

Berman, L.D. - Vsesojuznyj teplotekhniceskij institut (Wärmetechnisches Institut der Union)

Verallgemeinerung der experimentellen Werte für den Wärme- und Stoffaustausch zwischen einer Flüssigkeit und Dampf-Gas-Gemisch.

Zur Erörterung steht das Problem der ergänzenden Parameter, die in die Kri-teriengleichungen für den Wärme- und Stoffaustausch bei intensiver transversaler Stoffströmung einzuführen sind.

In vielen Wärmeaustauschapparaten, die zur Kondensation von Dampf, der sich in einem Gemisch mit nichtkondensierbaren Gasen befindet, zur Verdampfungskühlung von Wasser oder anderen Flüssigkeiten, zur Kühlung von Rauchgas, Befeuchtung oder Trocknung von Luft, Trocknung von festen Stoffen usw. bestimmt sind, stößt die Flüssigkeit, die von außen in den Apparat tritt und die in dem Stoff enthalten ist oder das Kondensat darstellt, das sich an der Kühlfläche bildet, unmittelbar auf das Dampf-Gas-Gemisch. In diesen Apparaten vollzieht sich der Wärmeaustausch zwischen der Flüssigkeit und dem Dampf-Gas-Gemisch gleichzeitig mit dem Stoffaustausch, d. h. mit der Übertragung des Stoffes (Dampfes) an die Oberfläche oder umgekehrt von dieser Fläche, je nach dem ob sich Kondensation des in dem Dampf-Gas-Gemisch enthaltenen Dampfes oder Verdampfung der Flüssigkeit vollzieht. Wenn in den genannten Fällen außer der Hauptströmung des Dampf-Gas-Gemisches, die gewöhnlich längs der Flüssigkeitsfläche verläuft, noch eine transversale Dampfströmung vorhanden ist, die nach der Normalen zur Fläche hin ausgerichtet ist, kann sich das bei beträchtlicher Intensität der letzteren wesentlich auf die Verhältnisse auswirken und folglich auch auf die Intensität des Wärmeaustausches. Obgleich auf diese und die übrigen Besonderheiten des Arbeitsprozesses der zur Erörterung stehenden Apparate in der Literatur bereits vor 25 Jahren hingewiesen wurde, liegt bis heute weder eine befriedigende analytische Lösung der Aufgabe des Wärme- und Stoff-

austausches bei diesen Bedingungen noch eine hinreichend ausgearbeitete Verallgemeinerungsmethode der experimentellen Werte vor, was die praktische Anwendung der Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen sehr erschwert. Die in einer Reihe von Arbeiten gemachten Versuche hingegen, die Versuchsergebnisse in Form von Kriteriengleichungen darzustellen, erwecken infolge ihrer ungenügenden Begründung größtenteils nur eine falsche Vorstellung von dem möglichen Anwendungsbereich der von den Autoren dieser Arbeiten vorgeschlagenen "verallgemeinerten" Abhängigkeiten.

Eine exakte analytische Lösung der Aufgabe stößt auf beträchtliche mathematische Schwierigkeiten. Um eine breitere und richtige Anwendung der Ergebnisse der ziemlich komplizierten und arbeitsaufwendigen experimentellen Arbeiten auf diesem Gebiet zu ermöglichen, ist es erforderlich, eine hinreichend begründete Auswertungsmethode für die experimentellen Werte auszuarbeiten, wie das bereits auf einer Reihe von anderen Gebieten des Wärme- und Stoffaustausches geschehen ist. Dazu einen Beitrag zu leisten, ist das Ziel dieser Arbeit, die keinen Anspruch auf eine vollständige Lösung dieser komplizierten Aufgabe erhebt.

#### BESONDERHEITEN DER ZUR ERÖRTERUNG STEHENDEN WÄRME- UND STOFFAUSTAUSCHBEDINGUNGEN.

Bei bestimmten Bedingungen (im wesentlichen bei kleinen Differenzen der Temperaturen und Partialdrucke des Dampfes) können für sich gemeinsam vollziehende Wärme- und Stoffaustauschprozesse mit für praktische Zwecke hinreichender Genauigkeit die Kriteriengleichungen benutzt werden, die für getrennte Prozesse gewonnen wurden. Z. B. werden bei erzwungener Bewegung des Dampf-Gas-Mittels die Gleichungen

$$Nu = f(Re, Pr); \quad (1)$$

$$Nu_D = f(Re, Pr_D) \quad (2)$$

angewendet.

Die Kriterien von Gleichung (1) sind die Kriterien, die gewöhnlich in den Wärmeübertragungsformeln angewendet werden; in Gleichung (2) ist

$$\text{Nu}_D = \quad , \quad (1)$$

- wobei  $\beta_p$  der Stoffabgabekoeffizient, bezogen auf die Differenz der Partialdrucke des Dampfes ist;  
 $L$  ist die charakteristische (Bestimmungs-) Größe;  
 $D_p$  ist der Diffusionskoeffizient für Dampf, bezogen auf das Partialdruckgefälle;  
 $\nu$  ist der Koeffizient der kinematischen Viskosität;  
 $R_n$  ist die Gaskonstante für Dampf;  
 $T$  ist die absolute Temperatur des Mittels.

Die physikalischen Konstanten mit Ausnahme von  $D_p$  und  $R_n$  beziehen sich im Falle des bewegten 2-Komponenten-Mittels (Gemisch von Dampf und Gas) auf das Gemisch.

Gleichung (2) ist nicht ganz exakt, weder für den "getrennten" Stoffaustauschprozeß zwischen Flüssigkeit und Dampf-Gas-Gemisch oder einem 2-Komponenten-Gas-Mittel, d. h. für den Stoffaustausch, der nicht von Wärmeaustausch begleitet wird (z. B. Absorption oder Desorption eines der beiden Gase, die das Gemisch bilden, das die Flüssigkeitsoberfläche umgibt), noch für den Fall, daß der Einfluß des Wärmeaustausches auf den Stoffaustausch so klein ist, daß er unberücksichtigt bleiben kann (Verdampfung der Flüssigkeit oder Kondensation des Dampfes aus dem Dampf-Gas-Gemisch bei relativ kleiner Temperaturdifferenz oder kleinem Wert des Thermodiffusionsquotienten). Gleichung (2) berücksichtigt erstens nicht die Tatsache, daß bei Vorhandensein einer für Gas undurchdringlichen Flüssigkeitsfläche eine zusätzliche konvektive transversale Strömung des Dampf-Gas-Gemisches entsteht, die die transversale Dampfströmung im Vergleich zum Fall der nur molekularen Übertragung verstärkt, und zweitens nicht den Einfluß der summarischen transversalen Dampfströmung auf die Verteilung der longitudinalen Geschwindigkeiten des Dampf-Gas-Mittels und der Partialdrucke des Dampfes. Weder das eine noch das andere kann jedoch bei einer beträchtlichen Intensität der transversalen Stoffströmung, wie wir sie in diesem Aufsatz zugrunde legen, unberücksichtigt bleiben, und Gleichung (2) macht in diesem Fall die Einführung ergänzender Ähnlichkeitskriterien erforderlich.

Der oben erwähnte Einfluß der transversalen Stoffströmung

auf die Wärmeabgabe bei gemeinsamem Verlauf von Wärme- und Stoffaustausch wird sowohl durch die schon erwähnte Veränderung der hydrodynamischen Verhältnisse wie dadurch, daß die Stoffübertragung in Richtung der Normalen zur Flüssigkeitsfläche eine zusätzliche Wärmeübertragung in dieser Richtung hervorruft, bedingt. Deshalb sind bei beträchtlicher Intensität der transversalen Stoffströmung auch für Gleichung (1) entsprechende Ergänzungen erforderlich.

Ein Versuch, die Veränderung der Koeffizienten  $\alpha$  und  $\beta_p$  zu bewerten, die durch die Besonderheiten des Wärme- und Stoffaustausches in den betrachteten Fällen bedingt ist, wurde 1930 von Nusselt [L. 1] gemacht. Aber wie wir schon einmal darauf hinweisen mußten [L. 2], berücksichtigte er hierbei nur den Einfluß der zusätzlichen konvektiven Dampfströmung, die durch die Undurchlässigkeit der Flüssigkeitsfläche für Gas bedingt ist, und ließ den Einfluß der Hauptdiffusionsströmung des Dampfes auf die Wärmeübertragung außer acht und berücksichtigte nicht die Veränderung der Felder der Geschwindigkeit, des Partialdruckes des Dampfes und der Temperatur, die durch die sehr große transversale Stoffströmung bedingt ist.

Ackerman [L. 3] versuchte in der von ihm vorgeschlagenen Lösung, den Einfluß aller oben erwähnten Faktoren<sup>1</sup> zu berücksichtigen. Um die hierbei auftretenden Schwierigkeiten zu umgehen, nahm er an, daß sich sowohl die Veränderung der longitudinalen Geschwindigkeiten der Hauptströmung als auch die Stoff- und Wärmeübertragung nur in der laminaren Grenzschicht des Dampf-Gas-Mittels vollziehen, wobei die Stärke der hydrodynamischen, Diffusions- und Wärmegrenzschicht gleich ist. Derartige vereinfachende Voraussetzungen können jedoch zu Fehlern führen, die denen vergleichbar sind, zu denen das völlige Außerachtlassen der durch die transversale Stoffströmung bedingten Veränderung der Felder der Geschwindigkeit, des Partialdruckes des Dampfes und der Temperatur führt.

In der Arbeit des VTI [L. 4] wurde für  $\beta_p$  die Formel angegeben, die von uns für die Bedingungen der inneren Aufgabe auf Grund der hydrodynamischen Austauschtheorie gewonnen wurde. Auf diese Formel wurde für Bedingungen geschlossen, die den tatsäch-

lichen etwas näherkommen als die Bedingungen, die in den Arbeiten anderer Autoren angenommen wurden. Jedoch kann sie trotzdem nicht als errechnete Formel gelten, um so weniger als die unmittelbare Anwendung dieser Formel und ähnlicher Formeln für praktische Zwecke stark erschwert wird durch die Notwendigkeit einer Bewertung der Größen für die Geschwindigkeit des Mittels und des Partialdruckes des Dampfes an der Grenze von Grenzschicht und Wirbelkern der Strömung (oder Zwischenschicht). Deshalb beschränken wir unsere Aufgabe nur darauf, die ergänzenden Parameter, die für diese Fälle das Wärme- und Stoffaustausches in die Kriterien-gleichungen eingeführt werden sollen, aufzuzeigen.

