# Zur Definition und zum Sicherheitskonzept der Vorspannung

Jan Ploch

**Zur Definition und zum Sicherheitskonzept der Vorspannung**

Von der Fakultät für Bau- und Umweltingenieurwissenschaften
der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte Abhandlung

von Jan Ploch aus Stuttgart

| | |
|---|---|
| Hauptberichter: | Prof. Dr.-Ing. Kurt Schäfer |
| Mitberichter: | Prof. Dr.-Ing. Ekkehard Ramm |
| Mitberichter: | Prof. Dr.-Ing. Balthasar Novák |

Tag der mündlichen Prüfung: 16. Februar 2004

Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren der Universität Stuttgart, 2004

## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren (vormals Institut für Konstruktion und Entwurf II) der Universität Stuttgart.

Mein herzlicher Dank gilt meinem Doktorvater, Herrn Professor Dr.-Ing. Kurt Schäfer, für die vielen fruchtbaren Diskussionen und seine kreative Kritik, sowie für die Übernahme des Hauptberichts.

Herrn Professor Dr.-Ing. Ekkehard Ramm und Herrn Professor Dr.-Ing. Balthasar Novák danke ich für die Übernahme der Mitberichte.

Allen Mitgliedern des Institutes, insbesondere Herrn Professor Dr.-Ing. Werner Sobek und Herrn Professor Dr.-Ing. Drs. h.c. Jörg Schlaich, danke ich für die kreative Atmosphäre, die am Institut stets herrschte und herrscht.

Stuttgart, im März 2004

Jan Ploch

## Kurzfassung

In der Fachliteratur sind viele widersprüchliche Meinungen und Aussagen über die Behandlung der Vorspannung zu finden. Im ersten Teil der vorliegenden Arbeit werden diese unterschiedlichen Aspekte diskutiert. Es wird gezeigt, dass manche dieser Aussagen nur in einem begrenzten Anwendungsbereich oder nur unter bestimmten Annahmen gültig sind. Es wird folgende Definition vorgeschlagen, die für alle mechanisch vorgespannten Tragwerke anwendbar ist: Vorspannen ist das kontrollierte Einprägen von Verformungen mit dem Ziel, das Verhalten des Tragwerks günstig zu beeinflussen. Der Effekt des Vorspannens ist folglich als Zwang anzusehen.

In typischen Spannbetontragwerken werden die Beanspruchungen aus Vorspannung in geringerem Maße abgebaut als solche infolge anderer eingeprägter Verformungen, z.B. Stützensenkung oder behinderter Temperaturverformung. Dies kann durch die Flexibilitätsmatrix von vorgespannten Tragwerken erklärt werden, in der die Beiträge der elastischen Spannglieder viel größer sind als die des kriechfähigen und möglicherweise gerissenen Betons. Daher verhalten sich die Beanspruchungen infolge Vorspannung eher wie die infolge äußerer Lasten, obwohl sie durch eingeprägte Verformungen hervorgerufen werden.

Die Betrachtung der Vorspannung als isolierter Lastfall, beispielsweise im Sinne von „Vorspannung ist das, was übrig bleibt, wenn alle äußeren Lasten entfernt werden“, setzt linear elastisches Verhalten des Tragwerks voraus und schließt zeitabhängige Effekte aus. Diese Vorstellung trifft für die meisten Tragwerke nur während und kurz nach der Herstellung zu und kann dann als anschauliche Erklärung dienen.

Die Definition der Vorspannung als Belastung, die zum Einprägen der Verformung aufgebracht wird, führt bei konsequenter Anwendung zu den gleichen Ergebnissen. Aber auch bei dieser Betrachtungsweise muss bei Vorspannung mit Verbund der Effekt des Vorspannens durch die Vordehnung berücksichtigt werden – also wiederum durch eine geometrische Größe.

Der zweite Teil der Arbeit behandelt das Sicherheitskonzept für vorgespannte Konstruktionen bei der Bemessung mit Teilsicherheitsbeiwerten. Die nationalen und internationalen Vorschriften für Beton- und Stahltragwerke fassen die Vorspannung als unabhängige Einwirkung auf, die nicht mit den Eigenlasten korreliert ist. Die angegebenen Teilsicherheitsbeiwerte sind jedoch nicht konsistent. Ein anderer Ansatz, der von einigen Autoren vorgeschlagen wird, betrachtet Eigenlasten und Vorspannung als *einen* Lastfall „ständige Einwirkungen“ und sieht somit denselben Teilsicherheitsbeiwert für Vorspannung und Eigenlasten vor. Die unterschiedlichen Konzepte werden mit den Methoden der Zuverlässigkeitstheorie für Tragwerke verglichen. In einer Parameterstudie wird eine große Anzahl von unterspannten Stahlbetonträgern und von Spannbetonträgern mit Spanngliedern ohne Verbund untersucht. Es wird gezeigt,

dass die Annahme von Eigenlasten und Vorspannung als voll korrelierte Einwirkungen nicht zu einem zufriedenstellenden Sicherheitsniveau führt.

Es können folgende Empfehlungen für die Behandlung der Vorspannung mit Teilsicherheitsbeiwerten gegeben werden:

Im Allgemeinen sollte die Vorspannung mit $\gamma_{P,sup} = 1{,}2$ bei ungünstiger Wirkung und mit $\gamma_{P,inf} = 1{,}0$ bei günstiger Wirkung beaufschlagt werden. Dies entspricht den deutschen Regelungen für vorgespannte Tragwerke aus Stahl.

Wenn die Systemgeometrie während der Herstellung durch vermessungstechnische Kontrollen überwacht wird, wird eine hohe Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung erzeugt. Dann kann die Vorspannung bei günstiger Wirkung mit $\gamma_{P,inf} = 1{,}1$ erhöht werden, die Eigenlasten sind wie üblich mit $\gamma_{G,sup} = 1{,}35$ zu versehen. Dieses Vorgehen kann jedoch nur gerechtfertigt werden, wenn die Verformungen infolge Streuungen der Eigenlasten oder der Vorspannung relativ groß sind, denn nur in diesem Fall kann davon ausgegangen werden, dass die Systemgeometrie während des Vorspannens kontrolliert wird. Es wird ein Kriterium auf der Grundlage von zulässigen Toleranzen vorgeschlagen, mit dem in der Entwurfsphase abgeschätzt werden kann, ob ein solches System vorliegt.

Bei typischen Spannbetontragwerken, bei denen die Spannglieder innerhalb des Betons liegen, kann die Vorspannung mit $\gamma_{P,inf} = \gamma_{P,sup} = 1{,}0$ versehen werden, wie es auch in der neuen deutschen Norm geregelt ist. Dies kann durch die Tatsache gerechtfertigt werden, dass der kritische Zeitpunkt für diese Tragwerke im Hinblick auf Streuungen der Vorspannung der Herstellvorgang ist. Auf Abweichungen kann daher unmittelbar reagiert werden.

Wenn die Vorspannung die einzige oder die dominante ungünstige Einwirkung ist, z.B. in Verankerungsbereichen, sollte sie mit $\gamma_{P,sup} = 1{,}35$ erhöht werden.

## Abstract

In the technical literature many controversial opinions and statements on the treatment of prestress can be found. In the first part of the thesis these different aspects are discussed. It is shown that some of the statements are valid only in a limited field of application or only with certain assumptions. Instead, the following definition is proposed which is applicable to structures of any material and shape: Prestressing means imposing controlled deformations in order to improve a structure's behaviour. The effect of prestressing has therefore to be considered as restraint.

In typical prestressed concrete structures the stresses due to prestress are diminished by creep or crack formation to a lesser extent than those due to other imposed deformations, e.g. settlement or temperature elongation. This is explained with the flexibility matrix of prestressed structures, where the contribution of the elastic tendons is much bigger than the contribution of creeping and possibly cracking concrete. Therefore the stresses due to prestress behave more like those from external loads although they are caused by imposed deformations.

The consideration of prestress as an isolated load case, e.g. in the sense of "prestress is the remainder, when all external loads are taken away", is based on linear elastic behaviour of the structure and the absence of time depending effects. This idea is applicable for most structures only during and shortly after erection and can help as descriptive explanation.

The definition of prestress as load leads to the same results as the definition as restraint, if it is treated consistently. But also in this approach the effect of prestressing in structures with bonded tendons has to be taken into account by the pre-strain – thus by a geometrical quantity.

The second part of the thesis treats the safety concept for prestressed structures using partial safety factors. The national and international codes for concrete and steel structures consider prestress as an independent action which is not correlated with dead load. However, the given partial safety factors are not consistent. In another approach some authors consider dead load and prestress as *one* load case "permanent actions" and therefore apply the same partial safety factor to prestress an dead load. The different concepts are compared using the methods of structural reliability. In a numerical study a large number of cable supported concrete girders and prestressed beams with unbonded tendons is examined. It is shown that the assumption of dead load and prestress as fully correlated effects does not lead to a satisfactory safety level.

The following recommendations for the treatment of prestress with partial safety factors can be given:

In general prestress should be charged by $\gamma_{P,sup} = 1{,}2$ in case of unfavourable effect and by $\gamma_{P,inf} = 1{,}0$ in case of favourable effect. This is consistent with the German rules for prestressed steel structures.

If the system's geometry is controlled by surveying during prestressing, a high correlation of dead load and prestress is established. Then a favourable effect of prestressing may be increased by $\gamma_{P,inf} = 1{,}1$, while dead load is treated with $\gamma_{G,sup} = 1{,}35$ as usual. However, this approach is only justified, if the deformations due to scattering dead load or prestress are relatively big, because only in this case the system's geometry will be controlled during prestressing. A criterion based on admissible tolerances is proposed to decide in the design stage, if the structure is suitable for this approach.

Prestress in typical structures with tendons inside the depth of the concrete structure can be safely treated with $\gamma_{P,inf} = \gamma_{P,sup} = 1{,}0$, as it is prescribed by the new German code for concrete structures. This can be justified by the fact that the critical period for these structures with respect to scattering prestress is the erection phase. Deviations from the regular behaviour can therefore be recognised and counteracted.

If prestress is the only or the dominant action, as e.g. in anchorage zones, it should be increased by $\gamma_{P,sup} = 1{,}35$.

# Inhalt


Bezeichnungen ... 3
1 Einführung ... 5
1.1 Motivation und Zielsetzung ... 5
1.2 Vorgehensweise und Gliederung ... 6
2 Definition und rechnerische Behandlung der Vorspannung ... 8
2.1 Überblick ... 8
2.2 Anwendungsbereiche und Zweck der Vorspannung ... 9
2.3 Weitere Aspekte im Zusammenhang mit Vorspannung ... 18
2.3.1 Last oder Zwang? ... 18
2.3.2 Vorspannung als „eigenständiger Lastfall“ ... 22
2.3.3 Die „statisch unbestimmte Wirkung“ ... 28
2.3.4 Umlenkkraftmethode ... 32
2.3.5 Behandlung der Vorspannung im Grenzzustand der Tragfähigkeit ... 33
2.3.6 Abweichungen und Kontrollen während des Vorspannens ... 36
2.4 Folgerungen für die Definition der Vorspannung ... 38
3 Zuverlässigkeitsanalyse und die Methode der Teilsicherheitsbeiwerte ... 40
3.1 Grundlagen der Zuverlässigkeitstheorie für Tragwerke ... 40
3.1.1 Allgemeines ... 40
3.1.2 Einführung anhand eines Beispiels ... 41
3.1.3 Das Maß für die Zuverlässigkeit ... 45
3.1.4 Zielwerte für die Zuverlässigkeit ... 46
3.1.5 Erweiterungen der Methode und Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung ... 48
3.1.6 Zeitabhängige Basisvariable ... 52
3.1.7 Über das Bauteil veränderliche Eigenschaften, Zufallsfelder ... 52
3.1.8 Modellunsicherheiten ... 53
3.1.9 Systemzuverlässigkeit ... 54
3.2 Teilsicherheitsbeiwerte – Methode und Herleitung ... 56
3.2.1 Überblick ... 56
3.2.2 Zur Definition von charakteristischen Werten ... 56
3.2.3 Zur Festlegung von Teilsicherheitsbeiwerten ... 59
3.3 Stochastische Modellbildung ... 61
3.3.1 Überblick ... 61
3.3.2 Einwirkungen ... 61

3.3.3 Baustoffe ..... 65
3.3.4 Geometrie ..... 66
3.3.5 Modellunsicherheiten ..... 66
3.4 Zuverlässigkeit von Tragwerken, die mit Teilsicherheitsbeiwerten bemessen wurden ..... 67
3.4.1 Allgemeines ..... 67
3.4.2 Vergleich von Lastansätzen und Verifikation des stochastischen Modells ... 67
4 Sicherheitskonzept für vorgespannte Konstruktionen ..... 72
4.1 Überblick ..... 72
4.2 Teilsicherheitsbeiwerte für Vorspannung und andere ständige Einwirkungen .. ..... 73
4.2.1 Regelungen im Spannbetonbau ..... 73
4.2.2 Regelungen im Stahlbau ..... 74
4.2.3 Herleitung auf theoretischem Weg ..... 74
4.2.4 Alternative Vorschläge aus der Literatur ..... 76
4.3 Vergleichende Berechnungen für die unterschiedlichen Ansätze ..... 77
4.3.1 Vorgehensweise und Berechnungsgrundlagen ..... 77
4.3.2 Betrachtung einiger ausgewählter Ergebnisse der Parameterstudie ..... 82
4.3.3 Ergänzende Untersuchungen ..... 98
4.4 Vorschlag zur Berücksichtigung der Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung ..... 103
4.4.1 Vorhandensein der Korrelation ..... 103
4.4.2 Berücksichtigung der Korrelation bei den Teilsicherheitsbeiwerten ..... 105
4.5 Schlussfolgerungen aus der Parameterstudie ..... 109
5 Zusammenfassung und Ausblick ..... 111
6 Literaturverzeichnis ..... 116
A Anhang ..... 123
A.1 Anhang A1 ..... 123
A.2 Anhang A2 ..... 170

# Bezeichnungen

**Lateinische Großbuchstaben**

$A$ Fläche
$E$ Elastizitätsmodul
$F$ Kraft; Verteilungsfunktion
$F^{-1}$ Inverse Verteilungsfunktion
$G$ Ständige Einwirkung
$I$ Flächenträgheitsmoment
$P$ Vorspannung; Wahrscheinlichkeit
$Q$ Veränderliche Einwirkung
$R$ Widerstand
$S$ Einwirkung
$V$ Variationskoeffizient
$X$ Basisvariable
$Y$ Basisvariable, in den Standardnormalraum transformiert

**Lateinische Kleinbuchstaben**

$b$ Breite
$f$ Stich; Festigkeit; Verteilungsdichte; Versagen (failure)
$g$ Ständige Gleichstreckenlast
$l$ Länge
$m$ Mittelwert
$q$ Veränderliche Gleichstreckenlast
$s$ Schnee
$u$ Verformung in Richtung der Stabachse
$w$ Verformung senkrecht zur Stabachse; Wind
$z_P$ Höhenlage bzw. Exzentrizität des Spannglieds

**Griechische Großbuchstaben**

$\Delta$ Differenz allgemein
$\Delta l$ Längendifferenz
$\Delta s$ Stützensenkung
$\Phi$ Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung
$\Phi^{-1}$ Inverse Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung

**Griechische Kleinbuchstaben**

$\alpha$ Wichtungsfaktor
$\beta$ Zuverlässigkeitsindex
$\gamma$ Teilsicherheitsbeiwert
$\delta$ Flexibilitätswert; Diskontinuität

$\varepsilon$ Dehnung
$\varepsilon_P^{(0)}$ Vordehnung des Spannstahls gegenüber dem anliegenden Beton
$\theta$ Modellunsicherheit
$\kappa$ Krümmung
$\rho$ Korrelationskoeffizient
$\sigma$ Spannung; Standardabweichung
$\phi$ Kriechzahl; Verteilungsdichte der Standardnormalverteilung
$\chi$ Relaxationsbeiwert; Lastparameter
$\psi$ Kombinationsbeiwert

**Indizes**

Doppelindizierung bei Kräften, Spannungen und Dehnungen:
erster Index: Ort, zweiter Index: Ursache;
z.B. $F_{P,g}$: Kraft im Zugglied infolge ständiger Einwirkungen

*c* Beton
*cP* Beton in Höhe des Spannglieds
*csr* Kriechen, Schwinden und Relaxation
*d* Bemessungswert (design)
*G, g* Ständige Einwirkung
*i* Ideell
*inf* Unterer Wert (inferior)
*k* Charakteristisch
*M* Material
*P* Zugglied bzw. Spannglied; Vorspannung
*Q, q* Veränderliche Einwirkung
*R* Repräsentativ; Widerstandsseite
*S* Seil; Einwirkungsseite
*s* Stahl; Schnee
*sup* Oberer Wert (superior)
*sys* System
*T* Träger
*t* Zum Zeitpunkt t
*U* Unterspannung
*w* Wind
*y* Streckgrenze (yield)
0 Zum Zeitpunkt $t = 0$, anfänglich
$\infty$ Zum Zeitpunkt $t = \infty$, d.h. nach Eintreten von zeitabhängigen Effekten

# 1 Einführung

## 1.1 Motivation und Zielsetzung

„Das Vorspannen ist einer der geistreichsten und wirkungsvollsten Tricks“ (Schlaich 1990) des Ingenieurs, um das Tragverhalten von Konstruktionen in gewünschter Weise zu beeinflussen. Jedoch finden sich die frühesten Anwendungen der Vorspannung nicht im Bauwesen, sondern in anderen Bereichen des „täglichen Lebens“, etwa bei Fässern, die durch das Auftreiben der Blechringe in Ringrichtung vorgespannt werden und so ihre Formstabilität und Dichtigkeit erhalten. Die extrem schlanken Speichen des Rades können durch ihre Vorspannung die Felgen gegen Verformungen aussteifen und die Kraftübertragung von der Nabe zur Felge ohne Stabilitätsprobleme ermöglichen. Dabei ist das Vorspannen keineswegs eine Erfindung des Menschen, denn es lassen sich auch in der Natur Beispiele von „vorgespannten Konstruktionen“ finden: Der Innendruck in den Zellen von Lebewesen bewirkt eine pneumatische Vorspannung der Zellwände auf Zug und ermöglicht so die Aufnahme von Druckspannungen, die sonst zum Erschlaffen führen würden.

Obwohl also „der Gedanke der Vorspannung uralt ist“ (Leonhardt 1973), finden sich auch heute noch in der Fachliteratur teilweise sehr uneinheitliche und auch widersprüchliche Darstellungen und Erklärungen. Beispielsweise meint Pflüger (1978) zur Frage, ob die Vorspannung als Last oder als Zwang aufzufassen sei: „...ist nun ein ‚Vorspannungszustand‘ kein Eigenspannungszustand,...“, bzw. Franz (1983): „Die künstlichen *Vorspannungen* kann man ebenfalls unter die Lastspannungen einordnen...“. Dem gegenüber formulieren Schlaich (1990): „Man nennt deshalb das Ergebnis des Vorspannens einen Eigenspannungszustand“ und Menn (1986): „Vorspannung verursacht einen Eigenspannungszustand“.

Widersprüchliche Meinungen gibt es auch bezüglich der so genannten statisch unbestimmten Wirkung der Vorspannung, über deren Bedeutung im Massivbau viel diskutiert wird, von der aber im Zusammenhang mit anderen Anwendungen der Vorspannung, z.B. im Stahlbau, nie die Rede ist. Zilch und Rogge (1999) stellen fest: „Die statisch unbestimmten Anteile der Vorspannung können hinsichtlich ihrer Auswirkung auf das Bauteil wie ein äußerer Zwang, z.B. vergleichbar einer Stützensenkung, angesehen werden“, eine Meinung, die von König und Maurer (1993) nicht geteilt wird: „Die Auswertung der Versuche hat ergeben, daß das statisch unbestimmte Moment aus Vorspannung in Grenzen durch die Rißbildung im Beton beeinflußt wird. Es verhält sich grundsätzlich anders als ein Zwangmoment z.B. infolge einer Stützensenkung“.

Besondere Bedeutung erlangen diese Fragestellungen im Zusammenhang mit dem Sicherheitskonzept von vorgespannten Baukonstruktionen. Denn wenn über die Frage, welche Auswirkungen das Vorspannen hervorruft, bzw. wie mit ihnen umzugehen ist, so uneinheitliche Auffassungen bestehen, ist es nicht verwunderlich, dass

auch bezüglich ihrer Behandlung innerhalb des Sicherheitskonzepts unterschiedliche Meinungen bestehen.

Die bestehenden Regelwerke für die Bemessung von Tragwerken mit der Methode der Teilsicherheitsbeiwerte fassen die Vorspannung als eigenständige Einwirkung auf, die von den anderen Einwirkungen, insbesondere von den ständigen, unabhängig ist. Durch das Vorspannen soll im Allgemeinen erreicht werden, dass den Beanspruchungen aus Lasten entgegengewirkt wird, und sich die Vorspannung damit „günstig" auf einen Nachweis oder Grenzzustand auswirkt. Daher werden zur Festlegung der Bemessungswerte der Einwirkungen die ungünstigen Lasten durch Teilsicherheitsbeiwerte (und gegebenenfalls Kombinationsbeiwerte) erhöht, während die günstige Vorspannung abgemindert (oder zumindest nicht erhöht) wird. Die jeweils auf die Vorspannung anzusetzenden Teilsicherheitsbeiwerte sind in den einzelnen Normen, die werkstoffspezifische Regelungen enthalten, unterschiedlich.

Dem gegenüber existiert die Meinung, dass alle ständigen Einwirkungen einschließlich der Vorspannung als *eine einzige* Einwirkung anzusehen und somit mit demselben Sicherheitsbeiwert zu beaufschlagen sind. Saul und Svensson (1983) schlagen dies für Schrägseilbrücken vor. Sie argumentieren, dass während des Spannens der Schrägseile durch Vermessung die Geometrie des Bauwerks kontrolliert wird, und dass durch die Einstellung der Sollgradiente die Spannkraft an die tatsächlich vorhandenen Eigenlasten angepasst wird. Den gleichen Gedanken vertritt Menn (1987) für unterspannte Träger. Calgaro et al. (2001) schlagen generell für alle Anwendungen der Vorspannung vor, sie zusammen mit den ständigen Lasten als *einen Lastfall* „ständige Einwirkungen" aufzufassen, ohne jedoch eine Verformungskontrolle am Gesamtsystem vorauszusetzen. Systematische Untersuchungen der Sicherheit von vorgespannten Konstruktionen, die nach diesen verschiedenen Ansätzen bemessen wurden, fehlen bisher.

Diese unterschiedlichen Auffassungen zur Definition der Vorspannung und ihrer rechnerischen und sicherheitsrelevanten Behandlung stellen den Ausgangspunkt für die vorliegende Arbeit dar. Das Ziel ist zum einen, eine Definition dafür zu finden, was als „Vorspannung" anzusehen ist, die für alle Anwendungen und alle Aspekte konsistent ist. Besonderheiten, speziell im Hinblick auf „Vorspannung mit Verbund" im Spannbetonbau, werden untersucht. Zum anderen sollen Aussagen gemacht werden, wie mit den Auswirkungen des Vorspannens innerhalb des Bemessungskonzepts mit Teilsicherheitsbeiwerten zu verfahren ist. Dabei wird insbesondere auf die Frage eingegangen, ob die Vorspannung als eigenständige Einwirkung zu behandeln ist, bzw. wie Kontrollen der Systemgeometrie während des Vorspannens im Hinblick auf eine wirtschaftlichere Dimensionierung berücksichtigt werden können. Zur Beurteilung der Teilsicherheitsbeiwerte bzw. der Sicherheit der mit ihnen bemessenen Systeme wird die Zuverlässigkeitstheorie für Tragwerke herangezogen.

## 1.2 Vorgehensweise und Gliederung

Um herausfinden, wie eine allgemein gültige Definition für die Vorspannung lauten kann, bzw. ob eine solche überhaupt angegeben werden kann, werden in Kapitel 2

analytische Überlegungen angestellt. Dazu werden zunächst grundlegende Zusammenhänge dargelegt, danach werden spezielle Aspekte behandelt, z.B. ob die Vorspannung als Last oder als Zwang anzusehen ist, wie mit ihr im Grenzzustand der Tragfähigkeit zu verfahren ist, und was es mit der „statisch unbestimmten Wirkung" auf sich hat. Eingegangen wird auch auf Einflüsse von zeit- und lastabhängigem Materialverhalten sowie auf Kontrollen während des Herstellvorgangs, die im Hinblick auf die sicherheitstheoretischen Betrachtungen von besonderem Interesse sind.

Die Grundlagen der im weiteren Vorgehen angewandten Methoden der Zuverlässigkeitstheorie für Tragwerke werden in Kapitel 3 dargestellt. Sie erlauben die Beurteilung der Sicherheit auf Grundlage der operativen, d.h. rechnerischen Versagenswahrscheinlichkeit. Dazu müssen Streuungen der in die statische Berechnung eingehenden Größen stochastisch modelliert werden. Damit Rückschlüsse auf die Qualität von Teilsicherheitsbeiwerten gezogen werden können, muss die stochastische Modellierung von Einwirkungs- und Materialeigenschaften mit den charakteristischen Werten, die in die Bemessung eingehen, konsistent sein. Darauf wird besonders eingegangen. Zur Überprüfung der gewählten stochastischen Modellierung werden vergleichende zuverlässigkeitstheoretische Berechnungen an Tragwerken, die nach geltenden Regelwerken bemessen wurden, durchgeführt und die Ergebnisse mit Angaben aus der Literatur verglichen.

In Kapitel 4 werden die verschiedenen Ansätze für Teilsicherheitsbeiwerte in den nationalen und europäischen Regelwerken und den erwähnten Vorschlägen zur Behandlung der Vorspannung im Grenzzustand der Tragfähigkeit verglichen. Sie werden den entsprechenden auf theoretischem Weg hergeleiteten Werten gegenübergestellt. Im Rahmen einer Parameterstudie werden umfangreiche Vergleichsrechnungen durchgeführt. Untersucht werden unterspannte Träger, die zuvor so bemessen werden, dass sie rechnerisch voll beansprucht sind, d.h. dass alle Bauteile in mindestens einer Bemessungssituation ausgenutzt sind. Die Besonderheiten, die sich durch die Angaben der baustoffspezifischen Regelwerke ergeben, werden herausgearbeitet und bewertet.

Es wird gezeigt, dass die Behandlung von Eigenlasten und Vorspannung als *ein Lastfall* „ständige Einwirkungen" nicht zum Zuverlässigkeitsniveau von nicht vorgespannten Konstruktionen führt, selbst wenn eine theoretisch perfekte Anpassung der Vorspannung an die tatsächlich vorhandenen Eigenlasten durch Verformungskontrollen während der Herstellung unterstellt wird. Es wird deshalb ein Vorschlag angegeben, der den Einfluss solcher Kontrollen beim Teilsicherheitsbeiwert für die Vorspannung berücksichtigt und zum geforderten Zuverlässigkeitsniveau bei gleichzeitig wirtschaftlicheren Dimensionierungen führt.

Abschließend werden praxistaugliche Empfehlungen für den Ansatz aller relevanten Teilsicherheitsbeiwerte bei vorgespannten Konstruktionen gegeben, die zu einem relativ gleichmäßigen Sicherheitsniveau führen und erhebliche Einsparungen an Bewehrung ermöglichen.

# 2 Definition und rechnerische Behandlung der Vorspannung

## 2.1 Überblick

In diesem Kapitel werden die in der Fachliteratur vertretenen Auffassungen über die Definition der Vorspannung diskutiert. Dabei wird auf besondere Aspekte, die im Zusammenhang mit der Vorspannung immer wieder genannt werden, eingegangen, beispielsweise ob sie als Last oder als Zwang anzusehen ist, und was die so genannte statisch unbestimmte Wirkung ist, bzw. wie mit ihr umzugehen ist. Dazu werden vor allem Konstruktionen des „üblichen" Spannbetonbaus mit und ohne Verbund zwischen den Spanngliedern und dem Beton betrachtet. Insbesondere wird auf die materielle Nichtlinearität des Betons, die sich in zeitabhängigen Effekten und in der Rissbildung zeigt, eingegangen. Zum anderen werden mit unterspannten Trägern aber auch Tragwerke untersucht, bei denen die Zugglieder eigenständige Bauteile sind, und die somit nicht dem typischen Anwendungsbereich des Spannbetons zuzurechnen sind. Die Überlegungen sind daher nicht alleine auf vorgespannte Bauwerke aus Beton beschränkt, sondern haben allgemeinen, werkstoffübergreifenden Charakter.

Um den Blick auf das Wesentliche zu lenken, wird die Phänomenologie der einzelnen Aspekte an möglichst einfachen, ebenen Stabsystemen erläutert. Eine Übertragung auf andere, komplexere Tragwerke ist leicht möglich, für das prinzipielle Verständnis aber gar nicht erforderlich.

Eine Übersicht über die vielfältigen Anwendungen der mechanischen Vorspannung im Bauwesen zeigt, dass, abhängig vom Tragverhalten des betrachteten Bauwerks, durch das Vorspannen verschiedene Ziele verfolgt werden können. Daher soll im Folgenden erörtert werden, wodurch die Vorspannung bzw. das Vorspannen charakterisiert wird und ob eine allgemein gültige Definition angegeben werden kann, oder ob dies unmöglich oder eventuell unnötig ist, wie Scheer und Maier (1984) feststellen.

Gelegentlich werden auch vor*belastete* Konstruktionen, wie z.B. schwere Hängedächer im Zusammenhang mit Vorspannung genannt. Eine Parallele zu vorgespannten Tragwerken besteht insofern, als auch hier ständige Einwirkungen sich günstig auf Nachweise oder Grenzzustände auswirken. Wenn die Ursache für die betrachteten Beanspruchungen ausschließlich in den aufgebrachten Gewichtslasten liegt, sollten diese Tragwerke nicht in Verbindung mit Vorspannung gebracht werden (Bieger 1993)[*]. Auf vorbelastete Konstruktionen wird im Folgenden nicht weiter eingegangen.

---

[*] Oft enthalten die vorbelasteten Konstruktionen aber vorgespannte Zugelemente, z.B. Spannbänder aus Spannbeton, für die selbstverständlich die Regeln für Vorspannung gelten. Einen Grenzfall stellen vorbelastete Konstruktionen dar, die durch das Spannen einzelner Bauteile in ihre endgültige Lage gebracht werden. Man könnte beispielsweise ein biegeweiches Spannband, das durch Verkürzen seiner Länge mittels Spannpressen von der Rüstung gehoben wird, als „vorgespannt" betrachten mit Bezug auf seine Ausgangslage. Zweckmäßiger ist es aber, die (nicht vorgespannte) Konstruktion in der Endlage als Grundlage der Berechnungen zu wählen.

## 2.2 Anwendungsbereiche und Zweck der Vorspannung

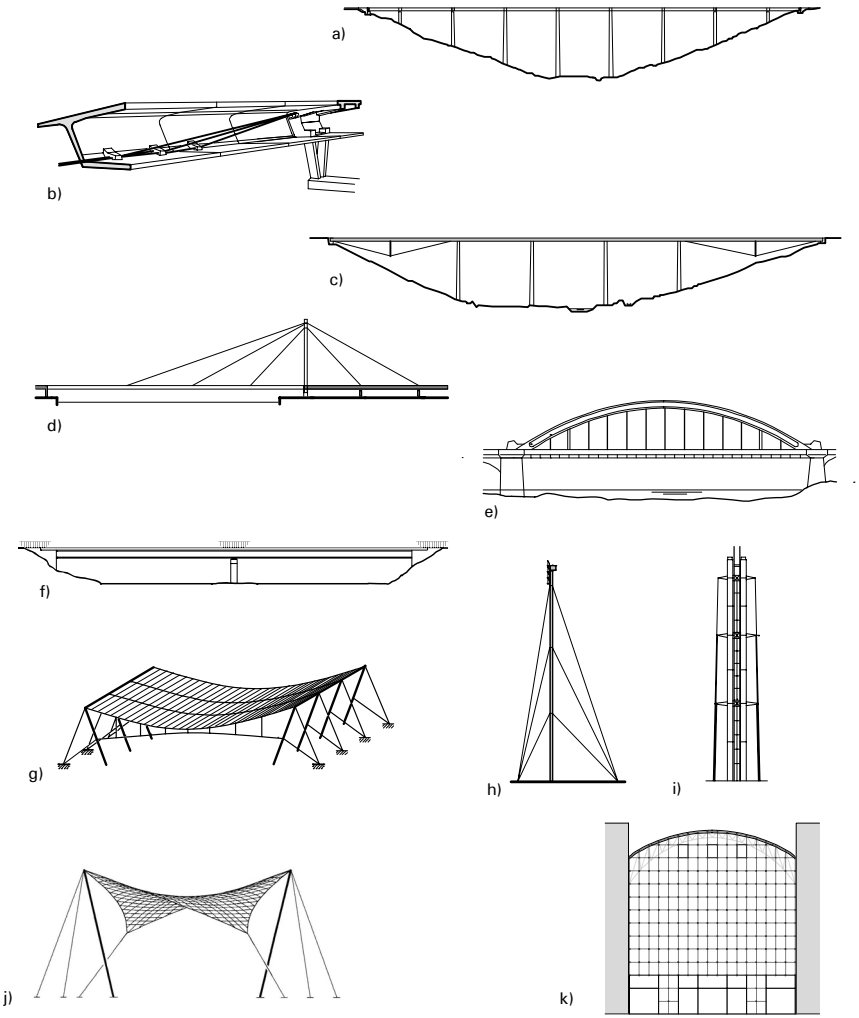



*Bild 2.1: Beispiele für die Anwendung des Prinzips der mechanischen Vorspannung im Bauwesen. a) Spannbetonbrücke mit Verbund (Kochertalbrücke Geislingen); b) „Externe Vorspannung" (Long Key Bridge); c) Unterspannung eines Stahl-Hohlkastens (Neckartalbrücke Weitingen); d) Schrägseilbrücke (Nordbrücke Mannheim-Ludwigshafen); e) Bogenbrücke mit vorgespanntem Zugband (Saalebrücke Alsleben); f) Verbundbrücke, vorgespannt durch Absenkung des mittleren Auflagers (Straßenüberführung Schwarzheide); g) Dachkonstruktion aus einer Reihung von Seilbindern; h) Abgespannter Mast (Antennenträger); i) Mast mit Auslegern und vertikaler Abspannung (Messeturm Leipzig); j) Membransegel; k) Ebene Seilnetzfassade (World Trade Center Dresden)*

In Bild 2.1 sind Beispiele der vielfältigen Anwendungen des Prinzips der mechanischen Vorspannung in Tragwerken gezeigt. Als weitere Anwendungen seien die vorgespannten Schrauben als Verbindungsmittel im Stahlbau und die (vorgespannten) Erdanker im Grundbau genannt. Das Vorspannen ist offensichtlich nicht auf einen bestimmten Tragwerkstyp beschränkt, denn die dargestellten Systeme dienen verschiedensten Anforderungen und weisen völlig unterschiedliches Tragverhalten auf. Im Folgenden werden drei einfache, idealisierte Systeme betrachtet, an denen exemplarisch gezeigt wird, welchen Einfluss das Vorspannen auf das Verhalten der jeweiligen Konstruktion hat und welche Ziele mit dem Vorspannen dabei verfolgt werden.

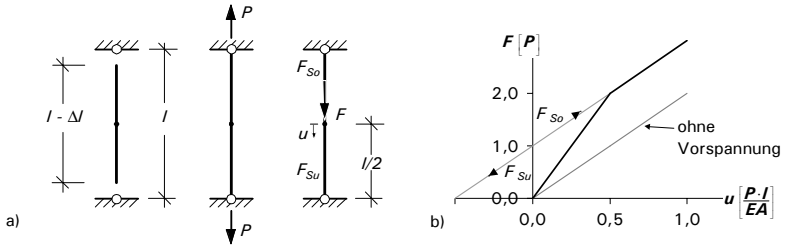



*Bild 2.2: Vorgespanntes Seil zwischen starren Auflagern. a) System; b) Last-Verformungsverhalten*

Als erstes Beispiel wird das in Bild 2.2a dargestellte Seil betrachtet, das zwischen zwei starren Auflagerpunkten vorgespannt eingebaut wird. Als Belastung tritt eine äußere Einzelkraft auf, die in Seilmitte angreift und in Richtung der Seilachse wirkt. Dieses sehr einfache Tragwerk ist somit aus nur zwei Elementen aufgebaut, die nur auf Zug beansprucht werden können, nämlich dem oberen und dem unteren Seilabschnitt.

Das Seil hat die Dehnsteifigkeit $EA$ und weist im unbeanspruchten Zustand gegenüber der Systemlänge $l$ eine planmäßige Minderlänge $\Delta l$ auf. Zum Einbau wird es durch eine Kraft

$$F_{S,P} = P = \frac{\Delta l}{l} \cdot EA \tag{2.1}$$

auf die Gesamtlänge $l$ gedehnt*. Die äußere Kraft bzw. die Spanneinrichtung wird nun entfernt, und die Kraft $F_{S,P} = P$ wird von den starren Lagern aufgenommen und bleibt im Seil erhalten. Hierbei findet ein Systemwechsel statt, weil die während des Spann- und Einbauvorgangs aufgebrachte und damit bekannte Seilkraft durch die Verankerung an den Lagerpunkten zu einer statisch unbestimmten Kraftgröße im System

* Zugrunde gelegte Annahmen: Materielle Linearität und $\Delta l \ll l$. Letzteres ist Voraussetzung dafür, dass bei Formulierung des mechanischen Zusammenhangs in Gl.(2.1) auf eine Unterscheidung der spannungslosen Seillänge $l - \Delta l$ und der Systemlänge $l$ näherungsweise verzichtet werden kann (Theorie kleiner Verformungen). Dies wird auch bei vergleichbaren Situationen in der Literatur und in den üblichen Rechenprogrammen stets stillschweigend getan.

wird. Ob und in welcher Weise diese Kraft durch hinzutretende Lasten oder durch eventuelle zeitabhängige Effekte verändert wird, ist also nicht mehr durch Gleichgewichtsbetrachtungen ablesbar, sondern muss durch eine statisch unbestimmte Rechnung ermittelt werden.

Zunächst wird eine Last $F$ betrachtet, die in der Mitte des Seils in Richtung der Bauteilachse wirkt. In Bild 2.2b ist das Last-Verschiebungsverhalten des Lastangriffspunkts dargestellt, das sich ergibt, wenn die Größe der angreifenden Last gesteigert wird. Bis $F = 2P$ tragen das obere und das untere Seil die Last jeweils zur Hälfte ab*. Im unteren Seil wird die Zugkraft $P$ aus der Vorspannung mit der sich ergebenden Druckkraft aus der äußeren Last $F$ überlagert, so dass die Seilkraft von $F_{Su} = P$ bis auf null abnimmt; im oberen Seil steigt die Kraft gleichzeitig von $F_{So} = P$ auf $2P$ an. Die Vertikalverschiebung des Lastangriffspunktes beträgt dann

$$u = P \cdot \frac{l/2}{EA}. \tag{2.2}$$

Wird die Last über $F = 2P$ hinaus erhöht, kann die zusätzliche Last nur noch von dem oberen Seil abgetragen werden, weil das untere keine Druckkräfte aufnehmen kann, schlaff wird und damit ausfällt. Dadurch ist auch dessen Dehnsteifigkeit nicht mehr wirksam, so dass die Last-Verschiebungskurve einen Knick und nur noch eine halb so große Steigung aufweist. Wäre das Seil ohne Vorspannung (also ohne die ursprüngliche Minderlänge $\Delta l$) eingebaut worden, hätte die Last-Verschiebungskurve von $F = 0$ an diese Steigung, weil das untere Seil bei Aufbringen der Last sofort ausfiele. Die Vertikalverschiebung des Lastangriffspunktes wäre dann bei $F = 2P$ doppelt so groß wie beim vorgespannten System.

Das obere Seil dieses Tragwerks kann als „Tragseil", das untere als „Spannseil" bezeichnet werden, weil bei hohen Laststufen die Last allein vom oberen Seil abgetragen wird. Durch das Vorspannen werden Trag- und Spannseil so gegeneinander verspannt, dass das Spannseil bei niedrigen Laststufen an der Lastabtragung beteiligt werden kann. Das Spannseil dient der Stabilisierung des Systems und der Verringerung der Verformungen. Die Tragfähigkeit des Systems wird nur durch die Festigkeit des Tragseils bestimmt; ein vollplastischer bzw. vollbeanspruchter Zustand des Systems, bei dem alle Bauteile bzw. Elemente mit ihrer Tragfähigkeit ausgenutzt werden, ist hier also nicht möglich.

Die Höhe der Vorspannung hat nur Einfluss darauf, bei welcher Größe der angreifenden Last das Spannseil ausfällt, das heißt, wo der Knick in der Last-Verschiebungskurve auftritt. Oberhalb davon wird die Steigung, also die Steifigkeit, von der Vorspannung nicht beeinflusst. Unterhalb des Knicks beeinflusst die Vorspannung maßgeblich die wirksame Steifigkeit des Tragwerks.

---

* Es wird vorausgesetzt, dass die Tragfähigkeit des Seiles größer als $2P$ ist.

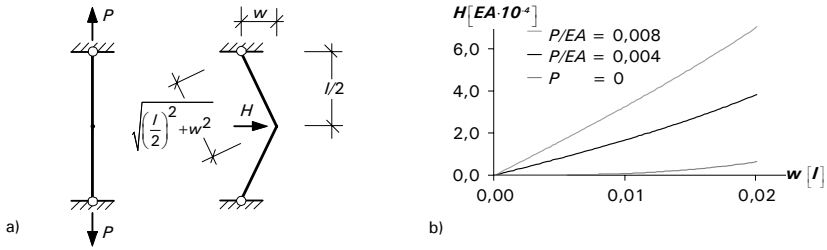



*Bild 2.3: Vorgespanntes Seil mit orthogonal angreifender Kraft. a) Gleichgewicht am verformten System; b) Last-Verformungsverhalten*

Nun wird dasselbe vorgespannte Tragwerk mit einer Kraft $H$, die orthogonal zum Seil wirkt, betrachtet. Am unverformten System sind keine Kraftkomponenten in horizontaler Richtung möglich. Eine horizontal angreifende Kraft kann nur aufgenommen werden, wenn der Lastangriffspunkt verschoben wird und sich somit rückstellende Komponenten der Seilkräfte ergeben.

Im Unterschied zum Lastangriff in Seilrichtung wirken hier das obere und das untere Seil bei allen Laststufen mit. Die Last-Verschiebungskurve ergibt sich aus dem Gleichgewicht am verformten System (Bild 2.3a) in Abhängigkeit von der Vorspannung aus der Beziehung

$$H = 2 \cdot \frac{P + EA \cdot \left( \sqrt{1 + \left( \frac{2w}{l} \right)^2} - 1 \right)}{\sqrt{\left( \frac{l}{2w} \right)^2 + 1}} . \tag{2.3}$$

Aus Bild 2.3b ist ersichtlich, dass hier die Höhe der Vorspannung von großem Einfluss auf die Steifigkeit des Seils quer zu seiner Achse ist. Ohne Vorspannung wäre zumindest die Gebrauchstauglichkeit nicht gegeben. Ein Vergleich mit dem Last-Verschiebungsverhalten bei Beanspruchung in Seilrichtung zeigt, dass dort die Verschiebungen viel (um bis zu drei Größenordnungen!) kleiner sind, weil die Richtung der Seilkraft mit der der Last übereinstimmt.

Der Zweck des Vorspannens ist bei diesem Tragwerk die Erhöhung der Steifigkeit. Für horizontale Lasten wird das System durch das Vorspannen überhaupt erst „brauchbar“, weil die auftretenden Verformungen sonst inakzeptabel groß sind.

Einzelne der beschriebenen Phänomene des Tragverhaltens dieses einfachen Systems lassen sich auch bei anderen „zugbeanspruchten Konstruktionen“, wie z.B. dem Seilbinder, der ebenen Seilnetzfassade und der Membrane in Bild 2.1 wiederfinden.

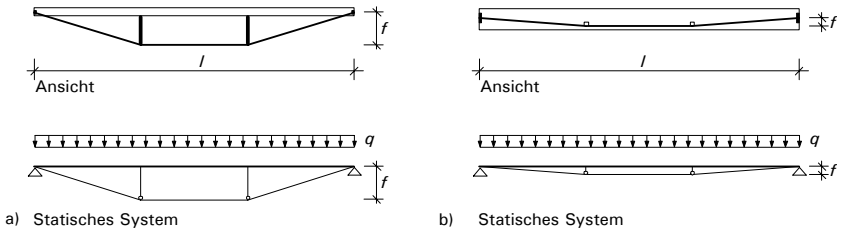



*Bild 2.4: Ohne Verbund vorgespannter Träger. a) Zugglied mit großem Stich (unterspannter Träger); b) Zugglied mit kleinem Stich (Spannbetonträger ohne Verbund)*

Als nächstes Beispiel werden die in Bild 2.4 dargestellten Tragwerke betrachtet. Im Gegensatz zum ersten Beispiel ist hier mit dem Balken ein biegesteifes Bauteil vorhanden. Es besteht aus Stahlbeton und wird durch ein Zugglied unterspannt, das an den Luftstützen umgelenkt wird. Der Abstand des Zugglieds zur Schwerachse des Balkens in Feldmitte ist der Stich $f$. In Bild 2.4b ist der Stich so klein, dass das Zugglied nicht aus dem Balkenquerschnitt heraustritt. Im Spannbetonbau werden solche Tragwerke als „Spannbetonträger ohne Verbund" bezeichnet.

Zur Vereinfachung wird das Tragwerk als gewichtslos angenommen und Reibungseinflüsse und andere Nichtlinearitäten werden nicht berücksichtigt. Zunächst wird das System ohne Vorspannung betrachtet, das heißt im unbelasteten Zustand sind Träger und Zugglied spannungslos. Als Belastung wird eine Gleichstreckenlast $q$ aufgebracht. Weil das System innerlich einfach statisch unbestimmt ist, muss die Kraft im Zugglied $F_{P,q}$, die sich infolge der angreifenden Belastung ergibt, durch statisch unbestimmte Rechnung ermittelt werden.

Das gesamte äußere Moment wird zu einem Teil von dem Kräftepaar, das aus der Zugkraft in der Unterspannung und der Druckkraft im Träger besteht, aufgenommen. Dieser Anteil wird als „Hängewerkwirkung" bezeichnet. Der übrige Teil des äußeren Moments wird vom Balken durch Biegung getragen. Die Aufteilung der Lastabtragung auf diese beiden „Lastpfade" ist von den Steifigkeitsverhältnissen zwischen Träger und Unterspannung abhängig.

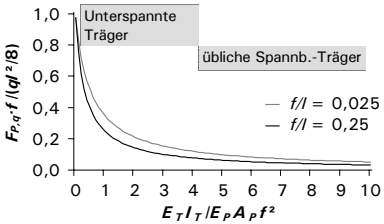



*Bild 2.5: Anteil der Lastabtragung über Hängewerkwirkung bei Umlenkung des Spannglieds in den Drittelspunkten*

In Bild 2.5 ist in Abhängigkeit vom Steifigkeitsverhältnis $E_T I_T/(E_P A_P \cdot f^2)$ der Anteil am Gesamtmoment in Feldmitte aufgetragen, der durch die Hängewerkwirkung abgetragen wird. Er ergibt sich unter der Annahme, dass das Zugglied in den Drittelspunkten des Trägers umgelenkt wird und dass axiale Dehnungen des Trägers und der Spreizen vernachlässigt werden können, zu

$$\frac{F_{P,q} \cdot f}{\frac{ql^2}{8}} = 8 \cdot \frac{11}{90 + \frac{E_T I_T}{E_P A_P \cdot f^2}\left(54 + 108\sqrt{1 + \left(\frac{3f}{l}\right)^2}^{\,3}\right)}. \tag{2.4}$$

$E_T I_T$ bezeichnet die Biegesteifigkeit des Trägers und $E_P A_P$ die Dehnsteifigkeit des Zugglieds.

Es ist ersichtlich, dass bei Steifigkeitsverhältnissen, wie sie bei Spannbetonbalken mit Spanngliedern innerhalb des Betonquerschnitts üblicherweise vorliegen, die Hängewerkwirkung kaum zur Lastabtragung beiträgt. Bei unterspannten Trägern ist der Anteil, der von der Unterspannung getragen wird, höher; Werte über 50% sind aber lediglich bei extrem weichen Trägern und extrem steifen Zuggliedern bzw. entsprechend großem Stich möglich. Diese Verhältnisse treten baupraktisch schon deshalb nicht auf, weil für die Zugglieder oft hochfeste Werkstoffe eingesetzt werden. Es ergeben sich dann relativ kleine Querschnittsflächen und damit auch geringe Steifigkeiten der Zugglieder.

Für einen effektiven Werkstoffeinsatz ist es wünschenswert, unter Volllast das Zugglied (bzw. das Kräftepaar) stärker an der Aufnahme des Gesamtmomentes zu beteiligen. Dies kann durch Vorspannen des Zugglieds erreicht werden. Das Vorspannen kann z.B. dadurch erfolgen, dass das Zugglied von einer Spannpresse, die sich gegen ein Trägerende abstützt, gedehnt wird. Das Ende des Zugglieds wird dabei um den Spannweg aus dem Träger herausgezogen und dann verankert.

Es entstehen im Träger Druck-Normalkräfte und negative Biegemomente* sowie Durchbiegungen nach oben. Diese Biegemomente und Durchbiegungen aus der Vorspannung wirken denen aus den aufgebrachten Lasten entgegen, das heißt, durch das Vorspannen wird ein „günstiger" Beanspruchungs- und Verformungszustand in den biegebeanspruchten Balken eingetragen. In der Praxis wird die Höhe der Vorspannung häufig auf die ständig vorhandenen äußeren Einwirkungen abgestimmt. Sie wird dann so gewählt, dass die resultierenden Beanspruchungen der biegebeanspruchten Bauteile und deren Verformungen klein sind.

Durch das Vorspannen, also das „künstliche Aktivieren" des Zugglieds, ist es möglich, das Tragwerk so zu manipulieren, dass unter bestimmten Belastungssituationen,

---

* Hier werden, dem Sprachgebrauch folgend, Biegemomente von Balken als positiv bezeichnet, wenn sie an der Balkenunterseite Zugspannungen hervorrufen, und als negativ, wenn sie oben Zug erzeugen. Die strenge Formulierung lautet: „Positive Komponenten von Schnittgrößen (Schnittkräfte, Schnittmomente) haben auf positiven Schnittflächen den Richtungssinn der Koordinatenachsen" (DIN 1080 1976). Für einachsige Biegung um die *y*-Achse sind beide Formulierungen gleichwertig.

z.B. Volllast, einzelne Bauteile günstigere Beanspruchungs- und Verformungszustände aufweisen, während die effektiven Zugglieder stärker beansprucht werden als ohne Vorspannung. Durch die geschickte Einstellung der Höhe der Vorspannung kann auch erreicht werden, dass unter Volllast Balken und Zugglied gerade voll ausgenutzt werden. Die hohen Beanspruchungen der Zugglieder durch Vorspannung sind kein Nachteil, im Gegenteil, sie ermöglichen es erst, die Festigkeiten von hochfesten Materialien wirtschaftlich zu nutzen, ohne dass damit große Verformungen des Tragwerks verbunden sind. Die beträchtlichen Dehnwege der Zugglieder beim Spannen werden in der Bauphase eliminiert und sind damit im fertigen Tragwerk nicht mehr sichtbar. Man kann sie als „vorweggenommene Verformungen" auffassen, die am Tragwerk ohne Vorspannung erst mit den Lasten entstehen würden. Diese beiden Effekte des Vorspannens – das Einprägen eines günstigen Beanspruchungs- und Verformungszustandes und die Möglichkeit, hochfeste Werkstoffe auszunutzen – ermöglichen schlankere und leichtere Tragwerke.

Bei den üblichen Spannbetonkonstruktionen ohne Verbund, bei denen die Spannglieder innerhalb des Betonquerschnitts liegen (Bild 2.4b), ist der Anteil der Hängewerkwirkung gegenüber dem aus Vorspannung sehr klein. In der Praxis wird daher für die Ermittlung der Beanspruchungen näherungsweise die Hängewerkwirkung ganz vernachlässigt. Es wird dann nur der Stahlbetonbalken ohne Spannglied betrachtet. Die Auswirkungen des Spanngliedes und des Vorspannens werden dann in Form von Schnittgrößen aus Vorspannung berücksichtigt. Darauf wird in Kapitel 2.3.2 nochmals eingegangen.

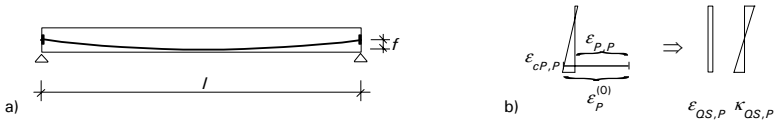



*Bild 2.6: Vorgespannter Träger mit nachträglichem Verbund. a) System; b) Dehnungen und Krümmungen im Querschnitt (QS) infolge Vorspannung*

Das dritte Beispiel ist der Träger in Bild 2.6, der den wichtigen Anwendungsbereich des Spannbetons mit nachträglichem Verbund vertritt. Er wird als gewichtslos angenommen, Reibungseinflüsse werden vernachlässigt, und es wird linear elastisches Materialverhalten unterstellt. Der Träger wird vorgespannt, wie es im vorangegangenen Beispiel beschrieben ist. Nach dem Verankern des Spannglieds, bei dem die Zugkraft zu einer inneren statisch Unbestimmten wird (erster Systemwechsel), wird durch Verpressen des Hüllrohres Verbund zwischen dem Spannglied und dem umgebenden Beton des Trägers hergestellt. Dies stellt einen zweiten Systemwechsel dar, weil fortan die Verträglichkeit zwischen Balken und Spannglied nicht mehr diskret an den Trägerenden formuliert werden kann, sondern in jedem Querschnitt entlang der Balkenachse erfüllt sein muss. Es handelt sich nun um einen statisch bestimmten Einfeldträger mit einem Verbundquerschnitt aus Beton und Spannstahl (schlaffer

Bewehrungsstahl wird hier zur Vereinfachung nicht berücksichtigt). Die Wirkung des Vorspannens kann nicht mehr durch den verkürzten Einbau eines Bauteils im Gesamttragwerk berechnet werden, sondern ist mittels der Vordehnung des Spannstahls im Verbundquerschnitts zu berücksichtigen. Die Vordehnung des Spannstahls gegenüber der anliegenden Betonfaser in einem Querschnitt beträgt

$$\varepsilon_P^{(0)} = \varepsilon_{P,P} - \varepsilon_{cP,P} = F_{P,P} \cdot \left( \frac{1}{E_P A_P} + \frac{1}{E_c A_c} + \frac{z_P^2}{E_c I_c} \right). \tag{2.5}$$

$\varepsilon_{P,P}$: Dehnung des Spannglieds infolge der Spannkraft $F_{P,P}$
$\varepsilon_{cP,P}$: Dehnung des Betons in Höhe der Spanngliedlage infolge der Spannkraft $F_{P,P}$
$F_{P,P}$: Kraft im Spannglied während des Vorspannens
$E_P A_P$: Dehnsteifigkeit des Spannglieds
$E_c A_c$: Dehnsteifigkeit des Trägers
$E_c I_c$: Biegesteifigkeit des Trägers
$z_P$: Exzentrizität des Spannglieds zur Schwerachse des Trägers

Streng genommen sind für den Betonquerschnitt die Nettoquerschnittswerte anzusetzen.

Durch das Herstellen des Verbundes wird diese Dehnungs-Diskontinuität, die wegen der variablen Exzentrizität des Spannglieds und der Reibung in jedem Querschnitt anders ist, „eingefroren". Der Verbundquerschnitt des statisch bestimmt gelagerten Balkens weist keine Schnittgrößen aus Vorspannung auf, weil die Spannungen im Beton und Spannstahl keine Resultierende erzeugen. Sie stehen miteinander im Gleichgewicht und bilden daher einen Eigenspannungszustand*.

Die Verformungen des Trägers werden durch den Verpressvorgang nicht verändert, jedoch können sie am Tragwerk mit Verbund nicht mehr als Verlängerungen und Durchbiegungen infolge von Schnittgrößen aus Vorspannung angesehen werden, weil solche im Verbundquerschnitt ja nicht vorhanden sind. Man kann sie freilich aus den Schnittgrößen des Betonquerschnitts (ohne Spannstahl) ableiten.

Die Vordehnungen des Spannstahls bewirken neben den Eigenspannungszuständen auch axiale Dehnungen und Krümmungen des Stabes (Bild 2.6b), die bei Verformungsberechnungen in gleicher Weise wie diejenigen aus Temperaturänderungen behandelt werden können. Lediglich wenn diese Dehnungen und Krümmungen nicht mit den (dann statisch unbestimmten) Auflagerbedingungen verträglich sind, entstehen Schnittgrößen; darauf wird in Kapitel 2.3.3 eingegangen, hier wird von statisch bestimmter Lagerung ausgegangen.

---

* Die Begriffe „Zwang-" und „Eigenspannungszustand" werden hier wie folgt unterschieden: Zwang ist ein Zustand des Gesamtsystems, in dem Schnittgrößen vorhanden sind, und dessen Auflagerreaktionen keine Resultierende haben. Bei einem Eigenspannungszustand stehen die vorhandenen Spannungen untereinander im Gleichgewicht und haben keine resultierende Schnittgröße. Diese Konvention folgt dem überwiegenden Teil der Literatur (z.B. Menn 1986), mitunter werden jedoch auch Zwänge als Eigenspannungszustände bezeichnet, z.B. von Schlaich (1990).

Das Vorspannen dient auch hier dem Zweck, den Beanspruchungs- und Verformungszustand des Tragwerks in „günstiger Weise“ zu beeinflussen und die Zugglieder so vorzudehnen, dass ihre hohe Festigkeit ausgenutzt werden kann. Der entscheidende Unterschied zu Spannbetonbalken ohne Verbund besteht darin, dass hier durch das Herstellen des Verbundes zwei Bauteile zu einem Verbundbauteil vereinigt werden. Die Berechnung von statisch bestimmt gelagerten Spannbetonträgern mit Verbund ist dadurch einfacher, weil sie querschnittsweise erfolgen kann, wogegen bei Trägern ohne Verbund die Verformungen des gesamten Tragwerks Einfluss auf jeden Querschnitt haben.

Diese drei Beispiele, bewusst auf einfachste Systeme reduziert, zeigen, dass durch das Vorspannen unterschiedliche Ziele verfolgt werden können; sie sind Stellvertreter für drei Klassen von vorgespannten Tragwerken. Das vorgespannte Seil in Bild 2.2 und Bild 2.3 repräsentiert die zugbeanspruchten Konstruktionen wie Seilnetze und Membranbauten. Der unterspannte Träger in Bild 2.4 vertritt die Kombination von biegebeanspruchten Bauteilen, die mit Zuggliedern ver- und vorgespannt werden. Der Spannbetonbalken in Bild 2.6 steht für den weiten Einsatzbereich des Spannbetons mit Verbund. Es gibt jedoch auch viele andere Anwendungen des Vorspannens, die nicht durch diese einfache „Klassifikation“ abgedeckt werden, und die gezeigten Phänomene dürfen nicht unkritisch verallgemeinert werden. Beispielsweise besitzt der abgespannte Mast in Bild 2.1h Eigenschaften, die auch die rein zugbeanspruchten Konstruktionen kennzeichnen, z.B. dass durch Normalkräfte beanspruchte Elemente gegeneinander verspannt werden und dass bei hohen Lasten einzelne Bauteile ausfallen können. Jedoch führt hier eine Erhöhung der Vorspannung nicht – wie in Bild 2.3 – zwangsläufig zu einer Versteifung des Systems, weil neben den stabilisierenden Rückstellkräften der Seile auch destabilisierende („abtreibende“) Kräfte auf den Mast einwirken. Je nach den vorliegenden Abmessungsverhältnissen können die stabilisierenden oder die destabilisierenden Effekte überwiegen. In letzterem Fall sollte die Vorspannung nur so hoch eingestellt werden, dass unter Gebrauchslasten keine Abspannung ausfällt; eine weitere Erhöhung der Vorspannung würde sich dann nachteilig auf das Verformungsverhalten auswirken.

Bei hohen abgespannten Masten und/oder flachen Winkeln der Abspannungen spielt auch die Eigenlast der Seile und ihr Durchhang eine entscheidende Rolle. Dann fällt eine Abgrenzung der vorgespannten von den vorbelasteten Systemen schwer (Scheer 1980).

Es lässt sich offensichtlich nicht in einfacher Weise eine Klassifizierung für alle Anwendungen des Vorspannens angeben. Dies stellt die Möglichkeit, aber auch die Notwendigkeit einer allgemein gültigen „Definition“ des Begriffes der Vorspannung in Frage (Scheer/Maier 1984). Im folgenden Kapitel werden einige über die bisher betrachteten einfachen Beispiele hinausgehende Aspekte im Zusammenhang mit der Vorspannung diskutiert. Damit soll gezeigt werden, dass sich bei einigen „Definitionsversuchen“ Unklarheiten und Widersprüchlichkeiten ergeben.

## 2.3 Weitere Aspekte im Zusammenhang mit Vorspannung

### 2.3.1 Last oder Zwang?

Allen in Bild 2.1 dargestellten Konstruktionen gemeinsam ist, dass durch den Vorgang des Vorspannens kontrolliert eine Verformung in das jeweilige System eingeprägt wird. Beispielsweise wird bei den Systemen a), b) und c) eine Relativverformung zwischen den Bauteilen erzeugt, indem die zuvor spannungslosen Zugglieder durch eine Presse, die sich gegen den Balken abstützt, ein Stück herausgezogen und danach verankert werden. Der dann abgetrennte Überstand entspricht einer planmäßigen Minderlänge des Zugglieds gegenüber dem Balken. In den Fällen f), h), i) und j) ist das unbelastete, spannungslose Tragwerk nicht mit den Auflagern verträglich und muss durch Krafteinwirkung „hineingezwängt" werden. Bei der Verbundbrücke mit dem abgesenkten Auflager in Teilbild f) besorgt dies das Eigengewicht.

Für die Beanspruchungen ist es gleichgültig, ob die Vorspannung durch nachträgliches Kürzen eines Zugglieds oder durch Einbau eines verkürzten Zugglieds in das Tragwerk erfolgt. Bei Seiltragwerken und Membrantragwerken werden die Kürzungen oft schon im Zuschnitt berücksichtigt. Erwähnt sei schließlich noch die Möglichkeit einer Vorspannung durch Verlängerung von Druckgliedern, z.B. der Luftstützen eines unterspannten Tragwerks (Bild 2.4).

Typisch für alle gezeigten Arten des Vorspannens ist also, dass durch eine *kontrollierte Krafteinwirkung* eine „Klaffung" zwischen Bauteilen oder zwischen Tragwerk und Baugrund beseitigt wird (IVBH 1991). Nach Abschluss der Spannarbeiten werden die Bauteile gegeneinander verankert bzw. mit dem Baugrund verbunden. Nach diesem *Systemwechsel* ist die Kraft in dem Spannelement nicht mehr steuerbar, sondern eine (zusätzliche) statisch unbestimmte Kraftgröße des Tragwerks.

Aus der Betrachtung dieser Herstellvorgänge heraus kann kein Zweifel daran bestehen, dass aus dem *Kraft-Lastfall* des Vorspannvorgangs durch den Systemwechsel ein *Zwangzustand* des „neuen" Systems wird. Dennoch postulieren einige Verfasser, dass es sich bei der Vorspannung um eine Last handele, z.B. Jennewein (1991). Möglicherweise veranlasst sie das reine Betrachten der Vorspannmaßnahme, während der ja meistens eine Kraft aufgewendet werden muss, dazu. Jedoch muss das Aufbringen der Verformungs-Diskontinuität nicht zwangsläufig durch eine Krafteinwirkung erfolgen. So kann auch eine Erwärmung von „zu kurzen" Zuggliedern zu einer Verlängerung führen, so dass ein spannungsloser Einbau in das Tragwerk möglich ist. Durch das anschließende Abkühlen entstehen dann die gleichen Beanspruchungen wie durch Vorspannen mittels einer Krafteinwirkung. Diese Überlegung wurde schon eingesetzt, indem Spanndrähte für Spannbetonbauteile mit sofortigem Verbund zum Einbau ins Spanbett durch elektrischen Strom erwärmt wurden (Leonhardt 1973).

Franz (1983) begründet die Auffassung der Vorspannung als Last damit, dass Beanspruchungen aus Vorspannung im Spannbetonbau in weitaus geringerem Maße durch Kriechen abgebaut werden als solche aus „üblichen Zwängen". Zur Klarstellung wird

der in Bild 2.7 gezeigte Mast betrachtet, der mit Auslegern und vertikalen Seilen abgespannt ist. Durch den Einbau der verkürzten Abspannseile bzw. das Vorspannen soll erreicht werden, dass bei angreifenden Horizontallasten, z.B. Wind, die Seile auf der Leeseite nicht ausfallen. Es handelt sich um eine ebene Vereinfachung des Tragwerks aus Bild 2.1i, jedoch kommt hier Beton als Material für den Mast zum Einsatz. Die Überlegungen gelten in identischer Weise auch für zentrisch vorgespannte Spannbetonstäbe mit oder ohne Verbund.

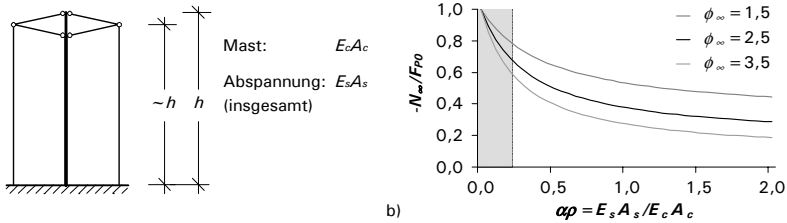



*Bild 2.7: Extern vorgespannter Betonmast. a) Statisches System; b) Normalkraft im Mast nach Abschluss des Kriechens in Abhängigkeit des Steifigkeitsverhältnisses $\alpha\rho = E_sA_s/E_cA_c$ (Relaxationsbeiwert $\chi = 0{,}8$; grau hinterlegt: baupraktischer Bereich für Spannbeton)*

Die Eigenlasten bleiben wiederum außer Betracht, die Vorspannung ist die einzige Einwirkung. Im Gegensatz zu den bisher betrachteten Systemen wird hier für den Betonschaft das zeitabhängige Spannungs-Dehnungsverhalten infolge der Kriechfähigkeit des Betons berücksichtigt.

$$\varepsilon_t = \frac{\sigma_0}{E_c} \cdot (1 + \phi_t) + \frac{\sigma_t - \sigma_0}{E_c} \cdot (1 + \chi \cdot \phi_t) \tag{2.6}$$

$\sigma_0$: Spannung im Beton zur Zeit $t = 0$

$\sigma_t$: Spannung im Beton zum Zeitpunkt $t$

$E_c$: $E$-Modul des Betons (hier als zeitunabhängig angenommen)

$\phi_t$: Kriechzahl zum Zeitpunkt $t$

$\chi$: Relaxationsbeiwert nach Trost (1967), i.A. $\chi = 0{,}8$

Gl. (2.6) gibt den zeitlichen Zusammenhang zwischen Dehnungen und Spannungen nach Trost (1967) an, wobei berücksichtigt wird, dass die kriecherzeugende Spannung zeitlich veränderlich ist. Durch das Kriechen des Betons nehmen die Dehnungen und damit die Vertikalverschiebungen zu, was durch die nicht kriechfähigen Abspannseile teilweise behindert wird. Als statisch unbestimmte Kraftgröße wird die Gesamtkraft in den Abspannseilen gewählt, und Gl. (2.7) gibt die zeitabhängige Bedingungsgleichung nach dem Kraftgrößenverfahren an (König/Gerhard 1986). Hierin werden die Konsequenzen aus der Kopplung von einem kriechfähigen und einem nicht kriechfähigen Bauteil deutlich.

$$\begin{aligned}&\delta_{10,P} + (1+\phi_t)\delta_{10,c}\\&+X_{1,t=0}\cdot(\delta_{11,P} + (1+\phi_t)\delta_{11,c}) + (X_{1,t} - X_{1,t=0})\cdot(\delta_{11,P} + (1+\chi\phi_t)\delta_{11,c}) = 0\end{aligned} \tag{2.7}$$

$\delta_{10,P}$: Anteil der Seile an $\delta_{10}$. Bei Vorspannung: $\delta_{10,P} = -\Delta l$

$\delta_{10,c}$: Anteil des Betonschafts an $\delta_{10}$ (hier: $\delta_{10,c} = 0$)

$\delta_{11,P}$, $\delta_{11,c}$: entsprechend $\delta_{10,P}$ bzw. $\delta_{10,c}$

$X_{1,t=0}$: Gesamtkraft in den Abspannseilen zur Zeit $t = 0$

$X_{1,t}$: Gesamtkraft in den Abspannseilen zum Zeitpunkt $t$

Durch das Kriechen des Betonschafts erhält dieser zusätzlich zu den elastischen auch zeitabhängige (negative oder Druck-) Dehnungen und entzieht sich damit teilweise der Druckkraft aus der Vorspannung. Die Gl. (2.8) gibt die Normalkraft im Schaft $N_{c\infty}$ nach Abschluss des Kriechens an. Sie ist in Abhängigkeit des Steifigkeitsverhältnisses $\alpha\rho = E_s A_s / E_c A_c$ in Bild 2.7b dargestellt.

$$N_{c\infty} = -F_{P0}\cdot\frac{1+\alpha\rho\cdot(1-\phi_\infty\cdot(1-\chi))}{1+\alpha\rho\cdot(1+\chi\cdot\phi_\infty)} \tag{2.8}$$

$F_{P0}$: Gesamtzugkraft in den Abspannseilen zur Zeit $t = 0$

$\alpha = E_s / E_c$

$\rho = A_s / A_c$

$\phi_\infty$: Endkriechzahl

$\chi$: Relaxationsbeiwert nach Trost

Ist die Dehnsteifigkeit der Zugglieder klein im Verhältnis zu der des Mastes, ist die kriechbedingte Abnahme der Druckkraft gering. Für hohe Werte von $\alpha\rho$ strebt der Wert der Normalkraft einem Endwert entgegen, der sich aus dem Grenzübergang $\alpha\rho \to \infty$ in Gl. (2.8) ergibt zu

$$\lim_{\alpha\rho\to\infty} N_{c\infty} = -F_{P0}\cdot\left(1-\frac{\phi_\infty}{1+\chi\cdot\phi_\infty}\right). \tag{2.9}$$

Dies ist exakt der Zusammenhang, der sich auch für reine Relaxation eines einzelnen kriechfähigen Bauteils unter starrem Zwang ergibt (Schäfer 1997). Dies entspricht auch der Anschauung, denn bei diesem Steifigkeitsverhältnis wird der Betonschaft in quasi-starre verkürzte Zugglieder gezwängt.

