

Übersetzung aus der japanischen Zeitschrift

"Nainen Kikan" (Die Brennkraftmaschine)

Band 5, Heft Nr.48, Juni 1966, Seite 44-49

Das Auswuchten des Motors, wenn man ihn als
einen elastischen Körper betrachtet

Von Moritada YAMAMOTO
und Niigata TEKKOSHO

Hand in Hand mit der immer höher werdenden Leistung der Brennkraftmaschinen wird auch die Belastung, welche auf die einzelnen Teile der Maschine kommt, immer stärker. Deshalb werden die Formveränderungen der Motorenteile und die Amplituden ihrer Schwingungen immer größer und beeinflussen andere Motorenteile sowie die Fahrzeuge und die Schiffe, in denen die Motore eingebaut sind, und bilden so die Ursache mannigfaltigen Versagens der Motoren. Um dies zu verhüten, dürfen wir die Teile der Motoren nicht mehr wie bisher als starre Körper betrachten, sondern wir müssen sie als elastische Körper behandeln und so die bei Belastung entstehende Formveränderung und die Schwingungsamplituden berechnen; wir müssen den von diesen Formveränderungen und Schwingungen auf andere Teile ausgeübten Einfluß untersuchen und Gegenmaßnahmen finden.

Es sind sehr viele Motorenteile, welche wir als elastische Körper zu betrachten haben, in der vorliegenden Arbeit wollen wir jedoch im besonderen das Kurbelgehäuse betrachten (entweder das Kurbelgehäuse, welches in seiner Konstruktion die Hauptlager enthält, oder aber eine Grundplatte, in deren Grundplattenseiten sich die Hauptlager befinden). Bei einem üblichen Motor der stehenden Bauart haben wir darüber nachgedacht, wie wir es angreifen müssen, um die Formveränderung in der horizontalen Richtung, wo die Biegesteifigkeit am geringsten ist, in solchen Grenzen zu halten, daß ein Einfluß auf andere Teile praktisch nicht mehr beanstandet werden kann.

Eine der wesentlichen Maßnahmen, um dieses Ziel zu erreichen, besteht darin, die auf der Trägheitskraft beruhenden inneren Momente, welche den Grund bilden für die elastischen Formveränderungsschwingungen in der horizontalen Richtung, zu verringern,

d.h. also, Ausgleichsgewichte zu verwenden. Dabei haben wir versucht, Überlegungen anzustellen, über ein Verfahren zur Bestimmung der Größe der für den Ausgleich der inneren Momente anzuwendenden Ausgleichsgewichte und über den Einfluß dieser Gewichte auf die Lagerbelastung.

1. Einleitung

Die allgemeine Tendenz, welche wir heute bei den Brennkraftmaschinen beobachten, läuft auf eine Steigerung der auf das Volumen und auf das Gewicht des Motors als solchem bezogenen Leistung hinaus, und auf dieses Ziel hat man die größten Anstrengungen verwandt.

Im wesentlichen ist es ja ganz selbstverständlich, daß eine Steigerung des positiven, mittleren, effektiven Druckes P_{me} und eine Steigerung der Drehzahl der Kurbelwelle Garantien für die Erreichung dieses Zieles sind, in Wirklichkeit gibt es jedoch ganz besonders geartete Probleme, welche mit den beiden genannten Punkten zusammenhängen. In der vorliegenden Arbeit haben wir uns zum Ziel gesetzt, von diesen Problemen das mit der Wärme zusammenhängende Problem zu lösen, die anderen Probleme bestehen darin, von der Festigkeit und von der Steifigkeit her Gegenmaßnahmen gegen die Steigerung der mechanischen Belastung zu finden. Damit sind Maßnahmen gemeint, welche sich im Hinblick auf die Steigerung des maximalen Druckes im Zylinder und auf die Zunahme der Trägheitskräfte vorallem mit der Festigkeit und der Steifigkeit der die Bewegung übertragenden Teile und mit den Lagern beschäftigen. Wenn wir diese den äußeren Kräften ausgesetzten Teile, obwohl gewisse Unterschiede zwischen ihnen bestehen, als elastische Körper behandeln, dann müssen wir die Amplitudenverstär-

kung der durch die Schwankungen der äußeren Kräfte hervorgerufenen erzwungenen Schwingungen, sowie, im Falle einer großen Schwankungsperiode, den Einfluß der elastischen Formveränderung dieser Teile auf die anderen Teile berücksichtigen und entsprechende Gegenmaßnahmen ergreifen. Die Unterscheidung zwischen einem starren Körper und einem elastischen Körper muß durch das Ausmaß des Einflusses der Formänderung und der Amplitudenverstärkung dieser Teile auf die anderen Teile bestimmt werden, und läßt sich deshalb nicht auf einfache Weise festlegen, wenn man jedoch nur die Amplitudenverstärkung in Betracht zieht, dann ist es üblich einen Körper dann praktisch als starren Körper anzusehen, wenn seine Amplitudenverstärkung (Amplitudenvergrößerung?) in der Größenordnung von 1.1 und darunter liegt ¹⁾. Die Größe der elastischen Formänderung wie wir sie beispielsweise bei dem Kolbenbolzen eines Motors haben, entspricht natürlich der mit der Zunahme der Last erfolgenden Durchbiegung des Kolbenbolzens, und wenn die Spannungen in der Querschnittsfläche größer werden, dann entsteht natürlich eine außerordentliche Beanspruchung der Lagerstirnflächen. Um dies zu verhüten, muß die Formänderung der Querschnittsfläche zwangsweise innerhalb einer bestimmten Grenze gehalten werden ²⁾; wenn bei einem beispielsweise auf einem Schiff eingebauten Motor die elastische Formänderung des Kurbelgehäuses (wir wollen das Kurbelgehäuse als aus einem Stück mit den Lagern bestehend ansehen) größer wird, dann treten bisweilen unangenehme Schwingungen im Schiffskörper auf ³⁾ und deshalb müssen wir in allen diesen Fällen das Kurbelgehäuse als

einen elastischen Körper behandeln, wir müssen die Größe seiner Formänderung berechnen und Maßnahmen ergreifen, um diese Formänderung auf ein durch die Stelle, wo der Motor läuft, bestimmtes Grenzmaß herunterzudrücken.

