

Pauli, V. /Wolfgang/  
Professor am Züricher Polytechnikum

DIE ERHALTUNGSSÄTZE IN DER RELATIVITÄTSTHEORIE UND  
IN DER KERNPHYSIK

Vorlesung an der N.D. Zelinskij-Universität für physikalische  
Chemie und chemische Verfahrenstechnik<sup>1)</sup> am 27.10.1937

Aus dem Deutschen übersetzt von Prof. I.E. TAMM

Deutsche Vollübersetzung aus:

Sovremennye problemy fiziko-chimii i chimičeskoj tehnologii. Sbornik 2.

Moskva: Vsesojuznoe chimičeskoe obščestvo im. D.I. Mendeleeva, Moskovskoe otdelenie, 2 (1938), S. 21 - 35.

(= Universitet fiziko-chimii i chimičeskoj tehnologii im. akad. N.D. Zelinskogo)

Russ.: **ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ  
И В АТОМНОЙ ФИЗИКЕ**

Zakony sochranenija v teorii otnositel'nosti  
i v atomnoj fizike

Meine Bemerkungen über die Erhaltungssätze in der älteren  
und neueren Physik möchte ich in drei Teile gliedern.

Im ersten Teil geht es um die Erhaltungssätze in der Mechanik  
des Massenpunktes, wobei wir mit der klassischen Mechanik be-  
ginnen und danach zur relativistischen Mechanik übergehen.

Der zweite Teil ist der Feldphysik vorbehalten, wobei wir

---

<sup>1)</sup> in Moskau (Anm.d.Übers)

sowohl die Elektrizitätslehre als auch die allgemeine Relativitätstheorie behandeln.

Im dritten Teil gehen wir schließlich zur modernen Physik über, insbesondere zur Kernphysik.

Zwei Begriffe spielen in der Punktmechanik eine besonders wichtige Rolle. Erstens der Begriff des Impulses oder der Bewegungsgröße. Der Impuls des Teilchens mit der Masse  $m$  und der Geschwindigkeit  $v$  ist gleich  $mv$ . Der Teilchenimpuls ist eine Richtungs- oder Vektorgröße. Der zweite wichtigste Begriff der Mechanik des Massenpunktes ist die kinetische Energie  $1/2mv^2$ , eine richtungsunabhängige oder skalare Größe. Den Unterschied zwischen den Vektorgrößen und den Skalaren kann man entweder durch einen Pfeil:  $\vec{mv}$ , oder durch Fettschreibung:  $mv$ , markieren.

In Verbindung mit diesen wohlbekanntem Begriffen von Impuls und Energie möchte ich einige Bemerkungen grundsätzlicher Art machen.

Bekannt ist der heftige philosophische Streit zwischen den zwei philosophischen Schulen des 17. Jahrhunderts, zwischen den Adepten Leibniz' auf der einen Seite und den Schülern Descartes' andererseits über die Frage, welcher von diesen beiden Begriffen, das Bewegungsmaß und die Energie, am wesentlichsten und am wichtigsten ist.

Descartes' Schüler behaupteten,  $mv$ , d.h. die Bewegungsgröße sei das wahre Maß der Bewegung.

Leibniz' Schüler hingegen ließen für das wahre Maß der Bewegung nur  $\frac{mv^2}{2}$  gelten, also die kinetische Energie.

Derartige Streitereien unter den philosophischen Schulen erwiesen sich infolge der weiteren Entwicklung häufig als inhaltsleer. So war es auch im vorliegenden Fall, da sich beide Begriffe - Impuls und Energie - als gleich wichtig und gleich wesentlich erwiesen.

Es war jedoch unbefriedigend, daß man es mit zwei verschiedenen, miteinander nicht zusammenhängenden Begriffen zu tun hatte: dem Impuls und der Energie, der Vektorgröße und dem Skalar, und mit zwei verschiedenen Erhaltungssätzen: der Erhaltung des Impulses und der Erhaltung der Energie.

Es ist bezeichnend, daß bereits im 17. Jahrhundert Huygens in seinem Werk "De percussione" (Über den Stoß) auf die gemeinsame Beziehung dieser Gesetze hingewiesen hat.

Wendet man den Erhaltungssatz der kinetischen Energie auf ein System kollidierender Körper an und fordert, daß die Energieerhaltung auch dann gelte, wenn man der Geschwindigkeit eines jeden Körpers eine beliebige, jedoch für alle Körper gleichartige zusätzliche Geschwindigkeit beigebe (d.h. bei Betrachtung des Stoßes aus der Sicht von sich bewegenden Bezugssystemen), dann folgt, wie Huygens zeigte, der Satz von der Impulserhaltung.

Dies kann man folgendermaßen darstellen. Die Masse der kollidierenden Körper bezeichnen wir mit  $m$  ( $i=1,2,3\dots$ ), ihre Geschwindigkeit vor dem Stoß mit  $u_i$  und die Geschwindigkeit nach dem Zusammenstoßen mit  $U_i$ . Der Satz von der Energieerhaltung lautet dann

$$\frac{1}{2} \sum_i m_i u_i^2 = \frac{1}{2} \sum_i m_i U_i^2. \quad (1)$$

Wir geben nun dem gesamten System zusätzlich die Geschwindigkeit  $v$  (oder, was das Gleiche ist, betrachten dieses System in Koordinaten, die mit der Geschwindigkeit  $v$  fortschreiten). Dann sind die jeweiligen Geschwindigkeiten vor und nach dem Zusammenstoß  $u_i+v$  und  $U_i+v$ , und die Energieerhaltung wird ausgedrückt durch die Beziehung

$$\frac{1}{2} \sum_i m_i (u_i + v)^2 = \frac{1}{2} \sum_i m_i (U_i + v)^2.$$

Somit erhalten wir:

$$\frac{1}{2} \sum_i m_i (u_i^2 + 2vu_i + v^2) = \frac{1}{2} \sum_i m_i (U_i^2 + 2vU_i + v^2),$$

oder, ausgehend von Gleichung (1):

d.h.

$$\begin{aligned} \sum_i m_i v u_i &= \sum_i m_i v U_i, \\ v \sum_i m_i u_i &= v \sum_i m_i U_i. \end{aligned}$$

Diese Gleichung kann bei beliebiger Geschwindigkeit  $v$  nur dann gelten, wenn

$$\sum_i m_i u_i = \sum_i m_i U_i. \quad (2)$$

Diese letzte Gleichung drückt an sich den Impulserhaltungssatz aus.

