

Zum Durchstanzen von Flachdecken im Bereich von Rand- und Eckstützen

Von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität Stuttgart
zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte Dissertation

Vorgelegt von

Henrik Vocke

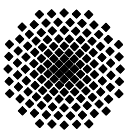
aus Würzburg

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. R. Eligehausen

1. Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. J. Hegger

2. Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. B. Novák

Tag der mündlichen Prüfung: 26. Februar 2002



Institut für Werkstoffe im Bauwesen der Universität Stuttgart

2002

Mitteilungen des Institut für Werkstoffe im Bauwesen; Band 2002/2

Vocke, Henrik: Zum Durchstanzen von Flachdecken im Bereich von Rand- und Eckstützen

Herausgeber: Institut für Werkstoffe im Bauwesen der Universität Stuttgart
o. Prof. Dr.-Ing. H.-W. Reinhardt
Prof. Dr.-Ing. Rolf Eligehausen
Anschrift: Institut für Werkstoffe im Bauwesen
Pfaffenwaldring 4
70569 Stuttgart
oder: Universität Stuttgart
Institut für Werkstoffe im Bauwesen
70550 Stuttgart
Telefon: (0711) 685 3324
Telefax: (0711) 685 3349

Redaktion: Dr.-Ing. Joachim Schwarte

D 93

© IWB; Stuttgart 2002

Alle Rechte vorbehalten

ISSN 0932-5921
ISBN 3-9805102-8-X

Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Werkstoffe im Bauwesen der Universität Stuttgart.

Die Grundlage der Arbeit bildete das von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderte Forschungsvorhaben „Numerische und experimentelle Untersuchungen zum Durchstanzen und räumlichen Querkraftversagen bei Flachdecken“, das in Zusammenarbeit mit dem Lehrstuhl und Institut für Massivbau der RWTH Aachen durchgeführt wurde. Darüber hinaus wurden die experimentellen Untersuchungen auch von den Firmen Deha Ankersysteme GmbH & Co. KG, Deutsche Kahneisen GmbH, Halfen GmbH & Co. KG und Schöck Bauteile GmbH finanziell unterstützt.

Ich danke Prof. Dr.-Ing. R. Eligehausen für die Übernahme des Hauptberichtes, vor allem auch dafür, dass er die Forschung auf diesem sehr interessanten Gebiet ermöglicht und den Fortgang der Arbeit jederzeit unterstützt hat. Auch danke ich den Herren Prof. Dr.-Ing. J. Hegger und Prof. Dr.-Ing. B. Novák für die freundliche Übernahme des Mitberichts und die wertvollen Anregungen.

Mein weiterer Dank gilt meinen Kolleginnen und Kollegen, insbesondere Dr.-Ing. habil. J. Ožbolt, der maßgeblich dazu beigetragen hat, die numerischen Untersuchungen der vorliegenden Arbeit zum Erfolg zu führen.

Nicht zuletzt wäre der erfolgreiche Abschluss der Arbeit nicht ohne die Unterstützung und die Geduld meiner Frau Inka möglich gewesen, der ich in besonderer Weise herzlich danken möchte.

Henrik Vocke

Inhaltsverzeichnis

INHALTSVERZEICHNIS	5
DEFINITIONEN UND BEZEICHNUNGEN	9
ABSTRACT	13
1 EINFÜHRUNG	15
1.1 <i>Ausgangssituation und Problemstellung</i>	15
1.2 <i>Zielsetzung und Themenbereich</i>	16
2 GRUNDLAGEN ZUM EXZENTRISCHEN DURCHSTANZEN	17
2.1 <i>Meilensteine der Entwicklung</i>	17
2.2 <i>Versagensarten und Tragmechanismen</i>	18
2.2.1 Zentrisches Durchstanzen	18
2.2.2 Exzentrisches Durchstanzen	20
2.2.3 Mechanismen der Momentenübertragung.....	22
2.3 <i>Theoretische Modelle</i>	24
2.3.1 Stabwerkmodelle	24
2.3.1.1 <i>Simmonds, Alexander (1987)</i>	25
2.3.1.2 <i>Lim, Rangan (1995)</i>	26
2.3.1.3 <i>Sherif (1996)</i>	26
2.3.2 Balkenanalogien.....	27
2.3.2.1 <i>Hawkins, Corley (1971)</i>	27
2.3.2.2 <i>Rangan, Hall (1983)</i>	28
2.3.2.3 <i>Desayi, Seshadri (1997-1)</i>	28
2.3.3 Spannungsverteilungen in Schnitten.....	29
2.3.3.1 <i>Lineare Schubspannungsverteilung</i>	30
2.3.3.2 <i>Spannungsverteilung nach der elastischen Plattentheorie</i>	30
2.3.3.3 <i>Der Momentenfaktor γ_v</i>	31
2.3.4 Interaktionsansätze.....	32
2.3.4.1 <i>Hanson, Hanson (1968)</i>	33
2.3.4.2 <i>Stamenkovic, Chapman (1972)</i>	33
2.3.4.3 <i>Herzog (1974)</i>	34
2.3.5 Bruchflächenmodelle	35
2.3.6 Rundschnittmodelle	36
2.4 <i>Bemessungsnormen</i>	37
2.4.1 DIN 1045	38
2.4.2 CEB/FIP Model Code 90	39
2.4.3 Eurocode 2 und deutsche Anwendungsrichtlinie	40
2.4.4 DIN 1045-1	41
2.4.5 British Standard 8110-97	42
2.4.6 ACI 318-99	43
3 VERSUCHSDATENBANK UND VERGLEICH MIT BEMESSUNGSNORMEN UND THEORETISCHEN MODELLEN	45
3.1 <i>Erstellung der Datenbank</i>	45
3.1.1 Aufbau der Datenbank	45
3.1.2 Struktur der Daten.....	46

3.2	<i>Vergleich der Datenbank mit Bemessungsnormen</i>	48
3.2.1	Eckstützen ohne Schubbewehrung	48
3.2.1.1	<i>Auswertung der statistischen Parameter</i>	48
3.2.1.2	<i>Abbildung der geometrischen und Materialparameter</i>	50
3.2.2	Randstützen ohne Schubbewehrung	52
3.2.2.1	<i>Auswertung der statistischen Parameter</i>	52
3.2.2.2	<i>Abbildung der geometrischen und Materialparameter</i>	53
3.2.3	Eckstützen mit Schubbewehrung	55
3.2.4	Randstützen mit Schubbewehrung	56
3.3	<i>Vergleich der Datenbank mit theoretischen Modellen</i>	58
3.3.1	<i>Auswertung der statistischen Parameter</i>	58
3.3.2	<i>Abbildung der geometrischen und Materialparameter</i>	59
3.4	<i>Zusammenfassung und Verbesserungsbedarf</i>	60
4	SCHNITTGRÖßEN TYPISCHER FLACHDECKENSYSTEME	61
4.1	<i>Statische Systeme</i>	61
4.2	<i>Belastung</i>	63
4.3	<i>Verformungen und Dehnungsverteilung</i>	64
4.4	<i>Berechnete Schnittgrößen und praktische Aspekte</i>	66
5	EIGENE DURCHSTANZVERSUCHE AN ECKSTÜTZEN	69
5.1	<i>Ausbildung und Herstellung der Versuchskörper</i>	69
5.1.1	Abmessungen und Bewehrung der Versuchsplatten	69
5.1.2	Betoneigenschaften	72
5.1.3	Herstellung der Versuchsplatten	74
5.2	<i>Versuchsaufbau</i>	74
5.2.1	Mögliche Versuchsstände	74
5.2.2	Umsetzung des Versuchsaufbaus	76
5.3	<i>Versuchsdurchführung</i>	79
5.3.1	Versuchsablauf	79
5.3.2	Messungen	79
5.4	<i>Auswertung der Versuchsergebnisse</i>	81
5.4.1	Durchstanzversuche ohne Schubbewehrung	82
5.4.1.1	<i>Last-Verformungsverhalten</i>	82
5.4.1.2	<i>Rissentwicklung und Versagensart</i>	83
5.4.1.3	<i>Stauchungen in der Betondruckzone</i>	85
5.4.1.4	<i>Dehnungen in der Bewehrung</i>	86
5.4.2	Durchstanzversuche mit Schubbewehrung	88
5.4.2.1	<i>Last-Verformungsverhalten</i>	88
5.4.2.2	<i>Rissentwicklung und Versagensart</i>	89
5.4.2.3	<i>Dehnungen in der Schubbewehrung</i>	91
5.4.2.4	<i>Dehnungen in der Längsbewehrung</i>	93
5.4.2.5	<i>Dehnungen in den Randbügeln</i>	94
6	DURCHSTANZVERSUCHE DER RWTH AACHEN AN RANDSTÜTZEN	95
6.1	<i>Durchstanzversagen ohne Schubbewehrung</i>	96
6.2	<i>Durchstanzversagen außerhalb des schubbewehrten Bereiches</i>	97
6.3	<i>Beurteilung der Durchstanzversuche in Stuttgart und Aachen</i>	98

7	NUMERISCHE STUDIE.....	99
7.1	<i>Grundlagen des verwendeten Finite-Elemente-Modells</i>	99
7.1.1	Konstitutives Gesetz – Mikroplane-Modell	100
7.1.2	Lokalisierungsbegrenzer	101
	7.1.2.1 Rissband-Methode	101
	7.1.2.2 Nichtlokale Integralmethode.....	101
7.2	<i>Numerische Untersuchungen zum zentrischen Durchstanzen</i>	102
7.2.1	Einfluss wesentlicher Materialparameter	102
7.2.2	Einfluss der statischen Höhe - Maßstabeffekt	103
	7.2.2.1 Ursachen des Maßstabeffektes	103
	7.2.2.2 Numerische Analyse.....	104
	7.2.2.3 Übertragung auf Rand- und Eckstützen.....	106
7.2.3	Einfluss der Stützenabmessungen	106
7.3	<i>Simulation von Eckstützen ohne Schubbewehrung</i>	107
7.3.1	Vergleichsrechnung mit dem Durchstanzversuch E1	107
	7.3.1.1 Materialeigenschaften, räumliche Diskretisierung und Randbedingungen.....	107
	7.3.1.2 Ergebnisse der Analyse und Vergleich mit den Versuchsergebnissen.....	109
7.3.2	Analyse des Versagensprozesses	113
7.3.3	Parameterstudie.....	115
	7.3.3.1 Betoneigenschaften	115
	7.3.3.2 Menge und Anordnung der Bewehrung	118
	7.3.3.3 Einfluss des Versuchsaufbaus	120
7.4	<i>Simulation einer Eckstütze mit Schubbewehrung</i>	121
7.4.1	Materialeigenschaften, räumliche Diskretisierung und Randbedingungen.....	121
7.4.2	Ergebnisse der Analyse und Vergleich mit Versuchsergebnissen	121
7.5	<i>Simulation einer Randstützen ohne Schubbewehrung</i>	123
7.5.1	Materialeigenschaften, räumliche Diskretisierung und Randbedingungen.....	123
7.5.2	Ergebnisse der Analyse und Vergleich mit Versuchsergebnissen	124
7.6	<i>Simulation einer Randstützen mit Schubbewehrung</i>	127
7.7	<i>Zusammenfassung der numerischen Studie</i>	128
8	ANALYSE DES EXZENTRISCHEN DURCHSTANZENS.....	129
8.1	<i>Konzept und Vorgehensweise</i>	129
8.2	<i>Einfluss der Momenten-Querkraft-Interaktion</i>	130
8.2.1	Vereinfachtes Stabwerkmodell für Momentenübertragung	130
	8.2.1.1 Aufbau des vereinfachten Stabwerkmodells.....	130
	8.2.1.2 Berechnung des Stabwerkmodells unter reiner Momentenbeanspruchung	132
	8.2.1.3 Berechnung des Stabwerks unter Momenten-Querkraft-Interaktion	132
8.2.2	Quantifizierung des Momenteneinflusses bei Eckstützen.....	136
	8.2.2.1 Berechnungsparameter und Berechnungsergebnisse	136
	8.2.2.2 Ableitung einer Interaktionsgleichung.....	138
8.2.3	Quantifizierung des Momenteneinflusses bei Randstützen.....	141
	8.2.3.1 Berechnungsparameter und Berechnungsergebnisse	141
	8.2.3.2 Ableitung der Interaktionsgleichung.....	146
8.2.4	Vergleich der Interaktionsansätze mit Versuchsergebnissen	147
8.3	<i>Einfluss der Stützengeometrie</i>	149
8.3.1	Vorüberlegungen	149
8.3.2	Quantifizierung durch Finite-Elemente-Analyse	150
8.3.3	Vergleich mit Versuchsergebnissen.....	153
8.4	<i>Betrachtungen zur Momenten-Querkraft-Interaktion mit Schubbewehrung</i>	154
8.4.1	Theoretische Überlegungen	154
8.4.2	Auswertung von Durchstanzversuchen.....	155
8.4.3	Bemessung der Schubbewehrung	156

9	ANALYSE DES DURCHSTANZENS AUßERHALB DER SCHUBBEWEHRUNG	161
9.1	<i>Tragverhalten bei zunehmender Länge des schubbewehrten Bereiches</i>	161
9.1.1	Problemstellung	161
9.1.2	Quantifizierung bei Eckstützen	164
	9.1.2.1 <i>Berechnungsparameter und Berechnungsergebnisse</i>	164
	9.1.2.2 <i>Ableitung der Übergangsgleichung</i>	166
9.1.3	Quantifizierung bei Randstützen	169
	9.1.3.1 <i>Berechnungsparameter und Berechnungsergebnisse</i>	169
	9.1.3.2 <i>Ableitung der Übergangsgleichung</i>	172
9.1.4	Vergleich mit Versuchsergebnissen	173
9.1.5	Verknüpfung des Durchstanzens bei Innen-, Rand- und Eckstützen	174
	9.1.5.1 <i>Vergleich der numerisch berechneten Bruchschubspannungen</i>	174
	9.1.5.2 <i>Bruchschubspannungen von Durchstanzversuchen an Innen-, Rand- und Eckstützen</i>	176
9.2	<i>Momenten-Querkraft-Interaktion außerhalb des schubbewehrten Bereiches</i>	178
9.2.1	Problemstellung und Lösungsansatz	178
9.2.2	Globale Spannungsverläufe bei Eckstützen	180
9.2.3	Quantifizierung des Momenteneinflusses bei Eckstützen	184
	9.2.3.1 <i>Berechnungsparameter und Berechnungsergebnisse</i>	184
	9.2.3.2 <i>Ableitung einer erweiterten Interaktionsgleichung</i>	187
9.2.4	Globale Spannungsverläufe bei Randstützen	189
	9.2.4.1 <i>Spannungen senkrecht zum freien Plattenrand (Schnitte A-A)</i>	189
	9.2.4.2 <i>Spannungen parallel zum freien Plattenrand (Schnitte B-B)</i>	192
9.2.5	Quantifizierung des Momenteneinflusses bei Randstützen	194
	9.2.5.1 <i>Berechnungsparameter und Berechnungsergebnisse</i>	194
	9.2.5.2 <i>Ableitung einer erweiterten Interaktionsgleichung</i>	198
10	BEMESSUNGSKONZEPT	201
10.1	<i>Zielsetzung und Grundansatz</i>	201
10.2	<i>Ableitung der Gleichung für die mittlere Durchstanzlast</i>	202
10.3	<i>Vergleich der Berechnungsgleichung mit Versuchsergebnissen</i>	204
10.3.1	Platten ohne Schubbewehrung - Mittelwertniveau	204
10.3.2	Platten ohne Schubbewehrung – Ableitung des Bemessungsniveaus	208
	10.3.2.1 <i>Verfahren a): Festlegung über den charakteristischen Wert</i>	209
	10.3.2.2 <i>Verfahren b): Direkte Abschätzung des Bemessungswertes (Level-2)</i>	209
	10.3.2.3 <i>Vergleich der Verfahren</i>	211
	10.3.2.4 <i>Festlegung der Bemessungsgleichung</i>	211
10.3.3	Platten mit Schubbewehrung	212
11	ZUSAMMENFASSUNG.....	215
	LITERATURVERZEICHNIS	219
ANHANG A:	Versuchsdatenbank	
ANHANG B:	Auswertung der Versuchsdatenbank	
ANHANG C:	Details der eigenen Durchstanzversuche	
ANHANG D:	Rissbilder zu Abschnitt 9.2	

Definitionen und Bezeichnungen

Nachfolgend werden die in der vorliegenden Arbeit am häufigsten verwendeten Bezeichnungen aufgeführt und definiert. Hier nicht angegebene Definitionen und Bezeichnungen werden direkt im Text erläutert.

