

Izvestija Akademii nauk SSSR
Otdelenie ^Vtechničeskich nauk
(1953) 9, S. 1317 - 1329

V. A. Baum

UNTERSUCHUNG DES VERMISCHUNGSPROZESSES IN EINEM FLÜSSIGKEITS-
STROM, DER MIT STÜCKGUT GEFÜLLTE ROHRE DURCHFLEESST

Vorgelegt von dem Akademienmitglied M.V. Kirpičev

In manchen technischen Apparaten bewegen sich Flüssigkeiten oder Gase in Rohren, Kanälen oder Kammern, die mit Stückgut gefüllt sind, das in einer bestimmten Ordnung (Stapel, Füllschichten) oder ungeordnet als Massengut (Schüttungen) verteilt ist. In einer Reihe von Arbeiten sowjetischer Forscher, die mit Hilfe von Modellen oder am Original die Arbeitsweise von Trockenanlagen, Schachtöfen, chemischen Kontaktöfen, Gasgeneratoren und ähnlichen Einrichtungen untersucht haben, wird gezeigt, daß der Vermischungsprozeß von Strömen, die Füllschichten oder Schüttungen durchfließen, in einigen Fällen den Betrieb dieser Einrichtungen beeinflußt [1, 2] .

Wenn sich auf dem Weg eines Flüssigkeitsstromes irgendwelche Hindernisse befinden - beispielsweise Rohrbündel in den Rauchgaskanälen eines Kessels oder in einem Kondensator, Füllschichten aus Ziegelsteinen in den Regeneratoren von Öfen, Brennstoffschüttungen in Gasgeneratoren oder in einem Feuerungsrost usw. - wird der Strom in eine Reihe dünner Strahlen aufgeteilt, die sich in miteinander verbundenen Kanälen unregelmäßiger Form bewegen; dabei können die einzelnen Stromfäden sich vermischen.

Bei kleinen Abmessungen der die Flüssigkeitsbewegung hindernden Körper im Vergleich mit der Größe der Kammer, des Kanals oder des Rohres, worin die Hindernisse liegen, interessieren uns meist nicht die Einzelheiten der Strömung in den

kleinen, mit den Abmessungen der erwähnten Körper vergleichbaren Bereichen. Beispielsweise ist es für die Lösung vieler ingenieurtechnischer Probleme oft ausreichend, lediglich den Mittelwert der Stromgeschwindigkeit, der Beimischungskonzentrationen, der Drücke und der anderen Parameter in diesen kleinen Zonen zu kennen.

Die Mischwirkung der Körper auf dem Weg des Stromes hängt von ihrer Form, der Größe und ihrer Anordnung in dem Strom ab. Man kann Stapel aus Stückgut verschiedener Form und Packungsdichte solchermaßen anordnen, daß die Vermischung der Einzelteile des durch einen derartigen Stapel fließenden Stroms sehr schnell vor sich geht, geringfügig ist oder sogar fast ausbleibt.

Es ist ebenfalls offensichtlich, daß auch ungeordnet eingefüllte Stücke beliebiger Form in Abhängigkeit davon, wie sie verteilt werden, auf den Flüssigkeitsstrom eine unterschiedliche Mischwirkung ausüben müssen. Es ist jedoch zweckmäßig, die Gesetzmäßigkeiten für die Vermischung des Stromes in Schüttungen, die in technischen Apparaten häufig anzutreffen sind, zu untersuchen, um die Berechnung dieses Vorgangs zu ermöglichen in der Art - beispielsweise - wie die Flüssigkeitsbewegung in einer Brennstoffschicht, in einem Feuerungsrost, in Gaswäschern, Gasgeneratoren usw. untersucht wird.

Von Interesse ist der Umstand, daß Schüttungen von Körpern verschiedener Form beim ungeordneten Einfüllen ungefähr die gleiche Porosität $\bar{\pi}$ (Verhältnis des Volumens der Hohlräume zwischen den Stücken zum Gesamtvolumen, das die Schüttung einnimmt) besitzen, das nicht von der Größe der Stücke abhängt. Die Werte für $\bar{\pi}$ bewegen sich - wie dies von vielen Forschern festgestellt wurde - durchschnittlich im Bereich $0,4 \div 0,5$; eine Abweichung dieser Zahlen um mehr als $0,1$ kommt relativ selten vor. Daher kann man ungefähr annehmen, daß Schüttungen, die man durch ungeordnetes Einfüllen von Stückgut in Kammern, Kanäle und Rohre erhalten hat, geometrisch ähnlich sind und - folglich - die sie durchfließenden Flüssigkeitsströme unter

bestimmten Voraussetzungen ähnlich sein werden; gleichermaßen ähnlich wird auch der Vermischungsvorgang der einzelnen Stromfäden in ihnen vor sich gehen.

Unter Berücksichtigung der praktischen Bedeutung, die das Auffinden von Gesetzmäßigkeiten für den Vermischungsprozeß hat, führten wir eine Reihe von Versuchen zur Untersuchung der Umverteilung der Beimischung einer Hyposulfitlösung in einem stationären Wasserstrom durch, der in einem mit Stückgut gefüllten Kanal fließt; auf der Grundlage dieser Versuche kann dieser Vorgang berechnet werden. Diese Arbeit wurde von uns in der Dissertation "Bewegung von Gasen in thermischen Anlagen" (Energetisches Institut der Akademie der Wissenschaften der UdSSR, 1945) dargelegt; eine kurze Notiz über diese Arbeit wurde ebenfalls veröffentlicht [3] .

Die Untersuchungsmethode und das Schema der Anlage unterschieden sich prinzipiell nicht von denen, die wir bei der Untersuchung der turbulenten Diffusion im Anfangsabschnitt eines Rohres mit quadratischem Querschnitt [4] angewendet haben. Die Untersuchung wurde in verschiedenen langen Rohren mit quadratischem und rechteckigem Querschnitt, die aus Plexiglas zusammengeklebt waren, durchgeführt. Sie wurden mit Stückgut (einer Schüttung) verschiedener Größe - von 0,15 bis 0,8 cm - angefüllt. Als Schüttung wurden Flußsand, Stahlkugeln sowie Glaskörner unregelmäßiger Form benutzt, die durch Abschrecken von bis zur Rotglut erhitztem Spiegelglas in Wasser gewonnen worden waren. In das Rohr wurden zwei Wasserströme mit gleichem Querschnitt geleitet. Zur Durchführung visueller Beobachtungen wurden in die Ströme Beimischungen eingeführt, die die einzelnen Teile des Stromes oder die Vermischungszone der Ströme färbten. Für die quantitativen Untersuchungen wurde einem der Ströme eine schwache Hyposulfitlösung zugegeben. In verschiedenen Entfernungen von der Anfangsstelle der Vermischung der Ströme wurden Proben an 11 - 15 Punkten über den Rohrquerschnitt entnommen.

Die Konzentration der Beimischung in den Proben war bestimmt durch deren Titration mit einer Jodlösung. In Zeichnung 1

wird eine schematische Darstellung der Anlagen gegeben, die sich voneinander nur durch die Länge des Vermischungsabschnittes, den Rohrquerschnitt oder die Anzahl der Probenentnahmepunkte unterscheiden.

1. Ergebnisse der visuellen Beobachtungen

Färbt man den Strom, einzelne seiner Bereiche oder die Vermischungszone, so kann man folgendes beobachten. Wenn ein stationärer Strom mit ungleichmäßiger Verteilung der Farbkonzentration über den Querschnitt dieses Stromes in das Rohr eintritt, erfolgt der Ausgleich der Konzentrationen in einer mehr oder weniger großen Entfernung von der Anfangsstelle der Vermischung. Der Abschnitt des Ausgleiches der Konzentrationen ist - bei sonst gleichen Bedingungen - um so größer, je kleiner die Körner der Schüttung sind. Somit kann nicht angenommen werden, daß die Schüttung stets eine starke Mischungswirkung auf den sie durchfließenden Strom ausübt. Es kann in einigen Fällen vorkommen, daß für den Konzentrationsausgleich der Beimischung in einem mit einer Schüttung gefüllten Rohr ein längerer Rohrabschnitt erforderlich ist als bei turbulenter Strömung im gleichen Rohr, das frei von einer Schüttung ist (bei kleinen Stücken und großem Rohrquerschnitt). Infolge des großen Strömungswiderstandes der Flüssigkeit in den Schüttungen entsteht sogar bei starker Querschnittsänderung des mit einer Schüttung gefüllten Rohres nicht überall eine Durchflußströmung, d.h. eine Strömung mit zirkulierenden oder stagnierenden Zonen, die Bereiche größeren Umfangs umfassen - die Größe der Schüttungsstücke.

