

Untersuchung von Wechselwirkungen
in zweidimensionalen Elektronensystemen
mit Transport- und Drag-Messungen

STEFAN KRAUS

MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR FESTKÖRPERFORSCHUNG
STUTT GART, 2003

Untersuchung von Wechselwirkungen in zweidimensionalen Elektronensystemen mit Transport- und Drag-Messungen

Von der Fakultät Mathematik und Physik der Universität Stuttgart
zur Erlangung der Würde eines Doktors der
Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.) genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von

Dipl. Phys. STEFAN KRAUS

aus Tirschenreuth

Hauptberichter:	Prof. Dr. K. v. KLITZING
Mitberichter:	Prof. Dr. G. DENNINGER
Tag der Einreichung:	24. Juni 2003
Tag der mündlichen Prüfung:	23. Juli 2003

MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR FESTKÖRPERFORSCHUNG
STUTT GART, 2003

Inhaltsverzeichnis

Symbole und Abkürzungen	7
1 Einleitung	11
2 Physik zweidimensionaler Elektronensysteme	15
2.1 Grundlagen	15
2.2 2DES im Magnetfeld	17
2.3 Magnetotransport	19
2.3.1 Drude-Modell	19
2.3.2 Der Shubnikov-de Haas-Effekt	20
2.3.3 Der integrale Quanten-Hall-Effekt	21
2.3.4 Der fraktionale Quanten-Hall-Effekt	24
2.4 Gekoppelte 2D-Systeme	30
2.4.1 Allgemeine Aspekte	31
2.4.2 Systeme mit Tunnelkopplung	32
2.4.3 Schwächer gekoppelte Systeme	36
2.4.4 Systeme ohne Tunneln: Drag	40
3 Proben	47
3.1 Herstellung und Struktur	47
3.2 Separate Kontaktierung zweier Quantumwells	49
3.2.1 Selektive Verarmung	49
3.2.2 Vergrabene Backgates	50
3.3 Prozessierung	51
3.3.1 Hallbar	51
3.3.2 Ohmsche Kontakte	52
3.3.3 Frontgates	55
3.3.4 Funktion der Proben	56
4 Experimenteller Aufbau	59
4.1 Magnetkryostaten	59

4.2	Messaufbau	60
4.3	Drag-Messungen	62
5	Transportmessungen bei $\nu = 2/3$	65
5.1	Probe	66
5.2	Spin-Phasenübergang bei $\nu = 2/3$	66
5.2.1	Lage des Phasenübergangs in der (ν, n) -Ebene	71
5.2.2	Phasenübergang im gekippten Magnetfeld	73
5.3	Temperaturabhängigkeit und Hysterese des Phasenübergangs	74
5.3.1	Thermische Kernspinpolarisation und Hyperfeinfeld	75
5.3.2	Hysterese am Phasenübergang	80
5.4	Widerstands-Anomalie bei $\nu = 2/3$: HLR	82
5.4.1	Eigenschaften	82
5.4.2	HLR und Phasenübergang	83
5.4.3	Strom- und Zeitabhängigkeit	86
5.4.4	Thermische vs. strominduzierte Kernspinpolarisation	87
5.4.5	Modell für HLR	89
5.5	Zusammenfassung	93
6	Drag im Bereich des integralen und fraktionalen Quanten-Hall-Effets	95
6.1	Drag im Bereich des integralen Quanten-Hall-Effekts	95
6.1.1	Rückblick	95
6.1.2	Proben	97
6.1.3	Magneto-Drag bei gleichen und ungleichen Dichten	97
6.1.4	Modell für anomalen Drag	113
6.2	Composite Fermion Drag	119
6.2.1	Theoretische Grundlagen	120
6.2.2	Probe	121
6.2.3	Füllfaktor $\nu = 1/2$	122
6.2.4	Füllfaktor $\nu = 3/2$	122
6.2.5	Zusammenfassung	123
6.3	HLR-Drag	124
6.3.1	Motivation	124
6.3.2	Anregungsspektrum eines 2DES im FQHE	125
6.3.3	Durchführung der Messungen	126
6.3.4	Probe	129
6.3.5	Messungen	129
6.3.6	Interpretation	132
6.4	Zusammenfassung	134

7 Zusammenfassung und Ausblick	137
8 English Summary	143
Literaturverzeichnis	149
Danksagung	159
Lebenslauf	161

Abkürzungen und Symbole

Abkürzungen

2D	zweidimensional
2DES	zweidimensionales Elektronensystem
2DHS	zweidimensionales Lochsystem
AC	Wechselstrom
CF	Composite Fermion
DC	Gleichstrom
DQW	Doppelquantumwell
FQHE	fraktionaler Quanten-Hall-Effekt
HLR	Huge Longitudinal Resistance
IQHE	integraler Quanten-Hall-Effekt
MBE	Molekularstrahlepitaxie (<i>Molecular Beam Epitaxy</i>)
NMR	Magnetische Kernresonanz (<i>Nuclear Magnetic Resonance</i>)
QH	Quanten-Hall
QHE	Quanten-Hall-Effekt
QHF	Quanten-Hall-Ferromagnetismus
QW	Quantumwell
SdH	Shubnikov-de Haas

Symbole

\mathbf{A}	Vektorpotential des Magnetfelds
\mathbf{B}, B	Magnetfeld
B_N	Hyperfeinfeld (Overhauser-Shift)
$\delta(E)$	Delta-Funktion
Δ_{SAS}	symmetrisch-antisymmetrische Energielücke
d	Dicke der Barriere zwischen zwei 2DES
$D_0, D(E)$	Zustandsdichte
ϵ_0	Dielektrizitätskonstante des Vakuums
ϵ	Dielektrizitätskonstante

Abkürzungen und Symbole

e	Elementarladung
E_F	Fermi-Energie
$E, E_i, E_n, E_{x,y}$	Energie
E_C	Coulomb-Energie
E_Z	Zeemanaufspaltung
\mathbf{E}	elektrisches Feld
g_s	Spinentartungsfaktor
g^*	effektiver Landé g -Faktor
h	Plancksche Konstante
\hbar	$h/2\pi$
$I, I_{xx}, I_{\text{Drive}}$	Strom
\mathbf{j}, j	Stromdichte
k_B	Boltzmann-Konstante
k_F	Fermi-Wellenvektor
k_x, k_y	Wellenvektor in der 2DES-Ebene
λ	Halbwertsbreite einer Wellenfunktion
ℓ_B	magnetische Länge
L	Abstand der Potentialabgriffe in x -Richtung
μ	Elektronenbeweglichkeit
μ_B	Bohrsches Magneton
m_0	Elektronenmasse
m^*	effektive Masse
n_s, n_1, n_2, n	Elektronendichte im 2DES
n_L	Entartungsgrad eines Landau-Niveaus
ν, ν_1, ν_2	Landau-Niveau-Füllfaktor
ω	Frequenz
ω_c	Zyklotronfrequenz
Φ	magnetischer Fluss
Φ_0	magnetisches Flussquantum
ϕ, ψ	Wellenfunktionen
\mathbf{p}, p	Impuls
\mathbf{q}, q	Wellenvektor
$\hat{\rho}$	spezifischer Widerstandstensor
R_{xx}	Längswiderstand
R_{xy}, R_H	Hall-Widerstand
ρ_{xx}	spezifischer Längswiderstand
ρ_{xy}	Hall-Widerstand
ρ_T	Transferwiderstand
$\hat{\sigma}$	spezifischer Leitfähigkeitstensor
σ_{xx}	spezifische longitudinale Leitfähigkeit

σ_{xy}	spezifische Hall-Leitfähigkeit
τ	Streuzeit
T	Temperatur
U	Spannung
W	Probenbreite
$\chi(q, \omega)$	Suszeptibilität
x, y, z	Ortskoordinaten

1 Einleitung

Die Halbleiterphysik ist eines der spannendsten und faszinierendsten Gebiete der modernen Festkörperforschung. Halbleiter als Material sind deswegen so interessant, weil sie in sehr hoher Reinheit herstellbar sind und durch Legieren und Dotieren eine gezielte Einstellung ihrer optischen und elektrischen Eigenschaften zulassen. Diese Vielseitigkeit macht Halbleiter interessant für Anwendungen: Angefangen von den ersten Transistoren in den 1940er Jahren über die ersten Halbleiterlaser in den 1970er Jahren bis hin zu den hochintegrierten Schaltungen in modernen Computern und den Hochfrequenz-Bauteilen in Mobiltelefonen haben Halbleiterbauelemente einen beispiellosen Siegeszug angetreten und sind aus dem heutigen Leben nicht mehr wegzudenken.

Gerade auch für die Grundlagenforschung ist die Vielseitigkeit der Halbleitermaterialien und die Möglichkeit, maßgeschneiderte Strukturen zu erzeugen, von größtem Interesse. Durch die Entwicklung der Molekularstrahlepitaxie (MBE) in den 1970er Jahren wurde es möglich, hochwertige zweidimensionale Elektronensysteme (2DES) an Grenzflächen zu erzeugen, durch lithografische Techniken lassen sich Quantendrähte und Quantenpunkte erzeugen, in denen die Bewegung der Ladungsträger auf zwei, eine oder null Dimensionen beschränkt ist. Damit standen ideale Modellsysteme zur Untersuchung der Physik in zwei, einer oder null Dimensionen zur Verfügung.

Im Jahre 1980 entdeckte von Klitzing in einem Si-MOSFET¹ den integralen Quanten-Hall-Effekt (IQHE) [1]. Diese Entdeckung gab der Physik in 2D-Systemen neuen Schwung. Die Herstellung von 2DES mit immer höherer Reinheit führte 1982 zur Entdeckung des fraktionalen Quanten-Hall-Effekts (FQHE) durch Tsui, Störmer und Laughlin [2]. Während im IQHE die exakte Quantisierung des Hall-Widerstand eine Folge von Unordnung in der Probe und der damit verbundenen Lokalisierung der Ladungsträger ist, kommen in reinen Proben mit geringer Unordnung die schwachen Korrelationseffekte zwischen den Elektronen zum Tragen und führen zu einer Vielzahl von Quanten-Grundzuständen wie dem FQHE. In Kapitel 2 werden wir

¹ *Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor*. In der Si-Inversionsschicht an der Grenzfläche zum Gate-Oxid bildet sich ein 2DES.

die grundlegenden Konzepte der Physik in 2D-Systemen behandeln.

Seit einigen Jahren haben auch 2D-Doppellagen-Systeme zur Erweiterung des grundlegenden physikalischen Verständnisses beigetragen. In solchen Systemen mit einem Abstand von wenigen bis über hundert Nanometer zwischen den 2DES fügt man zu den zwei räumlichen Freiheitsgraden der Elektronen in jeder Schicht einen weiteren hinzu, nämlich den der Schicht. Es treten eine Reihe neuer Phänomene auf, die durch Wechselwirkungen und Korrelationen der Elektronen zwischen den Schichten zustande kommen. Ein großer Teil dieser Arbeit behandelt diese neuartigen Kopplungseffekte in Doppellagen-Systemen; daher geben wir in Kapitel 2 einen Überblick über wichtige Arbeiten der letzten Jahre auf diesem Gebiet.

Die Herstellung der gekoppelten 2D-Systeme stellt zum Teil hohe technologische Anforderungen. Insbesondere will man an jede der beiden (oft nur wenige Nanometer voneinander entfernten) Schichten separate elektrische Kontakte haben. Ziel ist es außerdem, Proben mit möglichst hohen Elektronenbeweglichkeiten und starker Koppelung zwischen den Schichten zu erhalten. In Kapitel 3 beschreiben wir den Aufbau sowie die Herstellung unserer stark gekoppelten 2DES. Kapitel 4 widmet sich messtechnischen Aspekten.

Zum Verständnis der Physik in 2DES spielen Transportmessungen eine entscheidende Rolle. Der Längswiderstand gibt Auskunft über die Existenz niederenergetischer Anregungen oder Energielücken an der Fermikante, wie das Beispiel der Quanten-Hall-Effekte in Einzelschichten oder auch in sehr stark gekoppelten Doppelschichten zeigt. Letzterer kommt durch die starke Korrelation der Elektronen zwischen den Schichten zustande. Doch auch die Korrelationen der Elektronen innerhalb einer Schicht führen zu interessanten Effekten: So kann ein FQHE-Zustand verschiedene Spinpolarisationen aufweisen, abhängig davon, bei welchem Magnetfeld er auftritt. Im Längswiderstand beobachtet man beim Übergang zwischen verschiedenen polarisierten Zuständen ein Verschwinden der Energielücke sowie hysteretisches Verhalten, das an klassische Ferromagneten erinnert. In der Tat konnte nachgewiesen werden, dass sich viele Korrelationseffekte in einzelnen oder gekoppelten 2D-Systemen theoretisch auch als ferromagnetische Ordnungsphänomene beschreiben lassen. Quanten-Hall-Systeme haben sich somit als ideale Modellsysteme für die Untersuchung von 2D-Ferromagnetismus herausgestellt.

In Kapitel 5 stellen wir unsere Transportmessungen am Spin-Phasenübergang des $2/3$ -FQHE-Zustands vor. Die Untersuchungen umfassen einen weiten Parameterbereich von Temperaturen, Ladungsträgerdichten und zusätzlicher Magnetfeldkomponente parallel zum 2DES. Es ist interessant festzustellen, dass nicht nur die Wechselwirkung der Elektronen untereinander eine Rolle spielt, sondern auch die Wechselwirkung zwischen Elektronenspins und Kernspins; somit existiert ein weiterer „Freiheitsgrad“ für die Wechselwirkungen der Elektronen. Dabei stellt sich heraus, dass auch der Strom ein wichtiger Parameter ist, der die Wechselwirkung

zwischen Elektronen- und Kernspins beeinflusst.

Transportmessungen an einzelnen 2DES bieten jedoch keine Möglichkeit, die Elektron-Elektron-Streuung direkt zu messen, da dabei der Gesamtimpuls erhalten bleibt. Hier bieten jedoch 2D-Doppellagen mit separaten Kontakten eine einzigartige Gelegenheit: In *Drag*-Messungen² untersucht man die Elektron-Elektron-Streuung zwischen zwei Schichten. Ein Strom in einem 2DES induziert im zweiten, nah benachbarten, jedoch elektrisch davon isolierten 2DES einen Spannungsabfall, der durch Impulstransfer zwischen den Schichten zustande kommt. Damit erhält man die Möglichkeit, die Eigenschaften der Elektron-Elektron-Streuung detailliert zu untersuchen.

In Kapitel 6 zeigen wir Dragmessungen. Dabei untersuchen wir den Einfluss quantisierender Magnetfelder auf den Drag in Abhängigkeit von der Temperatur, Elektronendichte und Dichteunterschied zwischen den Schichten; dadurch erhalten wir Aussagen über die Interlagen-*e-e*-Streuung in diesen Fällen. Wie sich herausstellt, spielen bei hohen Füllfaktoren lokalisierte Zustände eine entscheidende Rolle für das Verständnis von Drag, während bei $\nu = 1/2$ und $3/2$ ein Fermi-See von Quasiteilchen, den *Composite Fermions*, das Verhalten des Drag bestimmt.

Veröffentlichungen

- J. G. S. Lok, S. Kraus, M. Pohlt, W. Dietsche, K. von Klitzing, W. Wegscheider und M. Bichler, *Spin effects in the magnetodrag between double quantum wells*, Physical Review B **63**, 041305 (2001).
- J. G. S. Lok, S. Kraus, M. Pohlt, K. Güven, W. Dietsche, K. von Klitzing, W. Wegscheider und M. Bichler, *Spin anomalies in the magneto-drag between double layer 2DEGs*, Physica B **298**, 135 (2001).
- J. G. S. Lok, S. Kraus, W. Dietsche, K. von Klitzing, F. Schwerdt, M. Hauser, W. Wegscheider und M. Bichler, *Negative magneto-drag of double layer 2DEGs*, Physica E **12**, 119 (2002).
- S. Kraus, J. G. S. Lok, W. Dietsche, K. von Klitzing, W. Wegscheider und M. Bichler, *Finite wavevector scattering on the $\nu = \frac{2}{3}$ huge longitudinal resistance*, Physica E **12**, 72 (2002).
- S. Kraus, O. Stern, J. G. S. Lok, W. Dietsche, K. von Klitzing, M. Bichler, D. Schuh und W. Wegscheider, *From Quantum Hall Ferromagnetism to Huge Longitudinal Resistance at the 2/3 Fractional Quantum Hall State*, Physical Review Letters **89**, 266801 (2002).

² engl. *drag*: mitführen

2 Physik zweidimensionaler Elektronensysteme

Dieses Kapitel soll einen kurzen Überblick über die grundlegenden physikalischen Eigenschaften zweidimensionaler Elektronensysteme (2DES) geben. Dabei sind vor allem Transport im Magnetfeld, der integrale und der fraktionale Quanten-Hall-Effekt von Interesse. Ein weiterer Abschnitt behandelt gekoppelte 2DES: Gegliedert nach der Stärke der Kopplung wird ein Überblick über die Vielzahl von Phänomenen gegeben, die in diesen Systemen auftreten.

2.1 Grundlagen

Mit Hilfe der Molekularstrahl-Epitaxie (*molecular beam epitaxy*, MBE) ist es möglich, Halbleiterschichten hoher Reinheit und Qualität herzustellen. Durch die Kombination verschiedener Materialien, deren Bandlücken unterschiedliche Werte haben, lassen sich die elektrischen Eigenschaften in Wachstumsrichtung praktisch atomlagen genau kontrollieren und einstellen.

Zur Herstellung qualitativ hochwertiger 2DES wird das Materialsystem Galliumarsenid/Aluminiumarsenid bzw. die Verbindung $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ verwendet (in der Regel ist $x = 0,33$; von jetzt ab bezeichnen wir mit AlGaAs die Verbindung mit dieser Zusammensetzung). GaAs und AlAs kristallisieren in der Zinkblende-Struktur, die Gitterkonstanten sind mit $5,6533 \text{ \AA}$ und $5,6605 \text{ \AA}$ nahezu identisch; daher ist es möglich, die beiden Materialien ohne nennenswerte Verspannungen oder Versetzungen an den Grenzflächen aufeinander aufzuwachsen.

Die Leitfähigkeit von GaAs und AlGaAs bei tiefen Temperaturen wird erst durch Dotierung erreicht; für Elektronen-(*n*-)Leitfähigkeit wird Si als Dotierstoff verwendet. Da jedoch Si als Störstelle den Elektronentransport behindert, muss für hochbewegliche 2DES versucht werden, Dotierung und bewegliche Ladungsträger räumlich voneinander zu trennen. Dies wird durch das Konzept der *Modulationsdotierung* verwirklicht [3]: Der leitfähige Kanal bildet sich an einer Grenzfläche zwischen GaAs und AlGaAs (Heteroübergang), während die ionisierten Störstellen, die ihre Elektro-

nen in den Kanal abgegeben haben, weit entfernt davon (20 nm bis über 100 nm) im AlGaAs liegen. Dabei bildet sich aufgrund der Diskontinuität in der Leitungsbandkante und der Ladungsumverteilung an der Grenzfläche ein annähernd dreieckiges Einschlusspotential für die Elektronen (vgl. Abb. 2.1).

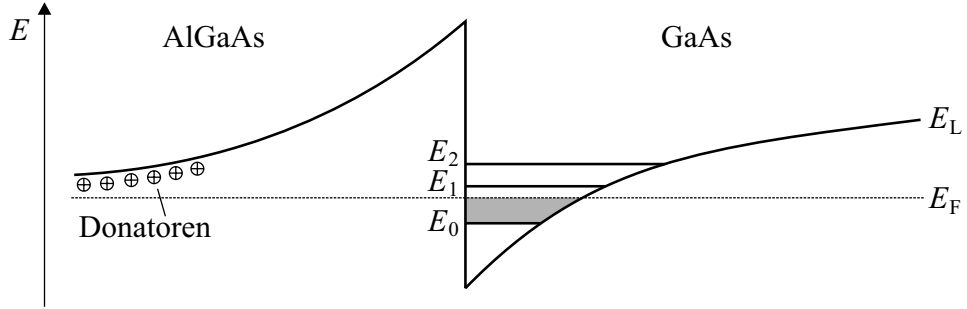


Abbildung 2.1: Modulationsdotierte Heterostruktur. Durch Umverteilung von Ladungen von den Donatoren an die Grenzfläche AlGaAs/GaAs bildet sich dort ein dreieckiges Einschlusspotential für Elektronen; die geladenen Störstellen sind in einem Abstand von den Elektronen im Kanal. Die Energie-Eigenwerte für die Bewegung senkrecht zur Grenzfläche sind quantisiert, es bilden sich Subbänder; parallel zur Grenzfläche können sich die Elektronen praktisch frei bewegen. Die Subbänder sind bis zur Fermi-Energie E_F gefüllt (grauer Bereich).

Dieses Einschluss-Potential hat zur Folge, dass sich in z -Richtung (Wachstumsrichtung) gebundene Zustände bilden, die Energie-Eigenwerte der Elektronen sind durch das Einschluss-Potential quantisiert mit den Subbandenergien E_i ($i = 0, 1, 2, \dots$). Dagegen können sich die Elektronen in der Wachstumsebene ((x, y) -Ebene) frei bewegen, es besteht ein Quasi-Kontinuum an Energie-Eigenwerten $E_{x,y}$. Die Gesamtenergie der Elektronen im i -ten Subband ist dann gegeben durch:

$$E(i, k_x, k_y) = E_i + \frac{\hbar^2(k_x^2 + k_y^2)}{2m^*}, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (2.1)$$

Dabei sind k_x und k_y die Wellenvektoren der Elektronen in der (x, y) -Ebene, m^* ist ihre effektive Masse; sie ist praktisch gleich der in GaAs, da die Wellenfunktion der eingeschlossenen Elektronen kaum in die Barriere aus AlGaAs eindringt. Bei parabolischer Energiedispersion, wie sie näherungsweise für Elektronen in GaAs vorliegt, ist die Zustandsdichte für jedes Subband konstant:

$$D_i(E) = D_0 = \frac{g_s m^*}{2\pi \hbar^2}. \quad (2.2)$$

Für spinentartete Systeme ist $g_s = 2$. Im Folgenden betrachten wir den wichtigen

Fall, dass nur ein Subband besetzt ist (dies trifft für alle in dieser Arbeit untersuchten Proben zu). Dann ist aufgrund der konstanten Zustandsdichte die Ladungsträgerdichte n_s im 2DES direkt proportional zur Fermi-Energie E_F . Es gilt:

$$E_F = \frac{2\pi\hbar^2}{g_s m^*} n_s. \quad (2.3)$$

Der Fermi-Wellenvektor k_F ist

$$k_F = \sqrt{\frac{4\pi n_s}{g_s}}. \quad (2.4)$$

Der Einschluss der Elektronen kann auch in einem Quantentopf („quantum well“ QW) erfolgen: Eine dünne GaAs-Schicht (typisch 15 bis 25 nm) wird auf beiden Seiten von einer AlGaAs-Barriere begrenzt. Das Einschluss-Potential ist rechteckig statt dreieckig wie beim einfachen Heteroübergang. Sämtliche Überlegungen gelten gleichermaßen für einfache Heterostrukturen wie für QWs.

2.2 2DES im Magnetfeld

Ein homogenes Magnetfeld $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ senkrecht zur Ebene des 2DES führt zur *Landau-Quantisierung* des Energiespektrums. Die quantenmechanische Beschreibung des Problems (für nicht wechselwirkende Elektronen und ohne Berücksichtigung des Spins) erfolgt durch die magnetfeldabhängige Schrödingergleichung

$$\frac{1}{2m^*} (\mathbf{p} + e\mathbf{A})^2 \psi(x, y) = E\psi(x, y). \quad (2.5)$$

In der Landau-Eichung wird das Magnetfeld \mathbf{B} durch das Vektorpotential $\mathbf{A} = (0, xB, 0)$ beschrieben. Als Lösungsansatz verwendet man eine Produktwellenfunktion mit einer ebenen Welle in y -Richtung:

$$\psi(x, y) = e^{ik_y y} \phi_n(x - x_0). \quad (2.6)$$

Damit erhält man aus Gl. 2.5:

$$\left(\frac{p_x^2}{2m^*} + \frac{m^* \omega_c^2}{2} (x - x_0)^2 \right) \phi_n(x - x_0) = E_n \phi_n(x - x_0). \quad (2.7)$$

Das ist die Schrödingergleichung für einen eindimensionalen harmonischen Oszillator in x -Richtung mit der Zentrumsordinate x_0 und der *Zyklotronfrequenz*

$$\omega_c = \frac{eB}{m^*}. \quad (2.8)$$

Dabei ist $x_0 = -\hbar k_y / eB = -\ell_B^2 k_y$ mit der magnetischen Länge

$$\ell_B = \sqrt{\frac{\hbar}{eB}}. \quad (2.9)$$

Die Eigenzustände ϕ_n hängen nur über die Zentrumsordinate x_0 von k_y ab. Die äquidistanten Energieniveaus E_n des harmonischen Oszillators werden als *Landau-Niveaus* mit der Landau-Quantenzahl n bezeichnet; sie sind gegeben durch

$$E_n = \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2}\right). \quad (2.10)$$

Die räumliche Ausdehnung R_n der Wellenfunktionen in x -Richtung ist durch die magnetische Länge ℓ_B und den Landau-Index n gegeben:

$$R_n = \ell_B \sqrt{2n + 1}. \quad (2.11)$$

Dies entspricht dem klassischen Zyklotronradius eines Elektrons mit der kinetischen Energie E_n im Magnetfeld B .

Die Entartung n_L der Landau-Niveaus hängt vom Magnetfeld ab, ist jedoch unabhängig vom Index n :

$$n_L = g_s D_0 \hbar\omega_c = g_s \frac{eB}{\hbar}. \quad (2.12)$$

Der Entartungsgrad der diskreten Landau-Niveaus nimmt linear mit B zu, gleichzeitig wächst ihr Abstand $\hbar\omega_c$, ebenfalls linear mit B . Die Zustandsdichte eines 2DES im Magnetfeld besteht aus einer Serie von Delta-Funktionen bei den Energien der Landau-Niveaus:

$$D(E) = n_L \sum_n \delta(E - E_n). \quad (2.13)$$

Die Anzahl der besetzten Landau-Niveaus wird auch als *Füllfaktor* ν bezeichnet; er ist das Verhältnis aus Elektronenkonzentration n_s und Entartungsgrad n_L . Es ist üblich, spinaufgespaltene Landau-Niveaus zu zählen, d. h. $g_s = 1$:

$$\nu \equiv \frac{g_s n_s}{n_L} = \frac{h}{eB} n_s. \quad (2.14)$$

Der Füllfaktor kann auch als das Verhältnis der Zahl der Elektronen N_s in der Probenfläche $L_x L_y$ und der Zahl der Flussquanten, die diese Fläche durchdringen, betrachtet werden. Der magnetische Fluss durch die Probe mit den Abmessungen L_x, L_y ist $\Phi = L_x L_y B$, ein Flussquant ist $\Phi_0 = h/e$, und somit erhält man wieder

$$\nu \equiv \frac{N_s}{\Phi/\Phi_0} = \frac{h}{eB} n_s. \quad (2.15)$$

Berücksichtigt man die Wechselwirkung des Elektronenspin mit dem Magnetfeld, so spaltet jedes Landau-Niveau in zwei Spin-Niveaus auf. Im Energiespektrum (Gl. 2.10) muss zusätzlich die Zeeman-Energie E_Z berücksichtigt werden:

$$E_n = \hbar\omega_c\left(n + \frac{1}{2}\right) + sg^*\mu_B B, \quad s = \pm\frac{1}{2}, \quad (2.16)$$

wobei μ_B das Bohrsche Magneton und g^* der effektive g -Faktor ist. Während die Landau-Aufspaltung $\hbar\omega_c$ nur proportional zur Magnetfeld-Komponente senkrecht zur Ebene des 2DES ist, geht in die Zeeman-Aufspaltung $E_Z = g^*\mu_B B$ das gesamte Magnetfeld ein. Der effektive g -Faktor für Elektronen im 2DES hängt von der Ausdehnung der Wellenfunktion in z -Richtung ab [4, 5], außerdem ist er magnetfeldabhängig [6]; wir werden darauf nochmals in Abschnitt 5.2 zurückkommen. In Transportmessungen spielen zudem Vielteilchen-Effekte eine Rolle und man beobachtet stets einen durch die Austauschwechselwirkung erhöhten g -Faktor („exchange enhancement“), der deutlich über dem in reinem GaAs liegt [7, 8].

2.3 Magnetotransport

2.3.1 Drude-Modell

Der Transport von Ladungsträgern durch einen Kristall lässt sich klassisch mit dem Drude-Modell beschreiben. Die Elektronen werden dabei wie geladene klassische Teilchen behandelt. In der Relaxationszeitnäherung werden die Streuprozesse durch eine Stoßzeit τ beschrieben. Die Wechselwirkung der Elektronen mit dem periodischen Gitterpotential des Kristalls wird durch die effektive Masse m^* berücksichtigt. Diese semiklassische Beschreibung ist nur in kleinen Magnetfeldern gültig, solange die Landau-Quantisierung noch vernachlässigbar ist.

Die Bewegung der Elektronen mit der Driftgeschwindigkeit \mathbf{v}_D in aufeinander senkrechten, homogenen elektrischen \mathbf{E} und magnetischen Feldern \mathbf{B} (\mathbf{B} in z -Richtung) lässt sich mit der Newtonschen Bewegungsgleichung beschreiben:

$$m^* \frac{d\mathbf{v}_D}{dt} + \frac{m^*}{\tau} \mathbf{v}_D = -e(\mathbf{E} + (\mathbf{v}_D \times \mathbf{B})). \quad (2.17)$$

Im stationären Fall verschwindet der erste Term auf der linken Seite. Führt man die Stromdichte $\mathbf{j} = -en_s \mathbf{v}_D$ ein, so lässt sich der Zusammenhang zwischen Stromdichte \mathbf{j} und elektrischem Feld \mathbf{E} durch den Leitfähigkeitstensor $\hat{\sigma}$ beschreiben: $\mathbf{j} = \hat{\sigma} \mathbf{E}$. In einem isotropen System gilt für die Tensorkomponenten $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$ und $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx}$. Den Widerstandstensor $\hat{\rho}$, für den $\mathbf{E} = \hat{\rho} \mathbf{j}$ gilt, erhält man aus $\hat{\sigma}$ durch Tensorinversion:

$$\begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ -\rho_{xy} & \rho_{xx} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ -\sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

Damit folgt für die Tensorkomponenten

$$\rho_{xx} = \frac{1}{en_s\mu} \quad \text{und} \quad \rho_{xy} = \frac{B}{en_s}, \quad (2.19)$$

wobei die Beweglichkeit μ folgendermaßen definiert ist:

$$\mu = \frac{e\tau}{m^*}. \quad (2.20)$$

In einem typischen Experiment an einem 2DES in Hall-Geometrie, das sich in einem senkrecht dazu orientierten Magnetfeld befindet, wird ein Strom I_x in x -Richtung aufgeprägt. Die zugehörige Stromdichte ist $j_x = I_x/W$, wobei W die Probenbreite ist. In y -Richtung fließt kein Strom, $j_y = 0$. Der Spannungsabfall in Stromrichtung U_x wird stromlos zwischen zwei Kontakten gemessen, die einen Abstand L voneinander haben, die transversale Hall-Spannung U_y an zwei gegenüberliegenden Kontakten; die zugehörigen elektrischen Felder sind $E_x = U_x/L$ und $E_y = U_y/W$. Der Längs- und Hallwiderstand sind dann:

$$R_{xx} = \frac{U_x}{I_x} \quad \text{bzw.} \quad R_{xy} = \frac{U_y}{I_x}, \quad (2.21)$$

und für die zugehörigen Tensorkomponenten gilt

$$\rho_{xx} = \frac{W}{L} R_{xx} \quad \text{bzw.} \quad \rho_{xy} = R_{xy}. \quad (2.22)$$

Aus dem experimentell bestimmten Hall- und Längswiderstand lassen sich also bei bekannter Probengeometrie nach Gl. 2.19 die Ladungsträgerdichte und die Beweglichkeit des 2DES bestimmen.

2.3.2 Der Shubnikov-de Haas-Effekt

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der Landau-Quantisierung im 2DES auf den Transport untersucht. Sie wird bei tiefen Temperaturen, d. h. für $k_B T < \hbar\omega_c$, wichtig.

In realen Systemen bestehen die Landau-Niveaus jedoch nicht aus einer Serie von Delta-Funktionen wie in Gl. 2.13; vielmehr sind die einzelnen Landau-Niveaus durch Streuung der Elektronen an Störstellen verbreitert. Gerhardtts [9] beschreibt die verbreiterten Landau-Niveaus durch eine Gauß-Funktion:

$$D(E, B) = \frac{1}{2\pi\ell_B} \sum_n \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\Gamma_n} \exp\left(\frac{-2(E - E_n)^2}{\Gamma_n^2}\right). \quad (2.23)$$

Die Breite Γ_n ist für kurzreichweitige Streuzentren unabhängig von n :

$$\Gamma_n = \sqrt{\frac{2}{\pi} \hbar \omega_c \frac{\hbar}{\tau}} \propto \sqrt{\frac{B}{\tau}} \quad (2.24)$$

Die Zustandsdichte zeigt im Magnetfeld also Oszillationen, die sich auch in den physikalischen Eigenschaften widerspiegeln. Insbesondere zeigen die Leitfähigkeit σ_{xx} und der Widerstand ρ_{xx} die so genannten *Shubnikov-de Haas* (SdH)-Oszillationen. Die Oszillationen sind periodisch in $1/B$, die Maxima werden dann erreicht, wenn die Fermi-Energie gerade in der Mitte eines verbreiterten Landau-Niveaus liegt, also $E_F = \hbar \omega_c (n + 1/2)$. Aus der Periodizität mit dem inversen Magnetfeld kann die Ladungsträgerdichte des 2DES bestimmt werden:

$$\Delta \left(\frac{1}{B} \right) = \frac{e g_s}{h n_s} \quad (2.25)$$

2.3.3 Der integrale Quanten-Hall-Effekt

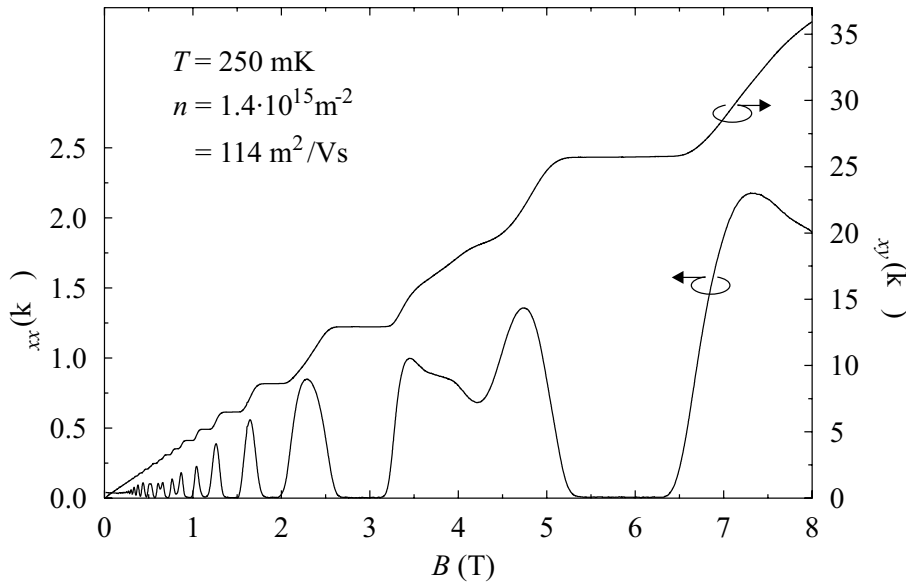


Abbildung 2.2: Der integrale Quanten-Hall-Effekt im Längs- und Hallwiderstand einer GaAs/AlGaAs-QW-Struktur: Bei ganzzahligen Füllfaktoren hat ρ_{xy} Plateaus mit quantisierten Widerstandswerten $h/\nu e^2$, ρ_{xx} ist in diesen Bereichen Null.

Im Jahr 1980 machten von Klitzing *et al.* [1] eine überraschende Entdeckung: Bei ausreichend tiefen Temperaturen und hohen Magnetfeldern ist der Hall-Widerstand

eines 2DES nicht länger eine lineare Funktion von B , sondern weist um ganzzahlige Füllfaktoren Plateaus auf; die quantisierten Widerstandswerte dieser Plateaus sind mit hoher Genauigkeit durch folgende Beziehung gegeben:

$$R_H = \rho_{xy} = \frac{h}{\nu e^2} = \frac{25,812807}{\nu} \text{k}\Omega, \quad \nu = 1, 2, 3, \dots \quad (2.26)$$

Das bezeichnet man als *integralen Quanten-Hall-Effekt* (IQHE). Gleichzeitig ist der Längswiderstand in den Bereichen, in denen der Hall-Widerstand quantisiert ist, praktisch Null. Die quantisierten Werte des Hall-Widerstands hängen nur von Naturkonstanten und einem ganzzahligen Faktor ab; sie sind unabhängig von Probeigenschaften wie Geometrie, Ladungsträgerdichte oder dem verwendeten Material, solange sich ein 2DES mit ausreichender Qualität ausbildet. Abbildung 2.2 zeigt Längs- und Hallwiderstand im Bereich des IQHE für eine GaAs/AlGaAs-QW-Struktur.

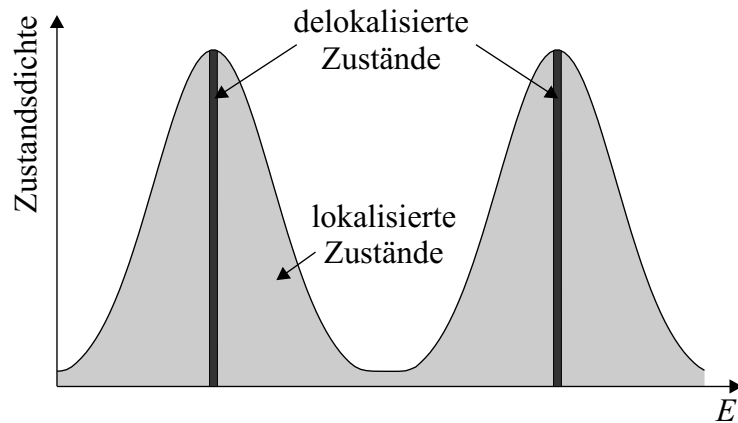


Abbildung 2.3: Zustandsdichte eines 2DES im quantisierenden Magnetfeld für den Fall, dass die Landau-Niveaus durch Unordnung verbreitert sind. Nur im Zentrum der Landau-Niveaus liegen ausgedehnte Zustände, die Strom tragen können; die lokalisierten Zustände in den Beweglichkeitslücken tragen (bei $T = 0$) nicht zum Transport bei.

Für die theoretische Beschreibung des IQHE gibt es eine Vielzahl von Ansätzen [10]; praktisch allen ist gemeinsam, dass lokalisierte Zustände eine entscheidende Rolle zum Verständnis des IQHE spielen. Im Kubo-Formalismus wird die Leitfähigkeit als die lineare Antwort auf ein externes Feld berechnet. Danach tragen zur longitudinalen Leitfähigkeit σ_{xx} nur Zustände an der Fermi-Energie bei, während zur Hall-Leitfähigkeit σ_{xy} alle Zustände unterhalb der Fermi-Energie beitragen. Dabei haben die lokalisierten Zustände (s. Abb. 2.3) keine Auswirkung auf die Leitfähigkeit (zumindest bei $T = 0$). Liegt die Fermi-Energie im Bereich der lokalisierten

Zustände, so verschwindet σ_{xx} und σ_{xy} ist konstant mit quantisiertem Wert. Ist die Fermi-Energie dagegen in den delokalisierten Zuständen, so ist σ_{xx} endlich und σ_{xy} ändert sich.

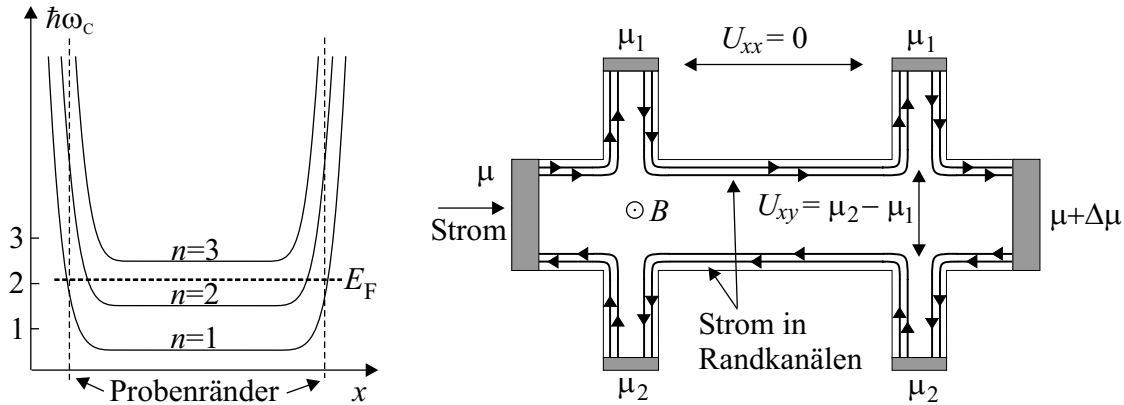


Abbildung 2.4: Links: Energiespektrum von Landau-Niveaus in einer Probe mit Rändern. Rechts: Schematische Darstellung der Randkanäle und Potentialverteilungen im Bereich des Quanten-Hall-Plateaus $\nu = 2$; $\mu_{1,2}$ ist das chemische Potential der Kontakte. (Nach Büttiker [11].)

Einen völlig anderen Zugang zum Verständnis der Quantisierung des Hall-Widerstands bietet dagegen das Randkanalbild an [11]. Stark vereinfacht lassen sich die Aussagen des Modells so darstellen: Am Probenrand steigt die Energie der Landau-Niveaus wegen des ansteigenden Potentials stark an, vgl. Abb. 2.4 links; dort, wo die Fermi-Energie diese Landau-Niveaus schneidet, bilden sich ein-dimensionale Randkanäle. Liegt die Fermi-Energie im Probeninneren zwischen zwei Landau-Niveaus, so kann der Strom nur in den Randkanälen fließen; die Zustände im Probeninneren sind lokalisiert und können nicht zum Transport beitragen. Die Zahl der Randkanäle ergibt sich aus der Anzahl der gefüllten Landau-Niveaus unterhalb der Fermi-Energie, d. h. aus dem Füllfaktor. Der Transport in den ein-dimensionalen Randkanälen ist verlustfrei, jeder trägt mit e^2/h zur Leitfähigkeit bei; die Richtung des Stroms ist für die Randkanäle an den beiden Seiten der Probe entgegengesetzt (Abb. 2.4 rechts). Solange die Fermi-Energie in den lokalisierten Zuständen zwischen zwei Landau-Niveaus liegt und das Probeninnere isolierend ist, ist die Rückstreuung von Elektronen über die Breite der Probe in die Randkanäle auf der anderen Probenseite unterdrückt; Strom fließt dissipationsfrei in den Randkanälen, der Spannungsabfall zwischen Kontakten auf einer Probenseite und damit der Längswiderstand ist Null. Der Spannungsabfall, der beim Transport eines Stroms I

durch die Randkanäle auftritt, von denen jeder eine Leitfähigkeit von e^2/h hat, wird somit zwischen den beiden Rändern der Probe gemessen und beträgt $U_{xy} = \frac{h}{\nu e^2} I$. Die exakte Quantisierung des Hall-Widerstands ist im Randkanalbild also eine Folge der Unterdrückung der Rückwärtsstreuung von Elektronen zwischen den Probenrändern [11], wenn die Fermi-Energie in den lokalisierten Zuständen zwischen zwei Landau-Niveaus liegt und somit eine Energielücke für Anregungen existiert.

Im Randkanalbild fließt der Strom im Plateaubereich ausschließlich in den Randkanälen. Die Frage, wo der Strom tatsächlich fließt, ist jedoch noch nicht abschließend geklärt. Untersuchungen der Potentialverteilung in Hall-Proben mittels Rasterkraftmikroskopie, die Rückschlüsse auf die Stromverteilung zulassen, sprechen dagegen für Ströme im Probeninneren im Plateaubereich [12].

2.3.4 Der fraktionale Quanten-Hall-Effekt

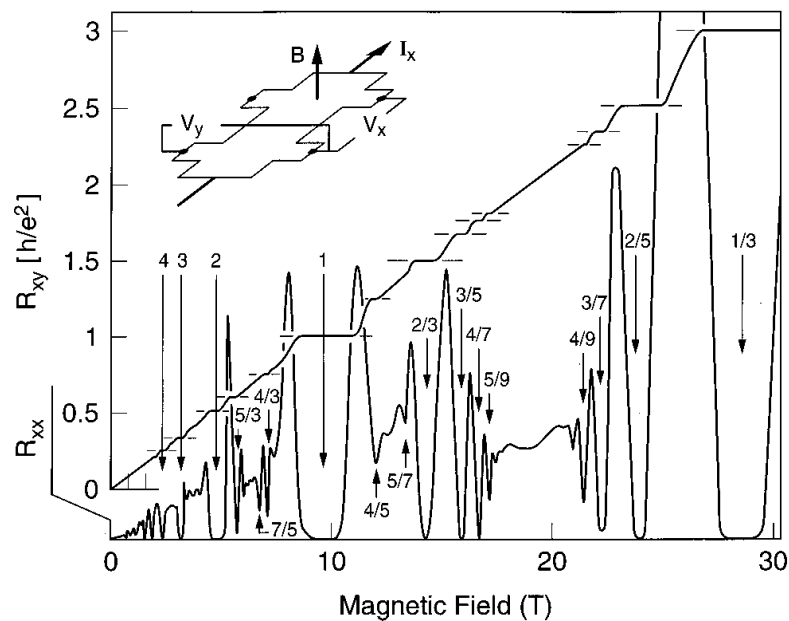


Abbildung 2.5: Der fraktionale Quanten-Hall-Effekt im Längs- und Hallwiderstand einer GaAs/AlGaAs-Heterostruktur. Aus Ref. [13].

Überraschenderweise wurde 1982 auch im untersten Landau-Niveau bei Füllfaktor $\nu = 1/3$ ein quantisierter Wert für den Hall-Widerstand sowie ein Minimum im Längswiderstand gefunden [2]. Mit zunehmender Probenqualität wurden auch bei anderen gebrochenzahligen Füllfaktoren mit ungeradzahligem Nenner immer mehr

Quanten-Hall-Zustände entdeckt (vgl. Abb. 2.5); der Füllfaktor gehorcht dabei der Beziehung

$$\nu = \frac{p}{2mp \pm 1} \quad \text{mit} \quad m, p = 1, 2, 3, \dots \quad (2.27)$$

Dieser gebrochenzahlige oder *fraktionale Quanten-Hall-Effekt* (FQHE) tritt nur in Proben mit hoher Elektronenbeweglichkeit ($> 100 \text{ m}^2/\text{Vs}$ für GaAs) und bei Temperaturen unterhalb von 1 K auf. Während beim IQHE die Landau-Quantisierung von Elektronen die Energielücke erzeugt, die zur Quantisierung des Hall-Widerstands führt, kann der FQHE nicht mehr im Einteilchen-Bild erklärt werden, vielmehr müssen Wechselwirkungseffekte zwischen den Elektronen für die Energielücken verantwortlich sein.

Ein auch intuitiv gut zu verstehender Ansatz zur Erklärung des FQHE stammt von Jain [14]: Er kombiniert ein Elektron mit zwei Flussquanten Φ_0 aus dem externen Magnetfeld zu einem neuen Quasiteilchen, dem „Composite Fermion“ (CF). Diese neuen Teilchen bewegen sich dann in einem effektiven Magnetfeld

$$B_{\text{eff}} = B - 2n_s\Phi_0. \quad (2.28)$$

Das effektive Feld ist gerade bei $\nu = 1/2$ Null. Die CF verhalten sich wie ein Gas nicht oder nur schwach wechselwirkender Teilchen. Somit ist das System stark wechselwirkender Elektronen im Magnetfeld in ein Gas aus schwach wechselwirkenden CF im effektiven Feld B_{eff} transformiert worden. Die CF zeigen den ganzzahligen QHE im effektiven Feld; die Füllfaktoren ν_{CF} der CF lassen sich durch folgende Beziehung in Füllfaktoren des Elektronensystems umrechnen:

$$\nu = \frac{\nu_{\text{CF}}}{2\nu_{\text{CF}} + 1}. \quad (2.29)$$

Der Füllfaktor der CF ν_{CF} kann dabei positiv oder negativ sein, je nach Vorzeichen von B_{eff} .

FQHE lässt sich in diesem Bild als IQHE von CF verstehen. Diese Analogie wird nicht zuletzt durch die augenfällige Ähnlichkeit der Transportmessungen um $B = 0$ und $B_{\text{eff}} = 0$ (d. i. $\nu = 1/2$) nahegelegt. Entsprechend wurden viele Untersuchungen durchgeführt, um die CF als Teilchen nachzuweisen. Bilden die CF einen Fermi-See aus nicht wechselwirkenden Teilchen, so sollte man ihnen einen Wellenvektor zuordnen können. Tatsächlich konnte die Existenz eines Wellenvektors experimentell nachgewiesen werden durch geometrische Resonanzen in dichte-modulierten Systemen [15, 16, 17] und durch magnetische Fokussierung [18, 19]. Kukushkin *et al.* beobachteten Zyklotron-Resonanz an CF und konnten daraus die effektive Masse m_{CF} bestimmen, außerdem fanden sie eine wurzelförmige Abhängigkeit der Masse von der CF-Dichte [20]; für $\nu = 1/2$ fanden sie $m_{\text{CF}} \approx 1,0m_0$ bei

einer Dichte von $n = 1,0 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$. Auch eine Analyse der Aktivierungsenergien bei verschiedenen fraktionalem Füllfaktoren wurde benutzt, um eine effektive Masse zu gewinnen [21, 22, 23]; der so erhaltene Wert für m_{CF} ist etwa $0,6m_0$. Messungen der thermoelektrischen Kraft [24] bei $\nu = 1/2$ liefern dagegen eine deutlich höhere Masse von etwa $5m_0$. All diese Experimente bestätigen, dass bei $\nu = 1/2$ tatsächlich ein Fermi-See aus schwach wechselwirkenden Teilchen existiert, die durch eine effektive Masse und einen Wellenvektor charakterisiert sind.

FQHE beobachtet man nicht nur um $\nu = 1/2$, sondern auch um andere Füllfaktoren mit geradzahligem Nenner wie $3/2$, $5/2$, $7/2$ oder $3/4$, $1/4$ usw. Bei all diesen Füllfaktoren bildet sich ein Fermi-See von CF, die im effektiven Magnetfeld IQHE zeigen. Es bestehen jedoch Unterschiede zu den CF bei $1/2$: Bei $1/4$ werden vier Flussquanten mit einem Elektron zu einem CF kombiniert. Füllfaktor $3/2$ kann man als Superposition eines $\nu = 2$ Elektronen-Zustands und eines $\nu = 1/2$ Loch-Zustands betrachten; man fasst je ein Loch und zwei Flussquanten zu einem CF zusammen. Insgesamt bildet bei genau $B(\nu = 3/2)$ nur $1/3$ der Elektronen CF.

Spinpolarisation und Phasenübergänge der FQH-Zustände

Man könnte annehmen, dass im untersten, spinaufgespaltenen Landau-Niveau für $\nu < 1$ alle Elektronen voll spin-polarisiert sind und damit auch alle FQH-Zustände. Dies gilt jedoch nicht mehr, wenn – wie im FQH-Regime – Wechselwirkungen zwischen den Elektronen eine wesentliche Rolle spielen. Die Energieskala für diese Wechselwirkungen und damit die Energielücke der FQH-Zustände ist die Coulomb-Energie $E_C = e^2/4\pi\epsilon\epsilon_0\ell_B$ zwischen den Elektronen. Andererseits ist die Zeeman-Energie $E_Z = |g^*\mu_B B|$ wegen des kleinen g -Faktors der Elektronen in GaAs deutlich kleiner als E_C . Somit ist denkbar, dass FQH-Zustände nur teilweise oder unpolarisiert sind; Halperin [25] verwies erstmals auf diese Möglichkeit. Simulationen, durchgeführt von Chakraborty *et al.* [26] an Systemen mit wenigen Elektronen zeigten, dass manche Füllfaktoren wie zum Beispiel $2/3$ einen Phasenübergang von spin-unpolarisiertem zu spin-polarisiertem Grundzustand durchlaufen, wenn das Magnetfeld, bei dem der FQH-Zustand auftritt, erhöht wird. Zwischen den beiden Bereichen verschwindet die Anregungslücke, d. h. der FQHE bricht zusammen. Das Verhältnis von Zeeman- zu Coulomb-Energie E_Z/E_C spielt dabei eine wesentliche Rolle.

Solche Phasenübergänge konnten experimentell beobachtet werden: Abbildung 2.6 zeigt, dass mit zunehmendem Kippwinkel der Probe im Feld (also mit zunehmender Zeeman-Energie) die FQHE-Minima im Widerstand bei den Füllfaktoren $4/3$ und $2/3$ verschwinden und sich wieder ausbilden, entsprechend einem Übergang vom unpolarisierten zum polarisierten Grundzustand.

Im Bild der Composite Fermions lassen sich die Phasenübergänge zwischen

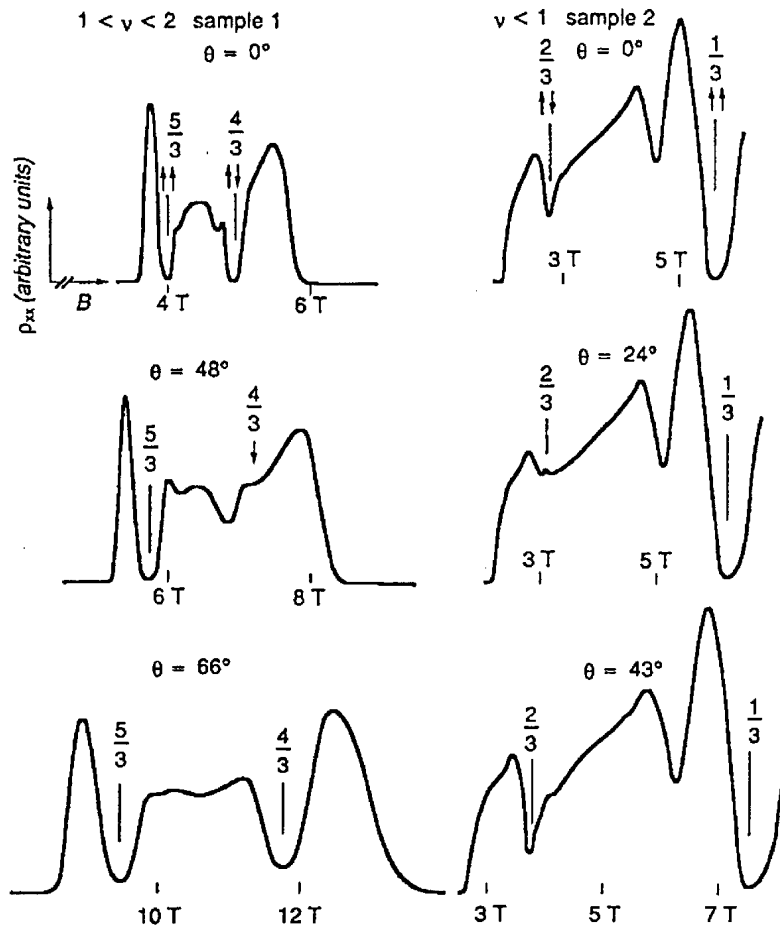


Abbildung 2.6: Mit zunehmendem Kippwinkel der Probe im Magnetfeld (d. h. zunehmender Zeeman-Energie) beobachtet man bei $\nu = 4/3$ und $\nu = 2/3$ den Übergang vom spin-unpolarisierten zum spin-polarisierten Grundzustand; im Längswiderstand ist der Phasenübergang gut durch ein Verschwinden der FQHE-Minima zu beobachten. (Aus [27].)

Grundzuständen mit verschiedener Spin-Polarisation sowie der Polarisationsgrad der Zustände auch anschaulich gut verstehen [28].