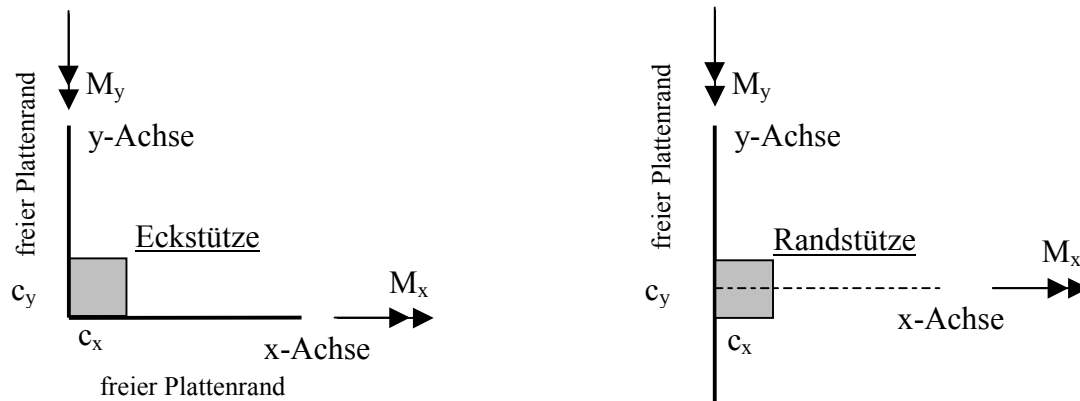


Bild 1 Definitionen der Achsen und Schnittgrößen

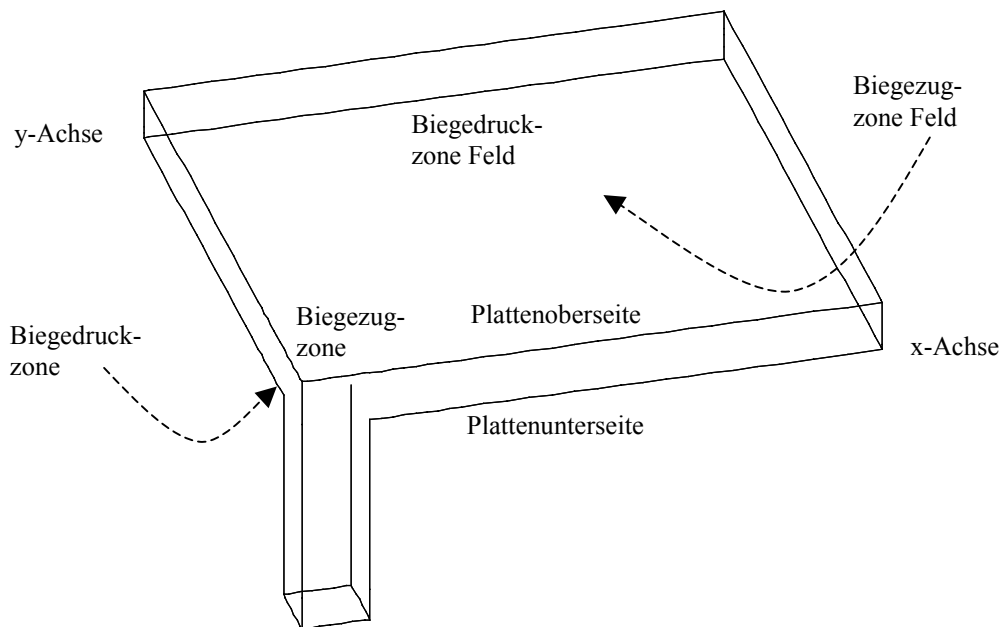


Bild 2 Definition der Plattenbereiche und Achsen

Geometrische Größen

A_s	Bewehrungsfläche
A_{sw}	Fläche der Schubbewehrung
b	Breite
h	Plattendicke
l_c	Stützenlänge
l	Stützweite
c_x	Randstützen: Seitenlänge der Stütze senkrecht zum freien Plattenrand Eckstützen: größere Seitenlänge der Stütze
c_y	Randstützen: Seitenlänge der Stütze parallel zum freien Plattenrand Eckstützen: kleinere Seitenlänge der Stütze
c	Randstützen, quadratische Eckstützen: c_x Rechteckige Eckstützen: $\sqrt{0,5(c_x^2 + c_y^2)}$ Runde Rand- oder Eckstützen: $0,9d_c$
d_c	Durchmesser einer Rundstütze
d	Statische Höhe
d_a	Größtkorndurchmesser des Zuschlags
d_s	Stabdurchmesser (Bewehrungsstahl)
ρ_l, ρ_l'	(geometrischer) Biegezug- bzw. Biegedruckbewehrungsgrad innerhalb eines Rundschnitts im Abstand $1,5d$ von der Stütze
μ_g	(geometrischer) Bewehrungsgrad im Gurtstreifen nach DIN 1045
u	Rundschnittlänge
z	Hebelarm der inneren Kräfte
ω	mechanischer Bewehrungsgrad = $\rho_l \cdot f_y / f_c$

Materialkenngrößen

$f_c (f_{ck})$	(charakteristische) Zylinderdruckfestigkeit des Betons
$f_{c,c} (f_{ck,c})$	(charakteristische) Würfeldruckfestigkeit des Betons
$f_{ct} (f_{ctk})$	(charakteristische) Zugfestigkeit des Betons
$f_{ct,sp}$	Spaltzugfestigkeit des Betons
$f_{ct,b}$	Biegezugfestigkeit des Betons
G_f	Bruchenergie des Betons
E_c	Elastizitätsmodul des Betons
ν	Querdehnzahl des Betons
f_y	Fließgrenze des Bewehrungsstahls
f_{yw}	Fließgrenze der Schubbewehrung
f_t	Zugfestigkeit des Bewehrungsstahls
E_s	Elastizitätsmodul des Bewehrungsstahls

Spannungen und Verzerrungen

ε	Dehnung des Betons bzw. des Stahls
$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$	Hauptdehnungen
σ	Normalspannung
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Hauptspannungen
τ	Schubspannung
v	Schubspannung in einem Rundschnitt

Schnittgrößen, Einwirkungen und Widerstände

V	Querkraft
V_u	Bruchlast bei Durchstanzversagen
$V_{u,calc}$	rechnerische Bruchlast bei Durchstanzversagen
M	Biegemoment
M_u	Bruchmoment bei Biegeversagen

Indizes

S	Einwirkung
R	Widerstand
c	Beton
m	Mittelwert
s	Betonstahl
d	Bemessungswert
k	charakteristischer Wert
c	Druckbeanspruchung
t	Zugbeanspruchung

Sonstige Bezeichnungen

Innerer Rundschnitt	Nachweisschnitt im stützennahen Bereich von Platten ohne und mit Schubbewehrung
Äußerer Rundschnitt	Nachweisschnitt außerhalb des schubbewehrten Bereiches von Platten mit Schubbewehrung
e	Ausmitte, bei Randstützen: M_y/V , bei Eckstützen: $\sqrt{M_x^2 + M_y^2} / V$
β	Interaktionsfaktor
β_0	Interaktionsfaktor bei Platten ohne Schubbewehrung
α	Faktor zur Berücksichtigung der Stützengeometrie
δ	Variationskoeffizient
κ	Maßstabsfaktor
κ_a	Faktor zur Beschreibung des Übergangs vom Durchstanzen zum ebenen Plattenschub
γ_v	Momentenfaktor bei (linearen) Schubspannungsverteilungen

Abstract

In the present thesis the punching behavior of reinforced concrete flat slabs at edge and corner columns under shear and moment interaction is analyzed and described by a design model. Slab-column connections without shear reinforcement as well as connections with shear reinforcement failing outside the shear reinforced area are treated by means of theoretical, numerical, experimental and statistical investigations.

In Chapter 2, the characteristic shear and moment transfer actions are presented and discussed together with existing theoretical models and international design codes for punching of flat slabs. Based on a detailed survey of literature, in chapter 3 a comprehensive data bank including the results of approx. 200 punching tests with edge and corner columns is created. Using the data bank the predictions of the punching capacity given by international design codes and selected theoretical models are compared with test results. A substantial need for improvement can be found, since the predictions for edge and corner columns are less accurate than those of comparable models for punching at inner columns. This observation can be explained by inappropriate modeling of the relative eccentricity e/c and the relative length of the shear reinforced area l_s/d in the existing design equations.

Therefore, in Chapter 4 linear-elastic finite-element-simulations of entire flat slab systems are carried out and evaluated to estimate the eccentricity, i. e. the shear and moment distribution near edge and corner columns of real flat slab systems.

In chapters 5 and 6, full scale punching tests on corner slab-column connections with and without shear reinforcement from the author as well as similar full scale punching tests on edge slab-column connections from the RWTH Aachen are presented and discussed. In addition to numerous strain measurements in concrete and reinforcement, the development of relevant cracking in concrete due to flexure, shear and torsion could be recorded and analyzed. It is shown that the failure process is initiated at approx. 70 % to 80 % of the punching load by a stable growth of inclined punching cracks. Moreover, the strain measurements elucidate the participation of different sections of the structure in transferring shear forces as well as flexural and torsional moments.

In chapter 7, a numerical study is carried out using the nonlinear finite-element-program MASA, which has been developed at the Institute of Construction Materials and which is based on the so-called Microplane material model and a smeared crack approach (crack band method). Based on comparisons to the results of punching tests it is shown that the numerical model is able to realistically predict the failure mode as well as the load bearing and deformation behavior at punching of flat slabs. Moreover, the analysis allows for a description of the time-dependent and spatial development of inclined punching cracks and the entire failure process. As a result, the penetration of the inclined punching cracks into the compression zone is identified as the main failure criterion. Finally, a numerical parametric study is carried out to calculate and analyze the influence of concrete properties, reinforcement ratio, size effect and test setup on the punching behavior.

The shear and moment interaction at edge and corner columns without shear reinforcement is investigated in detail in chapter 8. For this purpose, a simplified strut-and-tie model is presented, which visualizes the flow of forces in the slab-column connections and allows for a qualitative description of the shear and moment interaction. Subsequently, the verified numerical model from chapter 7 is used to calculate the influence of moment transfer between slab and column on the failure process and the punching capacity.

As a result, an equation of interaction is derived that gives the punching capacity of the slab-column connections for any shear-moment ratios. A comparison of the equation of interaction with the results of punching tests contained in the data bank (chapter 3) shows good agreement.

In addition, the influence of the column dimensions and geometry on the shear and moment interaction is determined by means of theoretical and numerical investigations. Furthermore, the applicability of the results to a critical section inside a shear reinforced area as well as the design of the shear reinforcement are discussed.

In chapter 9, the shear capacity in the exterior critical section of slabs with shear reinforcement is treated. In a first step, the decrease of the nominal shear capacity with increasing the relative length of the shear reinforced area l_s/d *without* moment transfer is analyzed using the verified numerical model. It is found that there is a transition of the load-bearing behavior from (spatial) punching to (plane) shear with increasing the relative length of the shear reinforced area l_s/d . The corresponding decrease of the nominal shear capacity is described by appropriate transition factors and validated by a comparison with the results contained in the test data bank. Moreover, it is shown that the nominal shear capacity of edge and corner columns (without moment transfer) is smaller than that of inner columns.

In a second step, the shear and moment interaction in the exterior critical section of slabs with shear reinforcement is analyzed. From strain measurements on reinforcement bars and from calculated global stress distributions in concrete can be concluded, that the shear and moment interaction in the slab fades away with increasing distance from the column. Using the verified numerical model, the decrease of the interaction is quantified and an extended equation of interaction is derived.

In chapter 10, the new findings are integrated to a unified design approach according to (Eq. 1) and (Eq. 2). The approach exhibits the same format and critical section as DIN 1045-1. However, different to DIN 1045-1, it takes into account the relative eccentricity e/c , the relative length of the shear reinforced area, the column geometry c_x/c_y and the characteristic design level of edge and corner columns. A comparison with the test data bank shows that the design approach is able to realistically predict the influence of the most important parameters on the punching load. As a result, compared to DIN 1045-1 the coefficients of variation of the quotients $V_{u,test}/V_{u,calc}$ are improved by 37 % (corner columns) and 44 % (edge columns), respectively. Furthermore, the design approach is easy to apply and appropriate for practical applications.

$$V_{Rd,ct} = v_{Rd,ct} \cdot d \cdot u \quad (\text{Eq. 1})$$

$$v_{Rd,ct} = 0,12 \cdot \kappa \cdot (\rho_l \cdot f_c)^{1/3} \cdot \frac{\kappa_a}{\beta \cdot \alpha} \quad (\text{Eq. 2})$$

1 Einführung

1.1 Ausgangssituation und Problemstellung

Aufgrund ihrer wirtschaftlichen und architektonischen Vorzüge kommen im Hoch- und Industriebau zunehmend punktgestützte Stahlbetonplatten ohne Unterzüge oder tragende Wände („Flachdecken“) zum Einsatz. Die wirtschaftliche Bedeutung von Deckenkonstruktionen ist erheblich, da mehr als 50 % des Stahlbetons in Form von Decken einbaut wird, was zu mehr als 60 % der Rohbaukosten beiträgt (Franz, Schäfer 1988).

Bei der Bemessung von Flachdecken ist neben dem Biege- und Durchbiegungsnachweis in vielen Fällen der Nachweis des Durchstanzens maßgebend für die Geometrie des Gesamtsystems (Plattendicke, Stützweite etc.). Als Durchstanzen wird das lokale Querkraftversagen der Platte im Bereich von Stützen oder Einzellasten bezeichnet, bei dem ein kegelförmiger Bruchkörper aus der Platte herausgetrennt wird (Bild 2.2a).