Wenn in ein mit kleinstückiger Schüttung gefülltes Rohr zwei Ströme mit verschiedener Geschwindigkeit eintreten, werden die Geschwindigkeiten über dem Rohrquerschnitt schon sehr in geringen Abständen von der Eintrittsstelle ausgeglichen; und da bei einer solchen Länge eine merkliche Vermischung der

Ströme nicht erfolgt, erweisen sich die Flächen des Rohrquerschnitts, die von jedem eingenommen werden, annähernd proportional zu den Flüssigkeitsmengen. Wenn die Ströme nicht parallel, sondern einander entgegengesetzt in einen Rohr-Kanal eintreten, ruft auch dies keine merkliche Verbesserung der Vermischung hervor (besonders, wenn die Korngrößen der Schüttung im Vergleich mit der Größe des Kanalquerschnitts gering sind). Nach einer Wendung füllen die Ströme Rohrquerschnitte aus, die dem Durchsatz proportional sind, sodaß die bedingten Strömungsgeschwindigkeiten in allen Punkten des Rohrquerschnitts gleich sind.

Bei einer Wasserströmung von unten nach oben in der Schüttung wird die Schüttung bei gewissen Strömungsgeschwindigkeiten angehoben und es bilden sich in ihr Zonen, in denen eine Verwirbelung ("Schweben") einzelner Körner stattfindet. In solchen Zonen ist die Vermischung der Flüssigkeit stärker als im übrigen Teil der Schüttung. Bei der Inbetriebnahme der Anlage können sich die Zonen, wo eine Lageveränderung der Schüttung beobachtet wird, an anderen Stellen des Kammerraumes befinden. Daher erhält man in solchen Fällen unterschiedliche Meßergebnisse für die Neuverteilung der Konzentrationen.

Eine Vibration einzelner Körner oder sogar einer Gruppe von Körnern läßt sich in einigen Zonen sogar dann bemerken, wenn die Schüttung von oben mit einem Sieb niedergedrückt wird, das kein "Aufblähen" des Volumens, das die Schüttung einnimmt, erlaubt. Daher führten wir die Versuche zur Untersuchung der Vermischung bei einer Wasserströmung von oben nach unten durch; dabei wurde eine befriedigende Häufigkeit der Versuchsergebnisse gewonnen.

2. Die Untersuchungsergebnisse der Vermischung eines Wasserstroms mit einem Strom einer schwachen wäßrigen Hyposulfitlösung bei Strömung in mit Stückgut gefüllten Rohren

Es wurde die Verteilung der Beimischungskonzentrationen un-

tersucht: in einem Rohr mit dem quadratischen Querschnitt 6 X 6 cm in den Entfernungen 72, 14, 17, 54, 4 cm von der Anfangsstelle der Vermischung; in einem Rohr mit dem rechteckigen Querschnitt 6 X 3 cm in der Entfernung 14 cm vom Beginn der Vermischung.

Die Rohre wurden mit einer der folgenden Schüttungen gefüllt: 1) mit Glaskörnern unregelmäßiger Form, die durch Abschrecken von bis zur Rotglut erhitztem Spiegelglas in Wasser gewonnen wurden (Abmessungen der Körner 7 - 8, 5 - 6 und 2 - 3 mm); 2) mit Flußsand der zwei Siebungen

1

Fraktion, cm	über 0,2	durchschnittliche Größe
Gehalt, % Gew.		

2

Fraktion, cm	durchschnittliche Größe
Gehalt, % Gew.	

3) mit Stahlkugeln $\delta = 0,46$ cm.

Die Untersuchungsergebnisse der Konzentrationsfelder des Hyposulfits in einem Wasserstrom bei verschiedenen Mischungsbedingungen sind in den Tabellen 1 - 6 aufgeführt, in denen die relativen Konzentrationen (C/C_0) angegeben werden. Die Beimischungskonzentration wird in dem einen der Ströme vor seinem Eintritt in den Abschnitt, wo die Vermischung beginnt, für 100 Einheiten angenommen ($C_0 = 100$); dann ist in dem zweiten

Strom $C = 0$. Die Porosität der untersuchten Schüttungen betrug ungefähr $0,4 - 0,48$.

Tabelle 1

Relative Konzentrationen von $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ in einem rechteckigen Rohr - 3×6 cm - bei Vermischung zweier Ströme mit der Dicke 1,5 cm und der Breite 6 cm. Das Rohr ist mit Glaskörnern unregelmäßiger Form - $\delta = 0,2 - 0,3$ cm - angefüllt. Die Geschwindigkeit der Ströme ist beim Eintritt in das Rohr gleich groß. $\text{Re}_\delta = 28,6$. Die Proben sind in dem Querschnitt $x/2z_0 = 4,8$ entnommen. Die Gesamtdurchflußmenge ist $q = 30 \text{ cm}^3/\text{sec}$.

Nr der Versuche	Nr der Probeentnahmepunkte und die Entfernung dieser Punkte von einer der Rohrwände, cm	durchschnittliche Konzentration beim Verlassen des Rohres
-----------------	---	---

Tabelle 2

Verteilung der Konzentrationen von $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ in einem 6×6 cm Rohr, das mit Glaskörnern - $\delta = 0,5 - 0,6$ cm - gefüllt ist. In das Rohr treten zwei Wasserströme mit unterschiedlichem (?) <gleichem> Querschnitt, aber unterschiedlichen Geschwindigkeiten ein. Der Abstand des Querschnitts, wo die Konzentrationen gemessen werden, von der Anfangsstelle der Vermischung ist $x/2z_0 = \frac{29,0}{6,0} = 4,85$

Nr der Versuche	Nr der Probeentnahmepunkte und die Entfernung dieser Punkte von einer Rohrwand, cm	durchschnittliche Konzentration der Mischung am Ausgang
-----------------	--	---

Tabelle 3

Relative Konzentrationen C/C_0 einer Hyposulfitbeimischung in einem quadratischen Rohr - 6×6 cm - das mit Glaskörnern unregelmäßiger Form, mit der Größe $\delta = 0,5 - 0,6$ cm, gefüllt ist. Die Porosität der Schüttung ist $\tau = 0,47$. In das Rohr treten mit gleicher Geschwindigkeit parallel zwei Ströme, von denen jeder den Querschnitt 6×3 cm hat, ein; einer der Ströme ist reines Wasser, der zweite - Wasser mit einer Beimischung einer schwachen wässrigen Hyposulfitlösung. Die Konzentration von $Na_2S_2O_3 \cdot 5H_2O$ im zweiten Strom wurde mit 100 Einheiten angenommen.

Relativer Abstand des Querschnitts, wo die Proben entnommen sind, von der Anfangsstelle der Vermischung $x/2z_0$	Verbrauch reinen Wassers und von Wasser mit der Beimischung $Na_2S_2O_3$, $q_1 + q_2$ cm ³ /sec	Nr der Probeentnahmepunkte und Entfernung dieser Punkte von einer Rohrwand, cm	durchschnittl. Konzentration am Ausgang
--	---	--	---

Tabelle 4

Relative Konzentrationen von $Na_2S_2O_3 \cdot 5H_2O$ in einem 6×6 cm Rohr, das mit verschiedenem Stückgut gefüllt ist, bei Vermischung zweier Ströme, die mit gleicher Geschwin-

digkeit in das Rohr eintreten.

1. Spalte

Form und Größe der Körner der Schüttung

Glaskörner unregelmäßiger Form, $\delta = 0,7 - 0,8$ cm

Glaskörner unregelmäßiger Form, $\delta = 0,2 - 0,3$ cm

Stahlkugeln, $\delta = 0,46$ cm

2. Spalte

Relative Entfernung des Probeentnahmequerschnitts von der Anfangsstelle der Vermischung $x/2z_0$

3. Spalte

Durchflußmenge, cm^3/sec

5. Spalte

Nr der Probeentnahmepunkte und ihr Abstand von einer Rohrwand aus, cm

6. Spalte

durchschnittliche Konzentration am Ausgang

Tabelle 5

Relative Konzentrationen C/C_0 von Hyposulfit in einem 6×6 cm Rohr, das mit Flußsand - $\delta = 0,15$ cm - gefüllt ist. Probeentnahme im Querschnitt in einer Entfernung von 54,4 cm ($x/2z_0 = 9,1$) von der Anfangsstelle der Vermischung zweier Ströme gleicher Dicke, die dieselbe Geschwindigkeit haben.

Nr der Versuche

$Re \delta$

Nr der Probeentnahmepunkte und ihre Entfernung von einer Rohrwand, cm

durchschnittliche Konzentration am Ausgang

Tabelle 6

Gegenüberstellung der Konzentrationsverteilung bei Vermischung zweier Ströme in quadratischen Rohren von 6×6 cm. In einem der Rohre wird der Eintrittsquerschnitt mittels einer Scheidewand auf die Größe 3×6 cm eingeengt. Die Konzentrationen werden in einem 54,4 cm ($x/2z_0 = 9,1$) von der Anfangsstelle der Vermischung entfernten Querschnitt gemessen. Die Rohre sind mit Flußsand gefüllt; der durchschnittliche Durchmesser eines Kornes davon ist $\delta = 0,15$ cm.