Somit müssen wir bei den Motorenteilen besondere Überlegungen anstellen, da sie bei den immer rauher werdenden Belastungsbedingungen der neueren Zeit als elastische Körper angesehen werden müssen, ganz besondere Überlegungen anstellen; andererseits sind jedoch auch die Beispiele, in denen man diese Überlegungen angewandt hat, garnicht selten. So wird z.B. bei dem Lagerdruck des größeren Ende einer dem schlagartigen Explosionsgasdruck aufnehmenden Pleuelstange durch den Grad der Elastizität der Pleuelstange der Verstärkungsfaktor (Vervielfältigungsfaktor, Vergrößerungsfaktor?) verringert; bei den gewöhnlichen Lagern wird dadurch, daß man die Steifigkeit des Lagerunterteiles schwächer macht, die Spannungskonzentration in der Lagerfläche des Endteiles abgemildert.

An repräsentativen Beispielen von Motorenteilen, welche bereits als elastische Körper behandelt worden sind, gibt es vor allem die Pleuelstange mit ihren Torsionsschwingungen und ihren Längsschwingungen, außerdem gibt es jedoch noch viele andere Teile, bei welchen wir die Elastizität bei Belastung berücksichtigen müssen. Von diesen Teilen haben wir hier das Motorgehäuse und das Pleuelgehäuse zum Gegenstand unserer Betrachtung gewählt.

Es gibt 2 Arten des Motorgehäuses, die eine Art ist die sogenannte "hanger bearing"-Bauart, bei welcher sich die

Hauptlager auf der Seite des Kurbelgehäuses befinden, und die sogenannte Grundplattenbauart (?), bei welcher sich die Lager auf der Seite der Grundplatte (?) befinden; wenn man in beiden Fällen noch die Trägheitskräfte des Motors hinzunimmt, dann nehmen durch die hierauf beruhenden Biegemomente die Verbiegungen des Kurbelgehäuses bzw. der Grundplatte (?) zu. Diese elastische Formveränderung tritt bei den gewöhnlichen Motoren mit stehenden Zylindern (??) in der horizontalen Richtung der Kurbelgehäusewand (bzw. der Grundplattenwand), wo die Biegesteifigkeit des Kurbelgehäuses am niedrigsten ist, in Erscheinung.

Dies liegt zwar in der Konstruktion begründet, bei welcher das Kurbelgehäuse bzw. die Grundplatte (?) in eine Ölwanne und einen oberen Teil des Kurbelgehäuses unterteilt und durch Schrauben miteinander verbunden sind, wenn jedoch die Verbiegungen sehr groß sind, dann werden dem Fahrzeug oder dem Schiffskörper, wo der Motor eingebaut ist, unangenehme Schwingungen mitgeteilt, treffen diese Verbiegungen das Motorgehäuse und die Lagerstirnflächen, wir bekommen Spannungskonzentrationen in den Lagerflächen, es entstehen an einzelnen Stellen Loslösungen, Risse und andere Störungen.

Wenn man den Motor in der oben beschriebenen Weise konstruiert, dann ist es ganz klar, daß man zwar die elastische Verformung nicht gänzlich ausschalten kann, man muß jedoch der Sicherheit halber einen ganz bestimmten Grenzwert zwischen der horizontal gerichteten Steifigkeit des Kurbelgehäuses und den auf den Trägheitskräften der sich

bewegenden Teile beruhenden inneren Momenten festlegen. Im Hinblick auf diese Sachlage ergibt sich somit die Notwendigkeit, zu überlegen, ob man nicht etwa die Ausgleichsgewichte, welche man bisher, indem man den Motor als einen starren Körper behandelte, für den Ausgleich der auf den Trägheitskräften beruhenden, im Motor als einem ganzen zurückbleibenden primären Unwuchtkräfte bzw. -momente verwendet hat, auch für den Ausgleich der inneren Momente verwenden kann.

2. Die Steifigkeit des Motors und der Ausgleich, sowie die Lagerbelastung

Die Größe der auf den Trägheitskräften der bewegten Teile eines Motors beruhenden inneren Momente ist verschieden, je nach der Anordnung der Kurbeln der Kurbelwelle; dies können wir aus der Tafel 1 ersehen. Es ist jedoch außerordentlich schwierig, ganz allgemein zu bestimmen, in welchem Ausmaß dieser Ausgleich stattfindet.

Wenn man dies in der gleichen Weise betrachtet, wie den Fall der äußeren Unwuchtkräfte und -momente, so macht man, falls keine anderen Hindernisse entgegenstehen, keinen Fehler, wenn man die Verbleibenden Momente als klein betrachtet. Die Biegemomente hängen in ihrer Größe jedoch von der Steifigkeit des Kurbelgehäuses ab, welches sie aufnehmen muß; da der Einfluß dieser Biegemomente verschieden ist, so muß das maximale zurückbleibende Moment durch die Größe der von diesem Moment herrührenden elastischen Formveränderung des Kurbelgehäuses eingestellt (einreguliert?) werden. Deshalb hat man bei den wirklichen Motoren diejenigen, bei denen wegen einer allzu großen elastischen Formveränderung Probleme entstanden sind, oder bei denen

diese Formveränderung praktisch nicht verhindert werden konnte, die Durchbiegung und die Spannungen in der Wand des Kurbelgehäuses untersucht und nachgeprüft und man hat versucht, eine Methode zur Bestimmung einer grundlegenden Norm aufzustellen.

Um die von den inneren Momenten herrührende Durchbiegung des Kurbelgehäuses zu berechnen, müssen wir die Biegesteifigkeit des Kurbelgehäuses unseres Motors finden. Ganz abgesehen davon, daß die Biegesteifigkeit eines Motorgehäuses je nach der Richtung der Belastung und je nach der Art der Belastung verschieden ist, entstehen auch lokale Durchbiegungen, welche die ganze Berechnung kompliziert machen. Wenn wir von den Ergebnissen der praktischen Messungen ausgehen, dann treten bei der Explosionsbelastung zwar nur in einem begrenzten Bereich der Peripherie der Lager Verbiegungen auf, man hat jedoch erkannt, daß durch die auf den Trägheitskräften beruhenden Biegemomente als Ganzes genommen starke Verbiegungen erzeugt werden. Wir wollen hier die von der Explosionsbelastung herrührenden Verbiegungen ausschließen und lediglich die Trägheitskräfte in Betracht ziehen, wenn wir jedoch die Steifigkeit in der horizontalen Richtung, zu welcher die Kurbelwelle gehört, welche auch in diesem Falle keine sehr starke Verbiegung aufweist, zeitweilig (vorübergehend?) als die äquivalente Biegesteifigkeit bezeichnen, dann können wir sie in der folgenden Weise ausdrücken. Wir nehmen an, daß wir die äquivalente Biegesteifigkeit des Kurbelgehäuses als die Biegesteifigkeit eines hohlen Rundstabes mit der gleichen Durchbiegung ausdrücken, wie wir sie haben, wenn wir das Kurbelgehäuse am vorderen Ende frei unterstützen und in