CF und Elektronen haben denselben Spin; somit sind die Zeeman-Energie von Elektronen und CF gleich. Das bedeutet, dass CF bei $B_{\text{eff}} = 0$ eine endliche Zeeman-Energie haben (im Gegensatz zu Elektronen bei $B = 0$). Im effektiven Magnetfeld bilden CF Landau-Niveaus, wobei jedes CF-Landau-Niveau in zwei Spin-Niveaus mit den Spin-Orientierungen \uparrow bzw. \downarrow aufspaltet. Durch ein zusätzliches paralleles Magnetfeld kann die Spinaufspaltung vergrößert werden bei unveränderter Landau-Aufspaltung. Dies ist in Abb. 2.7 skizziert: Bei dem senkrecht zur Probe anliegenden

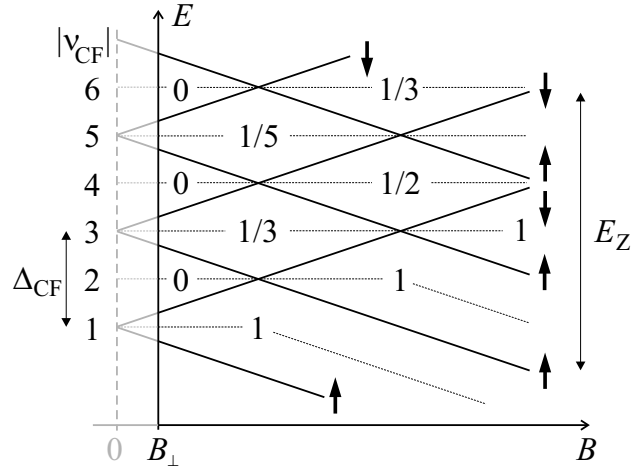


Abbildung 2.7: Skizze der Energie von spinaufgespaltenen CF-Landau-Niveaus als Funktion des gesamten Magnetfelds B , $B \geq B_{\perp}$. Mit zunehmendem parallelen Magnetfeld (bei konstanter senkrechter Feldkomponente B_{\perp}) nimmt die Zeeman-Aufspaltung E_Z zu, während die Landau-Aufspaltung Δ_{CF} unverändert bleibt. Dadurch kommt es zu Kreuzungen von CF-Landau-Niveaus mit verschiedenen Spin-Orientierungen. An den Kreuzungspunkten der Landau-Niveaus bricht der FQHE zusammen und es findet ein Phasenübergang zu einem Grundzustand mit anderer Spin-Polarisation statt (die Zahlen geben den Polarisationsgrad an). Die dünnen gestrichelten Linien skizzieren den Verlauf der Fermi-Energie bei ganzzahligen Füllfaktoren. Der Polarisationsgrad ergibt sich aus $(n_{\uparrow} - n_{\downarrow}) / (n_{\uparrow} + n_{\downarrow})$, wobei $n_{\uparrow, \downarrow}$ die Anzahl der Landau-Niveaus mit Spin-Orientierung \uparrow bzw. \downarrow ist. (Nach [29].)

Feld B_{\perp} beträgt die Zyklotron-Energie der CF $\Delta_{\text{CF}} = \hbar\omega_{c, \text{CF}}$. Mit einem zusätzlichen parallelen Feld wird die Zeeman-Aufspaltung E_Z vergrößert; dabei nimmt die Energie der \uparrow -Landau-Niveaus ab, die der \downarrow -Niveaus zu. Ist die Zeeman-Energie ein ganzzahliges Vielfaches der CF-Zyklotron-Energie ($|g^*|\mu_B B = j\hbar\omega_{c, \text{CF}}$, $j = 1, 2, 3, \dots$), kommt es zu Kreuzungen von CF-Landau-Niveaus verschiedener Spin-Orientierungen. An den Kreuzungspunkten verschwindet die Energielücke und der FQHE bricht zusammen. Jenseits des Kreuzungspunkts entwickelt sich der FQH-Zustand wieder, doch seine Spin-Polarisation hat sich geändert, da nun Landau-Niveaus mit anderer Spin-Orientierung unterhalb der Fermi-Energie liegen.

Die Zyklotron-Aufspaltung der CF hat ihren Ursprung in der Coulomb-Wechselwirkungsenergie E_C , die beiden Energien hängen über eine Konstante zusammen, die aus Experimenten bestimmt werden kann. Wir werden diesen Zusammenhang in Kapitel 5 genauer untersuchen.

Betrachten wir zum Beispiel die Polarisation des Zustands $|\nu_{\text{CF}}| = 2$ (was $\nu = 2/3$ oder $\nu = 2/5$ entspricht): Sie ändert sich von Null (unpolarisiert) nach Eins (voll polarisiert), wenn die Zeeman-Aufspaltung zunimmt. Der Übergang vom unpo-

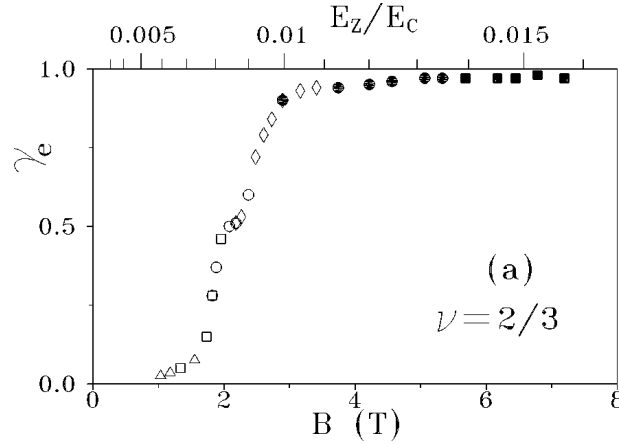


Abbildung 2.8: Spin-Polarisation des $\nu = 2/3$ -Zustands in Abhängigkeit des Verhältnisses E_z/E_C . Der Polarisationsgrad γ_e wurde durch optische Messungen bestimmt. Der $2/3$ -Zustand zeigt einen Übergang von unpolarisiert bei kleinen Magnetfeldern zu voll polarisiert bei hohen Feldern. (Aus [32].)

larisierten zum voll polarisierten $2/3$ -Zustand konnte in Transportmessungen beobachtet werden [27, 30, 31]. In optische Messungen konnten Kukushkin *et al.* [32, 33] den Polarisationsgrad der beiden Grundzustände bestimmen; Abb. 2.8 zeigt die Polarisation in Abhängigkeit des Verhältnisses E_z/E_C . Bei $\nu = 2/5$ konnte der Übergang vom spin-polarisierten zum unpolarisierten Grundzustand durch Druck initiiert werden [34, 35, 36]; mit zunehmendem Druck wird der Betrag des g -Faktors in GaAs und damit E_z kleiner, es erfolgt der Übergang zum unpolarisierten $2/5$ -Zustand.

Vor kurzem erregten die Phasenübergänge bei $2/3$ und $2/5$ erneut Interesse, als dort bei tiefen Temperaturen hysteretisches Verhalten beobachtet wurde [37, 34]. Die Hysterese erinnert sehr stark an das Verhalten von klassischen Ferromagneten, in denen die Bildung von Domänen zu Hysterese führt. In der Tat konnten Jungwirth *et al.* [38] für ganzzahlige Füllfaktoren zeigen, dass zwei entartete Landau-Niveaus mit unterschiedlicher Spinpolarisation als ein zweidimensionaler Ising-Ferromagnet betrachtet werden können; die Potentialfluktuationen in der Probe führen zu Dichtefluktuationen und somit zur Bildung von Domänen mit unterschiedlichen Spin-Orientierungen. Ist die freie Bewegung der Domänenwände durch Energiebarrieren behindert, führt das zu hysteretischem Verhalten. Diese *Quanten-Hall-Ferromagneten* werden im nächsten Abschnitt im Zusammenhang mit stark tunnelgekoppelten Doppellagen-Systemen ausführlicher behandelt. Wir werden auf diese Analogie zum Ferromagnetismus bei unseren Untersuchungen des $2/3$ -Phasenübergangs in Kapitel 5 zurückkommen.

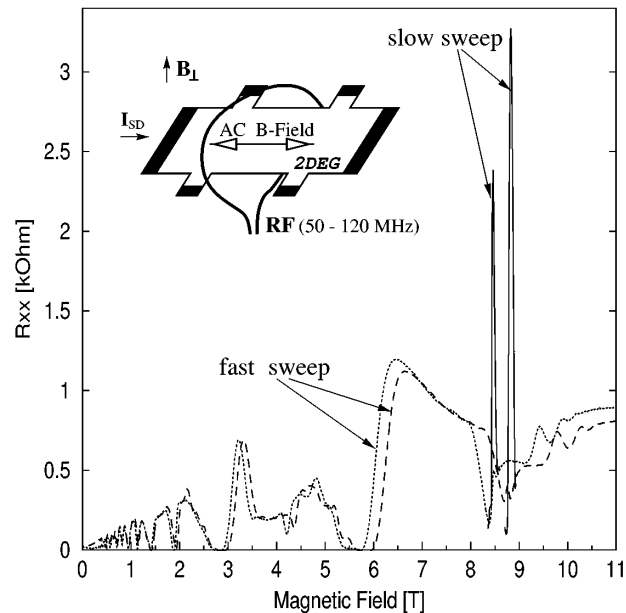


Abbildung 2.9: Längswiderstand als Funktion des Magnetfeldes für zwei verschiedene Ladungsträgerdichten. Ein großes Widerstandsmaximum (HLR) bildet sich um $\nu = 2/3$ aus, wenn das Magnetfeld mit einer Rate von nur 0,002 T/min geändert wird. Mit widerstandsdetektierter NMR wurde eine Kernspinpolarisation im HLR nachgewiesen. (Aus [39].)

Eine weitere faszinierende Entdeckung machten Kronmüller *et al.* [40, 39] bei $\nu = 2/3$: Ein hoher Strom führt zu einem großen Widerstandsmaximum („Huge Longitudinal Resistance“, HLR), verbunden mit einer Polarisation der Kernspins (s. Abb. 2.9). Der Zusammenhang zwischen dem Spin-Phasenübergang bei $\nu = 2/3$, dem HLR und der Kernspinpolarisation wird ebenfalls in Kapitel 5 ausführlich untersucht.

2.4 Gekoppelte 2D-Systeme

Systeme aus zwei nah benachbarten 2D-Schichten stellen gewissermaßen eine Erweiterung der Einzellagen dar: Zusätzlich zu den 2D-Eigenschaften der einzelnen Schichten führt die Wechselwirkung zwischen den Schichten zu neuen, interessanten Effekten. Da ein großer Teil dieser Arbeit die Kopplung zwischen benachbarten 2DES untersucht, soll in diesem Abschnitt ein Überblick über die in der Literatur berichteten Transportphänomene in gekoppelten 2D-Doppellagensystemen gegeben werden, um die Arbeit in den aktuellen Rahmen einzubetten. Zunächst wird eine Klassifizierung der bisher experimentell realisierten Systeme vorgenommen. Dann

werden die wichtigsten experimentellen Ergebnisse der letzten Jahre auf diesem Gebiet vorgestellt.

2.4.1 Allgemeine Aspekte

Die großen Fortschritte der letzten Jahrzehnte im Kristallwachstum durch MBE haben auch die Herstellung von qualitativ hochwertigen Doppellagen-Strukturen möglich gemacht. Die Kopplung zwischen den Schichten führt zu einer Fülle interessanter neuer Phänomene, die in einzelnen Schichten nicht auftreten und die experimentell untersucht werden können. Durch separate elektrische Kontaktierung der beiden Schichten ist es jedoch auch möglich, Eigenschaften der einzelnen Schichten zu untersuchen, die anderweitig nicht zugänglich sind.

Um die Vielzahl der Experimente übersichtlich darzustellen, ist eine Klassifizierung der untersuchten Systeme nötig. Eine Möglichkeit besteht in der Klassifizierung der Doppellagen nach der Art der vorhandenen Ladungsträger. Die meisten der Experimente wurden an gekoppelten Elektron-Elektron-Systemen (2×2 DES) durchgeführt, in denen die beiden 2DES in nah benachbarten Quantumwells liegen. Auch Strukturen mit gekoppelten zweidimensionalen Lochsystemen (2×2 DHS) sind bekannt [41, 42, 43]. Sehr wenige Experimente gibt es für Strukturen mit einem 2D-Elektronen- und einem 2D-Lochsystem (2DES-2DHS). Für stark gekoppelte Systeme dieser Art wird eine superfluide Phase vorhergesagt [44, 45]; die Herstellung solcher Strukturen mit separaten Kontakten an beide Schichten stellt jedoch eine besondere technologische Herausforderung dar, die unabhängig von Sivan *et al.* [46] und später von Pohlt *et al.* [47] gelöst wurde. Die Frage nach der Existenz einer superfluiden Phase konnte jedoch noch nicht geklärt werden.

Im Folgenden konzentrieren wir uns auf Systeme mit zwei 2DES. Eine weitere Klassifizierung dieser Strukturen lässt sich anhand der Stärke der Kopplung zwischen den beiden 2DES, die durch die Dicke und Art der Barriere bestimmt ist, vornehmen. Dabei lassen sich zwei extreme Fälle unterscheiden:

- *Systeme ohne Tunneln:* Die QWs liegen so weit auseinander, dass sich die Wellenfunktionen der Elektronen in den beiden QWs nicht überlappen. Es findet also kein Austausch von Ladungsträgern durch die Barriere durch Tunneln statt. Bei Barrieren aus $\text{Al}_{0,33}\text{Ga}_{0,67}\text{As}$ ist dies etwa für eine Dicke $d > 20$ nm der Fall, für Barrieren aus AlAs schon für etwa $d > 10$ nm. Man hat also zwei separate 2DES, die sich auch mit speziellen Techniken unabhängig voneinander kontaktieren lassen (vgl. Abschn. 3.2.1).
- *Systeme mit starker Tunnelkopplung:* Bei sehr dünnen Barrieren ($d < 10$ nm für $\text{Al}_{0,33}\text{Ga}_{0,67}\text{As}$) überlappen die Wellenfunktionen der beiden QWs stark, so dass man streng genommen nicht mehr von zwei unabhängigen 2DES sprechen

kann. Vielmehr erhält man für den Doppelquantumwell (DQW) eine symmetrische und eine antisymmetrische Wellenfunktion, deren Energie-Eigenwerte sich (bei symmetrischer Dichteverteilung im DQW) durch die symmetrisch-antisymmetrische Energielücke Δ_{SAS} voneinander unterscheiden. Δ_{SAS} ist ein Maß für die Kopplungsstärke und beträgt etwa 10 K bei einer 3 nm dicken $\text{Al}_{0,33}\text{Ga}_{0,67}\text{As}$ -Barriere. In diesen Systemen ist die Coulomb-Wechselwirkung zwischen den Schichten vergleichbar mit der innerhalb der Schichten.

Stark gekoppelte Systeme lassen sich auch in einem einzelnen, 40 bis 80 nm breiten QW realisieren. In diesen Systemen findet eine starke Mischung der beiden untersten Subbänder statt, was dazu führt, dass sich die Elektronen an den gegenüberliegenden Seiten des QWs sammeln, um ihre Energie zu minimieren. Solche Systeme kann man alternativ auch als Doppellagen-Systeme mit einem effektiven Interlagen-Abstand und einer effektiven Höhe der Tunnelbarriere betrachten.

Zwischen dem Fall zweier isolierter Schichten und dem Fall starker Kopplung liegen die Systeme mit schwacher Tunnelkopplung. Die Barriere ist so dick ($10 \text{ nm} < d < 20 \text{ nm}$ für $\text{Al}_{0,33}\text{Ga}_{0,67}\text{As}$ oder $d \approx 10 \text{ nm}$ für AlAs)), dass Δ_{SAS} nur wenige Millikelvin beträgt. Nur bei bestimmten Ladungsträgerverhältnissen in den Schichten führt die Wechselwirkung zu einer starken Kopplung (resonantes Tunneln).

2.4.2 Systeme mit Tunnelkopplung

Quanten-Hall-Ferromagneten

Es hat sich gezeigt, dass sich viele Effekte in stark gekoppelten Doppellagen als magnetische Ordnungsphänomene verstehen lassen und auf die spontane Orientierung eines Pseudospin zurückzuführen sind. Ursprünglich wurde der Begriff des Quanten-Hall-Ferromagnetismus (QHF) auf den Füllfaktor $\nu = 1$ einer Einzelschicht angewandt, in dessen Grundzustand sich die Elektronenspins bei $T = 0$ selbst bei beliebig kleiner Zeeman-Energie spontan ferromagnetisch ausrichten [48]. Allgemeiner lässt sich der Begriff des QHF durch die Einführung eines *Pseudospin* auch auf Doppellagen-Systeme anwenden [49]. Dieser Pseudospin gibt an, in welcher der Schichten sich ein Elektron befindet (Pseudospin $+1/2$ bedeutet also, dass sich das Elektron in der oberen Schicht befindet, Pseudospin $-1/2$ entsprechend in der unteren Schicht). Wie der reale Spin der Elektronen kann sich auch der Pseudospin spontan ausrichten, es bilden sich Grundzustände mit gebrochener Symmetrie. Viele der in stark gekoppelten Doppellagen-Systemen beobachteten Effekte lassen sich als QHF interpretieren; aus diesem Grund sollen hier kurz die verschiedenen Arten ferromagnetischer Ordnung in 2D dargestellt werden.

QHF tritt immer dann auf, wenn zwei Landau-Niveaus, die sich durch Subband-Index (Schicht-Index), Landau-Quantenzahl oder Spin-Quantenzahl unterscheiden,

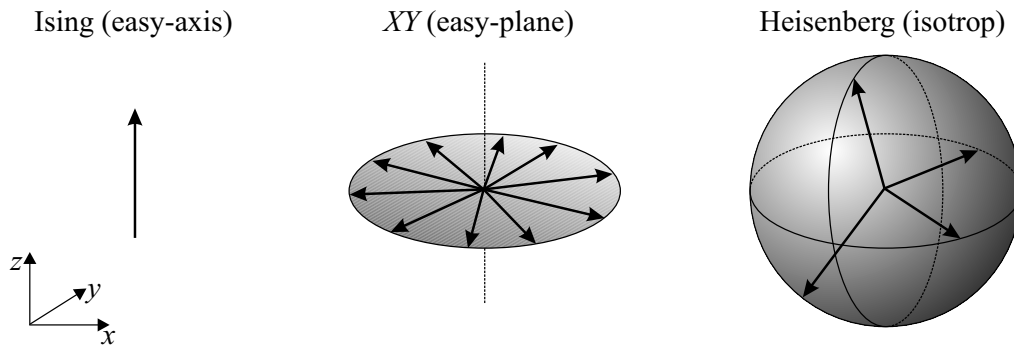


Abbildung 2.10: Die verschiedenen Klassen von Anisotropie für Quanten-Hall-Ferromagneten. Für Ising-Anisotropie ist die Energie nur für bestimmte, diskrete Orientierungen des Pseudospins minimal. Für XY-Anisotropie ist die Energie minimal, wenn die Pseudospin-Ausrichtung in einer Ebene liegt. Heisenberg-QHF haben keine Abhängigkeit der Energie von der Pseudospin-Ausrichtung.

energetisch entartet sind und der Füllfaktor ganzzahlig ist. Wir weisen einem der Landau-Niveaus die Pseudospin-Orientierung „nach oben“ (\uparrow), dem anderen die Pseudospin-Orientierung „nach unten“ (\downarrow) zu; den Einfluss von Landau-Niveaus unterhalb der Fermi-Energie vernachlässigen wir. Je nach Art der sich kreuzenden Landau-Niveaus (d. h. in welchen Quantenzahlen sie sich unterscheiden), unterscheidet man drei verschiedene Klassen von Ferromagneten (vgl. Abb. 2.10): (1) Systeme mit „easy-axis“ Anisotropie (Ising-QHF), für die die Energie nur für bestimmte Ausrichtungen des Pseudospins minimal wird; (2) Systeme mit „easy-plane“ (XY) Anisotropie, für die minimale Energie erreicht wird, wenn der Pseudospin in einer Ebene liegt; (3) isotrope Systeme (Heisenberg-QHF), deren Energie nicht von der Pseudospin-Orientierung abhängt. Eine Klassifizierung, welche Art von QHF für ein bestimmtes Paar sich kreuzender Landau-Niveaus zu erwarten ist, nimmt Ref. [50] vor.

Kreuzungen von Landau-Niveaus können auch in einzelnen Schichten auftreten, doch sind die Möglichkeiten dafür in 2DES, die sich in GaAs bilden, aufgrund des kleinen Verhältnisses von Zeeman- zu Landau-Aufspaltung sehr begrenzt, vor allem dann, wenn nur ein Subband besetzt ist. Die ganze Vielfalt von Kreuzungsmöglichkeiten für Landau-Niveaus bieten dagegen Doppellagen-Systeme, die daher ein ideales Modell-System für die Untersuchung von QHF darstellen. Das Konzept des QHF lässt sich auch auf entartete CF-Landau-Niveaus im FQHE in Einzellagen anwenden; dabei werden den beiden sich kreuzenden CF-Landau-Niveaus die beiden Pseudospin-Orientierungen zugewiesen. In Kapitel 5 werden wir diese Analogie auf den 2/3-Phasenübergang anwenden.

Was führt zur ferromagnetischen Ordnung von Spin oder Pseudospin? Im Fall

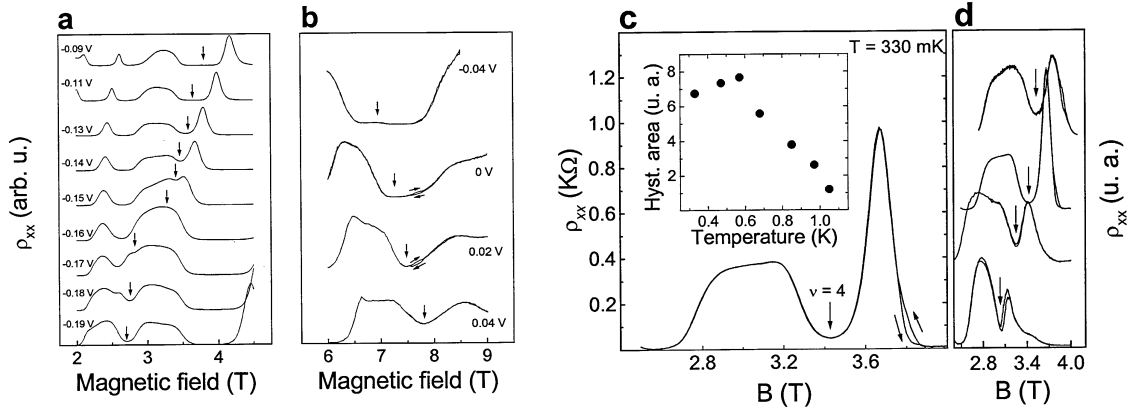


Abbildung 2.11: Längswiderstand ρ_{xx} eines 60 nm breiten QW bei (a) $\nu = 4$ und (b) $\nu = 2$ (markiert durch Pfeile) für verschiedene Gate-Spannungen. Bei bestimmten Spannungen verschwinden die QHE-Zustände (ca. $-0,16$ V für $\nu = 4$ und ca. $0,01$ V für $\nu = 2$) und ρ_{xx} zeigt Hysterese beim Erhöhen und Erniedrigen des B -Feldes (b). (c) Hysterese bei $\nu = 4$, der Einsatz zeigt die Temperaturentwicklung der Hysterese-Fläche. (d) Hysterese um $\nu = 4$ (Pfeile); zwischen diesen Messungen wurde die Probe aufgewärmt und wieder abgekühlt. (Aus [52].)

von $\nu = 1$ in einer Einzelschicht zum Beispiel ist es der Gewinn an Coulomb-Energie durch die Austauschwechselwirkung: Der Spin-Teil der Wellenfunktion ist bei ferromagnetisch (also parallel) ausgerichteten Spins symmetrisch gegen Teilchenaustausch, aufgrund des Pauli-Prinzips muss der Ortsteil der Wellenfunktion antisymmetrisch sein, d. h. verschwinden, wenn sich zwei Teilchen annähern. Der Gewinn an Coulomb-Energie ist deutlich größer als die Zeeman-Aufspaltung und stabilisiert so den ferromagnetischen Zustand. In Doppellagen führt eine Antikorrelation der Teilchenpositionen in den beiden Schichten (was äquivalent zu identischen Phasenwinkeln des Pseudospins der Teilchen in beiden Schichten, also einer Interlagen-Phasenkohärenz ist) wieder zu einem Gewinn an Austauschenergie bei spontaner Pseudospin-Magnetisierung.

Als Beispiel für einen QH-Ferromagneten betrachten wir einen 60 nm breiten GaAs-QW [51, 52]. Die Coulomb-Abstoßung der Elektronen führt zur Bildung zweier stark gekoppelter 2DES an den Grenzflächen zum umgebenden Material sowie einer Tunnelbarriere dazwischen. Bei tiefen Temperaturen sind die beiden untersten Subbänder besetzt. Mit einem Metallgate auf der Oberfläche kann die Ladungsträgerdichte im QW und auch die Barrierenhöhe zwischen den 2DES variiert werden. Auf diese Weise lassen sich Kreuzungen von Landau-Niveaus untersuchen.

Abbildung 2.11 zeigt den Längswiderstand für verschiedene Gate-Spannungen bei den Füllfaktoren (a) $\nu = 4$ und (b) $\nu = 2$. Bei bestimmten Werten für die Gate-

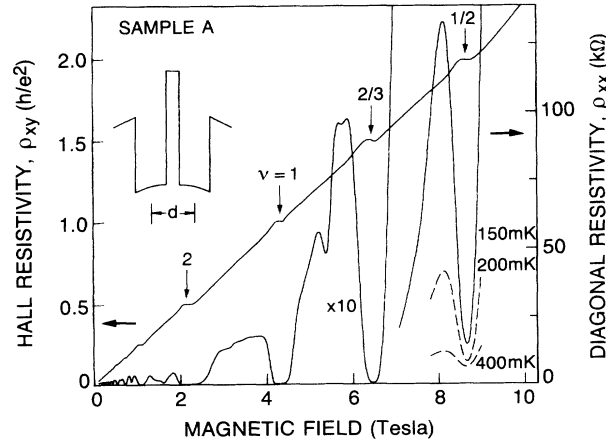


Abbildung 2.12: Längs- und Hall-Widerstand einer DQW-Probe mit einer AlAs-Barriere von 3,1 nm. Bei $\nu_T = 1/2$ und 1 werden neue QHE-Zustände beobachtet, die in Einzellagen nicht existieren. (Aus [55].)

Spannung sieht man, dass das QHE-Minimum verschwindet; gleichzeitig beobachtet man an diesen Stellen eine Hysterese des Widerstands zwischen dem Erhöhen und Erniedrigen des Magnetfelds für Temperaturen unterhalb von 1 K. Bei diesen Gate-Spannungen kreuzen sich zwei Landau-Niveaus mit unterschiedlichem Spin.

Das Verschwinden des QHE und die Hysterese bei den Füllfaktoren $\nu = 2$ und 4 deuten darauf hin, dass dort ein Ising-Ferromagnet vorliegt. Ising-Ferromagnetismus bedeutet, dass die Austauschwechselwirkung innerhalb eines Landau-Niveaus stärker ist als zwischen zwei Landau-Niveaus. Das führt dazu, dass es für das System energetisch günstiger ist, wenn eines der beiden kreuzenden Landau-Niveaus komplett gefüllt und das andere leer ist (Pseudospin \uparrow oder \downarrow) statt einer kontinuierlichen Mischung der beiden Landau-Niveaus. Beim Vorhandensein von Unordnung (für 2DES in GaAs ist das immer der Fall) bilden sich Domänen mit den beiden Pseudospin-Orientierungen [53], die die Ursache der Hysterese sind.

Muraki *et al.* [54] haben in einem 40 nm breiten QW bei $\nu = 4$ ebenfalls Ising QH-Ferromagnetismus gefunden, bei $\nu = 3$ dagegen XY-Anisotropie.

Neue FQHE-Zustände

Sowohl IQHE und auch FQHE können in (gemeinsam kontaktierten) Doppelquantumwells beobachtet werden. Man definiert den Füllfaktor als $\nu_T = hn_{\text{tot}}/eB$, wobei n_{tot} die gesamte Ladungsträgerdichte in der Struktur ist. ν_T ist also die Summe der Füllfaktoren der einzelnen Schichten: $\nu_T = \nu_1 + \nu_2$. Liegen die beiden 2DES weit auseinander, sind also nur schwach gekoppelt, wird man nur IQHE-Zustände mit

geradzahligem ν_T und FQHE-Zustände mit geradzahligem Zähler beobachten.

Abbildung 2.12 zeigt SdH-Oszillationen und Hall-Widerstand für einen stark gekoppelten DQW mit 18 nm breiten QWs und einer 3,1 Å dicken Barriere aus AlAs dazwischen; die Dichte in beiden QWs ist gleich $5,2 \cdot 10^{14} \text{ m}^{-2}$. Man beobachtet den IQHE-Zustand $\nu_T = 2$, der sich aus dem Einzellagen-Zuständen $\nu_1 = \nu_2 = 1$ zusammensetzt und dem FQHE-Zustand $\nu_T = 2/3$, der als 1/3-Zustand der einzelnen Schichten erklärt werden kann.

Zusätzlich treten neue QHE-Zustände bei $\nu_T = 1$ und $1/2$ auf, die sich nicht aus Einzellagen-Zuständen erklären lassen (es gibt weder einen $1/2$ noch einen $1/4$ QHE-Zustand) und nur in stark gekoppelten Systemen auftreten. Der $\nu_T = 1/2$ Zustand wird durch die Interlagen-Coulomb-Wechselwirkung verursacht, die vergleichbar mit der Wechselwirkung innerhalb der Schichten ist; dies ist der Fall, wenn der Abstand zwischen den Zentren der QWs vergleichbar mit der magnetischen Länge ℓ_B wird. Das führt zu einem korrelierten Zustand, indem die Elektronen in den Schichten unterschiedliche Positionen in der 2D-Ebene einnehmen, und somit zu einem neuen FQHE-Zustand.

Im Gegensatz zum $\nu_T = 1/2$ Zustand gibt es zwei verschiedene physikalische Mechanismen, die den $\nu_T = 1$ Zustand verursachen können: Ist die Energielücke Δ_{SAS} , die durch Einteilchen-Tunneln verursacht wird, groß, so kann bei kleiner Dichte und hohen Magnetfeldern nur noch der symmetrische Zustand besetzt werden. Die Anregungslücke zu den nächsten freien Zuständen beträgt Δ_{SAS} und führt zum bekannten $\nu = 1$ QHE, wie er auch in Einzelschichten auftritt. Für sehr schwache Tunnelkopplung führt die Interlagen-Coulomb-Wechselwirkung – wie beim $\nu_T = 1/2$ Zustand – zu einem korrelierten Zustand: Vielteilcheneffekte sind in diesem Fall für die Energielücke verantwortlich. Selbst im Grenzfall verschwindenden Tunnelns $\Delta_{\text{SAS}} \rightarrow 0$ bleibt der $\nu_T = 1$ Zustand erhalten [56].

Der stark korrelierte $\nu_T = 1$ Zustand kann auch als *easy-plane* Ferromagnet betrachtet werden. Dabei sind die Elektronen in der einen Schicht Pseudospin- \uparrow , die in der anderen Pseudospin- \downarrow . Die Magnetisierung des Pseudospins liegt somit in der Ebene der beiden 2DES.

2.4.3 Schwächer gekoppelte Systeme

Die bisher betrachteten Doppellagen-Systeme waren stark tunnelgekoppelt; die Barriere war wenige Nanometer ($< 4 \text{ nm}$) dick oder wurde durch Coulomb-Abstoßung in breiten QWs erzeugt. Δ_{SAS} liegt in diesen Systemen etwa zwischen einem und mehreren Kelvin. Separate Kontakte an die beiden 2DES sind daher nicht möglich.

Liegt die Barrierendicke jedoch zwischen etwa 10 und 20 nm, so ist die Tunnelkopplung sehr schwach, Δ_{SAS} ist vernachlässigbar klein ($< 1 \text{ mK}$, entsprechend einem Interlagen-Widerstand von mehreren $\text{M}\Omega$). Separate elektrische Kontakte an die bei-

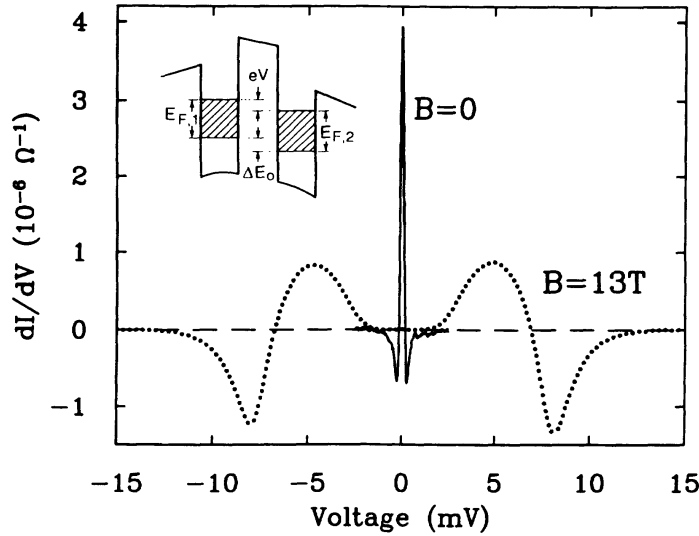


Abbildung 2.13: Tunnelleitfähigkeit als Funktion der Interlagen-Spannung ohne Magnetfeld ($T = 0,3$ K) und bei $B = 13$ T ($T = 0,66$ K), was etwa $\nu = 1/2$ entspricht. Resonantes Tunneln bei $B = 0$ tritt nur auf, falls $\Delta E_0 \approx 0$, die Resonanz tritt also bei der Spannung $V = (E_{F,1} - E_{F,2})/2$ auf ($E_{F,j}$ = Fermi-Energie). Für $n_1 = n_2$ ist $V = 0$. (Aus [57].)

den Schichten sind möglich, zum Beispiel mit der in Abschn. 3.2.1 beschriebenen Technik. Trotz der schwachen Tunnelkopplung kann die Coulomb-Kopplung zwischen den Schichten sehr stark und vergleichbar mit der Coulomb-Wechselwirkung innerhalb der Schichten sein.

Resonantes Tunneln

Ein solches System mit separaten Kontakten an die beiden Schichten erlaubt Tunnelspektroskopie zwischen zwei 2D-Systemen. Dazu wird eine Spannung V zwischen den beiden Schichten angelegt und der Strom I gemessen, der durch die Barriere fließt; eine weitere Möglichkeit ist, zusätzlich zur DC-Spannung V eine kleine AC-Modulationsspannung anzulegen und die Tunnelleitfähigkeit dI/dV zu messen. Man erhält dann Strom-Spannungs- oder Leitfähigkeits-Spannungs-Kennlinien der Barriere.

Abbildung 2.13 [57] zeigt ein Tunnelspektrum für eine Probe mit zwei 20 nm breiten QWs, die durch eine 17,5 nm dicke AlGaAs-Barriere getrennt sind; die Dichten sind in beiden Schichten gleich $1,6 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$. Ohne Magnetfeld zeigt bei tiefer Temperatur die Tunnelleitfähigkeit in Abhängigkeit von V eine scharfe Resonanz bei $V = 0$. Das ist konsistent mit dem Einteilchenbild des Tunnelvorgangs: Die Er-

haltung von Impuls in der 2D-Ebene und Energie erlauben nur dann ein Tunneln, wenn die Subband-Kanten auf gleicher Energie liegen, wie das bei gleichen Dichten und $V = 0$ der Fall ist.

In hohen Magnetfeldern ist die Tunnelleitfähigkeit um $V = 0$ dagegen fast Null, flankiert von breiten Spannungsbereichen, in denen beträchtliches Tunneln stattfindet. Es bildet sich also eine Energielücke Δ in der Tunnelzustandsdichte zwischen den Schichten. Die Energie (gleichbedeutend mit der Interlagen-Spannung), bei der diese Tunnel-Maxima auftreten, ist vergleichbar mit der Coulomb-Energie $E_C = e^2/\epsilon \langle a \rangle$, wobei $\langle a \rangle = 2(\pi n_s)^{-1/2}$ der Abstand zwischen den Elektronen ist.

Eine mögliche Erklärung [57] für diese Tunnel-Anomalie liegt in der stark korrelierten Natur der Elektronenzustände in hohen Magnetfeldern, die auf einer Längenskala von ℓ_B lokalisiert sind. Der Tunnelvorgang geschieht praktisch instantan, die Umverteilung der Ladungen in den durch Landau-Quantisierung stark korrelierten Elektronensystemen zurück in einen Gleichgewichtszustand dauert dagegen deutlich länger, wenn durch Tunneln aus einer Schicht ein Elektron extrahiert und in die andere injiziert wird. Ein Tunnelvorgang „kostet“ daher eine Energie in der Größenordnung von E_C , daher ist das Tunneln um $V = 0$ unterdrückt; man spricht auch von einer *Coulomb-Energielücke* [58].

Die Situation ändert sich dramatisch, wenn man ein Doppellagen-System betrachtet, das eine stärkere Coulomb-Kopplung aufweist bei gleichzeitig schwächerer Tunnelkopplung als bisher. Spielman *et al.* [59] haben ein solches System mit zwei 18 nm breiten QWs realisiert, die durch 9,9 nm $\text{Al}_{0,9}\text{Ga}_{0,1}\text{As}$ voneinander getrennt sind. Dieses System zeigt bei ausreichend kleinen Dichten den $\nu_T = 1$ QHE-Zustand. Sobald dieser Zustand in der Probe auftritt, ändert sich auch das Tunnelspektrum bei $\nu_T = 1$ qualitativ (siehe Abb. 2.14): Statt der Unterdrückung des Tunnelns in hohen Magnetfeldern, wie für schwächer gekoppelte Systeme weiter oben beschrieben, tritt eine starke resonante Verstärkung des Tunnelns auf. Spätere genauere Messungen [60] zeigten, dass diese Resonanz bei 50 mK nur eine Breite von $6 \mu\text{eV}$ hat; damit ist sie etwa 15 Mal schmaler und gleichzeitig etwa 150 Mal größer als die Tunnelresonanz bei $B = 0$ in derselben Probe!

Die Erklärung für dieses Phänomen liegt in der starken Interlagen-Korrelation des $\nu_T = 1$ Zustands. Bei hohen Dichten, wenn die Interlagen-Kopplung schwach ist, herrscht zwar eine starke Korrelation der Elektronen innerhalb der Schichten, doch nicht zwischen den Schichten. Ein tunnelndes Elektron kann daher schwer in dieses stark korrelierte System „eingefügt“ werden, was zu der schon oben beschriebenen Coulomb-Barriere führt. Im $\nu_T = 1$ QHE-Zustand bei kleinen Dichten dagegen ist die Interlagen-Korrelation sehr stark: Man kann sich vorstellen, dass korrelierte Interlagen-Exzitonen existieren, d. h. ein Elektron in einer Schicht ist gepaart mit einem Loch (einem fehlenden Elektron im *Leitungsband*) in der anderen Schicht. Es liegen sich also stets ein Elektron in der einen Schicht und ein Loch in der anderen

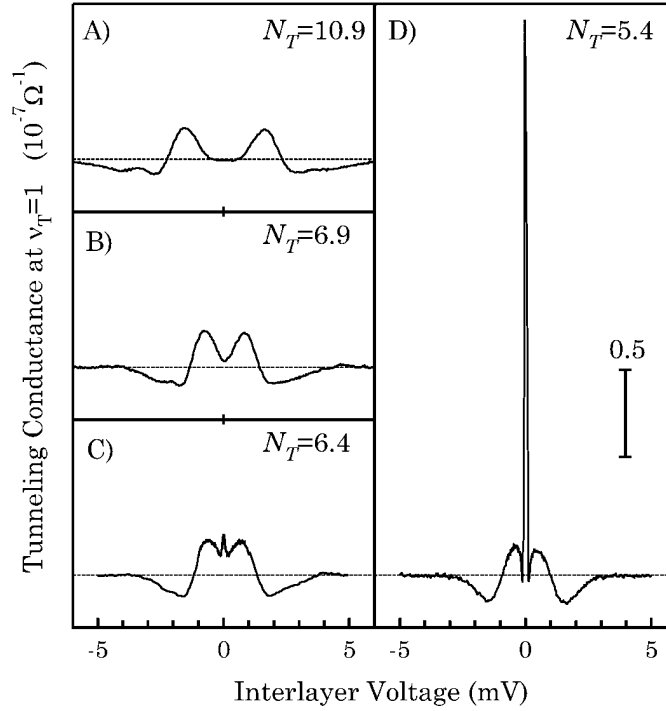


Abbildung 2.14: Tunnel-Leitfähigkeit in Abhängigkeit der Interlagen-Spannung V bei $\nu_T = 1$ und $T = 40$ mK in einem Doppellagen-System mit gleichen Dichten in beiden 2DES. Die Gesamtdichte N_T (in Einheiten von 10^{14} m^{-2}) nimmt von A) nach D) ab. Bei der kleinsten Dichte zeigt sich eine starke Tunnelresonanz bei $V = 0$. (Aus [59].)

Schicht gegenüber. Man kann sich anschaulich vorstellen, dass diese Interlagen-Korrelation zu einem erhöhten Tunneln führt.

Die geringe Breite der Resonanz deutet auf eine kollektive Mode hin, die Ladung zwischen den Schichten transferiert. Eine Pseudospin *Goldstone*-Mode, die für dieses System vorhergesagt wird, macht genau das. Das System kann, wie bei der Diskussion des $\nu_T = 1$ Zustands angedeutet, als *easy-plane* QH-Ferromagnet betrachtet werden. Die *Goldstone*-Mode beinhaltet eine Oszillation der Pseudospin-Magnetisierung in der xy -Ebene und in der z -Richtung senkrecht zu den 2DES; letztere kann man sich als eine antisymmetrische Interlagen-Plasmaoszillation vorstellen. Ist Tunneln möglich, führt diese letztere Pseudospin-Oszillation zu einem Ladungstransfer zwischen den Schichten und erklärt so die scharfe Tunnelresonanz bei $V = 0$ [59, 60].

Kürzlich wurde in diesem Doppellagen-System bei $\nu_T = 1$ quantisierter Hall-Drift beobachtet [61] (vgl. Abb. 2.15; zu Drift-Messungen siehe Abschn. 2.4.4). Die Messungen werden als ein Indiz für einen Superstrom von Interlagen-Exzitonen

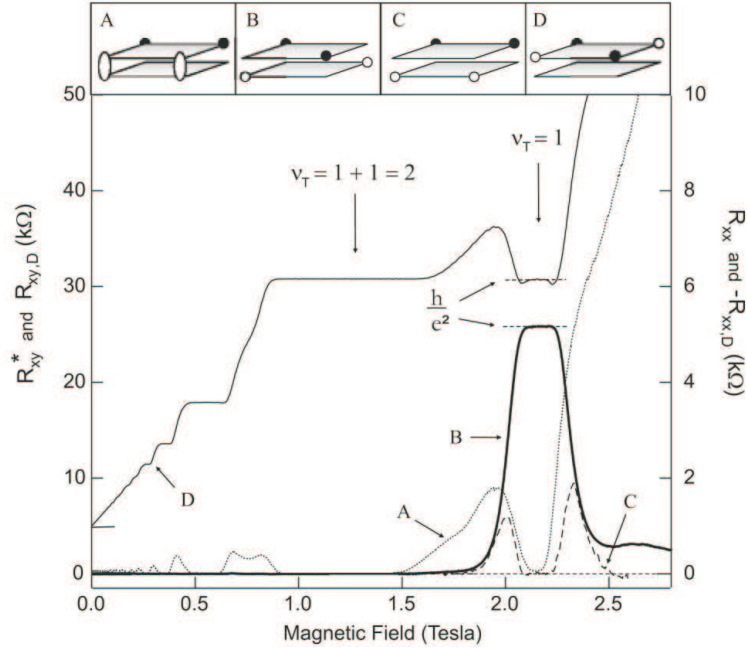


Abbildung 2.15: Längs-, Hall- und Drag-Widerstand einer stark gekoppelten Doppellagen-Struktur mit kleiner Dichte ($n_1 = n_2 = 2,6 \cdot 10^{14} \text{ m}^{-2}$) bei $T = 20 \text{ mK}$ (Kurve C: $T = 50 \text{ mK}$). Die Einsätze A bis D zeigen schematisch die Messkonfiguration der zugehörigen Kurven: Weiße Punkte sind Stromkontakte, schwarze Punkte dienen zum Messen von Potentialunterschieden. Kurve A: Längswiderstand R_{xx} in beiden Schichten; $\nu_T = 1$ QHE ist als Minimum sichtbar. Kurve B: Hall-Drag $R_{xy,D}$ ist um $\nu_T = 1$ auf h/e^2 quantisiert. Kurve C: Longitudinaler Drag $R_{xx,D}$ (Vorzeichen umgekehrt). Kurve D: Hall-Widerstand R_{xy}^* einer einzelnen Schicht (vertikal um $5 \text{ k}\Omega$ verschoben). (Aus [61].)

gewertet, wie er für ein solches System vorhergesagt wurde [62].

2.4.4 Systeme ohne Tunneln: Drag

Die Elektron-Elektron-Wechselwirkung ist verantwortlich für eine Reihe von Phänomenen wie dem FQHE, der Coulomb-Barriere für Tunnelsysteme oder auch der resonanten Verstärkung des Tunnelns bei $\nu_T = 1$ (vgl. letzter Abschnitt). Ein genaues Verständnis der e - e -Wechselwirkungen ist daher wünschenswert. Durch die Messung des Längswiderstands an 2DES lässt sich jedoch die e - e -Streuung aufgrund der Impulserhaltung nur indirekt untersuchen; Möglichkeiten hierzu sind die Messung der Dephasierungszeit von Elektronen durch Effekte der schwachen Lokalisierung [63] oder durch Interferenzeffekte im ballistischen Regime [64].

Eine Möglichkeit, die e - e -Streuung direkt zu untersuchen, bieten *Drag*-

Messungen. Im Gegensatz zu den meisten der bisher beschriebenen Experimenten an Doppellagen, bei denen Tunneln, also der Austausch von Ladungsträgern zwischen den Schichten, eine wesentliche Rolle spielt, findet bei Drag-Messungen nur ein Austausch von *Anregungen* zwischen zwei voneinander isolierten 2D-Schichten statt. Drag ermöglicht damit ein direktes Studium der Elektron-Elektron-Streuung. Diese lässt sich im Experiment für eine Vielzahl von Parametern wie Temperatur, Interlagen-Abstand, Ladungsträgerdichte oder Magnetfeld studieren. Da Drag-Messungen einen großen Teil dieser Arbeit ausmachen, sollen sie hier ausführlicher behandelt werden.

Für ein Drag-Experiment sind separate Kontakte an die beiden Schichten nötig; die Barriere zwischen den 2DES ist so dick, dass kein Tunneln stattfindet, in unseren Proben zwischen 13 und 120 nm. Abbildung 2.16 zeigt den schematischen Aufbau einer Drag-Messung: Durch eine der Schichten (aktive Schicht, „Drive“-Schicht) wird ein Strom I_{Drive} geschickt. Die Elektronen der Drive-Schicht können an Phononen und Störstellen in der gleichen Schicht gestreut werden, ein Maß dafür ist der Widerstand. Sie können jedoch auch an Elektronen der benachbarten Drag-Schicht gestreut werden, sie übertragen damit Impuls auf die Elektronen dort. Diese werden dadurch in die Richtung der Elektronen-Bewegung der Drive-Schicht mitgeführt; daher auch der Name Drag (engl. *drag* bedeutet „mitführen“). Sind die Kontakte in der Drag-Schicht offen, d. h. ist kein Stromfluss möglich, so baut sich eine Spannung U_{Drag} auf, die die Reibungskraft durch den Antriebsstrom gerade kompensiert.

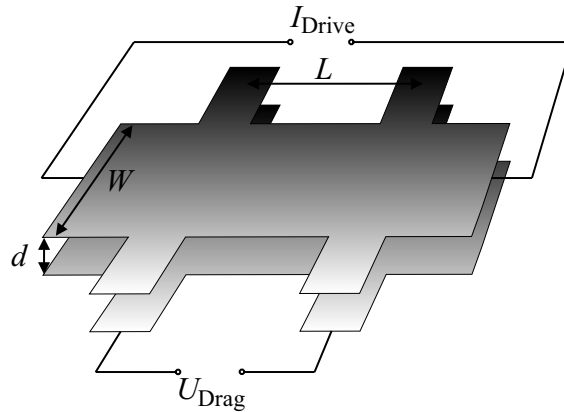


Abbildung 2.16: Schematischer Aufbau eines Drag-Experiments. Ein Antriebsstrom I_{Drive} in einer Schicht induziert in der anderen Schicht bei offenen Kontakten durch Reibung einen Spannungsabfall U_{Drag} . Der Abstand d der Schichten liegt zwischen 13 und 120 nm, W ist die Probenbreite und L der Abstand der Spannungsabgriffe in der Drag-Schicht.

Als Maß für die Reibung zwischen den Schichten definiert man den *Transferwiderstand* (oft kurz Drag genannt):

$$\rho_T = -\frac{W}{L} \frac{U_{\text{Drag}}}{I_{\text{Drive}}}. \quad (2.30)$$

Der Faktor W/L normiert den Transferwiderstand bei verschiedenen Probengeometrien. Das negative Vorzeichen kommt daher, dass Drag für Elektron-Elektron-Systeme als *positiv* definiert ist, jedoch der Spannungsabfall durch den Antriebsstrom in der Drive-Schicht (und damit I_{Drive}) und die Drag-Spannung unterschiedliche Vorzeichen haben. In Elektron-Loch-Systemen ist Drag daher *negativ*. Wie wir später jedoch sehen werden, kann auch in Elektron-Elektron-Systemen negativer Drag auftreten.

Der Impulsübertrag und damit U_{Drag} ist proportional zum Strom I_{Drive} ; diese Linearität gilt bis zu moderaten Strömen. Erst bei hohen Strömen, wenn es zu Aufheizeffekten kommt, gilt diese Linearität nicht mehr. Experimente werden stets im linearen Bereich durchgeführt.

Eine wichtige Eigenschaft des Drag ist, dass die Rolle von Drive- und Drag-Schicht vertauscht werden können, ohne dass sich das Resultat ändert. Dies ist eine Folge der *Onsager*-Relation für lineare Netzwerke [65, 46]. Im Experiment muss stets überprüft werden, ob diese grundlegende Relation erfüllt ist.

Die Interlagen-Streuung der Elektronen ist deutlich kleiner als die innerhalb der Schichten; der Transferwiderstand ist daher typischerweise zwei bis drei Größenordnungen kleiner als der Längswiderstand der beiden Schichten.

Theoretische Beschreibung des Drag

Wir wollen nun betrachten, wie es zu einer Kopplung zwischen den Schichten kommt, die zu einer Interlagen-Elektron-Elektron-Streuung und damit zu einem Impulstransfer führt.

Bei völlig gleichförmiger Ladungsverteilung in den beiden Schichten würde man keinen Drag beobachten. Erst die diskrete Natur der Elektronen und Dichtefluktuationen in den Schichten bewirken, dass Interlagen-Streuung stattfindet und eine Drag-Spannung sich aufbaut. Der Transferwiderstand ist direkt proportional zur Interlagen-Streurate.

Wie sieht nun die theoretische Beschreibung eines solchen Drag-Experiments aus? In der Linearen-Antwort-Theorie lässt sich Drag durch die Suszeptibilität der beiden Schichten sowie einen Wechselwirkungsterm ausdrücken [66, 67, 46]:

$$\rho_T = \frac{\hbar^2}{8\pi e^2 n_1 n_2 k_B T} \int_0^\infty dq q^3 \int \frac{d\omega}{2\pi} \left| \frac{V_{12}(q, \omega)}{\epsilon_{12}} \right|^2 \times \frac{\text{Im}\chi_1(q, \omega) \cdot \text{Im}\chi_2(q, \omega)}{\sinh^2(\hbar\omega/2k_B T)}. \quad (2.31)$$

Die Suszeptibilität $\chi(q, \omega)$ gibt die Antwort der Dichte $\delta\rho(q, \omega)$ auf ein externes Potential $\phi(q, \omega)$ an: $\delta\rho(q, \omega) = -\chi(q, \omega)\phi(q, \omega)$; umgekehrt verursacht eine Dichtefluktuation $\delta\rho(q, \omega)$ ein Potential $\phi(q, \omega)$. Anders ausgedrückt gibt $\chi(q, \omega)$ an, welche Einteilchen-Anregungen in einem 2DES bei der Frequenz ω (oder der entsprechenden Energie $\hbar\omega$) und dem Wellenvektor q möglich sind.

Der Term $V_{12}(q, \omega)/\epsilon_{12}$ ist die abgeschirmte Interlagen-Wechselwirkung (mit der reinen Interlagen-Wechselwirkung V_{12} und der dielektrischen Funktion zwischen den Schichten ϵ_{12}). Dieser Wechselwirkungsterm nimmt eine Gewichtung der Einteilchen-Anregungen $\chi(q, \omega)$ der einzelnen Schichten vor und gibt somit an, bei welchen q, ω eine Interlagen-Kopplung auftritt. Die Integrale summieren die Beiträge zum Drag bei allen Energien $\hbar\omega$ und Impulsen $\hbar q$, die von einer Schicht auf die andere übertragen werden. Die Temperaturabhängigkeit ist schließlich durch den Term $\sinh^2(\hbar\omega/2k_B T)$ gegeben.

Coulomb-Kopplung

Wir wollen nun den Fall der Coulomb-Kopplung zwischen den Schichten bei $B = 0$ näher betrachten. Die Interlagen-Wechselwirkung hat dann die Form $V_{12}(q, \omega) = 2\pi e^2 \exp(-qd)/\kappa q$ mit dem Interlagen-Abstand d und $\kappa = 4\pi\epsilon\epsilon_0$. Für die abgeschirmte Interlagen-Wechselwirkung geben Jauho und Smith [66] folgenden Ausdruck an:

$$\left| \frac{V_{12}(q, \omega)}{\epsilon_{12}} \right| = \frac{\pi e^2}{\kappa} \cdot \frac{q}{q_{\text{TF}}^2 \sinh(qd)}. \quad (2.32)$$

Dabei ist $q_{\text{TF}} = 2me^2/\kappa\hbar^2$ die Thomas-Fermi-Abschirmlänge. Für die Suszeptibilitäten lassen sich Näherungen angeben: Vernachlässigt man die endliche Ausdehnung des 2DES in z -Richtung und berücksichtigt, dass die Coulomb-Wechselwirkung im Wesentlichen Kleinwinkelstreuung mit $q < k_F$ ist, so erhält man für $T \rightarrow 0$:

$$\text{Im}\chi \approx \frac{m\omega^2}{2\pi\hbar^3 q k_F}. \quad (2.33)$$

Damit erhält man für den Transferwiderstand nach Gl. 2.31 folgenden Ausdruck:

$$\rho_T = \frac{\zeta(3)\pi k_B^2}{8\hbar^3} \cdot \frac{m^2 T^2}{q_{\text{TF}}^2 k_{F_1}^2 k_{F_2}^2 d^4}. \quad (2.34)$$

Dabei ist $\zeta(3) = 1,202\dots$. Die wichtigsten Eigenschaften dieses Ergebnisses sind zum einen die starke Abstandsabhängigkeit $\rho_T \propto d^{-4}$; die Coulomb-Wechselwirkung ist also sehr kurzreichweitig und spielt nur bei kleinem Interlagen-Abstand eine Rolle. Zum anderen ist das Temperaturverhalten $\rho_T \propto T^2$; man erhält dies auch aus einfachen Phasenraumüberlegungen: Das Paulische Ausschließungsprinzip beschränkt

Streuung auf solche Zustände, die innerhalb von $k_B T$ der Fermi-Oberfläche liegen, und jede der beiden Schichten liefert einen Faktor T .

Damit konnten erste Messungen [65] an Doppellagen mit dünner Barriere gut erklärt werden. Doch zeigten Experimente an Proben mit größerer Barriere einerseits deutliche Abweichungen im Temperaturverhalten, andererseits war die Drag-Amplitude größer als für Coulomb-Kopplung erwartet [68]. Diese Ergebnisse konnten durch eine langreichweitige Phonon-Kopplung zwischen den Schichten erklärt werden. Sie soll hier jedoch nicht weiter behandelt werden, da sie für unsere Messungen keine Rolle spielt.

Kopplung im Magnetfeld

Drag-Messungen im Magnetfeld wurden aufgrund der besonderen technischen Schwierigkeiten erst mehrere Jahre nach den ersten Drag-Messungen bei $B = 0$ veröffentlicht [69, 70]. Gerade in starken Magnetfeldern führt die e - e -Wechselwirkung zu einer Fülle neuer Phänomene wie dem FQHE; doch auch im IQHE spielt sie eine gewisse Rolle. Ein Studium der e - e -Wechselwirkungen im Magnetfeld mit Hilfe von Drag kann daher zu einem besseren Verständnis dieser Effekte beitragen.