1. Spalte

Strömungsbedingungen der Flüssigkeit

Rohr mit Scheidewand beim Eintritt der zu vermischenden Ströme

Rohr ohne Scheidewand

2. Spalte

Nr der Probeentnahmepunkte und ihre Entfernung von einer Rohrwand, cm

3. Spalte

durchschnittliche Konzentration

3. Auswertungsmethode des Versuchsmaterials und die Ergebnisse dieser Auswertung

Für die Aufstellung einer Gleichung für die Vermischung einer beliebigen Beimischung in einem Flüssigkeitsstrom, der in einem mit Stückgut gefüllten Raum fließt, kann man ein Schema des Vermischungsprozesses anwenden, das den Schemata, die für die Herleitung einer Gleichung der turbulenten Diffusion benutzt werden, ähnlich ist. Beispielsweise kann man den Beimischungsstrom durch die Flächeneinheit S , die parallel zu dem gemittelten Flüssigkeitsstrom gelegen ist, als Resultat dessen darstellen, daß bald in der einen Richtung, bald in der ihr entgegengesetzten unregelmäßig einige

Flüssigkeitsmengen eindringen, die ganz verschiedene Beimischungsmengen in den verschiedenen Richtungen enthalten.

Vernachlässigt man die Molekulardiffusion, was - besonders bei der Strömung von Tröpfchenflüssigkeiten - durchaus zulässig ist, und betrachtet man das "ebene" Konzentrationsfeld in dem Raum, wo die Vermischung erfolgt, kann man die Dichte des Beimischungsstroms durch 1 cm^2 der Fläche mit der Gleichung

(1)

ausdrücken, wobei $\frac{dc}{dn}$ - das Konzentrationsgefälle der Beimischung in der zur Fläche S senkrechten Richtung ist;

ϵ_{ϕ} - der Koeffizient ist, den man die Filtrations-Vermischungszahl oder den turbulenten Diffusionskoeffizienten nennen kann.

Offensichtlich wird für ähnliche Schüttungen für den Fall einer ähnlichen Flüssigkeitsströmung ϵ_{ϕ} von der Größe der Schüttungsstücke - δ - und der Strömungsgeschwindigkeit der Flüssigkeit - u - abhängen:

, (a)

wobei K - ein dimensionsloser Koeffizient ist, den man als die die Intensität der Filtrationsvermischung charakterisierende Zahl betrachten kann; er ist seiner Struktur nach dem reziproken Wert der Péclétschen Kennzahl für die Diffusion analog.

Wenn der Einfluß der Schwerkkräfte auf die Vermischung fehlt, kann K bei einer Strömung in ähnlichen Schüttungen nur von Re abhängen. Als bestimmende Größe in den Zahlen K und Re wählen wir den Durchmesser eines Stückes der Schüttung - δ - , als kennzeichnende Strömungsgeschwindigkeit - u_{bez} -, die als das Verhältnis der Durchflußmenge

in 1 sec zum Gesamtquerschnitt des Rohres berechnet wird, als ob es keine Schüttung darin gäbe.

Stellt man die Bilanz der Konvektionsströme auf sowie der mit der Gleichung (1) bestimmaren Diffusionsströme der Beimischung durch die Fläche, die ein bestimmtes Volumenelement begrenzt, das von dem Raum, wo der Vermischungsprozeß stattfindet, abgetrennt ist, kann man - wenn ϵ_ϕ in allen Richtungen gleich ist - folgende, der Fourier-Kirchhoffschen analoge Gleichung für das "ebene" Konzentrationsfeld der Beimischung in diesem Raum erhalten:

. (2)

Für ein ebenes stationäres Konzentrationsfeld - wie es bei der Durchführung der Versuche verwirklicht wurde - sieht die Gleichung (2) - wenn ϵ_ϕ in dem gesamten Volumen konstant ist - folgendermaßen aus:

, (3)

wobei $a = \frac{\epsilon_\phi}{u_{\text{bez}}}$.

Die Lösung dieser Gleichung zusammen mit den Gleichungen für die Grenzbedingungen, die bei der Durchführung der Versuche realisiert wurden (s. schematische Darstellung von Abb. 2), hat folgendes Aussehen:

. (4)

Vergleicht man die Versuchsergebnisse mit den Lösungen, die den numerischen Lösungen der Gleichung (4) entsprechen, kann man den Wert für $a = \frac{\epsilon_\phi}{u_{\text{bez}}}$ und folglich auch ϵ_ϕ

finden.

Da die Gleichung für ein hinsichtlich der Zeit gemittelt und hinsichtlich des Volumens "ebenes" Konzentrationsfeld gewonnen wurde, kann man sie offensichtlich für die Berechnung gemittelter Konzentrationen in Punkten von Rohrquerschnitten benutzen, die sich in nicht zu geringer relativer Entfernung $x/2z_0$ von der Anfangsstelle der Vermischung befinden und bei nicht zu großen relativen Abmessungen der Stücke der Schüttung $\delta/2z_0$. Die durchgeführten Versuche haben gezeigt, daß sogar bei $\delta/2z_0 = 0,125$ (d.h. sogar wenn entlang dem Rohrdurchmesser nur acht Körner liegen) die Gleichung (4) die Konzentrationsverteilung in den Querschnitten $x/2z_0 \geq 0,125$ (Abb. 3, 4, 5) befriedigend beschreibt.

Der Wert der Größe $K = \frac{\epsilon \phi}{\delta u_{bez}}$, der bei der Auswertung der Versuchsangaben gewonnen wurde, liegt im Bereich zwischen 0,08 und 0,15 und hängt nicht von der Zahl $Re_\delta = \frac{\delta u_{bez}}{\nu}$ ab.

In den meisten Versuchen lag der Wert von K ungefähr bei 0,1 - 0,09, was auch für die Berechnungen gewählt werden kann. Die anderen gewonnenen Werte müssen als Abweichungen betrachtet werden, die verschiedene Ursache haben (besondere Lage der Körner der Schüttung, eine mögliche Dislokation der Körner usw.)

Es muß auf die interessante Tatsache hingewiesen werden, daß

$K = \frac{\epsilon \phi}{\delta u_{bez}}$ den gleichen Wert sowohl für den sogenannten tur-

bulenten Filterungsbetrieb - wenn der Strömungswiderstand der Flüssigkeit proportional zur Geschwindigkeit ungefähr in der Potenz 1,8 ist - als auch für den laminaren - wenn der Widerstand proportional der ersten Potenz der Geschwindigkeit ist - hat.

Die Berechnungen zeigten, daß für die oben angeführten einschränkenden Bedingungen für die Anwendung der Gleichung (3)

der Wert $\frac{d^2 c}{d x^2}$ in ihr verschwindend klein im Vergleich zu

$\frac{d^2 c}{d z^2}$ ist; daher kann anstelle der Gleichung (3) die Gleichung

(5)

benutzt werden, d.h. die Diffusionsübertragung der Beimischung entlang der Hauptrichtung des Flüssigkeitsstromes kann im Vergleich zur konvektiven Übertragung in der gleichen Richtung vernachlässigt werden.

Diese Ergebnisse haben wir auch schon in der Mitteilung [3] 1945 angeführt. 1950 führten R. Bernard und R. Wilhelm analoge Versuche zu den unsrigen durch und benutzte das gleiche Auswertungsverfahren der Versuchsergebnisse [5]. Sie untersuchten die Beimischungsverteilung in runden, mit verschiedenem Stückgut gefüllten Rohren: Kugeln mit dem Durchmesser $\delta = 0,1, 0,3, 0,5, 0,8$ und $0,95$ cm; Zylinder mit $\delta = 0,475, l = 0,475$ cm; $\delta = 0,635, l = 0,635$; Würfel mit $\delta = 0,32$ cm; Körner - 10 - 14; ein Gemisch von Kugeln mit $\delta = 0,1$ und $\delta = 0,3$ cm. Die Schüttungen durchströmte Wasser oder Luft. Die Beimischung des Indikators trat in der Mitte des Rohrquerschnitts aus einem dünnen Röhrchen ein; somit wurde eine punktförmige Quelle der Beimischung in einem Flüssigkeitsstrom imitiert.

In der Reynolds- und in der Péclet-Zahl wurden als kennzeichnende Größen für die Abmessungen und Geschwindigkeit genau die gleichen Größen wie von uns gewählt: δ - der Durchmesser eines Kornes der Schüttung und u_{bez} - die bezogene Geschwindigkeit der Flüssigkeit. Die in diesen Versuchen gewonnenen Werte für $K = \frac{\epsilon \phi}{\delta u_m}$ blieben innerhalb des Bereichs

0,08 - 1,6, was den unsrigen nahekommt. Leider gaben diese Autoren in ihrer Arbeit nicht die ursprünglichen Daten an und

die Auswertungsgenauigkeit ihrer Versuche kann nicht bestimmt werden.

Wie schon oben gesagt wurde, ist es offensichtlich, daß die Größe K bei sonst gleichen Bedingungen von der Lage der Körner abhängen muß, die sogar in Schüttungen aus ein und denselben Körnern etwas variieren kann. Daher wäre es sinnvoll, genaue Werte für die Größe K für Füllschichten oder Stapel zu gewinnen, die aus Stücken einer bestimmten Form zusammengesetzt sind und eine bestimmte Packungsdichte haben.