dem mittleren Lagerteil eine konzentrierte Belastung angreifen lassen, mit der gleichen Länge und den gleichen Materialeigenschaften wie wie unter den gleichen Bedingungen entstehen und wir gelangen dann zu dem nachstehenden Ausdruck. Die Abb.1 zeigt einen Rundstab von der Länge $2l$, welcher in seiner Mitte mit einer konzentrierten Last W belastet ist; die Durchbiegung dieses Rundstabes in der Richtung dieser in der Mitte angreifenden Last beträgt

$$y_k = \frac{W \cdot l^3}{EI} \cdot \frac{1}{6} .$$

Hieraus erhalten wir $(EI)_k = \frac{l^3}{6} \cdot \frac{1}{y_k} \dots\dots\dots (1)$

Hierin bedeuten: $(EI)_k$: die äquivalente Biegesteifigkeit senkrecht zu einer die Kurbelwelle des Kurbelgehäuses enthaltenden horizontal gerichteten Kurbelwelle,

$2l$: die Entfernung zwischen den Lagermitten an den beiden Enden des Kurbelgehäuses,

y_k : die von der in der Mitte des Kurbelgehäuses in horizontaler Richtung angreifenden Last herrührende auf die Einheitslast bezogene Durchbiegung in der Lastrichtung.

y_k wird durch nachstehende Gleichung angegeben (vergleiche die Abb.1)

$$y_k = \frac{L \cdot L_0}{2G_c \cdot J_e} \left\{ 1 - \frac{1}{\alpha} \tan \alpha l \right\} + \frac{l^3}{6EI_y} \dots\dots\dots (2)$$

Hierin sind:

L_0 : die Entfernung zwischen der Torsionsmitte und dem Lastpunkt

L : die Entfernung zwischen der Torsionsmitte und dem Punkt, in welchem die Durchbiegung gemessen wird,

$\alpha^2 = \frac{(1 - \nu) J_e}{2C_{BT}}$

J_e : das polare Trägheitsmoment der Querschnittsfläche des Kurbelgehäuses,

G_c : der Scherelastizitätskoeffizient des Materiales, des Kurbelgehäuses

E : der Längselastizitätskoeffizient des Materiales des Kurbelgehäuses,

Tafel 1

F. Mayr "Ortsfeste und Schiffsdiesel motoren"
Innere Momente

Zylinder- zahl	Kurbelanordnung Zündfolge		Äuß. Unwuchten			Äußere Momente			Innere Momente	
			Rot. Teile	Rez. T. prim.	Rez. T. sek.	Rot. Tle.	Rez. Tle. prim.	Rez. Tle. sek.	Rot. Teile	Rez. Teile
3			0	0	0	$\sqrt{3} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$	$\sqrt{3} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$	$\sqrt{3} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$	$0,5 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$	$0,5 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$
4			0	0	0	$\sqrt{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$	$\sqrt{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$	$4 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$	$0,745 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$	$0,745 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$
4			0	0	$4 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$	0	0	0	$1,0 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$	$1,0 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$
5			0	0	0	$0,449 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$	$0,449 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$	$4,98 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$	$1,309 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$	$1,309 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$
6			0	0	0	0	0	0	$\sqrt{3} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$	$\sqrt{3} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$
6			0	0	0	0	0	0	$\sqrt{3} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$	$\sqrt{3} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$
7			0	0	0	$0,267 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$	$0,267 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$	$1,0 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$	$2,524 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$	$2,524 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$
8			0	0	0	0	0	0	$\sqrt{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$	$\sqrt{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$
8			0	0	0	0	0	0	$\sqrt{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$	$\sqrt{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$
8			0	0	0	0	0	0	$3,26 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$	$3,26 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$

m_h : Masse der hin und her gehenden Teile, auf einen Zylinder bezogen
 m_o : Masse der rotierenden Teile, auf einen Zylinder bezogen
 ω : Winkelgeschwindigkeit a : Entfernung der Zylindermitten
 r : Kurbelradius λ : Neigung

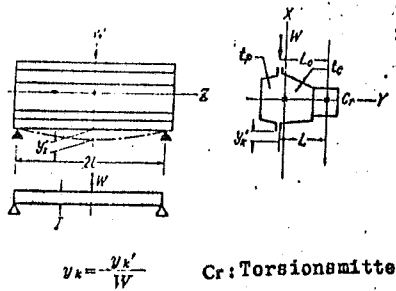
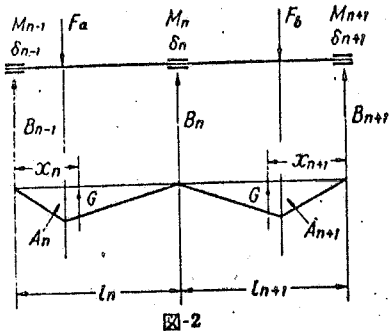


Abb. 1 Die Biegung des Kurbelgehäuses



I_y : das sekundäre Moment der Querschnittsfläche mit bezug auf die y-Achse,

C_{BT} : der Biegetorsionssteifigkeitskoeffizient = $\int_A^B t \cdot V_B^2 ds$

$$V_B = \int_A^S p ds - \int_A^B t \int_A^S p ds \cdot ds / \int_A^B t ds$$

$$J_e = k \frac{\left(\int p ds \right)^2}{\int \frac{1}{t} ds}$$

k: ein Korrekturkoeffizient = $\frac{1}{0.81} \left[1 - 10^{-0.2(t \cdot l_p / p^2) \sqrt{t_p G_p / t_s G_s}} \right]$

p: die Entfernung von der Torsionsmitte bis zu der Tangent an der Peripherie des Kurbelgehäuses,

l_c, t_c : die Länge der Peripherie der Querschnittsfläche des Kurbelgehäuses bzw. die repräsentative Dicke einer Wand,

l_p, t_p, G_p : die Länge der Peripherie der Querschnittsfläche des unteren Kurbelgehäuses, bzw. die repräsentative Wandstärke, bzw. den Scherelastizitätskoeffizienten des Materiales.