Zum zentrischen Durchstanzen im Bereich von Innenstützen liegen zahlreiche experimentelle und theoretische Untersuchungen vor, so dass die bestehenden Bemessungsnormen und theoretischen Modelle die Durchstanztragfähigkeit mit angemessener Genauigkeit beschreiben (Reineck 2001). Demgegenüber ist die Vorhersagegenauigkeit der bestehenden Normen und Modelle beim Durchstanzen im Bereich von Rand- und Eckstützen deutlich geringer als bei Innenstützen (vgl. Abschnitt 3), was nicht nur zu wirtschaftlichen Nachteilen, sondern auch zu einer verminderten Tragsicherheit der Deckenkonstruktionen führen kann. Dabei ist zu beachten, dass insbesondere bei kleineren Deckensystemen mehr Außenstützen als Innenstützen vorhanden sind.

Im Unterschied zu zentrisch beanspruchten Innenstützen ist das Durchstanzversagen im Bereich von Rand- und Eckstützen durch die gleichzeitige Übertragung von Biegemomenten und Querkraften zwischen Stütze und Platte gekennzeichnet. Die Abhängigkeit der Querkrafttragfähigkeit und der Versagensart der Platte von der Höhe des übertragenen Momentes wird als Momenten-Querkraft-Interaktion bezeichnet und ist der maßgebende Parameter beim Durchstanznachweis im Bereich von Rand- und Eckstützen. Eine verbessertes Berechnungsmodell kann daher primär durch eine vertiefte Kenntnis der Momenten-Querkraft-Interaktion beim exzentrischen Durchstanzen erreicht werden.

Zur Erhöhung der Durchstanztragfähigkeit werden Flachdecken häufig mit Schubbewehrung wie z. B. Bügeln oder Doppelkopfbolzen ausgeführt. Allerdings sind die Bemessungs- und Konstruktionsregeln der Schubbewehrung im Bereich von Rand- und Eckstützen weder fundiert noch eindeutig, so dass in der Baupraxis kein einheitlicher Stand der Technik zu finden ist. Dies gilt insbesondere für den Tragfähigkeitsnachweis außerhalb des schubbewehrten Bereiches, der primär von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches sowie von der Momenten-Querkraft-Interaktion beeinflusst wird.

Die Forschung zum Tragverhalten beim Durchstanzen von Flachdecken wird dadurch erschwert, dass experimentelle Untersuchungen an Bauteilen mit wirklichkeitsnahen Abmessungen aufwändig und kostenintensiv sind. Als Alternative bzw. Ergänzung zu Durchstanzversuchen sind nichtlineare Berechnungen mit der Methode der Finiten-Elemente erfolgversprechend. Allerdings scheiterte deren Anwendung lange Zeit an ungeeigneten Werkstoffgesetzen und Risskonzepten für Beton sowie an begrenzten Rechnerkapazitäten. Diese Grundvoraussetzungen stehen jedoch mittlerweile zur Verfügung und haben sich für die Simulation des nichtlinearen Verhaltens von Stahlbetontragwerken bewährt. Nichtlineare Finite-Elemente-Berechnungen bieten die Chance, neue Einblicke in das Tragverhalten und den Versagensprozess beim Durchstanzen von Flachdecken zu gewinnen und stellen eine wichtige Ergänzung zu experimentellen und theoretischen Untersuchungen dar.

1.2 Zielsetzung und Themenbereich

Das Hauptziel dieser Arbeit besteht in der Analyse und Beschreibung des Tragverhaltens von Flachdecken beim Durchstanzen im Bereich von Rand- und Eckstützen ohne Schubbewehrung unter Momenten-Querkraft-Interaktion. Darüber hinaus soll das Tragverhalten von Rand- und Eckstützen mit Schubbewehrung außerhalb des schubbewehrten Bereiches in Abhängigkeit von dessen Länge sowie unter Berücksichtigung der Momenten-Querkraft-Interaktion untersucht und modelliert werden. Schließlich sollen die Ergebnisse der Analysen in einem einheitlichen Bemessungsansatz für das exzentrische Durchstanzen zusammengeführt werden. Zu diesem Zweck werden primär folgende Methoden eingesetzt:

- Anhand theoretischer Überlegungen und vereinfachter Tragmodelle (z. B. Stabwerkmodelle) werden Trag- und Bruchmechanismen veranschaulicht und qualitativ beschrieben.
- Mit Hilfe eines geeigneten nichtlinearen 3D-Finite-Elemente-Modells wird das Durchstanzversagen numerisch simuliert und der Einfluss der wichtigsten Parameter auf das Tragverhalten quantifiziert.
- Durchstanzversuche an statisch unbestimmten Flachdeckenausschnitten mit wirklichkeitsnahen Deckendicken und einer ausführlichen Messdatenerfassung ermöglichen vertiefte Einblicke in das Tragverhalten (Stahl- und Betondehnungen, Entwicklung der Biege-, Schub- und Torsionsrisse) sowie eine detaillierte Überprüfung der Finite-Elemente-Berechnungen.
- Eine umfangreiche Datenbank mit den Ergebnissen von ca. 200 Durchstanzversuchen aus der Literatur dient zur Absicherung der gefundenen Zusammenhänge, zur statistischen Auswertung von Parametereinflüssen sowie zur Festlegung des Bemessungsniveaus.

Diese breit angelegte Vorgehensweise erfordert eine Beschränkung des Themenbereiches dieser Arbeit. So wird das Tragverhalten innerhalb eines schubbewehrten Bereiches in Grundzügen behandelt, jedoch nicht ausführlich durch gesonderte theoretische oder numerische Arbeiten analysiert. Darüber hinaus fallen Flachdecken mit Vorspannung ohne Verbund, Flachdecken mit Deckenüberstand und Fundamente nicht in den Themenbereich dieser Arbeit. Weiterhin werden positive („öffnende“) Stützenanschlussmomente sowie sehr hohe Anschlussmomente um eine Achse senkrecht zum freien Plattenrand nicht behandelt, da diese nur in seltenen Sonderfällen auftreten.

2 Grundlagen zum exzentrischen Durchstanzen

2.1 Meilensteine der Entwicklung

Bis zum Beginn des 20. Jahrhunderts bestand die Standardlösung für Massivdecken von Hochbauten aus einer einachsigen gespannten, dünnen Platte über Unterzügen in engem Abstand (Herzog 1982). Zur Vermeidung des sehr hohen Schalungsaufwandes dieser Konstruktion wurde im Jahre 1906 von dem Ingenieur Turner mit dem Bovey Building in Minneapolis die erste unterzugslose, ausschließlich auf Stützen mit Kopfverstärkungen gelagerte Decke ausgeführt (Turner 1909). In Europa ist die Entwicklung der Flachdecke eng mit dem Ingenieur und Bauunternehmer Robert Maillart verbunden. Maillart setzte bereits die noch heute gebräuchliche orthogonale Zweibahnenbewehrung ein und führte 1908 Belastungsversuche an einer Einfelddecke sowie an einer Neunfelddecke durch (Bild 2.1a). Seine Konstruktionsmethode wurde 1909 in der Schweiz patentiert (Maillart 1909). Die erste Pilzdecke nach dem System Maillart wurde 1910 in Zürich errichtet (Bild 2.1b). Die Wirtschaftlichkeit seiner Konstruktion und der Schutz des Patentes ermöglichten Maillart eine Ausbreitung der Bauweise auf verschiedene europäische Länder wie Frankreich, Spanien oder Russland (Fürst, Marti 1997).

In Deutschland war die Ausführung von Pilz- oder Flachdecken zunächst nicht zulässig, da die ingenieurmäßigen Berechnungen von den Bauaufsichtsbehörden nicht anerkannt wurden (Mayer 1912). Erst die Deutschen Eisenbetonbestimmungen von 1925 legten Anforderungen an die Konstruktion von Flachdecken fest, die eine Berechnung der Biegemomente nach den jüngsten theoretischen Arbeiten von Lewe (1920, 1922) und Marcus (1924) zuließen (Fürst, Marti 1997). In dieser frühen Phase konzentrierten sich die Forschungsarbeiten auf das Biegetragverhalten und die Verformungen von Flachdecken. Die Gefahr des Durchstanzens wurde zunächst durch Stützenköpfe („drop panels“) vermieden (Andrä et al. 1984-1). Erst die berühmten Arbeiten von Kinnunen, Nylander (1960) und Moe (1961) befassten sich ausführlich mit der Problematik des Durchstanzens, waren jedoch im wesentlichen auf Innenstützen beschränkt, da in den Randbereichen der Platte häufig Wände oder Unterzüge angeordnet wurden. Ausführlichere experimentelle und theoretische Untersuchungen zu Randstützen folgten Ende der 60er Jahre u. a. durch Beresford (1967) und Hanson, Hanson (1968). In den 70er und 80er Jahren wurden schließlich zunehmend Untersuchungen zum Einsatz wirksamer Schubbewehrungen durchgeführt, wobei die 1980 von Andrä patentierte Kopfbolzen-Dübelreihe (Andrä 1979, 1980) bis heute einen wesentlichen Einfluss auf die Bewehrungstechnik im Stahlbetonbau ausübt.

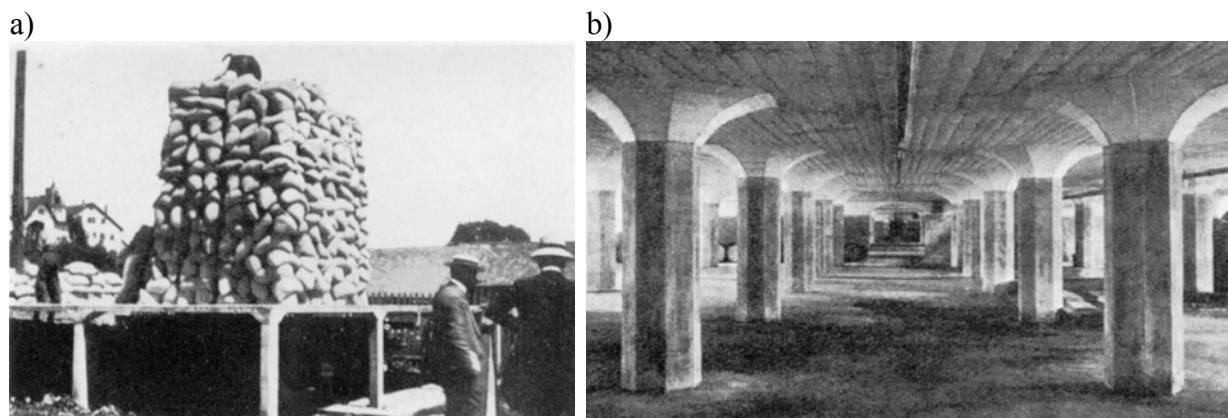


Bild 2.1 Flachdecken nach Maillart (1926): a) Belastungsversuche, b) Ausgeführte Pilzdecke aus dem Jahr 1910

2.2 Versagensarten und Tragmechanismen

Als Durchstanzen wird das Querkraftversagen im Stützbereich von punktförmig gestützten Platten (Flachdecken) oder Fundamenten bezeichnet, bei welchem ein kegelförmiger Bruchkörper aus der Platte herausgetrennt wird (Bild 2.2a). Die Art des Versagens und die Form des Bruchkörpers werden von der Geometrie der Verbindung (Plattendicke, Stützenabmessungen) und den Materialparametern (Betoneigenschaften, Bewehrungsgrad etc.) in gewissem Maße beeinflusst (vgl. hierzu Kordina, Nölting 1986). Eine drastische Veränderung des Tragverhaltens ist jedoch zu beobachten, wenn beim Durchstanzen zusätzlich zu der Stützenkraft auch ein Stützenmoment in die Platte eingeleitet wird (exzentrische Beanspruchung). Dieser Fall tritt insbesondere im Bereich von Rand- und Eckstützen auf, kann jedoch auch bei Innenstützen durch stark unterschiedliche Stützweiten bzw. Verkehrslastanordnungen sowie durch Horizontalbelastung bei nicht ausgesteiften Systemen entstehen. Zur Beschreibung und Erklärung der unterschiedlichen Versagensarten werden nachfolgend die prinzipiellen Tragmechanismen beim zentrischen und exzentrischen Durchstanzen gegenübergestellt.

2.2.1 Zentrisches Durchstanzen

Im Unterschied zum Schubversagen bei einachsig gespannten Platten oder Balken ist das Durchstanzen von Flachdecken dadurch gekennzeichnet, dass in der Betondruckzone in Stütznähe ein konzentrierter Beanspruchungszustand aus radialen (auf die Stütze zulaufenden) und insbesondere auch tangentialen (ringförmigen) Betonstauchungen vorliegt. Dieser Beanspruchungszustand wirkt sich günstig auf die Schubtragfähigkeit der Platte aus, so dass beim Durchstanzen eine höhere nominelle Schubtragfähigkeit erreicht wird als beim ebenen Plattenschub. Der konzentrierte Beanspruchungszustand entsteht durch die zweiachsige Krümmung der Platte im Stützbereich und ist in Bild 2.2b) anhand der Stauchungen in der Betondruckzone neben der Stütze nach Kordina, Nölting (1986) dargestellt. Man erkennt, dass in der Biegedruckzone zusätzlich zu den radialen Stauchungen (Kurve 2) ausgeprägte tangentiale Stauchungen (Kurve 1) auftreten, die ringförmig um die Stütze verlaufen. Der Beton im Bereich der Stütze befindet sich somit unter mehrachsiger Druckbeanspruchung, so dass seine Schubtragfähigkeit anwächst.

