

Zur Frage der Beschränkung der Schrägrißbreiten in Stahlbetonbauteilen

Herrn Prof. Dr.-Ing. Thürlimann zum 60. Geburtstag gewidmet

Limitation of Shear Crack Width in Reinforced Concrete Construction

Dedicated to the occasion of the 60th birthday of Prof. Dr.-Ing. Thürlimann

Von Prof. Dr.-Ing. G. Rehm¹⁾, Dr.-Ing. R. Eligehausen¹⁾ und Dr.-Ing. R. Mallée²⁾

1. Einleitung

Zur Gewährleistung einer ausreichenden Gebrauchsfähigkeit und Dauerhaftigkeit von Stahlbetonbauteilen ist es erforderlich, die Breite von auftretenden Rissen zu beschränken. Während in der Literatur zahlreiche Vorschläge zur Ermittlung der Breite von Biegerissen vorliegen, sind zur Berechnung der Schubrißbreiten nur wenige Ansätze bekannt, deren generelle Anwendbarkeit bisher nicht nachgewiesen wurde.

Aus diesem Grunde wurden verschiedene in der Literatur angegebene Formeln zur Berechnung der Schubrißbreiten hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit durch Nachrechnung von zahlreichen Versuchsergebnissen überprüft. Da die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch in der Regel wenig befriedigend war, wurde eine verbesserte Gleichung abgeleitet, die alle wesentlichen Einflußfaktoren berücksichtigt. Mit Hilfe dieser Beziehung wurden einfache Konstruktionsregeln zur Gewährleistung eines befriedigenden Schubrißverhaltens abgeleitet.

Die Untersuchungen wurden in dankenswerter Weise vom Innenministerium des Landes Nordrhein-Westfalen finanziell unterstützt.

2. Bewertung der bisherigen Vorschläge zur Berechnung der Schubrißbreiten

Vorschläge zur Berechnung der Breite von Schubrisen sind in [2–6] enthalten. Sie bauen auf der bekannten Tatsache auf, daß sich die mittlere Rißbreite w_m durch das Produkt aus mittlerem Rißabstand a_m und mittlerer Dehnung ϵ_{sm} der den Riß kreuzenden Bewehrung ermitteln läßt, Gl. (1).

$$w_m = a_m \cdot \epsilon_{sm} \quad (1)$$

Die kritische Rißbreite $w_{95\%}$ errechnet sich aus der mittleren Rißbreite w_m durch Multiplikation mit einem Vergrößerungsfaktor k_4 .

Der Unterschied zwischen den verschiedenen Vorschlägen zur Berechnung der Schrägrißbreite besteht in den Ansätzen für a_m , ϵ_{sm} und das Verhältnis $w_{95\%}/w_m$ sowie in der Zahl der berücksichtigten Einflußfaktoren. Als wesentliche Einflußfaktoren werden in der Regel Durchmesser, Abstand, Neigung und Oberflächenprofilierung (glatt, profiliert, gerippt) der Schubbewehrung sowie Höhe der Schubbeanspruchung, Schubbewehrungsgrad und Betondruckfestigkeit angesehen. In Einzelfällen werden auch die Höhe der Druckzone und der Längsbewehrungsgrad berücksichtigt. Während die Vorschläge [2–5] keinen Unterschied zwischen monotoner und Dauer- bzw. Ermüdungsbelastung machen, wird in [6] der Einfluß der letzteren Belastungsarten durch Zusatzfaktoren erfaßt.

Zur Überprüfung der bisher vorgeschlagenen Gleichungen zur Ermittlung der Breite von Schubrisen wurden die in [7–16] beschriebenen Schubversuche ausgewertet, von denen alle für die Nachrechnung benötigten Kenngrößen bekannt sind. Insgesamt handelt es sich um 67 Einfeldträger und 12 Durchlaufträger. Während 13 Probekörper einen rechteckigen Querschnitt aufwiesen, waren die restlichen als Plattenbalken ausgebildet. Die Schubbewehrung bestand aus Bügeln allein, Bügeln und Aufbiegungen sowie Bügeln und leiterartigen, durch angeschweißte Querstäbe gut verankerten Schubzulagen. Sie war in der Regel

1. Introduction

In order to assure the durability and acceptable service load behavior of reinforced concrete structures, it is necessary to limit the width of cracks in the concrete. While several widely acknowledged methods exist for prediction of flexural crack width, relatively few procedures for estimating the width of shear cracks are available. Furthermore, with regard to their general applicability, the current proposals remain untested.

To remedy this situation, a variety of shear crack width prediction formulae were examined for their overall usefulness through comparison with numerous test data. Because the agreement between test results and prediction was relatively poor, an improved procedure has been developed which takes into account all essential parameters. With the aid of this proposal simple detailing provisions have been developed to guarantee a satisfactory shear crack width behavior.

This investigation was made possible through the generous support of the Dept. of the Interior, Nordrhein-Westfalen.

2. Assessment of Current proposals for the Calculation of Shear Crack Width

Proposals for the calculation of shear crack width can be found in ref. [2–6]. They are based on the well-known fact that the average crack width w_m can be obtained by multiplying the average crack spacing a_m by the average strain ϵ_{sm} in the reinforcement which crosses the crack (eqn.1).

$$w_m = a_m \cdot \epsilon_{sm} \quad (1)$$

The critical crack width $w_{95\%}$ can be derived from the average value w_m by multiplication with a magnifying factor k_4 .

The differences among the various proposals for calculation of shear crack width are to be found in the approaches for the determination of a_m , ϵ_{sm} and the ratio $w_{95\%}/w_m$, as well as in the influence factors taken into account. In general, the factors included for consideration are diameter, spacing, inclination, and deformation (smooth, lightly deformed, ribbed) of the shear reinforcement, as well as the magnitude of the shear force, the shear reinforcement ratio, and the concrete compressive strength. In certain cases, the height of the compressive zone and the longitudinal reinforcement ratio are taken as influential as well. While the proposals in ref. [2–5] do not differentiate between monotonic and long-term loading, the effects of sustained and fatigue loading are considered through the use of modification factors in ref. [6].

In order to evaluate the hitherto proposed equations for calculation of shear crack width, data were compiled from the shear tests described in ref. [7–16]. Only those tests were included for which the parameters necessary for the calculations were given. Results from a total of 67 simple beams and 12 continuous members were examined. Of these, 13 specimens had a rectangular cross-section. The balance consisted of T-beams. The shear reinforcement was comprised of stirrups, stirrups and bent-up bars, and stirrups in combination with ladder-type shear complements well anchored through welded cross bars. It was generally constructed from ribbed bars or welded wire fabric manufactured from ribbed wires; in some specimens smooth bars or welded wire fabric from lightly deformed wires were used. An overview of other critical

¹⁾ Universität Stuttgart

²⁾ Ingenieurbüro Prof. Rehm, München

¹⁾ University of Stuttgart

¹⁾ Engineering Office, Prof. Rehm, Munich

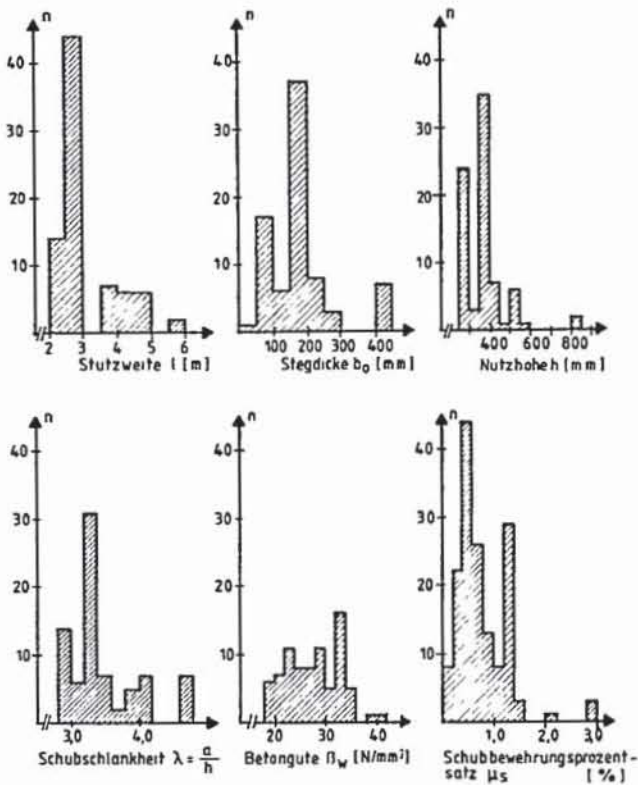


Bild 1. Häufigkeitsverteilung der wesentlichen Einflußparameter
Fig. 1. Distribution of the essential influencing parameters
Fig. 1. Distribution des fréquences des principaux paramètres

aus Rippenstäben bzw. geschweißten Betonstahlmatten aus gerippten Drähten hergestellt, bei einzelnen Probekörpern kamen auch glatte Stäbe oder geschweißte Betonstahlmatten aus profilierten Drähten zur Anwendung. Bild 1 gibt einen Überblick über die Häufigkeitsverteilung weiterer in den Versuchen variiert Parameter. Daraus ist zu ersehen, daß Schubslankheit, Schubbewehrungsgrad und Betonfestigkeit in relativ weiten Grenzen schwanken. Allerdings wurden in der Mehrzahl Probekörper mit relativ kleinen Querschnitten ($b_0/h \sim 200/400$ mm) mit Stützweiten bis zu 3,5 m geprüft.

Maßgebend für die Beurteilung der Brauchbarkeit einer Rißformel ist das Verhältnis zwischen berechneter kritischer Rißbreite $w_{95\%}$ zu den in Versuchen gemessenen Werten, wobei im wesentlichen die Rißbreiten im Gebrauchszustand interessieren.

Daher wurden die Schubrißbreiten für die Laststufen im Bereich der Gebrauchslast berechnet und mit den Meßwerten verglichen. Zum Bereich der Gebrauchslast wurden jene Laststufen gezählt, bei denen die Schubspannung τ_0 in den Grenzen

$$0,6 \tau_0^* \leq \tau_0 \leq 1,4 \tau_0^* \quad (2)$$

lag. Dabei wurde τ_0^* als „zulässige“ Schubspannung angesehen. Sie wurde nach der Standardmethode der CEB-FIP-Mustervorschrift [17] unter Ansatz der entsprechenden Teilsicherheitsbeiwerte für Lasten ($\gamma_l = 1,4$) sowie für Stahl ($\gamma_s = 1,15$) und Beton ($\gamma_c = 1,5$) berechnet. Die obere Grenze des Bereichs der Gebrauchslast wurde mit $\tau_0 = 1,4 \tau_0^*$ relativ hoch angesetzt, um den Einfluß möglicher Überlastungen mit zu erfassen.

Als Meßwerte wurden die in halber Steghöhe abgelesenen Schubrißbreiten angesehen. Laststufen, in denen die gemessenen maximalen Schubrißbreiten $< 0,1$ mm waren, wurden in der Auswertung nicht berücksichtigt, weil Rißbreiten in diese Größenordnung mit überdurchschnittlich großen Meßungenauigkeiten behaftet sind. Weiterhin werden Rißbreiten $< 0,1$ mm selbst unter ungünstigsten Umweltbedingungen als zulässig angesehen [17].

Von den o. g. Rißformeln gelten nur die Vorschläge nach [2], [3] auch für Fälle, in denen die Schubbewehrung aus zwei Elementen mit verschiedenen Durchmesser, Abständen und Neigungen zur Horizontalen besteht (z. B. Bügel und Aufbiegungen). Um auch die Versuche mit dieser Art der Schubbewehrung mit den Ansätzen [4–6] auswerten zu können, wurde folgende Näherung getroffen. Ausgehend davon, daß das Schubrißverhalten in erster Linie

parameters which were varied in the tests is given in Fig. 1. Notable is the wide variation in the shear slenderness ratio, shear reinforcement ratio, and concrete compressive strength. The majority of the specimen cross sections were relatively small ($b_0/h \sim 200/400$ mm) with support spacings of up to 3.5 meters.

