Šuchov, Vladimir Grigor'evič

BESTIMMUNG DER HAUPTABMESSUNGEN VON SENKRECHTEN ZYLINDRISCHEN BEHÄLTERN MIT FLACHEM BODEN

Deutsche Vollübersetzung aus:
Kandeev, V.I., Kotljar, E.F.: Stal'nye rezervuary. Pod redakciej i s predisloviem akademika V.G. Šuchova. Moskva/Leningrad: ONTI NKTI SSSR, Gosmaśmetizdat, 1934, S. 63 - 69.[1)]

Russ.: ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ РАЗМЕРОВ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ РЕЗЕРВУАРОВ С ПЛОСКИМИ ДНИЩАМИ*

Opredelenie osnovnych razmerov vertikal'nych cilindričeskich rezervuarov s plośćimi dniśćami

/Bei der Planung von senkrechten zylindrischen Behältern sind in erster Linie die Hauptabmessungen zu bestimmen (Durchmesser und Höhe), die der Bedingung des geringsten Gewichts bei vorgegebenem Volumen entsprechen. Dieses Problem wurde von Akademiemitglied V.G. Šuchov bereits 1883 gelöst (vgl. seinen Aufsatz "Mechaniźeskie sooruźenija neftjanoj promyślennosti" in: Inźener. Moskva, 3 (1883), Nr 3 und "Rasćet neftjanych rezervuarov" in: Neftjanoe chozjajstvo. Moskva, 1925, Nr 10).[1)]

Hauptsächlicher Berechnungsteil von senkrechten zylindrischen Behältern sind die Wände (Seiten), da der auf einem Sandfundament ruhende Boden keinen Spannungen ausgesetzt ist und seine Dicke (4 - 6 mm) von den Bedingungen der Möglichkeit des Verschließens der Kanten und der Beständigkeit gegen Rost und Ein-

---

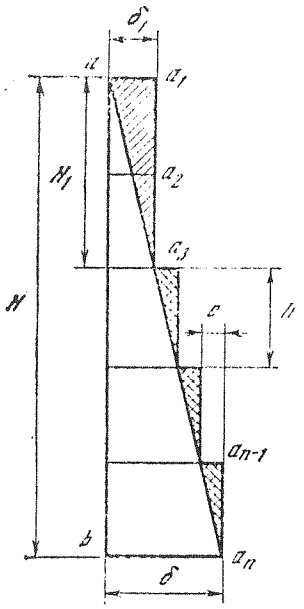
1) Leicht gekürzter Wiederabdruck in: Šuchov, V.G.: Izbrannye trudy. Stroitel'naja mechanika. Pod red. A.Ju. Išlinskogo. Moskva: Nauka, 1977, S. 47 - 52.
Der vorliegende Aufsatz ist eine Präzisierung von Šuchovs früheren Berechnungen. (Anm.d.Red.)
(siehe: "Mechanische Anlagen der Erdölindustrie" - Übersetzung Nr Ü/243 der Übersetzungsstelle der Universitätsbibliothek Stuttgart - Anm.d.Übers.)

wirkung von Bodensalzen diktiert wird. Das Behälterdach wird auf allgemeiner Basis ausgehend von Schnee- und Windbelastungen berechnet (vgl. § 5 in diesem Buch von V.I. Kandeev und E.F. Kotljar).

Außerdem muß noch hinzugefügt werden, daß die obere Gurtung der Behälterwände außerst gering gespannt ist, und daß ihre Dicke wie beim Boden ebenfalls durch die Konstruktionspläne und die Bedingungen des Kantenverschließens bestimmt wird. Unsere Technischen Vorschriften schreiben eine Mindestwanddicke von 4 mm vor.

Somit kann man das für den Bau eines Behälters erforderliche gesamte Material einteilen in: 1) den Werkstoff, der den Kräften entgegenwirkt, die durch die eingefüllte Flüssigkeit hervorgerufen werden; 2) den Werkstoff, der diesen Kräften nicht entgegenwirkt und nicht von ihnen abhängt, jedoch ein notwendiges Element zur Ausführung der gesamten Anlage darstellt./

In der Abbildung ist ein schematischer Querschnitt eines Behälters in vertikaler Ebene, durch seine Achse verlaufend, dargestellt.