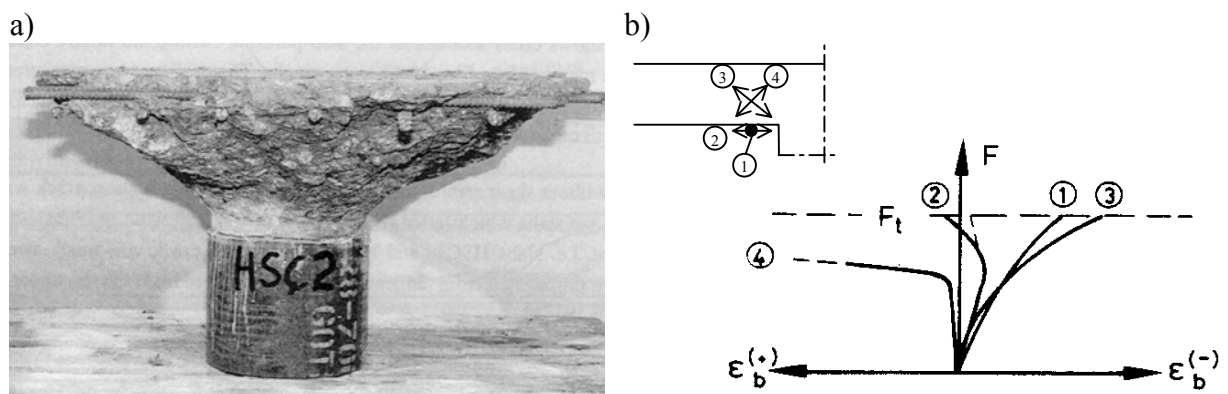


Bild 2.2 Durchstanzen: a) Kegel nach Hallgren (1996), b) Stauchungen in der Betondruckzone nach Kordina, Nölting (1986)

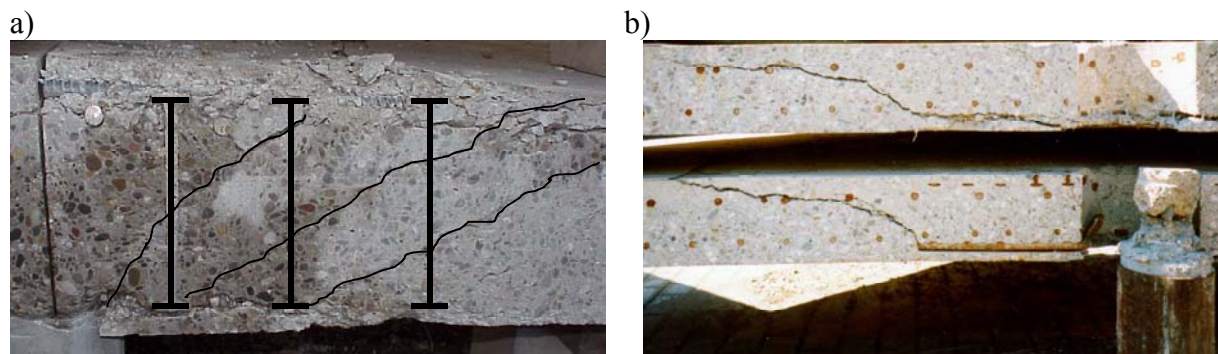
Es ist charakteristisch für den Bruchverlauf beim Durchstanzen von Flachdecken, dass sich bereits deutlich vor Erreichen der Durchstanzlast geneigte Durchstanzrisse im Inneren der Platte bilden (Regan, Braestrup 1985), die sich mit zunehmender Belastung stabil fortpflanzen. Der Zusammenhang zwischen der Bildung von Biege- und Durchstanzrisse ist umstritten. Messungen der Plattendicke in Durchstanzversuchen ohne und mit Schubbewehrung deuten darauf hin, dass die Bildung von Durchstanzrisse ab ca. 40 % bis 60 % der Durch-

stanzlast beginnt (u. a. Kinnunen, Nylander 1960, Kordina, Nölting 1986, Eligehausen, Vocke 2000-1). Das fortschreitende Risswachstum führt dazu, dass die Betondruckzone immer weiter eingeschnürt wird. Versagen tritt schließlich ein, wenn das Risswachstum instabil wird und die Durchstanzrisse die konzentrierte Betondruckzone durchtrennen. Da beim Durchstanzen Betonversagen maßgebend ist, handelt es sich um eine sehr spröde Versagensart mit geringer Vorankündigung.

Als Versagenskriterium wurde in zahlreichen Arbeiten das Erreichen bestimmter kritischer Dehnungen in der Betondruckzone in radialer und/oder tangentialer Richtung angesetzt (u. a. Kinnunen, Nylander 1960, Shehata 1985, Broms 1990, Hallgren 1996). In jüngerer Zeit wurde jedoch auch zunehmend auf die Höhe und Verteilung der Zugspannungen im Beton abgestellt (u. a. Georgopoulos 1987, Menétrey 1994).

Um die Durchstanztragfähigkeit zu erhöhen und die Sprödigkeit des Versagens zu vermindern, werden Flachdecken häufig mit Schubbewehrung ausgeführt. Hierzu können grundsätzlich Bügel eingesetzt werden, obwohl diese den Nachteil besitzen, dass sie sich in dünnen Bauteilen wie Flachdecken aufgrund ihres relativ großen Verankerungsschlupfes der Lastaufnahme entziehen (Eligehausen et al. 1999). Höhere Tragfähigkeiten können mit bauaufsichtlich zugelassenen Dübelleisten (DIBt 1997-1) oder Doppelkopfbolzen (u. a. DIBt 1997-2) erreicht werden. Das Rissbild eines Durchstanzversuches bei Durchstanzen innerhalb eines mit Doppelkopfbolzen bewehrten Bereiches ist in Bild 2.3a) anhand eines Sägeschnittes durch die Versuchsplatte dargestellt. Man erkennt eine Schar geneigter Durchstanzrisse, die durch die Doppelkopfbolzen zusammengehalten werden. Dieses Tragverhalten kann nach André (1981) und Eligehausen et al. (1999) mit Hilfe eines räumlichen Fachwerkmodells beschrieben werden, in welchem die zwischen den geneigten Durchstanzrisse verlaufenden Betondruckstreben durch die vertikalen Doppelkopfbolzen „hochgehängt“ und in die Stütze weitergeleitet werden. Neuste Untersuchungen zum zentrischen Durchstanzen von Flachdecken mit Schubbewehrung sind bei Beutel (2002) zu finden.

Bild 2.3b) veranschaulicht, dass das Versagen bei Platten mit Schubbewehrung auch außerhalb des schubbewehrten Bereiches auftreten kann, obwohl dieser Nachweis in DIN 1045 bisher nicht gefordert wurde. Dabei ist zu beachten, dass die günstig wirkende mehrachsiale Druckbeanspruchung der Betondruckzone (vgl. Bild 2.2b) mit wachsendem Abstand von der Stütze nachlässt, so dass ein Übergang des Tragverhaltens vom Durchstanzen zum ebenen Plattenschub stattfindet (Eligehausen et al. 1999). Zur Berücksichtigung dieses Übergangs wurde von Eligehausen, Vocke (1997) eine neue Bemessungsgleichung für den Nachweis außerhalb des schubbewehrten Bereiches vorgeschlagen, die in die bauaufsichtlichen Zulassungen für Dübelleisten (DIBt 1997-1) und Doppelkopfbolzen (u. a. 1997-2) sowie in modifizierter Form in die neue DIN 1045-1 übernommen wurde (vgl. hierzu Abschnitt 9).



Stütze

Bild 2.3 Versagensarten beim Durchstanzen mit Schubbewehrung: a) Innerhalb des schubbewehrten Bereiches nach Eligehausen, Vocke (2000-1), b) außerhalb des schubbewehrten Bereiches nach Eligehausen et al. (1999)

2.2.2 Exzentrisches Durchstanzen

Das unterschiedliche Tragverhalten von rotationssymmetrisch beanspruchten Innenstützen und Rand- bzw. Eckstützen besitzt im wesentlichen zwei Ursachen. Zunächst ist bei Rand- und Eckstützen eine Abnahme der für das zentrische Durchstanzen charakteristischen tangentialen Stauchungen in der Betondruckzone zum freien Plattenrand hin festzustellen. Darüber hinaus besteht der wesentliche Unterschied zwischen rotationssymmetrisch beanspruchten Innenstützen und Rand- bzw. Eckstützen jedoch darin, dass bei Innenstützen im rotations-symmetrischen Fall keine Biegemomente zwischen Stütze und Platte übertragen werden. Demgegenüber veranschaulicht der idealisierte Momentenverlauf in einer Flachdecke gemäß Bild 2.4, dass bei Randstützen infolge der Verträglichkeitsbedingungen ein Stützenanschlussmoment entsteht, dessen Achse parallel zum freien Plattenrand verläuft. Darüber hinaus kann bei ungleichmäßigen Stützweiten oder Verkehrslastanordnungen auch ein weiteres Anschlussmoment um eine Achse senkrecht zum freien Plattenrand hinzu kommen. Bei Eckstützen treten praktisch immer zwei Anschlussmomente auf, deren Achsen parallel zu den beiden freien Plattenrändern verlaufen.

Die Höhe der Stützenanschlussmomente hängt in horizontal ausgesteiften Deckensystemen primär von dem Steifigkeitsverhältnis zwischen Stütze und Platte, aber auch von den Stützweiten und Verkehrslaststellungen ab (vgl. hierzu Abschnitt 4). Bei horizontal nicht aussteiften Deckensystemen entstehen Anschlussmomente nicht nur aus Verträglichkeitsbedingungen, sondern auch aus Gleichgewichtsgründen, da die Stützen zur Aufnahme der horizontalen Lasten (Wind etc.) erforderlich sind. Daher treten in diesen Systemen meist deutlich höhere Anschlussmomente auf.

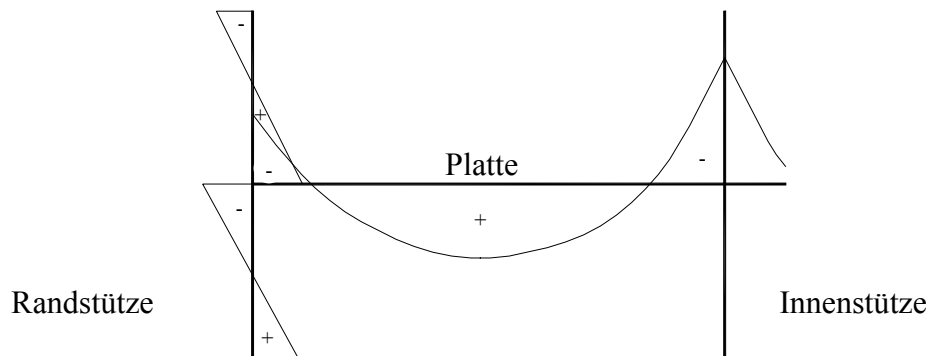


Bild 2.4 Idealisierter Momentenverlauf in einer Flachdecke

Eine geeignete Kenngröße für den Beanspruchungszustand einer Platten-Stützenverbindung ist das Verhältnis zwischen Anschlussmoment M und Plattenquerkraft (Stützenkraft) V , d. h. die Ausmitte oder Exzentrizität $e = M/V$. Um unterschiedliche geometrische Bedingungen vergleichbar zu machen, kann die Ausmitte e auf die Breite der Stütze c senkrecht zur Achse des Anschlussmomentes bezogen werden.

Die Höhe der bezogenen Ausmitte e/c besitzt maßgeblichen Einfluss auf das Tragverhalten, da durch die Momentenübertragung in der Platte zusätzliche Schubbeanspruchungen entstehen, die sich mit denjenigen infolge der Plattenquerkraft überlagern. Diese Momenten-Querkraft-Interaktion führt dazu, dass sich in Abhängigkeit von der Ausmitte unterschiedliche Versagensmechanismen einstellen. Nach Pöllet (1984) und Kordina, Nölting (1986) können daher in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte e/c drei Bereiche unterschieden werden, deren typische Bruchbilder in Bild 2.5 für eine Randstütze dargestellt sind.

Bei geringen bezogenen Ausmitten $0 \leq e/c < 0,5$ verläuft die Haupttragrichtung infolge der Durchlaufwirkung parallel zum freien Plattenrand, während senkrecht zum freien Plattenrand nur relativ geringe Momente und Querkräfte übertragen werden. Daher tritt ein Schubversa-

gen auf (Bild 2.5a), welches sich primär an den Stützseitenflächen ankündigt, während an der Stützeninnenfläche erst sekundär Schädigungen entstehen.

Mit ansteigender bezogener Ausmitte wird die Tragrichtung senkrecht zum freien Plattenrand zunehmend aktiviert. Die Verdrehung der Stütze gegenüber der Platte um die Achse parallel zum freien Plattenrand lässt in der Platte zusätzliche Beanspruchungen entstehen, die in Bild 2.7 (Abschnitt 2.2.3) vereinfacht durch eine lineare Schubspannungsverteilung nach Di Stasio, Van Buren (1960) sowie Moe (1961) dargestellt sind. Danach resultieren insbesondere an der Stützeninnenfläche zusätzliche Schubspannungen, die sich mit denjenigen aus Querkraft überlagern. Demgegenüber wird der freie Plattenrand durch die Momentenübertragung entlastet, da sich die Schubspannungen aus Biegung und Schub ganz oder teilweise kompensieren. Darüber hinaus entstehen an den Stützseitenflächen horizontale Schubspannungen, da dort Torsionsmomente zwischen Stütze und Platte übertragen werden. Die Veränderung des Spannungszustandes führt dazu, dass das Schubversagen seinen Ursprung nicht mehr an den Stützseitenflächen, sondern an der Stützenfrontfläche besitzt, wo sich Schubspannungen infolge Querkraft und Momentenübertragung ungünstig überlagern. Der Schubriss pflanzt sich zu den freien Plattenrändern hin fort bis sich ein gleichmäßig umlaufender Bruchkegel gebildet hat, der demjenigen bei zentrischen Durchstanzen nahe kommt (Bild 2.5b). Diese Versagensart tritt etwa bei Ausmitten im Bereich $0,5 \leq e/c < 1,4$ ein und wird als Schubtorsionsbruch bezeichnet (Pöllet 1983).

Nimmt die bezogene Ausmitte weiter zu, werden die Momentenübertragung bzw. die Schubbeanspruchungen am freien Plattenrand infolge Momentenübertragung maßgebend. Das Versagen wird durch die Bildung von Torsionsrissen am freien Plattenrand eingeleitet, deren Neigung etwa senkrecht zu derjenigen von Schubrissen ist (Bild 2.5c) und die sich zum Platteninneren hin fortpflanzen. Das Versagen ist meist mit einem Fließen der Anschluss- und Biegebewehrung sowie großen Verformungen verbunden. Diese Versagensart tritt etwa bei Ausmitten $e/c > 1,4$ ein und wird als Biegetorsionsbruch bezeichnet (Pöllet 1983). Die angegebenen Bereichsgrenzen für e/c gelten näherungsweise für mittlere Bewehrungsgrade bei Randstützen. Der Übergang zwischen den Versagensarten hängt jedoch auch vom Bewehrungsgrad ab, da geringe Bewehrungsgrade einen frühzeitigen Biegetorsionsbruch einleiten können bzw. hohe Bewehrungsgrade diese Versagensart zunehmend ausschließen.

Neben einer Veränderung der Versagensart ist mit zunehmender Ausmitte der Beanspruchung eine deutliche Veränderung der Durchstanztragfähigkeit zu verzeichnen. Während der Übergang vom Schubbruch zum Schubtorsionsbruch nur geringen Einfluss auf die Tragfähigkeit besitzt, tritt mit dem Übergang zum Biegetorsionsbruch eine starke Abnahme der aufnehmbaren Stützenkraft auf. Daher ist die bezogene Ausmitte e/c ein entscheidender Parameter beim Nachweis des exzentrischen Durchstanzens.