Theoretische Untersuchungen des Drag im Magnetfeld beziehen sich fast ausschließlich auf die Coulomb-Wechselwirkung [71, 72, 73], die in den betrachteten stark gekoppelten Systemen die vorherrschende Rolle spielt. Wir wollen hier nur einen kurzen qualitativen Überblick geben, in den experimentellen Kapiteln erfolgt später eine ausführlichere Diskussion und ein Vergleich mit unseren Daten.

In einem quantisierenden Magnetfeld besteht die Zustandsdichte, wie wir weiter oben gesehen haben, aus einer Serie von Landau-Niveaus, die in realen Proben durch Unordnung verbreitert sind (vgl. Gl. 2.23). Im Vergleich zu $B = 0$ ist in halb gefüllten Landau-Niveaus aufgrund ihres hohen Entartungsgrades die Zustandsdichte an der Fermi-Kante deutlich größer; zwischen den Landau-Niveaus dagegen verschwindet die Zustandsdichte und es entwickelt sich eine Anregungslücke. Diese Verhältnisse spiegeln sich auch in $\text{Im}\chi(q, \omega)$ und damit im Drag wider: Aufgrund der hohen Zustandsdichte in halb gefüllten Landau-Niveaus hat Drag eine größere Amplitude als für $B = 0$, die Anregungslücke für ganzzahlige Füllfaktoren führt zum Verschwinden des Drag.

Messungen des Drag im Magnetfeld zeigten jedoch, dass Drag nicht einfach dem Verlauf der Zustandsdichte an der Fermikante folgt wie der Längswiderstand einer Schicht, unter bestimmten Bedingungen treten zusätzliche Minima und sogar Vorzeichenwechsel auf, die im Rahmen einer einfachen Phasenraum-Argumentation nicht mehr erklärt werden können. In Kapitel 6.1.4 werden wir daher ein erweitertes Modell für Drag im Magnetfeld präsentieren.

Für den Fall $\nu = 1/2$ in beiden Schichten, wenn man jedes einzelne 2DES als

ein System von Composite Fermions betrachten kann, lässt sich ein analytischer Ausdruck für $\text{Im}\chi$ angeben. Insbesondere folgt eine spezielle Temperaturabhängigkeit $\rho_T \propto T^{4/3}$. Drag-Messungen bei $1/2$ können also Aufschluss darüber geben, ob die theoretischen Modelle die Physik in diesem System richtig beschreiben. Näheres dazu findet sich in Kapitel 6.2.

3 Proben

Die Qualität der verwendeten Proben ist von entscheidender Bedeutung: Messungen zum FQHE erfordern besonders reine Proben, die eine hohe Elektronenbeweglichkeit besitzen; für Drag-Messungen muss die Anzahl der Kristalldefekte in der Probe möglichst klein sein, da sie eine Ursache für unerwünschte Kurzschlüsse zwischen den leitfähigen Schichten sein können. Dieses Kapitel beschreibt die Herstellung und die Struktur der Proben sowie die aufwendige Prozessierung, die zur separaten Kontaktierung nah benachbarter Elektronengase notwendig ist.

3.1 Herstellung und Struktur

Alle Untersuchungen in dieser Arbeit werden an Proben aus Galliumarsenid / Aluminiumgalliumarsenid durchgeführt. Die Proben werden mit Hilfe der Molekularstrahlepitaxie (MBE = *Molecular Beam Epitaxy*) hergestellt, einem speziellen Aufdampfverfahren, bei dem im Ultrahochvakuum die Materialien Gallium, Aluminium und Arsen in Tiegeln verdampft und auf einem einkristallinen GaAs-Substrat (Wafer) epitaktisch abgeschieden werden. Verschlussklappen vor den einzelnen Tiegeln erlauben es, abwechselnd Schichten aus GaAs, AlAs oder $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ aufzuwachsen; ein zusätzlicher Tiegel mit Silizium erlaubt Schichten mit n -Dotierung.

Für Drag-Messungen werden Proben mit zwei nah benachbarten zweidimensionalen Elektronensystemen (2DES) benötigt. Wir realisieren dies mit einer Doppelquantumwell-Struktur (vgl. Abb. 3.1). Die beiden GaAs Quantumwells (QWs) sind in undotiertes $\text{Al}_{0,33}\text{Ga}_{0,67}\text{As}$ eingebettet, die Barriere zwischen den QWs besteht in unseren Proben aus $\text{Al}_{0,33}\text{Ga}_{0,67}\text{As}$, AlAs oder einem kurzperiodischen Supergitter mit 2 nm AlAs / 2 nm GaAs. Typische Dicken der Barriere liegen je nach Probe zwischen 13 und 120 nm und sind damit groß genug, dass kein Tunneln zwischen den Schichten auftritt; die QWs sind 15, 20 oder 25 nm breit. Im Abstand von 80 nm unterhalb und 60 nm oberhalb der QWs befinden sich mit Silizium dotierte Schichten von 40 nm Dicke, die Elektronendichten von etwa 1 bis $2 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ in jedem QW erzeugen. In manchen Strukturen ist die untere Dotierschicht 35 nm, was zu einer geringfügig kleineren Dichte führt. Unterhalb dieser Struktur befin-

GaAs	20 nm
AlGaAs:Si	40 nm
AlGaAs	60 nm
GaAs-QW	w
Barriere	d
GaAs-QW	w
AlGaAs	80 nm
AlGaAs:Si	40 nm
Supergitter	300 nm
(LT-)GaAs	100 nm
n^+ -Backgate	100 nm
Semi-isolierendes GaAs-Substrat	

Abbildung 3.1: MBE-Schichtstruktur der verwendeten Proben. Die verschiedenen Proben unterscheiden sich in der Breite w der Quantumwells sowie die Dicke d der Barriere. Die LT-GaAs-Schicht kann in sehr reinen MBE-Anlagen auch durch GaAs oder ein Supergitter ersetzt werden.

det sich eine hochdotierte n^+ -Schicht, die als Backgate verwendet wird. Sie wird in einem separaten Schritt vorstrukturiert (siehe Abschnitt 3.2.2) und dann mit der restlichen Schichtfolge überwachsen. Diese Vorstrukturierung ist notwendig, um beide QWs separat kontaktieren zu können (siehe Abschnitt 3.2.1). Zwischen dem Backgate und den aktiven Schichten liegen noch 100 nm LT-GaAs sowie 300 nm eines kurzperiodischen Supergitters mit 2 nm GaAs / 2 nm AlAs. LT-GaAs (LT = low temperature) wird bei einer niedrigeren Substrat-Temperatur (230°C) gewachsen als der Rest der Struktur und soll verhindern, dass ein Leckstrom zwischen Backgate und den Quantumwells fließen kann [74]. Es hat sich jedoch herausgestellt, dass in sehr reinen MBE-Anlagen die LT-GaAs-Schicht durch GaAs oder ein Supergitter ersetzt werden kann, ohne dass nennenswerte Leckströme auftreten. Das Supergitter hat die Aufgabe, Oberflächenrauigkeiten auszugleichen und so die Zahl der Kristalldefekte beim Wachstum möglichst klein zu halten.

3.2 Separate Kontaktierung zweier Quantumwells

Drag-Messungen erfordern separate elektrische Kontakte an die beiden Quantumwells. Dies wurde erstmals von Eisenstein *et al.* mit der Technik der *selektiven Verarmung* gelöst [75]. Wir beschreiben hier das Konzept sowie die Realisierung dieser Technik in unseren Proben.

3.2.1 Selektive Verarmung

Elektrische Kontakte an Halbleiterstrukturen werden in der Regel hergestellt, indem ein Metall auf die Oberfläche aufgebracht und anschließend auf mehrere hundert Grad Celsius erwärmt wird. Dabei diffundiert das Metall in den Halbleiter und wird als Dotierstoff in den Kristall eingebaut: Der Halbleiter wird im Kontaktbereich leitfähig. Die Eindringtiefe des Metalls beim Diffusionsvorgang ist jedoch nur schwer zu kontrollieren, so dass nah benachbarte Quantumwells, wie sie in unseren Proben vorliegen, stets gleichzeitig kontaktiert werden.

Man kann nun den Feldeffekt benutzen, um einen der beiden Quantumwells von einem Kontakt zu entkoppeln (vgl. Abb. 3.2). Dazu werden auf die Vorder- und

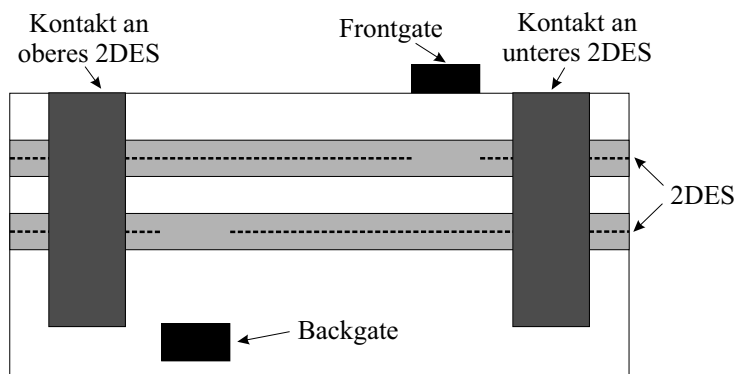


Abbildung 3.2: Technik der selektiven Verarmung: Durch Anlegen einer ausreichenden Spannung wird das näherliegende 2DES im Bereich des Gates verarmt und so vom Kontakt isoliert.

Rückseite der Struktur Gates aufgebracht. Legt man eine ausreichende Spannung an diese Gates, so wird der jeweils näherliegende Quantumwell im Bereich des Gates entvölkert und es entsteht ein isolierender Bereich; der andere Quantumwell dagegen bleibt leitfähig. Durch geschickte Anordnung der Front- und Backgates kann man

erreichen, dass ein Teil der Kontakte nur mit dem oberen, ein anderer Teil nur mit dem unteren 2DES verbunden ist.

Die Gates auf der Vorderseite der Probe können durch einfaches Aufdampfen von dünnen Metallstreifen erzeugt werden. Da die 2DES weniger als 200 nm unter der Oberfläche liegen, ist die geometrische Kapazität zwischen Gate und 2DES so groß, dass nur etwa -0,5 V zum Abschnüren nötig sind. Die Gates auf der Substratseite sind problematischer: Benutzt man Metallgates auf der Substratrückseite, so sind aufgrund des großen Abstands zu den QWs (500 μm) über 1000 V Spannung nötig, zudem wird das elektrische Feld der Gates sehr inhomogen. Erstmals gelöst wurde das Problem von Eisenstein *et al.*, indem das Substrat auf 50 μm gedünnt wurde [75]. Dadurch waren nur noch Spannungen von etwa 100 V nötig, gleichzeitig wird jedoch die Handhabung der extrem dünnen Proben schwierig.

3.2.2 Vergrabene Backgates

Eine andere Technik, nah benachbarte 2DES mit Hilfe der selektiven Verarmung separat zu kontaktieren, wurde von Rubel *et al.* in Stuttgart entwickelt [70, 76]. Da wir diese Technik für all unsere Proben verwenden, wird sie im Folgenden ausführlich beschrieben.

Zunächst wird auf einem Substrat eine 100 nm dicke, siliziumdotierte GaAs-Schicht mit MBE aufgewachsen (Si-Konzentration: $2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$), die auch bei tiefen Temperaturen noch leitfähig ist; diese Schicht dient später als Backgate. Da jedoch nur an bestimmten Stellen der Probe ein Backgate benötigt wird, muss diese Schicht teilweise entfernt werden. Dies geschieht durch Photolithografie und anschließendes nasschemisches Ätzen: Der Wafer wird gleichmäßig mit Photolack beschichtet, dann durch eine Photomaske, die die Backgate-Strukturen enthält, belichtet und entwickelt. Die verbleibenden Lackmuster auf der Oberfläche dienen als Ätzmaske. Da die geätzten Backgate-Strukturen später in der MBE-Anlage mit den restlichen Schichten überwachsen werden sollen, dürfen beim Ätztvorgang keine scharfen Kanten oder Rauigkeiten auf der Oberfläche entstehen. An diesen Stellen ist das einkristalline Wachstum der Schichten gestört, die entstehenden Defekte können zu Leckströmen zwischen Backgate und den Quantumwells führen oder gar das über die Kante verlaufende 2DES unterbrechen. Eine Ätzlösung aus gepufferter Flusssäure, Wasserstoffperoxid und Wasser im Verhältnis 6 : 1 : 60 liefert sehr flache Ätzwinkel von etwa 6° [77]. Damit wird an den nicht von Photolack bedeckten Stellen die hochdotierte Schicht weggeätzt.

Das so vorstrukturierte Substrat muss vor dem Wiedereinbau in die MBE-Anlage gründlich gereinigt werden, zum einen, um eine Verschmutzung der Anlage zu vermeiden, zum anderen, um ein sauberes Wachstum der Struktur zu gewährleisten. Eine von Fronius, Fischer und Ploog [78] entwickelte Reinigungsprozedur zum Ent-

fernen von Kohlenstoff-Verunreinigungen von Substrat-Oberflächen hat sich auch für unsere vorstrukturierten Substrate bewährt. Sie besteht aus mehreren Schritten:

- Kochen in Aceton für 5 min.
- Ultraschallbad in konzentrierter Schwefelsäure für 10 min.
- Spülen in DI-Wasserbecken mit Ultraschall für 10 min.
- Semicoclean-Bad für 2 min. (zwei Mal, dazwischen 10 min. Spülen mit DI-Wasser).
- Spülen in DI-Wasserbecken mit Ultraschall für 10 min.
- Trocknen des Wafers.
- Heizen des Wafers auf einer Molybdänplatte (300°C) für 5 min., um eine stabile Oxidschicht zu bilden.

Danach können die Wafer in die MBE-Anlage eingebaut werden. Auch ein Verpacken und Verschicken der so präparierten Wafer ist problemlos möglich: Mehrere in dieser Arbeit verwendete Proben wurden am Walter-Schottky-Institut in München gewachsen.

3.3 Prozessierung

Aus der fertig gewachsenen Schichtstruktur mit vorstrukturierten Backgates müssen nun in mehreren Schritten die Proben prozessiert werden. Das beinhaltet die Strukturierung der 2DES, das Herstellen von Kontakten und das Anbringen von Frontgates. In den folgenden Abschnitten werden die einzelnen Schritte ausführlich beschrieben.

3.3.1 Hallbar

Um definierte Strompfade in den 2DES zu haben, werden sie in Form einer Hallbar mit Kontaktärmchen strukturiert (vgl. Abb. 3.3). Die gesamten Abmessungen der Struktur betragen 2 mm auf 1,5 mm, die Hallbar selbst ist 80 μm breit, die inneren bzw. äußeren Kontaktärmchen haben jeweils einen Abstand von 680 μm bzw. 880 μm voneinander. Die Strukturierung erfolgt mit Photolithografie und anschließendem nasschemischen Ätzen mit einer Lösung von Schwefelsäure und Wasserstoffperoxid in Wasser. Dabei wird durch beide Quantumwells durchgeätzt, um sicherzustellen, dass nur Strom in der so genannten *Mesa* fließen kann. Bei der

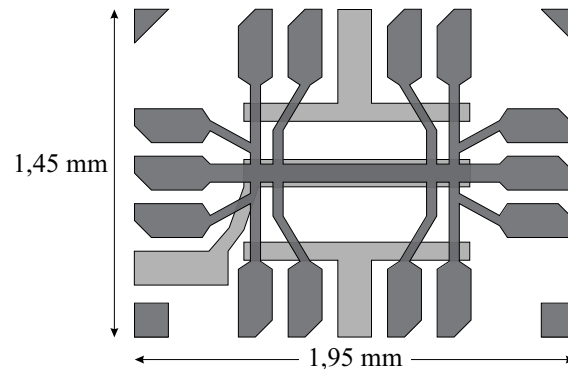


Abbildung 3.3: Die durch nasschemisches Ätzen definierte Mesa (schwarz) muss mit hoher Genauigkeit an den vorstrukturierten Backgates (grau) ausgerichtet werden.

Photolithografie muss darauf geachtet werden, dass die Mesa exakt zu den vorstrukturierten Backgates ausgerichtet wird, damit die Gates wie vorgesehen wirken können (siehe Abb. 3.3).

3.3.2 Ohmsche Kontakte

Ohmsche Kontakte an die 2DES werden durch Aufdampfen von Gold / Germanium / Nickel und anschließendes Einlegieren hergestellt. Die Geometrie der Kontakte wird durch Photolithografie bestimmt; nach dem Aufdampfen der Metalle wird der Photolack mitsamt der Metallschicht abgelöst, nur dort, wo Kontakte definiert sind, bleibt das Metall auf der Oberfläche haften (Lift-Off-Prozess). Das Einlegieren selbst geschieht in einem speziellen Ofen unter Formiergas-Atmosphäre.

Das Ziel ist, Kontakte mit linearer Strom-Spannungs-Kennlinie und möglichst geringem Widerstand zu erhalten. Untersuchungen zum Einfluss verschiedener Parameter auf die Qualität der Kontakte wurden von U. Graumann durchgeführt [79]. Er variierte systematisch Dicke und Zusammensetzung der Metalle sowie Einlegiertemperatur und -dauer und fand so ein „Standard-Rezept“, das für die meisten der von ihm verwendeten Proben gute Ergebnisse lieferte (Metalle: 107,2 nm Au, 52,8 nm Ge, 40 nm Ni; Einlegieren bei 440°C). Liegt das 2DES mehr als 80 nm unter der Oberfläche, müssen die Schichtdicken erhöht werden. Außerdem fand er eine Abhängigkeit der Kontaktwiderstände von der Kristallrichtung: Verläuft die Grenzfläche zwischen Kontakt und 2DES entlang der [011]-Richtung, so sind die Widerstände zum Teil um Größenordnungen schlechter als in der Richtung senkrecht dazu. Desweiteren sinkt der Kontaktwiderstand mit zunehmender Länge der Grenzlinie zwischen Kontakt und 2DES. Um zu vermeiden, dass in hohen Magnetfeldern der Kontakt von den stromführenden Randkanälen abgekoppelt ist (Corbino-Effekt),

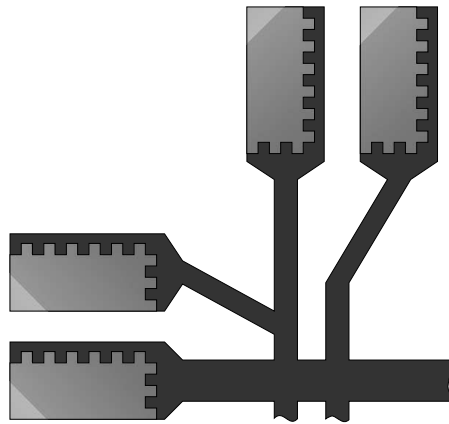


Abbildung 3.4: Mesa (schwarz) mit Kontakten (grau). Die abgeschnittene Ecke der Mesa stellt sicher, dass der Kontakt an einer Stelle über den Rand des 2DES hinausreicht. Die Zacken verlängern die Grenzlinie zwischen Kontakt und 2DES und garantieren, dass beide Kristallrichtungen gleichermaßen kontaktiert werden.

muss der Kontakt über den Rand des 2DES hinausragen. Eine verbesserte Geometrie der Kontakte sowie der Mesa berücksichtigt all diese Aspekte (vgl. Abb. 3.4).

Für unsere Proben mit 20 nm breiten QWs liefert die Standard-Rezeptur gute Kontakte. Es war jedoch bisher nicht möglich, hochbewegliche Proben aus München mit 15 nm breiten QWs mit Au/Ge/Ni zu kontaktieren; diese Proben wurden mit Indium kontaktiert, das mit einer feinen Lötspitze aufgebracht und einlegiert wurde. Für unsere Drag-Proben sind diese Kontakte jedoch ungeeignet: Zum einen haben sie eine Ausdehnung von etwa 0,5 mm und sind damit zu groß, zum anderen bilden sich durch das Löten Indium-Spritzer auf der Oberfläche, die die Funktion der Frontgates beeinträchtigen könnten.

Deshalb werden im Rahmen dieser Arbeit die Au/Ge/Ni-Kontakte für 15 nm breite QWs optimiert. Um sicherzustellen, dass die Metalle weit genug eindiffundieren und die 2DES zuverlässig kontaktieren, werden die Schichtdicken um den Faktor drei erhöht. Ausgehend davon werden folgende Parameter bei der Herstellung der Testproben variiert:

- Nickel-Gehalt (100 nm, 80 nm, 60 nm),
- Einlegiertemperatur (410°C, 440°C),
- Einlegierdauer (50 s, 300 s).

Zur Bestimmung der Kontaktwiderstände wird die *transmission line method* (TLM) verwendet: Es wird eine Mesa geätzt und in verschiedenen Abständen werden Kontakte aufgedampft. Man misst dann den Widerstand zwischen jeweils benachbarten

Kontakten und trägt diesen Wert gegen die Länge des dazwischenliegenden 2DES auf. Durch Extrapolation gegen Abstand Null erhält man den zweifachen Kontaktwiderstand ohne den Beitrag des 2DES (vgl. [79]). Der Widerstand der Messleitungen muss davon noch abgezogen werden. Die verwendeten TLM-Strukturen ermöglichen zudem die Bestimmung der Kontaktwiderstände für beide Kristallrichtungen.

Dabei zeigt sich eine sehr starke Anisotropie: Eine der beiden Richtungen weist deutlich schlechtere Kontakte auf, die zum Teil überhaupt keine Leitfähigkeit zeigen oder einen um mehrere Größenordnungen höheren Widerstand haben als für die andere Richtung; zudem sind die Strom-Spannungs-Kennlinien nicht linear. Die gute Richtung dagegen hat Widerstände von deutlich unter 1 k Ω bei linearem Verhalten: Stromfluss findet also praktisch nur in dieser Richtung statt.

Für die „gute Richtung“ liefert das Einlegieren bei 410°C stets bessere Kontakte als bei 440°C. Dagegen führt längeres Einlegieren (300 s statt 50 s) bei 100 nm und 80 nm Nickel zu schlechteren, bei 60 nm Nickel aber zu etwas besseren Kontaktwiderständen. Zwar ergibt 100 nm Ni / 50 s / 410°C mit etwa 40 Ω die geringsten Widerstände pro Kontakt, doch schwanken die Werte für die einzelnen Kontakte stark. Mit 60 nm Ni / 300 s / 410°C erhält man gut reproduzierbare Widerstände mit etwa 50 Ω pro Kontakt.

Die „schlechte Richtung“ zeigt vor allem eine starke Abhängigkeit vom Nickel-Gehalt: Während mit 100 oder 80 nm Nickel viele Kontakte überhaupt keine Leitfähigkeit zeigen und die funktionierenden stark nichtlinear sind, funktionieren bei 60 nm Nickel alle Kontakte, die Widerstände liegen um 1 k Ω und zeigen annähernd lineares Verhalten.

Für unsere Doppelquantumwell-Struktur mit 15 nm breiten QWs wird daher folgendes Rezept für Kontakte verwendet: 321,6 nm Au, 158,4 nm Ge und 60 nm Ni, die für 300 s bei 410°C einlegiert werden. Das führt zu den gewünschten gut reproduzierbaren Kontakten mit kleinem Widerstand und linearer Strom-Spannungs-Kennlinie.

Das Kontaktieren der vergrabenen n^+ -Backgates ist unproblematisch: Dicke, hochdotierte Schichten sind einfacher zu kontaktieren als Quantumwells, außerdem ist die Qualität der Kontakte nicht entscheidend, da kein Strom durch sie fließt. Deswegen werden die Backgate-Kontakte gleichzeitig mit den 2DES-Kontakten aufgedampft und einlegiert.

Alle Kontakte erhalten später noch eine Metallisierung (> 100 nm Gold), die in der Regel zusammen mit den Frontgates aufgedampft wird (siehe nächster Abschnitt). Dadurch wird das Bonden der Proben erleichtert.

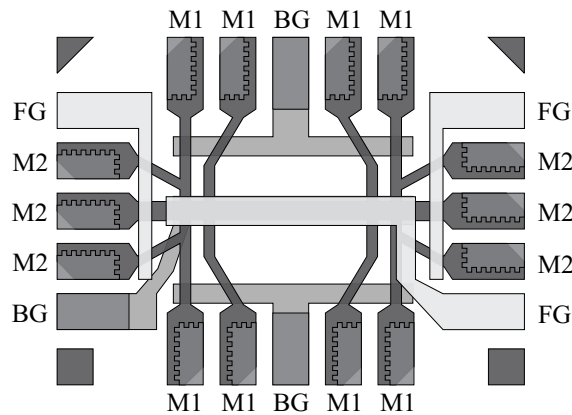


Abbildung 3.5: Mesa mit Kontakten, vorstrukturierte Backgates (BG) und Metall-Frontgates (FG). Nach Anlegen der Gate-Spannungen werden die mit M1 bezeichneten Kontakte nur das obere 2DES, die mit M2 bezeichneten nur das untere 2DES kontaktieren.

3.3.3 Frontgates

Als letzter Schritt der Prozessierung werden Frontgates aus Metall aufgedampft. Die Struktur der Gates wird wiederum mit Photolithografie definiert: Dies sind zum einen die Hilfsgates, die für die separate Kontaktierung der beiden 2DES benötigt werden und über einen Teil der Kontaktärmchen verlaufen, zum anderen ein großes Gate, das den zentralen Bereich der Hallbar bedeckt (vgl. Abb. 3.5). Nach dem Belichten und Entwickeln wird zunächst eine dünne Schicht Titan (10 bis 20 nm) aufgedampft, die jedoch nur als Haftvermittler für die folgende Goldschicht dient. Die Dicke der Goldschicht muss mindestens so groß wie die Ätztiefe der Mesa sein, da sonst die Gates an den Mesakanten unterbrochen sind. Zusätzlich kann man die Probe unter einem kleinen Winkel in die Aufdampfanlage einbauen und beim Aufdampfen rotieren, so dass ein Teil des Metalls direkt auf die Ätzflanke aufgebracht wird. Typische Schichtdicken für Gold liegen zwischen 200 und 300 nm.

Diese dicken Metallschichten bewirken aufgrund der unterschiedlichen thermischen Ausdehnungskoeffizienten beim Abkühlen der Probe auf unter 4 K beträchtliche Verspannungen im Halbleiter und damit auch in den QWs mit den 2DES. Das ist wahrscheinlich auch der Grund dafür, dass in Proben mit Metall-Frontgates der fraktionale Quanten-Hall-Effekt (FQHE) schwächer ausgeprägt ist als in Proben ohne Frontgates.

Um die Verspannungen zu reduzieren, kann man die Dicke der Metallschicht verringern; mit Gold-Palladium lassen sich Schichtdicken von unter 10 nm realisieren (das aufgedampfte AuPd bildet Inseln auf der Oberfläche, die unterhalb einer gewissen Dicke nicht mehr leitfähig miteinander verbunden sind). Allerdings darf in

diesem Fall die Mesa keine steilen Ätzflanken aufweisen, wie sie mit der normalerweise verwendeten Ätzlösung entstehen. Stattdessen ist ein sehr flacher Ätzwinkel nötig, damit auch eine dünne Metallschicht nicht unterbrochen wird. Deswegen muss – wie auch zum Vorstrukturieren der Backgates – eine gepufferte Flusssäurelösung für die Mesa verwendet werden.

Eine weitere Möglichkeit besteht darin, schon beim Probenwachstum eine dicke Pufferschicht zwischen den QWs und der Oberfläche zu wachsen, da die Verspannungen mit zunehmendem Abstand vom Metallgate abnehmen.

In unseren Doppelschichtstrukturen bietet sich noch eine andere Möglichkeit, die Probleme zu umgehen, die sich durch ein Frontgate ergeben: Es werden nur die Hilfgates, jedoch nicht das zentrale Gate auf der Hallbar aufgedampft. Auf diese Weise lassen sich noch separate Kontakte an die beiden 2DES realisieren, doch werden die Messungen nicht mehr durch Verspannungen beeinträchtigt. Die Dichte im oberen 2DES, die sonst mit dem Frontgate eingestellt wird, lässt sich nun durch eine Spannung, die zwischen den beiden 2DES angelegt wird, ändern. Alle Messungen zum FQHE wurden auf diese Weise durchgeführt.

Zuletzt wird die Probe in ein Chip-Gehäuse geklebt und gebondet. Dadurch wird die spätere Handhabung der Proben – vor allem der Einbau in Kryostaten – deutlich vereinfacht.

3.3.4 Funktion der Proben

Nach dem Prozessieren werden die Proben bei der Temperatur von flüssigem Helium (4,2 K) auf ihre Funktionsfähigkeit getestet. Zunächst werden die Gates überprüft: Es wird eine Spannung zwischen 2DES und den Gates angelegt und der Leckstrom gemessen. An die Hilfs-Backgates werden später bis zu $-2,5$ V, an die Hilfs-Frontgates bis zu $-0,5$ V angelegt; bei diesen Spannungen ist das jeweils benachbarte 2DES im Bereich des Gates vollständig verarmt, während das weiter entfernte noch leitfähig ist. Die gemessenen Leckströme liegen bei guten Proben unter 10 pA, was etwa dem Isolationswiderstand der Anschlusskabel in unserem Aufbau zum Testen der Proben entspricht. Für die großflächigen Front- und Backgates gelten ähnliche Anforderungen, es werden jedoch auch positive Spannungen angelegt, um die 2DES anzureichern. Die Gatewirkung auf die 2DES wird jeweils durch die Änderung der Leitfähigkeit nachgewiesen.

Wenn alle Gates funktionieren, werden an die Hilfgates die jeweiligen Verarmungsspannungen angelegt. Danach sollte zwischen den Kontakten M1 und M2 in Abb. 3.5, also zwischen den beiden 2DES, keine Leitfähigkeit mehr bestehen; wird eine Spannung zwischen diesen Kontakte angelegt, so beträgt bei guten Proben der Widerstand im Bereich von etwa -30 mV ... $+30$ mV mehrere G Ω . Jenseits dieser

Spannungen werden die verarmten Bereiche wieder leitfähig; der Spannungsbereich, für den die beiden Schichten isoliert sind, lässt sich mit den Hilfgate-Spannungen einstellen. Hat die Barriere zwischen den 2DES dagegen ein Leck (z. B. durch einen Defekt), so wird man einen Widerstand von wenigen $M\Omega$ oder gar $k\Omega$ messen: Die Probe ist unbrauchbar.

4 Experimenteller Aufbau

Um Quanteneffekte beobachten zu können, müssen die Experimente bei Temperaturen von wenigen Kelvin oder gar Millikelvin und in hohen Magnetfeldern durchgeführt werden. Die Messung von Drag-Signalen stellt darüber hinaus besondere Anforderungen an die Messtechnik und Signalverarbeitung. In diesem Kapitel wird auf die nötige Kryotechnik kurz eingegangen sowie der Messaufbau und die Durchführung der Messungen beschrieben.

4.1 Magnetkryostaten

Für die Messungen werden die Proben in einen Kryostaten eingebaut. Der Tank wird mit flüssigem Helium-4 (4,2 K) gefüllt; im Helium-Tank ist eine supraleitende Spule montiert, mit der sich Magnetfelder bis zu 11 bzw. 18 T (je nach verwendetem Kryostat) erzeugen lassen.

Um Probentemperaturen zwischen etwa 0,25 und 20 K zu erreichen, wird ein Helium-3-Kryostateneinsatz benutzt. Mit einer Sorptionspumpe wird der ^3He -Dampf über der Flüssigkeit abgepumpt; dadurch lassen sich Temperaturen bis zu 240 mK erreichen. Ein zusätzlicher Heizer erlaubt die stufenlose Erhöhung der Temperatur bis über 20 K. Die Probe ist im Vakuum montiert und wird durch 150 μm dicke Anschlussdrähte aus Kupfer gekühlt, die am ^3He -Topf thermisch verankert sind. Ein Rotationsmechanismus erlaubt das Verkippen der Probe im Magnetfeld

Für tiefere Temperaturen wird die Probe in einen $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Mischungskryostaten mit einer Basistemperatur von ~ 20 mK eingebaut; die Probe befindet sich dabei direkt in der Mischungskammer. Durch einen Heizer lässt sich die Probentemperatur auf über 700 mK erhöhen. Ein Rotationsmechanismus erlaubt auch hier das Verkippen der Probe während der Messungen.

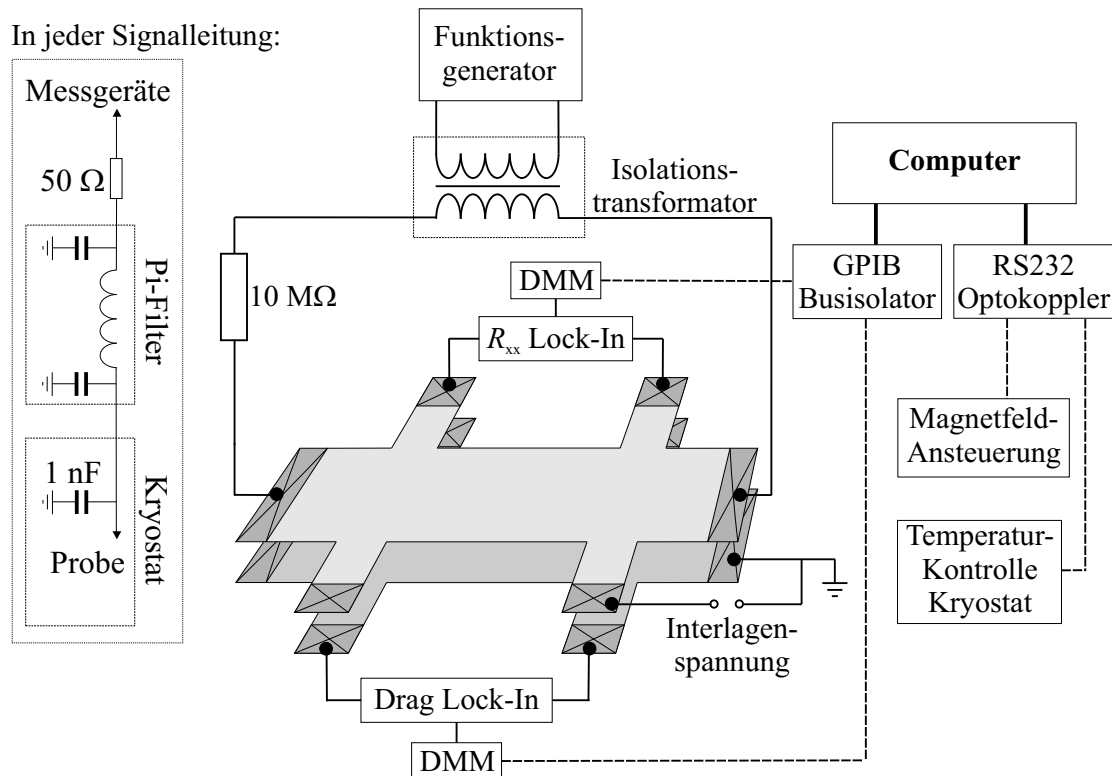


Abbildung 4.1: Schematische Zeichnung des Messaufbaus. Alle Geräte sind über die Schalterbox (nicht gezeigt) an die Probe angeschlossen; zwischen Schalterbox und Probe hat jede Messleitung die links im Kasten gezeigten Filter eingebaut (nur für eine der Messleitungen eingezeichnet). Die Lock-In-Verstärker werden über ein Digital-Multimeter (DMM) mit dem Computer ausgelesen.

4.2 Messaufbau

Verkabelung

Die Proben haben jeweils 20 elektrische Anschlüsse (Kontakte und Gates). Sie werden mit verdrehten Konstantan-Drähten aus dem Kryostaten herausgeführt. Eine Erdungs-Box, die direkt außerhalb des Kryostats angeschlossen wird, erlaubt es, alle Kontakte gleichzeitig an Masse zu legen; dies ist besonders während des Einbaus und dem Abkühlen der Probe wichtig. Ein doppelt abgeschirmtes Kabel (Multi-Audio-Kabel) führt dann weiter in eine Schalterbox, wo jedem Anschluss der Probe eine BNC-Buchse zugeordnet ist, an dem Messgeräte oder Strom- und Spannungsquellen mit Koaxialkabeln angeschlossen werden. Außerdem hat jede Buchse einen Schalter, mit dem der Anschluss geerdet werden kann; dadurch wird verhindert, dass elektrische Pulse, die beim Anschließen der Geräte entstehen können, die

Probe gefährden.

Die Verwendung von abgeschirmten Kabeln ist nötig, um den Einfluss von Störsignalen auf die Messungen zu verringern. Im Kryostaten, wo dies aus Platzgründen nicht möglich ist, dient das Metallgehäuse des Kryostateneinsatzes und des Kryostaten selber als Abschirmung. Die Schalterbox hat ein geschlossenes und geerdetes Metallgehäuse, das mit den Abschirmungen der BNC-Buchsen verbunden ist.

Neben der Abschirmung werden an mehreren Stellen im Signalpfad Filter benutzt, um hochfrequente Störsignale von der Probe fernzuhalten. Direkt vor der Probe im Kalten ist jede der Signalleitungen über einem Kondensator (1 nF) mit Masse verbunden; zusammen mit dem Leitungswiderstand (180 Ω) bildet das ein Tiefpass-Filter mit einer Grenzfrequenz von etwa 1 MHz, das hochfrequente Störungen gegen Masse kurzschließt. Ein weiterer Satz Filter (Pi-Filter mit vorgeschaltetem 50 Ω Widerstand, Grenzfrequenz etwa 100 kHz) in der Erdungs-Box direkt an der Durchführung der Leitungen in den Kryostaten verhindert, dass Hochfrequenzstörungen durch die Leitungen selber in den Kryostaten gelangen. In der Schalterbox befindet sich ein weiteres Pi-Filter für jede Leitung.

Abschirmung und Filter erlauben die Messung von Drag-Signalen bei tiefen Temperaturen mit gutem Signal-Rausch-Verhältnis.

Messgeräte

Alle Messungen werden mit Wechselstrom bei kleinen Frequenzen durchgeführt. Als Stromquelle dient ein Funktionsgenerator, der eine sinusförmige Spannung liefert, mit einem in Reihe geschalteten Widerstand von 10 M Ω . Typische Messfrequenzen liegen zwischen 4 und 20 Hz, die Ströme betragen 0,2 nA bis zu 100 nA. Der Längswiderstand in der stromführenden Schicht sowie der Transferwiderstand in der Drag-Schicht werden mit Lock-In-Verstärkern gemessen. Die verschiedenen Spannungen für die Gates und Hilfgates werden mit mehreren Digital/Analog-Wandlern erzeugt; Tiefpassfilter (Grenzfrequenz etwa 100 Hz) sorgen dafür, dass hochfrequente Störungen aus den Spannungsquellen herausgefiltert werden.

Um Erdschleifen zu vermeiden, werden alle Geräte über Isolationstransformatoren ans Stromnetz angeschlossen. Die Erdung des Aufbaus erfolgt an einem wohldefinierten Punkt: Dies ist die Schalterbox (durch ein Kabel zur Schutzerde einer Steckdose) im Falle des ^3He -Systems oder der Kryostat (über die angeschlossenen Pumpen) im Falle des Mischungskryostaten. Die Messgeräte sind dann entweder über die Abschirmung der Messleitungen oder über den GPIB-Bus mit Masse verbunden. Dabei muss besonders darauf geachtet werden, dass jedes Gerät nur *eine* Masse-Verbindung hat. Aus diesem Grund wird auch das Referenzsignal aus dem Funktionsgenerator über einen Optokoppler an die Lock-In-Verstärker angeschlossen.

Zum Erfassen der Messwerte und zum Ansteuern der Spannungsquellen und des Magnetnetzteils wird ein Computer verwendet. Die Verbindung zwischen den Geräten und dem Computer erfolgt entweder über den GPIB-Bus oder die serielle Schnittstelle; in beiden Fällen sorgen Optokoppler für die galvanische Trennung der Geräte vom Computer, so dass keine Erdschleife entstehen kann. Darüberhinaus verhindern die Optokoppler, dass hochfrequente Störsignale aus dem Computer in den Messaufbau gelangen. Die empfindlichen Lock-In-Verstärker dagegen werden nicht direkt an den GPIB-Bus angeschlossen, da sonst Störungen auftreten können. Stattdessen werden sie über ihren Analog-Ausgang an Digitalmultimeter angeschlossen, die dann via GPIB-Bus mit dem Computer ausgelesen werden. Abbildung 4.1 zeigt eine Skizze des Messaufbaus.

4.3 Drag-Messungen

Zunächst werden an die Hilfgates die Verarmungsspannungen angelegt, um die 2DES voneinander zu isolieren. Die Spannungen werden zwischen 2DES und Hilfgate angelegt, daher muss das 2DES auf einem wohldefinierten Potential liegen; in der Regel ist das Masse. Die Ladungsträgerdichte im Bereich der Hallbar lässt sich in beiden 2DES unabhängig voneinander einstellen durch Spannungen an die Front- und Backgates. Bei den Proben ohne Metall-Frontgate ist eine Interlagenspannung zwischen den beiden 2DES nötig, um die Dichte des oberen 2DES einzustellen. Eine Backgate-Spannung ändert nur die Dichte des unteren 2DES, während eine Interlagenspannung - je nach Vorzeichen - eines der 2DES um Δn anreichert, das andere dagegen um Δn verarmt.

Der Wechselstrom in der Drive-Schicht wird mit einem Funktionsgenerator und einem in Reihe geschalteten Widerstand von $10\text{ M}\Omega$ erzeugt; bei einem Probenwiderstand von maximal $100\text{ k}\Omega$ im Magnetfeld ist der Strom damit auf mindestens 1% konstant. Als zweiter Stromkontakt in der Drive-Schicht kann der geerdete Kontakt verwendet werden. Man kann jedoch mit einem Transformator auch einen potentialfreien Strom erzeugen (vgl. Abb. 4.1): Der $10\text{ M}\Omega$ -Widerstand ist dann im Sekundärkreis in Reihe mit der Probe geschaltet, der Potentialkontakt für das 2DES kann dann beliebig gewählt werden (außer den Stromkontakten). Wird eine Interlagenspannung angelegt, so ist ein potentialfreier Strom die Voraussetzung dafür, in dem nicht geerdeten 2DES einen Strom zu schicken. Der Längswiderstand in der Drive-Schicht sowie der Transferwiderstand (Drag) in der Drag-Schicht werden mit Lock-In-Verstärkern gemessen.

Die Drag-Spannung ist um etwa zwei bis drei Größenordnungen kleiner als der Spannungsabfall in der Drive-Schicht. Um dieses kleine Drag-Signal von überlagerten Störungen zu unterscheiden werden mehrere Tests ausgeführt:

- Ein „echtes“ Drag-Signal ändert sich linear mit dem Antriebsstrom.
- Nach der Onsager-Relation bleibt Drag unverändert, wenn die Rolle von Drive- und Drag-Schicht vertauscht werden.
- Um den Einfluss von Leckströmen ausschließen zu können, darf das Signal nicht von der Lage des Potential-Kontaktes in der Drag-Schicht abhängen (ein Leckstrom gegen Masse würde bei anderer Wahl des Erdungs-Kontaktes sein Vorzeichen ändern).
- Die Schichten sind kapazitiv gekoppelt, die Kapazität beträgt bis zu 0,5 nF bei den am stärksten gekoppelten Proben. Ein kapazitiver Strom zwischen den Schichten ist um 90° phasenverschoben zum Antriebsstrom, ein Drag-Signal dagegen in Phase dazu; nur dieser Anteil wird also mit dem Lock-In gemessen.
- Für ein Elektron-Elektron-System haben die Drag-Spannung ohne Magnetfeld und der Spannungsabfall in der Drive-Schicht das entgegengesetzte Vorzeichen; im Magnetfeld gilt das nur für gleiche Ladungsträgerdichten.

5 Transportmessungen bei $\nu = 2/3$

Dieses Kapitel ist der Untersuchung der Wechselwirkungen der Elektronen *innerhalb* eines 2DES mit Hilfe von Transportmessungen gewidmet; Wechselwirkungen *zwischen* zwei 2DES werden wir im nächsten Kapitel mit Drag-Messungen untersuchen.

Die Elektron-Elektron-Wechselwirkung führt in starken Magnetfeldern zu Energielücken bei gebrochenzahligen Füllfaktoren des untersten Landau-Niveaus, dem fraktionalen Quanten-Hall-Effekt (FQHE). Das Wechselspiel von Zeeman-Energie der Elektronenspins und Coulomb-Abstoßung führt zu Grundzuständen mit unterschiedlichem Polarisationsgrad; Übergänge zwischen den Grundzuständen sind begleitet von einer Reduktion oder gar dem Verschwinden der Energielücke. Im Längswiderstand, der empfindlich auf die Zustandsdichte an der Fermikante ist, sind diese Übergänge besonders gut zu beobachten.

Hier untersuchen wir den Spin-Phasenübergang des $2/3$ FQH-Zustands im Längswiderstand in einem engen (15 nm) Quantumwell. Der stärkere Einschluss der Elektronen senkrecht zur Ebene des 2DES beeinflusst die e - e -Wechselwirkung und damit auch den Phasenübergang. Wir untersuchen die Lage des Phasenübergangs in Abhängigkeit von der Elektronendichte und von einem zusätzlichen parallelen Magnetfeld und diskutieren dabei den Einfluss der endlichen Dicke des Quantumwells. Bei tiefen Temperaturen beobachtet man hysteretisches Verhalten des Phasenübergangs, das auf die Bildung von Domänen wie in klassischen Ferromagneten hindeutet. Zudem ist die Lage des Phasenübergangs temperaturabhängig; der Einfluss von thermischer Kernspinpolarisation wird diskutiert.

Kernspinpolarisation spielt auch eine wesentliche Rolle, wenn bei hohen Strömen die „Huge Longitudinal Resistance“ (HLR) Anomalie bei $\nu = 2/3$ auftritt. Der Zusammenhang des HLR mit dem Phasenübergang wird ausführlich untersucht; aufbauend darauf entwickeln wir ein Modell des HLR, das von einer drastischen Änderung der Domänenstruktur am Phasenübergang durch eine inhomogene strominduzierte Kernspinpolarisation ausgeht.

5.1 Probe

Zur genauen Untersuchung des Phasenübergangs ist es wichtig, eine Probe mit einem Gate zu haben, das es erlaubt, die Elektronendichte in einem weiten Bereich stufenlos zu variieren. In den ersten Untersuchungen des $2/3$ -Zustands in engen QWs von Kronmüller *et al.* musste die Dichte durch Beleuchten eingestellt werden, was bei verschiedenen Abkühlzyklen nicht sehr reproduzierbar ist und vor allem keine gezielte Änderung der Dichte erlaubt; besser handhabbare Proben sind daher wünschenswert. Ein Metallgate auf der Probenoberfläche kann jedoch dazu führen, dass die FQH-Zustände wesentlich schlechter ausgeprägt sind, wahrscheinlich wegen der Verspannungen zwischen Metall und Halbleiter, die beim Abkühlen der Probe auftreten, oder wegen der Abschirmwirkung des gut leitenden Metallgates. Ein Gate auf der Probenrückseite dagegen erfordert hohe Spannungen von mehreren 100 V.

Unsere separat kontaktierten Doppelquantumwell-Strukturen haben sich als sehr gut brauchbar für die Untersuchung des Phasenübergangs erwiesen: Sie besitzen ein überwachsenes Backgate, das mit kleinen Spannungen betrieben werden kann und keine Verspannungen erzeugt; damit lässt sich die Dichte des unteren 2DES einstellen. Auf ein Metallgate auf der Probenoberfläche kann verzichtet werden (abgesehen von den kleinen Hilfsgates), da die Dichte des oberen 2DES auch durch eine Interlagenspannung variiert werden kann, wie in Abschn. 4.3 beschrieben. Für die Messungen in diesem Kapitel ist eigentlich kein Doppellagensystem nötig; doch es ermöglicht zusätzlich die Durchführung von Drag-Messungen bei $\nu = 2/3$, die in Abschn. 6.3 vorgestellt werden.

Die hier verwendete Doppelquantumwell-Struktur ohne Metall-Frontgate hat 15 nm breite QWs mit einer 22 nm dicken Barriere dazwischen; die Barriere besteht aus einem kurzperiodischen Übergitter mit 2 nm GaAs/2 nm AlAs. Die Dichte und Beweglichkeit sind wie gewachsen für das obere 2DES $1,6 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ bei 130 T^{-1} und für das untere 2DES $1,8 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ bei 115 T^{-1} . Alle hier gezeigten Messungen wurden am oberen 2DES durchgeführt außer es wird speziell darauf hingewiesen; das untere 2DES liefert jedoch qualitativ dieselben Ergebnisse, auf quantitative Unterschiede wird jeweils eingegangen. Ein Einfluss der Kopplung zwischen den Schichten auf die Ergebnisse kann ausgeschlossen werden, da sich die Ergebnisse für das obere 2DES nicht ändern, wenn das untere mit dem Backgate völlig verarmt wird. Bei allen Messungen sind die Dichten im oberen und im unteren 2DES gleich.

5.2 Spin-Phasenübergang bei $\nu = 2/3$

Abbildung 5.1 zeigt Magnetotransportmessungen um den fraktionalen Quanten-Hall-Zustand $\nu = 2/3$ bei einer Temperatur von 20 mK und einem Strom von 1 nA.

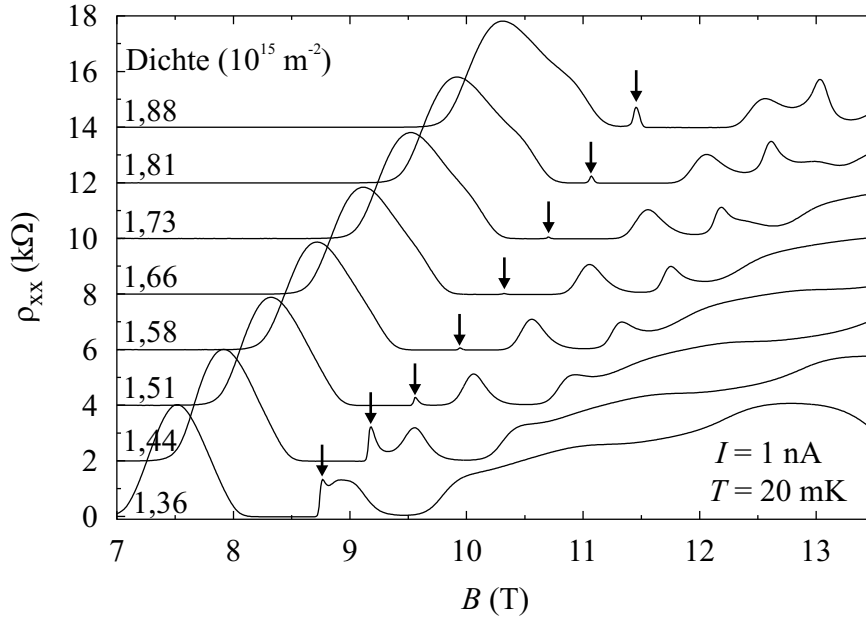


Abbildung 5.1: Längswiderstand um $\nu = 2/3$ für verschiedene Ladungsträgerdichten bei $T = 20$ mK und $I = 1$ nA als Funktion von B (die Kurven sind vertikal verschoben). Der Phasenübergang bei $\nu = 2/3$ ist jeweils durch einen Pfeil gekennzeichnet. Bei der Messung wurde das Magnetfeld mit einer Rate von $0,4$ T/min erhöht.

Wie schon in früheren Messungen [27, 30, 31, 37] wird auch hier der Phasenübergang vom spin-unpolarisierten zum spin-polarisierten $\nu = 2/3$ Grundzustand beobachtet. Er zeigt sich als kleines Widerstandsmaximum im FQH-Minimum, das sich mit zunehmender Ladungsträgerdichte von der Hochfeld- zur Niedrigfeldseite des $2/3$ -Minimums verschiebt; die Amplitude dieses Maximums ist am geringsten, wenn der Phasenübergang im Zentrum des breiten $2/3$ -Minimums liegt, wird jedoch zum Rand des Minimums größer.

In unserer Probe tritt der Phasenübergang bei Feldern von etwa 10 T auf, während in der Literatur von Werten unter 3 T berichtet wird. Der Grund für diese Diskrepanz liegt in der Ausdehnung der Wellenfunktion der 2D-Elektronen senkrecht zur Ebene des 2DES, die in unserem 15 nm engen QW deutlich kleiner ist als bei den in der Literatur untersuchten Heterostrukturen (siehe Abb. 5.2). Die beiden relevanten Energieskalen sind zum einen die Coulomb-Energie E_C (die Stärke der für den FQHE verantwortlichen e - e -Wechselwirkung), zum anderen die Zeeman-Energie E_Z . Der Phasenübergang tritt bei einem kritischen Verhältnis von E_Z zu E_C auf [80, 29]; diese beiden Energien und damit auch die Lage des Phasenübergangs hängen jedoch von der Ausdehnung der Wellenfunktion ab.

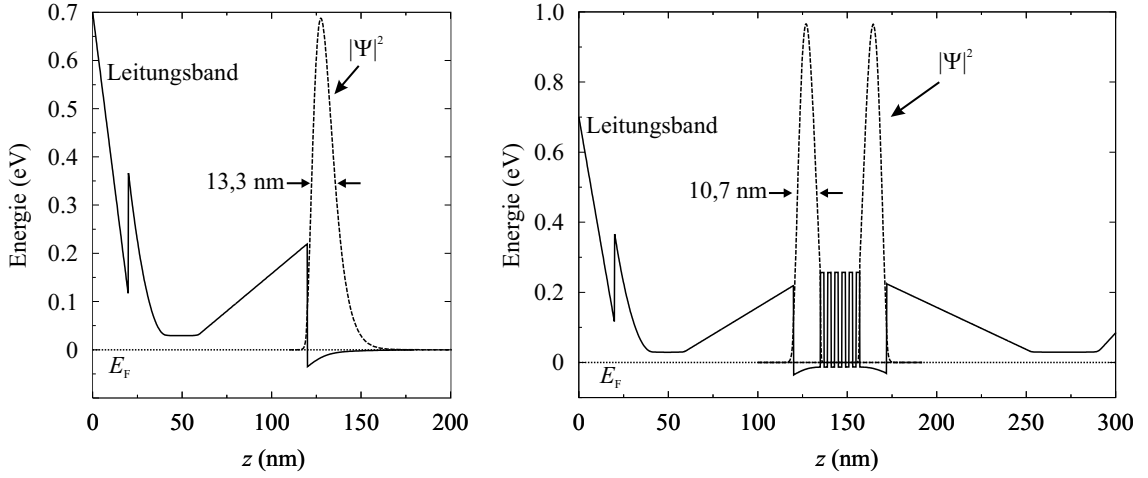


Abbildung 5.2: Bandstruktur einer einfachen Heterostruktur (links) und des hier verwendeten Doppelquantumwells (rechts). Durch selbstkonsistente Lösung der Poisson- und der Schrödingergleichung erhält man den Verlauf des Leitungsbands sowie die Elektron-Wellenfunktion. Die Halbwertsbreite λ der Wellenfunktion beträgt für die Heterostruktur 13,3 nm, im Doppelquantumwell dagegen nur jeweils 10,7 nm.

Die Zeeman-Energie

$$E_Z = |g^*| \mu_B B_{\text{total}} \quad (5.1)$$

ist proportional zum gesamten angelegten Magnetfeld B_{total} ; μ_B ist das Bohrsche Magneton. Der effektive g -Faktor g^* hängt von der Breite des Quantumwells und vom Magnetfeld ab, zudem ist er anisotrop, wie theoretische [4] und experimentelle Untersuchungen [6, 81, 5] gezeigt haben. Der Wert für sehr breite QWs senkrecht zur [100]-Richtung entspricht dem von Volumen-GaAs ($-0,44$). Für abnehmende QW-Breite steigt der Wert von g^* und nähert sich für sehr enge QWs (< 2 nm) dem Wert für das Barrieren-Material an ($g^* \sim +0,5$ für $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$ [82]). Dobers *et al.* geben aufgrund von Elektronen-Spin-Resonanz- (ESR-) Messungen für die Magnetfeldabhängigkeit von g^* in einem Feld parallel zur Wachstumsrichtung ([100]-Richtung) folgenden Ausdruck an [6]:

$$g(B, N) = g_0 - c(N + 1/2)B \quad (5.2)$$

Dabei ist N der Landau-Niveau-Index. Aus ihren Messungen erhielten Dobers *et al.* für eine einfache Heterostruktur $g_0 = 0,42$ und $c = 0,0111 \text{ T}^{-1}$, für einen 15 nm breiten QW (was genau der Situation in unserer Probe entspricht) $g_0 = 0,40$ und $c = 0,0115 \text{ T}^{-1}$. Damit ist die Zeeman-Energie in unserer Probe betragsmäßig kleiner als in einer Heterostruktur; um also das kritische Verhältnis von E_Z/E_C wieder herzustellen, bei dem der Phasenübergang auftritt, muss das externe Magnetfeld

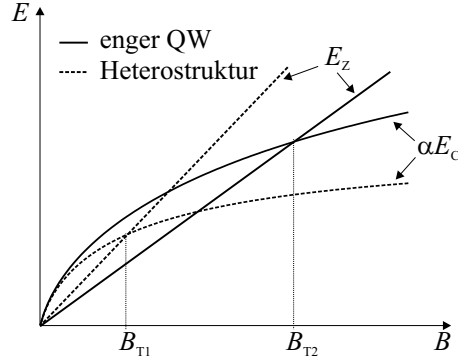


Abbildung 5.3: Skizze der Abhängigkeit von Coulomb- und Zeeman-Energie vom Magnetfeld für eine Heterostruktur und einen engen QW. Im Falle des engen QW wird das kritische Verhältnis α bei einem höheren Feld B_{T2} erreicht als in der Heterostruktur.

erhöht werden. Gleichung 5.2 ergibt für unsere Probe bei Füllfaktor $2/3$ ($N = 0$) und einem Feld von 10 T $g^* = -0,34$.