Somit folgt die Impulserhaltung aus der Forderung, daß der Energiesatz in einem beliebigen gleichförmig bewegten Bezugssystem gültig sei.

Diese Überlegungen hat Huygens in der genannten Arbeit ausführlich und klar dargelegt. Auf der beigefügten Illustration ist der bewegte Betrachter ein Mensch, der in einem Boot einen Fluß befährt.

Huygens Überlegungen, die zwei Erhaltungssätze miteinander verbinden: die Energieerhaltung und die Impulserhaltung, können wesentlich verallgemeinert werden. Wir dürfen nicht von einer speziellen Abhängigkeit der Energie von der Geschwindigkeit ausgehen, sondern müssen diese Abhängigkeit von der Forderung nach sehr allgemeinen Prinzipien ableiten.

Wir nehmen eine beliebige Abhängigkeit der Energie des Körpers  $E$  von seiner Geschwindigkeit  $u$  an:

$$E = mf(u),$$

wobei  $m$  die Masse des Körpers und  $f(u)$  eine beliebige Funktion von  $u$  ist. Da der Raum isotop und die Energie keine Richtungsgröße ist, kann  $E$  nur vom absoluten Wert der Geschwindigkeit  $u$  abhängen, aber nicht vom Wert seiner einzelnen Komponenten:

$$E = mf(u).$$



Analog dazu nehmen wir an, die Bewegungsgröße oder der Impuls  $p$  des Körpers sei proportional zu seiner Masse und nach seiner Geschwindigkeit gerichtet. Der absolute Wert werde durch eine beliebige Geschwindigkeitsfunktion ausgedrückt:  $p = m u g(u)$ .

Unter diesen Voraussetzungen lassen sich die Energie- und Impulserhaltungssätze folgendermaßen ausdrücken:

$$\sum_i m_i f(u_i) = \sum_i m_i f(U_i), \quad (3)$$

$$\sum_i m_i u_i g(u_i) = \sum_i m_i U_i g(U_i). \quad (4)$$

Wir fordern nunmehr, daß alle Erhaltungssätze in einem beliebig bewegten Bezugssystem gelten, d.h. daß die Gleichungen (3) und (4) auch dann gültig sind, wenn  $u_i$  durch  $u_i + v$  und  $U_i$  durch  $U_i + v$  ersetzt werden, wobei  $v$  einen beliebigen Vektor bezeichnet.

Diese Forderung kann bei beliebigem Aussehen der Funktionen  $f(u)$  und  $g(u)$  nicht erfüllt werden, auch wenn sie - allgemein - zu einer ganzen Reihe von untereinander unabhängigen Funktionen führt. Davon kann man sich leicht überzeugen, wenn man z.B.  $f(u) = u^4$  annimmt. Im allgemeinen führt die genannte Forderung zu Beziehungen derart wie

$$\sum_i m_i u_i^{2k} F(u_i^2) = \sum_i m_i U_i^{2k} F(U_i^2),$$

die Tensorcharakter besitzen und nicht aus der Skalar- oder Vektorbeziehung (3) und (4) folgen können.

Die unkomplizierte Berechnung, die wir hier weglassen (siehe Anmerkung 1 am Ende der Vorlesung), führt zu folgendem Ergebnis: die einzige Abhängigkeitsform der Energie und des Impulses von der Geschwindigkeit, bei der die Erhaltungssätze in bewegten Bezugssystemen gültig bleiben, stimmen mit den üblichen Definitionen dieser Begriffe überein:

$$\begin{aligned} f(u) &= \text{const } u^2, & E &= \text{const } u^2, \\ g(u) &= \text{const}, & p &= \text{const } u. \end{aligned}$$

Diese Schlußfolgerung ist etwas allgemeiner als Huygens' Überlegung, der eine bestimmte Annahme über die Abhängigkeitsform der Energie von der Geschwindigkeit zugrunde lag.

Ich erlaube mir eine etwas ausführlichere Darlegung dieser Frage, um die genannten Überlegungen auch auf die Relativitätstheorie zu übertragen. Die dabei einzige notwendige Veränderung besteht darin, daß das klassische Gesetz über die Zusammensetzung der Geschwindigkeiten durch das entsprechende relativistische Additionstheorem ersetzt werden muß. Die Zusammensetzung der zwei parallelen Geschwindigkeiten  $u$  und  $v$  führt zur resultierenden Geschwindigkeit  $u'$ , die nach der Relativitätstheorie nicht  $u+v$  ist, sondern  $u' = \frac{u+v}{1 + \frac{uv}{c^2}}$ , wobei  $c$  die Lichtgeschwindigkeit bezeichnet. In dem Fall, wo die Geschwindigkeiten nicht parallel sind, sieht das Additionstheorem komplizierter aus; bei beliebiger Richtung der Geschwindigkeiten gilt jedoch folgende Abhängigkeit:

$$\sqrt{1 - \frac{u'^2}{c^2}} = \frac{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{uv \cos(\mathbf{u}, \mathbf{v})}{c^2}}. \quad (5)$$

Verändert man bei den vorhergehenden Überlegungen nur dieses kinematische Additionstheorem, dann können wir<sup>1)</sup> eindeutig zu folgender Geschwindigkeitsabhängigkeit von Energie und Impuls:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \quad \mathbf{p} = \frac{m\mathbf{u}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}; \quad (6)$$

in diesen Ausdrücken haben wir auf bestimmte Weise nur eine beliebige additive Konstante untergebracht.

Diese und nur diese Ausdrücke für  $E$  und  $\mathbf{p}$  erfüllen die Forderung, daß die Erhaltungssätze in bewegten Bezugssystemen gültig bleiben.