#### DER EINFLUSS DER TRANSVERSALEN STOFFSTRÖMUNG AUF DIE VERTEILUNG DER LONGITUDINALEN GESCHWINDIGKEITEN.

In der laminaren unteren Schicht einer eindimensionalen Strömung von Dampf-Gas-Gemisch betrachten wir ein elementares Parallelepipèd, das in Richtung der Normalen zur Flüssigkeitsfläche den Durchmesser  $dn$  hat. Die Längsgeschwindigkeit des Mittels im Abstand  $n$  von der Flüssigkeitsfläche bezeichnen wir mit  $w$ , die Geschwindigkeit der Querströmung des Dampfes mit  $w_n$ , das spezifische Gewicht des Dampfes mit  $\gamma_n$  und das Druckgefälle in Richtung der Bewegung des Gemisches mit  $\frac{dp}{dx}$ .

Bei Vorhandensein einer transversalen Stoffströmung soll die Differenz der Schubspannungen an den Kanten des elementaren Parallelepipèds, die parallel zur Flüssigkeitsfläche liegen und die Fläche  $dF$  haben, d. h. die Viskositätskraft ist  $\frac{\mu}{dn} \frac{dw}{dn} dn \cdot dF$ , durch die Druckkraft  $\frac{dp}{dx} dn \cdot dF$  und die Impulskraft, die durch die Veränderung der Bewegungsmenge der transversalen Strömung um die Größe  $\frac{w_n \gamma_n}{g} \frac{dw_n}{dn} dn \cdot dF$  bedingt ist - wobei  $g$  die Beschleunigung der Schwerkraft ist - ausgeglichen werden. Daraus folgt bei gleichförmiger Bewegung folgende Bedingung für das Gleichgewicht:

$$= 0. \quad (3)$$

Gleichung (3) unterscheidet sich von der üblichen Bewegungsgleichung eines homogenen viskosen Mittels (Na-

vier-Stokes) durch ein ergänzendes Glied, in dem der Faktor bei  $\frac{d\omega}{c^n}$  das Produkt der Dichte des Dampfes und seiner Geschwindigkeit in Richtung  $n$ , und nicht das der Dichte des Mittels (in diesem Fall des Dampf-Gas-Gemisches) und seiner Geschwindigkeitskomponenten in der angegebenen Richtung ist, obgleich  $\nu$  auch in diesem Fall der Koeffizient der dynamischen Viskosität des Mittels (Gemisches) ist.

Aus Gleichung (3) erhalten wir den ergänzenden Parameter:

(4)

Da  $\omega_n \nu_n$  die spezifische Strömung des Stoffes  $g_n$  darstellt, die ebenso durch

$$\xi_n =$$

ausgedrückt werden kann, gilt

(4a)

wobei  $\Delta p_n$  die absolute Größe der Differenz der Partialdrücke des Dampfes an der Flüssigkeitsoberfläche  $p_{n, \infty}$  und in der Hauptmasse des Dampf-Gas-Gemisches  $p_{n, \text{cm}}$  ist;

$p_{\text{cm}}$  ist der Gesamtdruck des Dampf-Gas-Gemisches;

$M_n$  und  $M_{\text{cm}}$  sind die Molekulargewichte des Dampfes und des Gemisches.

Das Kriterium  $\overline{w}$ , das den Einfluß der transversalen Stoffströmung auf die hydrodynamischen Verhältnisse berücksichtigt, ist für die zur Erörterung stehenden Fälle des Stoffaustausches ein ergänzendes Kriterium zu  $Re$ .

#### KRITERIENGLEICHUNGEN FÜR DEN STOFFAUSTAUSCH.

Die transversale Dampfströmung in der laminaren unteren Schicht kann man als Summe der Diffusionsströmung und der zusätzlichen konvektiven Strömung, die durch die Undurchlässigkeit der Flüssigkeitsfläche für Gas bedingt ist, darstellen:

(5)

wobei für die Geschwindigkeit der zusätzlichen konvektiven Dampfströmung

$$\omega_k =$$

gilt und  $p_n$  der jeweilige Wert des partischen Dampfdrucks ist.

Da bei stationärem Prozeß  $g_n = \text{const.}$ , gilt  $\frac{d g_n}{d x} = 0$ . Differenziert man Gleichung (5), erhält man folgende Gleichung für die Stoffausbreitung in Richtung n:

$$= 0. \quad (6)$$

Sie unterscheidet sich von der üblichen Gleichung für die Stoffausbreitung im bewegten Gemisch dadurch, daß der Faktor bei  $\frac{d p_n}{d x}$  nicht die Geschwindigkeit des Mittels (Gemisches) in Richtung n ist, sondern der Komplex

$$\frac{w_n v_n}{p_{cm}} = \frac{g_n}{p_{cm}}$$

Gleichung (6) ermöglicht es, den Parameter

$$\Pi_D = \quad (7)$$

zu erhalten.

Aus (4a) und (7) folgt, daß die Kriteriengleichung vom Typ (2) für den Stoffaustausch in dem von uns betrachteten Falle zwei ergänzende Kriterien enthalten muß, die nach der Umformung der oben gewonnenen Komplexe zwecks ihrer Vereinfachung folgendermaßen dargestellt werden können:

$$\Pi_g = \quad (II)$$

Das erste von ihnen berücksichtigt den Einfluß der transversalen Stoffströmung, das zweite den der Zusammensetzung des Dampf-Gas-Gemisches, wenn man auch bedenken soll, daß die qualitative und die quantitative Zusammensetzung des Gemisches auch in den Werten der physikalischen Konstanten, die zu anderen Komplexen (Kriterien) gehören, zum Ausdruck kommt.

So gilt bei erzwungener Bewegung des Dampf-Gas-Gemisches

$$Nu_D = \quad (8)$$

Soweit jedoch in (4a) und (7) die Kriterien  $Nu_D$  und  $\Pi_g$  nicht getrennt erscheinen, sondern in Form des Produktes  $Nu_D \cdot \Pi_g = \Pi_D$ , kann man die Kriteriengleichung auch folgendermaßen ausdrücken:

$$\Pi_D = \quad (9)$$

woraus  $Nu_D =$  folgt. (9a)

Die Formel für  $\beta_p$ , die in der erwähnten Arbeit des VTI [L. 4] vorgeschlagen wurde, kann, wenn man sie in eine größenlose Form bringt und annimmt, daß die Beziehung der Geschwindigkeit an der Grenze der laminaren Grenzschicht zur mittleren Geschwindigkeit des Dampf-Gas-Gemisches sowie die Beziehungen der partialen Gasdrucke an der Grenze der laminaren Grenzschicht und in der Grundmasse des Gemisches zum partialen Druck an der Flüssigkeitsfläche Funktionen von  $Re$ ,  $\overline{\Pi}_w$  und  $\overline{\Pi}_D$  sind, auf die Gleichung in Form von (8) reduziert werden. Daraus geht insbesondere hervor, daß bei diesen Annahmen die Grenzbedingungen eine Einführung ergänzender Kriterien nicht erforderlich machen.

Für den Fall der freien Bewegung des Dampf-Gas-Mittels muß das Kriterium  $Re$  in den gewonnenen Gleichungen durch das Archimedes-Kriterium  $Ar$  ersetzt werden, d. h.

$$Nu_D = \dots \quad (10)$$

oder  $D = \dots \quad (11)$

und  $\overline{Nu}_D = \dots \quad (11a)$

wobei  $Ar = \dots \quad (III)$

Hierbei sind  $\gamma''$  und  $\gamma'$  die spezifischen Gewichte des Dampf-Gas-Gemisches an der Flüssigkeitsfläche und in der Grundmasse.

Für die Beziehung der molekularen Gewichte des Dampfes und des Gemisches haben wir:

$$\dots \quad (IV)$$

wobei  $M$  das Molekulargewicht des im Gemisch enthaltenen Gases ist und

$\epsilon_1, \epsilon_2$  die gewichtsmäßigen Dampf- und Gasgehalte im Gemisch sind.

Hieraus ist ersichtlich, daß man bei gegebenen Komponenten des Gemisches (d. h.  $\frac{M_1}{M_2} = \text{const.}$ ) in den Gleichungen (8) und (11) den Simplex  $\frac{M_1}{M_2}$  durch  $\epsilon_1$  oder  $\epsilon_2$  ersetzen kann.

Wenn man die Gleichung (9a) in Form einer Potenzfunktion

$$Nu_D = \dots \quad (9b)$$



darstellt, kann man, wenn man die Werte der Kriterien auflöst,

$$\beta_p =$$

(9c)

erhalten, wobei  $\beta$  die mittlere Geschwindigkeit des Dampf-Gas-Gemisches ist und  $K_1, K_2$  Konstanten sind.

Ein Vergleich von Formel (9c) mit der schon früher in einer Arbeit des VTI [L.4] erörterten empirischen Formel für den Stoffabgabekoeffizienten  $\beta_p$  bei der Kondensation von Dampf aus bewegtem Dampf-Gas-Gemisch, wie sie von Kolborn<sup>2</sup> vorgeschlagen wurde, zeigt die Unvollständigkeit von letzterer. Gleichung (10) läßt auch auf die Unvollständigkeit der Formel für  $\beta_p$  bei der Kondensation von Dampf und freier Bewegung des Gemisches, wie sie von Langen vorgeschlagen wurde, schließen, was neben den Fehlern bei den Versuchen und bei den Berechnungen zur Bestimmung der Werte für  $\beta_p$  einer der Gründe für die sehr große Streuung der experimentellen Werte in Bezug auf die mittlere, durch diese Formel beschriebene Kurve sein kann.

In der jüngst veröffentlichten Arbeit von I.V. Mazjukevic [L.5], der die Kondensation von in einem Gemisch mit nichtkondensierendem Gas befindlichem Dampf an einem Vertikalrohr beschrieb, sind die experimentellen Werte zum Stoffaustausch in Form der Abhängigkeit

$$Nu_D =$$

(V)

dargestellt, wobei die Beziehung der Bewegungsmenge der transversalen Dampfströmung zur Bewegungsmenge der longitudinalen Gasströmung ist:

$Re_k$  ist das Reynoldskriterium für den Kondensatfilm;

$\nu_D, \nu_G$  sind die Koeffizienten der kinematischen Viskosität des Kondensats und des Dampf-Gas-Gemisches.