Erst durch den Einsatz hochfester Spannstähle mit entsprechend hohen Vordehnungen und geringen $\alpha\rho$-Werten konnte die Vorspannung im Betonbau sinnvoll angewandt werden. Bei früheren Versuchen mit niederfesten Stählen wurden die Auswirkungen des Vorspannens durch Kriechen und Schwinden sehr stark abgebaut (Leonhardt 1973).

Es zeigt sich also, dass die Auffassung der Vorspannung als Zwang konsistent ist mit der Kriechtheorie für den Abbau von starren Zwängen. Für übliche Steifigkeitsverhältnisse im Spannbetonbau (grau hinterlegter Bereich in Bild 2.7b) sind diese Einflüsse

jedoch bei weitem nicht so groß wie für reine Relaxation, und die Beanspruchungen aus Vorspannung werden daher nur in geringem Maße abgebaut. Für die Behandlung in der Praxis darf die Bezeichnung der Vorspannung als Zwangzustand nicht dazu verleiten, ihr geringe Bedeutung beizumessen, wie es bei den übrigen Zwängen, die durch materielle Nichtlinearitäten stark abgebaut werden, häufig getan wird. Daher ordnet Franz (1983) für Spannbetonbauteile „die künstlichen Vorspannungen [...] unter die Lastspannungen" ein.

Die Definition der Vorspannung als die Kraft, die den gewünschten Beanspruchungszustand hervorruft, führt bei konsequenter Anwendung zu den gleichen Ergebnissen (Jennewein 1991; Kuchler 1993b). Diese Kraft prägt während des Herstellens die Verformungs-Diskontinuität ein, die dann beim Systemwechsel fixiert wird. Die beschriebenen zeitabhängigen Effekte werden dann als Umlagerungen aufgefasst (Jennewein 1991). Dennoch ergeben sich bei dieser Betrachtungsweise einige Nachteile bzw. Inkonsistenzen:

Bei Umlagerungen von Lastbeanspruchungen wird typischerweise die Lastabtragung von einem Lastpfad auf einen anderen verlagert (s. auch Kap. 2.3.2). Dabei wird ersterer im Laufe der Zeit „entlastet", letzterer stärker beansprucht, z.B. steigen in einer Stahlbetonstütze unter Druckkraft die Spannungen in der Bewehrung durch das Kriechen des Betons an, während diejenigen im Beton zurückgehen. Bei Zwängen hingegen gehen die Beanspruchungen durch Kriechen oder Rissbildung insgesamt zurück, wie beispielsweise die Momente eines Durchlaufträgers infolge einer Stützensenkung. In dieser Hinsicht verhalten sich die Beanspruchungen aus Vorspannung also grundsätzlich wie die aus anderen Zwängen, und nicht wie die aus Lasten; im obigen Beispiel nehmen sowohl die Druckkräfte im Mast als auch die Zugkräfte in den Seilen ab.

In Berechnungen am Gesamtsystem, bei denen der Systemwechsel nicht mitmodelliert wird, kann die Vorspannung nur in Form von eingeprägten Verformungen eingehen. Dies ist zum Beispiel nötig, wenn nichtlineare Berechnungen durchgeführt werden: Die Beanspruchungen des „offenen" Systems vor dem Verankern der Zugglieder und die des „geschlossenen" Systems, das z.B. für die Betrachtung von Verkehrslasten zugrunde zu legen ist, können dann nicht mehr superponiert werden. Aber auch bei linear-elastischen Systemen ist es einfacher, die Vorspannung als eingeprägte Verformung einzuführen, weil dann alle Einwirkungen am gleichen Gesamtsystem betrachtet und leicht zu Einwirkungskombinationen superponiert werden können.

Für die Berechnung von vorgespannten Tragwerken, bei denen kontinuierlicher Verbund zwischen Spanngliedern und umgebendem Beton hergestellt wird, muss zumindest im Zustand II und III (nach Rissbildung) die Vorspannung durch die Vor*dehnung* des Spannstahls gegenüber dem Beton, also durch eine geometrische oder Verformungs-Größe, erfasst werden. Eine Beschreibung als *Kraft*einwirkung oder durch Schnittgrößen infolge Vorspannung führt dort nicht zum Ziel (s. Kap. 2.3.2).

Diese drei Kritikpunkte an der Betrachtung der Vorspannung als Last können durch die Auffassung der Vorspannung als „Zwang infolge eingeprägter Verformungen" umgangen werden. Sie stellt damit eine widerspruchsfreie und allgemein anwendbare Definition dar.

### 2.3.2 Vorspannung als „eigenständiger Lastfall"

In den bisher betrachteten Beispielen tritt die Vorspannung entweder als einzige Einwirkung auf, oder ihre Auswirkungen sind – infolge der zugrundegelegten Annahmen – ohne weiteres zu identifizieren, d.h. von denen infolge anderer Einwirkungen zu trennen. Es stellt sich dort daher nicht die Frage, ob es immer möglich oder sinnvoll ist, den „Lastfall* Vorspannung" isoliert von anderen Einwirkungen zu betrachten. Diese Fragestellung soll im Folgenden erörtert werden.

Gelegentlich wird die Vorspannung definiert als „Zustand des Tragwerks nach Wegnahme aller äußerer Einwirkungen", d.h. es wird versucht, durch gedankliches Entfernen aller Lasten die Auswirkungen des Vorspannens zu separieren (Scheer 1980). Diese Betrachtung ist sehr anschaulich und trifft bei linearem und zeitlich unveränderlichem Tragverhalten auch zu; das System erfährt dann in diesem isolierten Lastfall nur Beanspruchungen infolge der eingeprägten Verformung. Die Gesamtbeanspruchungen ergeben sich aus der Addition der Einzelzustände, ohne dass auf die zeitliche Abfolge der Einwirkungen geachtet werden muss, weil durch die vorausgesetzte Linearität das Superpositionsgesetz gültig ist. Beispielsweise trifft dies für Spannbetontragwerke kurz nach dem Vorspannen und vor dem Verpressen zu, wenn Reibungseinflüsse vernachlässigt werden. Es kann dann vom ungerissenen Zustand des Betons ausgegangen werden, und es sind noch keine zeitabhängigen Umlagerungen eingetreten.

In realen Tragwerken, insbesondere in solchen aus Beton, treten jedoch zeitabhängige Effekte und materielle Nichtlinearitäten auf, z.B. Schwinden und Kriechen des Betons, Relaxation des Spannstahls, sowie Rissbildung und eventuell plastische Dehnungen infolge Überschreitens der Streckgrenze des Stahls. Eine Isolierung des Lastfalls Vorspannung aus der Gesamtheit der Einwirkungen ist dann grundsätzlich nicht mehr möglich, speziell die Vorstellung vom genannten lastfreien Zustand ist dann falsch. Dies soll an dem unterspannten Stahlbetonträger in Bild 2.8 illustriert werden. Er ist mit einem linear elastischen, nicht kriechfähigen Zugglied unterspannt und wird außer durch die Vorspannung nur durch ständige Lasten beansprucht.

---

* Im Sprachgebrauch bezeichnet der Begriff „Lastfall" auch Einwirkungen oder Zustände, die nicht den Charakter von Lasten haben, z.B. „Lastfall Stützensenkung". Daher wird hier auch der Begriff „Lastfall Vorspannung" verwendet, obwohl die Vorspannung eben keine Last ist.

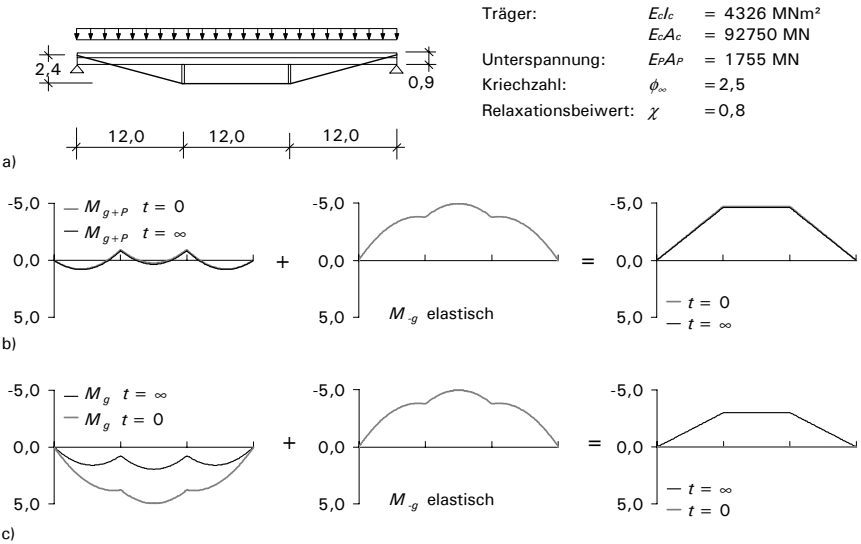



*Bild 2.8: Umlagerungen des Momentenverlaufs [MNm] im Versteifungsträger infolge Kriechens. a) Statisches System; b) Ständige Lasten und Vorspannung; c) Nur ständige Lasten*

In einem Fall (Bild 2.8b) wird der Träger durch verkürzten Einbau des Untergurts so vorgespannt, dass sich unter ständigen Einwirkungen zum Zeitpunkt $t = 0$ der Momentenverlauf eines starr gestützten Dreifeldträgers einstellt. Hier lässt sich durch gedankliches Entfernen der Lasten der Momentenverlauf infolge Vorspannung allein separieren.

Wie sich die Kriechfähigkeit des Balkens auf die Entwicklung der Schnittgrößen auswirkt, wird wieder mittels Gl. (2.7) ermittelt. Als statisch Unbestimmte wird die Kraft im Untergurt ausgelöst. Zu beachten ist, dass der Anteil $\delta_{10,c}$ in Gl. (2.7) hier einen Anteil aus den ständigen Lasten enthält.

Aus Bild 2.8b ist ersichtlich, dass die Kraft in der Unterspannung zum Zeitpunkt $t = \infty$ ein wenig kleiner ist als zu $t = 0$ und dadurch die Momentenlinie etwas nach unten verlagert wird; man sagt „die Lasten haben sich teilweise auf den Träger umgelagert". Entfernt man in diesem Zustand wiederum gedanklich die Lasten und bezeichnet die verbleibenden Beanspruchungen wieder als „Auswirkungen der Vorspannung", kann man einen geringfügigen „Abbau der Vorspannung infolge Kriechens" feststellen. Durch die Einstellung des Durchlaufträgers zu $t = 0$ sind die zeitabhängigen Umlagerungen hier minimal, bei „höherer Vorspannung" ergäben sich größere zeitabhängige Effekte.

In Bild 2.8c wird dasselbe System *ohne* Vorspannung nur durch ständige Lasten beansprucht. Durch das Kriechen tritt im Laufe der Zeit eine erhebliche Umlagerung der Lasten vom Träger auf die Unterspannung ein, und nach gedanklichem Entfernen

der Lasten zu $t=\infty$ verbleibt der gezeigte Momentenverlauf im Träger. Nach der Definition der Vorspannung als lastfreier Zustand könnte dies formal als Vorspannung angesehen werden, obwohl das System nie irgendwelche Vorspannmaßnahmen erfahren hat; eine Betrachtungsweise, die offensichtlich nicht sinnvoll ist. Im vorliegenden Beispiel ist es zwar offenkundig, dass die Stahlspannungen nichts mit Vorspannung zu tun haben, in einem realen vorgespannten Tragwerk sind die Verhältnisse aber viel undurchsichtiger, und bei formaler Anwendung besagter Definition ist zu befürchten, dass die Spannungen aus Kriechen für solche aus Vorspannung gehalten werden.

Umlagerungen infolge von zeitabhängigem Materialverhalten sollten daher als eigenständige Effekte beschrieben werden, und nicht der Vorspannung oder anderen Lastfällen zugerechnet werden.

Eine weitere Besonderheit bei der Isolierung des Lastfalls Vorspannung ergibt sich, wenn schon während des Vorspannens die Eigenlast der Konstruktion wirksam ist. Bei den „leichten" zugbeanspruchten Konstruktionen sind die Eigenlasten so gering und die Bauteile wegen der fehlenden Biegesteifigkeit so verformbar, dass auf eine Stützung im Montagezustand verzichtet wird, oder eine solche nur in einzelnen Punkten vorgesehen wird. Auch bei Spannbetonkonstruktionen werden die Eigenlasten während des Vorspannens zumindest teilweise aktiviert. Dies geschieht ohne besonderes Zutun automatisch, wenn sich das Tragwerk beim Vorspannen von der Rüstung abhebt. Es ist auch statisch durchaus erwünscht oder nötig, weil aus Vorspannung alleine unzulässig hohe Zugbeanspruchungen in der späteren Druckzone und/oder eine Überbeanspruchung der vorgedrückten Zugzone entstehen würden. Weiche Rüstungskonstruktionen, die beim Aufbringen der Vorspannung „zurückfedern", müssen aus diesem Grund während des Vorspannens abgesenkt werden (Leonhardt 1973).

Zwar könnte (unter Vernachlässigung von Reibungseinflüssen) durch die gedankliche Wegnahme der Eigenlasten ein Zustand reiner Vorspannung errechnet werden. Allerdings werden die Beanspruchungen infolge der separierten Lastfälle Eigenlast und Vorspannung im Allgemeinen nicht mehr mit der Annahme von linearem Materialverhalten konform sein, sondern nur in ihrer Überlagerung.

Wird nach dem Vorspannen Verbund zwischen dem Spannglied und dem umgebenden Beton hergestellt, werden die in diesem Moment vorhandenen Dehnungsdifferenzen zwischen den beiden Bauteilen in jedem Querschnitt fixiert. Für den Träger in Bild 2.6 ergeben sie sich in Feldmitte in Erweiterung von Gl. (2.5) zu

$$\varepsilon_P^{(0)} = \frac{F_{P,g+P}}{E_P A_P} + \frac{F_{P,g+P}}{E_c A_c} + \frac{F_{P,g+P} \cdot z_P - gl^2/8}{E_c I_c} z_P \,. \tag{2.10}$$

Die Bezeichnung $F_{P,g+P}$ zeigt an, dass die während des Vorspannens aufgebrachte Pressenkraft auch die Hängewerkwirkung der dabei aktivierten Eigenlast enthält (Kuchler 1993b). Oft wird der bei Spannbetonbauteilen kleine Anteil aus Hängewerk-

wirkung der Eigenlasten „verschwiegen" und die an der Spannpresse gemessene Kraft $F_{P,g+P}$ insgesamt als Vorspannkraft bezeichnet (Kupfer 1994).

Die Vordehnungen sind nun nicht unabhängig von den Eigenlasten, jedoch lässt sich auch hier durch gedankliche Wegnahme der Lasten ein fiktiver „lastfreier Zustand" errechnen. Die sich ergebenden Dehnungen werden am einfachsten unter Verwendung von ideellen Querschnittswerten ermittelt. Die Gesamtdehnungen im Spannglied in Feldmitte sind dann

$$\varepsilon_P = \frac{F_{P,g+P}}{E_P A_P} + \frac{-gl^2/8}{E_c I_i} z_{iP} \neq \frac{F_{P,P}}{E_P A_P}. \tag{2.11}$$

$I_i$: Ideelles Flächenträgheitsmoment des Verbundquerschnitts

$z_{iP}$: Exzentrizität des Spannglieds zur Schwerachse des Verbundquerschnitts

Es wäre falsch, dies als Zustand reiner Vorspannung zu bezeichnen, weil die so ermittelten Eigenspannungszustände nicht nur auf die Vorspannmaßnahme zurückgehen, sondern auch Einflüsse der in dieser fiktiven Situation gar nicht vorhandenen Eigenlasten aufweisen. Auch ohne Vorspannung, d.h. nur mit einem in ein Hüllrohr schlaff eingelegten und verankerten Zugglied, würden sich beim Ausrüsten infolge der Hängewerkwirkung unter Eigenlasten Dehnungsdifferenzen zwischen Zugglied und anliegendem Beton einstellen. Diese würden ebenfalls durch das anschließende Verpressen fixiert, haben aber nichts mit einer Vorspannung zu tun.

Sind also vor der Herstellung des Verbundes außer der Vorspannung weitere Einwirkungen vorhanden, ist es danach nicht mehr möglich, einen Zustand reiner Vorspannung zu identifizieren, dem dann die Beanspruchungen aus allen weiteren Einwirkungen (am Verbundquerschnitt ermittelt) superponiert werden können. Der beschriebene lastfreie Zustand ist zwar rechnerisch möglich, jedoch ohne Informationsgewinn im Hinblick auf die Definition der Vorspannung.

Die Schwierigkeit, die Auswirkungen der Vorspannung als separaten Lastfall zu beschreiben, kann auch bei dem Übergang von Zustand I zu Zustand II (Rissbildung) eines mit Verbund vorgespannten Trägers aufgezeigt werden: In der Literatur (z.B. Franz 1983; Leonhardt 1980) wird häufig auch nach der Herstellung des Verbundes von Schnittgrößen infolge Vorspannung gesprochen und diese weiterhin auf den Betonquerschnitt (ohne Spannglied) bezogen. Sie resultieren dann aus der Spanngliedkraft $F_{P,g+P}$, die nach Abschluss des Spannvorgangs vorhanden ist. Zeitabhängige Effekte aus Kriechen und Schwinden des Betons sowie Relaxation des Spannglieds werden in Form von Spannungsänderungen berücksichtigt (Index csr). Diese Änderungen der Spanngliedkraft werden dann als „Spannkraft- oder Vorspannkraftverluste*" bezeichnet (Bieger 1993).

---

* Diese Bezeichnung ist unzutreffend, weil die „Spannkraft" nur während des Vorspannens wirkt, und von dieser kann nichts verloren gehen (Schlaich/Schäfer 2001). Allenfalls „Spanngliedkraftverluste" wäre ein akzeptabler Ausdruck; korrekter wäre es, von Änderungen der Spanngliedkraft zu sprechen.

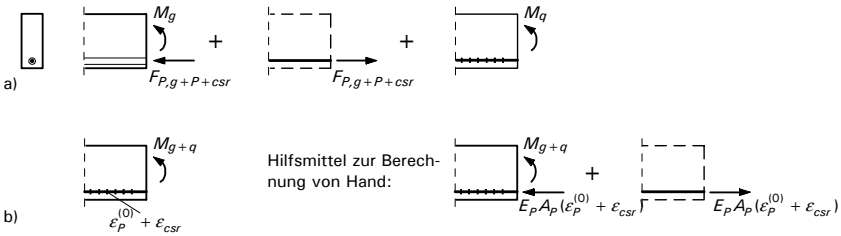



*Bild 2.9: Berücksichtigung der Vorspannung im Zustand I. a) Spanngliedkraft als Last auf den (Netto-)Betonquerschnitt; b) Vordehnung des Spannstahls im Verbundquerschnitt*

Für weitere hinzutretende Lasten muss der Verbund beachtet werden, so dass die einzelnen Einwirkungen an unterschiedlichen Systemen betrachtet werden müssen. Solange der Querschnitt ungerissen und damit das Superpositionsgesetz gültig bleibt, können die so ermittelten Spannungen dennoch einfach addiert werden. Dieses Vorgehen ist in Bild 2.9a gezeigt (die vorhandene schlaffe Bewehrung wird nicht betrachtet).

Alternativ dazu können alle Lastfälle direkt am Verbundquerschnitt betrachtet werden, wobei die Auswirkungen der Vorspannung und der zeitabhängigen Effekte bei der Aufstellung des Gleichgewichts im Querschnitt durch den Dehnungsunterschied zwischen Spannglied und anliegendem Beton zu berücksichtigen ist. Dieser setzt sich dann zusammen aus der beim Herstellen des Verbundes vorhandenen Vordehnung $\varepsilon_P^{(0)}$ und den bleibenden Dehnungen aus den zeitabhängigen Effekten $\varepsilon_{csr}$ (Bild 2.9b). Sind durch Überschreiten der Streckgrenze des Spannstahls plastische Dehnungen aufgetreten (Beanspruchung über das Fließmoment hinaus), müssen diese dann bei der Querschnittsbetrachtung ebenfalls hinzugezählt werden.

Für die Spannungs- und Dehnungsberechnung im Zustand I scheint diese Betrachtungsweise unnötig kompliziert zu sein, jedoch ist sie konsistent mit dem Vorgehen im Zustand II und III. Dort ist nämlich nur die Berücksichtigung der Vorspannung und der zeitabhängigen Umlagerungen durch die Dehnungen sinnvoll (Kuchler 1993a). Der Dehnungszustand im Querschnitt nach Rissbildung ist abhängig von der Gesamtheit der Einwirkungen; er kann nicht mehr aus einzelnen Lastfällen zusammengesetzt werden, d.h. das Superpositionsprinzip ist nicht länger gültig.

Bild 2.10a und b zeigt die Spannungen und Dehnungen für den Querschnitt aus Bild 2.9 unter Einwirkung eines Momentes aus den Lasten $g+q$, das gerade die Größe des Rissmoments erreicht, vor und nach Rissbildung. In Bild 2.10c wirkt ein äußeres Moment, das den 1,2-fachen Wert des Rissmoments hat. Es ist ersichtlich, dass der wirksame (gerissene) Querschnitt durch das Ansteigen des äußeren Moments kleiner wird und seine Schwerlinie nach oben verschoben wird.

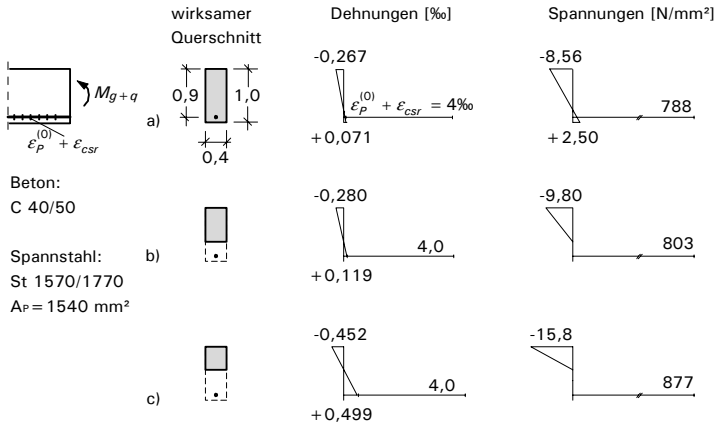



*Bild 2.10: Spannungen und Dehnungen im Zustand I und II. a) Rissmoment, Zustand I; b) Rissmoment, Zustand II; c) 1,2-faches Rissmoment*

Solange sich der Beton in der Druckzone und der unter Zug stehende Stahl noch linear verhalten, können auch im Zustand II rein rechnerisch die einzelnen Einwirkungen getrennt betrachtet und die Spannungen superponiert werden. Es müssen dann aber für alle Einzel-Lastfälle die Querschnittswerte des *tatsächlich wirksamen*, gerissenen Querschnitts verwendet werden, der sich aus der Gesamtheit der Einwirkungen ergibt. Dabei lässt sich auch der Lastfall Vorspannung separieren, und Wölfel (1990) formuliert darauf aufbauend, dass die „Schnittgrößen infolge Vorspannung" sich mit dem jeweils wirksamen Querschnitt ändern. Das bedeutet, dass sie dadurch verändert werden, dass durch das Anwachsen der äußeren Einwirkungen der Querschnitt weiter aufreißt. Diese Betrachtungen sind zwar rechnerisch richtig, führen jedoch eher zu Verwirrung und erschweren das Verständnis der Vorspannung. Wenn die Beanspruchungen des Betons in der Druckzone so groß werden, dass der lineare Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung nicht mehr gilt, kann nicht mehr superponiert werden, und diese Betrachtungen sind sowieso nicht mehr möglich.

Aus diesen Überlegungen wird auch ersichtlich, dass die gelegentlich versuchte Definition der Vorspannung als Differenz aus „System mit Vorspannung" und „gleiches System, aber ohne Vorspannung" nicht sinnvoll ist (Scheer 1980). Letztere Betrachtung führt bei nichtlinearem Verhalten im Allgemeinen zu unzutreffenden oder unsinnigen Beanspruchungszuständen, und die Bildung der Differenz ist wegen der Ungültigkeit des Superpositionsprinzips nicht zulässig.

Dagegen zeigt sich, dass das „Denken in Verformungen" eine für alle Zustände treffende Darstellung liefert, in der Effekte aus Vorspannung, aus zeitabhängigem und aus lastabhängigem Materialverhalten korrekt erfasst werden. Die Formulierung von „Schnittgrößen infolge Vorspannung" und eines Zwang- bzw. Eigenspannungszustandes verliert spätestens beim Verlassen des ungerissenen Zustands ihren Sinn.

### 2.3.3 Die „statisch unbestimmte Wirkung“

Werden äußerlich statisch unbestimmt gelagerte Tragwerke vorgespannt, treten dabei im Allgemeinen Auflagerkräfte auf. Nur in Sonderfällen verformt sich das System infolge der Vorspannung so, dass die Verträglichkeit mit den Lagerungsbedingungen ohne zusätzliche Zwängung möglich ist. Man spricht dann von „konkordanter Vorspannung“ oder „konkordanter Spanngliedführung“ (Schäfer 1997).

Im Bereich des Spannbetonbaus ist es üblich, die infolge Vorspannung auftretenden Beanspruchungen zu unterteilen in die „statisch bestimmte“ und die „statisch unbestimmte“ Wirkung. Erstere entsteht aus der lokalen Betrachtung der Wirkung der Spanngliedkraft auf den Betonquerschnitt. Der statisch unbestimmte Anteil entsteht aus den zugehörigen Auflagerkräften; bei Vorspannung mit Verbund wirkt er auf den Verbundquerschnitt.

In der Literatur finden sich verschiedene Auffassungen, in welcher Weise die statisch bestimmte und unbestimmte Wirkung zu unterscheiden sind. Es ist jedoch festzustellen, dass diese Fragestellung praktisch immer im Zusammenhang mit Spannbeton, insbesondere mit Verbund, behandelt wird. Uneinigkeit herrscht z.B. darüber, ob und gegebenenfalls mit welchem Teilsicherheitsbeiwert die statisch unbestimmte Wirkung der Vorspannung im Grenzzustand der Tragfähigkeit berücksichtigt werden soll (Menn 1987; Walther 1991). Dazu muss auch geklärt sein, ob diese Beanspruchungen eventuell durch nichtlineares Materialverhalten stark abgebaut werden (König/Maurer 1993; Zilch/Rogge 1999).

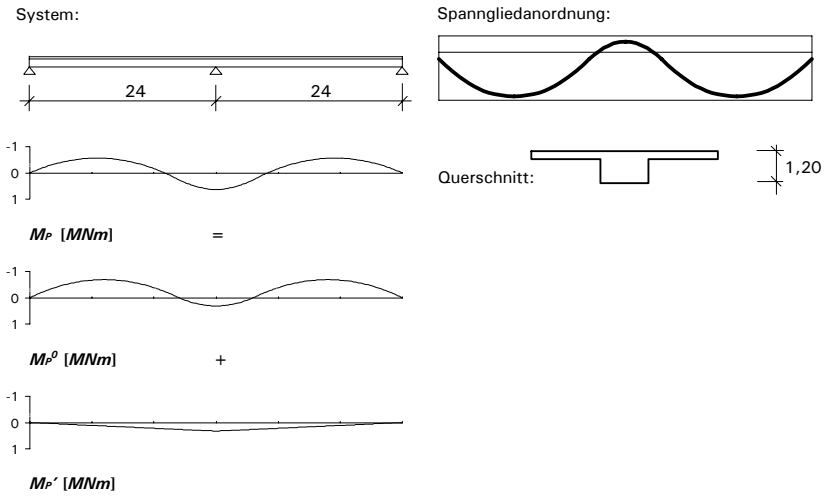



*Bild 2.11: Statisch bestimmte ($M_P^0$) und unbestimmte ($M_P'$) Wirkung der Vorspannung*

Um eine Antwort auf diese Fragen zu erhalten, wird der in Bild 2.11 dargestellte, ohne Verbund vorgespannte Betonträger betrachtet. Um die Effekte der Vorspannung klarer darstellen zu können, werden die Eigenlasten nicht betrachtet, ebenso nicht die Reibungseffekte.

Während des Vorspannens ist das System infolge der Lagerung einfach statisch unbestimmt, und die Kraft im Spannglied ist bekannt. Das statisch bestimmte Moment $M_P^0$ im Betonquerschnitt ergibt sich durch die lokale Betrachtung des Querschnitts aus der Spannkraft und der Exzentrizität des Spannglieds. Das statisch unbestimmte Moment $M_P'$ kann z.B. mit dem Kraftgrößenverfahren ermittelt werden, indem das Moment über der Stütze als statisch Unbestimmte ausgelöst wird (zweiter Einheitszustand in Bild 2.12). Es ist außer von der Höhe der Spannkraft nur von den Steifigkeitsverteilungen innerhalb des Tragwerks abhängig, nicht aber von der absoluten Höhe der Steifigkeiten, da es sich beim Vorspannen (am „offenen" System) um eine Lastbeanspruchung handelt. Die erzeugte Relativverformung $\Delta l$, dies ist der erzwungene Überstand des Spannglieds über das Trägerende, ist hingegen von den Absolutwerten der Steifigkeiten (und auch ihren Verteilungen) abhängig. Sie wird durch das Umsetzen der Spannkraft und das Verankern „eingefroren" und bleibt für die künftigen Betrachtungen am Gesamtsystem erhalten.

Nach dem Verankern des Spannglieds ist das System zweifach statisch unbestimmt, weil die Spanngliedkraft nun eine innere statisch Unbestimmte ist. Die Ermittlung des statisch unbestimmten Moments kann auch am nun „geschlossenen" System erfolgen, indem zweckmäßigerweise die Kraft im Spannglied und das Moment über der

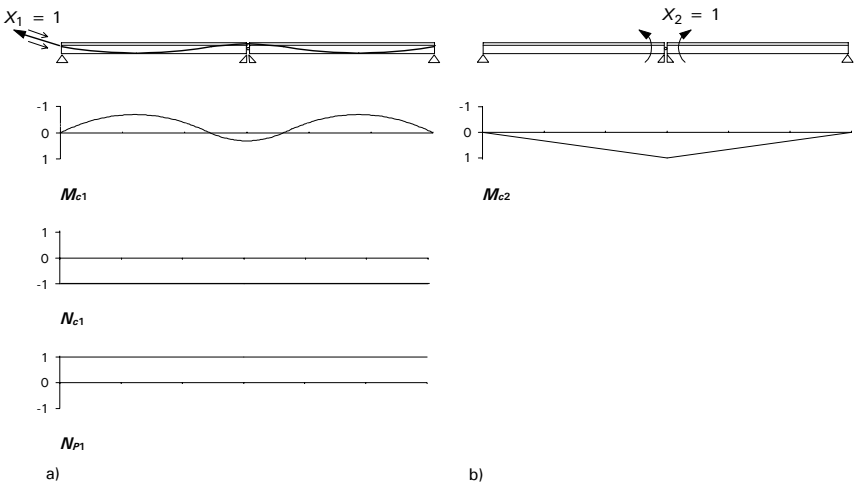



*Bild 2.12: Einheitszustände für den vorgespannten Zweifeldträger vor dem Verpressen. a) $X_1 = 1$; b) $X_2 = 1$*

Mittelstütze als statisch Unbestimmte $X_1$ und $X_2$ gewählt werden. Aus den Einheitszuständen in Bild 2.12 lassen sich die Elemente der Flexibilitätsmatrix aufstellen:

$$D = \begin{bmatrix} \delta_{11}\left(\frac{1}{E_c I_c}, \frac{1}{E_c A_c}, \frac{1}{E_P A_P}\right) & \delta_{12}\left(\frac{1}{E_c I_c}\right) \\ \delta_{21}\left(\frac{1}{E_c I_c}\right) & \delta_{22}\left(\frac{1}{E_c I_c}\right) \end{bmatrix} \tag{2.12}$$

(.) bedeutet: In Abhängigkeit von.

$E_c I_c$ Biegesteifigkeit des Betonträgers

$E_c A_c$ Dehnsteifigkeit des Betonträgers

$E_P A_P$ Dehnsteifigkeit des Spannglieds

Die statisch Unbestimmten ergeben sich dann aus

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = -\frac{1}{\delta_{11} \cdot \delta_{22} - \delta_{21} \cdot \delta_{12}} \cdot \begin{bmatrix} \delta_{22} & -\delta_{12} \\ -\delta_{21} & \delta_{11} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \end{bmatrix}, \tag{2.13}$$

und für den reinen Lastfall Vorspannung ist

$$\begin{bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\Delta l \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{2.14}$$

Nun wird auf den Abbau der Beanspruchungen infolge von Rissbildung, durch die sich die Absolutwerte der Steifigkeiten und im Allgemeinen auch ihre Verteilungen innerhalb des Tragwerks ändern, eingegangen: Bei üblichen Spannbetonkonstruktionen sind die Anteile des Betons an $\delta_{11}$ sehr gering im Vergleich zur Dehnung des hochfesten Zugglieds, so dass sie vernachlässigt werden können. $\delta_{11}$ ist damit nur noch von der Dehnsteifigkeit des Spannglieds abhängig, die anderen drei Flexibilitäten hingegen nur von der Biegesteifigkeit des Trägers. Üblicherweise ist $\delta_{11}$ betragsmäßig eine Größenordnung größer als die übrigen Flexibilitätswerte, so dass in der Determinante der Term $\delta_{21} \cdot \delta_{12}$ gegenüber $\delta_{11} \cdot \delta_{22}$ vernachlässigt werden kann.

Nimmt man zur Vereinfachung an, dass infolge der Rissbildung sich die Biegesteifigkeit über die gesamte Trägerlänge um einen Faktor $1/c$ ändert, ergibt sich folgende Bedingungsgleichung:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = -\frac{1}{\delta_{11} \cdot c\,\delta_{22}} \cdot \begin{bmatrix} c\,\delta_{22} & -c\,\delta_{12} \\ -c\,\delta_{21} & \delta_{11} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

Für den Lastfall Vorspannung ist wiederum $\delta_{10} = -\Delta l$, weil sich an diesem Wert nach dem Verankern nichts geändert hat, und $\delta_{20} = 0$. Es ist ersichtlich, dass mit den getroffenen Vereinfachungen weder die Absolutwerte der statisch Unbestimmten noch ihre Verläufe über das Bauteil durch Rissbildung verändert werden; dies gilt sowohl für das statisch bestimmte als auch für das statisch unbestimmte Moment. König und

Maurer (1993) bestätigen durch Versuche, dass die statisch unbestimmte Wirkung durch Rissbildung nur unwesentlich beeinflusst wird.

Betrachtet man in gleicher Weise einen „starren Zwang", nämlich z.B. eine Absenkung des mittleren Auflagers um einen Wert $\Delta s$, ergibt sich

$$\begin{bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \cdot \Delta s / l \end{bmatrix}, \tag{2.16}$$

und man sieht aus Gl. (2.15), dass das Moment über der Mittelstütze sich infolge Rissbildung, wie es auch zu erwarten ist, proportional zu den Biegesteifigkeiten ändert.

Für die Ermittlung des Abbaus der Beanspruchungen aus Vorspannung infolge Kriechens (unter Zugrundelegung von ungerissenen Betonquerschnitten), kann ohne weitere Näherungen die zeitabhängige Lösung des zweifach statisch unbestimmten Problems analog zum einfach statisch unbestimmten Fall in Gl. (2.7) erfolgen. Es zeigt sich, dass die beiden statisch Unbestimmten $X_1$ und $X_2$ sich in gleicher Weise ändern, also weiterhin proportional bleiben. Das bedeutet, dass statisch bestimmte und statisch unbestimmte Wirkung der Vorspannung durch Kriechen in gleicher Weise abgebaut werden (Greiner 2000), und der Verlauf des Gesamtmoments infolge Vorspannung über die Zeit affin ist.

Es kann also festgestellt werden, dass bei Vorspannung ohne Verbund – das gilt auch für allgemeine vorgespannte Tragwerke mit Zuggliedern als eigenständigen Bauteilen – sich statisch bestimmte und statisch unbestimmte Wirkung der Vorspannung in ihrer Qualität nicht unterscheiden. Die gesamten Auswirkungen der Vorspannung können ohne weitere Unterscheidung bei der Berechnung berücksichtigt werden, wie es außerhalb des Massivbaus auch stets getan wird.

Für Spannbetontragwerke mit Verbund hingegen ist eine Unterscheidung der beiden Anteile der Beanspruchungen aus Vorspannung eher zu rechtfertigen. Die Ursache hierfür liegt aber nicht in einer verschiedenen Qualität dieser Anteile, sondern ausschließlich im Fertigungsprozess durch die Herstellung des Verbundes: Entfernt man gedanklich nach dem Verpressvorgang das Mittelauflager in Bild 2.11, hebt sich der Balken an. Es ergibt sich durch die Wegnahme der Auflagerkraft ein äußeres Moment, das die Beanspruchungen in den (Verbund-)Querschnitten verändert. Der Balken ist dann wieder frei von Schnittgrößen, es liegen nur Eigenspannungszustände vor, die über die Balkenlänge nicht konstant sind. Hieraus ist ersichtlich, dass die statisch unbestimmte Beanspruchung vom Verbundtragwerk aufzunehmen ist und den Schnittgrößen aus Lasten in Bild 2.9 hinzuzurechnen ist. Die statisch bestimmte Wirkung hingegen geht lediglich in die Vordehnung ein, die bei der Ermittlung des Dehnungs- und Spannungszustandes berücksichtigt wird (s. Kap. 2.2). Es soll noch angemerkt werden, dass die Vordehnung nicht unabhängig von der statisch unbestimmten Wirkung ist. In Gl. (2.10) sind zu ihrer Ermittlung zusätzlich die statisch unbestimmten Schnittgrößen aus Vorspannung zu berücksichtigen.

### 2.3.4 Umlenkkraftmethode

Die Überlegungen in den vorangegangenen Kapiteln wurden bewusst an einfachen ebenen Stabtragwerken dargestellt, weil die einzelnen Phänomene herausgestellt werden sollten. Für praktische Anwendungen erweist sich die Modellierung des Zwangs aus Vorspannung häufig als kompliziert oder nicht machbar. Ein wichtiger Grund dafür ist, dass die Spannglieder im Rechenmodell für Spannbetonbauteile oft gar nicht abgebildet werden, sondern die Systeme näherungsweise unter Zugrundelegung von linear-elastischem, isotropem Materialverhalten und Brutto-Querschnittswerten berechnet werden, und die Bemessung „im Nachlauf" durchgeführt wird. Dies ist insbesondere bei Flächentragwerken der Regelfall.

Die Vorspannung kann dann durch den Ansatz der Umlenk-, Verankerungs- und gegebenenfalls der Reibungskräfte* berücksichtigt werden, die die Spannglieder auf das Rest-Tragwerk ausüben und eine Gleichgewichtsgruppe bilden. Sie ergeben sich aus der Spanngliedkraft unter Berücksichtigung der zeitabhängigen Umlagerungseffekte.

Änderungen der Spanngliedkräfte infolge aufgebrachter Lasten können bei dieser Modellierung nicht zuverlässig angegeben werden, weil sie nur durch Erfüllung der Kompatibilitätsbedingungen zwischen den Spanngliedern und dem Tragwerk ermittelt werden könnten. Daher werden diese Spannungszuwächse vernachlässigt oder durch mehr oder weniger willkürliche Näherungen erfasst (DIN 4227 1982; EC 2 1994).

Insbesondere für die Anwendung von Stabwerkmodellen zur Berechnung von Scheibentragwerken ist die Umlenkkraftmethode von Nutzen (Schlaich/Schäfer 2001). Bei diesem Verfahren wird das Tragverhalten anhand von *Last*pfaden modelliert, und die Lastabtragung kann daher treffender erfasst werden, wenn die Auswirkungen des Vorspannens auf das Tragwerk in Form von Lasteinwirkungen angegeben werden. Ein Ansatz der Vorspannung in Form von Vordehnungen wäre hier nicht hilfreich.

Besteht Verbund zwischen den Spanngliedern und dem umgebenden Betontragwerk, kann im Grenzzustand der Tragfähigkeit im Bemessungsschnitt davon ausgegangen werden, dass der Spannstahl mit seiner Fließgrenze ausgenutzt werden kann. Es darf dann jedoch nur die Differenz zwischen dem Bemessungswert der Fließgrenze und der Vor-Spannung auf der Widerstandsseite berücksichtigt werden. Diese Vor-Spannung ist der Teil der Spanngliedspannung, der bereits zur Bereitstellung der Umlenkkräfte „verbraucht" wird (Schlaich/Schäfer 2001).

Aber auch bei Stabtragwerken kann die Umlenkkraftmethode als Näherungsverfahren nützlich sein, weil sie sich durch hohe Anschaulichkeit auszeichnet. Speziell in der Entwurfsphase ist die Vorstellung einer Zwangeinwirkung infolge einer eingeprägten

---

* Blessenohl (1992) kritisiert, dass der Begriff „Umlenkkraftmethode" leicht suggeriert, dass nur die Umlenkkräfte, nicht aber die Anker- und Reibungskräfte angesetzt werden müssen und empfiehlt daher den Begriff „Äquivalenzlastverfahren".

Verformung oft weniger anschaulich und nur schwer in Relation zu angreifenden Lasten zu bringen. Es bietet sich daher an, mit Hilfe der Umlenkkraftmethode z.B. Geometrie und Querschnitt der Spanngliedführung festzulegen und erst für die genaue Nachweisführung die präzisere Modellierung der Vorspannung als eingeprägte Verformung vorzunehmen.

Die Anwendung der Umlenkkraftmethode ist natürlich nur für die Fälle sinnvoll, in denen die Spannglieder nur oder fast nur durch die Vorspannung aktiviert werden (und deshalb auch keine großen Spannungszuwächse aus weiteren Lastfällen erhalten). Das ist praktisch immer dann der Fall, wenn die Zugglieder innerhalb von Betonbauteilen geführt werden. Sind die Spannelemente hingegen von großem Einfluss auf das globale Tragverhalten, müssen sie auch im statischen System als eigenständige Bauteile modelliert werden.

### 2.3.5 Behandlung der Vorspannung im Grenzzustand der Tragfähigkeit

Vorgespannte Tragwerke sind grundsätzlich statisch unbestimmt, die einzige Ausnahme bilden äußerlich statisch bestimmt gelagerte Systeme, die mit Verbund vorgespannt sind (s. Kap. 2.2). In statisch unbestimmt gelagerten Tragwerken erreichen im Normalfall nicht alle Bauteile gleichzeitig ihre Tragfähigkeit, und es können Systemreserven ausgenutzt werden, indem Plastizierungen zugelassen werden. Es wird dann vorausgesetzt, dass die Bauteile, die ihre Tragfähigkeit erreicht haben, bei Laststeigerung diese Beanspruchung weiterhin aufnehmen und sich plastisch verformen. Die zusätzlichen Lasten müssen dann von den noch nicht voll beanspruchten Bauteilen aufgenommen werden, so lange bis sich ein Mechanismus bildet und die Traglast des Systems erreicht ist (Ramm 2001)*. Voraussetzung für die Anwendung von Traglastverfahren ist ausreichendes Verformungsvermögen der plastizierten Bauteile, so dass kein Bauteilversagen vor Erreichen der Systemtraglast eintritt. Von besonderer Bedeutung ist, dass Zwänge und Eigenspannungen auf die Höhe der Traglast bei geometrisch linearem Verhalten theoretisch keinen Einfluss haben, sie beeinflussen jedoch die Größe der auftretenden plastischen Verformungen.

Typischerweise ist die Anwendung von Traglastverfahren nicht sehr aufwendig und vor allem einer Handrechnung leichter zugänglich als einer elektronischen. Die auftretenden plastischen Verformungen hingegen sind von Hand nur schwer oder unmöglich zu ermitteln, weil dazu die im Grenzzustand der Tragfähigkeit vorliegenden Steifigkeiten bekannt sein müssen. Insbesondere für Platten oder Scheiben ist eine solche Berechnung praktisch nicht möglich.

Zur Beantwortung der Frage, wie die Vorspannung im Grenzzustand der Tragfähigkeit zu behandeln ist, muss zunächst festgelegt werden, was rechnerisch als solcher angesehen wird. Verfechter der Anwendung der Plastizitätstheorie im Stahlbetonbau wie Menn (1990), Walther (1991) und Marti (1999) erklären generell die Systemtrag-

---

* Bei geometrischer Nichtlinearität und durch Stabilitätsprobleme kann Systemversagen auch vor Erreichen des vollplastischen Zustands eintreten.

last zum Versagenskriterium. Sie fordern, dass die dafür nötige plastische Verformbarkeit der Bauteile durch geeignete konstruktive Durchbildung und duktile Stähle gewährleistet werden muss, und sie verzichten auf explizite Nachweise des Verformungsvermögens.

Bei sprödem Materialverhalten (z.B. Glas), bei stabilitätsgefährdeten Systemen, oder wenn ausreichende Duktilität nicht gewährleistet werden kann, wird der Grenzzustand der Tragfähigkeit mit dem Erreichen der elastischen oder der plastischen Tragfähigkeit des am höchsten beanspruchten Querschnitts gleichgesetzt. Dieses Vorgehen ist gängige Praxis, weil dann die üblichen linear-elastischen Berechnungsmethoden zur Schnittgrößenermittlung eingesetzt werden können.

Ein wichtiges Beispiel mangelnder Duktilität sind hoch beanspruchte Stahlbetonquerschnitte, bei denen nach Erreichen der Streckgrenze im Stahl die Betondruckzone nicht mehr stark eingeschnürt werden kann (Bild 2.13). Bei hochfesten Zuggliedern wird das Versagen häufig durch den Verankerungsbereich bestimmt, insbesondere wenn Ermüdungserscheinungen auftreten. Dann ist praktisch keine plastische Verformbarkeit gegeben.

Eine weitere Einschränkung für die praktische Anwendung des Traglastverfahrens ist, dass sie von den geltenden Regelwerken teilweise nicht zugelassen wird. EC 2 (1992) z.B. verbietet die plastische Schnittgrößenermittlung für verschiebliche Rahmen; entsprechendes gilt bisher in Deutschland generell für Betonbrücken (DIN 1075 1981).

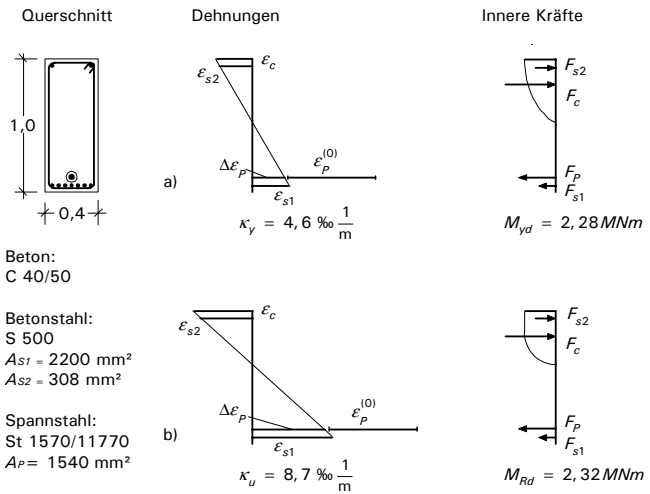



*Bild 2.13: Dehnungen und Spannungen in einem hoch beanspruchten, mit Verbund vorgespannten Querschnitt. a )Bei Erreichen des Fließmoments $M_{yd}$; b) Bei Erreichen der Tragfähigkeit $M_{Rd}$*

Werden, aus welchen Gründen auch immer, planmäßig keine plastischen Verformungen zur Nutzung von Systemreserven zugelassen, sind die Effekte aus Vorspannung ebenso wie die aus anderen Zwängungen bei den Einwirkungen zu berücksichtigen. Bei Vorspannung mit Verbund wirken die statisch unbestimmten Schnittgrößen zusammen mit denen aus Lasten und Zwängen auf das Verbundtragwerk; zusätzlich ist im maßgebenden Querschnitt bei der Ermittlung der Beanspruchbarkeit die Vordehnung des Spannstahls zu berücksichtigen. Bei Vorspannung ohne Verbund sind die gesamten Schnittgrößen aus Vorspannung zusammen mit den übrigen Schnittgrößen anzusetzen.

EC 2 (1992) sieht für die Schnittgrößen aus Zwängen einen abgeminderten Sicherheitsbeiwert vor, wenn sie auf Grundlage der Steifigkeiten der ungerissenen Querschnitte berechnet werden. Eine solche Abminderung sollte für Schnittgrößen aus Vorspannung, sofern sie ungünstig wirken, nicht vorgenommen werden, da sie durch Rissbildung nicht in gleichem Maße abgebaut werden wie die aus anderen Zwängungen (s. Kap. 2.3.3).

Menn (1987) schlägt vor, die statisch unbestimmten Momente aus Vorspannung mit einem frei wählbaren Teilsicherheitsbeiwert zwischen 0,8 und 1,8 zu versehen, und begründet dies damit, dass damit eine zweckmäßige Bewehrungsanordnung erreicht werde. Dies ist jedoch nichts anderes als eine versteckte „Schnittgrößenumlagerung“* und sollte deshalb auch als solche bzw. als moderate Anwendung von Traglastverfahren bezeichnet werden.

Erfolgt der Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit auf Grundlage des Traglastverfahrens, hat die Vorspannung – die ja ein eingeprägter Zwangzustand ist – keinen Einfluss auf die rechnerische Traglast. Bei der Ermittlung der auftretenden plastischen Verformungen ist sie – wiederum wie die übrigen Zwänge – hingegen zu berücksichtigen.

Kuchler (1993a) zeigt an einer zweifeldrigen Hohlkastenbrücke, die mit Verbund vorgespannt ist, dass die auftretenden Rotationen erheblich von der statisch unbestimmten Wirkung der Vorspannung abhängen. Durch Variation der Geometrie der Spanngliedführung ändern sich dabei die auftretenden Rotationen um Werte, die in der Größenordnung der Rotationskapazität des auftretenden Fließgelenks liegen. Bei Vorspannung ohne Verbund und insbesondere bei Führung der Zugglieder außerhalb der Bauteile werden die eintretenden plastischen Verformungen durch die Vorspannung in noch höherem Maße beeinflusst. Dabei kann auch die Reihenfolge des Eintretens der Fließgelenke verändert werden.

Ein Verzicht auf den Nachweis des Rotationsvermögens erfordert bei vorgespannten Konstruktionen ein höheres Maß an Erfahrung als bei nicht vorgespannten. Die Forde-

---

* Der Begriff „Schnittgrößenumlagerung“ suggeriert, dass Schnittgrößen einmal vorhanden waren und durch die Umlagerung verändert werden. Dies ist beispielweise bei Umlagerung infolge Kriechens der Fall, nicht aber bei „plastischer Schnittgrößenermittlung“. In diesem Zusammenhang ist diese Bezeichnung daher eigentlich unpassend, wird aber immer wieder verwendet.

rung nach „guter“ konstruktiver Durchbildung und nach duktilen Stählen sollte nicht generell als ausreichend angesehen werden. Insbesondere bei hoch beanspruchten Bauteilen mit eingeschränktem plastischem Verformungsvermögen sollte rechnerisch nachgewiesen werden, dass die plastischen Verformungen aufgenommen werden können.

### 2.3.6 Abweichungen und Kontrollen während des Vorspannens

Während der Planung wird festgelegt, welche Vorspannmaßnahmen beim Herstellen des Bauwerks durchzuführen sind. Auf Grundlage der prognostizierten Eigenschaften des noch nicht gebauten Tragwerks werden Spannkräfte und die zugehörigen Spannwege angegeben.

Bei der Ausführung ist durch Kontrollen zu gewährleisten, dass die Vorspannung möglichst exakt aufgebracht wird. Dazu werden üblicherweise während des Vorspannens die Spannkraft (über den Pressendruck) und der von der Spanneinrichtung erzeugte Spannweg gemessen. Eine exakte Übereinstimmung beider Messwerte mit den durch Berechnung ermittelten Werten wird praktisch nie auftreten, weil alle Größen Streuungen aufweisen. Daher muss die Frage beantwortet werden, ob während des Vorspannens die geplante Spann*kraft* oder der geplante Spann*weg* aufzubringen ist, bzw. welche Abweichungen der Istwerte von den Sollwerten tolerabel sind.

Schon die tatsächlich im Spannelement vorhandene Kraft unterliegt aufgrund der Toleranzen und der Anzeigegenauigkeit der Spanneinrichtung gewissen Unsicherheiten. Für Spannarbeiten im Spannbetonbau schreiben DIN 4227 (1988) und DIN 1045 (2001b) beispielsweise maximal zulässige Toleranzen von 5% vor; d.h. die tatsächliche Spannkraft darf von ihrem Sollwert um bis zu 5% abweichen, ohne dass dies als Mangel oder Fehler anzusehen ist. Scheibe (2003) von der Firma SUSPA-DSI GmbH, Langenfeld, teilt mit, dass heute die Pressen *genau* kalibriert werden, jedoch ohne Zahlenwerte für die stets vorhandene Toleranz zu nennen. Leonhardt (1980) fordert für die Kontrolle des Spannwegs eine maximale Toleranz der Messeinrichtungen von 2%.

Im Normalfall wird während des Spannens der Zugglieder auch gleichzeitig die Eigenlast der Konstruktion aktiviert, und die aufgebrachte Spannkraft dient nicht alleine dazu, „Vorspannung“ zu erzeugen, sondern enthält auch Anteile, die sich infolge der Eigenlasten ergeben (z.B. die Hängewerkwirkung, s. Kap. 2.3.2). Da die Eigenlast eine streuende Größe ist, ist ihre tatsächliche Größe unbekannt, und damit bleibt auch unbekannt, wie groß der zugehörige Anteil der Spannkraft ist, und wie groß der „Rest“ ist, der die eigentliche Wirkung der Vorspannung erzeugt. Bei den meisten Konstruktionen ist dieser Effekt jedoch vernachlässigbar, weil der Einfluss der Eigenlasten auf die Spannkraft klein ist, z.B. bei üblichen Spannbetonkonstruktionen und Membranbauten. Für Systeme, die hiervon abweichen, sind weitergehende Überlegungen erforderlich, darauf wird noch eingegangen.

Hier wird bewusst der Begriff *Spann*kraft verwendet, der die von der Presse erzeugte Kraft bezeichnet. Der Begriff *Vorspann*kraft bezeichnet den Anteil daran, der den geplanten Zwangzustand erzeugt. Die beiden Kräfte sind dann identisch, wenn die genannten Einflüsse der Eigenlasten nicht vorhanden sind.

Der Spann*weg* ist außer von der Spannkraft vor allem von der Reibung und von den Steifigkeiten der deformierten Bauteile abhängig, die gleichermaßen Streuungen unterworfen sind. So sind beispielsweise für die Querschnittsfläche von gewalzten und vergüteten Drähten Plustoleranzen von bis zu 8% zulässig (Leonhardt 1980). Durch die Vielzahl der streuenden Einflüsse auf den Spannweg ist zu erwarten, dass dieser stärker vom planmäßigen Wert abweicht als die Spannkraft.

Aus diesem Grund ist es sinnvoll, während der Herstellung vorrangig die durch die Spanneinrichtung mit nur geringer Streuung erzeugte Spann*kraft* an ihren Sollwert anzupassen und den Spannweg begleitend zu messen. Weicht seine Größe stark vom prognostizierten Wert ab, muss im Einzelfall entschieden werden, was die Ursachen dafür sind, und was zu tun ist.

Eingetretener Zementleim oder Korrosion in Hüllrohren führen beispielsweise zu erhöhten Reibungskoeffizienten, so dass der prognostizierte Spannweg nicht bei der planmäßigen Spannkraft auftritt, weil die Spanngliedkraft innerhalb des Bauteils nicht überall die geplanten Werte erreicht. Ein temporäres Erhöhen und anschließendes Nachlassen der Spannkraft kann helfen, den gewünschten Zustand im Tragwerk herzustellen. Dabei muss darauf geachtet werden, dass die Proportionalitätsgrenze des Spannstahls nicht überschritten wird. In diesem Fall ist eine Anpassung des Ist-Spannwegs an den Sollwert sinnvoll, weil das System nicht empfindlich gegenüber einer Erhöhung der Spannkraft ist. Im Falle von „Verstopfern", die eine ungewollte Zwischenverankerung darstellen, führt ein Überspannen hingegen nicht zu Abhilfe.

Ist die Abweichung des gemessenen Spannwegs hingegen auf Streuungen der Steifigkeiten zurückzuführen, ist es sinnvoller, lediglich die Spann*kraft* auf den Sollwert einzustellen. Die Größe der eingeprägten Verformung weicht dann zwar von der Planung ab, führt aber am tatsächlichen Bauwerk zu den gewünschten Effekten. Es sind Schadensfälle bei Membranbauten bekannt, die auf das Nichtbeachten dieser Überlegungen zurückzuführen sind. Dabei wurde beim Vorspannen zunächst der errechnete Spannweg nicht erreicht, weil das Membranmaterial eine höhere Dehnsteifigkeit aufwies als angenommen. Trotzdem wurde bei der Ausführung „auf Form vorgespannt" und die Membrane damit zerstört (Sobek 2001).

Die oben bereits erwähnten Systeme, bei denen die aufgebrachte Spannkraft nicht nur die gewünschten Vorspann-Effekte hervorruft, sondern auch zu einem signifikanten Anteil Kräfte infolge der aktivierten Eigenlasten enthält, weisen besondere Steifigkeitsverhältnisse auf: Die Bauteile, deren Biegebeanspruchungen durch die aufgebrachte Vorspannung günstig beeinflusst werden, haben so geringe Biegesteifigkeit, dass Streuungen in den Eigenlasten oder in der Vorspannung zu erheblichen Abweichungen von der Sollgeometrie (z.B. der Gradiente) führen. Zu ihnen gehören bei-

spielsweise schlanke unter- und überspannte Systeme und Schrägseilbrücken. Bei diesen Tragwerken werden während des Vorspannens neben Spannkraft und Spannweg auch die Systemverformungen gemessen (Menn 1987; Saul/Svensson 1983). Durch Anpassung der Spannkraft kann dann auf Abweichungen der Eigenlasten von den Sollwerten reagiert werden, so dass die Soll*geometrie* erreicht wird. Dabei wird nicht nur der Eigenlast-Anteil der Spannkraft, sondern auch die Vorspannung selbst verändert. Dass dabei deutlich erhöhte Spannkräfte auftreten können, sollte bei der Planung bereits bedacht werden.

Es sei nochmals darauf hingewiesen, dass diese Kraft-orientierte Betrachtung nicht dazu verleiten darf, vom Zwang-Charakter der Vorspannung abzugehen. Die Spannkraft dient dazu, einen günstigen Beanspruchungs- und Verformungszustand im Tragwerk zu erzeugen, und die absolute Größe der dafür erforderlichen eingeprägten Verformung wird durch die Kontrollen an die tatsächliche Beschaffenheit des errichteten Bauwerks so angepasst, dass die in der Planung angestrebten Auswirkungen erzeugt werden.

## 2.4 Folgerungen für die Definition der Vorspannung

Die Ausführungen in den vorangegangenen Kapiteln zeigen, dass als „griffige" einfache Definition der Vorspannung für alle mechanisch vorgespannten Bauwerke folgende Aussage angegeben werden kann:

> **Vorspannen ist das kontrollierte Einprägen von Verformungen mit dem Ziel, das Verhalten des Tragwerks günstig zu beeinflussen.**

Aus dem Begriff „Vorspannen" ist ersichtlich, dass es sich dabei um einen Vorgang handelt; er ist praktisch immer den Herstellvorgängen des Tragwerks zuzuordnen (Scheer/Maier 1984). Für den Begriff „Vorspannung" selbst kann keine eindeutige Definition angegeben werden, am ehesten trifft „im Zusammenhang mit dem Vorspannen stehend" zu, und in dieser Bedeutung verwendet erleichtert er den sprachlichen Umgang erheblich.

Es konnte gezeigt werden, dass die Auffassung der sich aus dem Vorspannen ergebenden Beanspruchungszustände als Zwang für alle betrachteten Zustände konsistent ist. Die Definition der Vorspannung als die Kraft, die zur Erzeugung des gewünschten Beanspruchungszustands bzw. zum Einprägen der Verformung erforderlich ist, weist hingegen in einigen Fällen Unzulänglichkeiten auf (s. Kap. 2.3.1).

Die Vorstellung der Vorspannung als **isolierbarer** Zwang- oder Eigenspannungszustand bzw. als „das, was nach gedanklicher Wegnahme aller Lasten übrig bleibt" kann bei nichtlinearem Tragverhalten nicht mehr aufrecht erhalten werden. Für die Mehrzahl der Tragwerke kann aber zumindest zum Zeitpunkt des Vorspannens und kurz danach davon ausgegangen werden, dass alle erforderlichen Voraussetzungen vorhanden sind, so dass diese sehr anschauliche und auch didaktisch wertvolle Vorstellung erhalten bleiben kann. Jedoch sollte man sich über ihre Grenzen im Klaren sein.

Spannbetontragwerke mit Verbund zwischen Spanngliedern und umgebendem Beton weisen einige Besonderheiten auf. Diese resultieren jedoch ausschließlich aus dem Systemwechsel, der mit der Herstellung des Verbundes einhergeht und nicht aus anderen Eigenschaften des Vorspannprozesses.

Für die Behandlung der Vorspannung innerhalb des Sicherheitskonzepts mit Teilsicherheitsbeiwerten ist der entsprechende Faktor für die Vorspannung auf die eingeprägten Verformungen anzuwenden. Damit können sowohl linear-elastische als auch nichtlineare Berechnungen von Hand oder elektronisch durchgeführt werden, ohne dass weitere Unterscheidungen nötig sind.

# 3 Zuverlässigkeitsanalyse und die Methode der Teilsicherheitsbeiwerte

## 3.1 Grundlagen der Zuverlässigkeitstheorie für Tragwerke

### 3.1.1 Allgemeines

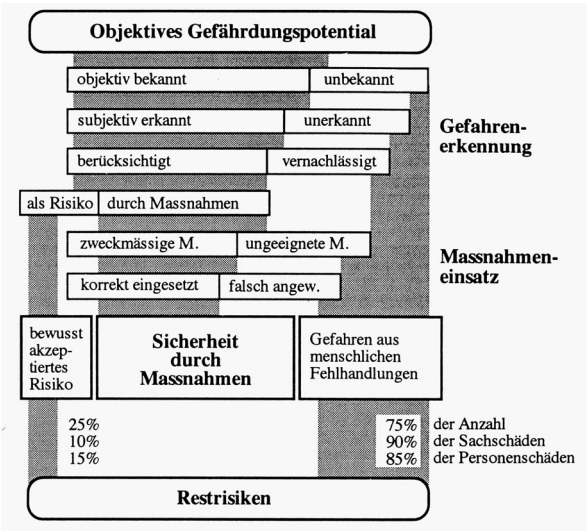



*Bild 3.1: Gefährdungspotential, Sicherheit und Restrisiken (Schneider/Schlatter 1996)*

Wenn von der Sicherheit oder Zuverlässigkeit von Tragwerken im allgemeinen Sinn die Rede ist, ist darunter die Forderung der Gesellschaft zu verstehen, dass idealerweise von Bauwerken keinerlei Gefahr und keinerlei wirtschaftlicher Schaden ausgehen soll. Dieses Ziel ist jedoch aufgrund ökonomischer Zwänge, höherer Gewalt und Fehlverhaltens von Menschen nicht zu erreichen, so dass stets Restrisiken vorhanden sind. Schneider und Schlatter (1996) zeigen anhand der in Bild 3.1 wiedergegebenen Grafik auf, dass sowohl im Bereich der *Gefahrenerkennung* als auch des *Maßnahmeneinsatzes menschliche Fehlhandlungen* auftreten können. Dies können z.B. mangels Erfahrung unterschätzte Einwirkungen oder eine mangelhafte Bauausführung sein, aber auch vernachlässigte Instandhaltung oder Umnutzungen mit Erhöhung der Lasten fallen darunter. Restrisiken dieser Art können durch Maßnahmen der Überwachung, des Qualitätsmanagements und auch der Aus- und Weiterbildung reduziert werden.

Daneben existieren *bewusst akzeptierte Risiken*, die aus ökonomischen Gründen resultieren können, wie z.B. die Auslegung eines Tragwerks für ein Jahrhundertereignis, die das eventuell auftretende zugehörige Jahrtausendereignis naturgemäß nicht abdecken kann*. Andere Ereignisse sind nicht vorhersehbar oder nicht abwendbar wie z.B. terroristische Angriffe. Wollte man daraus resultierende Konsequenzen gänzlich ausschalten, bliebe häufig nur das Unterlassen der Baumaßnahme (Vrouwenvelder 2001). Diese Restrisiken müssen in Kauf genommen werden.

Dem größten Teil des *objektiven Gefährdungspotentials* wird durch die *Gefahrenerkennung* und den *Maßnahmeneinsatz* begegnet, so dass das Ziel *Sicherheit durch Maßnahmen* erreicht wird (mittlerer Kasten in Bild 3.1). Zu diesen Maßnahmen ist, neben z.B. eine dem Problem angemessene, richtige statische Berechnung, die Zuverlässigkeitstheorie zu zählen. Mit ihr kann die Zuverlässigkeit von Tragwerken mit stochastischen Methoden durch die Berechnung der operativen Versagenswahrscheinlichkeit beschrieben werden. Dieser Weg wird in der vorliegenden Arbeit beschritten, um die in Kapitel 1 geschilderte Fragestellung zu untersuchen. In den folgenden Kapiteln werden zunächst die allgemeinen Grundlagen der verwendeten Methoden der Zuverlässigkeitstheorie kurz erläutert.

### 3.1.2 Einführung anhand eines Beispiels

Zur Erläuterung einiger Grundbegriffe der Zuverlässigkeitstheorie für Tragwerke wird der in Bild 3.2a dargestellte Kragträger betrachtet. Die Systemlänge $l$ und das Widerstandsmoment $W$ des Trägerquerschnitts werden als deterministische Größen angesehen, während die Einzellast $F = X_1$ und die Festigkeit des Materials $f_Y = X_2$ als *Basisvariable* (stochastische Größen) gegeben sind.