Für Berechnungen, die im Zusammenhang stehen mit der Umverteilung der Vermischung der Konzentrationen in einem Flüssigkeits- oder Gasstrom, der mit Stückgut verschiedener Form (unregelmäßige Form von Bruchstücken, Kugeln, Zylinder, deren Länge gleich dem Durchmesser ist usw.), aber gleicher Größe gefüllte Rohre durchfließt, kann man empfehlen - unabhängig von der Reynolds-Zahl in ihrem Änderungsbereich von 5 bis 2000

(6)

zu wählen.

Es muß jedoch berücksichtigt werden, daß K in einzelnen Fällen merklich von 0,1 abweichen kann, was aus Abb. 6 ersichtlich ist.

4. Die Vermischung von Flüssigkeitsströmen in Schüttungen, die Rohre mit veränderlichem Querschnitt füllen

Bei Strömung einer Flüssigkeit in mit Stückgut gefüllten Rohren veränderlichen Querschnitts bilden sich keine stagnierenden oder zirkulierenden Zonen solcher Größe, die über die Größe der Körner der Schüttung merklich hinausginge nicht einmal dann, wenn sich der Rohrquerschnitt stark ändert. Die be-

zogene Geschwindigkeit in einzelnen Punkten jedes Rohrquerschnitts kann ungefähr als gleich angenommen werden. Daher kann in einer Reihe von Fällen die Berechnung der Konzentrationsverteilung in Rohren mit veränderlichem Durchmesser auf die Berechnung der Konzentrationsverteilung in Rohren mit konstantem Durchmesser zurückgeführt werden, ohne daß bemerkenswerte Fehler befürchtet werden müssen.

Wenn die aufgezeigten Besonderheiten der Geschwindigkeits- und Konzentrationsumverteilungsvorgänge bei der Filterung berücksichtigt werden, kann man erwarten, daß eine plötzliche Einengung und sofortige Ausweitung durch die eingefüllte Schüttung des Rohres (beispielsweise durch das Aufstellen einer Scheidewand in dem Rohr) keine merkliche vermischende Wirkung auf den Flüssigkeitsstrom ausüben. Die Versuche bestätigen dies. In der Tabelle 6 und Abbildung 7 sind die Ergebnisse der Bestimmung der relativen Konzentrationen in einem mit einer Schüttung gefüllten Rohr gegenübergestellt, und zwar nach Aufstellung einer Scheidewand in diesem Rohr und ohne sie. Die Scheidewand wurde an der Anfangsstelle der Vermischung zweier Ströme mit gleicher Dicke und gleicher Geschwindigkeit errichtet; sie verringerte den Rohrquerschnitt auf die Hälfte.

Schlußfolgerungen

Es wurde die Vermischung eines Flüssigkeitsstromes untersucht, der in einem mit Stückgut (in einer Schüttung) gefüllten Raum fließt. Das ebene Konzentrationsfeld in diesem Raum wird recht zufriedenstellend durch die Gleichung

beschrieben.

Experimentell wird der Wert des Filtrations-Diffusionskoeffizienten bestimmt. Diesen Koeffizienten kann man für

Schüttungen aus Stücken von der Größe δ aus der Formel

<c>

ermitteln.

Für Berechnungen der Vermischung von Strömen in Schüttungen kann man $K \cong 0,1$ unabhängig von Re_{δ} im Bereich zwischen $Re_{\delta} = 5$ bis $Re_{\delta} = 2000$ wählen.

Für Näherungsberechnungen kann man die Aufgabe der Vermischung bei Filterung in Rohren mit veränderlichem Querschnitt auf die Aufgabe der Vermischung in Rohren mit konstantem Querschnitt zurückführen.

Eingang in der Redaktion
am 13. März 1953

Abbildung 1

Schema der Anlage für die Durchführung von Versuchen zur Untersuchung der Vermischung eines Flüssigkeitsstromes in Rohren, die mit Stückgut gefüllt sind.

Abbildung 2

Schematische Darstellung, die die Grenzbedingungen, die in der Versuchsanlage realisiert wurden, charakterisiert.

Abbildung 3

Untersuchungsergebnisse der Vermischung zweier Ströme mit der gleichen Dicke von 6×3 cm in einem quadratischen Rohr von 6×6 cm, das mit Glaskörnern unregelmäßiger Form - $\delta = 0,5 - 0,6$ cm - gefüllt ist:

I.

<d>

II.

Abbildung 4

Graphische Darstellung $C/C_0 = f(z/2z_0)$ im Querschnitt $x/2z_0 = 2,33$ für die Fälle, wenn das Rohr mit Glaskörnern unregelmäßiger Form gefüllt ist:

I.

<e>

II.

Abbildung 5

Graphische Darstellung $C/C_0 = f(z/2z_0)$ im Querschnitt $x/2z_0 = 9,1$ für den Fall, daß das Rohr mit dem Querschnitt 6×6 cm mit Flußsand - $\delta \cong 0,15$ cm - gefüllt ist;

$$K = \frac{\varepsilon_{\phi}}{u_{\text{bez}} \delta} \cong 0,1; \quad \circ - \text{Versuchspunkte};$$

\times - mit der Gleichung (4) berechnete Punkte

Abbildung 6

Der Wert $K = \frac{\epsilon \phi}{\delta u_{\text{bez}}} = \text{const} \cong 0,1$

für verschiedene Schüttungen bei verschiedenen Werten von Re :

I - Versuche von V.A. Baum (1945); Stücke unregelmäßiger Form mit verschiedenen Abmessungen ($\delta = 0,2 - 0,3$; $0,5 - 0,6$; $0,7 - 0,8$ cm) und Flußsand, $\delta = 0,15$ cm;

II - Versuche von Bernard und Wilhelm (1950);

▽ - Zylinder, $\delta = 1 = 0,475$ cm;

□ - dasselbe, $\delta = 0,635$ cm;

⊙ - Kugeln, $\delta = 0,1$ cm;

○ - dasselbe, $\delta = 0,3$ cm;

⊖ - dasselbe, $\delta = 0,5$ cm;

⊕ - dasselbe, $\delta = 0,8$ cm;

⊙ - dasselbe, $\delta = 0,95$ cm;

■ - Würfel, $\delta = 0,32$ cm;

△ - Körner, 10 - 14

Abbildung 7

Konzentrationsverteilung im Querschnitt $x/2z_0 = 9,1$ in einem 6×6 cm Rohr, das mit Flußsand - $\delta = 0,15$ cm - gefüllt ist:

○ - in dem Querschnitt, wo die Vermischung der Ströme beginnt, ist eine den Rohrquerschnitt von 6×6 cm auf 6×3 cm einengende Scheidewand angebracht;

× - beim Fehlen dieser Scheidewand

Literatur

1. V o l k o v , P.M. Issledovanie na vodjanoj modeli charak-
tera dviženija gazov v nagrevatel'noj
kamere koksovoj peči. Izvestija VTI,
No 11 - 12, 1931.

2. S y r k i n , S.N.
Z a m a z i j , I.S. Osnovy gidravličeskoj teorii ŷachtnych
pečej. Materialy k soveščaniju po mode-
lirovaniju teplovyh ustrojstv. Izd.
AN SSSR, 1938.

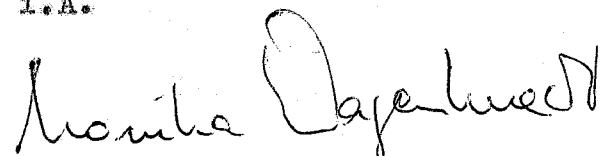
3. B a u m , V.A. Dviženie gazov v teplovyh ustrojstvach.
Referaty naučno-issledovatel'skich rabot
OTN AN SSSR za 1945 g. Izd. AN SSSR,
1946.

4. B a u m , V.A. Issledovanie processa turbulentnogo pe-
remešivanija v potoke židkosti. Izve-
stija AN SSSR, OTN, No 2, 1952.

5. B e r n a r d , R.A.
W i l h e l m , R.H. Turbulent diffusion in fixed beds of
packed solids. Chem. Eng. Progr.,
vol. 46, No 5, 1950.

Stuttgart, den 15.8.1969

1.A.



(Monika Wagenknecht)
Dipl.-Übersetzerin

В. А. БАУМ

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕМЕШИВАНИЯ
В ПОТОКЕ ЖИДКОСТИ, ПРОТЕКАЮЩЕЙ В ТРУБАХ,
ЗАПОЛНЕННЫХ КУСКОВЫМ МАТЕРИАЛОМ**

Представлено академиком *М. В. Кирпичевым*

В некоторых технических аппаратах жидкости или газы движутся в трубах, каналах или камерах, которые заполнены кусковым материалом, расположенным в определенном порядке (штабели, насадки) или беспорядочно, навалом (засыпки). В ряде работ советских исследователей, изучавших при помощи моделей или в натуре работу сушил, шахтных печей, контактных химических аппаратов, газогенераторов и тому подобных устройств, показано, что в некоторых случаях процесс перемешивания потоков, проходящих в насадках или в засыпках, лимитирует работу этих устройств [1, 2].

