

Die optische Übertragungsfunktion von dezentrierten optischen Systemen.¹

B. H. Beyeler und H. J. Tiziani²⁾

Institut für Technische Physik an der ETHZ, 8049 Zürich

Eingegangen am 15. Juli 1975

Inhalt

Der Einfluß von Fabrikationsfehlern, unter spezieller Berücksichtigung von Zentrierfehlern, auf die optische Übertragungsfunktion, wird diskutiert. Dabei wird mit Hilfe der Störungsrechnung für kleine Dezentrierungen die Änderung der Wellenfront und damit die entsprechende Abweichung der OTF bestimmt. Daraus folgt eine relativ einfache Abschätzung der zulässigen Toleranzen. Die vorgestellten experimentellen Ergebnisse bestätigen die theoretischen Studien.

Abstract

The Optical Transfer Function of Decentered Optical Systems. The influence of defects due to the manufacturing process, under special consideration of centring errors, on the optical transfer function is discussed. Thus with the help of perturbation calculation for slight decentered optical surfaces and components and the corresponding change of the wave front and thereby also the OTF are developed. As a result, a relatively simple valuation of the permissible tolerances is obtained. The experimental results submitted confirm the theoretical studies.

1. Stand der OTF-Messung

Abbildende Systeme können mit Hilfe der optischen Übertragungsfunktionen (OTF) sowohl qualitativ als auch quantitativ verglichen werden. In einigen Fällen werden allerdings noch andere Kriterien zur Qualitätsbeurteilung zugezogen. Stets sind aber zuverlässige Meßmethoden eine unabdingbare Voraussetzung für die Anwendung von objektiven Kriterien.

Die in diesem Zusammenhang angestellten Ringversuche (Messungen der Modulationsübertragungsfunktion, MTF, an demselben optischen System in verschiedenen Laboratorien) ergaben vor wenigen Jahren noch beträchtliche

¹⁾ Vorgetragen auf der Tagung der DGaO vom 21. bis 24. Mai 1975 in Bad Ischl, Österreich.

²⁾ Wild Heerbrugg AG, Ch-9435 Heerbrugg

Abweichungen der Resultate (bis zu 20%) zwischen den einzelnen Prüfstellen. Inzwischen hat sich die Situation soweit gebessert, daß heute auch für Abbildungen außerhalb der Systemachse gute Übereinstimmung erzielt werden kann. Dies zeigen die Ergebnisse des letzten Ringversuches, der auf Initiative des Deutschen Industrienormenausschusses (DIN) durchgeführt wurde, besonders deutlich. Die Resultate der verschiedenen Laboratorien unter denen wir uns ebenfalls befinden, liegen meistens innerhalb 5%.

Parallel dazu werden die Erkenntnisse betreffend OTF-Berechnungen aus den Konstruktionsdaten der Systeme weiter ausgeweitet. Diese numerisch erhaltenen Übertragungsfunktionen sind heute dank kompromißbarer Algorithmen, wie sie moderne Großcomputer möglich machen, sehr zuverlässig und exakt. Sie sind auch, bis auf gewisse erklärbare Abweichungen, von denen weiter unten die Rede sein wird, in erfreulich guter Übereinstimmung mit den Meßwerten. Abb. 1 demonstriert diesen Sachverhalt am Beispiel eines Systems $f/5,6$; $f = 90$ mm Feldwinkel $w = 45,1^\circ$ sagittal. Dieses typische Ergebnis zeigt zwischen den ausgezogenen Kurven die Meßergebnisse von sieben Laboratorien. Die senkrechten Striche deuten dabei die entsprechenden Rechenergebnisse von 4 Stellen mit den Streubereichen an [1].

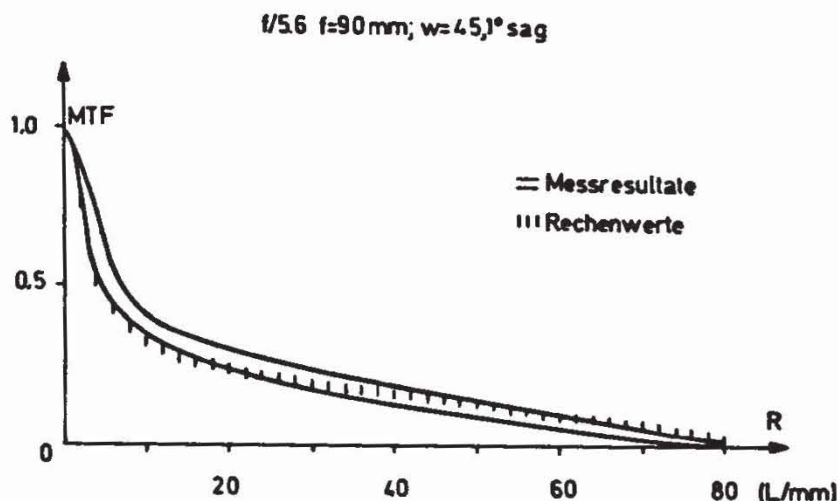


Abb. 1. Meß- und Rechenergebnisse vom Ringversuch für Objektiv $f = 90$ mm, $f/5,6$; $w = 45,1^\circ$.