Bezeichnungen:

V Behältervolumen in cm^3;

H Behälterhöhe in cm;

R Radius des Behälterfundaments in cm;

h a_1a_2, a_2a_3, ..., $a_{n-1}a_n$ Höhe eines einzelnen Behältergurtes in cm (bei insgesamt n Gurten);

δ Dicke des unteren Gurtes $a_{n-1}a_n$ in cm;

δ_1 Dicke der oberen unberechneten Gurtung in cm;

H_1 Abschnitt der Behälterhöhe mit konstanter Wanddicke δ_1 in cm;

e Eisendickendifferenz zwischen zwei nebeneinander liegenden Gurten in cm;

δ_m Eisendicke in cm, entsprechend dem Gewicht des Bodens je Qu.Einheit des Fundaments;

δ_n Eisendicke in cm, entsprechend dem Gewicht des Daches je Qu.Einheit der Horizontalprojektion (Dachbelag, Dachverband u.ä.);

λ Gesamtdicke, gleich $\delta_m + \delta_n$, entsprechend dem Gewicht des Bodens und des Daches, in cm;

T zulässige Eisenspannung in kg/cm^2;[2)]

γ Gewicht eines einzelnen cm^3 der in den Behälter eingefüllten Flüssigkeit in kg/cm^3;

α Koeffizient, gleich T/γ, in cm;

Q Eisengesamtmenge zum Bau des Behälters in cm^3.

Bei vollständigem Füllen des Behälters wird seine theoretische Wanddicke graphisch durch die Gerade aa_n ausgedrückt (Abb. 1) und der größte Wert dieser Dicke beträgt

$$\delta = HR\gamma/T = HR/\alpha.$$

Der Behälter muß so gebaut sein, daß die graphisch angegebene Dicke seiner Gurtung überall durch die Gerade aa_n abgedeckt wird. Dabei verändert sich die Dickendifferenz zwischen zwei nebeneinander liegenden Gurten nach dem Gesetz

$$e = Rh\gamma/T = Rh/\alpha.$$

In Abhängigkeit vom Fassungsvermögen des Behälters kann die rechnerische Größe δ größer oder kleiner als δ_1 sein. Dementsprechend unterscheidet man beim Bestimmen der allergünstigsten Abmessungen zwei Behälterarten.

1. Behälter mit sich ändernder Wanddicke, d.h. Behälter großen Fassungsvermögens, bei denen $\delta > \delta_1$.

2. Behälter mit konstanter Wanddicke, d.h. Behälter geringen Fassungsvermögens, bei denen $\delta < \delta_1$ (praktisch wird δ gleich δ_1 angenommen).

<u>Behälter mit sich ändernder Wanddicke.</u> Die Eisengesamtmenge Q zum Bau des Behälters kann in folgende Hauptteile eingeteilt werden (Abbildung):

1) Eisenmenge für Boden und Dach

$$q_1 = \pi R^2 \lambda;$$

---

2) Angenommen in Entsprechung zu Wirkungsgrad und Konstruktion der Verschweißungen.

2) notwendige Eisenmenge für die Kräfte, die durch die eingefüllte Flüssigkeit hervorgerufen werden, bzw. Menge des gespannten Eisens (entspricht in der Abb. der Fläche Δ^{aa_nb})

$$q_2 = 2\pi RH\delta/2 = \pi RH\delta;$$

3) nützliche Eisenmenge als Widerstand bei der Höhe H_1 (entspricht in der Abb. der gestrichelten Fläche $\Delta^{a_1aa_3}$)

$$q_3 = \pi RH_1\delta_1;$$

4) die Menge des zusätzlichen Eisens in der Höhe $(H - H_1)$ (entspricht der Fläche der doppelt gestrichelten Dreiecke).