Decisive for the evaluation of the usefulness of a crack prediction equation is the relationship between the critical crack width $w_{95\%}$ and the actual test results, where the working load values are essentially of interest.

Hence the shear crack widths for service load levels were calculated and compared with measured values. Service load for the purposes of this investigation is defined by a shear stress τ_0 between the limits:

$$0.6 \tau_0^* \leq \tau_0 \leq 1.4 \tau_0^* \quad (2)$$

τ_0^* is taken as the "allowable" shear stress, determined using the standard method of the CEB-FIP-Model Code [17], with the corresponding safety factors for load ($\gamma_l = 1.4$), steel ($\gamma_s = 1.15$) and concrete ($\gamma_c = 1.5$). The upper bound for the service load range was set relatively high ($\tau_0 = 1.4 \tau_0^*$) in order to establish the influence of the possible overloadings.

The test values for shear crack widths were taken from the measurements at mid-web depth. Load steps at which the measured crack widths were smaller than < 0.1 mm were ignored in the evaluation, since measurements of such small crack widths are generally associated with unacceptable inaccuracy. Furthermore, even under the most unfavourable exposure conditions, crack widths less than < 0.1 mm are considered to be tolerable [17].

Strictly speaking, only two of the above proposals [2], [3] are valid for cases where the shear reinforcement consists of two distinct types with differing bar diameter, spacing, and inclination to the longitudinal axis of the beam (e. g. stirrups and bent-up bars). To evaluate the proposals [4–6] for this type of shear reinforcement, the following simplification was used. On the assumption that the shear crack width is principally governed by the outermost reinforcement – usually the stirrups – the shear reinforcement ratio in ref. [4–6] was determined from the total shear reinforcement area, while for bar diameter and spacing the values from the outside stirrups were used.

The formulae in ref. [2–4] yield maximum crack widths, which have been compared with measured maximum values. Using the approach in ref. [5], the critical crack width $w_{95\%}$ was calculated. For those tests where only the maximum crack width w_{max} is given, the 95% fractile was determined from:

$$w_{95\%} = w_{max}/1.15 \quad (3)$$

The value 1.15 was established from analysis of the test results in ref. [15], [16]. In ref. [6], the 90% fractile crack width is established through adjustment of the average crack width with a factor $k_4 = 1.5$. In order to compare the predicted value with the 95% fractile of the test results, the k_4 factor was set at 1.66.

Fig. 2 shows a comparison of the shear crack width values w_R derived from the above proposals, with the test values w_V . Plotted are the average values of the ratio w_R/w_V , whereby a separation is made between the values for simple and for continuous beams. In the figures, the number of evaluated load steps as well as the coefficient of variation of the ratio w_R/w_V are given.

It should be noted that the crack width values established using the proposals from ref. [2], [3], [5] are in strong disagreement with the measured values. Only the proposals from ref. [4], [6] yield, on the average, values which roughly correspond with the test results for simple span members. However, the coefficient of variation of the ratio w_R/w_V is at approximately 70–100%, significantly larger than could be expected. Considering that the coefficient of variation for flexural crack widths is approximately 40% [18], it is to be expected that, due to variation of the stress in the shear reinforcement as well as the additional influence of variable shear crack inclinations, the coefficient of variation for shear crack widths could be somewhat greater ($V < 50\%$).

The very large scatter of the values w_R/w_V derived with the proposal in ref. [6] can be essentially explained by the fact that the calculated crack width remained zero for approx. 35% of the load

von der außenliegenden Bewehrung – im allgemeinen den Bügeln – bestimmt wird, wurden in diesen Ansätzen zur Bestimmung des Bewehrungsprozentsatzes zwar die Gesamtfläche der Schubbewehrung, für Durchmesser und Abstand jedoch die Werte der Außenbügel eingesetzt.

Die Gleichungen nach [2–4] liefern maximale Rißbreiten, die mit den gemessenen maximalen Werten verglichen wurden. Mit dem Ansatz [5] wird die kritische Rißbreite $w_{95\%}$ bestimmt. Bei den Versuchen, bei denen nicht die 95%-Fraktile der Schubrißbreiten, sondern nur die Maximalwerte w_{max} angegeben sind, wurde $w_{95\%}$ zu

$$w_{95\%} = w_{max} / 1,15 \quad (3)$$

bestimmt. Der Wert 1,15 ergab sich durch Auswertung der Versuche [15], [16]. In [6] wird von der 90%-Fraktile der Rißbreiten ausgegangen und diese mit $k_4 = 1,5$ aus w_m berechnet. Um die Rechenwerte mit der 95%-Fraktile der Meßwerte vergleichen zu können, wurde $k_4 = 1,66$ gesetzt.

Bild 2 zeigt einen Vergleich der nach den o. g. Autoren berechneten Schubrißbreiten w_R mit den Versuchswerten w_V . Aufgetragen sind die Mittelwerte der Quotienten w_R/w_V , wobei zwischen Einfeld- und Durchlaufträgern unterschieden wird. In den Bildern sind auch die Zahl der ausgewerteten Laststufen sowie die Variationskoeffizienten der Quotienten w_R/w_V angegeben.

Es ist zu erkennen, daß die mit den Rißformeln nach [2], [3], [5] berechneten Rißbreiten deutlich von den Meßwerten abweichen. Lediglich die Vorschläge [4], [6] liefern für Einfeldträger im Mittel in etwa mit den Versuchsergebnissen übereinstimmende Werte. Allerdings ist der Variationskoeffizient des Quotienten w_R/w_V mit ca. 70% bis 100% deutlich größer als günstigstenfalls zu erwarten wäre. Berücksichtigt man nämlich, daß der Variationskoeffizient der Breite von Biegerissen ca. 40% beträgt [18], ist bei Schubrisen wegen der Streuung der Spannung der Schubbewehrung im Riß sowie des zusätzlichen Einflusses unterschiedlicher Rißneigungen mit einem etwas größeren Variationskoeffizienten ($V < 50\%$) zu rechnen.

Die sehr große Streuung der Verhältnismerte w_R/w_V beim Ansatz nach [6] ist wesentlich darauf zurückzuführen, daß bei ca. 35% der Laststufen die rechnerische Rißbreite Null betrug, während im Versuch Rißbreiten $> 0,1$ mm gemessen wurden. Vernachlässigt man diese Laststufen, verringert sich zwar der Variationskoeffizient auf ca. 60%, jedoch sind dann die rechnerischen Rißbreiten im Mittel etwa 60% größer als die Meßwerte.

Da die Übereinstimmung zwischen den nach den bisherigen Vorschlägen berechneten und den gemessenen Rißbreiten nicht zufriedenstellend ist (Bild 2), wurde der im folgenden beschriebene eigene Vorschlag entwickelt.

3. Neuvorschlag

3.1 Allgemeines

Schubrisse in Stegen sind Trennrisse. Daher liegt es nahe, die Zugstrebe des Fachwerkes entsprechend dem Vorschlag in [6] näherungsweise als Dehnkörper zu betrachten (Bild 3). Allerdings kann die Schubbewehrung je nach ihrer Neigung in bezug auf die Tragwerkslängsachse die Risse nicht rechtwinklig kreuzen (Bild 3 a). In diesem Fall ergeben sich größere Rißbreiten als bei einer die Risse rechtwinklig kreuzenden Bewehrung (Bild 3 b). Dieser Einfluß wird durch den Beiwert k_α berücksichtigt. Damit ergibt sich die kritische Rißbreite $w_{95\%}$ zu

$$w_{95\%} = k_\alpha \cdot k_4 \cdot a_m \cdot \epsilon_{sm} \quad (4)$$

Gleichung (4) geht davon aus, daß der mögliche Schlupf der Verankerung der Schubbewehrung die Schubrißbreiten nur unwesentlich beeinflusst. Es sei darauf hingewiesen, daß diese Voraussetzung nur bei Verwendung von Rippenstahl und guter Verankerung der Schubbewehrung in etwa zutrifft.

Im folgenden werden Ansätze für die einzelnen Parameter abgeleitet.

3.2 Mittlerer Rißabstand a_m

Zur Bestimmung des mittleren Rißabstandes wird von dem in [18] angegebenen Ansatz ausgegangen, der bei biege- oder zugbeanspruchten Körpern eine gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch ergibt [18–20]. Als maßgebend für die Rißbildung wird der Stabdurchmesser der Bügel bzw. bei einer Schub-

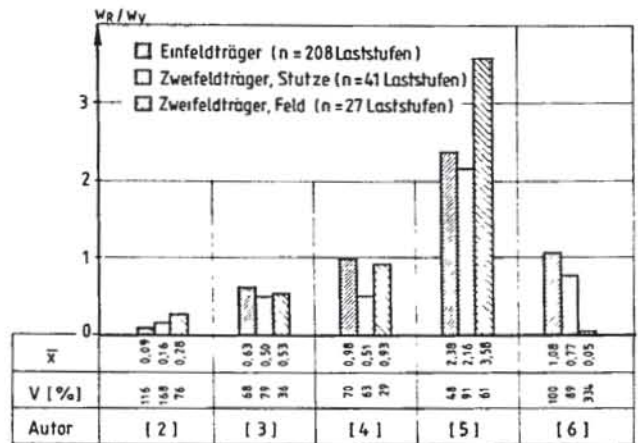


Bild 2. Vergleich der nach verschiedenen Autoren berechneten Schubrißbreiten mit gemessenen Werten

Fig. 2. Comparison of the width of the shear cracks, as calculated on the basis of the formulae of different authors, with the measured values

Fig. 2. Ouverture des fissures d'effort tranchant, calculées suivant des formules de différents auteurs, en comparaison avec les valeurs mesurées

levels, while in the tests a width $> 0,1$ mm was measured. If these load levels are ignored, the coefficient of variation falls to about 60%; nevertheless, the calculated values are on the average approx. 60% greater than the measured widths.

Because of the unsatisfactory agreement between the crack width predictions derived from the current proposals and the measured test values (Fig. 2), a new procedure, described in the following, was developed.