Die Auswahl der in dieser Formel enthaltenen Bestimmungskriterien kann man nicht als hinreichend motiviert betrachten, und die Formel ruft sogar in dem Teil der Deutung und Bestim-

mung des in ihr enthaltenen Kriteriums Ar Widerspruch hervor. Der Autor dieser Arbeit geht von einer falschen Vorstellung des Verlaufs dieses Prozesses aus (Trennung des Gemisches infolge der verschiedenen spezifischen Gewichte von Dampf und Gas) und setzte in das Kriterium Ar anstelle der Differenz der spezifischen Gewichte des Dampf-Gas-Gemisches in zwei verschiedenen Punkten die Differenz der spezifischen Gewichte der Komponenten des Gemisches ein, weshalb er den Einfluß der freien Bewegung des G e m i s c h e s nicht richtig berücksichtigte. Ebenso kam in der zitierten Formel der Einfluß der transversalen Stoffströmung nicht richtig zum Ausdruck, wie wir sahen, gibt die Bewegungsgleichung, die das Gleichgewicht der Bewegungsmenge ausdrückt, nicht das Kriterium  $\frac{Ar}{G}$  wieder, um so mehr als sie die Bewegungsmenge des G a s e s einschließt, das sich in der der Bewegungsrichtung der Hauptmasse des Dampfes entgegengesetzten Richtung bewegen soll. Schließlich wurde der Einfluß der mechanischen Wechselwirkung zwischen dem an der Röhrfläche abfließendem Kondensatfilm und dem bewegten Dampf-Gas-Gemisch, für dessen Berücksichtigung der Autor der Arbeit die Parameter Re und  $\frac{Ar}{G}$  in die Gleichung einführte, offensichtlich von ihm zu hoch eingeschätzt, und außerdem führen die entsprechenden Randbedingungen nicht nur zum Produkt dieser beiden Parameter. Unabhängig von anderen Bemerkungen, die man zu dieser Arbeit machen könnte, kann man deshalb die oben zitierte Formel nicht als Formel betrachten, die die in der Arbeit gewonnenen experimentellen Werte für den Stoffaustausch bei der Kondensation von Dampf an einem Vertikalrohr zuverlässig verallgemeinert. Das beweist auch die Tatsache, daß die experimentellen Punkte in Bezug auf die durch diese Formel beschriebene Kurve eine mittlere Streuung von  $\pm 106$  v. H. haben und daß einzelne Punkte bis zu 300 v. H. u. mehr herausfallen. Die derart große Streuung der experimentellen Punkte hat natürlich verschiedene Ursachen, von denen u. a. die nicht richtige Auswahl der Bestimmungskriterien von wesentlicher Bedeutung ist.

In einer anderen Arbeit wird zur Berücksichtigung des Einflusses der transversalen Stoffströmung in die Kriterien-gleichung für den Stoffaustausch bei der Kondensation von

Dampf, der eine Beimischung von Luft enthält, der Parameter  $p_{n,cM} / p_{n,cC} \rightarrow 1$  bei  $\varepsilon_2 \rightarrow 0$  und die Gleichung, die im gegebenen Fall weder  $\Pi_g$  noch  $\varepsilon_2$  enthält, nicht die Tatsache zum Ausdruck bringen kann, daß  $\beta_p \rightarrow \infty$  bei  $\varepsilon_2 \rightarrow 0$ .

Es ist noch auf folgenden Umstand hinzuweisen. Zu den oben gewonnenen Parametern  $\Pi_g$  und  $\Pi_D$  könnte man auch auf anderem Wege kommen, wenn man von der Betrachtung der Bedingungen für die Eindeutigkeit ausgeht. Aber die gewonnenen Ergebnisse sind nicht nur deshalb interessant, weil sie die Herleitung dieser beiden ergänzenden Parameter für die erörterten Bedingungen des Stoffaustausches ermöglichten, sondern auch deshalb, weil sie bei den gemachten Annahmen zu Gleichungen führten, die die Parameter  $Nu_D$  und  $\Pi_g$  nicht getrennt enthielten, sondern nur als Produkt  $\Pi_g \cdot Nu_D = \Pi_D$ . Wenn sich für bestimmte Bedingungen die Möglichkeit der Beschreibung der experimentellen Werte mit Hilfe dieser Gleichungen bestätigt, d. h. wenn der Exponent (-1) bei  $\Pi_g$  in den Gleichungen der Art (9a) und (11a) erhalten bleibt, wird das zu einer leichteren und zuverlässigeren Herleitung der experimentellen Abhängigkeit für den Stoffabgabekoeffizienten bei der Kondensation von Dampf aus Dampf-Gas-Gemisch führen. Komplizierter wird die Sache dann, wenn für irgendwelche Bedingungen  $Nu_D$  und  $\Pi_g$  getrennt berücksichtigt werden müssen.

Es ist so, daß die Bestimmung der Parameter des Dampf-Gas-Gemisches an der Oberfläche des Kondensatfilms, die man zur Berechnung von  $\beta_p$  oder  $Nu_D$  wissen muß, mit großen experimentellen Schwierigkeiten verbunden ist, und eine Näherungsbestimmung dieser Parameter auf rechnerischem Wege, wie sie bisher gewöhnlich durchgeführt wurde, führt unvermeidlich zu einem beträchtlichen Fehler beim Endergebnis. Im Unterschied dazu hängt die Genauigkeit der Berechnung des Kriteriums  $\Pi_D$  nur in geringem Maße von der Genauigkeit der Bestimmung der besagten Parameter ab.

Wenn man für den Diffusionskoeffizienten die übliche Beziehung

$$D_p = \quad \quad \quad (VI)$$

annimmt, kann das Kriterium  $\Pi_D$  folgendermaßen dargestellt wer-

den:

$$D =$$

(VII)

wobei  $D_p(0)$  der Diffusionskoeffizient für Dampf bei einem Druck des Gemisches von 1 ata und einer Temperatur von  $0^\circ \text{C}$  und

$k$  die Konstante ist, die  $0,5 \pm 0,8$  beträgt.

Hieraus geht hervor, daß sich der Fehler bei der Zustandsbestimmung des Dampf-Gas-Gemisches an der Flüssigkeitsoberfläche nur in dem Maße auf den Wert von  $\bar{n}_D$  auswirken kann, in dem sich das auf die Größe  $T^k$  auswirkt, wobei in diesem Falle  $T$  die mittlere absolute Temperatur des Dampf-Gas-Gemisches in der Grenzschicht ist.

#### KRITERIENGLEICHUNGEN FÜR DIE WÄRMEABGABE.

Wenn wir die zusätzliche Wärmeübertragung in Richtung der Normalen  $n$  berücksichtigen, die durch das Vorhandensein einer transversalen Stoffströmung bedingt ist, können wir für die spezifische Wärmeströmung in der laminaren unteren Schicht

$$q =$$

(12)

schreiben, wobei  $c_p$  die Wärmefähigkeit des Dampfes ist.

Für den stationären Prozess ist  $q = \text{const}$  und  $\frac{dq}{dn} = 0$ .

Dementsprechend erhalten wir mit Hilfe von (12)

$$= 0.$$

(13)

Abgesehen davon, daß hier  $w_n$  nicht die Geschwindigkeit des Mittels (Gemisches) ist, sondern die Geschwindigkeit des Dampfes in Richtung  $n$ , unterscheidet sich Gleichung (13) von der üblichen Gleichung für die Wärmeausbreitung noch dadurch, daß sich  $\lambda$  in ihr auf das Gemisch bezieht, während  $\nu_n$  und  $c_p$  auf den Dampf bezogen sind, weshalb  $\frac{\lambda}{\nu_n \epsilon \rho}$  nicht der Koeffizient der Temperaturleitung des Mittels ist.

Aus Gleichung (13) erhalten wir den Parameter

$$\bar{\Pi}_t =$$

(14)

Berücksichtigt man (4a), kommt man zu dem Schluß, daß die Kriteriengleichung für den Wärmeaustausch, der sich gleichzeitig mit dem Stoffaustausch bei erzwungener Bewegung des Dampf-Gas-Mittels vollzieht, folgendermaßen aussehen soll:

$$Nu = \dots \quad (15)$$

oder in allgemeinerer Form:

$$Nu = \dots \quad (16)$$

Für den Fall der freien Bewegung haben wir dementsprechend:

$$Nu = \dots \quad (17)$$

oder

$$Nu = \dots \quad (18)$$

Was oben bei der Erörterung des Stoffaustausches zur Möglichkeit, im Falle gegebener Komponenten des Gemisches  $M_1$  durch  $\epsilon_1$  oder  $\epsilon_2$  auszutauschen, gilt auch für diesen Fall.

$M_{cm}$  Für die adiabatische Flüssigkeitsverdampfung, d. h. für einen Prozeß, bei der sich die Verdampfung nur durch die Wärme vollzieht, die durch die Flüssigkeit von dem feuchten Gas aufgenommen wurde, und die Temperatur der Flüssigkeit unverändert bleibt, nehmen die Kriteriengleichungen eine einfachere Form an.

Für diesen Vorgang gilt:

$$g_n = \dots \quad (VIII)$$

wobei  $\Delta t$  die Temperaturdifferenz des Dampf-Gas-Mittels und der Flüssigkeitsoberfläche ist.

Setzt man diesen Wert  $g_n$  in (4a) und (14) ein, erhält man:

$$= \dots \quad (4b)$$

und

$$= \dots \quad (14b)$$

wobei  $K = \frac{\gamma}{c_p \Delta t}$ .

Wie wir sehen, muß in diesem Fall in die Kriteriengleichung nur das seinerseits von S.S. Kutateladze für den Wärmeaustausch bei Veränderung des Aggregatzustandes des Stoffes gewonnene Kriterium  $K$  hinzugefügt werden. Demgemäß erhalten wir für die adiabatische Flüssigkeitsverdampfung bei erzwungener Bewegung des Dampf-Gas-Gemisches:

$$Nu = \quad (19)$$

und bei freier Bewegung des Mittels:

$$Nu = \quad (20)$$

In die Gleichungen (17), (18) und (20) kann man nicht, wie das im Falle des getrennt verlaufenden Wärmeaustausches üblich ist, das Kriterium  $Gr = \beta_{\epsilon} \frac{g L^3}{\nu^2} \Delta t$  anstelle von  $Ar$  einsetzen, weil die Differenz der Dichten des Mittels in diesem Fall nicht nur durch die Differenz seiner Temperaturen, sondern auch durch die heterogene Zusammensetzung des Dampf-Gas-Gemisches in verschiedenen Punkten des Volumens bestimmt wird.

In den vor kurzem beendeten Arbeiten von F.B. Polonskaja [L. 6] und einigen anderen Autoren, die die Berücksichtigung des Einflusses des Stoffaustausches auf den Wärmeaustausch bei adiabatischer Verdampfung zum Thema haben, wurde in die Kriteriengleichung der Parameter  $\frac{T_M - T_C}{T_C} = \frac{\Delta t}{T_C}$  eingeführt, wobei  $T_C$  die Temperatur der Hauptmasse des Dampf-Gas-Gemisches und  $T_M$  die Temperatur der Flüssigkeitsoberflächen (oder des feuchten Thermometers) ist und für die Intensität des Wärmeaustausches bei erzwungener Bewegung des Mittels z. B. die Formel

$$Nu = \quad (IX)$$

genommen wurde, wobei  $A$ ,  $m$  und  $n$  Konstante sind.

