Ü/114

Gerc, E.V., Krejnin, G.V. (Moskva)

ZUR UNTERSUCHUNG DER INSTATIONÄREN BEWEGUNG DES KOLBENS EINER DRUCKLUFTANLAGE

Izvestija Akademii nauk SSSR. Mechanika i mašinostroenie.
Moskva, 1964, Nr 3, S. 158 - 161.
Russ.: К ИССЛЕДОВАНИЮ НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ ПОРШНЯ ПНЕВМАТИЧЕСКОГО УСТРОЙСТВА
K issledovaniju neustanovivšegosja dviženija poršnja pnevmatičeskogo ustrojstva.

Es werden einige Untersuchungsergebnisse der Kolbenbewegung einer Druckluftanlage angeführt; desgleichen eine Näherungsmethode zur Bestimmung der Länge des Bremsweges.

Die Bewegung des Kolbens einer Druckluftanlage von zweiseitiger Wirkung wird durch ein System aus drei nichtlinearen Differentialgleichungen [1, 2] beschrieben. Die dimensionslosen Parameter, die das Gesetz der Kolbenbewegung bestimmen, sind

$$N=\frac{f_+}{F_+}\left(\frac{2gkmRT}{pF_+s\,(k-1)}\right)^{1/2}, \qquad \omega=\frac{f_-}{f_+}, \qquad \eta=\frac{P}{pF_+} \tag{1}$$

mit p - Luftdruck in der Hauptleitung oder im Receiver; F_+s - Kolbenfläche von der Seite des Saugraums und dessen Arbeitshub; f_+, f_- - effektive Durchgangsflächen für die Luft in der Förderleitung und den anschließenden Verbrauchern (Produkte der Verbrauchskoeffizienten pro Querschnittsfläche); R, T - Gaskonstante der Luft und ihre Temperatur in der Hauptleitung; P - Resultierende aller Kräfte, die auf den Kolben einwirken; m - Masse der sich hin- und herbewegenden Teile; k - Kennwert der Adiabate; g - Beschleunigung der Trägheitskraft.

Der dimensionslose Parameter N dient als Maß für die Trägheit der Druckluftanlage und des mit ihr verbundenen Folgemechanismus, d.h. des Antriebs im Gesamten. Obwohl die Maße der Antriebskonstruktion stark voneinander abweichen, verändert sich ihr Verhältnis, das durch den Parameter N bestimmt wird, relativ wenig ($0<N<10$). Der Parameter ω für zweiseitige Anlagen ist in der Regel kleiner als fünf; bei $\omega>5$ können diese Anlagen als einseitig angesehen werden; der Veränderungsbereich bezüglich der Antriebslast ist $\eta=0.1-0.7$.

Der Gruppe der Druckluftanlagen mit verschiedenen Konstruktionsabmessungen und anderen Charakteristiken, aber mit identischen Werten N, ω und η, entspricht ein und dasselbe Gesetz der Kolbenbewegung, der Geschwindigkeitsveränderung und der Beschleunigung. Deshalb kann man die Werte N, ω und η als Hauptkriterien der dynamischen Ähnlichkeit von Druckluftanlagen bezeichnen; zu den Kriterien der dynamischen Ähnlichkeit können auch folgende Kennwerte gezählt werden

$$Y_a=\frac{p_a}{p}, \quad \alpha=\frac{F_+}{F_-}, \quad Y_0=\frac{p_0}{p}, \quad X_0=\frac{V_0}{F_+s} \tag{2}$$

mit p_a - Anfangsdruck; F_- - Kolbenfläche von der Seite des Entleerungsraums; p_0 - Druck im Füllraum im Moment des Bewegungsanfangs; V_0 - Volumen des Schadraums. Die Parameter Y_a, α und X_0 haben weniger Einfluß auf das Gesetz der Kolbenbewegung, und Y_0 kann man in den meisten Fällen gleich Eins setzen [2].