Da in der Gleichung (2) das 2.Glied bei einer Kurbelgehäusekonstruktion der üblichen Art gegenüber dem 1.Glied sehr klein ist, so kann man es praktisch vernachlässigen, (bei den Motoren der Grundplattenbauart(?) darf man dieses 2. Glied nicht vernachlässigen).

$$\begin{aligned} y_k &= \frac{L^2}{2G \cdot J_e} \left\{ 1 - \frac{1}{\alpha} \tanh \alpha l \right\} \\ \text{Aus (1) erhalten wir} \\ (EI)_k &= \frac{1}{3} \cdot \frac{I^3}{L^3} \cdot G \cdot J_e \cdot \frac{1}{\left\{ 1 - \frac{1}{\alpha} \tanh \alpha l \right\}} \\ &\dots\dots\dots(3) \end{aligned}$$

Wie wir der Gleichung (3) entnehmen können, dürfen wir die äquivalente Biegesteifigkeit des Kurbelgehäuses nicht als einen der Querschnittsfläche des Kurbelgehäuses eigenen Wert ansprechen, sofern es sich jedoch um die gleiche Länge handelt, können wir diese äquivalente Biegesteifigkeit als einen Eigenwert des Kurbelgehäuses behandeln. Wenn wir nun auf diese Weise $(EI)_k$ gefunden haben, dann müssen wir die von den inneren Momenten herrührende Durchbiegung des Kurbelgehäuses bestimmen.

Diese Durchbiegung kann auch aus den Biegesteifigkeitsver.

hältnissen R_1 bzw. R_2 des Kurbelgehäuses bzw. der Kurbelwelle gefunden werden, welche der Verfasser bereits früher mitgeteilt hat⁴⁾. Wenn wir also aus der Biegesteifigkeit des Kurbelgehäuses und aus der nach den gleichen Gedankengängen gefundenen Biegesteifigkeit der Kurbelwelle $(EI)_c$ bzw. $(EI)_k$ die jeweiligen Biegesteifigkeitsverhältnisse R_1 bzw. R_2 finden, dann können wir hieraus den der Durchbiegung des Kurbelgehäuses entsprechenden Wert $\frac{1}{R_1 \cdot R_2}$ bekommen.

Die Festlegung der maximalen Durchbiegung im Interesse der Sicherheit des Motors läuft darauf hinaus, einen Grenzwert für $\frac{1}{R_1 \cdot R_2}$ festzulegen. Wir haben nun der Einfachheit halber dies durch $R_1 \cdot R_2$ dargestellt und um einen Grenzwert dafür zu finden, haben wir bei verschiedenen Motoren die durch die Trägheitskräfte hervorgerufenen Schwingungsamplituden des Motorgehäuses, und die Größe der Spannungen in den Wänden des Kurbelgehäuses untersucht, und als Ergebnis unserer Untersuchungen haben wir erkannt, daß $R_1 \cdot R_2$ größer als 10 sein muß⁴⁾.

Wenn wir aus diesen Bedingungen die Drehzahl des verwendeten Motors kennen, dann können wir die Größe der trägen Masse, d.h. also die Größe der notwendigen Ausgleichsgewichte bestimmen. Der Wert von $R_1 \cdot R_2$ kann größer gemacht werden, wenn man die Größe der Ausgleichsgewichte erhöht; als Behandlung für die Torsionsschwingungen des Wellensystems jedoch erweist es sich als zweckmäßig, da in den meisten Fällen die Bedingungen eher schlechter werden für diese Größe einen Grenzwert anzunehmen. Die Wirkung der Ausgleichsgewichte besteht darin, daß sie die Aufgabe übernehmen, die von den Trägheitskräften herrührende Lagerbel

stung zu verringern; die Lagerbelastung ist in ihrer Größe jedoch verschieden, je nach der Größe der Biegesteifigkeit des Kurbelgehäuses und der Kurbelwelle. Da wir innerhalb der Bedingung, gemäß welcher wir entsprechend unseren obigen Darlegungen den Wert von $R_1 \cdot R_2$ mit 10 oder höher nehmen, bezüglich der Größe von R_2 , d.h. also bezüglich der Größe von $(EI)_k / (EI)_c$ nicht besonders einregulieren (vorschreiben? festlegen?), kommen wir, wenn wir diesen Einfluß von dem Gesichtspunkt der Lagerbelastung her untersuchen, zu den nachstehenden Annahmen:

1. Die Belastung haben wir als eine konzentrierte Last auf die Mitte des Kurbelzapfens angenommen.
2. Von den einzelnen Lagern haben wir nur die beiden Endlager als frei aufgelagert angenommen.
3. Bei der Biegesteifigkeit des Kurbelgehäuses haben wir das Kurbelgehäuse (?) durch einen Hohlstab ersetzt, welcher in der, die Kurbelwelle enthaltenden Ebene in horizontaler Richtung die äquivalente Biegesteifigkeit $(EI)_k$ und in senkrechter Richtung die äquivalente Biegesteifigkeit $(EI)_k$, besitzt.
4. Auch die Kurbelwelle haben wir in der gleichen Weise durch einen Rundstab mit gleichförmiger Querschnittsfläche ersetzt, welcher die äquivalente Biegesteifigkeit $(EI)_c$ besitzt.

Die Belastung in den einzelnen Lagern des Kurbelgehäuses für den Fall, daß die Mittellinie der Kurbelgehäuseslager verbogen wird, können wir berechnen, indem wir die Kurbelwelle als einen in den einzelnen Lagern elastisch unterstützten durchgehenden Balken ansehen. Wir haben also das Kurbelgehäuse des Motors durch einen Hohlstab, und die Kurbelwelle durch einen in den Innenseitigen Lagern unterstützten Rundstab ersetzt; wir haben angenommen, daß die