Die Parameter  $\frac{T_M}{T_C}$  oder  $\frac{\Delta t}{T_C}$  wurden, soweit uns bekannt ist, zu einem anderen Zweck vorgeschlagen, und zwar zur Berücksichtigung des Einflusses des Zustands des Dampf-Gas-Mittels - analog dem Falle, in dem bisweilen für den Wärmeaustausch zwischen einem bewegten Mittel und einer festen ("trockenen") Wand ein ergänzender Parameter eingeführt wird, der die Beziehung der Temperaturen des Mittels im Strömungskern und an der Wand ausdrückt, jedoch wurde er in den genannten Arbeiten breiter in-

terpretiert. In Wirklichkeit kann jedoch dieser Parameter nicht als Ähnlichkeitskriterium betrachtet werden, das den Einfluß der transversalen Stoffströmung auf den Wärmeaustausch berücksichtigt; denn wenn man die Größen, die die Bedingungen für den Wärmeaustausch charakterisieren ( $T_c$ ,  $T''$  und  $\Delta t$ ) zugrunde legt, kann man die Intensität der transversalen Stoffströmung und die mit ihr zusammenhängende zusätzliche Wärmeübertragung nicht richtig berücksichtigen, ohne physikalische Konstanten wie die Wärme der Dampf Bildung  $r$  und die Wärmeaufnahme-fähigkeit des Dampfes  $c_p$  einzuführen. Deshalb kann der Parameter  $\frac{\Delta t}{T_c}$  in den Gleichungen (19) und (20) nicht das Kriterium  $K$  ersetzen.

Aus dem vorher Gesagten geht auch hervor, daß für bestimmte Fälle des Wärmeaustausches bei Änderung des Aggregatzustandes des Stoffes die Einführung des Kriteriums  $K$  als Bestimmungskriterium zusätzlich zu  $Re$  (oder  $Ar$ ) und  $Pr$  nur unter der Voraussetzung hinreichend ist, daß die ganze Wärmemenge, die in der jeweiligen Phase übertragen wird, gleich der Wärme für die Veränderung des Phasenzustands (Kondensation, Dampf Bildung) ist, oder anders gesagt, unter der Voraussetzung, daß die Menge der übertragenen Wärme eindeutig auch die Stoffmenge bestimmt, die aus einem Aggregatzustand in den anderen übergeht. Diese Bedingung erfüllt der Fall der Wärmeübertragung im Dampf-Gas-Mittel bei adiabatischer Flüssigkeitsverdampfung sowie z. B. der Fall der Wärmeübertragung in Flüssigkeit (Kondensatfilm) bei Filmkondensation von reinem Dampf, wenn man in letzterem Fall von den üblichen Annahmen der Gleichheit der Temperatur der Flüssigkeitsoberfläche und der Temperatur des Dampfes und der Möglichkeit, die Wärme der Nachkühlung des Kondensats unberücksichtigt zu lassen, ausgeht.

Wenn diese Bedingung nicht erfüllt wird, führt die Analyse der Ausgangsgleichungen zu einem anderen Parameter, insbesondere für die Verdampfungskühlung einer Flüssigkeit und für die nichtadiabatische Kühlung von feuchtem Gas, und zwar zum Parameter  $\overline{N}_w$ , der einen ziemlich komplizierten Komplex darstellt. Die Einführung des Kriteriums  $K$ , die natürlich bei entsprechender Umformung von  $\overline{N}_w$  möglich ist, hätte in diesen

Fällen einen künstlichen Charakter und würde die Notwendigkeit bedingen, die Gesamtzahl der Kriterien über die Anzahl der den Bedingungen dieser Aufgabe entsprechenden unabhängigen größenlosen Parameter hinaus zu erhöhen.

#### ERGÄNZENDE BEMERKUNGEN.

Oben wurden die Differentialgleichungen (3), (6) und (13) betrachtet, die die Bilanzen der Menge der Bewegung, des Stoffes und der Wärme ausdrücken, die in der laminaren unteren Schicht des Dampf-Gas-Mittels in Richtung der Normalen  $n$  zur Flüssigkeitsfläche übertragen werden infolge der molekularen Prozesse der inneren Reibung, der Diffusion und Wärmeleitung sowie infolge des Auftretens einer konvektiven Dampfströmung in Richtung  $n$ . Hierbei haben wir die Grenzbedingungen kaum berührt und erörterten auch nicht die Bedingungen für die Übertragung der Mengen der Bewegung, des Stoffes und der Wärme im Wirbelbereich.

Soweit hier die Rede von Prozessen ist, die sich in einem Dampf-Gas-Gemisch vollziehen, in dem sich die Werte von  $Pr$  und  $Pr_D$  gewöhnlich eins nähern und sich verhältnismäßig wenig voneinander unterscheiden, müssen die Grenzbedingungen, die an der Grenze der laminaren unteren Schicht und des Wirbelbereichs (oder Zwischenbereichs) gegeben sind sowie die Bedingungen der Übertragung in letzterer offensichtlich nicht die Einführung ergänzender Kriterien erforderlich machen. Hierbei wird natürlich die stabilisierte Wirbelströmung des Mittels vorausgesetzt.

Was jedoch die Grenzbedingungen an der Flüssigkeitsfläche (des feuchten Materials) anbelangt, so werden sie für den Stoff- und Wärmeaustausch durch die Gleichungen (5) und (12) ausgedrückt, wenn man in ihnen für  $g_n = \beta_p \frac{p}{\rho}$  und für  $q = \alpha \frac{d\theta}{dn}$  setzt und für die Gefälle des partialen Dampfdruckes und der Temperatur ihre Werte bei  $n = 0$  annimmt. Diese Grenzbedingungen bringen keine ergänzenden Kriterien. Das gleiche bezieht sich auch auf die Übertragung der Bewegungsmenge, wenn man die Oberfläche als feste Oberfläche betrachten kann. Nicht ausreichend geklärt bleibt jedoch die Frage, wieweit letzteres



zulässig ist für Bedingungen, bei denen die Flüssigkeit an einer festen Oberfläche in Form eines dünnen Films (Dünnschichtapparate oder Kondensatoren für Dampf, der eine Beimischung nichtkondensierender Gase enthält) abfließt. Die Bewegung der Flüssigkeit mit einer Oberflächengeschwindigkeit von  $u$  kann dadurch berücksichtigt werden, daß in  $Re$  für das Dampf-Gas-Gemisch nicht die absolute Geschwindigkeit  $u$ , sondern die Geschwindigkeit in Bezug auf die Flüssigkeitsfläche  $u' = u - u_0$  (das Vorzeichen wird hier entsprechend der Bewegungsrichtung des Dampf-Gas-Gemisches gewählt) eingesetzt wird. Hierbei bleibt jedoch noch die Frage des Einflusses des ungewöhnlichen Charakters der Oberfläche eines flüssigen Films offen.

Wenn man die experimentellen Werte für den Stoffaustausch zwischen Dampf-Gas-Gemisch oder einem 2-Komponenten-Gas-Gemisch und einem flüssigen Film, der an der inneren Oberfläche eines Vertikalrohrs oder eines rechtwinkligen Kanals abfließt, bei der Verdampfung [L. 7] oder Absorption [L. 8 und 9] betrachtet, so bringen sie den Einfluß des Flüssigkeitsdurchflusses, d. h. der  $Re_K$ -Zahl für den flüssigen Film auf die Koeffizienten des Wärme- und Stoffaustausches nicht deutlich zum Ausdruck (die Versuche umfassen ziemlich breite Veränderungsbereiche für  $Re_K$ , ungefähr von 85 bis zu 1500, wobei als Bestimmungsgröße der hydraulische Durchmesser des Films genommen wurde). Wenn also die Größe  $Re_K$  auch in diesen Fällen, die durch eine geringe Intensität der transversalen Stoffströmung charakterisiert werden, Einfluß auf die Bedingungen des Wärme- und Stoffaustausches hat, ist dieser Einfluß offensichtlich nicht groß und liegt im Genauigkeitsbereich der vorliegenden experimentellen Werte. In welchem Masse sich das auf die von uns oben betrachteten Bedingungen bezieht, müssen die entsprechenden experimentellen Arbeiten beweisen. Es ist nicht ausgeschlossen, daß sie die Einführung ergänzender Parameter erforderlich machen, die die Grenzbedingungen an der Oberfläche der Phasentrennung zum Ausdruck bringen, sowie sie natürlich in einer Reihe von Fällen die Einführung anderer ergänzender Parameter erfordern und andere von uns oben nicht berücksichtigte Besonderheiten der Be-

dingungen für den Ablauf des Prozesses zeigen können. Insbesondere erinnern wir daran, daß die Gleichungen (6) und (13) die Möglichkeit voraussetzen, bei gemeinsam verlaufendem Wärme- und Stoffaustausch die Stoffübertragung im Dampf-Gas-Mittel infolge der Thermodiffusion unberücksichtigt zu lassen.

<sup>1</sup> Die Bemerkung, daß in der Arbeit von Ackerman der Einfluß der zusätzlichen konvektiven Dampfströmung auf die Wärmeübertragung nicht berücksichtigt wird (s. D.A. Frank-Kameneckij: Diffuzija i teploperedatca v chimičeskoj kinetike, izd. AN SSSR, 1947, str. 304) entspricht nicht der Wirklichkeit.

<sup>2</sup> Kolborn schlug bekanntlicherweise auch eine theoretische Formel für  $\beta_p$  vor, aber bei ihrer Herleitung unterliefen ihm wesentliche Fehler (s. [L. 4]).

Anmerkung des Übersetzers:

Die römischen Ziffern in ( ) wurden zur Kenntlichmachung der im russischen Original zitierten und vom Übersetzer nicht übertragenen Formeln eingeführt.

24. I 68 Hesse

L I T E R A T U R

1. Nusselt, V.: Perenos tepla, difuzija i isparenje (Wärme-Übertragung, Diffusion und Verdampfung). Z. angew. Math. u. Mech. (1930), Nr 2, S. 105.
2. Berman, L.D.: Gradirni. Gosenergoizdat, 1941. str. 25.
3. Ackerman, G.: Perenos tepla i molekularnyj perenos veščestva v obšcem pole pri bol'sich raznostjach temperatur i parcial'nyh davlenij. VDI-Forschungsheft Nr 382, 1937, S. 1.
4. Berman, L.D.: Teplo- i massootdaca pri kondensaciji para v prisutstvii nekondensirajuščichsja gazov. Izvestija VTI (1947) Nr 8, S. 11.
5. Mazjukevič, I.V.: Issledovanie teploobmena pri kondensaciji parov nekotorych choolodil'nyh agentov. Sbornik "Voprosy teploobmena pri izmenenii agregatnogo sostojanija veščestva", Gosenergoizdat, 1955. str. 56.
6. Polonskaja, F.N.: Teplo- i massoobmen v period postojannoj skorosti suski. Žurnal tehničeskoj fiziki (1953), Nr 5, str. 802.
7. Berman, L.D.: Isparenje i teplootdaca c poverchnosti dvizuščejsja vodjanoj plenki. Žurnal tehničeskoj fiziki (1939) Nr 2, str. 148.
8. Parsli, E., M. Holstad u. a.: Charakteristiki rešetčatoj nasadki s kapel'nyh slivom dija bašen. Chem. Engng Progr. (1950) Nr 1, S. 17.
9. Semenov, P.A., Ja.V. Svarčestejn: Absorber s plosko-paralel'noj nasadkoj. Šimičeskaja pronyšlennost' (1953), Nr 7, str. 26.