Die Coulomb-Energie E_C lässt sich näherungsweise mit folgendem Ausdruck beschreiben, wenn man die endliche Ausdehnung λ der Wellenfunktion berücksichtigt [83, 84]:

$$E_C = \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0\sqrt{\ell_B^2 + \lambda^2}} \quad \text{mit} \quad \ell_B = \sqrt{\frac{\hbar}{eB_\perp}}. \quad (5.3)$$

Dabei ist ϵ die dielektrische Konstante des QW-Materials ($\epsilon_{\text{GaAs}} = 13$), ϵ_0 die des Vakuums. E_C hängt nur von der Komponente des Magnetfelds *senkrecht* zum 2DES ab. Die endliche Breite λ der Elektronen-Wellenfunktion führt dazu, dass E_C verglichen mit einem idealen 2D-System ($\lambda = 0$) reduziert ist, da die Elektronen durch Verschiebung in z -Richtung einen etwas größeren Abstand zueinander einnehmen können. Die Abhängigkeit von E_C vom Magnetfeld ist schwächer als $\sqrt{B_\perp}$. In einem engen QW, wie er in unserer Probe vorliegt, ist E_C erhöht gegenüber einer Heterostruktur.

Berechnet man nun das Verhältnis $\alpha = E_Z/E_C$ am Phasenübergang ($B_T = 10$ T) nach Gl. 5.1 und 5.3 für unsere Probe, so erhält man einen Wert von $\alpha = 0,024$. (Höppel [84] erhält einen Wert von etwa $\alpha = 0,017$; die Diskrepanz kommt möglicherweise daher, dass der QW eine etwas geringere Dicke hat als angegeben; sowohl der g -Faktor als auch λ hängen empfindlich von der QW-Dicke ab.)

Abbildung 5.3 verdeutlicht nochmals die Verschiebung des Phasenübergangs zu höheren Magnetfeldern mit abnehmender Breite der Wellenfunktion. Die Zeeman-Energie ist (nahezu) linear im angelegten Magnetfeld, die Coulomb-Energie hat näherungsweise eine \sqrt{B} -Abhängigkeit. Während die Zeeman-Energie im engen QW wegen des betragsmäßig kleineren g -Faktors verringert ist, ist die Coulomb-Energie

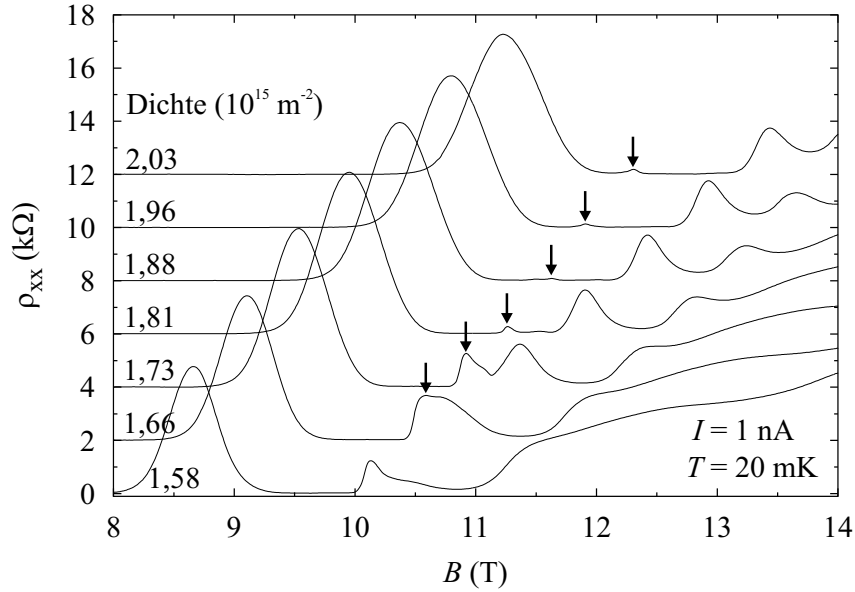


Abbildung 5.4: Unteres 2DES: Längswiderstand um $\nu = 2/3$ für verschiedene Ladungsträgerdichten bei $T = 20$ mK und $I = 1$ nA (die Kurven sind vertikal verschoben). Der Phasenübergang bei $\nu = 2/3$ (Pfeil) tritt – verglichen mit dem oberen 2DES – bei höheren Magnetfeldern auf.

deutlich erhöht; das kritische Verhältnis, das durch den Schnittpunkt der beiden Kurven $E_Z(B)$ und $\alpha E_C(B)$ gegeben ist, wird also erst bei höheren Magnetfeldern erreicht.

Bisher wurde das obere 2DES betrachtet. Das untere der beiden 2DES in unserer Probe zeigt qualitativ ein sehr ähnliches Verhalten (siehe Abb. 5.4): Der Spin-Phasenübergang wird als kleines Widerstandsmaximum im $\nu = 2/3$ -Minimum beobachtet und verschiebt sich mit zunehmender Dichte von rechts nach links durch das FQH-Minimum. Der Unterschied zu den Messungen am oberen 2DES besteht lediglich darin, dass der Phasenübergang bei noch höheren Feldern auftritt (ca. 11,5 T). Die vorhergehende Diskussion legt nahe, dass die Elektronen-Wellenfunktion im unteren QW eine etwas geringere Ausdehnung in z -Richtung hat als im oberen. Obwohl die beiden QWs nominell gleiche Dicken haben, könnten kleine Abweichungen im MBE-Wachstum oder eine leicht asymmetrische Potentialverteilung zu diesem Effekt führen. Photolumineszenzmessungen sollten im Prinzip Aufschluss geben können über die Breite von QWs, da die Subbandenergie von der Breite abhängt. An unserer Probe gemessene Lumineszenzspektren zeigen jedoch nur eine breite Linie, so dass daraus keine Rückschlüsse auf die Breite der beiden QWs gezogen werden können.

5.2.1 Lage des Phasenübergangs in der (ν, n) -Ebene

Im letzten Abschnitt haben wir gesehen, dass der Phasenübergang bei einem bestimmten Verhältnis von Zeeman- zu Coulomb-Energie auftritt; hat dieses Verhältnis einen größeren Wert, so ist die spin-polarisierte Phase energetisch günstiger. Da beide Energien von der Ausdehnung der Wellenfunktion in z -Richtung abhängen, lässt sich einfach verstehen, weshalb der Phasenübergang in einem engen QW bei höheren Magnetfeldern auftritt als in breiteren QWs.

Wie in Abb. 5.1 und 5.4 zu sehen ist, verschiebt sich der Phasenübergang auch innerhalb des $\nu = 2/3$ Minimums: Mit zunehmender Dichte ändert sich seine Lage von Füllfaktoren etwas kleiner als $2/3$ zu Füllfaktoren etwas größer als $2/3$. Mit der Annahme eines konstanten Verhältnisses von E_Z/E_C lässt sich diese Verschiebung jedoch nicht verstehen, wie man sich leicht klarmachen kann: Vernachlässigt man die endliche Breite der Wellenfunktion, so ist $E_Z \propto B$ und $E_C \propto \sqrt{B}$. Die Bedingung $E_Z/E_C \propto \sqrt{B} = \text{const.}$ ergibt für die Lage des Phasenübergangs $B = \text{const.}$ unabhängig von der Dichte. Dies ist jedoch im offensichtlichen Widerspruch zu Abb. 5.1 und 5.4. Der Grund ist, dass $\alpha = \text{const.}$ nur für einen festen Füllfaktor gilt (das im letzten Abschnitt berechnete α gilt nur für genau $\nu = 2/3$), der Phasenübergang jedoch abhängig von der Dichte im Füllfaktorbereich von etwa 0,63 bis 0,69 auftritt.

Um die Lage des Phasenübergangs als Funktion der Dichte zu verstehen, betrachten wir den FQHE als den Quanten-Hall-Effekt von Composite Fermions (CF). Im Bild der CF tritt genau dann ein Phasenübergang auf, wenn die Zeeman-Energie gleich der Zyklotron-Aufspaltung Δ_{CF} der CF-Landau-Niveaus ist (vgl. Abb. 2.7). Damit ist eine Beschreibung der Lage des Phasenübergangs auch im $2/3$ -Minimum möglich, wenn man zusätzlich annimmt, dass die Masse der CF m_{CF} proportional zu \sqrt{n} ist [85]; diese Annahme ist durch Messungen von Kukushkin *et al.* gerechtfertigt [20]. Die Zyklotron-Energie der CF ist:

$$\Delta_{\text{CF}} = \hbar\omega_{\text{c,CF}} = \frac{\hbar e}{m_{\text{CF}}} |B_{\text{eff}}| \quad \text{mit} \quad B_{\text{eff}} = B_{1/2} - B. \quad (5.4)$$

B_{eff} ist das effektive Magnetfeld der CF, das seinen Nullpunkt bei $B_{1/2}$ bei Füllfaktor $1/2$ hat. Die Zeeman-Energie von CF ist gleich der von Elektronen und gegeben durch:

$$E_Z = |g^*| \mu_B B = \frac{|g^*| \hbar e}{2m_0} B, \quad (5.5)$$

wobei m_0 die freie Elektronenmasse ist. Die Bedingung $E_Z = \Delta_{\text{CF}}$ lässt sich dann folgendermaßen schreiben:

$$\frac{|g^*|}{2} = \frac{|B_{\text{eff}}|}{B} \frac{m_0}{m_{\text{CF}}}. \quad (5.6)$$

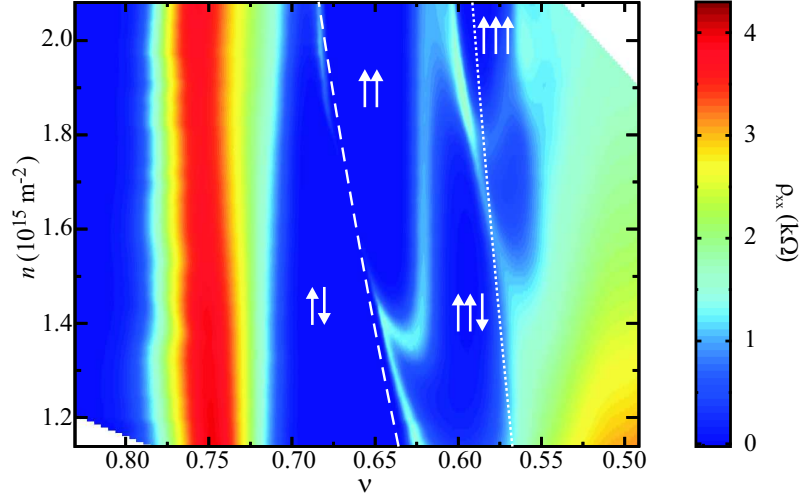


Abbildung 5.5: Längswiderstand des oberen 2DES (farbkodiert) als Funktion von Füllfaktor und Dichte, gemessen bei $T = 20$ mK und $I = 1$ nA; das Magnetfeld wird zu höheren Werten gefahren. Deutlich sind die Phasenübergänge bei $\nu = 2/3$ und $3/5$ als Linien endlichen Widerstands in den FQH-Minima zu erkennen. Der nach Gl. 5.7 berechnete Verlauf der Phasenübergänge für $\nu = 2/3$ bzw. $3/5$ ist mit einer gestrichelten bzw. gepunkteten Linie eingezeichnet, wobei $|g^*| = 0,34$ und $m^* = 1,5m_0$.

Setzt man nun $m_{\text{CF}} = m^* \sqrt{n/n_0}$ (m^* ist die CF-Masse bei $n_0 = 1,0 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$) und drückt das Magnetfeld durch Dichte n und Füllfaktor ν aus, so erhält man:

$$\frac{n}{n_0} = \left(\frac{2m_0}{|g^*|m^*} \right)^2 (2\nu - 1)^2. \quad (5.7)$$

Gleichung 5.7 gilt für Füllfaktoren um $\nu = 2/3$, kann jedoch auch für andere Füllfaktoren verallgemeinert werden. Für $\nu = 3/5$ gilt $E_Z = 2\Delta_{\text{CF}}$, die rechte Seite von Gleichung 5.7 muss dann mit 4 multipliziert werden.

Abbildung 5.5 zeigt farbkodiert den Längswiderstand des oberen 2DES als Funktion des Füllfaktors und der Dichte. Im breiten $\nu = 2/3$ -Minimum ist der Phasenübergang als eine schmale Linie mit kleinem, aber endlichem Widerstand zu erkennen, die mit zunehmender Dichte von rechts nach links durch das Minimum verläuft. Sie trennt die Bereiche mit spin-unpolarisiertem und spin-polarisiertem Grundzustand (angedeutet durch $\uparrow\downarrow$ bzw. $\uparrow\uparrow$). Ebenfalls eingezeichnet mit einer gestrichelten Linie ist der nach Gleichung 5.7 berechnete Verlauf des Phasenübergangs von $\nu = 2/3$; dabei wird für g^* der nach Gleichung 5.2 berechnete Wert von $-0,34$ benutzt, m^* ist der einzige Anpassungsparameter. Für $m^* = 1,5m_0$ erhält man eine relativ gute Übereinstimmung mit dem experimentellen Verlauf des Phasenübergangs. Dieser Wert für m^* ist etwas größer als der von Kukushkin *et al.*, die

$m^* \approx 1,0m_0$ erhalten haben¹ [20].

Für $\nu = 3/5$ ist in Abb. 5.5 ebenfalls ein Phasenübergang zu beobachten; in diesem Fall ist es ein Übergang vom teilweise zum voll spin-polarisiertem Grundzustand (angedeutet durch $\uparrow\uparrow\downarrow$ bzw. $\uparrow\uparrow\uparrow$). Mit den gleichen Werten für g^* und m^* wie vorher erhält man eine vernünftige Übereinstimmung der beobachteten Lage des Phasenübergangs mit der berechneten (gepunktete Linie).

Die Annahme, dass am Phasenübergang die Zeeman-Energie gleich der Zyklotron-Energie der CF ist bei einer \sqrt{n} -Abhängigkeit der CF-Masse, liefert also eine brauchbare Beschreibung für die Lage des Phasenübergangs in der (ν, n) -Ebene.

5.2.2 Phasenübergang im gekippten Magnetfeld

Das Verhältnis von Zeeman- zu Coulomb-Energie bei $\nu = 2/3$ kann außer durch die Änderung der Ladungsträgerdichte auch durch ein zusätzliches Magnetfeld parallel zum 2DES geändert werden; dadurch wächst die Zeeman-Energie, während die Coulomb-Energie, die nur von der senkrechten Komponente des Feldes abhängt, unverändert bleibt. Praktisch wird die parallele Feldkomponente durch Verkippen der Probe im äußeren Feld erzeugt.

Abbildung 5.6 zeigt farbkodiert den Längswiderstand um $\nu = 2/3$ bei konstanter Dichte für eine Serie von Kippwinkeln; θ ist dabei der Winkel zwischen Feld und Probennormale. Mit zunehmendem parallelen Feld wird die spin-polarisierte Phase $\uparrow\uparrow$ gegenüber der spin-unpolarisierten Phase $\uparrow\downarrow$ bevorzugt.

Man kann wiederum versuchen, die Lage des Phasenübergangs in der $(B_\perp, \cos(\theta))$ -Ebene zu beschreiben, indem man Zeeman-Energie der Elektronen und Zyklotron-Energie der CFs gleichsetzt. Während letztere nur von B_\perp abhängt, gilt für die Zeeman-Energie $E_Z = |g^*|\mu_B B_\perp / \cos(\theta)$. Damit erhält man für die Lage des Phasenübergangs:

$$\cos(\theta) = \frac{|g^*| \frac{m^*}{m_0} \sqrt{\frac{n}{n_0}}}{\frac{4\pi\hbar}{eB_\perp} - 2}. \quad (5.8)$$

In Abb. 5.6 ist gestrichelt der Verlauf von Gl. 5.8 eingezeichnet, wobei wie vorher $|g^*| = 0,34$ und $m^* = 1,5m_0$ verwendet wird. Die Übereinstimmung mit der Messung ist relativ gut. Dagegen liefert die Beziehung $E_Z/E_C = \text{const.}$ eine viel kleinere Steigung für den Verlauf des Phasenübergangs.

Auch für das untere 2DES in unserer Probe lässt sich mit Gleichung 5.7 und 5.8 der Verlauf des Phasenübergangs abschätzen. Wie in Abb. 5.4 zu sehen ist, tritt

¹ Die hier bestimmte Masse m_{CF} ist eigentlich die *Polarisationsmasse*, wie sie von Park und Jain [86] eingeführt wurde; sie sollte aufgrund von Wechselwirkungen größer als die reine Zyklotronmasse sein, wie sie von Kukushkin *et al.* bestimmt wurde.

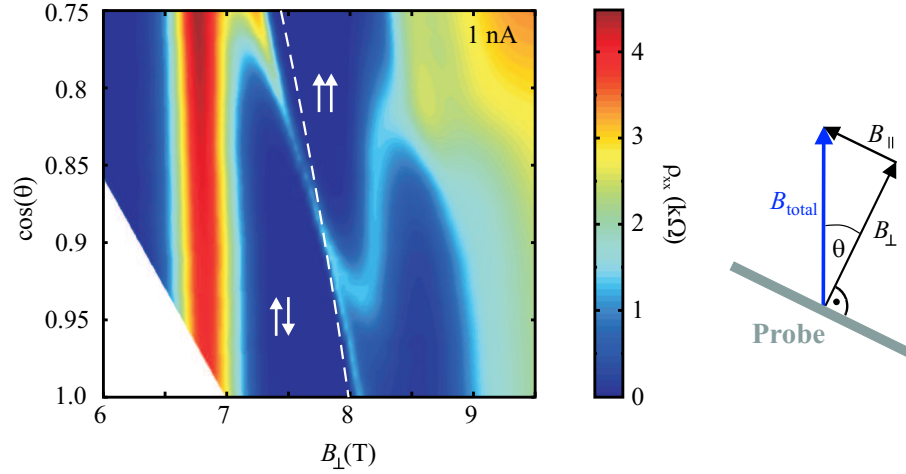


Abbildung 5.6: Längswiderstand des oberen 2DES (farbkodiert) als Funktion von senkrechtem Magnetfeld und Cosinus des Winkels zwischen Feld und Probennormale bei $T = 20$ mK, $I = 1$ nA und $n = 1,24 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$; das Magnetfeld wird zu höheren Werten gefahren. Wie schon vorher ist der Phasenübergang bei $\nu = 2/3$ als Linie endlichen Widerstands im FQH-Minimum zu erkennen. Der nach Gl. 5.8 berechnete Verlauf des Phasenübergangs für $\nu = 2/3$ ist mit einer gestrichelten Linie eingezeichnet, wobei $m^* = 1,5m_0$.

der Phasenübergang hier bei höheren Magnetfeldern auf; das bedeutet, dass die Parameter $|g^*|$ und m^* angepasst werden müssen. Für das untere 2DES ergeben $|g^*| = 0,32$ und $m^* = 1,5$ die beste Übereinstimmung von Rechnung und Messung.

Im nächsten Abschnitt werden wir auf diese Parametrisierung des Phasenübergangs nochmals zurückkommen. Wie wir dort sehen werden, kann auch ein Hyperfeinfeld durch eine Kernspinpolarisation die Zeeman-Energie ändern; die dadurch bewirkte Verschiebung des Phasenübergangs lässt sich mit den Überlegungen aus diesem Abschnitt verstehen.

5.3 Temperaturabhängigkeit und Hysterese des Phasenübergangs

Die Lage des Phasenübergangs hängt von der Temperatur ab. Wie in Abb. 5.7 zu erkennen ist, verschiebt sich der Phasenübergang mit abnehmender Temperatur zu höheren Magnetfeldern. Wie wir in diesem Abschnitt zeigen werden, lässt sich diese Verschiebung durch eine thermische Polarisierung der Kernspins verstehen. Dazu werden wir zunächst ausführlich das Kernspinsystem behandeln. Wie außerdem in Abb. 5.7 zu sehen ist, ist der Phasenübergang unterhalb von 70 mK hysteretisch: Wird das Magnetfeld erhöht, so tritt das kleine Maximum bei bis zu 0,2 T höheren

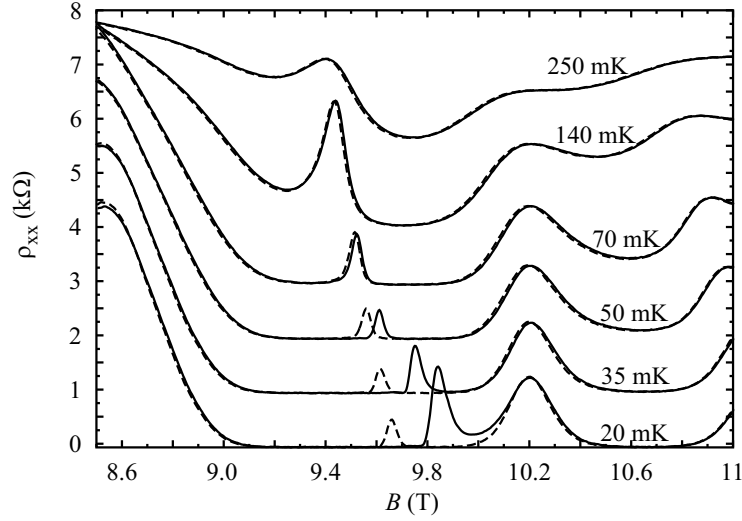


Abbildung 5.7: Längswiderstand um $\nu = 2/3$ für verschiedene Temperaturen (Kurven sind vertikal verschoben); $n = 1,54 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$, $I = 0,2 \text{ nA}$. Unterhalb von 70 mK ist der Phasenübergang hysteretisch beim Erhöhen (durchgezogene Linie) und Erniedrigen (gestrichelte Linie) des Magnetfeldes. Außerdem beobachtet man eine Verschiebung des Phasenübergangs zu höheren Magnetfeldern mit abnehmender Temperatur.

Feldern auf als beim Erniedrigen des Feldes. Diese Hysterese wird in Abschn. 5.3.2 ausführlich diskutiert.

5.3.1 Thermische Kernspinpolarisation und Hyperfeinfeld

GaAs besteht aus drei Atomsorten: den beiden Gallium-Isotopen ^{69}Ga (60,1 %) und ^{71}Ga (39,9 %) sowie Arsen ^{75}As . Alle drei Atome haben Kernspin $3/2$; im äußeren Magnetfeld erhält man eine Aufspaltung in vier Energieniveaus mit den Drehimpuls-Quantenzahlen $-3/2, -1/2, +1/2, +3/2$. Die Niveaus sind äquidistant mit $\Delta E = \hbar\gamma B$ (bei Vernachlässigung der Quadrupol-Aufspaltung, die einige 10 kHz ist, verglichen mit etwa 100 MHz für ΔE bei 10 T), dabei ist γ das gyromagnetische Verhältnis der jeweiligen Atomsorte. Die Aufspaltung liegt in der Größenordnung $0,1 \text{ mK/T}$ und ist somit sehr klein. Man erwartet also erst bei Temperaturen von wenigen Millikelvin und in Feldern von mehreren Tesla eine nennenswerte Ungleichbesetzung der Kernspin-Niveaus. Für die Wahrscheinlichkeit w_i , dass das i -te Niveau bei der Temperatur T besetzt ist, ergibt die Gibbsche Verteilung:

$$w_i = \frac{1}{Z} \exp\left(-\frac{i\Delta E}{k_B T}\right) \quad (5.9)$$

mit der Zustandssumme Z

$$Z = \sum_i \exp\left(-\frac{i\Delta E}{k_B T}\right). \quad (5.10)$$

Mit Gl. 5.9 lässt sich die mittlere Kernspinpolarisation $\langle I \rangle$ bei der Temperatur T und dem Feld B berechnen:

$$\langle I \rangle = \sum_i w_i I_i \quad (5.11)$$

Die Kopplung der Elektronenspins \mathbf{S} und der Kernspins \mathbf{I} erfolgt durch die Hyperfeinwechselwirkung:

$$H_{\text{hf}} = A \mathbf{I} \cdot \mathbf{S}, \quad (5.12)$$

wobei A die Hyperfeinstrukturkonstante ist. Der Term für H_{hf} berücksichtigt nur die Fermi-Kontakt-Wechselwirkung, die die Kopplung einer s -artigen Elektronenwellenfunktion mit dem Kernspin beschreibt [87]. Durch die Wirkung von H_{hf} wird die Aufspaltung der Elektronenspinneaus verändert; diese Energie kann man in ein äquivalentes Magnetfeld umrechnen, die so genannte „Overhauser-Shift“ B_N . Das Kernfeld B_N ist kein reales Magnetfeld; es ist lediglich ein Maß für die Wirkung der Kernspinpolarisation auf die Elektronenspins. Die Zeeman-Energie der Elektronen in Anwesenheit einer Kernspinpolarisation ist also gegeben durch

$$E_Z = g^* \mu_B (B + B_N). \quad (5.13)$$

Nach Paget *et al.* [88] erhält man für die Overhauser-Shift in Bulk-GaAs folgende Werte:

$$\begin{aligned} B_N^{69\text{Ga}} &= -0,91\text{T} \langle I^{69\text{Ga}} \rangle, \\ B_N^{71\text{Ga}} &= -0,78\text{T} \langle I^{71\text{Ga}} \rangle, \\ B_N^{75\text{As}} &= -1,84\text{T} \langle I^{75\text{As}} \rangle. \end{aligned} \quad (5.14)$$

Bei $T = 0$ K sind nur die jeweils untersten Kernspinniveaus besetzt, es gilt $\langle I \rangle = 3/2$ für alle drei Atomsorten. Das maximale Kernfeld beträgt nach Gl. 5.14 somit $B_N = -5,3$ T. Das bedeutet, dass die Zeeman-Energie der Elektronen durch ein Hyperfeinfeld, wie es durch thermische Kernspinpolarisation erzeugt wird, erniedrigt wird.

Abb. 5.8 zeigt die Größe von B_N in Abhängigkeit von der Temperatur für Magnetfelder von 5, 10 und 20 T. Bei 300 mK ist das Hyperfeinfeld noch sehr klein (kleiner 100 mT). Mit abnehmender Temperatur werden zunehmend die unteren

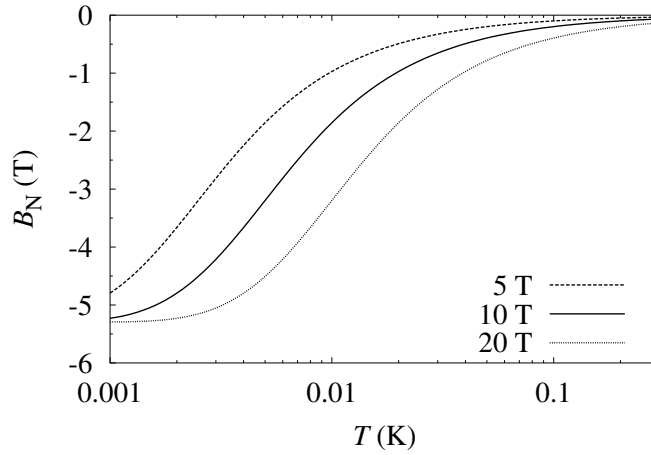


Abbildung 5.8: Hyperfeinfeld in Abhängigkeit von der Temperatur für verschiedene äußere Magnetfelder; $B = 10$ T entspricht etwa der Situation in unserer Probe am $\nu = 2/3$ -Phasenübergang. Bei $T = 20$ mK ist B_N somit etwa $-0,97$ T

Kernspinniveaus besetzt und der Betrag von B_N wird größer, um schließlich bei $-5,3$ T zu sättigen. Je höher das äußere Feld ist, desto größer ist die Aufspaltung der Kernspinniveaus und der Maximalwert des Hyperfeinfeldes wird schon bei höheren Temperaturen erreicht.

Uns interessiert nun der Wert des Hyperfeinfeldes am $\nu = 2/3$ -Phasenübergang (etwa 10 T, durchgezogene Linie in Abb. 5.8). Bei 20 mK und 10 T errechnet sich B_N zu $-0,97$ T. Das bedeutet, dass die Zeeman-Energie der Elektronen um $g^* \mu_B B_N$ reduziert ist. Da nun der Phasenübergang auftritt, wenn Zeeman- und Zyklotron-Energie der CF gleich sind, muss folglich das angelegte Magnetfeld erhöht werden, um diesen Verlust an Zeeman-Energie zu kompensieren. Im Experiment beobachten wir eine maximale Verschiebung von etwa 0,45 T, wenn die Temperatur von 250 mK (wo die Kernspinpolarisation vernachlässigbar klein ist) auf 20 mK erniedrigt wird. Das ist deutlich weniger als das Hyperfeinfeld. Wie kommt diese Diskrepanz zustande?

Wie wir im letzten Abschnitt gesehen haben, tritt der Phasenübergang auf, wenn die Zeeman-Energie E_Z gleich der Zyklotron-Energie Δ_{CF} der CF ist. E_Z nimmt linear mit dem externen Magnetfeld B zu, während Δ_{CF} vom effektiven Magnetfeld $B_{\text{eff}} = B_{1/2} - B$ abhängt und deshalb bei $\nu = 2/3$ mit *zunehmendem* externen Feld *abnimmt*. In unserem Fall bedeutet dies: Erniedrigt man E_Z durch ein Hyperfeinfeld B_N , so muss das externe Feld um ΔB erhöht werden, um die Bedingung $E_Z = \Delta_{CF}$ für den Phasenübergang wieder zu erfüllen. Da mit steigendem Magnetfeld E_Z linear zunimmt, Δ_{CF} dagegen *kleiner* wird, wird die Bedingung $E_Z = \Delta_{CF}$ schon erfüllt, wenn ΔB kleiner als $|B_N|$ ist.

Wie im letzten Abschnitt wollen wir nun die Verschiebung des Phasenübergangs im externen Magnetfeld B durch ein zusätzliches Hyperfeinfeld B_N bei einer konstanten Dichte berechnen. Die Zeeman-Energie ist nun durch den Ausdruck $E_Z = |g^*| \mu_B (B + B_N)$ gegeben, Δ_{CF} bleibt unverändert². Aus $E_Z = \Delta_{CF}$ erhält man das Feld B , bei dem der Phasenübergang auftritt:

$$B = \frac{B_{1/2} - \frac{|g^*| m_{CF}}{2 m_0} B_N}{\frac{|g^*| m_{CF}}{2 m_0} + 1}. \quad (5.15)$$

Damit lässt sich auch direkt die Verschiebung des Phasenübergangs durch ein zusätzliches B_N bei gegebener konstanter Ladungsträgerdichte berechnen; man beachte, dass B_N negativ ist. Mit den Werten für m_{CF} und g^* aus dem letzten Abschnitt und $B_N = -0,97$ T erhält man für eine Dichte von $n = 1,54 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ eine Verschiebung von 0,23 T. Dieser Wert ist ein Faktor zwei kleiner als die tatsächlich beobachtete Verschiebung. Möglicherweise sind Effekte, die in unserer einfachen Parametrisierung nicht berücksichtigt sind, dafür verantwortlich; eine andere mögliche Ursache dafür ist, dass die Hysterese des Phasenübergangs, wie sie in Abb. 5.7 zu sehen ist, eine zusätzliche Verschiebung zu höheren Feldern bewirkt.

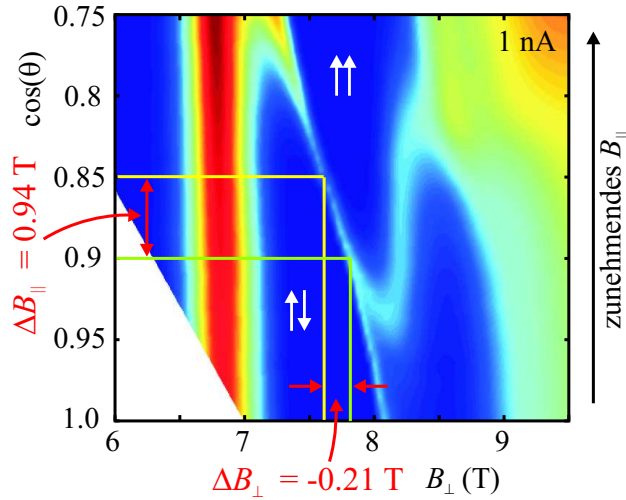


Abbildung 5.9: Längswiderstand um $\nu = 2/3$ in Abhängigkeit vom Kippwinkel. Ein zusätzliches paralleles Magnetfeld von 0,94 T verschiebt den Phasenübergang um $-0,21$ T.

Die Situation ist vergleichbar bei unseren Messungen des Phasenübergangs im

² Im letzten Abschnitt wurde B_N vernachlässigt. Da B_N etwa 10% des äußeren Feldes erreichen kann, liegt der daraus resultierende Fehler für den Anpassungsparameter m^* ebenfalls bei etwa 10%.

gekippten Magnetfeld: Ein zusätzliches Magnetfeld parallel zum 2DES erhöht E_Z , lässt jedoch Δ_{CF} unverändert. Abbildung 5.9 zeigt den Längswiderstand abhängig vom senkrechten Feld und vom Cosinus des Kippwinkels zwischen Probennormale und Magnetfeld. Man kann daraus ablesen, dass ein paralleles Magnetfeld von 0,94 T den Phasenübergang lediglich um 0,21 T zu kleineren Feldern (senkrechte Komponente) verschiebt. Die Verschiebung ist also deutlich kleiner als die zusätzliche parallele Feldkomponente, ähnlich wie bei einer Änderung von E_Z durch ein Hyperfeinfeld. Die Parametrisierung des Phasenübergangs im gekippten Feld nach Gl. 5.8 liefert auch hier eine brauchbare Beschreibung.

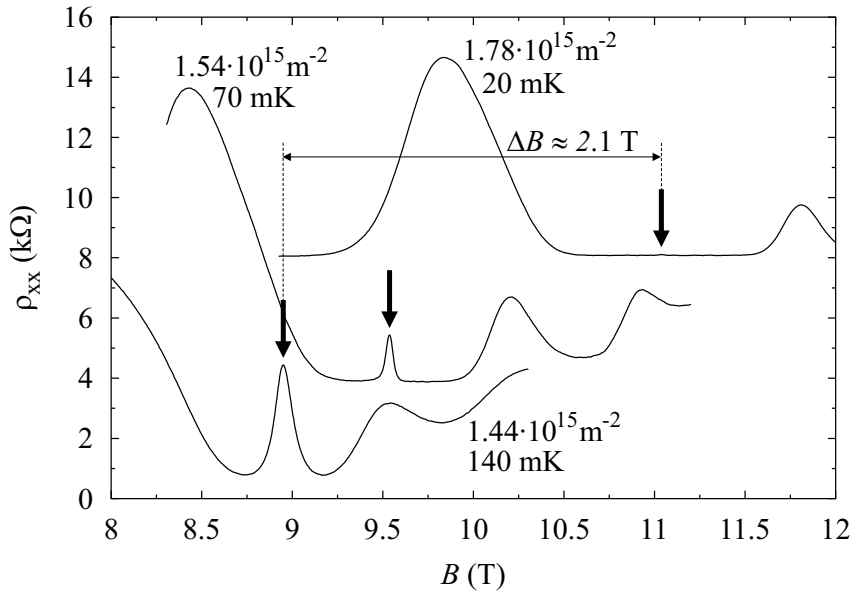


Abbildung 5.10: Längswiderstand um $\nu = 2/3$, wobei Dichte und Temperatur bei jeder der drei Kurven so gewählt sind, dass der Phasenübergang (durch einen Pfeil markiert) jeweils bei genau $\nu = 2/3$ auftritt; die Kurven sind für eine bessere Übersichtlichkeit vertikal verschoben. Unter diesen Bedingungen verschiebt sich der Phasenübergang um etwa 2,1 T zu höheren Feldern, wenn die Temperatur von 140 auf 20 mK erniedrigt wird. Bei 20 mK ist der Phasenübergang kaum noch zu sehen.

Bisher haben wir den Einfluss eines Hyperfeinfeldes oder einer parallelen Feldkomponente auf die Lage des Phasenübergangs bei *konstanter Dichte* untersucht; der Phasenübergang hat sich dabei um einen Füllfaktor $\Delta\nu$ verschoben. Diese Verschiebung lässt sich gut durch die Bedingung $E_Z = \Delta_{CF}$ beschreiben, wie weiter oben gezeigt wurde.

Nun wollen wir die Verschiebung des Phasenübergangs mit der Temperatur bei

konstantem Füllfaktor – nämlich genau $2/3$ – untersuchen; der Phasenübergang tritt in diesem Fall bei verschiedenen Dichten auf. Abbildung 5.10 zeigt Messungen von ρ_{xx} um den Füllfaktor $2/3$ für drei verschiedene Temperaturen; die Dichte wurde jeweils so gewählt, dass der Phasenübergang bei genau $\nu = 2/3$ liegt. Der Phasenübergang verschiebt sich um etwa 2,1 T zu höheren Feldern, wenn die Temperatur von 140 auf 20 mK reduziert wird; das berechnete Hyperfeinfeld bei 20 mK und 10 T beträgt $-0,97$ T. Diese Verschiebung bei konstantem Füllfaktor lässt sich durch ein konstantes Verhältnis von E_Z/E_C erklären: Wie schon oben erläutert, ist bei Vernachlässigung der endlichen Ausdehnung des 2DES in z -Richtung $E_Z \propto B$ und $E_C \propto \sqrt{B_\perp}$. Erniedrigt man E_Z durch ein Hyperfeinfeld B_N , so muss das externe Feld erhöht werden, um den Verlust an Zeeman-Energie zu kompensieren; dadurch steigt jedoch auch die Coulomb-Energie der Elektronen. Um das Verhältnis E_Z/E_C wiederherzustellen, muss also nicht nur der Verlust an Zeeman-Energie, sondern zusätzlich die erhöhte Coulomb-Energie durch das äußere Feld kompensiert werden. Außerdem nimmt der Betrag von B_N mit zunehmendem äußeren Feld zu und verstärkt die Verschiebung dadurch noch weiter. Die beobachtete Verschiebung des Phasenübergangs mit der Temperatur ist somit größer als das Hyperfeinfeld.

5.3.2 Hysterese am Phasenübergang

Der Phasenübergang ist, wie in Abb. 5.7 zu sehen, unterhalb von 70 mK hysteretisch: Wird das Magnetfeld erhöht, tritt er bei höheren Magnetfeldern auf als beim Erniedrigen des Feldes (0,2 T bei 20 mK).

Ähnliches hysteretisches Verhalten wurde schon früher an den Phasenübergängen bei $\nu = 2/3$ [37, 89] und auch bei anderen fraktionalen Füllfaktoren ($2/5$, $4/7$, $4/9$) [35, 36] beobachtet. Es wurde damit erklärt, dass das 2DES am Phasenübergang einen „easy axis“ Quanten-Hall-Ferromagnet bildet mit Domänen, die die beiden Grundzustände enthalten (spin-unpolarisiert und spin-polarisiert im Fall von $\nu = 2/3$, vgl. Abschn. 2.3.4).

Wie in Abschn. 2.4.2 erläutert, können Phasen mit spontaner magnetischer Ordnung, so genannte Quanten Hall Ferromagneten (QHF), auftreten, wenn zwei oder mehr Landau-Niveaus entartet sind, die Zahl der Elektronen aber nur ausreicht, um eines zu füllen. Bei $\nu = 2/3$ sind dies – im Bild der CF – das $N_{\text{CF}} = 0$ Spin- \downarrow und das $N_{\text{CF}} = 1$ Spin- \uparrow CF-Landau-Niveau. In diesem Fall zeigt das System Ising-Anisotropie, da die Austauschwechselwirkung der Teilchen innerhalb eines des beiden entarteten Landau-Niveaus größer ist als die für Teilchen aus unterschiedlichen Landau-Niveaus. Zufällige Potential-Fluktuationen in der Probe führen zu einer leicht unterschiedlichen Dichte in verschiedenen Teilen der Probe und haben zur Folge, dass in manchen Bereichen der spin-unpolarisierte Zustand energetisch günstiger ist, in anderen der spin-polarisierte. Das führt zur Bildung von Domänen mit

den verschiedenen Pseudospin-Ausrichtungen [53]. Ändert man nun z. B. das Magnetfeld geringfügig, so ändern sich auch die energetischen Verhältnisse für die beiden Pseudospin-Ausrichtungen: Domänen werden sich ausdehnen oder schrumpfen, Domänenwände verschieben sich. Die Domänenwände sind jedoch bei ausreichend tiefer Temperatur durch die Potentialfluktuationen und durch Störstellen gepinnt; ihre Dynamik wird dadurch bestimmt, wie hoch die energetischen Barrieren für eine Verschiebung sind. Sind diese Barrieren vergleichbar mit oder kleiner als $k_B T$, wird sich die Domänenstruktur auf (verglichen mit Labormaßstäben) kurzen Zeitskalen umordnen. Gibt es dagegen Barrieren, die viel größer als $k_B T$ sind, erwartet man für alle physikalischen Größen hysteretisches Verhalten [38]. In realen Proben findet sich eine breite Verteilung von Barrierenhöhen, was dazu führt, dass das System mit einer logarithmischen Zeitabhängigkeit in Richtung des Gleichgewichtszustands relaxiert [36].

Die Dissipation im Transport wird von Jungwirth *et al.* [90] damit erklärt, dass sich Domänenwand-Schleifen ausbilden, die die Minoritäts-Phase umgeben; diese Schleifen, die eindimensionale Elektronen-Systeme darstellen, können eine Ladung tragen. Überlappen oder nähern sich mehrere dieser geladenen Schleifen, so ist eine Streuung der Ladungen von einer Schleife zur nächsten und damit von einer Seite der Probe zur anderen möglich. Diese Rückstreuung von Elektronen über die Probenbreite führt zum Zusammenbruch des QHE und damit zu einem endlichen Längswiderstand.

Die Größe der Domänen am Phasenübergang wird durch das Zusammenspiel von Amplitude und Längsausdehnung der Potentialfluktuationen, die von den entfernten Donatoren verursacht werden, sowie der Energie zur Bildung von Domänenwänden bestimmt. Die Längenskala der Fluktuationen liegt in der Größenordnung des Abstands der Donatoren vom QW; schnellere Fluktuationen mitteln sich aus. Mit *Surface Acoustic Wave*- (SAW-) Messungen sollte es im Prinzip möglich sein, die Größe der Domänen zu bestimmen.

Das Auftreten der Hysterese lässt sich also allein aus den Eigenschaften des Elektronensystems erklären. Das Kernspinsystem spielt dabei keine Rolle; es führt lediglich, wenn eine thermische Kernspinpolarisation vorhanden ist, zu einer *Verschiebung* der Hystereseschleife, wie im vorhergehenden Abschnitt gezeigt. (Beim HLR dagegen, der im nächsten Abschnitt behandelt wird, ist die dynamische Kernspinpolarisation durch den Strom die Ursache der dort beobachteten Hysterese.)

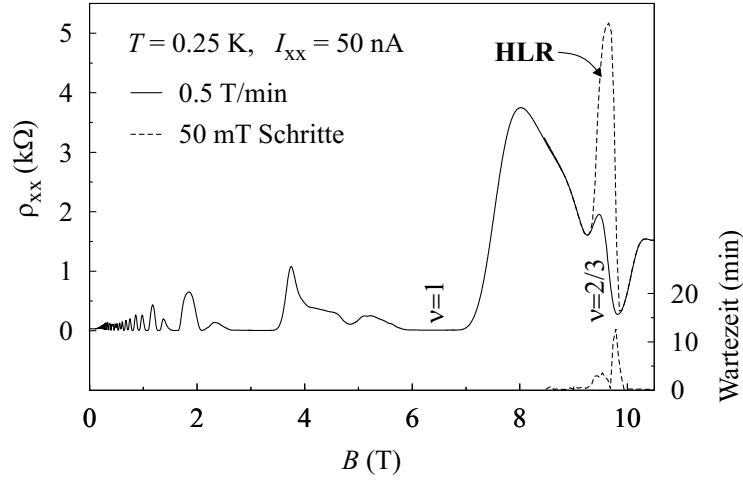


Abbildung 5.11: Längswiderstand, gemessen mit einem Strom von 50 nA bei $T = 250$ mK. Wird das Magnetfeld mit einer Rate von 0,5 T/min erhöht, erhält man die durchgezogene Widerstandskurve mit einem Minimum bei $\nu = 2/3$. Erhöht man dagegen das Feld in Schritten von 50 mT und wartet nach jedem Schritt, bis der Widerstand konstant ist, so tritt ein großes Maximum bei $2/3$ auf (HLR); die Wartezeiten in diesem Bereich betragen mehrere Minuten

5.4 Widerstands-Anomalie bei $\nu = 2/3$: HLR

5.4.1 Eigenschaften

Kronmüller *et al.* entdeckten in einem 15 nm breiten QW bei Füllfaktor $2/3$ eine Anomalie im Längswiderstand; sie nannten das auftretende Maximum „Huge Longitudinal Resistance“ (HLR) [40]. Es zeigte sich sogar, dass die Kernspins eine Rolle spielen [39]. Später wurde HLR auch in 20 nm breiten QWs und Heterostrukturen [91] beobachtet.

HLR ist ein strom- und zeitabhängiger Effekt: Bei einem ausreichend hohen Wechselstrom (mit Frequenzen im Bereich weniger Hertz) steigt der Widerstand bei $\nu = 2/3$ innerhalb mehrerer Minuten auf das Vielfache des ursprünglichen Wertes an und bleibt danach nahezu konstant. Abb. 5.11 zeigt eine Messung des Längswiderstands für einen Strom von 50 nA. Wird das Magnetfeld mit einer Rate von 0,5 T/min erhöht, so ist bei $2/3$ ein deutlich ausgeprägtes FQH-Minimum zu erkennen. Wird dagegen das Magnetfeld in Schritten von 50 mT erhöht und nach jedem Schritt gewartet, bis sich der Widerstandswert stabilisiert hat (genauer: bis die Änderungsrate des Widerstands einen bestimmten Wert unterschreitet), so tritt bei $2/3$ das HLR-Maximum auf.

Die langen Zeitkonstanten, mit denen sich HLR entwickelt, waren schon früh

ein Hinweis darauf, dass Kernspins eine Rolle spielen. Diese Annahme wurde von Kronmüller *et al.* in der Tat bestätigt: Durch Anlegen einer Hochfrequenz, die der Aufspaltung der Kernspin-Niveaus von ^{69}Ga , ^{71}Ga oder ^{75}As entspricht, wird eine Sättigung (d. h. Gleichbesetzung) der Niveaus erreicht; dabei beobachtet man eine Verringerung der HLR-Amplitude um mehrere Prozent. HLR ist also mit einer strominduzierten dynamischen Kernspinpolarisation verbunden [39]. Wie Messungen an verschiedenen breiten Proben gezeigt haben, muss die Stromdichte (und nicht der Strom) einen bestimmten Wert überschreiten, um HLR auszulösen.

HLR ist hysteretisch, d. h. die Position, Amplitude und Breite des Maximums ändern sich, je nachdem, ob man sich von kleineren oder größeren Magnetfeldern aus $\nu = 2/3$ nähert. Desweiteren tritt HLR in dem Temperaturbereich auf, in dem auch der fraktionale Quanten-Hall-Effekt deutlich ausgeprägt ist, also bis etwa 0,5 K; in diesem Bereich ist er praktisch temperaturunabhängig. Darüber verschwindet er mit dem FQHE.

Ungeklärt blieb in den bisherigen Untersuchungen von Kronmüller *et al.* dagegen die Beziehung zwischen HLR und dem Spin-Phasenübergang bei $\nu = 2/3$; in diesem Punkt haben unsere Messungen Klarheit geschaffen.

5.4.2 HLR und Phasenübergang

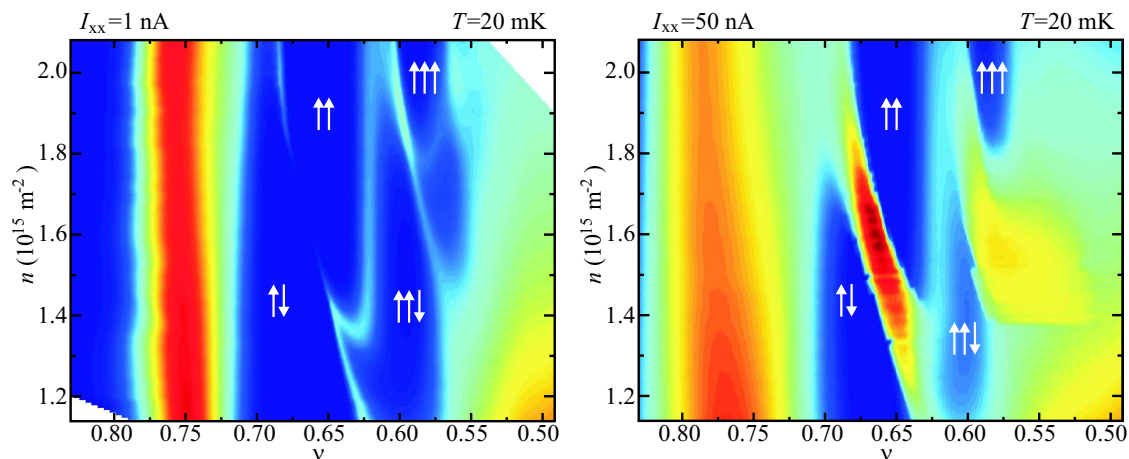


Abbildung 5.12: Längswiderstand in (ν, n) -Ebene für kleinen (1 nA, links) und großen Strom (50 nA, rechts); $T = 20$ mK, das Magnetfeld wird in beiden Fällen erhöht. Man sieht deutlich, dass sich HLR genau an der Phasengrenze zwischen unpolarisiertem und polarisiertem $2/3$ entwickelt.

Die bisherigen Messungen zum Phasenübergang bei $\nu = 2/3$ (vgl. Abb. 5.5) wurden bei kleinen Strömen (≤ 1 nA) durchgeführt. Dabei zeigte der Längswiderstand keine Zeitabhängigkeit oder Abhängigkeit vom Strom. Im selben (ν, n) -Bereich wurden die Messungen mit einem deutlich höheren Strom von 50 nA wiederholt; da der Widerstand im HLR zeitabhängig ist, wird für diese Messungen, wie bereits beschrieben, das Magnetfeld schrittweise erhöht und jeweils gewartet, bis sich der Widerstand stabilisiert hat (d. i., wenn die Änderungsrate $\Delta\rho_{xx} < 1 \text{ } \Omega/5 \text{ s}$). Abb. 5.12 stellt die Messungen bei 1 nA und 50 nA gegenüber. Bei kleinem Strom (links) ist der Phasenübergang als dünne Linie endlichen Widerstands im breiten $2/3$ -Minimum zu erkennen. Bei großem Strom (rechts) hat sich an der Stelle des Phasenübergangs das große und breite Maximum des HLR entwickelt.

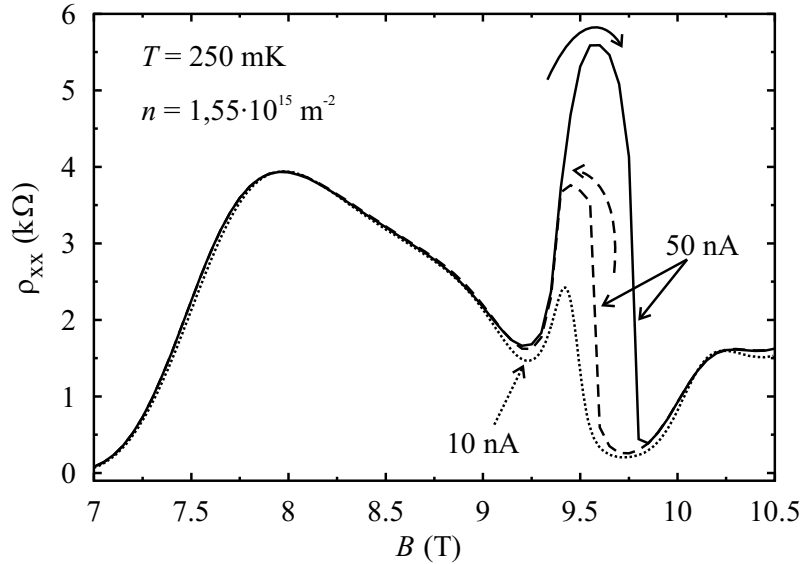


Abbildung 5.13: Längswiderstand um $\nu = 2/3$ bei $T = 250$ mK. Für 10 nA (gepunktet) ist der nicht zeitabhängige Phasenübergang als kleines Maximum zu erkennen. Bei 50 nA entwickelt sich HLR, der sowohl beim Erhöhen als auch beim Erniedrigen des Magnetfeldes immer erst am Phasenübergang entsteht.

HLR ist hysteretisch, das heißt, er hängt von der Vorgeschichte der Probe ab. Das wird deutlich, wenn man die Messkurven für die beiden Änderungsrichtungen des Magnetfeldes betrachtet (vgl. Abb. 5.13): Wird das Magnetfeld erhöht, so beginnt HLR sich zu entwickeln, sobald das 2DES am Phasenübergang ist. Das HLR-Maximum dehnt sich dann über die Breite des Phasenübergangs hinaus in das $2/3$ -Minimum aus. Wird das Magnetfeld erniedrigt, so setzt ebenfalls erst am

Phasenübergang HLR ein; allerdings dehnt er sich in diesem Fall nicht zu kleineren Feldern aus als der Phasenübergang. In der hier untersuchten Probe ist die Hysterese stets wie in Abb. 5.13 ausgeprägt. Frühere Messungen von Kronmüller *et al.* dagegen zeigen, dass sich HLR auch zu kleineren Feldern als der Phasenübergang erstrecken kann; mit zunehmender Ladungsträgerdichte oder zunehmendem Kippwinkel im Feld erhält man jedoch wieder die hier beobachtete Hysterese. Der Grund für das andere Verhalten ist unklar. Es fällt jedoch auf, dass der Phasenübergang in den alten Messungen bei deutlich niedrigeren Feldern (7 bis 8 T) auftritt (mit der „umgekehrten“ Hysterese), man jedoch für hohe Dichten oder bei großer paralleler Feldkomponente wieder die hier beobachtete Form der Hysterese erhält.

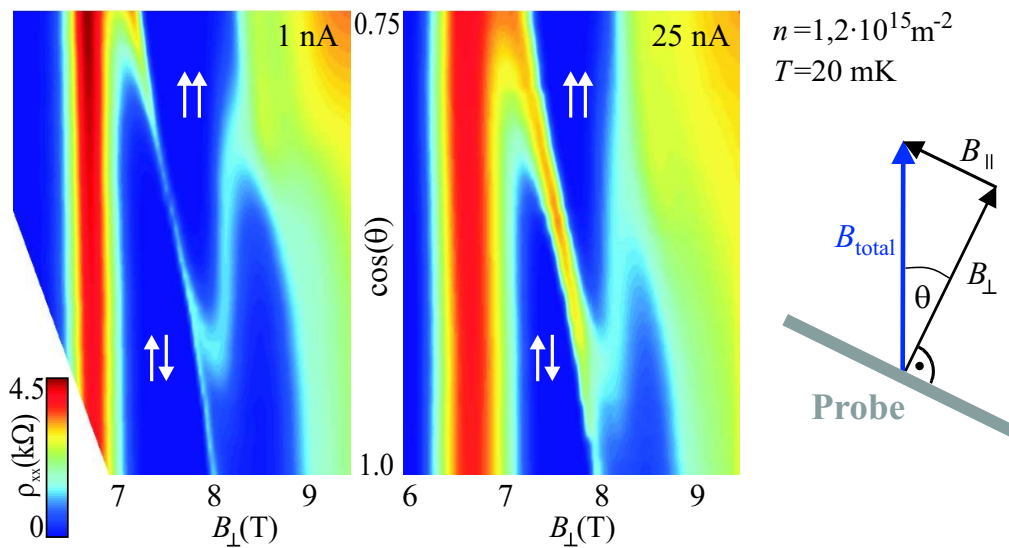


Abbildung 5.14: Längswiderstand in $(\nu, \cos(\theta))$ -Ebene für kleinen (1 nA, links) und großen Strom (25 nA, rechts); $T = 20$ mK, das Magnetfeld wird in beiden Fällen erhöht. Wie auch schon in der (ν, n) -Ebene entwickelt sich HLR genau an der Phasengrenze zwischen unpolarisiertem und polarisiertem $2/3$ -Zustand.

