21/31

Optika i spektroskopija
4 (1958) 6, S. 772-778

Volosov, D.S.: GRUNDLAGEN DER THEORIE THERMOOPTISCHER ABERRATIONEN

II. Thermooptische Aberration der Vergrößerung

Eine Theorie thermooptischer Aberration der Vergrößerung wird dargelegt, die die Änderung der linearen Bildgrößen bei einer Temperaturänderung bestimmt. Es werden allgemeine Bedingungen für die Temperatur-Unabhängigkeit eines optischen Systems aufgestellt, die bei seiner Berechnung erfüllt sein müssen.

1. THERMOOPTISCHE ABERRATION DER VERGRÖSSERUNG

In vielen Fällen einer genauen Photographie müssen die thermooptischen Aberrationen eines optischen Systems, die die Ursache für Temperaturänderungen der linearen Bildgrößen in einigen Ebenen, z.B. auf einer bestimmten Rezeptorfläche, sind, in Betracht gezogen werden. Diese Aberrationen können - wenn es nötig ist - beim Durchrechnungsprozeß des optischen Systems korrigiert werden.

Angenommen, die lineare Bildgröße sei bei einer Temperatur von 20^0, für die das optische System berechnet ist, auf der Rezeptorfläche L'_{20} beim Abbildungsmaßstab ⟨lineare Vergrößerung⟩ $\bar{\beta}_{20}$ des Systems.

Infolge der thermooptischen Aberration des Systems wird die Änderung der linearen Bildgröße auf der fixierten Rezeptorfläche bei Änderung der Temperatur von 20^0 auf t^0 durch folgende angenäherte[1] Formel (s. Zeichnung) ausgedrückt:

, (1)

---

1 Die Fehler gehen dabei nicht über die Größen zweiter Ordnung der kleinen Größen $\left(\frac{\Delta\rho'}{\rho'}\right)^2$ und $\left(\frac{\Delta\xi}{\rho'}\right)^2$ hinaus.

wobei l - die lineare Objektgröße ist; $\Delta\bar{\beta} = \bar{\beta}_t - \bar{\beta}_{20}$ - die durch eine Temperaturänderung ausgelöste Änderung des Abbildungsmaßstabes des optischen Systems; $\Delta\xi = \Delta s'_k - \Delta a$ - die Temperaturverlagerung der Bildebene hinsichtlich der Rezeptorfläche.

Die Formel (1) kann in der Form

(2)

dargestellt werden.

Von den thermooptischen Eigenschaften des optischen Systems hängt die in Formel (2) enthaltene Größe $\Delta\bar{\beta}/\bar{\beta}$ ab. Offensichtlich bestimmt diese Aberration die durch Temperaturänderung hervorgerufene Änderung der Bildgröße, wenn man annimmt, daß es im Objektraum keine Aberration gibt ($dl = 0$)

; (3)

dabei ist $dl' = l'_t - L'_{20}$ - die Änderung der linearen Bildgröße.

Wir bestimmen die Größe dieser Aberration, die zur nachfolgenden Auffindung der thermooptischen Aberration der Vergrößerung auf der Rezeptorfläche oder der zweiten thermooptischen Aberration nötig ist, aus der Formel (2).

Der Abbildungsmaßstab des optischen Systems wird in optisch gekoppelten Ebenen durch die bekannte Abhängigkeit

(4)

ausgedrückt, wobei n_1 und n'_k - jeweils der Brechungsindex des Mediums im Objektraum und im Bildraum ist.

Die logarithmische Ableitung der Formel (4) führt zu dem Ausdruck

. (5)

Die Differentiale in dieser Formel drücken die Änderungen der entsprechenden Größen bei einer Temperaturänderung des Systems aus.

Unter Berücksichtigung, daß beim Übergang von der (i - 1)-ten brechenden Fläche zur i-ten Fläche die Abhängigkeit

(6)

gilt, finden wir nach einigen Umformungen des Ausdrucks (5)

. (7)

In Anlehnung an Gleichung (6) erhalten wir

. (8)

Der Ausdruck für d_{i-1} kann in der Form

(9)

dargestellt werden, wobei h und y - die Ordinaten der Schnittpunkte der brechenden Flächen des Systems mit dem sogenannten e r s t e n und z w e i t e n paraxialen Strahl sind.

Mit J ist in Formel (9) die mit Hilfe der Helmholtz-Lagrangeschen Gleichung herleitbare Invariante bezeichnet

. (10)

Die Bezeichnungen der einzelnen Größen entspricht denjenigen in den Büchern von A.I. Tudorovskij [1], G.G. Sljusarev [2] und D.S. Volosov [3].