Die genannte Schlußfolgerung der relativistischen Ausdrücke für Energie und Impuls sind analog zu der Schlußfolgerung von Langevin, aber etwas verschieden in der Form.

Schließlich sei bemerkt, daß die Relativitätstheorie sowohl die Begriffe Energie und Impuls als auch ihre Erhaltungssätze zu einem verbindet. Gleich wie man die Menge der drei Raumkoordinaten  $x, y, z$  und der Zeit  $t$  in vierdimensionaler Interpretation der Relativitätstheorie durch die vierdimensionalen Ko-

<sup>1)</sup> siehe Anmerkung 2 am Ende der Vorlesung

ordinaten eines Raum-Zeit-Punktes darstellen kann, so werden auch die drei Vektorkomponenten des Impulses  $p$  und der Energieskalar  $E$  in der Relativitätstheorie zu einem einzigen vierdimensionalen Energie- und Impulsvektor verknüpft. Gleichzeitig sind beide Erhaltungssätze von Energie und Impuls untrennbar miteinander durch einen einzigen Erhaltungssatz verbunden.

Ich möchte nun zum zweiten Teil meines Vortrags übergehen und mich mit einer anderen "Betrachtungsweise in der Physik" (Original deutsch - Anm.d.Übers.: - wörtl.Übers.: einer anderen Betrachtungsweise physikalischer Probleme) zuwenden, die im letzten Jahrhundert aufkam und äußerst große Bedeutung gewann, nämlich der Feldphysik.

Während im 18. Jahrhundert im wesentlichen die Teilchenphysik herrschte, gewann im 19. Jahrhundert, besonders in seiner 2. Hälfte, sehr große Bedeutung die Feldphysik, unter der man die Beschreibung physikalischer Erscheinungen mittels unstetiger Funktionen von Raum und Zeit zu verstehen hat.

Die Vorstellungen der Feldphysik bewegen sich in dem bekannten Widerspruch zur Physik des Massenpunktes, und tatsächlich blieb der Begriff des Teilchens der Feldphysik im Wesen immer fremd.

Dennoch ist notwendig, beide Begriffe zu verwenden: sowohl den des Teilchens als auch den des Feldes, wie sich dies besonders klar an der Wellenmechanik erkennen läßt, über die ich im weiteren Verlauf einige Bemerkungen machen will.

Ein bemerkenswertes und bekanntes Beispiel der Feldphysik ist die Maxwellsche Elektrizitätstheorie. In dieser Theorie wird das Elektromagnetfeld mit den zwei Vektoren  $E$  und  $H$  beschrieben. Der Vektor  $E$  als Spannungsvektor des elektrischen Feldes darf auf keinen Fall mit der Energie  $E$  verwechselt werden, wobei wir beide mit dem gleichen Buchstaben kennzeichnen, ersteren jedoch in Fettschrift. Der Vektor  $H$  bezeichnet die

Spannung des Magnetfeldes. Diese beiden Begriffe werden in der Relativitätstheorie zusammen gesehen und vereinigen sich in vierdimensionaler Interpretation zu einer einzigen Größe, dem vierdimensionalen Feldtensor  $(H, E)$  so, wie die Energie  $E$  und der Impuls  $p$  des Teilchens sich durch die Relativitätstheorie in den einzigen vierdimensionalen Vektor von Energie und Impuls  $(p, E)$  vereinigen.

Die Größen  $H$  und  $E$  erfüllen das bekannte Maxwell'sche Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} H - \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t} &= \frac{4\pi}{c} i; & \operatorname{rot} E + \frac{1}{c} \frac{\partial H}{\partial t} &= 0; \\ \operatorname{div} E &= 4\pi \rho; & \operatorname{div} H &= 0, \end{aligned}$$

wobei  $\rho$  die elektrische Ladungsdichte und  $i$  die Stromdichte bezeichnet. Weiter brauche ich nicht auf die Einzelheiten dieser Gleichungen eingehen. Ich möchte die Aufmerksamkeit nur auf eine einzige bestimmte Frage lenken, und zwar auf den bekannten Erhaltungssatz der elektrischen Ladung, nach dem die algebraische Summe  $\sum e$  der elektrischen Ladungen bei allen physikalischen Erscheinungen konstant bleibt. Neben den Erhaltungssätzen von Energie und Impuls ist dieses Gesetz eines der allgemeinsten Gesetze in der Physik.

Es bedarf der wichtigen Anmerkung, daß der Erhaltungssatz der Elektrizität abgeleitet werden kann, wenn man allein von den Maxwell'schen Gleichungen ausgeht. Nach diesen Gleichungen kann die Gesamtladung  $e$ , die sich innerhalb eines Volumens  $V: e = \int_V \rho dV$  befindet, auch ausgedrückt werden als Strom des elektrischen Vektors  $E$  durch die unser Volumen  $V$  begrenzende Oberfläche  $S$ :

$$e = \frac{1}{4\pi} \oint_S E_n dS. \quad (7)$$

Ich kann Gleichung (7) als eine **D e f i n i t i o n** der innerhalb des Volumens  $V$  befindlichen Ladung ansehen. Sind nur die Maxwell'schen Gleichungen gültig **a n d e r O b e r f l ä c h e**  $S$  des Volumens  $V$ , dann erfahre ich, entweder verändert sich die Ladung  $e$  innerhalb des Volumens bei beliebigen darin vonstatten gehenden Vorgängen, wobei unbedeutend ist, ob die Maxwell'schen Gleichungen auch innerhalb des Volumens  $V$  weiter gültig sind.

Tatsächlich folgt aus Gleichung (7) und den Maxwell'schen Gleichungen in Anwendung auf die Oberfläche  $S$ , daß die Veränderung der Ladung des Volumens

$$\frac{de}{dt} = - \oint_S i_n dS. \quad (8)$$

Ist die Normalkomponente der Stromdichte  $i_n$  an der Oberfläche gleich null, dann ist  $\frac{de}{dt} = 0$  und die Ladung konstant. Man kann immer eine so weit entfernte Oberfläche  $S$  wählen, daß die Stromdichte auf ihr verschwindet, und dann wird die Erhaltung der Ladung in dem durch sie begrenzten Volumen  $V$  außerhalb jeder Abhängigkeit davon bewiesen, ob die Maxwell'schen Gleichungen auf die Prozesse anwendbar sind, die im inneren Teil dieses Volumens ablaufen.