einzelnen Lager eine der Biegesteifigkeit des Kurbelgehäuses entsprechende Elastizität besitzen; wir haben uns einen durchgehenden Balken vorgestellt, bei welchem in der Mitte der Kurbelzapfen nur die Trägheitskräfte wirken, wie haben die Gegenkräfte in den Unterstützungspunkten gefunden und diese als die Lagerbelastung genommen. Die Gleichungen für den durchgehenden Balken sind als die 3 Momentengleichungen von Klapereiron (?) wohl bekannt, man kann sie allgemein in der Form der Gleichung (4) schreiben. Wenn wir die Biegemomente in den Unterstützungspunkten B_{n-1} , B_n und B_{n+1} der Abb.2 mit M_{n-1} , M_n und M_{n+1} , die Durchbiegungen in den einzelnen Unterstützungspunkten mit δ_{n-1} , δ_n und δ_{n+1} , die von den Lasten F_a und F_b herrührenden Biegemomentendiagrammflächen mit A_n und A_{n+1} , die Mitten dieser Diagramme mit G , die Entfernung zwischen den Diagramm-Mitten und den Auflagerungspunkten mit x_n und x_{n+1} , und die Entfernung zwischen den Auflagerungspunkten mit l_n und l_{n+1} bezeichnen, dann finden wir die Biegemomente in den Auflagerungspunkten und somit die Gegenkräfte in den Auflagerungspunkten, d.h. also die Lagerbelastung B_n , indem wir die Dreimomentengleichung unter Heranziehung der Abb.2 wie folgt anschreiben

$$\left. \begin{aligned}
 & \frac{l_n}{E_n \cdot I_n} M_{n-1} + 2 \left(\frac{l_n}{E_n \cdot I_n} + \frac{l_{n+1}}{E_{n+1} \cdot I_{n+1}} \right) M_n \\
 & + \frac{l_{n+1}}{E_{n+1} \cdot I_{n+1}} M_{n+1} + \frac{6(\delta_{n-1} - \delta_n)}{l_n} \\
 & + \frac{6(\delta_{n+1} - \delta_n)}{l_{n+1}} + \frac{6A_n x_n}{E_n \cdot I_n \cdot l_n} \\
 & + \frac{6A_{n+1} x_{n+1}}{E_{n+1} \cdot I_{n+1} \cdot l_{n+1}} = 0 \\
 B_n = & \frac{M_n - M_{n-1}}{l_n} + \frac{M_n - M_{n+1}}{l_{n+1}} \\
 & + \frac{x'_n \cdot A'_n}{l_n} + \frac{x'_{n+1} \cdot A'_{n+1}}{l_{n+1}}
 \end{aligned} \right\} (4)$$

Um ein Beispiel herauszugreifen, haben wir nun für unsere Arbeit einen Viertaktsechszylindermotor genommen, bei wel-

chem wir die zurückbleibenden Unwuchtkräfte und -momente als praktisch gleich null betrachtet haben; bei diesem Motor haben wir ganz allgemein die Lagerung für die 6fach gekröpfte Kurbelwelle genommen und vorausgesetzt, daß die Kurbelwelle und auch das Kurbelgehäuse zum mittleren Lager nach rechts und links symmetrisch sind; wenn wir weiterhin annehmen, daß die Entfernung der Zylindermitten gleich ist dann können wir für die Biegemomente, für die Gegenkräfte in den Unterstützungspunkten und für die Durchbiegungen 17 Gleichungen aufstellen und durch Lösen dieser 17 Gleichungen können wir die Gegenkräfte, d.h. also die Lagerbelastungen finden. In der Abb.3 bedeuten d die Kurbelwelle und c das Kurbelgehäuse; die Kurbelwelle wird in den 7 Lagern $B_0, B_1 \dots B_6$ unterstützt. Da nun entsprechend unserer oben gemachten Annahme sowohl die Kurbelwelle, wie auch das Kurbelgehäuse zur Mitte vollkommen symmetrisch sind, erhalten wir für die Durchbiegungen der Lager (in der Höhe) $\delta_1 = \delta_5, \delta_2 = \delta_4, \delta_0 = \delta_6 = 0$ und auch für die Lagerbelastungen aus demselben Grunde $B_0 = B_6, B_1 = B_5$ und $B_2 = B_4$. Für die Biegemomente in den Unterstützungspunkten $M_0, M_1 \dots M_6$ erhalten wir aus der Bedingung, daß die Kurbelwelle in den beiden Endlagern des Kurbelgehäuses frei getragen wird, die Beziehung $M_0 = M_6 = 0$.

In den einzelnen Kröpfungen der Kurbelwelle wirken die Trägheitskräfte F , da jedoch die Phasen verschieden sind, und auch je nach der Richtung die Biegesteifigkeit verschieden ist, so sind wir übereingekommen, die Trägheitskräfte F in ihre Komponenten in der x -Achse und der y -Achse zu zerlegen und so die einzelnen Lagerbelastungen zu finden und diese Komponenten dann zusammzusetzen. Wenn wir in

der Abb.3 die auf die x-Achse bezogenen Lagerbelastung B_0 . Durchbiegung δ_0 ... und Biegemoment M_0 ... auf die y-Achse beziehen, dann finden wir B_0' ... δ_0' ... und M_0' . Die Lagerbelastungen erhalten wir sodann aus den nachstehenden Gleichungen:

$$\left. \begin{array}{l} M_0 = M_0' = 0 \quad B_0 = B_0' \\ (M_0' = M_0' = 0) \quad (B_0' = B_0') \\ B_1 = B_1 \quad \delta_0 = \delta_0' = 0 \\ (B_1' = B_1') \quad (\delta_0' = \delta_0' = 0) \\ B_2 = B_2 \\ (B_2' = B_2') \end{array} \right\} \dots (5)$$

für die x-Achse erhalten wir

$$\left. \begin{array}{l} 5B_1 + 6B_2 + 3B_3 = \frac{1}{24(1+\xi)} \\ (-73.5F \cos wt - 2.6F \sin wt) \\ 6B_1 + 11B_2 + 6B_3 = \frac{1}{24(1+\xi)} \\ (-177F \cos wt - 62.4F \sin wt) \\ 6B_1 + 12B_2 + 8B_3 = \frac{1}{24(1+\xi)} \\ (-213F \cos wt - 119.6F \sin wt) \end{array} \right\} \dots (6)$$

in der gleichen Weise erhalten wir für die y-Achse

$$\left. \begin{array}{l} 5B_1' + 6B_2' + 3B_3' = \frac{1}{24(1+\xi')} \\ (-73.5F \sin wt + 2.6F \cos wt) \\ 6B_1' + 11B_2' + 6B_3' = \frac{1}{24(1+\xi')} \\ (-177F \sin wt + 62.4F \cos wt) \\ 6B_1' + 12B_2' + 8B_3' = \frac{1}{24(1+\xi')} \\ (-213F \sin wt + 119.6F \cos wt) \end{array} \right\} \dots (7)$$