Die Menge des zusätzlichen Eisens in jedem Gurt ist bei $\delta > \delta_1$ gleich πRhe; bei der Gesamtmenge solcher Gurte $(H - H_1)/h$ ist die Gesamtmenge des zusätzlichen Eisens

$$q_4 = \pi Rhe\frac{H - H_1}{h} = \pi Re(H - H_1).$$

Da aber $e = Rh/\alpha$, so ist

$$q_4 = \pi R^2\frac{h}{\alpha}(H - H_1).$$

Somit beträgt die Eisengesamtmenge für den Bau eines Behälters

$$Q = q_1 + q_2 + q_3 + q_4 = \pi R^2\lambda + \pi RH\delta + \pi RH_1\delta_1 + \\ + \frac{\pi R^2h}{\alpha}H - \frac{\pi R^2h}{\alpha}H_1. \qquad \text{(A)}$$

Wir setzen in diese Gleichung $\delta = RH/\alpha$ und $H_1 = \delta_1\alpha/R$ ein und erhalten

$$Q = \pi R^2\lambda + \frac{\pi R^2H^2}{\alpha} + \pi\delta_1^2\alpha + \frac{\pi R^2h}{\alpha}H - \pi Rh\delta_1.$$

Da $V = \pi R^2H$, so ist $R = \sqrt{V/\pi H}$. Wir setzen diesen Wert von R in die letzte Gleichung für Q ein und erhalten

$$Q = \frac{V\lambda}{H} + \frac{VH}{\alpha} + \pi\delta_1^2\alpha + \frac{Vh}{\alpha} - \delta_1 h\sqrt{\frac{V\pi}{H}}.$$

In Behältern mit größerem Fassungsvermögen ist der letzte Teil des Ausdruckes für Q völlig bedeutungslos im Vergleich mit dem Übrigen und kann ohne merklichen Einfluß auf das Ergebnis vernachlässigt werden.

Der Ausdruck für Q sieht dann folgendermaßen aus:

$$Q = \frac{V\lambda}{H} + V\frac{H}{\alpha} + \pi\delta_1^2\alpha + V\frac{h}{\alpha}. \qquad \text{(B)}$$

Zur Ermittlung des Wertes H, bei dem Q minimal ist, muß die erste Ableitung von Q nach H gleich Null gesetzt werden:

$$\frac{dQ}{dH} = V\left(-\frac{\lambda}{H^2} + \frac{1}{\alpha}\right) = 0,$$

hieraus folgt

$$H = \sqrt{\lambda\alpha}. \tag{1}$$

Wir setzen diesen Wert von H in den letzten Ausdruck für Q (Gleichung B) ein und erhalten die minimale Eisenmenge für den Bau eines Behälters:

$$Q_{\min} = V\left[2\sqrt{\frac{\lambda}{\alpha}} + \frac{h}{\alpha}\right] + \pi\delta_1^2\alpha. \tag{2}$$

Aus Gleichung (1) geht hervor, daß die Größe H bei konstantem Wert von λ und α ebenfalls konstant bleibt. Praktisch gilt dies bei Behältern mit großem Fassungsvermögen (über 4 000 m^3), wo (nach den Konstruktionsplänen) der Boden 6 mm Dicke hat und das Gewicht des Daches über 1 m^2 der Horizontalprojektion beinahe konstant bleibt. Diese Behälter haben fast gleiche Höhe (etwa 11,4 m) und bestehen in der Höhe aus acht Gurten.

Gleichung (2) zeigt, daß ein einziger Behälter mit dem Fassungsvermögen V gewichtsmäßig immer günstiger ist als eine im Fassungsvermögen gleich große Gruppe kleinerer Behälter. Dies läßt sich dadurch erklären, daß jedem Behälter, unabhängig vom Volumen, ein und dieselbe Eisenmenge zugegeben wird, die als Widerstand unnütz ist und durch die Größe $\pi\delta_1^2\alpha$ ausgedrückt wird.

Wir wenden uns der Gleichung dQ/dH = 0 zu und erhalten daraus die Gleichheit

$$V\lambda/H = VH/\alpha. \tag{3}$$

Da die Größe $V\lambda/H$ nach Gleichung (B) die Eisenmenge für Boden und Dach darstellt, und VH/α die Eisenmenge in den Wänden, die für die Aufnahme der Bruchlasten notwendig ist, zeigt Formel (3):

Ein Behälter mit veränderlicher Wanddicke hat das geringste Gewicht unter der Bedingung, daß das ge-

samte Eisenvolumen von Boden und Dach (und folglich auch sein Gewicht) gleich dem Volumen (und folglich auch dem Gewicht) des gesamten Eisens in den Wänden ist, welches zur Aufnahme der Zuglasten in der Gurtung notwendig ist.

Die nach Gleichung (1) ermittelte theoretische Behälterhöhe wird auf ein Maß abgerundet, das ein Vielfaches der Standardeisenbleche ist (unter Beachtung der Mindestmengen für die Säume beim Zuschneiden).