Der genannte Beweis der Elektrizitätserhaltung ist ein ideales Beispiel dafür, wie die Erhaltungssätze als Folgerungen aus der Feldtheorie abgeleitet werden können.

Mit dem Energieerhaltungssatz in der Maxwell'schen Theorie verhält es sich jedoch anders: diesen kann man nicht allein aus den Maxwell'schen Gleichungen ableiten. Um ihn zu beweisen, muß man außer den Maxwell'schen Gleichungen auch noch das Bewegungsgesetz der elektrischen Ladungen kennen, z.B. die Bewegungsgleichungen der Ladungen unter Einfluß der Lorentz'schen Kraft.

Das Ladungsbewegungsgesetz ist eine neue These, die nicht aus den Maxwell'schen Gleichungen folgt. Dies geht z.B. daraus hervor, daß die Maxwell'schen Gleichungen bekanntlich eine Lösung für den Fall von zwei elektrischen Ladungen besitzen, die sich voneinander in einem bestimmten Abstand befinden. Allein aus den Maxwell'schen Gleichungen kann nicht beurteilt werden, ob diese Ladungen auf Dauer ruhen oder ob sie unter Einfluß der gegenseitigen Anziehung bzw. Abstoßung sich zu bewegen beginnen. Um diese Frage beantworten zu können, muß man das Ladungsbewegungsgesetz kennen oder irgendein Variationsprinzip an die

Maxwellschen Gleichungen anschließen, was der Einführung des bestimmten Bewegungsgesetzes in nichtexpliziter Form gleichkommt.

Anders verhält es sich mit der allgemeinen Relativitätstheorie. Dort erweist es sich als möglich, den Erhaltungssatz von Energie und Impuls aus den allgemeinen Gleichungen der Theorie ohne irgendwelche zusätzliche Annahmen abzuleiten.

Diese Ableitung ist analog zur Ableitung des Elektrizitätserhaltungssatzes aus den Maxwellschen Gleichungen.

Damit verhält es sich folgendermaßen: ähnlich wie in der Maxwellschen Theorie das Elektromagnetfeld durch die beiden Vektoren  $E$  und  $H$ , die sechs Komponenten besitzen, beschrieben wird, wird in der allgemeinen Relativitätstheorie das Schwerfeld beschrieben durch die Komponenten eines bestimmten Potentials  $g_{\mu\nu}$  ( $\mu, \nu = 1, 2, 3, 4$ ). Diese Komponenten sind identisch bei den Indizes  $\mu$  und  $\nu$ :  $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$ , da die Anzahl der unabhängigen Komponenten gleich zehn ist. Gleich wie  $E$  und  $H$  den Maxwellschen Differentialgleichungen untergeordnet sind, so erfüllen auch  $g_{\mu\nu}$  ein bestimmtes hinreichend komplexes Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung. In gekürzter Form können diese Gleichungen folgendermaßen geschrieben werden:

$$G_{\mu\nu} = -k T_{\mu\nu} \quad (9)$$

wobei  $G_{\mu\nu}$  einige von  $g_{\mu\nu}$  abhängige Differentialausdrücke zweiter Ordnung bezeichnen, und  $T_{\mu\nu}$  die Komponenten des sogenannten Tensors von Energie und Impuls, der die räumliche Verteilung von Energie und Impuls charakterisiert.

Insbesondere ist das Volumenintegral

$$\int_V T_{44} dV = E \quad (10)$$

gleich der im Integrationsvolumen  $V$  enthaltenen Energie, und die Volumenimpulse

$$\int_V T_{4\kappa} dV = p_\kappa \quad (\kappa = 1, 2, 3) \quad (11)$$

sind gleich den Komponenten des vollständigen, in  $V$  enthaltenen Impulses. Ansonsten habe ich in diesen Gleichungen der Einfach-



heit halber die trivialen Multiplikatoren wie etwa 1 oder  $c$  weggelassen.

Die Komponenten des Tensors  $\bar{T}_{\mu\nu}$  spielen in den Schwerefeldgleichungen dieselbe Rolle, die in den Maxwell'schen Gleichungen die Dichten der elektrischen Ladungen und Ströme spielen.

Die Erhaltungssätze von Energie und Impuls ermittelt man aus den Gleichungen (9) des Schwerefeldes genau so wie den Elektrizitätserhaltungssatz aus den Gleichungen des Elektromagnetfeldes. Derart wie die zeitliche Veränderung der Ladung  $e$  im im Volumen  $V$  durch das Integral (8) ausgedrückt werden kann, so können auch die zeitlichen Veränderungen von Energie und Impuls (10) und (11) des Volumens  $V$  ausgedrückt werden durch Integrale, die auf seine Oberfläche  $S$  bezogen sind. Ist diese Fläche ausreichend genug entfernt, gehen die entsprechenden Oberflächenintegrale gegen null, woraus die Erhaltung von Energie und Impuls im Volumen  $V$  folgt.

Äußerst wesentlich ist, daß für diesen Beweis hinreichend ist, daß die Gleichungen der Relativitätstheorie an der Oberfläche  $S$  dieses Volumens gelten; trifft dies zu, dann wird die Erhaltung der vollen Energie und des Impulses des Volumens  $V$  außerhalb jeglicher Abhängigkeit davon bewiesen, ob die Gleichungen der Theorie auf den inneren Teil von  $V$  anwendbar sind.

Diese Schlußfolgerungen stammen von Einstein und sind ein großer Erfolg.

Die Analogie zwischen der Elektrizitätstheorie und der Gravitationstheorie kann man noch weiter fortführen. Die Aufgabe der sogenannten einheitlichen Feldtheorie, deren Aufbau sogar unseren Einstein und auch andere Forscher gefangennahm, ist die Erfassung der Gesetze von Elektrizität und Schwerkraft in einem einzigen System. Diesen Versuchen liegt das Bestreben nach Synthese aller drei Erhaltungssätze zugrunde: Energieerhaltung, Impulserhaltung und Ladungserhaltung.