Hieraus erhalten wir die Gegenkräfte $B_0 - B_3$ für die x-Achse

$$\left. \begin{array}{l} B_1 = \frac{F}{1+\xi} \times 0.746 \cos (wt - 48^\circ 24.5') \\ B_2 = \frac{F}{1+\xi} \times 0.746 \cos (wt - 168^\circ 24.5') \\ B_3 = \frac{F}{1+\xi} \times 0.436 \cos (wt - 253^\circ 05.9') \\ B_0 = \frac{F}{1+\xi} \times 0.436 \cos (wt - 350^\circ 03.9') \end{array} \right\} \dots (8)$$

und für die y-Achse

$$\left. \begin{array}{l} B_1' = \frac{F}{1+\xi'} \times 0.746 \sin (wt - 48^\circ 24.5') \\ B_2' = \frac{F}{1+\xi'} \times 0.746 \sin (wt - 168^\circ 24.5') \\ B_3' = \frac{F}{1+\xi'} \times 0.436 \sin (wt - 253^\circ 05.9') \\ B_0' = \frac{F}{1+\xi'} \times 0.436 \sin (wt - 350^\circ 03.9') \end{array} \right\} \dots (9)$$

Nun sind aber:

F: die Trägheitskraft der zu einer Kurbelgehörenden bewegten Teile = $F_0 + F_r$.

F_0 : die von der Masse der hin- und hergehenden bewegten Teile herrührende Trägheitskraft = $m_h \cdot \omega^2 \cdot r (\cos \omega t$

+ $\frac{\cos 2 t}{2\lambda} + \dots$). In der oberen Totpunktlage ist $t=0$.

F_r : die von der Masse der sich drehenden bewegten Teile herrührende Trägheitskraft = $m \cdot \omega^2 \cdot r$

m_h, m : die Massen der zu einer Kurbelkröpfung gehörenden hin- und hergehenden bewegten Teile bzw. sich drehenden bewegten Teile (jeweils umgerechnet auf die Mitte des Kurbelzapfens).

$$\xi = \frac{(EI)_c}{(EI)_k} = \frac{1}{R_2}$$

$$\xi' = \frac{(EI)_c}{(EI)_{k'}}$$

$(EI)_c$: Die äquivalente Biegesteifigkeit für den Fall, daß man die Kurbelwelle durch einen einfachen Rundstab ersetzt hat; diese äquivalente Biegesteifigkeit wird, wenn wir beispielsweise eine 6fach gekröpfte Kurbelwelle mit 120° Phasendifferenz nehmen, durch die nachstehende Gleichung angegeben:

$$(EI)_c = \frac{1^3}{6} \cdot \frac{1}{y_c} \dots \dots \dots (10)$$

Wenn wir hier nun die Abb.4 zum Vergleich heranziehen, erhalten wir

$$y_c = C + \frac{1}{4}(A+B)(x+y+z) \dots \dots \dots (11)$$

$$A = \frac{1}{EI_a}(r - k_1(dp + dj))$$

$$B = \frac{1}{kGbh^3}(r - k_1(dj + dp))$$

$$C = y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5, \quad x = l_1^2 + l_2^2$$

$$y = l_3^2 + l_4^2, \quad z = l_5^2 + l_6^2$$

$(EI)_k, (EI)_{k'}$: $(EI)_k$ ist die äquivalente Biegesteifigkeit des Kurbelgehäuses in der horizontalen Richtung, wie sie durch die oben angegebene Gleichung (1) ausgedrückt wird, $(EI)_{k'}$ ist die äquivalente Biegesteifigkeit des Kurbelgehäuses in der senkrechten Richtung;

y_c : ist die Durchbiegung in der Lastrichtung, wenn die Kurbelwelle in der Mitte des vorderen Endlagers unterstützt (in der Mitte der beiden Endlager unterstützt) und in ihrer Mitte belastet wird;

E : der Längselastizitätsmodul des Materiales der Kurbelwelle;

I_a : das sekundäre Querschnittsflächenmoment der Kurbelwelle mit bezug auf eine zur Kurbelebene senkrechte Achse;

r : der Kurbelradius;

k_1 : ein Korrekturfaktor, welcher den Einfluß der Hohlkehlen des Kurbelzapfens und der Welle mit der Kurbelwange berücksichtigt, er ist gleich $0.16 - 0.03n + 0.24\lambda$ (wenn im Kurbelzapfen kein scharfer Übergang (?) (keine Hinterdrehung??) vorhanden ist)

$$n = \frac{b}{h}, \quad \lambda = \frac{d_j + d_p}{2r}$$

b : Kurbelwangenbreite, h : Kurbelwangendicke

k : Korrekturfaktor, welcher die Verdrehung der Kurbelwange berücksichtigt ($k=0.65$);

G : Scherelastizitätsmodul des Materials der Kurbelwelle;

y_1 : die von der Biegung der Lagerzapfen herrührende Durchbiegung im Belastungspunkt;

y_2 : die von der Biegung des Kurbelzapfens herrührende Durchbiegung im Belastungspunkt;

y_4 : die von der Biegung der Kurbelwange in der zur Kurbelwange senkrechten Ebene herrührende Durchbiegung im Belastungspunkt;

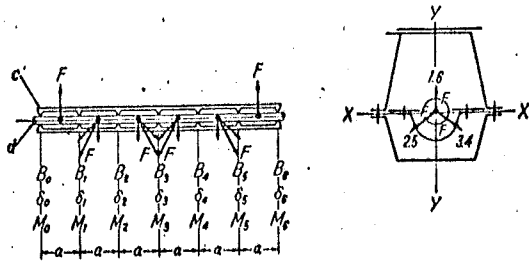
y_6 : die von der Torsion des Kurbelzapfens herrührende Durchbiegung im Belastungspunkt;

y_7 : die von der Scherbeanspruchung der Lagerzapfen und des Kurbelzapfens herrührende Durchbiegung im Belastungspunkt;

$l_1, l_2 \dots$: die Entfernung von der Mitte der Kurbelwellenendlager bis zu den einzelnen Kurbelwangenmitten.

Wie man den beiden Gleichungen (8) und (9) entnehmen kann, werden die Lagerbelastungen um $\frac{1}{1+\xi}$ und $\frac{1}{1+\xi'}$ kleiner als in dem Falle, wo man das Kurbelgehäuse als einen starren Körper betrachtet hat ($\xi, \xi' = 0$).