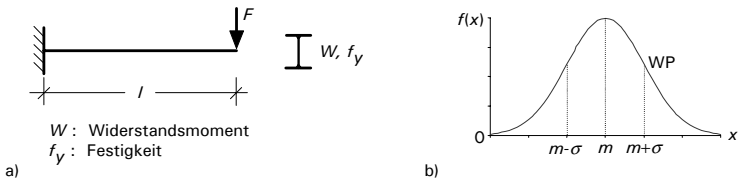



*Bild 3.2: Beispiel. a) Statisches System und Querschnitt; b) Gauß'sche Normalverteilung*

Der Einfachheit halber sollen beide eine Gauß'sche Normalverteilung (Bild 3.2b) aufweisen, deren Verteilungsdichte allgemein mit dem Mittelwert $m$ und der Standardabweichung $\sigma$ gegeben ist durch

---

* Ein Jahrhundert- bzw. Jahrtausendereignis hat eine *mittlere* Wiederkehrperiode von 100 bzw. 1000 Jahren. Das bedeutet natürlich nicht, dass zwischen zwei Jahrhundertereignissen genau 100 Jahre vergehen müssen.

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2}. \tag{3.1}$$

Die gemeinsame Verteilungsdichte der beiden Basisvariablen ergibt sich, wenn sie stochastisch unabhängig voneinander sind, durch Multiplikation zu

$$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = f_{\mathbf{X}}(x_1, x_2) = f_{X_1}(x_1) \cdot f_{X_2}(x_2). \tag{3.2}$$

Als Versagenskriterium wird das Erreichen der Streckgrenze in den Randfasern des Einspannquerschnitts betrachtet. Versagen trete also dann ein, wenn der Widerstand $W \cdot x_2$ kleiner als die Einwirkung $l \cdot x_1$ ist. Die *Grenzzustandsfunktion* lautet somit

$$g(\mathbf{x}) = W \cdot x_2 - l \cdot x_1 = 0\,. \tag{3.3}$$

Sie teilt den Raum der Basisvariablen bzw. ihrer gemeinsamen Verteilungsdichte in einen sicheren ($g(\mathbf{x}) \geq 0$) und einen unsicheren ($g(\mathbf{x}) < 0$) Bereich (Bild 3.3). Das bedeutet, dass für alle Realisationen ($x_1$, $x_2$) der Basisvariablen $X_1$ (Last) und $X_2$ (Festigkeit), die in diesen Bereich fallen, das Tragwerk versagt. Die *operative Versagenswahrscheinlichkeit* $P_f$ (s. Kap. 3.1.3) ergibt sich dann durch das Integral der Verteilungsdichte über den unsicheren Bereich:

$$P_f = \iint\limits_{\mathbf{x}|g(\mathbf{x})<0} f_{\mathbf{X}}(x_1, x_2)\, dx_1\, dx_2 = \int\limits_{x_2=-\infty}^{\infty} \int\limits_{x_1=\frac{W}{l}x_2}^{\infty} \frac{1}{\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot 2\pi} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\left(\frac{x_1-m_1}{\sigma_1}\right)^2 + \left(\frac{x_2-m_2}{\sigma_2}\right)^2\right)} dx_1\, dx_2 \tag{3.4}$$

Im allgemeinen Fall muss die Integration auf numerischem Wege erfolgen, was bei zunehmender Anzahl von Basisvariablen unhandlich und zeitintensiv wird. Daher wird im Folgenden ein Weg beschrieben, der auch für komplexe Fälle anwendbar und zudem anschaulich ist.

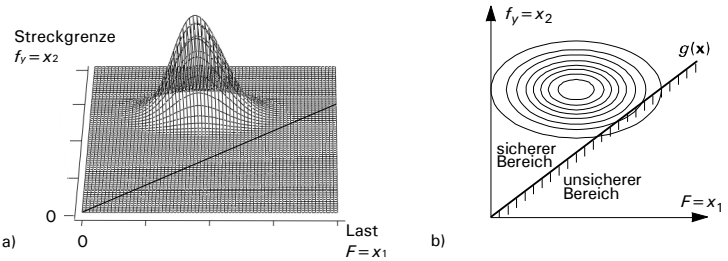



*Bild 3.3: Gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte. a) Isometrie; b) Draufsicht*

Überführt man die normalverteilten Basisvariablen vom $x$-Originalraum mittels

$$Y_i = \frac{X_i - m_i}{\sigma_i} \tag{3.5}$$

in den standardisierten $y$-Raum, sind die $Y_i$ standardnormalverteilt. Transformiert man in gleicher Weise die Grenzzustandsfunktion zu

$$h(\mathbf{y}) = W \cdot (y_2 \cdot \sigma_2 + m_2) - I \cdot (y_1 \cdot \sigma_1 + m_1) = 0\,, \tag{3.6}$$

ergibt sich die in Bild 3.4 dargestellte Situation: Die gemeinsame Verteilungsdichte ist rotationssymmetrisch zum Ursprung und der Integrand in Gl. (3.4) damit invariant gegenüber einer Drehung des Koordinatensystems. Wählt man ein $z$-Koordinatensystem, dessen $z_1$-Achse parallel zur Grenzzustandsgeraden liegt, schneidet die $z_2$-Achse die Grenzzustandsgerade im Abstand $\beta$ vom Koordinatenursprung. Die Gleichung der Grenzzustandsgeraden lautet somit

$$z_2 + \beta = 0\,, \tag{3.7}$$

und das Doppelintegral der Versagenswahrscheinlichkeit kann zur Lösung entkoppelt werden:

$$P_f = \int_{z_1=-\infty}^{\infty} \int_{z_2=-\infty}^{-\beta} \varphi(z_1) \cdot \varphi(z_2)\, dz_2\, dz_1 = \underbrace{\int_{z_1=-\infty}^{\infty} \varphi(z_1)\, dz_1}_{=1} \cdot \int_{z_2=-\infty}^{-\beta} \varphi(z_2)\, dz_2 = \Phi(-\beta) \tag{3.8}$$

Dabei bezeichnet $\varphi$ die Verteilungsdichte und $\Phi$ die (kumulierte) Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung. Die Versagenswahrscheinlichkeit ist also nur noch über diese funktional abhängig von der Länge der Strecke $\beta$, und somit kann auch direkt $\beta$ als Kriterium für die Zuverlässigkeit herangezogen werden und wird *Sicherheits-* oder *Zuverlässigkeitsindex* genannt.

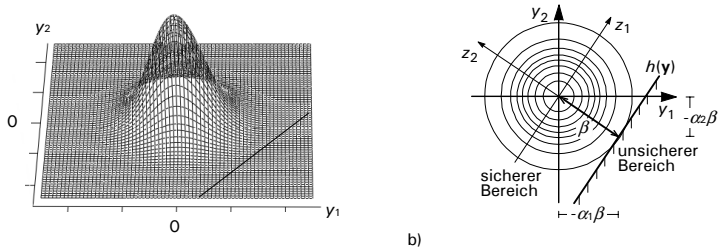



*Bild 3.4: Gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte im standardisierten Raum. a) Isometrie; b) Draufsicht*

Der Schnittpunkt der $z_2$–Achse mit der Grenzzustandsgeraden ist zugleich der Punkt der Grenzzustandsgeraden, der dem Koordinatenursprung am nächsten liegt. Er wird als *Bemessungspunkt* oder *$\beta$-Punkt* bezeichnet. Da die Verteilungsdichte vom Ursprung weg rotationssymmetrisch abnimmt, ist der Bemessungspunkt der Punkt, in dem die Verteilungsdichte entlang der Grenzzustandsgeraden ihr Maximum hat. Hier ist ein Übergang vom sicheren in den unsicheren Bereich am wahrscheinlichsten, oder kurz: Der Bemessungspunkt ist der wahrscheinlichste Versagenspunkt. Seine Koordinaten im $y$-System lauten

$$y_i^* = -\alpha_i \cdot \beta \,, \tag{3.9}$$

wobei die $-\alpha_i$ die negativen Richtungskosinus der Strecke $\beta$ bezeichnen*. Durch Rücktransformation in den Originalraum mittels

$$x_i^* = m_i + y_i^* \cdot \sigma_i = m_i - \alpha_i \beta \cdot \sigma_i \tag{3.10}$$

werden die *Bemessungswerte* der Basisvariablen ermittelt. Man erkennt, dass die Bemessungswerte umso weiter von den Mittelwerten entfernt sind, je größer das Sicherheitsniveau $\beta$ und je größer der Betrag des jeweiligen *Wichtungsfaktors* $\alpha_i$ ist. Die Bedeutung dieser Faktoren ist in Bild 3.4 auch geometrisch abzulesen: Die Strecke $\beta$ besteht aus der vektoriellen Addition der Komponenten $y_i^* = -\alpha_i \beta$ . Je größer eine einzelne Komponente $y_i^*$ ist, desto größer ist ihr „Anteil" bzw. ihre Wichtung an $\beta$. Um Rückschlüsse auf den Einfluss der einzelnen Basisvariablen auf den Zuverlässigkeitsindex zu ziehen, und um auch unterschiedliche Systeme vergleichen zu können, bietet es sich an, die Wichtungsfaktoren zu quadrieren, weil die Summe der Quadrate immer gleich 1 ist.

Im Hinblick auf eine Bemessung mit der Methode der *Teilsicherheitsbeiwerte* ist interessant, wie groß diese sein müssen, um ein bestimmtes Sicherheitsniveau (s. Kap. 3.1.4) zu erreichen. Nimmt man an, dass in obigem Beispiel die erreichte Zuverlässigkeit $\beta$ genau der geforderten entspricht, lassen sich die Teilsicherheitsbeiwerte aus den Bemessungswerten durch

$$\gamma_i = \frac{x_i^*}{x_{ki}} \quad \text{(a)} \qquad \text{bzw.} \qquad \gamma_i = \frac{x_{ki}}{x_i^*} \quad \text{(b)} \tag{3.11}$$

angeben, wobei (a) für Einwirkungen und (b) für Widerstände anzuwenden ist. Die Werte $x_{ki}$ stellen die *charakteristischen Werte* dar, die durch die Regelwerke für die Bemessung mit Teilsicherheitsbeiwerten gegeben sind.

Im Allgemeinen werden als charakteristische Werte obere (z.B. bei „ungünstigen" Einwirkungen) oder untere (z.B. bei Festigkeiten) Fraktilwerte definiert. Der Abstand zwischen Mittelwert und Bemessungswert einer Basisvariablen resultiert dann zum einen aus dem Abstand zwischen Mittelwert und charakteristischem Wert und zum anderen aus der Anwendung des Teilsicherheitsbeiwert auf diesen. Als Beispiel dient der Bemessungswert einer Festigkeit, deren charakteristischer Wert hier als 5%-Fraktilwert einer Normalverteilung definiert sei:

$$f_d = \frac{f_k}{\gamma_M} = \frac{m_f - 1{,}645 \cdot \sigma_f}{\gamma_M}$$

Dabei ist $m_f$ der Mittelwert und $\sigma_f$ die Standardabweichung der Festigkeit. Es ist ersichtlich, dass z.B. ein kleinerer (z.B. 2%-) Fraktilwert zusammen mit einem kleine-

* Die Vorzeichen der $\alpha_i$ sind in der Literatur uneinheitlich eingeführt. Hier deutet ein negativer $\alpha_i$-Wert auf „ungünstigen" Einfluss der zugehörigen Basisvariablen, z.B. einer Last, hin.

ren Teilsicherheitsbeiwert zum gleichen Bemessungswert führen kann. Der Definition der charakteristischen Werte kommt daher besondere Bedeutung zu (Kap. 3.2.2).

Mit dem beschriebenen Verfahren kann für Tragwerke, deren Eigenschaften auf stochastischer Grundlage beschrieben werden können, die Zuverlässigkeit, ausgedrückt durch die operative Versagenswahrscheinlichkeit oder den äquivalenten Zuverlässigkeitsindex, angegeben werden. Weiterhin werden Informationen erhalten, welchen Einfluss die einzelnen Basisvariablen auf die erreichte Zuverlässigkeit haben, was sich durch den mehr oder weniger großen Abstand der Bemessungswerte von den Mittelwerten bemerkbar macht. Das gewählte Beispiel mit zwei unabhängigen, normalverteilten Basisvariablen und linearer Grenzzustandsfunktion ist bewusst einfach gewählt, um die Grundlagen herausstellen zu können. Für Zuverlässigkeitsanalysen allgemeiner Tragwerke, die diese Beschränkungen nicht erfüllen, sind Erweiterungen und Ergänzungen erforderlich, die in den Kapiteln 3.1.5 bis 3.1.9 erläutert werden.

### 3.1.3 Das Maß für die Zuverlässigkeit

Um Tragwerke oder andere technische Systeme bezüglich ihrer Zuverlässigkeit bewerten und klassifizieren zu können, muss als Kriterium ein Maß für die Zuverlässigkeit definiert werden. Am naheliegendsten für die Beschreibung der „Sicherheit" wäre die Wahrscheinlichkeit, dass das System „sicher ist", also nicht versagt. Diese wird auch Überlebenswahrscheinlichkeit $P_s$ genannt und bildet das Komplement zu der in Kapitel 3.1.2 bereits eingeführten Versagenswahrscheinlichkeit $P_f$:

$$P_s = 1 - P_f \tag{3.12}$$

Problematisch an diesen beiden in Frage kommenden Kriterien sind zum einen die numerischen Größenordnungen, in denen sie liegen, und zum anderen ihre Empfindlichkeit bezüglich Änderungen in den stochastischen und deterministischen Informationen über das betrachtete System (Spaethe 1992).

Die gesellschaftlich akzeptierte Versagenswahrscheinlichkeit für Tragwerke liegt in der Größenordnung von $P_f = 10^{-4}$ im Zeitraum ihrer Lebensdauer (s. Kap. 3.1.4), die geforderte Überlebenswahrscheinlichkeit demnach bei $P_s = 1\text{-}10^{-4} = 0{,}9999$, der äquivalente Zuverlässigkeitsindex bei $\beta = -\Phi^{-1}(10^{-4}) = 3{,}72$.

In Tabelle 3.1 sind alle drei genannten Zuverlässigkeitsmaße angegeben für das Beispiel aus Kapitel 3.1.2, wobei das Widerstandsmoment des Einspannquerschnitts um 2% nach oben und unten variiert wird und alle anderen Daten unverändert gelassen werden. Die Versagenswahrscheinlichkeit ändert sich jeweils um etwa 70%, die Überlebenswahrscheinlichkeit um etwa 0,003% und der Zuverlässigkeitsindex um etwa 3%. Es wird deutlich, dass die Versagenswahrscheinlichkeit extrem empfindlich auf kleinste, im Bauwesen i.a. vernachlässigte Veränderungen des Systems reagiert, während die Überlebenswahrscheinlichkeit davon praktisch unberührt bleibt. Der Zuverlässigkeitsindex variiert dagegen in der gleichen Größenordnung wie die Eingangsdaten und ist daher am besten geeignet, als ein ingenieurgerechtes Maß der

Zuverlässigkeit betrachtet zu werden. Aus diesem Grund hat sich der Zuverlässigkeitsindex im Laufe der Entwicklung der Theorie gegenüber den anderen Maßen durchgesetzt (z.B. in JCSS 2001; EC 0 2001; GruSiBau 1981).

*Tabelle 3.1: Empfindlichkeit der Zuverlässigkeitsmaße*

| Widerstands-moment | $P_f$ | $P_s$ | $\beta$ |
|---|---|---|---|
| 0,98 $W$ | 0,000126 | 0,999874 | 3,66 |
| 1,00 $W$ | 0,000075 | 0,999925 | 3,79 |
| 1,02 $W$ | 0,000044 | 0,999956 | 3,92 |

Es muss betont werden, dass alle genannten Zuverlässigkeitsmaße lediglich operativen Charakter haben, d. h. die errechneten Versagenswahrscheinlichkeiten sind nicht in der Realität als relative Versagenshäufigkeiten von Tragwerken zu beobachten, sondern dienen lediglich als Beurteilungskriterium (Ditlevsen 1982b). Zum einen werden die tatsächlich eintretenden Versagensfälle zumeist durch menschliches Fehlverhalten bestimmt (Kap. 3.1.1; Rackwitz 2002; Schneider/Schlatter 1996), das rechnerisch nicht zu erfassen ist. Zum anderen müssen die erreichten Zuverlässigkeiten stets im Kontext mit der stochastischen und mechanischen Modellierung gesehen werden (s. Kap. 3.3): Die ingenieurmäßige Modellbildung beinhaltet immer Annahmen und Vereinfachungen, wie z.B. die Annahme frei drehbarer Lagerung oder des Ebenbleibens des Querschnitts auf der mechanischen Seite. Auf der stochastischen Seite sind unzureichende statistische Informationen und dabei insbesondere die Annahme von mathematisch beschreibbaren Verteilungstypen zu nennen. Bei den extrem kleinen Versagenswahrscheinlichkeiten im Bauwesen werden Informationen über die besonders weit vom Mittelwert weg liegenden „Schwänze“ der Verteilungen benötigt (vgl. Bild 3.3). Aus Beobachtungen wie Versuchen und Messungen liegen aufgrund des beschränkten Stichprobenumfangs jedoch hauptsächlich Informationen im Bereich des Mittelwertes vor. Die Zuordnung eines bestimmten Verteilungstyps bedeutet deshalb eine Extrapolation für die „Schwänze“.

Dennoch sind Versagenswahrscheinlichkeit bzw. Zuverlässigkeitsindex brauchbare Instrumente, um verschiedene Systeme bezüglich ihrer Sicherheit zu vergleichen, wenn deren mechanische und stochastische Modellbildung in gleicher Weise erfolgt (Mathieu 1980a). Streng genommen sollte daher stets durch den Zusatz des Adjektivs „operativ“ diesen Umständen Rechnung getragen werden, was aber aus Gründen der Einfachheit in der Literatur praktisch immer unterbleibt (Spaethe 1992).

### 3.1.4 Zielwerte für die Zuverlässigkeit

Die Forderung nach einer möglichst hohen Sicherheit einerseits und wirtschaftlichen Konstruktionen anderseits macht die Festlegung eines Sicherheitsniveaus erforderlich, das einen akzeptablen Kompromiss darstellt. Dazu können theoretische Überlegungen dienen, „wie sicher sicher genug“ ist, die beispielsweise aus einer Kosten-Nutzen-

Rechnung ein rein wirtschaftlich begründetes Niveau für die Sicherheit ermitteln. Problematisch stellt sich dabei die Monetarisierung von Personenschäden dar (Rackwitz 2002; JCSS 2001; König/Heunisch 1972). Daneben soll das geforderte Sicherheitsniveau mit den geltenden Vorschriften korrespondieren, weil nach aktuellen Regelwerken berechnete Tragwerke von der Gesellschaft als sicher akzeptiert werden (Faber 2002; Rackwitz 2002; Schneider/Schlatter 1996).

Allen (1968) vergleicht Gefahren, die von einem Tragwerksversagen ausgehen, mit lebensbedrohlichen Gefahren des täglichen Lebens, wie z.B. Straßenverkehr und Schwimmen. Die Nutzung von Bauwerken ist eine unausweichliche Notwendigkeit des Lebens, und der einzelne Mensch kann kaum Einfluss nehmen auf eventuelle Unfallrisiken. Daher muss die Sicherheit von Bauwerken so groß sein, dass die von ihnen ausgehenden Gefahren für Leib und Leben deutlich kleiner sind als die von freiwillig eingegangenen bzw. kontrollierbaren Risiken. Allen stellt diesbezüglich fest, dass eine Versagenswahrscheinlichkeit eines Bauwerks von $10^{-4}$ während einer 30-jährigen Lebensdauer ein akzeptables Risiko darstellt. Diese Größenordnung findet sich auch in anderen internationalen Festlegungen und Veröffentlichungen wieder.

Obwohl es sinnvoll erscheint, das Zuverlässigkeitsniveau auf die Lebensdauer des Bauwerks zu beziehen, hat es sich durchgesetzt, als Bemessungszeitraum 1 Jahr anzusetzen (EC 0 2001; JCSS 2001; GruSiBau 1981). Eine exakte Umrechnung der zu fordernden Zuverlässigkeiten ist schwierig, weil die Bezugszeiträume für die Einwirkungen unterschiedlich sind (vgl. Kap. 3.1.6). Die Eigenlasten der Konstruktion beziehen sich naturgemäß auf die Lebensdauer, klimatische Einwirkungen liegen als Jahresmaxima vor, andere Lasten haben auch andere Erneuerungsraten, z.B. Nutzlasten im Hochbau ca. 1/5 Jahre. Eine obere Grenze für den zu fordernden Sicherheitsindex für den Bezugszeitraum von 1 Jahr ergibt sich aus einem Bezugszeitraum von n Jahren aus

$$\beta_{1\text{Jahr}} = \Phi^{-1}\left[\Phi(\beta_{n\,\text{Jahre}})^{1/n}\right]. \tag{3.13}$$

Diese Näherung geht davon aus, dass das Versagen in aufeinander folgenden Bezugszeiträumen von 1 Jahr jeweils unabhängig ist. Sie gilt exakt, wenn nur eine einzige Basisvariable mit einer Erneuerungsrate von 1/Jahr das Versagen bestimmt. Schobbe (1982) zeigt, dass die Näherung ausreichend genau ist.

Im Folgenden werden die geforderten Zuverlässigkeiten aus einigen Quellen erläutert: Die Grundlagen zur Festlegung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen (GruSiBau 1981) in Deutschland fordern für eine prognostizierte Lebensdauer von 50 Jahren einen Wert $\beta = 3{,}8$, für den Bezugszeitraum von 1 Jahr $\beta = 4{,}7$, was einer Umrechnung nach Gl. (3.13) entspricht. Allerdings wird eine maximale Unterschreitung dieses Wertes um $\Delta\beta = 0{,}5$ zugelassen, was eine effektiv geforderte Zuverlässigkeit von $\beta = 4{,}2$ für 1 Jahr darstellt.

EC 0 (2001) fordert ebenfalls $\beta = 3{,}8$ für 50 Jahre und $\beta = 4{,}7$ für 1 Jahr, jedoch ohne eine zugelassene Unterschreitung im Sinne der GruSiBau (1981).

Die derzeit modernste Vorschrift im Bezug auf Zuverlässigkeitstheorie ist der Probabilistic Model Code (JCSS 2001). Darin werden stark differenzierte Angaben für den Zielwert des Sicherheitsindex gemacht. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt der Vergleich unter Beschränkung auf die Tragfähigkeit, „mittlere Versagensfolgen" und „mittlere Kosten für Maßnahmen zur Erhöhung der Sicherheit" (JCSS 2001). Auch auf mögliche Unterscheidungen bezüglich sprödem oder duktilem Versagen soll hier nicht eingegangen werden. Für diese Voraussetzungen wird im Probabilistic Model Code $\beta = 4{,}2$ im Bezugszeitraum 1 Jahr gefordert, ohne eine Angabe für die Lebensdauer zu machen. Vrouwenvelder (2001) erläutert jedoch als Hintergrund wiederum $\beta = 3{,}8$ für 50 Jahre und begründet, dass eine Umrechnung auf 1 Jahr mit Gl. (3.13) nur für volle Unabhängigkeit der Jahre gilt, und dass somit $\beta = 4{,}2$ als realistische äquivalente Forderung für 1 Jahr angesehen werden kann.

Für die vorliegende Arbeit wird daher in Übereinstimmung mit den nationalen Anforderungen der GruSiBau (1981) und dem JCSS (2001) zunächst als Zielwert für die Zuverlässigkeit $\beta = 4{,}2$ für den Bezugszeitraum von 1 Jahr angesehen. Eine Ausnahme bilden Situationen, in denen im betrachteten Grenzzustand nur ständige Lasten wirken. Dies ist beispielsweise bei den in Kapitel 4 untersuchten vorgespannten Tragwerken der „Leerzustand", in dem nur Eigenlasten und Vorspannung, aber keine Verkehrslasten vorhanden sind. Die Zuverlässigkeiten sind dann unabhängig von der Zeit, und es kann $\beta = 3{,}8$ als Zielwert gewählt werden.

Die berechneten operativen Versagenswahrscheinlichkeiten bzw. Sicherheitsindizes hängen, wie bereits erwähnt, jedoch auch von der gewählten stochastischen Modellierung ab (Ditlevsen 1982b). Wenn Neuerungen untersucht werden, wie das Teilsicherheitsbeiwert-Konzept für vorgespannte Konstruktionen in der vorliegenden Arbeit, muss das zu fordernde Zuverlässigkeitsniveau an den bestehenden Vorschriften kalibriert werden. Das bedeutet, dass bei gleicher mechanischer und stochastischer Modellierung vorgespannte Konstruktionen das gleiche Niveau erreichen sollen wie nicht vorgespannte, die nach dem gleichen Regelwerk bemessen wurden (s. Kap. 3.4).

### 3.1.5 Erweiterungen der Methode und Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung

#### 3.1.5.1 Überblick

Das in Kapitel 3.1.2 vorgestellte Verfahren zur Bestimmung des Zuverlässigkeitsindexes beschränkt sich in dem dort betrachteten Beispiel auf zwei unabhängige, normalverteilte Basisvariable und eine lineare Grenzzustandsfunktion. Im Folgenden wird dargelegt, wie korrelierte Basisvariable, nichtlineare Grenzzustandsfunktionen und andere Verteilungstypen berücksichtigt werden können. Die Zusammenhänge werden weiterhin an zwei Basisvariablen dargestellt, weil eine geometrische Deutung in Skizzen möglich ist. Eine Erweiterung auf eine beliebige Anzahl von Basisvariablen ist ohne weitere Überlegungen möglich, aber die Möglichkeit einer anschaulichen Darstellung geht dabei verloren.

#### 3.1.5.2 Korrelierte Basisvariable

Wie in Bild 3.3 zu sehen, liegen bei nicht korrelierten normalverteilten Basisvariablen die Hauptachsen des Verteilungsdichtehügels in der Draufsicht parallel zu den Koordinatenachsen. Bei der Transformation in den Standardnormalraum mit Gl. (3.5) ergibt sich dann die in Bild 3.4 sichtbare Rotationssymmetrie zum Ursprung, die beim weiteren Vorgehen in Gl. (3.8) ausgenutzt wird.

Sind die Basisvariablen korreliert (aber weiterhin normalverteilt), ergeben sich die Hauptachsen des Verteilungsdichtehügels gegenüber den Koordinatenachsen gedreht (Bild 3.5). Führt man hier direkt eine Transformation nach Gl. (3.5) durch, ergibt sich keine Rotationssymmetrie der Verteilungsdichte mehr. Daher müssen die korrelierten Basisvariablen $X_1$ und $X_2$ durch eine Drehung des Koordinatensystems in neue, unkorrelierte Variable $U_1$ und $U_2$ überführt werden. Die Achsen des $u$-Koordinatensystems liegen parallel zu den Hauptachsen des Verteilungsdichtehügels (Bild 3.5b), was mathematisch einer Hauptachsentransformation entspricht. Die Variablen $U_1$ und $U_2$ entbehren einer physikalischen Interpretierbarkeit, sie sind nur als mathematische Hilfsgrößen anzusehen.

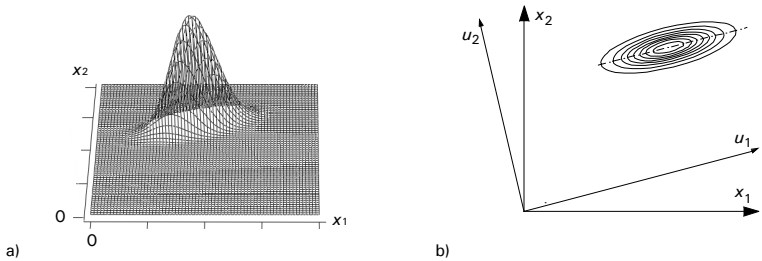



*Bild 3.5: Gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte bei korrelierten Basisvariablen. a) Isometrie; b) Draufsicht*

Das weitere Vorgehen zum Auffinden des Zuverlässigkeitsindexes bleibt gleich, bei der Ermittlung der Bemessungswerte $x_i^*$ muss jedoch die Rücktransformation zuerst vom standardisierten $y$-Raum in den unkorrelierten $u$-Raum und dann in den korrelierten $x$-Originalraum erfolgen.

Eine weitere Besonderheit ist bei den Wichtungsfaktoren zu beachten: Die gemäß Bild 3.4b gefundenen $\alpha$-Werte gelten für die entkoppelten, aber physikalisch nicht interpretierbaren $U$-Variablen. Um jedoch wiederum den Einfluss der hier korrelierten Basisvariablen $X$ auf die Zuverlässigkeit darstellen zu können, werden so genannte repräsentative $\alpha_R$-Werte ermittelt, die dann genau so interpretiert werden können wie die $\alpha$-Werte bei unkorrelierten Basisvariablen (Comrel 2002). Dazu werden zunächst in Umstellung von Gl. (3.10) aus den bereits bestimmten Bemessungswerten $x_i^*$ Wichtungsfaktoren $\overline{\alpha}_i$ bestimmt:

$$\overline{\alpha_i} = \frac{m_i - x_i^*}{\beta \cdot \sigma_i} \tag{3.14}$$

Durch die Korrelation der Basisvariablen ist die Summe der Quadrate der $\overline{\alpha_i}$ jedoch nicht gleich 1, daher werden die repräsentativen Werte $\alpha_{Ri}$ aus den $\overline{\alpha_i}$ durch Normierung errechnet. Sind die Basisvariablen korreliert, aber nicht normalverteilt (vgl. Kap. 3.1.5.4), sind weiterführende Überlegungen nötig (Hohenbichler/Rackwitz 1981). In der vorliegenden Arbeit soll die Auswirkung der Korrelation von Eigengewichtslasten und Vorspannung, die beide durch Normalverteilungen beschrieben werden können, untersucht werden. Daher kann das beschriebene Verfahren ohne weitere Modifikationen eingesetzt werden.

### 3.1.5.3 Nichtlineare Grenzzustandsfunktionen

Das Auffinden des Bemessungspunktes und des Zuverlässigkeitsindexes ist in Bild 3.4 durch die Rotationssymmetrie und die Linearität der Grenzzustandsgleichung besonders einfach, weil das Integral für die Versagenswahrscheinlichkeit entkoppelt lösbar ist, Gl. (3.8). Die Aufgabe besteht nur noch darin, den kürzesten Abstand der Grenzzustandsgeraden vom Ursprung zu finden, was hier auf analytischem Wege möglich ist; am einfachsten, indem die Grenzzustandsgerade in die Hesse'sche Normalform gebracht wird.

Bei nichtlinearen Grenzzustandsgleichungen ist diese Entkopplung nicht mehr möglich, so dass auch nicht mehr $P_f = \Phi(-\beta)$ gemäß Gl. (3.8) gilt. Als Näherungslösung bietet sich an, die Grenzzustandsgleichung im Standardnormalraum im Bemessungspunkt durch eine Gerade anzunähern (Hasofer/Lind 1974; Fießler et al. 1976). Dazu muss der zunächst noch unbekannte Bemessungspunkt iterativ gefunden werden, was geometrisch der Suche nach dem Punkt der Grenzzustandsgleichung, der dem Koordinatenursprung am nächsten liegt, entspricht (Bild 3.6b).

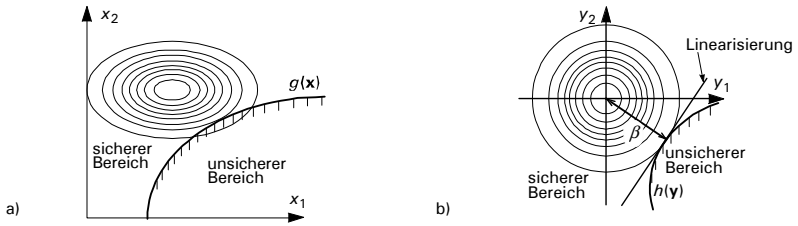



*Bild 3.6: Nichtlineare Grenzzustandsfunktion (Draufsicht). a) Originalraum; b) Standardnormalraum*

Diese Näherung ist im Allgemeinen ausreichend genau, weil der größte Anteil der Versagenswahrscheinlichkeit, die ja als Volumen des Verteilungsdichtehügels über dem unsicheren Bereich zu deuten ist, im Bereich um den Bemessungspunkt zu finden ist (Ditlevsen 1981). Auf die iterative Suche des Bemessungspunktes wird noch in Kapitel 3.1.5.4 eingegangen.

#### 3.1.5.4 Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung (FORM)

Für den allgemeinen Fall mit Basisvariablen, die nicht normalverteilt sind, und mit nichtlinearer Grenzzustandsbedingung wird häufig die Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung (First Order Reliability Method, FORM) angewandt. Wie in Kapitel 3.1.5.3 beschrieben, wird die Grenzzustandsfunktion im Bemessungspunkt durch eine lineare Funktion approximiert. Die nicht normalverteilten Basisvariablen werden durch Normalverteilungen angenähert, deren Parameter $m_i^*$ und $\sigma_i^*$ so bestimmt werden, dass Verteilungsdichte und Verteilungsfunktion im Bemessungspunkt mit der Originalverteilung übereinstimmen. Dies geschieht durch die so genannte Rosenblatt-Transformation, Gl (3.15), wobei die $F_{Xi}$ die Verteilungsfunktionen der Basisvariablen und $\Phi$ wiederum die der Standardnormalverteilung bezeichnen. Sie wird auch „Normal-Tail-Approximation“ genannt (Ditlevsen 1981); in dieser Bezeichnung wird auch der zugrunde liegende Gedanke deutlich, dass in den weit vom Mittelwert entfernten flachen Bereichen, den „Schwänzen“ der Verteilungen, eine solche Näherung ausreichend genau ist.

$$F_{X_i}(x_i^*) = \Phi\left(\frac{x_i^* - m_i^*}{\sigma_i^*}\right) \tag{3.15}$$

Diese nichtlineare Transformation führt im Übrigen auch dazu, dass Grenzzustandsfunktionen, die im Originalraum linear sind, nach der Transformation nicht mehr linear sind, und somit auch eine Linearisierung gemäß Kapitel 3.1.5.3 erforderlich wird.

Die iterative Suche nach dem Bemessungspunkt kann dadurch erfolgen, dass sie als Extremwertaufgabe mit Nebenbedingungen formuliert und diese mit mathematischen Optimierungsverfahren gelöst wird (Comrel 2002; Spaethe 1992). Von Rackwitz und Fießler wurde ein besonders effektiver und anschaulicher Algorithmus angegeben, der weite Verbreitung in der Zuverlässigkeitsbestimmung für Tragwerke gefunden hat (Fießler et al. 1976). Für die Zuverlässigkeitsanalysen im Rahmen dieser Arbeit wurde der Rackwitz-Fießler-Algorithmus so programmiert, dass zwei normalverteilte, korrelierte Basisvariable und weitere beliebig verteilte, unkorrelierte Basisvariable berücksichtigt werden können.

#### 3.1.5.5 Weitere Verfahren und verallgemeinerter Zuverlässigkeitsindex

Neben der Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung existieren zahlreiche andere Näherungsverfahren, um die Zuverlässigkeit von Tragwerken zu ermitteln. Bei der Zuverlässigkeitstheorie 2. Ordnung (Second Order Reliability Method, SORM) wird die Grenzzustandsfunktion im Bemessungspunkt durch polynomische Funktionen 2. Ordnung angenähert. Als weitere Familie von Näherungsverfahren sind die Numerischen Simulations- oder Monte-Carlo-Methoden anzuführen. Dabei werden durch die Erzeugung von Zufallszahlen, die als Realisationen der Basisvariablen angesehen werden, „numerische Experimente“ durchgeführt. Die Versagenswahrscheinlichkeit ergibt sich dann aus dem Quotienten aus der Anzahl der „unsicheren Experimente“

und der Gesamtzahl der Experimente. Selbstverständlich ist es theoretisch auch möglich, das Versagensintegral direkt numerisch zu lösen.

Aus den in Kapitel 3.1.3 genannten Gründen wird aus der mit diesen Verfahren ermittelten Versagenswahrscheinlichkeit mit Gl. (3.16) der so genannte verallgemeinerte Sicherheitsindex $\beta_v$ errechnet (JCSS 2001, Spaethe 1992):

$$\beta_v = -\Phi^{-1}(P_f) \tag{3.16}$$

Er ist nicht mehr im Sinne von Bild 3.6 als kürzester Abstand zwischen der Grenzzustandsfunktion und dem Koordinatenursprung interpretierbar, er dient lediglich als Maß zur Beschreibung der Zuverlässigkeit, das zur Versagenswahrscheinlichkeit äquivalent ist (Ditlevsen 1981). In der Literatur wird dieser Umstand oft übergangen und auf den Index *v* verzichtet.

### 3.1.6 Zeitabhängige Basisvariable

Das in Kapitel 3.1.5 beschriebene Verfahren zur Ermittlung der Zuverlässigkeit beinhaltet die Annahme, dass alle Basisvariablen auf denselben Zeitraum bezogen sind. Die Zeit geht daher nicht in die Berechnung ein. Tatsächlich treten jedoch zeitlich veränderliche Größen, insbesondere in Form von veränderlichen Einwirkungen auf. Liegt neben den zeitlich unveränderlichen nur eine einzige veränderliche Basisvariable vor, kann mit der Theorie der Extremwertverteilungen das Problem wieder auf ein zeitinvariantes zurückgeführt werden (Gumbel 1966). Im Normalfall sind jedoch mehrere Basisvariable zeitabhängig, z.B. in Form von mehreren veränderlichen Lasten; dann muss eine zeitabhängige Berechnung erfolgen, was jedoch einen erheblichen Mehraufwand bedeutet (Rackwitz 2002; Spaethe 1992).

In dieser Arbeit wird daher neben den ständigen Einwirkungen Eigenlast und Vorspannung stets nur eine zeitlich veränderliche Einwirkung angesetzt. Eine eventuelle zeitliche Veränderlichkeit von Materialeigenschaften, wie z.B. Kriechen des Betons wird nicht stochastisch modelliert.

### 3.1.7 Über das Bauteil veränderliche Eigenschaften, Zufallsfelder

Im Beispiel in Kapitel 3.1.2 wird ohne weitere Erklärung davon ausgegangen, dass der für das Versagen maßgebliche Schnitt des Kragarms an der Einspannung liegt. Dies ist aber nur dann gewiss, wenn die Festigkeit des Materials des Trägers überall gleich groß ist. Im Allgemeinen muss jedoch von einer Veränderlichkeit der Querschnitts- und Materialeigenschaften über das Bauteil ausgegangen werden. In einer stochastischen Betrachtung kann dies durch Zufallsfelder modelliert werden, indem abschnittsweise konstante Eigenschaften eingeführt werden, wie es z.B. Johannis (1999) und Reh (1994) in ihren Arbeiten tun. Da die Streuung über das Bauteil hinweg tatsächlich sehr gering ist, kommt der Berücksichtigung der Autokorrelation, das ist die Korrelation der Eigenschaften zwischen den einzelnen Abschnitten, eine wichtige Rolle zu (Schuëller 1997). Näherungsweise kann die Autokorrelation zu 1 gesetzt werden, was einer Unveränderlichkeit über das Bauteil gleichkommt (Spaethe 1992).

Diese Vereinfachung reduziert den Rechenaufwand erheblich, was insbesondere für umfangreiche Parameterstudien wichtig ist. In dieser Arbeit wird daher von konstanten Eigenschaften innerhalb der Bauteile ausgegangen.

### 3.1.8 Modellunsicherheiten

Die beschriebene stochastische Formulierung von Einwirkungen und Materialeigenschaften erfasst die Streuung, also die „Unsicherheit" dieser physikalischen Größen. Aus ihnen werden in mechanischen Modellen Beanspruchungen (z.B. Schnittgrößen) und Beanspruchbarkeiten (z.B. Querschnittstragfähigkeiten) bestimmt. Dabei gehen im Allgemeinen auch Größen ein, auf deren stochastische Formulierung verzichtet wird, und die daher als deterministisch angesehen werden. Die Grenzzustandsfunktion stellt zur Ermittlung der Zuverlässigkeit die Beanspruchungen $S$ den Beanspruchbarkeiten $R$ gegenüber, vgl. Gl. (3.3).

Um Unsicherheiten in den mechanischen, den stochastischen und den Lastmodellen abzudecken, und um die vernachlässigte Streuung der als deterministisch angesehenen Größen zu erfassen, müssen so genannte Modellunsicherheiten eingeführt werden. Als Beispiele für Unsicherheiten in mechanischen Modellen können die Annahme konstanter Steifigkeiten bei der Schnittgrößenermittlung von Stahlbetontragwerken oder die Vernachlässigung von Effekten nach Theorien höherer Ordnung genannt werden. Die Modellunsicherheiten erfassen die Abweichung der stets vereinfachenden Rechenmodelle von der Wirklichkeit und sind daher in Abhängigkeit von der Qualität der mechanischen Modellierung zu formulieren (Schneider/Schlatter 1996).

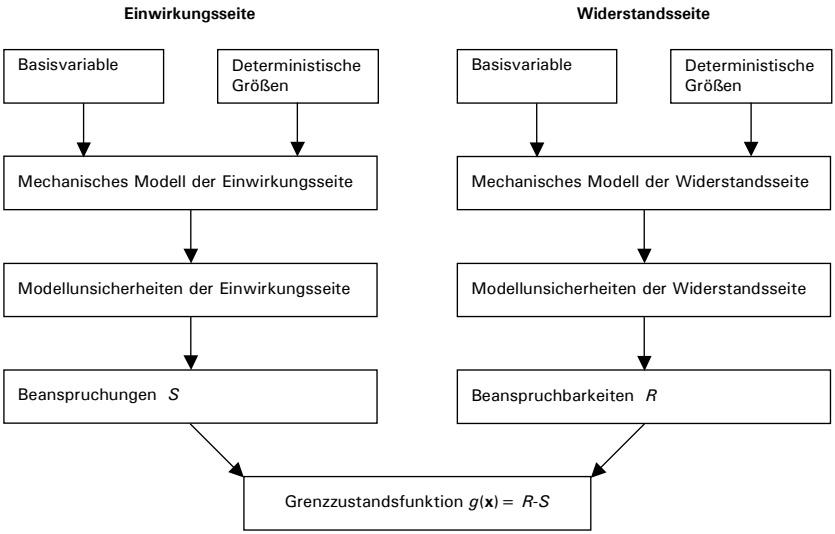



*Bild 3.7: Berücksichtigung von Modellunsicherheiten*

Die rechnerische Erfassung der Modellunsicherheiten geschieht durch Einführen von zusätzlichen Basisvariablen, die entweder additiv oder multiplikativ auf die Einwirkungs- und Widerstandsterme der Grenzzustandsgleichung angesetzt werden (JCSS 2001; König et al. 1985). Die Modellunsicherheiten der Einwirkungsseite erhöhen die Ergebnisse des mechanischen Modells, z.B. die Schnittgrößen aus der statischen Berechnung. Die Widerstände werden durch die Modellunsicherheiten abgemindert, bevor sie in die Grenzzustandsfunktion eingehen (Bild 3.7).

### 3.1.9 Systemzuverlässigkeit

Tragwerke weisen im Allgemeinen mehrere mögliche Versagensarten auf, für die dann unabhängig voneinander die Versagenswahrscheinlichkeiten bzw. die Zuverlässigkeitsindizes bestimmt werden können. So könnte beispielsweise der Kragarm aus Kapitel 3.1.2 nicht nur „auf Biegung" versagen, sondern auch durch Überschreiten der Querkrafttragfähigkeit.

Als Grundsysteme zur Bestimmung der Zuverlässigkeit des Gesamtsystems werden *Seriensysteme* und *Parallelsysteme* unterschieden. Erstere sind dadurch gekennzeichnet, dass das Systemversagen durch den Grenzzustand mit der geringsten Versagenswahrscheinlichkeit gegeben ist („Schwächstes-Glied-System"). Dies trifft für alle statisch bestimmten Tragwerke zu, weil infolge der fehlenden Redundanz keine Umlagerungen auf andere Bauteile möglich sind. Aber auch statisch unbestimmte Systeme, die kein oder nur unzureichendes plastisches Verformungsvermögen aufweisen, können durch Seriensysteme modelliert werden. Das Versagen von Parallelsystemen tritt erst dann ein, wenn alle Elemente bzw. Bauteile versagen. Dies findet z.B. bei unbeschränkt duktilem Materialverhalten zur Ermittlung der Wahrscheinlichkeit des Kollapsversagens von Rahmensystemen Anwendung (Schuëller 1981). In realen Bauwerken liegen häufig Mischformen vor, die sich durch eine Hintereinanderschaltung von Parallel- und Seriensystemen darstellen lassen, beispielsweise bei Rahmentragwerken mit verschiedenen möglichen Kollapsmechanismen oder bei unterschiedlichen Versagensszenarien infolge verschiedener Lastfälle. Die Ermittlung der Systemwahrscheinlichkeit ist dann sehr kompliziert und aufwendig (Rackwitz 2002), und man muss sich im Allgemeinen auf die Bestimmung von oberen und unteren Schranken für die Systemzuverlässigkeit beschränken (Ditlevsen 1982a).

Für die in dieser Arbeit untersuchten unterspannten Tragwerke (Kap. 4) kann nicht ohne weiteres von ausreichender plastischer Verformbarkeit ausgegangen werden, und es werden keine Traglastverfahren angewandt. Daher sind sie im Hinblick auf die Systemzuverlässigkeit als Seriensysteme zu behandeln. Sie lässt sich, ausgehend von den Versagenswahrscheinlichkeiten der einzelnen Grenzzustände, wie folgt einschranken (elementare Schranken, Schuëller 1981):

$$\max(P_{f,i}) \leq P_{f,sys} \leq 1 - \prod_i (1 - P_{f,i}) \leq \sum_i P_{f,i} \ , \tag{3.17}$$

$P_{f,i}$ Versagenswahrscheinlichkeit des $i$-ten Grenzzustands

$P_{f,sys}$ Versagenswahrscheinlichkeit des Systems

Die Untergrenze ergibt sich bei voller Korrelation der Grenzzustände, die Obergrenze bei vollständiger Unabhängigkeit. Die Zuverlässigkeiten der einzelnen Grenzzustände von Tragwerken sind praktisch immer sehr hoch korreliert, weil die eingehenden Basisvariablen zumindest teilweise dieselben sind; so gehen z.B. die Lasten in Biegemoment und Querkraft bzw. in die Beanspruchungen von Unterspannung und Versteifungsträger ein. Wenn auf der Widerstandsseite in die zugehörigen Grenzzustandsgleichungen dieselben Materialfestigkeiten eingehen, liegt die Korrelation der Zuverlässigkeiten meist sehr nahe an 1. Für Systeme mit einer überschaubaren Anzahl von Grenzzuständen bietet sich daher an, den Grenzzustand mit der höchsten Versagenswahrscheinlichkeit als maßgebend für das gesamte System zu betrachten. Dies stellt eine befriedigende Näherung dar, wie auch folgende Überlegung zeigt:

Auch wenn die Korrelation der Grenzzustände außer Acht bleibt, kann festgestellt werden, dass die Zuverlässigkeit des Systems nur dann deutlich kleiner ist als die des kritischsten Grenzzustands, wenn die Einzelzuverlässigkeiten dicht beieinander liegen. Als Beispiel dienen zwei Grenzzustände mit $\beta_1 = 4{,}3$ und $\beta_2 = 4{,}5$, eine in Wirklichkeit wahrscheinlich vorhandene Korrelation wird vernachlässigt. Die Versagenswahrscheinlichkeit für das System ergibt sich dann aus der Obergrenze in Gl. (3.17), ausgedrückt in den Zuverlässigkeitsindizes, zu

$$\beta_{sys} = -\Phi^{-1}[\Phi(-4{,}3) + \Phi(-4{,}5)] = 4{,}22 \ .$$

Die Zuverlässigkeit des Systems liegt nur unwesentlich niedriger als die kleinere der beiden Grenzzustände. Eine Berücksichtigung einer Korrelation zwischen den Grenzzuständen würde den Unterschied weiter verringern. In realistischen Tragwerken liegen die Zuverlässigkeiten der einzelnen Grenzzustände fast immer wesentlich weiter auseinander, und die Systemzuverlässigkeit liegt dann noch deutlich näher am niedrigsten Einzelwert.

Für die Untersuchung von Tragwerken bezüglich ihrer Sicherheit in Verbindung mit ihrem Tragverhalten ist die Angabe von nur einem Wert für die Systemzuverlässigkeit oft nicht wünschenswert, weil aus ihr nicht mehr ablesbar ist, welcher der Grenzzustände kritisch ist. Die Betrachtung der Zuverlässigkeiten der einzelnen Grenzzustände ist dann viel aussagekräftiger (s. Kap. 4.3).

## 3.2 Teilsicherheitsbeiwerte – Methode und Herleitung

### 3.2.1 Überblick

Bei der Bemessung von Tragwerken nach der semiprobabilistischen Methode mit Teilsicherheitsbeiwerten werden die Beanspruchungen $S_d$ den Beanspruchbarkeiten $R_d$ auf „*design*"-Niveau gegenübergestellt und gefordert, dass

$$S_d \leq R_d \tag{3.18}$$

ist. Die Beanspruchungen $S_d$ resultieren aus charakteristischen Werten der Einwirkungen, die mit den entsprechenden Teilsicherheitsbeiwerten $\gamma$ und gegebenenfalls Kombinationsbeiwerten $\psi$ erhöht werden (Gl. 6.10 aus EC 0 2001):

$$\sum_{j\geq 1} \gamma_{G,j}\, G_{k,j} \;\text{"+"}\; \gamma_P\, P \;\text{"+"}\; \gamma_{Q,1}\, Q_{k,1} \;\text{"+"}\; \sum_{i>1} \gamma_{Q,i}\, \psi_{0,i}\, Q_{k,i} \tag{3.19}$$

Hierin bedeuten "+" „ist zu kombinieren mit" und $\Sigma$ „gemeinsame Auswirkung von".

Die Beanspruchbarkeiten $R_d$ werden bestimmt aus charakteristischen Werten der Materialeigenschaften, die ihrerseits durch Teilsicherheitsbeiwerte abgemindert werden. Die zugrunde liegende Intention ist, Streuungen zumindest näherungsweise dort zu berücksichtigen, wo sie auftreten. Es werden damit sowohl die Streuungen der Einwirkungen und Materialeigenschaften als auch die Unsicherheiten in der Modellbildung abgedeckt. Die Festlegung der charakteristischen Werte und der Teilsicherheitsbeiwerte muss so erfolgen, dass damit bemessene Tragwerke mindestens die geforderte Zuverlässigkeit (s. Kap. 3.1.4) aufweisen, sie jedoch auch nicht zu weit übertreffen, weil die Konstruktionen dann unwirtschaftlich wären.

In den folgenden Kapiteln wird auf die Festlegung von charakteristischen Werten und Teilsicherheitsbeiwerten und auf die Besonderheiten, die sich bei der stochastischen Modellierung und der Zuverlässigkeitsanalyse ergeben, eingegangen.

### 3.2.2 Zur Definition von charakteristischen Werten

Wie in Kapitel 3.1.2 gezeigt, kann der Abstand zwischen den Mittelwerten und den Bemessungswerten entweder durch extreme Fraktilwerte für die charakteristischen Werte in Kombination mit kleineren Teilsicherheitsbeiwerten hergestellt werden, oder umgekehrt. Daher kommt der Festlegung der charakteristischen Werte eine besondere Bedeutung zu. Nachfolgend werden die heute gebräuchlichen Definitionen, wie sie sich z.B. in EC 0 (2001) finden, angegeben. In der Vergangenheit herrschte nicht immer Einigkeit darüber, und es wurden auch abweichende Definitionen angegeben, z.B. in GruSiBau (1981) und Mathieu (1991).

Für die <u>Eigenlasten</u> der Konstruktion und für veränderliche Lasten mit geringem Variationskoeffizient ($V < 0{,}1$), wie z.B. Lagerstoffe, wird der Mittelwert als charakteristischer Wert festgelegt (GruSiBau 1981, DIN 1055 2002a). Dies ist vor allem für die Praxis vorteilhaft, weil die Eigenlasten ohne weitere Überlegungen aus den Abmes-

sungen und der Rohdichte bestimmt werden können. Nur bei Tragwerken, die sehr empfindlich auf Streuungen der Eigenlasten reagieren, sollte der 5%- bzw. 95%-Fraktilwert als unterer bzw. oberer charakteristischer Wert angesetzt werden (EC 0 2001). Der Grund für diese diskontinuierliche Definition ist darin zu sehen, dass für alle Eigenlasten der gleiche Teilsicherheitsbeiwert angewandt werden soll. Bei stärker streuenden Lasten könnte entweder der charakteristische Wert und/oder der Teilsicherheitsbeiwert manipuliert werden, um den gewünschten Sicherheitsabstand zu wahren (s. Kap. 3.1.2). Um eine Aufgliederung des Teilsicherheitsbeiwerts zu vermeiden, wird der beschriebene Weg gewählt. Dies entspricht auch der Anschauung, dass bei stärker streuenden Größen zur Bemessung ein ungünstiger, also extremer Fraktilwert herangezogen werden muss.

Für die Vorspannung definiert EC 0 (2001) als charakteristischen Wert einen oberen, einen unteren oder den Mittelwert und verweist auf die Fachnormen. EC 2 (1992) fordert einen vom Mittelwert abweichenden Wert nur für Nachweise, die besonders empfindlich gegenüber Streuungen der Vorspannung sind. Eine Angabe eines Fraktilwertes für diese Fälle existiert nicht, lediglich auf den Mittelwert anzuwendende Faktoren $r_{inf}$ und $r_{sup}$ (s. Kap. 4.2.1). Ebenso verfährt DIN 1045 (2001a).

Bei klimatischen Einwirkungen hat sich der 98%-Fraktilwert der Jahresmaxima als charakteristisch durchgesetzt (EC 0 2001; DIN 1055 2001c), er entspricht dem 50-Jahres-Wert, also einer mittleren Wiederkehrperiode von 50 Jahren. Diese Festlegung orientiert sich an der üblichen prognostizierten Lebensdauer der Tragwerke; für größere Lebensdauern müsste dann ein entsprechend höherer Fraktilwert gewählt werden (z.B. 100-Jahres-Wert). Klimatische Einwirkungen werden schon seit ca. 50 bis 100 Jahren beobachtet und aufgezeichnet, so dass ausreichende Daten zur Verfügung stehen, um statistische Auswertungen durchführen zu können. Ihre Jahresmaxima werden gut durch Extremwert-I-Verteilungen beschrieben.

Weniger eindeutig ist die Definition von charakteristischen Werten für Nutzlasten im Hochbau, weil diese nicht nur von der Zeit, sondern auch von den räumlichen Streuungen abhängen. Lastmessungen sind kompliziert und aufwendig, und zudem nur in begrenzten Zeiträumen möglich. Daher sind die Angaben in den Regelwerken für Lastannahmen eher als Nennwerte mit empirischem Charakter zu sehen. Statistisch begründete Lasten für Büros und Parkhäuser werden von Marten (1975) und Schobbe (1982) gegeben, s. Kap. 3.3.2.2.

Die bisher gültigen Lastannahmen für Brücken, z.B. DIN 1072 (1985) für Verkehrslasten auf Straßenbrücken, geben empirische Lastmodelle an, die ausdrücklich nicht als charakteristische Werte angesehen werden dürfen (Beiblatt zu DIN 1072 1988). Dagegen wurden die Lastmodelle in EC 1 (1996c) durch statistische Auswertung von Lastmessungen und durch anschließende Simulationsrechnungen verifiziert (Merzenich/Sedlacek 1995). Für umfangreiche Parameterstudien, wie sie in dieser Arbeit durchgeführt werden sollen, sind diese Modelle für charakteristische Lasten jedoch zu komplex. Der Ansatz von Haupt- und Nebenspur und zusätzlichen Einzellasten lässt eine Reduktion auf eine gleichförmig verteilte Ersatzlast nicht zu. Auch ist eine einfa-

che stochastische Modellierung der Verkehrslasten nicht möglich, weil für die Überprüfung der charakteristischen Werte alleine vier Lastwagentypen abgebildet wurden, die noch in beladen und unbeladen unterschieden wurden. Zusätzlich wurden noch Stausituationen und fließender Verkehr betrachtet.

Es zeigt sich also, dass die heute gültigen Lastansätze zum Teil klar statistisch begründet sind und somit (zumindest theoretisch) eine stochastische Modellierung für Zuverlässigkeitsanalysen möglich ist. Anderseits gehen sie teilweise in Form von Nennwerten auf historische Definitionen zurück, die nicht statistisch abgeleitet werden können.

Für Zuverlässigkeitsanalysen liegt in dieser Schnittstelle zwischen den Lastannahmen der Vorschriften und der statistischen Datengrundlage eine große Schwierigkeit. Wenn aus Mangel an Informationen keine stochastische Beschreibung der Lasten möglich ist, kann keine Zuverlässigkeitsanalyse durchgeführt und folglich keine Aussage über die Qualität der Lastannahmen und der zugehörigen Teilsicherheitsbeiwerte gemacht werden. In Kapitel 3.3 werden deshalb stochastische Modellierungen von einigen Einwirkungen angegeben, die eine begründbare und konsistente Verbindung zu den Lastansätzen herstellen, die in die Bemessung mit Teilsicherheitsbeiwerten eingehen.

Dass bei der Festlegung der charakteristischen Lasten selbst bei den theoretisch korrekt beschreibbaren klimatischen Einwirkungen nicht immer rein statistisch, sondern auch „politisch motiviert" vorgegangen wird, soll am Beispiel der Lastannahmen für Schnee gezeigt werden:

DIN 1055 (1975) legte den Wert für die Bemessung mit globalem Sicherheitsbeiwert fest als 95%-Fraktilwert – dies entspricht dem 20-Jahres-Schnee – einer Extremwert-I-Verteilung mit einem Variationskoeffizient von $V = 0{,}45$. Im Zuge der Einführung der neuen Normengeneration (DIN 18800 1990; EC 2 1992), die die Bemessung mit Teilsicherheitsbeiwerten vorsieht, wurde dieser Wert der Einfachheit halber als charakteristischer Wert interpretiert und zur Berechnung herangezogen, obwohl für die Bemessung nach diesen Regelwerken eigentlich der 50-Jahres-Schnee (98%-Fraktile) richtig gewesen wäre. Dieser liegt immerhin 19% über dem 20-Jahres-Wert.

In EC 1 (1996a) und DIN 1055 (2001b) werden aktuell die charakteristischen Werte als 98%-Fraktile angegeben, die aber in ihren Zahlenwerten mit der alten DIN 1055 (1975) übereinstimmen*. D.h. der frühere 95%-Fraktilwert wird jetzt als 98%-Fraktilwert deklariert!

Die charakteristischen Werte der Materialfestigkeiten werden im Allgemeinen als 5%-Fraktilwerte definiert. Ein niedrigerer Fraktilwert würde den erforderlichen Stichprobenaufwand bei Qualitätskontrolle und Abnahme stark erhöhen. Falls sich Überfestig-

---

* Z.B. für Stuttgart: EC 1 (1996a): $s_k = 0{,}95$ kN/m², zu multiplizieren mit dem Faktor 0,8, der die Umrechnung von Schnee auf dem Boden zu Schnee auf dem Dach darstellt. Damit ergibt sich $0{,}95 \cdot 0{,}8 = 0{,}76$ kN/m². DIN 1055 (1975): $s_0 = 0{,}75$ kN/m²; der Faktor 0,8 ist hierin schon enthalten.

keiten ungünstig auf einen Nachweis auswirken, ist entsprechend der 95%-Fraktilwert als charakteristisch anzusetzen. Für andere Eigenschaften der Werkstoffe, wie z.B. den E-Modul, werden im Allgemeinen die Mittelwerte als charakteristisch angesetzt.

### 3.2.3 Zur Festlegung von Teilsicherheitsbeiwerten

Die Bemessung nach Grenzzuständen mit Teilsicherheits- und Kombinationsbeiwerten wurde im Zuge der in den 1970er und 1980er Jahren entwickelten Normengeneration für den Konstruktiven Ingenieurbau eingeführt. Die Festlegung dieser Sicherheitselemente erfolgte unter Zuhilfenahme der beschriebenen stochastischen Methoden, jedoch wurden ingenieurmäßige Abschätzungen und Korrekturen durchgeführt, so dass man ihnen heute einen eher empirischen Charakter zuspricht (EC 0 2001; Spaethe 1992). Die „neuen" Teilsicherheitsbeiwerte wurden auch an den bestehenden Regelwerken mit globalem Sicherheitskonzept kalibriert, mit dem Ziel, das von diesen gegebene Sicherheitsniveau weiterhin zu erreichen.

In einer probabilistischen Berechnung können die Sicherheitselemente direkt bestimmt werden, wie in Kapitel 3.1.2 beschrieben. Dies hat jedoch den Nachteil, dass für jedes untersuchte System unterschiedliche Werte ermittelt werden und zudem die Modellunsicherheiten noch im Nachlauf eingerechnet werden müssen. Für eine allgemeine Anwendung ist aber ein größerer Gültigkeitsbereich abzudecken; daher müssen die „sauber" hergeleiteten Werte letztlich doch wieder ingenieurmäßig vereinheitlicht werden.

Eine vereinfachte Festlegung von Teilsicherheitsbeiwerten ist mit Hilfe der Methode der standardisierten $\alpha$-Werte möglich. Sie bildete die theoretische Grundlage bei der Erstellung der heute gültigen Regelwerke (EC 0 2001; Schobbe 1982; König et al. 1982). Ihr liegt die Intention zugrunde, für übliche Bemessungsaufgaben ohne direkte Bestimmung durch Zuverlässigkeitsanalysen konstante $\alpha$-Werte anzugeben, die mindestens zum angestrebten Sicherheitsniveau führen. Beispielhaft wird im Folgenden die Ermittlung der Teilsicherheitsbeiwerte für ständige Einwirkungen gemäß GruSiBau (1981) dargestellt.

Mit den Gl. (3.10) und (3.11) ergibt sich:

$$\gamma_g = \frac{x_g^*}{x_{kg}} = \frac{m_g - \alpha_g \beta \cdot \sigma_g}{g_k} = \frac{m_g(1 - \alpha_g \beta \cdot V_g)}{g_k} \tag{3.20}$$

Da für ständige Lasten der charakteristische Wert $g_k$ gleich dem Mittelwert $m_g$ definiert ist (s. Kap. 3.2.2), vereinfacht sich Gl.(3.20) zu

$$\gamma_g = 1 - \alpha_g \beta \cdot V_g \,. \tag{3.21}$$

Der Variationskoeffizient von ständigen Lasten kann konservativ mit $V_g = 0{,}1$ abgeschätzt werden, das angestrebte Sicherheitsniveau in GruSiBau (1981) ist $\beta = 4{,}7$, und somit ist $\alpha_g$ die einzige noch unbekannte Größe in Gl. (3.21).

GruSiBau (1981) gibt standardisierte $\alpha$-Werte für die Einwirkungsseite von $\alpha_S = -0{,}7$ und für die Widerstandsseite von $\alpha_R = 0{,}8$ an, wenn es sich um die jeweils dominante Basisvariable, also die mit dem größten Streuungseinfluss auf $\beta$, handelt. Für alle weiteren, subdominanten Basisvariablen dürfen diese Werte mit $\alpha_{Si} = \alpha_{Ri} = 0{,}4$ abgemindert werden. Somit ergibt sich in Gl. (3.21) beispielsweise für eine subdominante ständige Einwirkung mit ungünstigem Einfluss $\alpha_g = -0{,}7 \cdot 0{,}4 = -0{,}28$ und der zugehörige Teilsicherheitsbeiwert zu 1,13.

Mit dieser Vorgehensweise ist es möglich, auch für veränderliche Einwirkungen und für Festigkeiten Teilsicherheitsbeiwerte herzuleiten. Mit einigen weiteren Überlegungen lassen sich auch Kombinationsbeiwerte ermitteln, die berücksichtigen, dass bei gleichzeitigem Vorhandensein von mehreren veränderlichen Einwirkungen nicht alle zugleich ihre Maximalwerte annehmen. Eventuell vorhandene Korrelationen zwischen einzelnen Basisvariablen können in dieser vereinfachten Betrachtungsweise aber nicht berücksichtigt werden, d.h. es wird stets von vollständiger Unabhängigkeit ausgegangen.

Tragwerke, die mit diesen auf vereinfachten Annahmen beruhenden Sicherheitselementen bemessen werden, weisen kein konstantes Zuverlässigkeitsniveau auf. Je besser der sich in einer Zuverlässigkeitsanalyse des betrachteten Systems ergebende Bemessungspunkt durch die Teilsicherheits- und Kombinationsbeiwerte „getroffen" wird, desto höher ist die erreichte Zuverlässigkeit. Um zu verifizieren, dass die ermittelten Sicherheitselemente zu Tragwerken führen, die das angestrebte Zuverlässigkeitsniveau mindestens erreichen, sind Vergleichsrechnungen in Form von Parameterstudien erforderlich, wie z.B. bei Schobbe (1982).

Die von den Regelwerken angegebenen Teilsicherheitsbeiwerte gelten für „übliche" Situationen, in denen die gesamten Einwirkungen sich zusammensetzen aus ständigen und veränderlichen Anteilen, die in praxisüblichen Verhältnissen zueinander stehen. Um die Handhabung einfach zu halten, sind die Teilsicherheitsbeiwerte konstant und unabhängig von der Belastungskonstellation; alle veränderlichen Lasten werden unabhängig von ihren tatsächlichen Streuungen mit dem gleichen Wert $\gamma_Q$ versehen. Daher sind in besonderen Bemessungssituationen, die von diesen Annahmen stark abweichen, gegebenenfalls weiterführende Überlegungen nötig (s. Kap. 4.3).

Wollte man beim Konzept der Teilsicherheitsbeiwerte streng alle Unsicherheiten genau dort erfassen, wo sie in der Realität auftreten, müsste man, ausgehend von Bild 3.7, separate Faktoren für die Modellunsicherheiten angeben. Um die praktische Anwendung zu erleichtern, werden die Modellunsicherheiten jedoch den Teilsicherheitsbeiwerten für Einwirkungen und Festigkeiten zugeschlagen.

## 3.3 Stochastische Modellbildung

### 3.3.1 Überblick

Die in Kapitel 3.1 dargestellten Methoden schaffen die Basis für eine rationale Erfassung der Tragwerkszuverlässigkeit. Voraussetzung dafür ist jedoch die Kenntnis der stochastischen Eigenschaften aller in die Berechnung eingehenden Größen bzw. die Abdeckung von Vereinfachungen und Idealisierungen durch die Basisvariablen für die Modellunsicherheiten. Für die Zuverlässigkeitsanalyse von Tragwerken, die nach der Methode der Teilsicherheitsbeiwerte bemessen werden, ist die stochastische Modellierung von besonderer Bedeutung: Sie muss konsistent mit den charakteristischen Werten sein, die in die Bemessung eingehen.

Im Folgenden wird die stochastische Modellierung der Basisvariablen für die Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit festgelegt und diskutiert. Eine große Sammlung von Daten zur stochastischen Modellierung sind im Probabilistic Model Code (JCSS 2001) zu finden, der Mustervorschrift für die probabilistische Berechnung von Tragwerken, die das Joint Committee on Structural Safety (JCSS) erarbeitet hat. Obwohl dies die umfangreichsten und modernsten Daten sind, sind sie nur teilweise zur Anwendung in dieser Arbeit geeignet, weil ein Bezug zu charakteristischen Werten aus anderen Regelwerken nicht hergestellt werden kann. Zudem sind die Angaben so detailliert, dass sie für umfangreiche Parameterstudien zu aufwendig sind. Daher werden auch ältere Quellen herangezogen und verglichen, um eine möglichst zutreffende, aber dennoch einfache stochastische Modellierung für die Zuverlässigkeitsanalysen zu erhalten.