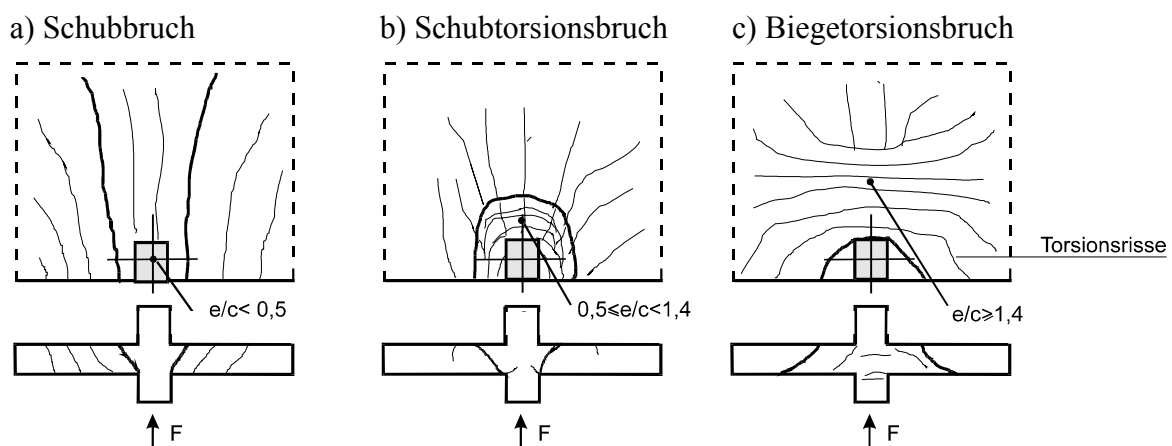


Bild 2.5 Bruchbilder einer Randstütze nach Kordina, Nölting (1986)

2.2.3 Mechanismen der Momentenübertragung

Bei rotationssymmetrisch beanspruchten Innenstützen sowie bei zentrisch beanspruchten Rand- und Eckstützen wird eine Stützenkraft von der Stütze in die Platte eingeleitet, die in der Platte durch Querkräfte weitergeleitet wird. Demgegenüber werden bei biegesteif angeschlossenen Rand- und Eckstützen auch Biegemomente zwischen Platte und Stütze übertragen. Im Bereich von Randstützen erfolgt die Weiterleitung eines Stützenanschlussmomentes M um eine Achse parallel zum freien Plattenrand in der Platte durch zwei Tragmechanismen:

- im Bereich der Stützenseitenflächen wird die Platte auf Torsion beansprucht.
- im Bereich der Stützenfrontfläche wird die Platte auf Biegung und Querkraft beansprucht.

Zur Verdeutlichung dieser Tragmechanismen ist in Bild 2.6a) eine Randstütze dargestellt, die an ihren Seitenfläche durch Schlitze von der Platte getrennt ist. In diesem Fall muss das gesamte Stützenmoment durch Biegung der Platte an der Stützenfrontfläche übertragen werden.

Bild 2.6b) zeigt den komplementären Fall, in welchem die Randstütze an ihrer Frontfläche durch einen Schlitz von der Platte getrennt ist, so dass das gesamte Stützenmoment durch Torsion in der Platte weitergeleitet werden muss. Bei Eckstützen treten diese Mechanismen zur Übertragung des Stützenmomentes in analoger Weise auf, Bild 2.6c) veranschaulicht die Weiterleitung des Stützenmomentes einer Eckstütze durch Torsionsmomente in der Platte.

Die Aufteilung des Stützenmomentes in Biege- und Torsionsmomente in der Platte hängt von den Steifigkeitsverhältnissen ab. Maßgebende Einflussgrößen hierfür sind vor allem die Geometrie der Stütze (Verhältnis der Seitenlängen, absolute Größe), die Plattendicke, die Bewehrungsführung und das Momenten-Querkraft-Verhältnis.

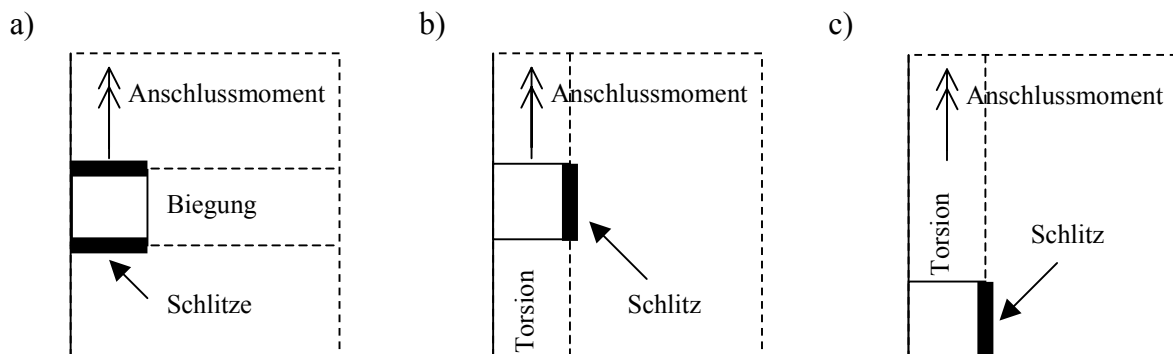


Bild 2.6 Übertragung des Anschlussmomentes: a) reine Biegung bei Randstützen, b) reine Torsion bei Randstützen, c) reine Torsion bei Eckstützen

Diese Mechanismen zur Weiterleitung des Stützenmomentes erzeugen Beanspruchungen in der Platte, die sich mit denjenigen infolge der Stützenkraft bzw. der Plattenquerkraft überlagern. Insbesondere entstehen in der Platte infolge des Anschlussmomentes vertikale und horizontale Schubbeanspruchungen, deren Verteilung vereinfacht in Bild 2.7 in einem vertikalen Schnitt um eine Randstütze dargestellt ist. Bild 2.7a) zeigt die Verteilung der vertikalen Schubspannungen. Diese sind vereinfacht an den Stützenseitenflächen linear verteilt und an der Stützenfrontfläche konstant. Darüber hinaus treten an den Stützenseitenflächen horizontale Schubspannungen auf (Bild 2.7b), die gemeinsam mit den linear verteilten vertikalen Schubspannungen den Torsionsmechanismus ergeben.

Die Superposition der vertikalen Schubspannungen infolge eines Stützenmomentes nach Bild 2.7 mit den Schubspannungen infolge der Stützenkraft führt dazu, dass die maximale Schubbeanspruchung der Platte nicht nur von der Stützenkraft, sondern auch vom Stützenmoment abhängig ist. Bild 2.8 veranschaulicht eine idealisierte lineare Schubspannungsverteilung infolge Querkraft- und Momentenübertragung. Man erkennt, dass die maximalen Schubspan-

nungen an der bei Randstützen an der Stützenfrontfläche (Bild 2.8a) und bei Eckstützen an der inneren Stützenkante (Bild 2.8b) auftreten. Die Neigung der Spannungsverteilung wird umso steiler, je größer die Momentenbeanspruchung ist. Insgesamt ergibt sich aus den Spannungsspitzen, dass die maximal aufnehmbare Stützenkraft mit zunehmendem Stützenanschlussmoment abnimmt.

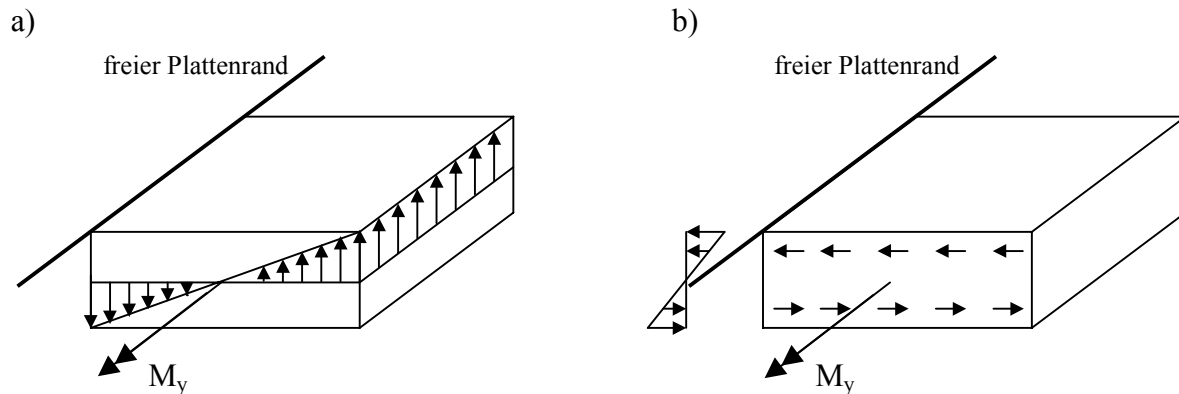


Bild 2.7 Schubspannungen infolge Momentenübertragung in einem vertikalen Schnitt: a) vertikale Schubspannungen, b) horizontale Schubspannungen

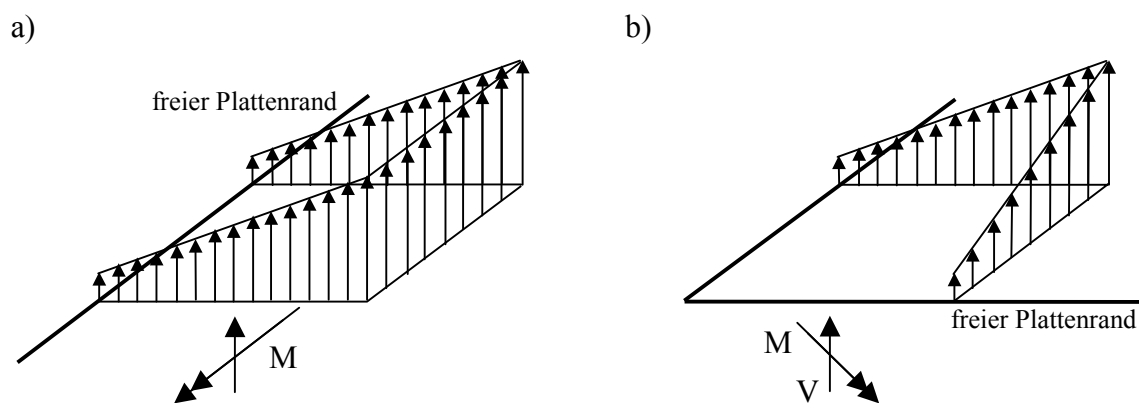


Bild 2.8 Idealierte Schubspannungsverteilung infolge Querkraft- und Momentenübertragung: a) Randstütze, b) Eckstütze

Der Einfluss der Stützenkraft und des Stützenmomentes auf die Beanspruchung der Platte im Stützbereich wird als Momenten-Querkraft-Interaktion bezeichnet. Die Höhe der Momenten-Querkraft-Interaktion wird durch die Ausmitte $e = M/V$ (M = Stützenmoment, V = Stützenkraft) bzw. durch die bezogene Ausmitte e/c (c = Stützenbreite) ausgedrückt und ist ein maßgebender Parameter bei exzentrischen Durchstanzen im Bereich von Rand- und Eckstützen. Der Einfluss der Momenten-Querkraft-Interaktion auf das Tragverhalten und die Bruchlast von Flachdecken ohne und mit Schubbewehrung ist ein wesentlicher Bestandteil dieser Arbeit und wird in den Abschnitten 8.1 und 9.2 ausführlich in theoretischen und numerischen Untersuchungen analysiert. Darauf aufbauend wird in Abschnitt 10.2 eine Bemessungsgleichung vorgestellt, welche den Einfluss der Momenten-Querkraft-Interaktion auf die Durchstanztragfähigkeit im Bereich von Rand- und Eckstützen berücksichtigt.

2.3 Theoretische Modelle

Insbesondere seit Anfang der 60er Jahre wurden zahlreiche theoretische Modelle für das zentrische Durchstanzen sowie einige für das Durchstanzen im Bereich von Rand- und Eckstützen veröffentlicht. Eine Zusammenstellung ausgewählter Modelle zum zentrischen Durchstanzen wurde unter Mitwirkung des Verfassers im *fib*-Bulletin „Punching“ (Reineck 2001) veröffentlicht. Tabelle 2.1 gibt eine Übersicht wesentlicher theoretischer Modelle zum exzentrischen Durchstanzen. Da die Modelle sich teilweise erheblich in ihren Grundannahmen und Schlussfolgerungen unterscheiden wurde versucht, diese in geeignete Kategorien einzuteilen, wobei die Grenzen zwischen den Kategorien teilweise fließend sind. Nachfolgend werden die charakteristischen Eigenschaften der wichtigsten Kategorien jeweils anhand mindestens eines theoretischen Modells vorgestellt.

Stabwerkmodelle	- Alexander, Simmonds (1987) - Lim, Rangan (1995) - Sherif (1996)
Balkenanalogien	- Hawkins, Corley (1971) - Ingvarsson (1977) - Rangan, Hall (1983) - Luo, Durrani (1995) - Desayi, Seshadri (1997-1)
Lineare Schubspannungsverteilung	- Di Stasio, Van Buren (1960) - Moe (1961) - Dragosavic, van den Beukel (1974) - van den Beukel (1975)
Elastische Plattentheorie	- Mast (1970)
Interaktionsansätze	- Hanson, Hanson (1968) - Stamenkovic, Chapman (1974) - Herzog (1974) - Siao (1994)
Bruchflächenmodelle	- Zaghlool (1971) - Narui (1977) - Pöllet (1983)
Rundschnittmodelle	- Regan (1981)
Plastizitätstheorie	- Brändli (1984)
Empirische Ansätze	- Narasimhan (1971)

Tabelle 2.1 Übersicht theoretischer Modelle zum exzentrischen Durchstanzen

2.3.1 Stabwerkmodelle

Stabwerkmodelle finden in Forschung und Praxis breite Anwendung und besitzen den Vorteil, dass sie den Kraftfluss innerhalb eines Bauteils anschaulich werden lassen. Für das zentrische Durchstanzen haben u. a. Andrä (1982) und Pralong (1982) Stabwerkmodelle veröffentlicht. Grundlagen für die praktische Anwendung von Stabwerkmodellen sowie zahlreiche Beispiele sind in Schlaich, Schäfer (1998) zu finden. Darüber hinaus wurde das Bemessen mit Stabwerkmodellen mittlerweile auch in DIN 1045-1 aufgenommen.

Wirklichkeitsnahe Stabwerkmodelle für räumliche, nicht-symmetrische Problemstellungen wie das exzentrische Durchstanzen werden jedoch zunehmend komplizierter, was zu einem erhöhten Berechnungsaufwand sowie einer verminderten Anschaulichkeit führt. Daher eignen sich Stabwerkmodelle beim exzentrischen Durchstanzen primär für die Beschreibung und Analyse des Kraftflusses.

2.3.1.1 Simmonds, Alexander (1987)

Simmonds, Alexander (1987) haben das in Bild 2.9a) dargestellte Fachwerkmodell zur Beschreibung des Kraftflusses in Randstützen-Plattenverbindungen entwickelt, welches neben Bewehrungszugstreben aus folgenden Elementen besteht:

- vertikal geneigte Schubstreben („shear struts“), die zur Übertragung von Schubkräften sowie an der Stützeninnenseite zur Übertragung von Momenten dienen. Dabei wird unterschieden, ob die Schubstrebe einer Abwärtsbewegung („gravity struts“) oder Aufwärtsbewegung („uplift struts“) entgegenwirkt.
- horizontal geneigte Verankerungsstreben („anchoring struts“), die eine Weiterleitung des Stützenmomentes an den Stützensseitenflächen ermöglichen.