Если на пути потока жидкости расположены какие-либо препятствия, как, например, пучки труб в дымоходах котла или в конденсаторе, насадки из кирпичей в регенераторах печей, засыпки топлива в газогенераторах или на колосниковой решетке и т. п., то поток разбивается на ряд тонких струй, движущихся по каналам неправильной формы, сообщающимся между собой; при этом отдельные струйки могут перемешиваться.

При небольших размерах тел, препятствующих движению жидкости, по сравнению с размерами той камеры, канала или трубы, где препятствия расположены, нас обычно не интересуют подробности течения в небольших областях, сравнимых с размерами указанных тел. Так, для решения многих инженерных задач часто достаточно знать лишь среднее значение скорости потока, концентраций примеси, давлений и других параметров в этих небольших зонах.

Перемешивающее действие тел, стоящих на пути потока, зависит от их формы, размеров и размещения в потоке. Можно представить такие штабели из кускового материала различной формы и укладки, что перемешивание отдельных частей потока, проходящего сквозь такой штабель, будет очень быстрое, незначительное или даже почти отсутствовать.

Очевидно также, что и беспорядочно загруженные куски какой-либо формы в зависимости от того, как они разместятся, должны оказывать на поток жидкости различное перемешивающее действие. Целесообразно, однако, изучить закономерности перемешивания потока в таких засыпках, которые часто встречаются в технических аппаратах, с целью получения возможности расчета этого процесса подобно тому, например, как изучается сопротивление движению жидкости в слое топлива на колосниковой решетке, в скрубберах, газогенераторах и т. п.

Интересным является то обстоятельство, что засыпки из тел различной формы при беспорядочной их загрузке имеют приблизительно одинаковую порозность π (отношение объема пустот между кусками ко всему

объему, занимаемому засыпкой), не зависящую от крупности кусков. Значения π , как это установлено многими исследователями, находятся в среднем в пределах $0,4 \div 0,5$; отклонение этих цифр более чем на $0,1$ встречается сравнительно редко. Поэтому можно приблизительно считать, что засыпки, полученные беспорядочной загрузкой кускового материала в камеры, каналы, трубы, геометрически подобны, и, следовательно, потоки проходящей сквозь них жидкости будут при известных условиях подобны; так же подобно будет происходить в них и процесс перемешивания отдельных частей потока.

Придя к выводу о внимании практическую значимость нахождения закономерностей процесса перемешивания, мы провели ряд опытов по изучению перераспределения примеси раствора гипосульфита в стационарном потоке воды, протекавшей в канале, заполненном кусковым материалом, на основе которых можно рассчитывать этот процесс. Работа эта была изложена нами в диссертации «Движение газов в тепловых устройствах» (Энергетический институт АН СССР, 1945 г.), краткое сообщение о ней было сделано также в печати [3].

Методика этих исследований и схема установки не отличались принципиально от тех, которые были применены нами при изучении турбулентной диффузии в начальном участке трубы квадратного сечения [4]. Исследование проводилось в трубах квадратного и прямоугольного сечения различной длины, склеенных из плексигласа. Они заполнялись кусковым материалом (засыпкой) различной крупности — от $0,15$ до $0,8$ см. В качестве засыпки применялись речной песок, стальные шарики, а также

стеклянные зерна неправильной формы, полученные путем охлаждения в воде нагретого докрасна зеркального стекла. В трубу подавались два потока воды равного сечения. Для проведения визуальных наблюдений в потоки вводились примеси, окрашивавшие отдельные части потока или зону перемешивания потоков. Для количественных исследований в один из потоков прибавлялся слабый раствор гипосульфита. На различных расстояниях от места начала смешивания потоков отбирались пробы в 11—15 точках по сечению трубы.

Фиг. 1. Схема установки для проведения опытов по изучению перемешивания потока жидкости в трубах, заполненных кусковым материалом

Концентрация примеси в пробах определялась титрованием их раствором иода. На фиг. 1 дана схема установок, которые отличались друг от друга только длиной участка перемешивания, сечением трубы или количеством точек отбора проб.

1. Результаты визуальных наблюдений

Окрашивая поток, отдельные его области или зону перемешивания, можно наблюдать следующее. Если в трубу входит стационарный поток с неравномерным распределением концентрации примеси краски по сечению этого потока, то выравнивание концентраций происходит на более или менее значительном расстоянии от места начала смешения. Длина участка выравнивания концентраций тем больше при одинаковых прочих условиях, чем меньше зерна засыпки. Таким образом, нельзя считать, что

засыпка всегда вызывает сильное перемешивающее действие на поток, проходящий сквозь нее. В некоторых случаях может оказаться, что для выравнивания концентрации примеси в трубе, заполненной засыпкой, требуется более длинный участок трубы, чем при турбулентном течении в той же трубе, свободной от засыпки (при мелких кусках и большом сечении трубы. Вследствие большого сопротивления течения жидкости в засыпках даже при резком изменении сечения трубы, заполненной засыпкой, течение проточное, т. е. циркуляционных или застойных зон, охватывающих области большего размера, чем размер кусков засыпки, нигде не возникает.

Если в трубу, заполненную мелкой засыпкой, входят два потока, имеющие различную скорость, то уже на очень небольших расстояниях от места входа скорости по сечению трубы выравниваются, и так как на такой длине заметного перемешивания потоков не произойдет, то площади сечения трубы, занимаемые каждым из них, оказываются приблизительно пропорциональными расходам жидкости. Если в канал-трубу входят потоки не параллельно, а навстречу один другому, то это также не вызывает заметного улучшения перемешивания (особенно, когда размеры зерен засыпки малы по сравнению с размерами сечения канала). Потоки после поворота занимают сечения трубы, пропорциональные расходу, так что условные скорости течения во всех точках сечения трубы одинаковы.

При течении воды в засыпке снизу вверх при некоторых скоростях течения засыпка приподнимается и в ней образуются зоны, в которых происходит передвижение («витание») отдельных зерен. В таких зонах перемешивание жидкости более энергичное, чем в остальной части засыпки. При пуске установки в действие зоны, где наблюдается перемещение засыпки, могут оказаться в других местах объема камеры. Поэтому в таких случаях результаты измерения перераспределения концентраций получаются различными.

Вибрация отдельных зерен или даже группы зерен замечается в некоторых зонах даже и в том случае, если засыпка прижата сверху сеткой, не позволяющей «разбухать» объему, занятому засыпкой. Поэтому опыты по исследованию перемешивания мы производили при течении воды сверху вниз, при этом получалась хорошая повторяемость результатов опытов.

2. Результаты исследования перемешивания потока воды с потоком слабого водного раствора гипосульфита при течении в трубах, заполненных кусковым материалом

Исследовалось распределение концентраций примеси: в трубе квадратного сечения 6×6 см на расстояниях 72, 14, 17, 54, 4 см от места начала смещения; в трубе прямоугольного сечения 6×3 см на расстоянии 14 см от начала смещения.

Трубы заполнялись какой-нибудь из следующих засыпок: 1) стеклянными зернами неправильной формы, полученными путем охлаждения в воде нагретого докрасна зеркального стекла (размеры зерен 7—8, 5—6 и 2—3 мм); 2) речным песком двух расसेвов

1

Фракция, см	Больше 0,2	0,2—0,17	0,17—0,15	0,15—0,14	0,14—0,10	0,1	Средний размер
Содержание, % вес.	6,94	20,65	20,85	16,87	33,32	1,35	$\delta = 0,15$ см

Фракция, см	0,2	0,2—0,17	0,17—0,15	0,15—0,1	0,1—0,07	0,07	Средний размер
Содержание, % вес.	2,0	20,4	29,7	34,5	10,0	3,7	$\delta =$ $=0,15$ см

3) стальными шариками $\delta = 0,46$ см.

Результаты исследования полей концентраций гипосульфита в потоке воды при различных условиях перемешивания представлены в табл. 1—6, в которых даны относительные концентрации (C/C_0). Концентрация примеси в одном из потоков перед входом его в участок, где начинается перемешивание, принята за 100 единиц ($C_0 = 100$), тогда во втором потоке $C = 0$. Порозность исследованных засыпок составляла около 0,4—0,48.