Ohne weiter auf eine Erörterung dieser Fragen einzugehen, möchte ich nur sagen, daß durch die Arbeiten zahlreicher Physiker, darunter der des Leningrader Physikers Mandel', bewiesen wurde, daß es möglich ist, eine derartige einheitliche Theorie aufzustellen. Durch Hinzunahme zu den Raumkoordinaten  $x$ ,  $y$ ,  $z$  und der Zeit  $t$  einer zusätzlichen fünften Koordinate oder aber, was geeigneter ist, durch den Übergang von  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $t$  zu fünf entsprechenden homogenen Koordinaten kann man eine einheitliche Theorie der Elektrizität und Schwerkraft aufstellen, in der insbesondere alle fünf Gleichungen, die die Erhaltungssätze ausdrücken (Energie, drei Impulskomponenten und Ladung), formal durch eine einzige Gleichung ausgedrückt werden.

Zum Schluß dieses Teils meines Vortrages möchte ich noch einmal die Analogie zwischen den drei wichtigsten Erhaltungssätzen von Energie, Impuls und elektrischer Ladung hervorheben, eine Analogie, die meiner Meinung nach von großer Bedeutung ist.

Ich komme jetzt auf die außerordentlich schwierige Frage zu sprechen, die die Erhaltungssätze in der Quantentheorie betreffen und in letzter Zeit zu sehr lebhaften Auseinandersetzungen führten.

Zweifel an der Anwendbarkeit der Erhaltungssätze auf atomare Erscheinungen kamen fast gleichzeitig mit der Entstehung der Quantentheorie auf, im Zusammenhang mit den Schwierigkeiten, denen man beim Versuch der quantenmäßigen Erklärung verschiedener Interferenzerscheinungen begegnete. 1923 unternahmen Bohr und Sletzer den Versuch, diese Schwierigkeiten aufgrund einer statistischen Interpretation der Erhaltungssätze zu lösen, d.h. durch die Annahme, die Energie werde im Durchschnitt nur infolge der großen Zahl der Fälle erhalten, aber in jedem Einzelakt könne der Erhaltungssatz verletzt werden. Dieser Versuch erwies sich jedoch als nicht stichhaltig.

Denn ist, erstens, der Erhaltungssatz ungültig, dann ist überhaupt sehr schwer zu verstehen, warum er in diesem Fall dennoch im statistischen Durchschnitt erfüllt werden sollte.

Zweitens wurde die Unzulässigkeit einer statistischen Interpretation der Erhaltungssätze auch empirisch aufgezeigt. Bekanntlich beobachtet man bei der Streuung der Röntgenstrahlen den Compton-Effekt. Er besteht darin, daß der Röntgen-(Licht-) Quant  $h\nu$  ( $\nu$ , Frequenz des Lichtes oder der Röntgenstrahlen,  $h$  Plancksche Quantenkonstante) beim Zusammenstoß mit dem Elektron in einem gewissen Winkel,  $\varphi$  von der ursprünglichen Flugrichtung abweicht, wobei seine Frequenz  $\nu$  abnimmt. Somit kann die Anwendbarkeit dieser Gesetze auf individuelle atomare Akte im Versuch verifiziert werden. Zwar kann man den Flug des abgelenkten Quants nicht direkt registrieren, man kann ihn jedoch durch die sekundären Elektronen feststellen, die durch dieses Quant ausgelöst werden.

Messungen zeigten, daß der Compton-Effekt in völliger Übereinstimmung mit den Erhaltungssätzen abläuft. Es zeigte sich insbesondere, daß die Beziehung zwischen den Winkeln  $\varphi$  und  $\theta$  der Auslösung des Quants und des Elektrons den Erhaltungssätzen entspricht. Außerdem bewiesen Bothe und Geiger mit der sogenannten Koinzidenzmethode, daß die Streuung des Elektrons und die Auslösung des Quants tatsächlich gleichzeitig stattfinden.

In allerjüngster Zeit, etwa vor 1 1/2 bis 2 Jahren, kamen im Zusammenhang mit Shanklands Versuchen erneut Zweifel an der Richtigkeit dieser empirischen Ergebnisse auf. Sie wurden jedoch alsbald durch die Arbeiten zahlreicher Physiker ausgeräumt, so daß das Aufkommen dieser Zweifel an sich nur zu einer strengeren empirischen Begründung der Anwendbarkeit der Erhaltungssätze führte.

Bohr selbst hat in letzter Zeit ganz eindeutig darauf hingewiesen, daß die gegenwärtige Situation der Physik keine Möglichkeit und keine Begründungen bietet für ein Wiederaufleben der alten Versuche von 1923 einer statistischen Interpretation der Erhaltungssätze. Die Erhaltungssätze sind im Gegenteil offensichtlich vollkommen bei den atomaren Erscheinungen erfüllt; auch konnten alle in diesem Bereich auftretenden Schwierigkeiten nicht durch eine Aufgabe dieser Gesetze ausgeräumt

werden, sondern aufgrund des Bohrschen "Komplementaritäts"-Prinzips (im Orig. dt. - Anm.d.Übers.).

Ein wichtiger Einzelfall dieses Komplementaritätsprinzips ist die bekannte Heisenbergsche Unschärferelation:  $|\Delta x \cdot \Delta p| \geq h$ , die die Unschärfe der Lage des Teilchens  $|\Delta x|$  mit der Unschärfe seines Impulses  $|\Delta p|$  miteinander verbindet ( $h$  bezeichnet die Plancksche Quantenkonstante). Vollkommen analog dazu ist die andere Heisenbergsche Relation:  $|\Delta E \cdot \Delta t| \geq h$ , die die Dauer  $|\Delta t|$  des Messvorgangs der Teilchenenergie mit der Unschärfe dieser Energie  $|\Delta E|$  verbindet. Nach Bohrs Terminologie sind die Begriffe Lage und Impuls wie auch die Begriffe Zeit und Energie sich gegenseitig ergänzende Begriffe.