Aus den Beziehungen (8) und (9) folgt

. (11)

Dieser Ausdruck kann umgeformt werden zu:

. (12)

Anstelle der Gleichung (7) erhalten wir

. (13)

Unter Anwendung der Beziehung (10) und der Formel (2) aus dem ersten Aufsatz [4] kann man schreiben:

. (14)

Mit T_{II} bezeichnen wir die Summenformeln in den rechteckigen Klammern und haben

, (15)

wobei

. (16)

Wir nennen T_{II} - den thermooptischen Aberrationskoeffizienten der Vergrößerung oder den zweiten thermooptischen Aberrationskoeffizienten.

Die Größe ds'_k in der Formel (15) drückt offensichtlich die thermooptische Aberration der Bildlage aus. Unter Anwendung der Formel (9) des Aufsatzes [1] erhalten wir

. (17)

Unter Heranziehung der bekannten Umformungen

(17')

finden wir schließlich

, (18)

wobei $\bar{\beta}_p$ und $\bar{\beta}$ - die jeweiligen Abbildungsmaßstäbe für die Pupillenebene des Systems und für die Objektebene sind; f - die vordere Brennweite des Systems ist.

Aus Formel (2) bestimmen wir die relative thermooptische Aberration der linearen Bildgröße in der Rezeptorebene O (s. Zeichnung), die bei einer Temperaturänderung fest bleibt.

Betrachten wir einige Folgerungen aus den Formeln (18) und (2).

1) Für eine im Unendlichen liegende Objektebene ($s_1 = -\infty$) gilt

. (19)

Nach Substitution in die Beziehungen (18) und (2) erhalten wir

, (20)

wobei $T_{II\infty}$ - der thermooptische Aberrationskoeffizient der Vergrößerung für eine im Unendlichen liegende Objektebene ist.

2) Wenn die brechenden Medien des Objekt- und Bildraumes gleiche Temperaturänderungen der Brechungsindizes ($dn_1 = dn_k'$) und gleiche Brechungsindizes ($n_1 = n_k'$) aufweisen und thermooptische Aberrationen im Objektraum fehlen ($ds_1 = 0$), dann finden wir aus Gleichung (18)

. (21)

3) Wenn das optische System - abgesehen von den im vorhergehenden Punkt besprochenen Bedingungen - hinsichtlich der thermooptischen Aberration der Lage korrigiert ist ($\Delta s_k' = 0$), dann gilt

. (22)

Im Falle einer im Unendlichen liegenden Objektebene finden wir aus der Formel (20)

. (23)

4) Die Temperaturänderung der Brennweite des Systems kann aus der Formel

(24)

bestimmt werden.

5) Wir bestimmen die Temperaturänderung $d\bar{\gamma}$ des Winkelverhältnisses ⟨der Winkelvergrößerung⟩ $\bar{\gamma}$ des optischen Systems.

Das Winkelverhältnis des aus k brechenden Flächen bestehenden optischen Systems wird durch den Ausdruck

(25)

bestimmt.

Die logarithmische Ableitung dieses Ausdrucks führt zu der Abhängigkeit

. ⟨a⟩

Aus den Formeln (5) und (18) finden wir

. (26)

Unter Heranziehung der Beziehung (19) gilt für eine im Unendlichen liegende Objektebene

; (27)

dabei wurde vorausgesetzt, daß es im Objektraum keine thermooptische Aberration gibt ($dl_1 = 0$).

6) Die Temperaturänderung $d\bar{\alpha}$ des Tiefenmaßstabs ⟨der Längsvergrößerung⟩ des optischen Systems wird durch die Abhängigkeit

(28)

dargestellt; daraus folgt

, (29)

wobei die Werte für $\frac{d\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}}$ durch die Formeln (26) und (27) gegeben sind.

2. AUSDRUCK DES ZWEITEN THERMOOPTISCHEN ABERRATIONS-KOEFFIZIENTEN T_{II} IN EINER FÜR DAS OPTIKRECHNEN GEEIGNETEN FORM

Der Ausdruck (16) des Koeffizienten T_{II} ist in einer für das Optikrechnen äußerst ungünstigen Form dargestellt.

Durch Einführung der früher im Artikel [1] dargelegten Annahmen kann die erste Summe auf der rechten Seite der Formel (16) zu dem Ausdruck

⟨b⟩

umgeformt werden.

Für die zweite Summe derselben Formel erhalten wir - unter Beachtung der Beziehung (10) - :

. (30)

Da

, ⟨c⟩

wird der Ausdruck (16) umgeformt zu:

. (31)

Die Durchrechnung für den Koeffizienten T_{II} nach der gewonnenen Formel erfolgt höchst einfach, da alle Größen dieser Formel aus der Berechnung des Durchgangs des paraxialen Strahls durch das optische System bekannt sind. Wir bemerken hierzu nur, daß für die "Kittfläche" zweier Gläser dem Wert α_i^* in dem Ausdruck $h_i \alpha^*_i \Delta \alpha_i n_i$ das arithmetische Mittel der Größen der Ausdehnungskoeffizienten dieser Gläser entspricht.

