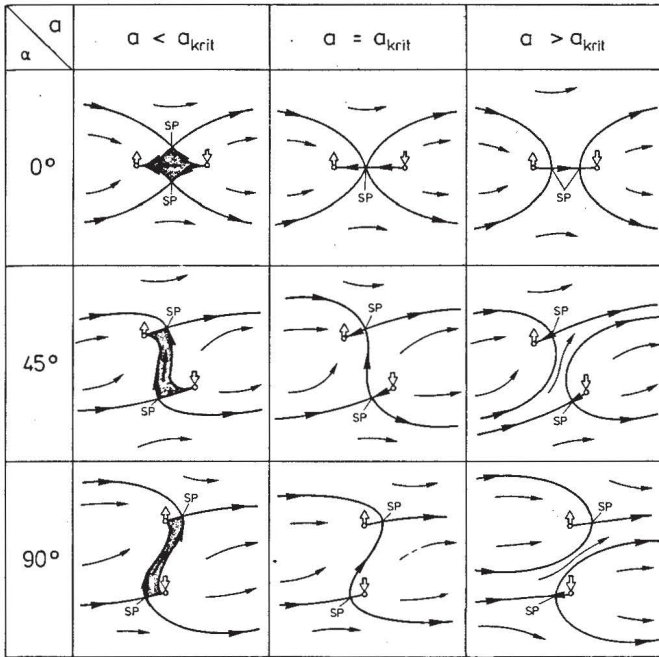
$$x_s = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \left( \frac{a^2}{4} - \frac{Q}{2\pi m v_0} a \cos \alpha + \frac{a}{2} \sqrt{\frac{a^2}{4} + \left( \frac{Q}{\pi m v_0} \right)^2 - \frac{aQ}{\pi m v_0} \cos \alpha} \right)^2 \right]} \quad (5)$$

$$y_s = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \left( -\frac{a^2}{4} + \frac{Q}{2\pi m v_0} a \cos \alpha + \frac{a}{2} \sqrt{\frac{a^2}{4} + \left( \frac{Q}{\pi m v_0} \right)^2 - \frac{aQ}{\pi m v_0} \cos \alpha} \right)^2 \right]} \quad (6)$$

Die Lage der Trennstromlinien und der Staupunkte ist für ausgewählte Anströmwinkel und Brunnenabstände schematisch in Bild 3 darstellt. Wie hieraus deutlich wird, findet eine Kurzschlußströmung nur statt, wenn der Abstand  $a$  zwischen den beiden Brunnen den kritischen Abstand  $a_k$  unterschreitet. Demzufolge fehlt für ( $a > a_k$ ) der Rückströmbereich. Darüber



hinaus wird an Hand von Bild 3 deutlich, daß durch Variation des Anströmwinkels  $\alpha$  das Strömungsfeld grundlegend verändert wird. Wie im folgenden gezeigt wird, ist es möglich, durch Veränderungen nicht nur des Brunnenabstandes  $a$ , sondern auch des Anströmwinkels  $\alpha$  eine Kurzschlußströmung zu verhindern bzw. die Rückströmrate zu minimieren.



SP = Staupunkt

Bild 3 Trennstromlinien und Staupunkte für verschiedene Brunnenabstände und Anströmwinkel

### 3 Kritischer Abstand

Der kritische Abstand läßt sich mit Hilfe folgender Beziehung ermitteln:

$$\frac{Q}{2\pi} \left( \arctan \frac{y_s}{\frac{a_K}{2} + x_s} + \arctan \frac{y_s}{\frac{a_K}{2} - x_s} \right) = v_o m y_s \cos \alpha + v_o m x_s \sin \alpha \quad (7)$$

Hierbei sind die Staupunktkoordinaten  $x_s$  und  $y_s$  mit Hilfe der Gleichungen 5 und 6 zu bestimmen, wobei für  $a$  der unbekannte kritische Abstand  $a_K$  einzusetzen ist. Gl. 7 läßt sich nicht nach dem kritischen Abstand  $a_K$  auflösen, so daß die Lösung iterativ gefunden werden muß.