2. Zentrierfehler

Aufgrund der bis jetzt erzielten Resultate im Zusammenhang mit den Ringversuchen scheint die Übereinstimmung der Meßergebnisse sehr befriedigend zu sein. Voraussetzung dazu ist allerdings, daß die gleichen Meßbedingungen an den verschiedenen Prüfstellen eingehalten werden. Abweichungen zwischen einzelnen Messungen einerseits, zwischen Messungen und Rechenergebnissen andererseits können aber auftreten, wenn Fabrikationsfehler z. B. Radianabweichung [2] oder Zentrierfehler vorhanden sind. Sie werden sich sowohl auf den Betrag der OTF, der sog. Modulationsübertragungsfunktion (MTF) als auch

auf die Phasenübertragungsfunktion (PTF) auswirken. Es soll hier festgehalten werden, daß solche Abweichungen zwischen Ist- und Sollwerten der Systemdaten grundsätzlich bei jeder Konstruktion in einem mehr oder weniger ausgeprägten Maß auftreten, die aber mit OTF-Messungen einfach nachweisbar sind.

Für einen ersten qualitativen Test auf Störungen der Rotationssymmetrie optischer Systeme erweist sich die PTF-Messung bei leichter Defokussierung als besonders empfindlich. Im Falle perfekter Rotationssymmetrie gilt für die Wellenaberrationen $W(x, y)$ über der Pupille mit den normierten Koordinaten (x, y) [3, 4] bei beliebigem Feldwinkel (in yz -Ebene liegend)

$$W(x, y) = W(-x, y),$$

das heißt W ist symmetrisch zur y -Achse. Da die Form der Pupillenberandung ebenfalls dieselben Symmetrieeigenschaften aufweist, kann für die sagittale OTF leicht das folgende gezeigt werden: $D(s, 0) = D^*(-s, 0) = D(-s, 0)$; dabei ist $s = \lambda R/n \sin \alpha =$ normierte Ortsfrequenz, $\lambda =$ Wellenlänge des verwendeten Lichtes, $R =$ Ortsfrequenz [L/mm], $n \sin \alpha =$ numerische Apertur des optischen Systems. $D(s, 0)$ ist also reell und man erwartet für die sagittale PTF daher nur Werte $n \cdot \pi$ (n ganz). In Abb. 2 erkennt man aber, besonders

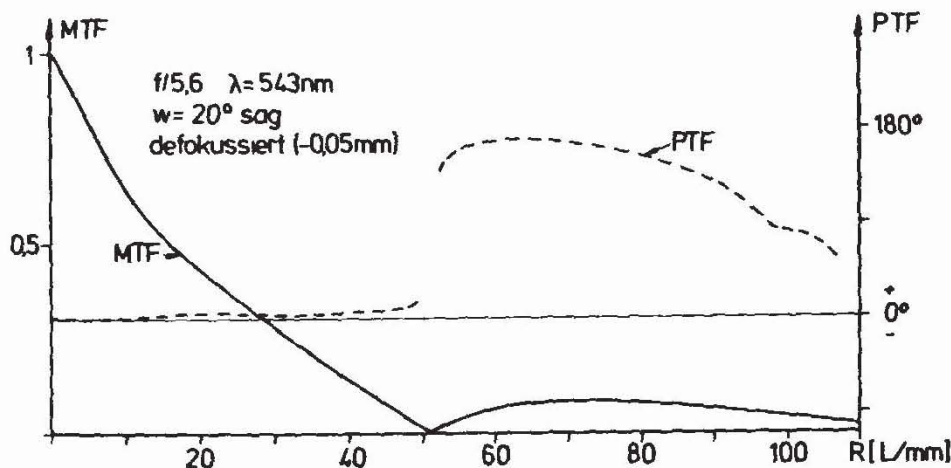


Abb. 2. Verlauf der Phase eines dezentrierten und defokussierten Objektivs, $f = 152$ mm; $f/5,6$; $w = 20^\circ$ sagittal.

bei mittleren und höheren Ortsfrequenzen, Abweichungen von dieser Bedingung. Sie müssen auf Störungen der Rotationssymmetrie des betrachteten Systems infolge Zentrierfehler zurückgeführt werden. Da die meßtechnische Erfassung der PTF erst in wenigen Laboratorien möglich und zudem ihre Interpretation noch sehr schwierig ist, wird darauf nicht weiter eingegangen.

Es gibt verschiedene Ursachen für Zentrierfehler. Einige typische Beispiele dafür sind in Abb. 3 wiedergegeben: Kittfehler, Exzentrizitäten der optischen Achse der Komponenten sowie Verkippungen der einzelnen Komponenten um verschiedene Zentren können auftreten. Exzentrizitäten lassen sich mit hinreichender Genauigkeit als Summe der Verkippungen der Einzelflächen ($\delta\beta_1 = -d/r_1$, bzw. $\delta\beta_2 = d/r_2$ ($r_1, r_2 =$ Krümmungsradien, $d =$ Exzentrizität) behandeln. Jeder der angedeuteten Fehler bewirkt eine Störung der Ro-