а только лишь с более эффективной работой гравитационного сепаратора ШМ, обеспечивающего выдачу более равномерной по составу пыли (с более высоким параметром полидисперсности  $n$ ) и позволяющего поэтому иметь достаточно экономичное сжигание пыли при очень высоких значениях  $R_{88}$  в ШМ.

Для достижения максимального снижения удельных расходов электроэнергии на разمول в БШМ последние должны работать при  $n > 1$  и соответственно повышенных значениях  $R_{88}$ , для чего необходимо коренное усовершенствование работы сепараторов этих мельниц, что также заметно поднимает их производительность.

Установившийся взгляд на БШМ, как на экономически менее эффективное мельничное устройство, по сравнению, например, с ШМ потребует, таким образом, серьезного пересмотра.

5. В промышленных мельницах пропорциональность между обрабатываемой поверхностью и затратой энергии не всегда соблюдается, что указывает на непостоянство к. п. д. процесса размола. Поэтому закон Риттинера о пропорциональности обрабатываемой поверхности затрачиваемой энергии является частным случаем в практике размольных устройств.

6. Установленная закономерность изменения показателя экономичности размола от параметра полидисперсности  $n$  для основных типов мельниц позволяет производить определение коэффициента размолотоспособности по обрабатываемой поверхности пыли (по методу МЭИ) в промышленных условиях с учетом изменения к. п. д. мельничных устройств.

То же относится к расчетам производительности мельниц по методу МЭИ, в которых оценка

дисперсности пыли производится по обрабатываемой поверхности и учитывается соотношение к. п. д. размольных устройств.

7. Для экспериментального доказательства выдвинутого в настоящей работе объяснения изменения к. п. д. процесса размола в зависимости от коэффициента полидисперсности пыли необходимо поставить точный физический эксперимент по определению удельной затраты энергии на измельчение угля методами удара, раздавливания и перетирания. Это может иметь свое практическое значение при построении методики расчета мельничных устройств и при конструировании самих мельниц.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. П. Ковалев, Я. А. Каган, К. Ф. Жигач. Коэффициент размолотоспособности топлива. «Электрические станции» № 8, 1953.
2. В. П. Ромадии. Пылеприготовление. Госэнергоиздат, 1953.
3. П. А. Ребиндер, Л. А. Шрейнер, К. Ф. Жигач. Повышение твердости в бурении. Изд. АН СССР, 1944.
4. П. А. Ребиндер. Абсорбционные слои и их влияние на свойства дисперсных систем. Изд. АН СССР. Отделение математ. и ест. наук, Серия химическая № 5, 1936.
5. А. Н. Лебедев. Пылеприготовление на электростанциях. Госэнергоиздат, 1949.
6. П. Г. Сальков. О книге Н. В. Соколова «Сопротивляемость углей размолу». «Известия ВТИ» № 2, 1952.
7. А. П. Ковалев, Я. А. Каган. Поверхность пыли в технике пылеприготовления. МЭИ, 1954.
8. Н. В. Соколов. Сопротивляемость углей размолу. Госэнергоиздат, 1951.
9. Повышение производительности барабанно-шаровых мельниц. Сборник работ ВТИ под ред. Н. Л. Оянина. Госэнергоиздат, 1947.
10. М. Л. Кисельгоф. Исследование пневматических системы ВТИ на подмосковном угле. «Известия ВТИ» № 1, 1946.

## ОБОБЩЕНИЕ ОПЫТНЫХ ДАННЫХ ПО ТЕПЛО- И МАССООБМЕНУ МЕЖДУ ЖИДКОСТЬЮ И ПАРОГАЗОВОЙ СМЕСЬЮ

Доктор техн. наук Л. Д. БЕРМАН

Всесоюзный теплотехнический институт

Рассматривается вопрос о дополнительных параметрах, которые должны быть введены в критериальные уравнения для тепло- и массообмена при интенсивном поперечном потоке вещества.

Во многих теплообменных аппаратах, предназначенных для конденсации пара, находящегося в смеси с неконденсирующимися газами, испарительного охлаждения воды или других жидкостей, охлаждения дымовых газов, увлажнения или подсушивания воздуха, сушки твердых материалов и т. д., жидкость, поступающая в аппарат извне, содержащаяся в материале или представляющая собой конденсат, образующийся на поверхности охлаждения, непосредственно соприкасается с парогазовой смесью. В таких аппаратах теплообмен между жидкостью и парогазовой смесью протекает одновременно с массообменом, т. е. с переносом вещества (пара) к поверхности или, наоборот, от этой поверхности в зависимости от

того, происходит ли при этом конденсация содержащегося в парогазовой смеси пара или испарение жидкости.

Наличие в указанных случаях наряду с основным потоком парогазовой смеси, направленным обычно вдоль поверхности жидкости, также поперечного потока пара, направленного по нормали к поверхности, может при значительной интенсивности последнего существенно отражаться на условиях, а следовательно, и интенсивности теплообмена. Хотя эта и другие особенности рабочего процесса рассматриваемых аппаратов отмечались в литературе уже почти 25 лет назад, ни удовлетворительного аналитического решения задачи о тепло- и массообмене в этих условиях, ни достаточно разработанной методики обобщения

соответствующих опытных данных мы пока не имеем, что сильно затруднит практическое использование результатов экспериментальных исследований. Имеющиеся же в ряде работ попытки представления результатов в форме критериальных уравнений большей частью, вследствие их недостаточной обоснованности, создают лишь ложное представление о возможных пределах применения предлагаемых авторами этих работ «обобщенных» зависимостей.

Строгое аналитическое решение задачи наталкивается на значительные математические трудности: Поэтому для обеспечения возможности более широкого и правильного использования результатов довольно сложных и трудоемких экспериментальных работ в этой области необходимо создать достаточно обоснованную методику обработки опытных данных, как это уже достигнуто в ряде других областей тепло- и массообмена. Способствовать этому является целью настоящей статьи, не претендующей на полное решение этой сложной задачи.

#### ОСОБЕННОСТИ РАССМАТРИВАЕМЫХ УСЛОВИЙ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

При некоторых условиях (в основном при малых разностях температур и парциальных давлений пара) для совместно протекающих процессов тепло- и массообмена могут быть с достаточной для практических целей точностью использованы критериальные уравнения, полученные для отдельных процессов. Например, при вынужденном движении парогазовой среды применяются уравнения

$$Nu = f(Re, Pr); \quad (1)$$

$$Nu_D = f(Re, Pr_D). \quad (2)$$

Критерии, входящие в уравнение (1), являются критериями, обычно применяемыми в формулах теплопередачи; в уравнении (2):

$$Nu_D = \frac{h_p D_p}{D_p}; \quad Pr_D = \frac{\nu}{D_p R_p T}.$$

где  $h_p$  — коэффициент массоотдачи, отнесенный к разности парциальных давлений пара;  $l$  — характерный (определяющий) размер;  $D_p$  — коэффициент диффузии для пара, отнесенный к градиенту парциального давления;

$\nu$  — коэффициент кинематической вязкости;  $R_p$  — газовая постоянная для пара;  $T$  — абсолютная температура среды.

Физические константы, за исключением  $D_p$  и  $R_p$ , в случае двухкомпонентной движущейся среды (смеси пара и газа) относятся к смеси.

Уравнение (2) не является вполне строгим ни для «раздельного» процесса массообмена между жидкостью и парогазовой или двухкомпонентной газовой средой, т. е. для массообмена, не сопро-

вождающегося теплообменом (например, абсорбция или десорбция одного из двух газов, составляющих смесь, омывающую поверхность жидкости), ни для случая прелобрежнего матого влияния теплообмена на массообмен (испарение жидкости или конденсация пара из парогазовой смеси при относительно малой разности температур или малом значении термодиффузионного отношения). Уравнение (2) не учитывает, во-первых, того, что при наличии поверхности жидкости, непроницаемой для газа, возникает дополнительный конвективный поперечный поток парогазовой смеси, увеличивающий поперечный поток пара сравнительно со случаем только молекулярного его переноса, и, во-вторых, влияния суммарного поперечного потока пара на распределение продольных скоростей парогазовой среды и парциальных давлений пара. Ни тем, ни другим нельзя, однако, пренебрегать при значительной интенсивности поперечного потока вещества, которую мы имеем в виду в настоящей статье, и уравнение (2) требует в этом случае введения дополнительных критериев подобия.

Указанное выше влияние поперечного потока вещества на теплоотдачу при совместном протекании тепло- и массообмена обусловливается как отмеченным уже изменением гидродинамических условий, так и тем, что перенос вещества в направлении нормали к поверхности жидкости вызывает дополнительный перенос тепла в этом направлении. Поэтому при значительной интенсивности поперечного потока вещества нуждается в соответствующих дополнениях и уравнение (1).

Попытку оценить изменения коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta_p$ , вызываемые особенностями тепло- и массообмена в рассматриваемых случаях, сделал в 1930 г. Нуссельт [Л. 1]. Но, как нам уже приходилось указывать [Л. 2], он учел при этом только влияние дополнительного конвективного потока пара, обусловленного непроницаемостью поверхности жидкости для газа, опустив влияние основного диффузионного потока пара на перенос тепла, и не принял во внимание изменения полей скорости, парциального давления пара и температуры, вызываемого значительным поперечным потоком вещества.

Аккерман [Л. 3] в предложенном им аналитическом решении попытался учесть влияние всех отмеченных выше факторов. С целью обойти возникающие при этом трудности он принял, что как изменение продольных скоростей основного потока, так и перенос вещества и тепла происходит лишь в ламинарном пограничном слое парогазовой среды, причем толщина гидродинамического, диффузионного и теплового пограничных слоев одинакова. Такие упрощающие предположения могут, однако, вести к погрешностям, соизмери-

<sup>1</sup> Имеемсья в литературе указания, что в работе Аккермана якобы не учтено влияние дополнительного конвективного потока пара на перенос тепла (см. Д. А. Фрэнк-Камменецкий, Диффузия и теплопередача в вязкой среде, изд. АН СССР, 1947, стр. 304), но соответствует действительности.