Таблица 1

Относительные концентрации $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ в трубе прямоугольного сечения 3×6 см при перемешивании в ней двух потоков толщиной 1,5 см и шириной 6 см. Труба заполнена стеклянными зернами неправильной формы, $\delta = 0,2—0,3$ см. Скорости потоков на входе в трубу одинаковы. $Re_\delta = 28,6$. Пробы отобраны в сечении $x/2z_0 = 4,8$. Суммарный расход воды $q = 30$ см³/сек

№ опытов	№ точек отбора проб и расстояние этих точек от одной из стенок трубы, см								Средняя концентрация на выходе из трубы
	1	2	3	4	5	6	7	8	
	0,1	0,5	0,9	1,3	1,7	2,1	2,5	2,9	
1	10	15	25	41	54	71	78	82	51
2	12	14	25	43	56	70	80	85	50
3	9	17	24	40	58	74	80	80	50

Таблица 2

Распределение концентраций $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ в трубе 6×6 см, заполненной стеклянными зернами, $\delta = 0,5—0,6$ см. В трубу входят два потока воды разного сечения, но скорости их различны. Расстояние сечения, где измерены концентрации, от места начала смешения $x/2z_0 = \frac{29,0}{6,0} = 4,85$

№ опытов	q_1 , см ³ /сек	q_2 , см ³ /сек	№ точек отбора проб и расстояние этих точек от одной из стенок трубы, см															Средняя концентрация смеси на выходе
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
			0,2	0,6	1,0	1,4	1,8	2,2	2,6	3,0	3,4	3,8	4,2	4,6	5,0	5,4	5,8	
1	168	160	8,4	9,2	11	15	23,5	27	36	40	67	70	81	84	88	88	93	40
2	174	116	2,1	3,2	4,5	7,3	13	15	22	27,5	45	63	67	73	77	81	88	50
3	185	82	0	0	1,5	2,2	4,5	6,8	10,5	15,4	31	41	50	60	68	69	73	30

Относительные концентрации C/C_0 примеси гипосульфита в трубе квадратного сечения 6×6 см, заполненной стеклянными зернами неправильной формы, размер которых $\delta = 0,5-0,6$ см. Порозность засыпки $\tau = 0,47$. В трубу с одинаковой скоростью входят параллельно два потока сечением 6×3 см каждый; один из потоков — чистая вода, второй — вода с примесью слабого водного раствора гипосульфита. Концентрация $Na_2S_2O_3 \cdot 5H_2O$ во втором потоке принята за 100 единиц

Относительное расстояние, где отобраны пробы, от места начала смешения x/z_0	Расход чистой воды и воды с примесью $Na_2S_2O_3$ $\frac{q_1 + q_2}{cm^3/sec}$	$Reg = \frac{u_{гид} \delta}{\nu}$	№ точек отбора проб и расстояние этих точек от одной из стенок трубы, см															Средняя концентрация на выходе
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
			0,2	0,6	1,0	1,4	1,8	2,2	2,6	3,0	3,4	3,8	4,2	4,6	5,0	5,4	5,8	
1,3	18,2+18,3	41,3	0,1	0,4	0,8	2,2	6,6	17	35	51	57	87	92	100	100	1000	48	
	38+39,3	87,5	0,2	0,2	1,0	5,0	5,7	17,5	27	48	69	87	—	100	100	100	49	
	39,3+38	87,5	0	0	0,7	1,5	5,2	18,5	33	64	67,5	86,5	94,5	100	100	100	52	
	55+57	127	0	0,2	0,8	5,4	6,0	14	33	46	62	8,4	92	95	97	100	100	50
5,7	18,3+18,2	41,3	7	8	9,7	16	20	25,8	35,8	52	63,5	65	76	82	86	90	48,5	
	18,4+19,6	43	7,7	9,1	9,9	16	23	26	33	47	55	67	71	77	84	93	51,0	
	38+38	86	9,2	9,8	10	—	27,4	31	40	49	60	67	71	76	84	—	50	
	56+56	127	9,2	9,9	13,9	18,5	28,5	27,8	37,8	48	55,5	65,5	73	77	81	87	89,5	51
6,2	115+110	255	12	18	20	25	30	36	44	53	60	70	77	84	90	88	50	
	103+110	240	13	14	19	22	28	33	42	49	55	64	70	80	83	86	50	

Относительные концентрации $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ в трубе 6×6 см, заполненной различным кусковым материалом, при перемешивании в ней двух потоков, входящих в трубу с одинаковой скоростью

Форма и размер зерен засыпки	Относительное расстояние сечения отбора проб от места начала смешения $x/2z_0$	Расход воды, $\text{см}^3/\text{сек}$	$R\%$	№ точек отбора проб и расстояние этих точек от одной из стенок трубы, см											График кон. на выходе
				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
				0,25	0,8	1,35	1,9	2,45	3,0	3,55	4,1	4,65	5,2	5,5	
Стеклянные зерна неправильной формы, $\delta = 0,7-0,8$ см	2,3	130	162	—	5	13	21	32	50	61	76	87	90	90	52
		260	318	5	6	7	18	30	47	65	77	86	93	92	51
		520	636	2	8	12	16	34	45	67	75	84	93	96	50
Стеклянные зерна неправильной формы, $\delta = 0,2-0,3$ см	2,3	40,8	17	0	0	4	10	22	30	72	90	95	100	100	50
		56,2	24	0	0	5	13	24	52	70	92	97	99	100	50
Стальные шарики, $\delta = 0,46$ см	2,4	83	73	2	4	13	25	31	52	64	80	92	95	94	50
		120	105	1	3	12	25	28	46	53	78	91	98	95	50
		120	105	1	5	13	26	31	48	60	79	91	96	94	50

Таблица 5

Относительные концентрации C/C_0 гипосульфита в трубе 6×6 см, заполненной речным песком, $\delta = 0,15$ см. Отбор проб в сечении на расстоянии 54,4 см ($x/2z_0 = 9,1$) от места начала смешения двух потоков одинаковой толщины, имеющих одинаковую скорость

№ опытов	$Re_{\delta} = \frac{u_{усл} \delta}{\nu}$	№ точек отбора проб и расстояние этих точек от одной из стенок трубы, см										Средняя концентрация на выходе
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
		0	0,4	1,1	1,9	2,6	3,8	4,1	4,8	5,6	6,0	
1 2 3 4	9,0	99,2 97,5 100 99	98,7 96,5 99,0 98,7	92,4 93,0 96,4 96,4	79,6 81,5 82,1 85,0	58,8 60,6 61,5 68,0	39,4 34,6 30,2 34,4	17,4 14,7 10,1 17,4	2,96 4,3 1,8 5,1	0,43 0,87 0,92 0,46	0,02 0,04 0,0 0,0	47,6 47,6 50,0 50,0
5 6	12	100 100	100 100	98,8 99,2	86,6 67,6	66,4 66,0	40,0 41,0	17,0 17,8	6,0 5,9	1,28 1,48	0,1 0,1	51,0 51,0
7	4,5	100	99,5	94,4	83,0	61,5	32,2	12,4	3,95	2,26	0,6	50
8	7,65	100	110	97,3	83,4	61,0	31,1	12,2	3,33	1,11	0,5	48
9	10,5	100	100	95,1	83,8	60,0	34,0	16,2	4,90	1,6	0,5	47
10	12,75	100	100	94,6	79,6	58,8	33,2	16,0	5,35	2,14	0,5	47

Таблица 6

Сопоставление распределения концентраций при перемешивании двух потоков в трубах квадратного сечения 6×6 см. В одной из труб входное сечение сужено при помощи диафрагмы до размера 3×6 см. Концентрации измерены в сечении, отстоящем от места смешения на 54,5 см ($x/2z_0 = 9,1$). Трубы заполнены речным песком, средний диаметр зерна которого $\delta = 0,15$ см

Условия течения жидкости	№ точек отбора проб и расстояние этих точек от одной из стенок трубы, см										Средняя концентрация
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
	0	0,4	1,1	1,9	2,6	3,8	4,1	4,8	5,6	6,0	
Труба с диафрагмой на входе смешиваемых потоков . . .	100	99,5	94,4	83,0	61,5	32,2	12,4	3,9	2,3	0,6	50
Труба без диафрагмы . . .	100	100	94,6	80,0	59	33,2	16,0	5,4	2,1	0,5	58

3. Методика обработки экспериментальных материалов и результаты этой обработки

Для составления уравнения перемешивания какой-либо примеси в потоке жидкости, протекающей в объеме, заполненном кусковым материалом, можно воспользоваться схемой процесса перемешивания, сходной с

теми, которые принимаются для вывода уравнения турбулентной диффузии. Например, поток примеси через единицу площадки S , расположенной параллельно осредненному потоку жидкости, можно представить как результат того, что то в одном направлении, то в противоположном ее пронизывают нерегулярно некоторые объемы жидкости, которые в различных направлениях несут вообще различные количества примеси.

Пренебрегая молекулярной диффузией, что вполне допустимо, особенно при течении капельных жидкостей, и рассматривая «сглаженное» поле концентраций в объеме, где происходит перемешивание, плотность потока примеси через 1 см^2 площадки можно выразить уравнением

$$M = -\epsilon_{\phi} \frac{dc}{dn}, \quad (1)$$

где $\frac{dc}{dn}$ — градиент концентрации примеси в направлении, перпендикулярном площадке S ; ϵ_{ϕ} — коэффициент, который можно назвать коэффициентом фильтрационного перемешивания или фильтрационной диффузии.

Очевидно, для подобных засыпок для случая подобного течения жидкости ϵ_{ϕ} будет зависеть от размера кусков засыпки δ и скорости течения жидкости u :

$$\epsilon_{\phi} = K u \delta,$$

где K — безразмерный коэффициент, который можно рассматривать как критерий, характеризующий интенсивность фильтрационного перемешивания; он аналогичен по своей структуре обратному значению диффузионного критерия Пекле.