### 3.3.2 Einwirkungen

#### 3.3.2.1 Ständige Einwirkungen

<u>Eigenlasten</u>

Eigenlasten ergeben sich aus dem Produkt des Bauteilvolumens, also der Abmessungen, und dem spezifischen Baustoffgewicht. Beide Größen streuen nur wenig (s. Kapitel 3.3.3) und sind zeitunabhängig, wenn man von Prozessen wie Austrocknung etc. absieht. Für Zuverlässigkeitsanalysen genügt es im Allgemeinen, auf die Modellierung dieser Elementargrößen zu verzichten, und die Eigenlast insgesamt durch eine Normalverteilung mit einem Variationskoeffizienten von 0,05 bis 0,10 abzubilden (z.B. Schobbe 1982; König und Hosser 1982). Um einen möglichst großen Geltungsbereich abzudecken, wird für diese Arbeit ein ungünstig großer Variationskoeffizient von 0,1 angesetzt.

$$\begin{aligned} & g_k = F_g^{-1}(0,5);\ V_g = 0,1\ \ bzw.: \\ & m_g = g_k \qquad\qquad \text{Verteilung: Normal} \\ & \sigma_g = 0,1 \cdot m_g \end{aligned} \tag{3.22}$$

Vorspannung

Gemäß Kapitel 2 wird die Vorspannung durch die Größe der eingeprägten Verformung, also durch eine geometrische Größe definiert. Da die durch die Vorspannung hervorgerufenen Beanspruchungen in der gleichen Größenordnung wie die aus äußeren Lasten sind, also nicht nur untergeordneten Charakter haben, ist die Vorspannung als eigenständige Basisvariable zu modellieren und wird nicht etwa durch Modellunsicherheiten abgedeckt. Die Streuung der Vorspannung hängt nicht alleine von der Präzision der am Vorspannprozess beteiligten Geräte und Instrumente ab, sondern auch von der Genauigkeit der Spanngliedlage und von nicht berücksichtigten Einflüssen, wie z.B. der Temperatur während des Vorspannens. Insgesamt kann für die stochastische Modellierung der Vorspannung eine Normalverteilung mit einem Variationskoeffizienten von 0,05 bis 0,10 gewählt werden (Mathieu 1991). Aus den für Eigenlasten genannten Gründen wird auch für Vorspannung der Variationskoeffizient zu 0,1 festgelegt.

$$\begin{aligned} &\delta_{P_k} = F_{\delta_P}^{-1}(0,5);\ V_{\delta_P} = 0,1\ \ bzw.: \\ &m_{\delta_P} = \delta_{P_k} \qquad\qquad \text{Verteilung: Normal} \\ &\sigma_{\delta_P} = 0,1 \cdot m_{\delta_P} \end{aligned} \tag{3.23}$$

$\delta_{P_k}$ : charakteristischer Wert der durch das Vorspannen eingeprägten Verformung

### 3.3.2.2 Veränderliche Einwirkungen

Bei der Festlegung der Lastwerte in den Normen für Lastannahmen (DIN 1055 1971/1975/1986; EC 1 2002; DIN 1055 2002b) waren die zur Verfügung stehenden Informationen für die einzelnen Einwirkungsarten sehr unterschiedlich, und die Werte wurden teilweise mit Hilfe statistischer Methoden, teilweise aber auch auf empirischem Wege gefunden. Für letztere ist daher die stochastische Modellierung schwierig.

Klimatische Einwirkungen allgemein

EC 0 (2001) definiert den charakteristischen Wert einer klimatischen Einwirkung als 98%-Fraktilwert der zugehörigen Extremwertverteilung mit dem Bezugszeitraum 1 Jahr. Detailliertere, aber leider unpraktisch handzuhabende Angaben zur Modellierung klimatischer Einwirkungen, auch für wesentlich kürzere Bezugszeiträume, findet man z.B. in JCSS (2001).

Wind

Der Vergleich der Windlastansätze in DIN 1055 (2001a) und EC 1 (1996b) mit den Ausführungen von Schobbe (1982) zeigt, dass die charakteristischen Werte der Staudrücke als 98%-Fraktilwerte einer Extremwert-I-Verteilung der Jahresmaxima mit einem Variationskoeffizienten von 0,24 beschrieben werden können. Daraus lässt sich folgende stochastische Formulierung angeben:

$$w_k = F_w^{-1}(0,98);\ V_w = 0,24 \quad bzw$$
$$m_w = 0,616 \cdot w_k \qquad \text{Verteilung: Extremwert-I} \qquad (3.24)$$
$$\sigma_w = 0,24 \cdot m_w$$

Schnee

DIN 1055 (1975) gibt für die Jahresmaxima der Schneelast einen Variationskoeffizienten von 0,45 an, EC 1 (1996a) einen Wert von 0,5 als oberen Schätzwert. Die stochastische Modellierung wird daher als Extremwert-I-Verteilung festgelegt, deren 98%-Fraktilwert als charakteristischer Wert angesehen wird:

$$s_k = F_s^{-1}(0,98);\ V_s = 0,45 \quad bzw.:$$
$$m_s = 0,462 \cdot s_k \qquad \text{Verteilung: Extremwert-I} \qquad (3.25)$$
$$\sigma_s = 0,45 \cdot m_s$$

Verkehrslasten im Hochbau

Die Lastwerte der Regelwerke basieren nicht auf statistischen Auswertungen, sondern sind eher als Nennwerte mit empirischem Charakter zu sehen. Sie erlauben keinen direkten Rückschluss auf eine stochastische Modellierung.

Während bei den klimatischen Einwirkungen der Beobachtungszeitraum von 1 Jahr mit dem zur Bemessung festgelegten Bezugszeitraum (s. Kap. 3.1.4) übereinstimmt, haben Lasten im Hochbau andere Zyklen. In Bürogebäuden finden Lastwechsel etwa alle 5 Jahre statt, in Parkhäusern dagegen im Tages- oder Wochenabstand. Jedoch ist bei Verkehrslasten die räumliche Veränderlichkeit von großer Bedeutung, so dass insgesamt eine andere Behandlung als bei klimatischen Einwirkungen erforderlich ist.

Mitchell und Woodgate (1970) haben Lastmessungen in Bürogebäuden durchgeführt und ausgewertet. Aus den Messungen muss ein Ansatz für eine gleichmäßig verteilt anzusetzende Belastung abgeleitet werden, der zu gleichen Beanspruchungen führt wie die realen Lasten (Rackwitz 2002). Dazu führt Marten (1975) einen Lastkonzentrationsfaktor ein, der die Art des statischen Systems berücksichtigt. Schobbe (1982) greift darauf zurück und führt einen Zuschlag für kurzzeitig wirkende Lasten ein und vergleicht mit einem Lastansatz aus CEB (1976).

In Bild 3.8 sind die von GruSiBau (1981) geforderten 99%-Fraktilwerte dieser beiden Lastansätze in Abhängigkeit von der Lasteinzugsfläche dargestellt, unter Berücksichtigung desselben Lastkonzentrationsfaktors gem. Gl. (3.28). Für die von der Einzugsfläche abhängige Standardabweichung wird für den Ansatz von Schobbe eine Best-Fit-Funktion eingeführt, Gl. (3.26).

Ansatz nach Schobbe (1982):

$$m = 0,65 \quad \text{kN/m}^2$$
$$\sigma = 0,8119 \cdot A^{-0,2404} \quad \text{kN/m}^2 \qquad \text{Verteilung: Lognormal} \qquad (3.26)$$

Ansatz von CEB (1976):

$$m = 0{,}50 \quad \text{kN/m}^2$$
$$\sigma = \frac{6{,}8}{A+6} + 0{,}25 \quad \text{kN/m}^2 \qquad \text{Verteilung: Extremwert-I} \tag{3.27}$$

Lastkonzentrationsfaktor für beide Ansätze:

$$f = 1{,}25 - 0{,}15\frac{A-1}{200-1} \tag{3.28}$$

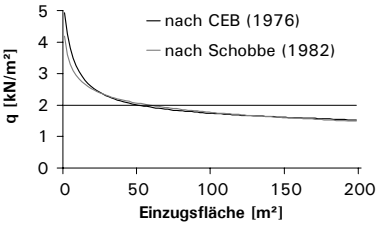



*Bild 3.8: Ansätze für den Nennwert der Nutzlast in Bürogebäuden*

Die beiden Lastansätze zeigen zumindest für die praxisrelevanten Größen von Einzugsflächen $A > 20$ m² fast identische Verläufe; der Normwert für Verkehrslasten in Bürogebäuden nach DIN 1055 (1975) bzw. DIN 1055 (2002b)* von 2,0 kN/m² wird bei Einzugsflächen von 52 m² bzw. 58 m² getroffen.

Für die weiteren Berechnungen werden die Büronutzlasten daher, dem CEB-Ansatz folgend, als 99%-Fraktilwert einer Extremwert-I-Verteilung mit einem Bezugszeitraum von 5 Jahren und einer Lasteinzugsfläche von 52 m² modelliert:

$$q_k = F_q^{-1}(0{,}99);\ V_q = 0{,}73 \quad bzw.:$$
$$m_q = 0{,}303 \cdot q_k \qquad \text{Verteilung: Extremwert-I} \tag{3.29}$$
$$\sigma_q = 0{,}73 \cdot m_q$$

<u>„Allgemeiner Ansatz“ für Schnee, Wind und Gebäudenutzlasten nach Östlund (1991)</u>

Zum Vergleich wird auch ein Ansatz von Östlund (1991) betrachtet:

$$q_k = F^{-1}(0{,}98);\ V_q = 0{,}40 \quad bzw.:$$
$$m_q = 0{,}549 \cdot q_k \qquad \text{Verteilung: Normal} \tag{3.30}$$
$$\sigma_q = 0{,}40 \cdot m_q$$

---

* EC 1 (2002) gibt 3,0 kN/m² vor, die jedoch abhängig von der Größe der Belastungsfläche abgemindert werden dürfen. Bei etwa 50 m² ergeben sich wiederum 2,0 kN/m²

### 3.3.3 Baustoffe

#### 3.3.3.1 Allgemeines

Sämtliche Eigenschaften von Baustoffen unterliegen Streuungen, wobei die Ausgangsstoffe, die Herstellerwerke, aber auch Unterschiede zwischen einzelnen Chargen und eine Variabilität innerhalb der Bauteile Einfluss haben. JCSS (2001) macht sehr detaillierte Angaben, die auch die Korrelation der einzelnen Merkmale untereinander berücksichtigen. Zur Vereinfachung kann man sich für Betrachtungen der Tragfähigkeit auf die stochastische Modellierung der Festigkeiten beschränken und dabei Streuungen innerhalb der Systeme vernachlässigen, vgl. Kapitel 3.1.7. Streuungen der Steifigkeiten, die bei statisch unbestimmten Tragwerken Einfluss auf die Beanspruchungen haben, müssen dann von den Modellunsicherheiten abgedeckt werden. Die folgenden Modellierungen berücksichtigen daher nur Festigkeiten, und für die Höhe der Variationskoeffizienten wird davon ausgegangen, dass die Baustoffe für unterschiedliche Bauwerke von verschiedenen Herstellern bezogen werden. Die Angaben werden aus der Literatur bezogen (Faber 2002; JCSS 2001; Spaethe 1992; Schuëller 1981). Auf zeitliche Veränderungen der Baustoffeigenschaften wird im Rahmen dieser Arbeit nicht eingegangen.

#### 3.3.3.2 Baustahl und Betonstahl

Der Variationskoeffizient der Streckgrenze ist neben den oben genannten Kriterien auch von der Stahlgüte und von der Blech- bzw. Stabdicke abhängig. Als geeigneten Wert, der bei Betonstählen auch die Streuungen der Stabdurchmesser abdeckt, kann 0,07 genannt werden. Damit ergibt sich folgende Modellierung:

$$\begin{aligned} & f_{yk} = F_{f_y}^{-1}(0,05);\ V_{f_y} = 0,07 \quad bzw.: \\ & m_{f_y} = 1,125 \cdot f_{yk} \qquad \text{Verteilung: Lognormal} \\ & \sigma_{f_y} = 0,07 \cdot m_{f_y} \end{aligned} \tag{3.31}$$

#### 3.3.3.3 Beton

Für niedrige Betongüten mit mittleren Druckfestigkeiten bis 20 N/mm² ist der Variationskoeffizient konstant, für höhere Güten hingegen die Standardabweichung. Sie kann mit 3,0 N/mm² für Fertigteile und mit 6,0 N/mm² für Ortbetonbauteile auf kleinen Baustellen angegeben werden. Für die in dieser Arbeit betrachteten Betongüten ergeben sich damit Variationskoeffizienten zwischen 0,08 und 0,3. Als mittlerer Wert wird 0,15 für alle Druckfestigkeiten angenommen, was auch Faber (2002) vereinfachend empfiehlt.

$$\begin{aligned} & f_{ck} = F_{f_c}^{-1}(0,05);\ V_{f_c} = 0,15 \quad bzw.: \\ & m_{f_c} = 1,292 \cdot f_{ck} \qquad \text{Verteilung: Lognormal} \\ & \sigma_{f_c} = 0,15 \cdot m_{f_c} \end{aligned} \tag{3.32}$$

### 3.3.4 Geometrie

Sämtliche Abmessungen der Bauteile und Querschnitte werden als deterministische Größen in die Zuverlässigkeitsanalysen eingeführt. JCSS (2001) empfiehlt, die geometrischen Abmessungen nur dann stochastisch zu modellieren, wenn die Tragwerke empfindlich auf deren Streuungen reagieren, sonst werden sie durch die Modellunsicherheiten hinreichend abgedeckt.

### 3.3.5 Modellunsicherheiten

Die quantitative Erfassung der Unsicherheiten in den mechanischen und stochastischen Modellen ist aufgrund ihres abstrakten Charakters schwieriger als bei den physikalischen Größen (Rackwitz 2002). Die folgenden Angaben entstammen JCSS (2001) und stimmen in ihrer Größenordnung auch gut mit z.B. Vrouwenvelder (2001) und Gulvanessian/Holický (2002) überein.

Modellunsicherheiten $\theta_S$ für die Einwirkungsseite (Biegung unter Beachtung von Normal- und Querkraft in rahmenartigen Konstruktionen und Balken):

$$m_{\theta_S} = 1,0 \qquad \sigma_{\theta_S} = 0,1 \cdot m_{\theta_S} \qquad \text{Verteilung: Lognormal} \tag{3.33}$$

Modellunsicherheiten $\theta_S$ für die Einwirkungsseite (Normalkräfte in Stäben und Zuggliedern):

$$m_{\theta_S} = 1,0 \qquad \sigma_{\theta_S} = 0,05 \cdot m_{\theta_S} \qquad \text{Verteilung: Lognormal} \tag{3.34}$$

Modellunsicherheiten $\theta_R$ für die Widerstandsseite (Baustahl):

$$m_{\theta_R} = 1,0 \qquad \sigma_{\theta_R} = 0,05 \cdot m_{\theta_R} \qquad \text{Verteilung: Lognormal} \tag{3.35}$$

Modellunsicherheiten $\theta_R$ für die Widerstandsseite (Stahlbeton, Biegung unter Berücksichtigung der Interaktion mit Normal- und Querkraft):

$$m_{\theta_R} = 1,2 \qquad \sigma_{\theta_R} = 0,15 \cdot m_{\theta_R} \qquad \text{Verteilung: Lognormal} \tag{3.36}$$

Je besser das mechanische Modell zur Ermittlung einer Widerstandsgröße ist, desto näher liegt der Mittelwert der zugehörigen Modellunsicherheit bei 1,0. Häufig hat man jedoch eher konservative Modelle, so dass die rechnerischen Querschnittstragfähigkeiten kleiner sind als die in Versuchen beobachteten (Schneider/Schlatter 1996). Daher ergeben sich hier die Unterschiede zwischen den Modellunsicherheiten für Tragwerke aus Baustahl und Stahlbeton. Ältere Publikationen maßen den Modellunsi-

cherheiten eine geringere Bedeutung zu, was sich durch Mittelwerte von 1,0 und kleinere Variationskoeffizienten bemerkbar machte (z.B. König et al. 1985).

## 3.4 Zuverlässigkeit von Tragwerken, die mit Teilsicherheitsbeiwerten bemessen wurden

### 3.4.1 Allgemeines

Die Methode der Teilsicherheitsbeiwerte zielt darauf ab, dass nach ihr bemessene Tragwerke ein möglichst konstantes Zuverlässigkeitsniveau aufweisen. Durch die Vereinheitlichungen, die für einen besseren Überblick und für einfachere Anwendbarkeit sorgen, kann dieses Ziel nicht vollständig erreicht werden. Die in den Kapiteln 3.2 und 3.3 gegebenen Informationen ermöglichen eine mit der vorangegangenen Bemessung konsistente Zuverlässigkeitsanalyse.

Bevor relativ komplexe Probleme wie die Vorspannung im Zusammenwirken mit anderen ständigen Einwirkungen untersucht werden können, müssen erst einfache Tragwerke untersucht werden. Zum einen soll erreicht werden, dass vorgespannte Konstruktionen dasselbe Zuverlässigkeitsniveau aufweisen wie nicht vorgespannte Tragwerke aus gleichen Materialien und unter gleichen Einwirkungen. Zum anderen muss zunächst die stochastische Modellierung verifiziert werden, d.h. es muss überprüft werden, ob die Zuverlässigkeiten korrekt ermittelt werden und das angestrebte Niveau erreichen. Dazu sind zum Vergleich vorhandene Ergebnisse aus der Literatur heranzuziehen.

### 3.4.2 Vergleich von Lastansätzen und Verifikation des stochastischen Modells

Um die Brauchbarkeit der stochastischen Modellbildung aus Kapitel 3.3 zu überprüfen, wird ein statisch bestimmt gelagertes Tragwerk betrachtet (Bild 3.9), für das die Baustoffe, die Lastansätze sowie das Verhältnis von veränderlicher zu ständiger Last variiert werden.

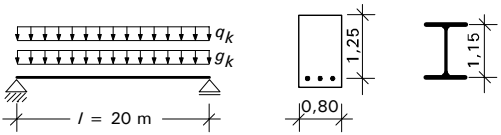



*Bild 3.9: Balkentragwerk zum Vergleich verschiedener Baustoffe und Lastansätze*

Der Balken wird in Feldmitte gemäß EC 2 (1992, Stahlbeton) bzw. EC 3 (1993, Baustahl) mit den in Tabelle 3.2 angegebenen Baustoffkenngrößen und Teilsicherheitsbeiwerten so bemessen, dass im Grenzzustand der Tragfähigkeit die rechnerische Biegetragfähigkeit gerade erreicht wird. Dazu wird beim Stahlbetonquerschnitt die erforderliche Bewehrungsmenge bestimmt, der Stahlquerschnitt wird als Zweipunktquerschnitt idealisiert, für den die Größe der Flansche errechnet wird. In der

anschließenden Zuverlässigkeitsanalyse werden die Materialien und Lasten gemäß Tabelle 3.3 modelliert. Da der Bezugszeitraum der Bürolasten 5 Jahre, der der übrigen Lasten hingegen 1 Jahr ist, werden diese aus Gründen der Vergleichbarkeit zunächst in die Extremwertverteilungen des 5-Jahres-Zeitraums umgerechnet. Alle ermittelten Zuverlässigkeiten werden dann nach Gl. (3.13) wieder auf den 1-Jahres-Zeitraum zurückgerechnet. Die erreichten Zuverlässigkeiten $\beta$ sind in Bild 3.10 über dem Lastparameter $\chi = q_k/(g_k + q_k)$ aufgetragen, wobei der praxisrelevante Bereich im Hoch- und Brückenbau zwischen ca. $\chi = 0{,}3$ ($q_k/g_k = 0{,}43$) und maximal ca. $\chi = 0{,}5$ ($q_k/g_k = 1{,}0$) liegt. Um auch Aussagen für aus diesem Bereich herausfallende Lastkonfigurationen machen zu können, wird $\chi$ von 0,2 bis 0,8 variiert, dies entspricht einem Verhältnis von veränderlichen zu ständigen Einwirkungen von 1/4 bis 4. In Bild 3.11 sind die Quadrate der Wichtungsfaktoren $\alpha$ dargestellt, die zu den Zuverlässigkeiten der Bürolasten gehören. Da die Summe der quadrierten $\alpha$-Werte stets 1 ergibt (s. Kap. 3.1.2), erfolgt die Darstellung als „gestapeltes Liniendiagramm". Das bedeutet, dass die jeweiligen $\alpha^2$-Werte übereinander aufgetragen werden; der jeweilige Wichtungseinfluss der einzelnen Größen ist durch die Abstände der benachbarten Linien zu sehen (in Bild 3.11b für $\chi = 0{,}4$ beispielhaft durch versetzte Striche dargestellt).

*Tabelle 3.2: Semiprobabilistische Daten für Bild 3.9*

| | | Betrag | Einheit | $\gamma$ |
|---|---|---|---|---|
| Beton | $f_{ck}$ | 40 | MN/m² | 1,5 |
| Betonstahl | $f_{yk}$ | 500 | MN/m² | 1,15 |
| | | | | |
| Baustahl | $f_{yk}$ | 360 | MN/m² | 1,1 |
| | | | | |
| Ständige Last | $g_k$ | | MN/m | 1,35 |
| Veränderl. Last | $q_k$ | var. | MN/m | 1,50 |

*Tabelle 3.3: Stochastische Modellierung des Balkentragwerks in Bild 3.9*

| | | $V$ | char. Wert bzw. $m$ | Verteilungstyp |
|---|---|---|---|---|
| Beton | $f_c$ | 0,15 | $f_{ck} = F^{-1}(0{,}05)$ | Lognormal |
| Bau- und Betonstahl | $f_y$ | 0,07 | $f_{yk} = F^{-1}(0{,}05)$ | Lognormal |
| | | | | |
| Ständige Last | $g$ | 0,1 | $g_k = F^{-1}(0{,}5)$ | Normal |
| Veränderl. Lasten: | | | | |
| Büro | $q_1$ | 0,73 | $q_{1k} = F^{-1}(0{,}99)$ | Extremwert-I |
| Wind | $q_2$ | 0,24 | $q_{2k} = F^{-1}(0{,}98)$ | Extremwert-I |
| Schnee | $q_3$ | 0,45 | $q_{3k} = F^{-1}(0{,}98)$ | Extremwert-I |
| Allgemein | $q_4$ | 0,40 | $q_{4k} = F^{-1}(0{,}98)$ | Normal |
| | | | | |
| Modell (Einw.-Seite) | $\theta_S$ | 0,1 | $m = 1{,}0$ | Lognormal |
| Modell (Wid., St) | $\theta_R$ | 0,05 | $m = 1{,}0$ | Lognormal |
| Modell (Wid., Stb) | $\theta_R$ | 0,15 | $m = 1{,}2$ | Lognormal |

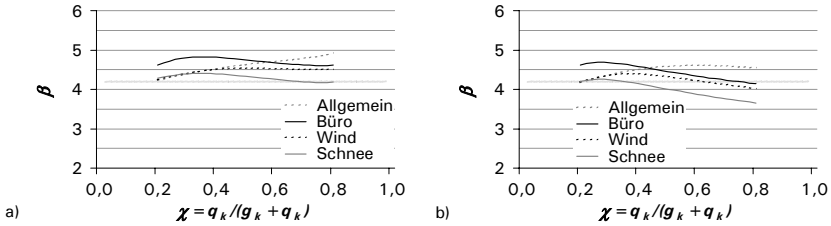



*Bild 3.10: Zuverlässigkeiten β unterschiedlicher Lastansätze. a) Stahlbetontragwerk; b) Stahltragwerk*

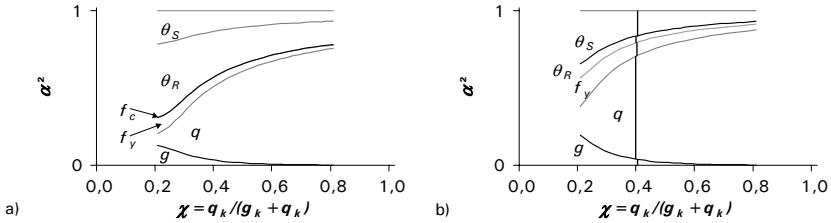



*Bild 3.11: Wichtungsfaktoren zu „Bürolasten" a) Stahlbetontragwerk; b) Stahltragwerk*

Aus der Betrachtung der erreichten Zuverlässigkeiten und der Wichtungsfaktoren können folgende Schlüsse gezogen und erklärt werden:

- Die Zuverlässigkeiten der Stahltragwerke sind etwas niedriger als die der Stahlbetontragwerke. Diese Tendenz ist verständlich, weil die Teilsicherheitsbeiwerte für Betonstahl und Beton deutlich höher als für Baustahl sind, obwohl die Variationskoeffizienten nicht so weit auseinander liegen.
- Besteht die Belastung aus fast nur ständigen (kleine $\chi$) oder aus fast nur veränderlichen (große $\chi$) Lasten, werden geringere Zuverlässigkeiten erreicht als für eine „gemischte" Belastung. Zum einen ist die Wahrscheinlichkeit, dass ständige und veränderliche Lasten beide einen extrem hohen Wert annehmen, geringer als für nur eine stark dominierende Last. Zum anderen fallen bei Beanspruchungen, die vor allem aus den gering streuenden ständigen Lasten entstehen, die Modellunsicherheiten stärker ins Gewicht (Bild 3.11). Des Weiteren macht sich bemerkbar, dass bei der Bemessung nach Gl. (3.19) sowohl die ständigen Einwirkungen als auch die veränderliche Einwirkung mit dem größten Streuungseinfluss als „dominant" betrachtet werden. Je höher der Anteil der veränderlichen Lasten ist, desto stärker wird die Zuverlässigkeit von ihnen bestimmt, Bild 3.11.
- Die Lastansätze für Bürolasten, Schnee und Wind erzielen die höchsten Zuverlässigkeiten zwischen etwa $\chi = 0{,}2$ und $\chi = 0{,}44$ (entsprechend $q_k/g_k = 0{,}25$ bzw. 0,8). Dieser qualitative Verlauf der $\beta$-Kurven kann auch in der Literatur gefunden werden, z.B. bei Gulvanessian/Holický (2002) und König/Hosser (1982).

- Der „allgemeine“ Lastansatz $q_4$ nach Östlund (1991) kann nicht befriedigen, weil mit höheren Anteilen der stark streuenden veränderlichen Lasten die Zuverlässigkeiten zunehmen.
- Die Schneelasten erzielen geringere Sicherheiten als die Büro- und Windlasten. Insbesondere bei den Stahltragwerken wird ab $\chi = 0{,}40$ der Zielwert von $\beta = 4{,}2$ nicht mehr erreicht. König und Hosser (1982) stellen diesen Sachverhalt ebenfalls fest und erläutern einen Vorschlag, die Schneelasten für die Bemessung leichter Dächer zu erhöhen.
- Die Ansätze für Bürolasten und Wind liefern zufriedenstellende Sicherheiten, die nicht stark voneinander abweichen.
- Die Biegetragfähigkeit von Stahlbetonquerschnitten ist gegenüber Streuungen der Festigkeit des Bewehrungsstahls wesentlich empfindlicher als gegenüber Streuungen der Betonfestigkeit. Obwohl der Variationskoeffizient der Betonfestigkeit größer ist als der des Stahls, sind die $\alpha^2$-Werte des Betons eine Größenordnung kleiner (Bild 3.11a). Eine Erklärung liefert die Betrachtung von Gl. (3.37), die die Biegetragfähigkeit eines unterbewehrten rechteckigen Stahlbetonquerschnitts ohne Druckbewehrung unter Anwendung des Spannungsblocks angibt:

$$M_R = A_s \cdot f_y \cdot d \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \frac{A_s \cdot f_y}{b \cdot d \cdot \alpha \cdot f_c}\right). \tag{3.37}$$

  $A_s$: Stahlquerschnitt, $b$: Balkenbreite, $d$: Nutzhöhe, $\alpha$: Dauerfestigkeitsbeiwert

  Variiert die Stahlfestigkeit $f_y$ um 10%, ändert sich die Biegetragfähigkeit um 7-10%, abhängig vom Beanspruchungsgrad. Eine Variation der Betonfestigkeit $f_c$ in gleicher Größe bewirkt aber eine nur um maximal 3,5% abweichende Beanspruchbarkeit.
  Diese geringen $\alpha^2$-Werte für die Betonfestigkeit finden sich auch in der Literatur wieder, z.B. bei den Beispielrechnungen zu JCSS (2001) und bei Tworuschka (1998). Lediglich bei überbewehrten Querschnitten, in denen der Bewehrungsstahl nicht die Streckgrenze erreicht, sind höhere Wichtungsfaktoren für die Betonfestigkeit zu finden (Tworuschka 1998). So dimensionierte Querschnitte sind konstruktiv und wirtschaftlich ungünstig und werden nicht weiter betrachtet.

Es kann also festgestellt werden, dass die gewählte stochastische Modellierung geeignet ist, die Zuverlässigkeiten von Stahl- und Stahlbetontragwerken zu bestimmen. Die erreichten Zuverlässigkeiten liegen für baupraktische Lastverhältnisse über dem Zielwert $\beta = 4{,}2$, und es können aus der Literatur bekannte Phänomene nachvollzogen werden. Lediglich die Lastansätze für Schnee und „allgemeine“ veränderliche Lasten weisen Defizite auf und werden im Folgenden nicht weiter verfolgt.

Für die Untersuchungen von vorgespannten Betontragwerken in Kapitel 4 wird der Ansatz für Bürolasten nach Gl. (3.29) ausgewählt. Der Zielwert für die Zuverlässigkeit muss nun so festgelegt werden, dass die vorgespannten Konstruktionen das gleiche Zuverlässigkeitsniveau aufweisen wie die nicht vorgespannten (s. Kap. 3.1.4). In Bild

3.10a werden im Bereich des Lastparameters von $\chi = 0{,}2$ bis $\chi = 0{,}66$ Zuverlässigkeiten von $\beta \geq 4{,}6$ erreicht; das Maximum liegt bei $\chi = 0{,}34$ und beträgt $\beta = 4{,}8$. Daher wird $\boldsymbol{\beta \geq 4{,}6}$ als Mindestanforderung für die vorgespannten Betontragwerke festgelegt.

# 4 Sicherheitskonzept für vorgespannte Konstruktionen

## 4.1 Überblick

Die in Kapitel 1 bereits angesprochene Fragestellung, wie die Vorspannung im Bemessungskonzept mit Teilsicherheitsbeiwerten behandelt werden soll, wird im Folgenden ausführlich behandelt. Zum einen wird die „konventionelle" Auffassung, dass die Vorspannung eine eigenständige Einwirkung und von den anderen unabhängig ist, betrachtet. Zum anderen wird die alternative Sichtweise, dass alle ständigen Einwirkungen einschließlich der Vorspannung als *eine einzige* Einwirkung aufzufassen sind, untersucht. Im letzteren Fall wird bei der Bestimmung der Bemessungswerte die Vorspannung mit demselben Teilsicherheitsbeiwert beaufschlagt wie die ständigen Lasten. Das bedeutet, dass davon ausgegangen wird, dass beide Einwirkungen in *identischer Weise streuen*, oder, stochastisch formuliert, dass beide Einwirkungen *voll korreliert* sind.

Nach einer Zusammenstellung der Angaben über Teilsicherheitsbeiwerte für ständige Lasten und Vorspannung in aktuellen Regelwerken werden die entsprechenden Werte zum Vergleich auf theoretischem Weg hergeleitet. Alternative Vorschläge zur Behandlung der Vorspannung werden erläutert. Daran schließt sich eine systematische Untersuchung der unterschiedlichen Ansätze mit den in Kapitel 3 vorgestellten zuverlässigkeitstheoretischen Methoden an. Dabei soll insbesondere festgestellt werden,

- ob vorgespannte Konstruktionen, die mit den unterschiedlichen Ansätzen bemessen werden, jeweils das gleiche Zuverlässigkeitsniveau aufweisen wie nicht vorgespannte.
- ob eine eventuell vorhandene Korrelation von ständigen Lasten und Vorspannung sich signifikant auf das Zuverlässigkeitsniveau auswirkt.
- wann von einer solchen Korrelation ausgegangen werden kann und wie ein Kriterium dafür lauten kann.

Anschließend wird ein Vorschlag angegeben, der einerseits die Vorteile einer vorhandenen Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung für eine wirtschaftlichere Dimensionierung nutzt, und gleichzeitig dazu führt, dass das Zuverlässigkeitsniveau von nicht vorgespannten Konstruktionen erreicht wird. Ein einfaches Kriterium zur Abschätzung, ob von einer solchen Korrelation ausgegangen werden kann, wird formuliert.

Sämtliche Untersuchungen werden an unterspannten Trägern durchgeführt, bei denen der Versteifungsträger aus Stahlbeton und die Unterspannung (bzw. die Spannglieder der „externen Vorspannung") aus hochfesten Zuggliedern bestehen. In einer Parameterstudie zur Verifikation der getroffenen Aussagen werden die geometrischen Ab-

messungen und die eingesetzten Materialien variiert. Hierbei wird auf praxisnahe Wahl der einzelnen Parameter Wert gelegt.

## 4.2 Teilsicherheitsbeiwerte für Vorspannung und andere ständige Einwirkungen in Regelwerken und Vorschlägen

### 4.2.1 Regelungen im Spannbetonbau

Für die europäische Normung liegt mit dem EC 0 (2001) der Grundlagen-Eurocode vor, der baustoff- und bauweisenunabhängig die Teilsicherheitsbeiwerte für Einwirkungen festlegt. Bezüglich der Vorspannung verweist er jedoch wieder auf die materialbezogenen Eurocodes. Für Spannbetonbauwerke werden die Teilsicherheitsbeiwerte für ständige Einwirkungen bzw. Vorspannung in Tabelle 4.1 angegeben. Sie sind anzuwenden auf die charakteristischen Werte, für die jeweils die Mittelwerte festgelegt sind (EC 0 2001; EC 2 1992).

*Tabelle 4.1: Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G$ für ständige Einwirkungen gem. EC 0 (2001) und $\gamma_P$ für Vorspannung gem. EC 2 (1992)*

| | ständige Einw. allgemein | Vorspannung |
|---|---|---|
| wirkt ungünstig | 1,35 | 1,2 |
| wirkt günstig | 1,0 | 0,9 |

Die Richtlinie zur Anwendung des EC 2 in Deutschland (NAD zu EC 2 1993) gibt für die Vorspannung einen Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_P = 1{,}0$ an, definiert jedoch einen unteren bzw. oberen charakteristischen Wert $P_{k,inf} = r_{inf} \cdot P_{m,t}$ bzw. $P_{k,sup} = r_{sup} \cdot P_{m,t}$ mit $r_{inf} = 0{,}9$ und $r_{sup} = 1{,}1$ ($P_{m,t}$ ist der Mittelwert der Spanngliedkraft zum Zeitpunkt $t$). Dies ist rechnerisch gleichbedeutend mit Teilsicherheitsbeiwerten $\gamma_P = 0{,}9$ bzw. 1,1, die auf den Mittelwert angewandt werden.

DIN 1055 (2001c) verfährt analog zu EC 0 (2001) und verweist bezüglich der Teilsicherheitsbeiwerte für Vorspannung auf die bauartspezifischen Bemessungsnormen. DIN 1045 (2001a) sieht für Vorspannung im Grenzzustand der Tragfähigkeit generell den Wert $\gamma_P = 1{,}0$ vor, jedoch anzuwenden auf den Mittelwert (Tabelle 4.2).

*Tabelle 4.2: Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G$ für ständige Einwirkungen und $\gamma_P$ für Vorspannung gem. DIN 1045 (2001a)*

| | ständige Einw. allgemein | Vorspannung |
|---|---|---|
| wirkt ungünstig | 1,35 | 1,0 |
| wirkt günstig | 1,0 | 1,0 |

### 4.2.2 Regelungen im Stahlbau

DIN 18800 (1990) macht nur Angaben zu ständigen Einwirkungen allgemein, ohne die Vorspannung in besonderer Weise zu behandeln. Die Anpassungsrichtlinie (1998) sieht für „kontrollierte ständige Einwirkungen", zu denen die Vorspannung zu zählen ist, einen um 10% reduzierten Teilsicherheitsbeiwert vor, so dass sich insgesamt die Werte in Tabelle 4.3 ergeben.

*Tabelle 4.3: Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G$ für ständige Einwirkungen und $\gamma_P$ für Vorspannung gem. DIN 18800 (1990) mit der Anpassungsrichtlinie (1998)*

| | ständige Einw. allgemein | Vorspannung |
|---|---|---|
| wirkt ungünstig | 1,35 | 1,22 |
| wirkt günstig | 1,0 | 1,0 |

EC 3 (1993) macht keine Angaben zur Vorspannung, sondern nur für ständige Einwirkungen allgemein, die denen aus EC 0 (2001) entsprechen, Tabelle 4.1. Auf EC 3 wird daher im Folgenden nicht mehr eingegangen.

### 4.2.3 Herleitung auf theoretischem Weg

Ausgehend von den Ausführungen in Kapitel 3.2.3 werden mit Gl. (3.21) die Teilsicherheitsbeiwerte für ständige Einwirkungen berechnet und in Tabelle 4.4 angegeben; dabei werden günstige und ungünstige Wirkung sowie dominanter und subdominanter Streuungseinfluss unterschieden.

*Tabelle 4.4: Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_g$ für ständige Einwirkungen nach Gl. (3.21)*

| ständige Einwirkung | ist dominant | ist subdominant |
|---|---|---|
| wirkt ungünstig | 1,33 | 1,13 |
| wirkt günstig | 0,62 | 0,85 |

Da der Einfluss der Modellunsicherheiten der Einwirkungsseite in den Teilsicherheitsbeiwerten der Regelwerke bereits enthalten ist, müssen die hier berechneten Werte entsprechend angepasst werden. Schobbe (1982) gibt im Zusammenhang mit der Herleitung von Teilsicherheitsbeiwerten für die GruSiBau (1981, s. Kap. 3.2.3) für die Modellunsicherheiten auf Einwirkungs- und Widerstandsseite so genannte Systemteilsicherheitsbeiwerte $\gamma_{SysS} = 1{,}07$ und $\gamma_{SysR} = 1{,}08$ an, basierend auf standardnormalverteilten Ansätzen mit Variationskoeffizienten von 0,05. Wendet man diese auf die Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_g$ in Tabelle 4.4 an, ergeben sich die Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G$ in Tabelle 4.5 (der Index *G* zeigt an, dass im Gegensatz zum Index *g* die Modellunsicherheiten enthalten sind). Zu beachten ist, dass auch die Werte für günstige Wirkung durch die Modellunsicherheiten erhöht werden. Bei der „genaueren" Vorgehensweise gemäß Bild 3.7 werden nämlich erst die Ergebnisse des mechanischen

Modells durch die Modellunsicherheiten erhöht, und darin gehen ungünstige und günstige Einwirkungen gleichermaßen ein (GruSiBau 1981; Mathieu 1991).

*Tabelle 4.5: Theoretisch hergeleitete Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G$ für ständige Einwirkungen einschließlich Modellunsicherheiten*

| ständige Einwirkung | ist dominant | ist subdominant |
|---|---|---|
| wirkt ungünstig | 1,42 | 1,21 |
| wirkt günstig | 0,67 | 0,92 |

Aus dem Vergleich mit den theoretisch hergeleiteten Werten in Tabelle 4.5 lassen sich für die Werte aus den Regelwerken (Tabelle 4.1 bis Tabelle 4.3) folgende Schlüsse ziehen:

- Der Teilsicherheitsbeiwert 1,35 für ungünstige ständige Einwirkungen (außer der Vorspannung) ist dem Wert 1,42 ähnlich, der sich theoretisch für dominanten Einfluss ergibt; er ist in den Regelwerken etwas nach unten (in Richtung subdominantem Streuungseinfluss) abgeschätzt. Auf eine Differenzierung von dominantem und subdominanten Streuungseinfluss wird dort verzichtet (Schobbe 1982) *.
- Der Teilsicherheitsbeiwert der Normen für günstige ständige Einwirkungen von 1,0 legt nahe, dass davon ausgegangen wird, dass solche Einwirkungen stets subdominanten Einfluss haben, denn der theoretisch ermittelte Wert für dominanten Einfluss liegt mit 0,67 deutlich niedriger. Dass er auch über dem Wert 0,92 für ständige Einwirkungen mit subdominantem Einfluss liegt, ist auf dieser Grundlage nicht nachvollziehbar; es ist zu vermuten, dass historische Gründe dafür verantwortlich sind.
- Die Vorspannung wird offensichtlich stets als subdominante Einwirkung aufgefasst; EC 2 (1992) entspricht den theoretisch ermittelten Werten praktisch exakt. Ob ein Teilsicherheitsbeiwert 1,0 bei günstiger Wirkung der Vorspannung, wie er von den deutschen Normen vorgesehen ist, zum gewünschten Zuverlässigkeitsniveau führt, wird in Kapitel 4.3.3.2 untersucht. Der Wert 1,0 bei ungünstiger Wirkung in DIN 1045 (2001a) ist nicht unmittelbar nachvollziehbar; ob er für die begrenzte Anwendung im üblichen Spannbetonbau geeignet ist, wird ebenfalls in Kapitel 4.3.3.2 erörtert.

Es ist offensichtlich, dass bei der Festlegung der Teilsicherheitsbeiwerte in den Regelwerken auf eine möglichst einfache Anwendbarkeit Wert gelegt wurde. Dem Anwender sollte nicht zugemutet werden, z.B. zwischen dominantem und subdomi-

---

* EC 0 (2001) bietet diese Möglichkeit an: Alternativ zu Gl.(3.19), in der die ständigen Einwirkungen und die erste veränderliche Einwirkung (die mit dem größten Streuungseinfluss) ohne Abminderung angesetzt werden, darf ein Doppelnachweis erbracht werden. Dabei dürfen einmal die ständigen Lasten und einmal die dominante veränderliche Last abgemindert werden (Gl. 6.10a und 6.10b in EC 0). Auf diese Möglichkeit wird im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter eingegangen, weil die deutschen Regelwerke DIN 1045 (2001a) und DIN 18800 (1990) dies nicht vorsehen.

nantem Einfluss zu unterscheiden, zumal dies häufig nicht ohne weiteres möglich ist. Die Festlegungen sollen in „üblichen“ Bemessungssituationen zu einem ausreichenden Zuverlässigkeitsniveau führen. Dies hat zur Folge, dass Tragwerke, die nicht zu diesen „üblichen“ Fällen zu rechnen sind, unter Umständen durch diese Angaben nicht treffend erfasst werden. Dies trifft beispielsweise beim Nachweis von vorgespannten Trägern im leeren Zustand zu, bei dem nur Vorspannung (ungünstig) und Eigengewicht (günstig) wirken, jedoch keine Ausbaulasten und veränderliche Einwirkungen vorhanden sind; dies wird in Kapitel 4.3.2.3 gezeigt.

Mathieu (1991) weist darauf hin, dass es in diesem Zusammenhang sehr viele unterschiedliche Fälle gibt, die von Regelwerken nicht diversifiziert werden können. Dem Anwender solle jedoch die Notwendigkeit deutlich gemacht werden, dass für spezielle Fälle abweichende Überlegungen nötig sind. Diese Hinweise fehlen leider in den aktuellen Regelwerken, zumindest in dieser Klarheit.

In den obigen Ausführungen wird auf ständige Einwirkungen, die abschnittsweise ungünstig und abschnittsweise günstig wirken, wie z.B. bei Waagebalken, nicht eingegangen. Dafür sind Überlegungen über die Streuung der ständigen Lasten innerhalb der Bauteile erforderlich (Autokorrelation), wie sie z.B. von König und Hosser (1982) erläutert werden.

### 4.2.4 Alternative Vorschläge aus der Literatur

Saul und Svensson (1983) untersuchen Schrägseilbrücken mit Betonüberbau, die nach DIN 4227 (1982) bemessen werden sollen. DIN 4227 sieht vor, bei Bauteilen mit Vorspannung ohne Verbund die günstig wirkenden Schnittgrößen aus Vorspannung für den Nachweis des rechnerischen Bruchzustands 1,0-fach anzusetzen, die aus äußeren Lasten jedoch mit dem globalen Sicherheitsbeiwert $\gamma = 1{,}75$ zu erhöhen. Saul und Svensson schlagen abweichend davon vor, die (günstigen) Schnittgrößen aus Vorspannung ebenfalls mit $\gamma = 1{,}75$ zu erhöhen. Sie begründen dies damit, dass durch die vermessungstechnischen Kontrollen der Systemgeometrie während des Bauvorgangs auf Streuungen im Eigengewicht durch erhöhte Spannkraft reagiert wird, und somit „der Zustand ständige Last die kontrollierte Summe aus beiden Anteilen“ ist.

Menn (1987) betrachtet unterspannte Träger mit schlankem Versteifungsträger und stellt ebenfalls fest, dass „die Vorspannkraft in der Unterspannung (über die Nivelettenjustierung) direkt auf allfällige Streuungen in der ständigen Last abgestimmt wird“. Er schlägt daher vor, die Vorspannung für die Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit mit demselben Teilsicherheitsbeiwert zu erhöhen wie die ständigen Lasten.

Nach der „konventionellen“ Vorgehensweise ist klar, welche Einwirkungen „günstig“ bzw. „ungünstig“ sind, und entsprechend werden sie durch die Teilsicherheitsbeiwerte abgemindert oder erhöht. In den beiden genannten Vorschlägen wird die Vorspannung durch den Sicherheitsbeiwert erhöht, d.h. es wird offensichtlich davon ausgegangen, dass die Eigenlasten nach oben streuen, und dass die Vorspannung daran

angepasst wird. Es wird dabei stillschweigend angenommen, dass die ungünstigen Auswirkungen der erhöhten Eigenlasten die günstigen Auswirkungen der nun ebenfalls erhöhten Vorspannung überwiegen. Dies ist jedoch nicht immer der Fall: Wenn die günstige Wirkung der Vorspannung die ungünstige Wirkung der Eigenlasten überwiegt, dann müssten konsequenterweise beide Einwirkungen mit dem unteren Teilsicherheitsbeiwert für günstige Wirkung beaufschlagt werden (s. Kap 4.3.2.2).

Genau dies sieht der Vorschlag von Calgaro et al. (2001) vor: Explizit werden dort Eigenlasten und Vorspannung als gemeinsamer Lastfall „ständige Einwirkungen $G+P$" definiert, der dann entsprechend günstiger oder ungünstiger Auswirkung auf einen Nachweis mit dem unteren bzw. oberen Teilsicherheitsbeiwert für ständige Einwirkungen $\gamma_{G,inf}$ bzw. $\gamma_{G,sup}$ beaufschlagt werden soll. Ein Bezug zu schlanken, verformungsintensiven Systemen wird jedoch nicht angegeben, vielmehr soll dieser Ansatz in Ergänzung zu EC 0 (2001) werkstoff- und bauweisenübergreifend für alle vorgespannten Tragwerke aus Beton, Stahl und Stahl-Beton-Verbund angewandt werden.

## 4.3 Vergleichende Berechnungen für die unterschiedlichen Ansätze

### 4.3.1 Vorgehensweise und Berechnungsgrundlagen

Die abweichende Behandlung der Vorspannung durch die unterschiedlichen Ansätze für die Teilsicherheitsbeiwerte bedingt Unterschiede in der Dimensionierung und im Tragverhalten. In einer Parameterstudie werden daher Vergleichsrechnungen angestellt, um Aussagen über die Qualität der Ansätze bezüglich des von ihnen erreichten Zuverlässigkeitsniveaus treffen zu können, und um Zusammenhänge herauszuarbeiten und eventuelle Unzulänglichkeiten aufzuzeigen. Dazu werden Tragwerke zuerst mit den unterschiedlichen Teilsicherheitsbeiwert-Konzepten dimensioniert und danach die zugehörigen zuverlässigkeitstheoretischen Berechnungen durchgeführt.

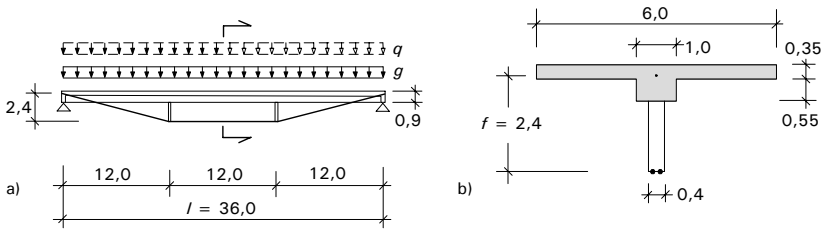



*Bild 4.1: Unterspannter Träger in Anlehnung an Menn (1987). a) Ansicht; b) Querschnitt*

Als Ausgangsentwurf wird ein unterspannter Träger gewählt, der an einen Vorschlag von Menn (1987) angelehnt ist (Bild 4.1). Im Rahmen der Parameterstudie werden die Systemabmessungen (Systemlänge $l$, Stich $f$ der Unterspannung, Anordnung der Luftstützen), die Form des Überbauquerschnitts und die eingesetzten Materialien für

Träger und Unterspannung variiert. Wenn die Exzentrizität der Unterspannung zum Schwerpunkt des Querschnitts (Stich *f*) so klein wird, dass keine Luftstützen als Spreizen mehr nötig sind, liegt ein System mit so genannten „externen Spanngliedern“* vor.

Neben den Eigenlasten und der Vorspannung wird eine gleichmäßig verteilte Belastung angesetzt, deren Höhe von 1/4 der Eigenlast bis zum maximal Vierfachen variiert wird. Sie wird dabei einmal über die gesamte Länge und einmal nur halbseitig wirkend angenommen; in Querrichtung des Tragwerks wird die Belastung über die gesamte Breite gleichmäßig angesetzt. Daneben wird auch der „Leerzustand“ betrachtet, wenn nur Eigenlasten und Vorspannung wirken. Als praxisrelevant für Brücken- und Hochbautragwerke aus Beton und Stahl-Beton-Verbund können Verhältnisse von veränderlichen Lasten zu ständigen Lasten von 1/3 bis maximal 1 angesehen werden. Um Aussagen mit allgemeinerer Gültigkeit, z.B. hinsichtlich zukünftiger Entwicklungen mit leichten, hochfesten Materialien machen zu können, wird dennoch der erweiterte Bereich der Lastkonfigurationen untersucht. Bei einigen Systemen können die veränderlichen Lasten jedoch nicht bis zum vierfachen der ständigen Lasten gesteigert werden, weil der Betonquerschnitt (ohne Druckbewehrung) nicht ausreicht.

Für die Behandlung der Eigenlasten und der Vorspannung im Grenzzustand der Tragfähigkeit werden zunächst zwei verschiedene Ansätze gewählt: Einmal werden sie als voneinander unabhängig angesehen und mit den Teilsicherheitsbeiwerten gemäß EC 2 (1992), Tabelle 4.1, beaufschlagt, im Folgenden „Ansatz EC 2“ genannt. Er wird gewählt, weil er gut mit den theoretisch ermittelten Teilsicherheitsbeiwerten übereinstimmt und auch mit den Regelungen im Stahlbau korrespondiert. Im anderen Fall werden Eigenlasten und Vorspannung gemäß Calgaro et al. (2001) als gemeinsamer Lastfall „ständige Einwirkungen“ betrachtet und mit den dafür festgelegten Teilsicherheitsbeiwerten $\gamma_{G,inf} = 1{,}0$ bzw. $\gamma_{G,sup} = 1{,}35$ versehen. Dieser Ansatz wird im Folgenden mit „Ansatz $\gamma_G(g+P)$“ bezeichnet, wobei das $+$-Zeichen nicht arithmetisch, sondern in der Bedeutung „unter gleichzeitiger Wirkung von“ zu sehen ist. Er folgt auch den Intentionen von Saul und Svensson (1983) und Menn (1987), ohne jedoch davon auszugehen, dass sich der Lastfall $(g+P)$ stets ungünstig auswirkt. Für die veränderlichen Lasten gilt $\gamma_Q = 1{,}5$.

In weitergehenden Untersuchungen werden zusätzlich noch die Ansätze für die Teilsicherheitsbeiwerte nach DIN 1045 (2001a) und nach dem in Kapitel 4.4 vorgestellten Vorschlag betrachtet.

Wenn über die Qualität der einer Dimensionierung zugrunde gelegten Teilsicherheitsbeiwerte Aussagen getroffen werden sollen, müssen die betrachteten Tragwerke rechnerisch ausgenutzt sein, d.h., alle Tragwerksteile sollen in mindestens einem Lastfall Beanspruchungen in Höhe ihrer rechnerischen Tragfähigkeit erfahren. Dazu

---

* In EC 2 (1994) und DIN 1045 (2001a) werden „externe Spannglieder“ als „außerhalb des Betonquerschnitts, aber innerhalb der Umhüllenden des Betontragwerks“ liegend definiert. Diese Festlegung ist etwas unglücklich, weil natürlich auch bei Unterspannungen die Zugglieder „extern“ sind.

bietet sich eine Bemessung mit Traglastverfahren an; die Traglast des Systems ist dann unabhängig von der Vorspannung; diese und die auf sie anzuwendenden Teilsicherheitsbeiwerte gehen nur noch in die Größe der auftretenden plastischen Verformungen ein. Jedoch wird bei dieser Vorgehensweise „ausreichende plastische Verformbarkeit" der Bauteile vorausgesetzt, wovon tatsächlich nicht immer ausgegangen werden kann (s. Kap. 2.3.5). Insbesondere bei biegebeanspruchten Stahlbetonbauteilen, die zusätzlich durch hohe Druckkräfte beansprucht werden, wie es bei den Versteifungsträgern von unterspannten Systemen der Fall ist, ist die Rotationskapazität häufig eingeschränkt. Daher basieren alle folgenden Betrachtungen auf der Voraussetzung, dass keine „plastischen Schnittgrößenumlagerungen" zugelassen werden und somit rechnerisch das Tragwerksversagen durch das Versagen des am höchsten beanspruchten Bauteils bestimmt wird. Dennoch gibt es die Möglichkeit, durch geeignete Wahl der Querschnitte und der Vorspannung das Tragverhalten so zu steuern, dass die gewünschte Vollbeanspruchung aller Bauteile rechnerisch auch ohne plastische Verformungen eintreten kann. Eine solche „Optimalbemessung" muss im Allgemeinen durch geeignete Algorithmen iterativ erfolgen.

Ausgehend von der gegebenen Systemgeometrie, dem gegebenen Überbauquerschnitt, den gegebenen Materialeigenschaften und der gegebenen Größe der veränderlichen Lasten wird auf die beschriebene Weise für die untersuchten Tragwerke der Querschnitt der Unterspannung und die Höhe der Vorspannung so bestimmt, dass folgende Kriterien gerade erfüllt sind: Unter Volllast wird die Unterspannung im Grenzzustand der Tragfähigkeit gerade ausgenutzt, und im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit wird die Vertikalverformung des Trägers an den Luftstützen unter Eigenlasten und Vorspannung zu null. Dies entspricht der Einstellung des Momentenverlaufs eines starr gestützten Durchlaufträgers unter Eigenlasten. Eventuelle Umlagerungen infolge zeitabhängigen Materialverhaltens werden so minimiert. Anschließend wird der Träger so bemessen, also die erforderliche Längsbewehrung ermittelt, dass auch er an der maßgebenden Stelle gerade ausgenutzt ist (sofern nicht die hohe Druck-Normalkraft zusätzliche Bewehrung entbehrlich macht). Dabei werden für die Bemessung auf „Zug unten, Druck oben" volle und halbseitige veränderliche Lasten berücksichtigt und geprüft, ob das Randfeld zwischen Auflager und Luftstütze oder die Feldmitte maßgebend ist. Für „Zug oben, Druck unten" kann der Leerzustand oder halbseitige veränderliche Last maßgebend sein (in letzterem Fall über der Luftstütze der unbelasteten Trägerhälfte). Es wird davon ausgegangen, dass die Längsbewehrung jeweils nicht abgestuft wird.

Alle Aussagen beziehen sich nur auf die statisch erforderliche Längsbewehrung; rissverteilende, konstruktive und Mindestbewehrung sowie Übergreifungen und Verankerungen werden nicht betrachtet, weil ausschließlich auf die Zuverlässigkeiten eingegangen werden soll, die durch die vorangegangene Dimensionierung erreicht werden. Die Mindestbewehrung ist unter Umständen nicht nur von den zugrunde gelegten Vorschriften, sondern auch von den Vorgaben des Auftraggebers (z.B. ZTV-K 1996) abhängig und steht nicht im Zusammenhang mit Aspekten der Tragfähigkeit. Bei den untersuchten Systemen zeigt sich, dass für „Zug unten" stets die statisch

erforderliche Bewehrung bei weitem überwiegt, während für „Zug oben“ die statisch erforderliche Bewehrung praktisch nie maßgebend ist. Beim Vergleich der erforderlichen Materialmengen in Kapitel 4.3.2.2 wird nochmals kurz auf eine Mindestbewehrung eingegangen.

In der auf die Dimensionierung folgenden Zuverlässigkeitsanalyse werden die zugehörigen Zuverlässigkeitsindizes berechnet; dazu werden wiederum dieselben Lastfälle wie bei der Dimensionierung untersucht: Unterspannung auf Zug (LF $g+P+q_{voll}$), Träger hinsichtlich „Zug oben“ über den Luftstützen (LF $g+P$ und LF $g+P+q_{halb}$) und Träger hinsichtlich „Zug unten“ in Randfeld und Mittelfeld (LF $g+P+q_{voll}$) sowie im Randfeld unter LF $g+P+q_{halb}$, insgesamt also 6 Grenzzustände. Um den Einfluss einer eventuell vorhandenen Korrelation zwischen den Eigenlasten und der Vorspannung herausstellen zu können, werden als Extremfälle vollständige Korrelation ($\rho=1$) und völlige Unabhängigkeit ($\rho=0$) angenommen und die jeweiligen Zuverlässigkeiten bestimmt.

Die Betrachtung der Zuverlässigkeiten erfolgt für die einzelnen Grenzzustände unabhängig voneinander, weil Rückschlüsse gezogen werden sollen auf die Qualität der in den jeweils zugehörigen Nachweisen angesetzten Teilsicherheitsbeiwerte. Diese sind für die einzelnen Bemessungssituationen unterschiedlich. Auf die Bestimmung der Systemzuverlässigkeit aus den Werten der einzelnen Grenzzustände wird aus den in Kapitel 3.1.9 genannten Gründen verzichtet.

Für alle Berechnungen im Zuge der Dimensionierung und der Zuverlässigkeitsanalyse der betrachteten Tragwerke werden die folgenden Berechnungsgrundlagen angenommen:

- Die Schnittgrößenermittlung erfolgt unter Annahme von linear elastischem Verhalten aller Bauteile. Diese Näherung ist vor allem deshalb erforderlich, weil Zuverlässigkeitsanalysen bei nichtlinearen Materialeigenschaften einen enormen numerischen Aufwand erfordern, der eine umfangreiche Parameterstudie ausschließen würde. Dafür geeignete kommerzielle Software, die sowohl die nichtlineare Berechnung von Stahlbeton als auch Zuverlässigkeitsanalysen beherrscht, ist zur Zeit noch nicht verfügbar. Die Beurteilung der Berechnungsergebnisse wird durch die Annahme von linear-elastischem Verhalten zudem erleichtert, weil weniger „Unwägbarkeiten“ vorhanden sind. Da in der Tragwerksbemessung und in der zuverlässigkeitstheoretischen Berechnung von identischen Annahmen ausgegangen wird, sind Rückschlüsse auf die Eignung der Ansätze für die Teilsicherheitsbeiwerte dennoch möglich.
- Das Gleichgewicht wird am unverformten System aufgestellt (Theorie I. Ordnung). Vergleichsrechnungen an ausgewählten Systemen haben ergeben, dass bei den hier betrachteten Tragwerken die Einflüsse aus geometrischer Nichtlinearität zu vernachlässigen sind (Greiner 2000).
- Die Querschnittstragfähigkeit für Biegung mit Normalkraft wird nach EC 2 (1992) mit dem Parabel-Rechteck-Diagramm für den Beton und einer bilinearen Span-

nungs-Dehnungslinie mit horizontalem Ast für den Betonstahl ermittelt. Eine zusätzliche interne Vorspannung des Trägers wird nicht vorgesehen. Eventuell vorhandene Bewehrung in der Druckzone wird vernachlässigt. Überbewehrte Querschnitte, bei denen der Stahl nicht bis zur Streckgrenze beansprucht wird und die ohne Vorankündigung versagen, sind konstruktiv und wirtschaftlich ungünstig und werden deshalb nicht berücksichtigt.

- Bei hohen veränderlichen Lasten ergeben sich aus der Bemessung zum Teil große Unterspannungsquerschnitte und große Bewehrungsmengen. Auf konstruktive Fragen, z.B. ob die Bewehrung im Steg Platz findet, wird nicht eingegangen. Es kann jedoch festgestellt werden, dass bei praxisnahen Lastgrößen keine konstruktiven Probleme auftreten.
- Die Querkrafttragfähigkeit ist nicht Gegenstand der Untersuchungen. Es werden der Träger bezüglich Biegung mit Normalkraft und die Unterspannung betrachtet. Der Nachweis der Querkrafttragfähigkeit kann bei Stahlbetonkonstruktionen, abgesehen vom Versatzmaß, unabhängig von der Längstragwirkung erfolgen.
- Die Querrichtung wird nicht betrachtet. Bei Stahlbetonkonstruktionen mit einfachem Plattenbalkenquerschnitt können Längs- und Querrichtung im Allgemeinen unabhängig voneinander bemessen werden.
- Die Dehnsteifigkeit der Luftstützen ist so groß, dass deren Dehnungen vernachlässigt werden können. Ein seitliches Ausweichen der Luftstützen wird konstruktiv verhindert.
- Die Zuverlässigkeitsanalysen erfolgen mit den in Kapitel 3.1 dargestellten Verfahren und der stochastischen Modellierung gemäß Kapitel 3.3. Als Ansatz für die veränderlichen Lasten werden die in Kapitel 3.3.2.2 beschriebenen Nutzlasten von Bürogebäuden verwendet, weil sie im Hinblick auf den Einsatz von unterspannten Trägern am geeignetsten erscheinen. Die Modellierung der Lasten ging ursprünglich von einfeldrigen Systemen (Balken, Platte) aus, für die Volllast maßgebend ist; dafür wurde auch der in Kapitel 3.3.2.2 erwähnte Lastkonzentrationsfaktor entwickelt. Der Ansatz dieser Lastmodellierung auf die halbe Systemlänge ist eine „deterministische Laststellung“ und liegt auf der sicheren Seite. Für eine realistischere stochastische Lastmodellierung, die einer feldweisen Anordnung im deterministischen Sinne entspricht, wären weitergehende Überlegungen nötig.

Im Rahmen der Parameterstudie werden 20 verschiedene Systeme für die genannten Lastkonstellationen von $\chi = 0{,}2$ bis 0,8 (wegen der Kurvendarstellung in 0,02-Schritten) untersucht. Es ergeben sich durch die verschiedenen Ansätzen für die Teilsicherheitsbeiwerte und die verschiedenen Korrelationskoeffizienten zusammen mit den Berechnungen nach DIN 1045 (2001a, Anhang A2) ca. 2100 erzeugte Tragwerke und ca. 24000 Zuverlässigkeitsanalysen.

Eine Übersicht über alle untersuchten Systeme gibt Tabelle A.1 im Anhang; die Ergebnisse der Parameterstudie sind vollständig in Anhang A1 dargestellt. Im folgenden Kapitel werden anhand von zwei ausgewählten Systemen alle wichtigen Erkenntnisse

aus der Parameterstudie ausführlich erläutert. In Anhang A1 werden daher nur Besonderheiten, die sich bei einzelnen Systemen ergeben, kommentiert.

### 4.3.2 Betrachtung einiger ausgewählter Ergebnisse der Parameterstudie

#### 4.3.2.1 Betrachtete Systeme

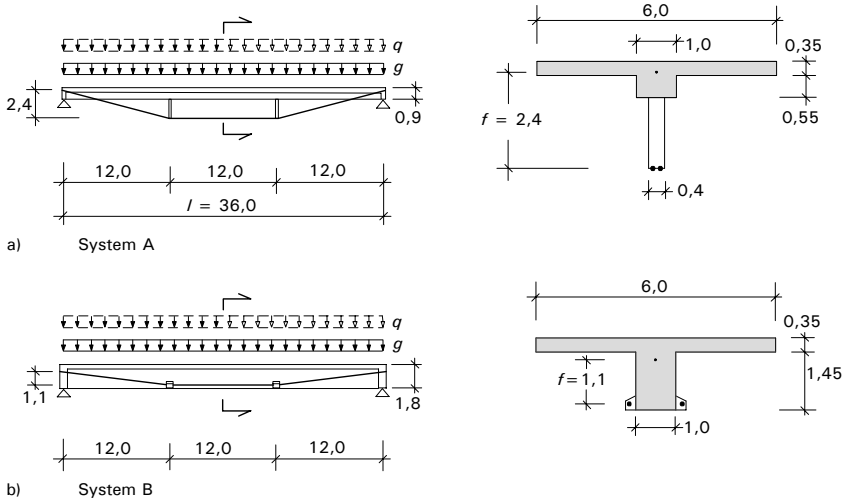



*Bild 4.2: Zwei vorgespannte Träger im Vergleich. a) System A: Unterspannung; b) System B: „Externe Vorspannung"*

Im Folgenden werden zwei Systeme, an denen alle auftretenden Phänomene deutlich erkennbar sind, ausführlich dargestellt und diskutiert. Zum einen wird der schon in Bild 4.1 gezeigte unterspannte Träger betrachtet (System A in Bild 4.2a, es entspricht System 1a in Anhang A1/A2), zum anderen ein vollwandiger Spannbetonträger gleicher Spannweite mit „externen Spanngliedern", die also innerhalb der Querschnittshöhe geführt werden (System B in Bild 4.2b, es entspricht System 11 in Anhang A1/A2). Da dies ein Sonderfall des unterspannten Trägers ist, werden auch hier die Spannglieder der Einfachheit halber als Unterspannung bezeichnet. Es handelt sich in beiden Fällen um idealisierte Querschnitte, um die Berechnungen zu vereinfachen. Praxisnahe Entwürfe würden beispielsweise Voutungen der Kragplatten und eventuell geneigte Stegflächen vorsehen, um das Tragverhalten und den gestalterischen Aspekt zu verbessern.

In Tabelle 4.6 sind Informationen über die Werkstoffe und die der Bemessung zugrunde gelegten Teilsicherheitsbeiwerte angegeben, die für beide Tragwerke zur Anwendung kommen. Als Material für die Unterspannung werden Litzenspannglieder gewählt und gemäß EC 2 (1992) verwendet.

*Tabelle 4.6: Daten für die Bemessung der Träger in Bild 4.2*

| | | $\gamma_M$ |
|---|---|---|
| Beton | C 40/50 | 1,5 |
| Betonstahl | S 500 | 1,15 |
| Unterspannung | St 1570/1770 | 1,15 |

#### 4.3.2.2 Tragverhalten

Für alle hier betrachteten Tragwerke stellt sich, unabhängig vom Ansatz für die Vorspannung, der Lastfall $g+P+q_{voll}$ (Volllast) als maßgebend für die Bemessung der Unterspannung und des Trägers heraus (maßgebende Stelle: Zug unten in Feldmitte). Werden Eigenlasten und Vorspannung mit demselben Teilsicherheitsbeiwert beaufschlagt, Ansatz „$\gamma_G(g+P)$", wird für den Träger der untere Bemessungswert $\gamma_{G,inf}(g+P)$ maßgebend. Trotz des positiven Moments in Feldmitte wirkt sich $(g+P)$ nämlich durch die gleichzeitig hervorgerufene Druckkraft günstig auf die erforderliche Bewehrungsmenge aus. Das bedeutet, dass die Eigenlasten *nicht* durch einen Teilsicherheitsbeiwert erhöht werden müssen. Lediglich bei dem unterspannten Träger (System A) wird für hohe Anteile von veränderlichen Lasten ($\chi > 0{,}62$) $\gamma_{G,sup}$ maßgebend. Hier zeigt sich bereits, dass die Annahme, dass $(g+P)$ stets ungünstig wirkt, und folglich durch $\gamma_{G,sup}$ erhöht werden muss, nicht richtig ist. Diese Annahme liegt den Vorschlägen von Saul und Svensson (1983) und von Menn (1987) zugrunde (s. Kap. 4.2.4).

Für die negativen Momente über den Luftstützen wird, unabhängig vom Ansatz der Vorspannung, in keinem der betrachteten Fälle Bewehrung erforderlich; LF $g+P$ ist dabei kritischer als LF $g+P+q_{halb}$. Für die Bemessung der Unterspannung ist natürlich stets $\gamma_{G,sup}$ maßgebend.

Beide Systeme werden für Lastverhältnisse von $\chi = 0{,}2$ bis $\chi = 0{,}74$ berechnet; eine weitere Steigerung der veränderlichen Lasten (bis $\chi = 0{,}8$) ist nicht möglich, weil dafür die Betonquerschnitte nicht ausreichen.

Nun werden einige Parameter und Größen, die das Tragverhalten beschreiben, diskutiert. In Bild 4.3 bis Bild 4.9 sind jeweils links die Ergebnisse für System A aus Bild 4.2a, rechts die für System B aus Bild 4.2b dargestellt. Die graue Linie zeigt die Ergebnisse für den Fall, dass Eigenlasten und Vorspannung unabhängig voneinander sind („EC 2"), die schwarze für den Fall, dass sie als ein gemeinsamer Lastfall behandelt werden („$\gamma_G(g+P)$").