Untersuchen wir, welchen Einfluß auf das Behältergewicht die eine oder andere Abweichung vom theoretischen Wert der Behälterhöhe hat.

Angenommen, bei der Bestimmung der tatsächlichen Behälterhöhe müsse man von der theoretischen Höhe $H = \sqrt{\lambda\alpha}$ abgehen. Wir ersetzen sie durch die

$$H' = \eta\sqrt{\lambda\alpha},$$

wobei η einen Koeffizienten größer oder kleiner Eins bezeichnet.

Nach Gleichung (2) ist das für den Bau des Behälters benötigte Eisenvolumen bei einer Behälterhöhe von $H = \sqrt{\lambda\alpha}$,

$$Q = 2V\left(\sqrt{\frac{\lambda}{\alpha}} + V\frac{h}{\alpha}\right) + \pi\delta_1^2\alpha.$$

Wir setzen den Wert der Höhe $H' = \eta\sqrt{\lambda\alpha}$ in Gleichung (3) ein und erjalten das Eisenvolumen, das für den Bau des Behälters mit dieser Höhe notwendig ist:

$$Q' = V\sqrt{\frac{\lambda}{\alpha}}\left(\eta + \frac{1}{\eta}\right) + V\frac{h}{\alpha} + \pi\delta_1^2\alpha.$$

Wir wählen die Relation

$$\varepsilon = \frac{Q'}{Q} = \frac{V\sqrt{\lambda/\alpha}\,(\eta + 1/\eta) + Vh/\alpha + \pi\delta_1^2\alpha}{2V\sqrt{\lambda/\alpha} + Vh/\alpha + \pi\delta_1^2\alpha}$$

vernachlässigen das zweite und dritte Glied im Nenner und Zähler des Bruches, was sich kaum auf den Wert ε auswirkt, und erhalten:

$$\varepsilon = {}^1/_2\,(\eta + 1/\eta). \qquad (4)$$

Wir untersuchen den Wert ε an einzelnen Beispielen:

bei $\eta = 0{,}90$ $\varepsilon = 1{,}0055$;

$\eta = 0{,}95$ $\varepsilon = 1{,}0013$;

$\eta = 1{,}05$ $\varepsilon = 1{,}0012$;

$\eta = 1{,}10$ $\varepsilon = 1{,}0045$.

Bei Abweichung der Behälterhöhe von ihrem günstigsten theoretischen Wert sind somit die Veränderungen des Behältergewichts äußerst unwesentlich. Auch bei Abweichung von 10 % in der Höhe in dieser oder jener Richtung nimmt das Behältergewicht um insgesamt nur 0,5 % zu (diese Größe kann bei der Konstruktion kaum erfaßt werden).

Letztgenannter Umstand zeigt sehr augenscheinlich, daß der Übergang vom theoretischen Wert der Höhe H zu seinem tatsächlichen Wert (entsprechend der Breite der Standardbleche) sich praktisch nicht auf die Wirtschaftlichkeit der Konstruktion auswirkt.

Behälter mit konstanter Wanddicke. Wir setzen in Gleichung (A) $\delta = \delta_1 = \text{const}$ und $H = H_1$ ein und erhalten

$$Q = \pi R^2 \lambda + 2\pi R H \delta_1.$$

Diese Gleichung kann auch direkt geschrieben werden, weil der erste Teil des Ausdrucks für Q das Eisenvolumen für Boden und Dach darstellt und der zweite das Eisenvolumen für die Wände.

Wir setzen in diese Gleichung $R = \sqrt{V/\pi H}$ ein und erhalten

$$Q = V\lambda/H + 2\delta_1 \sqrt{V\pi H}. \qquad \text{(C)}$$

Wir setzen die erste Ableitung von Q nach H gleich Null und erhalten

$$\frac{dQ}{dH} = -V\frac{\lambda}{H^2} + \delta_1 \sqrt{\pi V}\frac{1}{\sqrt{H}} = 0,$$

und hieraus

$$H = \sqrt[3]{V\lambda^2/\pi\delta_1^2}. \qquad (5)$$

Wir setzen diesen Wert von H in Gleichung (C) ein und erhalten das minimale Eisenvolumen für den Bau eines Behälters