Für die Darlegung dieser komplizierten und wichtigen Fragen wäre ein gesonderter Vortrag erforderlich. Ohne auf Einzelheiten einzugehen, sage ich deshalb nur, daß die gegenwärtige Quantenmechanik sich im gesamten Bereich der Atomphysik bewährt (ich schließe darin nicht das Gebiet der Kernphysik ein).

Diese Theorie erfüllt die logischen und empirischen Forderungen, die wir an jede physikalische Theorie stellen müssen.

Den logischen Forderungen entsprechend muß die Theorie erstens frei sein von inneren Widersprüchen und, zweitens, auf einer möglichst geringen Zahl von Ausgangshypothesen und Voraussetzungen beruhen.

Was die empirischen Forderungen angeht, ist die Theorie in Übereinstimmung mit dem Experiment richtig, wenn sie die physikalischen Erscheinungen "wiedergab" (im Orig. dt. - Anm.d. Übers.), die zu einem bestimmten Bereich ihrer Anwendbarkeit gehören.

Die Quantentheorie erfüllt diese Forderungen alle; deshalb muß man sie als eine wohlbegründete Theorie annehmen und anerkennen und man darf sie nicht mit willkürlichen Vorurteilen verwerfen. Ebenso wenig kann man die Haltung einiger weniger älte-

rer deutscher Physiker ernstnehmen, die sich gegen die Relativitätstheorie und die Quantentheorie ausgesprochen haben.

Insbesondere muß man philosophischen Versuchen gegenübertreten, der physikalischen Theorie Vorschriften zu machen. Die Philosophie muß im Gegenteil ihr Begriffssystem nach den experimentellen Tatsachen ausrichten.

Und da die Quantentheorie alle Forderungen erfüllt, die man hinsichtlich einer physikalischen Theorie stellen kann, müssen wir sie als eine vollständige und abgeschlossene Theorie anerkennen.

Kehren wir zur Ausgangsfrage zurück. Wie bereits bemerkt, bleiben die Erhaltungssätze auch in der Quantentheorie gültig. Man muß jedoch beachten, daß die experimentelle Überprüfung des Energieerhaltungssatzes nicht in einem genau bestimmten Zeitpunkt durchgeführt werden kann, und daß die Überprüfung der Impulserhaltung mit der Berücksichtigung der Unschärfe der Lage des Systems zusammenhängt. Umgekehrt erzeugt z.B. die Messung der Lage des Systems eine Impulsunschärfe, weil bei dieser Messung dem System durch die Meßgeräte unkontrollierbare Impulse erteilt werden.

Übergehend zu Fragen der Kernphysik muß man vor allem darauf hinweisen, daß wir es hier mit einem völlig neuen Gebiet zu tun haben, mit dem erst in allerjüngster Zeit mit Erfolg gearbeitet wurde. Schwierigkeiten mit dem Energieerhaltungssatz traten bereits seit längerem im Zusammenhang mit den Erscheinungen der Beta-Radioaktivität auf. Beim Beta-Zerfall entweicht aus dem radioaktiven Kern bekanntlich ein Elektron hoher Geschwindigkeit. Die Schwierigkeit beruht darauf, daß beta-radioaktive Substanzen nicht Elektronen bestimmter Energie emittieren, sondern Elektronen mit unterschiedlichen Energien (ein kontinuierliches Energiespektrum). Der Beta-Zerfall verläuft übrigens nach dem gleichen reinen Wahrscheinlichkeitsgesetz (zeitliche Exponentialabhängigkeit) wie der Alpha-Zerfall; beim Alpha-Zerfall werden aber nur Alpha-Teilchen mit völlig bestimm-

Energie aus dem Kern herausgeschleudert. Der neue Kern, der sich aufgrund des Beta-Zerfalls gebildet hat, befindet sich in einem genau bestimmten Zustand: seine Masse ist genau vorgegeben und, falls er alpha-radioaktiv ist, strahlt er auch die Alpha-Teilchen mit völlig bestimmter Energie aus. Deshalb ist schwer zu verstehen, warum die Beta-Elektronen keine exakt bestimmte Energie besitzen.

In diesem Zusammenhang wurde u.a. erst kürzlich der Zweifel geäußert, ob die Beta-Teilchen tatsächlich Elektronen mit einer bestimmten Masse seien. Man kann diese Zweifel anscheinend für völlig ausgeräumt halten.

Man hat versucht, die Energieschwankung der Beta-Elektronen mit der quantenmechanischen Unschärferelation in Verbindung zu bringen:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h.$$

Dieser Vorschlag ist jedoch nicht stichhaltig. Beim Messen der Energie der Beta-Elektronen wollen wir nicht die Einzelheiten des Zerfallsvorgangs verfolgen; die einzige Beschränkung der Meßdauer hängt mit der Lebensdauer  $\tau$  des radioaktiven Kerns zusammen. In atomaren Zeitmaßstäben gesehen, ist diese Dauer  $\tau$  äußerst groß. Deshalb kann sie praktisch zu keiner Unschärfe im Energiewert führen.

Schließlich wurde vielfach die Behauptung aufgestellt, der Beta-Zerfall laufe unter Verletzung des Energieerhaltungssatzes ab. Ich habe mich persönlich gegen diese Behauptung ausgesprochen.

Erstens glaube ich, daß die Analogie zwischen den Gesetzen der Energieerhaltung und der Erhaltung der elektrischen Ladung eine tiefe Bedeutung besitzen und eine zuverlässige Richtschnur sein können. Verwirft man die Energieerhaltung, kann man den Elektrizitätserhaltungssatz kaum aufrechterhalten, und dieser letztgenannte Satz hat bislang niemals zu irgendwelchen Schwierigkeiten geführt. Deshalb habe ich von Anfang an abgelehnt, an eine Verletzung der Energieerhaltung zu glauben.