Für eine im Unendlichen liegende Objektebene $s_1 = -\infty$ sieht die Formel (20) - bei der Normierung

- (32)

folgendermaßen aus:

; (33)

dabei wurde angenommen, daß $\Delta n_1 = 0$, $\Delta n_k' = 0$. Der Koeffizient $T_{II\,\infty}$ wird ebenfalls bei der Normierung (32) bestimmt.

3. DIE ZWEITE THERMOOPTISCHE ABERRATION EINES SYSTEMS AUS DÜNNEN LINSEN

Der in der Form der Gleichung (16) dargestellte Ausdruck des Koeffizienten T_{II} kann bei der Anwendung auf ein aus einzelnen Linsen bestehendes System umgeformt werden.

Nach einer Vereinfachung des Ausdrucks - analog zu der in Artikel [1] durchgeführten - erhalten wir

, (34)

wobei

. ⟨d⟩

Für die Berechnung von ΔT_{II} erfolgt die Summierung über alle Luftzwischenräume zwischen p Linsen.

4. BEDINGUNGEN FÜR EIN OPTISCHES SYSTEM, DAS BEI EINER ÄNDERUNG DER TEMPERATUR NICHT GESTÖRT WIRD

Der Punkt O (s. Zeichnung) soll die Lage einer bestimmten Rezeptorebene (z.B. die Lage der Filmebene), die bei Änderung der Temperatur von 20^0 auf t^0 unverändert bleiben soll, bestimmen.

Wir setzen außerdem voraus, daß die Bildebene bei einer Temperatur von 20^0 mit der Rezeptorebene zusammenfällt.

Die Temperaturverlagerung der Bildebene in Bezug auf die Rezeptorebene hat zwei Gründe: das Vorhandensein einer thermooptischen Aberration der Bildlage $\Delta s'_k$ (Formel (7) des Artikels [7]) und die thermische Änderung der linearen Abmessungen der mechanischen Vorrichtung, die das optische System mit der Rezeptorebene verbindet und eine Änderung des Abstandes Δa der Rezeptorebene von der letzten brechenden Ebene des optischen Systems auslöst.

1) Zur Beseitigung des Effekts einer Temperaturverlagerung der Bildebene hinsichtlich der Rezeptorebene muß die Bedingung

(35)

(s. Zeichnung) erfüllt werden; daraus folgt

. (36)

Wenn die thermische Änderung der linearen Abmessungen der mechanischen Vorrichtung, die das optische System mit dem Rezeptor verbindet, die Änderung der Entfernung von der letzten brechenden Fläche des optischen Systems bis zur Rezeptorebene ausgleicht, so ist offensichtlich $\Delta a = 0$ und aus (36) haben wir

. (36')

Das ist aber auch die Bedingung für die Unabhängigkeit eines optischen Systems in Bezug auf die Temperatur-Defokussierung des Bildes hinsichtlich der Rezeptorebene.

2) Die Bedingung für die Unabhängigkeit eines optischen Geräts in Bezug auf die Temperaturänderung der Bildgröße auf der fixierten Rezeptorfläche wird sich aus der Formel (2) bestimmen lassen

. (37)

Aus den Formeln (2) und (21) folgt, daß für ein optisches Gerät, bei dem die Verlagerung $\Delta\xi = 0$ ist, die Bedingung

(38)

erfüllt ist.

Wir möchten hierzu bemerken, daß wenn $\quad = s'_k - \quad \neq 0$ und folglich $\Delta s'_k \neq \Delta\alpha$ ist, die Bedingung für die Stabilität gegenüber Störungen durch genau dieselbe Formel (38) ausgedrückt werden wird; aus dieser Formel finden wir

. (39)

Für eine im Unendlichen liegende Objektebene sieht die Bedingung (39) folgendermaßen aus:

. (40)

Bei der Normierung (32) gilt:

. (40')

Wenn $\Delta\alpha = 0$ ist, dann ist

. (40'')

Die gewonnenen Formeln der thermooptischen Aberrationen sollen neben den üblichen Formeln für monochromatische und chromatische Aberrationen der Projektierung und Berechnung optischer Systeme, die bei einer Temperaturänderung nicht gestört werden, zugrundegelegt werden.

Die Theorie und Methode der Durchrechnung solcher Systeme wird in den folgenden Aufsätzen dargelegt werden.

Z e i c h n u n g S. 772

S - Lage der fixierten Rezeptorebene bei einer Anfangstemperatur des Geräts von 20^{o}, im Abstand s'_{20} von der letzten Fläche des optischen Systems gelegen;

S'- Lage der Bildebene bei der Temperatur t des Geräts;

$\Delta\xi = \Delta s'_{k} - \Delta a$

- Temperaturverlagerung der Bildebene hinsichtlich der fixierten Rezeptorebene, ausgelöst durch die thermooptische Aberration $\Delta s'_{k} = s'_{t} - s'_{20}$ der Bildlage des optischen Systems und die thermische Änderung Δa der Abmessungen des mechanischen Geräts, das das optische System mit der fixierten Rezeptorebene verbindet.