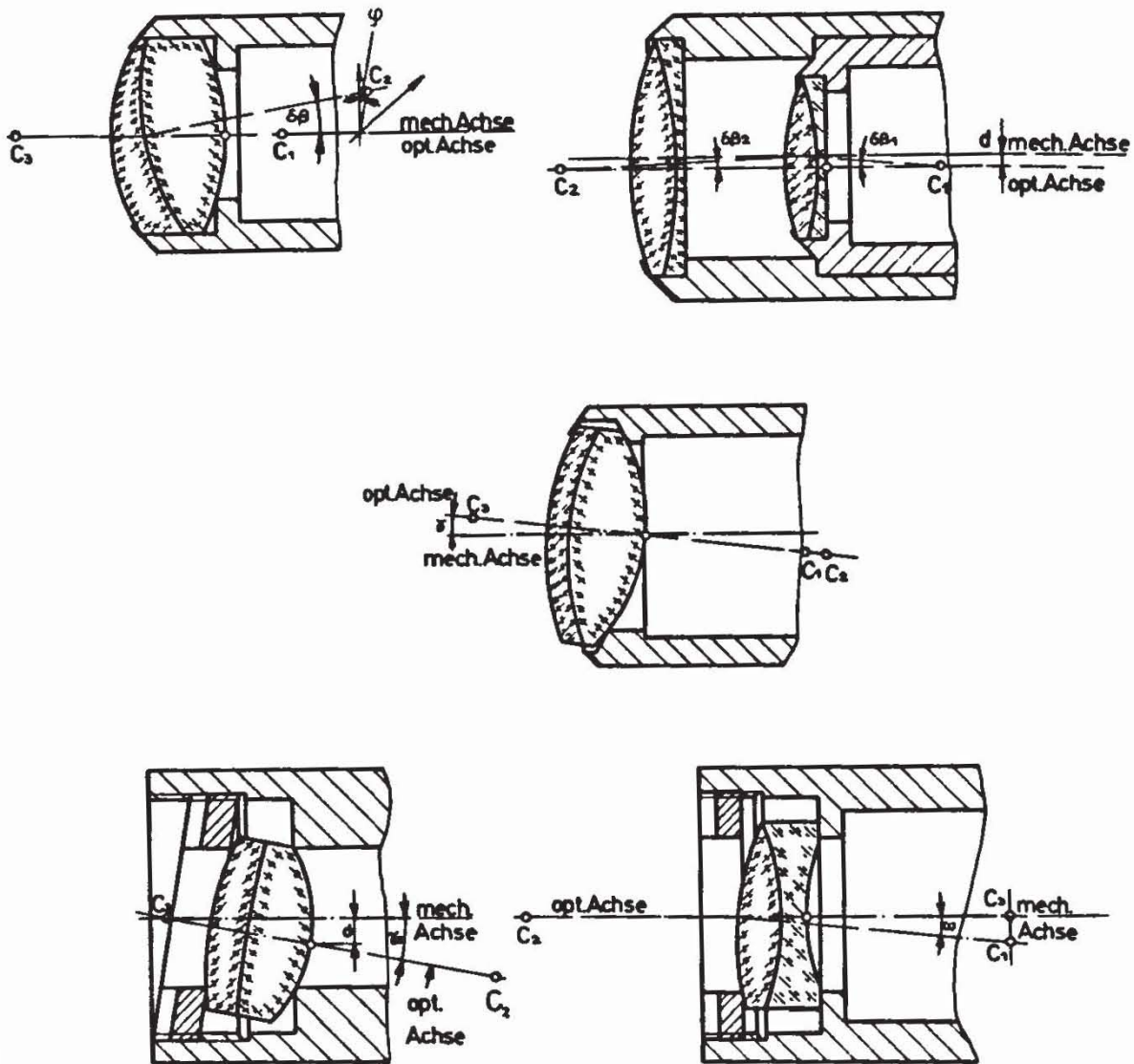


Abb. 3. Einige Zentrierfehlertypen.

tationssymmetrie des Systems und kann als Summe der Verkippungseinflüsse der beteiligten Einzelflächen ausgedrückt werden. Eine ausführliche Diskussion der Zentrierfehler mit Literaturzitate findet der interessierte Leser in [5].

3. Einfluß der Dezentrierung auf die Wellenfront

Um diesen Sachverhalt in seinen quantitativen Auswirkungen auf die OTF zu erfassen, untersucht man vorerst die hervorgerufene Veränderung $\delta W(x, y)$ der Wellenfront $W(x, y)$, die im ideal zentrierten Fall auftreten würde. Die über der Pupille definierte, zweidimensionale Funktion $\delta W(x, y)$ ist durch ihre Stützwerte δW_j bestimmt. Diese entsprechen der optischen Weglängenänderung einzelner Strahlen j infolge Zentrierfehler.

$\delta W_j =$ (opt. Weg des Strahls j im dezentrierten System)
 — (opt. Weg des entsprechenden Referenzstrahls im zentrierten System).