Aufgrund der Kompressibilität der Luft und ihres Leckverlusts war es mit Hilfe der Druckluftanlage nicht möglich, eine Verlagerung des Arbeitsorgans nach dem vorgegebenen Bewegungsgesetz mit hohem Genauigkeitsgrad zu verwirklichen. Von uns wurden Untersuchungen am ursprünglichen Gleichungssystem mit Hilfe der Elektroanalogie durchgeführt, zusätzlich wurde dieses System numerisch in elektronischen Rechnern gelöst, um zu bestimmen, welchen Einfluß die Hauptkennwerte auf das Gesetz der Kolbenbewegung haben.

Wenn der Parameter N relativ klein ist ($N<0,5$), dann nimmt die Kolbengeschwindigkeit anfangs schnell zu und nähert sich danach zögernd ihrem stationären Wert $\dot{X}_c$ an, der aus dem ursprünglichen Gleichungssystem gewonnen werden kann unter der Bedingung $Y=Y_c=\text{const}$ und $Z=Z_c=\text{const}$, mit $Y=p_+/p$, $Z=p_a/p_-$, p_+ und p_- - Druck in den Füll- und Entleerungsräumen. Es muß angemerkt werden, daß es auch bei Werten von N, die nahe bei Null liegen, und bei konstanter Last unmöglich ist, eine gleichmäßige Kolbenbewegung in der ganzen Hublänge zu erzielen. In der Anfangsstrecke wird sich der Druck in den Räumen und die

Bewegungsgeschwindigkeit immer von ihren Werten im Moment des Bewegungsanfangs bis auf Werte, die der stationären Bewegung nahekommen, ändern. Mit Zunahme des Parameters N nimmt die Strecke der Geschwindigkeitszunahme ebenfalls zu und bei $N > 3$ steigt die Geschwindigkeit monoton bis zum Hubende an, wobei sie beträchtlich kleiner als $X_c^{\bullet}$ ist.

Ein Beispiel für die Art der Veränderung der dimensionslosen Geschwindigkeit $X^{\bullet}$ des Kolbens in Abhängigkeit von der dimensionslosen Verlagerung X und für verschiedene Werte der Parameter N, ω und η ist in Abb. 1 angeführt, wo durch Ziffern an den Kurven auf die Werte ω =2, 1, 0,25 verwiesen wird.

Wenn die Kolbenmasse groß ist, und die Öffnungen für den Luftein- und -austritt solche Querschnitte haben, daß im Arbeitsraum im Moment des Bewegungsanfangs ein Hauptleitungsdruck auftritt (Y_0=1) und im Entleerungsraum atmosphärischer Druck (Z_0=1), dann kommt die Kolbenbewegung einer gleichförmig beschleunigten nahe. In diesem Fall wird die Geschwindigkeit durch den Ausdruck

$$X^{\bullet} = (1 - Y_a / \alpha - \eta)\, \tau / N^2 \tag{3}$$

bestimmt, mit τ - dimensionslose Zeit [2]. Der gleichförmig beschleunigten Bewegungsart entsprechen größere Werte N und ω $(N > 3, \omega > 1)$.

Damit das Gesetz der Kolbenbewegung erfüllt wird, das dem gleichförmigen nahekommt, muß man unbedingt den Konstruktionskennwert N verringern. Wenn man berücksichtigt, daß der Druck in der Hauptleitung in relativ engen Grenzen schwankt (Druck des Werksnetzes), der Durchmesser des Kolbens nach der vorgegebenen Last gewählt wird, der Kolbentakt sich aus dem technologischen Prozeß bestimmt, und die Masse der beweglichen Teile durch die Konstruktion des Folgemechanismus, dann kann man den Wert des Parameters N nur aufgrund einer Verringerung der Querschnittsfläche der Öffnung am Eingang f_+ mit gleichzeitiger Abnahme der Bewegungsgeschwindigkeit senken. Dabei ist der Einfluß von N stärker als der Einfluß von ω, dessen Wert mit Verringerung von f_+ zunimmt, was die Aufhebung der gleichmässigen Bewegung fördert (siehe Abb. 1).

Ein anderes Verfahren zur Näherung des Gesetzes der Kolbenbewegung an die gleichmäßige beruht auf der Verringerung des

Parameters ω. Letzterer führt auch zur Abnahme der mittleren Bewegungsgeschwindigkeit des Kolbens.