$\overline{SA} = L'_{20}$; $\overline{SB} = L'_{t}$; $\overline{BA} = L'_{t} - L'_{20}$; $\overline{PS} = p'_{20}$;

$\overline{OS} = s'_{20}$; $\overline{O'S'} = s'_{t}$; $\Delta s'_{k} = s'_{t} - s'_{20}$.

L i t e r a t u r

[1] A.I. T u d o r o v s k i j. Teorija optičeskich priborov. I. Izd. AN SSSR, M.-L. 1948; II., 1952

[2] G.G. S l j u s a r e v. Metody rasčeta optičeskich sistem. L.-M., 1937

[3] D.S. V o l o s o v. Metody rasčeta složnych fotografičeskich sistem. GITTL., L.-M., 1948

[4] D.S. V o l o s o v. Opt. i spektr., 4, 663, 1958

Staatliches Optisches
S.I. Vavilov-Institut

Eingegangen in der Redaktion
am 28. Juni 1957

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ТЕРМООПТИЧЕСКИХ АБЕРРАЦИЙ

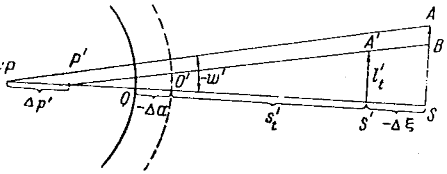
II. ТЕРМООПТИЧЕСКАЯ АБЕРРАЦИЯ УВЕЛИЧЕНИЯ

Д. С. Волосов

Дана теория термооптической аберрации увеличения, определяющая изменение линейных размеров изображения при изменении температуры. Формулированы общие условия температурной нерасстраиваемости оптической системы, которые должны выполняться при ее расчете.

1. Термооптическая аберрация увеличения

В различных случаях точной фотографии должны приниматься во внимание термооптические аберрации оптической системы, вызывающие температурные изменения линейных размеров изображения в некоторых плоскостях, например на поверхности некоторого приемника. Эти аберрации при необходимости могут быть исправлены в процессе расчета оптической системы.



S — положение фиксирующей плоскости приемника при начальной температуре прибора 20°, расположенной на расстоянии s'_{20} от последней поверхности оптической системы; S' — положение плоскости изображения при температуре прибора t; $\Delta\xi = \Delta s'_k - \Delta a$ — температурное смещение плоскости изображения относительно фиксирующей плоскости приемника, вызванное термооптической аберрацией $\Delta s'_k = s'_t - s'_{20}$ положения изображения оптической системы и термическим изменением Δa размеров механического устройства, связывающего оптическую систему с фиксирующей плоскостью приемника.

$\overline{SA} = L'_{20}$; $\overline{SB} = L'_t$; $\overline{BA} = L'_t - L'_{20}$; $\overline{PS} = p'_{20}$;

$\overline{OS} = s'_{20}$; $\overline{O'S'} = s'_t$; $\Delta s'_k = s'_t - s'_{20}$.

Пусть при температуре 20°, для которой рассчитана оптическая система, линейные размеры изображения на поверхности приемника будут L'_{20} при линейном увеличении системы β_{20}.

Вследствие термооптической аберрации системы изменение линейных размеров изображения на фиксирующей поверхности приемника при изменении температуры от 20° до t° выразится следующей приближенной[1] формулой (см. рисунок)

$$L'_t - L'_{20} = \Delta\beta l + \Delta\xi \operatorname{tg} w', \qquad (1)$$

где l — линейный размер объекта; $\Delta\beta = \beta_t - \beta_{20}$ — изменение линейного увеличения оптической системы, вызванное изменением температуры; $\Delta\xi = \Delta s'_k - \Delta a$ — температурное смещение плоскости изображения относительно поверхности приемника.

Формулу (1) можно представить в виде

$$\frac{L'_t - L'_{20}}{L'_{20}} = \frac{\Delta\beta}{\beta_{20}} + \frac{\Delta\xi \operatorname{tg} w'}{L'_{20}}. \qquad (2)$$

[1] Погрешность не превышает при этом величин второго порядка малости $\left(\frac{\Delta p'}{p'}\right)^2$ и $\left(\frac{\Delta\xi}{p'}\right)^2$.

От термооптических свойств оптической системы зависит величина $\Delta\bar{\beta}/\bar{\beta}$, входящая в формулу (2). Очевидно, эта аберрация определяет изменение размеров изображения, вызванное изменением температуры, если предположить, что аберрация в пространстве предметов отсутствует ($dl = 0$),

$$\frac{d\beta}{\beta} = \frac{dl'}{l'}, \tag{3}$$

где $dl' = l'_t - L'_{20}$ — изменение линейных размеров изображения.

Определим величину этой аберрации, которая необходима для последующего нахождения термооптической аберрации увеличения на поверхности приемника или второй термооптической аберрации, из формулы (2).