Für die zur Untersuchung von Zentrierfehlern geforderte Genauigkeit braucht man nicht die optische Weglänge des Strahls j durch das dezentrierte System zu bestimmen, sondern kann sich mit der folgenden Näherung, die für eine um den Winkel $\delta\beta$ verkippte Einzelfläche gilt, begnügen: [4, 5]

$$\delta W_j = \varrho_j \cos(\varphi - \vartheta) \cdot \Delta(n \cos I) \delta\beta$$

mit $\Delta(n \cos I) = n' \cos I' - n \cos I$

wobei $\varrho_j =$ Höhe des Strahls j auf der betrachteten Linsenfläche
 $\varphi =$ Azimut der Verkipfung
 $\vartheta =$ Azimut des Durchstoßpunktes des Strahls j
 $I, I' =$ Ein- bzw. Ausfallswinkel des Strahles auf der Fläche.

Man beachte, daß im allgemeinen durch die Dezentrierung auch der Hauptstrahl eine Änderung der optischen Weglänge erleidet. Das bewirkt, daß hier $\delta W(0,0) \neq 0$ wird. Die obige Formel kann anhand der Abb. 4 gefunden werden

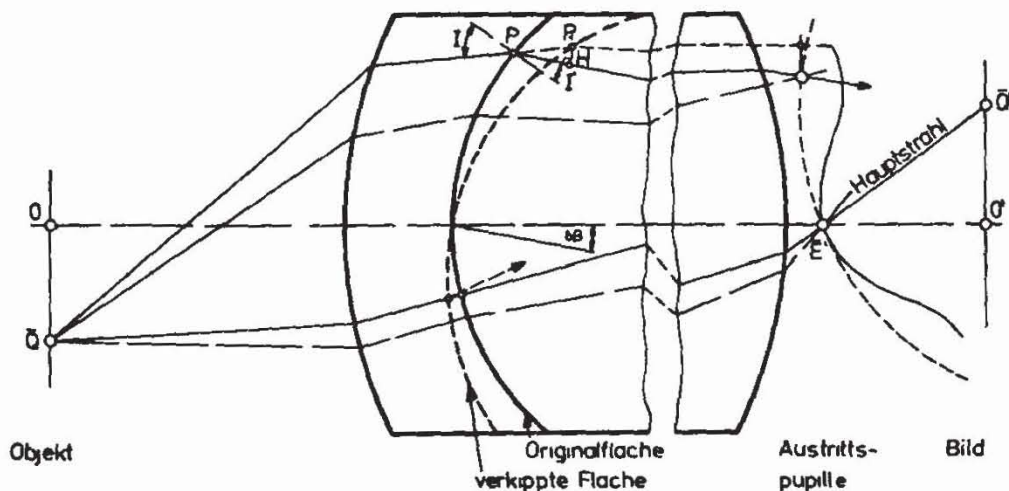


Abb. 4. Bestimmung der durch Zentrierfehler bedingten optischen Weglängenänderungen entlang einzelner Strahlen.

den [5]. Aus diesen δW_j kann nun die gewünschte Funktion $\delta W(x, y)$, die im allgemeinen keine Symmetrien in x und y aufweist, auf verschiedene Arten gewonnen werden. Der Einfluß der Zentrierfehler auf die Wellenfront der Austrittspupille wird hier vorteilhaft als zweidimensionale Polynomentwicklung geschrieben, wobei die Wahl der mitgenommenen Koeffizienten von der gewünschten Genauigkeit und der Anwendung des optischen Systems abhängt. So wird zum Beispiel das Polynom für ein stark vergrößerndes Mikroskopobjektiv höhere Terme auf der Achse berücksichtigen als ein Weitwinkelobjektiv. Für ein Photoobjektiv könnte es wie folgt aussehen:

$$\delta W(x, y) = b_{00} + b_{10}x + b_{01}y + b_{20}x^2 + b_{11}xy + b_{02}y^2 + b_{30}x^3 \\ + b_{21}x^2y + b_{12}xy^2 + b_{03}y^3$$

Die bei der Koeffizientenbestimmung aus den Stützwerten nach Gauß erhaltene mittlere quadratische Abweichung ist ein Maß für die Brauchbarkeit des angesetzten Polynoms.

4. Beeinflussung der OTF durch Änderung der Wellenfront

Die OTF kann mit Hilfe des Duffieux-Integrals geschrieben werden als Autokorrelation der Pupillenfunktion

$$f(x, y) = a(x, y) \cdot \exp [ikW(x, y)].$$

Zur Vereinfachung der Schreibweise beschränken wir uns hier auf den sagittalen Fall, analoges gilt auch tangential. Für $a(y, x) = 1$ (konstante Lichtamplitude auf der Pupille) erhält man [3]

$$D(s) = \frac{1}{A} \iint_S \exp [ik \{W(x + \frac{s}{2}, y) - W(x - \frac{s}{2}, y)\}] dx dy$$

$$k = 2\pi/\lambda$$

$$A = \text{Pupillenfläche}$$

$$S = \text{gemeinsame Fläche der gescherten Pupillen (Funktion von } s)$$

$$s = \text{normierte Ortsfrequenz}$$

Um zu einer Entwicklung der Funktion $D(s)$ in Potenzen von s zu gelangen, definieren wir [3]

$$V(x, y, s) = \frac{1}{s} \{W(x + \frac{s}{2}, y) - W(x - \frac{s}{2}, y)\}$$

und durch Entwickeln in eine Potenzreihe wird

$$V(x, y, s) = \frac{\partial W}{\partial x}(x, y) + \frac{1}{3!} \left(\frac{s}{2}\right)^2 \frac{\partial^3 W}{\partial x^3}(x, y) + \frac{1}{5!} \left(\frac{s}{2}\right)^4 \frac{\partial^5 W}{\partial x^5}(x, y).$$