Desweiteren muß man jene, auf der allgemeinen Relativitätstheorie beruhenden Vorstellungen in Betracht ziehen, von denen im zweiten Teil des Vortrags die Rede war. Wir sahen - auch wenn man nicht auf die Untersuchung der im inneren Teil eines Volumens ablaufenden Vorgänge eingeht und sich allein auf eine Anwendung der Relativitätstheorie auf die an der Oberfläche dieses Volumens ablaufenden Vorgänge beschränkt -, daß man die Erhaltung der im Volumen befindlichen Energie beweisen kann. Deshalb können die spezifischen Besonderheiten der Kernprozesse diese Schlußfolgerungen nicht ändern.

Im weiteren Verlauf wurden an diese Vorstellungen grundsätzlicher Art auch experimentell ermittelte Angaben angefügt. Ellis und Mott klärten die wichtige Bedeutung der Grenze des Energiespektrums der Beta-Elektronen, d.h. der Maximalenergie, mit der das Elektron aus dem Kern herausfliegen kann. Nimmt man an, daß der Kern in jedem Akt des Beta-Zerfalls gerade diese Maximalenergie verliert, bewährt sich der Energieerhaltungssatz im Versuch sehr gut. Ellis und Mott bewiesen dies, indem sie die Summe der freigesetzten Energien bei verschiedenen Zerfallsweisen an den Verzweigungsstellen der radioaktiven Familien verglichen.

All dies führte mich zu der Hypothese, nach der in jedem Akt des Beta-Zerfalls gleichzeitig mit dem Elektron auch noch ein anderes Teilchen aus dem Kern herausfliegt, das mit sich die Differenz zwischen der vom Kern verlorenen Energie und der Energie des Beta-Elektrons überträgt. Dieses Teilchen muß eine äußerst große Durchdringungsfähigkeit besitzen, was sich dadurch erklären ließe, daß es bislang experimentell nicht nachgewiesen wurde. In diesem Zusammenhang muß seine elektrische Ladung gleich null werden. Desweiteren muß man voraussetzen, daß das Elektron einen inneren Drehimpuls (Spin) besitzt, der gleich  $\frac{1}{2} h$  ist. Was seine Masse betrifft, so muß sie ohne Zweifel wesentlich geringer sein als die Masse des Protons, und wahrscheinlich darf sie nicht größer sein als die Masse des Elektrons. Am wahrscheinlichsten ist, daß seine Ruhemasse ähnlich der Ruhemasse des Lichtquants gleich null ist, weil es

sich mit Lichtgeschwindigkeit fortbewegt. Im übrigen ist die Möglichkeit nicht ausgeschlossen, daß dieses Teilchen eine Masse besitzt, die mit der Masse des Elektrons vergleichbar ist.

Diese Hypothese habe ich zum ersten Mal 1931 in Vorlesungen vertreten, die ich seinerzeit an der Kalifornischen Universität hielt. Ich konnte mich damals jedoch nicht entschließen, sie zu veröffentlichen.<sup>1)</sup>

Danach entwickelte Fermi auf der Grundlage dieser Hypothese die Theorie des Beta-Zerfalls und gab sogar dem hypothetischen Teilchen die inzwischen allgemein gebräuchlich gewordene Bezeichnung "Neutrino", was auf italienisch "kleines Neutron" heißt.

Wie die obigen Vorstellungen so sprechen auch eine Reihe anderer Fakten zugunsten der Existenz des Neutrinos, auch wenn man es als unbefriedigend ansehen muß, daß es bislang nicht gelang, das Neutrino unmittelbar experimentell festzustellen. Über die in dieser Hinsicht vorhandenen Perspektiven gehen die Meinungen auseinander. Heisenberg insbesondere hat im vergangenen Jahr eine Hypothese über die Natur der sogenannten kosmischen showers aufgestellt. Nach dieser Hypothese muß in den kosmischen showers ein Neutrino mit so großer Energie vorkommen, daß man sie unter den bekannten Bedingungen mit den heutigen Meßmethoden feststellen können müßte. Die Frage nach der Richtigkeit der Heisenbergschen Hypothese ist jedoch noch offen und kann nur im Verlauf der weiteren Untersuchung des Problems beantwortet werden. Auf jeden Fall verspricht die weitere Untersuchung der kosmischen showers sehr viel Neues, insbesondere hinsichtlich der Neutrino-Frage.

Lassen Sie mich hiermit meinen Vortrag schließen, in dem ich versuchte, einen kurzen Abriß der Evolution der Erhaltungs-

1) Anmerkung des (russischen - Anm.d.Übers.) Übersetzers: Mit seiner Erlaubnis schriftlich dargelegt wurde Paulis Hypothese erstmals von zwei seiner Seminarteilnehmer, Carlson und Oppenheimer, im Jahre 1932.



sätze der Physik zu geben.

A n m e r k u n g (1) (zu S. 5): Gegeben seien die Gleichungen der Erhaltung von Energie und Impuls:

$$\begin{aligned} \sum m_i f(u_i^2) &= \sum m_i f(U_i^2), & (a) \\ \sum m_i u_i g(u_i^2) &= \sum m_i U_i g(U_i^2), & (b) \end{aligned}$$

wobei die Funktionen  $f$  und  $g$  bislang Beliebige sind.

Wir stellen die Forderung auf, daß die Erhaltungssätze in beweglichen Bezugssystemen gültig bleiben, d.h. bei Ersatz von

$u_i$  durch  $u'_i = u_i + v$  und  $U_i$  durch  $U'_i = U_i + v$ :

$$\begin{aligned} \sum m_i f(u_i'^2) &= \sum m_i f(U_i'^2), & (c) \\ \sum m_i u'_i g(u_i'^2) &= \sum m_i U'_i g(U_i'^2). & (d) \end{aligned}$$

Bei Taylor-Entwicklung von  $f(u_i'^2)$  ist:

$$f(u_i'^2) = f(u_i^2 + 2u_i \cdot v + v^2) = f(u_i^2) + (2vu_i + v^2) f'(u_i^2) + \frac{1}{2}(2vu_i + v^2)^2 f''(u_i^2) + \dots,$$

wobei  $f'$ ,  $f''$  usw. Ableitungen der Funktion  $f(u_i^2)$  bezeichnen.