Линейное увеличение оптической системы в оптически сопряженных плоскостях выражается известной зависимостью

$$\beta = \frac{l'_k}{l_1} = \frac{n_1}{n'_k} \prod_{i=1}^{i=k} \frac{s'_i}{s_i}, \tag{4}$$

где n_1 и n'_k — показатели преломления сред в пространстве предметов и изображения соответственно.

Логарифмическое дифференцирование формулы (4) приводит к выражению

$$\frac{d\beta}{\beta} = \frac{dl'_k}{l'_k} - \frac{dl_1}{l_1} = \frac{dn_1}{n_1} - \frac{dn'_k}{n'_k} + \sum_{i=1}^{i=k} \Delta \frac{ds_i}{s_i}. \tag{5}$$

Дифференциалы в этой формуле выражают изменения соответствующих величин при изменении температуры системы.

Приняв во внимание, что при переходе от преломляющей поверхности с номером $(i-1)$ к i-й поверхности имеет место зависимость

$$s_i = s'_{i-1} - d_{i-1}, \tag{6}$$

после некоторых преобразований (5) находим

$$\frac{d\beta}{\beta} = \frac{dn_1}{n_1} - \frac{dn'_k}{n'_k} + \frac{ds'_k}{s'_k} - \frac{ds_1}{s_1} + \sum_{i=2}^{i=k} \left(\frac{1}{s'_{i-1}} - \frac{1}{s_i} \right) ds'_{i-1} + \sum_{i=2}^{i=k} \frac{dd_{i-1}}{s_i}. \tag{7}$$

Приняв во внимание (6), получим

$$\sum_{i=2}^{i=k} \left(\frac{1}{s'_{i-1}} - \frac{1}{s_i} \right) ds'_{i-1} = \sum_{i=2}^{i=k} \left(- \frac{d_{i-1}}{s'_{i-1} s_i} \right) ds'_{i-1}. \tag{8}$$

Выражение для d_{i-1} может быть представлено в виде

$$d_{i-1} = \frac{1}{J} \left(n'_{i-1} h_{i-1} y_i - n'_{i-1} h_i y_{i-1} \right), \tag{9}$$

где h и y — ординаты точек пересечения преломляющих поверхностей системы так называемыми первым и вторым параксиальными лучами.

Через J в формуле (9) обозначена инвариантная величина, устанавливаемая формулой Лагранжа—Гельмгольца

$$J = \frac{n_1 h_1 y_1 (x_1 - s_1)}{s_1 x_1} = \frac{n_i h_i y_i (x_i - s_i)}{s_i x_i} = \frac{n'_i h_i y_i (x'_i - s'_i)}{s'_i x'_i}. \tag{10}$$

Обозначение соответствующих величин принято такое же, как в книгах А. И. Тудоровского [1], Г. Г. Слюсарева [2], Д. С. Волосова [3].

Из (8) и (9) имеем

$$\sum_{i=2}^{i=k}\left(\frac{1}{s'_{i-1}}-\frac{1}{s_i}\right)ds'_{i-1}=-\frac{1}{J}\sum_{i=2}^{i=k}\left(\frac{n'_{i-1}h_{i-1}y_i}{s'_{i-1}s_i}-\frac{n'_{i-1}h_iy_{i-1}}{s'_{i-1}s_i}\right)ds'_{i-1}. \quad (11)$$

Эту формулу можно преобразовать к виду

$$\sum_{i=2}^{i=k}\left(\frac{1}{s'_{i-1}}-\frac{1}{s_i}\right)ds'_{i-1}=-\frac{1}{J}\left[\sum_{i=1}^{i=k}\left(\frac{n_ih_iy_ids_i}{s_i^2}-\frac{n'_ih_iy_ids'_i}{s_i'^2}\right)+\right.$$
$$\left.+\frac{n'_kh_ky_kds'_k}{s_k'^2}-\frac{n_1h_1y_1ds_1}{s_1^2}\right]-\frac{1}{J}\sum_{i=2}^{i=k}\frac{n_ih_iy_idd_{i-1}}{s_i^2}. \quad (12)$$

Вместо (7) получим

$$\frac{d\beta}{\beta}=\frac{dn_1}{n_1}-\frac{dn'_k}{n'_k}+\frac{ds'_k}{s'_k}-\frac{ds_1}{s_1}-\frac{1}{J}\left[\sum_{i=1}^{i=k}-h_iy_i\left(\frac{n'_ids'_i}{s_i'^2}-\frac{n_ids_i}{s_i^2}\right)+\right.$$
$$\left.+\frac{n'_kh_ky_kds'_k}{s_k'^2}-\frac{n_1h_1y_1ds_1}{s_1^2}\right]-\sum_{i=2}^{i=k}\left(\frac{n_ih_iy_idd_{i-1}}{Js_i^2}-\frac{dd_{i-1}}{s_i}\right). \quad (13)$$