Man begegnet auch oft den Fällen, wo gefordert ist, daß für den Arbeitszyklus bei beliebigem Gesetz der Veränderung der Kolbengeschwindigkeit die kürzeste Zeit erzielt wird [3]. Die Zeit eines Zyklus beginnt mit dem Anfahren des Kolbens und endet mit dem Abbremsen. Dadurch wird es notwendig, auch den Bremsvorgang zu untersuchen. Um die Länge des Bremsweges und andere Kennwerte während des Bremsens zu bestimmen, kann man das ursprüngliche Gleichungssystem numerisch lösen, z.B. mit Hilfe eines Elektronenrechners. Dabei kann angenommen werden, daß die Werte der Variablen zu Beginn des Vorgangs gleich ihren eingeschwungenen Werten sind, da $X^{\bullet}$, Y und Z zum Taktende zu $X^{\bullet}_c$, Y_c und Z_c streben. Letztere Annahme verursacht keinen merklichen Fehler bei $N \leqslant 2$, was für die Mehrzahl der Druckluftanlagen, wie sie im Maschinenbau verwendet werden, charakteristisch ist.

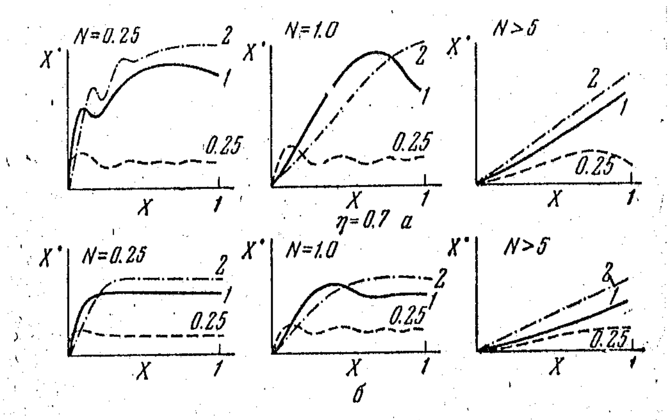

Abb. 1

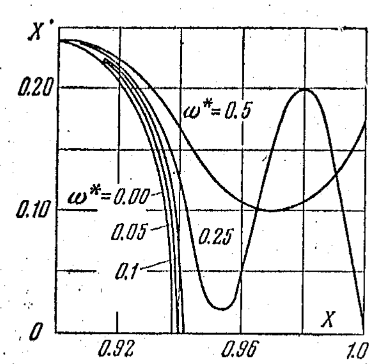

Abb. 2

Aufgrund der Umständlichkeit der Rechnungen ist die Bestimmung des Bremsweges auf diese Art und Weise jedoch nicht angebracht, und die Anwendung von Elektronenrechnern ist nur bei einer großen Anzahl von Rechnungen sinnvoll. Deshalb wird unten ein Näherungsverfahren zur Berechnung des Bremsweges unter gewissen Annahmen vorgestellt.

Wir betrachten den Bremsvorgang des Kolbens, der infolge der sprungförmigen Veränderung der Effektivfläche f_{-} bis auf einen neuen geringeren Wert f_-^* bem Bremsbeginn verwirklicht wird. Der Veränderung der Fläche von f_- auf f_-^* entspricht die Veränderung des Kennwertes ω von ω auf ω^*.

In Abb. 2 sind die Geschwindigkeitsabhängigkeiten $X^{\cdot}$ von der Verlagerung X, wie sie für verschiedenen ω^* und für die Parameterwerte N=0,25, η=0,4, Y_a=0,2, X_0=0,15, α=1,05, $X_c^{\cdot}$= =0,24 aufgebaut sind, abgebildet. Analog dazu sehen diese Abhängigkeiten auch bei anderen Werten für die besagten Parameter aus. Aus Abb. 2 folgt, daß die Kompression der Luft bei $\omega^* < 0.25$ im Gegendruckraum beinahe ebenso abläuft, wie bei $\omega^* = 0$. Dies liefert eine Grundlage zur Untersuchung des Grenzfalles, wenn $\omega^* = 0$, d.h. Bremsvorgang bei völlig überdeckter Auslaßöffnung. Basierend auf der Auswertung der Lösungsergebnisse der rechnerischen Gleichungen mit Hilfe numerischer Methoden erhalten wir ebenfalls die Druckkonstante im Ladungsraum, wenn wir für sie annehmen, daß die gleich dem eingeschwungenen Wert p_c ist. Unter diesen Bedingungen nimmt das System der Gleichungen, welche die Kolbenbewegung einer Druckluftanlage während des Bremsens beschreiben, folgende Gestalt an:

