(157)

Liber, A. E.

Saratov

ÜBER DIE GEOMETRIE DER m-FLÄCHEN IN AFFINEN UND PROJEKTIVEN RÄUMEN

Übersetzung aus:

Trudy. III Vsesojuznyj matematiceskij s"ezd.
Moskva, Bd 1, 1956, S. 157 bis 158.

Russ.: О геометрии m-поверхностей в аффинных и проективных пространствах.
O geometrii m-poverchnostej v affinnych i proektivnych prostranstvach.

Die Geometrie der normalisierten m-Fläche in affinen und projektiven Räumen befindet sich auf einem ausreichend guten Entwicklungsstand. Hier besteht die Aufgabe darin, eine invariante (d.h. eine durch die m-Fläche selbst zu bestimmende) Normalisierung zu konstruieren. Die Lösung dieser Aufgabe kommt in dem Fall zustande, wenn der Schmiegeraum zweiter Ordnung mit dem gesamten Raum übereinstimmt. Wenn dies nicht zutrifft, dann ist die Aufgabe über die Konstruktion einer invarianten Normalisierung komplizierter, doch gelingt es zu zeigen, daß diese Aufgabe auf die Aufgabe der invarianten Konstruktion eines affinen Zusammenhangs auf der m-Fläche reduziert werden kann.

Die erste Möglichkeit ist geeignet für m-Flächen im zentroaffinen n-Raum E_n oder im projektiven n-Raum P_n und beruht auf folgendem. Im E_n sei die m-Fläche S gegeben. Wir untersuchen den tragenden Raum M_N des symmetrisierten m-fachen Kronecker-Matrixprodukts der zentroaffinen Transformation. Der Fläche S entspricht eindeutig eine bestimmte Fläche F in M_N, die durch die Gleichung $r = \bar{r}(\eta^a)$, $a = 1, \ldots, m$ bestimmt wird. Die Menge aller partiellen Ableitungen aus $\bar{r}$ nach η^a bis zur (n-1)-ten Ordnung einschließlich zusammen mit dem Vektor $\bar{r}$ bestimmt die Basis des Raumes M_N. Die Menge der Koeffizienten bei den partiellen Ableitungen der (n-1)-ten Ordnung aus $\bar{r}$ nach η^a im Zerlegung der partiellen Ableitungen der n-ten Ordnung aus $\bar{r}$ nach η^a auf der besagten Basis bestimmt das Objekt zweiter Klasse, dessen Faltung zum gesuchten invariant bestimmten affinen Zusammenhang auf der Fläche S in E_n führt. Für die m-Fläche im projektiven m-Raum wird die Aufgabe analog gelöst, wobei einzig im voraus der invariante affine Zusammenhang in der radialen Kombinationsmannigfaltigkeit zu bestimmen ist, die durch die m-Fläche bestimmt wird, was bei einigen Voraussetzungen gelang.

Die zweite Möglichkeit ist für alle affinen Räume (allgemeinaffine, zentroaffine, äquiaffine usw.) geeignet. Wir untersuchen in E_n die m-Fläche S. B sei Schmiegraum (im Punkt $P \in S$), dessen maximale Dimension kleiner als n ist. Wir sagen dann, daß eine partielle Normalisierung der Fläche S gegeben sei, wenn mit jedem Punkt $P \in S$ die Zerlegung des gesamten Raumes in die direkte Summe B + *B verglichen wird, wobei *B ein bestimmter zusätzlicher Unterraum ist, der partiell normalisiert genannt wird. Es wird bewiesen, daß die Vorgabe der partiellen Normalisierung auf der Fläche S den affinen Zusammenhang (der von der partiellen Normalisierung abhängt) bestimmt, mit Hilfe dessen es - unter einigen Voraussetzungen - gelingt, den invariant bestimmten affinen Zusammenhang auf der Fläche S zu konstruieren.

Einzeln werden die zweidimensionalen Flächen in affinen und projektiven n-Räumen bei $n \geqslant 5$ untersucht. Auf diesen Flächen gelingt es, den symmetrischen Pseudotensor der Valenz $p > 2$ invariant zu bestimmen. Im Allgemeinfall erweist es sich als möglich, einen affinen Zusammenhang zu konstruieren, dessen Komponenten bestimmte Funktionen des gegebenen Pseudotensors sind. Der auf diese Weise konstruierte affine Zusammenhang ist auf der zweidimensionalen Fläche invariant bestimmt.

Stuttgart, den 21.Juni 1977

übersetzt von

Ottmar Pertschi

(Ottmar Pertschi)
Dipl.-Übersetzer