Воспользовавшись (10) и формулой (2) первой статьи [4], можно написать

$$\frac{d\beta}{\beta}=\frac{dn_1}{n_1}-\frac{dn'_k}{n'_k}+\frac{ds_1}{x_1-s_1}-\frac{ds'_k}{x'_k-s'_k}-$$
$$-\frac{1}{J}\left[\sum_{i=1}^{i=k}h_iy_i\left(Q_{s,i}\Delta\frac{dn_i}{n_i}-\frac{\Delta n_i}{r_i^2}dr_i\right)+J\sum_{i=2}^{i=k}\frac{dd_{i-1}}{x_i-s_i}\right]. \quad (14)$$

Обозначив через T_{II} выражения сумм, заключенных в прямых скобках, имеем

$$\frac{d\beta}{\beta}=\frac{dn_1}{n_1}-\frac{dn'_k}{n'_k}+\frac{ds_1}{x_1-s_1}-\frac{ds'_k}{x'_k-s'_k}-\frac{1}{J}T_{II}, \quad (15)$$

где

$$T_{II}=\sum_{i=1}^{i=k}h_iy_i\left(Q_{s,i}\Delta\frac{dn_i}{n_i}-\frac{dn_i}{r_i^2}dr_i\right)+J\sum_{i=2}^{i=k}\frac{dd_{i-1}}{x_i-s_i}. \quad (16)$$

Назовем T_{II} — **коэффициентом термооптической аберрации увеличения** или **вторым коэффициентом термооптической аберрации.**

Величина ds'_k в формуле (15), очевидно, выражает термооптическую аберрацию положения изображения. Воспользовавшись формулой (9) статьи [1], получим

$$\frac{d\beta}{\beta}=\frac{dn_1}{n_1}-\frac{dn'_k}{n'_k}+\left(\frac{1}{x_1-s_1}-\frac{\bar{a}}{x'_k-s'_k}\right)ds_1+\frac{\bar{a}s_1^2}{n_1(x'_k-s'_k)}T_I-\frac{1}{J}T_{II}. \quad (17)$$

Применив известные преобразования

$$x_1-s_1=-\frac{nf'}{n'_k}\cdot\frac{(\beta_p-\beta)}{\beta\beta_p}\ ;\quad x'_k-s'_k=-f'(\beta_p-\beta), \quad (17')$$

окончательно находим

$$\frac{d\beta}{\beta}=\frac{dn_1}{n_1}-\frac{dn'_k}{n'_k}+\frac{\beta}{f}\,ds_1+\frac{\beta^2 s_1^2}{n_1 f(\beta_p-\beta)}\,T_{\mathrm{I}}-\frac{1}{J}\,T_{\mathrm{II}},\tag{18}$$

где β_p и β — линейные увеличения соответственно для плоскости зрачков системы и плоскости предметов; f — переднее фокусное расстояние системы.

Из формулы (2) определяем относительную термооптическую аберрацию линейных размеров изображения в плоскости приемника O (см. рисунок), остающейся неподвижной при изменении температуры.

Рассмотрим некоторые следствия формул (18) и (2).

1) Для бесконечно удаленной плоскости предметов ($s_1=-\infty$) имеем

$$\beta=0;\quad \lim_{s_1\to-\infty}(\beta s_1)=\frac{n_1}{n'_k}f';\quad \lim_{s_1\to-\infty} J=-\frac{n_1 h_1 y_1}{x_1}.\tag{19}$$

После подстановки в (18) и (2) получим

$$\frac{L'_t-L'_{20}}{L'_{20}}=-\frac{\Delta a\,\mathrm{tg}\,w'}{L'_{20}}+\frac{\Delta n_1}{n_1}-\frac{\Delta n'_k}{n'_k}+\frac{x_1}{n_1 h_1 y_1}\,T_{\mathrm{II}\infty},\tag{20}$$

где T_{II_∞} — коэффициент термооптической аберрации увеличения для бесконечно удаленной плоскости предметов.

2) Если преломляющие среды пространства предметов и изображений обладают одинаковыми температурными изменениями показателей преломления $\left(dn_1=dn'_k\right)$ и показателями преломления $\left(n_1=n'_k\right)$, а термооптические аберрации в пространстве предметов отсутствуют ($ds_1=0$), то из (18) находим

$$\frac{d\beta}{\beta}=\frac{\beta^2 s_1^2}{n_1 f(\beta_p-\beta)}\,T_{\mathrm{I}}-\frac{1}{J}\,T_{\mathrm{II}}=-\frac{\Delta s'_k}{x'_k-s'_k}-\frac{1}{J}\,T_{\mathrm{II}}.\tag{21}$$

3) Если оптическая система, помимо условий, оговоренных в предыдущем пункте, исправлена в отношении термооптической аберрации положения $\left(\Delta s'_k=0\right)$, то

$$\frac{d\beta}{\beta}=-\frac{1}{J}\,T_{\mathrm{II}}.\tag{22}$$

В случае бесконечно удаленной плоскости предметов из формулы (20) находим

$$\frac{L'_t-L'_{20}}{L'_{20}}=\frac{x_1}{n_1 h_1 y_1}\,T_{\mathrm{II}_\infty}-\frac{\Delta a\,\mathrm{tg}\,w'}{L'_{20}}.\tag{23}$$

4) Температурное изменение фокусного расстояния системы может быть определено из формулы

$$\frac{df'}{f'}=-\frac{f'}{n'_k\beta_p}\,T_{\mathrm{I}\infty}+\frac{x_1}{n_1 h_1 y_1}\,T_{\mathrm{II}\infty}.\tag{24}$$

5) Определим температурное изменение $d\gamma$ углового увеличения γ оптической системы.