$$\begin{aligned} &N^2X^{\cdot\cdot} - Y_c + Y_a / \alpha Z + \eta = 0 \\ &Z^{\cdot}(1 + X_0 - X) + kZX^{\cdot} = 0 \end{aligned} \qquad \left(Y_c = \frac{p_c}{p} \right) \tag{4}$$

Wir führen die neue Variable

$$\lambda = \frac{\xi}{\xi_1} = \frac{1 + X_0 - X}{1 + X_0 - X_1} \tag{5}$$

ein mit X_1 - relative Koordinate der Kolbenstellung im Moment des Bremsbeginns; dann kann die zweite Gleichung von System (4) in folgender Form geschrieben werden:

$$\frac{dZ}{Z} = \frac{kd\lambda}{\lambda}, \text{ oder } Z = Z_c\lambda^k \tag{6}$$

Die beliebige Konstante wurde hier aus der Bedingung bestimmt, daß zu Bremsbeginn $Z = Z_1 = Z_c$ und $\xi = \xi_1$, d.h. $\lambda = 1$.

Nach der Substitution von Z aus Ausdruck (6) in die erste Gleichung von System (4) und dem Ersatz von $X^{\cdot\cdot} = -\lambda^{\cdot\cdot}\xi_1$, ausgehend von der Beziehung (5), und $Y_a / \alpha Z_c = Y_c - \eta$, das aus der Gleichung des Kolbengleichgewichts bei eingeschwungener Bewegung folgt, erhalten wir

$$A\lambda^{\cdot\cdot} = \lambda^{-k} - 1 \qquad \left(A = \frac{N^2\xi_1}{Y_c - \eta} \right) \tag{7}$$

Wir stellen Gleichung (7) in der Form

$$2A\lambda^{\cdot}(\lambda^{\cdot})^{\cdot} = 2(\lambda^{-k}-1)\lambda^{\cdot}$$

dar, integrieren sie, daraus folgt

$$A(\lambda^{\cdot})^2 = \frac{2}{1-k}\lambda^{1-k} - 2\lambda + C \tag{8}$$

und bestimmen die beliebige Konstante C aus den Bedingungen:

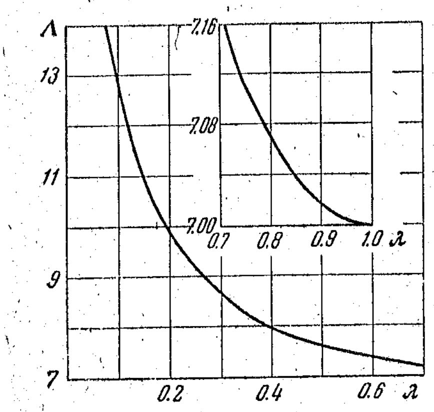

Abb. 3

zu Beginn des Bremsvorganges ist $\lambda^{\cdot}_1 = \lambda_c^{\cdot} = -X_c^{\cdot}/\xi_1$ und $\lambda_1 = 1$. Wir substituieren den Indexwert der Adiabate für Luft k=1,4 und erhalten

$$C = 7 + A\left(\frac{X_c^{\cdot}}{\xi_1}\right)^2 \tag{9}$$

Die Kurve für die Geschwindigkeitsveränderung $X^{\cdot}$ während des Bremsvorganges kann nach Gleichung (8) konstruiert werden, wenn in ihr $\lambda^{\cdot} = -X^{\cdot}/\xi_1$ eingesetzt und k=1,4 angenommen wird

$$X^{\cdot} = \xi_1\left(\frac{C-\Lambda}{A}\right)^{1/2}, \qquad \Lambda = \lambda(2+5\lambda^{-1.4}) \tag{10}$$