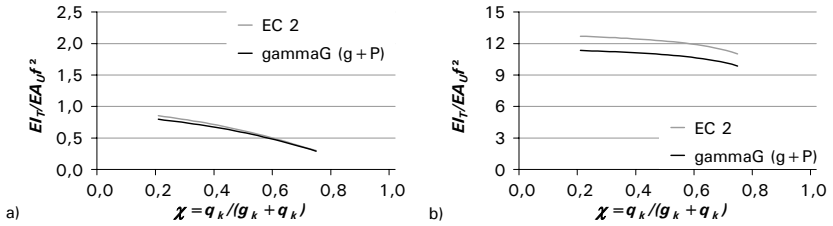



*Bild 4.3: Steifigkeitsverhältnis zwischen Träger und Unterspannung. a) System A, unterspannter Träger; b) System B, „extern vorgespannter" Träger. (Unterschiedliche Skalierung!)*

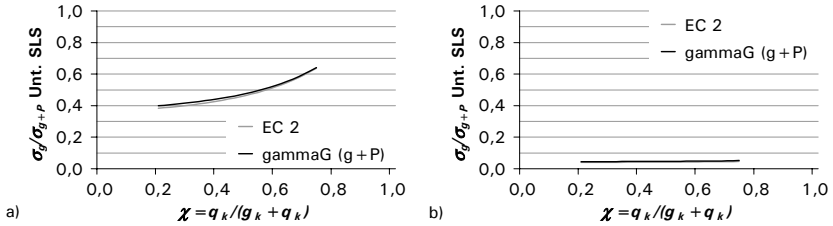



*Bild 4.4: Verhältnis der Spannungen aus Hängewerkwirkung der Eigenlasten zu den Gesamtspannungen in der Unterspannung unter Eigenlasten und Vorspannung (SLS). a) System A; b) System B*

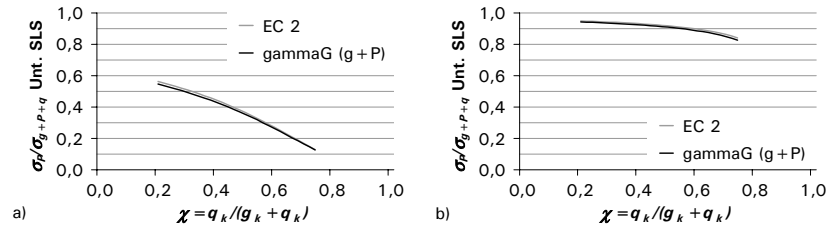



*Bild 4.5: Anteil der Vorspannung an der Gesamtbeanspruchung der Unterspannung unter Volllast (SLS). a) System A; b) System B*

In Bild 4.3 ist das Verhältnis der Biegesteifigkeit des Trägers $EI_T$ zum Produkt aus Dehnsteifigkeit der Unterspannung $EA_U$ und dem Quadrat ihres Stichs $f$ dargestellt. Bild 4.4 zeigt den Anteil der Spannungen infolge Eigenlasten an den Spannungen in der Unterspannung im LF $g+P$; in Bild 4.5 ist der Anteil der Spannungen infolge Vorspannung an den Gesamtspannungen unter Volllast (Gebrauchslasten, Serviceability Limit State, SLS) zu sehen.

- Während bei den unterspannten Systemen A die Steifigkeit der Unterspannung und die des Trägers in der gleichen Größenordnung liegen, tritt bei den „extern" vorge-

spannten Systemen B die Unterspannung weit hinter den Träger zurück. Dies ist auf die deutlich (etwa 7-fach) größere Biegesteifigkeit des Trägers und auf den viel kleineren Hebelarm der Spannglieder zum Schwerpunkt des Balkens (etwa 0,46-facher Stich) zurückzuführen.

- Der Ansatz „$\gamma_G(g+P)$" für die Teilsicherheitsbeiwerte führt zu steiferen Unterspannungen als Ansatz „EC 2" (Bild 4.3), weil die Vorspannung mit $\gamma_{G,sup}=1{,}35$ statt mit $\gamma_{P,sup}=1{,}2$ nach EC 2 beaufschlagt wird und somit größere Unterspannungsquerschnitte erforderlich macht. Bei System A ist der Unterschied jedoch gering, weil die Vorspannung an den Gesamtbeanspruchungen der Unterspannung nur einen mäßigen bis kleinen Anteil hat (Bild 4.5a). Bei System B hingegen bewirken die unterschiedlichen Ansätze einen deutlichen Unterschied in den erforderlichen Unterspannungsquerschnitten, weil der Anteil der Vorspannung groß ist (Bild 4.5b).
- Je höher der Lastparameter $\chi$ ist, d.h. je höher die veränderlichen Lasten sind, desto größer ist der Querschnitt der Unterspannung, was zu geringeren Werten $EI_T/EA_Uf^2$ führt. Bei System A ist diese Tendenz viel stärker ausgeprägt, weil infolge der Steifigkeitsverhältnisse ein größerer Teil der veränderlichen Lasten durch die Unterspannung getragen werden kann, wie ein Blick auf die Hängewerkwirkung zeigt:
- Aus Bild 2.5, das für die hier betrachteten Systeme gilt, ist ersichtlich, dass die Hängewerkwirkung für System B praktisch zu vernachlässigen ist; die „externen Spannglieder" beteiligen sich nur zu etwa 5% an der Abtragung der Lasten. Sie müssen durch Vorspannung aktiviert werden (s. Kap. 2.2), wie auch aus Bild 4.4b hervorgeht. Daher machen die Spannungen infolge Vorspannung auch einen so großen Anteil an den Gesamtbeanspruchungen der Zugglieder aus (Bild 4.5b). Bei System A hingegen ist die Hängewerkwirkung deutlich höher: etwa 1/3 bei kleinen veränderlichen Lasten bis zu etwa 2/3 bei großen veränderlichen Lasten werden durch die Hängewerkwirkung getragen, dadurch sinkt der Anteil der Vorspannung an den Gesamtbeanspruchungen der Unterspannung von etwa 57% auf 12% ab (Bild 4.5a).

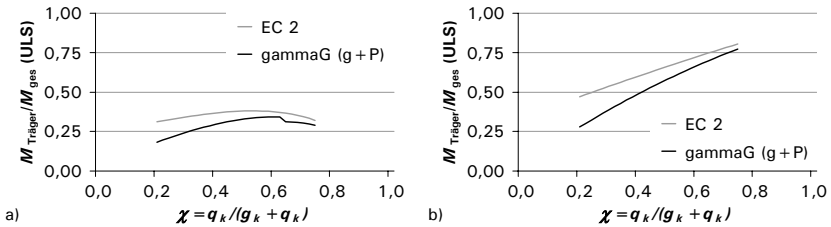



*Bild 4.6: Anteil des Moments im Träger am Gesamtmoment in Feldmitte im ULS. a) System A b) System B*

In Bild 4.6 ist zu sehen, zu welchen Anteilen das gesamte Moment aus Lasten im Grenzzustand der Tragfähigkeit (Ultimate Limit State, ULS) vom Träger bzw. von der Unterspannung aufgenommen wird.

- Bei beiden Systemen ist deutlich sichtbar, dass Ansatz „EC 2“, der die Eigenlasten und die Vorspannung jeweils ungünstig gewichtet, zu deutlich höheren Momentenbeanspruchungen des Trägers führt als „$\gamma_G(g+P)$“. Für hohe Anteile von veränderlichen Lasten nimmt dieser Effekt natürlich ab, weil diese von beiden Ansätzen gleich behandelt werden. Der Sprung in der schwarzen Kurve in Bild 4.6a kommt daher, dass für $\chi > 0{,}62$ $\gamma_{G,sup}$ statt $\gamma_{G,inf}$ maßgebend wird. Dabei wird zwar das vom Träger zu tragende Moment etwas größer, jedoch in geringerem Maße als das gesamte äußere Moment.
- Bei System B nimmt der Anteil des Trägers mit steigenden veränderlichen Lasten stark zu, weil der Anteil der Unterspannung praktisch unabhängig von ihnen ist; er wird ja fast nur durch die Vorspannung erzeugt. Bei System A sind die Trägeranteile kleiner, weil stets ein signifikanter Teil der veränderlichen Lasten von der Unterspannung abgetragen wird. Die Hängewerkwirkung nimmt infolge der Steifigkeitsverhältnisse (Bild 4.3a) für große veränderliche Lastanteile derart zu (von etwa 1/3 auf 2/3), dass der vom Träger aufzunehmende Momentenanteil sogar etwas abfällt. Der abnehmende Einfluss der Vorspannung und die zunehmende Unterspannungssteifigkeit wirken sich hier stark gegenläufig aus.

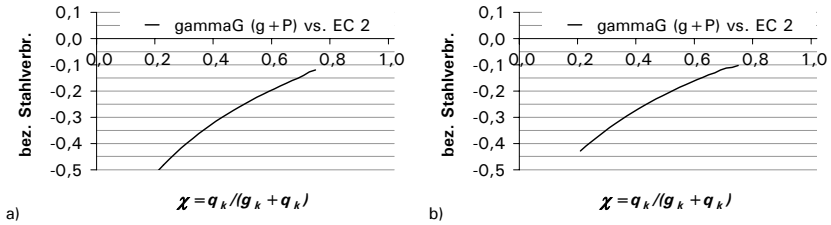



*Bild 4.7: Mögliche Stahleinsparung ohne Berücksichtigung verschiedener Stahlgüten. a) System A; b) System B*

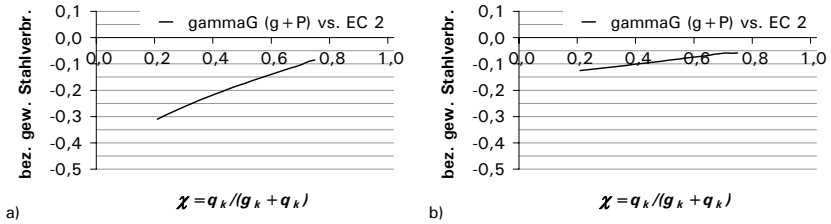



*Bild 4.8: Mögliche Stahleinsparung mit gewichteten Stahlgüten. a) System A; b) System B*

In Bild 4.7 und Bild 4.8 werden die erforderlichen Materialmengen verglichen, die sich aus der unterschiedlichen Behandlung der Vorspannung ergeben. Da der Betonquerschnitt jeweils gleich bleibt, wird nur der Materialaufwand für statisch erforderliche Längsbewehrung und Unterspannung betrachtet. Es ergeben sich sowohl unterschiedliche Querschnitte für die Unterspannung als auch für die erforderliche Bewehrung; ein unmittelbarer Vergleich der Querschnitte bezüglich möglicher Materialeinsparungen ist daher nicht sinnvoll, und die Materialmengen werden deshalb aufsummiert. Aufgetragen ist die mögliche relative Stahleinsparung nach Gl. (4.1), die sich durch Anwendung des Ansatzes „$\gamma_G(g+P)$" gegenüber dem konventionellen Ansatz „EC 2" ergibt.

$$\text{bezogener Stahlverbrauch} = \frac{\text{erf. Stahlmenge}\,(\gamma_G(g+P)) - \text{erf. Stahlmenge}\,(\text{EC 2})}{\text{erf. Stahlmenge}\,(\text{EC 2})} \tag{4.1}$$

In Bild 4.7 werden dabei verschiedene Festigkeiten von Bewehrungsstahl und Unterspannungsstahl außer Acht gelassen, in Bild 4.8 werden die jeweiligen Anteile entsprechend den Bemessungswerten ihrer Festigkeiten gewichtet. Da die möglichen Einsparungen bei den Bewehrungsquerschnitten deutlich größer sind als bei denen der Unterspannung, sind die Kurven in Bild 4.8 flacher als in Bild 4.7 (die Differenz im Zähler in Gl. (4.1) ist in beiden Fällen fast gleich groß, der Nenner ist aber im zweiten Fall größer).

Im Hinblick auf die Wirtschaftlichkeit der Konstruktionen wäre eine Gewichtung nach Kosten wünschenswert. Die Materialkosten des Stahls steigen unterproportional zur Stahlgüte, weil ein Stahl mit doppelter Festigkeit weniger kostet als das Doppelte. Das bedeutet, dass die möglichen Stahleinsparungen ohne Gewichtung nach Festigkeiten in Bild 4.7 hinsichtlich der Kosten eher zu optimistisch, mit Gewichtung nach Festigkeiten (Bild 4.8) hingegen eher zu pessimistisch sind.

Für die Wirtschaftlichkeit ist jedoch der konstruktive Aufwand von größerer Wichtigkeit als die Materialmasse. Dieser ist z.B. für die Verankerungen der Unterspannung deutlich größer und damit kostenaufwendiger als für Bewehrungsstahl. Auch der Korrosionsschutz müsste dann in die Betrachtung einbezogen werden. Diese Einflüsse können im Rahmen dieser Studie aber nicht seriös erfasst werden.

- Die möglichen Einsparungen durch die unterschiedliche Behandlung der Vorspannung bei der Bemessung sind für alle Systeme sehr groß. Ein direkter Vergleich der unterspannten Systeme A mit den „extern" vorgespannten B ist nicht sinnvoll, da die absoluten Querschnitte von Bewehrung und Unterspannung, bedingt durch die unterschiedlichen Konstruktionsweisen, sehr voneinander abweichen.
- Bei geringen Anteilen der veränderlichen an den Gesamtlasten haben ständige Lasten und Vorspannung einen großen Einfluss auf die Dimensionierung. Daher ist bei niedrigen $\chi$-Werten der Einfluss des Ansatzes für die Vorspannung und damit das Einsparpotential deutlich größer als bei hohen $\chi$.

- Während die Querschnitte der Unterspannung relativ unempfindlich gegenüber dem Ansatz der Vorspannung sind, können bei den Bewehrungsquerschnitten erhebliche Verminderungen beobachtet werden. Im Extremfall kann erreicht werden, dass durch die Behandlung von Eigenlasten und Vorspannung gemäß „$\gamma_G(g+P)$" der Träger eine so große Druckkraft erhält, dass rechnerisch keine Bewehrung mehr nötig ist. Dies führt zu den sehr hohen möglichen Materialeinsparungen in Bild 4.7. Durch die Gewichtung der Stahlmengen mit dem Verhältnis der Festigkeiten in Bild 4.8 wird dieser Effekt abgemindert, weil die Unterspannung mit ihrer höheren Festigkeit in Gl. (4.1) eine größere Bedeutung erhält.
- Wenn auch die Bewehrung in Querrichtung sowie Mindestbewehrung mit in die Betrachtung einbezogen werden, sind die Einsparmöglichkeiten geringer. Die Querbewehrung ergibt sich praktisch unabhängig von der Längsrichtung (die Größe der „Anschlussbewehrung" der Gurte ist im Allgemeinen vernachlässigbar) und ist somit vor allem vom statischen System in Querrichtung abhängig; eine sinnvolle Einbeziehung im Rahmen dieser Studie, die die Querrichtung nicht betrachtet, ist daher nicht möglich. Die Mindestbewehrung der Platte in Längsrichtung ist im Verhältnis zu der statisch erforderlichen unteren Bewehrung des Trägers und der Unterspannung deutlich kleiner, jedoch führt sie dazu, dass die Einsparmöglichkeiten in Bild 4.7 etwas „abgedämpft" werden, d.h. die Kurvenverläufe werden flacher. Vergleichsrechnungen haben ergeben, dass je nach zugrunde gelegter Vorgabe für die Größe der Mindestbewehrung (EC 2 1992 oder ZTV-K 1996) die Einsparmöglichkeiten für kleine $\chi$-Werte auf 90% bis 70% der Werte in Bild 4.7 abgemindert werden. Die Einsparpotentiale sind also auch bei Berücksichtigung von konstruktiver Längsbewehrung noch sehr groß.

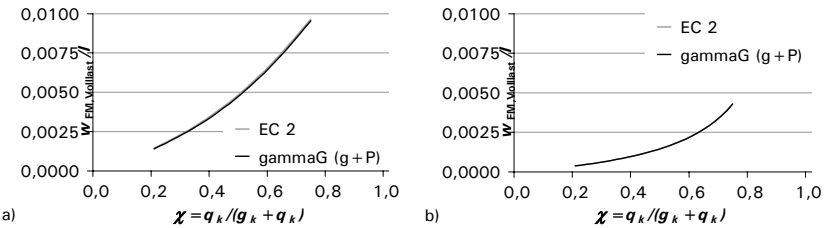



*Bild 4.9: Bezogene Vertikalverformungen in Feldmitte unter Volllast. a) System A; b) System B*

Auch wenn Kriterien der Gebrauchstauglichkeit im Rahmen dieser Arbeit eigentlich nicht untersucht werden, sollen einige Aspekte der Praxistauglichkeit der Systeme betrachtet werden. In Bild 4.9 sind die auf die Systemlänge bezogenen Vertikalverformungen in Feldmitte im Lastfall Volllast (Gebrauchslasten) aufgetragen. Die zulässigen Durchbiegungen sind abhängig vom Verwendungszweck des Tragwerks und von den Anforderungen des Bauherrn; aber auch ohne festzulegen, was als „zulässig" angesehen werden kann, sind folgende Schlüsse möglich:

- Für die Verformungen unter Gebrauchslasten ist der Ansatz für die Vorspannung im Grenzzustand der Tragfähigkeit nur insofern von Bedeutung, als er sich auf die Dimensionierung der Unterspannung auswirkt. Da dieser Einfluss jedoch klein ist, sind die maximalen Durchbiegungen auch weitgehend unabhängig davon.
- System B verhält sich erwartungsgemäß sehr steif, selbst bei extrem hohen Verkehrslastanteilen bleiben die Durchbiegungen kleiner als $l/200$. System A ist dagegen sehr viel verformungsintensiver, ab Lastverhältnissen von etwa $\chi = 0{,}52$ überschreiten die Durchbiegungen $l/200$, so dass diese Systeme dann nicht praxisgerecht sind.
- Im üblichen Hoch- und Brückenbau betragen die veränderlichen Lasten nur selten mehr als ca. 2/3 der ständigen Lasten, was einem Wert $\chi = 0{,}4$ entspricht. Bei diesem Wert weist System B eine Durchbiegung von $l/1000$ (36 mm), System A $l/300$ (120 mm) auf. Diese Werte liegen im praxisüblichen Rahmen.

Je effektiver hochfeste Zugglieder bei der Abtragung von veränderlichen Lasten eingesetzt werden, desto stärker sind sie infolgedessen Spannungswechseln unterworfen, die mit Ermüdungsproblemen einhergehen können. System B ist in dieser Hinsicht völlig unkritisch, da die Beanspruchungen der Zugglieder praktisch nur aus der Vorspannung resultieren und die Spannungsänderungen infolge Hängewerkwirkung fast vernachlässigbar sind (Bild 4.5b). Bei System A hingegen ist bei hohen Anteilen von veränderlichen Lasten die Unterspannung so steif, dass die Spannungswechsel in der Unterspannung erheblich werden. Für den genannten praxisrelevanten oberen Wert $\chi = 0{,}4$ lässt sich aus Bild 4.4a und Bild 4.5a jedoch ein Verhältnis von Unterspannung („Unterspannung“ hier im Sinne von „untere Spannung“) im LF $g + P$ zu Oberspannung (LF Volllast) von 0,78 ableiten, was im Hinblick auf Ermüdungsprobleme der Zugglieder noch als unkritisch angesehen werden kann (Gabriel 1991).

Ein weiterer zu bedenkender Aspekt bei sehr steifen Unterspannungen ist die Größe der durch das Vorspannen erzeugten Dehnung in der Unterspannung. Ist sie durch die hohe Steifigkeit der Zugglieder nur klein, werden die gewünschten Beanspruchungen aus Vorspannung durch Schwinden und Kriechen des Versteifungsträgers stark abgebaut. Entscheidend dafür ist jedoch nur das axiale Kriechen, weil die Zunahme der Durchbiegungen durch die der Vorspannung entgegenwirkenden ständigen Lasten kompensiert wird (Greiner 2000). Wiederum stellt System B diesbezüglich kein Problem dar. Bei System A sind die Vordehnungen im praxisrelevanten Bereich der veränderlichen Lasten $> 4‰$, also groß genug gegenüber den Kriechverformungen; für sehr hohe $\chi$-Werte sind sie jedoch mit teilweise $< 2‰$ zu gering.

Zusammenfassung:

Das ausgeglichene Verhältnis der Steifigkeiten von Träger und Zugglied bestimmt bei den unterspannten Systemen A das Tragverhalten. Infolge der insgesamt geringen Steifigkeit gegenüber Vertikalverformungen spielt die Vorspannung eine entscheidende Rolle bei der Kontrolle der Durchbiegungen und bei den Beanspruchungen. Daher

ist durch die gemeinsame Behandlung von ständigen Lasten und Vorspannung gemäß dem Ansatz „$\gamma_G(g+P)$“ ein sehr großes Einsparpotential an Stahl gegeben.

Das Verhalten der „extern vorgespannten“ Systeme B wird im Wesentlichen durch die Biegesteifigkeit des Balkens bestimmt. Die Spannglieder nehmen nach dem Vorspannen praktisch nicht mehr an der Aufnahme weiterer Lasten Teil, was dazu führt, dass in der Praxis die Spannungszuwächse daraus vernachlässigt werden. Dennoch werden auch hier durch den Ansatz „$\gamma_G(g+P)$“ gegenüber „EC 2“ große Einsparungen an eingesetztem Stahl möglich.

Die Betrachtung von Eigenlasten und Vorspannung als *ein* Lastfall „ständige Lasten $g+P$“ stellt also einen interessanten Ansatz dar, der jedoch nicht mit den bisherigen Regelungen im Einklang steht. Es muss daher untersucht werden, ob das von diesen angestrebte Sicherheitsniveau trotz des Mindereinsatzes von Material erreicht wird.

#### 4.3.2.3 Ergebnisse der zuverlässigkeitstheoretischen Berechnungen

Es ist zu erwarten, dass die in der Bemessung der Tragwerke jeweils maßgebenden Schnitte und Lastfälle auch in den Zuverlässigkeitsanalysen die kritischsten sind, d.h. die niedrigsten Zuverlässigkeiten erreichen. Doch kann dies nicht mit Gewissheit vorhergesagt werden, so dass alle 6 in Frage kommenden Grenzzustände gemäß Kapitel 4.3.2.1 berechnet werden. Im Folgenden sind zur Diskussion nur die jeweils geringsten erreichten Zuverlässigkeiten dargestellt, die anderen Werte liegen teilweise deutlich darüber und sind deshalb der Beurteilung der Teilsicherheitsbeiwerte nicht dienlich. In Anhang A1 sind für alle untersuchten Systeme alle 6 Zuverlässigkeitsindizes aufgeführt.

Zusätzlich werden für ausgewählte Fälle die Quadrate der zugehörigen repräsentativen Wichtungsfaktoren $\alpha_R$ angegeben, die eine Interpretation und einen Vergleich mit den nicht vorgespannten Konstruktionen unterstützen können (s. Kap. 3.1.5.2).

Die Betrachtung der Diagramme soll Aufschluss darüber geben,

- ob die mit dem Ansatz „EC 2“ berechneten vorgespannten Tragwerke das gleiche Zuverlässigkeitsniveau erreichen wie nicht vorgespannte Tragwerke (Bild 3.10). Den Annahmen in EC 2 (1992) entsprechend, wird hierbei davon ausgegangen, dass Eigenlasten und Vorspannung unabhängig und folglich unkorreliert sind (Kurven „EC 2; rho = 0“).
- ob die nach dem Ansatz „$\gamma_G(g+P)$“ berechneten Tragwerke das gleiche Zuverlässigkeitsniveau erreichen wie nicht vorgespannte Tragwerke und daher die Behandlung von Eigenlasten und Vorspannung als *ein* Lastfall „ständige Einwirkungen“ gerechtfertigt ist. Diesem Ansatz liegt die Annahme voller Korrelation zugrunde (Kurven „gammaG (g + P); rho = 1“), s. Kap. 4.2.4.
- ob eine Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung überhaupt signifikanten Einfluss auf die Zuverlässigkeiten hat, oder ob sie von untergeordneter Bedeutung

ist. Dazu werden als Extremfälle die komplementären Kurven „EC 2; rho = 1“ und „gammaG (g + P); rho = 0“ berechnet.

- wie gleichmäßig das Zuverlässigkeitsniveau für die unterschiedlichen Ansätze in den verschiedenen Bemessungssituationen und über die Lastkonstellationen $\chi$ ist.

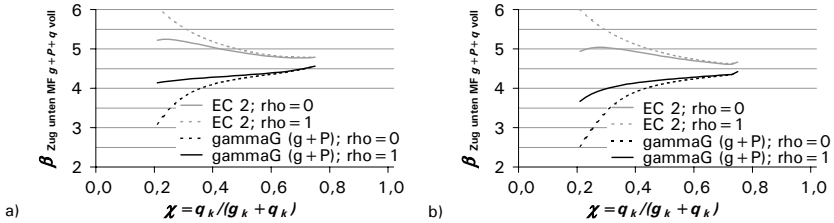



*Bild 4.10: Zuverlässigkeitsindizes $\beta$ für den Grenzzustand „Zug unten in Feldmitte“, Lastfall $g+P+q_{voll}$. a) System A: Unterspannter Träger; b) System B: „Extern“ vorgespannter Träger*

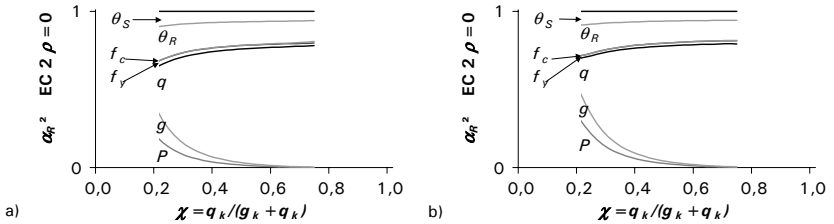



*Bild 4.11: Zu „EC 2; $\rho = 0$“ in Bild 4.10 gehörige quadrierte Wichtungsfaktoren. a)System A; b) System B*

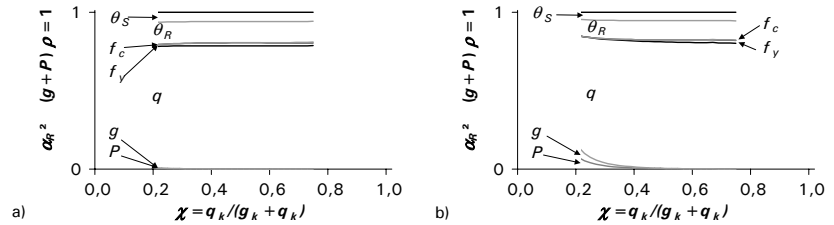



*Bild 4.12: Zu „$\gamma_G(g+P)$; $\rho = 1$“ in Bild 4.10 gehörige quadrierte Wichtungsfaktoren. a) System A; b) System B*

Wie in der Bemessung ist für den Träger, wenn unten Zug auftritt, stets der Schnitt in Feldmitte unter Lastfall $g+P+q_{voll}$ maßgebend. In Bild 4.10 sind die zugehörigen Zuverlässigkeiten, in Bild 4.11 die quadrierten Wichtungsfaktoren für den Fall „EC 2; $\rho = 0$“, und in Bild 4.12 diejenigen für „$\gamma_G(g+P)$; $\rho = 1$“ dargestellt.

- Obwohl sich die Systeme A und B in ihrem Tragverhalten so stark voneinander unterscheiden, sind die erreichten Zuverlässigkeiten, die zugehörigen Wichtungsfaktoren und der Einfluss von einer Korrelation von Eigenlast und Vorspannung sehr ähnlich. Lediglich die Gewichtung der Vorspannung ist bei System B deutlich größer als bei System A, was nach den Feststellungen zu Bild 4.4 und Bild 4.5 nicht überrascht.
- Ein Vergleich der Zuverlässigkeiten „EC 2; $\rho = 0$“ mit den Werten in Bild 3.10 zeigt eine sehr gute Übereinstimmung des qualitativen Kurvenverlaufs der erreichten Zuverlässigkeiten sowohl für die unterspannten Systeme A als auch für die „extern“ vorgespannten Systeme B. Für geringe Anteile von veränderlichen Lasten (kleine $\chi$) werden von den vorgespannten Tragwerken um etwa 0,3 (System B) und um bis zu 0,6 (System A) höhere Werte erreicht als von den nicht vorgespannten; bei hohen $\chi$-Werten sind die Unterschiede kleiner. Es kann also festgestellt werden, dass die in Kapitel 3.4.2 identifizierte Untergrenze von $\beta = 4{,}6$ für nach EC 2 bemessene Betontragwerke auch hier übertroffen wird, und das Erreichen dieses Wertes wird in allen weiteren Betrachtungen als Bedingung für die Gewährleistung des gewohnten und akzeptierten Zuverlässigkeitsniveaus angesehen (s. Kap. 3.1.4).
- Der Verlauf der Zuverlässigkeiten ist weniger ausgeglichen als bei den nicht vorgespannten Tragwerken, weil teilweise deutliche Überschreitungen des Zielwerts $\beta = 4{,}6$ auftreten.
- Über den gesamten Bereich sind die von System B erreichten Zuverlässigkeiten um etwa 0,2 bis 0,3 niedriger als die von System A. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Druck-Normalkraft im Träger bei System B praktisch nur durch die Vorspannung erzeugt wird, während bei System A infolge der Hängewerkwirkung die ständigen und insbesondere auch die veränderlichen Lasten Anteil daran haben. Das bedeutet, dass bei System A bei einer Streuung der Lasten nach oben auch die günstige Druckkraft zunimmt, während sie bei System B praktisch unverändert bleibt. Diese Tendenz zeigt sich jedoch nur bei den extremen Steifigkeitsverhältnissen, die vorliegen, wenn die Zugglieder innerhalb der Trägerhöhe geführt werden (Systeme 11 und 12 in Anhang A1).
- Die Verläufe der Kurven der Wichtungsfaktoren sind ebenfalls qualitativ denen in Bild 3.11 ähnlich. Die Einwirkung „Vorspannung“ vermindert die vom Träger aufzunehmende Beanspruchung, so dass die Materialseite nur noch eine „Beanspruchungsdifferenz“ aufzunehmen hat. Die Streuungen der Materialfestigkeiten und der Modellunsicherheit der Widerstandsseite fallen daher deutlich weniger ins Gewicht als bei nicht vorgespannten Konstruktionen. Dadurch, dass Eigenlasten und Vorspannung einander entgegenwirken und ihre Streuungen relativ klein sind, steigt die Bedeutung der stark streuenden veränderlichen Lasten gegenüber den nicht vorgespannten Systemen entsprechend an.
- Die Zuverlässigkeiten, die mit dem Ansatz „$\gamma_G(g+P)$“ unter Annahme voller Korrelation erreicht werden, liegen deutlich unter dem Wert 4,6; selbst wenn die verän-

derlichen Lasten großen Anteil an den Gesamtlasten haben und der Einfluss von Eigenlasten und Vorspannung entsprechend geringer ist, wird das angestrebte Zuverlässigkeitsniveau nicht erreicht. Dadurch, dass Eigenlasten und Vorspannung sich durch die zuverlässig vorhandene Korrelation ($\rho = 1$!) gegenseitig „aufheben", werden ihre Streuungen nahezu bedeutungslos, wie Bild 4.12 zeigt. Die erreichte Zuverlässigkeit wird von den veränderlichen Lasten sehr stark dominiert. Es liegt dann keine „übliche" Konstellation der Einwirkungen vor, die bei der Festlegung der Teilsicherheitsbeiwerte unterstellt wurde (s. Kap. 3.2.3). Hinzu kommt, dass bei der Bemessung für „$\gamma_G(g+P)$" der untere Wert $\gamma_{G,inf}$ maßgebend wird, d.h., dass die ständigen Lasten nicht erhöht werden.

- Der Einfluss einer eventuell vorhandenen Korrelation auf die Zuverlässigkeiten ist bei kleinen Anteilen von veränderlichen Lasten hoch und wird umso geringer, je höher deren Anteil an der Gesamtlast ist. Bei $\chi = 0{,}2$ bewirkt der Unterschied von $\rho = 0$ und $\rho = 1$ eine Änderung der Zuverlässigkeit von bis zu $\Delta\beta = 1{,}2$! Dabei wirkt sich eine tatsächlich vorhandene Korrelation beim Ansatz „EC 2" steigernd auf die Sicherheit aus; beim Ansatz „$\gamma_G(g+P)$" hingegen wirkt sich eine fehlende Korrelation entsprechend negativ aus. Sind die veränderlichen Lasten mindestens etwa gleich groß wie die ständigen ($\chi \cong 0{,}5$), hat die Korrelation nur noch vernachlässigbaren Einfluss. Dann wird das mögliche Versagen so von den veränderlichen Lasten dominiert ($\alpha_R^2$-Werte in Bild 4.11), dass die Vorspannung und damit auch ihre Behandlung bei der Bemessung praktisch bedeutungslos wird.

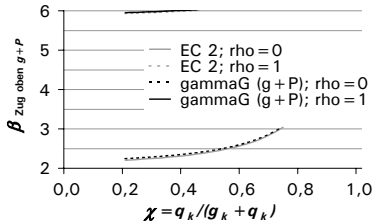



*Bild 4.13: Nur System A: Zuverlässigkeitsindizes $\beta$ für den Grenzzustand „Zug oben über den Luftstützen" Lastfall $g+P$*

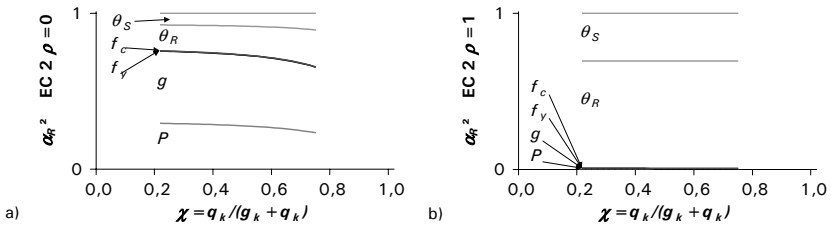



*Bild 4.14: Zu Bild 4.13 gehörige quadrierte Wichtungsfaktoren. a) „EC 2; $\rho = 0$"; b) „EC 2; $\rho = 1$"*

Bei der Bemessung der Systeme wird für negative Momente infolge der gleichzeitig wirkenden Druckkraft im Träger rechnerisch in keinem Fall Bewehrung erforderlich. Durch die geringe Exzentrizität der Zugglieder bei System B sind auch die zugehörigen Zuverlässigkeiten so hoch, dass auf ihre Darstellung hier verzichtet werden kann. In Bild 4.13 sind die Zuverlässigkeiten für System A für den kritischsten Lastfall $g+P$ dargestellt, in Bild 4.14 die zugehörigen quadrierten Wichtungsfaktoren, jeweils für den Ansatz „EC 2", für $\rho=0$ und $\rho=1$. Die entsprechenden Diagramme für den Ansatz „$\gamma_G(g+P)$" sehen fast identisch aus und werden nicht wiedergegeben.

- Dadurch, dass rechnerisch keine Bewehrung erforderlich wird, unterscheiden sich die nach Ansatz „EC 2" bzw. „$\gamma_G(g+P)$" bemessenen Konstruktionen jeweils nur in der geringfügig unterschiedlichen Querschnittsfläche der Unterspannung. Somit sind hier die Zuverlässigkeiten auch fast unabhängig vom Ansatz für die Vorspannung.
- Die Beanspruchungen im Träger im Leerzustand (LF $g+P$) resultieren aus einer Differenz großer Zahlen, weil nur (günstig wirkende) Eigenlasten und (ungünstig wirkende) Vorspannung vorhanden sind. Bei voller Korrelation der Einwirkungen streuen beide in gleicher Weise, und es ergeben sich so große Zuverlässigkeiten, dass sie den dargestellten Bereich des Diagramms verlassen. Aus Bild 4.14b ist zu sehen, dass die Zuverlässigkeit ausschließlich von den Modellunsicherheiten dominiert wird; Eigenlasten und Vorspannung heben sich infolge der Korrelation in ihrer Wirkung fast auf, und die resultierende Beanspruchung ist sehr klein.
- Die Zuverlässigkeiten, die bei Unabhängigkeit der beiden Einwirkungen erreicht werden, sind dagegen sehr niedrig. Da die beiden großen Zahlen hier gegensinnig streuen, ist auch ihre Differenz groß, was sich auch in den Wichtungsfaktoren widerspiegelt (Bild 4.14a). Der Grund für die geringen Zuverlässigkeitswerte ist in den Teilsicherheitsbeiwerten bei der Bemessung zu sehen: Beim Ansatz „EC 2" wird für die hier günstig wirkenden Eigenlasten $\gamma_{G,inf}=1{,}0$, für die Vorspannung $\gamma_{P,sup}=1{,}2$ angesetzt. Dieser Wert kann für „subdominanten" Streuungseinfluss erklärt werden (s. Kap. 4.2.3), hier ist jedoch die Vorspannung die einzige und damit dominante ungünstige Einwirkung, und die Eigenlasten sind die dominante günstige (Widerstands-)Größe.
- Der Anstieg der erreichten Zuverlässigkeiten für zunehmendes $\chi$ ist dadurch zu erklären, dass dort aufgrund der größeren Unterspannungsquerschnitte die Hängewerkwirkung für Eigengewicht entsprechend größer und die Beanspruchungen aus Vorspannung entsprechend geringer sind (s. Bild 4.4).
- Im hier betrachteten Grenzzustand sind keine veränderlichen Lasten vorhanden, es handelt sich somit um ein zeitunabhängiges Problem, und das erforderliche Zuverlässigkeitsniveau kann geringer angesetzt werden (s. Kap. 3.1.4). Des Weiteren wird ein Versagen unter LF $g+P$ im Bauzustand, während des (kontrollierten) Vorspannens eintreten, weil die Spanngliedkraft danach durch Schwinden, Kriechen und Relaxation zurückgeht. Für Bauzustände wird das geforderte Sicherheitsniveau

im Allgemeinen deutlich niedriger angesetzt als für den Betriebszustand. Dennoch sind Zuverlässigkeitsindizes von nur $\beta = 2{,}2$ im ungünstigsten Fall nicht akzeptabel.

In Bild 4.15 sind die Zuverlässigkeiten für den Grenzzustand „Zug oben über den Luftstützen" unter halbseitiger Verkehrslast aufgetragen; maßgebend ist die Stelle über der Luftstütze der unbelasteten Trägerhälfte. Bei diesem Grenzzustand handelt es sich nicht um einen Bauzustand, und wegen der veränderlichen Lasten ist er genau so zu behandeln wie der oben dargestellte Fall für „Zug unten" unter Volllast. Es ergeben sich auch hier sehr niedrige Zuverlässigkeiten, wenn keine Korrelation zwischen Eigenlasten und Vorspannung vorhanden ist. Das geforderte Niveau von $\beta \geq 4{,}6$ wird bei weitem nicht erreicht. Bei vorhandener Korrelation sind die Zuverlässigkeiten wieder so groß, dass sie den dargestellten Diagrammbereich verlassen.

In Kapitel 4.3.3.1 wird auf die Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_{G,inf}$ und $\gamma_{P,sup}$, die bei günstiger Wirkung der Eigenlasten und ungünstiger Wirkung der Vorspannung anzusetzen sind, nochmals eingegangen.

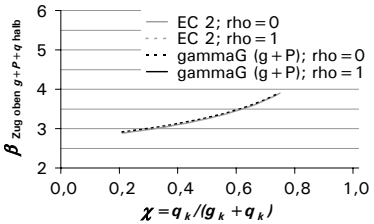



*Bild 4.15: Nur System A: Zuverlässigkeitsindizes $\beta$ für den Grenzzustand „Zug oben über den Luftstützen", Lastfall $g + P + q_{halb}$*

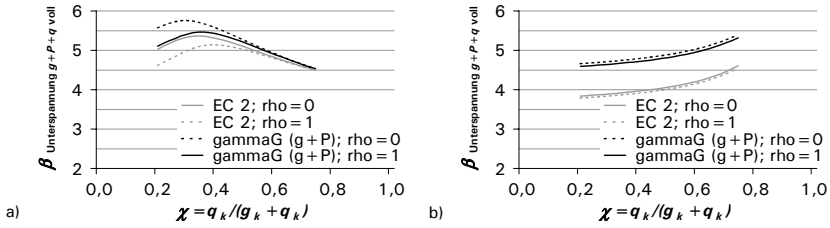



*Bild 4.16: Zuverlässigkeitsindizes $\beta$ für den Grenzzustand „Zug in der Unterspannung", Lastfall $g+P+q_{voll}$. a) System A; b) System B*

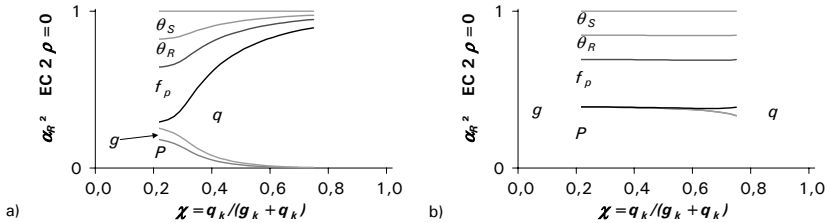



*Bild 4.17: Zu „EC 2; $\rho=0$" in Bild 4.16 gehörige quadrierte Wichtungsfaktoren. a) System A; b) System B*

In Bild 4.16 sind die Zuverlässigkeiten für die Unterspannung (Lastfall Volllast) und in Bild 4.17 wiederum die zugehörigen quadrierten Wichtungsfaktoren für den Ansatz „EC 2; $\rho$=0" dargestellt.

- Im Unterschied zu den bisher betrachteten Fällen führt hier eine Korrelation zwischen Eigenlasten und Vorspannung zu geringeren Sicherheiten als bei Unabhängigkeit der beiden Einwirkungen. Dies ist dadurch zu erklären, dass hier Eigenlasten und Vorspannung nicht einander entgegenwirken, sondern beide die Zugbeanspruchung in der Unterspannung erhöhen.
- Bei System A sind die Zuverlässigkeiten, die von „EC 2; $\rho=0$" und von „$\gamma_G(g+P)$; $\rho=1$" erreicht werden, praktisch identisch. Sie überschreiten den geforderten Wert 4,6 insbesondere bei kleinen und mittleren Anteilen an veränderlichen Lasten deutlich. Wie aus Bild 4.4 und Bild 4.5 zu sehen ist, besteht bei diesen Lastverhältnissen die Gesamtbeanspruchung in der Unterspannung aus einer „ausgewogenen Mischung" aller Einwirkungen, d.h., es liegt keine wirklich dominante Einwirkung vor. Wenn solche Verhältnisse vorliegen, sind die Zuverlässigkeiten stets sehr hoch (s. Bild 3.10, $\chi=0{,}3$ bis 0,5).
- Die Materialfestigkeit hat im Gegensatz zu den bisherigen Fällen einen signifikanten Wichtungseinfluss (Bild 4.17a). Alle Einwirkungen wirken hier belastend, summieren sich also auf, und die Materialseite hat nicht nur eine „Belastungsdifferenz" aufzunehmen.

- Eine Korrelation zwischen Eigenlasten und Vorspannung wirkt sich deutlich geringer aus als bei den Zuverlässigkeiten des Trägers in Bild 4.10.
- Bei System B wird die Zuverlässigkeit praktisch nur von der einwirkenden Vorspannung und von der Materialfestigkeit bestimmt (Bild 4.17b), was durch die Beanspruchungsverhältnisse, die in Bild 4.5 dargestellt sind, leicht erklärbar ist. Die Vorspannung ist hier die dominante Einwirkung.
- Daher sind die erreichten Zuverlässigkeiten nach dem Ansatz „EC 2" klein, weil in der Bemessung der Teilsicherheitsbeiwert für „subdominanten" Einfluss angesetzt wird. Bei der Bemessung nach „$\gamma_G(g+P)$" hingegen werden Eigenlasten und Vorspannung mit dem für dominante ständige Lasten geltenden Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_{G,sup}$ beaufschlagt, und die Zuverlässigkeiten sind entsprechend höher.
- Der Einfluss einer Korrelation zwischen Eigenlasten und Vorspannung ist hier vernachlässigbar, weil der Anteil der Beanspruchungen aus Eigenlasten so klein ist.
- Dadurch, dass auch der Anteil der veränderlichen Lasten so gering ist, kann davon ausgegangen werden, dass das Versagen des Zugglieds während des Vorspannens eintritt, weil danach die Beanspruchungen infolge des zeitabhängigen Materialverhaltens von Beton und Spannstahl abnehmen. Es könnten dann wiederum für den Bauzustand geringere Anforderungen an das Zuverlässigkeitsniveau gestellt werden, so dass die erreichten Werte von $\beta \geq 3{,}8$ beim Ansatz „EC 2" als ausreichend betrachtet werden können (s. Kap. 4.3.3.2).

Zusammenfassung:

Bei der Betrachtung der Zuverlässigkeiten, die von den Systemen A und B in den verschiedenen Grenzzuständen erreicht werden, können Folgerungen über die der Bemessung zugrundegelegten Ansätze für die Teilsicherheitsbeiwerte gezogen werden. Dabei treten jedoch auch Aspekte auf, die nicht direkt mit der Korrelation zwischen Eigenlasten und Vorspannung im Zusammenhang stehen.

Beim Grenzzustand für den Träger „Zug unten in Feldmitte" wirken Eigenlasten und Vorspannung einander entgegen, wobei die Eigenlasten zusammen mit den veränderlichen Lasten als „ungünstig" wirkend anzusehen sind. Dieses Zusammenwirken ist der Ausgangspunkt für die Überlegungen zur Behandlung der Vorspannung von Menn (1987) und Saul und Svensson (1983); es ist auch der praktisch wichtigste Fall. Es kann festgestellt werden, dass selbst bei voller Korrelation die Behandlung der Eigenlasten und der Vorspannung als *ein* Lastfall „ständige Einwirkungen" gemäß dem Ansatz „$\gamma_G(g+P)$" nicht zu dem gleichen Zuverlässigkeitsniveau führt, wie es bei nicht vorgespannten Konstruktionen vorhanden ist. Dagegen liefert der Ansatz „EC 2" teilweise Zuverlässigkeitswerte, die deutlich über denjenigen von nicht vorgespannten Konstruktionen liegen; das erreichte Zuverlässigkeitsniveau ist dadurch ungleichmäßiger. In Kapitel 4.3.3.2 wird daher untersucht, ob Systeme, bei denen keine Korrelation vorhanden ist, gemäß DIN 1045 (2001a) mit $\gamma_P = 1{,}0$ bemessen werden können.

Der Einfluss der Korrelation auf die Zuverlässigkeiten und die möglichen Materialeinsparungen sind groß, so dass hierfür eine Lösung wünschenswert ist, die einerseits wirtschaftliche und anderseits ausreichend zuverlässige Konstruktionen ermöglicht. Hierauf wird in Kapitel 4.4 eingegangen.

In den Grenzzuständen, in denen für den Träger „Zug oben" maßgebend wird, wirken die Eigenlasten günstig und die Vorspannung ungünstig; sie wirken also wiederum einander entgegen. Bei vorhandener Korrelation verbleibt nur eine kleine aufzunehmende Beanspruchung für den Träger, und die erreichten Zuverlässigkeiten sind sehr groß. Bei der „üblichen" Bemessung nach dem Ansatz „EC 2", die von Unabhängigkeit der Einwirkungen ausgeht, zeigen sich hier Unzulänglichkeiten. Diesen wird in Kapitel 4.3.3.1 nachgegangen.

Für den Grenzzustand „Zug in der Unterspannung" wirken Eigenlasten und Vorspannung in gleichem Sinne und ungünstig. Wenn die Gesamtbeanspruchung in der Unterspannung nicht durch die Vorspannung dominiert wird (System A), wird durch die beiden Ansätze „EC 2" und „$\gamma_G(g+P)$" das angestrebte Zuverlässigkeitsniveau erreicht bzw. überschritten. Der Einfluss einer Korrelation zwischen den Einwirkungen ist nur mäßig, und eine Anpassung der Teilsicherheitsbeiwerte im Hinblick auf eine wirtschaftlichere Dimensionierung ist nicht erforderlich. Resultiert hingegen die Beanspruchung des Zugglieds praktisch nur aus der Vorspannung, wie es im Spannbetonbau (System B) der Normalfall ist, werden rechnerisch nur geringe Zuverlässigkeiten erreicht, die aber als „Bauzustände" tolerabel sind (s. Kap. 4.3.3.2).

Die theoretisch mögliche vierte Kombination, dass Eigenlasten und Vorspannung gleichsinnig und günstig wirken, tritt hier nicht auf. Ihre Bedeutung für die Praxis kann als gering eingestuft werden, und sie wird deshalb nicht weiter betrachtet.

### 4.3.3 Ergänzende Untersuchungen

#### 4.3.3.1 Zu den Teilsicherheitsbeiwerten $\gamma_{G,inf}$ und $\gamma_{P,sup}$

Es zeigte sich bei der Untersuchung der Grenzzustände, in denen die Vorspannung ungünstig und die Eigenlasten günstig wirken, dass nicht immer das angestrebte Zuverlässigkeitsniveau erreicht wird. Dies betrifft vor allem die Fälle, in denen nach dem konventionellen Ansatz „EC 2" Eigenlasten und Vorspannung als unabhängig voneinander angesehen werden. Die Ursache ist in den in diesen Fällen gemäß EC 0 (2001) bzw. EC 2 (1992) anzusetzenden Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_{G,inf} = 1{,}0$ und $\gamma_{P,sup} = 1{,}2$ zu sehen, sowie darin, dass Eigenlasten und Vorspannung dann die jeweils dominierenden günstigen bzw. ungünstigen Einwirkungen sind. Die Ausführungen in Kapitel 4.2.3 zeigen, dass dann für $\gamma_{G,inf}$ deutlich kleinere Werte angesetzt werden sollten, für $\gamma_{P,sup}$ müssten entsprechend höhere Werte gewählt werden.

Mathieu (1980b) gibt für diese Fälle für $\gamma_{G,inf}$ Werte von 0,8 bis 0,9 an, die Schweizer Norm SIA 160 (1989) ebenfalls den Wert 0,8. Wenn die Vorspannung „die einzige signifikante Einwirkung oder stark dominant" ist, empfiehlt Mathieu (1991) für $\gamma_{P,sup}$ den Wert 1,35.

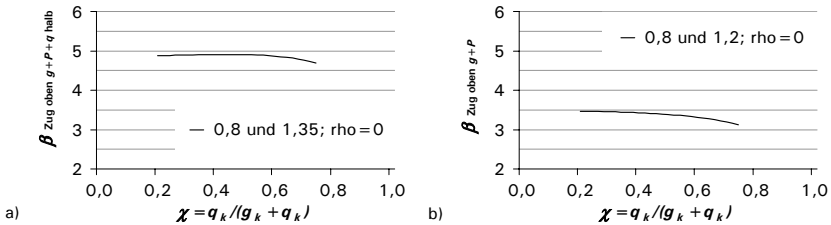



*Bild 4.18 System A: Zuverlässigkeitsindizes β für den Grenzzustand „Zug oben über den Luftstützen". a) Lastfall $g+P+q_{halb}$ mit $\gamma_{G,inf}=0{,}8$ und $\gamma_{P,sup}=1{,}35$; b) Lastfall $g+P$ mit $\gamma_{G,inf}=0{,}8$ und $\gamma_{P,sup}=1{,}2$*

Daher wird der Grenzzustand aus Bild 4.15 (LF $g+P+q_{halb}$) für System A nochmals mit $\gamma_{G,inf}=0{,}8$ und $\gamma_{P,sup}=1{,}35$ berechnet und in Bild 4.18a dargestellt. Es zeigt sich, dass damit das gleiche Zuverlässigkeitsniveau erreicht wird wie bei nicht vorgespannten Konstruktionen und bei vorgespannten Konstruktionen, bei denen Eigenlasten ungünstig und Vorspannung günstig wirken.

Für den Leerzustand, also unter alleiniger Wirkung von Eigenlasten und Vorspannung, können, wie erwähnt, die Anforderungen an die Zuverlässigkeit abgemindert werden, weil die Zuggliedkraft mit der Zeit abnimmt. Er kann daher wie ein vorübergehender (Bau-) Zustand angesehen werden. In Bild 4.18b sind die Zuverlässigkeiten angegeben, die durch eine Bemessung mit $\gamma_{G,inf}=0{,}8$ und $\gamma_{P,sup}=1{,}2$ erreicht werden. Dabei ist der Wert 1,2 ein (geschätzter) um 10% abgeminderter Teilsicherheitsbeiwert für den Bauzustand. Das erreichte Niveau kann dafür als ausreichend angesehen werden, wäre für Situationen im „Betriebszustand" aber nicht akzeptabel.

Es muss betont werden, dass die hier angestellten Überlegungen nur den Grenzzustand der Tragfähigkeit betrachten. Üblicherweise wird für den Leerzustand die Bemessung dafür nicht maßgebend, weil die Mindest- oder die rissverteilende Bewehrung größere Querschnitte erfordert. Aus diesem Grund wird im Folgenden auf diese Fragestellung nicht mehr eingegangen. Die hier durchgeführte Untersuchung zeigt dennoch grundsätzlich die Problematik, dass die durch die Normen gegebenen Teilsicherheitsbeiwerte nicht immer brauchbar sind, wenn der „übliche" Bereich der Regelungen verlassen wird. Insbesondere für die Fälle, in denen sich ständige Lasten günstig auswirken und großen Einfluss auf den entsprechenden Nachweis haben, besteht für den Wert von $\gamma_{G,inf}$ Forschungsbedarf.

#### 4.3.3.2 Behandlung der Vorspannung gemäß DIN 1045 (2001a) mit $\gamma_P=1{,}0$

Bei allen im Rahmen der Parameterstudie in Anhang A1 untersuchten Tragwerken zeigt sich, dass die mit dem Ansatz „EC 2" bemessenen Systeme bezüglich des Grenzzustandes „Zug unten" im Versteifungsträger höhere Zuverlässigkeiten aufweisen als nicht vorgespannte. Es stellt sich daher die Frage, ob der Teilsicherheitsbeiwert für günstig wirkende Vorspannung mit $\gamma_{P,inf}=0{,}9$ „zu vorsichtig" ist. Auch für

den Grenzzustand „Zug in der Unterspannung“ werden zumindest zum Teil Zuverlässigkeiten erreicht, die deutlich über dem geforderten Niveau liegen. DIN 1045 (2001a) sieht für Vorspannung generell den Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_P = 1{,}0$ vor, anzuwenden auf den Mittelwert der Vorspannung (s. Kap. 4.2.1); daher werden die Systeme A und B zum Vergleich nach diesem Ansatz berechnet. Auf eine Korrelation zwischen Eigenlasten und Vorspannung wird hier nicht eingegangen, weil beide Regelwerke von unabhängigen Einwirkungen ausgehen.

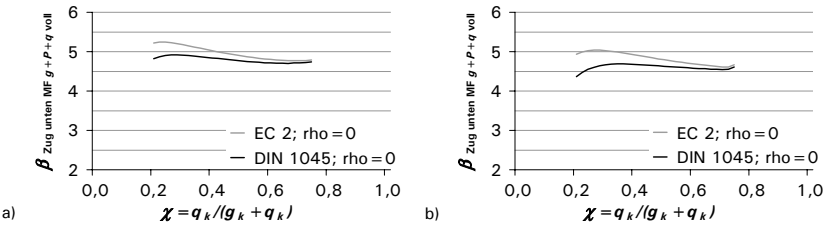



*Bild 4.19: Zuverlässigkeitsindizes $\beta$ für den Grenzzustand „Zug unten in Feldmitte“, Lastfall $g+P+q_{voll}$. a) System A; b) System B*

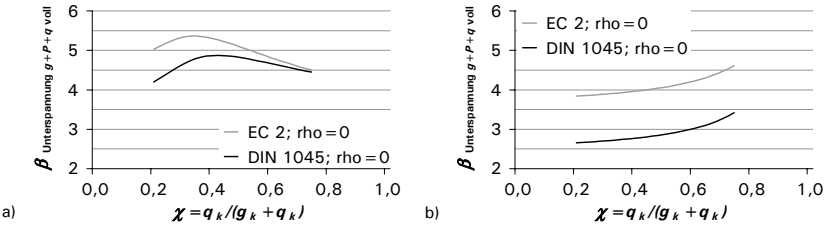



*Bild 4.20: Zuverlässigkeitsindizes $\beta$ für den Grenzzustand „Zug in der Unterspannung“, Lastfall $g+P+q_{voll}$. a) System A; b) System B*

Die Zuverlässigkeiten für die Grenzzustände „Zug unten in Feldmitte“ für den Träger und „Zug in der Unterspannung“ sind in Bild 4.19 und Bild 4.20 dargestellt, zum Vergleich sind die Werte für $\gamma_{P,inf} = 0{,}9$ bzw. $\gamma_{P,sup} = 1{,}2$ (Ansatz „EC 2“) aus Bild 4.10 bzw. Bild 4.16 mit angegeben. Auf die Darstellung der Grenzzustände „Zug oben über den Luftstützen“ kann verzichtet werden, weil sich dafür schon $\gamma_{P,sup} = 1{,}2$ nur als bedingt geeignet erwiesen hat, und die Ergebnisse für $\gamma_P = 1{,}0$ entsprechend ungünstiger sind.

- Es zeigt sich, dass für die Bemessung des Trägers (Bild 4.19) der Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_P = 1{,}0$ bei günstig wirkender Vorspannung ebenfalls zum geforderten Sicherheitsniveau führt und zudem für die verschiedenen Anteile von veränderlichen Lasten einen gleichmäßigeren Kurvenverlauf bewirkt als die Bemessung mit $\gamma_{P,inf} = 0{,}9$ gemäß EC 2. Lediglich bei System B sind für $\chi \leq 0{,}22$ geringfügige Unterschreitungen des Wertes 4,6 festzustellen; dies entspricht einem Verhältnis von veränderlichen Lasten zu ständigen Lasten von weniger als 0,3 und ist damit als nicht praxisnah einzustufen. In einer ergänzenden Parameterstudie werden in An-

hang A2 8 repräsentative Systeme der vorangegangenen Studie nochmals nach dem Ansatz der DIN 1045 (2001a) mit $\gamma_P = 1{,}0$ berechnet. Es kann bei allen dort untersuchten Systemen festgestellt werden, dass für den Träger $\gamma_P = 1{,}0$ bei günstiger Wirkung der Vorspannung zufriedenstellende Ergebnisse liefert.

- Die Zuverlässigkeiten für die Unterspannung in Bild 4.20 hingegen erreichen das geforderte Niveau nicht in allen Fällen. System B, das vom Konstruktionsprinzip zu den von DIN 1045 abgedeckten Spannbetonbauwerken zu rechnen ist, weist nur sehr geringe Zuverlässigkeiten auf. Dies überrascht nicht, da schon $\gamma_{P,sup} = 1{,}2$ gemäß EC 2 Ergebnisse liefert, die unter $\beta = 4{,}6$ liegen. Auch bei System A treten im praxisrelevanten Bereich geringfügige Unterschreitungen dieses Wertes auf, was jedoch noch als akzeptabel gelten kann. Bei Systemen, die Steifigkeitsverhältnisse aufweisen, die zwischen den hier betrachteten Extremfällen liegen, ist ein kontinuierlicher Übergang der erreichten Zuverlässigkeiten für die Unterspannung zu beobachten, wie aus Anhang A2 zu ersehen ist.

Grundsätzlich ist zu den zu fordernden Zuverlässigkeiten für den Grenzzustand „Zug in der Unterspannung" folgendes festzustellen:

- Im Anwendungsbereich des typischen Spannbetonbaus ohne Verbund ist der kritische Zeitpunkt für die Spannglieder der Moment des Vorspannens, weil die Spanngliedkraft danach durch Keilschlupf, Schwinden, Kriechen und Relaxation abnimmt; der Spannungszuwachs infolge aufgebrachter Lasten ist im Allgemeinen sehr klein. Des Weiteren sind die Verankerungen so konstruiert, dass das Versagen der Spannglieder nicht von ihnen bestimmt wird. Durch die hohe plastische Verformbarkeit tritt das Versagen nicht unangekündigt ein, sondern wird beim Spannen durch die Kontrolle des Spannwegs bemerkt. Aus diesen Gründen ist für Spannbetonbauteile ohne Verbund die rechnerisch erreichte Zuverlässigkeit für die Unterspannung von untergeordneter Bedeutung.
- Für allgemeine vorgespannte Tragwerke, die diesen engen Anwendungsbereich verlassen, kann weder allgemein davon ausgegangen werden, dass der kritische Zeitpunkt für die Zugglieder der Vorspannvorgang ist, noch dass das Versagen duktil verläuft. Werden beispielsweise Seile mit aufgepressten Endbeschlägen verwendet, wird die Tragfähigkeit durch diese bestimmt (Gabriel 1991). Es können dann keine nennenswerten plastischen Verformungen auftreten. Für diese Fälle ist daher ein abgemindertes Zuverlässigkeitsniveau nicht vertretbar, und es ist ein Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_{P,sup} = 1{,}2$ vorzusehen.

Wirkt sich die Vorspannung *auf den Träger* ungünstig aus, sieht DIN 1045 (2001a) ebenfalls $\gamma_P = 1{,}0$ vor. Dies ist in den meisten Fällen gerechtfertigt, weil bei üblichen Spannbetonbauteilen nur bei einem sehr ungeschickten Entwurf der Spanngliedführung signifikante ungünstige Beanspruchungen aus der Vorspannung resultieren. Für die Fälle, in denen die Vorspannung die dominante ungünstige Einwirkung ist (z.B. Nachweis der Verankerungsbereiche oder der vorgedrückten Zugzone) sollte jedoch

eine rechnerische Erhöhung der Auswirkungen der Vorspannung erfolgen (s. Kap. 4.3.3.1).

#### 4.3.3.3 Zum Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_M$ für hochfeste Zugglieder

Im Rahmen der Parameterstudie werden als Material für die Zugglieder auch Seile betrachtet. Die so genannte „Mindestbruchkraft" von Seilen, gegen die bei der Dimensionierung abgesichert wird, wird errechnet aus der Festigkeit der Einzeldrähte, dem metallischen Querschnitt und dem Verseilfaktor. Letzterer erfasst die Abminderung der Seilfestigkeit gegenüber der Drahtfestigkeit. Diese Abminderung ergibt sich aus Effekten der Seilkonstruktion wie z.B. dem Querdruck, der sich infolge einer Zugbeanspruchung des Seils auf die Drähte einstellt.

Als Teilsicherheitsbeiwert wird auf diese rechnerische Mindestbruchkraft nach DIN 18800 (1990) ein um 50% höherer Wert als für andere Stahlbauteile angesetzt, nämlich $1{,}5 \cdot 1{,}1 = 1{,}65$. EC 3 (1993) gibt für hochfeste Zugglieder einen Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_M = 1{,}8$ an. Diese hohen Teilsicherheitsbeiwerte lassen vermuten, dass Seilfestigkeiten wesentlich größere Streuungen aufweisen als die Einzeldrähte oder andere Stahlbauteile. Nachforschungen bei dem seilverarbeitenden Betrieb Pfeifer GmbH, Memmingen, (Brugger 2002) und dem Seilhersteller BTS Drahtseile GmbH, Gelsenkirchen, (Rentmeister 2002) ergaben, dass über die Streuungen von Festigkeiten von Seilen, die im Bauwesen eingesetzt werden, keine statistischen Informationen vorliegen. Rentmeister (2002) stellte jedoch Daten über 6-litzige Offshore-Kranseile zur Verfügung und teilte mit, dass diese zumindest auch als Anhaltswerte für Seile des Bauwesens angesehen werden können. Aus den 28 gemessenen Bruchfestigkeiten ergibt sich ein Variationskoeffizient von 3%, das ist die gleiche Größenordnung wie für Baustähle und Betonstähle.

Die Erläuterungen (1994) zu DIN 18800 geben an, dass der um 50% erhöhte Teilsicherheitsbeiwert „aus Gründen der Tradition" eingeführt wurde, „um das bisher gewohnte Sicherheitsniveau bei hochfesten Zuggliedern" nicht zu verlassen. Eine rationale Begründung, die auch eine entsprechende stochastische Modellierung ermöglichen würde, kann also nicht angegeben werden. In den Zuverlässigkeitsanalysen wird daher, ebenso wie für andere Stähle, für den Variationskoeffizienten ein oberer Wert von 0,07 angenommen. Die sich damit ergebenden Werte für die Zuverlässigkeiten liegen entsprechend hoch, wie auch Klähne (1992) in diesem Zusammenhang feststellt.

Im Sinne einer wirtschaftlichen Dimensionierung sollte der auf hochfeste Zugglieder anzuwendende Teilsicherheitsbeiwert auf eine statistische Grundlage gestellt werden.

## 4.4 Vorschlag zur Berücksichtigung der Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung

### 4.4.1 Vorhandensein der Korrelation

Wenn die Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung berücksichtigt werden soll, um Bauteile wirtschaftlicher zu dimensionieren, muss sichergestellt sein, dass sie auch tatsächlich vorhanden ist. Da der Korrelationskoeffizient selbst auch eine streuende Größe ist, kann nicht von voller Korrelation ($\rho = 1$) ausgegangen werden. Statistische Daten über die Höhe der Korrelation liegen nicht vor, so dass eine gewisse Bandbreite geschätzt werden muss.

Menn (1987) und Saul und Svensson (1983) verweisen auf die Verformungskontrolle am Gesamtsystem während des Vorspannens von unterspannten Trägern bzw. Schrägseilbrücken und begründen dies damit, dass diese Tragwerke mit großen Abweichungen der Geometrie auf Streuungen der Eigenlasten oder der Vorspannung reagieren. Sie gehen davon aus, dass dadurch volle Korrelation hergestellt wird, und somit Eigenlasten und Vorspannung als ein einziger Lastfall anzusehen sind.

Diese Überlegungen führen zum einen zu der Frage, welche Tragsysteme als so verformungsintensiv angesehen werden, dass während der Herstellung eine vermessungstechnische Kontrolle der Geometrie erfolgt. Zum anderen muss festgestellt werden, mit welcher Präzision eine solche Überwachung möglich ist, und ob sie durch vernachlässigte Einflüsse verfälscht werden kann.

Zur Präzision der Vermessungstechnik gibt Schollmeyer (2003) vom Institut für Anwendungen der Geodäsie im Bauwesen der Universität Stuttgart an, dass bei üblichem Streckennivellement über mehrere hundert Meter eine Genauigkeit von ca. $\pm$ 2 mm gewährleistet werden kann. Bei Messungen von Relativverformungen, wie sie beispielsweise beim Vorspannen und gleichzeitigem Absenken der Rüstung vorliegen, könne von einer um eine Größenordnung höheren Präzision ausgegangen werden. Im Hinblick auf nicht erfasste Verformungen infolge von Temperaturänderungen oder von Schwindeinflüssen kann die aus der Messtechnik resultierende Ungenauigkeit damit vernachlässigt werden.

Ein mögliches Kriterium zur Beurteilung, ob während des Vorspannens die Geometrie des Gesamtsystems beobachtet wird, ist ein Bezug zu den jeweils zulässigen Bautoleranzen, wie folgende Überlegung zeigen soll:

> Wenn Streuungen der Eigenlasten oder der Vorspannung zu so großen Abweichungen der Geometrie führen, dass ohne Kontrollen die zulässigen Toleranzen zu einem signifikanten Teil in Anspruch genommen werden, wird der Auftragnehmer von sich aus die Systemgeometrie während des Vorspannens kontrollieren, um die geforderte Präzision zu gewährleisten.

Für Straßenbrücken gibt ZTV-K (1996) als Toleranzkriterium, dessen Überschreiten eine Nachbesserung in Form einer Ausgleichsgradiente erforderlich macht, folgenden recht strengen Zusammenhang an:

$$h_x = \pm\,(1+\frac{L\cdot\zeta}{625}) \qquad \text{mit} \qquad \zeta = \frac{x}{L}\cdot(1-\frac{x}{L})\,. \tag{4.2}$$

$h_x$ Ordinate des Abweichungsbereiches in cm
$L$ Stützweite des zugehörigen Überbaufeldes in cm
$x$ Abstand der betrachteten Stelle vom Auflagerpunkt in cm

Das bedeutet z.B. für einen Balken mit einer Spannweite von 40 m eine maximal zulässige Abweichung von der Sollgeometrie in Feldmitte von nur 26 mm.

Für Toleranzen im Hochbau gibt DIN 18202 (1997) zulässige Grenzabmaße für Maße im Aufriss von ± 20 mm bei Spannweiten von 6-15 m und von ± 30 mm bei größeren Spannweiten an.

Als mögliches Abgrenzungskriterium für verformungsintensive Systeme, bei denen während des Vorspannens die Geometrie kontrolliert wird, wird folgender ingenieurmäßige Ansatz vorgeschlagen:

> Wenn eine Abweichung der Eigenlasten vom planmäßigen Betrag um 5% zu Verformungen führt, die einem Viertel der zulässigen Toleranzen entsprechen, ist davon auszugehen, dass die Geometrie während des Vorspannens kontrolliert wird, um Nachbesserungen aus dem Wege zu gehen:

$$w_{0,05g} = \frac{h_x}{4} \qquad \text{oder, bei Linearität:} \qquad w_g = 5\,h_x \tag{4.3}$$

$h_x$ zulässige Maßtoleranz.