Wir haben nun untersucht, welche Werte die Größe ξ bei einem praktischen Motor annimmt und sind dabei auf das Diagramm der Abb.5 gekommen. In der Abbildung sind die Werte für ξ aufgeführt, welche wir bei unseren Untersuchungen



B: die Gegenkräfte in den Unterstützungspunkten
 δ : die Durchbiegungen in den Unterstützungspunkten
F: die Trägheitskräfte
M: die Biegemomente

Abb.3 Erklärung des Falles, bei welchem man eine 6fach gekröpfte Kurbelwelle als durchgehenden Balken, mit elastisch unterstützten Auflagerungspunkten betrachtet hat.

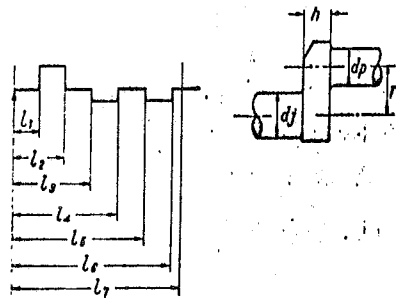


Abb.4

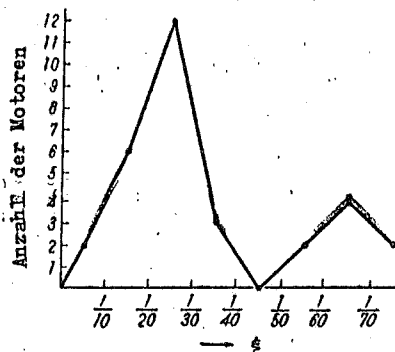


Abb.5 Die bei der Prüfung von 31 Motoren mit Zylinderdurchmessern von 90 mm bis 430 mm erhaltenen Werte von ξ

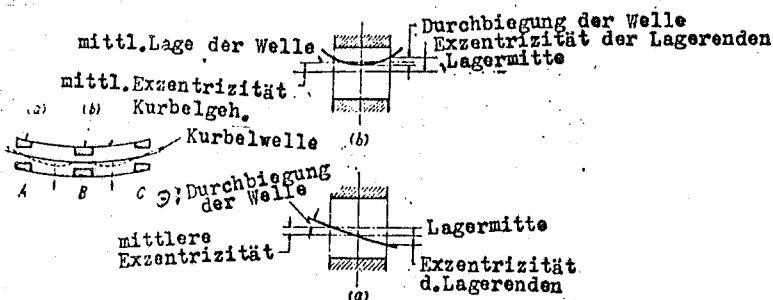


Abb.6 Der Einfluß der Verbiegung auf die Lager im Falle einer Verbiegung des Kurbelgehäuses. (Die Kurbelwelle wird entlang der punktierten Linie AB und BC verbogen)

an ungefähr 31 Motoren der "hanger bearing"-Bauart und der "bed"-Bauart mit Zylinderdurchmessern von 90 mm bis 430 mm erhalten haben, bei den Motoren der "bed"-Bauart wurde der Wert von ξ mit steigendem Zylinderdurchmesser kleiner. Der Maximalwert von ξ betrug $1/79.5$, dabei handelte es sich um einen 16 Zylinder-V-Motor mit einem Zylinderdurchmesser von 180 mm, bei welchem man eigens Hilfsverstärkungsplatten verwendet hatte, und zwar war dies ein Motor der "hanger bearing"-Bauart, bei welchem man die Steifigkeit des Kurbelgehäuses verstärkt hatte. Wie man aus der Abb.5 ersehen kann, bewegt sich der Wert von ξ am häufigsten innerhalb des Bereiches von $1/20$ bis $1/30$.

Dies läßt sich dadurch erklären, daß bei einem praktisch laufenden Motor dadurch, daß das Kurbelgehäuse eine elastische Formänderung erfährt, die Lagerbelastung um ungefähr 3-5% verringert wird. Wenn nun der Wert von ξ weiterhin ansteigt, dann wird um diesen Betrag die Lagerbelastung verringert, die Durchbiegung des Kurbelgehäuses und der Kurbelwelle jedoch werden um diesen Betrag erhöht. Da in diesem Falle die Steifigkeit der Kurbelgehäuselager-
teile größer ist als diejenige der übrigen Wandteile des Kurbelgehäuses, so dürfen wir hier eine geringere Formveränderung annehmen und der Zusammenhang zwischen Welle und Lagern ist ungefähr so, wie dies in der Abb.6 dargestellt ist. Die Metallberührung beginnt in der Endlagerebene, wo die Exzentrizität der Lagerendteile durch die Durchbiegung der Welle beeinflußt wird. Deshalb kommen wir nicht darum herum, zu bestimmen, bis zu welchem Wert von ξ wir bestenfalls gehen dürfen, dies ist jedoch keineswegs leicht. Wenn wir jedoch diesen Wert von ξ festgelegt haben, dann

ist R_1 aus dem Grenzwert von $R_1 \cdot R_2$ bestimmt und demzufolge haben wir damit dann auch die Größe der notwendigen Ausgleichsgewichte gefunden. Diese Bestimmung ist mit Hilfe der nachstehenden Formel möglich:

$$R_1 = \frac{10^2 \times 0.91}{c_1 m_0 n^2 s y_c} \times \frac{N}{6}$$

Hierin ist R_1 das von den Verfassern vorläufig definierte Biegesteifigkeitsverhältnis der Kurbelwelle, d.h. das Verhältnis zwischen dem reziproken Wert der von den inneren Momenten herrührenden Verbiegung der Kurbelwelle und demjenigen der Normalwelle⁵⁾; y_c ist die durch die Gleichung (11) angegebene Verbiegung der Kurbelwelle beim Angreifen der Einheitslast, und c_1 ist eine Proportionalitätskonstante. Wenn wir nun $R_1 \cdot R_2 = 20$ und $R_2 = 20$ annehmen, dann wird $R_1 = 1$ und somit wird $c_1 m_0 n^2 s y_c \cdot \frac{6}{N} \cdot \frac{1}{10^2 \cdot 0.91} = 1$.

Wenn wir nun beispielsweise einen Sechszylindermotor mit 200 mm Zylinderdurchmesser und 240 mm Hub bei einer Motordrehzahl von 1200 U/Min. nehmen, dann wird bei der Kurbelwelle dieses Motors $y_c = 7.3 \times 10^{-4}$ mm/kg und deshalb erhalten wir $m_0 = 1.9 \times 10^{-3}$ kg/mm sec⁻² bzw. als Gewicht der rotierenden Teile 18.6 kg. Da nun bei diesem Motor das auf 1 Zylinder kommende Gewicht der rotierenden Teile 32 kg beträgt, so kommen wir auf ein ungerechnetes Gewicht für die Ausgleichsgewichte von $32 - 18.6 = 13.4$ kg; man braucht also ungefähr 42% der Masse der rotierenden, sich bewegenden Teile.