Eine allgemeingültige Auswertung von Gl. 7 ist dann möglich, wenn der kritische Abstand  $a_K$  in dimensionsloser Form wie folgt dargestellt wird:

$$a_K^* = \frac{2\pi m v_o}{Q} a_K \quad (8)$$

Durch diese Umformung ist der dimensionslose kritische Abstand  $a_K^*$  eine ausschließliche Funktion des Anströmwinkels  $\alpha$ . Die entsprechende Lösung von Gl. 7 ist in Bild 4 dargestellt. Hierbei wurde davon ausgegangen, daß die Position des Infiltrationsbrunnens fest vorgegeben und die Lage des Entnahmebrunnens zu ermitteln ist. Man kann nun zwei Bereiche unterscheiden. Positioniert man den Entnahmebrunnen im Bereich I, in dem der Brunnenabstand kleiner als der kritische Abstand ist, dann muß eine Kurzschlußströmung erwartet werden. Bei einer Festlegung des Entnahmebrunnens im Bereich II ist der Brunnenabstand größer als der kritische Abstand, und eine Kurzschlußströmung findet nicht statt. Die Grenzlinie zwischen diesen beiden Bereichen ist der geometrische Ort aller Positionen des Entnahmebrunnens mit kritischem Abstand zum Infiltrationsbrunnen. Der minimale kritische Abstand bei vorgegebener Entnahmerate, Grundwassermächtigkeit und Grundströmungsgeschwindigkeit ist überraschenderweise nicht dann gegeben, wenn der Entnahmebrunnen direkt grundwasseroberhalb des Infiltrationsbrunnens positioniert ist ( $\alpha = 0^\circ$ ), sondern bei einer Brunnenanordnung mit einem Anströmwinkel von  $\alpha = 50,4^\circ$ . Der kritische Abstand für diesen Drehwinkel beträgt

$$a_{Kmin}^* = \pi \quad a_{Kmin} = \frac{Q}{2m v_o} \quad (9)$$

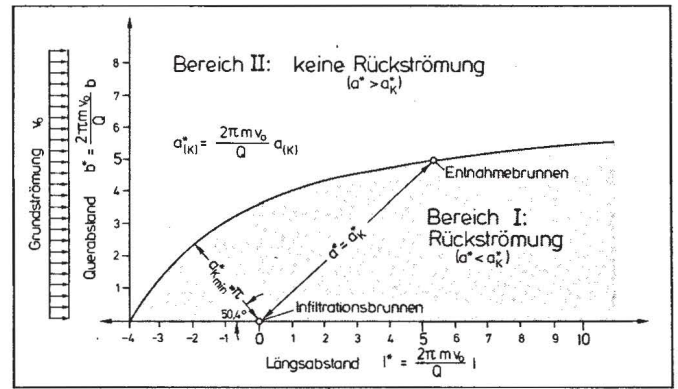


Bild 4 Kritischer Abstand

und damit die Hälfte der Entnahme- bzw. Infiltrationsbreite. Der kritische seitliche Abstand  $b_{Kcrit}$  ist für eine Anordnung des Entnahmebrunnens grundwasserunterhalb des Infiltrationsbrunnens ( $\alpha \rightarrow 180^\circ$ ) maximal gleich der Entnahme- bzw. Infiltrationsbreite:

$$b_{Kmax}^* = 2\pi \quad b_{Kmax} = \frac{Q}{m v_o} \quad (10)$$

### 4 Rückströmrates

Der Abstand zwischen Infiltrations- und Entnahmebrunnen ist häufig nicht frei wählbar. So ist beispielsweise bei Wärmepumpenanlagen der maximal mögliche Brunnenabstand durch die Grundstücksgrenzen vorgegeben. Es ist somit nicht in allen Fällen gewährleistet, daß der Brunnenabstand größer als der kritische Abstand gewählt werden kann. Somit muß eine gewisse Kurzschlußströmung in Kauf genommen werden, was bei der Dimensionierung der geplanten Anlage (Wärmepumpe, Kühlanlage etc.) berücksichtigt werden muß. In solchen Fällen ist es unerlässlich zu wissen, mit welchen Rückströmrates zu rechnen ist, um die daraus resultierende Effektivitätsminderung der geplanten Anlage berechnen und kompensieren zu können.