Угловое увеличение оптической системы, состоящей из k преломляющих поверхностей, определяется выражением

$$\gamma=\prod_{i=1}^{i=k}\frac{s_i}{s'_i}.\tag{25}$$

Логарифмическое дифференцирование этого выражения приводит к зависимости

$$\frac{d\gamma}{\gamma}=-\sum_{i=1}^{i=k}\Delta\frac{ds_i}{s_i}.$$

Из формул (5) и (18) находим

$$\frac{d\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}} = -\frac{dl_1}{l_1} - \frac{\beta}{f}\, ds_1 - \frac{\beta^2 s_1^2}{n_1 f(\beta_p - \beta)} T_{\mathrm{I}} + \frac{1}{J} T_{\mathrm{II}}. \tag{26}$$

Для бесконечно удаленной плоскости предметов, воспользовавшись (19), имеем

$$\frac{d\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}} = \frac{f'}{n_k'\beta_p} T_{\mathrm{I}\infty} - \frac{x_1}{n_1 h_1 y_1} T_{\mathrm{II}\infty}; \tag{27}$$

при этом предполагалось, что термооптическая аберрация в пространстве предметов отсутствует ($dl_1 = 0$).

6) Температурное изменение $d\bar{\alpha}$ продольного увеличения оптической системы представится зависимостью

$$\frac{d\bar{\alpha}}{\bar{\alpha}} = \frac{dn_1}{n_1} - \frac{dn_k'}{n_k'} + 2\sum_{i=1}^{i=k} \Delta\frac{ds_i}{s_i}; \tag{28}$$

отсюда

$$\frac{d\bar{\alpha}}{\bar{\alpha}} = \frac{dn_1}{n_1} - \frac{dn_k'}{n_k'} - 2\frac{d\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}}, \tag{29}$$

где значения $\frac{d\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}}$ даются формулами (26) и (27).

2. Выражение второго коэффициента термооптических аберраций T_{II} в форме, удобной для оптических расчетов

Выражение (16) коэффициента T_{II} представлено в форме, весьма неудобной для выполнения оптических расчетов. Введя допущения, ранее изложенные в статье [1], первую сумму, стоящую в правой части формулы (16), можно преобразовать к выражению.

$$-(t-20)\sum_{i=1}^{i=k}\left(y_i \frac{\Delta\alpha_i}{\Delta\frac{1}{n_i}} \Delta\frac{\beta_i^{\bullet}}{n_i} + y_i \alpha_i^{\bullet} \Delta\alpha_i n_i\right).$$

Для второй суммы той же формулы, приняв во внимание (10), получим:

$$J\sum_{i=2}^{i=k}\frac{dd_{i-1}}{x_i - s_i} = \sum_{i=2}^{i=k}\frac{n_i h_i y_i}{x_i s_i}\, dd_{i-1} = \sum_{i=2}^{i=k} n_i \alpha_i \beta_i dd_{i-1}. \tag{30}$$

Так как

$$y_i = h_i\frac{\Delta\beta_i n_i}{\Delta\alpha_i n_i},$$

выражение (16) преобразуется к виду:

$$T_{\mathrm{II}} = -(t-20)\sum_{i=1}^{i=k}\frac{\Delta\beta_i n_i}{\Delta\alpha_i n_i}\left(h_i\frac{\Delta\alpha_i}{\Delta\frac{1}{n_i}}\Delta\frac{\beta_i^{\bullet}}{n_i} + h_i\alpha_i^{\bullet}\Delta\alpha_i n_i\right) + \sum_{i=2}^{i=k} n_i \alpha_i \beta_i dd_{i-1}. \tag{31}$$

Вычисление коэффициента T_{II} по полученной формуле выполняется весьма просто, так как все входящие в эту формулу величины известны из расчета параксиального луча через оптическую систему. Заметим лишь, что для «поверхности склейки» двух стекол в выражении $h_i \alpha_i^* \Delta a_i n_i$ значению α_i^* соответствует среднее арифметическое величин коэффициентов расширения этих стекол.