Die Geschwindigkeit $X^{\cdot}$ wird gleich Null, wenn

$$\Lambda = C \tag{11}$$

In Abb. 3 ist der Verlauf der Abhängigkeit $\Lambda = \Lambda(\lambda)$, dargestellt, mit Hilfe dessen der dem Ende des Bremsvorganges entsprechende Wert $\lambda = \lambda_2$ gefunden werden kann. Die relative Koordinate der Kolbenstellung im Moment des Anhaltens ist gleich

$$X_2 = 1 + X_0 - \lambda_2(1 + X_0 - X_1) \tag{12}$$

und die Größe des bedingten Bremsweges, welche innerhalb der besagten Toleranzen bestimmt wird,

$$X^* = X_2 - X_1 \tag{13}$$

Im Idealfall muß der Kolben genau am Hubende anhalten, bei $X_2=1$. Wir setzen diesen Wert X_2 in Gleichung (12) ein und lösen ihn bezüglich X_1 und erhalten

$$X_1 = 1 - X_0(\lambda^{-k} - 1) \tag{14}$$

Um die Bedingungen $\Lambda = \Lambda_2 = C$ und $X_2 = 1$ gleichzeitig zu erfüllen, müssen die Gleichungen (11) und (12) gemeinsam gelöst werden. Als Ergebnis dieser Lösung kann man Gleichung (11) in folgender Form anschreiben:

$$B = X_0\left[2+5\left(\frac{X_0}{X_0+X^*}\right)^{-1,4}\right] - 7\,(X_0+X^*) \qquad \left(B = \frac{N^2X_c^{\cdot 2}}{Y_c-\eta}\right) \tag{15}$$

da $\xi_1 = 1 + X_0 - X_1 = X + X^*$ bei $X_2 = 1$ und

$$\lambda = \lambda_2 = \frac{X_0}{1+X_0-X_1} = \frac{X_0}{X_0+X^*}$$

In Abb. 4 ist der Verlauf dargestellt, nach dem die Werte X^* nach den vorgegebenen Größen X_0 und B bestimmt werden; der Verlauf wurde auf der Basis von Gleichung (15) konstruiert.

Wir wollen zeigen, daß die Länge des Bremsweges $s^*=sX^*$ nicht von der Größe des Arbeitshubes des Kolbens s abhängt. Dafür setzen wir den Wert B in Gleichung (15) ein und ersetzen $X^*/X_0 = \delta$

$$\frac{N^2X_c^{\cdot 2}}{X_0\,(Y_c-\eta)} = 2+5\left(\frac{1}{1+\delta}\right)^{-1.4} - 7\,(1+\delta) \tag{16}$$

Wir untersuchen die Beziehung der Werte N^2 und X_0, welche durch die Ausdrücke (1) und (2) und die auftretenden Funktionen s bestimmt werden:

$$\frac{N^2}{X_0} = K\left(\frac{f_+}{F_+}\right)^2\frac{m}{pV_0} \qquad \left(K = \frac{2gkRT}{k-1}\right) \tag{17}$$

Aus den Beziehungen (16), (17) folgt, daß N^2/X_0=const ist, wenn V_0=const, d.h.

$$\delta = \frac{X^*}{X_0} = \frac{s^*F_+}{V_0} = \text{const}, \qquad s^* = \text{const}$$

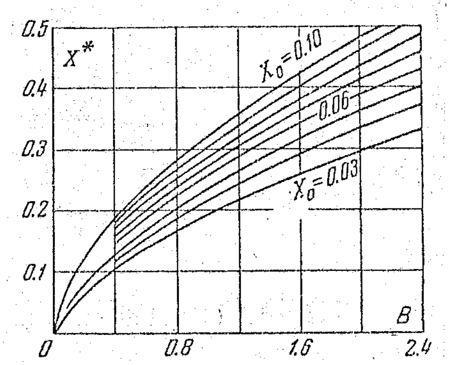

Abb. 4.