Die Lage der Fachwerkstreben ergibt sich aus der Geometrie der Stütze und der Anordnung der Bewehrung. Die Neigung der Schubstreben definieren Simmonds, Alexander (1987) durch die Bedingung, dass die Vertikalkomponente der Schubstrebe der „confining capacity“ der Platte entsprechen muss, welche aus Versuchsergebnissen abgeleitet wird. Diese „confining capacity“ ist als Zugfestigkeit einer vertikalen Betonzugstrebe bzw. als ebene Schubfestigkeit der Platte zu interpretieren. Simmonds, Alexander (1987) setzen voraus, dass ein Druckversagen der Schubstreben nicht auftritt und daher nicht berücksichtigt werden muss. Als alleiniges Versagenskriterium für das Fachwerkmodell dient der Fließbeginn der Biegezugbewehrung im Stützenstreifen. Die Aktivierung der neben dem Stützenstreifen verlaufenden Bewehrung wird als linear auf Null abnehmend (im Abstand d von der Stütze) angenommen.

Mit Hilfe des Fachwerkmodells berechnen Simmonds, Alexander (1987) das in Bild 2.9b) dargestellte Interaktionsdiagramm. Der Verlauf der Kurve zwischen den Berechnungspunkten A und B wird durch die Momenten-Querkraft-Interaktion an den Stützensseitenflächen determiniert, der Verlauf zwischen B und A' durch die Momenten-Querkraft-Interaktion an der Stützenfrontfläche.

Die Autoren vergleichen das Berechnungsverfahren mit den Ergebnissen von Durchstanzversuchen und stellen für mittlere Längsbewehrungsgrade, bei welchen ein Fließen der Biegezugbewehrung entsprechend dem zugrunde gelegten Versagenskriterium maßgebend war, eine gute Übereinstimmung zwischen der Berechnung und den Versuchsergebnissen fest. Nach der Auswertung liefert die Berechnung mit dem Fachwerkmodell erst für sehr große Längsbewehrungsgrade $\rho_l > 3\%$ unsichere Ergebnisse, da zunehmend ein Versagen der Betondruckstreben maßgebend wird, was in dem Modell nicht enthalten ist.

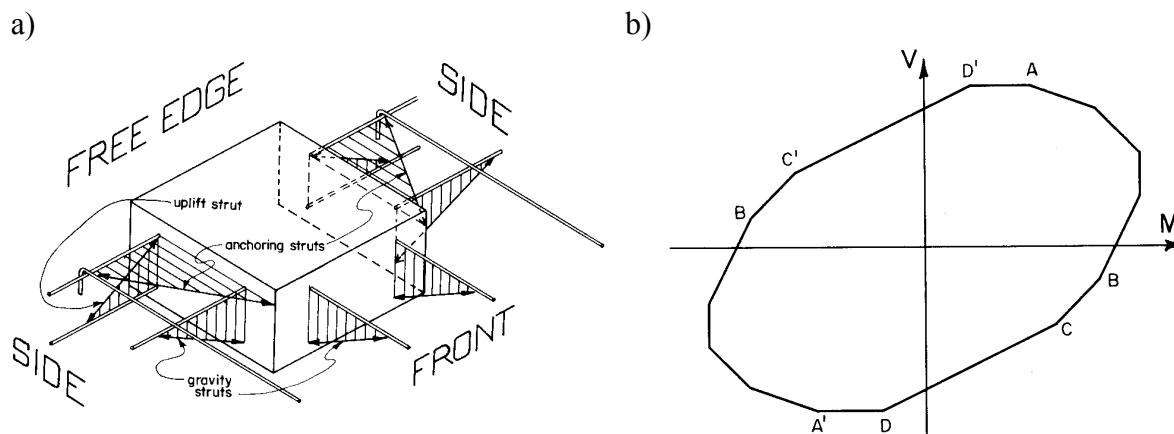


Bild 2.9 Fachwerkmodell nach Simmonds, Alexander (1987): a) Aufbau des Fachwerks, b) berechnetes Interaktionsdiagramm

2.3.1.2 Lim, Rangan (1995)

Basierend auf Durchstanzversuchen an Rand- und Eckstützen mit Kopfbolzendübeln als Schubbewehrung (Lim, Rangan 1994) haben Lim, Rangan (1995) das vorstehend beschriebene Fachwerkmodell von Simmonds, Alexander (1987) aufgegriffen und für Flachdecken mit Schubbewehrung weiterentwickelt. Die wesentliche Veränderung gegenüber der Arbeit von Simmonds, Alexander (1987) liegt in der Bestimmung des Neigungswinkels α der Schubstreben. Diese definieren Lim, Rangan (1995) durch die Bedingung, dass die Vertikalkomponente der Schubstrebe nicht nur durch der ebenen Schubfestigkeit der Platte („confining capacity“), sondern zusätzlich noch der Zugfestigkeit der Kopfbolzen entsprechen muss.

2.3.1.3 Sherif (1996)

Ausgangspunkt der Überlegungen von Sherif (1996) ist seine Kritik an ACI 318, wonach der Ansatz eines nur von der Stützegeometrie abhängigen Momentenfaktors γ_v eine lineare Interaktion zwischen Querkraft und Moment unterstelle und damit die tatsächliche Interaktion überschätze. Um den Momentenfaktor γ_v (vgl. Abschnitt 2.3.3.3) insbesondere in Abhängigkeit von der Bewehrungsanordnung zu bestimmen, entwickelte Sherif (1996) das in Bild 2.10 dargestellte Fachwerkmodell, welches hinsichtlich der Druckstreben Ähnlichkeiten mit dem Modell von Simmonds, Alexander (1987) besitzt. Den Anteil M_{s-flex} des Stützenmomentes, der durch Biegung in der Platte übertragen wird, berechnet Sherif (1996) nach (Gl. 2.1), mit welcher er die Zugkräfte aller innerhalb einer Torsionsversagenslinie liegenden Längsbewehrungsstäbe mit deren Hebelarm multipliziert und aufsummiert.

$$M_{s-flex} = \sum_{i=1}^n (T_i - C_i \cos \theta_i) \cdot z \quad (\text{Gl. 2.1})$$

mit: M_{s-flex} = Anteil des Stützenmomentes, der durch Biegung in der Platte übertragen wird

T_i, C_i = Zugkraft im Bewehrungsstab i , Druckkr. in der Betonstrebe i

θ_i = Winkel zwischen den Streben T_i und C_i

z = innerer Hebelarm $\approx 0,9d$

Diese Vorgehensweise ist in zweifacher Hinsicht kritisch zu betrachten. Zunächst ist festzustellen, dass der Term $(T_i - C_i \cos \theta_i)$ aus Gleichgewichtsgründen für alle Stäbe außer T_3 zu Null wird. Darüber hinaus stellt die Lastübertragung durch die Stäbe T_1 und T_2 (außerhalb des Stützstreifens) keinen Biege-, sondern einen Torsionsmechanismus dar, so dass auch insofern nur die im Stützstreifen liegende Bewehrung zur Berechnung des Biegeanteiles herangezogen werden kann.

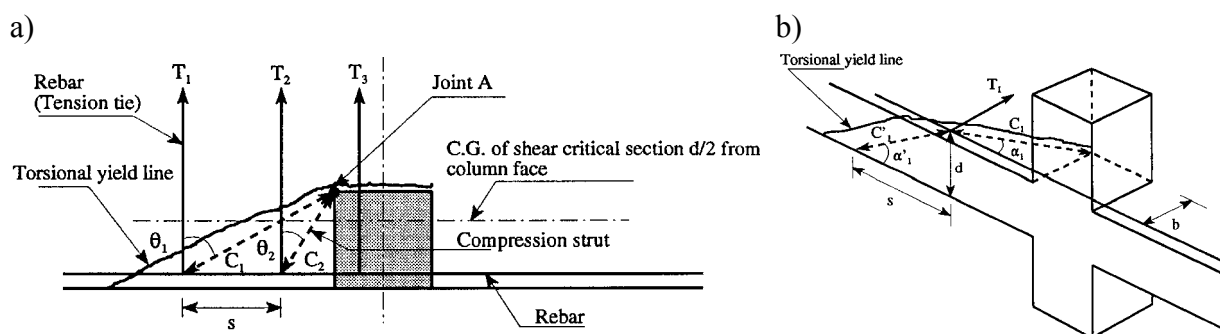


Bild 2.10 Fachwerkmodell nach Sherif (1996): a) Grundriss, b) Ansicht

2.3.2 Balkenanalogien

Bei der Bildung von sog. Balkenanalogien wird die Platte in ein System von Balken zerlegt, die sich über der Stütze kreuzen (vgl. Bild 2.11). Der Vorteil dieser Modelle besteht darin, dass die vorhandenen Erkenntnisse zum Tragverhalten von Stahlbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung genutzt werden können. Allerdings wird die Tragwirkung der Platte häufig zu stark vereinfacht, insbesondere wenn für die Balken lediglich Gleichgewichts- und keine Verträglichkeitsbedingungen berücksichtigt werden.

2.3.2.1 Hawkins, Corley (1971)

Hawkins, Corley (1971) zerlegen die Platte im Bereich der Stütze in ein System von Biege- und Torsionsbalken gemäß Bild 2.11a). Die parallel zum freien Plattenrand verlaufenden Torsionsbalken übertragen Schubkräfte und Torsionsmomente in die Stütze, der senkrecht zum freien Plattenrand liegende Biegebalken überträgt Schubkräfte und Biegemomente. Als Versagensarten werden ein Biegetorsionsbruch und ein Schubtorsionsbruch unterschieden, als Versagenskriterien werden folgende Bedingungen angesetzt:

- Biegetorsionsbruch: Biegeversagen an der Stützenseite BC
Torsionsversagen an den Stützenseiten AB und CD
- Schubtorsionsbruch: Schubversagen an der Stützenseite BC
Torsionsversagen an den Stützenseiten AB und CD

Versagen tritt ein, wenn für eine Versagensart beide Bedingungen eingetreten sind, d. h. die gedachten Balken können sich frei verformen und Verträglichkeitsbedingungen werden außer Acht gelassen. Auf diese Weise können die Tragfähigkeiten der einzelnen Stützenseitenflächen prinzipiell addiert werden.

Die Biege- und Schubtragfähigkeit der gedachten Balken berechnen Hawkins, Corley (1971) anhand ACI 318-63, die Torsionstragfähigkeit wird aus Hsu (1968) abgeleitet. Dabei ist von Bedeutung, dass die Torsionstragfähigkeit der Torsionsbalken durch die Interaktionsgleichung (Gl. 2.2) von der Beanspruchung der Torsionsbalken auf Biegung und Schub abhängt. Die in der Interaktionsgleichung (Gl. 2.2) anzusetzende Schubbeanspruchung V der Torsionsbalken wird aus der Annahme abgeleitet, dass zunächst der Biegebalken die gesamte Stützenkraft überträgt. Lediglich Schubbeanspruchungen, welche die Schubtragfähigkeit V_0 der Stützenseitenfläche BC überschreiten, müssen auf die Torsionsbalken verteilt und in die Interaktionsgleichung zur Abminderung der Torsionstragfähigkeit eingeführt werden.

$$M_T = \begin{cases} M_{T0} \sqrt{1 - V/V_0} & \text{für } M \leq 0,5M_0 \\ M_{T0} (1,7 - 1,4M/M_0) \sqrt{1 - (V/V_0)^2} & \text{für } M > 0,5M_0 \end{cases} \quad (\text{Gl. 2.2})$$

- mit:
- M_T = Torsionstragfähigkeit der Torsionsbalken
 - M_{T0} = Torsionstragfähigkeit der Torsionsbalken bei reiner Torsion nach Hsu (1968)
 - V, M = einwirkende Schubkraft, Biegemoment im Torsionsbalken
 - V_0, M_0 = Schub-, Biegetragfähigkeit der Torsionsbalken bei reiner Schub-, Biegebeanspruchung nach ACI 318-63

Eine Besonderheit des Ansatzes liegt darin, dass die Momentenbeanspruchung der Platte parallel zum freien Plattenrand über (Gl. 2.2) einen wesentlichen Einfluss auf die Tragfähigkeit besitzt. Andererseits liegen diese Informationen in vielen Fällen nicht vor, so dass die Anwendung des Modells schwierig ist und ein Vergleich mit der Versuchsdatenbank (vgl. Abschnitt 3.3) nicht durchgeführt werden kann. Darüber hinaus sind die Annahmen über die Verteilung der Schubkräfte zwischen Biege- und Torsionsbalken sowie die Nichterfüllung der Verträglichkeitsbedingungen kritisch zu bewerten.

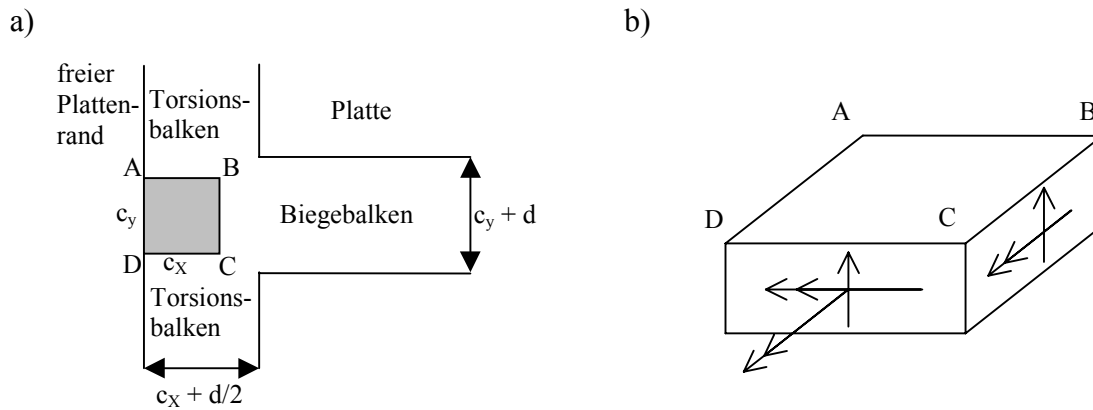


Bild 2.11 Balkenanalogie nach Hawkins, Corley (1971): a) Torsions- und Biegebalken, b) Schnittgrößen in den Balken

2.3.2.2 Rangan, Hall (1983)

Die Kernaussage der Balkenanalogie nach Rangan, Hall (1983) besteht darin, dass die Tragfähigkeit der *Torsionsbalken* für die Gesamttragfähigkeit der Randstützen-Plattenverbindung maßgebend ist. Aus Dehnungsmessungen an der Biegezugbewehrung leiten Rangan, Hall (1983) ab, dass der überwiegende Teil der Schubkräfte über die Stützensseitenflächen, d. h. über die *Torsionsbalken* in die Stütze übertragen wird. Weiterhin stellen sie anhand der Dehnungsmessungen sowie der in Versuchen beobachteten Rissbilder fest, dass das Durchstanzversagen durch ein lokales Torsions-Schub-Versagen der *Torsionsbalken* eingeleitet wurde. Daher gehen die Autoren von einem Versagen der Gesamtverbindung aus, sobald das Torsionsmoment T in den *Torsionsbalken* einen kritischen Wert T_u erreicht.