Wir beschränken uns auf Grade von  $v$  nicht höher als  $v^2$  und erhalten

$$f(u_i'^2) = f(u_i^2) + 2vu_i f'(u_i^2) + \{v^2 f'(u_i^2) + 2(vu_i)^2\} f''(u_i^2).$$

Wir setzen diese Entwicklung in (c) ein, gleichen die Koeffizienten bei jedem Grad von  $v$  an und erhalten erstens wiederum Gleichung (a) und außerdem

$$\begin{aligned} \sum m_i u_i f'(u_i^2) &= \sum m_i U_i f'(U_i^2), \\ \sum m_i [f''(u_i^2) + 2u_i^2 \cos^2(\mathbf{v}, \mathbf{u}_i) f''(u_i^2)] &= \sum m_i [f''(U_i^2) + 2U_i^2 \cos^2(\mathbf{v}, \mathbf{U}_i) f''(U_i^2)]. \end{aligned}$$

Die erste dieser Gleichungen wird aufgrund von (b) in dem und nur in dem Fall erfüllt, wenn

$$f'(u_i^2) = \text{const } g(u_i^2);$$

die zweite Gleichung wird hingegen nur unter der Bedingung  $f''(u_i^2) = \text{const}$  und  $f''(u_i^2) = 0$  erfüllt. Somit ist

$$f = au^2 + c, g = b,$$

wobei  $a$ ,  $b$  und  $c$  beliebige Konstanten sind.

Man kann sich leicht davon überzeugen, daß die Erhaltungssätze bei einer derartigen Wahl der Funktionen  $f$  und  $g$  genau gültig sind in beweglichen Bezugssystemen (und nicht nicht nur bis zu den Gliedern der Größenordnung  $v^2$ ). Fordern wir, daß die kinetische Energie gegen null geht bei  $u=0$ , müssen wir  $c=0$  annehmen und erhalten:  $E = am u^2$ ,  $p = b m u$ , so daß von der Wahl der Konstanten  $a$  und  $b$  nur die Maßeinheiten von Energie und Impuls abhängen.

Anmerkung 2 (zu S. 6): Im Falle der Relativitätstheorie sieht man die beliebigen Funktionen  $f$  und  $g$  in den Gleichungen (a) und (b) geeigneterweise als Funktionen nicht des Geschwindigkeitsquadrats  $u^2$  an, sondern als Funktionen der mit ihnen verbundenen Größe  $k$ :

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Beim Übergang zum beweglichen Koordinatensystem erhalten wir auf der Grundlage des relativistischen Additionstheorems der Geschwindigkeiten:

$$k' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u'^2}{c^2}}} = \frac{1 + \frac{uv}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = k \frac{1 + \frac{uv}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

oder, indem wir uns auf Glieder nicht größer als  $\frac{v^2}{c^2}$  beschränken:

$$k' = k + k \left( \frac{uv}{c^2} + \frac{v^2}{2c^2} \right)$$

Somit ist  $f(k') = f(k) + \frac{k}{c^2} \left( uv + \frac{v^2}{2} \right) f'(k) + \frac{k^2}{2c^4} \left( uv + \frac{v^2}{2} \right)^2 f''(k) + \dots$  oder, bis zum Quadrat der Relation  $\frac{v}{c}$ :

$$f(k') = f(k) + uv \frac{k}{c^2} f'(k) + \frac{v^2 k}{2c^2} \left( f'(k) + \frac{u^2 k}{c^2} \cos^2(u, v) f''(k) \right)$$

Wir bringen diese Entwicklung in den Ausdruck des Energieerhaltungssatzes im beweglichen Bezugssystem ein:

$$\sum m_i f(k'_i) = \sum m_i f(K'_i)$$

gleichen die Koeffizienten bei jedem Grad von  $v$  an und erhalten

$$\begin{aligned} \sum m_i f(k_i) &= \sum m_i f(K_i), \\ \sum m_i u_i k_i f'(k_i) &= \sum m_i U_i K_i f'(K_i), \\ \sum m_i k_i \left\{ f'(k_i) + \frac{u_i^2}{c^2} k_i \cos^2(u_i, v) f''(k_i) \right\} &= \sum m_i K_i \left\{ f'(K_i) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{U_i^2}{c^2} K_i \cos^2(U_i, v) f''(K_i) \right\}. \end{aligned}$$

Die erste dieser Gleichungen stimmt mit (a) überein, die zweite wird erfüllt auf der Grundlage von (b) in dem und nur in dem Fall, wenn

$$k f'(k) = \text{const } g(k).$$

Was die dritte Gleichung betrifft, so zerfällt sie in zwei Gleichungen:

in eine Tensorgleichung:

$$\sum m_i k_i^2 u_i^2 \cos^2(\mathbf{u}_i, \mathbf{v}) f''(k_i) = \sum m_i K_i^2 U_i^2 \cos^2(\mathbf{U}_i, \mathbf{v}) f''(K_i)$$

und in eine Skalargleichung:

$$\sum m_i k_i f'(k_i) = \sum m_i K_i f'(K_i).$$

Die Tensorgleichung kann nur unter der Bedingung

$$f''(k) = 0$$

erfüllt werden, die Skalargleichung hingegen auf der Grundlage von (a), wenn

$$kf'(k) = \text{const} f(k).$$

Die Gesamtheit dieser Relationen führt zu dem Ergebnis

$$f = ak \quad g = bk,$$

wobei  $a$  und  $b$  beliebige Konstanten sind.

Angemerkt sei, daß im Unterschied zum nichtrelativen Fall zum Ausdruck für  $f$ , und gleichzeitig damit auch zur Energie  $E$ , keine additive Konstante gehört.

Man kann sich leicht davon überzeugen, daß die Erhaltungssätze bei dieser Wahl der Funktionen  $f$  und  $g$  genau gültig sind in einem beweglichen Bezugssystem (und nicht nur bis zu den Gliedern der Größenordnung  $\frac{v^2}{c^2}$ ). Somit ist

$$E = amk = \frac{am}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \quad p = bmuk = \frac{bmu}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}.$$

Stuttgart, den 15. März 1984

übersetzt von:

Ottmar Pertschi

(Ottmar Pertschi)  
Dipl.-Übersetzer