Vergleichen wir jetzt diese OTF mit der idealen $D_{\text{id}}(s) = S(s)/A$, indem wir $E(s) = D(s)/D_{\text{id}}(s)$ ansetzen, so erhalten wir

$$E(s) = \exp [iks \bar{V}(s)] \cdot \iint_S \exp [iks(V - \bar{V})] \frac{dx dy}{S}$$

mit dem über $S(s)$ genommenen Mittelwert

$$\bar{V}(s) = \iint_S (Vx, y, s) \frac{dx dy}{S}.$$

Die für kleine Produkte $ks(V - \bar{V})$ sinnvolle Entwicklung (durch Beschränkung von s stets möglich) liefert:

$$E(s) = \exp [iks \bar{V}(s)] \cdot \iint_S (1 + iks(V - \bar{V}) - \frac{1}{2!} k^2 s^2 (V - \bar{V})^2 + \dots) \frac{dxdy}{S}$$

oder

$$E(s) = \exp [iks \bar{V}(s)] \cdot (1 - \frac{1}{2!} k^2 s^2 (\overline{V^2} - \bar{V}^2) + \dots).$$

Abgesehen von höheren Ordnungen in s steht hier das reell genommene Argument $ks\bar{V}(s)$ der Exponentialfunktion für die Phase, der rechte Klammerausdruck für die durch die Aberrationen verursachte relative Abnahme der MTF. Bestimmend für das Verhalten der MTF ist in der betrachteten Näherung die Varianz $\overline{(V - \bar{V})^2}$ der Funktion $V(x, y, s)$, genommen über S [3]. Setzen wir jetzt unter zusätzlicher Berücksichtigung der dezentrierungsbedingten Zusatzaberrationen $\delta W(x, y)$

$$W_z(x, y) = W(x, y) + \delta W(x, y),$$

so wird wegen der linearen Verknüpfung mit $V(x, y, s)$

$$V_z(x, y, s) = V(x, y, s) + \delta V(x, y, s).$$

In analoger Weise zu oben, wo $E(s)$ als Quotient zwischen realer und idealer OTF definiert wurde, führen wir hier die Funktion $F(s)$ als Quotient der OTF im Fall mit Dezentrierung und im entsprechenden Fall ohne Dezentrierung (also nur mit den herkömmlichen Aberrationen behaftet) ein:

$$F(s) = D_z(s)/D(s).$$

Nach längerer Rechnung erhält man aus

$$D_z(s) = \frac{1}{A} \iint_S \exp [ik \{W_z(x + \frac{s}{2}, y) - W_z(x - \frac{s}{2}, y)\}] dxdy$$

in derselben Näherung [6]

$$F(s) = \exp [iks \bar{\delta V}] \cdot \left[1 - \frac{1}{2!} k^2 s^2 \{(\overline{\delta V^2} - \bar{\delta V}^2) + 2(\overline{V \cdot \delta V} - \bar{V} \cdot \bar{\delta V})\} + \dots \right]$$

Gegenüber der vorgehenden Formel für $E(s)$ fällt hier besonders das Glied $\overline{V \cdot \delta V} - \bar{V} \cdot \bar{\delta V}$ auf. Das ist die Kreuzkorrelation der zwei Funktionen δV

und V . In diesem Glied werden die Wechselwirkungen zwischen den zwei Aberrationstypen δW und W wirksam. Weiter ist leicht zu sehen, daß für $W = 0$ (ideales System) der Ausdruck $F(s)$ eine der alten Formel für $E(s)$ entsprechende Form annimmt.

5. Berechnung der durch Zentrierfehler bedingten Änderung der OTF

Für die Varianz $(\overline{\delta V} - \overline{\delta V})^2$ kann leicht eine Formel, die von den Polynomkoeffizienten b_{ik} in der Entwicklung von $W(x, y)$ ausgeht, hergeleitet werden. Ähnlich verhält es sich mit der Kreuzkorrelation $\overline{V \cdot \delta V} - \overline{V} \cdot \overline{\delta V}$. Hier braucht man allerdings noch die entsprechenden Koeffizienten einer Polynomentwicklung der Aberrationsfunktion $W(x, y)$ des zentrierten Systems. Aus Symmetriegründen wird man von den herkömmlichen rotations-symmetrischen Aberrationskoeffizienten nur wenige Terme $\neq 0$ berücksichtigen müssen. Zu gegebenen Koeffizientensätzen gelangt man mit geringem Aufwand (Tischrechner) zur Funktion $F(s)$. Im Fall der Verkippung einer Einzel­fläche des Systems kann der Verkippungswinkel $\delta\beta$ als Parameter bis ins Schlußresultat mitgenommen werden (immer nur in der betrachteten Näherung). In diesem Fall ist die Rechnung umkehrbar und man gewinnt aus einem maximal zulässigen Modulationsabfall die dazugehörige Verkippungstoleranz dieser Einzel­fläche. Ähnliches gilt auch für die Verkippung oder Exzentrizität einzelner Komponenten [5].