$$Q_{min} = 3\sqrt[3]{\pi\delta_1^2\lambda V^2}. \tag{6}$$

Wir setzen den Wert H aus Gleichung (5) in den Ausdruck R = $= \sqrt{V/\pi H}$ ein und erhalten

$$R = \sqrt{V\delta_1/\pi\lambda}$$ [3]

und hieraus

$$H/R = \lambda/\delta_1. \tag{7}$$

Wir bestimmen die Werte H und R aus dieser Gleichung sowie aus der Gleichung $\delta_1 = RH/\alpha$, setzen sie in den Ausdruck für das Volumen $V = \pi R^2 H$ ein und erhalten den Grenzwert des Volumens für Behälter, auf die die Gleichung (5) anwendbar ist:

$$V = \pi\delta_1^2\sqrt[3]{\alpha^3/\lambda}. \tag{8}$$

Außer diesem Wert V muß man zur Bestimmung der Behälterhöhe auch die Gleichung (1) anwenden.

Aus der Gleichung dQ/dH = O erhalten wir

$$V\frac{\lambda}{H^2} = \delta_1\sqrt{\pi V}\frac{1}{\sqrt{H}}$$

oder

$$V\lambda/H = \delta_1\sqrt{\pi VH}. \tag{9}$$

Nach Gleichung (C) stellt die Größe $V\lambda/H$ die Eisenmenge dar, die für Boden und Dach erforderlich ist, und $\delta_1\sqrt{\pi VH}$ die halbe Eisenmenge in den Behälterwänden. Auf dieser Grundlage kann man folgenden Schluß ziehen:

> ein Behälter mit konstanter Wanddicke hat das geringste Gewicht unter der Bedingung, daß das Eisengesamtvolumen für Boden und Dach (und folglich auch sein Gewicht) zweimal kleiner ist als das Volumen (und folglich auch das Gewicht) des gesamten Eisens der Wände.

---

[3] In der Erstveröffentlichung: $R = \sqrt[3]{\frac{V\delta_1}{\pi\lambda}}$ (Anm.d.Übers.)

Wir kommen auf den Einfluß der Höhenabweichung von ihrem theoretischen Wert auf das Gewicht von Behältern mit konstanter Wanddicke.

Nach Gleichung (3) beträgt das für den Bau eines Behälters benötigte Eisenvolumen bei einer Höhe derselben von $H = \sqrt[3]{V^2\lambda/\pi\delta_1^2}$

$$Q = 3\sqrt[3]{\pi\delta_1^2\lambda V^2}.$$

Angenommen, bei der Bestimmung der tatsächlichen Behälterhöhe müsse man von ihrem theoretischen Wert abweichen, so ersetzen wir die Höhe durch $H' = \eta\sqrt[3]{V\lambda^2/\pi\delta_1^2}$.

Das dieser Höhe entsprechende und für den Bau des Behälters benötigte Eisenvolumen ermitteln wir durch Ersetzen der Größe H durch H' in der Gleichung (C):

$$Q' = \sqrt[3]{\pi\delta_1^2\lambda V^2}\,(1/\eta + 2\sqrt{\eta}).$$

Wir leiten die Relation $\varepsilon = Q'/Q$ her und erhalten

$$\varepsilon = Q'/Q = {}^1/_3\,(1/\eta + 2\sqrt{\eta}). \qquad (10)$$

Wir untersuchen die Werte ε an einzelnen Beispielen:

bei $\eta = 0{,}90$ $\quad \varepsilon = 1{,}0033;$

$\eta = 0{,}95$ $\quad \varepsilon = 1{,}0006;$

$\eta = 1{,}05$ $\quad \varepsilon = 1{,}0006;$

$\eta = 1{,}10$ $\quad \varepsilon = 1{,}0033.$

Aus den Werten ε geht hervor, daß

in Behältern mit konstanter Wanddicke die Höhenabweichung von ihrem günstigsten theoretischen Wert noch geringere Gewichtsveränderungen zur Folge hat als bei Behältern mit veränderlicher Wanddicke. Auch bei Höhenabweichungen von 10 % in dieser oder jener Richtung nimmt das Behältergewicht um insgesamt nur 0,33 % zu.

Stuttgart, den 4. Juli 1988

übersetzt von
Otmar Petschi
(Dipl.-Übersetzer)