мым с теми, к которым приводит полное пренебрежение изменением полей скорости, парциального давления пара и температуры, вызываемым поперечным потоком вещества.

В работе ВТИ [1, 4] была приведена формула для  $\beta_n$ , полученная нами для условий внутренней задачи на основе гидродинамической теории обмена. Эта формула выведена для условий, несколько более приближающихся к действительным, чем принятые в работах других авторов. Однако она все же не может рассматриваться как расчетная, тем более что непосредственное использование этой и подобных ей формул для практических целей сильно затрудняется необходимостью оценки значений скорости среды и парциального давления пара на границе пограничного слоя и турбулентного ядра течения (или промежуточного слоя). Поэтому здесь мы ограничиваем свою задачу только выявлением дополнительных параметров, которые должны быть введены в критериальные уравнения для рассматриваемых случаев тепло- и массообмена.

#### ВЛИЯНИЕ ПОПЕРЕЧНОГО ПОТОКА ВЕЩЕСТВА НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ

Выделим в ламинарном подслое одномерного потока парогазовой среды элементарный параллелепипед, имеющий в направлении нормали к поверхности жидкости размер  $dn$ . Продольную скорость среды на расстоянии  $l$  от поверхности жидкости обозначим  $w$ , скорость поперечного потока пара —  $w_n$ , удельный вес пара —  $\gamma_n$  и градиент давления в направлении движения смеси —  $\frac{dp}{dx}$ .

При наличии поперечного потока вещества разность касательных напряжений на гранях элементарного параллелепипеда, расположенных параллельно поверхности жидкости и имеющих площадь  $dF$ , т. е. вязкостная сила  $\mu \frac{d^2 w}{dn^2} \cdot dn \cdot dF$ , должна уравновешиваться (если пренебречь силой тяжести) силой давления  $\frac{dp}{dx} \cdot dn \cdot dF$  и вынужденной силой, обусловленной изменением количества движения поперечного потока на величину  $\frac{w_n \gamma_n}{g} \cdot \frac{dw}{dn} \cdot dn \cdot dF$ , где  $g$  — ускорение силы тяжести. Отсюда имеем при равномерном движении следующее условие равновесия:

$$\mu \frac{d^2 w}{dn^2} \cdot \frac{dp}{dx} - \frac{w_n \gamma_n}{g} \frac{dw}{dn} = 0. \quad (3)$$

Уравнение (3) отличается от обычного уравнения движения однородной вязкой среды (Навье-Стокса) дополнительным членом, в котором множитель при  $\frac{dw}{dn}$  представляет собой произведение плотности пара на его скорость в направлении  $l$ , а не плотности среды (в данном случае парогазовой смеси), на составляющую ее

скорости в указанном направлении, тогда как  $\mu$  и в этом случае представляет собой коэффициент динамической вязкости среды (смеси).

Из уравнения (3) получаем дополнительный параметр:

$$\Pi_w = \frac{w_n \gamma_n l}{\mu g}. \quad (4)$$

Так как  $w_n \gamma_n$  представляет собой удельный поток вещества  $g_n$ , который может быть выражен так же как

$$g_n = w_n \gamma_n = \beta_p \Delta p_n,$$

то

$$\Pi_w = \frac{g_n l}{\mu g} = \frac{\beta_p l \Delta p_n}{\mu g} = \frac{Nu_D}{Pr_D} \cdot \frac{\Delta p_n}{p_{cm}} \cdot \frac{M_n}{M_{cm}}, \quad (4a)$$

где  $\Delta p_n$  — абсолютная величина разности парциальных давлений пара у поверхности жидкости  $p_{n,ж}$  и в основной массе парогазовой смеси  $p_{n,см}$ ;

$p_{cm}$  — общее давление парогазовой смеси;  $M_n$  и  $M_{cm}$  — молекулярные веса пара и смеси.

Критерий  $\Pi_w$ , учитывающий влияние поперечного потока вещества на гидродинамические условия, является для рассматриваемых случаев массообмена дополнительным к критерию  $Re$ .

#### КРИТЕРИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ МАССООТДАЧИ

Поперечный поток пара в ламинарном подслое можно представить как сумму диффузионного потока и дополнительного конвективного потока, обусловленного непроницаемостью поверхности жидкости для газа:

$$g_n = -D_p \frac{dp_n}{dn} + w_n \gamma_n = -D_p \cdot \frac{p_{cm} - p_n}{p_{cm} - p_n} \cdot \frac{dp_n}{dn}, \quad (5)$$

где скорость дополнительного конвективного потока пара

$$w_n = -\frac{D_p}{\gamma_n} \cdot \frac{p_n}{p_{cm} - p_n} \cdot \frac{dp_n}{dn};$$

$p_n$  — текущее значение парциального давления пара.

Так как при стационарном процессе  $g_n = \text{const}$ , то  $\frac{dg_n}{dn} = 0$ . Произведя дифференцирование уравнения (5), получаем следующее уравнение распространения вещества в направлении  $l$ :

$$D_p \cdot \frac{d^2 p_n}{dn^2} - \frac{w_n \gamma_n}{p_{cm}} \cdot \frac{dp_n}{dn} = 0. \quad (6)$$

Оно отличается от обычного уравнения распространения вещества в движущейся среде тем, что множителем при  $\frac{dp_n}{dn}$  является не скорость среды (смеси) в направлении  $l$ , а комплекс

$$\frac{w_n \gamma_n}{p_{cm}} = \frac{g_n}{p_{cm}}.$$

Уравнение (6) позволяет получить параметр

$$\Pi_D = \frac{\beta_p l \cdot \Delta p_n}{D_p \rho_{c,m}} = \beta_p l \cdot \frac{\Delta p_n}{D_p \rho_{c,m}} = Nu_D \cdot \frac{\Delta p_n}{\rho_{c,m}} \quad (7)$$

Из (4а) и (7) следует, что критериальное уравнение типа (2) для массоотдачи должно содержать и рассматриваемое нами случае два дополнительных критерия, которые после преобразования полученных выше комплексов с целью их упрощения могут быть представлены следующим образом:

$$\Pi_k = \frac{\Pi_D}{Nu_D} = \frac{\Delta p_n}{\rho_{c,m}} \quad \text{и} \quad \Pi_\kappa = \frac{\Pi_c Pr_D}{\Pi_D} = \frac{M_n}{M_{c,m}} = \frac{R_{c,m}}{R_n}$$

Первый из них учитывает влияние поперечного потока вещества, второй — состава парогазовой смеси, хотя следует иметь в виду, что качественный и количественный состав смеси отражается также на значениях физических констант, входящих в другие комплексы (критерии).

Таким образом, при вынужденном движении парогазовой среды

$$Nu_D = \Phi(Re, Pr_D, \Pi_\kappa, \Pi_\kappa) \quad (8)$$

Поскольку же и в (4а) и в (7) критерии  $Nu_D$  и  $\Pi_\kappa$  входят не отдельно, а в виде произведения  $Nu_D \cdot \Pi_\kappa = \Pi_D$ , критериальное уравнение можно написать и в следующей форме:

$$\Pi_D = \Phi(Re, Pr_D, \frac{M_n}{M_{c,m}}) \quad (9)$$

откуда

$$Nu_D = \Pi_\kappa^{-1} \cdot \Phi(Re, Pr_D, \frac{M_n}{M_{c,m}}) \quad (9a)$$

Формула для  $\beta_p$ , предложенная в упоминавшейся работе ВТИ [Л. 4], если ее привести к безразмерному виду и принять, что отношение скорости на границе ламинарного пограничного слоя к средней скорости парогазовой смеси, а также отношения парциальных давлений газа на границе ламинарного пограничного слоя и в основной массе смеси к парциальному давлению у поверхности жидкости являются функциями  $Re$ ,  $\Pi_\kappa$  и  $\Pi_D$ , может быть приведена к уравнению вида (8). Из этого, в частности, видно, что при принятых допущениях граничные условия не требуют введения дополнительных критериев.

Для случая свободного движения парогазовой среды критерий  $Re$  должен быть заменен в полученных уравнениях критерием Архимеда  $Ar$ , т. е.

$$Nu_D = \Phi(Ar, Pr_D, \Pi_\kappa, \Pi_\kappa) \quad (10)$$

или

$$\Pi_D = \Phi(Ar, Pr_D, \frac{M_n}{M_{c,m}}) \quad (11)$$

и

$$Nu_D = \Pi_\kappa^{-1} \cdot \Phi(Ar, Pr_D, \frac{M_n}{M_{c,m}}) \quad (11a)$$

где

$$Ar = \frac{g \beta_p \cdot \frac{\gamma_{c,m} - \gamma_{c,n}}{\gamma_{c,m}}}{\nu^2}$$

Здесь  $\gamma_{c,n}$  и  $\gamma_{c,m}$  — удельные веса парогазовой смеси у поверхности жидкости и в основной массе.

Для отношения молекулярных весов пара и смеси имеем:

$$\frac{M_n}{M_{c,m}} = 1 - \varepsilon_1 \left( 1 - \frac{M_n}{M_c} \right) = \varepsilon_n + (1 - \varepsilon_n) \frac{M_n}{M_c}$$

где  $M_c$  — молекулярный вес содержащегося в смеси газа;

$\varepsilon_n$ ,  $\varepsilon_1$  — весовые содержания пара и газа в смеси.

Отсюда видно, что при заданных компонентах смеси (т. е.  $\frac{M_n}{M_c} = \text{const}$ ) можно в уравнениях (8)

и (11) заменить симплекс  $\frac{M_n}{M_{c,m}}$  через  $\varepsilon_1$  или  $\varepsilon_n$ .

Если представить уравнение (9а) в виде степенной зависимости

$$Nu_D = b \cdot \Pi_\kappa^{-1} \cdot Re^m \cdot Pr_D^n \left( \frac{M_n}{M_{c,m}} \right)^s \quad (9б)$$

то, раскрыв значения критериев, можем получить:

$$\beta_p = \frac{b \cdot D^{1-n} \rho_{c,m} \omega^m \left( \frac{M_n}{M_{c,m}} \right)^s}{l^{1-m} \nu^{m-n} \Delta p_n (R_n \Gamma)^n} \quad (9в)$$

где  $\omega$  — средняя скорость парогазовой среды;  $b$ ,  $m$ ,  $n$ ,  $s$  — постоянные.

Сопоставление формулы (9а) с рассматривавшейся уже ранее в работе ВТИ [Л. 4] эмпирической формулой для коэффициента массоотдачи  $\beta_p$  при конденсации пара из движущейся парогазовой смеси, предложенной Колборном<sup>2</sup>, показывает неполноту последней. Уравнение (10) позволяет установить, что недостаточно полно является и формула для  $\beta_p$  при конденсации пара и свободном движении смеси, предложенная Лангеном, что могло служить наряду с экспериментальными и расчетными погрешностями при определении значений  $\beta_p$  одной из причин очень большого разброса опытных точек относительно осредняющей кривой, описываемой этой формулой.