Neben theoretischen Untersuchungen über die Approximationsgenauigkeit der Rechnung für $F(s)$, wurden auch einige Beispiele dezentrierter optischer Systeme mit einem numerisch äußerst aufwendigen Computerprogramm ohne einschneidende Vereinfachungen gerechnet. Aus dem erhaltenen Zahlenmaterial ist ersichtlich, daß man die Näherungsrechnung für $F(s)$ im Bereich $F(s) \geq 0,7$ anwenden kann. Bei $F(s) = 0,5$ wird ein Fehler $\leq 0,1$ erwartet. Für ein typisches System ist in Abb. 5 ein Vergleich zwischen genauer und angenähertem $F(s)$ dargestellt.

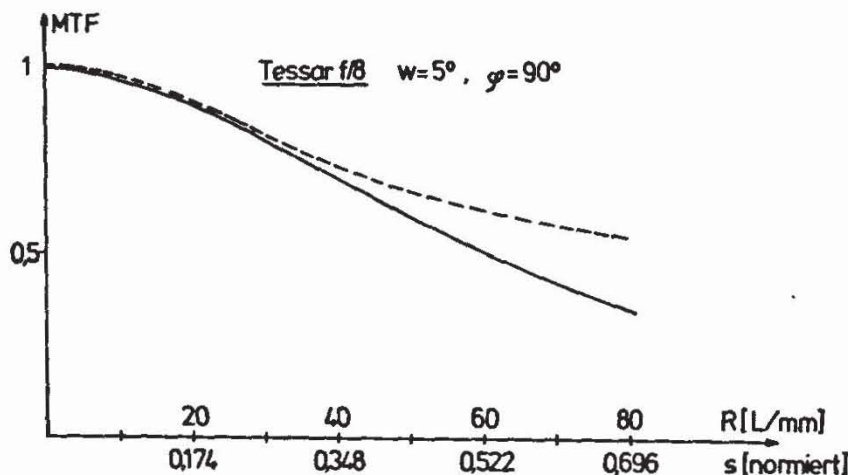


Abb. 5. Vergleich zwischen genauer --- und angenähertem — Rechnung von $F(s)$.

6. Vergleich mit den Messungen

Zur Überprüfung der praktischen Verwendbarkeit der Näherungsrechnung für die Beeinflussung der OTF durch Zentrierfehler wurde ein Tessar-Objektiv mit einer speziell konzipierten Fassung versehen, die beliebige mechanisch meßbare Dezentrierungen einer Einzellinse zuläßt. Da die erste Linse dieses

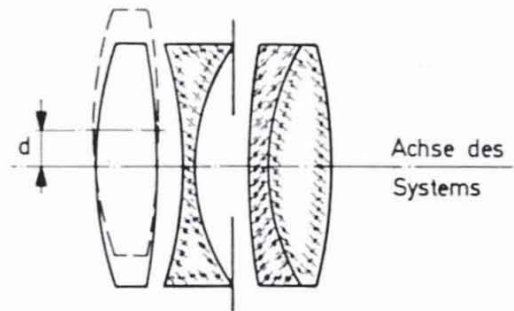


Abb. 6. Tessar-Testobjektiv, $f = 50 \text{ mm}$, $f/8$.

Systems relativ unempfindlich auf Zentrierfehler reagiert, ist die Anforderung an die Präzision im Aufbau nach Abb. 6 nicht allzu groß. Die Messungen wurden mit dem an der Eidg. Technischen Hochschule (ETHZ) in Zürich konstruierten Gerät durchgeführt. Es basiert auf räumlicher Fourieranalyse des Spaltbildes und liefert sowohl MTF als auch PTF (Abb. 7).

In Abb. 8 sind die Meßwerte für einen Bildpunkt auf der Achse zusammen mit den Näherungswerten und Resultaten der exakten Autokorrelation unter Anwendung des an der ETH entwickelten Programms AEMBEY dargestellt. d ist hier die Verschiebung der ersten Linse des TESSAR-Objektivs aus der Mitte. Aus Symmetriegründen vertauschen die sagittalen und tangentialen

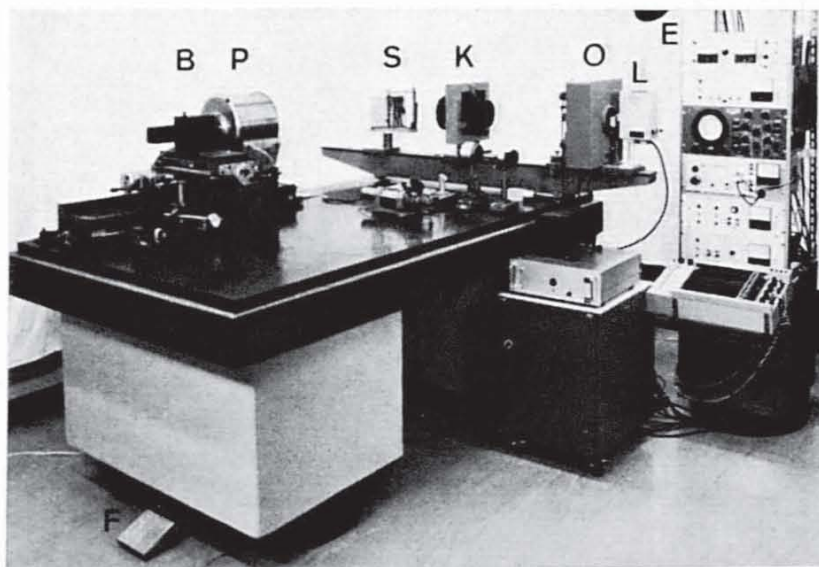


Abb. 7. Apparatur zur Messung der optischen Übertragungsfunktion. Die Buchstaben beziehen sich auf: L = Lichtquelle, O = Objektgenerator, K = Kollimator, S = Umlenkspiegel, P = Prüfling mit Halterung, B = Bildanalysator, E = Elektronikteil.