Für die vorgegebene Konfiguration (Bild 1) lassen sich die Rückströmrates  $Q_R$  nach folgender Beziehung berechnen, wobei wiederum die Staupunktkoordinaten  $x_s$  und  $y_s$  (Gl. 6 und 7) eingehen:

$$Q_R = -v_o m y_s \cos \alpha - v_o m x_s \sin \alpha + \frac{Q}{2\pi} \left( \arctan \frac{y_s}{a/2 + x_s} + \arctan \frac{y_s}{a/2 - x_s} \right) \quad (11)$$

In Bild 5 sind verschiedene Rückströmrates in Abhängigkeit vom Anströmwinkel  $\alpha$  und vom Brunnenabstand  $a$  dargestellt. Die dimensionslose Darstellung der Ergebnisse ist für den gesamten Parameterbereich anwendbar; die Umformung der dargestellten Parameter in die gesuchten Einzelgrößen ist aus Bild 5 ersichtlich.

Die Ergebnisse in Bild 5 zeigen auf, daß für jeden dimensionslosen Brunnenabstand  $a^*$  ein optimaler Anströmwinkel  $\alpha$

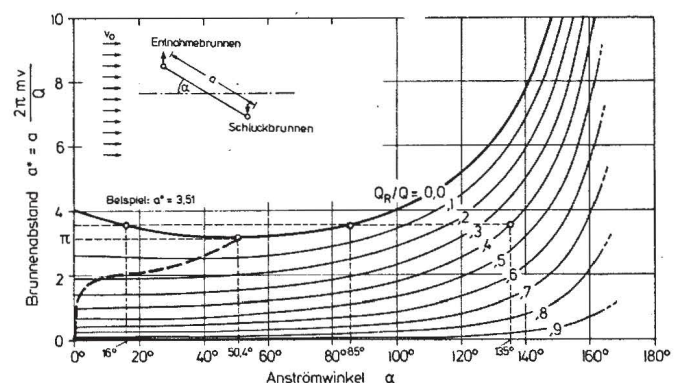


Bild 5 Rückströmrates in Abhängigkeit des Drehwinkels und des Brunnenabstandes

existiert, für den die Rückströmrates ein Minimum erreicht (gestrichelte Linie). Für sehr große Anströmwinkel ( $\alpha \rightarrow 180^\circ$ ) oder für sehr kleine dimensionslose Brunnenabstände ( $a^* \rightarrow 0$ ) werden die Rückströmrates immer größer, d. h. nahezu alles infiltrierte Wasser fließt dem Entnahmebrunnen wieder zu.

### 5 Anwendungsbeispiel

Im folgenden soll die Berechnung des kritischen Abstandes und der Rückströmrates in einem Zahlenbeispiel demonstriert werden. Aus einem Grundwasserleiter mit einer Mächtigkeit von  $m = 20$  m und einer Grundströmungsgeschwindigkeit (Filtergeschwindigkeit) von  $v_0 = 7 \cdot 10^{-6}$  m/s soll Wasser mit einer Entnahmerate von  $Q = 10$  l/s gefördert und wieder versickert werden. Die Brunnen sollen bei einem Abstand von  $a = 40$  m so positioniert werden, daß eine Kurzschlußströmung vermieden bzw. die Rückströmrates minimiert wird.

Der minimale kritische Abstand ( $\alpha = 50,4^\circ$ ) beträgt

$$a_{K_{\min}} = \frac{Q}{2\pi m v_0} = \frac{0,01}{2 \cdot 20 \cdot 7 \cdot 10^{-6}} = 35,71 \text{ m}$$

und ist damit kleiner als der Brunnenabstand. Eine Kurzschlußströmung kann somit vermieden werden. Zur Berechnung des Anströmwinkelbereichs, für den eine Kurzschlußströmung ausgeschlossen werden kann, wird der Brunnenabstand in dimensionsloser Form dargestellt:

$$a^* = \frac{2\pi m v_0}{Q} a = \frac{2\pi \cdot 20 \cdot 7 \cdot 10^{-6}}{0,01} 40 = 3,51$$

Aus Bild 4 bzw. Bild 5 wird ersichtlich, daß für Winkel  $16^\circ < \alpha < 85^\circ$  eine Kurzschlußströmung vermieden werden kann.