В опубликованной недавно работе И. В. Мажожича [Л. 5], исследовавшего конденсацию пара, находящегося в смеси с неконденсирующимся газом, на вертикальной трубе, опытные данные по массоотдаче представлены в форме зависимости

$$Nu_D = 0,0158 \left( Ar \cdot Pr_D \cdot \frac{MW}{mw} \cdot Re_\kappa \cdot \frac{\nu_{c,m}}{\nu_c} \right)^{0,31}$$

где  $\frac{MW}{mw}$  — отношение количества движения переносимого пара к количеству движения полного потока газа;

<sup>2</sup> Колборн предложил, как известно, также теоретическую формулу для  $\beta_p$ , но допустил при ее выводе существенные ошибки (см. [Л. 4]).

$Re_k$  — критерий Рейнольдса для конденсатной пленки;

$\nu_k, \nu_{k,м}$  — коэффициенты кинематической вязкости конденсата и парогазовой смеси.

Выбор определяющих критериев, включенных в эту формулу, нельзя признать достаточно мотивированным, и она вызывает возражения даже в части принятого истолкования и определения входящего в нее критерия  $Ar$ . Автор рассматриваемой работы, исходя из неправильного представления о механизме процесса (расслоение смеси вследствие различных удельных весов пара и газа), ввел в критерий  $Ar$  вместо разности удельных весов парогазовой смеси в двух различных точках разность удельных весов компонентов смеси, вследствие чего неправильно учел влияние свободного движения с м с н. Не получило в приведенной формуле правильного отражения и влияние поперечного потока вещества. Как мы видели, уравнение движения, выражающее баланс количества движения, не дает критерия  $\frac{M V}{\mu k}$ , тем более включающего в себя количество движения г а з а, движущегося якобы в направлении, противоположном направлению движения основной массы пара. Наконец, влияние механического взаимодействия между стекающей по поверхности трубы пленкой конденсата и движущейся парогазовой смесью, для учета которого автор работы ввел в уравнение параметры  $Rc_k$  и  $\frac{\rho_{г,м}}{\rho_k}$ , повидимому,

преувеличено им, да к тому же соответствующие граничные условия не приводят только к произведению этих двух параметров. Поэтому независимо от других замечаний, которые могут быть сделаны по данной работе, приведенную выше формулу нельзя рассматривать как сколько-нибудь надежно обобщающую полученные в ней опытные данные по массообмену при конденсации пара на вертикальной трубе. Об этом свидетельствует также то, что опытные точки ложатся относительно кривой, описываемой этой формулой, со средним разбросом  $\pm 106\%$  и с выпадением отдельных точек до 300% и более. Столь значительный разброс опытных точек вызван, конечно, различными причинами, среди которых существенной является неправильный выбор определяющих критериев.

В другой работе для учета влияния поперечного потока вещества в критериальное уравнение для массоотдачи при конденсации пара, содержащего примесь воздуха, введен параметр  $\rho_{г,м}/\rho_{г,ж}$ . Однако это не может быть достаточным, так как  $\rho_{г,м}/\rho_{г,ж} \rightarrow 1$  при  $\epsilon_g \rightarrow 0$ , и уравнение, не содержащее в данном случае ни  $\Pi_g$ , ни  $\epsilon_g$ , не может отразить того факта, что  $\beta_p \rightarrow \infty$  при  $\epsilon_g \rightarrow 0$ .

Надо указать еще на следующее обстоятельство. К полученным выше параметрам  $\Pi_g$  и  $\Pi_m$  можно было бы прийти и другим путем — исходя

из рассмотрения условий однозначности. Но полученные результаты интересны не только тем, что они позволили установить эти два дополнительных параметра для рассматриваемых условий массообмена, но и тем, что они привели при принятых допущениях к уравнениям, не включающим в себя раздельно параметров  $Nu_D$  и  $\Pi_g$ , а содержащим только их произведение  $\Pi_g \cdot Nu_D = \Pi_D$ . Если подтвердится для определенных условий возможность описания опытных данных с помощью таких уравнений, т. е. сохранится показатель степени (-1) при  $\Pi_g$  в уравнениях типа (9а) и (11а), это облегчит и сделает более надежным установление опытной зависимости для коэффициента массоотдачи при конденсации пара из парогазовой смеси. Положение осложняется, если для каких-либо условий понадобится раздельный учет  $Nu_D$  и  $\Pi_g$ .

Дело в том, что определение параметров парогазовой смеси у поверхности конденсатной пленки, которые нужно знать для подсчета  $\beta_p$  или  $Nu_D$ , связано с большими экспериментальными трудностями, а приближенное определение этих параметров расчетным путем, как это обычно делается до сих пор, неизбежно вносит значительную погрешность в конечный результат. В отличие от этого точность подсчета критерия  $\Pi_D$  мало зависит от точности определения указанных параметров.

Если принять для коэффициента диффузии обычное соотношение

$$D_p = \frac{D_{p(0)}}{\rho_{г,м}} \left( \frac{T}{273} \right)^k,$$

то критерий  $\Pi_D$  может быть представлен в следующем виде:

$$\Pi_D = \frac{\epsilon_n l}{D_p \rho_{г,м}} = \frac{\epsilon_n l}{D_{p(0)} \rho_{г,м}} \left( \frac{T}{273} \right)^k,$$

где  $D_{p(0)}$  — коэффициент диффузии для пара при давлении смеси 1 атм и температуре 0°C;

$k$  — постоянная, составляющая  $0,5 \pm 0,8$ .

Отсюда видно, что ошибка в определении состояния парогазовой смеси у поверхности жидкости может сказаться на значении  $\Pi_D$  только в той мере, в какой это скажется на величине  $T^k$ , где в данном случае  $T$  — средняя абсолютная температура парогазовой смеси в пограничном слое.

#### КРИТЕРИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ТЕПЛОТДАЧИ

Учитывая дополнительный перенос тепла по направлению нормали  $n$ , обусловленный наличием поперечного потока вещества, можем написать для удельного потока тепла в ламинарном подслое:

$$q = -\lambda \frac{dt}{dn} + \omega_n \gamma_n c_p t, \quad (12)$$

где  $c_p$  — теплоемкость пара.



для стационарного процесса  $q = \text{const}$  и

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} = 0.$$

Соответственно получаем с помощью (12)

$$\frac{1}{1 + \beta} \cdot \frac{d\theta}{dx} - \omega_n \frac{d\theta}{dx} = 0. \quad (13)$$

Помимо того, что здесь  $\omega_n$  — не скорость среды (смеси), а скорость пара в направлении  $x$ , уравнение (13) отличается от обычного уравнения распространения тепла еще тем, что в нем  $\lambda$  относится к смеси, а  $T_n$  и  $c_p$  — к пару, вследствие чего  $\frac{\lambda}{1 + \beta}$  не является коэффициентом температуропроводности среды.

Из уравнения (13) получаем параметр

$$\Pi_1 = \frac{g_n c_p l}{\lambda} = \Pi_D \frac{M_n}{M_{cn}} \frac{Pr}{Pr_D} = \Pi_{\theta} \cdot Pr. \quad (14)$$

Принимая во внимание (4а), приходим к выводу, что критериальное уравнение для теплообмена, протекающего одновременно с массообменом при вынужденном движении парогазовой среды, должно иметь вид:

$$Nu = \Phi(Re, Pr, \Pi_{\theta}), \quad (15)$$

или в более общей форме:

$$Nu = \Phi(Re, Pr, Pr_D, \Pi_{\theta}, \frac{M_n}{M_{cn}}). \quad (16)$$

Для случая свободного движения имеем соответственно:

$$Nu = \Phi(Gr, Pr, \Pi_{\theta}), \quad (17)$$

или

$$Nu = \Phi(Gr, Pr, Pr_D, \Pi_{\theta}, \frac{M_n}{M_{cn}}). \quad (18)$$

Сказанное выше при рассмотрении массообмена о возможности в случае заданных компонентов смеси заменить  $\frac{M_n}{M_{cn}}$  через  $\epsilon$ , или  $\epsilon_n$  относится и к данному случаю.

Для адиабатического режима испарения жидкости, т. е. для режима, при котором испарение происходит только за счет тепла, воспринимаемого жидкостью от влажного газа, а температура жидкости остается неизменной, критериальные уравнения для теплообмена приобретают более простой вид.

Для указанного режима имеем:

$$\epsilon_n = \beta \cdot Ar_{\theta} = \frac{g_n \Delta t}{T_c},$$

где  $\Delta t$  — разность температур парогазовой среды и поверхности жидкости.

Подставляя это значение  $\epsilon_n$  в (4а) и (14), имеем:

$$\Pi_1 = \frac{g_n l}{\lambda} = \frac{g_n \Delta t}{\lambda T_c} = \frac{Nu}{Ar_{\theta}}. \quad (19)$$

$$\Pi_1 = \frac{g_n l}{\lambda} = \frac{g_n c_p \Delta t}{\lambda} = \frac{Nu}{K}, \quad (14б)$$

где  $K = \frac{\lambda}{c_p \rho}$ .

Как видно, в этом случае в критериальное уравнение должен быть добавлен только полученный в свое время С. С. Кутателадзе для теплообмена при изменении агрегатного состояния вещества критерий  $K$ . Соответственно получаем для адиабатического испарения жидкости при вынужденном движении парогазовой среды:

$$Nu = \Phi(Re, Pr, K) \quad (19)$$

и при свободном движении среды

$$Nu = \Phi(Gr, Pr, K). \quad (20)$$

В уравнения (17), (18) и (20) нельзя вводить, как это принято в случае отдельно протекающего теплообмена, критерий  $Gr = \beta \frac{g_n^2 \Delta t}{\nu^2}$  вместо  $Ar$ , так как разность плотностей среды определяется в рассматриваемом случае не только разностью ее температур, но и неодинаковым составом парогазовой смеси в разных точках объема.

В выполненных недавно работах Ф. М. Полоской [Л. 6] в некоторых других авторах для учета влияния массообмена на теплообмен при адиабатическом режиме испарения в критериальное уравнение введен параметр  $\frac{T_c - T_n}{T_c} = \frac{\Delta t}{T_c}$ , где  $T_c$  — температура основной массы парогазовой среды и  $T_n$  — температура поверхностей жидкости (или мокрого термометра) и, например, для интенсивности теплообмена при вынужденном движении среды принято выражение

$$Nu = A \cdot Re^m \left( \frac{\Delta t}{T_c} \right)^n.$$

где  $A$ ,  $m$  и  $n$  — постоянные.