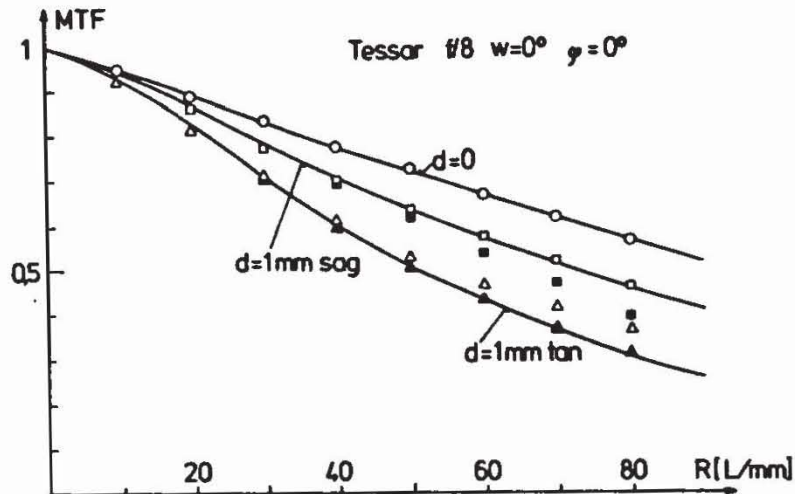


Abb. 8. MTF Rechnung und Messung des dezentrierten Tessar-Objektives auf der Achse; $\lambda = 543 \text{ nm}$.

- genaue Rechenwerte für $d = 0$
- , ■ genaue bzw. angenäherte Rechnung für $d = 1 \text{ mm}$ in sagittaler Richtung
- △, ▲ genaue bzw. angenäherte Rechnung für $d = 1 \text{ mm}$ in tangentialer Richtung
- Meßergebnisse

Meßkurven ihre Bedeutung, wenn die Dezentrierung unter der Richtung $\varphi = 90^\circ$ vorgenommen wird.

In ähnlicher Weise zeigt Abb. 10 den durch eine Dezentrierung $d = 1 \text{ mm}$ verursachten Phasengang in tangentialer Richtung. Der frequenzproportionale Phasenanteil, der lediglich einer Verschiebung des Bildpunktes infolge Dezentrierung entspricht, ist in dieser Darstellung unterdrückt worden.

Abb. 10 und 11 stellen die MTF des dezentrierten Systems außerhalb der Achse dar. Interessant ist die Zunahme der MTF infolge Zentrierfehler in der in Abb. 10 gezeigten speziellen Einstellung von Azimut und Feldwinkel. Hier

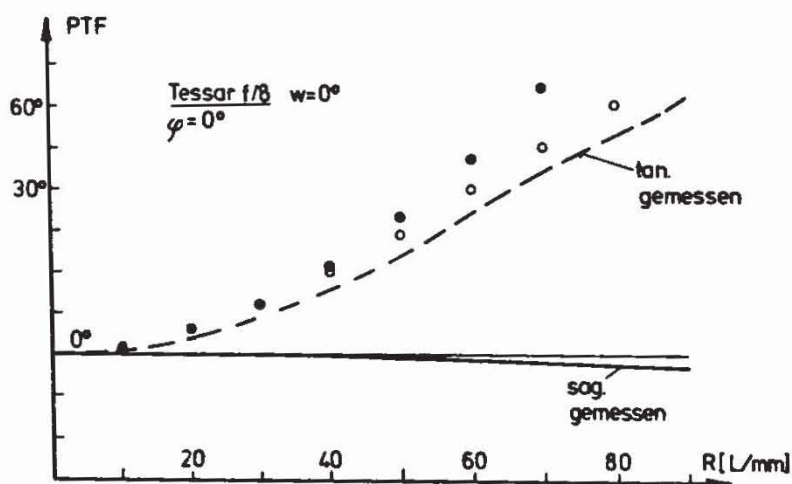


Abb. 9. Berechnung und Messung des Phasenverlaufes für das Tessar-Objektiv auf der Achse; $\lambda = 543 \text{ nm}$.