Zu betrachten ist dafür das reine Biegetragwerk ohne die Zugglieder, weil deren Kraft während des Vorspannens bekannt ist, und die eventuelle Differenzlast infolge von Streuungen der Eigenlasten oder der Höhe der Vorspannung vom Biegetragwerk allein aufgenommen werden muss. Für Unterspannungen, die aus mehreren Zuggliedern bestehen, die nacheinander angespannt werden, stimmt dieser Zusammenhang streng genommen nicht, kann aber näherungsweise dennoch angewandt werden.

Dieses Kriterium kann in der Entwurfsphase helfen, zu entscheiden, ob bei der Dimensionierung die Korrelation zwischen Eigenlasten und Vorspannung angesetzt werden kann. Selbstverständlich kann auch abweichend hiervon für steifere Systeme festgelegt werden, dass Verformungskontrollen durchzuführen sind; es muss dann nur dafür gesorgt werden, dass dies beim Bau auch mit der nötigen Präzision geschieht.

Als Untergrenze für baupraktisch sinnvolle Messungen kann abgeschätzt werden:

$$w_{0,05g} = 5 \text{ mm} \quad \text{oder, bei Linearität:} \quad w_g = 100 \text{ mm}, \tag{4.4}$$

wiederum bei Betrachtung des Biegetragwerks ohne Zugglieder.

Bei Unterspannungen aus mehreren Zuggliedern bedingt eine Anpassung der Spannkraft an streuende Eigenlasten, dass eventuell einzelne Spannglieder nachgespannt werden müssen. Es ist dann beim Entwurf darauf zu achten, dass Endverankerungen mit Nachstellmöglichkeiten, z.B. mit Überwurfmutter, vorgesehen werden. Wenn bei Keilverankerungen nachgespannt werden muss, muss der zusätzliche Spannweg mindestens so groß sein, dass die erneute Verkeilung im noch ungestörten Draht- bzw. Litzenbereich erfolgt.

### 4.4.2 Berücksichtigung der Korrelation bei den Teilsicherheitsbeiwerten

Die Untersuchung der Zuverlässigkeiten, die durch die Bemessung der Tragwerke mit dem Teilsicherheitsbeiwert-Ansatz „$\gamma_G(g+P)$" erreicht werden, zeigt, dass die Auffassung von Eigenlasten und Vorspannung als *ein* Lastfall „ständige Lasten" nicht zum gewünschten Zuverlässigkeitsniveau führt (s. Kap. 4.3.2.3). Als weiterer Kritikpunkt lässt sich anführen, dass die Annahme von vollständiger Korrelation zu optimistisch ist, da auch bei Verformungskontrollen und entsprechender Anpassung der Vorspannung an die tatsächlichen Eigenlasten Unsicherheiten vorhanden sind. Des Weiteren tritt häufig der Fall auf, dass der Lastfall ständige Lasten ($g+P$) als günstige Einwirkung in einen Nachweis eingeht und daher mit dem unteren Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_{G,inf}$ beaufschlagt werden muss (s. Kap. 4.3.2.2). Es ist für die Anschauung unbefriedigend, wenn dadurch ständige Lasten nicht erhöht werden, an gleicher Stelle und in gleichem Sinne wirkende veränderliche Einwirkungen hingegen durch den Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_Q$ erhöht werden müssen.

Die Vernachlässigung einer tatsächlich vorhandenen Korrelation bei der Bemessung des Trägers nach dem konventionellen Ansatz „EC 2" für die Teilsicherheitsbeiwerte führt zu deutlichen Sicherheitsreserven, wenn die Vorspannung günstig und die Eigenlasten ungünstig wirken (Bild 4.10). Daher wird für diesen praktisch wichtigen Fall ein modifizierter Ansatz für den Teilsicherheitsbeiwert der Vorspannung untersucht, der diese Reserven ausnützt und dadurch eine wirtschaftlichere Dimensionierung ermöglicht.

Es wird vorgeschlagen, alle Einwirkungen als eigenständig (deswegen aber nicht zwangsläufig unabhängig) aufzufassen, weil dadurch eine Einteilung in „ungünstig wirkend" und „günstig wirkend" erleichtert wird. Die Teilsicherheitsbeiwerte für ständige und veränderliche Lasten sollen unverändert bleiben, und somit für vorgespannte und nicht vorgespannte Konstruktionen einheitlich sein. Dies ist zum einen konsequent und zum anderen für die praktische Anwendung am wenigsten fehleranfällig und damit am besten geeignet. Eine vorhandene Korrelation zwischen ungünstig wirkenden Eigenlasten und günstig wirkender Vorspannung soll daher durch Modifikation des Teilsicherheitsbeiwertes $\gamma_{P,inf}$ für diese Fälle erfolgen.

Die in Kapitel 3.2.3 vorgestellte Näherungsmethode zur theoretischen Herleitung von Teilsicherheitsbeiwerten kann Korrelationen nicht erfassen, so dass die Anpassung des Teilsicherheitsbeiwertes für die Vorspannung auf anderem Wege erfolgen muss. Dazu wird folgende einfache Überlegung angestellt: Der Teilsicherheitsbeiwert für ungünstige ständige Einwirkungen deckt zum einen Streuungen der Einwirkungen und zum anderen Modellunsicherheiten ab. Schätzt man den Faktor für letztere zu 1,1, was in etwa einer Mittelung der Angaben von Schobbe (1982) und EC 0 (2001) entspricht, erhält man den Faktor für die Streuungen der Eigenlasten zu

$$\gamma_{g,sup} = \frac{\gamma_{G,sup}}{\gamma_{sd}} = \frac{1,35}{1,1} = 1,23\,. \tag{4.5}$$

$\gamma_{g,sup}$ Teilsicherheitsbeiwert für die Streuung der ständigen Einwirkungen nach oben
$\gamma_{G,sup}$ Teilsicherheitsbeiwert für ungünstige ständige Einwirkungen gem. EC 0 (2001)
$\gamma_{sd}$ Teilsicherheitsbeiwert für Modellunsicherheiten

Durch Verformungskontrollen während des Vorspannens soll die Höhe der Vorspannung an die Streuungen der Eigenlasten angepasst werden. Bei ungünstigst nach oben streuenden Eigenlasten wird dann der Mittelwert der Vorspannung entsprechend dem errechneten Faktor $\gamma_g$ nach oben korrigiert. Als unterer modifizierter Teilsicherheitsbeiwert ergibt sich damit:

$$\gamma_{P,inf} \cdot \gamma_{g,sup} = 0,9 \cdot 1,23 = 1,1 \tag{4.6}$$

$\gamma_{P,inf}$ Teilsicherheitsbeiwert für günstig wirkende Vorspannung gem. EC 2 (1992), Einschließlich der Modellunsicherheiten, s. Kap. 4.2.3

Das bedeutet, dass bei vorhandener Korrelation zwischen ungünstig wirkenden Eigenlasten und günstig wirkender Vorspannung letztere nicht abgemindert werden braucht, sondern mit dem Wert 1,1 erhöht werden darf. Die Gültigkeit dieses auf ingenieurmäßigem Wege hergeleiteten Wertes muss natürlich durch Vergleichsrechnungen verifiziert werden. Dafür ist für den tatsächlich vorhandenen Korrelationskoeffizienten eine geeignete Annahme zu treffen, weil darüber keinerlei statistische Informationen vorliegen. Als untere Grenze wird der Wert $\rho = 0,7$ geschätzt, was als vorsichtig angesehen werden kann. Zur Überprüfung des vorgeschlagenen Wertes werden alle in der Parameterstudie zu Kapitel 4.3 berechneten Systeme erneut berechnet. Die Ergebnisse sind vollständig in Anhang A1 zu finden, hier werden exemplarisch wiederum die Systeme A und B dargestellt.

Zunächst wird geprüft, ob für die beiden Systeme von einer Korrelation zwischen Eigenlasten und Vorspannung ausgegangen werden kann, d.h., dass durch Kontrollmaßnahmen während der Herstellung die Höhe der Vorspannung an die tatsächlichen Eigenlasten angepasst wird. Dazu wird das im vorangegangenen Kapitel eingeführte

Verformungskriterium herangezogen, wobei davon ausgegangen wird, dass die Durchbiegungen an den Luftstützen gemessen werden.

Die nach ZTV-K (1996) zulässige Abweichung der Gradiente von der Sollgeometrie ergibt sich nach Gl. (4.2) für eine Spannweite von 36 m in den Drittelspunkten des Feldes zu $h_x = \pm 23$ mm. Die theoretischen Durchbiegungen der beiden Stahlbetonträger (ohne Unterspannung) infolge Eigenlasten betragen 291 mm (System A) bzw. 50 mm (System B). System A ist damit nach dem Kriterium in Gl. (4.3) zu den verformungsintensiven Tragwerken zu rechnen, bei denen Kontrollmaßnahmen zur Gewährleistung der Sollgradiente durchgeführt werden, bei System B hingegen ist davon auszugehen, dass solche Kontrollen nicht erfolgen und somit Eigenlasten und Vorspannung unabhängige Einwirkungen sind. Im Folgenden werden die Berechnungen mit dem vorgeschlagenen Ansatz für die Berücksichtigung einer Korrelation dennoch für beide Systeme durchgeführt und verglichen.

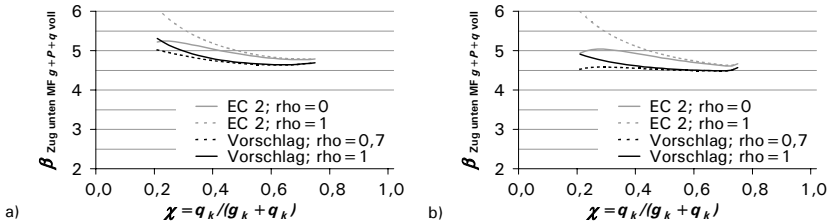



*Bild 4.21: Zuverlässigkeitsindizes $\beta$ für den Grenzzustand „Zug unten in Feldmitte", Lastfall $g + P + q_{voll}$. a) System A; b) System B*

In Bild 4.21 sind die erreichten Zuverlässigkeiten für den Grenzzustand „Zug unten in Feldmitte" des Trägers dargestellt. Außer den Ergebnissen für den modifizierten unteren Teilsicherheitsbeiwert nach Gl. (4.6) sind zum Vergleich die entsprechenden Werte für den konventionellen Ansatz „EC 2" aus Kapitel 4.3.2.3 aufgetragen.

Aus Bild 4.21a ist ersichtlich, dass die unterspannten Systeme A, die mit dem Teilsicherheitsbeiwert für Vorspannung nach Gl. (4.6) bemessen werden, das angestrebte Zuverlässigkeitsniveau von $\beta \geq 4{,}6$ erreichen, auch wenn der Korrelationskoeffizient zwischen Eigenlasten und Vorspannung an der unteren, geschätzten Grenze von $\rho = 0{,}7$ ist. Für die „extern" vorgespannten Systeme B (Bild 4.21b) hingegen liegen die Zuverlässigkeiten teilweise etwas unter dem Zielwert. Dies ist wieder darauf zurückzuführen, dass hier die Hängewerkwirkung für die veränderlichen Lasten fehlt, die eine Erhöhung der günstig wirkenden Druckkraft im Träger mit sich bringt. Diese Tendenz zeigte sich schon bei der Betrachtung der Zuverlässigkeiten der nach konventionellem Ansatz „EC 2" bemessenen Systeme in Kapitel 4.3.2.3 und ist umso stärker ausgeprägt, je steifer der Träger im Verhältnis zur Unterspannung ist (s. System 12 in Anhang A1).

Für die Anwendung des modifizierten Teilsicherheitsbeiwerts $\gamma_{P,inf} = 1{,}1$ ist also neben der Korrelation durch die Verformungskontrolle auch die Hängewerkwirkung in einer gewissen Größe Voraussetzung. Ein zusätzliches Abgrenzungskriterium, z.B. in Form eines Grenzwertes für das Steifigkeitsverhältnis $EI_T/EA_U f^2$ ist jedoch nicht erforderlich: Systeme, deren Träger eine so geringe Biegesteifigkeit aufweisen, dass eine Verformungskontrolle während des Vorspannens durchgeführt wird, erfordern stets eine Unterspannung, deren Steifigkeit so groß ist, dass sich eine ausreichende Hängewerkwirkung einstellt. Dieses Verhalten ist bei allen in der Parameterstudie in Anhang A1 untersuchten Systemen festzustellen: Die unterspannten Träger (Systeme 1 bis 10) erfüllen alle das Verformungskriterium, weisen alle mäßige bis große Hängewerkwirkung auf und zeigen alle zufriedenstellende Zuverlässigkeiten, während die „extern vorgespannten" Träger (Systeme 11 und 12) mit Zuggliedern innerhalb der Trägerhöhe das angestrebte Zuverlässigkeitsniveau verfehlen.

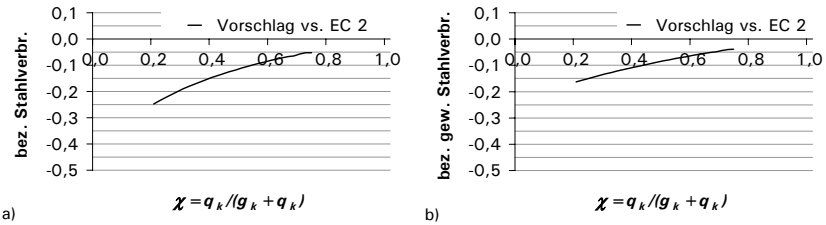



*Bild 4.22: Mögliche Stahleinsparung bei System A. a) ohne Berücksichtigung verschiedener Stahlgüten; b) mit gewichteten Stahlgüten*

Die möglichen Einsparungen an aufgewendetem Stahl sind analog zu Bild 4.7 und Bild 4.8 in Bild 4.22 für die unterspannten Systeme A dargestellt. Da die Systeme B nicht die Anforderungen an die Zuverlässigkeit erfüllen, erübrigt sich ihre weitere Betrachtung. Es zeigt sich, dass der vorgeschlagene Ansatz deutlich wirtschaftlichere Dimensionierungen erlaubt als der Ansatz „EC 2". Die Einsparungen werden nur in der Betonstahlbewehrung des Trägers erzielt, denn der erforderliche Querschnitt der Unterspannung ist in beiden Fällen gleich. Daher ist in Bild 4.23 die mögliche Reduzierung des Querschnitts der unteren Bewehrung dargestellt; es sind Reduktionen um bis zu 32% bei $\chi = 0{,}2$ möglich. Dies ist nicht nur in wirtschaftlicher, sondern vor allem auch in konstruktiver Hinsicht erfreulich. Natürlich erreichen die möglichen Einsparungen nicht die gleichen Ausmaße wie die durch den Ansatz „$\gamma_G(g+P)$" in Bild 4.7 und Bild 4.8. Diese waren jedoch mit erheblichen Einbußen im Zuverlässigkeitsniveau einhergegangen.

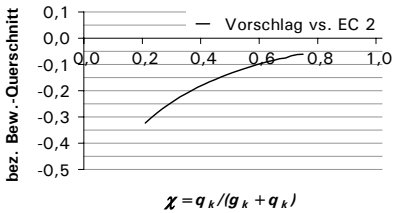



*Bild 4.23: Mögliche Einsparung an Bewehrung bei System A*

Vergleichsrechnungen ergaben, dass eine weitere Erhöhung des unteren Teilsicherheitsbeiwertes $\gamma_{P,inf}$ über den Wert 1,1 hinaus nicht mehr das geforderte Zuverlässigkeitsniveau von $\beta \geq 4{,}6$ gewährleisten kann.

## 4.5 Schlussfolgerungen aus der Parameterstudie

Die im Rahmen der Parameterstudie durchgeführten Vergleichsberechnungen an unterspannten Trägern haben folgende Erkenntnisse für die Behandlung der Vorspannung bei der Bemessung mit Teilsicherheitsbeiwerten geliefert:

- Für allgemeine vorgespannte Tragwerke, bei denen Plastizierungen nicht grundsätzlich zugelassen werden sollen, und für die nicht vorübergehende Bauzustände maßgebend sind, sollte die Vorspannung bei ungünstiger Wirkung mit $\gamma_{P,sup} = 1{,}2$ beaufschlagt werden, bei günstiger Wirkung kann $\gamma_{P,inf} = 1{,}0$ angesetzt werden. Dieses Vorgehen folgt den Regelungen für Stahlbauten nach DIN 18800 (1990) mit der Anpassungsrichtlinie (1998).
- Die Regelung von DIN 1045 (2001a), die $\gamma_P = 1{,}0$ bei günstiger und ungünstiger Wirkung vorsieht, ist nur für die von dieser Vorschrift abgedeckten Tragwerke und Bauweisen anzuwenden (s. Kap. 4.3.3.2). Der kritische Zeitpunkt für die dort verwendeten Spannglieder ist der Spannvorgang, und eine zu hohe Spannkraft führt nicht zu schlagartigem Versagen, sondern macht sich durch Fließen der Spannglieder bemerkbar. Eine signifikante ungünstige Auswirkung der Vorspannung auf die Betonbauteile kommt praktisch nicht vor, weil sie nur bei einem sehr ungeschickten Entwurf der Spanngliedführung auftritt.
- Ist die Vorspannung die einzige oder die stark dominierende ungünstige Einwirkung, sollte sie mit $\gamma_{P,sup} = 1{,}35$ erhöht werden. Dies ist beispielweise bei unterspannten Trägern für den Nachweis des Leerzustandes oder bei Krafteinleitungsbereichen der Fall.
- Der von den deutschen und europäischen Regelwerken angegebene Teilsicherheitsbeiwert für günstige ständige Einwirkungen (außer der Vorspannung) von $\gamma_{G,inf} = 1{,}0$ kann nur als zutreffend angesehen werden, wenn diese subdominanten Einfluss auf den betrachteten Nachweis bzw. Grenzzustand haben. Für Fälle, in denen der günstige Einfluss von ständigen Einwirkungen dominant ist, also bei

Nachweisen, die sehr empfindlich auf Streuungen der ständigen Einwirkungen reagieren, sollte ein geringerer Teilsicherheitsbeiwert, z.B. $\gamma_{G,inf} = 0{,}8$ gemäß der Schweizer Norm SIA 160 (1989), angenommen werden.

- Wenn durch Verformungskontrollen am Gesamtsystem während des Vorspannens eine Anpassung der Höhe der Vorspannung an die tatsächlich vorhandenen Eigenlasten erfolgt, wird somit eine Korrelation der beiden Einwirkungen erwirkt. Die Vorspannung braucht dann bei günstiger Wirkung nicht abgemindert werden, sondern kann mit $\gamma_{P,inf} = 1{,}1$ erhöht werden. Die ungünstig wirkenden Eigenlasten sind mit dem auch sonst anzusetzenden Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_{G,sup} = 1{,}35$ zu beaufschlagen. Mit Gl. (4.3) wird ein Kriterium vorgeschlagen, mit dem in der Entwurfsphase überprüft werden kann, ob ein verformungsintensives System vorliegt, für das beim Herstellen entsprechende Verformungskontrollen vorgesehen werden.

Die durchgeführten Untersuchungen zeigen, dass bei vorgespannten Konstruktionen deutlich mehr Überlegungen nötig sind als bei nicht vorgespannten. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Auswirkungen des Vorspannens sowohl günstig als auch ungünstig sein können, und dass sie je nach betrachtetem Grenzzustand eine dominante oder eine subdominante Rolle spielen können. Mit dem oben angegebenen Teilsicherheitsbeiwert-Konzept für vorgespannte Konstruktionen wird ein ausreichendes und gleichmäßiges Sicherheitsniveau in den verschiedenen Bemessungssituationen erreicht.

Die in den deutschen und europäischen Regelwerken angegebenen Teilsicherheitsbeiwerte decken die häufigsten und wichtigsten Fälle ab, führen jedoch nicht in allen möglichen Situationen zum geforderten Zuverlässigkeitsniveau. Die Schweizer Norm SIA 160 (1989) macht für die Behandlung der Vorspannung ähnliche Angaben wie die deutschen Normen. Sie verweist jedoch zu Recht darauf, dass Fälle auftreten können, die weitergehende Überlegungen erfordern, ob die Vorspannung „als Leiteinwirkung oder als Begleiteinwirkung“ auftritt. Damit wird dem Anwender zumindest ein warnender Hinweis gegeben.

# 5 Zusammenfassung und Ausblick

Im ersten Teil der vorliegenden Arbeit werden unterschiedliche Auffassungen aus der Fachliteratur über die Definition der Vorspannung und ihre Auswirkungen auf das Tragwerk diskutiert. Es wird gezeigt, dass einige dieser Aussagen zwar in einem beschränkten Anwendungsbereich oder unter Zugrundelegung bestimmter Annahmen zutreffend sind, jedoch keine uneingeschränkte Gültigkeit besitzen.

Als Definition, die für alle mechanisch vorgespannten Bauwerke gültig ist, kann die Folgende angegeben werden:

> **Vorspannen ist das kontrollierte Einprägen von Verformungen mit dem Ziel, das Verhalten des Tragwerks günstig zu beeinflussen.**

Die Auswirkungen des Vorspannens sind folglich als Zwangbeanspruchungen infolge dieser eingeprägten Verformungen anzusehen.

Charakteristisch für praktisch alle Arten der mechanischen Vorspannung ist, dass zum Einprägen der Verformungen Kräfte aufgewandt werden, die bis zum Ende des Vorspannvorgangs kontrolliert und somit bekannt sind. Indem die „Spannkraft umgesetzt" und das Zugglied verankert wird, wird die eingeprägte Verformung fixiert. Dies ist ein Systemwechsel, und die Kraft im Spannelement ist nun eine (zusätzliche) statisch Unbestimmte.

Die Beanspruchungen aus dem Zwang infolge des Vorspannens ändern sich bei Spannbetonkonstruktionen durch Kriechen und Rissbildung viel weniger als bei anderen Zwängen, wie z.B. Stützensenkungen oder Temperaturbeanspruchungen; denn bei den Steifigkeitsverhältnissen, wie sie üblicherweise im Spannbetonbau vorliegen, ist der Anteil der elastischen Spannglieder an der Flexibilitätsmatrix des Tragwerks um ein Vielfaches größer als der des kriechfähigen oder eventuell gerissenen Betontragwerks. Dadurch weisen die Beanspruchungen infolge Vorspannung bei diesen Tragwerken Eigenschaften auf, die denen aus Lasten ähnlich sind, obwohl sie auf einen Zwang zurückgehen.

Eine Sonderstellung nimmt die Vorspannung mit Verbund im Spannbetonbau ein, weil durch das Verpressen der Hüllrohre ein weiterer Systemwechsel eintritt. Die Verträglichkeitsbedingungen müssen nun auf Querschnittsebene erfüllt werden, und an die Stelle der eingeprägten Verformung zwischen Bauteilen tritt die Vordehnung des Spannstahls gegenüber dem anliegenden Beton im Querschnitt. Die „statisch unbestimmte Wirkung" der Vorspannung spielt bei diesen Tragwerken insofern eine besondere Rolle, als sie vom Verbundquerschnitt aufzunehmen ist, während der statisch bestimmte Anteil lediglich in die Vordehnungen eingeht. Für andere Tragwerke, bei denen kein Verbund besteht, bzw. bei denen die Zugglieder ohnehin außerhalb der

biegebeanspruchten Bauteile liegen, brauchen statisch bestimmte und statisch unbestimmte Wirkung nicht unterschieden werden.

Eine isolierte Betrachtung der Auswirkungen des Vorspannens, beispielsweise im Sinne von „Vorspannung ist das, was nach gedanklicher Wegnahme aller äußerer Einwirkungen übrigbleibt", ist nur bei linear elastischem Materialverhalten und unter Ausschluss von zeitabhängigen Effekten möglich. Diese Vorstellung trifft zwar für die meisten Tragwerke kurz nach dem Herstellen noch zu und kann als anschauliche Erklärung dienen, ist jedoch nicht allgemein gültig.

Die Definition der Vorspannung als eine Belastung, die zum Einprägen der Verformung bzw. des Zwangzustandes aufgebracht wird, führt bei konsequenter Anwendung ebenfalls zu richtigen Ergebnissen. Allerdings muss auch in dieser Betrachtungsweise bei Vorspannung mit Verbund die Auswirkung der Vorspannung durch die Vordehnung – also wiederum durch eine geometrische Größe – berücksichtigt werden.

Die Definition der Vorspannung als Differenzverformung – entweder zwischen einzelnen Bauteilen bei Vorspannung ohne Verbund oder zwischen Spannglied und anliegendem Beton bei Vorspannung mit Verbund – führt hingegen zu einer in allen Situationen konsistenten Darstellung und ist auch für die Einführung der Vorspannung in (elektronische) Berechnungen am Gesamtsystem zweckmäßig. Im Rahmen der Tragwerksberechnung für die Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit ist der Teilsicherheitsbeiwert für Vorspannung auf die eingeprägten Verformungen anzusetzen.

Der zweite Teil der Arbeit befasst sich mit der Behandlung der Vorspannung innerhalb des Sicherheitskonzepts für die Bemessung der Tragwerke mit Teilsicherheitsbeiwerten. Den Ausgangspunkt bildeten Vorschläge von Saul und Svensson (1983) und Menn (1987), die für Schrägseilbrücken bzw. unterspannte Träger vorsehen, Vorspannung und Eigenlasten als gemeinsamen Lastfall „ständige Einwirkungen" zu betrachten und somit mit demselben Sicherheitsbeiwert zu erhöhen. Begründet wird dies damit, dass während des Vorspannens die Geometrie des Systems vermessungstechnisch kontrolliert wird und auf Streuungen der Eigenlasten durch Anpassen der Spannkraft reagiert wird. In stochastischem Sinne bedeutet dies, dass dadurch Eigenlasten und Vorspannung voll korreliert sind. Diese Vorschläge weichen von den Angaben in den Regelwerken ab, weil dort die Vorspannung als eigenständige, unabhängige Einwirkung angesehen wird.

Zur Beurteilung der Sicherheit von Tragwerken, die nach diesen unterschiedlichen Ansätzen bemessen wurden, werden in der vorliegenden Arbeit Methoden der Zuverlässigkeitstheorie herangezogen. Dazu müssen die Eingangsgrößen der statischen Berechnung, also Einwirkungen und Materialeigenschaften sowie Modellunsicherheiten, stochastisch modelliert werden. Als Kriterium für die Sicherheit dienen die operative Versagenswahrscheinlichkeit bzw. der Zuverlässigkeitsindex $\beta$, die hier nach der Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung (FORM) berechnet werden. Vorgespannte Tragwerke sollen dabei das gleiche Zuverlässigkeitsniveau aufweisen wie nicht vorge-

spannte, die nach geltenden Regeln bemessen werden und deren Sicherheit damit als gesellschaftlich akzeptiert angesehen werden kann.

In einer Parameterstudie werden unterspannte Träger aus Stahlbeton untersucht, die so bemessen sind, dass sie voll ausgenutzt werden, d.h. alle Bauteile in mindestens einem Lastfall bis zu ihrer rechnerischen Tragfähigkeit beansprucht werden. Die Vorspannung wird in einem Fall gemäß EC 2 (1992) als eigenständige Einwirkung aufgefasst und je nach günstiger oder ungünstiger Wirkung mit $\gamma_{P,inf} = 0{,}9$ abgemindert oder mit $\gamma_{P,sup} = 1{,}2$ erhöht. Im anderen Fall wird sie zusammen mit den Eigenlasten als eine einzige Einwirkung angesehen, die dann entsprechend mit $\gamma_{G,inf} = 1{,}0$, bzw. $\gamma_{G,sup} = 1{,}35$ beaufschlagt wird. In weiteren Untersuchungen wird noch $\gamma_P = 1{,}0$ für günstige und ungünstige Wirkung gemäß DIN 1045 (2001a) betrachtet und auf Sonderfälle eingegangen.

Es zeigt sich, dass die Auffassung von Eigenlasten und Vorspannung als *eine Einwirkung* nicht zum geforderten Zuverlässigkeitsniveau führt, selbst wenn unterstellt wird, dass durch die Kontrollmaßnahmen vollständige Korrelation gewährleistet ist. Dem gegenüber weisen die vorgespannten Träger, die nach EC 2 bemessen wurden, bei günstiger Wirkung der Vorspannung etwas höhere Zuverlässigkeiten auf als nicht vorgespannte; bei vorhandener Korrelation sind die Tragwerke dann noch deutlich sicherer.

Aus den durchgeführten Berechnungen lassen sich folgende Schlüsse ziehen:

Für allgemeine vorgespannte Tragwerke ohne besondere Kontrollmaßnahmen, bei denen Plastizierungen nicht allgemein zugelassen werden und vorrübergehende Bauzustände nicht ein abgemindertes Sicherheitsniveau rechtfertigen, sollte die Vorspannung bei günstiger Wirkung mit $\gamma_{P,inf} = 1{,}0$ und bei ungünstiger Wirkung mit $\gamma_{P,sup} = 1{,}2$ beaufschlagt werden. Diese Vorgehensweise entspricht auch den deutschen Regelwerken für Stahlbauten.

Die Regelung in DIN 1045 (2001a), die auch bei ungünstiger Wirkung der Vorspannung $\gamma_P = 1{,}0$ vorsieht, ist nicht generell für vorgespannte Konstruktionen geeignet, wohl aber für die von dieser Norm abgedeckten Tragwerke. Zum einen ist für die Spannglieder bei üblichen Spannbetontragwerken der Vorspannvorgang der kritischste Zeitpunkt; für Bauzustände kann von abgeminderten Sicherheitsanforderungen ausgegangen werden. Zum anderen sind die Spannglieder einschließlich ihrer Verankerungen so ausgelegt, dass sich ein Versagen durch Plastizieren des Stahls ankündigt und somit beim Vorspannen unmittelbar reagiert werden kann. Für allgemeine Anwendungen in vorgespannten Tragwerken, von denen nicht bekannt ist, ob der Bauzustand der kritischste Augenblick ist und ob von Versagen mit Vorankündigung ausgegangen werden kann, führt $\gamma_P = 1{,}0$ bei ungünstiger Wirkung der Vorspannung nicht zum geforderten Zuverlässigkeitsniveau.

Wenn durch Kontrollen während des Vorspannens die Sollform der Systemgeometrie durch Anpassung der Vorspannung an die tatsächlich vorhandenen Eigenlasten einge-

stellt wird, kann von einer hohen Korrelation der beiden Einwirkungen ausgegangen werden. Es wird vorgeschlagen, die ungünstig wirkenden Eigenlasten wie üblich mit $\gamma_{G,sup} = 1{,}35$ zu beaufschlagen, die günstig wirkende Vorspannung dann aber mit $\gamma_{P,inf} = 1{,}1$ zu erhöhen. Bei allen untersuchten unterspannten Tragwerken konnte mit diesem Verfahren ein ausreichend hohes Zuverlässigkeitsniveau nachgewiesen werden. Die sich gegenüber einer Bemessung nach EC 2 ergebenden Materialeinsparungen sind beträchtlich; für die Versteifungsträger ergaben sich Reduktionen der erforderlichen Bewehrungsquerschnitte von bis zu 35%.

Eine vermessungstechnische Kontrolle der Systemgeometrie während des Vorspannens ist nur dann sinnvoll, wenn Streuungen der Eigenlasten oder der Vorspannung zu signifikanten Abweichungen von der Sollgeometrie führen. Dies ist nur bei verformungsintensiven Systemen mit biegebeanspruchten Bauteilen geringer Steifigkeit der Fall. In Kapitel 4.4.1 wird ein Kriterium angegeben, mit dem in der Entwurfsphase abgeschätzt werden kann, ob ein solches System vorliegt.

In Bemessungssituationen, in denen die Vorspannung die dominante ungünstige Einwirkung ist und für die keine abgeminderten Sicherheitsanforderungen gelten, muss die Vorspannung stärker als üblich erhöht werden. Es wird, Mathieu (1991) folgend, für diese Fälle analog zu anderen ungünstigen ständigen Einwirkungen $\gamma_{P,sup} = 1{,}35$ vorgeschlagen. Bei den untersuchten unterspannten Trägern betrifft dies Zustände, in denen auf der Oberseite der Balken Zug auftritt. Um das gewünschte Zuverlässigkeitsniveau zu gewährleisten, musste in diesen Fällen die günstige Wirkung der Eigenlasten mit $\gamma_{G,inf} = 0{,}8$ abgemindert werden. Dieser niedrige Wert wurde aus der Schweizer Norm SIA 160 (1989) entnommen und wird zur Anwendung vorgeschlagen, wenn ein Nachweis sehr empfindlich gegenüber der günstigen Wirkung der Eigenlasten ist. Dies entspricht nicht den deutschen und europäischen Regelungen, die für günstige ständige Einwirkungen lediglich $\gamma_{G,inf} = 1{,}0$ vorsehen. Es konnten keine systematischen zuverlässigkeitstheoretischen Untersuchungen bezüglich des Teilsicherheitsbeiwerts für günstige ständige Einwirkungen in der Literatur gefunden werden, so dass dafür weiterer Forschungsbedarf besteht.

In zukünftigen Forschungsarbeiten kann untersucht werden, ob der Vorschlag zur Berücksichtigung der Korrelation von ungünstig wirkenden Eigenlasten und günstig wirkender Vorspannung auch für andere vorgespannte Tragwerke wie Schrägseil- bzw. extra-dosed-Brücken geeignet ist. Die Sicherheit der Abtragung von Querkraft- und eventuellen Torsionsbeanspruchungen ist zu überprüfen. Des Weiteren sollten andere Lastmodelle und -anordnungen, beispielsweise Straßenverkehr, untersucht werden. Die möglichen wirtschaftlichen Ersparnisse sollten unter Berücksichtigung von konstruktiver Mindest- und rissverteilender Bewehrung genauer betrachtet werden. Insbesondere sollte dem Einfluss einer nichtlinearen Schnittgrößenermittlung bei der Bemessung und bei der Zuverlässigkeitsanalyse nachgegangen werden.

In dieser Arbeit werden die einzelnen Grenzzustände unabhängig voneinander untersucht, um Aussagen über die jeweils unterschiedlichen zugrunde gelegten Teilsicher-

heitsbeiwerte zu erhalten. Dabei bleiben eventuelle Systemreserven, die sich durch Zulassen von plastischen Verformungen ergeben, unberücksichtigt. Für ein gleichmäßiges Zuverlässigkeitsniveau der Tragwerke sollte in zukünftigen Forschungsarbeiten die Systemzuverlässigkeit unter Ausnutzung der plastischen Reserven untersucht werden, wobei das Verformungsvermögen der Bauteile mit berücksichtigt werden muss.

# 6 Literaturverzeichnis


Allen, D.E. (1968): Discussion on: Turkstra, C.I.: Choice of Failure Probabilities, in: Journal of the Structural Division. Proceedings ASCE, 94 (1968), S. 2169-2173

Bieger,K.-W. (1993): Spannbeton, in: Hütte Taschenbücher der Technik, Bautechnik Band VI Konstruktiver Ingenieurbau 3: Massiv- und Stahlbau, hrsg. von: Wissenschaftlicher Ausschuß des Akademischen Vereins Hütte e.V., Bandherausgeber: E. Cziesielski, 29. Aufl., Berlin: Springer-Verlag 1993

Blessenohl, B. (1992): Beitrag zur Berechnung der Schnittgrößen aus Vorspannung auf elektronischen Anlagen, in: Bauingenieur, 67 (1992), S. 167-174

Calgaro; Ramberger; Hanswille; Peil; Zilch; Sedlacek; Müller (2001): Treatment of preloading and prestressing in the construction phase, in the ULS and in the SLS, Bericht der Arbeitsgruppe Coordination of design rules for preloaded and prestressed structures across Eurocode 2, Eurocode 3 and Eurocode 4, 2001, RWTH Aachen, unveröffentlicht

CEB (1976): First Order Reliability Concepts for Design Codes (Documentation), hrsg. von: Comité Européen du Béton, Paris: o. Verlag, 1976 (Bulletin d'Information N° 112)

Comrel (2002): COMponent RELiability Version 7.10 RCP Consulting Software, Programm und Theory Manual, München, 2002, Demoversion abrufbar unter: www.strurel.de

Ditlevsen, O. (1981): Principle of Normal Tail Approximation, in: Journal of the Engineering Mechanics Division, 107 (1981), S. 1191-1208

Ditlevsen, O. (1982a): Extended Second Moment Algebra as an Efficient Tool in Structural Reliability, in: Nuclear Engineering and Design, 71 (1982), S. 317-323

Ditlevsen, O. (1982b): The Fake of Reliability Measures as Absolutes, in: Nuclear Engineering and Design, 71 (1982), S. 439-440

Faber, M.H. (2002): Risk and Safety in Civil Engineering, Lecture Notes, ETH Zürich, 2002, abrufbar unter: www.ibk.baug.ethz.ch/Fa

Fießler, B.; Hawranek, R.; Rackwitz, R. (1976): Numerische Methoden für probabilistische Bemessungsverfahren und Sicherheitsnachweise, München [Druckort]: 1976 (Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie, TU München, Heft 14

Franz, G. (1983): Konstruktionslehre des Stahlbetons, Band I Grundlagen und Bauelemente, 4., völlig neubearb. Aufl., Teil B. Die Bauelemente und ihre Bemessung, Berlin: Springer-Verlag, 1983

Gabriel, K. (1991): Bauen mit Seilen, Vorlesungsmanuskript., Stuttgart [Druckort]: o. Verlag, 1991

Greiner, S. (2000): Nichtlineare Einflüsse auf das Tragverhalten von unterspannten Trägern, Diplomarbeit, Institut für Konstruktion und Entwurf II, Universität Stuttgart, 2000

GruSiBau (1981): Grundlagen zur Festlegung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen, hrsg. von: Dt. Inst. für Normung, Normenausschuss Bauwesen im DIN (NABau), Ausschuss „Sicherheit von Bauwerken":, Berlin; Köln: Beuth, 1981

Gulvanessian, H.; Holický, M. (2002): Reliability based calibration of Eurocodes considering a steel member, Beitrag zum Workshop "Reliability Based Code Calibration", ETH Zürich, März 2002, abrufbar unter: www.jcss.ethz.ch

Gumbel, E.J. (1966): Statistics of extremes, 3. print, New York: Columbia Univ. Pr., 1966

Hasofer, A.M.; Lind, N.C. (1974): Exact and Invariant Second-Moment Code Format, in: Journal of the Engineering Mechanics Division, 1974, Heft 2, S. 111-121

Hohenbichler, M.; Rackwitz, R. (1981): Non-Normal Dependent Vectors in Structural Safety, in: Journal of the Engineering Mechanics Division, 7 (1981), S. 1227-1238

IVBH (1991): IVBH-Kolloquium „Konstruktionsbeton" – Schlußbericht in: Beton- und Stahlbetonbau, 86 (1991), S. 228-230

JCSS (2001): Probabilistic Model Code, hrsg. von: Joint Committee on Structural Safety, Zürich: o. Verlag, 2001 (abrufbar unter www.jcss.ethz.ch)

Jennewein, M. (1991): Some Remarks on the Analytical Treatment of Prestressing, in: Structural Concrete, IABSE Colloquium Stuttgart 1991, Zürich [Druckort]: o. Verlag, 1991 (IABSE Reports 62)

Johannis, A. (1999): Zur Zuverlässigkeit und Wirtschaftlichkeit nichtlinear bemessener Stahlbetontragwerke, München [Druckort]: o. Verlag, 1999 (Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau Technische Universität München, zugl. Diss. Ing. TU München, 1999)

Klähne, T. (1992): Beitrag zur Bemessung und Zuverlässigkeitsanalyse vorgespannter Biegeträger im elastischen und plastischen Arbeitsbereich, Berlin [Druckort]: o. Verlag, 1992 (Mitteilungen aus dem Lehrstuhl für Metallbau, Technische Hochschule Leipzig, Heft 2, zugl.: Diss. Ing. TH Leipzig, 1992)

König, G.; Gerhardt, H.-C. (1986): Spannungs- und Schnittgrößenumlagerungen infolge Kriechen und Schwinden bei Stabtragwerken aus Stahlbeton und Spannbeton, Berlin: Ernst & Sohn, 1986 (Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der Technischen Hochschule Darmstadt; 34)

König, G.; Heunisch, M. (1972): Zur statistischen Sicherheitstheorie im Stahlbetonbau, Berlin; München: Ernst & Sohn, 1972 (Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der Technischen Hochschule Darmstadt; 16)

König, G.; Hosser, D. (1982): Praktische Beispiele und Hinweise zur Festlegung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen nach den Empfehlungen des NABau, in: Bauingenieur, 57 (1982), S. 459-467

König, G.; Hosser, D.; Schobbe, W. (1982): Sicherheitsanforderungen für die Bemessung von baulichen Anlagen nach den Empfehlungen des NABau – eine Erläuterung, in: Bauingenieur, 57 (1982), S. 69-78

König, G.; Hosser, D.; Wittke, B. (1985): Basic Notes on Model Uncertainties, hrsg. von: Comité Euro-International du Béton, Lausanne: o. Verlag, 1985 (CEB Bulletin d'Information N° 170)

König, G.; Maurer, R. (1993): Versuche zum Einfuß einer Rißbildung auf den statisch unbestimmten Momentenanteil aus Vorspannung, in: Beton- und Stahlbetonbau, 88 (1993), S. 338-342

Kuchler, Th. (1993a): Consistent Treatment of Prestress in the Concept of Structural Concrete, in: The Design of Structural Concrete, IABSE-Workshop New Delhi, 1993, o. Verlag, o. Druckort (IABSE Report)

Kuchler, Th. (1993b): Consistent Treatment of Prestress in the Concept of Structural Concrete – Appendix A, in: The Design of Structural Concrete, IABSE-Workshop New Delhi, 1993, o. Verlag, o. Druckort (IABSE Report-Supplement)

Kupfer, H. (1994): Bemessung von Spannbetonbauteilen, in: Beton-Kalender 83 (1994), Berlin: Ernst & Sohn, 1994

Leonhardt, F. (1973): Spannbeton für die Praxis, 3., berichtigte Auflage, Berlin; München; Düsseldorf: Ernst & Sohn, 1973

Leonhardt, F. (1980): Vorlesungen über Massivbau, Teil 5: Spannbeton, Berlin: Springer-Verlag, 1980

Marten, K. (1975): Zur Festlegung wirklichkeitsnaher Nutzlasten und Lastabminderungsfaktoren, Diss. TH Darmstadt, 1975

Marti, P. (1999): Einführung, in: Tragverhalten von Stahlbeton, Tagungsband zum Fortbildungskurs für Bauingenieure, ETH Zürich, Zürich [Druckort]: o. Verlag, 1999 (IBK Publikation SP-008)

Mathieu, H. (1991): Reliability Problems Associated with Prestress, in: Reliability of Concrete Structures, hrsg. von: Comité Euro-International du Béton, Lausanne: o. Verlag, 1991 (CEB Bulletin d'Information N° 202)

Mathieu, H. (1980a): Manuel «Sécurité des structures» (2e édition, révisée et complétée), 1re Partie, hrsg. von: Comité Européen du Béton, Paris: o. Verlag, 1980 (CEB Bulletin d'Information N° 127)

Mathieu, H. (1980b): Manuel «Sécurité des structures» (2e édition, révisée et complétée), 2e Partie, hrsg. von: Comité Européen du Béton, Paris: o. Verlag, 1980 (CEB Bulletin d'Information N° 128)

Menn, Chr. (1986): Stahlbetonbrücken, 2., überarb. Aufl., Wien; New York: Springer-Verlag, 1986

Menn, Chr. (1987): Brückenträger mit Unterspannung, in: Schweizer Ingenieur und Architekt (1987), S. 200-204

Menn, Chr. (1990): Unterspannung von Brückenträgern mit gedrungenem Querschnitt. Eine sinnvolle Anwendung der externen Vorspannung, in: Bauingenieur, 65 (1990), S. 209-219

Merzenich, G.; Sedlacek, G. (1995): Hintergrundbericht zum Eurocode 1 – Teil 3.2: „Verkehrslasten auf Straßenbrücken", hrsg. von: Bundesministerium für Verkehr, Bonn: Typo-Druck- & Verlagsgesellschaft mbH, August 1995 (Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, Heft 711)

Mitchell, G.R.; Woodgate, R.W. (1970): A Survey of Floor Loadings in Office Buildings, Construction Industry Research and Information Association, Report 25, London 1970

Östlund, L. (1991): An Estimation of $\gamma$-Values, in: Reliability of Concrete Structures, hrsg. von: Comité Euro-International du Béton, Lausanne: o. Verlag, 1991 (CEB Bulletin d'Information N° 202)

Pflüger, A. (1978): Statik der Stabtragwerke, Berlin; Heidelberg; New York: Springer-Verlag, 1978

Rackwitz, R. (2002): Zuverlässigkeit und Lasten im konstruktiven Ingenieurbau, Vorlesungsmanuskript TU München, 1993-2002, abrufbar unter: www.mb.bv.tum.de/index-d/lehre

Ramm, E. (2001): Stabtragwerke, Vorlesungsmanuskript, Teil V: Nichtlineare Verfahren, 5. Aufl., Stuttgart [Druckort]: o. Verlag, 2001

Reh, S. (1994): Zuverlässigkeitsanalyse komplexer Bauteile mit Hilfe der stochastischen Finite-Element-Methode, Karlsruhe [Druckort]: o. Verlag, 1994 (Heft KfK 5316 der Schriftenreihe des Kernforschungszentrum Karlsruhe, zugl. Diss. Ing. Universität Karlsruhe (TH), 1994)

Saul, R., Svensson, H. (1983): Zur Behandlung des Lastfalls "ständige Last" beim Tragsicherheitsnachweis von Schrägkabelbrücken, in: Bauingenieur, 58 (1983), S. 329-335

Schäfer, K. (1997): Weiterführende Bemessung und Konstruktion von Tragwerken A, Vorlesungsmanuskript, Stuttgart [Druckort]: o. Verlag, 1997

Scheer, J. (1980): Zur Definition der Vorspannung, in: Karl-Marguerre-Gedächtnis-Kolloquium TH Darmstadt Fachbereich Mechanik 27. bis 28. Mai 1980, Darmstadt: Lehrdruckerei der THD, 1980 (THD Schriftenreihe Wissenschaft und Technik, 16

Scheer, J.; Maier, W. (1984): Die Suche nach einer allgemeinen Definition des Begriffes Vorspannung für das Bauwesen, ein Scheinproblem?, in: Bauingenieur, 59 (1984), S. 291-294

Schlaich, J. (1990): Über das Vorspannen, in: Leicht und Weit. Zur Konstruktion weitgespannter Flächentragwerke; Ergebnisse aus dem Sonderforschungsbereich 64 der Universität Stuttgart, hrsg. von G. Brinkmann, Weinheim: VCH, 1990

Schlaich, J.; Schäfer, K. (2001): Konstruieren im Stahlbetonbau, in: Beton-Kalender 90 (2001), Berlin: Ernst & Sohn, 2001

Schneider, J.; Schlatter, P. (1996): Sicherheit und Zuverlässigkeit im Bauwesen. Grundwissen für Ingenieure, 2., überarb. Aufl., Zürich: vdf, Hochschulverl. an der ETH Zürich; Stuttgart: Teubner, 1996

Schobbe, W. (1982): Konzept zur Definition und Kombination von Lasten im Rahmen der deutschen Sicherheitsrichtlinie, Berlin; München: Ernst & Sohn, 1982 (Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der Technischen Hochschule Darmstadt; 31)

Schuëller, G.I. (1981): Einführung in die Sicherheit und Zuverlässigkeit von Tragwerken, Berlin; München: Ernst & Sohn, 1981

Schuëller, G.I. (1997): Tragwerkszuverlässigkeit, in: Der Ingenieurbau: Grundwissen, hrsg. von G. Mehlhorn, Band 8: Tragwerkszuverlässigkeit, Einwirkungen, Berlin: Ernst & Sohn, 1997

Spaethe, G. (1992): Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen, 2., neubearb. Aufl., Wien; New York: Springer –Verlag, 1992

Trost, H. (1967): Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton, in: Beton- und Stahlbetonbau, 62 (1967), S. 230-238 und 261-269

Tworuschka, H. (1998): Physikalisch nichtlineare Zuverlässigkeitsanalysen für Stahlbetonstabtragwerke, Diss. Bergische Universität GH Wuppertal, Fachbereich Bauingenieurwesen, 1998

Vrouwenvelder, T. (2001): JCSS Probabilistic Model Code, in: Safety, Risk, Reliability – Trends in Engineering, IABSE Proceedings Malta 2001, CD-ROM

Walther, R. (1991): Impact of Codes in Practice, in: Structural Concrete, IABSE Colloquium Stuttgart 1991, Zürich [Druckort]: o. Verlag, 1991 (IABSE Reports 62)

Wölfel, E. (1990): Die Behandlung der Vorspannung mit Teilsicherheitsbeiwerten, in: Beton- und Stahlbetonbau, 85 (1990), S. 199-205 und 238-241

Zilch, K.; Rogge, A. (1999): Bemessung von Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen nach EC 2 für die Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit und Tragfähigkeit, in: Beton-Kalender 88 (1999), Berlin: Ernst & Sohn, 1999

ZTV-K (1996): Zusätzliche Technische Vertragsbedingungen für Kunstbauten, hrsg. von: Bundesministerium für Verkehr, Verkehrsblatt-Dokument Nr. B 5218, Dortmund: Verkehrsblatt-Verlag, 1996

**Mündliche und schriftliche Auskünfte**

Brugger (2002): Persönliche Auskunft vom 04.10.2002 von Dipl.-Ing. Brugger, Pfeifer Seil- und Hebetechnik GmbH, Memmingen

Rentmeister (2002): Schriftliche Auskunft vom 28.10.2002 von Friedhelm Eric Rentmeister, BTS Drahtseile GmbH, Gelsenkirchen

Scheibe (2003): Schriftliche Auskunft vom 10.02.2003 von Dr.-Ing. Matthias Scheibe, SUSPA-DSI GmbH, Langenfeld

Schollmeyer (2003): Persönliche Auskunft vom 17.03.2003 von Dipl.-Ing. Ralf Schollmeyer, Institut für Anwendungen der Geodäsie im Bauwesen, Universität Stuttgart

Sobek (2001): Leichtbau, Vorlesung an der Universität Stuttgart von Prof. Dr.-Ing. Werner Sobek, SS 2001

**Nationale und internationale Vorschriften**

DIN 1045 (1988): Beton und Stahlbeton, Ausgabe Juli 1988

DIN 1045 (2001a): Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Teil 1: Bemessung und Konstruktion, Ausgabe Juli 2001

DIN 1045 (2001b): Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Teil 3: Bauausführung, Ausgabe Juli 2001

DIN 1055 (1971): Lastannahmen für Bauten, Teil 3: Verkehrslasten, Ausgabe Juni 1971

DIN 1055 (1975): Lastannahmen für Bauten, Teil 5: Verkehrslasten, Schneelast und Eislast, Ausgabe Juni 1975

DIN 1055 (2001a): Einwirkungen auf Tragwerke, Teil 4: Windlasten, Entwurf, Ausgabe März 2001

DIN 1055 (2001b): Einwirkungen auf Tragwerke, Teil 5: Schnee- und Eislasten, Entwurf, Ausgabe April 2001

DIN 1055 (2001c): Einwirkungen auf Tragwerke, Teil 100: Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln, Ausgabe März 2001

DIN 1055 (2002a): Einwirkungen auf Tragwerke, Teil 1: Wichten und Flächenlasten von Baustoffen, Bauteilen und Lagerstoffen, Ausgabe Juni 2002

DIN 1055 (2002b): Einwirkungen auf Tragwerke, Teil 3: Eigen- und Nutzlasten für Hochbauten, Ausgabe Oktober 2002

DIN 1072 (1985): Straßen- und Wegbrücken. Lastannahmen, Ausgabe Dezember 1985

Beiblatt zu DIN 1072 (1988): Straßen- und Wegbrücken. Lastannahmen. Erläuterungen, Ausgabe Mai 1988

DIN 1075 (1981): Betonbrücken. Bemessung und Ausführung, Ausgabe April 1981

DIN 1080 (1976): Begriffe, Formelzeichen und Einheiten im Bauingenieurwesen, Teil 1: Grundlagen, Ausgabe Juni 1976

DIN 4227 (1982): Spannbeton, Teil 6: Bauteile mit Vorspannung ohne Verbund, Ausgabe Mai 1982

DIN 4227 (1988): Spannbeton, Teil 1: Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter oder voller Vorspannung, Ausgabe Juli 1988

DIN 18800 (1990): Stahlbauten, Teil 1: Bemessung und Konstruktion, Ausgabe November 1990

Anpassungsrichtlinie (1998): Anpassungsrichtlinie Stahlbau; Anpassungsrichtlinie zu DIN 18800 Teil 1 bis 4, Stahlbauten (Ausgabe 1990-11); Ausgabe 1998.10, Ausgabe Oktober 1998

Erläuterungen (1994): Stahlbauten: Erläuterungen zu DIN 18800 Teil 1 bis Teil 4, hrsg. von J. Lindner, J. Scheer und H. Schmidt, 2. Aufl., Berlin; Köln: Beuth; Berlin: Ernst & Sohn, 1994

DIN 18202 (1997): Toleranzen im Hochbau. Bauwerke, Ausgabe April 1997

EC 0 (2001): prEN 1990: Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung, deutsche Fassung, Schluss-Entwurf, Ausgabe Juli 2001

EC 1 (2002): DIN V ENV 1991-1-1: Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke, Teil 1-1: Allgemeine Einwirkungen auf Tragwerke. Wichten, Eigengewicht und Nutzlasten im Hochbau, deutsche Fassung: 2002, Ausgabe Oktober 2002

EC 1 (1996a): DIN V ENV 1991-2-3: Eurocode 1: Grundlagen der Tragwerksplanung und Einwirkungen auf Tragwerke, Teil 2-3: Einwirkungen auf Tragwerke – Schneelasten, deutsche Fassung: 1995, Ausgabe Januar 1996

EC 1 (1996b): DIN V ENV 1991-2-4: Eurocode 1: Grundlagen der Tragwerksplanung und Einwirkungen auf Tragwerke, Teil 2-3: Einwirkungen auf Tragwerke – Windlasten, deutsche Fassung: 1995, Ausgabe Dezember 1996

EC 1 (1996c): DIN V ENV 1991-3: Eurocode 1: Grundlagen der Tragwerksplanung und Einwirkungen auf Tragwerke, Teil 3: Verkehrslasten auf Brücken, deutsche Fassung: 1995, Ausgabe August 1996

EC 2 (1992): DIN V ENV 1992-1-1, Eurocode 2: Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken, Teil 1-1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau, deutsche Fassung: 1991, Ausgabe Juni 1992

NAD zu EC 2 (1993): Richtlinie zur Anwendung von Eurocode 2 – Planung von Stahlbeton- Spannbetontragwerken; Teil 1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau, hrsg. von: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Ausgabe April 1993

EC 2 (1994): DIN V ENV 1992-1-5, Eurocode 2: Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken, Teil 1-5: Allgemeine Regeln – Tragwerke mit Spanngliedern ohne Verbund, deutsche Fassung: 1994, Ausgabe Dezember 1994

EC 3 (1993): DIN V ENV 1993-1-1, Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten, Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln; Bemessungsregeln für den Hochbau, deutsche Fassung:1992, Ausgabe April 1993

SIA 160 (1989): Einwirkungen auf Tragwerke: Verständigung; Sicherheit und Gebrauchstauglichkeit; Berechnung; Bemessung und Nachweise; Einwirkungen, hrsg. von: Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein; Zürich: o. Verlag, Ausgabe 1989

# A Anhang

## A.1 Anhang A1

Auf den folgenden Seiten sind die Ergebnisse der Parameterstudie, die für die Untersuchungen in Kapitel 4.3 und 4.4 durchgeführt wurde, dargestellt. Tabelle A.1 gibt einen Überblick über die betrachteten Systeme. Variiert werden die Materialien für Träger und Unterspannung, die System- und Querschnittsgeometrie.

Die für diese Arbeit wichtigste Gruppe bilden unterspannte Träger, die aus einem schlanken Versteifungsträger mit geringer Biegesteifigkeit und einer verhältnismäßig steifen Unterspannung infolge eines großen Stichs bestehen (Systeme 1 bis 7). Das andere Extrem bilden „extern vorgespannte" Balken, bei denen die Zugglieder innerhalb der Querschnittshöhe des Trägers verlaufen (Systeme 11 und 12). Die Systeme 8-10 liegen dazwischen und sollen einen Übergang von den „weichen" zu den „steifen" Systemen herstellen.

Als Betone werden C 30/37, C 40/50 und C 50/60 eingesetzt, der zugehörige Teilsicherheitsbeiwert beträgt nach EC 2 (1992) $\gamma_c = 1{,}5$. Die Bewehrung besteht aus S 500 mit $\gamma_s = 1{,}15$. Für die Unterspannung kommen Spannglieder aus St 1570/1770 zum Einsatz, der ansetzbare Wert der charakteristischen Festigkeit beträgt nach EC 2 (1992) $0{,}9\, f_{p,k} = 0{,}9 \cdot 1770 = 1590$ N/mm², der Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_s = 1{,}15$ und der E-Modul 195000 N/mm². Als Alternative kommen Seile zum Einsatz mit $f_{u,k} = 1570$ N/mm², als Füllfaktor und Verseilfaktor wurden näherungsweise konstant $f = 0{,}85$ und $k_s = 0{,}92$ angesetzt. Der zugehörige Teilsicherheitsbeiwert ist nach DIN 18800 (1990) $1{,}5\, \gamma_M = 1{,}5 \cdot 1{,}1 = 1{,}65$; der E-Modul beträgt 160000 N/mm².

*Tabelle A.1: Überblick über die untersuchten Systeme*

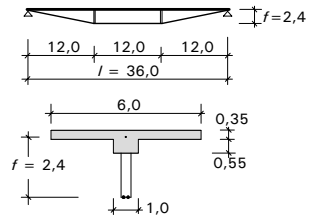
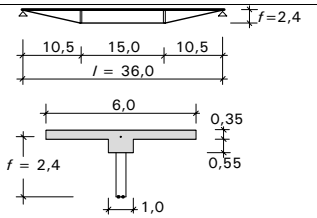
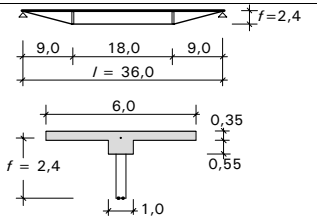
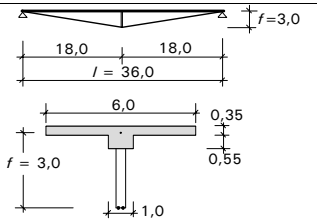
| | | |
|---|---|---|
| System 1a<br><br>Träger:<br>Unterspannung: | <br><br>C 40/50, S 500<br>Spannglieder<br>St 1570/1770<br>(System A in Kapitel 4) |  |
| System 1b<br><br>Träger:<br>Unterspannung: | <br><br>C 30/37, S 500<br>Spannglieder<br>St 1570/1770 | |
| System 1c<br><br>Träger:<br>Unterspannung: | <br><br>C 50/60, S 500<br>Spannglieder<br>St 1570/1770 | |
| System 1d<br><br>Träger:<br>Unterspannung: | <br><br>C 30/37, S 500<br>Seile<br>$f_{u,k} = 1570$ N/mm² | |
| System 1e<br><br>Träger:<br>Unterspannung: | <br><br>C 50/60, S 500<br>Seile<br>$f_{u,k} = 1570$ N/mm² | |
| System 2<br><br>Träger:<br>Unterspannung: | <br><br>C 50/60, S 500<br>Spannglieder<br>St 1570/1770 |  |
| System 3<br><br>Träger:<br>Unterspannung: | <br><br>C 50/60, S 500<br>Spannglieder<br>St 1570/1770 |  |
| System 4<br><br>Träger:<br>Unterspannung: | <br><br>C 40/50, S 500<br>Spannglieder<br>St 1570/1770 |  |

*Tabelle A.1: Überblick über die untersuchten Systeme (fortgesetzt)*

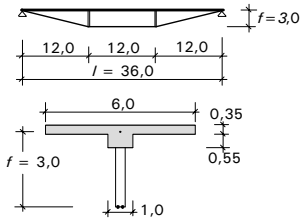
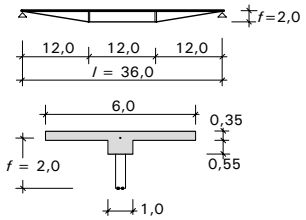
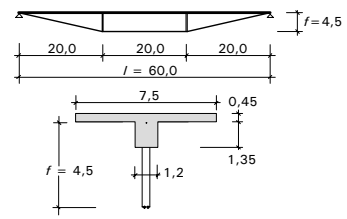
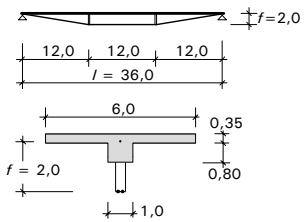
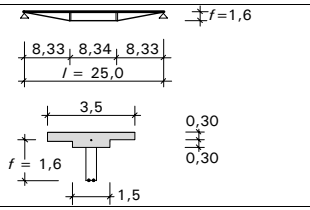
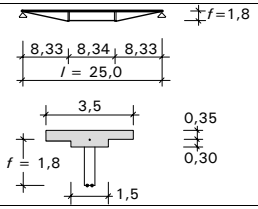
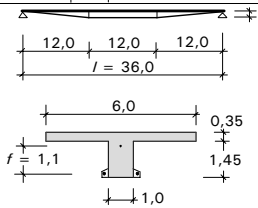
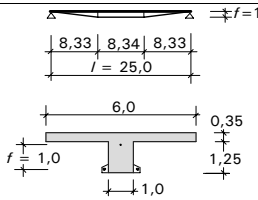
| | | |
|---|---|---|
| System 5a<br><br>Träger:<br>Unterspannung: | <br><br>C 40/50, S 500<br>Spannglieder<br>St 1570/1770 |  |
| System 5b<br><br>Träger:<br>Unterspannung: | <br><br>C 40/50, S 500<br>Seile<br>$f_{u,k} = 1570$ N/mm² | |
| System 6a<br><br>Träger:<br>Unterspannung: | <br><br>C 40/50, S 500<br>Spannglieder<br>St 1570/1770 |  |
| System 6b<br><br>Träger:<br>Unterspannung: | <br><br>C 40/50, S 500<br>Seile<br>$f_{u,k} = 1570$ N/mm² | |
| System 7a<br><br>Träger:<br>Unterspannung: | <br><br>C 40/50, S 500<br>Spannglieder<br>St 1570/1770 |  |
| System 7b<br><br>Träger:<br>Unterspannung: | <br><br>C 40/50, S 500<br>Seile<br>$f_{u,k} = 1570$ N/mm² | |
| System 8a<br><br>Träger:<br>Unterspannung: | <br><br>C 50/60, S 500<br>Spannglieder<br>St 1570/1770 |  |
| System 8b<br><br>Träger:<br>Unterspannung: | <br><br>C 50/60, S 500<br>Seile<br>$f_{u,k} = 1570$ N/mm² | |
| System 9<br><br>Träger:<br>Unterspannung: | <br><br>C 30/37, S 500<br>Spannglieder<br>St 1570/1770 |  |

*Tabelle A.1: Überblick über die untersuchten Systeme (fortgesetzt)*

| | |
|---|---|
| System 10<br><br>Träger: C 30/37, S 500<br>Unterspannung: Spannglieder St 1570/1770 |  |
| System 11<br><br>Träger: C 40/50, S 500<br>Unterspannung: Spannglieder St 1570/1770 (System B in Kapitel 4) |  |
| System 12<br><br>Träger: C 40/50, S 500<br>Unterspannung: Spannglieder St 1570/1770 |  |

Die Berechnungen wurden, wie in Kapitel 4.3.1 beschrieben, für den konventionellen Ansatz „EC 2“ und für den alternativen Ansatz „$\gamma_G(g+P)$“ durchgeführt. Analog zu Kapitel 4.3.2.2 sind jeweils zuerst vier Diagramme dargestellt, die über das Tragverhalten der Systeme Aufschluss geben: Auf das Steifigkeitsverhältnis zwischen Träger und Unterspannung $EI_T/EA_U f^2$ folgt die Durchbiegung in Feldmitte unter Volllast, bezogen auf die Systemlänge, um einen Anhaltspunkt für die Praxistauglichkeit zu haben. In der zweiten Zeile ist der Anteil der Hängewerkwirkung der Eigenlasten im Lastfall „ständige Einwirkungen und Vorspannung“, ausgedrückt durch das Spannungsverhältnis $\sigma_g/\sigma_{g+P}$ in der Unterspannung abgebildet. Daneben ist der Anteil der Vorspannung an der Gesamtbeanspruchung in der Unterspannung $\sigma_P/\sigma_{g+P+q}$ unter Volllast dargestellt. Es folgen die möglichen Materialeinsparungen, die sich durch den Ansatz „$\gamma_G(g+P)$“ gegenüber „EC 2“ ergeben.

Danach sind die jeweils erreichten Zuverlässigkeiten für alle sechs betrachteten Grenzzustände dargestellt: Zug in der Unterspannung, Tragfähigkeit des Trägers für „Zug unten“ unter Volllast im Mittelfeld (MF), im Randfeld (RF) unter voller und halbseitiger Verkehrslast, sowie für „Zug oben“ im Leerzustand und unter halbseitiger Verkehrslast. Es zeigt sich, dass die Grenzzustände „Zug unten“ für den Träger im Randfeld in keinem Fall maßgebend werden, weil stets in Feldmitte geringere Zuverlässigkeiten erreicht werden. Einzige Ausnahme ist System 4 mit nur einer Luftstütze in Feldmitte.

Hierauf folgen die Ergebnisse der Berechnungen für die Behandlung der Vorspannung gemäß dem in Kapitel 4.4 vorgestellten Vorschlag im Vergleich zum Ansatz „EC 2“. Dargestellt sind die Zuverlässigkeiten für den Träger unter Volllast in Feldmitte (Ausnahme System 4), sowie wiederum die möglichen Materialeinsparungen. Da für die Dimensionierung der Unterspannung bei diesen beiden Ansätzen $\gamma_{P,sup} = 1{,}2$ gilt, sind die Unterspannungsquerschnitte gleich. Es werden zusätzlich die möglichen Reduktionen der Bewehrungsquerschnitte in Feldmitte dargestellt.

Zum Schluss folgen die theoretischen Durchbiegungen des Trägers ohne Unterspannung unter Eigenlasten, jeweils an den Luftstützen und in Feldmitte. Mit dem Verformungskriterium gemäß Gl. (4.3) kann somit abgeschätzt werden, ob verformungsintensive Systeme vorliegen, bei denen davon ausgegangen werden kann, dass durch Kontrollmaßnahmen Korrelation zwischen Eigenlasten und Vorspannung besteht (s. Kap. 4.4).

Wenn Besonderheiten bei einzelnen Systemen vorliegen, wird auf sie kurz eingegangen.

Im Folgenden werden einige Erkenntnisse, die in Kapitel 4 ausführlich erläutert sind, kurz wiederholt. Sie werden ergänzt um einige Tendenzen, die sich aus der Betrachtung der unterschiedlichen Systeme ergeben. Diese bringen jedoch im Hinblick auf die Zuverlässigkeitsbetrachtungen in Kapitel 4 keine zusätzlichen Erkenntnisse, sondern dienen nur der Erläuterung.

- Vorhandensein der Korrelation: Alle Systeme bis auf die „typischen Spannbetonträger“ (Systeme 11 und 12) erfüllen das Kriterium nach Gl. (4.3) für die Gewährleistung der Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung durch Verformungskontrolle während des Vorspannens. Sie können also nach dem Vorschlag in Kapitel 4.4 bemessen werden.
- Praxistauglichkeit: Im Bereich der praxisrelevanten Lastzusammensetzungen von $\chi < 0{,}4$ bis 0,5 (d.h. $q_k/g_k < 0{,}67$ bis max. 1,0) sind die Durchbiegungen unter Volllast bei allen Systemen kleiner als $l/200$, bei den „Spannbetonträgern“ (Systeme 11 und 12) sogar kleiner als $l/500$ und bei den „mittelsteifen“ Trägern (Systeme 8-10) kleiner als $l/400$. Bei höheren veränderlichen Lasten werden die Verformungen für praktische Anwendungen zu groß. Im Folgenden wird nur auf den praxisnahen Bereich Bezug genommen.
- Steifigkeitsverhältnisse: Für die typischen Unterspannungen (Systeme 1-7) liegen die Werte von $EI_T/EA_U f^2$ zwischen ca. 0,3 und 1,1, für die „mittelsteifen“ Träger zwischen ca. 1,1 und 2,5. Die Spannbetonträger weisen Werte von über 10 auf.
- Hängewerkwirkung: Der Anteil, den die Vorspannung an den Gesamtbeanspruchungen in der Unterspannung unter Volllast hat ($\sigma_P/\sigma_{g+P+q}$), beträgt bei den typischen unterspannten Trägern 0,4 bis 0,55, bei den mittelsteifen Trägern 0,6 bis 0,75 und bei den Spannbetonträgern mehr als 0,95.