Параметры  $\frac{Pr}{Pr_D}$  или  $\frac{\Delta t}{T_c}$  были предложены насколько нам известно, для другой цели, а именно для учета влияния состояния парогазовой среды, взаимодействующей с твердой (жидкой) поверхностью дополнительной параметр, представляющий собой отношение температур среды в ядре потока и у стенки, но он использован в названных работах более широко. В действительности же этот параметр не может рассматриваться как критерий подобия, учитывающий влияние поперечного потока вещества на теплообмен, так как, помимо за основу величины, характеризующие условия теплообмена ( $T_c$ ,  $T_n$  и  $\Delta t$ ), нельзя правильно учесть интенсивность поперечного потока вещества и связанный с ним дополнительный перенос тепла, не введя таких физических констант, как теплоота парообразования  $r$  и теплоемкость пара  $c_p$ . Поэтому параметр  $\frac{\Delta t}{T_c}$  не может заменить в уравнениях (19) и (20) критерия  $K$ .

Из предыдущего видно также, что для разоб- ранных случаев теплообмена при изменении агре- гатного состояния вещества введение в число определяющих критериев дополнительно к  $Re$  (или  $Ar$ ) и  $Pr$  критерия  $K$  оказывается достаточным лишь при условии, что полное количество тепла, переносимого в рассматриваемой фазе, равно теп- лоте изменения фазового состояния (конденсация, парообразования), или иначе говоря, при условии, что количество переносимого тепла однозначно определяет и количество вещества, переходящего из одного агрегатного состояния в другое. Этому условию удовлетворяет случай переноса тепла в парогазовой среде при адиабатическом режиме испарения жидкости, а также, например, случай переноса тепла в жидкости (пленке конденсата) при пленочной конденсации чистого пара, если исходить в последнем случае из обычных допу- щений о равенстве температуры поверхности жидкости температуре пара и о возможности прене- бреть тепловой переохлаждения конденсата.

Когда указанное условие не удовлетворяется, анализ исходных уравнений приводит к другому параметру, в частности для испарительного ох- лаждения жидкости и неадиабатического режима охлаждения влажного газа — к параметру  $\Pi_{\omega}$ , представляющему собой более сложный комплекс. Введение критерия  $K$ , которое, конечно, возможно при соответствующем преобразовании  $\Pi_{\omega}$ , носило бы в этих случаях искусственный характер и по- явилось бы за собой необходимость увеличения общего числа критериев сверх отвечающего усло- вия данной задачи числа независимых безраз- мерных параметров.

#### ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Были рассмотрены дифференциальные уравнения (3), (6) и (13), выражающие соответ- ственно баланс количества движения, вещества и тепла, переносимых в ламинарном подслое па- рогазовой среды по направлению нормали  $l$  к поверхности жидкости в результате молеку- лярных процессов внутреннего трения, диффузии и теплопроводности, а также возникновения конвективного потока пара по направлению  $l$ . При этом мы почти не касались граничных условий и не рассматривали условия переноса количеств движения, вещества и тепла в турбулентной об- ласти.

Поскольку здесь идет речь о процессах, про- текающих в парогазовой среде, для которой зна- чения  $Pr$  и  $Pr_p$  обычно близки к единице и сравни- тельно мало различаются между собой, гранич- ные условия, заданные на границе ламинарного подслоя и турбулентной (или промежуточной) области, а также условия переноса в последней не должны, повидному, потребовать введения дополнительных критериев. При этом предпола- гается, конечно, стабилизированное турбулентное течение среды.

Что же касается граничных условий на по- верхности жидкости (влажного материала), то для

массо- и теплообмена они выражаются уравне- ниями (5) и (12), если соответственно подставить в них  $\xi_n = l_p$ ,  $\Delta p_n$  и  $q = a \cdot \Delta t_n$ ; а для градиентов парциального давления пара и температуры при- нять их значения при  $l = 0$ . Эти граничные усло- вия не дают дополнительных критериев. То же относится и к переносу количества движения, когда поверхность можно рассматривать как твер- дую. Остается пока недостаточно мысленным, насколько последнее допустимо для условий, когда жидкость стекает по твердой поверхности в виде тонкой пленки (пленочные аппараты или конденсаторы для пара, содержащего примесь неконденсирующихся газов). Движение жидкости со скоростью на ее поверхности  $w_{\omega}$  может быть учтено введенем в  $Re$  для парогазовой смеси не абсолютной ее скорости  $w$ , а скорости относи- тельно поверхности жидкости  $w_{\text{отн}} = w - w_{\omega}$  (знак выбирается здесь в зависимости от направ- ления движения парогазовой смеси). Но при этом остается еще открытым вопрос о влиянии свое- образного характера поверхности жидкой пленки.

Если обратиться к опытным данным по массо- обмену между парогазовой или двухкомпонент- ной газовой смесью и жидкой пленкой, стекаю- щей по внутренней поверхности вертикальной трубы или прямоугольного канала, при испарении [Л. 7] и абсорбции [Л. 8 и 9], то они не позволяют отчетливо обнаружить влияния на коэффициенты тепло- и массообмена расхода жидкости, т. е. чис- ла  $Re_{\omega}$  для жидкой пленки (опыты охватывают довольно широкие пределы изменения  $Re_{\omega}$  — при- мерно от 85 до 1500, где за определяющий раз- мер принят гидравлический диаметр пленки). По- этому если величина  $Re_{\omega}$  и влияет в указанных случаях, характеризующихся небольшой интен- сивностью поперечного потока вещества, на усло- вия тепло- и массообмена, то это влияние, по- видному, невелико и лежит в пределах точности имеющихся опытных данных. В какой мере это распространяется на рассмотренные нами выше условия, должны показать соответствующие экс- периментальные работы. Не исключено, что они могут обнаружить необходимость введения до- полнительных параметров, отражающих граничные условия на поверхности раздела фаз, так же как могут, конечно, в ряде случаев требовать введе- ния дополнительных параметров и другие, не учтенные нами выше особенности условий проте- кания процесса. В частности, напомним, что урав- нения (6) и (13) предполагают возможность прене- бречь при совместном протекании тепло- и массообмена переносом вещества в парогазовой среде в результате термодиффузии.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. Нуссельт. Перенос тепла, диффузия и испа- рение. *Z. angew. Math. u. Mech.* № 2, 1930, стр. 105.
2. Л. Д. Берман. Градиент. Госэнергоиздат, 1941, стр. 25.
3. Г. Аккерман. Перенос тепла и молекулярный перенос вещества в общем поле при больших разностях

температур и парциальных давлений. V. D. I. Forshugsheft № 382, 1937, стр. 1.

4. Л. Д. Берман. Тепло- и массообмена при конденсации пара в присутствии неконденсирующихся газов. «Известия ВТИ» № 8, 1947, стр. 11.

5. И. В. Мазюкевич. Исследование теплообмена при конденсации паров некоторых холодильных агентов. Сборник «Вопросы теплообмена при изменения агрегатного состояния веществ», Госэнергоиздат, 1953, стр. 56.

6. Ф. М. Полонская. Тепло- и массообмен в пе-

риод постоянной скорости сушки. «Журнал технической физики» № 5, 1953, стр. 802.

7. Л. Д. Берман. Испарение и теплоотдача с поверхности движущейся водяной пленки. «Журнал технической физики» № 2, 1939, стр. 148.

8. Л. Парсли, М. Молстад и др. Характеристики решетчатой насадки с капельным сливом для башен. Chem. Engng. Progr. № 1, 1950, стр. 17.

9. П. А. Семенов и Я. В. Шварцштейн. Абсорбер с плоско-параллельной насадкой. «Химическая промышленность» № 7, 1953, стр. 26.

## ОБ ОДНОМ ИЗ АРГУМЕНТОВ КРИТЕРИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА В ПРОЦЕССАХ ИСПАРЕНИЯ И СУШКИ

Доктор физ.-матем. наук, проф. А. А. ГУХМАН

Процесс теплообмена между движущейся средой и омываемым ею телом — очень не простой по самой своей физической природе — сильно усложняется вторичными явлениями, возникающими в тех случаях, когда среда одновременно выполняет роль теплоносителя и сушащего агента. В этих условиях взаимодействие между средой и телом принимает форму своеобразного комплексного процесса, соединяющего в себе два различных эффекта — тепло- и массообмен. Эффекты эти связаны друг с другом не только теми очевидными количественными соотношениями, которые находят свое выражение в уравнении теплового баланса. Связь между ними гораздо глубже и проявляется в перестройке самого механизма процесса.

Характерные для процессов испарения и сушки вторичные явления — выделение из тела парообразной фазы и распространение ее в глубь теплоносителя — должны существенным образом влиять на гидродинамические условия взаимодействия потока с телом. Поэтому было бы неправильно думать, что видоизменение механизма теплообмена при сушке сводится к простому наложению некоторых дополнительных эффектов на основной процесс, и соответственно строить количественные закономерности, типичные для этого процесса, по принципу суммирования тех или иных выражений, определяющих интенсивность взаимодействия. Какая бы то ни было аддитивность здесь исключена — перед нами особого рода сложный процесс, которому отвечают свои специфические закономерности.

Процесс теплообмена в условиях испарения или сушки, имеющий важное практическое значение и вместе с тем очень интересный в теоретическом отношении, уже длительное время привлекает внимание многочисленных исследователей.

Рассматривается вопрос об особенностях процесса теплообмена, осложненного массообменом. Предлагается особого рода параметрический критерий для характеристики свойств среды как сушащего агента.

Тем не менее пока мы еще далеки от возможности построения сколько-нибудь законченной общей теории процесса или метода аналитического расчета. Более то-

го, до сих пор не удалось даже прийти к такой системе исходных физических представлений, которая могла бы послужить надежной основой для разработки методами теории подобия достаточно полной совокупности полумпирических расчетных соотношений.

Таким образом, в настоящее время центр тяжести проблемы теплообмена, осложненного массообменом, лежит в углублении знаний о механизме процесса. Поэтому сейчас особо важное значение имеет тщательное и подробное изучение физических условий взаимодействия движущейся среды и тела (например, исследование детальной картины распределения температуры, скорости и концентрации). Только на этом пути окажется возможным создать серьезные предпосылки для построения практически полезной расчетной системы, а затем и строгой теории процесса.

Мы займемся рассмотрением частного вопроса, который возникает сразу же при попытке исследовать процесс теплообмена в условиях испарения и сушки методами теории подобия. Вопрос этот связан только с одной особенностью процесса, но имеет весьма специфическое содержание, в высшей степени характерное для рассматриваемой проблемы.

В условиях теплообмена, не осложненного выделением испаряющегося вещества, термические условия процесса отражаются на его интенсивности лишь в меру изменения физических констант теплоносителя с температурой. Самый факт изменности физических констант с температурой должен рассматриваться как источник неприятных осложнений. Однако практически, по крайней мере в случае газообразной среды (а только