3. New Proposal

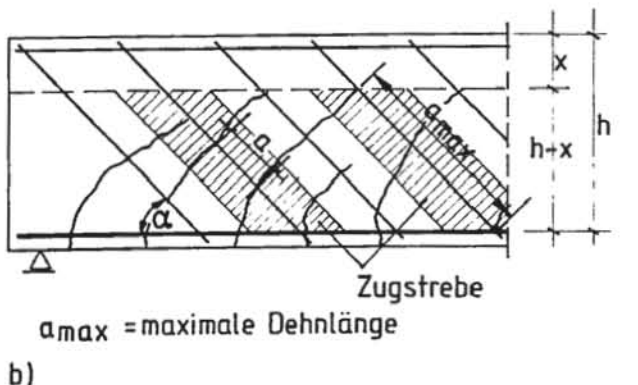
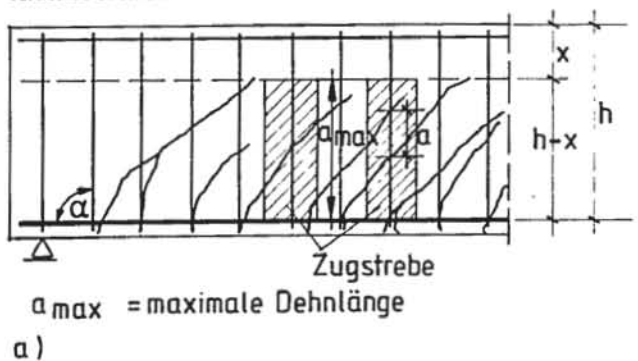
3.1 General

Shear cracks in webs separate the web into discrete elements. Thus it is sufficiently accurate to model the tension struts of the truss mechanism as tension pull specimens, as proposed in ref. [6] (Fig. 3). Depending on the inclination of the shear reinforce-

Bild 3. Zugstrebe mit maximaler Dehnlänge für lotrechte Bügel und für Schrägbügel

Fig. 3. Tension strut with maximum strained length of stirrups for vertical and inclined stirrups

Fig. 3. Tirant avec maximum longueur de déformation d'étriers pour étriers verticaux et en biais



bewehrung aus unterschiedlichen Bewehrungselementen, z. B. Bügel und Schubzulagen, ein ideeller Stabdurchmesser sowie die Betondeckung der Bügel angesehen. Es ist jedoch zu berücksichtigen, daß die Dehnlänge pro Riß nicht beliebig groß werden kann, sondern durch die Trägerabmessungen begrenzt ist und maximal der Länge der Schubbewehrung in der Zugzone entspricht (Bild 3). Deshalb wird der mittlere Rißabstand entsprechend begrenzt. Damit ergibt sich

$$a_m = k_1 \cdot \bar{u}_{bs} + k_2 \cdot k_3 \cdot \frac{d_{s,i}}{\mu_s} \leq \frac{h-x}{\sin \alpha} \quad (5)$$

Es bedeuten (vgl. Bild 3):

k_1	= 2,0
$k_2 \cdot k_3$	= 0,125 Schubbewehrung aus Rippenstahl = 0,175 Schubbewehrung aus profiliertem Stahl = 0,225 Schubbewehrung aus glattem Stahl
\bar{u}_{bs}	= seitliche Betondeckung der außenliegenden Bügel
μ_s	= Schubbewehrungsgrad = $\mu_{s,B} + \mu_{s,A} + \mu_{s,L}$
$\mu_{s,B}$	= $\frac{A_{s,B}}{b_o \cdot t_B \cdot \sin \alpha_B}$
$\mu_{s,A}$	= $\frac{A_{s,A}}{b_o \cdot t_A \cdot \sin \alpha_A}$
$\mu_{s,L}$	= $\frac{A_{s,L}}{b_o \cdot t_L \cdot \sin \alpha_L}$
$A_{s,B}; A_{s,A}; A_{s,L}$	= Querschnitt der Bügel, Aufbiegungen bzw. Schubzulagen in einem Schnitt
$t_B; t_A; t_L$	= Abstand der Bügel, Aufbiegungen bzw. Schubzulagen in Balkenlängsrichtung
$\alpha_B; \alpha_A; \alpha_L$	= Neigung der Bügel, Aufbiegungen bzw. Schubzulagen zur Balkenlängsachse
b_o	= Stegbreite
$d_{s,i}$	= ideeller Stabdurchmesser = $\frac{d_{s,B} \cdot \mu_{s,B} + d_{s,A} \cdot \mu_{s,A} + d_{s,L} \cdot \mu_{s,L}}{\mu_{s,B} + \mu_{s,A} + \mu_{s,L}}$
$d_{s,B}; d_{s,A}; d_{s,L}$	= Durchmesser der Bügel, Aufbiegungen bzw. Schubzulagen
h	= Nutzhöhe
x	= Höhe der Druckzone

3.3 Stahldehnung im Riß

Die Dehnung ϵ_s der Schubbewehrung im Riß kann im Gebrauchszustand ausreichend genau mit der in [6] vorgeschlagenen Beziehung ermittelt werden.

$$\epsilon_s = \frac{1}{E_s} \cdot \frac{\tau_o - k_g \cdot \tau_{oc}}{\mu_s} \quad (6)$$

mit:

E_s	= Elastizitätsmodul des Stahls = $2,1 \cdot 10^5$ N/mm ²
τ_o	= Schubspannung = $Q/b_o \cdot z$
Q	= Querkraft
z	= Hebelarm der inneren Kräfte $\sim 0,9 h$
τ_{oc}	= Abzugswert = $0,14 \beta_w^{2/3}$ (β_w in N/mm ²)
β_w	= Betondruckfestigkeit, gemessen an Würfeln mit 200 mm Kantenlänge
k_g	= Beiwert zur Berücksichtigung des Einflusses von Dauerlasten bzw. Lastwiederholungen auf die Spannung der Schubbewehrung = $1 - 0,05 \cdot \log N$
N	= Zahl der Lastwiederholungen

In Gleichung (6) berücksichtigt τ_{oc} , daß ein Anteil der Querkraft vom Druckgurt, durch Kornverzahnung der Schubrißufer und durch Verdübelungswirkung der Längsbewehrung übertragen wird und daß die schiefen Druckstreben flacher als 45° gegenüber der Balkenlängsachse geneigt sein können. Ein genauer Ansatz für τ_{oc} , der außer der Betondruckfestigkeit weitere wesentliche Parameter (u. a. Querschnittshöhe und Höhe der Schubbeanspruchung) enthält, ist in [21] angegeben. Im Hinblick auf die bei Rißbreitenberechnungen zu erwartenden relativ großen Streuungen ist es jedoch vertretbar, den einfachen Ansatz nach [6] zu wählen.

Der Beiwert k_g berücksichtigt, daß die Spannung der Schubbewehrung bei Dauerlast oder Lastwiederholungen gegenüber dem

ment with respect to the longitudinal axis of the beam, it is possible that the reinforcement will not cross the shear cracks at right angles (Fig. 3a). In this case, greater crack widths are to be expected than for reinforcement which meets the shear cracks at a right angle (Fig. 3b). This effect is accounted for with the factor k_g . Thus the critical crack width $w_{95\%}$ is given by:

$$w_{95\%} = k_g \cdot k_4 \cdot a_m \cdot \epsilon_{sm} \quad (4)$$

Equation (4) implies that possible slip of the shear reinforcement anchorage has a negligible effect on shear crack width. It should be noted that this assumption is only valid for ribbed bars and sufficient anchorage of the shear reinforcement.

In the following, procedures for determination of the individual parameters are described.

3.2 Average Crack Spacing a_m

As a basis for the establishment of the average crack spacing, the procedure given in ref. [18], which demonstrates a good agreement between calculated and measured values for members stressed in flexure or tension [18–20], was employed. The governing parameters for crack development are the bar diameter, in the case of mixed shear reinforcement (e. g. stirrups and shear complements) an effective diameter, as well as the concrete cover of the stirrups. Note that the strained length of stirrups is limited by the beam dimensions and cannot exceed the length of the shear reinforcement in the tensile zone (Fig. 3). Thus the average crack spacing is correspondingly limited. From these considerations it follows:

$$a_m = k_1 \cdot \bar{u}_{bs} + k_2 \cdot k_3 \cdot \frac{d_{s,i}}{\mu_s} \leq \frac{h-x}{\sin \alpha} \quad (5)$$

where (compare Fig. 3):

k_1	= 2.0
$k_2 \cdot k_3$	= 0.125 shear reinforcement from ribbed bars = 0.175 shear reinforcement from lightly deformed bars = 0.225 shear reinforcement from smooth bars
\bar{u}_{bs}	= side concrete cover of outermost stirrups
μ_s	= shear reinforcement ratio = $\mu_{s,B} + \mu_{s,A} + \mu_{s,L}$
$\mu_{s,B}$	= $\frac{A_{s,B}}{b_o \cdot t_B \cdot \sin \alpha_B}$
$\mu_{s,A}$	= $\frac{A_{s,A}}{b_o \cdot t_A \cdot \sin \alpha_A}$
$\mu_{s,L}$	= $\frac{A_{s,L}}{b_o \cdot t_L \cdot \sin \alpha_L}$
$A_{s,B}; A_{s,A}; A_{s,L}$	= area of the stirrups, bent-up bars, shear complements in one cross section
$t_B; t_A; t_L$	= spacing of the stirrups, bent-up bars, shear complements in longitudinal direction of the member
$\alpha_B; \alpha_A; \alpha_L$	= inclination of the stirrups, bent-up bars, shear complements with respect to the longitudinal axis of the member
b_o	= web thickness
$d_{s,i}$	= effective bar diameter = $\frac{d_{s,B} \cdot \mu_{s,B} + d_{s,A} \cdot \mu_{s,A} + d_{s,L} \cdot \mu_{s,L}}{\mu_{s,B} + \mu_{s,A} + \mu_{s,L}}$
$d_{s,B}; d_{s,A}; d_{s,L}$	= diameter of the stirrups, bent-up bars, shear complements
h	= distance from extreme compression fiber to center of tension reinforcement
x	= depth of the compression zone

3.3 Steel Strain at the Crack

The strain ϵ_s of the shear reinforcement at the point of crack intersection at service load levels can be established with sufficient accuracy from the following relationship, proposed in ref. [6]:

$$\epsilon_s = \frac{1}{E_s} \cdot \frac{\tau_o - k_g \cdot \tau_{oc}}{\mu_s} \quad (6)$$

where:

E_s	= modulus of elasticity of steel = $2.1 \cdot 10^5$ N/mm ²
τ_o	= shear stress = $Q/b_o \cdot z$

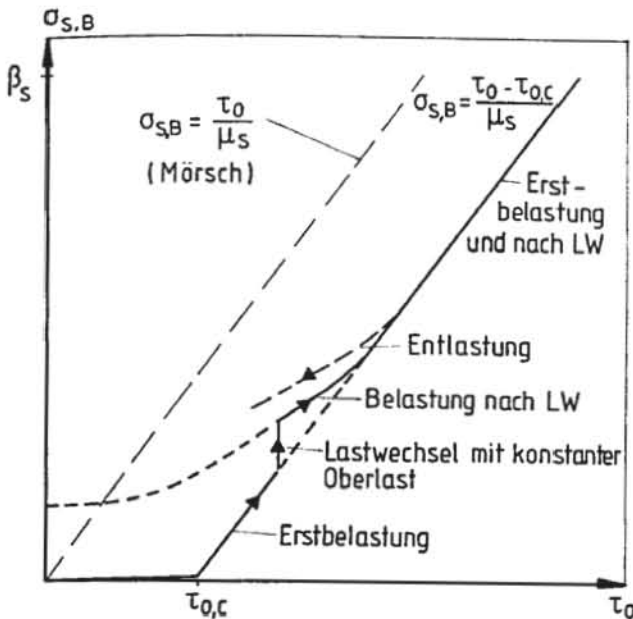


Bild 4. Verlauf der Bügelspannung in Abhängigkeit von der Schubbeanspruchung bei Erstbelastung, nach Lastwechseln und bei Entlastung

Fig. 4. Development of stirrup stress as a function of the shear stress during monotonic loading, load cycles and load removal

Fig. 4. Développement de contrainte de l'étrier en fonction de contrainte d'effort tranchant en stade de début et après chargement et déchargement

für Erstbelastung geltenden Wert ansteigt (Bild 4). Dies ist darauf zurückzuführen, daß durch Kriechen des Betons der von der Druckzone aufgenommene Querkraftanteil abgebaut wird sowie die durch Kornverzahnung und Verdübelungswirkung der Längsbewehrung aufgenommenen Querkraftanteile abnehmen [21]. Bei Belastung über die Dauerlast bzw. Oberlast hinaus gleicht sich die Stahlspannung dem für Erstbelastung geltenden Wert an.