Der Phasenübergang lässt sich auch durch ein zusätzliches paralleles Magnetfeld initiieren, vgl. Abb. 5.6. Abbildung 5.14 stellt Messungen bei kleinem (1 nA) und großem Strom (25 nA) gegenüber: Bei kleinem Strom wird der (zeitunabhängige) Phasenübergang beobachtet. Die Dichte ist so gewählt, dass im senkrechten Magnetfeld das 2DES im unpolarisierten $2/3$ -Zustand ist, mit zunehmendem parallelen Feld aber der polarisierte Zustand favorisiert wird. Bei hohem Strom entwickelt sich auch in diesem Fall HLR genau an der Phasengrenze zwischen unpolarisiertem und polarisiertem $2/3$ -Zustand.

5.4.3 Strom- und Zeitabhängigkeit

Bereits Kronmüller *et al.* stellten fest, dass nach einem kurzzeitigen Abschalten des Stromes (bis zu mehreren Minuten) die Größe des HLR-Maximums nur geringfügig abnahm [92]. Die Probe besitzt ein „Gedächtnis“, so dass der gemessene Widerstand davon abhängt, welcher Strom vorher für wie lange durch das 2DES geflossen ist.

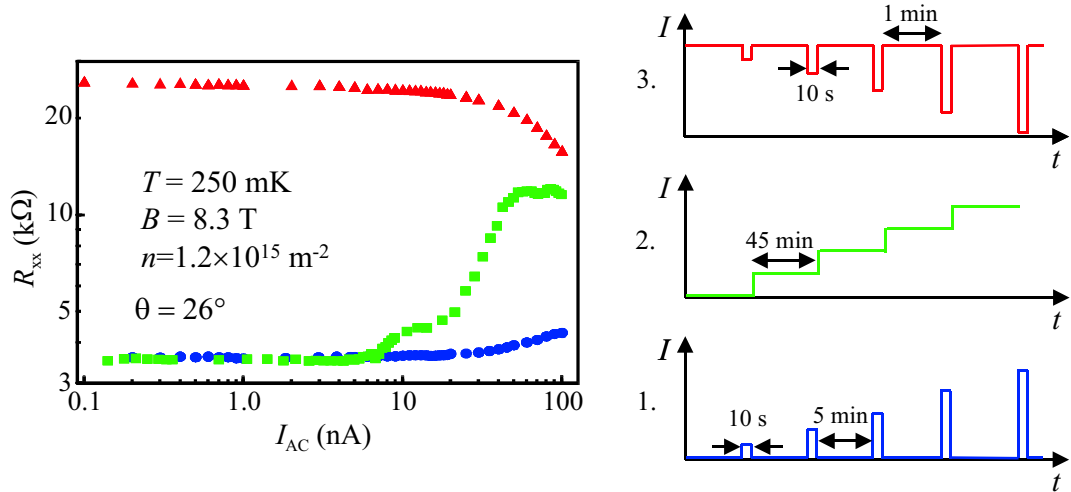


Abbildung 5.15: Phasenübergang oder HLR: Auf kurzen Zeitskalen kann sich das 2DES in verschiedenen „Zuständen“ befinden, die unabhängig vom Strom sind, wie am konstanten Widerstand zu sehen ist. Auf Zeitskalen von mehreren Minuten dagegen ändert sich das 2DES bei Stromfluss, der Widerstand hängt vom angelegten Strom ab.

In Abb. 5.15 wird die Strom- und Zeitabhängigkeit des Phasenübergangs und des HLR näher untersucht. Für diese Messungen wird die Probe aus [40] verwendet, ein einseitig dotierter 15 nm breiter QW; Dichte und paralleles Magnetfeld wurden so eingestellt, dass der Phasenübergang bei kleinem Strom und HLR ihr Maximum an derselben Stelle haben. Die Messung wird bei einer Temperatur von 250 mK durchgeführt, so dass die thermische Kernspinpolarisation vernachlässigbar ist. Es werden drei verschiedene Messungen durchgeführt:

1. Am Phasenübergang wird der Widerstand für verschiedene Ströme gemessen. Dabei wird der jeweilige Strom für etwa 10 s angelegt und dann der Widerstandswert am Lock-In-Verstärker abgelesen. Danach wird der Strom abgeschaltet und nach fünf Minuten Wartezeit die Prozedur mit dem nächsten Stromwert wiederholt (blaue Kreise). Der Widerstand ist bis etwa 20 nA konstant, der leichte Anstieg darüber kommt daher, dass in 10 s bereits HLR

anfängt sich zu entwickeln.

2. Der Strom wird schrittweise von Null ab erhöht, nach jedem Schritt wird 45 min gewartet, so dass sich der Widerstand stabilisieren kann, erst dann wird der Widerstandswert gemessen. Ab etwa 5 nA setzt HLR ein, der Widerstand ist abhängig vom jeweils angelegten Strom (grüne Rechtecke).
3. Ein Strom von 100 nA wird angeschaltet und es wird gewartet, bis sich HLR voll entwickelt hat. Dann wird der Strom für 10 s auf einen kleineren Wert gesetzt, der Widerstandswert gemessen und wieder auf 100 nA erhöht. Diese Prozedur wird für viele Stromwerte wiederholt, dazwischen wird bei 100 nA etwa eine Minute lang gewartet, bis HLR wieder die ursprüngliche Größe erreicht hat. Wie schon im ersten Fall ist der Widerstand unabhängig vom Strom konstant, doch diesmal mit einem nahezu zehnmal größeren Wert; der leichte Abfall des Widerstands oberhalb von 20 nA ist wahrscheinlich auf instantane Heizung durch den Strom zurückzuführen, da er nicht mit der üblichen langen Zeitkonstante des HLR auftritt.

Diese Messungen lassen sich wie folgt interpretieren: Auf langen Zeitskalen (mehrere Minuten) ändert sich das Streuverhalten des 2DES mit dem angelegten Strom, der Widerstand ist stromabhängig (Messung 2). Auf kurzen Zeitskalen dagegen (wenige Sekunden) ist der Widerstand stromunabhängig – sowohl bevor als auch nachdem sich HLR entwickelt hat; nur der Widerstand im HLR ist etwa einen Faktor zehn größer. Die zusätzliche Streuung im HLR wird zwar durch den Strom erzeugt, bleibt aber dann unabhängig vom Strom für mehrere Minuten erhalten.

5.4.4 Thermische vs. strominduzierte Kernspinpolarisation

Kernspinpolarisation spielt am $\nu = 2/3$ Phasenübergang eine wichtige Rolle: Die thermische Kernspinpolarisation (Abschn. 5.3.1) einerseits verschiebt den Phasenübergang, die strominduzierte Kernspinpolarisation andererseits führt zum großen und breiten Widerstandsmaximum des HLR. Abbildung 5.16 stellt beides gegenüber: Oben ist der Phasenübergang bei kleinem Strom für verschiedene Temperaturen zu sehen, unten eine HLR-Messung bei einer Temperatur von 250 mK, bei der die thermische Kernspinpolarisation vernachlässigbar ist. Wie man erkennen kann, sind die Verschiebung des Phasenübergangs mit der Temperatur und die Breite des HLR-Maximums vergleichbar groß. Nimmt man nun die Verschiebung des Kleinstrom-Phasenübergangs einerseits und die Breite des HLR-Maximums andererseits als ein Maß für die Größe der Kernspinpolarisation, so kann man daraus schließen, dass die strominduzierte Kernspinpolarisation im HLR vergleichbar mit

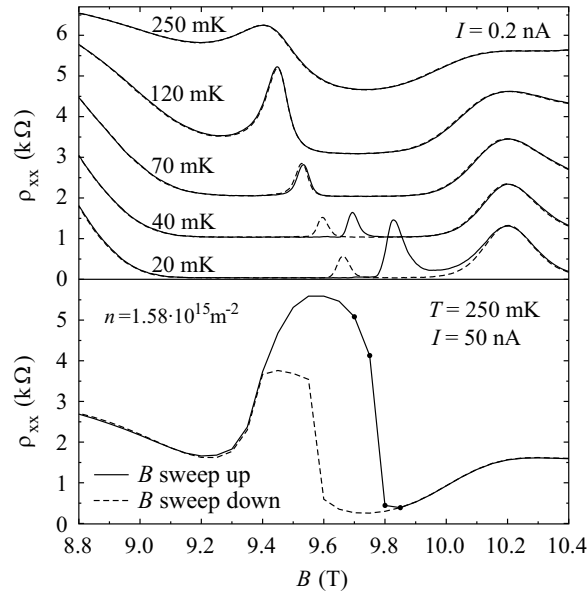


Abbildung 5.16: Vergleich der thermischen (oben) und der strominduzierten (unten) Kernspinpolarisation. Die thermische Polarisation verschiebt den Phasenübergang um ca. 0,45 T, die strominduzierte Polarisation im HLR führt dagegen zu einem breiten Maximum.

der thermischen Polarisation bei etwa 20 mK ist. Während die thermische Polarisation einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Größe des Widerstands am Phasenübergang hat (die Amplitude ändert sich jedoch mit der Lage des Phasenübergangs im $2/3$ -Minimum und ist minimal bei exakt $2/3$), bewirkt eine vergleichbare mittlere Kernspinpolarisation, die durch Strom induziert wurde, ein riesiges Maximum im Längswiderstand.

Die thermische Kernspinpolarisation ist homogen, während die strominduzierte wahrscheinlich stark inhomogen über die Probe verteilt ist; die Breite des HLR legt zumindest eine solche „Verschmierung“ des Phasenübergangs nahe. Darauf wird in Abschn. 5.4.5 im Rahmen eines Modells für den HLR noch ausführlich eingegangen. Problematisch an dem Vergleich ist, dass eigentlich keine Aussage über die tatsächliche Größe der Kernspinpolarisation im HLR gemacht werden kann, die Breite liefert nur eine Abschätzung dafür, wie groß sie mindestens sein muss.

Der Temperaturbereich, in dem die strominduzierte Kernspinpolarisation auftritt, erstreckt sich bis über 250 mK, wo die thermische Polarisation vernachlässigbar klein ist. Die Form des HLR-Maximums ändert sich jedoch im gesamten Temperaturbereich kaum (bei tiefen Temperaturen wird das Maximum etwas schmaler, da der Phasenübergang zu höheren Feldern verschoben ist und damit HLR erst später einsetzt).

5.4.5 Modell für HLR

Aus den Beobachtungen, dass HLR immer am Phasenübergang und nur bei ausreichend hohem Strom auftritt, lässt sich folgendes Modell für den HLR entwickeln:

Am $\nu = 2/3$ Phasenübergang bricht das 2DES in Domänen auf, die die beiden Grundzustände, nämlich spin-unpolarisiert und spin-polarisiert, enthalten. Bei kleinem Strom rührt der Widerstand am Phasenübergang daher, dass Elektronen *entlang* der Domänenwände von einer Seite der Probe zur anderen gestreut werden [90], jedoch nicht *durch* die Wand hindurch. Letzteres ist nur möglich, wenn ein Mechanismus vorhanden ist, der den Elektronenspin umklappen kann: Kandidaten dafür sind zum einen die Spin-Bahn-Wechselwirkung, zum anderen die Hyperfeinwechselwirkung [93]. In jedem Fall ist die Rate, mit der Elektronen über die Domänengrenze gestreut werden, klein.

Hier interessiert uns nur die Hyperfeinwechselwirkung, die die so genannten „flip-flop“-Prozesse vermittelt, das ist das gleichzeitige Umklappen eines Elektronen- und eines Kernspins (bei Erhaltung des Gesamtdrehimpulses). Normalerweise ist dieser Prozess nicht möglich, da die Aufspaltung der Kernspin-Niveaus deutlich kleiner als die der Elektronenspins ist (wenige mK im Vergleich zu etwa 1 K) und somit die Energieerhaltung nicht gewährleistet ist. Am Phasenübergang sind jedoch zwei CF-Landau-Niveaus mit verschiedenen Spinorientierungen entartet und somit „flip-flop“-Prozesse erlaubt. Durch diesen Prozess werden an den Domänengrenzen die Kernspins polarisiert, die jedoch mit der T_1 -Zeit wieder relaxieren. Die Richtung der Kernpolarisation hängt davon ab, ob ein Elektron von einer unpolarisierten Domäne in eine polarisierte streut oder umgekehrt (vgl. Abb. 5.17). Nur wenn genügend Elektronen durch die Domänenwände gestreut werden und damit die Kernspins schneller polarisiert werden als ihre Relaxationszeit, also nur bei ausreichend hohem Strom, wird sich eine Kernspinpolarisation aufbauen. Sie tritt an den Domänenwänden auf und ist damit räumlich stark inhomogen über die Probe verteilt. Das Hyperfeinfeld, das von den polarisierten Kernspins erzeugt wird, wirkt auf die Zeeman-Energie der Elektronen: Sie wird erhöht oder erniedrigt je nach Vorzeichen des Hyperfeinfeldes. Dadurch ändern sich aber auch lokal, d. h. an den Domänenwänden, die Bedingungen für das Auftreten des Phasenübergangs, der durch das Hyperfeinfeld zu größeren oder kleineren externen Magnetfeldern verschoben wird. Zu Beginn sind die Domänen nur durch intrinsische Potentialfluktuationen festgelegt; das inhomogene Hyperfeinfeld bewirkt eine zusätzliche Unordnung im System, die die Bildung von Domänen beeinflusst. Als Folge davon ist zu erwarten, dass sich die Domänengrenzen verschieben und sich die Domänen in kleinere aufspalten. Der Widerstand steigt dann, weil die Streuung der Elektronen *entlang* der Domänenwände zunimmt.

Was passiert nun, wenn ein Elektron durch eine Domänenwand gestreut wird? Betrachten wir dafür den Fall, dass ein Elektron von einer spin-unpolarisierten Do-

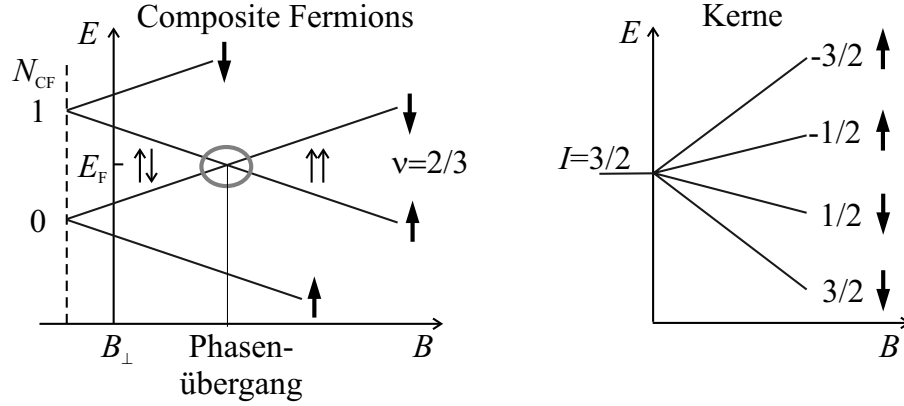


Abbildung 5.17: Energieniveaus der CF und der Kerne im Magnetfeld. Bei Füllfaktor $2/3$ sind zwei CF-Landau-Niveaus voll besetzt; im spin-unpolarisierten Zustand $\uparrow\downarrow$ sind dies spin-up und spin-down Niveau des $N = 0$ CF-Landau-Niveaus, im spin-polarisierten Zustand $\uparrow\uparrow$ jeweils das spin-up Niveau der CF-Landau-Niveaus $N = 0$ und $N = 1$. Wegen des unterschiedlichen Vorzeichens der g -Faktoren für Elektronen (und damit CFs) und Kerne haben bei den Kernen die spin-down Zustände niedrigere Energie.

mäne $\uparrow\downarrow$ in eine spin-polarisierte Domäne $\uparrow\uparrow$ übergeht. In der spin-polarisierten Phase haben alle Elektronenspins die Ausrichtung \uparrow . Ein \downarrow -Elektron aus der spin-unpolarisierten Phase muss daher seinen Spin nach \uparrow flippen; gleichzeitig flippt ein Kernspin von \uparrow nach \downarrow , wobei $\Delta I = +1$ (vgl. Abb. 5.17). Überqueren viele Elektronen innerhalb der Kernspin-Relaxationszeit die Domänengrenze, so werden zunehmend die unteren Kernspinniveaus besetzt, es baut sich an der Domänengrenze eine Kernspinpolarisation auf, die zu einem Hyperfeinfeld führt. In diesem Fall hat das Hyperfeinfeld das gleiche Vorzeichen wie bei einer thermischen Kernspinpolarisation, d. h. *negativ*, die Zeeman-Energie wird reduziert und der Phasenübergang schiebt zu höheren äußeren Magnetfeldern.

Analog dazu werden die höherenergetischen Kernspinniveaus besetzt, wenn ein \uparrow -Elektron aus der spin-polarisierten Phase in die spin-unpolarisierte Phase streut und dabei seinen Spin flippt. Das dabei erzeugte *positive* Hyperfeinfeld schiebt den Phasenübergang zu kleineren äußeren Magnetfeldern.

Welche Auswirkungen hat die Kernspinpolarisation entlang der Domänengrenzen auf die Domänenstruktur selbst? Ohne Kernspinpolarisation bricht das Elektronensystem durch die Unordnung in der Probe, die zu Potentialfluktuationen führt, in Domänen mit den beiden Phasen auf, um seine Gesamtenergie zu minimieren. Die Höhe der Barriere für Domänenwand-Verschiebungen liegt bei etwa 70 mK, vgl. Abschn. 5.3.2. Die Kernspinpolarisation, die sich an den Domänenwänden ausbildet, ändert diese Potentiallandschaft; die Orientierung des Hyperfeinfeldes bestimmt, welche Phase in diesem Bereich energetisch günstiger ist. Dadurch kommt es überall

in der Probe, wo sich eine Kernspinpolarisation aufgebaut hat, zu einer Umordnung der Domänenstruktur. An den neu angeordneten Domänenwänden findet wieder eine Polarisation der Kernspins und dadurch eine Umordnung der Domänenstruktur statt. Die ursprüngliche, durch die Unordnung gegebene Potentiallandschaft wird überlagert durch das inhomogen über die Probe verteilte Hyperfeinfeld, das somit wie eine zusätzliche Unordnung auf das Elektronensystem wirkt.

HLR entwickelt sich innerhalb mehrerer Minuten; diese lange Zeit deutet darauf hin, dass die Diffusion der Kernspinpolarisation im QW möglicherweise eine wesentliche Rolle bei der Umordnung der Domänenstruktur spielt.

Zusammenfassend sind also die grundlegenden Prozesse, die zur Entwicklung des HLR-Maximums führen:

- Die Polarisation von Kernspins entlang der Domänengrenzen von spin-unpolarisiertem und spin-polarisiertem $\nu = 2/3$ Grundzustand durch Streuung von Elektronen oder CFs durch die Domänenwand. Nur bei ausreichend hohem Strom ist die Rate, mit der die Kernspins polarisiert werden, groß genug, um eine Polarisation aufzubauen.
- Die Umordnung der Domänenstruktur durch das räumlich inhomogene Hyperfeinfeld der Kernspins und dadurch die Ausbildung einer komplexeren Domänenstruktur im elektronischen System, die zu dem hohen Widerstand im HLR-Maximum führt.
- Die elektronische Domänenstruktur im HLR ist im Kernspinsystem „gespeichert“, wie Messungen nahelegen, bei denen der Strom kurzzeitig abgeschaltet oder reduziert wird (vgl. Abb. 5.15).

Ein komplexes Wechselspiel aus dem Aufbau von Kernspinpolarisation durch den Strom an Domänenwänden, der Diffusion der Kernspinpolarisation und der Umordnung der Domänen aufgrund des inhomogenen Hyperfeinfeldes führt schließlich zu einer viel komplizierteren Domänenstruktur mit kleineren Domänen und mehr Rückstreuung.

Die Domänenstruktur im HLR kann nur dann aufrecht erhalten werden, wenn die Streurrate von Elektronen bzw. CFs von unpolarisierten in polarisierte Domänen und umgekehrt vergleichbar sind. Andernfalls würde eine der beiden Phasen überhand nehmen, was zu einer einfacheren Domänenstruktur oder gar zum Verschwinden aller Domänen führen könnte.

Eine HLR-Messung, wie in Abb. 5.18 gezeigt, lässt sich dann folgendermaßen verstehen: Bei Punkt 1 steigt der Widerstand binnen mehrerer Minuten deutlich an. Das bedeutet, an diesem Punkt bildet sich die komplexe Domänenstruktur, die Zahl der Domänen steigt drastisch an. Im Bereich 2 existieren beide Phasen nebeneinander in einer Art „dynamischen Gleichgewicht“, das durch den Strom getrieben

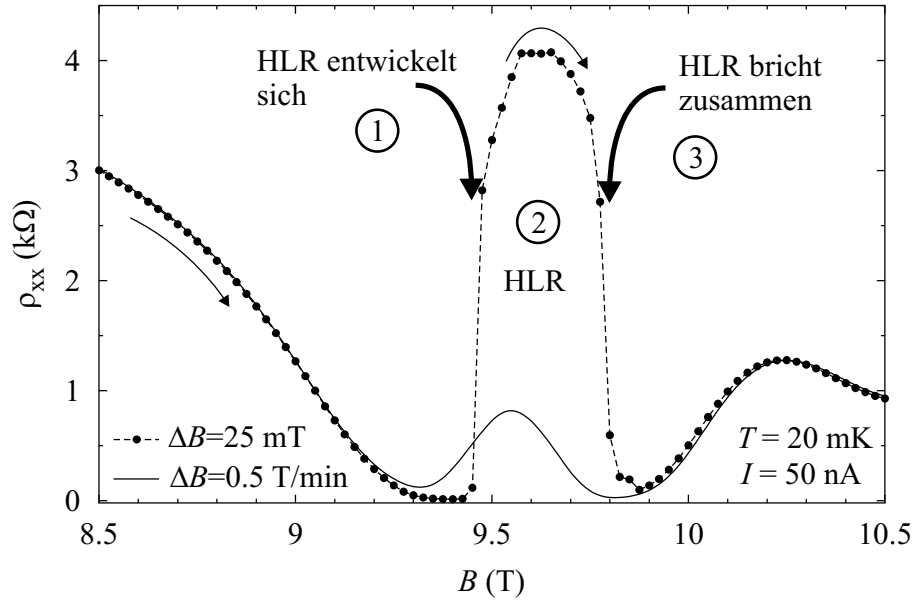


Abbildung 5.18: Längswiderstand um $\nu = 2/3$ bei 20 mK und einem Strom von 50 nA für eine Erhöhung des B -Feldes mit 0,5 T/min (durchgezogene Linie) und ein schrittweises Erhöhen des Feldes um je 25 mT, wobei nach jedem Schritt gewartet wird, bis ρ_{xx} konstant ist (gefüllte Kreise). Bei Punkt 1 entwickelt sich HLR innerhalb mehrerer Minuten, bei Punkt 3 bricht er innerhalb mehrerer Minuten wieder zusammen; dazwischen (2) befinden sich die beiden Phasen in einer Art „dynamischen Gleichgewicht“, das durch den Strom getrieben wird.

wird. Die Domänenstruktur ist wahrscheinlich nicht fix, sondern ändert sich langsam; Messungen des Längswiderstands über mehrere Stunden zeigen, dass er sich geringfügig ändert. Wegen der inhomogenen Verteilung der Kernspinpolarisation ist das HLR-Maximum breiter als der Phasenübergang, wie er bei kleinen Strömen beobachtet wird. Man kann sagen, der Phasenübergang wird über einen gewissen Magnetfeldbereich „verschmiert“. An Punkt 3 bricht der HLR zusammen, d. h. innerhalb mehrerer Minuten fällt der Widerstand auf nahezu Null. Die komplexe Domänenstruktur des HLR verschwindet aus der Probe. Dies könnte zum einen daran liegen, dass die maximal mögliche Verschiebung des Phasenübergangs zu höheren Feldern durch die strominduzierte Kernspinpolarisation erreicht ist; trotz des Hyperfeinfeldes ist der spin-polarisierte Zustand der energetisch günstigste. Zum anderen ist denkbar, dass das dynamische Gleichgewicht der Phasen im HLR gestört ist und vor allem solche Streuung zwischen Domänen stattfindet, die Kernspinpolarisation mit positivem Hyperfeinfeld erzeugt, während die Bereiche mit negativem Hyperfeinfeld durch Kernspin-Diffusion verschwinden. Für letztere Möglichkeit spricht die Zeitdauer von mehreren Minuten.

Während sich in unserer Probe HLR beim Erhöhen des B -Feldes zu höheren Feldern hin ausdehnt, konsistent mit einem negativen Hyperfeinfeld, erstreckt sich beim Erniedrigen des B -Feldes HLR nicht (oder nur unwesentlich) zu kleineren Feldern als der Phasenübergang bei kleinem Strom. Messungen in Ref. [40] zeigen dagegen gerade das umgekehrte Verhalten und deuten so auf ein positives Hyperfeinfeld durch den Strom hin und bestätigen so die Annahme unseres Modells, dass Strom die Kernspins in beiden Richtungen polarisieren kann.

Inwieweit der niederfrequente AC-Strom, der für HLR-Messungen verwendet wird, zu dem hohen Widerstand im HLR beiträgt, ist noch nicht geklärt; vorläufige Messungen mit Gleichstrom (hier nicht gezeigt) zeigen ein ungewöhnliches Zeitverhalten: Der Widerstand steigt mit der Zeit zunächst deutlich an, wie auch bei AC-Messungen, fällt aber nach mehreren hundert Sekunden wieder langsam ab und erreicht nach mehreren Stunden wieder nahezu den Anfangswert. Es ist daher durchaus vorstellbar, dass das ständige Ändern der Stromrichtung dazu beiträgt, dass sich eine komplizierte Domänenstruktur ausbildet und auch erhalten bleibt.

5.5 Zusammenfassung

In diesem Kapitel haben wir den Spin-Phasenübergang bei $\nu = 2/3$ in einer Probe mit 15 nm breitem QW untersucht. Der Phasenübergang tritt bei Magnetfeldern von etwa 9 bis 12 T auf abhängig von der Ladungsträgerdichte. Dieser Wert ist deutlich höher als die bisher in der Literatur berichteten Werte von etwa 3 bis 5 T [27, 30]. Wir führen dies auf eine erhöhte Coulomb-Wechselwirkung der Elektronen sowie auf eine etwas reduzierte Zeeman-Energie im engen QW zurück. Mit zunehmender Ladungsträgerdichte n verschiebt sich der Phasenübergang von Füllfaktoren etwas kleiner als $2/3$ hin zu $\nu > 2/3$. Die Lage des Phasenübergangs in der (ν, n) -Ebene lässt sich gut beschreiben, wenn man die Zyklotronenergie der CF gleich ihrer Zeeman-Energie setzt unter der Annahme, dass die effektive Masse der CF proportional zu \sqrt{n} ist.

Die Lage des Phasenübergangs hängt von der Temperatur ab: Mit abnehmender Temperatur verschiebt er zu höheren Magnetfeldern, die Verschiebung bei konstanter Ladungsträgerdichte beträgt ca. 0,45 T bei 20 mK und lässt sich durch eine thermische Polarisierung der Kernspins erklären; bei 20 mK und 10 T beträgt das Hyperfeinfeld etwa $-0,97$ T und kann somit die beobachtete Verschiebung erklären. Unterhalb von 70 mK zeigt der Phasenübergang Hysterese, was mit der Existenz eines Ising-Quanten-Hall-Ferromagneten und der Bildung von Domänen erklärt wird und auch schon von anderen Autoren beobachtet wurde [89].

Außerdem wurde der Zusammenhang zwischen der von Kronmüller *et al.* entdeckten Widerstandsanomalie bei $2/3$ und dem Spin-Phasenübergang genauer un-

tersucht: Der *Huge Longitudinal Resistance* (HLR) ist ein Maximum im Längswiderstand, das sich bei ausreichend hohem Stromfluss innerhalb mehrerer Minuten entwickelt; eine strominduzierte Kernspinpolarisation im HLR konnte damals durch widerstandsdetektierte NMR nachgewiesen werden. Wir konnten erstmals den direkten Zusammenhang zwischen HLR und dem Spin-Phasenübergang des $2/3$ -Zustands zeigen: HLR entwickelt sich in der gesamten (ν, n) -Ebene direkt am Phasenübergang. Wir haben ein Modell für den HLR entwickelt: Die schon vorhandene Domänenstruktur am Phasenübergang führt bei hohem Strom zu einer inhomogenen Kernspinpolarisation, die wiederum über das Hyperfeinfeld auf die Domänenstruktur zurückwirkt. Sie kann als zusätzliche Unordnung betrachtet werden, die zu kleineren Domänen, mehr Domänenwänden und damit einem höheren Widerstand führt.

6 Drag im Bereich des integralen und fraktionalen Quanten-Hall-Effets

Nachdem im letzten Kapitel die Effekte durch Elektron-Elektron-Wechselwirkung *innerhalb* eines 2DES untersucht wurden, betrachten wir in diesem Kapitel die Wechselwirkung *zwischen* zwei 2DES: In einem Drag-Experiment werden Anregungen (Dichtefluktuationen mit Frequenz ω und Wellenvektor q) von einem stromführenden 2DES auf ein benachbartes 2DES übertragen und können dort als Spannungsabfall detektiert werden. Drag-Messungen erlauben somit Aussagen über die Interlagenstreuung und die Anregungsspektren der 2DES.

In diesem Kapitel werden Drag-Messungen in quantisierenden Magnetfeldern untersucht. Zunächst wird Drag im Bereich des IQHE bei hohen Füllfaktoren betrachtet; die Messungen umfassen einen weiten Temperaturbereich von 50 mK bis 15 K, ein zusätzliches paralleles Magnetfeld sowie gleiche und ungleiche Ladungsträgerdichten in den beiden Schichten. Es erfolgt ein Vergleich mit bisherigen Messungen im Magnetfeld [94, 95] und wir stellen ein Modell für Drag in diesem Bereich vor. Im Bereich des FQHE werden die Vorhersagen zum Composite-Fermion-Drag bei Füllfaktor $3/2$ überprüft. Schließlich wird Drag noch zur Untersuchung der Streuprozesse im „Huge Longitudinal Resistance“ (HLR)-Maximum eingesetzt.

6.1 Drag im Bereich des integralen Quanten-Hall-Effekts

6.1.1 Rückblick

Drag in quantisierenden Magnetfeldern ist seit längerer Zeit der Gegenstand intensiver theoretischer und experimenteller Untersuchungen. Erste Messungen im Magnetfeld im Bereich des IQHE von Hill *et al.* zeigten [69], dass Magneto-Drag eine deutlich höhere Amplitude (um mindestens eine Größenordnung) hat als bei

$B = 0$; außerdem wurde die Landau-Quantisierung der elektronischen Zustandsdichte auch im Drag beobachtet. Hill *et al.* beobachteten im Bereich des IQHE für nicht spinaufgespaltene Landau-Niveaus im Längswiderstand überraschenderweise ein Doppelmaximum im Drag, das sie einer höheren Empfindlichkeit des Drag für die Spinaufspaltung zuschrieben. Zur selben Zeit machten Rubel *et al.* [94] eine ähnliche Beobachtung, erklärten sie jedoch mit einer Theorie von Bønsager *et al.* [71]. Stark vereinfacht besagt diese Theorie, dass Drag im Magnetfeld proportional zum Produkt der Dichte der ausgedehnten Zustände $g_{1,2}$ in beiden Schichten und der abgeschirmten Coulomb-Wechselwirkung W_{12} zwischen ihnen ist:

$$\rho_T \propto g_1 g_2 |W_{12}|. \quad (6.1)$$

Die lokalisierten Zustände werden in dieser Theorie nicht berücksichtigt. Bønsager *et al.* erklären nun das Doppelmaximum folgendermaßen: Liegt die Fermi-Energie im Bereich der lokalisierten Zustände zwischen zwei Landau-Niveaus, so ist Drag sehr klein, da nur wenige Elektronen ausreichend Energie haben, um in ausgedehnte Zustände angeregt zu werden, wo sie zum Drag beitragen. Nähert sich die Fermi-Energie dem Zentrum des Landau-Niveaus, so erhöht sich die Dichte von ausgedehnten Zuständen, während die Interlagen-Wechselwirkung noch kaum abgeschirmt wird; Drag steigt stark an. Noch näher am Zentrum des Landau-Niveaus steigen $g_{1,2}$ weiter an und führen zu einer sehr effektiven Abschirmung der Wechselwirkung, die sogar den Anstieg der Zustandsdichte überkompensiert; ρ_T nimmt wieder ab. Dieses Zusammenspiel von Zustandsdichte und stark nichtlinearer Abschirmung führt nach [71] dann zum Doppelmaximum im Drag. Da diese Theorie den Spin der Elektronen nicht berücksichtigt, erwartet man die Doppelstruktur im Drag auch für spinaufgespaltene Landau-Niveaus. Die bisher publizierten Messungen erlaubten jedoch noch keine klare Aussage für dieses Szenario.

Eine zweite große Überraschung gab es für Drag-Messungen im Magnetfeld bei ungleichen Ladungsträgerdichten in Drive- und Drag-Schicht: Feng *et al.* [95] beobachteten „negativen“ Drag in einem Elektron-Elektron-System. Die Drag-Spannung hatte gerade das umgekehrte Vorzeichen wie man es erwarten würde, wenn man von einem Impulsübertrag durch Reibung ausgeht. Sie erklärten das Vorzeichen des Drag mit einer durch Störstellen induzierten lochartigen Dispersion der ausgedehnten Zustände oder der Zustände am Rand der Probe in weniger als halb gefüllten Landau-Niveaus.

Unsere Messungen haben das Ziel, diese beiden überraschenden und nicht verstandenen Beobachtungen im Magneto-Drag – Doppelstruktur bei gleichen Dichten und negativen Drag bei ungleichen Dichten – zu klären. Dabei werden wir zeigen, dass beide Phänomene die gleiche Ursache haben. Aus detaillierten temperaturabhängigen Messungen, die ein anomales Temperaturverhalten zeigen, schließen wir,

dass diese gemeinsame Ursache für das Verhalten von ρ_T bei hohen Füllfaktoren nicht im Rahmen der Linearen-Antwort-Theorie zu erklären ist.

6.1.2 Proben

Für die Messungen werden eine Reihe verschiedener Proben verwendet, die sich in der Breite der Quantumwells, der Dicke der Barriere zwischen den Quantumwells sowie in ihren Elektronenbeweglichkeiten und Ladungsträgerdichten unterscheiden. Die Tabelle listet alle Proben auf, von denen hier Messungen gezeigt werden. Die Proben W1-W5 mit hohen Elektronenbeweglichkeiten stammen vom Walter-Schottky-Institut aus der MBE-Anlage von W. Wegscheider (mittlerweile von D. Schuh betreut), während die Proben S1 und S2 mit geringer Beweglichkeit aus einer MBE-Anlage am Max-Planck-Institut für Festkörperforschung stammen.

Probe	Breite QW	Barriere d	typ. Dichte	typ. Beweglichkeit
W1	20 nm	30 nm	$\sim 2,1 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$	200 T^{-1}
W2	25 nm	18 nm	$\sim 1,5 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$	150 T^{-1}
W3	15 nm	22 nm	$\sim 1,5 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$	100 T^{-1}
W4	15 nm	12 nm	$\sim 1,5 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$	100 T^{-1}
W5	20 nm	120 nm	$\sim 2,1 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$	200 T^{-1}
S1	20 nm	120 nm	$\sim 3 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$	40 T^{-1}
S2	20 nm	120 nm	$\sim 3 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$	16 T^{-1}

Es wurden noch mehr als die hier aufgelisteten Proben untersucht (die meisten vom Max-Planck-Institut), die sich vor allem in der Barrierendicke unterscheiden; da sie jedoch qualitativ dasselbe Verhalten zeigen und somit keine zusätzlichen Erkenntnisse liefern, wird darauf verzichtet, Messungen von diesen Proben zu zeigen.

6.1.3 Magneto-Drag bei gleichen und ungleichen Dichten

Wir zeigen nun Messungen der beiden Phänomene im Magneto-Drag an unseren Proben, zuerst das Doppelmaximum für nicht spinaufgespaltene Landau-Niveaus bei gleichen Dichten und dann negativen Drag bei ungleichen Dichten. Es folgen detaillierte temperaturabhängige Messungen sowie Untersuchungen im gekippten Magnetfeld. Zuletzt wird noch auf das unterschiedliche Verhalten verschiedener Proben eingegangen.

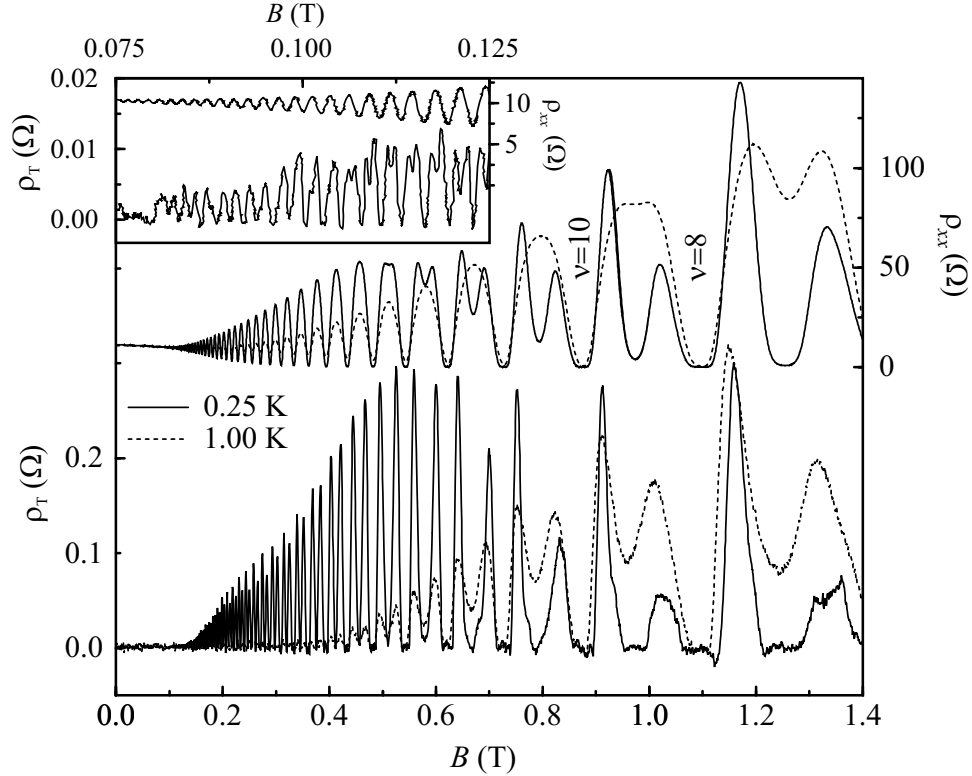


Abbildung 6.1: Längswiderstand (oben) und Drag (unten) bei gleichen Dichten ($n_1 = n_2 = 2,07 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$) bei 0,25 K und 1,0 K, Probe W1. Für nicht spinaufgespaltene Landau-Niveaus in ρ_{xx} ist in ρ_T ein Doppelmaximum zu sehen, nicht jedoch für spinaufgespaltene Landau-Niveaus. Der Einsatz stellt ρ_{xx} und ρ_T bei kleinen Magnetfeldern und 0,25 K vergrößert dar. Das Doppelmaximum im Drag ist bis hinab zu Feldern von 0,11 T sichtbar.

Doppelmaximum bei gleichen Dichten

Wir betrachten zunächst Messungen bei gleichen Ladungsträgerdichten in beiden 2DES; sie wurden an der hochbeweglichen Probe W1 durchgeführt. Abbildung 6.1 zeigt den Längswiderstand ρ_{xx} der Drive-Schicht (ρ_{xx} der Drag-Schicht ist ähnlich) sowie den Drag ρ_T im Bereich des IQHE bei 0,25 K und 1,0 K. ρ_{xx} zeigt bei 1,0 K SdH-Oszillationen mit Nullstellen bei den geradzahigen Füllfaktoren, die Spinaufspaltung bei ungeradzahigem ν ist dagegen nur bei den höchsten gezeigten Feldern durch ein leichtes Minimum angedeutet. Drag bei 1,0 K dagegen zeigt für jedes (spinentartete) Landau-Niveau ein Doppelmaximum, das Minimum bei ungeradzahigem ν ist zwar stärker ausgeprägt als das in ρ_{xx} , geht jedoch nicht bis Null.

Bei 0,25 K zeigt ρ_{xx} ab etwa 0,5 T Spinaufspaltung, ab 1,1 T ist sie voll entwickelt mit Nullstellen bei ungeradem ν . Drag bei 0,25 K zeigt wiederum ein Doppelma-

ximum für jedes spinentartete Landau-Niveau, das Minimum bei ungeradem ν hat sich allerdings zur Nullstelle entwickelt. Der Einsatz in Abb. 6.1 stellt den Bereich kleiner Felder vergrößert dar. Drag zeigt bis hinab zu Feldern von 0,11 T ein Doppelmaximum für jedes spinentartete Landau-Niveau. Für die spinaufgespaltenen Landau-Niveaus in ρ_{xx} allerdings zeigt ρ_T nur ein Maximum; im Drag findet in dieser Probe also keine Verdopplung der Oszillationsperiode durch die Spinaufspaltung wie in ρ_{xx} statt¹.

Außerdem fällt auf, dass für kleine Magnetfelder die Amplitude der Drag-Maxima bei 0,25 K deutlich größer ist als bei 1,0 K, während für ungeradzahlige Füllfaktoren Drag mit der Temperatur zunimmt.

Diese Ergebnisse lassen nun folgende wichtige Schlüsse zu: Das Fehlen eines Doppelmaximums im Drag für ein spinaufgespaltenes Landau-Niveau widerspricht klar der Theorie von Bønsager *et al.* [71], nach der die Coulomb-Wechselwirkung im Zentrum eines Landau-Niveaus stark abgeschirmt ist; bei hoher Leitfähigkeit σ_{xx} ist auch die Abschirmung stark². In dieser Theorie wird der Elektronenspin nicht berücksichtigt, sie müsste daher auch bei Spinaufspaltung der Landau-Niveaus noch gelten. Ebenso ist der deutliche Anstieg des Drag mit fallender Temperatur in unserer Messung nicht in Einklang mit numerischen Berechnungen in Ref. [71] (Abb. 3 darin).

Auch eine erhöhte Empfindlichkeit des Drag auf die Spinaufspaltung, wie in Ref. [69] vorgeschlagen, ist sehr unwahrscheinlich: Die Zeeman-Energie $|g|\mu_B B$ bei 0,1 T und 0,25 K ist gerade mal ein zehntel der Temperatur und somit sollten alle Effekte der Spinaufspaltung thermisch verschmiert sein.

Das fehlende Doppelmaximum für spinaufgespaltene Landau-Niveaus und der Anstieg des Drag mit fallender Temperatur legen vielmehr einen anderen Drag-Mechanismus als den in Ref. [71] untersuchten nahe.

Negativer Magneto-Drag bei ungleichen Dichten

Abbildung 6.2 zeigt den Längswiderstand beider Schichten und Drag und für ungleiche Dichten. Überraschenderweise ist Drag nun nicht nur positiv, sondern er oszilliert um Null. Dabei treten zwei Oszillationsfrequenzen auf: Eine schnelle Oszillation führt zu einem Extremum im Drag, wenn in beiden 2DES eine endliche Zustandsdichte an der Fermi-Kante vorhanden ist und hat eine Frequenz von $h/2e(n_1 + n_2)$. Die langsame Oszillation hat eine Frequenz von $h/2e(n_1 - n_2)$, mit der Drag um Null

¹ Wie wir weiter unten noch sehen werden, zeigen manche Proben auch für spinaufgespaltene Landau-Niveaus ein Doppelmaximum.

² In unseren Proben ist σ_{xx} größer als in der von Bønsager für sein numerisches Beispiel benutzten Probe, die der von Rubel *et al.* entspricht; daher sollte die Abschirmung in unserer Probe sogar noch stärker sein.

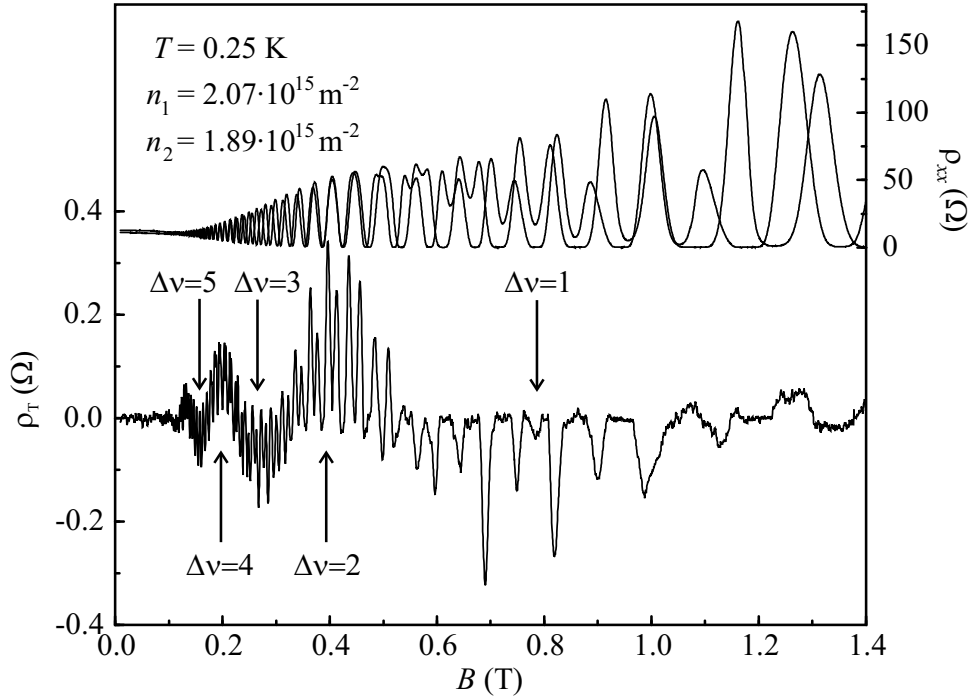


Abbildung 6.2: Längswiderstand der beiden Schichten (oben) und Drag (unten) bei ungleichen Dichten, Probe W1. Drag oszilliert um Null, wobei er positiv ist, wenn der Unterschied der Füllfaktoren in den Schichten geradzahlig ist, und negativ, wenn der Unterschied ungeradzahlig ist. Zudem zeigt Drag eine schnelle Oszillation durch die Landau-Quantisierung.

oszilliert; sie ist die Einhüllende der schnellen Oszillation. Bei genauerer Betrachtung sieht man, dass Drag immer dann maximal *positiv* ist, wenn der Unterschied der Füllfaktoren $\Delta\nu$ in beiden Schichten *geradzahlig* ist und maximal *negativ*, wenn $\Delta\nu$ *ungeradzahlig* ist (vgl. Abb. 6.2). (Bei Feng *et al.* [95] ist eine halbe Periode der Oszillation um Null zu sehen.)

Anstelle Drag bei *konstanten Ladungsträgerdichten* als Funktion des Magnetfeldes zu messen kann man auch bei *konstantem Magnetfeld* den Dichteunterschied und damit $\Delta\nu$ variieren. Dafür stellt man das Magnetfeld auf einen Wert, bei dem Drag ein Maximum bei gleichen Dichten hat und variiert dann die Dichte einer der Schichten mit einem Gate. Damit beobachtet man nur die Oszillation des Drag um Null, die durch $\Delta\nu$ verursacht wird. In Abb. 6.3 wird bei $B = 1,02$ T der Füllfaktor des unteren 2DES (Drive-Schicht) mit dem Backgate variiert, während der Füllfaktor der Drag-Schicht konstant bei 8,5 bleibt. Man sieht, dass Drag *positiv* ist, wenn $\Delta\nu$ geradzahlig und *negativ*, wenn $\Delta\nu$ ungeradzahlig ist.

Negativer Drag in gekoppelten Elektron-Elektron-Systemen widerspricht der ein-

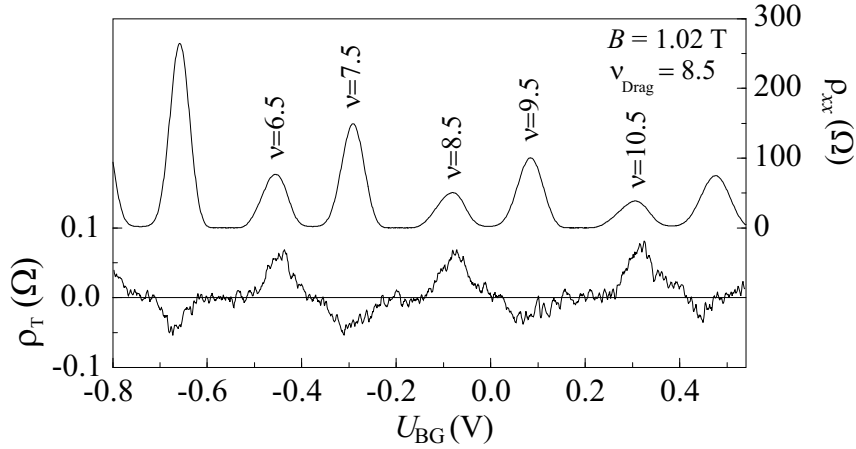


Abbildung 6.3: Längswiderstand (oben) und Drag (unten) der Probe W1 bei einem Magnetfeld von 1,02 T als Funktion der Backgate-Spannung U_{BG} , die nur den Füllfaktor der Drive-Schicht ν ändert; der Füllfaktor der Drag-Schicht ν_{Drag} ist konstant bei 8,5. Die Temperatur beträgt 250 mK.

fachen Vorstellung von Drag ohne Magnetfeld: Elektronen in der Drive-Schicht verlieren durch Streuung einen Teil ihres Impulses, den sie auf Elektronen in der Drag-Schicht übertragen, die dadurch in die gleiche Richtung wie die Drive-Elektronen „mitgeführt“ werden. Die mitgeführten Elektronen bauen dann ein elektrisches Feld in der Drag-Schicht auf, das dem in der Drive-Schicht entgegengerichtet ist; ein Drag-Signal mit dieser Polarität wird als *positiv* definiert. Für Elektron-Loch-Systeme [46] ist die Polarität dagegen umgekehrt.

Ein negatives Dragsignal in Elektron-Elektron-Systemen bedeutet also, dass die Ladungsträger in einer der beiden Schichten ein lochartiges Verhalten aufweisen. Feng *et al.*, die zuerst negativen Drag beobachteten [95], erklärten ihre Beobachtungen mit einer lochartigen Dispersion der ausgedehnten Zustände in weniger als halb gefüllten Landau-Niveaus, die durch Unordnung verursacht werden soll. Danach ist Drag immer dann negativ, wenn in den beiden Schichten Elektronen mit lochartiger und elektronenartiger Dispersion (d. h. ein weniger als halb und ein mehr als halb gefülltes Landau-Niveau) an der Fermi-Kante liegen. Während diese Erklärung konsistent mit den in Ref. [95] gezeigten Daten ist, zeigen unsere Messungen, die einen größeren Temperaturbereich umfassen, Abweichungen, die nicht mit diesem Modell vereinbar sind. So beobachtet man in Abb. 6.2 im Magnetfeldbereich, in dem die Spinaufspaltung im Längswiderstand teilweise oder ganz entwickelt ist, negativen Drag, obwohl man nach obigem Modell positiven Drag erwarten würde (z. B. bei 0,62 T, oder 1,0 T sind die spinaufgespaltenen Landau-Niveaus in beiden Schichten weniger bzw. mehr als halb voll); in Abb. 6.3 würde man für *jedes*

der spinaufgespaltenen Landau-Niveaus einen Wechsel von positivem zu negativem Drag erwarten. Wie schon im Falle des Doppelmaximums bei gleichen Dichten sind existierende Modelle nicht in der Lage, die experimentellen Daten korrekt zu erklären, sobald Spinaufspaltung sichtbar wird.

Temperaturabhängigkeit des Magneto-Drag

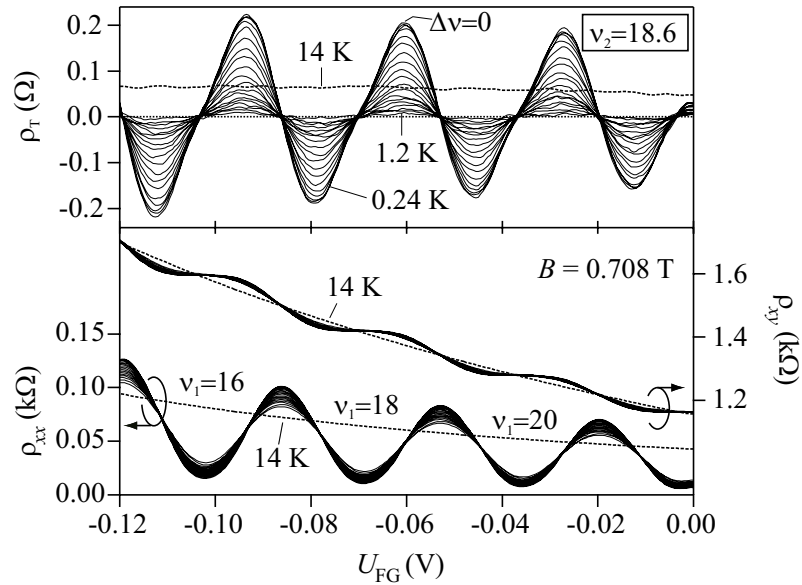


Abbildung 6.4: Drag (oben) sowie Längs- (ρ_{xx}) und Hallwiderstand (ρ_{xy}) (unten) der Probe S1 bei festem Magnetfeld als Funktion der Frontgate-Spannung für verschiedene Temperaturen. Der Füllfaktor der Drag-Schicht ist konstant bei 18,6, der der Drive-Schicht variiert mit der Frontgate-Spannung zwischen 17 und 22. Je nach Füllfaktorunterschied ist Drag abwechselnd positiv und negativ, außerdem nimmt seine Amplitude mit zunehmender Temperatur ab. Die Temperaturen für die durchgezogenen Linien sind 0,24, 0,3, 0,35, ..., 1,0, 1,1 und 1,2 K; die gestrichelte Linie ist eine Messung bei 14 K.

Die Temperaturabhängigkeit des Magneto-Drag liefert weitere interessante Ergebnisse, die wichtige Hinweise zu dessen Verständnis geben. Für die Messungen verwenden wir die Probe S1 mit geringer Elektronenbeweglichkeit (vgl. Tabelle in Abschn. 6.1.2). Sie verhält sich qualitativ wie die bisher untersuchte Probe W1, zeigt also das oben beschriebene Doppelmaximum bei gleichen Dichten und negativen Drag bei ungleichen Dichten. Um nun die Temperaturabhängigkeit der Drag-Amplitude bei gleichen und ungleichen Dichten zu untersuchen, geht man vor wie bei Abb. 6.3: Bei einem konstanten Magnetfeld, bei dem Drag für gleiche Dichten

ein Maximum hat, variiert man die Dichte einer Schicht mit einem Gate und misst die Drag-Amplitude. Man wiederholt diese Messung für verschiedene Temperaturen.

Abbildung 6.4 zeigt eine entsprechende Messung: Bei konstanter Dichte der Drag-Schicht wird die Dichte der Drive-Schicht mit Hilfe des Frontgates variiert. Dabei werden Drag sowie Längs- und Hallwiderstand bei verschiedenen Temperaturen zwischen 0,24 und 1,2 K sowie bei 14 K gemessen. $\Delta\nu = 0$ markiert den Fall gleicher Dichten. Man sieht, dass Drag abwechselnd positiv und negativ ist, je nach Füllfaktorunterschied der beiden Schichten. Mit zunehmender Temperatur wird die Amplitude sowohl des positiven als auch des negativen Dragsignals gleichmäßig kleiner und ist bei 1,2 K nahezu Null. Das ist ein klarer Hinweis darauf, dass sowohl Doppelmaximum als auch negativer Drag auf dem gleichen Mechanismus beruhen. Der Längswiderstand ändert sich in diesem Temperaturbereich dagegen nur geringfügig, was darauf hindeutet, dass die Zustandsdichte kaum von der Temperatur abhängt und somit auch nicht als Ursache für die drastische Erhöhung der Drag-Amplitude in Frage kommt. Bei einer Temperatur von 14 K ist dagegen weder im Längswiderstand noch im Drag die Landau-Quantisierung der Zustandsdichte sichtbar; Drag hat einen nahezu konstanten positiven Wert, der deutlich höher ist als bei 1,2 K.