- Näherungsrechnung

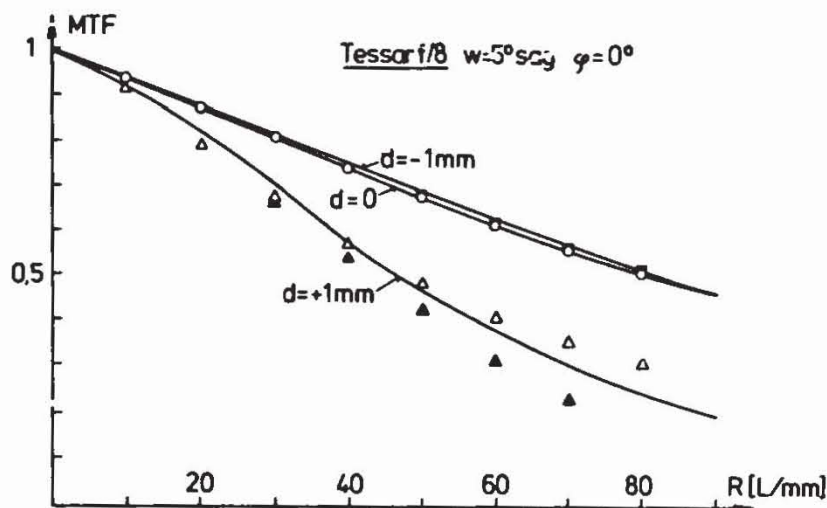


Abb. 10. MTF Rechnung und Messung des dezentrierten Tessar-Objektivs, Feldwinkel $w = 5^\circ$, sagittal; $\lambda = 543 \text{ nm}$.

○ genaue Rechenwerte für $d = 0$
 △, ▲ genaue bzw. angenäherte Rechnung für $d = 1 \text{ mm}$
 — Messwerte

wird die Wirkung des Terms mit der Kreuzkorrelation in der Formel für $F(s)$, der beiderlei Vorzeichen haben kann, besonders augenfällig. Zusammenfassend darf festgestellt werden, daß die Leistungen der vorgeschlagenen Näherungsrechnung, besonders in Anbetracht der großen untersuchten Dezentrierungen, sehr erstaunlich sind. Die Näherungen (alle auf einem Tischrechner gerechnet) ergeben eine brauchbare Abschätzung des Zentrierfehlers in den

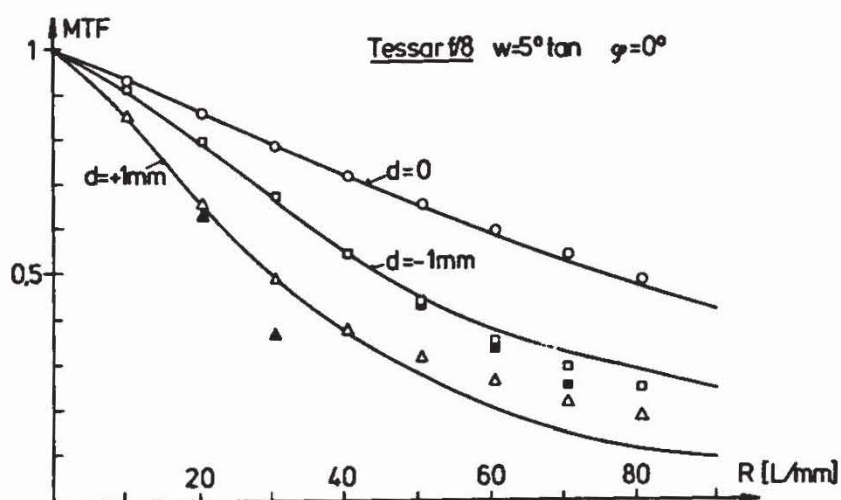


Abb. 11. MTF Rechnung und Messung des dezentrierten Tessar-Objektivs, Feldwinkel $w = 5^\circ$, tangential; $\lambda = 543 \text{ nm}$.

○ genaue Rechenwerte für $d = 0$
 △, ▲ genaue bzw. angenäherte Rechenwerte für $d = 1 \text{ mm}$
 □, ■ genaue bzw. angenäherte Rechenwerte für $d = -1 \text{ mm}$
 — Meßwerte

für die praktische Anwendung wichtigen Fällen. Diese erstrecken sich bis zu mittleren Raumfrequenzen und dezentrierungsbedingten Kontrastabfällen bis 30% ($F(s) \geq 0,7$). Systeme mit Abfällen von mehr als 30% sind normalerweise unbrauchbar. Als eine sinnvolle Toleranzgrenze dürfte ein durch Zentrierfehler bedingter Abfall der MTF von max. 20% darstellen ($F(s) = 0,8$).

Die Arbeiten wurden am Institut für Technische Physik an der ETH in Zürich und an der Abteilung für Industrielle Forschung (AFIF) daselbst durchgeführt. Dem Leiter, Herrn Prof. E. Baumann, sei für seine Unterstützung und sein Interesse bestens gedankt. Der Eidg. Kommission zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung wird für die finanzielle Unterstützung der beste Dank ausgesprochen.

Literatur

- [1] P. Kuttner, *Optica Acta* **22** (1975) 265.
- [2] K. J. Rosenbruch, *Optica Acta* **18** (1971) 93.
- [3] H. H. Hopkins, *Proc. Phys. Soc. B*, **70** (1957) 449.
- [4] H. H. Hopkins, Vortrag DGaO (1975) (Bad Ischl).
- [5] H. H. Hopkins, H. J. Tiziani, *Brit. J. Appl. Phys.* **17** (1966) 33.
- [6] B. H. Beyeler, Dissertation 5403 (1974) ETH Zürich.