Der o. g. Ansatz für k_6 wurde aus den Ergebnissen der wenigen vorliegenden Schubversuche unter schwellender Belastung abgeleitet [14–16]. Die sich für große Lastwechselzahlen ergebenden Zahlenwerte für k_6 stimmen etwa mit den Vorschlägen nach [6], [21] überein. Auswertbare Schubversuche unter Dauerlast sind den Verfassern nicht bekannt.

3.4 Mittlere Stahldehnung

Ein Teil der im Riß wirkenden Stahlzugkraft wird zwischen den Rissen über Verbundspannungen in den Beton eingeleitet. Dadurch wird die mittlere Stahldehnung ϵ_{sm} zwischen zwei Rissen kleiner als der Maximalwert ϵ_s im Riß. Für biege- und zugbeanspruchte Bauteile liegen zahlreiche Vorschläge zur Berechnung der mittleren Stahldehnung vor. Eine Verallgemeinerung des Ansatzes in [22] wurde in der CEB-FIP-Mustervorschrift [17] übernommen, Gl. (7).

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_s \cdot \left[1 - k_5 \left(\frac{\sigma_{gr}}{\sigma_s} \right)^2 \right] \geq 0,4 \epsilon_s \quad (7)$$

mit

σ_{gr} = Stahlspannung bei Beginn der Rißbildung
 σ_s = Stahlspannung bei vorgegebener Belastung
 k_5 = Beiwert. Er berücksichtigt die Abminderung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen bei Dauerlast und Lastwiederholungen.

Gleichung (7) liefert wirklichkeitsnahe Ergebnisse für die mittlere Stahldehnung. Auf den vorliegenden Fall kann sie jedoch nicht direkt angewendet werden, weil die Spannung der Schubbewehrung im Riß bei Beginn der Rißbildung sehr gering bzw. nahezu Null ist (Bild 4), während sie in Biege- oder Dehnkörpern infolge des Spannungssprunges je nach Bewehrungsgrad relativ hoch sein kann. Da eine Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen nur bei Schubspannungen $\tau_0 > \tau_{0,c}$ möglich ist, wurde in Anlehnung an Gl. (7) der folgende Ansatz für ϵ_{sm} gewählt.

Q = shear force
 z = internal lever arm $\sim 0.9 h$
 $\tau_{0,c}$ = reduction value
 $= 0.14 \beta_w^{2/3}$ ($\beta_w = N/mm^2$)
 β_w = concrete compressive strength, obtained from cubes with 200 mm edge length
 k_6 = factor to consider the influence of long-term or repeated loadings on the stress in the shear reinforcement
 $= 1 - 0.05 \cdot \log N$
 N = no. of load repetitions

In equation (6), the value of $\tau_{0,c}$ recognizes that a part of the shear force is carried by the compression chord, by aggregate interlock along the crack face and by dowel action of the longitudinal reinforcement, and that the angle of the inclined compression struts with respect to the longitudinal beam axis can be less than 45° . A more accurate expression for $\tau_{0,c}$ which includes – in addition to the concrete compressive strength – other important parameters such as depth of cross section and magnitude of the shear force, can be found in ref. [21]. In view of the relatively large scatter to be expected in predicting crack widths, the procedure given in ref. [6] is deemed sufficient for the purposes of this investigation.

The factor k_6 takes into account that the stress in the shear reinforcement in the case of long-term loading or repeated loading increases with respect to the value for first-time loading (Fig. 4). This is explainable by the fact that the shear force carried by the compression chord is reduced through creep of the concrete and that the ability of the aggregate interlock and dowel action mechanisms to carry shear forces reduces [21]. For further loading above the long-term load or peak fatigue load, the steel strain merges with the value for first-time loading.

The formula given above for the determination of k_6 was derived from the few available data from shear tests with fatigue loading [14–16]. For large numbers of load repetition the resulting values for k_6 are in agreement with the proposals of ref. [6], [21]. To the authors knowledge, there are no test results for shear tests with long-term loading with documentation suitable for evaluating k_6 .

3.4 Average Steel Strain

A part of the steel tensile force developed at the crack is transferred between cracks into the concrete by bond. Thus the average steel strain ϵ_{sm} between the cracks is smaller than the maximum value ϵ_s at the crack. Several proposals exist for the determination of the average steel strain for members stressed in flexure or tension. A generalization of the procedure given in ref. [22] can be found in the CEB-FIP Model Code [17], eqn. (7).

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_s \cdot \left[1 - k_5 \left(\frac{\sigma_{gr}}{\sigma_s} \right)^2 \right] \geq 0.4 \epsilon_s \quad (7)$$

where:

σ_{gr} = steel stress at beginning of crack formation
 σ_s = steel stress at given load
 k_5 = factor to acknowledge the reduction of contribution of concrete between cracks with long-term or repeated loading

Equation (7) yields realistic values for the average steel strain. It is not suitable, however, for direct use for the problem at hand, since the stress in shear reinforcement with the onset of crack formation is generally very low (or zero) (Fig. 4), whereas in flexural or tension members, depending on the reinforcement ratio, the stress can be relatively high as a result of sudden stress increases. As the contribution of concrete between cracks is only possible at shear levels $\tau_0 > \tau_{0,c}$, the following equation for determination of ϵ_{sm} was chosen:

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_s \cdot \left[1 - k_5 \left(\frac{\tau_{0,c}}{\tau_0} \right)^2 \right] \geq 0.4 \epsilon_s \quad (8)$$

There are no test results presently available which can be used to establish the reduction of the contribution of concrete between shear cracks under long-term or fatigue loading. It is known,

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_s \left[1 - k_5 \left(\frac{\tau_{0c}}{\tau_0} \right)^2 \right] \geq 0,4 \epsilon_s \quad (8)$$

Es liegen keine Versuchsergebnisse vor, aus denen die Abnahme der Mitwirkung des Beton zwischen Schubrisen infolge von Lastwechseln oder Dauerlast direkt ermittelt werden kann. Es ist jedoch bekannt, daß die Mitwirkung des Betons zwischen Biegerissen etwa linear mit dem Logarithmus der Lastwechselzahl abnimmt [23]. Da man annehmen kann, daß dies auch für Schubrisse gilt, wird für k_5 derselbe Ansatz wie für k_6 gewählt (siehe Abschnitt 3.3).

3.5 Beiwert k_4

Der Zahlenwert für den Beiwert $k_4 = w_{95\%}/w_m$ hängt von der gewünschten Aussagewahrscheinlichkeit für die kritische Rißbreite $w_{95\%}$ ab. Legt man eine Aussagewahrscheinlichkeit von 50% zugrunde, ergibt sich für Risse in Biege- und Dehnkörpern $k_4 = 1,7$ [19]. Dieser Wert wird auch in [17] angesetzt. Daher wird auch hier $k_4 = 1,7$ angenommen.

3.6 Beiwert k_a

Der Beiwert k_a berücksichtigt, daß die Rißbreiten anwachsen, wenn die Bewehrung die Risse nicht rechtwinklig kreuzt. Bisher liegen nur Ergebnisse weniger Vergleichsversuche vor, bei denen nur die Neigung der Schubbewehrung variiert wurde. Wertet man diese Versuche [7], [8] aus, beträgt das Verhältnis der Schubrißbreiten bei lotrechter Bügelbewehrung zu den entsprechenden Werten bei Schrägbügeln ($\alpha = 45^\circ$) zwischen 1,0 und 2,9. Wegen der geringen Anzahl der Versuche und der sehr großen Streuung der Ergebnisse erscheint eine Abschätzung von k_a auf diesem Wege nicht sinnvoll. Deshalb wurde k_a wie folgt bestimmt:

Mit den in den Abschnitten 3.2 bis 3.5 angegebenen Ansätzen für a_m , ϵ_{sm} und k_4 wurde die kritische Rißbreite im Bereich der Gebrauchslast für jeden Versuch mit senkrechten Bügeln ($\alpha = 90^\circ$) berechnet. Die Rechenwerte wurden mit den Meßwerten verglichen und der Beiwert k_a so bestimmt, daß $w_R/w_V = 1,0$ betrug. Bei dieser Auswertemethode ergab sich $k_a \sim 1,1$ bis 1,3 und betrug im Mittel $k_a = 1,2$. Daher wurde angenommen:

- $k_a = 1,2$ für senkrechte Bügel ($\alpha = 90^\circ$) allein bzw. in Kombination mit Schrägstäben
- $k_a = 1,0$ für Schrägbügel ($\alpha = 45^\circ - 60^\circ$)

Es ist zu vermuten, daß der Beiwert k_a bei hoher Schubbeanspruchung und/oder großen Bauhöhen größer als oben angegeben ist.

however, that the contribution of concrete between flexural cracks is reduced approximately linearly with the log of the number of load cycles [23]. Assuming this relationship is also valid for shear cracks, the value of k_5 is derived using the same procedure as for the determination of k_6 (see section 3.3).

3.5 Factor k_4

The value taken for $k_4 = w_{95\%}/w_m$ depends on the desired accuracy of the prediction for the critical crack width $w_{95\%}$. Using a probability of prediction accuracy of 50%, the value of k_4 for cracks in flexural and tension specimens is $k_4 = 1.7$ [19]. This value is used in ref. [17] as well. The same value is assumed for this analysis.

3.6 Factor k_a

The factor k_a recognizes that the crack width is greater when the shear reinforcement crosses the crack at an angle other than 90° . At present there exist few test results suitable for comparison where only the inclination of the shear reinforcement is varied.

Analysis of these tests in ref. [7], [8], yields a relationship between the diagonal crack width for vertical stirrups ($\alpha = 90^\circ$) to that for inclined stirrups ($\alpha = 45^\circ$) between 1.0 and 2.9. Because of the small number of data and the large deviation of the results, this procedure for determining k_a would not seem to be appropriate. Thus the following alternate method for the determination of k_a was used:

With the procedure given above for the determination of a_m , k_4 , and ϵ_{sm} , the critical crack width at service load was established for every test with vertical stirrups ($\alpha = 90^\circ$). These values were compared with the measured values and the factor k_a adjusted accordingly to achieve a ratio $w_R/w_V = 1.0$. This procedure yielded values of $k_a \sim 1.1$ to 1.3, with an average value $k_a = 1.2$. Therefore, k_a was taken as:

- $k_a = 1.2$ for vertical stirrups ($\alpha = 90^\circ$) alone or in combination with bent-up bars
- $k_a = 1.0$ for inclined stirrups ($\alpha = 45^\circ - 60^\circ$)

It is possible that the value of k_a is greater than the values given above for high shear levels and/or large member depth. Due to the scarcity of test results, a more accurate determination of k_a does not at present seem possible. Further investigations for the clarification of this question are recommended.