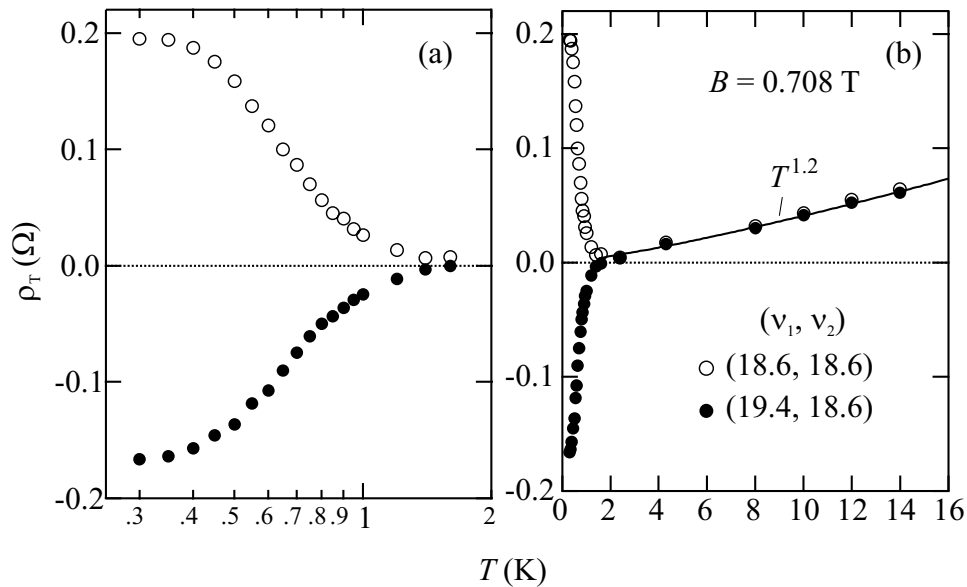


Abbildung 6.5: Temperaturabhängigkeit des Drag für die Probe S1 bei $B = 0,708$ T für gleiche ($\nu_1 = \nu_2 = 18,6$, Symbol \circ) und ungleiche Dichten ($\nu_1 = 19,4, \nu_2 = 18,6$, Symbol \bullet). (a) Daten für $T < 2$ K als Funktion von $\log T$; (b) lineare Temperaturskala.

Abbildung 6.5 zeigt die Temperaturabhängigkeit des Drag. Aufgetragen ist die Drag-Amplitude bei gleichen Dichten (Füllfaktor 18,6 in beiden Schichten) und bei ungleichen Dichten (Füllfaktoren 19,4 bzw. 18,6 in der Drive- bzw. Drag-Schicht) gegen die Temperatur. Wir weisen darauf hin, dass sich Drag bei benachbarten hohen Füllfaktoren qualitativ sehr ähnlich verhält. In Abb. 6.5 (b) sieht man, dass Drag von 14 K bis etwa 2 K mit abnehmender Temperatur kleiner wird und gegen Null geht, und zwar gleichermaßen für gleiche wie auch ungleiche Dichten; in diesem Bereich lässt sich die Temperaturabhängigkeit näherungsweise durch ein Potenzgesetz beschreiben: $\rho_T \propto T^\alpha$, wobei $\alpha \in [1; 2]$ je nach Füllfaktor. Unterhalb von etwa 2 K (Abb. 6.5 (a)) steigt die Amplitude des Dragsignals stark an, dabei ist das Vorzeichen *negativ* für ungleiche Dichten und *positiv* für gleiche Dichten. Unterhalb von etwa 0,35 K scheint die Amplitude zu sättigen. Auffällig ist das (abgesehen vom Vorzeichen) gleichartige Verhalten bei gleichen und ungleichen Dichten in den Schichten, das auf einen gemeinsamen physikalischen Ursprung des positiven und des negativen Drag hindeutet.

Sämtliche theoretischen Untersuchungen (z. B. [71, 96]) sagen ein streng monoton steigendes Verhalten des Drag mit der Temperatur vorher, wie wir es auch für $T > 2$ K beobachten. Unsere Messungen bei kleinen Temperaturen sind jedoch im Widerspruch zu diesen Vorhersagen; daher bezeichnen wir positiven und negativen Drag in diesem Temperaturbereich zusammenfassend als *anomalen Drag*.

Proben mit hoher Elektronenbeweglichkeit (größer als 100 T^{-1}) zeigen qualitativ dasselbe Verhalten. Wir untersuchen nun das Temperaturverhalten des anomalen Drag für die hochbewegliche Probe W2 (25 nm breite QWs, 18 nm Barriere) für eine Reihe von Füllfaktoren. Wir beschränken uns dabei auf gleiche Dichten in beiden Schichten; nicht gezeigte Messungen bestätigen, dass auch in dieser Probe positiver und negativer Drag sehr ähnliches Temperaturverhalten aufweisen. Abbildung 6.6 zeigt die Leitfähigkeit der Drive-Schicht sowie Drag der Probe W2 als Funktion des Füllfaktors. Wie auch in den bisher gezeigten Messungen sieht man ein Doppelmaximum im Drag für spinentartete Landau-Niveaus, nicht jedoch für spin-aufgespaltene. Die Entwicklung der Drag-Amplitude mit der Temperatur im Bereich zwischen ganzzahligen Füllfaktoren zeigt, dass für kleine Füllfaktoren ($\nu < 5$) Drag mit zunehmender Temperatur ebenfalls zunimmt. Für große Füllfaktoren ($\nu > 10$) dagegen beobachtet man das anomale Temperaturverhalten, nämlich steigendes ρ_T für fallende Temperatur. Im Übergangsbereich zwischen diesen beiden Regionen zeigt Drag ein nichtmonotones Temperaturverhalten.

Das Temperaturverhalten der Dragamplitude ist in Abb. 6.7 dargestellt; der untersuchte Temperaturbereich erstreckt sich von 50 mK bis 15 K. Die doppelt-logarithmische Darstellung (Abb. 6.7 (a)) des Drag gegen Temperatur zeigt, dass für hohe Temperaturen die Dragamplitude mit abnehmender Temperatur fällt und dabei annähernd einem Potenzgesetz folgt. In einem mittleren Temperaturbereich

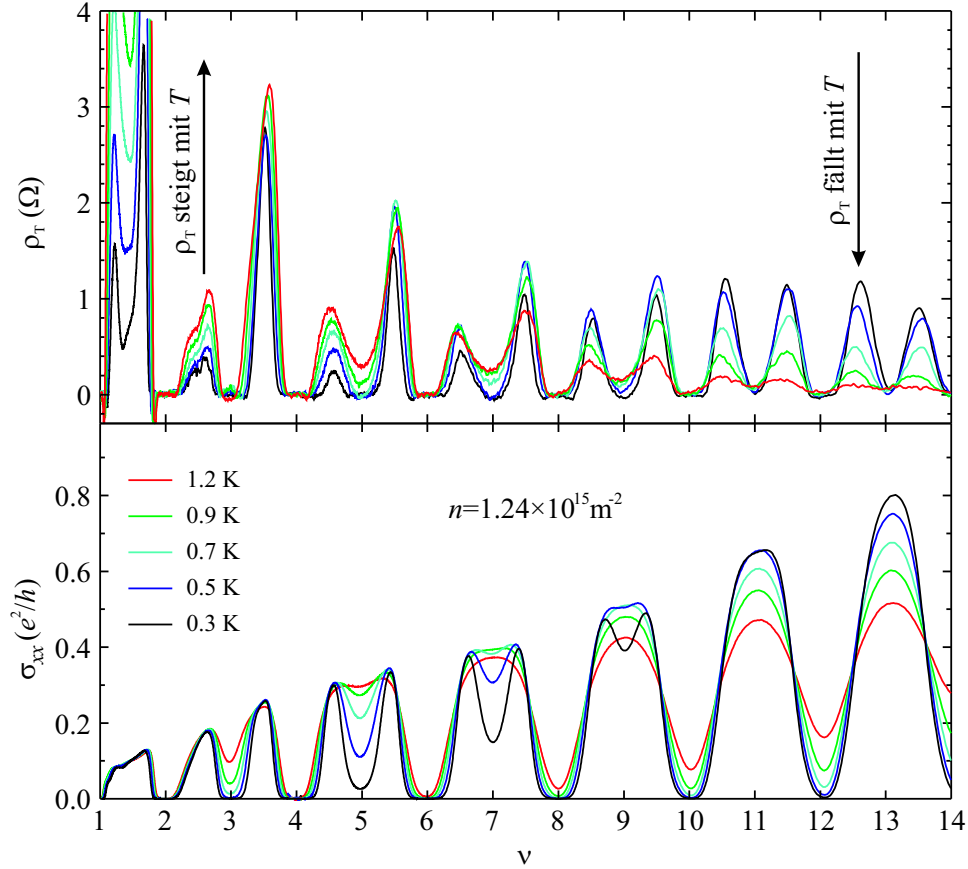


Abbildung 6.6: Leitfähigkeit der Drag-Schicht (unten) und Drag (oben) der Probe W2 mit hoher Beweglichkeit bei gleichen Dichten als Funktion des Füllfaktors. Die Messungen bei verschiedenen Temperaturen zeigen, dass Drag bei kleinen Füllfaktoren mit steigender Temperatur zunimmt, während er bei hohen Füllfaktoren ein anomales Temperaturverhalten zeigt.

von etwa 3 bis 0,3 K dagegen ändert sich das Temperaturverhalten und man sieht einen anomalen Anstieg des Drag mit fallendem T . Für ausreichend tiefe Temperaturen fällt Drag stets mit abnehmender Temperatur.

Für die Füllfaktoren $\nu = 7/2$ und $9/2$ ist statt des anomalen Temperaturverhaltens nur ein geringerer Anstieg von ρ_T mit T zu beobachten. Der Füllfaktor $\nu = 3/2$ nimmt eine Sonderstellung ein: Bei $3/2$ existiert ein Fermi-See von Composite Fermions, es sind Anregungen ohne Energielücke möglich. Im Temperaturverhalten spiegelt sich das durch ein Potenzgesetz wider; unsere Messung folgt bis etwa 1,5 K sehr gut $\rho_T \propto T^{4/3}$, was mit der theoretischen Vorhersage für CF-Drag übereinstimmt [97] (vgl. Abschnitt 6.2).

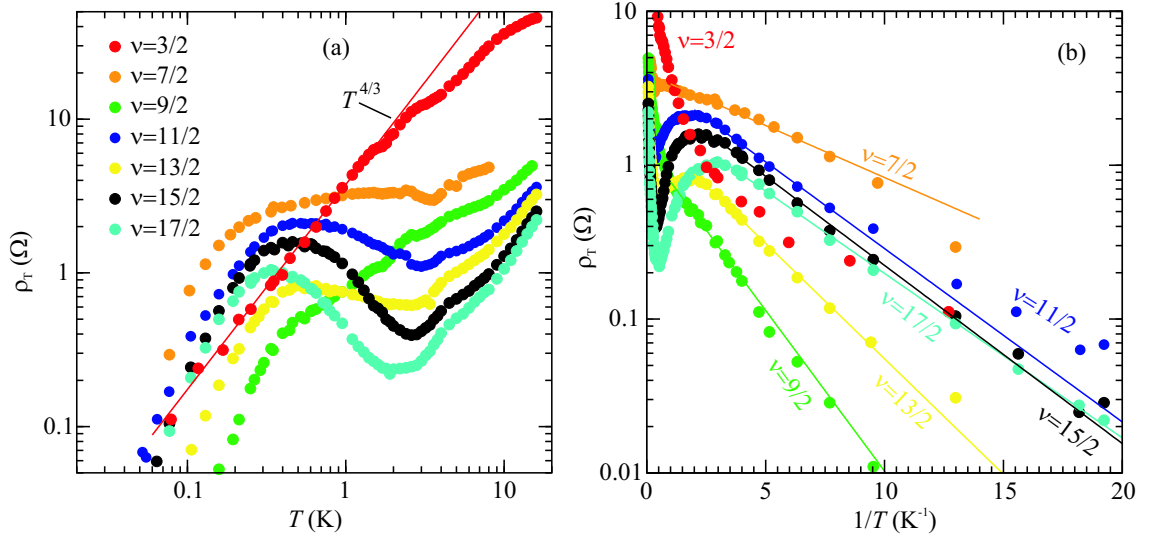


Abbildung 6.7: Temperaturabhängigkeit des Drag für Probe W2 bei verschiedenen Füllfaktoren in (a) doppelt-logarithmischer Auftragung und in (b) Arrhenius-Auftragung. Bei $\nu = 3/2$ werden die Daten bis $\sim 1,5$ K gut durch ein Potenzgesetz $\rho_T = aT^{4/3}$ mit $a = 3,75$ beschrieben, für die anderen Füllfaktoren deutet die Arrhenius-Auftragung auf aktivierten Transport bei tiefen Temperaturen hin. Die Geraden sind Ausgleichsgeraden für einen beschränkten Temperaturbereich.

Die Daten bei tiefen Temperaturen für die anderen Füllfaktoren dagegen lassen sich nur unbefriedigend durch ein Potenzgesetz beschreiben. Dagegen zeigt eine Arrhenius-Auftragung der Daten, dass sich der Anstieg bei tiefen Temperaturen gut durch ein Aktivierungsgesetz $\rho_T \propto \exp(-\Delta/k_B T)$ beschreiben lässt (Abb. 6.7 (b)). Das bedeutet, dass Drag in diesem Temperaturbereich thermisch aktiviert ist. Unsere Messungen zeigen weiter, dass die Aktivierungsenergie dabei von ν abhängt.

Das Aktivierungsgesetz deutet darauf hin, dass eine Energielücke besteht, um Dichtefluktuationen zu erzeugen, die zum anomalen Drag beitragen. Die Leitfähigkeit der Drag-Schicht folgt ebenfalls einem Aktivierungsgesetz $\sigma_{xx} \propto \exp(-U/k_B T)$. In Abb. 6.8 sind die Aktivierungsenergien U und Δ in Abhängigkeit vom Füllfaktor aufgetragen. Die Aktivierungsenergie für σ_{xx} beträgt bei geradzahigen ν gerade die halbe Zyklotronenergie; bei ungeradzahigen ν liegt sie dagegen deutlich über der reinen Zeemanenergie, da der effektive g -Faktor durch die Austauschwechselwirkung deutlich erhöht wird. Das aktivierte Verhalten von σ_{xx} bedeutet, dass Elektronen oder Löcher von lokalisierten Zuständen bei E_F in die ausgedehnten Zustände im Zentrum des Landau-Niveaus thermisch angeregt werden, U gibt dabei den energetischen Abstand an.

Die Energien U und Δ sind miteinander verbunden: In den Füllfaktor-Bereichen,

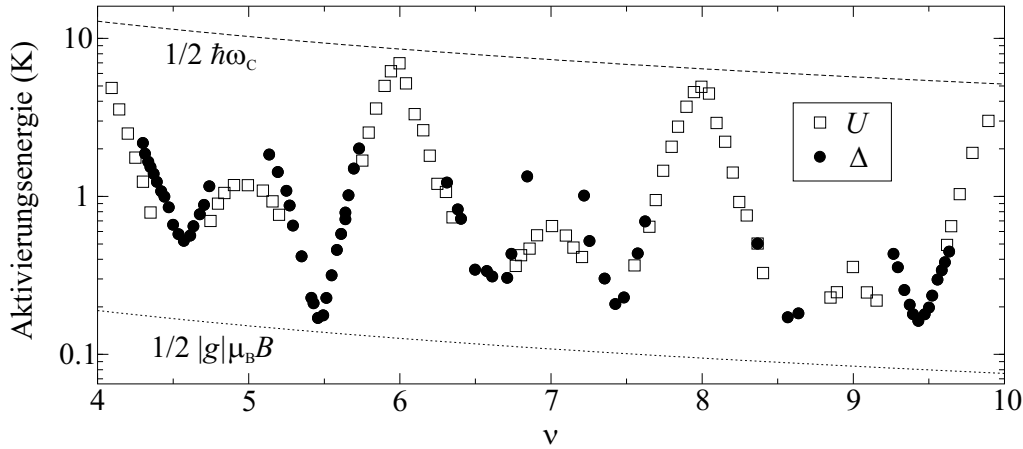


Abbildung 6.8: Aktivierungsenergien, die aus $\rho_T \propto \exp(-\Delta/k_B T)$ bzw. $\sigma_{xx} \propto \exp(-U/k_B T)$ bestimmt wurden, in Abhängigkeit vom Füllfaktor ν .

in denen beide Energien bestimmt werden können, sind beide von vergleichbarer Größe. Die enge Korrelation der Anregungsenergien Δ und U legt den Schluss nahe, dass der anomale Drag bei tiefen Temperaturen durch Interlagen-Streuung verursacht wird, wobei Elektronen oder Löcher bei E_F thermisch in die delokalisierten Zustände angeregt werden. Diese Beobachtung wird uns zu einem Modell für den anomalen Drag führen.

Doppelmaximum für spinaufgespaltene Landau-Niveaus

Die bisher untersuchten Proben, sowohl die mit geringen als auch die mit hohen Elektronenbeweglichkeiten, hatten für spinaufgespaltene Landau-Niveaus im Längswiderstand nur ein Maximum im Drag gezeigt. Abbildung 6.9 zeigt Messungen an der Probe W3, die 15 nm breite QWs hat, die durch eine 22 nm dicke Barriere voneinander getrennt sind, außerdem wurde kein Metall-Frontgate aufgebracht; die Beweglichkeiten in beiden Schichten liegen über 100 T^{-1} (vgl. Abschnitt 5.1). Von etwa 0,55 T an ist die Spinaufspaltung in ρ_{xx} zunehmend deutlicher ausgeprägt. Im selben Bereich zeigt ρ_T ein Doppelmaximum auch für spinaufgespaltene Landau-Niveaus; besonders deutlich ist es bei 0,77 T ausgeprägt. Variiert man die Dichte in einer der Schichten, so erhält man zusätzliche Vorzeichenwechsel des Dragsignals bei diesen Füllfaktoren (Abb. 6.10).

Abbildung 6.11 zeigt Messungen an der Probe W4, die ebenfalls 15 nm breite QWs hat, die aber von einer nur 12 nm dicken Barriere getrennt sind, für verschiedene Temperaturen; bei dieser Probe sind die QWs 200 nm statt wie bei den anderen Proben 100 nm unter der Oberfläche vergraben. Die Doppelmaxima in ρ_T für spinaufgespaltene Landau-Niveaus zwischen $\nu = 6$ und etwa 10 sind bei den tiefsten

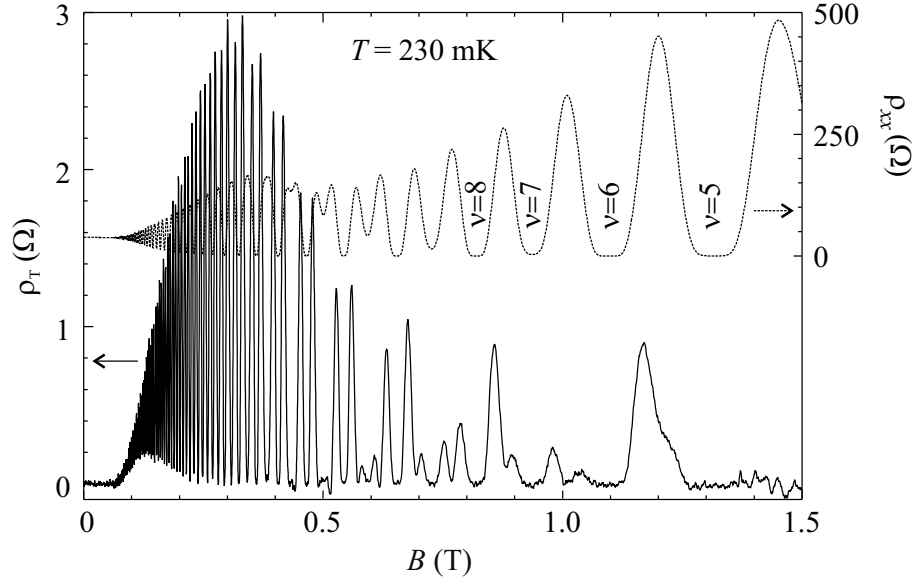


Abbildung 6.9: ρ_{xx} und ρ_T bei gleichen Dichten für der Probe W3 mit 15 nm QWs und 22 nm Barriere, zudem hat die Probe kein Metall-Frontgate. Bei 230 mK zeigt Drag ein Doppelmaximum für teilweise oder komplett spinaufgespaltene Landau-Niveaus, ein Merkmal, das die bisher untersuchten Proben nicht aufwiesen.

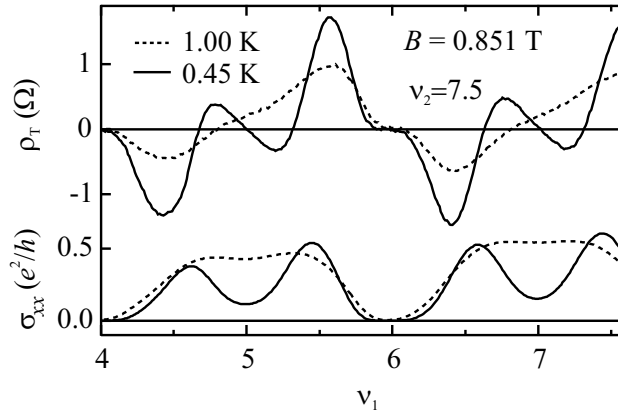


Abbildung 6.10: σ_{xx} und ρ_T der Drag-Schicht der Probe W3 als Funktion ihres Füllfaktors ν_1 bei konstantem $\nu_2 = 7,5$ der Drive-Schicht. Maximal positiver oder negativer Drag tritt nicht nur bei ganzzahligem $\Delta\nu$ auf, vielmehr tritt wie auch bei gleichen Dichten ein Verdopplung der Oszillationsperiode des Drag für spinaufgespaltene Landau-Niveaus auf. Bei 1 K ist in σ_{xx} keine Spinaufspaltung mehr sichtbar, und auch in ρ_T verschwindet die Verdopplung der Oszillationsperiode.

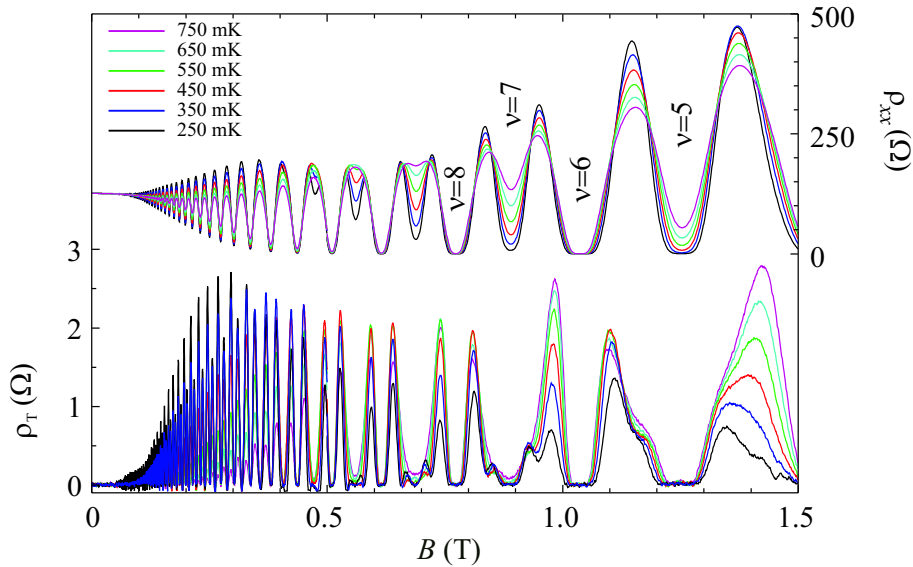


Abbildung 6.11: ρ_{xx} und ρ_T bei gleichen Dichten für die Probe W4 mit 15 nm QWs und 12 nm Barriere, wie in Abb. 6.9 hat auch diese Probe kein Metall-Frontgate. Deutlich ist bei tiefen Temperaturen das Doppelmaximum im Drag für spinaufgespaltene Landau-Niveaus zu sehen, mit zunehmender Temperatur wird es jedoch schwächer ausgeprägt und verschwindet oberhalb von etwa 0,8 K.

Temperaturen wiederum deutlich zu sehen, oberhalb von etwa 0,8 K verschwinden sie jedoch. Diese Doppelmaxima sind deutlich asymmetrisch: Die Maxima, die näher an den *ungeradzahligen* Füllfaktoren liegen, sind kleiner und nahezu temperaturunabhängig verglichen mit den Maxima neben geradzahligen Füllfaktoren, die stark ansteigen mit zunehmender Temperatur und schließlich die kleinen Maxima „schlucken“. Der Grund für diese Asymmetrie muss in der unterschiedlichen Größe der Energielücke liegen, die bei ungeradem ν die Spinaufspaltung, bei geradem ν etwa die Landauaufspaltung ist.

Auf das besondere Verhalten dieser beiden Proben wird im Rahmen des Modells später eingegangen. Es ist unklar, ob die im Vergleich zu den anderen Proben stärkere Kopplung der Schichten oder die stärkere Austauschwechselwirkung innerhalb der nur 15 nm breiten QWs das abweichende Verhalten verursacht. Auch das Fehlen eines Metallgates oder die größere Tiefe unter der Oberfläche könnten die Ursache dafür sein: Beide Maßnahmen reduzieren die mechanischen Verspannungen bei den QWs, was wahrscheinlich zu geringerer Unordnung in der Probe führt und somit die intrinsische Verbreiterung der Landau-Niveaus verringert.

Drag im gekippten Magnetfeld

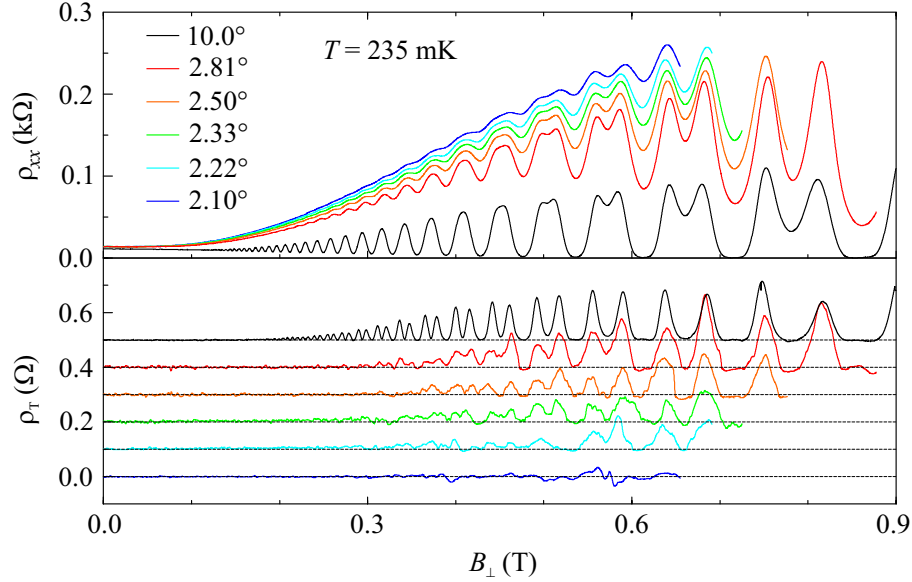


Abbildung 6.12: ρ_{xx} und ρ_T der Probe W1 bei gleichen Dichten als Funktion der senkrechten Magnetfeld-Komponente B_{\perp} für verschiedene Winkel zwischen Probe und Magnetfeld; die Probe ist nahezu parallel zu B . Die Dichte in beiden Schichten ist $n = 2,1 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$, die Temperatur beträgt 235 mK. Mit zunehmendem parallelen Feld wird ρ_T kleiner, bis Drag bei $2,10^\circ$ im Rauschen verschwindet; gleichzeitig wird ein nicht oszillierender Untergrund in ρ_{xx} größer. Trotz der zunehmenden Spinaufspaltung im parallelen Feld zeigt Drag nur ein Maximum pro Spinrichtung.

Da es manche Proben gibt, die für spinaufgespaltene Landau-Niveaus ein Doppelmaximum im Drag zeigen (vgl. Abb. 6.9, 6.10 und 6.11), stellt sich die Frage, ob man das Doppelmaximum in den Proben, die es im senkrechten Magnetfeld nicht zeigen, durch ein zusätzliches paralleles Feld, das die Spinaufspaltung vergrößert, induzieren kann. Im senkrechten Feld beträgt die Spin-Energielücke $|g^*|\mu_B B$ nur einen Bruchteil der Zyklotron-Energie $\hbar\omega_c$, und selbst die experimentell bestimmte, durch die Austauschwechselwirkung vergrößerte Spin-Lücke ist nur etwa 1/10 der Zyklotron-Energie (vgl. Abb. 6.8). Erst im nahezu parallelen Magnetfeld werden Spin- und Landau-Aufspaltung vergleichbar groß. Für die kleinsten Kippwinkel in Abb. 6.12 und 6.13 gilt $|g_{\text{ex}}|\mu_B B \approx 0,4\hbar\omega_c$, wobei g_{ex} der durch die Austauschwechselwirkung („exchange“) vergrößerte und durch thermische Aktivierungsmessungen bestimmte g -Faktor ist; das bedeutet, dass die Minima der Spin-

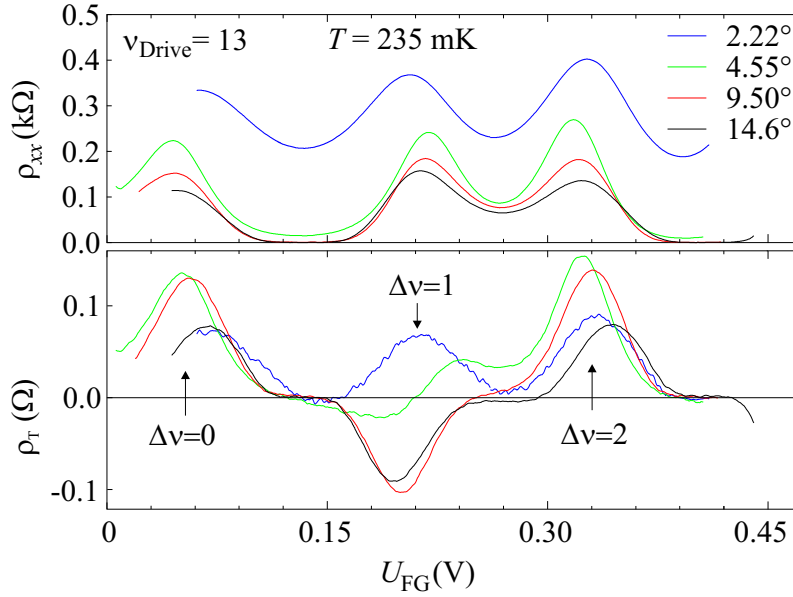


Abbildung 6.13: ρ_{xx} und ρ_T als Funktion der Dichte der Drag-Schicht bzw. U_{FG} bei konstantem ν_{Drive} für verschiedene Kippwinkel zwischen Probe und B . Es wird die Probe W1 verwendet. Mit zunehmendem parallelen Magnetfeld verschwindet negativer Drag bei $\Delta\nu = 1$.

und Landau-Aufspaltung in ρ_{xx} nahezu gleich entwickelt sind.

Abbildung 6.12 zeigt ρ_{xx} und ρ_T der hochbeweglichen Probe W1 als Funktion der senkrechten Magnetfeldkomponente für eine Reihe verschiedener Kippwinkel. Die Dichte in beiden Schichten ist gleich $n = 2,1 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$, die Temperatur ist $T = 235 \text{ mK}$. Im Längswiderstand fällt auf, dass mit abnehmendem Kippwinkel ein zunehmender Untergrund auftritt und die SdH-Oszillationen weniger deutlich ausgeprägt sind. Dies kommt wahrscheinlich von der verstärkten Grenzflächenstreuung in fast parallelen Magnetfeldern [98]. Im Drag dagegen tritt kein Untergrund auf, die Amplitude der Oszillationen nimmt jedoch mit abnehmendem Winkel ab; für den kleinsten Winkel ist die Drag-Amplitude schließlich kleiner als das Rauschen in dieser Messung. Für keinen Winkel ist jedoch ein Doppelmaximum für spinaufgespaltene Landau-Niveaus sichtbar, obwohl die Spin- und die Landauaufspaltung vergleichbar groß sind.

Abbildung 6.13 schließlich zeigt Drag bei konstanter Dichte der Drive-Schicht als Funktion der Frontgate-Spannung, die die Dichte in der Drag-Schicht einstellt. Für die beiden größten Winkel ist Drag positiv, wenn der Füllfaktor-Unterschied $\Delta\nu$ der beiden Schichten geradzahlig ist und negativ, wenn $\Delta\nu$ ungeradzahlig ist; es treten keine zusätzlichen Vorzeichenwechsel wie in Abb. 6.10 auf. Für den kleinsten

Winkel ist Drag stets positiv. Bei diesen Messungen ist die senkrechte Komponente des Magnetfelds konstant bei 0,67 T, während das Gesamtfeld mit kleinerem Kippwinkel um ein Vielfaches größer wird; gleichzeitig nimmt, wie oben beschrieben, die Grenzflächenstreuung zu. Ob nun die zusätzliche Grenzflächenstreuung oder die stärkere Lokalisierung der Elektronen durch die große Feldkomponente in der Ebene des 2DES bei kleinerem Kippwinkel zum Verschwinden des negativen Drag führen, ist nicht klar. Auch im senkrechten Feld wird beobachtet, dass negativer Drag oberhalb eines bestimmten Feldes verschwindet.

Vergleich hoch- und niederbeweglicher Proben

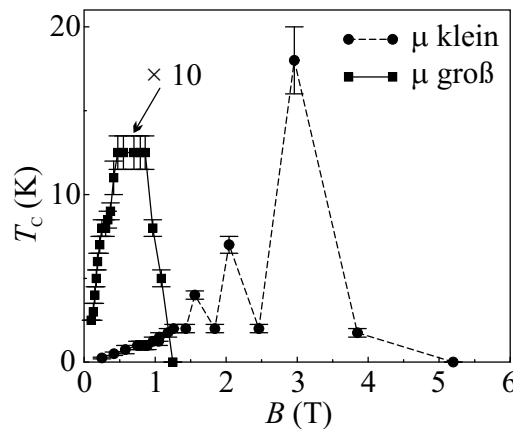


Abbildung 6.14: Die maximale Temperatur T_C , für die negativer Drag noch auftritt, in Abhängigkeit vom Magnetfeld. Die Kreise sind die Daten für die Probe S2 mit geringer Beweglichkeit ($\mu = 16 \text{ T}^{-1}$ bei $n = 3,3 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$), die Rechtecke sind für die hochbewegliche Probe W5 ($\mu = 240 \text{ T}^{-1}$ bei $n = 2,1 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$, Daten multipliziert mit 10).

Negativer Drag existiert nur in einem begrenzten Magnetfeld- und Temperaturbereich: Als Funktion des Feldes verschwindet er ungefähr dann, wenn im Längswiderstand die Spinaufspaltung voll entwickelt ist. Das Temperaturverhalten dagegen hängt stark von der verwendeten Probe ab.

Wir untersuchen nun den Temperatur- und Magnetfeldbereich, in dem negativer Drag beobachtet werden kann, für Proben mit geringer und mit hoher Ladungsträgerbeweglichkeit μ . Abbildung 6.14 zeigt die maximale Temperatur T_C , bei der negativer Drag auftritt, in Abhängigkeit vom Magnetfeld für zwei Proben mit jeweils 20 nm QWs und 120 nm Barriere, jedoch verschiedenen Beweglichkeiten: In Probe W5 haben beide Schichten etwa $\mu \approx 240 \text{ T}^{-1}$, in Probe S2 etwa 16 T^{-1} für die eine

und etwa 40 T^{-1} für die andere Schicht. Die Werte für T_C wurden folgendermaßen bestimmt: Bei gleichen Ladungsträgerdichten stellt man das Magnetfeld auf einen Wert ein, bei dem Drag ein Maximum hat. Dann wird die Dichte in einer der beiden Schichten mit Hilfe eines Gates variiert und Drag gemessen; bei ausreichend tiefer Temperatur wird Drag je nach $\Delta\nu$ das Vorzeichen wechseln. Diese Gate-Messungen werden für verschiedene Temperaturen wiederholt; T_C ist die Temperatur, bei der für dieses Magnetfeld kein negativer Drag mehr auftritt. Die Dichte einer Schicht bleibt dabei konstant und ist $n = 3,3 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ für die niederbewegliche Probe S2 und $n = 2,1 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ für die hochbewegliche Probe W5. Für die hochbewegliche Probe kann oberhalb von etwa 1 T kein negativer Drag mehr beobachtet werden; für die niederbewegliche Probe liegt diese Grenze deutlich höher bei etwa 4 T. Weiterhin ist T_C für die hochbewegliche Probe maximal 1,3 K, für die niederbewegliche Probe zeigt T_C dagegen ein stark oszillatorisches Verhalten mit Werten bis zu 18 K. Andere hoch- oder niederbewegliche Proben mit verschiedenen Quantumwell- und Barrierendicken zeigen ein sehr ähnliches Verhalten wie die beiden hier gezeigten; typische Werte für T_C bei anderen niederbeweglichen Proben sind jedoch niedriger und liegen zwischen 8 und 10 K. Im Gegensatz zu hochbeweglichen Proben verschwindet in den niederbeweglichen Proben negativer Drag bei etwas höheren Magnetfeldern als nötig ist, um im Längswiderstand ein voll entwickeltes Spin-Minimum bei ungeradzahigen Füllfaktoren zu beobachten. Eine Dingle-Analyse [99, 100] der SdH-Oszillationen bei kleinen Feldern liefert eine intrinsische Breite der Landau-Niveaus von $\sim 1,6 \text{ K}$ in der niederbeweglichen und $\sim 0,9 \text{ K}$ in der hochbeweglichen Probe.

Diese Ergebnisse zeigen deutlich, dass die intrinsische Unordnung in der Probe (gemessen durch Ladungsträgerbeweglichkeit oder Breite der Landau-Niveaus) eine bedeutende Rolle für den anomalen Drag spielt: Je größer der Unordnung der Probe, desto größer ist der Magnetfeld- und Temperaturbereich, in dem er auftritt, desto robuster ist anomaler Drag. Für unser Modell spielt dies eine wichtige Rolle.

6.1.4 Modell für anomalen Drag

In diesem Abschnitt sollen die Grundzüge eines Modells für den anomalen Drag im Bereich des IQHE vorgestellt werden [101]. Wir fassen zuerst nochmals kurz die drei wichtigsten experimentellen Beobachtungen zusammen:

- Bei gleichen Ladungsträgerdichten zeigt Drag bei ausreichend tiefen Temperaturen für nicht spinaufgespaltene Landau-Niveaus in ρ_{xx} ein Doppelmaximum im Drag. Für spinaufgespaltene Landau-Niveaus dagegen zeigen nur manche Proben auch ein Doppelmaximum im Drag.
- Bei ungleichen Ladungsträgerdichten zeigt Drag neben der Oszillation durch

die Landau-Quantisierung der Zustandsdichte eine Oszillation um Null: Drag ist maximal positiv (negativ) bei geradzahligem (ungeradzahligem) Füllfaktorunterschied der beiden Schichten. Proben mit einem Doppelmaximum für spinaufgespaltene Landau-Niveaus bei gleichen Dichten zeigen bei Spinaufspaltung auch eine Frequenzverdopplung der Oszillation um Null.

- Unabhängig vom Dichteunterschied der Schichten zeigt Drag ein anomales Temperaturverhalten: In einem bestimmten Bereich (der vom Füllfaktor, aber auch von der Probe selber abhängt) wird mit *abnehmender* Temperatur Drag *größer*, um bei noch tieferen Temperaturen wieder abzunehmen. Diese Abnahme bei tiefen Temperaturen lässt sich gut durch ein Aktivierungsgesetz beschreiben, während Drag bei hohen Temperaturen näherungsweise einem Potenzgesetz folgt.

Die Messungen, die kein Doppelmaximum für spinaufgespaltene Landau-Niveaus zeigten, schienen auf einen Dragmechanismus hinzudeuten, der selektiv auf den Elektronenspin (auf die Majoritäts-Spinorientierung in den beiden Schichten an der Fermi-Energie) ist [102, 103, 104]: Gleiche Spinorientierungen liefern positiven, entgegengerichtete Spinorientierungen negativen Drag. Die Annahme von zwei verschiedenen Arten von Zuständen (in diesem Fall die beiden Spinorientierungen), die einen positiven und einen negativen Beitrag zum Drag liefern können, führt auch zu einer natürlichen Erklärung des Doppelmaximums bei gleichen Dichten. Es ließ sich jedoch kein spinselektiver Dragmechanismus finden, der ausreichend stark ist, um die beobachtete Dragamplitude zu erklären und zudem einen negativen Drag liefert [103]. Später wurde schließlich auch ein Doppelmaximum für ein spinaufgespaltenes Landau-Niveau gefunden (vgl. Abb. 6.9); dies widerspricht klar der Interpretation eines spinsensitiven Drag.

Feng *et al.* erklären ihre Messungen von negativem Drag mit einer lochartigen Dispersion ($d^2E/dk^2 < 0$) der ausgedehnten Zustände in weniger als halb gefüllten Landau-Niveaus und einer elektronenartigen in mehr als halb gefüllten Landau-Niveaus [95]. Dabei gehen sie davon aus, dass bei E_F – außer im Plateaubereich – stets eine endliche Dichte an ausgedehnten Zuständen vorhanden ist, die den Drag verursacht. Sie argumentieren weiter, dass eine Mischung von Bulk- und Randzuständen durch Unordnung zu dieser elektronen- oder lochartigen Dispersion führen könnte. Das Fehlen von negativem Drag im untersten Landau-Niveau ($\nu < 2$) interpretieren sie als Beleg für die Wichtigkeit der Randzustände. Allerdings schließen sie nicht aus, dass auch Bulk-Zuständen eine lochartige Dispersion als Folge von Unordnung aufweisen und somit die Ursache für negativen Drag sein können.

Unsere Messungen sind jedoch teilweise mit diesem Bild für negativen Drag nicht im Einklang; insbesondere bei teilweise oder voll ausgebildeter Spinaufspaltung gibt es Unterschiede (vgl. Abb. 6.2 und Abb. 6.3 sowie Text dazu). Die Bedeutung der

Randkanäle für negativen Drag, die von Feng *et al.* betont wird, wird durch Drag-Messungen im gekippten Magnetfeld in Frage gestellt: Bei konstantem ν , also unveränderter Zahl von Randkanälen, verschwindet negativer Drag mit zunehmendem B_{tot} (vgl. Abb. 6.13, [104]). Außerdem weist das thermisch aktivierte Verhalten des Drag (Abb. 6.8) klar die Bedeutung der lokalisierten Zustände im Bulk der Probe hin.

Eine korrelierte Phase zwischen den beiden 2DES kann als Ursache des anomalen Drag ebenfalls ausgeschlossen werden: Korrelationseffekte treten normalerweise umso stärker hervor, je kleiner die Unordnung in dem System ist. Im Falle des anomalen Drag dagegen führt größere Unordnung in den niederbeweglichen Proben dazu, dass die Effekte bei höheren Temperaturen und Magnetfeldern noch zu beobachten sind als in hochbeweglichen Proben. Das deutet wiederum auf die Wichtigkeit der lokalisierten Zustände hin.

Von Oppen *et al.* [105] konnten zeigen, dass unter bestimmten Annahmen Drag das Vorzeichen wechselt mit dem Dichteunterschied zwischen den Schichten. Sie weisen darauf hin, dass ein Ansatz für die Berechnung von Drag, der auf Fermis goldener Regel basiert und wie er häufig in der Literatur verwendet wird, in starken Magnetfeldern nicht anwendbar ist; dieser Ansatz nimmt implizit eine lineare Abhängigkeit der Leitfähigkeit $\hat{\sigma}$ von der Dichte an, was im Bereich der SdH-Oszillationen nicht mehr zutrifft. Allgemein lässt sich Drag so beschreiben: Eine Spannung in der aktiven (Drive-) Schicht erzeugt eine Asymmetrie zwischen Zuständen mit Wellenvektor \mathbf{q} und $-\mathbf{q}$ in den thermischen Dichtefluktuationen dieser Schicht. Diese Fluktuationen werden durch Coulomb- oder Phonon-Wechselwirkung in die passive (Drag-) Schicht übertragen, wo sie *gleichgerichtet* werden und zum Dragstrom führen (bei offenen Kontakten baut sich die Dragspannung auf). Von Oppen *et al.* gehen von einer lokalen Leitfähigkeit $\hat{\sigma}(\mathbf{r}, t)$ aus, deren Orts- und Zeitabhängigkeit nur von der Dichte $n(\mathbf{r}, t)$ herrührt; der *Gleichrichtungskoeffizient* $\mathbf{\Gamma}$ ist dann proportional zur Ableitung der Leitfähigkeit nach der Dichte: $\mathbf{\Gamma} \propto d\hat{\sigma}/d(en)$. Die Ableitung von σ_{xx} zeigt im Bereich der SdH-Oszillationen Vorzeichenwechsel und somit ist negativer Drag bei ungleichen Dichten möglich. Jedoch ergibt sich bei gleichen wie auch bei ungleichen Dichten das falsche Vorzeichen für Drag sowie Halldrag mit vergleichbarer Amplitude wie der longitudinale Drag. All diese Vorhersagen stehen im klaren Widerspruch zu experimentellen Beobachtungen.

Bedeutung der lokalisierten Zustände für Drag

Bisherige Modelle zum Drag im Magnetfeld gingen davon aus, dass an der Fermi-Energie immer ausgedehnte Zustände vorhanden sind, außer im Bereich der Quanten-Hall-Plateaus [71]. Zumindest bei ausreichend hohen Temperaturen ist dies zutreffend, da dann die Zustände um halb gefüllte Landau-Niveaus delokalisiert sind.

Mit abnehmender Temperatur nimmt der Drag durch ausgedehnte Zustände ab, da auch der Phasenraum für Streueignisse, der etwa eine Breite von $k_B T$ um E_F hat, kleiner wird; dabei folgt Drag einem Potenzgesetz. Dies lässt sich in Abb. 6.5 gut beobachten: Von 14 bis 2 K fällt Drag auf nahezu Null.

Bei Temperaturen unterhalb 2 K beobachtet man in Abb. 6.5 das Auftreten des anomalen Drag: Die Drag-Amplitude steigt mit abnehmender Temperatur, und für ungleiche Dichten in den Schichten kann Drag negativ sein. Bei noch tieferen Temperaturen schließlich wird die Drag-Amplitude mit abnehmender Temperatur wieder kleiner; dabei zeigt sie ein thermisch aktiviertes Verhalten, wie in Abb. 6.7(b) zu sehen ist. Das bedeutet, es besteht eine Energielücke zur Erzeugung der Dichtefluktuationen, die für den anomalen Drag verantwortlich sind. Die Aktivierungsenergie entspricht gerade der Energie zur Anregung eines Elektrons oder eines Lochs (=unbesetzter Zustand im Leitungsband, vgl. Abb. 6.15) von den lokalisierten Zuständen an der Fermi-Energie in die ausgedehnten Zustände im Zentrum des nächstliegenden Landau-Niveaus [106], wie Abb. 6.8 zeigt. Ein solches Verhalten ergibt sich nicht, wenn nur ausgedehnte Zustände beteiligt sind. Vielmehr ist das ein deutlicher Hinweis darauf, dass für den anomalen Drag die lokalisierten Zustände bei E_F eine entscheidende Rolle spielen.

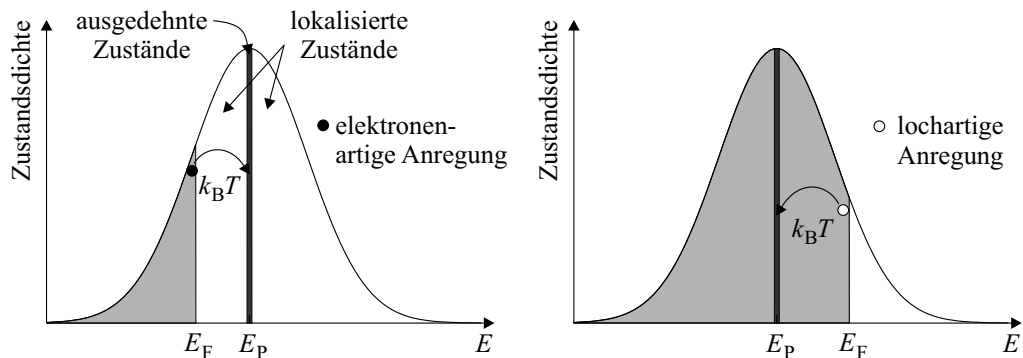


Abbildung 6.15: Zustandsdichte des obersten verbreiterten Landau-Niveaus; Zustände bis E_F sind besetzt (grauer Bereich). Links ist der Fall gezeigt, dass das Landau-Niveau weniger als halb gefüllt ist ($E_F < E_P$); Elektronen können thermisch von den lokalisierten Zuständen bei E_F in die ausgedehnten Zustände bei E_P angeregt werden (elektronenartige Anregung). Rechts ist das Landau-Niveau mehr als halb gefüllt ($E_F > E_P$); Elektronen können thermisch von den ausgedehnten Zuständen bei E_P an die Fermi-Kante angeregt werden (oder anders ausgedrückt Löcher, d. h. unbesetzte Zustände bei E_F , können in die ausgedehnten Zustände angeregt werden). Wir bezeichnen dies als lochartige Anregung oder kurz Loch.

Auf die Bedeutung von lokalisierten Zuständen für Coulomb-Drag haben unter anderem Shimshoni [107] sowie Mortensen *et al.* [108] in theoretischen Untersuchungen hingewiesen. Drag hängt davon ab, ob das Elektronensystem die Erzeugung von Dichtefluktuationen erlaubt und welche Lebensdauer diese Fluktuationen haben; Coulomb-Drag wird vor allem durch langlebige Dichtefluktuationen verursacht [107]. Wie wir gesehen haben, spielen für den anomalen Drag Dichtefluktuationen eine Rolle, die durch thermische Anregung von Elektronen oder Löchern aus den lokalisierten Zuständen bei E_F in die ausgedehnten Zustände hervorgerufen werden. Es scheint denkbar, dass die Lebensdauer dieser Dichtefluktuationen wegen der Lokalisierung der Zustände bei E_F erhöht ist und es dadurch zu einer Verstärkung des Drag kommt.

Anomaler Drag kann positiv oder negativ sein, je nach Füllfaktorunterschied in den beiden Schichten. Nach unseren vorherigen Überlegungen werden in weniger als halb gefüllten Landau-Niveaus Elektronen in die ausgedehnten Zustände angeregt, in mehr als halb gefüllten dagegen Löcher. Positiven Drag beobachtet man, wenn in beiden Schichten Elektronen oder in beiden Schichten Löcher angeregt werden; negativen Drag beobachtet man, wenn in einer Schicht Elektronen, in der anderen Löcher angeregt werden.

Drag ist generell, wie in Ref. [96] beschrieben, eine Folge von Elektron-Loch-Asymmetrie, d. h. die Zustandsdichte oder die Diffusionskonstante hängen vom chemischen Potential μ ab. Ein (durch Interlagenstreuung) angeregtes Elektron hat somit eine andere Geschwindigkeit als das zurückbleibende Loch und daraus resultiert ein endliches Drag-Signal [109]. Bei genau halb gefülltem Landau-Niveau ist das System elektron-loch-symmetrisch: Elektronen und Löcher werden gleichermaßen angeregt und ihre Beiträge zum Drag heben sich auf. Damit erklärt sich das Auftreten des Doppelmaximums im Drag bei gleichen Dichten für nicht spinaufgespaltene Landau-Niveaus. Es bleibt aber noch zu klären, weshalb manche Proben bei gleichen Dichten ein Doppelmaximum im Drag für spinaufgespaltene Landau-Niveaus zeigen, andere dagegen nicht. Ein Doppelmaximum für ein spinaufgespaltenes Landau-Niveau bedeutet, dass im Zentrum dieses Landau-Niveaus Elektron-Loch-Symmetrie besteht (vgl. Abb. 6.16(a)). Andererseits bedeutet ein fehlendes Doppelmaximum eine Elektron-Loch-Asymmetrie trotz der offensichtlichen Spinaufspaltung im Längswiderstand. Diese Asymmetrie rührt von einer unvollständigen Spinaufspaltung her, die zu einer endlichen Dichte lokalisierter Zustände einer Spinrichtung bei den ausgedehnten Zuständen der anderen Spinrichtung führt (Abb. 6.16(b)). Das erklärt auch, weshalb die Aktivierungsenergie für den Drag in Abb. 6.8 bei halbzahligen Füllfaktoren nicht verschwindet, sondern gerade den Abstand $\Delta = E_2 - E_1 \gtrsim g\mu_B B$ der beiden Spin-Niveaus widerspiegelt.

Es ist nicht ganz klar, weshalb manche Proben diese Elektron-Loch-Symmetrie und damit ein Doppelmaximum für spinaufgespaltene Landau-Niveaus zeigen. Diese

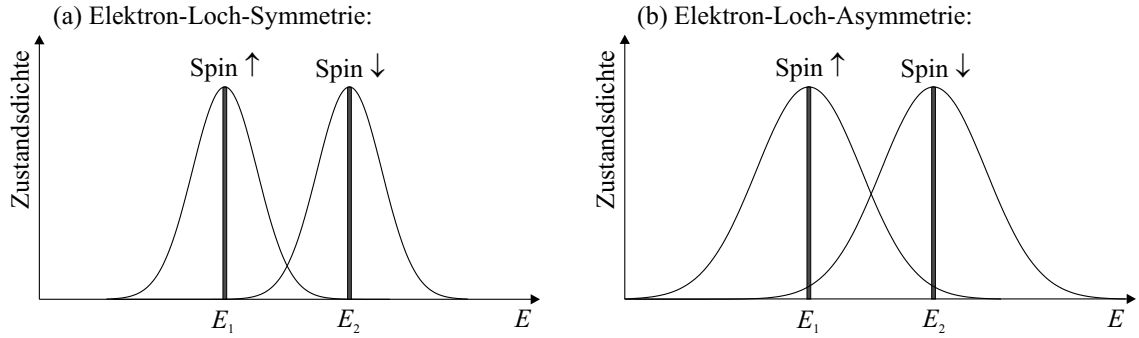


Abbildung 6.16: Skizze der Zustandsdichte für die beiden Spinausrichtungen für den Fall, dass bei E_1 und E_2 (a) Elektron-Loch-Symmetrie oder (b) Elektron-Loch-Asymmetrie herrschen. Die Asymmetrie im Fall (b) rührt daher, dass bei E_1, E_2 ausgedehnte Zustände der einen Spinrichtung mit lokalisierten Zuständen der anderen Spinrichtung überlappen; diese unvollständige Spinaufspaltung spiegelt sich dann im Drag wider durch das fehlende Doppelmaximum, während jedoch der Längswiderstand, mit dem nur ausgedehnte Zustände gemessen werden, deutlich Spinaufspaltung zeigt.

Proben haben enge QWs mit nur 15 nm (im Vergleich zu 20 oder 25 nm bei anderen Proben), wodurch die Intralagen-Austauschwechselwirkung größer ist. Weiterhin ist diesen Proben gemeinsam, dass sie entweder kein Metall-Frontgate haben oder dass die beiden 2DES tiefer als bei anderen Proben unter der Oberfläche liegen (200 nm statt 100 nm). Möglicherweise führen die Verspannungen durch ein Metall-Frontgate zu einem zusätzlichen Unordnungs-Potential, das vor allem den Drag beeinflusst.

Unordnung

Oberhalb eines bestimmten Magnetfelds verschwindet der anomale Drag (vgl. Abb. 6.14). Wir führen das auf das Wechselspiel von Coulomb-Wechselwirkung und langreichweitiger Unordnung in unserer modulationsdotierten AlGaAs/GaAs QW-Struktur zurück [101]. Die beiden relevanten Energieskalen sind zum einen die Coulomb-Energie und zum anderen der Gradient des durch die Unordnung verursachten Potentials [110].