- Der Einfluss der unterschiedlichen Betongüten auf die Dimensionierung der Unterspannung und der Bewehrung sowie auf das Tragverhalten ist sehr gering (z.B. Vergleich der Systeme 1b und 1c).
- Das Material für die Unterspannung hat großen Einfluss auf Dimensionierung und Tragverhalten: Gegenüber den Spanngliedern haben die Seile einen ca. 0,82-fachen E-Modul und einen ca. 0,54-fachen Bemessungswert der Festigkeit (unter Berücksichtigung von Füll- und Verseilfaktor). Dies schlägt sich in der Dimensionierung so nieder, dass bei sonst gleichen Systemen die Querschnitte der Seile 1,9-fach bis 2,4-fach größer sind als die der Spannglieder. Das bedeutet, dass die Unterspannungen aus Seilen größere Steifigkeit und größere Tragfähigkeit (mindestens $0{,}54 \cdot 1{,}9 = 1{,}03$-fach) aufweisen und sich somit günstig auf die Bemessung des Trägers auswirken. Die $EI_T/EA_U f^2$-Werte dieser Systeme sind geringer, und die Hängewerkwirkung ist größer als bei den entsprechenden Systemen, die mit Spanngliedern unterspannt sind.
- Die möglichen Einsparungen an Stahl sind bei allen Systemen sehr groß, wenn mit dem Ansatz „$\gamma_G(g+P)$" statt nach „EC 2" dimensioniert wird. Am größten ist das Einsparpotential bei den kleinen $\chi$-Werten, d.h. wenn nur geringe veränderliche Lasten vorhanden sind und ständige Lasten und Vorspannung einen entsprechend großen Einfluss haben. Beim Vergleich von ansonsten identischen Systemen fällt auf, dass die möglichen Materialeinsparungen bei Verwendung von Seilen statt Spanngliedern deutlich geringer ausfallen. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Seile größere Querschnitte aufweisen als die entsprechenden Spannglieder, und der Ansatz für die Teilsicherheitsbeiwerte sich auf die jeweils erforderlichen Unterspannungsquerschnitte nur geringfügig auswirkt. Die möglichen Einsparungen in der Bewehrung fallen daher bei den Systemen mit Seilen weniger ins Gewicht. Betrachtet man die mit den Festigkeiten gewichteten Stahlmengen, wird dieser Effekt deutlich reduziert, weil die größeren Seilquerschnitte mit ihrer gegenüber den Spanngliedern geringeren Bemessungsfestigkeit gewichtet werden.
- Zuverlässigkeit der Unterspannung: Die Aussagen in den Kapiteln 4.3 und 4.4 zeigen sich für alle betrachteten Systeme gültig: Wenn die Beanspruchung der Unterspannung durch die Vorspannung dominiert wird, sind die Zuverlässigkeiten gering (Systeme 11 und 12). Die geringfügigen Unterschreitungen des geforderten Niveaus bei den mittelsteifen Trägern (Systeme 8a, 9 und 10) bei sehr kleinen $\chi$-Werten sind akzeptabel, weil dies keine praxisnahen Lastzusammensetzungen sind. Die Zugglieder aller mit Spanngliedern unterspannten Systeme mit weichem Versteifungsträger (Systeme 1-7) weisen für „EC 2" zufriedenstellende Zuverlässigkeiten auf, tendenziell sogar höhere als gefordert. Werden Seile verwendet, sind die Zuverlässigkeiten sehr hoch, was auf den großen Teilsicherheitsbeiwert von 1,65 zurückzuführen ist (s. Kap. 4.3.3.3). Der Einfluss einer Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung ist nur mäßig. Für „$\gamma_G(g+P)$" liegen die erreichten Zuverlässigkeiten höher.

- Zuverlässigkeit des Trägers hinsichtlich „Zug unten“: Die Verläufe der Zuverlässigkeiten unterscheiden sich nur wenig; die Aussagen in den Kapiteln 4.3 und 4.4 können also auf alle Systeme übertragen werden: „EC 2“ liefert etwas höhere Zuverlässigkeiten als bei nicht vorgespannten Tragwerken, „$\gamma_G(g+P)$“ führt in keinem Fall zu ausreichenden Zuverlässigkeiten. Der Einfluss der Korrelation ist groß.
- Zuverlässigkeit des Trägers hinsichtlich „Zug oben“: Auch hier zeigen sich nur geringfügige Unterschiede, so dass die Aussagen in den Kapiteln 4.3 und 4.4 gültig sind. Einige Besonderheiten sind bei den einzelnen Systemen erwähnt.

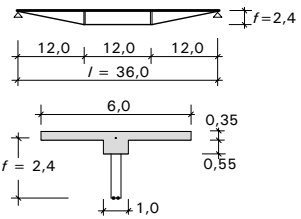
Anwendung des Vorschlags aus Kapitel 4.4 zur Berücksichtigung einer Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung:

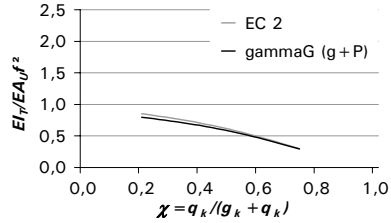
- Zuverlässigkeit des Trägers hinsichtlich „Zug unten“: Für alle untersuchten Systeme außer den Spannbetonträgern (11 und 12) wird das angestrebte Zuverlässigkeitsniveau von $\beta = 4{,}6$ erreicht oder überschritten. Für die Spannbetonträger ist aufgrund ihrer hohen Biegesteifigkeit nicht von einer Korrelation zwischen Eigenlasten und Vorspannung auszugehen, so dass für sie eine Bemessung nach dem Vorschlag in Kapitel 4.4 ohnehin nicht in Frage kommt.
- Die möglichen Materialeinsparungen sind hier nur etwa halb so groß wie bei der Bemessung mit dem Ansatz „$\gamma_G(g+P)$“, jedoch werden mit diesem keine ausreichenden Zuverlässigkeiten erreicht. Es zeigt sich, dass die Bewehrungsquerschnitte je nach System bei $\chi = 0{,}2$ um ca. 25-35%, bei $\chi = 0{,}5$ immer noch um 10-18% reduziert werden können.

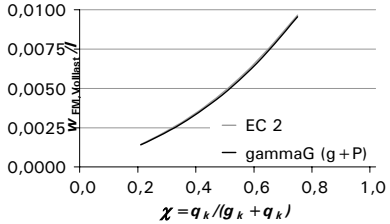
System 1a

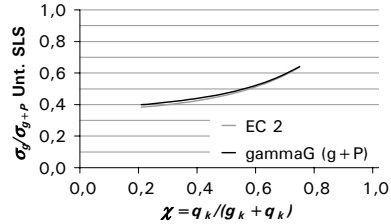
Träger: C 40/50, S 500
Unterspannung: Spannglieder St 1570/1770

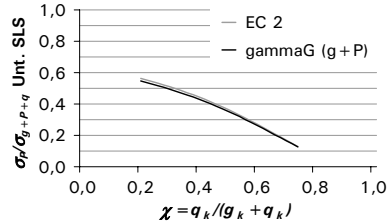
(System A in Kapitel 4)

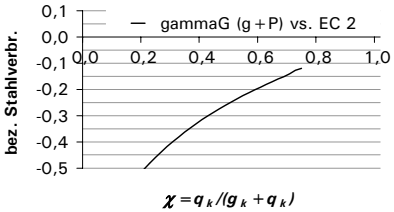


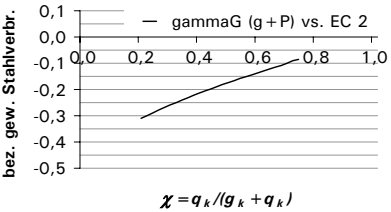



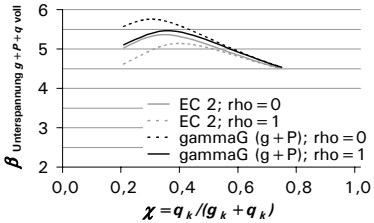



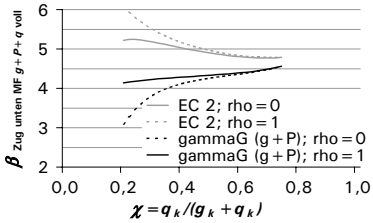



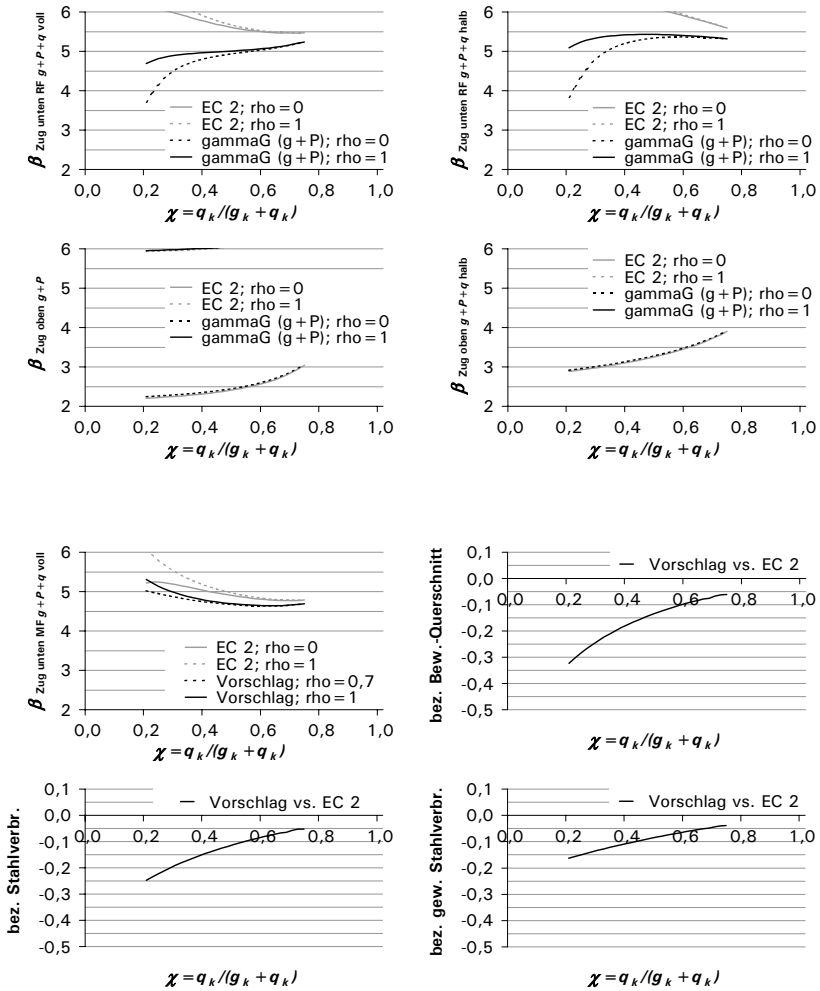



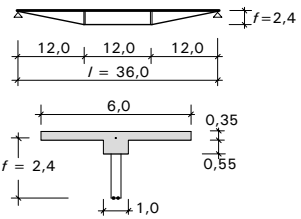



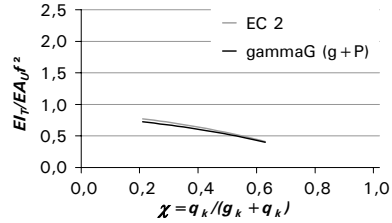


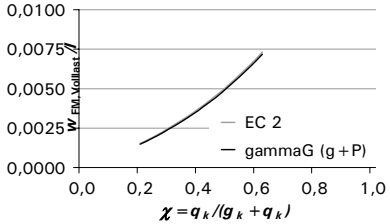

Theoretische Durchbiegungen des Trägers unter Eigenlasten: $w_{LS} = 291$ mm, $w_{FM} = 335$ mm.
Toleranz der Gradiente gemäß ZTV-K (1996): $h_{x\,LS} = 23$ mm, $h_{x\,FM} = 24$ mm.
Daher kann gemäß dem Verformungskriterium in Gl. (4.3) von einer vorhandenen Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung ausgegangen werden.

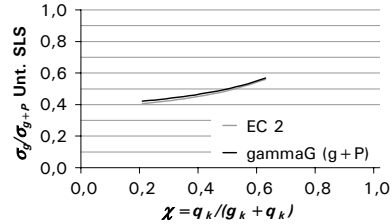
System 1b

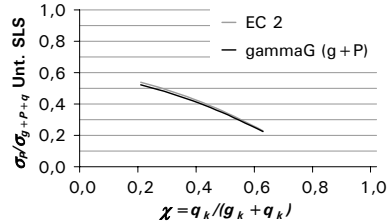
Träger: C 30/37, S 500
Unterspannung: Spannglieder St 1570/1770

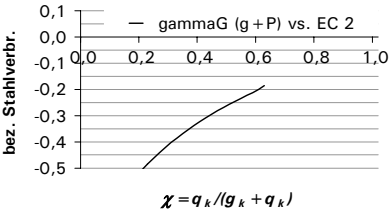


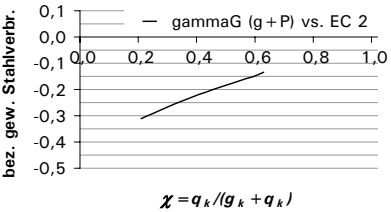



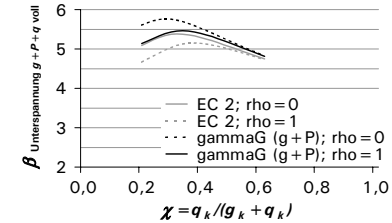



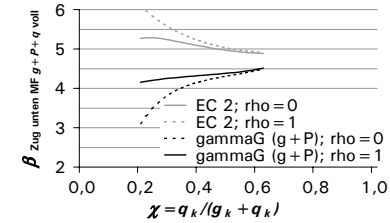



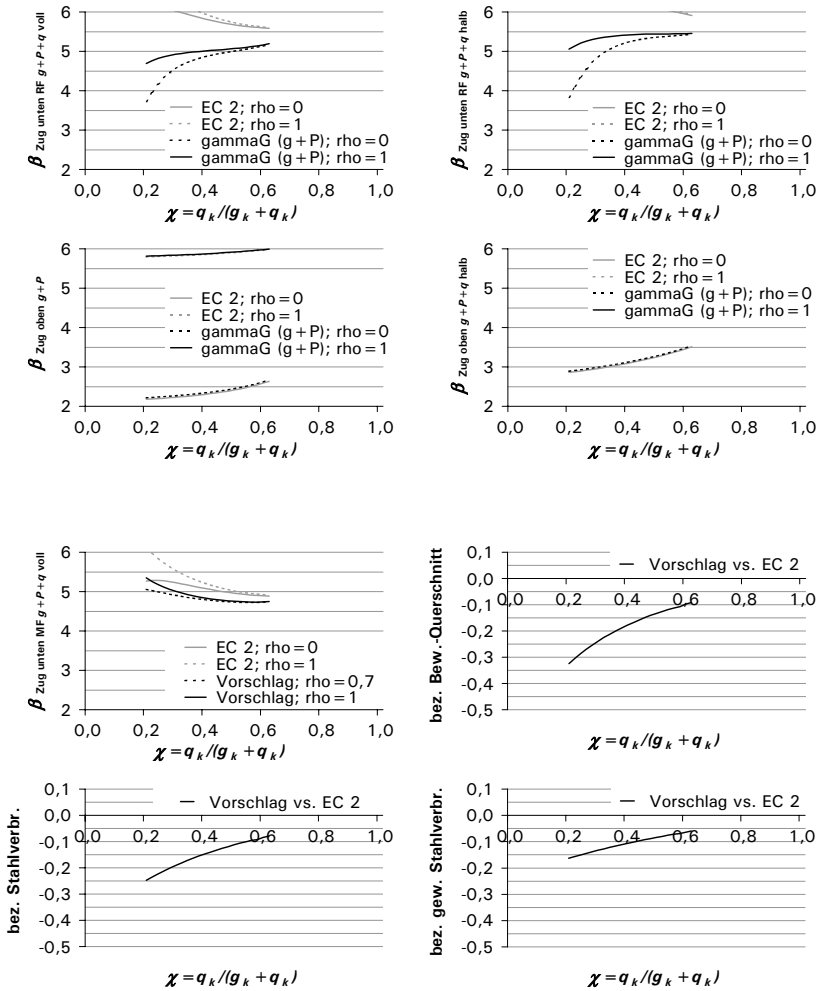



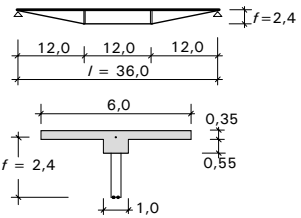



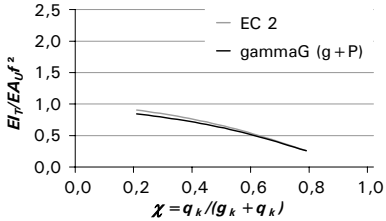


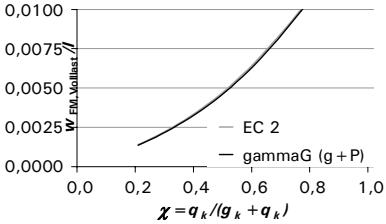

Theoretische Durchbiegungen des Trägers unter Eigenlasten: $w_{LS} = 318$ mm, $w_{FM} = 366$ mm.
Toleranz der Gradiente gemäß ZTV-K (1996): $h_{x\,LS} = 23$ mm, $h_{x\,FM} = 24$ mm.
Daher kann gemäß dem Verformungskriterium in Gl. (4.3) von einer vorhandenen Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung ausgegangen werden.

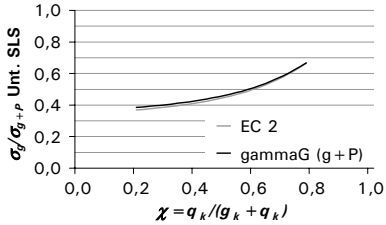
System 1c

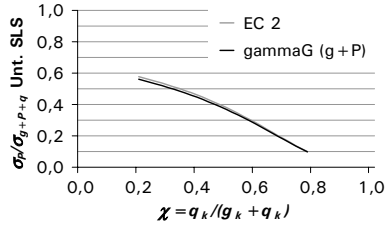
Träger: C 50/60, S 500
Unterspannung: Spannglieder St 1570/1770

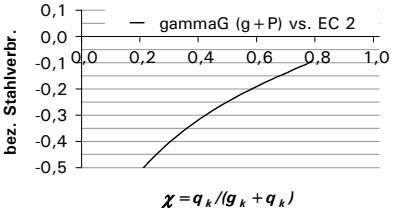


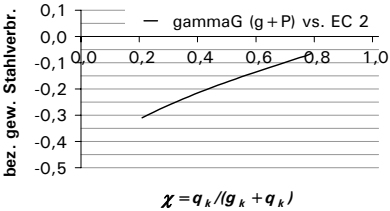



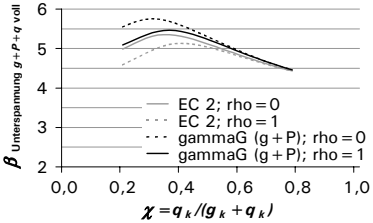



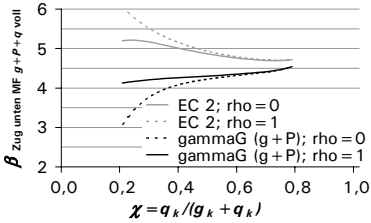



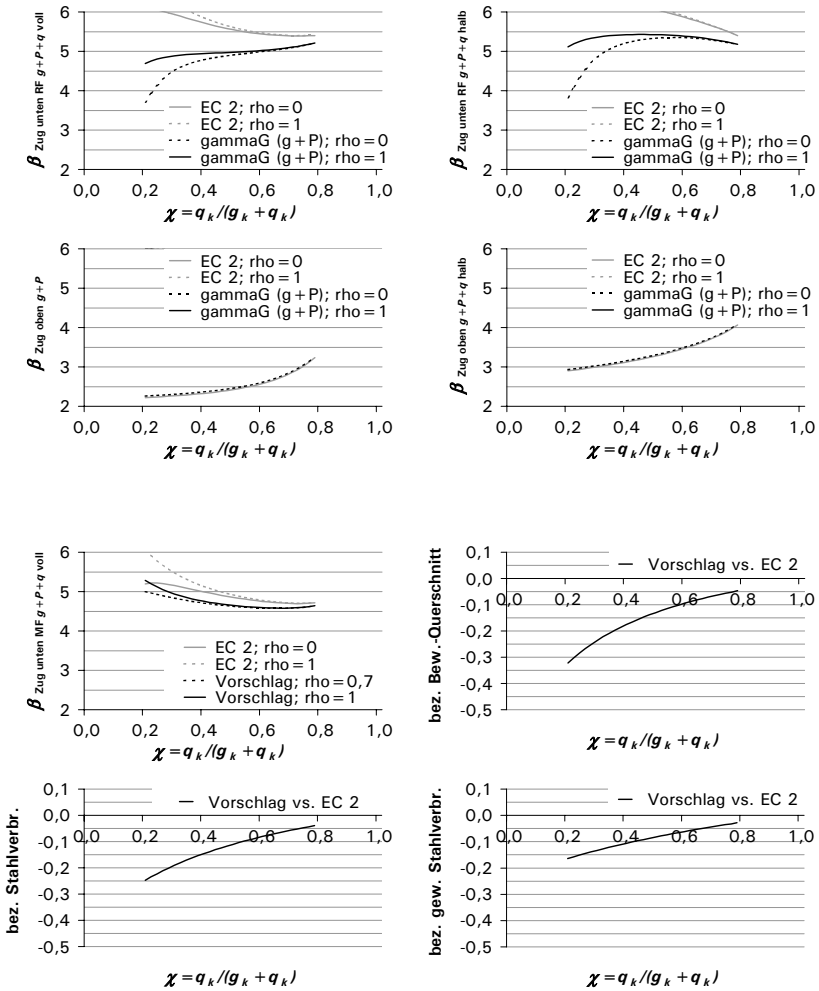



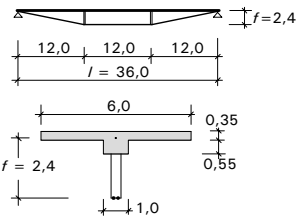



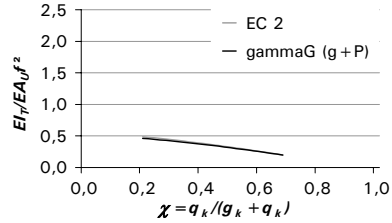


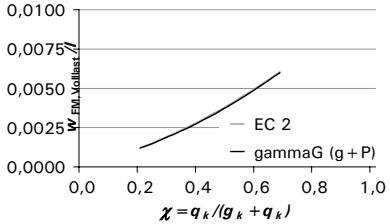

Theoretische Durchbiegungen des Trägers unter Eigenlasten: $w_{LS} = 275$ mm, $w_{FM} = 317$ mm.
Toleranz der Gradiente gemäß ZTV-K (1996): $h_{x\,LS} = 23$ mm, $h_{x\,FM} = 24$ mm.
Daher kann gemäß dem Verformungskriterium in Gl. (4.3) von einer vorhandenen Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung ausgegangen werden.

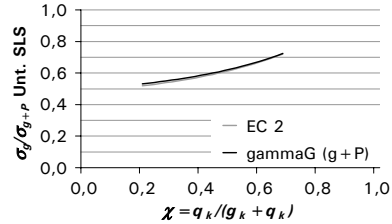
System 1d

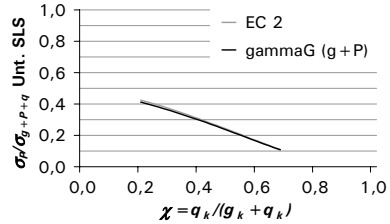
Träger: C 30/37, S 500
Unterspannung: Seile
$f_{u,k} = 1570$ N/mm²

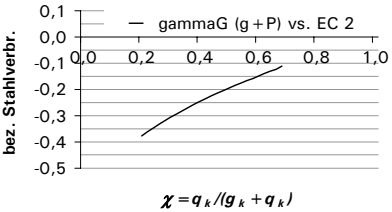


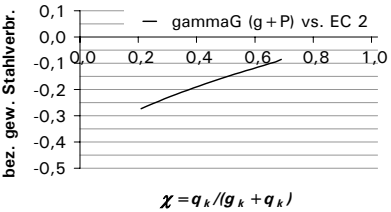



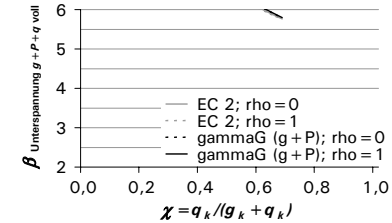



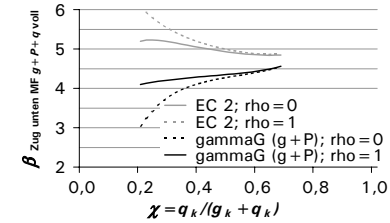



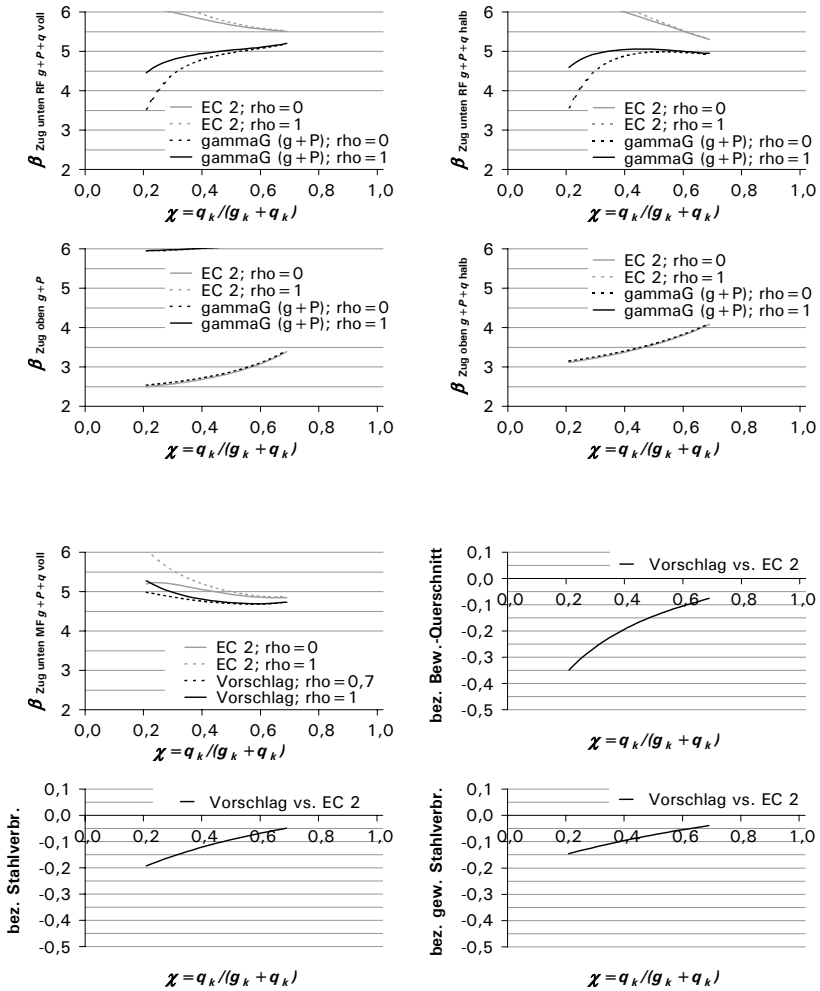



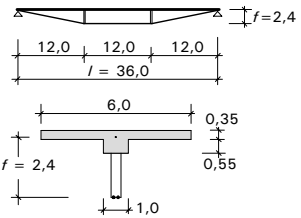



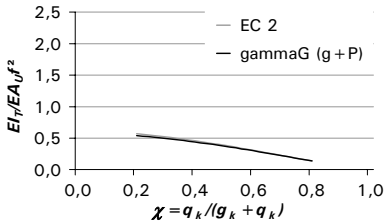


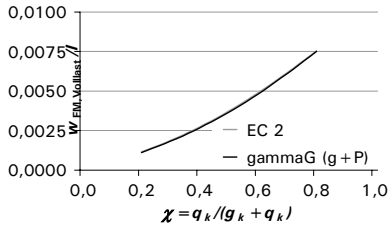

Theoretische Durchbiegungen des Trägers unter Eigenlasten: $w_{LS} = 318$ mm, $w_{FM} = 366$ mm.
Toleranz der Gradiente gemäß ZTV-K (1996): $h_{x\,LS} = 23$ mm, $h_{x\,FM} = 24$ mm.
Daher kann gemäß dem Verformungskriterium in Gl. (4.3) von einer vorhandenen Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung ausgegangen werden.

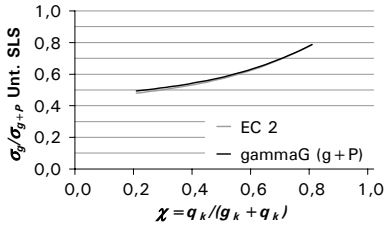
System 1e

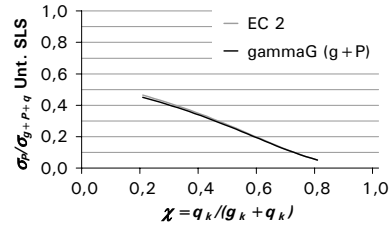
Träger: C 50/60, S 500
Unterspannung: Seile
$f_{u,k} = 1570$ N/mm²

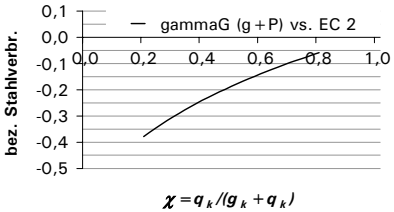


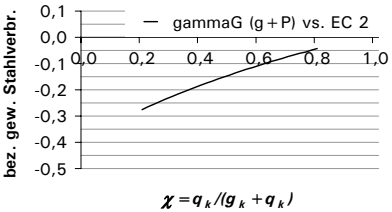



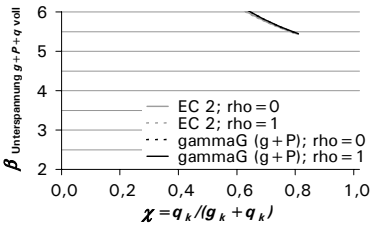



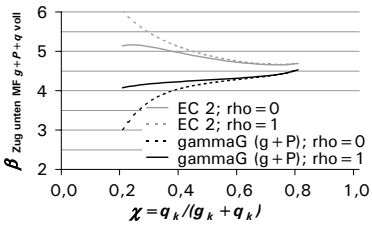



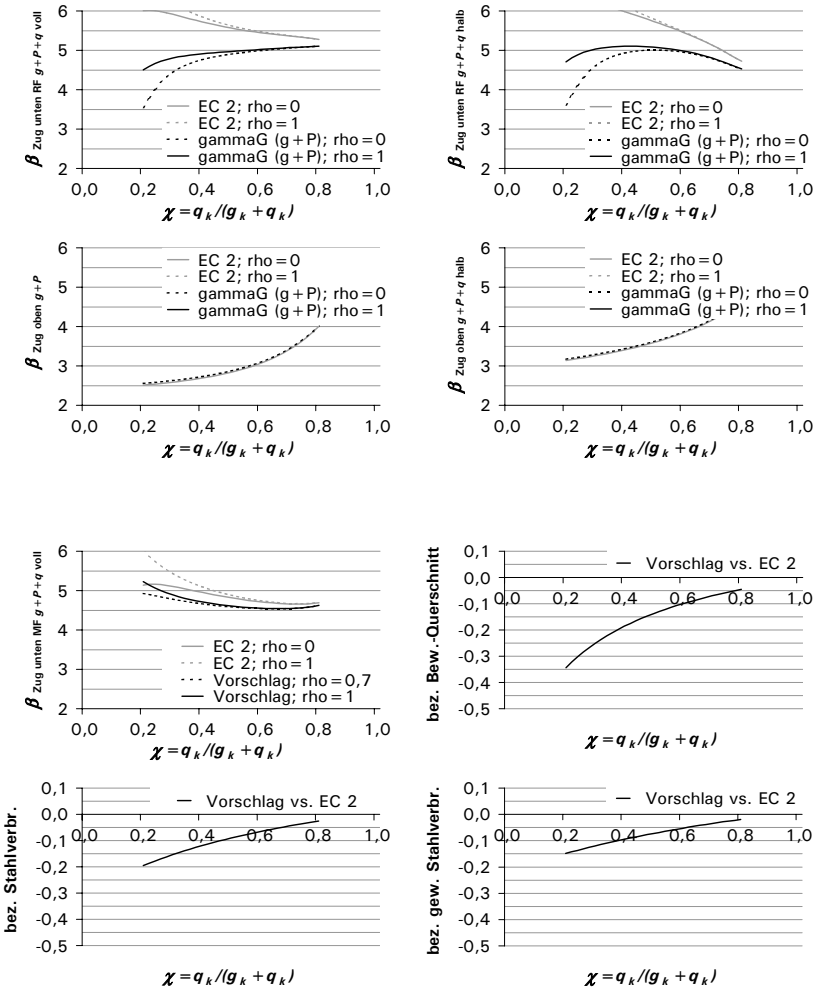



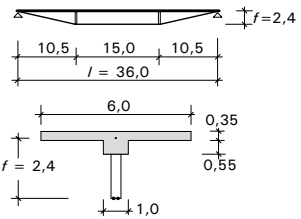



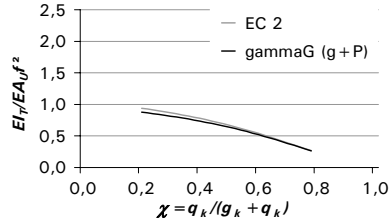


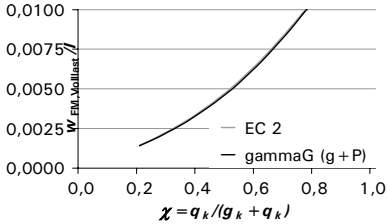

Theoretische Durchbiegungen des Trägers unter Eigenlasten: $w_{LS} = 275$ mm, $w_{FM} = 317$ mm.
Toleranz der Gradiente gemäß ZTV-K (1996): $h_{x\,LS} = 23$ mm, $h_{x\,FM} = 24$ mm.
Daher kann gemäß dem Verformungskriterium in Gl. (4.3) von einer vorhandenen Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung ausgegangen werden.

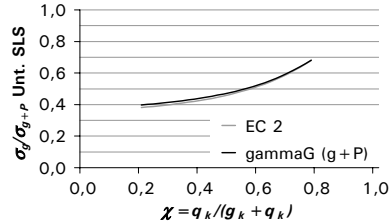
System 2

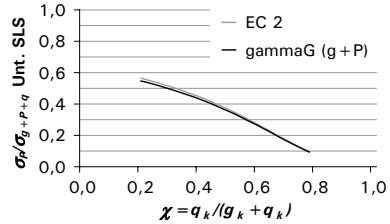
Träger: C 50/60, S 500
Unterspannung: Spannglieder St 1570/1770

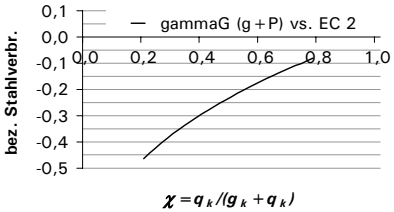


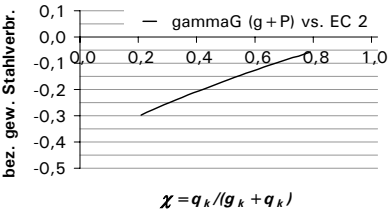



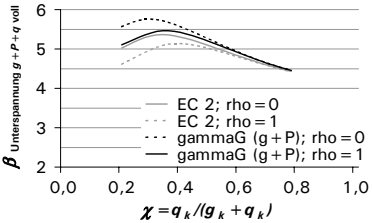



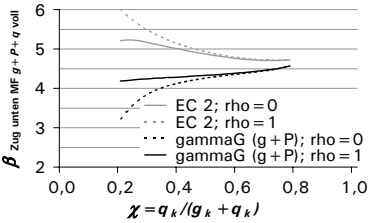



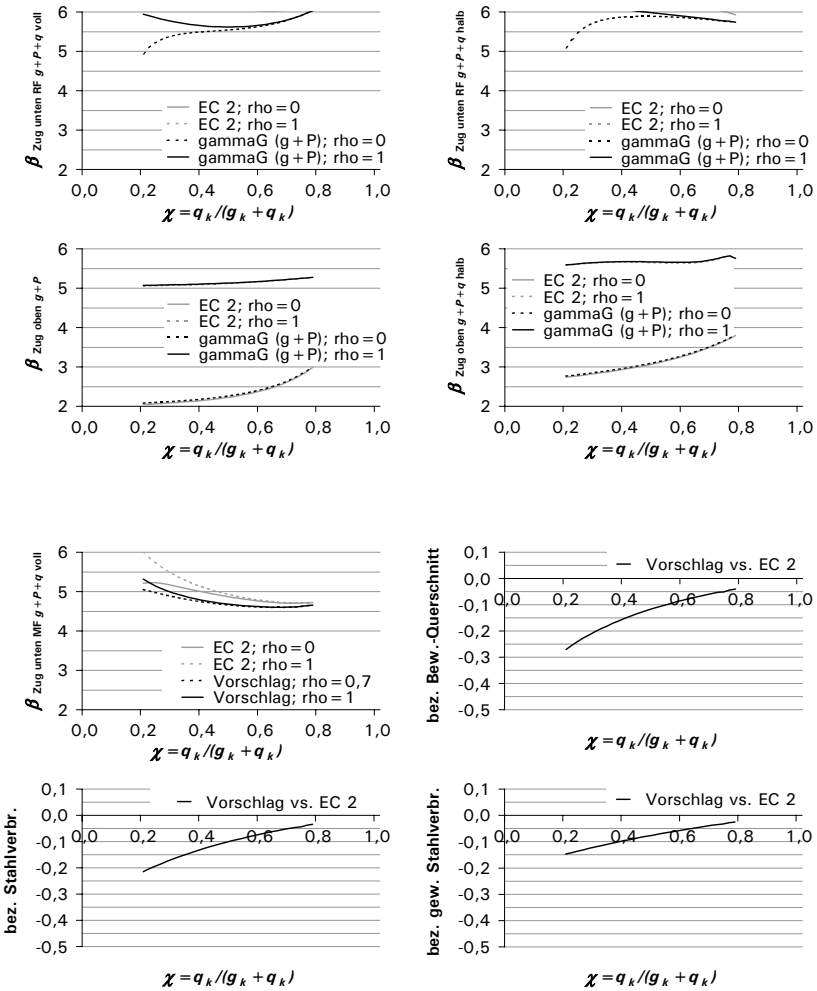



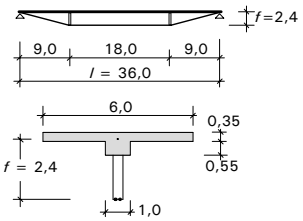



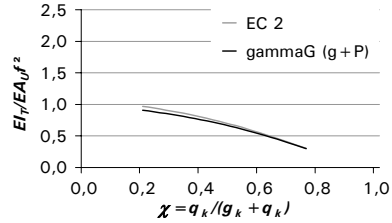


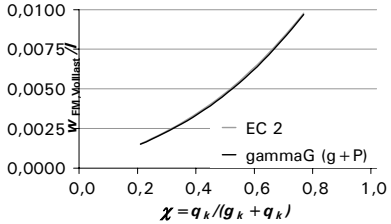

Theoretische Durchbiegungen des Trägers unter Eigenlasten: $w_{LS} = 253$ mm, $w_{FM} = 317$ mm.
Toleranz der Gradiente gemäß ZTV-K (1996): $h_{x\,LS} = 22$ mm, $h_{x\,FM} = 24$ mm.
Daher kann gemäß dem Verformungskriterium in Gl. (4.3) von einer vorhandenen Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung ausgegangen werden.

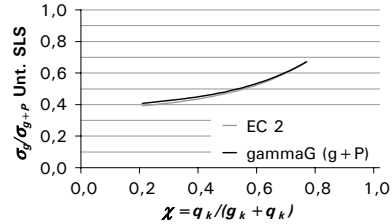
System 3

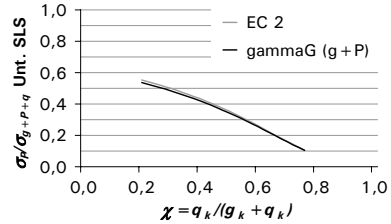
Träger: C 50/60, S 500
Unterspannung: Spannglieder St 1570/1770

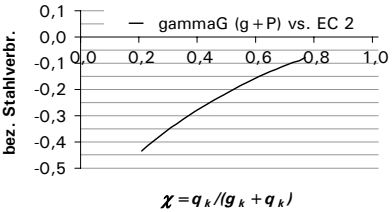


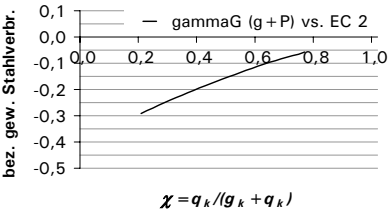



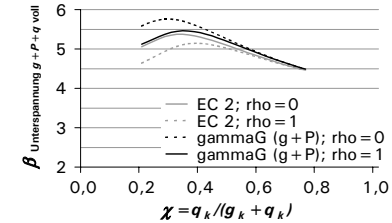



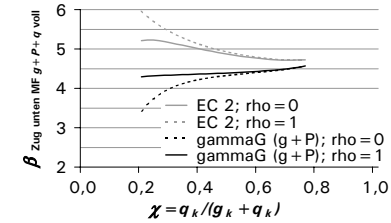



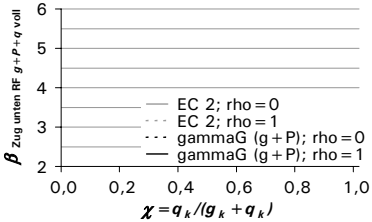



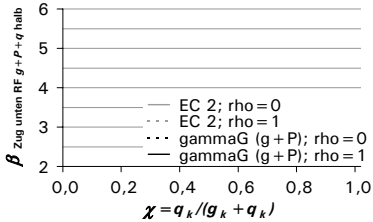



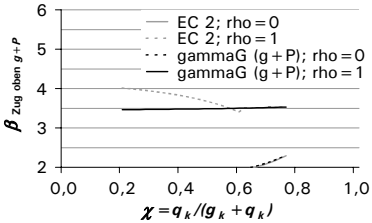



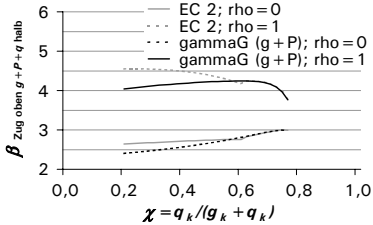



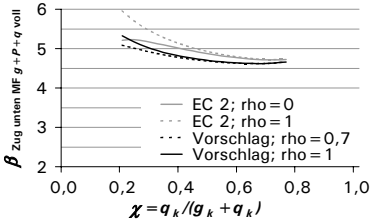



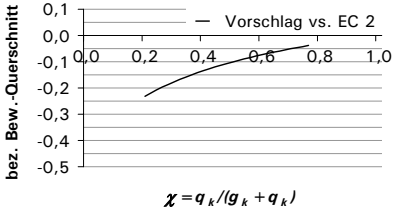


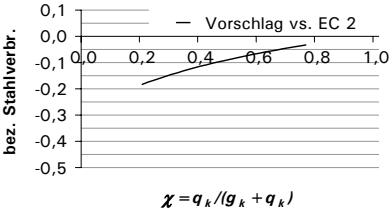



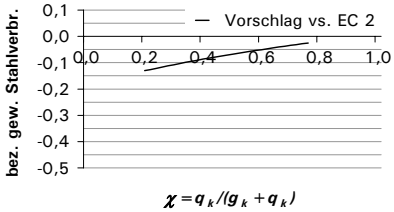



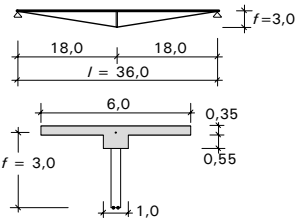



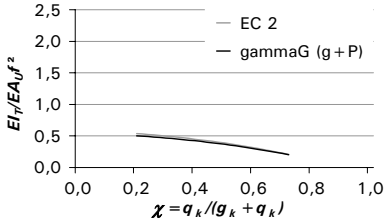

Theoretische Durchbiegungen des Trägers unter Eigenlasten: $w_{LS} = 226$ mm, $w_{FM} = 317$ mm.
Toleranz der Gradiente gemäß ZTV-K (1996): $h_{x\,LS} = 21$ mm, $h_{x\,FM} = 24$ mm.
Daher kann gemäß dem Verformungskriterium in Gl. (4.3) von einer vorhandenen Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung ausgegangen werden.

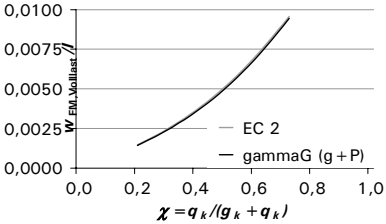
Für „Zug oben" ergibt sich (nur) beim Ansatz „EC 2" in der Bemessung bis $\chi = 0{,}6$ obere Bewehrung. Daher sind die dort erreichten Zuverlässigkeiten höher als nach „$\gamma_G(g+P)$".

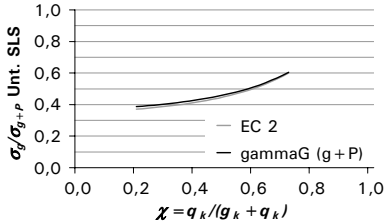
System 4

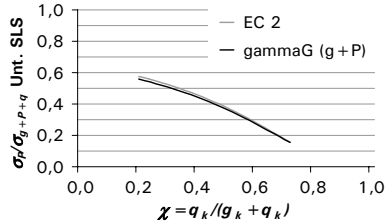
Träger: C 40/50, S 500
Unterspannung: Spannglieder St 1570/1770

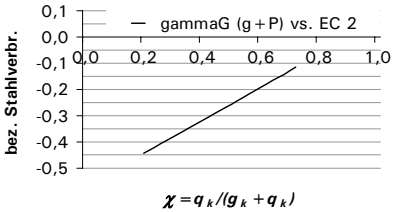


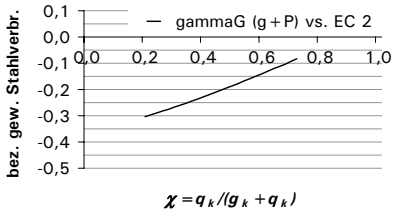



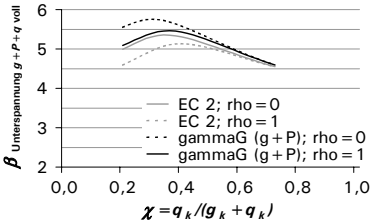



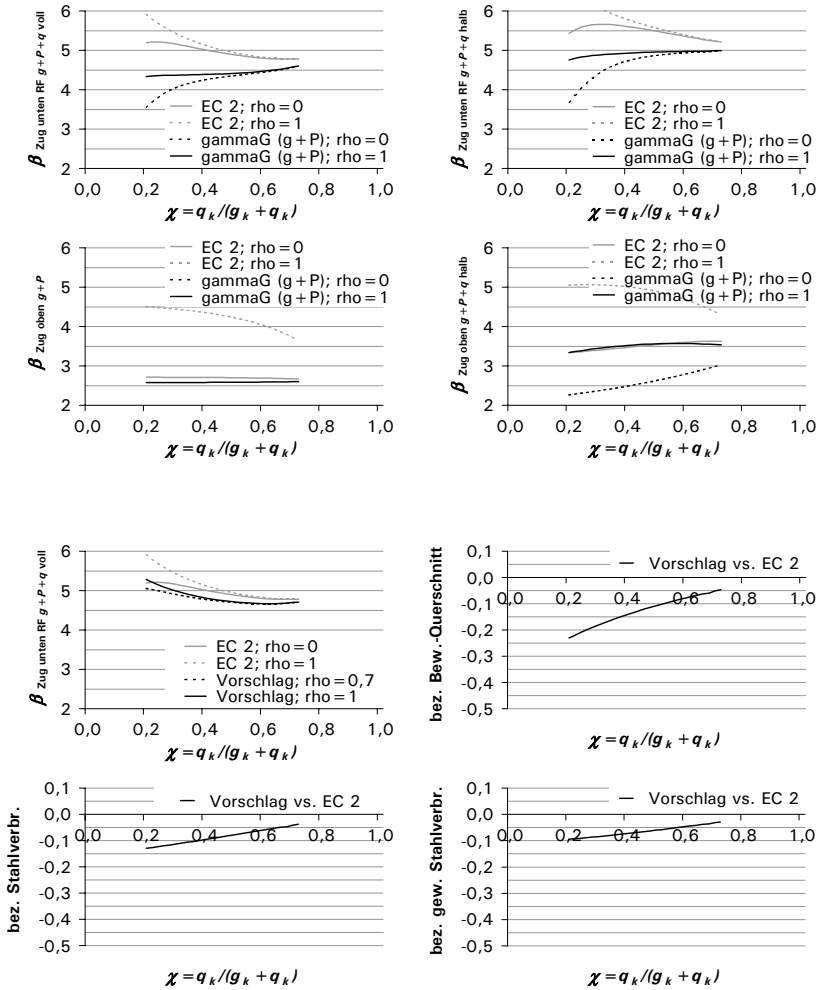





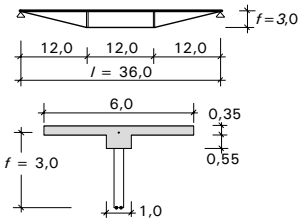

Theoretische Durchbiegungen des Trägers unter Eigenlasten: $w_{LS} = w_{FM} = 335$ mm.
Toleranz der Gradiente gemäß ZTV-K (1996): $h_{x\,LS} = h_{x\,FM} = 24$ mm.
Daher kann gemäß dem Verformungskriterium in Gl. (4.3) von einer vorhandenen Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung ausgegangen werden.

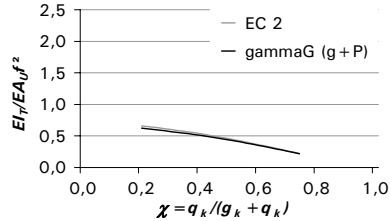
Für „Zug oben" ergibt sich (nur) beim Ansatz „EC 2" in der Bemessung obere Bewehrung. Daher sind die dort erreichten Zuverlässigkeiten höher als nach „$\gamma_G(g+P)$".

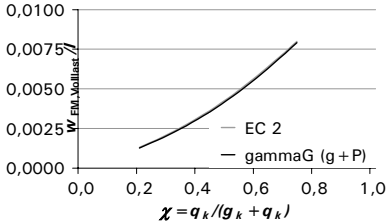
Für „Zug unten" ist in der Bemessung und in der Zuverlässigkeitsanalyse das Randfeld unter Volllast maßgebend. Der Zuverlässigkeitsindex für das Mittelfeld entfällt hier.

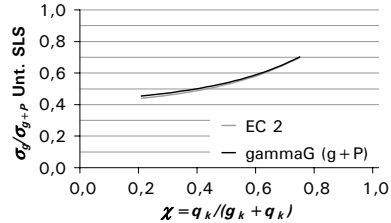
System 5a

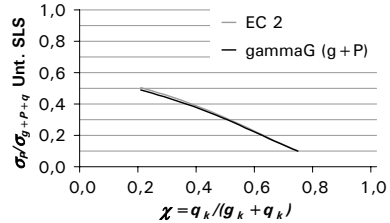
Träger: C 40/50, S 500
Unterspannung: Spannglieder St 1570/1770

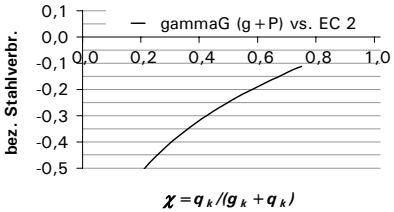


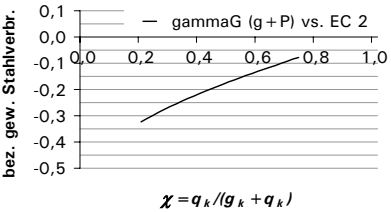



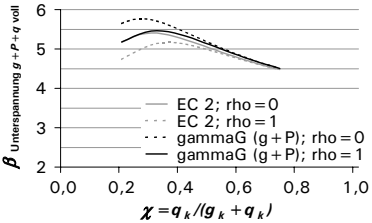



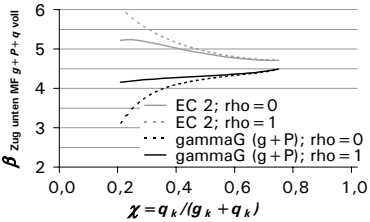



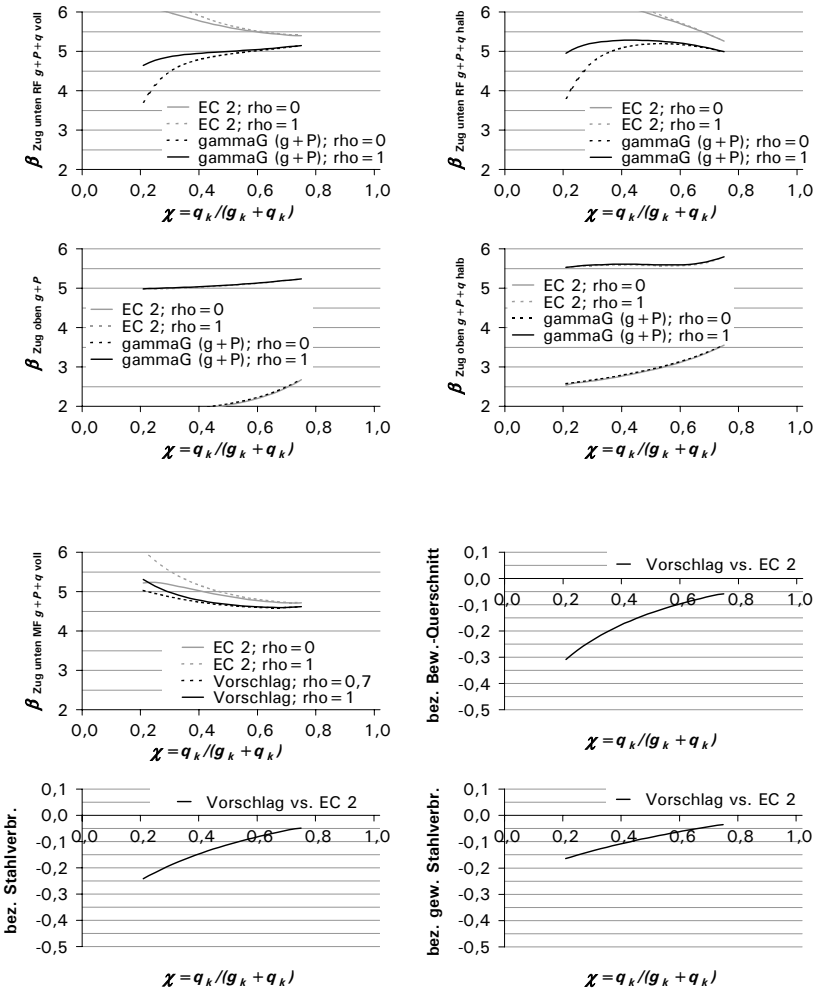



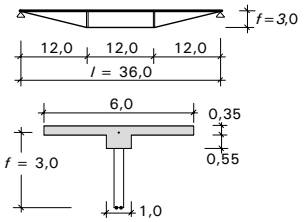



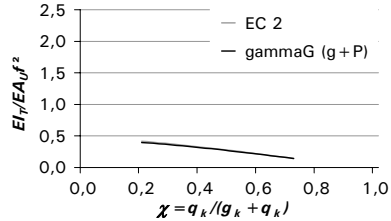


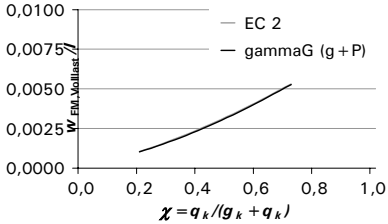

Theoretische Durchbiegungen des Trägers unter Eigenlasten: $w_{LS} = 291$ mm, $w_{FM} = 335$ mm.
Toleranz der Gradiente gemäß ZTV-K (1996): $h_{x\,LS} = 23$ mm, $h_{x\,FM} = 24$ mm.
Daher kann gemäß dem Verformungskriterium in Gl. (4.3) von einer vorhandenen Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung ausgegangen werden.

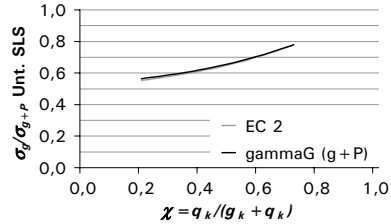
System 5b

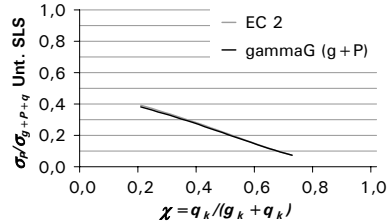
Träger: C 40/50, S 500
Unterspannung: Seile
$f_{u,k} = 1570$ N/mm²

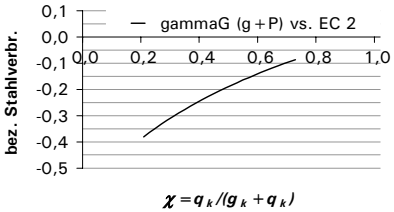


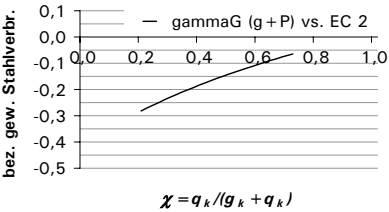



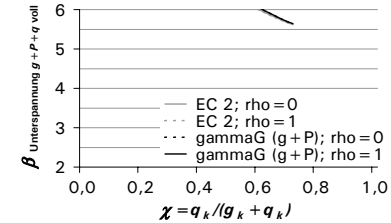



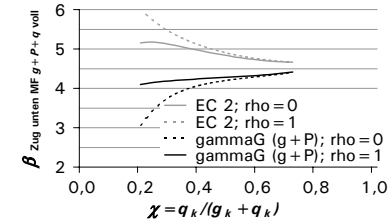



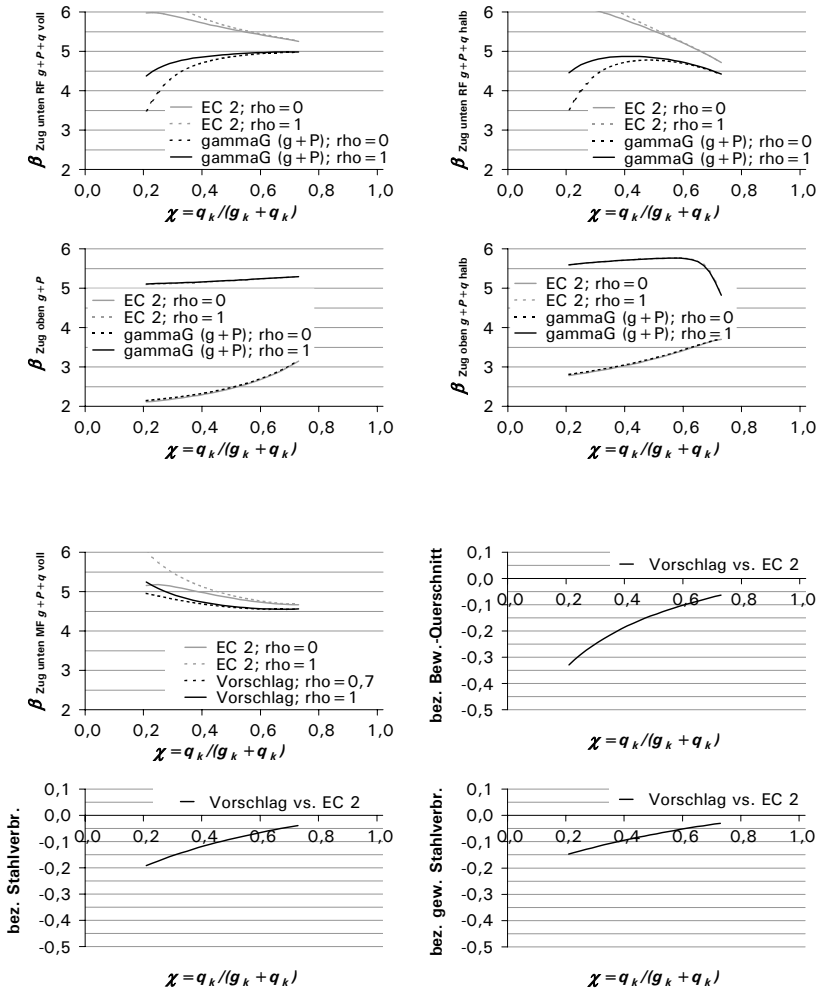



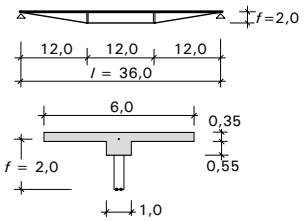


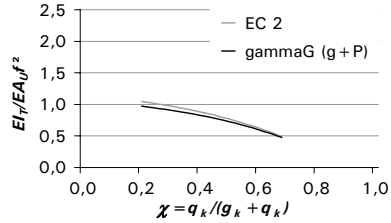

Theoretische Durchbiegungen des Trägers unter Eigenlasten: $w_{LS} = 291$ mm, $w_{FM} = 335$ mm.
Toleranz der Gradiente gemäß ZTV-K (1996): $h_{x\,LS} = 23$ mm, $h_{x\,FM} = 24$ mm.
Daher kann gemäß dem Verformungskriterium in Gl. (4.3) von einer vorhandenen Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung ausgegangen werden.

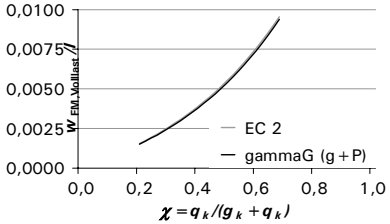
Für hohe $\chi$-Werte sind die Unterspannungen hier extrem steif ($EI_T/EA_U f^2$ nur ca. 0,1). Dadurch führt der symmetrische Anteil der halbseitigen Last nur zu sehr kleinen positiven Momenten an den Luftstützen, so dass die negativen Momente infolge des antimetrischen Anteils überwiegen. Dadurch fallen die Kurven $\rho = 1$ sehr stark ab. Für $\rho = 0$ resultiert die Beanspruchung hingegen vor allem aus den gegensinnig streuenden Einwirkungen Eigenlasten und Vorspannung, so dass die halbseitige Last nicht so ins Gewicht fällt.

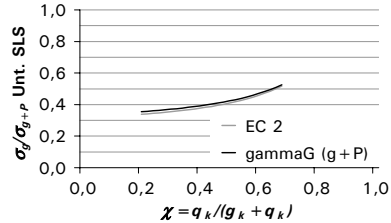
System 6a

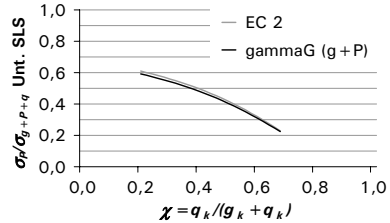
Träger: C 40/50, S 500
Unterspannung: Spannglieder St 1570/1770

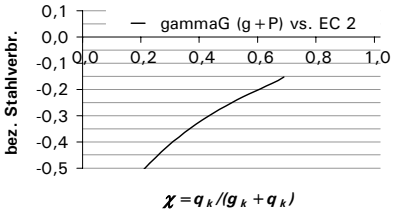


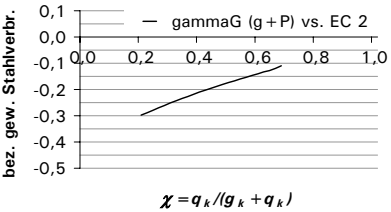



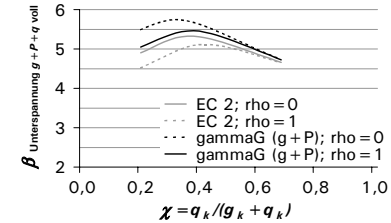



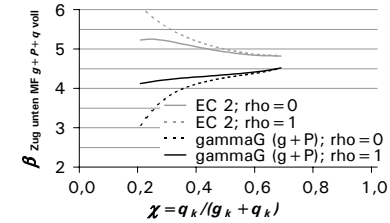



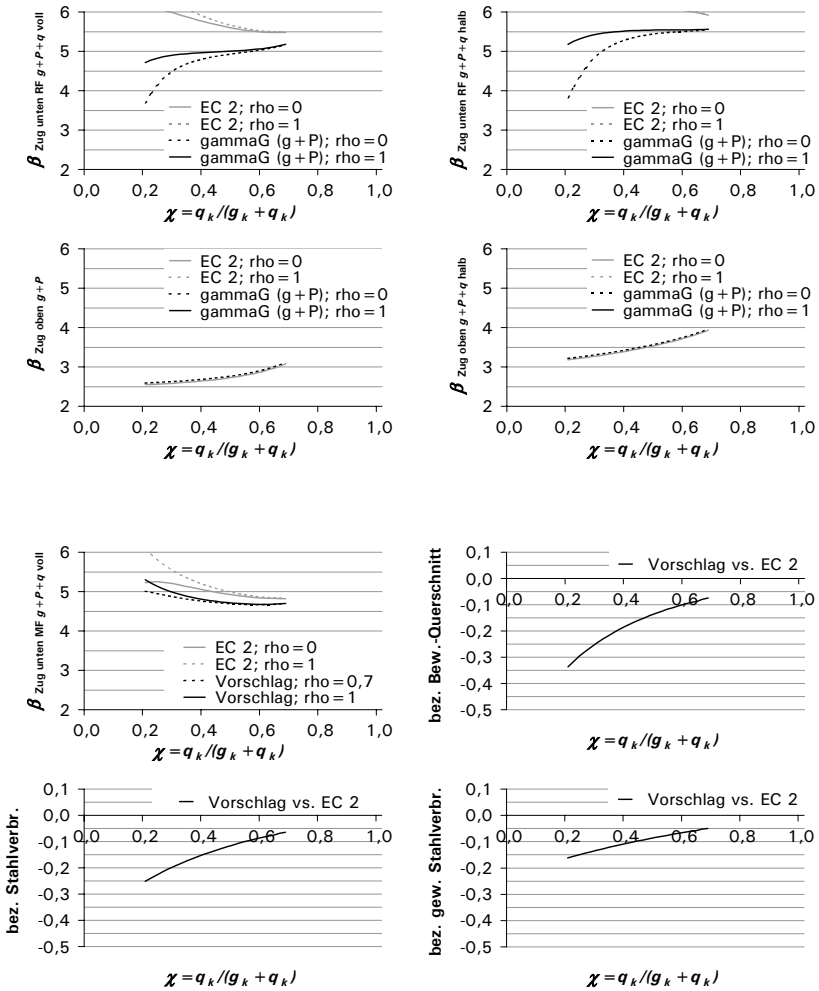



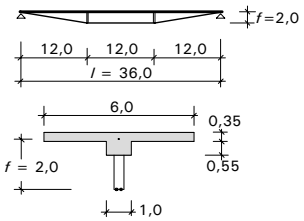



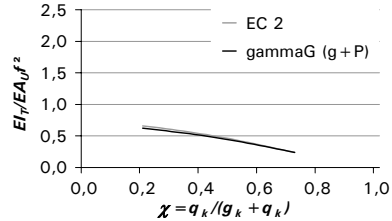


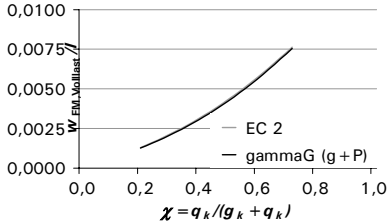

Theoretische Durchbiegungen des Trägers unter Eigenlasten: $w_{LS} = 291$ mm, $w_{FM} = 335$ mm.
Toleranz der Gradiente gemäß ZTV-K (1996): $h_{x\,LS} = 23$ mm, $h_{x\,FM} = 24$ mm.
Daher kann gemäß dem Verformungskriterium in Gl. (4.3) von einer vorhandenen Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung ausgegangen werden.