Bild 5. Vergleich der nach dem eigenen Vorschlag berechneten Schubrißbreiten mit gemessenen Werten

Fig. 5. Comparison of the width of the shear cracks calculated on the basis of the authors own proposal with the measured values

Fig. 5. Comparaison des ouvertures des fissures d'effort tranchant calculée d'après la proposition propre de l'auteurs avec des valeurs mesurées

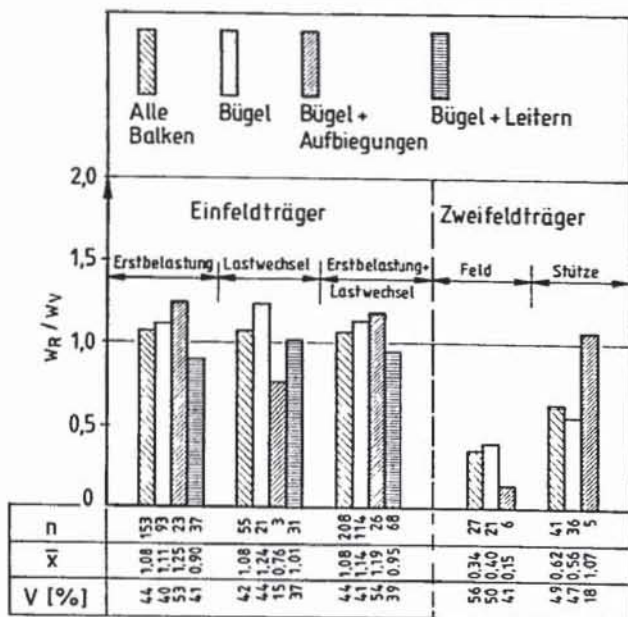
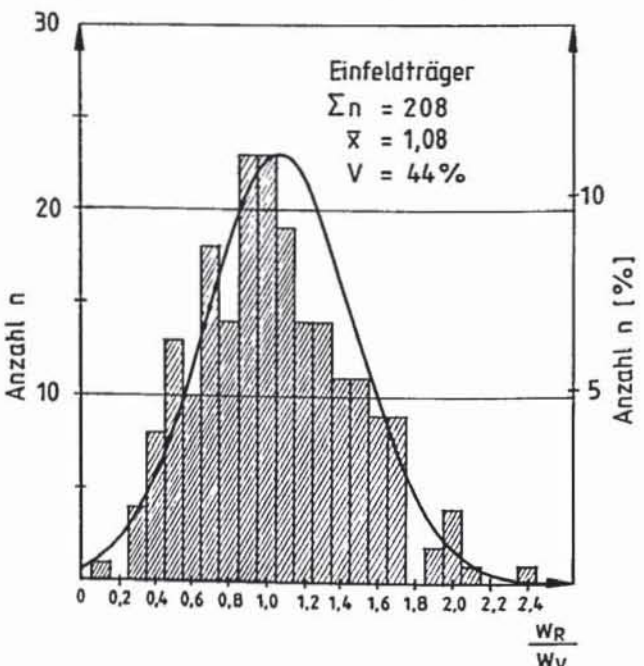


Bild 6. Häufigkeitsdiagramm der Verhältnswerte w_R/w_V

Fig. 6. Frequency diagram of the ratios w_R/w_V

Fig. 6. Diagramme des fréquences des valeurs w_R/w_V



Allerdings liegen zu einer genaueren Bestimmung bisher zu wenig Versuchsergebnisse vor, weshalb weitere Untersuchungen zur Klärung dieses Problems empfohlen werden.

4. Überprüfung der vorgeschlagenen Schubrißformel

Die Brauchbarkeit der in Abschnitt 3 vorgeschlagenen Gleichungen zur Berechnung der Schubrißbreite wurde durch Nachrechnung der in Abschnitt 2 beschriebenen Versuche überprüft, wobei auch dieselben Laststufen ausgewertet wurden. Das Ergebnis ist in den Bildern 5 bis 7 dargestellt.

In Bild 5 sind die Mittelwerte des Quotienten w_R/w_V getrennt für Einfeld- und Durchlaufträger und aufgeschlüsselt nach Art der Schubbewehrung sowie Art der Belastung aufgetragen. Weiterhin sind die Zahl der ausgewerteten Laststufen und der Variationskoeffizient des Quotienten w_R/w_V angegeben.

Für Einfeldträger beträgt das Verhältnis der rechnerischen zur gemessenen Rißbreite im Mittel 1,08, wobei nur ein geringer Einfluß der Art der Schubbewehrung sowie der Belastungsart (Erstbelastung, Lastwechsel) zu erkennen ist. Der Variationskoeffizient entspricht mit $V \sim 45\%$ in etwa dem bei Biegebalken gefundenen Wert.

Demgegenüber ergeben sich für Durchlaufträger deutlich zu geringe rechnerische Rißbreiten. Dies ist vermutlich darauf zurückzuführen, daß die geprüften Träger niedrig ($h \sim 300$ mm) und überwiegend mit Bügeln aus glatten Stäben bewehrt waren, weshalb die Schubrißbreiten in halber Steghöhe durch den Schlupf der Bügel vergrößert wurden. Dieser Einfluß wird jedoch in der Rißformel vernachlässigt. Diese Vermutung wird durch die Auswertung der in [24] beschriebenen beiden Träger mit Kragarm ($h = 550$ mm, Schubbewehrung aus gerippten Stäben) bestätigt. Die rechnerischen Rißbreiten betragen im Stütz- und Feldbereich das ca. 0,95fache der gemessenen Werte bei einem Variationskoeffizienten $V \sim 40\%$.

Einen guten Überblick über die Verteilung der Werte $x_i = w_R/w_V$ vermittelt das in Bild 6 dargestellte Histogramm, in dem die Häufigkeit n und die relative Häufigkeit $n/\Sigma n$ über den Klassenmitteln x_i in Form von Rechtecken aufgetragen sind. Dabei wurden alle Einfeldträger berücksichtigt. Es ist zu erkennen, daß die Verhältniswerte x_i ungefähr normal verteilt sind.

In Bild 7 ist der Quotient aus rechnerischer und gemessener Rißbreite in Abhängigkeit der Einflußparameter Bügelabstand (Bild 7 a), Verhältnis ideeller Durchmesser der Schubbewehrung zum Schubbewehrungsprozentsatz (Bild 7 b), Betondruckfestigkeit (Bild 7 c) und Stegbreite (Bild 7 d) aufgetragen. Dabei wurden dieselben Versuche wie in Bild 6 ausgewertet. Eingetragen sind zusätzlich die mit Hilfe einer linearen Regressionsanalyse berechneten Mittelkurven. Die Verhältniswerte w_R/w_V werden durch den entsprechenden Parameter nicht beeinflusst, d. h. der Einfluß dieses Parameters auf die rechnerische Rißbreite w_R wird in den angegebenen Gleichungen exakt erfaßt, wenn die Mittelkurve

4. Evaluation of the Proposed Shear Crack Formula

The usefulness of the equation proposed in Section 3 for the prediction of shear crack width has been evaluated through comparison with the test results described in Section 2. The same load levels as applied in the previous evaluation (Section 2) were again applied. The results of this analysis are given in Figs. 5 to 7.

In Fig. 5 are given the average values for the ratio w_R/w_V separated for simple and continuous members and further subdivided according to the reinforcement type and the type of loading. Also given are the number of the load levels evaluated and the coefficient of variation for the ratio w_R/w_V .

For simple span members, the ratio of the calculated to the measured crack width averages 1.08, whereby only a small influence of the type of shear reinforcement and type of loading (first-time loading, cyclic loading) is apparent. The coefficient of variation, at $V \sim 45\%$, corresponds roughly with the value for flexural members.

In contrast, the calculated crack width values for the continuous members are clearly too low. A possible explanation lies in the construction of the test beams. They were relatively shallow ($h \sim 300$ mm) and reinforced with smooth stirrups. Therefore the crack width at beam middepth was enhanced through slip of the stirrups. However, this effect is not considered in the proposed crack prediction formula. The assumed explanation is supported by an analysis of the data given in ref. [24] from tests on beams with cantilevers ($h = 550$ mm, shear reinforcement assembled from ribbed bars). The calculated crack widths correspond to approximately 95% of the measured values with a coefficient of variation $V \sim 40\%$.

A good overview of the distribution of the values $x_i = w_R/w_V$ can be obtained from the histogram in Fig. 6. All simple span test specimens are represented. It should be noted that the relative values x_i are approximately normally distributed.

Fig. 7 gives the ratio of the calculated to the measured crack width relative to the influencing parameters: stirrup spacing (Fig. 7a), ratio of the effective bar diameter of the shear reinforcement to the shear reinforcement ratio (Fig. 7b), concrete compressive strength (Fig. 7c), and web thickness (Fig. 7d). The same test data as used in Fig. 6 were employed for the analysis.

Also plotted are linear regression curves for the various relationships. The relative value w_R/w_V is not influenced by the corresponding parameter, i. e., the influence of this parameter on the crack width w_R is correctly modeled in the proposed formula, if the linear regression curve runs horizontal with a coefficient of correlation $R = 0$. Fig. 7 demonstrates the relative success of the proposed formula in this respect.

In conclusion, it has been established that the formula proposed in Section 3 for the prediction of shear crack width shows good agreement with test results for load levels of practical interest. The influence of the critical parameters affecting the shear crack width has been correctly assessed.

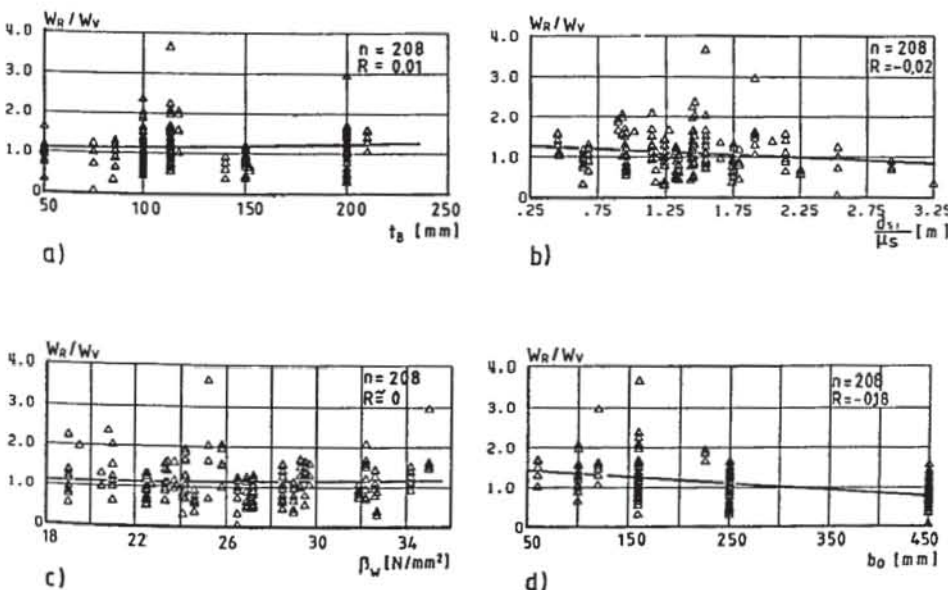


Bild 7. Verhältnis w_R/w_V in Abhängigkeit von wesentlichen Einflußparametern
Fig. 7. Relation w_R/w_V as a function of the essential influencing parameters
Fig. 7. Relation w_R/w_V en fonction des paramètres d'influence importants

horizontal verläuft und der Korrelationskoeffizient $R = 0$ beträgt. Es ist zu ersehen, daß dieser Idealfall nahezu erreicht wird.

Zusammenfassend ist festzustellen, daß die in Abschnitt 3 vorgeschlagenen Gleichungen zur Berechnung der Breite von Schubrisen in dem in der Praxis interessierenden Belastungsbereich Ergebnisse liefern, die gut mit den Versuchswerten übereinstimmen. Dabei wird der Einfluß der wesentlichen Parameter auf die Schubrißbreiten mit ausreichender Genauigkeit erfaßt.