Für $(EI)_k$ haben wir den experimentell erhaltenen Wert des auf die x-Achse bezogenen Querschnittsflächensekundärmomentes I_x der Kurbelgehäusequerschnittsfläche verwendet und da wir zwischen den berechneten Werten und den experimen-

tell erhaltenen Werten eine im wesentlichen gute Übereinstimmung feststellen konnten, so haben wir kaum einen großen Fehler gemacht, indem wir $(EI)_k$ als EI_x berechnet haben. Wenn wir die Rechenergebnisse für den Wert EI_x bei einem praktisch laufenden Motor mit den Werten $(EI)_k$ vergleichen, dann stellen wir fest, daß $(EI)_k$ ungefähr 5mal so groß ist wie EI_x . Bei diesen Vergleichswerten muß jedoch auch der Einfluß der Befestigungsschrauben von Kurbelgehäuse und Grundplatte, bzw. der Befestigungsschrauben von Kurbelgehäuse und Ölwanne auf den Verbindungszustand berücksichtigt werden; bei allen Motoren, welche man praktisch bauen will, werden jedoch Motorenrahmen (Motorengrundplatte?), Fundament usw. mit Rücksicht auf die Formveränderungen des gesamten Kurbelgehäuses in der senkrechten Richtung bei allen Betriebszuständen des Motors massiv und solide ausgeführt, und auch in der horizontalen Richtung kommt es nur ganz selten vor, daß größere Verbiegungen auftreten, man nimmt deshalb an, daß viel eher die lokalen Formveränderungen, zu denen die Formveränderungen durch die Explosionsbelastung gehören, in Betracht gezogen werden müssen.

Bei der hier und dort behandelten Änderung der Lagerbelastung glauben wir, daß man, ohne einen großen Fehler zu machen, $\frac{1}{1+\xi}$, gegenüber $\frac{1}{1+\xi}$ vernachlässigen kann. Man kann daher ohne weiteres bei der Zusammensetzung der Lagerbelastungen in der x-Achse und in der y-Achse zur Berechnung von B_0 , bis B_3 , der Gleichung (9), anstelle von $\frac{F}{1+\xi}$ ganz einfach nur F setzen.

3. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit ist über die Auswuchtung eines Motorengehäuses für den Fall berichtet worden, daß man dieses Motorengehäuse als einen elastischen Körper betrachtet. Bei einer derartigen Auswuchtung kommen als Gegenmaßnahmen gegen die sogenannten äußeren Ölwuchten insbesondere die sich auf das Innere beziehenden Ausgleichsmaßnahmen in Frage; Hand in Hand mit der Leistungssteigerung der Motoren ist es ganz klar, daß durch das Größerwerden der Trägheitskräfte ein Ausgleich gegenüber den inneren Momenten gesucht werden muß. Als ein Mittel zur Bestimmung der Größe dieses Ausgleiches hat der Verfasser den Einfluß auf die Lager in Betracht gezogen, und es ist ihm gelungen, daß zunächst vorläufig definierte Steifigkeitsverhältnis der Kurbelwelle und des Kurbelgehäuses R_1 und R_2 zu verwenden; der Verfasser würde sich freuen, wenn er damit einen wertvollen Beitrag zur Erforschung dieses Gebietes geleistet hätte.

Anmerkungen und Literaturverzeichnis

1) Die von den erzwungenen Schwingungen eines einfachen Schwingungssystems herrührende Amplitudenverstärkung ist wohl bekannt; wenn wir die Änderungswinkelgeschwindigkeit der äußeren Kräfte mit w_0 und die Winkelgeschwindigkeit der Eigenschwingungen eines Maschinenteiles mit w_e bezeichnen, dann können wir diese Amplitudenverstärkung durch $1/1 - \left(\frac{w_0}{w_e}\right)^2$ ausdrücken. Wenn in diesem Ausdruck w gegen ∞ konvergiert, dann wird der Verstärkungsfaktor 1. In diesem Falle handelt es sich um einen vollkommen starren Körper, je mehr sich w_e dem w_0 nähert, umso größer wird der Verstärkungsfaktor, wenn wir jedoch den Verstärkungsfaktor



ken Wertes der von den inneren Momenten der Kurbelwelle herrührenden Durchbiegung der Kurbelwelle und demjenigen einer normalen Welle. Somit ist also $R_1 = R_{1,}/R$, hierin ist $R_{1,} = (EI)_c/Ml^2$, bzw. $R_{1,} = \frac{1}{c_1 m_0 n^2 s y_c} \cdot \frac{N}{6}$

Hierin sind

- c_1 : durch die Zahl der Kurbeln und durch ihre Anordnung bestimmte Konstante;
- n : die Drehzahl der Kurbelwelle in der Minute;
- y_c : die Durchbiegung in der Belastungsrichtung, auf die Lasteinheit bezogen, bei Belastung der Mitte der Kurbelwelle;
- N : die Anzahl der Kurbelkröpfungen;
- s : der Hub
- m_0 : die Trägheitsmasse der rotierenden Teile
- M : das innere Moment.

Die Normalwelle ist eine 6fach gekröpfte Kurbelwelle mit $y_c = 0.91 \times 10^{-2}$ mm/kg, $s=100$ mm und $c_1 = 1$; diese Welle besitze eine träge Masse von $m = 1 \times 10^{-3}$ kg/mm-sec² und für diese Welle haben wir den reziproken Wert bei einer Drehzahl von $n=1000$ U/Min. mit R bezeichnet.

Wenn also $R = \frac{1}{10 \times 0.91}$ mm ist, dann wird

$R_1 = \frac{10 \times 0.91}{c_1 m_0 n^2 s y_c} \cdot \frac{N}{6}$. R_2 ist eine dimensionslose Größe, welche wir als "das Biegesteifigkeitsverhältnis" des Kurbelgehäuses bezeichnet haben. Diese dimensionslose Größe stellt das Verhältnis der "äquivalenten Biegesteifigkeiten" des Kurbelgehäuses (der Grundplatte für den Fall, daß die Hauptlager sich grundplattenseitig befinden) und der Kurbelwelle dar, sie wird ausgedrückt durch $R_2 = (EI)_k / (EI)_c$.