2.3.2.3 Desayi, Seshadri (1997-1)

Desayi, Seshadri (1997-1) erweitern das sogenannte „Bond-Modell“ von Alexander, Simmonds (1992) für exzentrische Beanspruchung. Entsprechend den Annahmen von Alexander, Simmonds (1992) wird die Platte in radial auf die Stütze zulaufende Streifen und dazwischen liegende Plattenfelder unterteilt (Bild 2.12a). Die Belastung wird in den Plattenfeldern entlang der Biegezugbewehrung durch Balkentragwirkung auf die Streifen übertragen und in den Streifen durch Bogentragwirkung radial auf die Stütze weitergeleitet. Bogentragwirkung bezeichnet die Schubübertragung mit Gradienten im inneren Hebelarm und konstanter Dehnung in der Biegezugbewehrung, Balkentragwirkung diejenige mit konstantem inneren Hebelarm und Dehnungsgradienten in der Biegezugbewehrung.

Diese Modellvorstellung führt zu der in Bild 2.12b) dargestellten Beanspruchung der radialen Laststreifen. Ersetzt man die Schnittgrößen durch eine statisch äquivalente Belastung w , ergibt sich die in Bild 2.12c) dargestellte idealisierte Belastung der radialen Streifen. Die wesentliche Annahme von Alexander, Simmonds (1992) besteht nun darin, dass die Last w , die höchstens von den Plattenfeldern auf die Laststreifen übertragen werden kann, für die Durchstanzlast maßgebend ist. Aus Gleichgewichtsbedingungen am Laststreifen berechnet sich die Stützenkraft P_s eines Laststreifens somit aus (Gl. 2.3), die gesamte Durchstanzlast ergibt sich durch Addition aller Laststreifen.

Zur Bestimmung von w dient die Annahme, dass die Querkraft von den Plattenfeldern auf den Laststreifen durch die maximale Momentengradienten in den Plattenfeldern senkrecht zu den Laststreifen begrenzt wird. Die maximale Momentengradienten ergibt sich infolge der Balkentragwirkung aus der maximalen Dehnungsgradienten in der Biegezugbewehrung, so dass das Durchstanzversagen nach Alexander, Simmonds (1992) „das Ergebnis eines Verbundversagens der Bewehrung“ in den Plattenfeldern ist. Zur Vereinfachung kann w jedoch auch durch die Schubtragfähigkeit einachsiger gespannter Platten ersetzt werden.

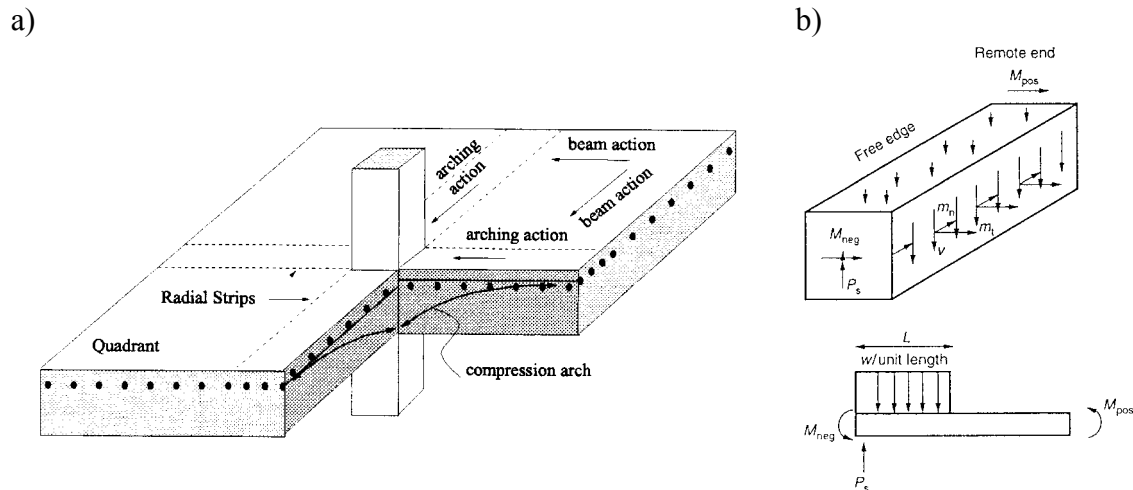


Bild 2.12 Laststreifen: a) Anordnung nach Alexander, Simmonds (1992), b) Freikörperbild und Belastung nach Desayi, Seshadri (1997-1)

$$P_s = \sqrt{2M_s w} \quad (\text{Gl. 2.3})$$

$$P_s = \frac{\sqrt{2M_s (k_1 v_c d)}}{1 + k_2 \frac{e}{c}} \quad (\text{Gl. 2.4})$$

mit: M_s = Biegetragfähigkeit des Laststreifens
 w = Belastung des Laststreifens durch die Plattenfelder
 k_1, k_2 = empirische Faktoren
 v_c = Bemessungsschubspannung einachsig gespannter Platten nach ACI 318

Desayi, Seshadri (1997-1) greifen (Gl. 2.3) auf und erweitern diese zur Berücksichtigung exzentrischer Beanspruchung zu (Gl. 2.4). Der Faktor k_1 berücksichtigt die erhöhte Beanspruchung der Laststreifen infolge Torsion und wurde empirisch zu $k_1 = 2,548$ festgelegt. Der Term im Nenner von (Gl. 2.4) basiert auf BS 8110 mit einem empirischen Faktor $k_2 = 1,0$. Die Schubübertragung w von den Plattenfeldern auf die Laststreifen wird durch die Bemessungsschubspannung einachsig gespannter Platten gemäß ACI 318 angenähert.

Ogleich mit diesem Berechnungsansatz im Vergleich mit der Versuchsdatenbank durchschnittliche Werte erzielt werden (vgl. Abschnitt 3.3), erscheint insbesondere der Verbundbruch der Biegezugbewehrung bzw. die Schubtragfähigkeit am Rand der Laststreifen als alleiniges Versagenskriterium nicht für die Modellierung des Durchstanzens im Bereich von Rand- und Eckstützen geeignet. Die Übertragung des Modells auf exzentrische Beanspruchung war daher auch nur durch erhebliche empirische Korrekturen möglich.

2.3.3 Spannungsverteilungen in Schnitten

Bei Modellen mit Spannungsverteilungen in Schnitten wird wie bei Rundschnittmodellen die maximale Schubspannung in einem kritischen Schnitt um die Stütze ermittelt. Im Unterschied zu Rundschnittmodellen wird jedoch keine gleichmäßig verteilte Schubspannung angesetzt, sondern es wird die Schubspannungsverteilung infolge Momenten-Querkraft-Interaktion näherungsweise berechnet. Neben den nachfolgenden Modellen basieren auch die Bemessungsnormen ACI 318-99 und Model Code 90 (vgl. Abschnitt 2.4) auf nicht konstanten Spannungsverteilungen.

2.3.3.1 Lineare Schubspannungsverteilung

Ansätze mit einer linearen Verteilung der Schubspannungen in einem Rundschnitt um die Stütze wurden zunächst in den USA von Di Stasio, Van Buren (1960) und Moe (1961) vorgeschlagen und von Hanson, Hanson (1968) weiterentwickelt. Die Annahmen und Ergebnisse dieser Arbeiten sind noch heute Grundlage für den Durchstanznachweis in ACI 318-99 und sind in Abschnitt 2.4.6 zusammengefasst. Kennzeichnend für diese Ansätze ist, dass die einwirkende Schubspannung detailliert ermittelt wird, während auf der Widerstandsseite praktisch nur die Betondruckfestigkeit maßgebend ist.

In Europa wurde der Ansatz einer linearen Schubspannungsverteilung insbesondere von Dragosavic, Van den Beukel (1974) und Van den Beukel (1975, 1976) aufgegriffen und verbessert. Die wesentliche Neuerung des Modells von Van den Beukel (1975) besteht darin, dass der Momentenfaktor γ_v (vgl. Abschnitt 2.3.3.3) anhand der Spannungsverteilung gemäß der elastischen Plattentheorie nach Mast (1970-1, 1970-2) abgeleitet wurde. Auch bei Van den Beukel (1975, 1976) wird somit eine ausführliche Ermittlung der einwirkenden Schubspannungen durchgeführt, während die Widerstandsseite nur durch die Spaltzugfestigkeit des Betons bestimmt wird, d. h. insbesondere der Bewehrungsgrad wird nicht berücksichtigt.

2.3.3.2 Spannungsverteilung nach der elastischen Plattentheorie

Mast (1970-1, 1970-2) hat die Schubspannungsverteilung im Bereich von Innen- und Randstützen unter reinem Anschlussmoment mit Hilfe der elastischen Plattentheorie bestimmt. Die berechneten Schubspannungsverteilungen sind in Bild 2.13a) dargestellt und in Bild 2.13b) für ein Berechnungsbeispiel einer linearen Schubspannungsverteilung entsprechend ACI 318 gegenübergestellt.

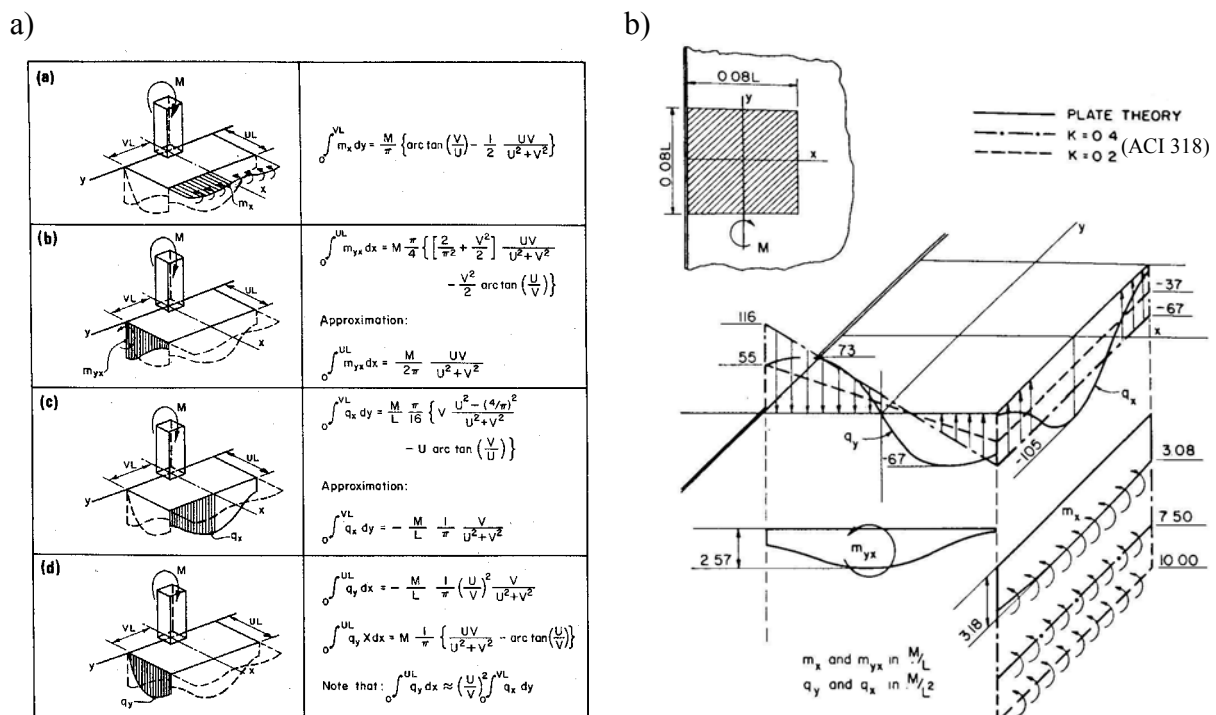


Bild 2.13 Anwendung der elastischen Plattentheorie durch Mast (1970-2): a) Schubspannungsverteilungen, b) Vergleich mit linearer Schubspannungsverteilung

In Bild 2.13b) ist zu erkennen, dass die Ansätze stark unterschiedliche Schubspannungsverläufe vorhersagen. Während bei der linearen Schubspannungsverteilung die maximalen Schubspannungen an den Stützecken auftreten, weisen die Schubspannungen nach der

Plattentheorie an den Stützenseitenflächen ein Maximum auf und fallen zur Stützecke hin ab. Die Unterschiede zwischen beiden Verfahren sind umso größer, je schmaler die Stütze ausgebildet ist. Dies hängt nach Mast (1970-2) damit zusammen, dass lineare Schubspannungsverteilungen den Einfluss von Torsionsmomenten an den Stützenseitenflächen unterschätzen. Der Ansatz von Mast (1970-2) wurde jedoch von Narui (1977) kritisiert, da dieser den Verlauf der Spannungen nicht zutreffend abbildete.

2.3.3.3 Der Momentenfaktor γ_v

Bei Berechnungsansätzen mit nicht konstanten Schubspannungsverteilungen werden die Schubspannungen in dem betrachteten Schnitt nicht nur aus der Querkraft, sondern auch aus der Momentenbeanspruchung der Verbindung berechnet. Dabei wird angenommen, dass nur ein bestimmter Teil des Anschlussmomentes durch Schubspannungen übertragen wird, während der übrige Teil durch Normalspannungen (Biegung) weitergeleitet wird. Der Anteil des Biegemomentes, welcher über Schubspannungen übertragen wird, wird durch den Momentenfaktor γ_v gemäß (Gl. 2.5) ausgedrückt.

$$\gamma_v = \frac{\text{Anschlussmoment, das durch Schubspannungen übertragen wird}}{\text{Gesamtes Anschlussmoment}} \quad (\text{Gl. 2.5})$$

Zur Quantifizierung des Momentenfaktors γ_v liegen zahlreiche experimentelle und theoretische Untersuchungen vor, die nachfolgend chronologisch kurz zusammengefasst werden. Bereits Moe (1961) hat Versuche an exzentrisch belasteten Innenstützen unter Ansatz einer linearen Schubspannungsverteilung ausgewertet und daraus einen Wert $\gamma_v = 0,33$ abgeleitet. Hanson, Hanson (1968) führten diese Arbeit durch weitere Versuche an Innen- und Randstützen fort und stellten fest, dass $\gamma_v = 0,33$ insbesondere für Randstützen unsicher sei. Daher schlugen Hanson, Hanson (1968) mit $\gamma_v = 0,40$ einen Wert vor, der auch in ACI 318-71 übernommen wurde.

Mast (1970-1) leitet den Anteil des Momentes, der durch Schubspannungen übertragen wird, nicht aus Versuchen, sondern direkt aus der Spannungsverteilung gemäß der elastischen Plattentheorie (vgl. Abschnitt 2.3.3.2) ab. Hervorzuheben ist seine Feststellung, dass der Momentenfaktor γ_v nicht konstant sein kann, sondern erheblich von der Form des Rundschnitts bzw. der Stütze und den Randbedingungen abhängig ist. Mast (1970-1) gibt in einer Tabelle Anteilswerte für die Lastübertragung durch Biegung, Schub und Torsion an, aus denen γ_v abgeleitet werden kann und im Bereich $0,3 \leq \gamma_v \leq 0,7$ liegt.