В случае отсутствия влияния на перемешивание сил тяжести при течении в подобных засыпках K может зависеть только от Re . В качестве определяющего размера в критериях K и Re мы приняли диаметр куса засыпки δ , за определяющую условную скорость течения $u_{\text{усл}}$, рассчитанную как отношение расхода жидкости в 1 сек. к полному сечению трубы так, как если бы в ней не было засыпки.

Составляя баланс конвективных потоков, а также определяемых уравнением (1) диффузионных потоков примеси через поверхность, ограничивающую некоторый элементарный объем, выделенный в пространстве, где происходит процесс перемешивания, для случая, когда ϵ_{ϕ} одинаково по всем направлениям, можно получить следующее уравнение «сглаженного» поля концентраций примеси в этом пространстве, аналогичное уравнению Фурье — Кирхгофа:

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} + (\vec{u}, \text{grad } C) = \text{div} (\epsilon_{\phi} \text{grad } C). \quad (2)$$

Для плоского стационарного поля концентраций, как это было осуществлено при проведении опытов, уравнение (2) в случае, когда ϵ_{ϕ} постоянно во всем объеме, принимает вид:

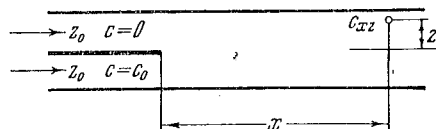
$$\frac{\partial c}{\partial x} = a \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right), \quad (3)$$

где $a = \frac{\epsilon_{\phi}}{u_{\text{усл}}}$.

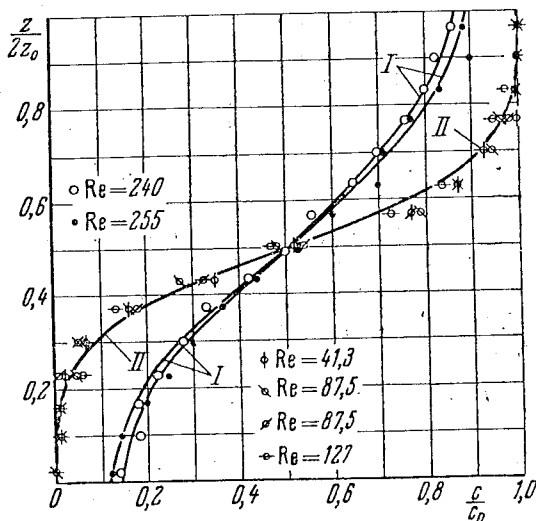
Решение этого уравнения совместно с уравнениями граничных условий, реализованных при проведении опытов (см. схему фиг. 2), имеет следующий вид:

$$C/C_0 = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \left[(2n-1) \frac{\pi}{2} \frac{z}{z_0} \right]}{2n-1} \times \exp \left\{ -\frac{x}{2z_0} \left[\sqrt{\left(\frac{z_0}{a} \right)^2 + \pi^2 (2n-1)^2} - \frac{z_0}{a} \right] \right\}. \quad (4)$$

Фиг. 2. Схема, характеризующая граничные условия, реализованные в опытной установке



Сопоставляя результаты опыта с результатами, соответствующими численным решениям уравнения (4), можно найти значение $a = \frac{\epsilon_{\phi}}{u_{\text{усл}}}$, а следовательно, и ϵ_{ϕ} .



Фиг. 3. Результаты исследования перемешивания двух потоков одинаковой толщины 6×3 см в квадратной трубе 6×6 см, заполненной стеклянными зернами неправильной формы, $\delta = 0,5 - 0,6$ см:

$$I. \frac{\epsilon_{\phi} x}{4z_0^2 u_{\text{усл}}} = 0,05 - 0,06; \quad x/2z_0 = 6,2; \quad \delta = 0,5 - 0,6 \text{ см}$$

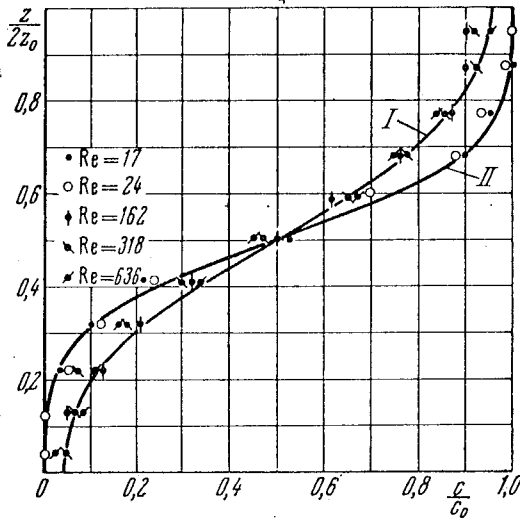
$$K = \frac{\epsilon_{\phi}}{\delta u_{\text{усл}}} = 0,09 - 0,1; \quad II. \frac{\epsilon_{\phi} x}{4z_0^2 u_{\text{усл}}} = 0,01 - 0,012;$$

$$x/2z_0 = 1,33; \quad \delta = 0,5 - 0,6 \text{ см}; \quad K = 0,082 - 0,098$$

Так как уравнение получено для осредненного во времени и «сглаженного» по объему поля концентраций, то его, очевидно, можно применять для расчета осредненных концентраций в точках таких сечений трубы, которые находятся на не слишком малых относительных расстояниях $x/2z_0$ от места начала смешения и при не слишком больших относитель-

ных размерах кусков засыпки $\delta/2z_0$. Проведенные опыты показали, что даже при $\delta/2z_0 = 125$ (т. е. даже когда по диаметру трубы укладывается только восемь зерен) уравнение (4) удовлетворительно описывает распределение концентраций в сечениях $x/2z_0 \geq 0,125$ (фиг. 3, 4, 5).

Значение величины $K = \frac{\epsilon_{\phi}}{\delta u_{\text{усл}}}$, полученное при обработке опытных материалов, находится в пределах от 0,08 до 0,15 и не зависит от числа $Re_{\delta} = \frac{\delta u_{\text{усл}}}{\nu}$. В большинстве опытов значение K было около 0,1—0,09, что и



Фиг. 4. График $C/C_0 = f(z/2z_0)$ в сечении $x/2z_0 = 2,33$ для случаев, когда труба заполнена стеклянными зёрнами неправильной формы:

$$I. \frac{\epsilon_{\phi} x}{4z_0^2 u_{\text{усл}}} = 0,03; \delta = 0,7-0,8 \text{ см}; x/2z_0 = 2,3;$$

$$K = \frac{\epsilon_{\phi}}{u_{\text{усл}} \delta} = 0,1; \quad II. \frac{\epsilon_{\phi}}{4z_0^2 u_{\text{усл}}} = 0,01;$$

$$\delta = 0,2-0,3 \text{ см}; x/2z_0 = 2,3; K = \frac{\epsilon_{\phi}}{u_{\text{усл}} \delta} = 0,1$$

можно принять для расчетов. Другие полученные значения следует рассматривать как отклонения, вызываемые различными причинами (особое расположение зерен засыпки, наличие возможности перемещения зерен и др.).

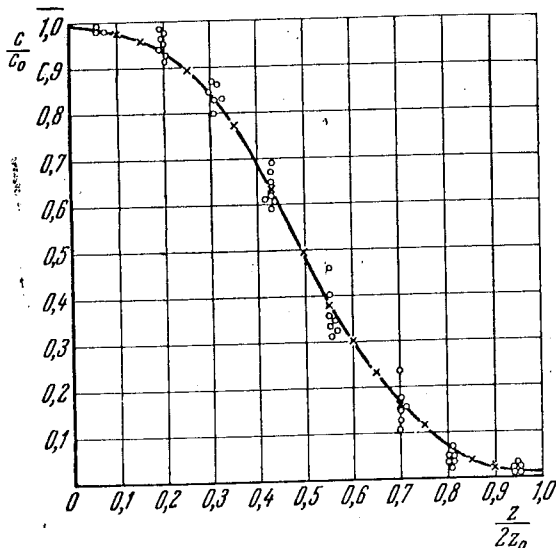
Необходимо подчеркнуть то интересное обстоятельство, что $K = \frac{\epsilon_{\phi}}{\delta u_{\text{усл}}}$ имеет одинаковое значение и для так называемого турбулентного режима фильтрации, когда сопротивление течению жидкости пропорционально скорости приблизительно в степени 1,8, и для ламинарного, когда сопротивление пропорционально первой степени скорости.

Вычисления показали, что для указанных выше ограничительных условий применения уравнения (3) значение $\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}$ в нем ничтожно мало по сравнению с $\frac{\partial^2 c}{\partial z^2}$, поэтому вместо уравнения (3) можно пользоваться уравнением

$$\frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\epsilon_{\phi}}{u_{\text{усл}}} \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}, \quad (5)$$

т. е. диффузионным переносом примеси вдоль основного направления потока жидкости можно пренебречь по сравнению с конвективным переносом в этом же направлении.