Für eine Positionierung des Entnahmebrunnens bei anderen Anströmwinkeln ergeben sich folgende Rückströmrates:

Entnahmebrunnen grundwasser oberhalb des Infiltrationsbrunnens ( $\alpha = 0^\circ$ ):

$$Q_R = 0,02 Q \quad Q_R = 0,02 \cdot 10 \text{ l/s} = 0,2 \text{ l/s}$$

Entnahmebrunnen quer zur Grundströmung ( $\alpha = 90^\circ$ ):

$$Q_R = 0,03 Q \quad Q_R = 0,03 \cdot 10 \text{ l/s} = 0,3 \text{ l/s}$$

Entnahmebrunnen schräg grundwasser unterhalb des Infiltrationsbrunnens ( $\alpha = 135^\circ$ ):

$$Q_R = 0,40 Q \quad Q_R = 0,40 \cdot 10 \text{ l/s} = 4,0 \text{ l/s}$$

Für den Betrieb einer Wärmepumpenanlage bedeutet diese Rückströmung, daß

– bei Beibehaltung der Infiltrationstemperatur und der Ent-

nahmerate die gewinnbare Wärmeenergie  $E_K$  gegenüber dem Fall ohne Kurzschlußströmung ( $E_0$ ) reduziert wird:

$$E_K/E_0 = (Q - Q_R)/Q$$

– bei Beibehaltung der nutzbaren Wärmeenergie und der Entnahmerate die Temperaturdifferenz  $\Delta T_K$  gegenüber dem Fall ohne Rückströmung ( $\Delta T_0$ ) erhöht werden muß:

$$\Delta T_K/\Delta T_0 = Q/(Q - Q_R)$$

– bei Beibehaltung der nutzbaren Wärmeenergie und der Infiltrationstemperatur die Entnahme- bzw. Infiltrationsrate  $Q_K$  gegenüber dem Fall ohne Rückströmung ( $Q$ ) erhöht werden muß, um die Effektivitätsminderung zu kompensieren, wobei sich allerdings auch der Rückströmanteil erhöht.

Nachfolgend sind für das hier vorliegende Berechnungsbeispiel die entsprechenden Werte tabellarisch zusammengestellt:

Anströmwinkel $\alpha$	$E_K/E_0$	$\Delta T_K/\Delta T_0$	$Q_K/Q$
$0^\circ$	0,98	1,02	1,02
$90^\circ$	0,97	1,03	1,03
$135^\circ$	0,60	1,67	4,76

### Zusammenfassung

Für Anlagen, bei denen Grundwasser gefördert und wieder in den Grundwasserleiter infiltrierte wird, interessiert insbesondere, welche kritischen Abstände zwischen Entnahme- und Infiltrationsstelle einzuhalten sind, um ein direktes Rückströmen von infiltrierte Wasser zum Entnahmebrunnen (Kurzschlußströmung) zu vermeiden, und welche Rückströmrates von der Infiltrationsstelle zur Entnahmeanlage bei Unterschreiten des kritischen Abstandes zu erwarten sind. Eine Vermeidung von Kurzschlußströmungen zwischen Infiltrations- und Entnahmestelle bzw. eine Minimierung der Rückströmrates ist möglich durch geeignete Wahl des Brunnenabstandes und des Anströmwinkels. Es zeigt sich, daß zur Vermeidung einer Kurzschlußströmung der Entnahmebrunnen optimal nicht grundwasser oberhalb des Infiltrationsbrunnens, sondern in einem Anströmwinkel zur Grundströmung von ca.  $50^\circ$  angeordnet werden sollte. Ebenso kann für gegebenen Brunnenabstand die Rückströmrates zwischen Infiltrations- und Entnahmestelle durch eine geeignete Wahl des Anströmwinkels variiert werden.

### Summary

When operating well installations with extraction and infiltration wells, it is of great interest to determine the crucial distance between discharge and recharge well in order to banish a direct recirculation and to define the rate of recirculation in cases where this margin is not maintained. The correct design of distance between wells and angle of flow are major factors in avoiding recirculation or at least in reducing the return flow rate. The discharge well should not be placed directly up stream to the recharge well to avoid recirculation, but rather under an angle of  $50^\circ$  to the groundwater flow. The recharge rate of wells with a given distance can be altered by varying the flow angle.

### Anschrift der Verfasser

Dipl.-Ing. Hans Mehlhorn, Dipl.-Ing. Karl-Heinz Spitz, Prof. Dr. Helmut Kobus, Institut für Wasserbau, Universität Stuttgart, Pfaffenwaldring 61, 7000 Stuttgart 80