In den Berechnungen des Bremsweges wird X^* bei $N=N_{max}$ und $X_c^{\cdot}=X_{max+}^{\cdot}$ bestimmt. Gewöhnlich sind die Rechenwerte N_{max} relativ groß ($N_{max}>0,5$). In diesen Fällen muß die tatsächliche Länge des Bremsweges etwas kleiner als die errechnete sein.

Der Druck am Ende des Bremsvorganges kann nach Gleichung (6) bestimmt werden, nachdem in ihr $Z=1/p_-$ ersetzt wurde. Wenn man durch ε den Kompressionsgrad der Luft im Bremsraum bezeichnet, dann ist $\varepsilon = \lambda^{-k}$.

Die dimensionslose Bremszeit τ^* erhalten wir nach Integration

$$\tau^* = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{d\lambda}{\lambda^{\cdot}}$$

Anstelle von $\lambda^{\cdot}$ substituieren wir seinen Ausdruck $-X^{\cdot}/\xi_1$ und ersetzen dem Wert $X^{\cdot}$ nach Formel (10)

$$\tau^* = -\int_{1}^{\lambda_2} A^{1/2}\,[C - \lambda\,(2 + 5\lambda^{-1.4})]^{-1/2} d\lambda = \int_{\lambda_2}^{1} A^{1/2}\,[C - \lambda\,(2 + 5\lambda^{-1.4})]^{-1/2} d\lambda$$

Um die Größe der negativen Beschleunigung beim Bremsen zu bestimmen, verwenden wir Gleichung (7). Wenn λ abnimmt (und folglich X zunimmt), dann nimmt $|\lambda^{\cdot\cdot}|$ zu und erreicht seinen Maximalwert am Hubende bei $\lambda = \lambda_2$. Wenn man $X_2=1$ setzt, dann erhalten wir für $|X^{\cdot\cdot}|_{max}$ den Ausdruck

$$|X^{\cdot\cdot}|_{max} = \frac{Y_c - \eta}{N^2}\left[\left(\frac{X_0}{X_0 + X^*}\right)^{-k} - 1\right]$$

Die vorgeschlagene Rechenmethode liefert die Möglichkeit, die Hauptkennwerte des Bremsvorgangs eines Kolbens einer Druckluftanlage zu bestimmen, nämlich die Länge des Bremsweges, den Druck und die Beschleunigung bei Beendigung des Bremsens und seine Zeit.

Eingereicht
5.VII.1963

L I T E R A T U R

1. Артоболевский И. И., Герц Е. В., Кобринский А. Е., Раевский Н. П. К динамике пневматического устройства. Тр. Семинара ТММ, № 56, 1955
A r t o b o l e v s k i j, I.I., G e r c, E.V., K o b r i n s k i j, A.E., R a e v s k i j, N.P.:
K dinamike pnevmatičeskogo ustrojstva.
- Trudy Seminara Teorija mechanizmov i mašin. Akademija nauk SSSR. Institut mašinovedenija. Moskva, Nr 56, 1955.
⟨Zur Dynamik einer Druckluftanlage⟩

2. Герц Е. В., Крейнин Г. В. Теория и расчет силовых пневматических устройств. Изд-во АН СССР, 1960.
G e r c, E.V., K r e j n i n, G.V.:
Teorija i rasčet silovych pnevmatičeskich ustrojstv.
Moskva: Verlag der Akad.d.Wiss.d.UdSSR, 1960.
⟨Theorie und Berechnung von Druckluftkraftanlagen⟩

3. В о л к о в В. В., Г у т н и к о в Э. Ю., К о с т е н к о М. А. Автоматическое управление длинноходовым пневмоприводом, Металлургиздат, Свердловск, 1962.

V o l k o v, Vasilij Vladimirovič, G u t n i k o v, Ė.Ju., K o s t e n k o, M.A.:
Avtomatičeskoe upravlenie dlinnochodovym pnevmoprivodom.
Sverdlovsk: Verlag "Metallurgizdat", 1962.
⟨Automatische Steuerung eines Druckluftantriebs mit langem Hub⟩.

Stuttgart, den 24. Februar 1976

Übersetzung von

(Ottmar Pertschi)
Dipl.-Übersetzer