Для бесконечно удаленной плоскости предметов $s_1 = -\infty$, если принять нормировку

$$f' = 1, \quad \alpha_1 = 0, \quad h_1 = 1, \qquad \beta_1 = 1, \quad y_1 = x_1, \tag{32}$$

формула (20) принимает вид

$$\frac{L'_t - L'_{20}}{L'_{20}} = -\frac{\Delta a \operatorname{tg} w'}{L'_{20}} + T_{\mathrm{II}_\infty}; \tag{33}$$

при этом положено, что $\Delta n_1 = 0$, $\Delta n'_k = 0$. Коэффициент T_{II_∞} также определяется при нормировке (32).

3. Вторая термооптическая аберрация системы, состоящей из тонких линз

Выражение коэффициента T_{II}, представленное в виде (16), можно преобразовать применительно к системе, состоящей из отдельных линз.

Выполнив упрощения, аналогичные тем, которые были осуществлены в статье [1], получим

$$T_{\mathrm{II}} = (t - 20) \sum_{m=1}^{m=p} h_m y_m \varphi_m \left(\frac{\beta_m^*}{n_m - 1} - \alpha_m^* \right) + \Delta T_{\mathrm{II}}, \tag{34}$$

где

$$\Delta T_{\mathrm{II}} = \sum_{m=2}^{m=p} a_m \beta_m d d_{m-1}.$$

Для вычисления ΔT_{II} суммирование производится по всем воздушным промежуткам между p линзами.

4. Условия нерасстраиваемости оптической системы при изменении температуры

Пусть точка O (см. рисунок) определяет положение некоторой плоскости приемника (например, положение плоскости фотографической пленки), которое должно оставаться неизменным при изменении температуры от 20° до температуры t°.

Предположим также, что при температуре 20° плоскость изображения совмещена с плоскостью приемника.

Температурное смещение плоскости изображения относительно плоскости приемника вызывается двумя причинами: наличием термооптической аберрации положения изображения $\Delta s'_k$ (формула (7) статьи [7]) и термическим изменением линейных размеров механического устройства, связывающего оптическую систему с плоскостью приемника и вызывающего изменение расстояния Δa плоскости приемника от последней преломляющей поверхности оптической системы.

1) Для устранения эффекта температурного смещения плоскости изображения относительно плоскости приемника, необходимо выполнить условие (см. рисунок)

$$\Delta\xi = \Delta s'_k - \Delta a = 0; \tag{35}$$

отсюда

$$\Delta s'_k = \Delta a. \tag{36}$$

Если термическое изменение линейных размеров механического устройства, связывающего оптическую систему с приемником, компенсирует изменение расстояния от последней преломляющей поверхности оптической системы до плоскости приемника, то, очевидно, $\Delta a = 0$ и из (36) имеем

$$\Delta s'_k = 0. \tag{36'}$$

Это и есть условие нерасстраиваемости оптического прибора в отношении температурной дефокусировки изображения относительно плоскости приемника.

2) Условие нерасстраиваемости оптического прибора в отношении температурного изменения размеров изображения на фиксирующей поверхности приемника определится из формулы (2)

$$L'_t - L'_{20} = 0. \tag{37}$$

Из формул (2) и (21) следует, что для оптического прибора, у которого смещение $\Delta\xi = 0$, выполняется условие

$$\frac{L'_t - L'_{20}}{L'_{20}} = \frac{\Delta\beta}{\beta} = -\frac{\Delta a}{x'_k - s'_k} - \frac{1}{J} T_{\text{II}} = 0. \tag{38}$$

Заметим, что если $\Delta\xi = \Delta s'_k - \Delta a \neq 0$ и, следовательно, $\Delta s'_k \neq \Delta a$, условие нерасстраиваемости будет выражаться той же формулой (38); из этой формулы находим

$$T_{\text{II}} = -\frac{J\Delta a}{x'_k - s'_k}. \tag{39}$$

Для бесконечно удаленной плоскости предмета условие (39) принимает вид

$$T_{\text{II}_\infty} = \frac{n_1 h_1 y_1}{x_1 (x'_k - s'_k)} \Delta a. \tag{40}$$

При нормировке (32)

$$T_{\text{II}_\infty} = \frac{\Delta a}{x'_k - s'_k}. \tag{40'}$$

Если $\Delta a = 0$, то

$$T_{\text{II}} = 0. \tag{40''}$$

Полученные формулы термооптических аберраций наряду с обычными формулами монохроматических и хроматических аберраций должны быть положены в основу проектирования и расчета оптических систем, не расстраивающихся при изменении температуры.

Теория и метод расчета подобных систем будут изложены в последующих статьях.

Литература

[1] А. И. Тудоровский. Теория оптических приборов. I. Изд. АН СССР, М.—Л. 1948; II, 1952. — [2] Г. Г. Слюсарев. Методы расчета оптических систем. Л.—М., 1937. — [3] Д. С. Волосов. Методы расчета сложных фотографических систем. ГИТТЛ., Л.—М., 1948. — [4] Д. С. Волосов. Опт. и спектр., 4, 663, 1958.

Государственный оптический институт им. С. И. Вавилова

Поступило в Редакцию 28 июня 1957 г.