5. Beschränkung der Schubrißbreite

Die zu erwartende Schubrißbreite kann für die jeweils vorliegenden Verhältnisse nach den im Abschnitt 3 angegebenen Gleichungen berechnet und mit den als zulässig erachteten Werten verglichen werden. Um bei niedrigen Schubspannungen den Einfluß gelegentlicher Überlastungen zu berücksichtigen, sollte als rechnerische Bügelspannung mindestens $\sigma_s = 40 \text{ N/mm}^2$ eingesetzt werden [6]. Besteht die Schubbewehrung aus lotrechten Bügeln aus Rippenstahl und vernachlässigt man die Begrenzung des rechnerischen Rißabstandes bei niedrigen Querschnitten nach Gleichung (5), erhält man folgende Gleichung für den Nachweis der Rißbreiten:

$$w_{95\%} = 1,7 \cdot 1,2 \left(2 \cdot \bar{u}_{bs} + 0,125 \cdot \frac{d_{s,B}}{\mu_s} \right) \cdot \epsilon_s \cdot \frac{\epsilon_m}{\epsilon_s} \quad (9)$$

mit

ϵ_s nach Gleichung (6)

ϵ_{sm} nach Gleichung (8)

Üblicherweise wird der Nachweis für Dauerlasten geführt. In diesem Fall muß in den Gleichungen (6) und (8) als Schubspannung der Wert unter Dauerlast eingesetzt werden, und die gewählten Zahlenwerte für die Beiwerte k_5 und k_6 müssen den Einfluß einer Dauerlast auf die Erhöhung der Bügelspannung im Riß sowie die Abnahme der Mitwirkung des Betons zwischen Rissen berücksichtigen. Den Verfassern sind jedoch keine auswertbaren Schubversuche unter Dauerlast bekannt. Daher sind für die Beiwerte k_5 und k_6 auf der sicheren Seite liegende Annahmen zu treffen. Von Biegeversuchen ist bekannt, daß eine große Anzahl von Lastwechseln einen ähnlichen Einfluß auf die Entwicklung der Rißbreiten hat wie eine Dauerlast in Höhe der Oberlast [23]. Für 10^6 Lastwechsel ergibt sich nach den Abschnitten 3.3 und 3.4 $k_5 = k_6 = 0,7$. Um neben dem Einfluß der Dauerlast auch denjenigen gelegentlicher Überlastungen zu berücksichtigen (siehe Bild 4), wird vorgeschlagen, $k_5 = k_6 = 0,5$ anzunehmen. Dieser Wert liegt auf der sicheren Seite.

Der Nachweis der Einhaltung der zulässigen Rißbreite nach Gleichung (9) ist verhältnismäßig aufwendig. Praxisgerechter ist es, die Einhaltung zulässiger Rißbreiten durch Begrenzung des Abstandes der Bewehrungsstäbe zu gewährleisten [19], wobei bei Biegebeanspruchung der Abstand der Längsstäbe und bei der hier behandelten Schubbeanspruchung der Abstand der Bügel festzulegen ist. Dieser errechnet sich bei vorgegebenem Schubbewehrungsgrad μ_s wie folgt:

$$t_B = \frac{n \cdot \pi}{4 \cdot \mu_s \cdot b_0} \cdot d_{s,B}^2 \quad (10)$$

mit

n = Schnittigkeit der Bügel

Der in Gleichung (10) einzusetzende Bügeldurchmesser ergibt sich durch Umformung von Gleichung (9) zu:

$$d_{s,B} = \left[\frac{w_{95\%}}{1,2 \cdot 1,7 \cdot \epsilon_s \cdot \epsilon_{sm}/\epsilon_s} - 2 \cdot \bar{u}_{bs} \right] \frac{\mu_s}{0,125} \quad (11)$$

Setzt man Gleichung (11) in Gleichung (10) ein, erhält man:

$$t_B = 50 \cdot \left[\frac{w_{95\%}}{1,2 \cdot 1,7 \cdot \epsilon_s \cdot \epsilon_{sm}/\epsilon_s} - 2 \cdot \bar{u}_{bs} \right]^2 \cdot \frac{n \cdot \mu_s}{b_0} \quad (12)$$

Der in Gleichung (12) enthaltene Schubbewehrungsgrad μ_s hängt vom Bemessungsverfahren für die Schubbewehrung ab. Für die nachfolgenden Auswertungen wird eine Bemessung der Schubbewehrung nach DIN 1045 [1] vorausgesetzt.

Der Anteil der Dauerlast an der Gesamtlast darf nach DIN 1045 im allgemeinen zu 0,7 angenommen werden. Realistischer ist der Vorschlag der CEB-FIP Mustervorschrift [17], wonach dieser

5. Limitation of Shear Crack Width

The expected shear crack width can be calculated for a given set of parameters using the formula proposed in Section 3, and compared with a given allowable value. In cases of lower shear stress, a minimum value for the stirrup stress should be employed ($\sigma_s = 40 \text{ N/mm}^2$) in order to cover the influence of possible overloads [6]. For shear reinforcement consisting of vertical stirrups from ribbed bars alone, and ignoring the limitation of the calculated crack spacing for shallower cross sections, eqn. (5), the following equation for crack width can be obtained:

$$w_{95\%} = 1,7 \cdot 1,2 \left(2 \cdot \bar{u}_{bs} + 0,125 \cdot \frac{d_{s,B}}{\mu_s} \right) \cdot \epsilon_s \cdot \frac{\epsilon_m}{\epsilon_s} \quad (9)$$

with

ϵ_s according to eqn. (6)

ϵ_{sm} according to eqn. (8)

Usually a check of the crack width for long-term loading is performed. In this case, the shear stress value to be used in equations (6) and (8) is that for long-term loading, and the values for the factors k_5 and k_6 must be adjusted for the effect of the long-term load on the increase of the stirrups stress at the crack as well as on the reduction of the contribution of the concrete between the cracks. As stated earlier, to the authors' knowledge no long-term shear tests with documentation suitable for evaluating these factors have as yet been carried out. Therefore it is prudent to assume conservative values for the factors k_5 and k_6 . From flexural tests it is known that a large number of load cycles has a similar influence on the development of the crack width as the application of a long-term load corresponding to the upper load during cycling [23]. For 10^6 load cycles, determination of the values k_5 and k_6 as described in Sections 3.3 and 3.4 gives $k_5 = k_6 = 0,7$. To include the influence of long-term loading and possible overloading it is suggested that $k_5 = k_6 = 0,5$ be employed. These values are conservative.

The check for compliance with an allowable crack width value using eqn. (9) is relatively time-consuming. A solution better suited to the practice is to guarantee the limitation of crack width by restricting the spacing of the reinforcement [19]. In the case of flexural stresses this translates to a limit on the spacing of the longitudinal reinforcement; for shear a limit on the spacing of the stirrups is appropriate. The stirrup spacing is found from the shear reinforcement ratio:

$$t_B = \frac{n \cdot \pi}{4 \cdot \mu_s \cdot b_0} \cdot d_{s,B}^2 \quad (10)$$

with

n = number of stirrup legs in one cross-section

The stirrup diameter as required in eqn. (10) can be derived from eq. (9):

$$d_{s,B} = \left[\frac{w_{95\%}}{1,2 \cdot 1,7 \cdot \epsilon_s \cdot \epsilon_{sm}/\epsilon_s} - 2 \cdot \bar{u}_{bs} \right] \frac{\mu_s}{0,125} \quad (11)$$

Substitution of eqn. (11) in eqn. (10) yields:

$$t_B = 50 \cdot \left[\frac{w_{95\%}}{1,2 \cdot 1,7 \cdot \epsilon_s \cdot \epsilon_{sm}/\epsilon_s} - 2 \cdot \bar{u}_{bs} \right]^2 \cdot \frac{n \cdot \mu_s}{b_0} \quad (12)$$

The value for the shear reinforcement ratio required in eqn. (12) is dependent on the design method used for determination of the shear reinforcement. For the following analysis, design of the shear reinforcement using DIN 1045 [1] is assumed.

The portion of the total load which is to be taken as long-term load is generally given by DIN 1045 as 70%. A more realistic approach is that of the CEB-FIP Model Code [17], which determines this percentage considering the ratio of dead load to live load, and the portion of live load which is considered as long-term and which depends on the use of the structure (residence, offices, etc.). Using the criterion given in ref. [17], a ratio of long-term load to total load for usual live load conditions of 0.80 is determined. In preference to the less conservative value given by DIN 1045, a percentage of 80% is used in the following analysis.

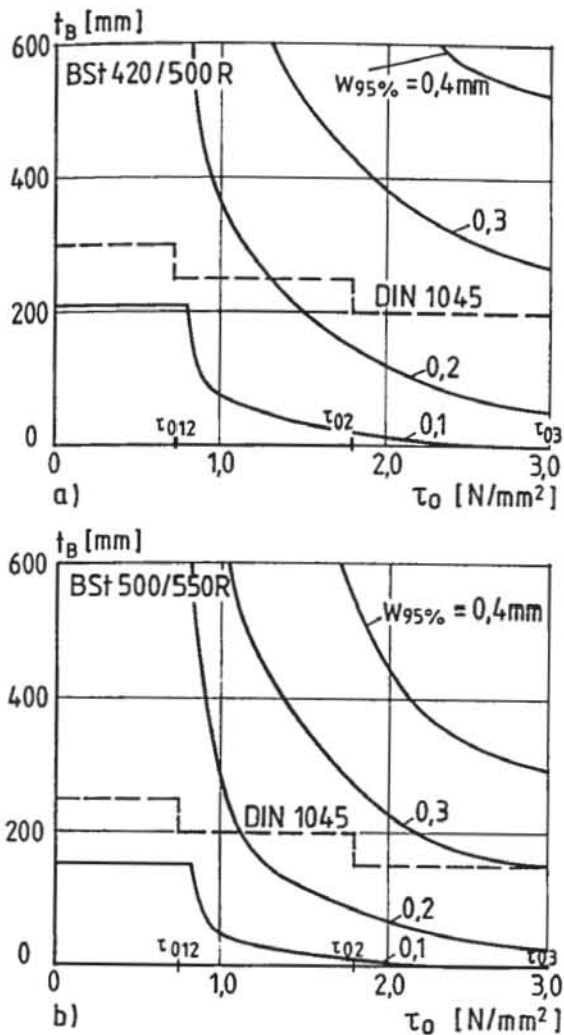


Bild 8. Erforderlicher rechnerischer Bügelabstand in Abhängigkeit von der Schubspannung (B 25, $b_0 = 200$ mm, $\tau_{0, \text{Dauer}} = 0,8 \text{ max } \tau_0$)
 Fig. 8. Calculated necessary spacing of stirrups as a function of the shear stress (B 25, $b_0 = 200$ mm, τ_0 sustained = $0,8 \text{ max } \tau_0$)
 Fig. 8. Espacement des étriers suivant des calculs en fonction de contraintes d'effort tranchant (B 25, $b_0 = 200$ mm, τ_0 durée = $0,8 \text{ max } \tau_0$)

Anteil vom Verhältnis Eigengewicht zu Verkehrslast und dem Anteil der dauernd wirkenden Verkehrslast abhängt. Letzterer wird durch die Nutzungsart des Gebäudes (Wohnhaus, Bürogebäude usw.) bestimmt. Wertet man die Angaben in [17] aus, ergibt sich die Dauerlast für übliche Verhältnisse Eigengewicht zu Verkehrslast zu etwa 80% der Gesamtlast. Dieser gegenüber den Angaben in DIN 1045 höhere Dauerlastanteil wird den folgenden Untersuchungen zugrundegelegt.

In Bild 8 ist der zur Einhaltung einer bestimmten Schubrißbreite maximal zulässige Bügelabstand in Abhängigkeit von der Höhe der Schubbeanspruchung unter Gebrauchslast dargestellt. Die Bügelabstände wurden nach Gleichung (12) berechnet. Sie gelten für Betonstähle BSSt 420/500 R (Bild 8 a) und BSSt 500/550 R (Bild 8 b), Beton der Festigkeitsklasse B 25 sowie für Balken mit einer Stegbreite $b_0 = 200$ mm, bewehrt mit zweischnittigen Bügeln. Zum Vergleich wurden auch die nach DIN 1045 einzuhaltenen Bügelabstände mit eingetragen.