In kleinen Magnetfeldern ist die Zustandsdichte n_0 des obersten Landau-Niveaus sehr klein, die Potentialfluktuationen können daher nur unvollständig abgeschirmt werden. In diesem potential- oder unordnungsdominierten Bereich existiert nur im Zentrum der Landau-Niveaus ein ausgedehnter Zustand. Bei höheren Magnetfeldern dagegen erstrecken sich die ausgedehnten Zustände über einen endlichen Füllfaktorbereich; in diesen metallischen Bereichen werden die Potentialfluktuationen perfekt abgeschirmt. Der Übergang von diesem wechselwirkungsdominierten Verhalten bei kleinem ν zum potentialdominierten Verhalten bei großem ν findet statt, wenn

die Coulombkraft $n_0 e^2 / 2\pi \epsilon \epsilon_0$ kleiner als der Gradient des Unordnungspotentials $\sqrt{\langle |\nabla W_B|^2 \rangle}$ wird [110]; dabei ist ϵ die Dielektrizitätskonstante des Materials und ϵ_0 die des Vakuums. Für den Gradienten des Unordnungspotentials gilt näherungsweise:

$$\sqrt{\langle |\nabla W_B|^2 \rangle} = \sqrt{\frac{n_D}{32\pi \epsilon \epsilon_0 d} \frac{e^2}{d}}, \quad (6.2)$$

wobei n_D die Dichte der ionisierten Donatoren (etwa gleich der Dichte im Elektronengas) und d der Abstand zwischen den Donatoren und dem Elektronengas ist.

Befindet sich das Elektronengas im unordnungsdominierten Bereich bei kleinen Magnetfeldern, so existiert nur ein ausgedehnter Zustand im Zentrum jedes Landau-Niveaus. Die lokalisierten Zustände spielen dann eine wichtige Rolle für den Drag und führen zu dem beobachteten thermisch aktivierten Verhalten. Im wechselwirkungsdominierten Bereich bei hohen Magnetfeldern gibt es ausgedehnte Zustände über einen größeren Bereich von Füllfaktoren um das Zentrum eines Landau-Niveaus, Drag zeigt kein thermisch aktiviertes Verhalten mehr, sondern folgt einem Potenzgesetz (im Falle von Composite Fermions bei $\nu = 3/2$ gilt $T^{4/3}$).

Man kann nun abschätzen, bei welchen Magnetfeldern der Übergang vom unordnungs- zum wechselwirkungsdominierten Bereich stattfindet. Nehmen wir für unsere hochbeweglichen Proben die Werte $d = 60$ nm und $n_D = n = 1,24 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$, so findet der Übergang bei etwa 0,76 T im Falle von spinentarteten und 1,52 T für spinaufgespaltene Landau-Niveaus statt. Diese Werte sind im Einklang mit dem tatsächlich beobachteten Verschwinden des negativen Drag bei etwa 1 T (vgl. Abb. 6.14). Für unsere niederbeweglichen Proben liefert $d = 20$ nm und $n = 3,2 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ ein Feld von 3,5 T (7 T) für den Übergang bei Spinentartung (Spinaufspaltung) der Landau-Niveaus; experimentell wird negativer Drag bis etwa 4 T in diesen Proben beobachtet. Diese Übereinstimmung ist ein weiterer Beleg für die Bedeutung der lokalisierten Zustände für das Zustandekommen des anomalen Drag.

6.2 Composite Fermion Drag

Drag im Magnetfeld im Bereich des IQHE ist bestimmt durch die Landau-Quantisierung der Zustandsdichte; die Bedeutung von lokalisierten Zuständen in den Ausläufern der verbreiterten Landau-Niveaus wurde im letzten Abschnitt gezeigt. Der Beitrag der ausgedehnten Zustände dagegen spielt nur bei Temperaturen über 1-2 K eine Rolle, darunter verschwindet er. In den untersten Landau-Niveaus erstrecken sich die ausgedehnten Zustände über einen gewissen Füllfaktorbereich um das Zentrum der Landau-Niveaus, und die Wechselwirkung der Elektronen untereinander in diesen ausgedehnten Zuständen wird wichtig. Bei Füllfaktor $\nu = 1/2$

lässt sich dieses System stark wechselwirkender Elektronen im Magnetfeld $B_{1/2}$ in ein System aus nicht oder nur schwach wechselwirkenden *Composite Fermions* (CF) im effektiven Magnetfeld $B_{\text{eff}} = 0$ transformieren, indem man jedes Elektron mit zwei Flussquanten des externen Feldes kombiniert, wie schon in Abschn. 2.3.4 dargestellt. Den Füllfaktor $\nu = 3/2$ kann man aufgrund von Elektron-Loch-Symmetrie im untersten Landau-Niveau als eine Superposition eines $\nu = 2$ Elektronen-Zustands und eines $\nu = 1/2$ Loch-Zustands betrachten; man fasst je ein Loch und zwei Flussquanten zu einem CF zusammen. Bei genau $\nu = 3/2$ bildet nur $1/3$ der Elektronen CF. Die Bildung eines Fermi-Sees aus CF hat natürlich auch Auswirkungen auf den Drag.

6.2.1 Theoretische Grundlagen

Für den Fermi-See von CF bei $1/2$ und $3/2$ wird Drag durch Gl. 2.31 beschrieben. Die Berechnung des Drag in diesen Fällen lässt sich daher reduzieren auf eine Berechnung der Suszeptibilität $\chi_{\text{CF}}(q, \omega)$. Die Suszeptibilität für CF unterscheidet sich deutlich von der für Elektronen bei $B = 0$, was Auswirkungen auf das Verhalten des Drag hat.

Halperin, Lee und Read [111] haben die Suszeptibilität bei $\nu = 1/2$ berechnet. Ussishkin und Stern [97] geben für χ_{CF} im Grenzfall $k \ll k_{\text{F}}$ und $\omega \ll qv_{\text{F}}$ (v_{F} ist die Fermi-Geschwindigkeit) folgenden Ausdruck an:

$$\chi_{\text{CF}} = \frac{q^3}{q^3 \left(\frac{dn}{d\mu} \right)^{-1} - 8\pi i \hbar \omega k_{\text{F}}}, \quad (6.3)$$

wobei $dn/d\mu$ die thermodynamische elektronische Kompressibilität bei $\nu = 1/2$ und $k_{\text{F}} = \sqrt{4\pi n}$ ist. Diese Gleichung beschreibt eine sehr langsame Diffusion von Dichtefluktuationen für $q \rightarrow 0$. Da die Coulomb-Wechselwirkung, die Ussishkin und Stern für die Kopplung der beiden Schichten annehmen, bei kleinen q und ω stattfindet, hat dies einen starken Einfluss auf den Drag. Der langsame Zerfall von Dichtefluktuationen führt zu einer deutlich höheren Drag-Amplitude für CF als für Elektronen bei $B = 0$, zum anderen erhält man eine Temperaturabhängigkeit $\rho_{\text{T}} \propto T^{4/3}$. Auch andere Autoren [112, 113] haben diese Temperaturabhängigkeit bei $\nu = 1/2$ gefunden. Die Berechnungen von Ussishkin und Stern [97] lassen sogar einen quantitativen Vergleich mit Experimenten zu; sie geben folgenden Ausdruck für die Temperaturabhängigkeit an:

$$\rho_{\text{T}} = 0,825 \frac{h}{e^2} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{4/3} \quad (6.4)$$

$$-0,1775 \frac{h}{e^2} \frac{1 + 12\alpha + 6\alpha^2}{1 + \alpha} d \sqrt{4\pi n} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{5/3} + \mathcal{O}(T^2 \log T)$$

mit

$$T_0 = \frac{e^2 n d}{\tilde{\phi}^2 \epsilon} (1 + \alpha), \quad (6.5)$$

wobei $\tilde{\phi} = 2$ für $\nu = 1/2$ und $\alpha^{-1} \equiv (2\pi e^2 d / \epsilon) (dn/d\mu)$ mit der thermodynamischen Kompressibilität $dn/d\mu$ des $\nu = 1/2$ Zustands und der dielektrischen Konstante ϵ ; d ist hier der Abstand der Zentren der beiden QWs.

Drag für Füllfaktor $\nu = 3/2$ wurde ebenfalls von Ussishkin und Stern in Ref. [97] untersucht. Dabei fanden sie heraus, dass die Amplitude in diesem Fall davon abhängt, ob der Zustand bei $3/2$ spin-polarisiert (wie für den Zustand $1/2$ angenommen) oder unpolarisiert ist. Diese Frage ist noch nicht geklärt, experimentelle Untersuchungen sprechen für einen teilweise [28] oder voll polarisierten Zustand [114]. Die Drag-Amplitude ist nach Ussishkin und Stern für den unpolarisierten $3/2$ -Zustand um den Faktor $2^{2/3} \approx 1,59$ größer als für den polarisierten Fall. Die Temperaturabhängigkeit $\rho_T \propto T^{4/3}$ gilt weiterhin, es sind jedoch – anders als bei $1/2$ – nur qualitative Aussagen über die Temperaturabhängigkeit des Drag bei $3/2$ möglich.

Experimentelle Untersuchungen des Drag bei $\nu = 1/2$ wurden von Lilly *et al.* [115] sowie Jörger *et al.* [41, 116] durchgeführt. Während beide Autoren eine Temperaturabhängigkeit $\rho_T \propto T^{4/3}$ finden und somit die theoretischen Vorhersagen bestätigen können, beobachten Lilly *et al.* in ihrer Probe ($d = 30$ nm) ein etwa doppelt so großes Drag-Signal als nach Gl. 6.4 erwartet; sie machen die sehr starke Kopplung der beiden 2DES dafür verantwortlich. Jörger *et al.* finden dagegen für ihre beiden Proben ($d = 50$ nm und $d = 150$ nm) auch eine gute quantitative Übereinstimmung des Drag mit Gl. 6.4 im untersuchten Temperaturbereich von 0,25 bis 2,5 K. Lilly *et al.* fanden außerdem, dass Drag um $\nu = 1/2$ in ihrer Probe für $T \rightarrow 0$ nicht verschwindet, sondern einem endlichen Wert zustrebt. Theoretische Untersuchungen [117, 118] versuchten dies damit zu erklären, dass aufgrund einer attraktiven Interlagen-Wechselwirkung die CF unterhalb einer kritischen Temperatur T_c einen gepaarten Zustand bilden; oberhalb von T_c führen Paarungsfluktuationen zu einer Erhöhung des Drag mit abnehmender Temperatur.

6.2.2 Probe

Für die Messungen wird eine hochbewegliche Probe verwendet. Die beiden QWs mit je 25 nm Breite sind durch eine 18 nm dicke Barriere voneinander getrennt. Die intrinsischen Ladungsträgerdichten und Beweglichkeiten sind für den oberen QW $n = 1,6 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ bei $\mu = 230 \text{ T}^{-1}$ und für den unteren QW $n = 1,3 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ bei $\mu = 140 \text{ T}^{-1}$. Gemessen wird stets bei gleichen Dichten in beiden Schichten.

6.2.3 Füllfaktor $\nu = 1/2$

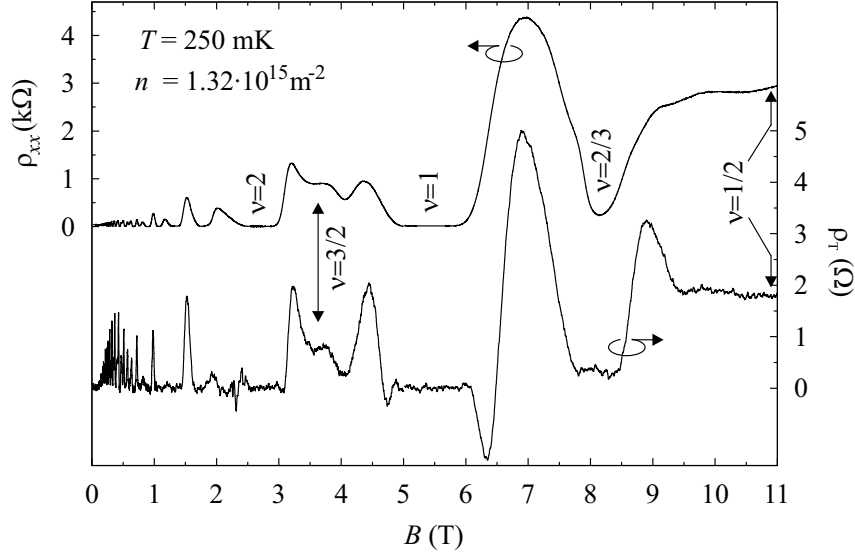


Abbildung 6.17: Längswiderstand ρ_{xx} der Drive-Schicht und Drag ρ_T bei 250 mK.

Abbildung 6.17 zeigt Längswiderstand und Drag in einem weiten Magnetfeldbereich. Die uns hier interessierenden Füllfaktoren $3/2$ und $1/2$ sind markiert.

Abbildung 6.18 zeigt die Temperaturabhängigkeit des Drag bei $\nu = 1/2$. Die Temperaturabhängigkeit, die sich aus Gl. 6.4 ergibt, ist für zwei Werte des Parameters α eingezeichnet, die auch in Ref. [97] angegeben sind; diese beiden Werte entsprechen verschiedenen effektiven Massen m_{CF}^* der CF. Die Dichte ist $n=1,06 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$, der Abstand d ist 43 nm (Abstand der Zentren der QWs). Wie man sieht, gibt Gl. 6.4 mit $\alpha = 0,037$ sowohl die Amplitude als auch den Temperaturverlauf der Messkurve erstaunlich gut wieder, wenn man bedenkt, dass kein Parameter angepasst wurde; der zugehörige Wert für $m_{\text{CF}}^* = 12m_{\text{GaAs}}^*$ deckt sich mit experimentell bestimmten Werten für die CF-Masse [20]. Dagegen liefert 6.4 mit $\alpha = 0,11$ einen deutlich flacheren Temperaturverlauf. Ebenfalls eingezeichnet ist eine angepasste Kurve $\rho_T \propto T^{4/3}$, die die Temperaturabhängigkeit der Messung im gesamten Temperaturbereich sogar noch etwas besser widerspiegelt als Gl. 6.4.

6.2.4 Füllfaktor $\nu = 3/2$

Abbildung 6.19 zeigt die Temperaturabhängigkeit des Drag bei $\nu = 3/2$ für vier verschiedene Dichten. Eine ebenfalls eingezeichnete Kurve $\propto T^{4/3}$ für die Messung

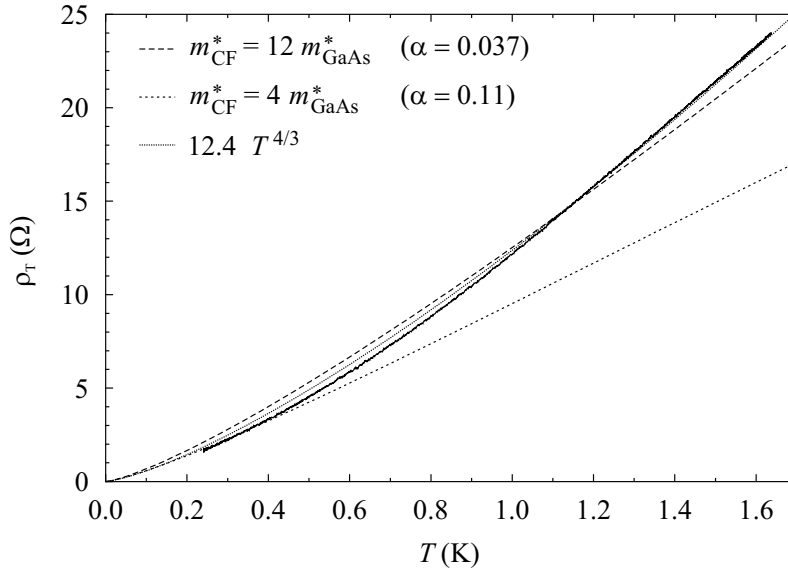


Abbildung 6.18: Temperaturabhängigkeit des Drag bei $\nu = 1/2$ für eine Dichte von $1,06 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ (durchgezogene Linie). Ebenfalls eingezeichnet sind nach Gl. 6.4 berechnete Kurven für die Temperaturabhängigkeit mit den Parametern $\alpha = 0,037$ und $0,11$ (aus [97]) sowie die an die Messung angepasste Kurve $\rho_T = 12,4 T^{4/3}$.

mit kleinster Dichte zeigt nur im Temperaturbereich von 0,25 bis etwa 1 K gute Übereinstimmung, darüber steigt Drag im Experiment langsamer als $T^{4/3}$ an. Auch für die anderen Dichten gilt näherungsweise eine $T^{4/3}$ -Abhängigkeit des Drag für Temperaturen unterhalb etwa 1 K.

Drag folgt also auch bei $\nu = 3/2$ der für CF vorhergesagten Temperaturabhängigkeit $\propto T^{4/3}$. Die Abweichungen von diesem Verhalten oberhalb von etwa 1 K haben möglicherweise damit zu tun, dass die hohe Temperatur die Elektron-Elektron-Wechselwirkung zerstört, die zur Bildung von CF führt.

6.2.5 Zusammenfassung

Drag bei $\nu = 1/2$ zeigt nach theoretischen Vorhersagen [97, 112, 113] ein universelles Temperaturverhalten: $\rho_T \propto T^{4/3}$. Unsere Messungen bei $\nu = 1/2$ zeigen in einem Temperaturbereich von 0,25 K bis etwa 1,5 K diese Temperaturabhängigkeit, selbst der Vergleich der Drag-Amplitude mit Vorhersagen in [97] (Gl. 6.4) liefert gute quantitative Übereinstimmung. Unsere Probe liegt mit $d = 43 \text{ nm}$, was die Kopplungsstärke betrifft, zwischen der von Jörger *et al.* [41, 116] mit $d = 50 \text{ nm}$ und der von Lilly *et al.* [115] mit $d = 30 \text{ nm}$. Trotz der stärkeren Kopplung in unserer Probe ist die Übereinstimmung der Drag-Amplitude mit Gl. 6.4 ähnlich gut wie

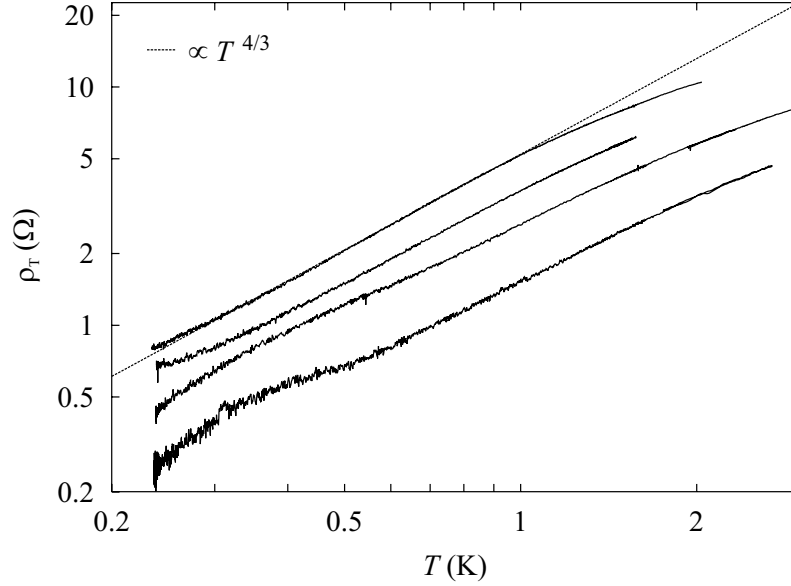


Abbildung 6.19: Temperaturabhängigkeit des Drag bei $\nu = 3/2$ in doppelt-logarithmischer Auftragung für vier verschiedene Ladungsträgerdichten (von oben nach unten: $1,06; 1,32; 1,62; 2,29 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$). Eine Kurve $\propto T^{4/3}$ ist ebenfalls eingezeichnet.

bei Jörger *et al.*, während Lilly *et al.* ein deutlich größeres Drag-Signal beobachten.

Messungen bei $\nu = 3/2$ für mehrere Ladungsträgerdichten zeigen ebenfalls näherungsweise $\rho_T \propto T^{4/3}$ im Temperaturbereich von 0,25 K bis etwa 1 K, wie es für ein CF-System erwartet wird [97].

Die Frage, ob CF-Drag für $T \rightarrow 0$ verschwindet oder gegen einen endlichen Wert strebt, wie es in Ref. [115] beobachtet wurde, lässt sich mit unseren Messungen aufgrund des beschränkten Temperaturbereichs nicht klären.

6.3 HLR-Drag

6.3.1 Motivation

Drag-Messungen sind empfindlich für Streuereignisse von Elektronen in der Drive-Schicht, die auf die Drag-Schicht übertragen werden. Um jedoch ein endliches Drag-Signal zu erhalten, müssen die Anregungsspektren in beiden Schichten übereinstimmen: Die in der Drive-Schicht durch Streuung erzeugten Anregungen können nur dann auf die Drag-Schicht übertragen werden, wenn dort Anregungen mit derselben Energie und demselben Wellenvektor wie das Streuereignis erlaubt sind. Ist das Anregungsspektrum der einen Schicht bekannt, so kann man aus Drag-Messungen

Rückschlüsse auf das der anderen Schicht ziehen.

Der große Widerstandswert im HLR-Maximum bedeutet, dass dort viel Streuung auftritt; ein 2DES im HLR kann man daher als eine Quelle für Anregungen betrachten, die spezifisch für die Streuvorgänge im HLR sind. Ein nah benachbartes 2DES wird diese Anregungen spüren: Die Größe des Drag-Signals gibt Auskunft darüber, wie empfindlich die zweite Schicht auf die Anregungen im HLR ist. Ist das Anregungsspektrum der Drag-Schicht bekannt, ermöglicht dies Aussagen über Energie und Wellenvektor der Streuung im HLR. Lässt sich das Anregungsspektrum der Drag-Schicht ändern, zum Beispiel durch Änderung des Füllfaktors, so ist sogar eine Art Spektroskopie der Anregungen möglich.

6.3.2 Anregungsspektrum eines 2DES im FQHE

Das Anregungsspektrum eines 2DES ist durch seine dielektrische Funktion $\chi(q, \omega)$ gegeben. Sie gibt die (lineare) Antwort des 2DES auf ein externes Potential an. Ihr Imaginärteil $\text{Im}\chi(q, \omega)$ beschreibt die Dissipation: Er gibt die Anzahl freier Zustände an, die für ein Streueignis mit bestimmtem Energie- und Wellenvektorübertrag zur Verfügung stehen. Im Magnetfeld, wenn die Elektronenzustände in Landau-Niveaus quantisiert sind, ändert sich natürlich auch $\text{Im}\chi(q, \omega)$. Wie wir jedoch im letzten Abschnitt gesehen haben, bilden die ausgedehnten Zustände im untersten Landau-Niveau um $\nu = 1/2$ ein Fermi-See von Composite Fermions, d. h. es sind niederenergetische Anregungen möglich. Bei den FQHE-Zuständen dagegen bildet sich eine Anregungslücke.

In der linearen Antworttheorie ist Drag proportional zum Integral über das Produkt der Suszeptibilitäten der beiden 2DES (vgl. Gl. 2.31). Die Suszeptibilitäten ändern sich natürlich mit dem Magnetfeld und der Ladungsträgerdichte bzw. mit dem Füllfaktor der Schichten; es ist wahrscheinlich, dass ein 2DES für verschiedene Füllfaktoren auf Anregungen mit unterschiedlicher Energie ω und unterschiedlichem Wellenvektor q empfindlich ist. Somit ist auch Drag bei verschiedenen Füllfaktoren auf unterschiedliche q, ω empfindlich. Diese Idee ist der Hintergrund für die Untersuchung des HLR-Maximums mit Drag-Messungen. Um jedoch eine Aussage über q, ω der Streuung machen zu können, muss die Abhängigkeit von $\text{Im}\chi$ der Drag-Schicht von diesen beiden Parametern bekannt sein. Im Bereich des FQHE gibt es theoretische Untersuchungen der Suszeptibilität von Composite Fermions von Halperin, Lee und Read [111] sowie Ussishkin und Stern [97], die zumindest qualitative Aussagen über $\text{Im}\chi$ erlauben.

Stark vereinfachend lässt sich Drag im Magnetfeld und bei kleinen Temperaturen durch folgende Gleichung beschreiben:

$$\rho_T \propto g_1 g_2 |W_{12}|, \quad (6.6)$$

wobei $g_{1,2}$ die Dichte der ausgedehnten Zustände an der Fermi-Energie in den 2DES und W_{12} die abgeschirmte Coulomb-Wechselwirkung zwischen den Schichten ist [71]. Dabei wird angenommen, dass sich die Wechselwirkung W_{12} nicht oder kaum mit dem Füllfaktor ändert. Diese einfache Beschreibung des Drag ist bei hohen Füllfaktoren im Bereich des IQHE nicht gültig, wie wir in Abschn. 6.1 gezeigt haben; Drag wird dort durch lokalisierte Zustände bestimmt. Im untersten Landau-Niveau im Bereich des FQHE scheint sie jedoch durchaus anwendbar zu sein: Abb. 6.20(a, b) zeigt den Längswiderstand von Drive- und Drag-Schicht bei kleinem Strom (5 nA), wobei nur die Dichte in der Drag-Schicht variiert. Das Produkt $(\rho_{xx}^{\text{Drive}} \times \rho_{xx}^{\text{Drag}})^\alpha$ (Abb. 6.20(c)) zeigt dieselben Merkmale wie das bei 10 nA gemessene Drag-Signal (Abb. 6.20(d)): Befindet sich eines der beiden 2DES im $2/3$ -Zustand mit verschwindendem ρ_{xx} (d. h. die Dichte der ausgedehnten Zustände geht gegen Null), so hat auch das Drag-Signal ein Minimum. (Die Potenz $\alpha = 1/2$ dient nur zur Skalierung der Darstellung.)

6.3.3 Durchführung der Messungen

Wie führt man nun ein Drag-Experiment durch, mit dem HLR untersucht werden soll? In der Drive-Schicht wird durch einen hohen Strom HLR erzeugt. Um für die Drag-Messungen stets die gleichen Bedingungen zu haben, bleibt die Dichte dieser Schicht konstant. In der Drag-Schicht dagegen wird die Dichte variiert, so dass, wenn die Drive-Schicht bei Füllfaktor $2/3$ im HLR ist, der Füllfaktor der Drag-Schicht zwischen 0,4 und 0,8 liegt. Abbildung 6.21 soll dies verdeutlichen: Der Füllfaktor ν in Abhängigkeit vom Magnetfeld ist für verschiedene Dichten gezeigt; die Dichte der Drive-Schicht bleibt für alle Messungen unverändert bei $1,55 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ (durchgezogene Linie), das HLR-Maximum bei $\nu = 2/3$ liegt dann bei etwa 9,6 T (grau markierter Bereich). Die gestrichelten Linien sind für verschiedene Dichten der Drag-Schicht: Im Bereich des HLR liegt dann der Füllfaktor der Drag-Schicht je nach Dichte zwischen 0,4 und 0,8. Für jede eingestellte Dichte in der Drag-Schicht (bei unveränderter Dichte in der Drive-Schicht) werden der Längswiderstand der Drive-Schicht und Drag als Funktion des Magnetfeldes gemessen.

Um zu bestimmen, wie groß der Beitrag des HLR-Maximums zum Drag-Signal ist, wird erst eine Drag-Messung bei kleinem Strom (10 nA) und damit ohne HLR durchgeführt und anschließend bei großem Strom (50 nA), bei dem sich HLR entwickelt, wiederholt. Die Differenz aus beiden ergibt die Erhöhung des Drags durch die zusätzliche Streuung im HLR-Maximum (HLR-Drag).

Bei Drag-Messungen darf sich das Drag-Signal beim Vertauschen von Drive- und Drag-Schicht nicht ändern (Onsager-Relation). Dieser Test ist jedoch bei der Messung von HLR-Drag nicht anwendbar: Lage und Größe des HLR-Maximums sind in beiden Schichten unterschiedlich, $\text{Im}\chi$ der Drive-Schicht ändert sich durch

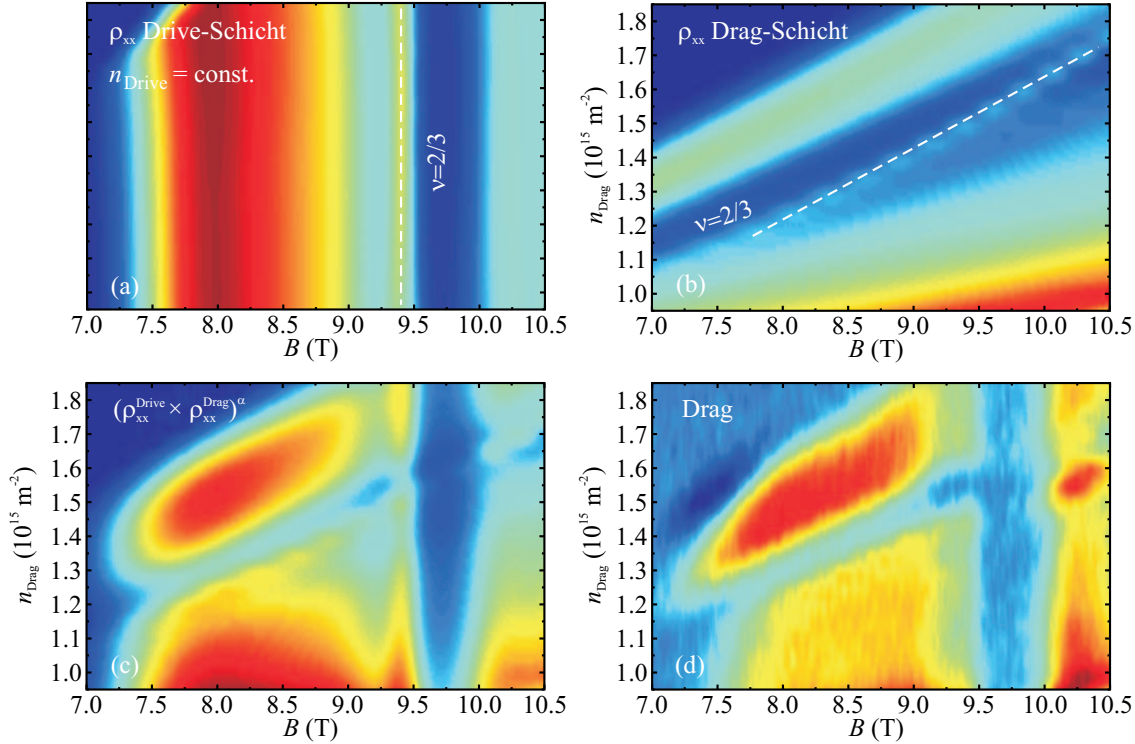


Abbildung 6.20: (a+b) Längswiderstand von Drive- und Drag-Schicht bei 5 nA und 250 mK; dabei bleibt die Dichte der Drive-Schicht konstant, während die der Drag-Schicht variiert. In beiden Schichten ist das $\nu = 2/3$ Minimum sowie der Phasenübergang (gestrichelte Linie) deutlich sichtbar. Die Drag-Messung in (d) mit 10 nA in der Drive-Schicht wurde mit denselben Dichten durchgeführt wie Messungen (a, b). Der Vergleich mit dem Produkt aus den Längswiderständen (c) zeigt eine qualitative Übereinstimmung, d. h. Gl. 6.6 beschreibt näherungsweise Drag in diesem Bereich. Die Farbskalen sind verschieden für (a-d); rot bedeutet große, blau kleine Widerstandswerte.

den Stromfluss, so dass $\text{Im}\chi_1^{\text{HLR}} \times \text{Im}\chi_2 \neq \text{Im}\chi_1 \times \text{Im}\chi_2^{\text{HLR}}$. Auch Linearität des Drag mit dem Drive-Strom ist im HLR nicht zu erwarten, da HLR selbst stark vom Strom abhängt. Bei ausreichend kleinem Strom dagegen (ohne HLR) erfüllt das Drag-Signal diese beiden Bedingungen.

Es ist wichtig, die Probertemperatur so hoch zu wählen, dass die zusätzliche Aufheizung des Elektronengases in der Drive-Schicht durch den hohen Antriebsstrom, der für HLR nötig ist, vernachlässigbar klein ist. Eine höhere Elektronentemperatur bewirkt auch ein größeres Drag-Signal; besonders bei $\nu = 2/3$ erwartet man, dass bei höherer Temperatur durch thermische Aktivierung die Breite des FQH-Minimums abnimmt, sowohl im Längswiderstand als auch im Drag. In Abb. 6.22 ist jedoch kein solcher Effekt zu sehen, so dass das zusätzliche Drag-Signal bei 50 nA

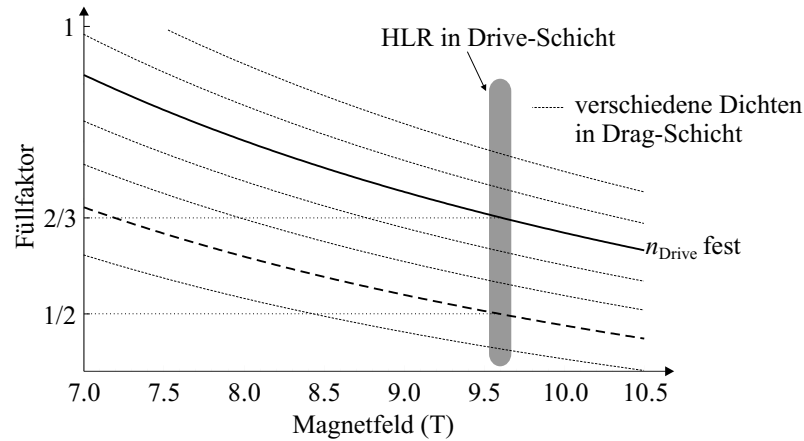


Abbildung 6.21: Bei unseren Messungen des HLR-Drag ist die Dichte der Drive-Schicht fest (durchgezogene Linie), das HLR-Maximum tritt bei etwa 9,6 T auf (grau markierter Bereich). Die gestrichelten Linien geben den Füllfaktor der Drag-Schicht in Abhängigkeit vom Magnetfeld für verschiedene Dichten an. Befindet sich die Drive-Schicht im HLR, so liegt der Füllfaktor der Drag-Schicht je nach Dichte zwischen 0,4 und 0,8. Für die dicke gestrichelte Linie ist die Dichte der Drag-Schicht gerade so, dass sie bei $\nu = 1/2$ ist, wenn die Drive-Schicht HLR zeigt.

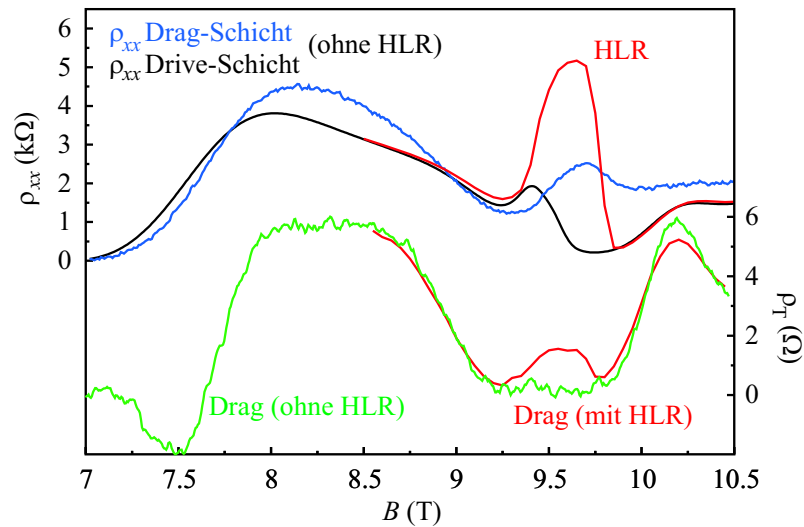


Abbildung 6.22: Oben: Längswiderstand bei gleichen Dichten bei 5 nA ohne HLR (schwarz und blau) und bei 50 nA (rot); $T = 250 \text{ mK}$, $n_1 = n_2 = 1,55 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$. Unten: Drag-Messungen bei 10 nA ohne HLR (grün) und bei 50 nA mit voll entwickeltem HLR in der Drive-Schicht (rot). Deutlich ist im Drag das Maximum im 2/3-Minimum zu sehen, das von der zusätzlichen Streuung im HLR in der Drive-Schicht herrührt.

im $2/3$ -Minimum eindeutig der Streuung durch HLR zugeordnet werden kann. Eine Probertemperatur von 250 mK ist somit ausreichend hoch, um störende Effekte durch Aufheizen vernachlässigen zu können.

6.3.4 Probe

Die Messungen des HLR-Drag wurden an derselben Probe durchgeführt wie die Messungen zu Phasenübergang und HLR in Kapitel 5. Es handelt sich dabei um eine Doppelquantumwell-Struktur mit 15 nm breiten QWs und einer 22 nm dicken Barriere dazwischen. Die intrinsische Dichte und Beweglichkeit betragen etwa $1,6 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ und 130 T^{-1} für das obere und $1,8 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ und 115 T^{-1} für das untere 2DES; die Dichte in beiden Schichten lässt sich durch ein Backgate und eine Interlagenspannung einstellen. Auf ein metallisches Frontgate wurde aus den in Abschnitt 5.1 genannten Gründen verzichtet.

6.3.5 Messungen

Abbildung 6.22 zeigt den Längswiderstand in beiden Schichten sowie Drag bei kleinem Strom, also ohne HLR; die Ladungsträgerdichten sind gleich. Im Längswiderstand ist das $2/3$ -Minimum noch nicht voll ausgebildet, zudem ist in beiden Schichten das kleine Maximum des $2/3$ -Phasenübergangs beobachtbar (in der Drive-Schicht an der Niedrigfeldseite, in der Drag-Schicht an der Hochfeldseite des Minimums); im Drag dagegen ist bei $2/3$ eine breite Nullstelle. Der Phasenübergang scheint also keinen Beitrag zum Drag zu liefern.

Ein Strom von 50 nA führt zum großen HLR-Maximum in der Drive-Schicht; Drag weist an der Stelle des HLR ebenfalls ein kleines Maximum auf. Doch während der Widerstand im HLR mit mehr als $5 \text{ k}\Omega$ größer ist als der Widerstand um $2/3$ herum, ist das durch HLR verursachte Maximum im Drag mit etwa 2Ω deutlich kleiner als Drag in der Umgebung von $2/3$ ($< 6\Omega$). Das große Widerstands-Maximum im HLR führt also nur zu einem kleinen zusätzlichen Signal im Drag.

Wie vorher schon für kleine Ströme (vgl. Abb. 6.20) werden nun die Drag-Messungen mit großem Drive-Strom für verschiedene Dichten der Drag-Schicht durchgeführt. Abbildung 6.23 vergleicht Drag bei (a) kleinem und (b) großem Strom. Statt der Dichte der Drag-Schicht ist ihr Füllfaktor bei einem Feld von 9,6 T angegeben, was gerade dem maximalen HLR in der Drive-Schicht entspricht (vgl. 6.23 (b) oben). Der Unterschied zwischen den Messungen ist relativ gering, nur für den Fall, dass die Drag-Schicht bei Füllfaktor $2/3$ oder nahe bei $1/2$ ist, führt HLR zu einer leichten Erhöhung des Drag. Andernfalls ist die Drag-Schicht unempfindlich für die Streuung, die zum großen Widerstand des HLR führt. In Abb. 6.23 (c) ist die Differenz aus beiden Messungen gezeigt (andere Farbskala als in (a, b)). Deutlich ist

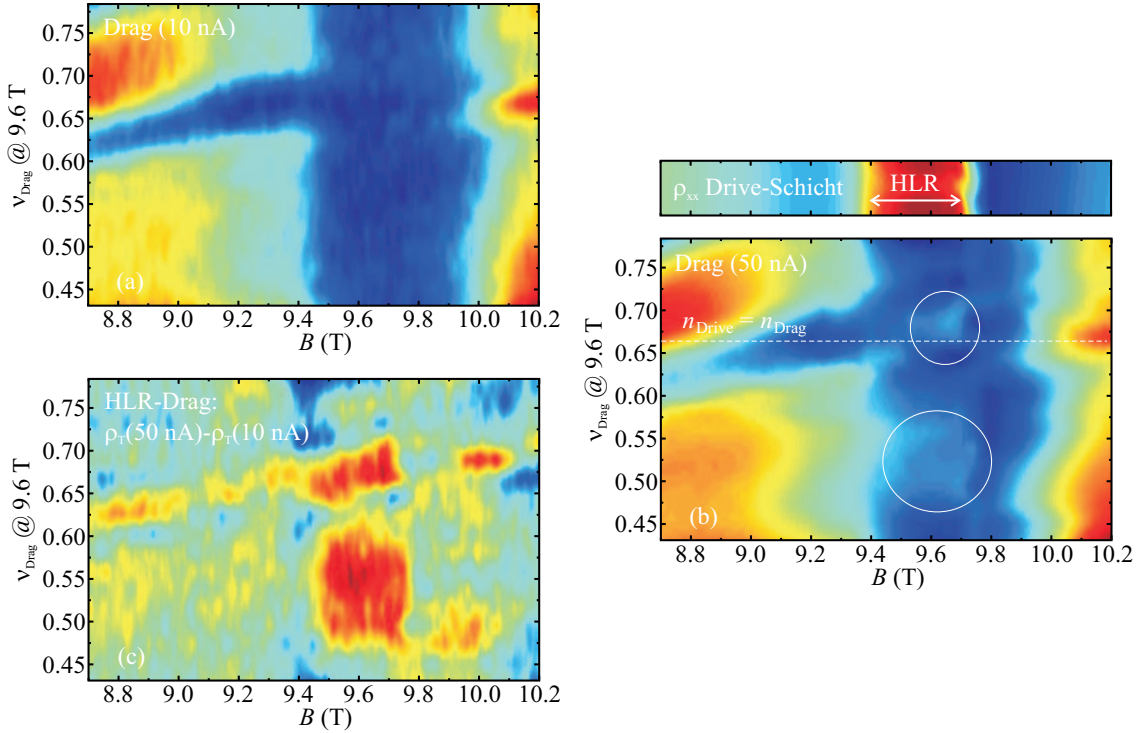


Abbildung 6.23: Vergleich von Drag-Messungen bei (a) 10 nA (ohne HLR) und (b) 50 nA (HLR voll entwickelt); HLR tritt in einem Magnetfeldbereich von ca. 9,4 bis 9,7 T auf (vgl. (b) oben). Die weißen Kreise in (b) markieren die Bereiche, in denen HLR-Drag auftritt. In (c) ist die Differenz der beiden Drag-Messungen dargestellt, die die Erhöhung des Drag durch HLR angibt. Auf der horizontalen Achse ist der Füllfaktor in der Drag-Schicht bei 9,6 T, wo in der Drive-Schicht das HLR-Maximum liegt, aufgetragen. Man sieht eine geringe Erhöhung des Drag bei $\nu_{\text{Drag}} = 2/3$ und um $\nu_{\text{Drag}} = 1/2$. Die Farbskalen sind verschieden für (a-c); rot bedeutet große, blau kleine Widerstandswerte.

die Erhöhung des Drag bei $\nu = 2/3$ und um $1/2$ herum zu sehen, doch beträgt sie nur etwa 2Ω .

Interessant ist ebenfalls, die zeitliche Entwicklung des HLR-Drag zu betrachten. Abbildung 6.24 zeigt für gleiche Dichten Längswiderstand und Drag, wobei das Magnetfeld verschieden schnell erhöht wurde. Bei einer Rate von $0,5 \text{ T/min}$ ist ein deutliches Maximum im Drag an der Stelle, an der in der Drive-Schicht der Phasenübergang auftritt. Mit abnehmender Änderungsrate des Feldes wird die Amplitude kleiner, gleichzeitig wird das Maximum breiter und dehnt sich zu höheren Feldern hin aus.

Nun wird wieder, wie in Abb. 6.23, die Dichte der Drag-Schicht variiert (bei konstanter Dichte in der Drive-Schicht), wobei jedoch anders als vorher das Ma-

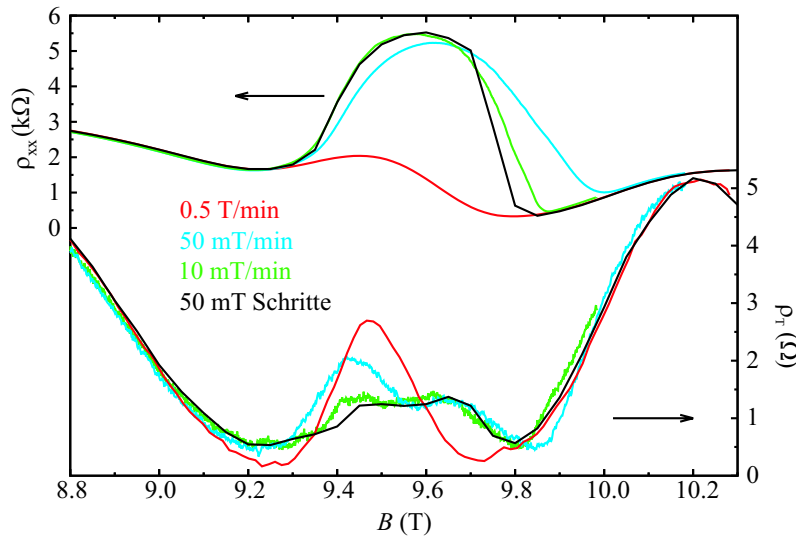


Abbildung 6.24: Drag bei gleichen Dichten für $I = 50$ nA. Das Magnetfeld wird entweder kontinuierlich mit den angegebenen Raten oder in Schritten von 50 mT (Messung wie in Abschnitt 5.4 beschrieben) erhöht.

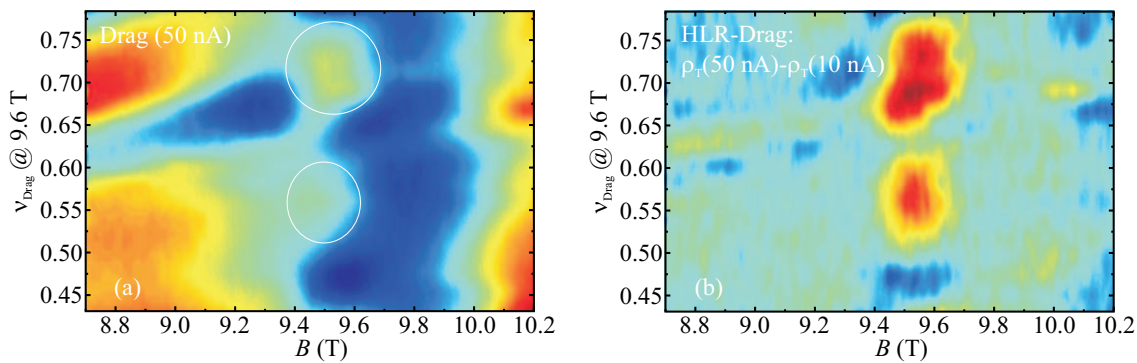


Abbildung 6.25: (a) Drag-Messung mit 50 nA, wobei das Magnetfeld mit 0,5 T/min erhöht wird; wie in Abb. 6.23 wird in vertikaler Richtung die Dichte der Drag-Schicht variiert bei konstanter Dichte der Drive-Schicht. Die weißen Kreise markieren die Bereiche, in denen der sich entwickelnde HLR ein zusätzliches Drag-Signal erzeugt. (b) Differenz aus (a) und einer Drag-Messung bei 10 nA (Abb. 6.23 (a)). Drag ist um Füllfaktor $2/3$ und $1/2$ der Drag-Schicht erhöht.

gnetfeld mit 0,5 T/min erhöht wird, so dass sich HLR nicht voll ausbilden kann; der Strom beträgt wieder 50 nA. Abbildung 6.25 zeigt das Ergebnis: Drag ist verglichen mit Messungen bei kleinem Strom um Füllfaktor $2/3$ und $1/2$ erhöht. Verglichen mit HLR-Drag bei voll ausgebildetem HLR ist hier die Amplitude mit bis zu 3Ω sogar größer, das Maximum bei $2/3$ ist zudem deutlicher ausgeprägt als das bei $1/2$. Außerdem beobachtet man eine Verschiebung des HLR-Drag zu etwas höheren Füllfaktoren der Drag-Schicht.

Bei allen bisher gezeigten Messungen wurde das Magnetfeld entweder mit einer konstanten Rate oder schrittweise erhöht. Wird das Magnetfeld dagegen erniedrigt, so ist das HLR-Maximum etwa einen Faktor zwei kleiner in der Amplitude und Breite. Dem entsprechend sind auch die Effekte im Drag deutlich kleiner, jedoch qualitativ vergleichbar zu den Ergebnissen bei zunehmendem Magnetfeld.

6.3.6 Interpretation

Wie bereits erwähnt, ist Drag proportional zum Integral über das Produkt aus den Imaginärteilen der Suszeptibilitäten der beiden Schichten. Ist die Suszeptibilität einer Schicht bekannt, lassen sich Rückschlüsse auf die Suszeptibilität der anderen Schicht ziehen. Befindet sich die Drive-Schicht im HLR, so liegt nach unserem Modell (vgl. Abschn. 5.4.5) ein „easy axis“ Quanten-Hall-Ferromagnet mit Domänen vor. Wie die Suszeptibilität eines solchen Systems, $\text{Im}\chi_{\text{Drive}}^{\text{HLR}}$, aussieht, ist unbekannt.

Dagegen wurde die Suszeptibilität des untersten Landau-Niveaus eines 2DES bei $\nu = 1/2$ (Composite Fermions) theoretisch untersucht; Ussishkin und Stern [97] haben für χ_{CF} den Ausdruck in Gl. 6.3 erhalten. Der Imaginärteil $\text{Im}\chi_{\text{CF}}$ verschwindet für $q \rightarrow 0$. Das hat zur Folge, dass auch die Leitfähigkeit mit kleiner werdendem q verschwindet. Dadurch relaxieren Dichte-Fluktuationen sehr langsam, was zu einem im Vergleich zu $B = 0$ großen Drag-Signal führt. Die Abhängigkeit von χ_{CF} von q, ω ändert sich auch in der Nähe von $\nu = 1/2$ kaum, solange Transport durch Diffusion stattfindet (genauer: Solange der Zyklotronradius der Composite Fermions größer als deren freie Weglänge ist) und das System kompressibel ist. Solange also keine FQH-Zustände im Längswiderstand beobachtbar sind, erwartet man keine qualitative Änderung von $\text{Im}\chi_{\text{CF}}$. Dagegen wird mit abnehmender Dichte $\text{Im}\chi_{\text{CF}}$ und damit auch Drag größer.

Bei $\nu = 2/3$ sind Magnetorotonen die Anregungen mit der niedrigsten Energie bei einem endlichen Wellenvektor. In unserem Fall jedoch befinden sich beide 2DES am Phasenübergang, so dass vermutlich auch Anregungen mit $\omega \rightarrow 0$ möglich sind. Jungwirth *et al.* sprechen von Transport in Domänenwandschleifen, die zu einem endlichen Widerstand führen; außerdem wird die Anregungslücke deutlich kleiner [90]. Die Energie der Anregungen liegt also wahrscheinlich im Bereich der (sehr kleinen oder verschwindenden) Energielücke am Phasenübergang.

Was bedeutet dies für unsere Drag-Messungen? Bei kleinem Drive-Strom beobachtet man eine Nullstelle im Drag, wenn eine der beiden Schichten im $2/3$ -Zustand ist. Dass man vom Phasenübergang bei kleinem Strom im Drag nichts sieht, kann man so erklären, dass Streuung in den Domänenwänden stattfindet. Diese wiederum nehmen nur einen kleinen Teil der Fläche der Probe ein, da man sie sich als eindimensionale Gebilde vorzustellen hat. Entsprechend wenige Anregungen gehen von den Domänenwänden in der Drive-Schicht aus, die einen vernachlässigbaren Beitrag zum Drag liefern.

Selbst bei gleichen oder sehr ähnlichen Dichten um Füllfaktor $2/3$, wenn die Anregungsspektren der beiden Schichten übereinstimmen (beide am Phasenübergang), ist bei kleinem Strom die Empfindlichkeit der Drag-Schicht für diese Anregungen aufgrund der eindimensionalen Charakter der Domänenwände nur sehr klein. Befindet sich allerdings die Drive-Schicht im HLR, so nimmt die Streuung in den Domänenwänden drastisch zu, da nach unserem Modell die Zahl der Domänenwände selber größer wird. Somit wird es möglich, diese Anregungen in der Drag-Schicht (am Phasenübergang) zu detektieren.

Um Füllfaktor $1/2$ ist die Drag-Schicht auf Anregungen bei kleinem, aber endlichem Wellenvektor und kleiner Energie empfindlich, wie oben diskutiert. Damit lässt sich die Beobachtung von HLR-Drag in diesem Bereich verstehen. Doch Gl. 6.3 ist nicht nur für $\nu = 1/2$ gültig, sondern generell für das unterste, teilweise gefüllte Landau-Niveau (ausgenommen den FQH-Zuständen) [119]. Mit kleiner werdender Dichte erwartet man einen monotonen Anstieg des Drag, jedoch nicht, wie beobachtet, Maxima bei bestimmten Füllfaktoren ($2/3$ und $1/2$). Ein Einfluss der Anregungslücken von anderen FQH-Zuständen wie $3/5$, $4/7$, $2/5$ scheint wenig wahrscheinlich, da diese Zustände bei kleinem Strom weder im Längswiderstand noch im Drag beobachtet werden. Außerdem beobachtet man keinen HLR-Drag für Füllfaktoren zwischen 1 und $2/3$, wo keine FQH-Zustände existieren, sondern eine endliche Dichte an ausgedehnten Zuständen an der Fermikante vorhanden ist. Nach unseren Ergebnissen jedoch muss sich $\text{Im}\chi_{CF}$ um $\nu = 1/2$ doch deutlich von den anderen Füllfaktoren unterscheiden.

Betrachtet man die Messungen, bei denen HLR sich erst entwickelt (schnelle Änderungsraten des Magnetfeldes, vgl. Abb. 6.24 und 6.25), so fällt auf, dass die Amplitude des HLR-Drag sogar größer als bei voll entwickeltem HLR ist. Offensichtlich tritt in diesem Stadium des HLR sogar mehr Streuung auf als im voll entwickelten HLR. Zudem unterscheidet sich die Streuung in beiden Fällen voneinander, wie man am Amplitudenverhältnis des HLR-Drag bei $2/3$ und $1/2$ sieht.

Zusammenfassend kann man sagen, dass die Streuung im HLR Anregungen mit kleiner Energie ($\omega \ll \omega_F, \omega \neq 0$) und kleinem Wellenvektor ($q \ll k_F, q \neq 0$) erzeugt (ω_F, k_F sind Fermi-Energie und -Wellenvektor). Dies schließen wir daraus, dass Drag nur bei $\nu = 2/3$ (Anregungen mit niedriger Energie am Phasenübergang) und um

$\nu = 1/2$ (Fermi-See von Composite Fermions erlaubt Anregungen bei kleinem, aber endlichem Wellenvektor) ein Extrasignal durch HLR zeigt. Dieser HLR-Drag hat allerdings – verglichen mit der Größe des HLR-Maximums – eine kleine Amplitude. Das wiederum wird verständlich, wenn man annimmt, dass die Streuung in Domänenwänden stattfindet, die nur einen Bruchteil der Fläche der Probe einnehmen.

6.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden Drag-Messungen im Magnetfeld im Bereich des IQHE und des FQHE untersucht. Bei hohen Füllfaktoren im IQHE beobachtet man bei gleichen Dichten in beiden 2DES für nicht spinaufgespaltene Landau-Niveaus ein Doppelmaximum im Drag. Bei ungleichen Dichten wechselt Drag das Vorzeichen und oszilliert um Null, wobei das Vorzeichen vom Füllfaktorunterschied $\Delta\nu$ der beiden Schichten abhängt: Bei geradzahligem $\Delta\nu$ erhält man positiven, bei ungeradzahligem $\Delta\nu$ negativen Drag. Die Temperaturabhängigkeit der Drag-Amplitude zeigt für diese beiden Beobachtungen dasselbe anomale Verhalten: In einem bestimmten Temperaturbereich nimmt die Drag-Amplitude zu mit fallender Temperatur; bei noch tieferen Temperaturen fällt Drag mit abnehmender Temperatur und zeigt dabei ein thermisch aktiviertes Verhalten. Dieses Temperaturverhalten entspricht nicht den Erwartungen für den Fall, dass Drag durch ausgedehnte Zustände an der Fermi-Kante verursacht wird, wie bisher immer angenommen wurde. Wir schließen daraus, dass Drag in diesem Bereich durch lokalisierte Zustände verursacht wird. In unserem Modell gehen wir davon aus, dass Elektron-Loch-Asymmetrie in den lokalisierten Zuständen der vorherrschende Drag-Mechanismus bei tiefen Temperaturen ist. Negativer Drag kommt zustande, wenn in einer Schicht elektronenartige Zustände, in der anderen lochartige Zustände vorhanden sind; positiver Drag ergibt sich bei gleichartigen Zuständen in beiden Schichten.

