(158)

Švejkin, P. I.

Moskau

ÜBER EINE AFFININVARIANTE NORMALISIERUNG EINER FLÄCHE

Übersetzung aus:

Trudy. III Vsesojuznyj matematičeskij s"ezd.
Moskva, Band 1, 1956, S. 175.

Russ.: Об аффинно-инвариантном оснащении поверхности.

Ob affinno - invariantnom osnaščenii poverchnosti.

Das Ziel dieser Arbeit ist die Konstruktion einer invarianten Normalisierung einer m-dimensionalen Fläche des n-dimensionalen affinen Raumes. Die von G.F. Laptev ausgearbeitete theoretische Gruppenmethode der differentialgeometrischen Untersuchungen machte es möglich, diese Aufgabe für den Allgemeinfall zu lösen. Nebenbei wurde eine Reihe anderer geometrischer Objekte ermittelt, die mit der Fläche verbunden sind. Alle Konstruktionen wurden in expliziter Form durch einzig und allein rationale Operationen durchgeführt.

Die Fläche wird durch ein System Pfaffscher Differentialgleichungen bestimmt. Ihre Fortsetzung führt zu einer unendlichen Folge von Feldern fundamentaler geometrischer Objekte $\underset{1}{(\Lambda)}, \underset{2}{(\Lambda)}, \underset{3}{(\Lambda)}, \ldots,$ von denen ein jedes alle vorhergehenden als seine Unterobjekte einschließt. Die Untersuchung der Fläche läßt sich auf die Konstruktion der Erfassungen der anderen invariant mit der Fläche verbundenen Felder durch diese Felder reduzieren. In vielen Fällen wird dies durch Untersuchung der sogenannten Erfassungssysteme erreicht, die ihrerseits Systeme linearer Differentialgleichungen mit partiellen Ableitungen erster Ordnung darstellen.

Das durch das fundamentale Objekt $\underset{s}{(\Lambda)}$ s-ter Ordnung erfaßte geometrische Objekt nennen wir einfachstes Objekt der gegebenen Art, wenn ausgeschlossen ist, daß durch das Objekt $\underset{s-1}{(\Lambda)}$ kein einziges nichttriviales Objekt dieser Art umfaßt wird. Von den Objekten der gegebenen Art sind natürlich die einfachsten von größtem Interesse. Die Untersuchungen zeigen, daß die einfachste invariante Normalisierung der Flächen allgemeiner Art, d.h. jener, aus deren Anzahl nur einige Spezial-Klassen ausgeschlossen sind, durch das Objekt $\underset{p+2}{(\Lambda)}$ erfaßt sein muß, wobei p die höchste Ordnung der berührenden Fläche ist, deren Dimension kleiner ist als die Dimension des Raumes. Diese Erfassung ist als Menge der Objekte $\underset{2}{(N)}$, $\underset{3}{(N)}$, $\underset{4}{(N)}$, ... verwirklicht, von denen ein jedes alle vorhergehenden als seine Unterobjekte einschließt und jenen Teil der Normalisierung bestimmt, auf dem sie sich mit der berührenden Fläche der entsprechenden Ordnung schneidet. Für die Linie erwies sich diese Normalisierung als einzig mögliche, auf der Fläche hingegen ist ein Bündel einfachster Normalisierungen möglich. Durch p-faches Differenzieren von $\underset{2}{(N)}$ kann man eine andere invariante Normalisierung konstruieren, die jedoch nicht einfachste und deshalb weniger interessant ist.

Die invariante Normalisierung ermöglicht es, eine unendliche Reihe von Tensoren zu ermitteln, die wichtige Eigenschaften besitzen, z.B. ist der durch das Objekt $\underset{p+1}{(\Lambda)}$ erfaßte Tensor $\underset{p+1}{(\Pi)}$ einfachster Tensor der Fläche; durch den Tensor $\underset{p+2}{(\Pi)}$ auf einer Fläche allgemeiner Art kann man den Tensor mit beliebig vorgegebener Wertigkeit erfassen, und in diesem Sinne ist er als Haupttensor zu bezeichnen; wenn alle Komponenten des Tensors $\underset{p+3}{(\Pi)}$ gleich null sind, dann besitzt die Fläche eine konstante q-dimensionale Achse (q - Differenz zwischen den Dimensionen des Raumes mit der berührenden Fläche p-ter Ordnung), wenn aber dabei auch die Komponenten des Tensors $\underset{p+2}{(\Pi)}$ gleich null sind, dann ist die Fläche eine algebraische von spezieller Art. Auf der Linie fehlen $\underset{p+1}{(\Pi)}$ und $\underset{p+2}{(\Pi)}$, und der Tensor $\underset{p+3}{(\Pi)}$ ist sowohl einfachster als auch Haupttensor. Er zerfällt in p relative Invarianten, wobei das Gewicht der ersten gleich 1 ist, und das jeder folgenden um 1 größer als das Gewicht der vorhergehenden.

Die aufgezählten Objekte eröffnen uns große Möglichkeiten für weitere Konstruktionen. Mann kann z.B. ein vollständiges System von Invarianten beliebiger Ordnung, ein vollständiges System einfachster Invarianten, eine invariante Ergänzung der berührenden Fläche s-ter Ordnung bis zur berührenden Fläche (s+1)-ter Ordnung, ein einfachstes kanonisches Bein und andere Objekte bekommen.

Stuttgart, den 21.Juni 1977

übersetzt von

Ottmar Pertschi

(Ottmar Pertschi)
Dipl.-Übersetzer