Die rechnerischen Bügelabstände steigen mit abnehmender Schubspannung deutlich an und streben theoretisch gegen Unendlich. Dies ist auf die geringer werdende Bügeldehnung zurückzuführen, vgl. Gleichung (6). Die Bügelabstände werden allerdings rechnerisch durch den Ansatz eines Mindestwertes für die Bügelspannung von 40 N/mm^2 begrenzt, was sich in den Diagrammen durch eine horizontale Linie widerspiegelt.

Der maximal zulässige Bügelabstand ist deutlich abhängig von der einzuhaltenden kritischen Rißbreite.

Es ist zu erkennen, daß bei lotrechten Bügeln und Ausnutzung der zulässigen Bügelspannung Schubrißbreiten $w_{95\%} = 0,1$ mm nur bei geringen Schubspannungen eingehalten werden können. Dies stimmt mit der Versuchserfahrung überein [8], [25]. Die in

Fig. 8 gives the stirrup spacing required to maintain a given shear crack width as a function of the shear stress at service load. The stirrup spacings were calculated using eqn. (12). They are valid for reinforcing steels BSSt 420/500 R (Fig. 8a) and BSSt 500/550 R (Fig. 8b), a concrete of strength class B 25 and for beams with a web thickness $b_0 = 200$ mm, reinforced with two-legged stirrups. For comparison, the limiting stirrup spacings as given by DIN 1045 are also plotted.

The calculated stirrup spacings increase markedly with decreasing shear stress, theoretically towards infinity. This is attributable to the decreasing stirrup strain, compare eqn. (6).

The stirrup spacings are actually limited by the establishment of a minimum stirrup stress of 40 N/mm^2 , which is reflected in the diagrams as a horizontal line.

The maximum allowable stirrup spacing is clearly dependent on the value of the limiting crack width.

It is notable that with vertical stirrups and assuming the maximum allowable stirrup stress, shear crack widths $w_{95\%} = 0,1$ mm can be maintained only with low shear stresses. This is in agreement with test results [8], [25]. The stirrup spacings given in DIN 1045 for steel type BSSt 420/500 R guarantee the maintenance of crack widths between $w_{95\%} = 0,20$ – $0,25$ mm for shear stresses $\tau_0 \geq 0,6 \tau_{02}$. These crack widths are taken as acceptable for indoor and outdoor exposure in the absence of any especially corrosive environmental agents [1]. For stirrups of BSSt 500/550 R, the crack widths are somewhat greater. If it is desired that under all service load conditions a crack width of $w_{95\%} \sim 0,25$ mm be maintained, the allowable stirrup spacing for shear stress $\tau_0 \geq 0,6 \tau_{02}$ could be increased above the value given by DIN 1045. Furthermore larger steps for the maximum allowable stirrup spacing than hitherto could be defined (steps of 100 mm instead of 50 mm).

Fig. 8 is valid for concrete of strength class B 25. With increasing concrete strength, the maximum allowable stirrup spacing required to maintain a given crack width increases as well. For example, B 55 concrete yields an increase of approx. 60% with a shear stress $\tau_0 = \tau_{03}$ compared to Fig. 8. This can be explained as follows. The limiting value of the shear stress τ_{03} and the reduction value τ_{0c} increase roughly at the same rate with increasing concrete strength. With constant relative loading τ_0/τ_{03} , this leads to roughly equal average stirrup strains. Since the design value of the shear stress nevertheless increases, an increase in the shear reinforcement ratio and in the allowable stirrup spacing is the result.

Eqn. [12] yields that the stirrup spacing varies inversely proportional to the web thickness b_0 . Thus the required stirrup spacing for a web thickness of $b_0 = 450$ mm (maximum allowable value for two-legged stirrups) is reduced to approx. 0.44-times that of the values given in Fig. 8. This reduction is not necessary if four-legged instead of two-legged stirrups are used.

Assuming all other variables constant, for stirrups inclined at 45° to the horizontal the maximum allowable stirrup spacing is roughly twice that required for vertical stirrups. This follows directly from equations (10) and (11). If in eqn. (11), the value of $k_\alpha = 1,2$ is replaced by the value for inclined stirrups ($\alpha = 45^\circ$) $k_\alpha = 1,0$, then for a constant shear reinforcement ratio $\mu_s = \tau/\sigma_s$ and a constant limiting shear crack width $w_{95\%}$ the derived allowable stirrup bar diameter for the inclined stirrup ($d_{s,45}$) equals roughly k_α times the value $d_{s,90}$ for vertical stirrups ($d_{s,45} \sim k_\alpha \cdot d_{s,90}$). Considering:

$$t_{B,45} = \frac{\pi \cdot \pi}{4 \cdot \mu_s \cdot b_0 \cdot \sin \alpha} \cdot d_{s,45}^2 \quad (13)$$

we get

$$t_{B,45} = \frac{k_\alpha^2}{\sin^2 45^\circ} \cdot t_{B,90} = 2,04 t_{B,90} \quad (14)$$

If the factor k_α is established at $k_\alpha = 2,0$, as proposed in ref. [6], the spacing of the inclined stirrups necessary to maintain a constant crack width jumps to roughly 5.6 times the values for vertical stirrups. In this case, the influence of the stirrup inclination is probably overestimated.

Finally it should be noted that the stirrup spacing values calculated using eqn. (12) and plotted in Fig. 8 are only valid for limitation of the shear crack width. To guarantee a sufficient shear strength of

DIN 1045 vorgeschriebenen Abstände für Bügel aus BSt 420/500 R gewährleisten unter den vorausgesetzten Rechenannahmen für Schubspannungen $\tau_0 \leq 0,6 \tau_{02}$ die Einhaltung von Rißbreiten zwischen $w_{95\%} = 0,2-0,25$ mm. Diese Rißbreiten werden für Bauteile in Innenräumen und im Freien als zulässig erachtet, wenn keine besonders korrosionsfördernden Einflüsse vorliegen [1]. Für Bügel aus BSt 500/550 R ergeben sich etwas größere Rißbreiten. Will man im gesamten Beanspruchungsbereich eine Rißbreite von $w_{95\%} \sim 0,25$ mm einhalten, dann könnten die zulässigen Bügelabstände für Schubspannungen $\tau_0 \approx 0,6 \tau_{02}$ gegenüber DIN 1045 vergrößert werden. Außerdem wäre eine großzügigere Abstufung der Bügelabstände (z. B. in Stufen von 100 mm statt bisher 50 mm) vertretbar.

Bild 8 gilt für Beton der Festigkeitsklasse B 25. Mit zunehmender Betonfestigkeit steigt der zur Einhaltung einer bestimmten Rißbreite maximal zulässige Bügelabstand an. Für B 55 ergibt sich beispielsweise bei einer Schubspannung $\tau_0 = \tau_{03}$ eine Erhöhung um ca. 60%. Dies ist wie folgt zu erklären: Der Grenzwert der Schubspannung τ_{03} und der Abzugswerte τ_{0c} steigen ungefähr in gleichem Maße mit der Betonfestigkeit an. Bei konstanter bezogener Belastung τ_0/τ_{03} ergeben sich deshalb in etwa gleiche mittlere Bügeldehnungen. Da der Bemessungswert der Schubspannung jedoch zunimmt, ergeben sich ansteigende Schubbewehrungsgrade μ_s und zunehmende zulässige Bügelabstände, vgl. Gleichung (12).

Nach Gleichung (12) ist der erforderliche Bügelabstand umgekehrt proportional zur Stegdicke b_0 . Daher beträgt der erforderliche Bügelabstand bei Vergrößerung der Stegdicke von $b_0 = 200$ mm auf den für zweischnittige Bügel maximal zulässigen Wert $b_0 = 450$ mm nur das ca. 0,44fache der Werte nach Bild 8. Diese Reduzierung der Bügelabstände ist nicht nötig, wenn statt zweischnittiger vierschnittige Bügel vorgesehen werden.

Für unter 45° zur Balkenlängsachse geneigte Bügel sind unter sonst gleichen Verhältnissen etwa die doppelten Bügelabstände zulässig wie bei lotrechten Bügeln. Dies folgt aus den Gleichungen (10) und (11). Setzt man nämlich in Gleichung (11) statt $k_\alpha = 1,2$ den für Schrägbügel ($\alpha = 45^\circ$) vorgeschlagenen Wert $k_\alpha = 1,0$ ein, erhält man bei konstantem Schubbewehrungsgrad $\mu_s = \tau/\alpha_s$ und gleicher einzuhalten der Rißbreite $w_{95\%}$ für den zulässigen Bügeldurchmesser der Schrägbügel ($d_{s,45}$) etwa das k_α -fache des Wertes für 90° -Bügel ($d_{s,90}$), d. h. $d_{s,45} = k_\alpha \cdot d_{s,90}$. Wegen

$$t_{B,45} = \frac{n \cdot \pi}{4 \cdot \mu_s \cdot b_0 \cdot \sin \alpha} \cdot d_{s,45}^2 \quad (13)$$

folgt

$$t_{B,45} = \frac{k_\alpha^2}{\sin 45^\circ} \cdot t_{B,90} = 2,04 t_{B,90} \quad (14)$$

Würde man den Beiwert k_α zur Berücksichtigung des Einflusses der Neigung der Bügel wie in [6] vorgeschlagen zu $k_\alpha = 2,0$ wählen, dürfte der Abstand der Schrägbügel zur Einhaltung gleicher Schubrißbreiten etwa das 5,6fache der für 90° -Bügel geltenden Werte betragen. In diesem Fall wird man jedoch vermutlich den Einfluß der Schrägbügel auf die Schubrißbreiten überschätzen.

Abschließend sei darauf hingewiesen, daß der nach Gleichung (12) errechnete und in Bild 8 dargestellte Bügelabstand nur zur Beschränkung der Schubrißbreite gilt. Zur Gewährleistung einer ausreichenden Schubbruchsicherheit darf der Bügelabstand das 0,3fache bis 0,8fache der Bauteildicke nicht überschreiten [1].

Zusammenfassung: Zur Gewährleistung der Gebrauchsfähigkeit von Stahlbetonbauteilen ist eine Beschränkung der Rißbreiten sowohl im Biege- als auch im Querkraftbereich erforderlich. Die vorliegende Arbeit behandelt die Berechnung von Schrägrißbreiten im Schubbereich von Stahlbetonbalken.

Die Nachrechnung der in 79 Versuchen gemessenen Schubrißbreiten mit Hilfe der in der Literatur angegebenen Schubrißformeln zeigte, daß die rechnerischen von den im Versuch gemessenen Rißbreiten in vielen Fällen deutlich abweichen. Daher wurde ein eigener Berechnungsvorschlag entwickelt. Er geht davon aus, daß sich die Zugstreben des Fachwerkes näherungsweise wie zentrisch gezogene Stäbe behandeln lassen. Für die einzelnen Faktoren der Gleichung (mittlerer Rißabstand, Stahldehnung der

the member, the stirrup spacing should not exceed 0.3 to 0.8 times the member depth [1].

Summary: To guarantee the serviceability of reinforced concrete structures, it is necessary to limit the crack width in the shear as well as the flexural zones. The present work is concerned with the determination of inclined crack widths in the shear zone of reinforced concrete structures.

A comparison of the hitherto proposed procedures for the prediction of shear crack width with measured crack widths from 79 tests shows a marked deviation of the calculated values from the reality in several cases. A new procedure has therefore been developed. It is based on the assumption that the tension struts of the truss mechanism can be approximated as individual members subjected to direct tension. To establish the critical factors in the equation (average crack spacing, strain in the shear reinforcement at cracks, average steel strain, ratio of critical to average crack width, and influence of variation of the reinforcement orientation from the tension force direction), correspondingly realistic procedures were chosen. The calculated shear crack widths correspond with sufficient accuracy for practical purposes to the measured values, whereby the influence of all essential parameters is shown to have been correctly assessed. The coefficient of variation, at $V \sim 45\%$, is roughly equal to that for flexural crack width predictions.