Эти результаты мы и привели в сообщении (3) в 1945 г. В 1950 г. Р. Бернард и Р. Вильхельм провели опыты, аналогичные нашим, и применили такой же метод обработки результатов опыта [5]. Они исследо-



Фиг. 5. График $C/C_0 = f(z/2z_0)$ в сечении $x/2z_0 = 9,1$ в случае, когда труба сечением 6×6 см заполнена речным песком, $\delta \cong 0,15$ см;

$K = \frac{\epsilon_{\Phi}}{u_{\text{усл}} \delta} \cong 0,1$; \circ — экспериментальные точки;

\times — расчетные точки, полученные по уравнению (4)

вали распределение примеси в круглых трубах, заполненных различным кусковым материалом: сферы диаметром $\delta = 0,1, 0,3, 0,5, 0,8$ и $0,95$ см; цилиндры $\delta = 0,635, l = 0,635$ и $\delta = 0,475$ см, $l = 0,475$ см; кубики $\delta = 0,32$ см; гранулы 10—14 меш.; смесь сфер $\delta = 0,1$ и $\delta = 0,3$ см. Сквозь засыпки протекали вода или воздух. Примесь индикатора поступала в центре сечения трубы из тонкой трубочки; таким образом имитировался точечный источник примеси в потоке жидкости.

В критериях Re и Pe в качестве определяющего размера и скорости взяты те же величины, как и у нас: δ — диаметр зерна засыпки и $u_{\text{усл}}$ — условная скорость жидкости. Значения $K = \frac{\epsilon_{\Phi}}{\delta u_{\text{гр}}}$, полученные в этих

опытах, заключались в пределах $0,08$ — $1,6$, что близко к полученным нами. К сожалению, эти авторы не дали в своей статье первичных материалов и нельзя определить точность обработки их опытов.

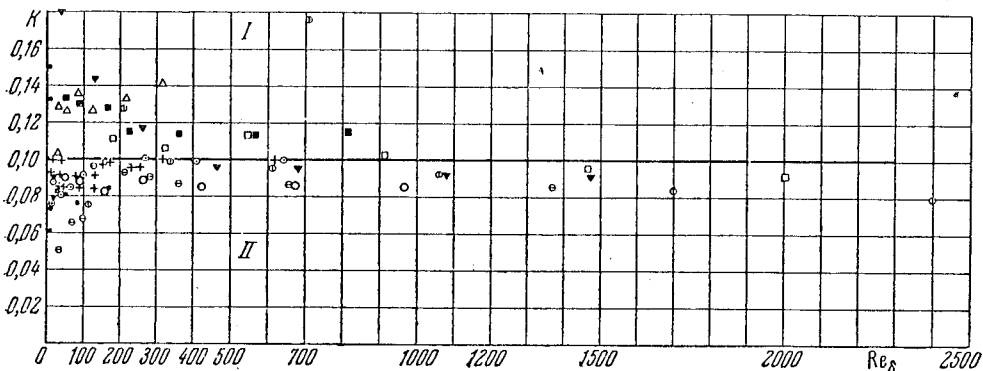
Как уже было сказано выше, очевидно, что величина K при прочих одинаковых условиях должна зависеть от расположения зерен, которое может даже в засыпках из одних и тех же зерен быть несколько различным. Поэтому получение точных значений величины K имело бы смысл для насадок или штабелей, составленных из кусков определенной формы и имеющих определенную структуру укладки этих кусков.

Для расчетов, связанных с перераспределением концентрации примеси в потоке жидкости или газа, протекающих в трубах, заполненных кусковым материалом различной формы (неправильной формы осколки, сфе-

ры, цилиндры, длина которых равна диаметру и т. п.), но одинакового размера, можно рекомендовать принимать независимо от числа Re в пределах его изменения от 5 до 2000

$$K = \frac{\epsilon_{\Phi}}{\delta u_{\text{усл}}} \cong \text{const} = 0,1. \quad (6)$$

Нужно, однако, иметь в виду, что K может в отдельных случаях иметь значительное отклонение от 0,1, что видно на фиг. 6.

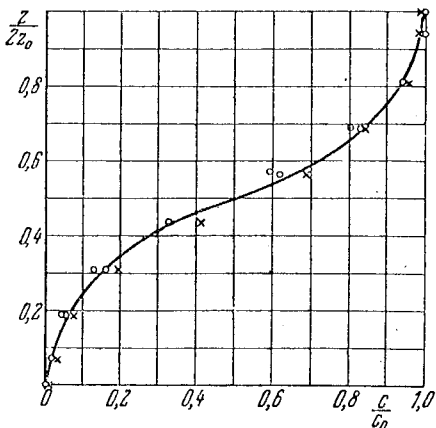


Фиг. 6. Значение $K = \frac{\epsilon_{\Phi}}{\delta u_{\text{усл}}} = \text{const} \cong 0,1$ для различных засыпок при различных значениях Re :

I — опыты В. А. Баума (1945 г.); куски неправильной формы различных размеров ($\delta = 0,2 - 0,3; 0,5 - 0,6; 0,7 - 0,8$ см) и речной песок, $\delta = 0,15$ см; *II* — опыты Бернарда и Вильгельма (1950 г.): ∇ — цилиндры, $\delta = l = 0,475$ см; \square — то же, $\delta = 0,335$ см; \bullet — сферы, $\delta = 0,1$ см; \circ — то же, $\delta = 0,3$ см; \ominus — то же, $\delta = 0,5$ см; \oplus — то же, $\delta = 0,8$ см; \odot — то же, $\delta = 0,95$ см; \blacksquare — кубики, $\delta = 0,32$ см; Δ — гранулы 10–14 меш

4. Перемешивание потоков жидкости в засыпках, заполняющих трубы переменного сечения

При течении жидкости в трубах переменного сечения, заполненных кусковым материалом, не образуется застойных или циркуляционных зон такого размера, который сколько-нибудь значительно превышал бы



Фиг. 7. Распределение концентраций в сечении $x/2z_0 = 9,1$ в трубе 6×6 см, заполненной речным песком, $\delta = 0,15$ см:

\circ — в сечении, где начинается смешение потоков, поставлена диафрагма, сужающая сечение трубы с 6×6 см до 6×3 см; \times — при отсутствии диафрагмы

размеры зерен засыпки даже в том случае, если сечение трубы резко меняется. Условную скорость в отдельных точках каждого из определенных поперечных сечений трубы можно считать приблизительно одинаковой. Поэтому в ряде случаев расчет распределения концентраций в трубах

переменного диаметра можно, не опасаясь значительных погрешностей, свести к расчету распределения концентраций в трубах постоянного диаметра.

Имея в виду указанные особенности процессов перераспределения скоростей и перераспределения концентраций при фильтрации, можно ожидать, что внезапное сужение и сразу же расширение заполненной засыпкой трубы (например, установкой в трубе диафрагмы) не окажет значительного перемешивающего действия на поток жидкости. Проведенные опыты подтверждают это. В табл. 6 и на фиг. 7 сопоставлены результаты определения относительных концентраций в заполненной засыпкой трубе, когда в этой трубе устанавливалась диафрагма и когда ее не было. Диафрагма была поставлена в месте начала перемешивания двух потоков одинаковой толщины и одинаковой скорости, она уменьшала сечение трубы вдвое.

Выводы

Исследовано перемешивание потока жидкости, протекающей в пространстве, заполненном кусковым материалом (в засыпке). Сглаженное поле концентраций в этом пространстве достаточно удовлетворительно описывается уравнением

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} + (\vec{u}, \text{grad } C) = \text{div} (\epsilon_{\text{ф}} \text{grad } C).$$

Экспериментально определено значение коэффициента фильтрационной диффузии $\epsilon_{\text{ф}}$. Этот коэффициент для засыпок из кусков размера δ можно определить из формулы

$$\epsilon_{\text{ф}} = k \delta u_{\text{исл.}}$$

Для расчетов перемешивания потоков в засыпках можно принимать $K \cong 0,1$ независимо от Re_{δ} в пределах от $Re_{\delta} = 5$ до $Re_{\delta} = 2000$

Для приближенных расчетов задачу перемешивания при фильтрации в трубах переменного сечения можно свести к задаче перемешивания в трубах постоянного сечения.

Статья поступила в редакцию
13 марта 1953 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Волков П. М. Исследование на водяной модели характера движения газов в нагревательной камере коксовой печи. Известия ВТИ, № 11—12, 1931.
2. Сыркин С. Н. и Замазий И. С. Основы гидравлической теории шахтных печей. Материалы к совещанию по моделированию тепловых устройств. Изд. АН СССР, 1938.
3. Баум В. А. Движение газов в тепловых устройствах. Рефераты научно-исследовательских работ ОТН АН СССР за 1945 г. Изд. АН СССР, 1946.
4. Баум В. А. Исследование процесса турбулентного перемешивания в потоке жидкости. Известия АН СССР, ОТН, № 2, 1952.
5. Bergard R. A. and Wilhelm R. H. Turbulent diffusion in fixed beds of packed solids. Chem. Eng. Progr., vol. 46, No 5, 1950.