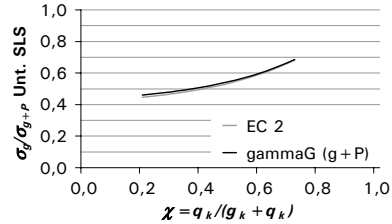
System 6b

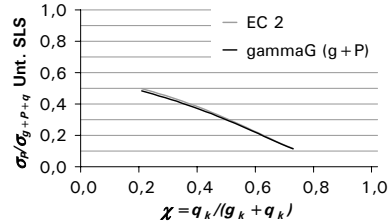
Träger: C 40/50, S 500
Unterspannung: Seile
$f_{u,k} = 1570$ N/mm²

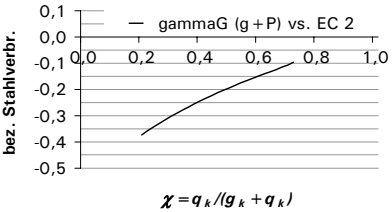


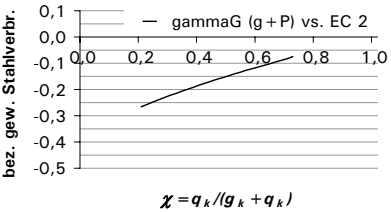



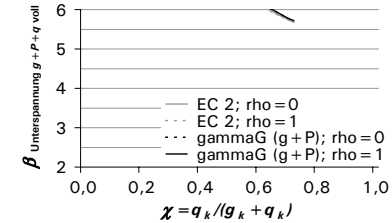



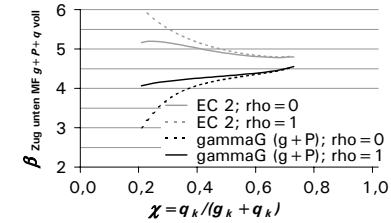



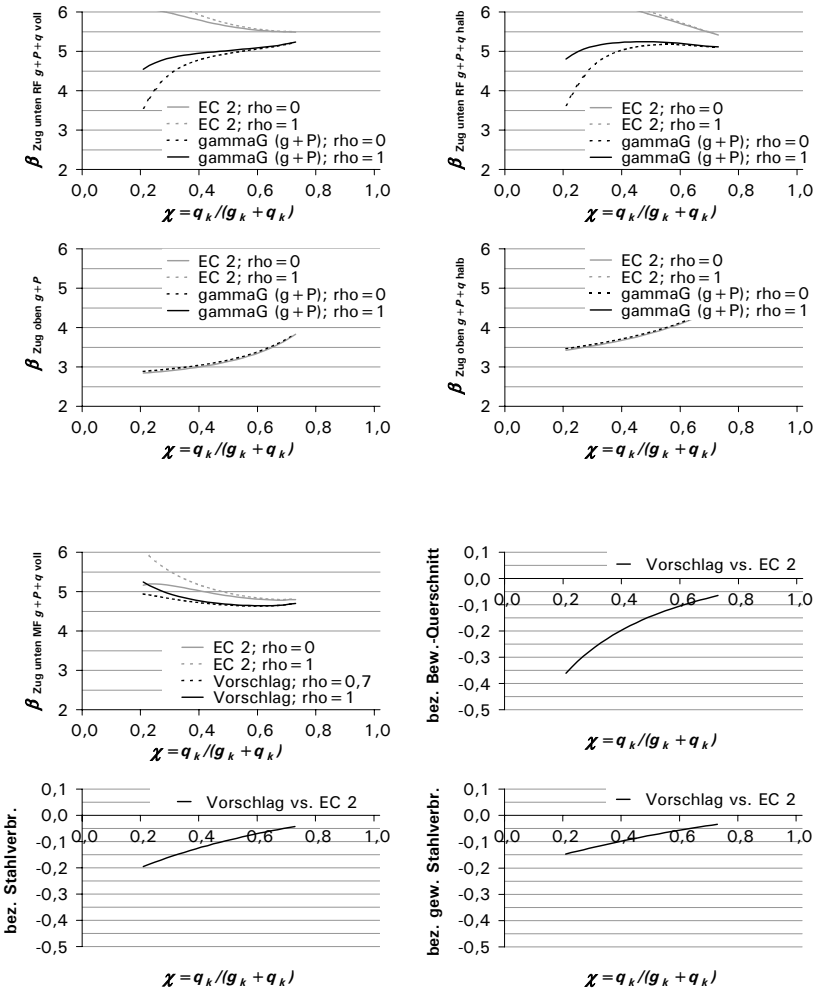



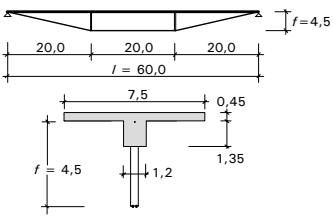



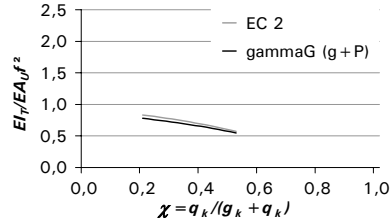


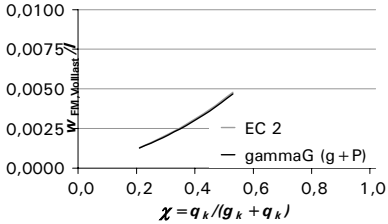

Theoretische Durchbiegungen des Trägers unter Eigenlasten: $w_{LS} = 291$ mm, $w_{FM} = 335$ mm.
Toleranz der Gradiente gemäß ZTV-K (1996): $h_{x\,LS} = 23$ mm, $h_{x\,FM} = 24$ mm.
Daher kann gemäß dem Verformungskriterium in Gl. (4.3) von einer vorhandenen Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung ausgegangen werden.

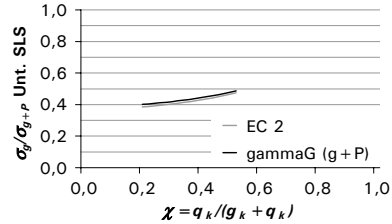
System 7a

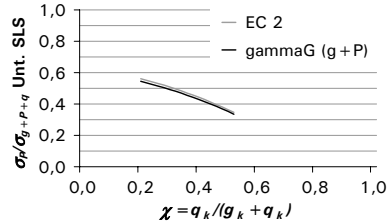
Träger: C 40/50, S 500
Unterspannung: Spannglieder St 1570/1770

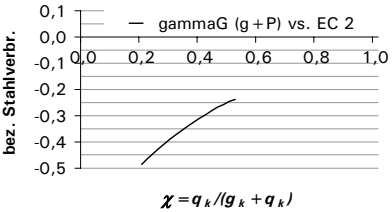


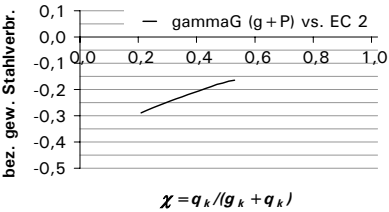



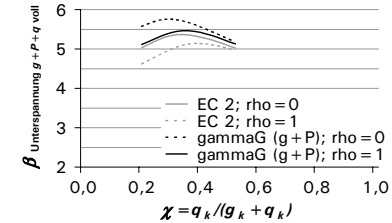



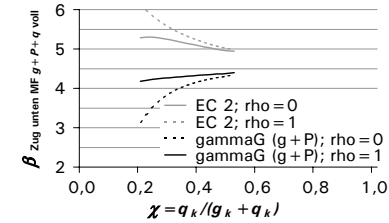



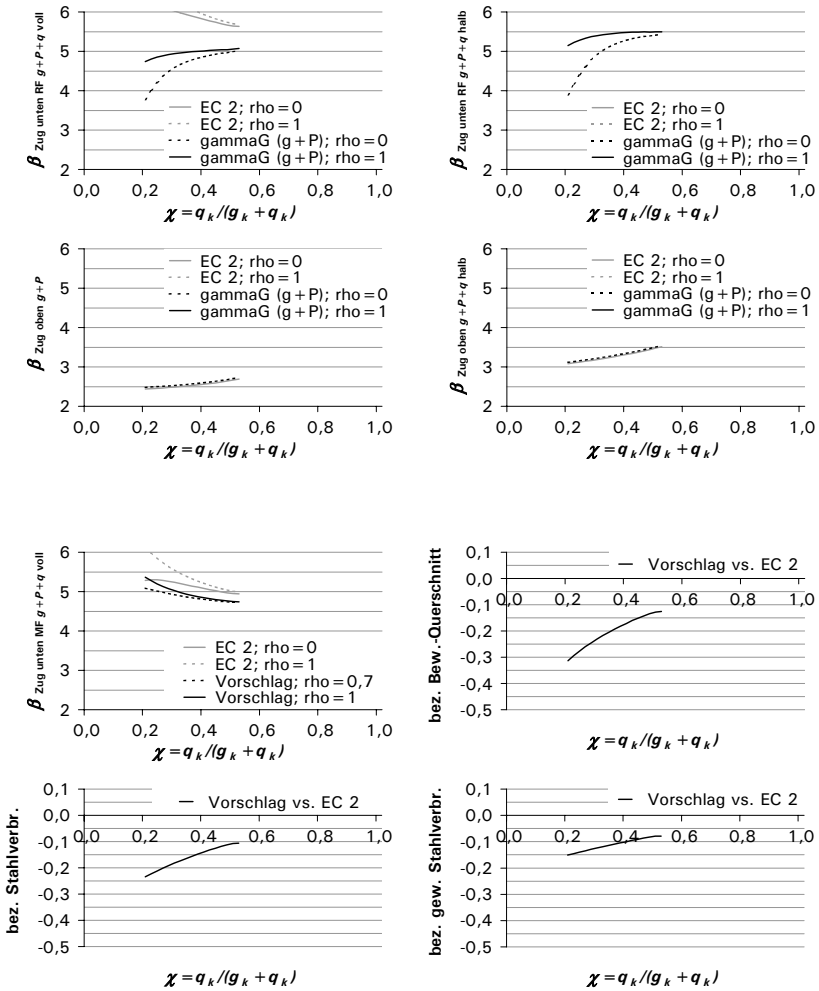



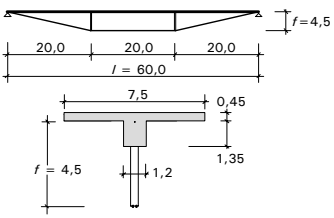



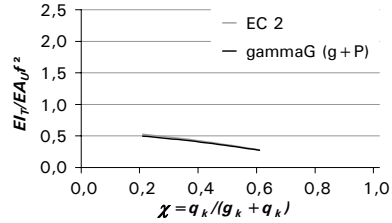


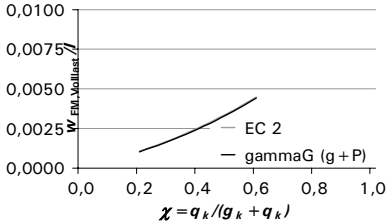

Theoretische Durchbiegungen des Trägers unter Eigenlasten: $w_{LS} = 438$ mm, $w_{FM} = 504$ mm.
Toleranz der Gradiente gemäß ZTV-K (1996): $h_{x\,LS} = 31$ mm, $h_{x\,FM} = 34$ mm.
Daher kann gemäß dem Verformungskriterium in Gl. (4.3) von einer vorhandenen Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung ausgegangen werden.

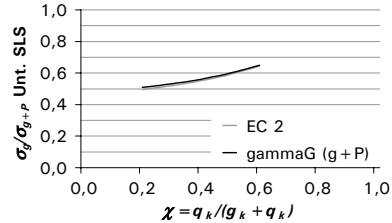
System 7b

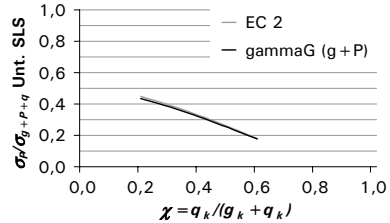
Träger: C 40/50, S 500
Unterspannung: Seile
$f_{u,k} = 1570$ N/mm²

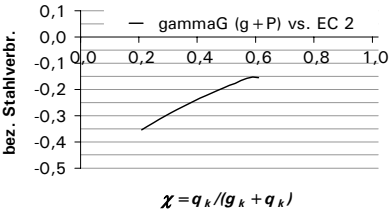


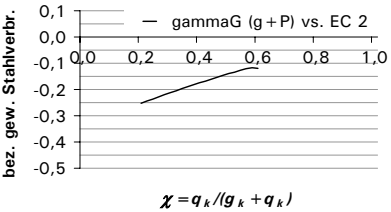



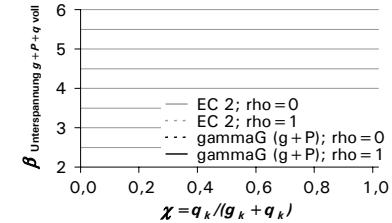



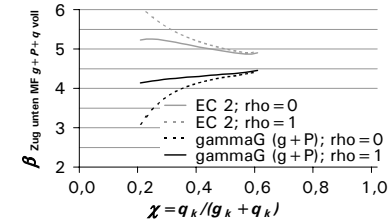



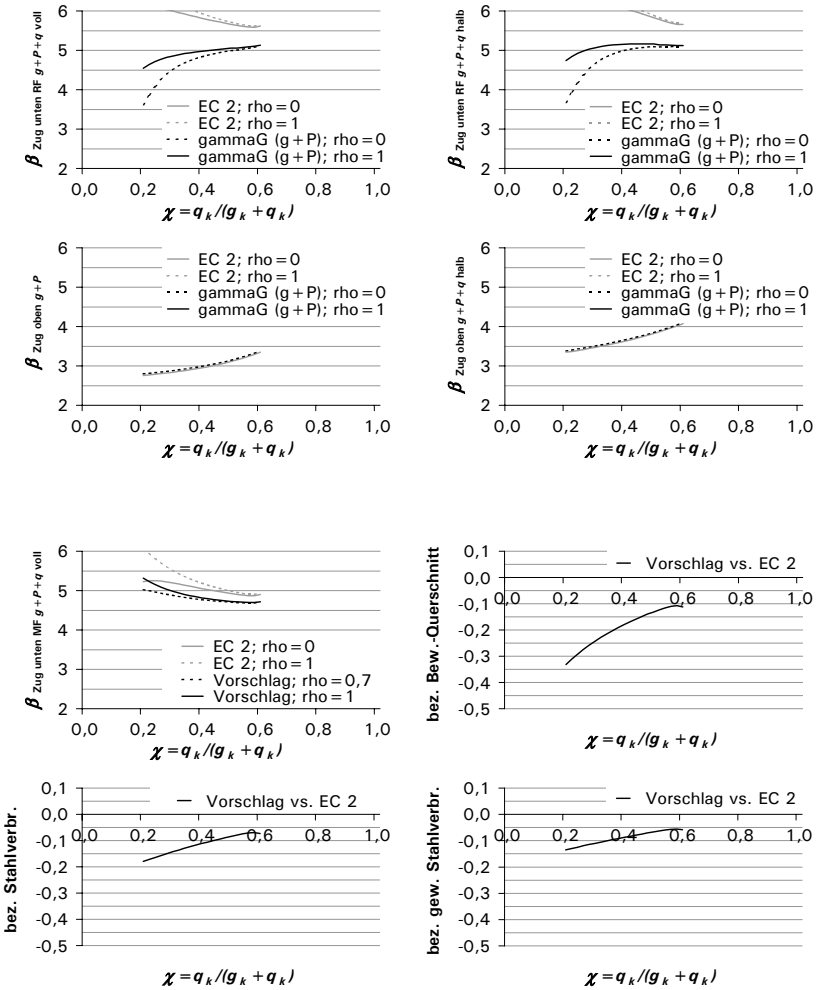



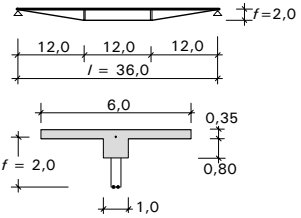



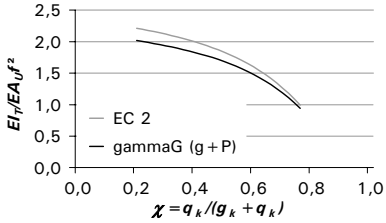


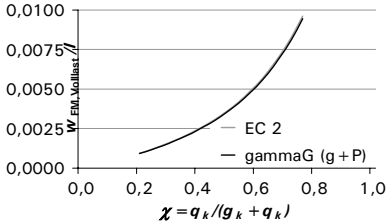

Theoretische Durchbiegungen des Trägers unter Eigenlasten: $w_{LS} = 438$ mm, $w_{FM} = 504$ mm.
Toleranz der Gradiente gemäß ZTV-K (1996): $h_{x\,LS} = 31$ mm, $h_{x\,FM} = 34$ mm.
Daher kann gemäß dem Verformungskriterium in Gl. (4.3) von einer vorhandenen Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung ausgegangen werden.

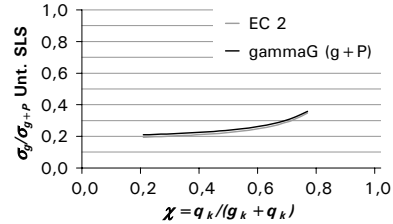
System 8a

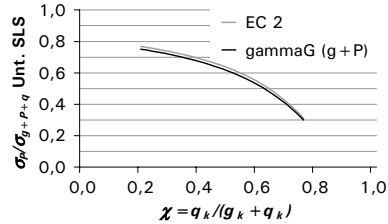
Träger: C 50/60, S 500
Unterspannung: Spannglieder

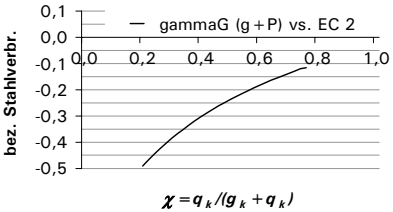


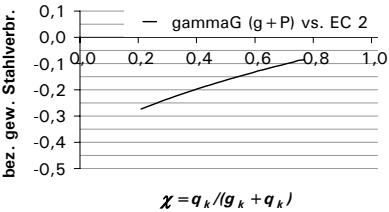



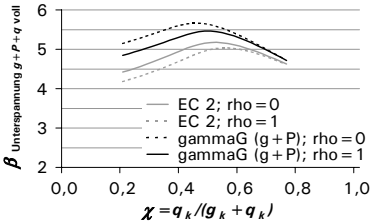



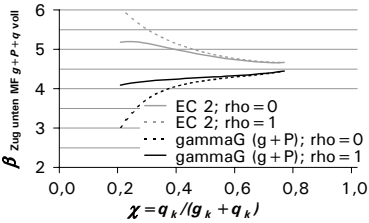



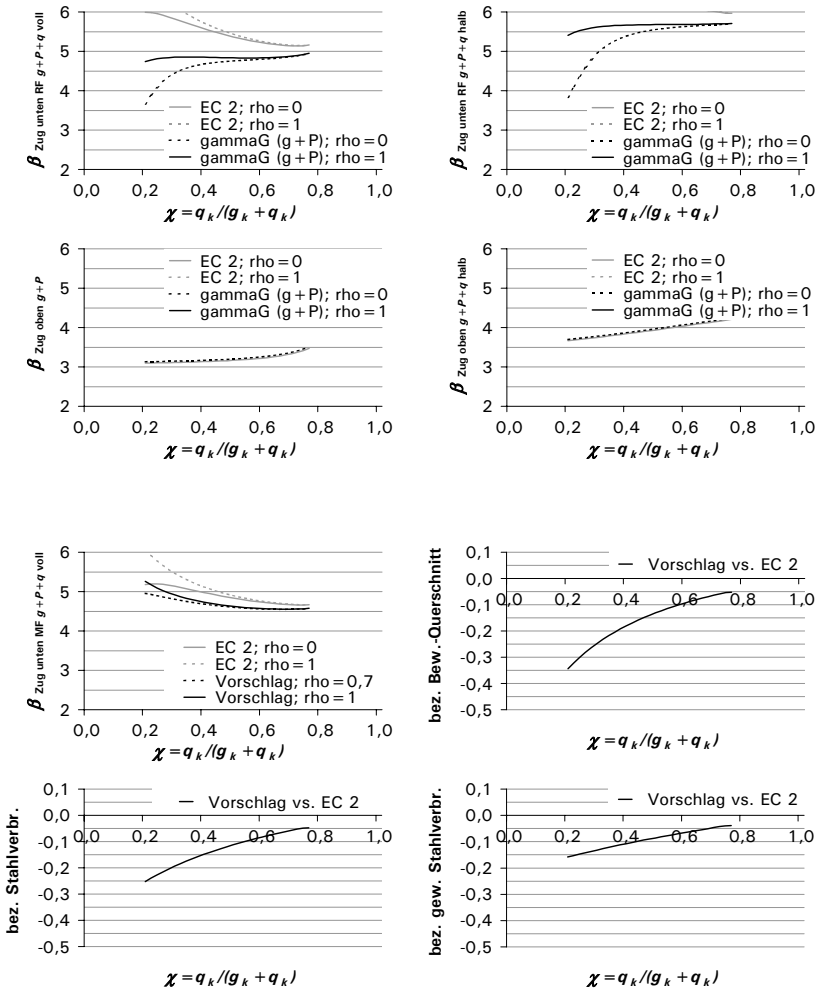



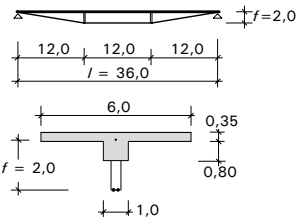



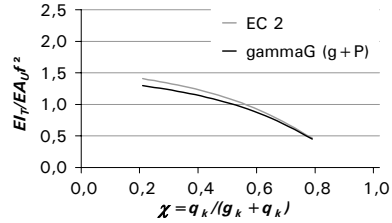


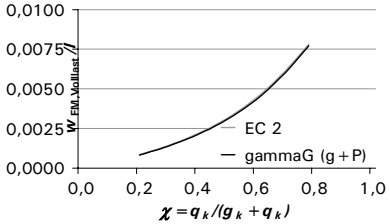

Theoretische Durchbiegungen des Trägers unter Eigenlasten: $w_{LS} = 146$ mm, $w_{FM} = 168$ mm.
Toleranz der Gradiente gemäß ZTV-K (1996): $h_{x\,LS} = 23$ mm, $h_{x\,FM} = 24$ mm.
Daher kann gemäß dem Verformungskriterium in Gl. (4.3) von einer vorhandenen Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung ausgegangen werden.

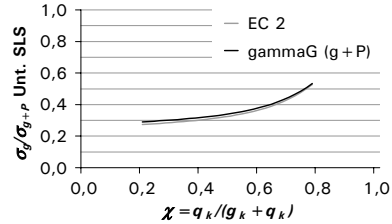
System 8b

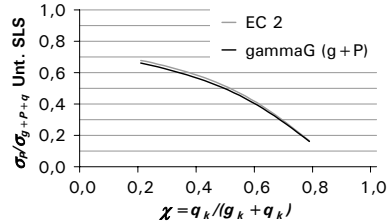
Träger: C 50/60, S 500
Unterspannung: Seile
$f_{u,k} = 1570$ N/mm²

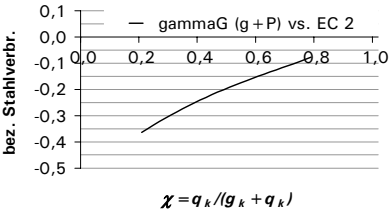


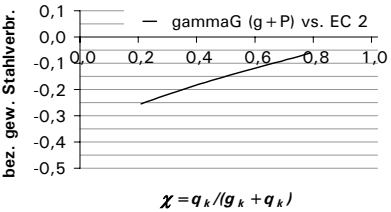



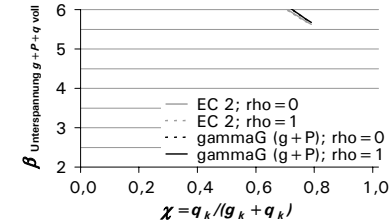



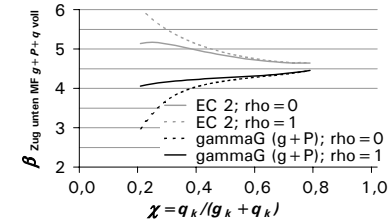



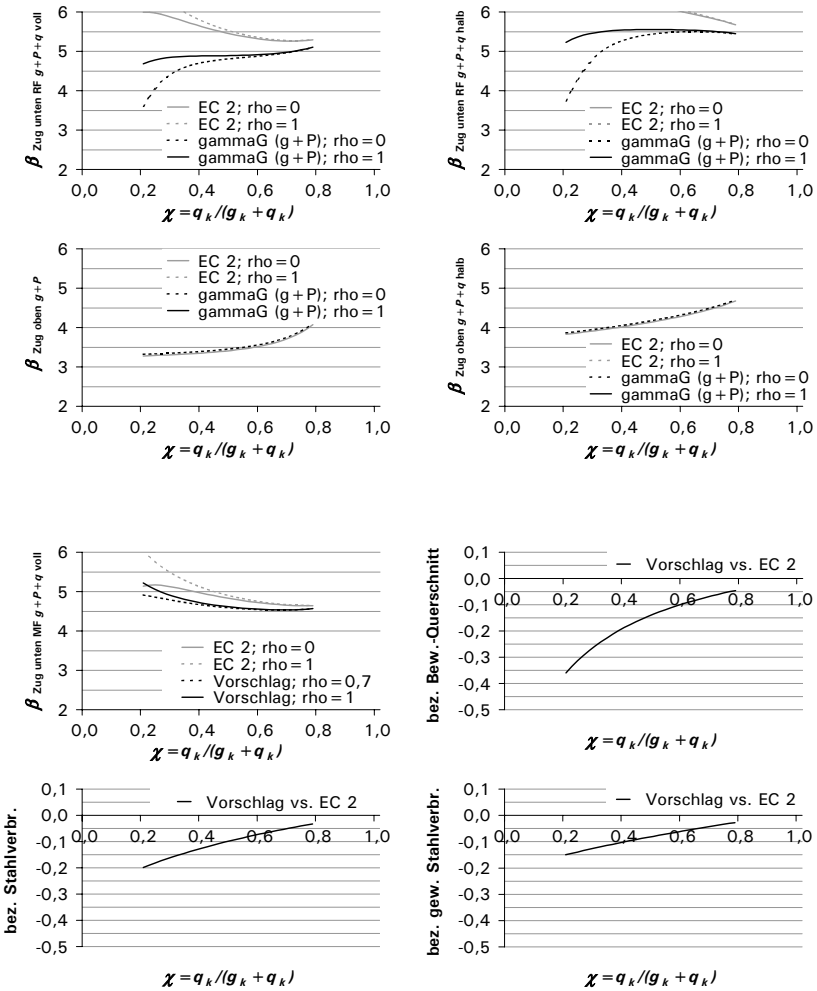



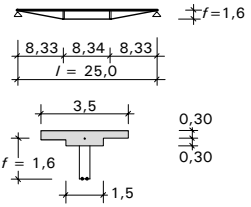



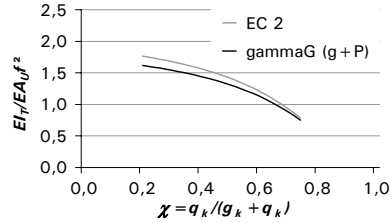


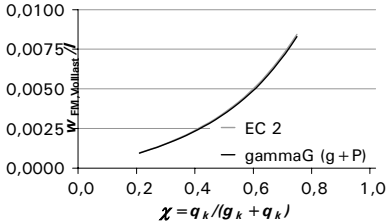

Theoretische Durchbiegungen des Trägers unter Eigenlasten: $w_{LS} = 146$ mm, $w_{FM} = 168$ mm.
Toleranz der Gradiente gemäß ZTV-K (1996): $h_{x\,LS} = 23$ mm, $h_{x\,FM} = 24$ mm.
Daher kann gemäß dem Verformungskriterium in Gl. (4.3) von einer vorhandenen Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung ausgegangen werden.

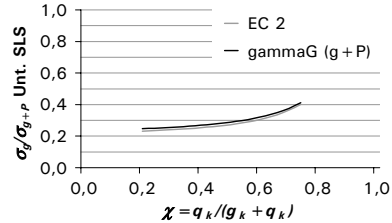
System 9

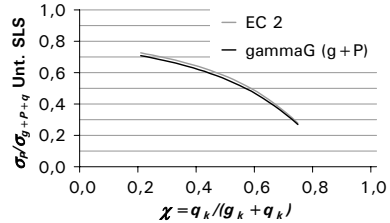
Träger: C 30/37, S 500
Unterspannung: Spannglieder St 1570/1770

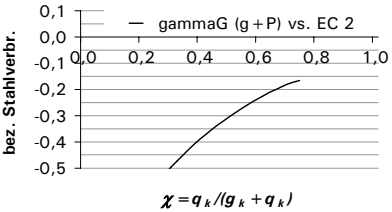


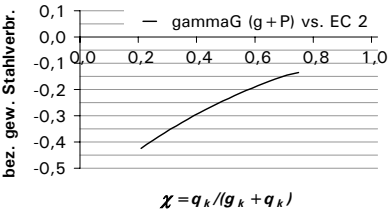



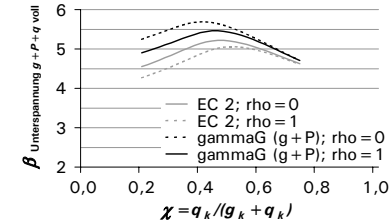



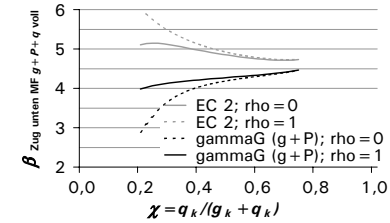



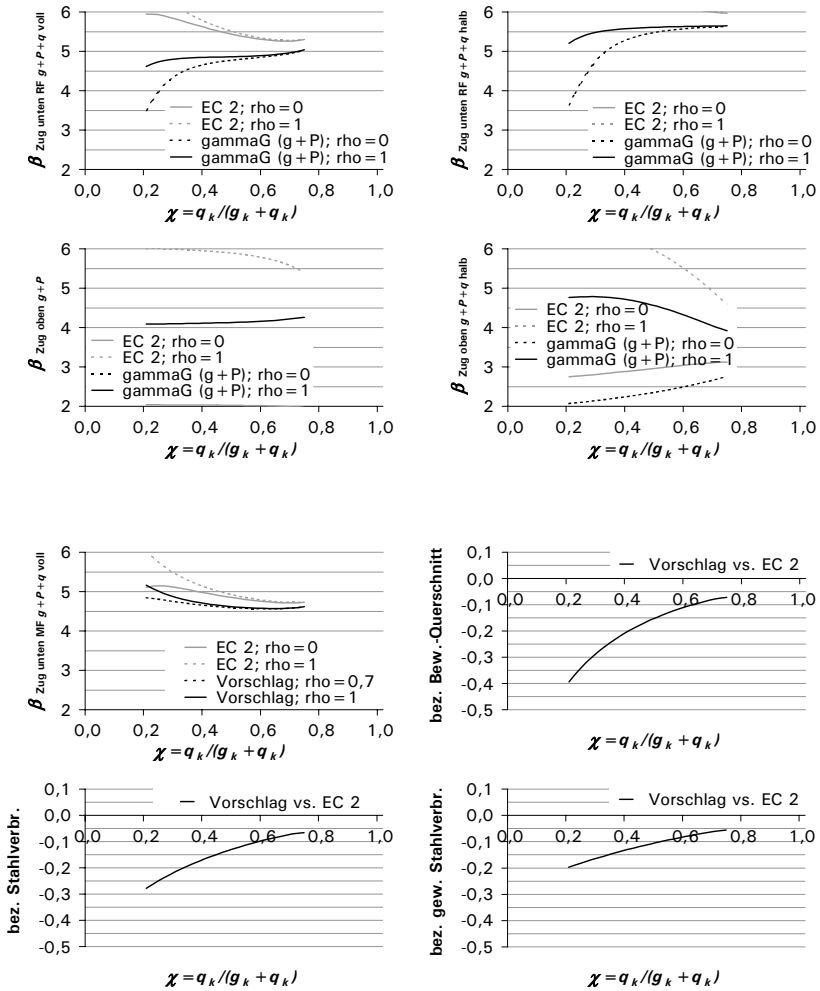



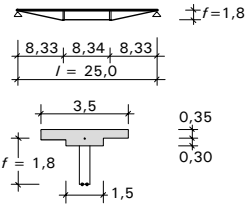


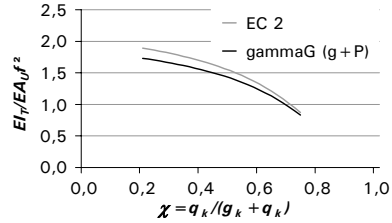

Theoretische Durchbiegungen des Trägers unter Eigenlasten: $w_{LS} = 108$ mm, $w_{FM} = 124$ mm.
Toleranz der Gradiente gemäß ZTV-K (1996): $h_{x\,LS} = 19$ mm, $h_{x\,FM} = 20$ mm.
Daher kann gemäß dem Verformungskriterium in Gl. (4.3) von einer vorhandenen Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung ausgegangen werden.

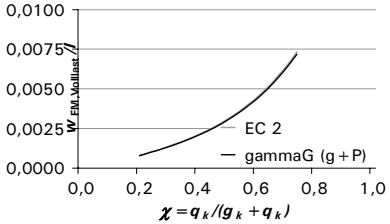
Für „Zug oben" ergibt sich (nur) beim Ansatz „EC 2" in der Bemessung obere Bewehrung. Daher sind die dort erreichten Zuverlässigkeiten höher als nach „$\gamma_G(g+P)$".

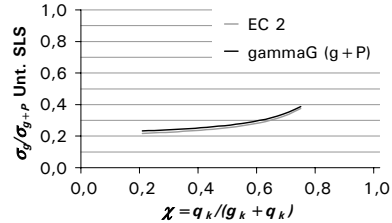
System 10

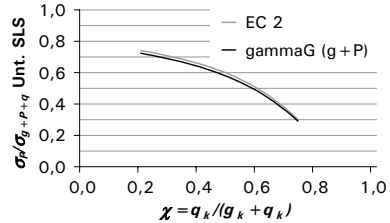
Träger: C 30/37, S 500
Unterspannung: Spannglieder St 1570/1770

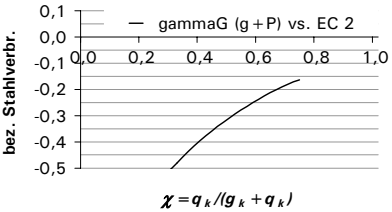


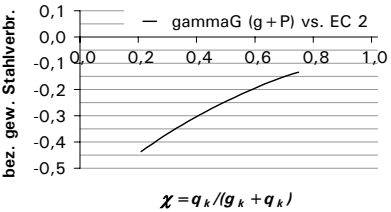



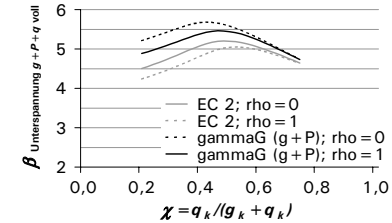



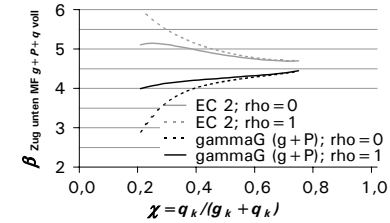



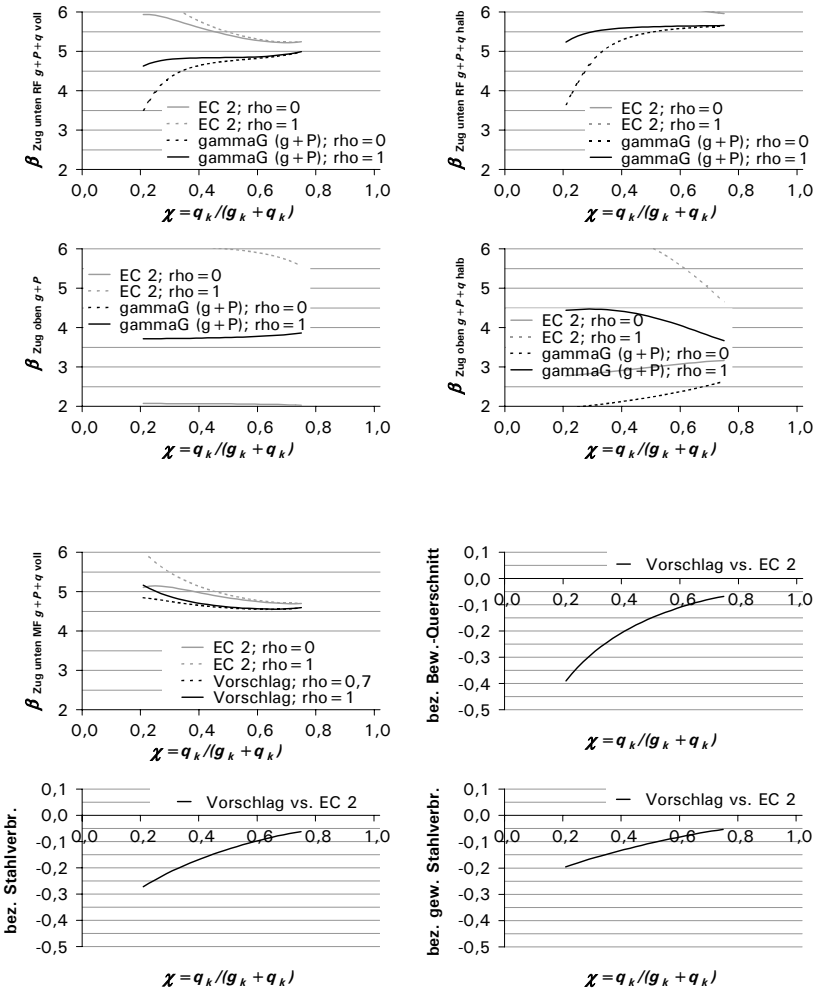





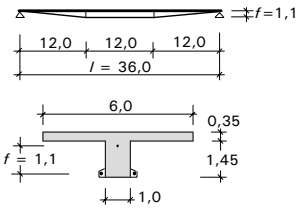

Theoretische Durchbiegungen des Trägers unter Eigenlasten: $w_{LS} = 89$ mm, $w_{FM} = 103$ mm.
Toleranz der Gradiente gemäß ZTV-K (1996): $h_{x\,LS} = 19$ mm, $h_{x\,FM} = 20$ mm.
Dieses System ist gemäß dem Verformungskriterium in Gl. (4.3) gerade an der Grenze zwischen „steif" und „weich"; von einer vorhandenen Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung kann „gerade noch" ausgegangen werden.

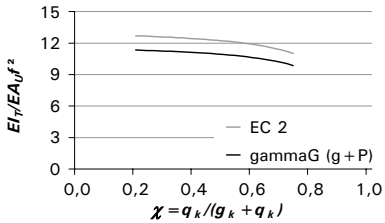
Für „Zug oben" ergibt sich (nur) beim Ansatz „EC 2" in der Bemessung obere Bewehrung. Daher sind die dort erreichten Zuverlässigkeiten höher als nach „$\gamma_G(g+P)$".

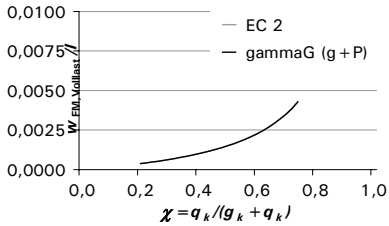
System 11

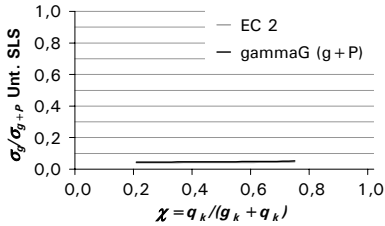
Träger: C 40/50, S 500
Unterspannung: Spannglieder St 1570/1770

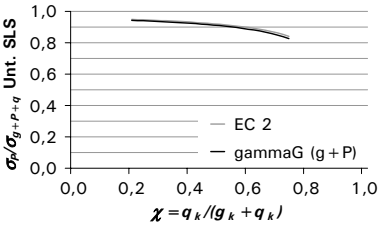
(System B)

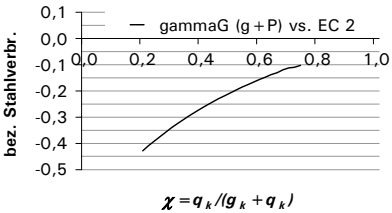


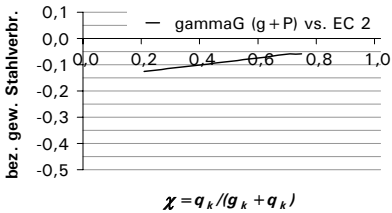



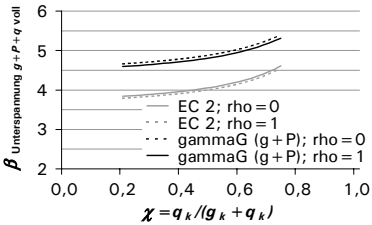



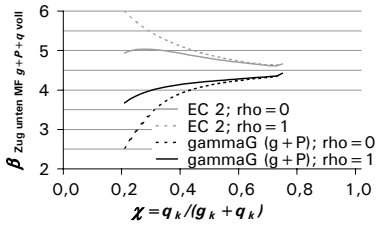



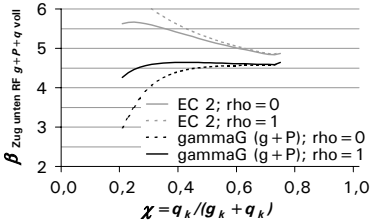



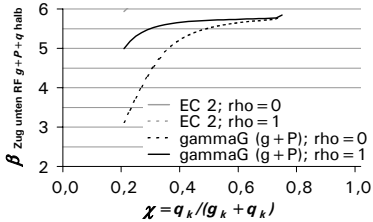



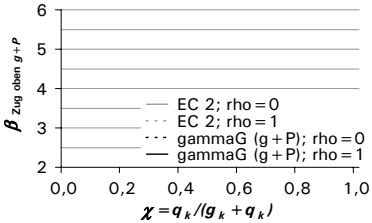



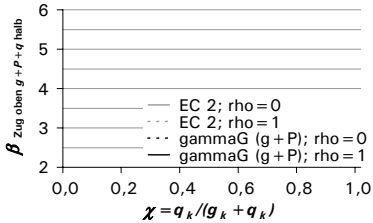



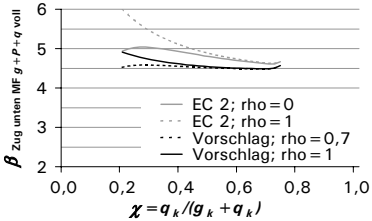



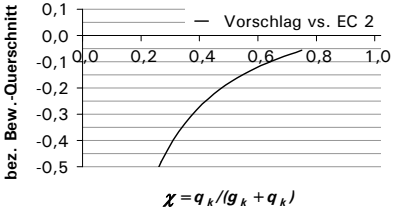


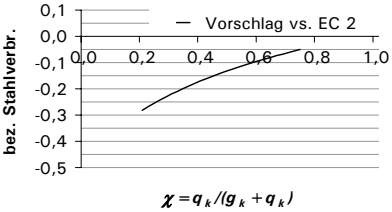



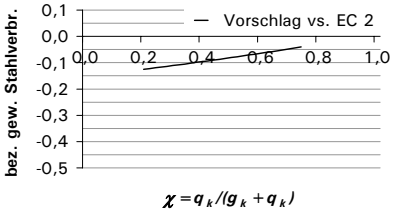



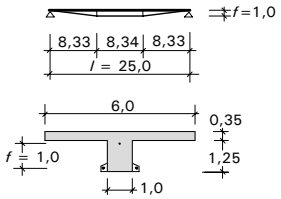



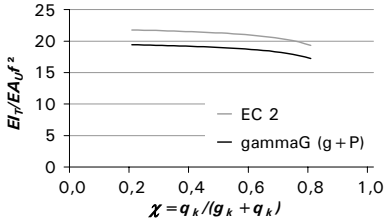

Theoretische Durchbiegungen des Trägers unter Eigenlasten: $w_{LS} = 50$ mm, $w_{FM} = 57$ mm.
Toleranz der Gradiente gemäß ZTV-K (1996): $h_{x\,LS} = 23$ mm, $h_{x\,FM} = 24$ mm.
Daher kann gemäß dem Verformungskriterium in Gl. (4.3) von einer vorhandenen Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung **nicht** ausgegangen werden.

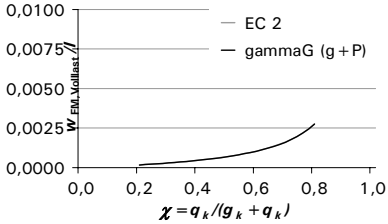
Durch die geringe Exzentrizität der von den Zuggliedern auf den Träger ausgeübten hohen Druckkraft führen die Grenzzustände „Zug oben" hier nicht zu geringen, sondern zu sehr hohen Zuverlässigkeiten.

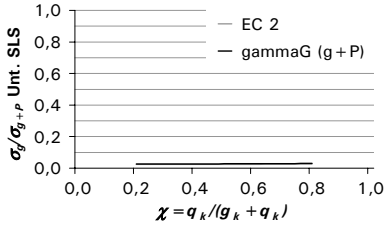
System 12

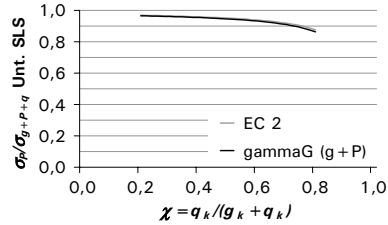
Träger: C 40/50, S 500
Unterspannung: Spannglieder St 1570/1770

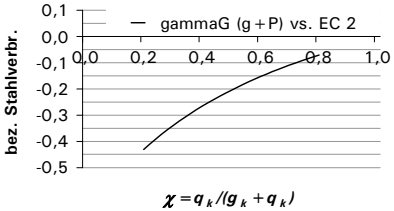


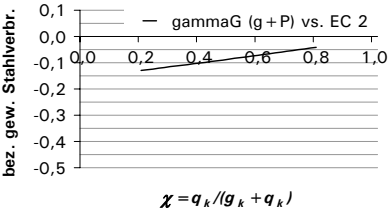



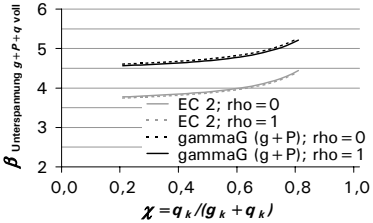



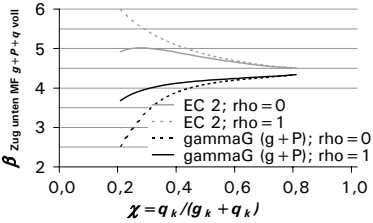



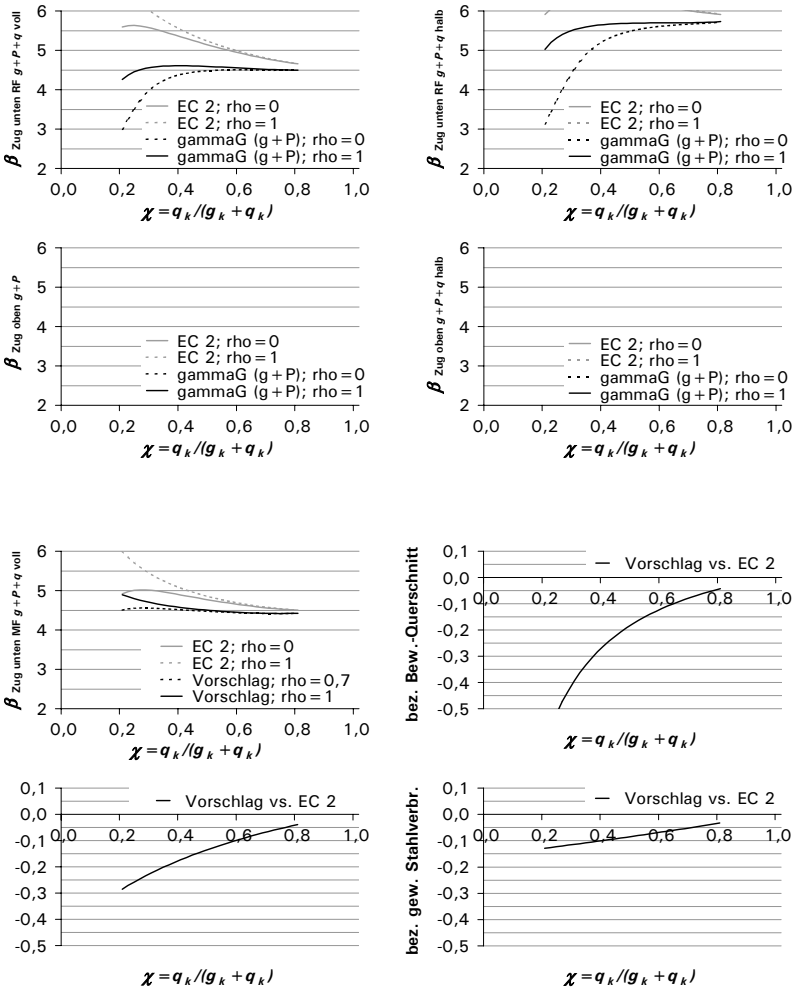






Theoretische Durchbiegungen des Trägers unter Eigenlasten: $w_{LS} = 15$ mm, $w_{FM} = 18$ mm.
Toleranz der Gradiente gemäß ZTV-K (1996): $h_{x\,LS} = 19$ mm, $h_{x\,FM} = 20$ mm.
Daher kann gemäß dem Verformungskriterium in Gl. (4.3) von einer vorhandenen Korrelation von Eigenlasten und Vorspannung **nicht** ausgegangen werden.

Durch die geringe Exzentrizität der von den Zuggliedern auf den Träger ausgeübten hohen Druckkraft führen die Grenzzustände „Zug oben" hier nicht zu geringen, sondern zu sehr hohen Zuverlässigkeiten.

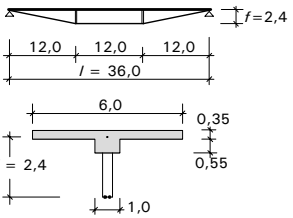
## A.2 Anhang A2

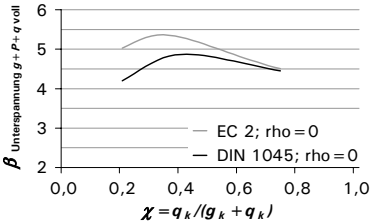
Die Systeme 1a, 1e, 7a, 7b, 8a, 8b, 9 und 11 aus der Parameterstudie in Anhang A1 werden gemäß DIN 1045 (2001a), d.h. mit einem einheitlichen Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_P = 1{,}0$ bei günstigem und ungünstigem Einfluss, bemessen. Die zugehörigen Zuverlässigkeiten werden im Folgenden dargestellt.

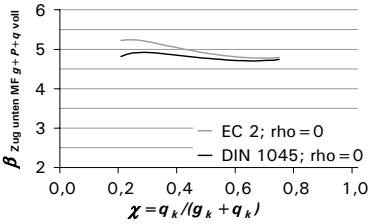
- Zuverlässigkeiten des Trägers hinsichtlich „Zug unten“: Maßgebend ist wiederum stets die Feldmitte, und es zeigt sich, dass auch $\gamma_P = 1{,}0$ bei der hier günstigen Wirkung der Vorspannung bei allen Systemen zu ausreichenden Zuverlässigkeiten führt (s. Kap. 4.3.3.2).
- Zuverlässigkeiten der Unterspannung: Das geforderte Zuverlässigkeitsniveau wird nicht in allen Fällen erreicht. Das ist vor allem dann der Fall, wenn die Vorspannung einen großen Anteil an den Gesamtbeanspruchungen in der Unterspannung hat ($\sigma_P/\sigma_{g+P+q} >$ ca. 0,6, Systeme 8a, 9 und 11). Für den Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_P = 1{,}0$ sind hierfür die in Kapitel 4.3.3.2 genannten Einschränkungen zu beachten.
- Zuverlässigkeiten des Trägers hinsichtlich „Zug oben“: Da schon $\gamma_{P,sup} = 1{,}2$ für den Ansatz „EC 2“ bei der hier ungünstig wirkenden Vorspannung nicht zu ausreichenden Zuverlässigkeiten führt, kann $\gamma_P = 1{,}0$ natürlich ebenfalls nicht befriedigen, s. hierzu wiederum Kapitel 4.3.3.2.

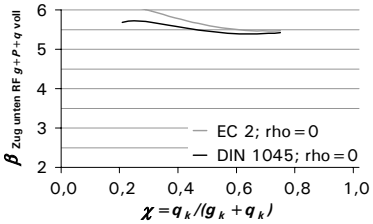
System 1a

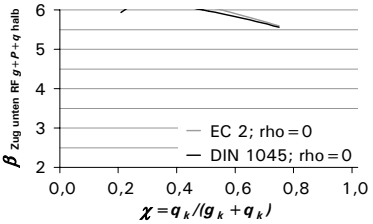
Träger: C 40/50, S 500
Unterspannung: Spannglieder St 1570/1770 (System A in Kapitel 4)

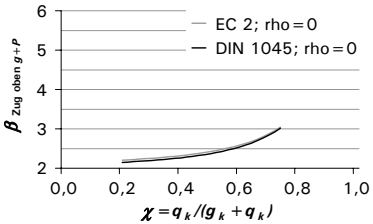


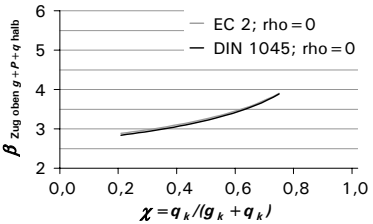



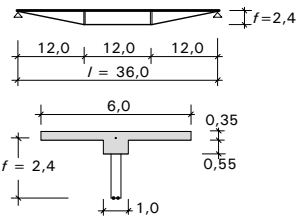



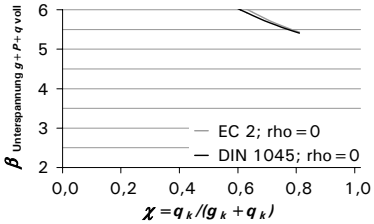



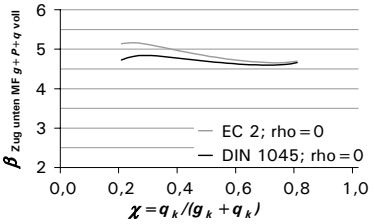



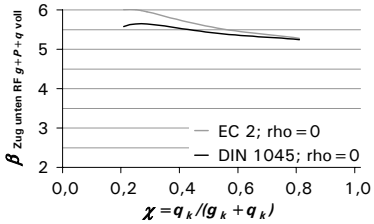
System 1e

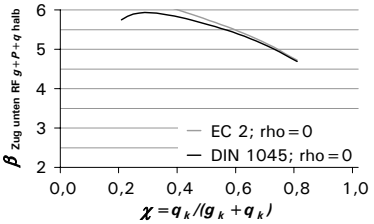
Träger: C 50/60, S 500
Unterspannung: Seile
$f_{u,k} = 1570$ N/mm²

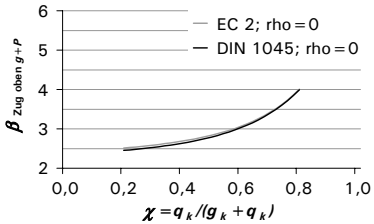


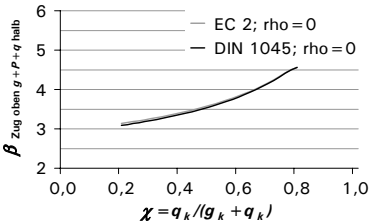



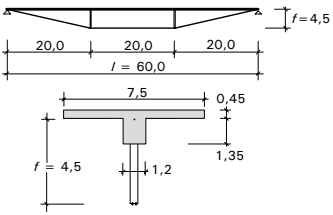



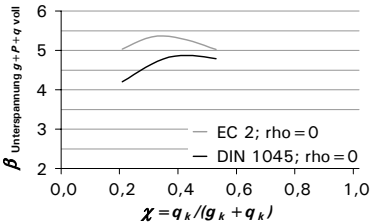



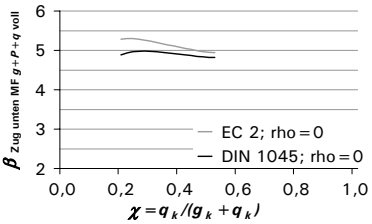



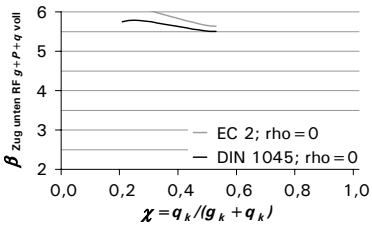
System 7a

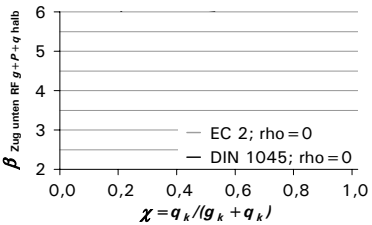
Träger: C 40/50, S 500
Unterspannung: Spannglieder St 1570/1770

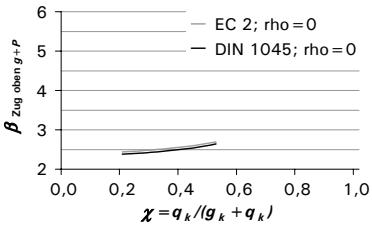


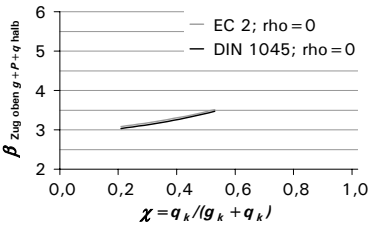



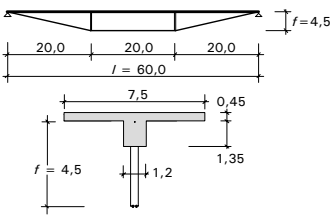



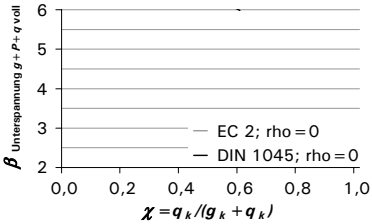



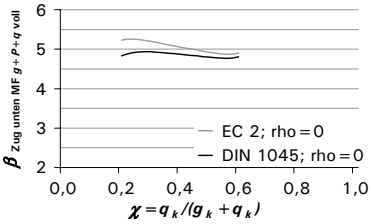



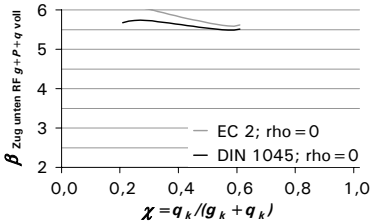
System 7b

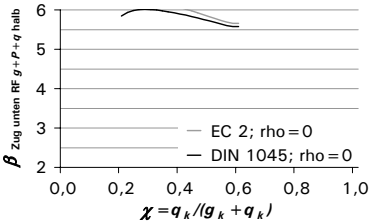
Träger: C 40/50, S 500
Unterspannung: Seile
$f_{u,k} = 1570$ N/mm²

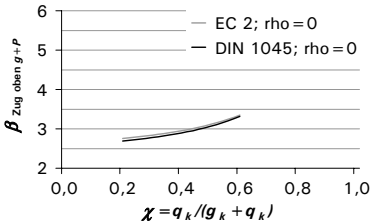


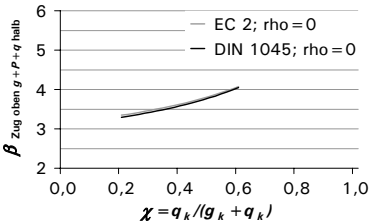



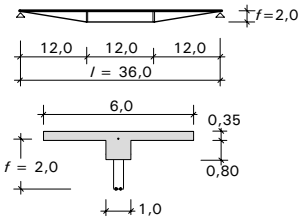



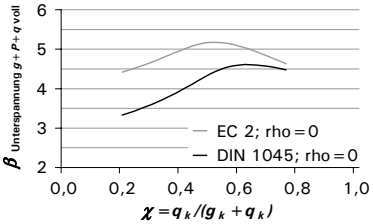



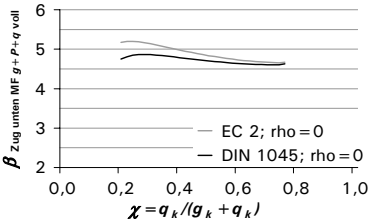



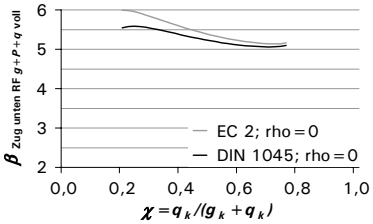
System 8a

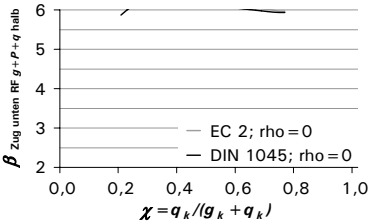
Träger: C 50/60, S 500
Unterspannung: Spannglieder St 1570/1770

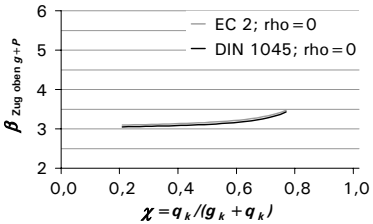


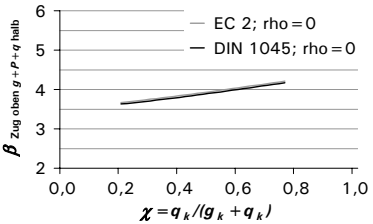



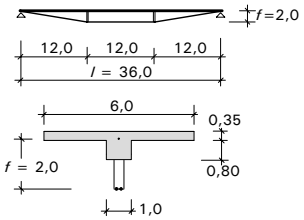



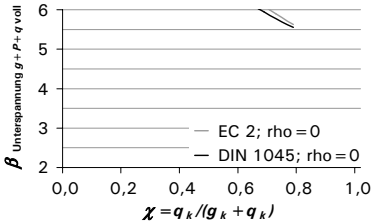



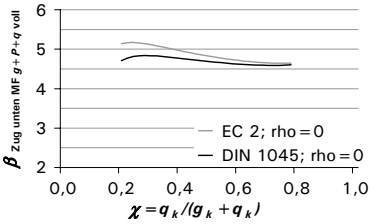



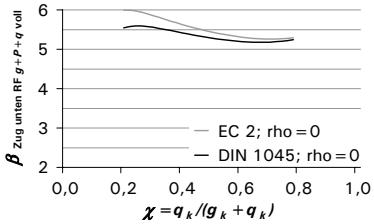
System 8b

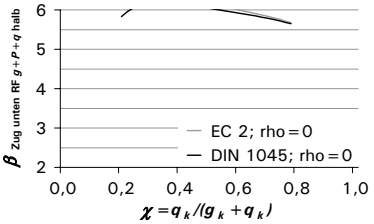
Träger: C 50/60, S 500
Unterspannung: Seile
$f_{u,k} = 1570$ N/mm²

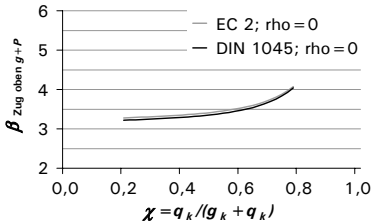


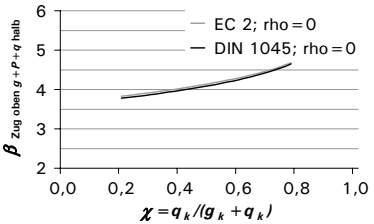



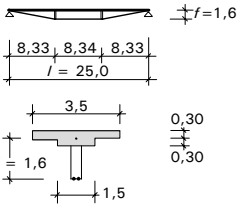



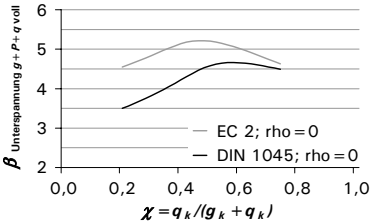



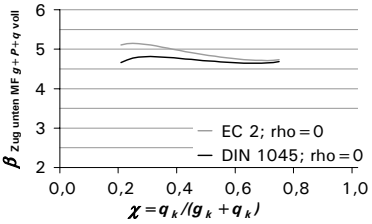



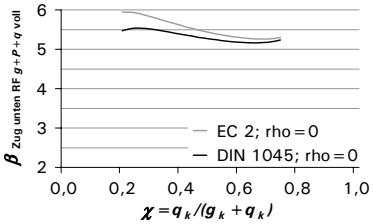
System 9

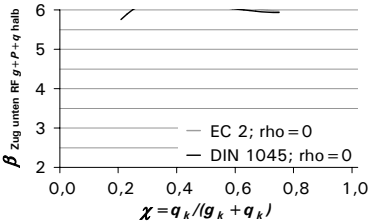
Träger: C 30/37, S 500
Unterspannung: Spannglieder St 1570/1770

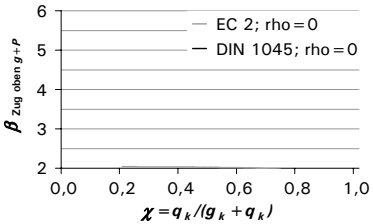


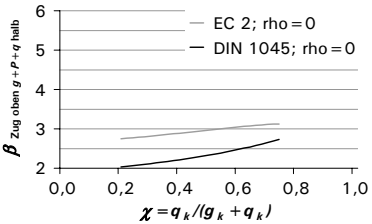



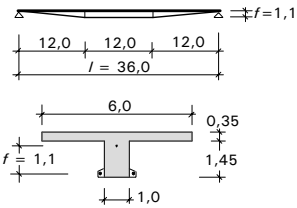
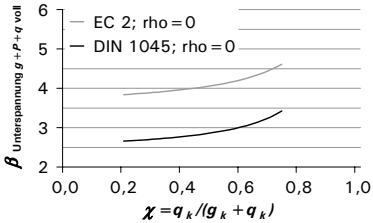
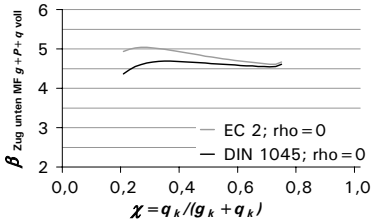
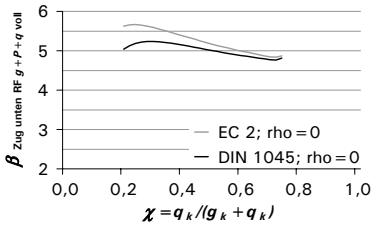
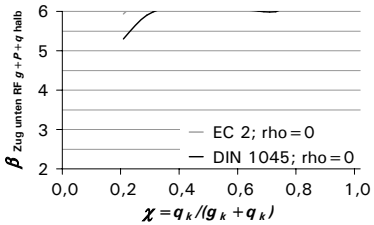
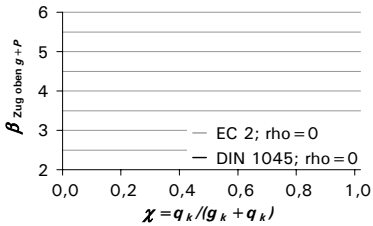
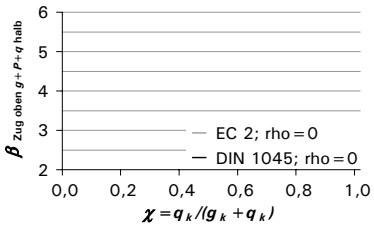



System 11

Träger: C 40/50, S 500
Unterspannung: Spannglieder
St 1570/1770

(System B)