Bei den Füllfaktoren $\nu = 1/2$ und $\nu = 3/2$ bilden die Elektronen einen Fermi-See von Composite Fermions; Drag zeigt bei diesen Füllfaktoren nach theoretischen Vorhersagen [97, 112, 113] ein universelles Temperaturverhalten: $\rho_T \propto T^{4/3}$. Unsere Messungen bei $\nu = 1/2$ und $\nu = 3/2$ zeigen in einem Temperaturbereich von 0,25 K bis etwa 1,5 K diese Temperaturabhängigkeit, bei $\nu = 1/2$ liefert auch der Vergleich der Drag-Amplitude mit den Vorhersagen in [97] gute quantitative Übereinstimmung.

Im letzten Abschnitt haben wir die HLR-Anomalie bei $\nu = 2/3$ mit Hilfe von Drag-Messungen untersucht. Bei konstanter Dichte der Drive-Schicht, in der HLR auftritt, wird die Dichte der Drag-Schicht variiert, so dass der Füllfaktor der Drag-Schicht von etwa 0,4 bis 0,8 beträgt bei Füllfaktor 2/3 in der Drive-Schicht. Durch Vergleich von Drag-Messungen mit kleinem Antriebsstrom (ohne HLR in der Drive-

Schicht) und mit großem Antriebsstrom (mit HLR) können wir feststellen, dass das HLR-Maximum nur dann einen Beitrag zum Drag liefert, wenn der Füllfaktor der Drag-Schicht bei $2/3$ oder bei etwa $1/2$ liegt, d. h. nur bei diesen Füllfaktoren ist die Drag-Schicht empfindlich für die Anregungen des HLR. Bei Füllfaktor $2/3$ befindet sich die Drag-Schicht am Phasenübergang (wie auch die Drive-Schicht) und ist deshalb empfindlich für die Anregungen; um Füllfaktor $1/2$ erlaubt der Fermi-See von Composite Fermions niederenergetische Anregungen mit kleinem Wellenvektor. Während HLR im Längswiderstand zu einem großen Maximum führt, bewirkt er nur eine kleine Erhöhung des Drag-Signals, möglicherweise aufgrund der Streuung an Domänenwänden, wie in Abschn. 5.3.2 und 5.4.5 beschrieben, die nur einen kleinen Teil der Probenfläche einnehmen.

7 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurden Transport- und Drag-Messungen an zweidimensionalen Elektronensystemen (2DES) durchgeführt. Dabei wurden zum einen mit Transportmessungen Wechselwirkungseffekte innerhalb *eines* 2DES untersucht, nämlich der Spin-Phasenübergang des $2/3$ -FQH-Zustands sowie die Ankopplung der Elektronenspins an die Kernspins. Zum anderen wurde die Kopplung zwischen *zwei* nah benachbarten 2DES mit Hilfe von Drag-Messungen untersucht; dabei wird durch eines der 2D-Systeme ein Strom geschickt, der in dem anderen 2D-System eine Spannung induziert. Diese Drag-Spannung ist ein Maß für den Impulstransfer und damit die Elektron-Elektron-Streuung zwischen den Schichten. Die Interlagen-Streuung wurde in quantisierenden Magnetfeldern für eine Vielzahl von Parametern wie Temperatur, Ladungsträgerdichte und -unterschied zwischen den Schichten ausführlich studiert.

Proben

Drag-Messungen erfordern separate Kontakte an die beiden 2D-Schichten. Sie werden mit Hilfe der Technik der *selektiven Verarmung* realisiert. Dazu sind Metall-Frontgates und vergrabene Backgates nötig, die geeignet um jeden Kontakt platziert sind. Durch Anlegen von Spannungen an die Gates lässt sich das darunter oder darüber liegende 2DES verarmen, so dass der Kontakt von diesem 2DES isoliert ist. Die vergrabenen Backgates werden durch Strukturieren einer n^+ -Schicht mit Hilfe von nasschemischem Ätzen und anschließendem Überwachsen in einer MBE-Anlage mit der DQW-Struktur hergestellt. Die verwendeten DQWs unterscheiden sich in folgenden Parametern: Ladungsträgerbeweglichkeit (Unordnungspotential), Dicke der Barriere zwischen den 2DES (Stärke der Kopplung) und Breite der QWs (Stärke der Coulomb-Wechselwirkung der Elektronen innerhalb eines QW).

Transportmessungen bei $\nu = 2/3$

Die Untersuchungen des $2/3$ -FQHE wurden an einer Doppellagen-Struktur mit 15 nm breiten QWs durchgeführt. Damit stand erstmals eine Probe mit engen QW zur Verfügung, die die Einstellung der Dichte in einem weiten Bereich erlaubte

ohne ein störendes Metallgate auf der Oberfläche (abgesehen von den kleinen Hilfs-gates für die separate Kontaktierung), das die Ausbildung des FQHE unterdrückt; stattdessen diente der benachbarte QW als Gate. In dieser Probe wurde der $2/3$ -Phasenübergang von spin-unpolarisiertem zu spin-polarisiertem Grundzustand als kleines Maximum im Längswiderstand beobachtet. Er tritt bei deutlich höheren Magnetfeldern (≈ 10 T) und Ladungsträgerdichten auf als bisher in der Literatur berichtet, verursacht durch eine erhöhte Coulomb-Wechselwirkung der Elektronen im engen QW (aufgrund ihres geringeren gegenseitigen Abstands in z -Richtung) und eine etwas reduzierte Zeeman-Energie. Bei tiefen Temperaturen ($T < 250$ mK) wurde eine Verschiebung des Phasenübergangs zu höheren Magnetfeldern mit abnehmender Temperatur beobachtet, die sich durch eine zunehmende Polarisation der Kernspins erklären lässt, die ein (negatives) Hyperfeinfeld B_N zur Folge hat, das die Zeeman-Energie der Elektronen reduziert. Bei konstanter Ladungsträgerdichte beträgt die beobachtete Verschiebung etwa 0,45 T bei 20 mK und ist kleiner als das berechnete Hyperfeinfeld von 0,97 T. Betrachtet man den FQHE als Quanten-Hall-Effekt von Composite Fermions (CF), so tritt der Phasenübergang genau dann auf, wenn die Zyklotron-Aufspaltung der CF gleich der Zeeman-Energie ist; eine Reduktion der Zeeman-Energie durch ein Hyperfeinfeld muss also durch ein Erhöhen des externen Feld ausgeglichen werden, um die Bedingung für das Auftreten des Phasenübergangs zu erfüllen. Mit Erhöhen des Magnetfeldes nimmt (bei konstanter Dichte) jedoch die Zyklotron-Aufspaltung der CF ab (da das effektive Magnetfeld der CF abnimmt), so dass eine Verschiebung des Phasenübergangs kleiner als das Hyperfeinfeld resultiert. Unterhalb von 70 mK zeigt der Phasenübergang Hysterese zwischen Erhöhen und Erniedrigen des Magnetfeldes; dies lässt sich durch das Auftreten eines Ising-Quanten-Hall-Ferromagneten am Phasenübergang, verbunden mit der Bildung von Domänen mit den beiden Grundzuständen verstehen.

Des weiteren wurde die von Kronmüller *et al.* entdeckte Widerstandsanomalie bei $2/3$ genauer untersucht: Dieser *Huge Longitudinal Resistance* (HLR) ist ein Maximum im Längswiderstand, das sich innerhalb mehrerer Minuten entwickelt, wenn ein ausreichend hoher Strom fließt; eine strominduzierte Kernspinpolarisation im HLR konnte damals durch widerstandsdetektierte NMR nachgewiesen werden. Wir konnten erstmals den direkten Zusammenhang zwischen HLR und dem Spin-Phasenübergang des $2/3$ -Zustands zeigen: HLR entwickelt sich bei ausreichend hohem Strom direkt am Phasenübergang. Aus dieser Beobachtung und unseren Untersuchungen des Phasenübergangs bei kleinen Strömen (also ohne HLR) haben wir ein Modell für den HLR entwickelt: Die schon vorhandene Domänenstruktur am Phasenübergang führt bei hohem Strom zu einer inhomogenen Kernspinpolarisation, die wiederum über das Hyperfeinfeld auf die Domänenstruktur zurückwirkt. Sie kann als zusätzliche Unordnung betrachtet werden, die zu kleineren Domänen, mehr Domänenwänden und damit einem höheren Widerstand führt.

Drag-Messungen im Magnetfeld

Unsere Drag-Messungen im Bereich hoher Landau-Niveau-Füllfaktoren hatten das Ziel, Drag bei gleichen und ungleichen Ladungsträgerdichten in beiden Schichten zu untersuchen. Bei *gleichen* Dichten zeigt Drag für jedes nicht spinaufgespaltene Landau-Niveau ein Doppelmaximum, nicht jedoch für spinaufgespaltene, im Widerspruch zu theoretischen Vorhersagen über eine verstärkte Abschirmung für halb gefüllte Landau-Niveaus [71]. Bei *ungleichen* Dichten konnten wir – als Einhüllende der schnellen Oszillation durch die Landau-Quantisierung – eine langsame Oszillation der Dragamplitude um Null beobachten mit maximal *negativem* Drag bei *ungeradzahligem* Füllfaktorunterschied und maximal *positivem* Drag bei *geradzahligem* Füllfaktorunterschied der beiden 2DES. Die überraschende Entdeckung des negativen Drag widerspricht der einfachen Vorstellung von durch Impulsübertrag mitgeführten Elektronen. Ein übereinstimmendes Temperaturverhalten zeigt, dass Doppelmaximum bei gleichen Dichten und negativer Drag bei ungleichen Dichten auf demselben physikalischen Mechanismus basieren. Außerdem zeigt die Amplitude der Dragmaxima und -minima ein anomales Temperaturverhalten, nämlich eine Zunahme mit fallender Temperatur, um bei tiefen Temperaturen schließlich wieder in ein normales, jedoch thermisch aktiviertes Verhalten überzugehen. Aus dem aktivierten Verhalten schließen wir, dass lokalisierte Zustände, die zum normalen Transport nicht beitragen, der Schlüssel zum Verständnis des Drag bei hohen Füllfaktoren sind. Ein weiterer wichtiger Hinweis auf die Bedeutung der lokalisierten Zustände ist die Tatsache, dass in Proben mit geringerer Beweglichkeit (also mehr Unordnung) negativer Drag noch bei höheren Temperaturen und Magnetfeldern auftritt als in hochbeweglichen Proben. Unser Modell geht davon aus, dass Dichtefluktuationen durch Elektronen (e) oder Löcher (h) (= fehlende Elektronen im Leitungsband), die von den lokalisierten Zuständen an der Fermi-Kante in die ausgedehnten Zustände im Zentrum eines Landau-Niveaus thermisch angeregt werden, Drag bei hohen Füllfaktoren bestimmen. Gleichartige Anregungen ($e-e$ oder $h-h$) an der Fermi-Kante in beiden Schichten führen zu positivem Drag, verschiedenartige Anregungen ($e-h$) dagegen zu negativem Drag. Bei exakt halb gefülltem Landau-Niveau herrscht Elektron-Loch-Symmetrie, die Beiträge von Elektronen und Löchern heben sich gegenseitig auf und führen zum Doppelmaximum bei gleichen Dichten. Das Fehlen eines Doppelmaximums für spinaufgespaltene Landau-Niveaus ist darauf zurückzuführen, dass die lokalisierten Zustände spinaufgespaltener Landau-Niveaus überlappen und somit keine Elektron-Loch-Symmetrie besteht, obwohl der Längswiderstand deutliche Spinaufspaltung zeigt.

Bei den Füllfaktoren $\nu = 1/2$ und $\nu = 3/2$ wurde die Temperaturabhängigkeit des Drag untersucht. Bei diesen Füllfaktoren bilden die Elektronen mit Flussquanten des externen Feldes neue, nur schwach wechselwirkende *Composite Fermions* (CF),

vergleichbar mit Elektronen bei $B = 0$. Wir konnten theoretische Vorhersagen für das Temperaturverhalten des Drag für diese beiden Füllfaktoren bestätigen, wonach $\rho_T \propto T^{4/3}$. Drag ist in diesen beiden Fällen also nicht, wie in höheren Füllfaktoren, durch lokalisierte Zustände bestimmt, sondern durch einen Fermi-See von CF.

Desweiteren haben wir die Streuung im HLR durch Drag-Messungen untersucht. Dazu wurde die Drive-Schicht bei konstanter Dichte gehalten, die Dichte der Drag-Schicht jedoch variiert, und zwar so, dass bei $\nu_{\text{Drive}} = 2/3$ der Füllfaktor der Drag-Schicht ν_{Drag} von etwa 0,4 bis 0,8 variiert. Die Idee ist, dass sich mit dem Füllfaktor auch das Anregungsspektrum des 2DES ändert. Durch Vergleich von Drag-Messungen bei kleinem Strom (ohne HLR in der Drive-Schicht) und bei großem Strom (mit HLR bei $2/3$ in der Drive-Schicht) konnte bestimmt werden, bei welchen Füllfaktoren die Drag-Schicht empfindlich auf die Anregungen des HLR ist: Bei $\nu_{\text{Drag}} = 2/3$ und in einem Bereich um $\nu_{\text{Drag}} = 1/2$ kann *HLR-Drag* beobachtet werden. Dieses Extra-Drag-signal durch HLR beträgt jedoch nur etwa 10-20% der Dragamplitude ohne HLR; Drag ist also wenig empfindlich auf die Streumechanismen des HLR. Bei $\nu_{\text{Drag}} = 2/3$ befinden sich beide Schichten am $2/3$ -Phasenübergang, haben also ähnliche Anregungsspektren; bei $\nu_{\text{Drag}} = 1/2$ erlaubt das System von CF niederenergetische Anregungen bei kleinen Wellenvektoren. Deswegen gehen wir davon aus, dass HLR Streuung bei kleinen Energien und Wellenvektoren einschließt.

Ausblick

Der $\nu = 2/3$ Phasenübergang reagiert sehr empfindlich auf eine Polarisation des Kernspinsystems, sei es durch ein Verschieben seiner Lage im Magnetfeld im Fall einer homogenen thermischen Kernspinpolarisation oder durch eine drastische Änderung des Widerstands und eine Verbreiterung im Fall einer inhomogenen strominduzierten Kernspinpolarisation. Das ermöglicht es, magnetische Kernresonanz (NMR) einfach durch eine Änderung im Widerstand zu detektieren. Mit NMR-Messungen kann der Einfluss der Kernspinpolarisation auf den Phasenübergang und HLR direkt untersucht werden, zudem sind Aussagen über den Polarisationsgrad des Elektronensystems möglich; damit kann das Modell für den HLR, das hier aufgrund von Widerstandsmessungen aufgestellt wurde, überprüft und ergänzt werden. Die Dissertation von O. Stern beschäftigt sich mit widerstandsdetektierter NMR am Phasenübergang und im HLR [120].

Auch bei Transportmessungen im HLR gibt es noch ungeklärte Fragen: Wird am Phasenübergang ein großer *Gleichstrom* angelegt, so steigt der Widerstand in wenigen Minuten deutlich an, fällt danach aber langsam wieder ab und erreicht fast den Ausgangswert. Mit einem niederfrequenten Wechselstrom, wie wir ihn für unsere Messungen verwendet haben, steigt der Widerstand zunächst ebenfalls an,

sättigt dann jedoch und ändert sich nur noch geringfügig. Detaillierte frequenz- und stromabhängige Messungen könnten zum Verständnis dieses Verhaltens beitragen. Kaum untersucht wurde bisher der Einfluss der Probenbreite auf die Entwicklung des HLR; Messungen von Kronmüller *et al.* [40] zeigen, dass in breiteren Proben höhere Ströme nötig sind, damit sich HLR entwickelt, gleichzeitig dauert es länger, bis der Widerstand sättigt. Eine systematische Untersuchung der Strom- und Zeitabhängigkeit des HLR als Funktion der Probenbreite könnte zu einem detaillierteren Verständnis vom Aufbau der Kernspinpolarisation führen.

Drag-Messungen bei hohen Füllfaktoren und tiefen Temperaturen haben gezeigt, dass lokalisierte Zustände eine entscheidende Rolle für das Verständnis des anomalen Drag spielen. Drag kommt durch die Übertragung von Anregungen (Dichtefluktuationen mit Frequenz ω und Wellenvektor q) von einem stromführenden 2DES auf ein benachbartes 2DES zustande. Eine andere Möglichkeit, Anregungen zu erzeugen, die auf ein 2DES übertragen werden können, sind akustische Oberflächenwellen (*surface acoustic wave*, SAW); Frequenz und Wellenvektor sind hierbei durch die Oberflächenwelle gegeben. SAW-Messungen bei hohen Füllfaktoren könnten also weitere Aufschlüsse über den Drag-Mechanismus in diesem Bereich geben.

Die meisten der von uns untersuchten Proben zeigen kein Doppelmaximum im Drag bei gleichen Dichten für spinaufgespaltene Landau-Niveaus. Es wäre daher von Interesse, Drag in Materialsystemen zu untersuchen, die eine größere Spinaufspaltung als GaAs zeigen. Ein Kandidat dafür sind QWs aus AIAs: g -Faktor und effektive Masse sind deutlich größer als in GaAs, so dass Zeeman- und Zyklotron-Aufspaltung vergleichbar sind. Da AIAs-QWs in hoher Qualität hergestellt werden können und bei tiefen Temperaturen FQHE zeigen, wäre auch eine Messung des CF-Drag und ein Vergleich der Temperaturabhängigkeit mit den theoretischen Vorhersagen möglich.

8 English Summary

In this thesis we study single-layer transport and drag of two-dimensional electron systems (2DES) in the integral and fractional quantum Hall (IQH and FQH, respectively) regime. While measurements of the longitudinal resistance are sensitive to excitation gaps at the Fermi energy, drag measurements provide information about electron-electron scattering which is normally not accessible in single-layer transport measurements. With our single-layer resistance measurements we investigate the spin phase transition of the $2/3$ FQH state and the coupling of the electron spin system to the nuclear spin system. Drag measurements are performed on double layer systems, in which the two layers are in close proximity but nevertheless electrically isolated from each other. A current flow in one layer (*drive layer*) induces a voltage drop in the other layer (*drag layer*). This drag voltage is directly proportional to the interlayer electron-electron scattering rate. We investigate the interlayer scattering in quantising magnetic fields for a wide range of temperatures, filling factors, carrier densities and density differences between the layers.

Sample fabrication

Our samples are GaAs/AlGaAs double quantum well (DQW) structures grown by molecular beam epitaxy (MBE). Separate ohmic contacts to the two layers – as they are required for drag measurements – are realised by a selective depletion technique first introduced by Eisenstein *et al.* [75]. The basic idea is to place gates "around" each contact above and below the DQW in such a way that current flowing in or out of that contact has to pass the area underneath or above the gates. By applying an appropriate bias to the gates we can fully deplete the closer 2DES while leaving the remote 2DES unaffected. This way the contact connects to one of the 2DESs only. We use a technique developed by Rubel *et al.* [76] to fabricate our backgates: we prestructure a n^+ -layer using wetchemical etching; these prestructured backgates are then overgrown with our DQW structure by MBE. This technique has the advantage that one has to apply only ~ 2 V to the backgate to fully deplete the lower 2DES instead of several hundred volts in the case of metal gates on the backside of the sample as in ref. [75]. Metal gates on top of the sample act as frontgates. The

samples are processed into 80 μm wide and 880 μm long Hall bars.

We have two sets of samples: our high mobility samples are grown at the *Walter Schottky Institut*. They have as grown densities in the range $1.5\text{--}2.5 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$ and mobilities between 100–250 m^2/Vs per layer. We have samples with barriers between 13 and 120 nm, the width of the QWs is 15, 20 or 25 nm. Samples with lower mobility come from the *Max-Planck-Institut für Festkörperforschung*. Their as grown densities and mobilities are approx. $3 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$ and 15–40 m^2/Vs , respectively.

Transport measurements at the 2/3 FQH state

We investigate the phase transition from spin-unpolarised to spin-polarised ground state of the 2/3 FQH state in a narrow (15 nm) QW. For the measurements we use one of our high mobility DQW structures without a metal gate on top of the Hall bar because we noticed that this diminishes the FQH features (possibly due to strain). Instead we use the bottom 2DES as a gate to change the density in the upper 2DES by means of an interlayer bias.

The spin phase transition is visible in the longitudinal resistance as a small resistance peak in the 2/3 minimum. In our narrow QW this transition occurs at much higher magnetic fields ($\approx 10 \text{ T}$) than previously reported in literature [27, 30, 31] (see fig. 5.1). This is due to the enhanced Coulomb interaction and the reduced Zeeman energy arising from the stronger confinement of the electrons in our narrow QW. The position of the phase transition shifts with increasing density or additional parallel magnetic field from the high field side (filling factors ν slightly above 2/3) to the low field side of the 2/3 minimum (ν slightly below 2/3) (see figs. 5.5 and 5.6). This shift can be described quite well in terms of quantum Hall effect (QHE) of composite fermions (CF) if we assume that the Zeeman energy $E_Z = |g^*|\mu_B B$ equals the cyclotron energy of the CF $\Delta_{\text{CF}} = \hbar\omega_{c,\text{CF}} = \hbar e|B_{\text{eff}}|/m_{\text{CF}}$ at the phase transition (g^* is the effective g -factor of electrons, μ_B is the Bohr magneton, B_{eff} is the effective magnetic field for CF and m_{CF} is the effective mass of CF) and if we further assume that $m_{\text{CF}} \propto \sqrt{n}$; the latter assumption is justified by recent measurements of the CF mass by Kukushkin *et al.* by cyclotron resonance [20]. We find that $m_{\text{CF}} = 1.5m_0\sqrt{n/1 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}}$.

At low temperatures ($< 250 \text{ mK}$) we observe a shift of the phase transition peak to higher magnetic fields with decreasing temperature. The maximum shift is $\sim 0.45 \text{ T}$ at 20 mK (see fig. 5.7). It is well explained by an increasing thermal nuclear spin polarisation creating a nuclear hyperfine field B_N that reduces the electron Zeeman energy; to restore $E_Z = \Delta_{\text{CF}}$ the external field has to be increased. The calculated B_N at 20 mK and 10 T is about -0.97 T and thus larger than the observed shift of the phase transition. This difference arises from the fact that

E_Z becomes larger with increasing field, while Δ_{CF} decreases (since B_{eff} of the CF decreases). Thus $E_Z = \Delta_{\text{CF}}$ is already restored if the external field is increased by an amount less than B_N .

Below 70 mK the phase transition peak becomes hysteretic on sweeping the magnetic field up and down (see fig. 5.7). Similar behaviour was observed earlier [37] and explained by the occurrence of an Ising quantum Hall ferromagnet, leading to the formation of domains with spin-polarised and spin-unpolarised ground state.

We also investigate the resistance anomaly found by Kronmüller *et al.* [40] at filling factor $2/3$: when they applied a sufficiently large current, the resistance increased within several minutes and formed a huge peak that they labelled "*huge longitudinal resistance*" (HLR). HLR is connected with a current induced nuclear spin polarisation, as Kronmüller *et al.* could show with resistance detected NMR measurements [39]. Here we provide evidence for the direct connection between the spin phase transition of the $2/3$ state and HLR: only when the 2DES is at the phase transition, a sufficiently high current can induce HLR (see figs. 5.12 and 5.14). The HLR peak is much broader than the phase transition peak at small currents; we attribute this to an inhomogeneous nuclear spin polarisation induced by the high current. Taking the width of HLR as a measure for the nuclear hyperfine field and comparing this to the temperature induced shift of the phase transition we conclude, that the magnitude of the current induced nuclear spin polarisation is comparable to the thermal nuclear spin polarisation at 20 mK. While the latter is homogeneous, since it causes only a shift of the phase transition, the former is very inhomogeneous (see fig. 5.16). Based on the above observations we develop a model for HLR. Resistance at the phase transition originates from backscattering of electrons from one side of the sample to the other *along* domain walls [90]. At large currents some electrons scatter *between* domains. The two phases have different electron spin and are almost degenerate, therefore these electrons can flip-flop scatter their spin with the nuclei and build up a nuclear spin polarisation at the domain walls which acts back on the electron Zeeman energy through the hyperfine field. Thus spatial fluctuations of the electron Zeeman energy start to appear throughout the sample. Since the $\nu = 2/3$ phase transition occurs at a critical ratio of Zeeman to Coulomb energy, the inhomogeneous nuclear spin polarisation thus acts as an additional source of disorder, because this ratio will now have spatial fluctuations. This additional disorder will then cause the 2DES to break up into smaller domains, leading to more backscattering along domain walls and thus a higher resistance.

Drag measurements in magnetic fields

Drag measurements probe the electron-electron scattering between two closely spaced 2DES which are electrically isolated from each other. In a drag experi-

ment a current is driven through one layer. Through interlayer Coulomb or phonon interaction some of the electrons in the drive layer scatter on electrons in the drag layer and thus transfer their momentum to them. This interlayer momentum transfer leads to a current flow in the drag layer in the same direction as in the drive layer, or in the case of an open circuit, to the buildup of a voltage in the drag layer which exactly cancels the frictional force from the drive layer. The *transresistivity* is a measure for the strength of the interlayer momentum transfer and defined as $\rho_T = -W/L \times U_{\text{drag}}/I_{\text{drive}}$ (W and L are width and length of the sample, I_{drive} is the current in the drive layer, U_{drag} is the voltage drop at open circuit in the drag layer). Drag in electron-electron systems at zero magnetic field is defined to be positive (therefore the sign in the definition of ρ_T). In linear response theory drag is proportional to the integral over the product of the density response functions $\chi(q, \omega)$ of both layers.

We investigate drag at high Landau level (LL) filling factors at matched and mismatched densities. For these measurements we use samples with both high and low mobilities and with different barrier thicknesses; all samples show qualitatively very similar behaviour. At *matched* densities we observe for each non spin split LL in the longitudinal resistance a double peak in the drag, but not for spin split LL (see fig. 6.1). This is in contradiction to a theory by Bønsager *et al.* [71] that predicted enhanced screening and thus a reduced drag for half filled LL. At *mismatched* densities we observe a slow oscillation of drag around zero; this slow oscillation is the envelope to the fast oscillation of drag due to the Landau quantisation. Drag is most *negative* when the filling factor difference between the layers is an odd integer number, and most *positive* when the filling factor difference is an even integer number (see fig. 6.2). This surprising finding of a negative drag signal is in obvious contradiction to the simple picture of momentum transfer by interlayer scattering between electrons.

In order to gain more insight in the above phenomena we studied the temperature dependence of the drag amplitude at matched and mismatched densities. Both the amplitude of double peak and negative drag show the same temperature dependence and we therefore conclude they must have the same physical origin (see fig. 6.4). Furthermore, the drag amplitude of both positive and negative drag exhibits an anomalous temperature dependence: at intermediate temperatures drag *increases* with *decreasing* temperature (fig. 6.4). At the lowest temperatures, drag decreases again with decreasing temperature. However, it does not follow a powerlaw but instead it shows thermally activated behaviour (figs. 6.7 and 6.8). The activated behaviour gives us a hint that the localised states play a decisive role for drag at intermediate and low temperatures. Furthermore, in samples with lower mobilities and thus more disorder, negative drag persists to higher magnetic fields and higher temperatures; also this points to the relevance of localised states for the anomalous

drag phenomena. Therefore we assume in our model that double peak and negative drag are due to density fluctuations created by thermal activation of electrons e or holes h (= missing electron in the conduction band) from the localised states at the Fermi energy to extended states in the LL centre. Likewise excitations at the Fermi energy in both layers (e - e or h - h) result in a positive drag signal while different ones (e - h) lead to a negative drag signal. At exact half filling the system is electron-hole-symmetric and drag vanishes, resulting in the observed double peak for matched densities. With increasing temperature the localised states become delocalised and drag due to thermal activation of electrons and holes from localised states to the extended states vanishes and at high temperatures a powerlaw behaviour of the drag sets in. The missing double peak in drag for a spin split LL is due to a lack of electron-hole-symmetry because *localised* states of the spin resolved LLs overlap even though the resistance that probes only extended states shows clear spin splitting. We note that actually in some high mobility samples without a metal frontgate we were able to observe a double peak for spin split LL at matched densities, which means we have electron-hole-symmetry for spin split LL in these samples.

At filling factors $\nu = 1/2$ and $3/2$ the situation is different: the 2D electrons form a Fermi sea of weakly interacting *composite fermions* which move in zero effective magnetic field. In this case theory predicts a unique temperature dependence for drag [97, 112, 113]: $\rho_T \propto T^{4/3}$. We were able to confirm these predictions for both $\nu = 1/2$ and $3/2$ in high mobility samples in a temperature range from approx. 0.25 to 2 K (figs. 6.18 and 6.19) This clearly shows that drag in the lowest LL is not determined by localised states as it is the case for high LL filling factors.

We have further investigated scattering in the HLR at $\nu = 2/3$ with drag measurements. For this we kept the density of the drive layer constant, but changed the density of the drag layer in such a way that ν_{drag} varies from approx. 0.4 to 0.8 while ν_{drive} is at $2/3$. The idea is that with the filling factor the excitation spectrum of the 2DES changes (we note that in the lowest LL we do not have localised states but a liquid of CF which form FQH states at certain filling factors). By comparing drag measurements at low drive currents (without HLR) and at high drive currents (with HLR at $2/3$ in the drive layer) we determine at what filling factors the drag layer is sensitive to the excitations originating from HLR. We observed an extra drag signal due to HLR at $\nu_{\text{drag}} = 2/3$ and around $\nu_{\text{drag}} = 1/2$ (fig. 6.23). This extra drag signal however is only about 10–20% of the drag amplitude without HLR (fig. 6.22); drag is thus not very sensitive to the scattering involved in HLR. At $\nu_{\text{drag}} = 2/3$ both layers are at the $2/3$ phase transition and thus have similar excitation spectra and around $\nu_{\text{drag}} = 1/2$ the Fermi sea of CF allows excitations at low energy and small wavevector. We thus conclude that the HLR involves scattering at low energies and small wavevectors.

Literaturverzeichnis

- [1] K. v. Klitzing, G. Dorda und M. Pepper, *New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance*, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980).
- [2] D. C. Tsui, H. L. Stormer und A. C. Gossard, *Two-Dimensional Magneto-transport in the Extreme Quantum Limit*, Phys. Rev. Lett. **48**, 1559 (1982).
- [3] R. Dingle, H. L. Störmer, A. C. Gossard und W. Wiegmann, *Electron mobilities in modulation-doped semiconductor heterojunction superlattices*, Appl. Phys. Lett. **33**, 665 (1978).
- [4] E. L. Ivchenko und A. A. Kiselev, *Electron g-factor of quantum wells and superlattices*, Sov. Phys. Semicond. **26**, 827 (1992).
- [5] R. M. Hannak, M. Oestreich, A. P. Heberle, W. W. Rühle und K. Köhler, *Electron g-factor in quantum wells determined by spin quantum beats*, Solid State Commun. **93**, 313 (1995).
- [6] M. Dobers, K. v. Klitzing und G. Weimann, *Electron-spin resonance in the two-dimensional electron gas of GaAs-Al_xGa_{1-x}As heterostructures*, Phys. Rev. B **38**, 5453 (1988).
- [7] M. M. Fogler und B. I. Shklovskii, *Collapse of spin splitting in the quantum Hall effect*, Phys. Rev. B **52**, 17366 (1995).
- [8] D. R. Leadley, R. J. Nicholas, J. J. Harris und C. T. Foxon, *Critical collapse of the exchange-enhanced spin splitting in two-dimensional systems*, Phys. Rev. B **58**, 13036 (1998).
- [9] R. R. Gerhardts, *Cumulant approach to the two-dimensional magneto-conductivity problem*, Surf. Science **58**, 227 (1976).
- [10] Einen Überblick über die Quanten-Hall-Effekte gibt z. B. T. Chakraborty und P. Pietiläinen, *The Quantum Hall Effects: Fractional and Integral*, 2. Auflage (Springer-Verlag, Berlin, 1995).

- [11] M. Büttiker, *Absence of backscattering in the quantum Hall effect in multi-probe conductors*, Phys. Rev. B **38**, 9375 (1988).
- [12] E. Ahlswede, *Potential- und Stromverteilung beim Quanten-Hall-Effekt bestimmt mittels Rasterkraftmikroskopie*, Dissertation, Max-Planck-Institut Stuttgart, 2002.
- [13] H. L. Stormer, D. C. Tsui und A. C. Gossard, *The fractional quantum Hall effect*, Rev. Mod. Phys. **71**, 298 (1999).
- [14] J. K. Jain, *Composite-fermion approach for the fractional quantum Hall effect*, Phys. Rev. Lett. **63**, 199 (1989).
- [15] R. L. Willett, R. R. Ruel, K. W. West und L. N. Pfeiffer, *Experimental demonstration of a Fermi surface at one-half filling of the lowest Landau level*, Phys. Rev. Lett. **71**, 3846 (1993).
- [16] W. Kang, H. L. Stormer, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin und K. W. West, *How real are composite fermions?*, Phys. Rev. Lett. **71**, 3850 (1993).
- [17] J. H. Smet, K. von Klitzing, D. Weiss und W. Wegscheider, *dc Transport of Composite Fermions in Weak Periodic Potentials*, Phys. Rev. Lett. **80**, 4538 (1998).
- [18] V. J. Goldman, B. Su und J. K. Jain, *Detection of composite fermions by magnetic focusing*, Phys. Rev. Lett. **72**, 2065 (1994).
- [19] J. H. Smet, D. Weiss, R. H. Blick, G. Lütjering, K. von Klitzing, R. Fleischmann, R. Ketzmerick, T. Geisel und G. Weimann, *Magnetic Focusing of Composite Fermions through Arrays of Cavities*, Phys. Rev. Lett. **77**, 2272 (1996).
- [20] I. Kukushkin, J. Smet, K. von Klitzing und W. Wegscheider, *Cyclotron Resonance of Composite Fermions*, Nature **415**, 409 (2002).
- [21] D. R. Leadley, R. J. Nicholas, C. T. Foxon und J. J. Harris, *Measurements of the effective mass and scattering times of composite fermions from magneto-transport analysis*, Phys. Rev. Lett. **72**, 1906 (1994).
- [22] H. C. Manoharan, M. Shayegan und S. J. Klepper, *Signatures of a Novel Fermi Liquid in a Two-Dimensional Composite Particle Metal*, Phys. Rev. Lett. **73**, 3270 (1994).

- [23] R. R. Du, H. L. Stormer, D. C. Tsui, A. S. Yeh, L. N. Pfeiffer und K. W. West, *Drastic Enhancement of Composite Fermion Mass near Landau Level Filling $\nu = 1/2$* , Phys. Rev. Lett. **73**, 3274 (1994).
- [24] B. Tieke, U. Zeitler, R. Fletcher, S. A. J. Wieggers, A. K. Geim, J. C. Maan und M. Henini, *Even-Denominator Filling Factors in the Thermoelectric Power of a Two-Dimensional Electron Gas*, Phys. Rev. Lett. **76**, 3630 (1996).
- [25] B. I. Halperin, *Theory of the quantized Hall conductivity*, Helv. Phys. Acta **56**, 75 (1983).
- [26] T. Chakraborty und P. Pietiläinen, *Spin-reversed excitations in the fractional quantum Hall effect*, Phys. Rev. B **41**, 10862 (1990).
- [27] R. Clark und P. Maksym, *Fractional quantum Hall effect in a spin*, Physics World **2**, 39 (1989).
- [28] R. R. Du, A. S. Yeh, H. L. Stormer, D. C. Tsui, L. N. Pfeiffer und K. W. West, *Fractional Quantum Hall Effect around $\nu = 3/2$: Composite Fermions with a Spin*, Phys. Rev. Lett. **75**, 3926 (1995).
- [29] Z. F. Ezawa, *Quantum Hall Effects* (World Scientific, Singapore, 2000), Kapitel 16.
- [30] J. P. Eisenstein, H. L. Stormer, L. N. Pfeiffer und K. W. West, *Evidence for a spin transition in the $\nu=2/3$ fractional quantum Hall effect*, Phys. Rev. B **41**, 7910 (1990).
- [31] L. W. Engel, S. W. Hwang, T. Sajoto, D. C. Tsui und M. Shayegan, *Fractional quantum Hall effect at $\nu=2/3$ and $3/5$ in tilted magnetic fields*, Phys. Rev. B **45**, 3418 (1992).
- [32] I. Kukushkin, K. v. Klitzing und K. Eberl, *Enhancement of the Skyrmionic Excitations Due to the Suppression of Zeeman Energy by Optical Orientation of Nuclear Spins*, Phys. Rev. B **60**, 2554 (1999).
- [33] I. Kukushkin, K. v. Klitzing und K. Eberl, *Spin Polarization of Composite Fermions: Measurements of the Fermi Energy*, Phys. Rev. Lett. **82**, 3665 (1999).
- [34] W. Kang, J. B. Young, S. T. Hannahs, E. Palm, K. L. Campman und A. C. Gossard, *Evidence for a spin transition in the $\nu = 2/5$ fractional quantum Hall effect*, Phys. Rev. B **56**, R12776 (1997).

- [35] H. Cho, J. B. Young, W. Kang, K. L. Campman, A. C. Gossard, M. Bichler und W. Wegscheider, *Hysteresis and Spin Transitions in the Fractional Quantum Hall Effect*, Phys. Rev. Lett. **81**, 2522 (1998).
- [36] J. Eom, H. Cho, W. Kang, K. L. Campman, A. C. Gossard, M. Bichler und W. Wegscheider, *Quantum Hall Ferromagnetism in a Two-Dimensional Electron System*, Science **289**, 2320 (2000).
- [37] J. H. Smet, R. A. Deutschmann, W. Wegscheider, G. Abstreiter und K. von Klitzing, *Ising Ferromagnetism and Domain Morphology in the Fractional Quantum Hall Regime*, Phys. Rev. Lett. **86**, 2412 (2001).
- [38] T. Jungwirth, S. P. Shukla, L. Smrcka, M. Shayegan und A. H. MacDonald, *Magnetic Anisotropy in Quantum Hall Ferromagnets*, Phys. Rev. Lett. **81**, 2328 (1998).
- [39] S. Kronmüller, W. Dietsche, K. von Klitzing, G. Denninger, W. Wegscheider und M. Bichler, *New Type of Electron Nuclear-Spin Interaction from Resistively Detected NMR in the Fractional Quantum Hall Effect Regime*, Phys. Rev. Lett. **82**, 4070 (1999).
- [40] S. Kronmüller, W. Dietsche, J. Weis, K. von Klitzing, W. Wegscheider und M. Bichler, *New Resistance Maxima in the Fractional Quantum Hall Effect Regime*, Phys. Rev. Lett. **81**, 2526 (1998).
- [41] C. Jörger, *Kopplungsmechanismen zwischen nahenachbarten Quantenfilmen*, Dissertation, Max-Planck-Institut Stuttgart, 1999.
- [42] C. Jörger, S. J. Cheng, W. Dietsche, R. Gerhardt, P. Specht, K. Eberl und K. von Klitzing, *Frictional drag between coupled 2D hole gases in GaAs/AlGaAs heterostructures*, Physica E **6**, 598 (2000).
- [43] C. Jörger, S. J. Cheng, H. Rubel, W. Dietsche, R. Gerhardt, P. Specht, K. Eberl und K. von Klitzing, *Frictional drag between coupled two-dimensional hole gases in GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As heterostructures*, Phys. Rev. B **62**, 1572 (2000).
- [44] Y. E. Lozovik und V. I. Yudson, *Feasibility of superfluidity of paired spatially separated electrons and holes; a new superconductivity mechanism*, JETP Lett. **22**, 274 (1975).
- [45] S. I. Shevchenko, *Theory of superconductivity of systems with pairing of spatially separated electrons and holes*, Sov. J. Low Temp. Phys. **2**, 251 (1976).

- [46] U. Sivan, P. M. Solomon und H. Shtrikman, *Coupled electron-hole transport*, Phys. Rev. Lett. **68**, 1196 (1992).
- [47] M. Pohl, M. Lynass, J. Lok, W. Dietsche, K. v. Klitzing, K. Eberl und R. Mühle, *Closely Spaced and Separately contacted Two-dimensional Electron and Hole Gases by insitu Focused-Ion Implantation*, Appl. Phys. Lett. **80**, 2105 (2002).
- [48] S. M. Girvin und A. H. MacDonald, *Perspectives on Quantum Hall Effects* (Wiley, New York, 1997), Kapitel 5.
- [49] A. H. MacDonald, P. M. Platzman und G. S. Boebinger, *Collapse of integer Hall gaps in a double-quantum-well system*, Phys. Rev. Lett. **65**, 775 (1990).
- [50] T. Jungwirth und A. H. MacDonald, *Pseudospin anisotropy classification of quantum Hall ferromagnets*, Phys. Rev. B **63**, 035305 (2000).
- [51] V. Piazza, V. Pellegrini, F. Beltram, W. Wegscheider, T. Jungwirth und A. H. MacDonald, *First-order phase transitions in a quantum Hall ferromagnet*, Nature **402**, 638 (1999).
- [52] V. Piazza, V. Pellegrini, F. Beltram, W. Wegscheider, M. Bichler, T. Jungwirth und A. H. MacDonald, *Hysteresis and first-order phase transition in the two-dimensional electron gas*, Physica E **6**, 108 (2000).
- [53] Y. Imry und S. K. Ma, *Random-Field Instability of the Ordered State of Continuous Symmetry*, Phys. Rev. Lett. **35**, 1399 (1975).
- [54] K. Muraki, T. Saku und Y. Hirayama, *Charge Excitations in Easy-Axis and Easy-Plane Quantum Hall Ferromagnets*, Phys. Rev. Lett. **87**, 196801 (2001).
- [55] J. P. Eisenstein, G. S. Boebinger, L. N. Pfeiffer, K. W. West und S. He, *New Fractional Quantum Hall State in Double-Layer Two-Dimensional Electron Systems*, Phys. Rev. Lett. **68**, 1383 (1992).
- [56] S. Q. Murphy, J. P. Eisenstein, G. S. Boebinger, L. N. Pfeiffer und K. W. West, *Many-Body Integer Quantum Hall Effect: Evidence for New Phase Transitions*, Phys. Rev. Lett. **72**, 728 (1994).
- [57] J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer und K. W. West, *Coulomb Barrier to Tunneling between Parallel Two-Dimensional Electron Systems*, Phys. Rev. Lett. **69**, 3804 (1992).

- [58] K. M. Brown, N. Turner, J. T. Nicholls, E. H. Linfield, M. Pepper, D. A. Ritchie und G. A. C. Jones, *Tunneling between two-dimensional electron gases in a strong magnetic field*, Phys. Rev. B **50**, 15465 (1994).
- [59] I. B. Spielman, J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer und K. W. West, *Resonantly Enhanced Tunneling in a Double Layer Quantum Hall Ferromagnet*, Phys. Rev. Lett. **84**, 5808 (2000).
- [60] I. B. Spielman, J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer und K. W. West, *Observation of a Linearly Dispersing Collective Mode in a Quantum Hall Ferromagnet*, Phys. Rev. Lett. **87**, 036803 (2001).
- [61] M. Kellog, I. B. Spielman, J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer und K. W. West, *Observation of Quantized Hall Drag in a Strongly Correlated Bilayer Electron System*, Phys. Rev. Lett. **88**, 126804 (2002).
- [62] A. Stern, S. D. Sarma, M. P. A. Fisher und S. M. Girvin, *Dissipationless Transport in Low-Density Bilayer Systems*, Phys. Rev. Lett. **84**, 139 (2000).
- [63] G. Bergmann, *Weak localization in thin films a time-of-flight experiment with conduction electrons*, Phys. Rep. **107**, 1 (1984).
- [64] A. Yacoby, U. Sivan, C. P. Umbach und J. M. Hong, *Interference and dephasing by electron-electron interaction on length scales shorter than the elastic mean free path*, Phys. Rev. Lett. **66**, 1938 (1991).
- [65] T. J. Gramila, J. P. Eisenstein, A. H. MacDonald, L. N. Pfeiffer und K. W. West, *Mutual friction between parallel two-dimensional electron systems*, Phys. Rev. Lett. **66**, 1216 (1991).
- [66] A.-P. Jauho und H. Smith, *Coulomb drag between parallel two-dimensional electron systems*, Phys. Rev. B **47**, 4420 (1993).
- [67] L. Zheng und A. H. MacDonald, *Coulomb drag between disordered two-dimensional electron-gas layers*, Phys. Rev. B **48**, 8203 (1993).
- [68] T. J. Gramila, J. P. Eisenstein, A. H. MacDonald, L. N. Pfeiffer und K. W. West, *Evidence for virtual-phonon exchange in semiconductor heterostructures*, Phys. Rev. B **47**, 12957 (1993).
- [69] N. P. R. Hill, J. T. Nicholls, E. H. Linfield, M. Pepper, D. A. Ritchie, A. R. Hamilton und G. A. C. Jones, *Frictional drag between parallel two-dimensional electron gases in a perpendicular magnetic field*, J. Phys.: Condens. Matter **8**, 557 (1996).

- [70] H. Rubel, *Wechselwirkungseffekte in gekoppelten Quantenfilmen*, Dissertation, Max-Planck-Institut Stuttgart, 1997.
- [71] M. C. Bønsager, K. Flensberg, B. Y.-K. Hu, und A.-P. Jauho, *Magneto-Coulomb Drag: Interplay of Electron-Electron Interactions and Landau Quantization*, Phys. Rev. Lett. **77**, 1366 (1996).
- [72] M. C. Bønsager, K. Flensberg, B. Y.-K. Hu, und A.-P. Jauho, *Frictional Coulomb drag in strong magnetic fields*, Phys. Rev. B **56**, 10314 (1997).
- [73] M. W. Wu, H. L. Cui und N. J. M. Horing, *Coulomb drag in double quantum wells with a perpendicular magnetic field*, Mod. Phys. Lett. B **10**, 279 (1996).
- [74] K. D. Maranowski, J. P. Ibbetson, K. L. Campman und A. C. Gossard, *Interface between low-temperature grown GaAs and undoped GaAs as a conduction barrier for back gates*, Appl. Phys. Lett. **66**, 3459 (1995).
- [75] J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer und K. W. West, *Independently contacted two-dimensional electron systems in double quantum wells*, Appl. Phys. Lett. **57**, 2324 (1990).
- [76] H. Rubel, A. Fischer, W. Dietsche, K. von Klitzing und K. Eberl, *Fabrication of independently contacted and tuneable 2D-electron-hole systems in GaAs/AlGaAs double quantum well*, Mater. Sci. Eng. B **51**, 207 (1998).
- [77] H. P. Meier, R. F. Broom, P. W. Epperlein, E. van Gieson, C. Harder, H. Jäckel, W. Walter und D. J. Webb, *Problems related to the formation of lateral p-n junctions on channeled substrate (100) GaAs for lasers*, J. Vac. Sci. Techn. B **6**, 692 (1988).
- [78] H. Fronius, A. Fischer und K. Ploog, *Method of preparing semiconductor substrates*, United States Patent 4732648, März 1988.
- [79] U. Graumann, *Ohmsche Kontakte zu zweidimensionalen Elektronensystemen*, 1998 (unveröffentlicht).
- [80] T. Chakraborty, *Electron spin transitions in quantum Hall systems*, Adv. Phys. **49**, 959 (2000).
- [81] M. J. Snelling, G. P. Flinn, A. S. Plaut, R. T. Harley, A. C. Tropper, R. Eccleston und C. C. Phillips, *Magnetic g-factor of electrons in GaAs/Al_xGa_{1-x}As quantum wells*, Phys. Rev. B **44**, 11345 (1991).

- [82] C. Hermann und C. Weisbuch, *$\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ perturbation theory in III-V compounds and alloys: a reexamination*, Phys. Rev. B **15**, 823 (1977).
- [83] F. C. Zhang und S. D. Sarma, *Excitation gap in the fractional quantum Hall effect: Finite thickness corrections*, Phys. Rev. B **33**, 2903 (1986).
- [84] Lutz Höppel, unveröffentlicht.
- [85] K. Hashimoto, K. Muraki, T. Saki und Y. Hirayama, zur Veröffentlichung eingereicht.
- [86] K. Park und J. K. Jain, *Phase Diagram of the Spin Polarization of Composite Fermions and a New Effective Mass*, Phys. Rev. Lett. **80**, 4237 (1998).
- [87] A. Abragam, *The Principles of Nuclear Magnetism* (Oxford University Press, Oxford, 1961).
- [88] D. Paget, G. Lampel, B. Sapiroval und V. I. Safarov, *Low field electron-nuclear spin coupling in gallium arsenide under optical pumping conditions*, Phys. Rev. B **15**, 5780 (1977).
- [89] J. H. Smet, R. A. Deutschmann, F. Ertl, W. Wegscheider, G. Abstreiter und K. von Klitzing, *Gate-voltage control of spin interactions between electrons and nuclei in a semiconductor*, Nature **415**, 281 (2002).
- [90] T. Jungwirth und A. H. MacDonald, *Resistance Spikes and Domain Wall Loops in Ising Quantum Hall Ferromagnets*, Phys. Rev. Lett. **87**, 216801 (2001).
- [91] K. Hashimoto, K. Muraki, T. Saku und Y. Hirayama, *Electrically Controlled Nuclear Spin Polarization and Relaxation by Quantum-Hall States*, Phys. Rev. Lett. **88**, 176601 (2002).
- [92] W. Dietsche und S. Kronmüller, *Anomalous interaction between electrons and nuclear spins at $\nu=2/3$ filling of the fractional quantum Hall effect*, Physica E **10**, 71 (2001).
- [93] L. Brey und C. Tejedor, *Spins, charges, and currents at domain walls in a quantum Hall Ising ferromagnet*, Phys. Rev. B **66**, 041308(R) (2002).
- [94] H. Rubel, A. Fischer, W. Dietsche, K. von Klitzing und K. Eberl, *Observation of Screening in the Magneto-Coulomb Drag between Coupled Two-Dimensional Electron Systems*, Phys. Rev. Lett. **78**, 1763 (1997).

-
- [95] X. G. Feng, S. Zelakiewicz, H. Noh, T. J. Ragucci, T. J. Gramila, L. N. Pfeiffer und K. W. West, *Negative Electron Drag and Holelike Behavior in the Integer Quantum Hall Regime*, Phys. Rev. Lett. **81**, 3219 (1998).
- [96] A. Kamenev und Y. Oreg, *Coulomb drag in normal metals and superconductors: Diagrammatic approach*, Phys. Rev. B **52**, 7516 (1995).
- [97] I. Ussishkin und A. Stern, *Coulomb drag in compressible quantum Hall states*, Phys. Rev. B **56**, 4013 (1997).
- [98] K. Oto, S. Takaoka und K. Murase, in *Proceedings of the International Conference on Quantum Devices and Circuits*, Hrsg. K. Ismail, S. Bandyopadhyay und J. P. Leburton (World Scientific, Singapore, 1996), 98.
- [99] R. B. Dingle, Proc. R. Soc. London A **211**, 517 (1952).
- [100] P. T. Coleridge, R. Stoner und R. Fletcher, *Low-field transport coefficients in GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs heterostructures*, Phys. Rev. B **39**, 1120 (1989).
- [101] K. Muraki, J. G. S. Lok, S. Kraus, W. Dietsche, K. von Klitzing, D. Schuh, M. Bichler und W. Wegscheider, wird veröffentlicht.
- [102] J. G. S. Lok, S. Kraus, M. Pohlt, W. Dietsche, K. von Klitzing, W. Wegscheider und M. Bichler, *Spin effects in the magnetodrag between double quantum wells*, Phys. Rev. B **63**, 041305(R) (2001).
- [103] J. G. S. Lok, S. Kraus, M. Pohlt, K. Güven, W. Dietsche, K. von Klitzing, W. Wegscheider und M. Bichler, *Spin anomalies in the magneto-drag between double layer 2DEGs*, Physica B **298**, 135 (2001).
- [104] J. G. S. Lok, S. Kraus, W. Dietsche, K. von Klitzing, F. Schwerdt, M. Hauser, W. Wegscheider und M. Bichler, *Negative magneto-drag of double layer 2DEGs*, Physica E **12**, 119 (2002).
- [105] F. von Oppen, S. H. Simon und A. Stern, *Oscillating Sign of Drag in High Landau Levels*, Phys. Rev. Lett. **87**, 106803 (2001).
- [106] M. G. Gavrilov und I. V. Kukushkin, *State density in gaps in the energy spectrum of 2D electrons in a transverse magnetic field*, JETP Lett. **43**, 103 (1986).
- [107] E. Shimshoni, *Coulomb drag at the onset of Anderson insulators*, Phys. Rev. B **56**, 13301 (1997).

- [108] N. A. Mortensen, K. Flensberg und A.-P. Jauho, *Coulomb Drag in Coherent Mesoscopic Systems*, Phys. Rev. Lett. **86**, 1841 (2001).
- [109] B. N. Narozhny und I. L. Aleiner, *Mesoscopic Fluctuations of the Coulomb Drag*, Phys. Rev. Lett. **84**, 5383 (2000).
- [110] N. R. Cooper und J. T. Chalker, *Coulomb interactions and the integer quantum Hall effect: Screening and transport*, Phys. Rev. B **48**, 4530 (1993).
- [111] B. I. Halperin, P. A. Lee und N. Read, *Theory of the half-filled Landau level*, Phys. Rev. B **47**, 7312 (1993).
- [112] S. Sakhi, *Coulomb drag in double-layer electron systems at even-denominator filling factors*, Phys. Rev. B **56**, 4098 (1997).
- [113] Y. B. Kim und A. J. Millis, *Gauge drag between half-filled Landau levels*, Physica E **4**, 171 (1999).
- [114] R. L. Willett und L. N. Pfeiffer, *Examining composite fermions with surface acoustic waves*, Semicond. Sci. Technol. **11**, 1473 (1996).
- [115] M. P. Lilly, J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer und K. W. West, *Coulomb Drag in the Extreme Quantum Limit*, Phys. Rev. Lett. **80**, 1714 (1998).
- [116] C. Jörger, W. Dietsche, W. Wegscheider und K. von Klitzing, *Drag effect between 2D electron gases: composite fermion and screening effects*, Physica E **6**, 586 (2000).
- [117] I. Ussishkin und A. Stern, *Coulomb drag at $\nu = \frac{1}{2}$: Composite Fermion Pairing Fluctuations*, Phys. Rev. Lett. **81**, 3932 (1998).
- [118] F. Zhou und Y. B. Kim, *Coulomb drag as a signature of the paired quantum Hall state*, Phys. Rev. B **59**, R7825 (1999).
- [119] Ady Stern, private Kommunikation.
- [120] O. Stern, Dissertation, Max-Planck-Institut Stuttgart.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen danken, die mich beim Erstellen dieser Arbeit unterstützt haben.

- Prof. Dr. K. von Klitzing danke ich für die Möglichkeit, in seiner Abteilung diese Arbeit anfertigen zu können, für sein Interesse an meiner Arbeit und die Übernahme des Hauptberichtes.
- Prof. Dr. W. Dietsche danke ich für die interessante Themenstellung sowie die gute Betreuung der Arbeit.
- Prof. Dr. G. Denninger danke ich für die Übernahme des Mitberichtes.
- Prof. Dr. W. Wegscheider und Dr. D. Schuh danke ich für das Herstellen hochbeweglicher Proben am Walter-Schottky-Institut in Garching; ein großer Teil der Ergebnisse beruht auf Messungen an diesen Proben.
- Sjoerd Lok danke ich für viele anregende wissenschaftliche Diskussionen sowie das ausführliche Korrekturlesen dieser Arbeit.
- Omar Stern und Koji Muraki danke ich für viele Diskussionen und Anregungen.
- Monika Riek, Ulrike Waizmann und Thomas Reindl danke ich für die Unterstützung bei den Arbeiten im Reinraum.
- Mark Lynass danke ich als meinem langjährigen Bürokollegen für das gute Miteinander (und besonders für den guten „Englischunterricht“).
- Allen Mitgliedern der Abteilung von Klitzing danke ich für die gute Zusammenarbeit und das freundliche Betriebsklima.

Lebenslauf

Name: Stefan Kraus

Geburtsdatum : 26.12.1972

Geburtsort : Tirschenreuth

1979 - 1983 Grundschule Tirschenreuth

1983 - 1992 Stiftland-Gymnasium Tirschenreuth,
Abschluss: Allgemeine Hochschulreife

1992 - 1993 Grundwehrdienst in Pfreimd

10/93 - 04/99 Diplomstudiengang Physik an der Universität Bayreuth

09/95 Vordiplom

03/98 - 04/99 Diplomarbeit an der Fakultät für Physik an der Univer-
sität Bayreuth; Thema: Photomodulierte Reflexionsspek-
troskopie an Halbleitern

04/99 Diplom in Physik

seit 04/99 Anfertigen der vorliegenden Dissertation am Max-Planck-
Institut für Festkörperforschung Stuttgart bei Prof. K.
von Klitzing