Limitation of shear crack width is accomplished to date through restrictions on the stirrup spacing. This method seems sensible for the future as well. The allowable stirrup spacings to maintain a given crack width were thus evaluated, using DIN 1045 for evaluation of the shear reinforcement. The results can be found in Fig. 8. The allowable stirrup spacings given by DIN 1045 for vertical stirrups and a shear stress $\tau_0 \leq 0,6 \tau_{02}$ guarantee a maximum shear crack width $w_{95\%} \sim 0,2-0,3$ mm, as long as the long-term portion of the allowable service load does not exceed 80%. These crack widths are not critical for members both indoors and outdoors when no especially corrosive environmental agents are present. For a shear stress $\tau_0 \leq 0,6 \tau_{02}$, the maintenance of such crack widths is possible with greater stirrup spacings than the limitations currently given by DIN 1045.

If the long-term percentage of the service load is greater, or if especially strict crack width limitations are imposed, either the stirrup spacing must be reduced below the values given in DIN 1045, or the expected crack widths must be checked. However, shear crack widths $w_{95\%} = 0,1$ mm, using vertical stirrups and the allowable steel stress, are maintainable only at low shear stress levels.

Le problème d'une limitation de la ouverture des fissures d'effort tranchant des éléments en béton armé

Résumé: Pour assurer un usage judicieux des éléments en béton armé, une limitation des ouvertures des fissures dans la zone de flexion et dans la zone d'effort tranchant est indispensable. Le présent article traite le calcul de l'ouverture des fissures oblique dans la zone d'effort tranchant de poutres en béton armé.

La vérification des ouvertures des fissures d'effort tranchant, mesurées dans 79 essais d'après des formules pour le calcul des fissures d'effort tranchant indiquées dans la littérature, a montré que les valeurs calculées s'écartent dans de nombreux cas nettement des largeurs mesurées lors des essais. C'est pour cette raison qu'une proposition propre de la méthode de calcul a été développée. Son point de départ est le fait que les tirants d'un treillis peuvent être traités en rapprochement satisfaisant comme des barres tirées concentriquement. Pour les différents facteurs de l'équation (les distances moyennes des fissures, la tension de l'armature d'effort tranchant, la dilatation moyenne de l'acier, la relation entre la ouverture caractéristique et la ouverture moyenne et l'influence de la déviation de direction des armatures par rapport à la force de traction) on s'est tenu le plus près possible à la réalité. Les ouvertures des fissures d'effort tranchant correspondent de façon suffisamment précise avec les valeurs mesurées, tout en saisissant correctement l'influence de tous les paramètres importants. Le coefficient de variation correspond avec $V \sim 45\%$ à peu près à la valeur que l'on peut attendre en cas des fissures de flexion.

Schubbewehrung in Rissen, mittlere Stahldehnung, Verhältnis von kritischer zu mittlerer Rißbreite und Einfluß der Abweichung der Richtung der Bewehrung von der Zugkraftichtung) wurden möglichst wirklichkeitsnahe Ansätze gewählt. Die rechnerischen Schubrißbreiten stimmen ausreichend genau mit den Meßwerten überein, wobei der Einfluß aller wesentlicher Parameter richtig erfaßt wird. Der Variationskoeffizient entspricht mit $V \sim 45\%$ etwa dem bei Biegerissen zu erwartenden Wert.

Bisher wird versucht, die Schubrißbreiten durch die Begrenzung des Bügelabstandes zu beschränken. Dieser Weg erscheint auch in Zukunft sinnvoll. Daher wurde der zur Einhaltung bestimmter Schubrißbreiten zulässige Bügelabstand berechnet, wobei die Schubbewehrung nach DIN 1045 ermittelt wurde. Das Ergebnis ist in Bild 8 dargestellt.

Die in DIN 1045 geforderten Bügelabstände gewährleisten bei lotrechten Bügeln und Schubspannungen $\tau_0 \leq 0,6 \tau_{02}$ Schubrißbreiten $w_{95\%} \sim 0,2-0,3$ mm, sofern die Dauerlast etwa 80% der zulässigen Gebrauchslast nicht überschreitet. Diese Rißbreiten werden für Bauteile in Innenräumen und im Freien als zulässig angesehen, wenn keine besonders korrosionsfördernden Einflüsse vorliegen. Für Schubspannungen $\tau_0 \leq 0,6 \tau_{02}$ wären zur Einhaltung dieser Rißbreiten größere Bügelabstände möglich als in DIN 1045 gefordert.

Wenn der Anteil der Dauerlast höher ist oder besonders strenge Anforderungen an die einzuhaltende Rißbreite gestellt werden, sind die Bügelabstände gegenüber DIN 1045 zu verringern bzw. ist die zu erwartende Rißbreite nachzuweisen. Allerdings sind Schubrißbreiten $w_{95\%} = 0,1$ mm bei Verwendung von lotrechten Bügeln und Ausnutzung der zulässigen Stahlspannung nur bei geringen Schubspannungen ($\tau_0 > 0,6 \tau_{02}$) einhaltbar.

Literaturverzeichnis

- [1] DIN 1045, Beton- und Stahlbetonbau, Fassung 12/1978
- [2] UdSSR-Stahlbetonbestimmungen 1962. Betonkalender 1973, Bd. II
- [3] Placas, A., Regan, P. E.: „Shear Failure of Reinforced Concrete Beams“. ACI-Journal, Okt. 1971
- [4] Salesow, A. S., Ilijn, O. F.: „Zur Berechnung von Schrägrissen in Stahlbetonelementen“. Bauplanung-Bautechnik, 29. Jg., Heft 11, November 1975
- [5] Beeby, A. W.: „Shear Cracking“. Vorschlag für die Kommission IVA „Cracking“ des CEB, 1976, nicht veröffentlicht
- [6] Leonhardt, F.: Vorlesungen über Massivbau, Teil 4, Rissebeschränkung, Springer-Verlag 1976
- [7] Leonhardt, F., Walther, R.: „Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung“. Schriftenreihe des DAfStb, Heft 151, Berlin, 1962
- [8] Leonhardt, F., Walther, R.: „Versuche an Plattenbalken mit hoher Schubbeanspruchung“. Schriftenreihe des DAfStb, Heft 152, Berlin, 1962
- [9] Leonhardt, F., Walther, R.: „Schubversuche an Plattenbalken mit unterschiedlicher Schubbewehrung“. Schriftenreihe des DAfStb, Heft 156, Berlin, 1963
- [10] Leonhardt, F., Walther, R., Dilger, W.: „Schubversuche an Durchlaufträger“. Schriftenreihe des DAfStb, Heft 163, Berlin, 1964
- [11] Leonhardt, F., Walther, R., Dilger, W.: „Schubversuche an indirekt gelagerten einfeldrigen und durchlaufenden Stahlbetonbalken“. Schriftenreihe des DAfStb, Heft 201, Berlin, 1968
- [12] Leonhardt, F., Walther, R.: „Geschweißte Bewehrungsmatten als Bügelbewehrung – Schubversuche an Plattenbalken und Verankerungsversuche“. Bautechnik, Heft 10, 1965

Jusqu'à ces derniers temps on essaie de restreindre les ouvertures des fissures d'effort tranchant par une limitation de la distance des étriers. Cette possibilité paraît judicieuse pour l'avenir. C'est dans ces conditions que la distance admissible des étriers pour l'observance d'une ouverture déterminée des fissures a été calculée. L'armature d'effort tranchant a été déterminée d'après le DIN 1045. Les résultats son représentés en figure 8.

Les distances des étriers prescrites dans le DIN 1045 assurant dans le cas d'étriers verticales et de contraintes d'effort tranchant $\tau_0 \leq 0,6 \tau_{02}$ des ouvertures oblique $w_{95\%} \sim 0,2-0,3$ mm, à conditions que la charge permanente ne dépasse pas environ 80% de la charge d'exploitation. Ces ouvertures de fissures sont jugées admissible pour les éléments de construction à l'intérieur et aussi à l'air libre, à condition de l'absence d'influences particulièrement nocives de corrosion. Pour les contraintes d'effort tranchant $\tau_0 > 0,6 \tau_{02}$ il sera possible de prévoir des étriers plus espacées que prévues dans le DIN 1045 pour assurer ces ouvertures de fissures.

Si la part de la charge permanente est plus importante, ou si des exigences particulières existent concernant l'ouverture des fissures à respecter, il sera nécessaire de réduire les distances des étriers ou de calculé l'ouverture des fissures. En tout état une ouverture d'effort tranchant $w_{95\%} = 1$ mm en utilisant d'étriers verticales dimensionnées avec la contrainte de l'acier admissible pourront donc être respectées pour les contraintes d'effort tranchant peu importantes.

- [13] Rüsç, H., Baumann, Th.: „Schubversuche mit indirekter Krafteinleitung“. Schriftenreihe des DAfStb, Heft 210, Berlin, 1970
- [14] Kupfer, H., Ruhnau, J.: „Schubversuche an Stahlbetonbalken unter wiederholter Belastung“. TU München, Lehrstuhl für Massivbau, Bericht Nr. 826/K/Ru/Schl vom 11. 9. 1975
- [15] Rehm, G., Eligehausen, R., Neubert, B.: „Rationalisierung der Bewehrungstechnik“. Bericht des Institutes für Werkstoffe im Bauwesen der Universität Stuttgart, Dezember 1979
- [16] Rehm, G., Neubert, B.: „Zulässige Beanspruchung der Bügelbewehrung aus Baustahlgewebe in Balken“, Bericht des Institutes für Werkstoffe im Bauwesen der Universität Stuttgart, Mai 1974
- [17] CEB-FIP-Mustervorschrift für Stahl- und Spannbetonbauteile, Bulletin d'Information Nr 125-D, Paris 1978
- [18] Rehm, G., Martin, H.: „Zur Frage der Rißbegrenzung im Stahlbetonbau“. Beton- und Stahlbetonbau, Heft 8, 1968
- [19] Martin, H., Schießl, P., Schwarzkopf, M.: „Ableitung eines allgemeingültigen Berechnungsverfahrens für Rißbreiten aus Lastbeanspruchung auf der Grundlage von theoretischen Erkenntnissen und Versuchsergebnissen“, Institut für Betonstahl und Stahlbetonbau e. V., München, 1979
- [20] Rehm, G., Mallée, R.: „Untersuchungen zur Frage der Größe der bei der Rißbildung mitwirkenden Betonzugfläche“, Bericht des Institutes für Werkstoffe im Bauwesen der Universität Stuttgart, 1981
- [21] Mallée, R.: „Zum Schubtragverhalten stabförmiger Stahlbetonbauteile“. Schriftenreihe des DAfStb, Heft 323, Berlin, 1982
- [22] Rao, P. S.: „Die Grundlagen zur Berechnung der bei statisch unbestimmten Stahlbetonkonstruktionen im plastischen Bereich auftretenden Umlagerungen der Schnittkräfte“. Schriftenreihe des DAfStb, Heft 177, Berlin, 1966
- [23] Rehm, G., Eligehausen, R.: „Das Rißverhalten von Stahlbetonbauteilen unter Dauer- und Ermüdungsbeanspruchung“, Bulletin d'Information Nr. 89 des CEB, Paris 1973
- [24] Kupfer, H., Baumann, Th.: „Mögliche Bügelformen bei hoher Schubbeanspruchung“, Beton- und Stahlbeton, Heft 7, 1971
- [25] Kupfer, H., Baumann, Th.: „Schubsicherung und Momentdeckung von profilierten Stahlbetonbalken“. Schriftenreihe des DAfStb, Heft 218, 1972