Stamenkovic/Chapman (1974) bestimmten zwar nicht ausdrücklich einen Momentenfaktor, geben jedoch an, dass in Durchstanzversuchen an Randstützen ca. 40 % des Anschlussmomentes durch Torsion in der Platte übertragen werde.

Luo, Durrani (1995) haben anhand von Versuchsauswertungen γ_v in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad ρ , der statischen Höhe d und den Stützenabmessungen c_1 , c_2 entsprechend (Gl. 2.6) abgeleitet. Bei der Auswertung wurde der Referenzwert der Schubtragfähigkeit gemäß ACI 318 bestimmt, der den Bewehrungsgrad ρ nicht berücksichtigt, so dass der festgestellte Einfluss des Bewehrungsgrades vermutlich durch die Art der Auswertung determiniert wird.

$$\gamma_v = 1,1 - 18\rho - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{c_1 + d/2}{c_2 + d}}} \quad (\text{Gl. 2.6})$$

Weiterhin haben Elgabry (1991) und Elgabry, Ghali (1996-1, 1996-2) mit Hilfe linearer Finite-Elemente-Berechnungen die in ACI 318-99 angegebene Gleichung für γ_v (vgl. Abschnitt

2.4.6) überprüft. Die Autoren stellten fest, dass die Gleichung des ACI für den äußeren Rundschnitt von Rand- und Eckstützen zu Widersprüchen führt und schlugen (Gl. 2.7) für γ_v bei Rand- und Eckstützen vor, so dass γ_v von der Geometrie des schubbewehrten Bereiches abhängt. Der Einfluss von (Gl. 2.7) auf die Berechnungsergebnisse wird im Rahmen der Auswertung der Versuchsdatenbank (Abschnitt 3.2.3) diskutiert.

Darüber hinaus haben Megally, Ghali (2000) die Gültigkeit von (Gl. 2.7) mit Hilfe nichtlinearer Finite-Elemente-Berechnungen überprüft. Die Autoren kommen zu dem Ergebnis, dass (Gl. 2.7) den Einfluss der Rundschnittgeometrie auf γ_v zutreffend beschreibe und im übrigen weitgehend unabhängig sei von weiteren Parametern wie der Ausmitte $e = M/V$ oder dem Längsbewehrungsgrad ρ_l . Dies widerspricht der Feststellung von Sherif (1997), wonach γ_v umso geringer ist, je mehr Anschlussbewehrung vorhanden ist.

Dilger, Sherif (1995) haben die Entwicklung des Momentenfaktors γ_v im Laufe eines Durchstanzversuches anhand von Dehnungsmessungen auf der Biegebewehrung verfolgt und festgestellt, dass γ_v von 0,54 im elastischen Bereich auf 0,25 bei Höchstlast abnahm, d. h. die Momentenübertragung durch Schubspannungen baut sich mit der Bildung von Rissen im Beton kontinuierlich ab.

$$\gamma_{vy} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{l_x/l_y} - 0,2} = 0 \text{ für } l_x/l_y \leq 0,2 \quad (\text{Gl. 2.7})$$

mit: l_x, l_y = Projektionen des kritischen Rundschnitts auf den Hauptachsen x und y entsprechend Bild B-2 in Anhang B

Anhand der aufgeführten Untersuchungen und Ergebnisse ist festzustellen, dass der Momentenfaktor γ_v eine Hilfsgröße ist, die nicht allgemeingültig den Anteil der Schubspannungen an der Momentenübertragung beschreibt, sondern eher dazu dient, die Schwächen linearer oder sonstiger Schubspannungsverteilungen auszugleichen. Die mangelnde Übertragbarkeit der vorgeschlagenen Gleichungen auf beliebige Rundschnitte wird insbesondere beim der Auswertung von Durchstanzversuchen mit Schubbewehrung deutlich (vgl. Abschnitt 3.2.3).

2.3.4 Interaktionsansätze

Sogenannte Interaktionsansätze sind dadurch gekennzeichnet, dass sich die Durchstanzlast V aus der Tragfähigkeit bei reiner Schubbeanspruchung V_0 und der Tragfähigkeit bei reiner Momentenbeanspruchung M_0 unter Berücksichtigung des Verhältnisses zwischen der einwirkenden Querkraft V und dem einwirkenden Moment M ergibt. Der Übergang von reiner Schubbeanspruchung zu reiner Momentenbeanspruchung wird dabei meist durch lineare oder quadratische Beziehungen (Bild 2.14) definiert.

Lineare Interaktionsgleichungen entsprechend Bild 2.14 wurden insbesondere von Hanson, Hanson (1968), Herzog (1974) und Siao (1994) eingesetzt. Stamenkovic/Chapman (1974) verwendeten die lineare Interaktionsgleichung nur für Innenstützen sowie Randstützen mit randparallelen Momenten, während sie im übrigen die in Bild 2.14 angegebene quadratische Interaktionsgleichung ansetzten.

Die nachfolgenden Ansätze verdeutlichen, dass Interaktionsgleichungen vielseitig angewendet werden können, da die Tragfähigkeiten bei reiner Schubbeanspruchung V_0 bzw. reiner Momentenbeanspruchung M_0 durch beliebige Modellvorstellungen berechnet werden können. So bestimmen Hanson, Hanson (1968) und Siao (1994) M_0 anhand der maximal aufnehmbaren Schubspannung infolge Momentenübertragung, während Herzog (1974) M_0 aus der linearen Biegetheorie ableitet. Aufgrund der starken Ähnlichkeiten zu der Arbeit von Hanson, Hanson (1968) wird der Ansatz von Siao (1994) nicht weiter behandelt.

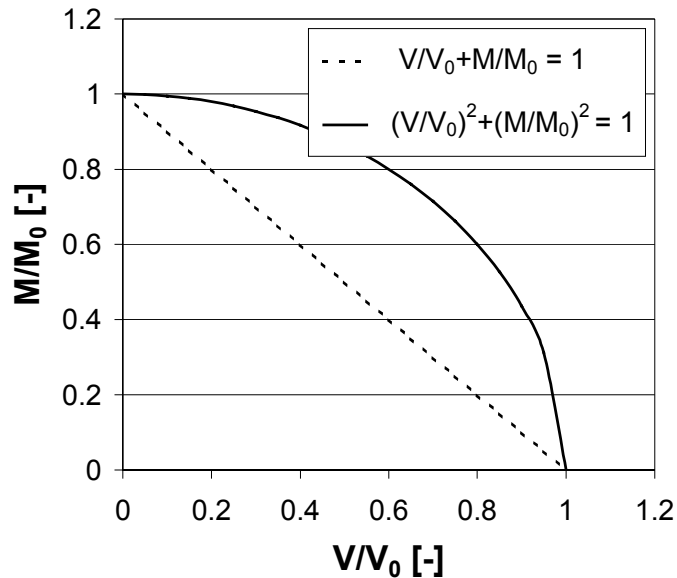


Bild 2.14 Lineare und quadratische Interaktion

2.3.4.1 Hanson, Hanson (1968)

Hanson, Hanson (1968) bauen auf die Berechnungsansätze mit linearer Schubspannungsverteilung von Di Stasio, Van Buren (1960) und Moe (1961) auf, welche die maximale Schubspannung in einem Rundschnitt um die Stütze gemäß (Gl. 2.8) berechnen. Durch Division mit v_u leiten Hanson, Hanson (1968) (Gl. 2.9) her und belegen dadurch, dass bei den Berechnungsansätzen mit linearer Schubspannungsverteilung eine lineare Interaktion zwischen Querkraft- und Momentenbeanspruchung angesetzt wird.

$$v_u = \frac{V}{A_c} + \frac{k \cdot M}{I_c / y} \quad | : v_u \quad \text{(Gl. 2.8)}$$

$$1 = \frac{V}{v_u \cdot A_c} + \frac{k \cdot M}{v_u \cdot I_c / y} = \frac{V}{V_u} + \frac{M}{M_u} \quad \text{(Gl. 2.9)}$$

mit: $V_u = \text{Tragfähigkeit unter reiner Schubbeanspruchung} = v_u \cdot A_c$

$M_u = \text{Tragfähigkeit unter reiner Momentenbeanspr.} = \frac{v_u \cdot I_c}{k \cdot y}$

2.3.4.2 Stamenkovic, Chapman (1972)

Als Grundlage für die Entwicklung einer Interaktionsgleichung haben Stamenkovic, Chapman (1972) zunächst das Tragverhalten von Innen-, Rand- und Eckstützen jeweils unter reiner Querkraft, reinem Biegemoment und reiner Torsion in der Platte untersucht. Zu diesem Zweck wurden Versuchskörper entsprechend Bild 2.6 (Abschnitt 2.2.3) verwendet, in welchen durch Schlitze an den Stützensenflächen die Torsionsübertragung in der Platte sowie durch Schlitze an den Stützenfrontflächen die Übertragung von Biegemomenten in der Platte ausgeschaltet wurde. Auf diese Weise entstehen in der Platte „Biegebalken“ und „Torsionsbalken“ (vgl. Bild 2.6 in Abschnitt 2.2.3), so dass das Modell auch als Balkenanalgie (vgl. Abschnitt 2.3.2) eingestuft werden könnte.

Anhand der Versuche sowie bekannter Bemessungsansätze haben Stamenkovic, Chapman (1972) die in Tabelle 2.2 angegebenen Gleichungen für reine Querkraftbeanspruchung V der Platte sowie reine Biegung M_B und reine Torsion M_T der „Balken“ bestimmt. Im nächsten Schritt summierten Stamenkovic, Chapman (1972) unter Vernachlässigung von Verträglichkeits- oder Verformungsbedingungen die Tragfähigkeit der Biege- und Torsionsbalken zu

einer Momentenkapazität M der Platte auf (Superposition). Im abschließenden Schritt leiten die Autoren aus Versuchsergebnissen die in Tabelle 2.2 angegebene quadratische Interaktionsgleichung ab, welche die separat ermittelten Querkraft- und Momentenkapazitäten der Platte miteinander verknüpft.

VORGEHENSWEISE ↓	Lastübertragung Platte	Experimentelle Abbildung	Nachweisgleichung
	Querkraft V	Nur Stützenkraft	modifizierte Gleichung nach Moe (1961)
	M_B („Biegebalken“)	Nur Stützenanschlussmomentmoment sowie Schlitze an Stützensenflächen	Biegenachweis nach ACI 318
	M_T („Torsionsbalken“)	Nur Stützenanschlussmomentmoment sowie Schlitze an Stützenstirnflächen	modifizierte Gleichung nach Birkeland, Birkeland (1966)
	Moment M („Biegebalken“ und „Torsionsbalken“)	Nur Stützenanschlussmoment	Superposition: $M = M_B + M_T$
	Querkraft V und Moment M	Stützenkraft und Stützenanschlussmoment	Quadratische Interaktion: $\left(\frac{V}{V_0}\right)^2 + \left(\frac{M}{M_0}\right)^2 = 1$

Tabelle 2.2 Schrittweises Vorgehen von Stamenkovic, Chapman (1972)

2.3.4.3 Herzog (1974)

Zusammen mit der in Bild 2.14 angegebenen linearen Interaktionsgleichung setzt Herzog (1974) die in Tabelle 2.3 zusammengestellten Bemessungsgrößen an. Die Tragfähigkeit bei reiner Schubbeanspruchung V_{u0} bzw. die Bruchschubspannung τ_u wurden an Innenstützen empirisch abgeleitet. Die Tragfähigkeit bei reiner Momentenbeanspruchung M_{u0} ergibt sich hingegen aus der linearen Biegetheorie.

		Randstützen	Eckstützen
V_{u0}	Tragf. bei reiner Schubbeanspr.	$\tau_u \cdot u \cdot d \cdot R$	
M_{u0}	Tragf. bei reiner Momentenbeanspr.	$f_y \cdot a_{sl} \cdot z \cdot b$	
M_u	einwirkendes Moment	$V_u \left(e - \frac{c_x + d}{2} \right)$	$V_u \left(e - \frac{c}{2} \right)$
τ_u	Bruchschubspannung	$\tau_u = 1,6 \cdot \rho_l f_y / (1 + 12 \rho_l f_y / f_c)$	
b	mitwirkende Breite	$2c_x + c_y + d$	$2\sqrt{2}c$
R	Faktor für Stützengeometrie	$0,6 + 0,4c_x/c_y$	
mit:	z	=	Hebelarm der inneren Kräfte
	a_{sl}	=	Längsbewehrungsmenge [cm^2/m]

Tabelle 2.3 Bemessungsgrößen nach Herzog (1974)

2.3.5 Bruchflächenmodelle

Als Bruchflächenmodelle können die Ansätze von Zaghlool (1971), Narui (1977) und Pöllet (1983) eingestuft werden. Diese sind dadurch gekennzeichnet, dass für die Berechnung der Tragfähigkeit der Platten-Stützenverbindungen idealisierte Bruchkörper definiert werden, die durch Schnitte durch die Platte entlang der in Versuchen beobachteten Versagensfläche geführt werden. Darüber hinaus weisen die drei Modelle die Gemeinsamkeit auf, dass die Tragfähigkeit im wesentlichen anhand von drei Bedingungen, die in der betrachteten Bruchfläche erfüllt sein müssen, bestimmt wird:

- Die Gleichgewichtsbedingungen müssen erfüllt sein;
- Die Verträglichkeitsbedingungen müssen erfüllt sein;
- Eine Versagensbedingung für Beton unter mehrachsiger Beanspruchung muss erfüllt sein.

Weiterhin definieren die Ansätze in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte e/c verschiedene Versagensformen, die als Biegetorsionsversagen und Schubtorsionsversagen umschrieben werden können (vgl. Abschnitt 2.2.2) und mit unterschiedlichen Bruchkörpern sowie Versagenskriterien behandelt werden. Aufgrund der weitreichenden Gemeinsamkeiten der Ansätze von Zaghlool (1971), Narui (1977) und Pöllet (1983) wird der Gang der Berechnung nachfolgend anhand des Modells von Pöllet (1983) für den Biegetorsionsbruch bei Eckstützen dargestellt und diskutiert. Als Grundlage für sein Berechnungsmodell trifft Pöllet (1983) vor allem drei wesentlich Annahmen:

- An den Stützenseitenflächen liegen in der Platte konstante Druckzonenhöhen mit gleichmäßig verteilten Druck- und Schubspannungen vor;
- Bei Versagen tritt Fließen der Biegezugbewehrung im Stützenstreifen ein;
- Die Verteilung der Gesamtquerkraft auf die Stützenseitenflächen entspricht Beiwerten, die von der Stützen- und Plattengeometrie abhängen und in einer Finite-Elemente-Analyse bestimmt wurden.

Mit diesen Annahmen können an der in Bild 2.15 dargestellten idealisierten Bruchfläche Gleichgewichtsbedingungen (Summe der Kräfte und Momente) aufgestellt werden. Durch Auflösen der Gleichgewichtsbedingungen erhält man die vertikalen und horizontalen Schubspannungen sowie die Normalspannungen in der Betondruckzone in Abhängigkeit von der Druckzonenhöhe. Durch Iteration über die Druckzonenhöhe erhält man schließlich die maßgebenden Schub- und Normalspannungen in der kritischen Bruchfläche.

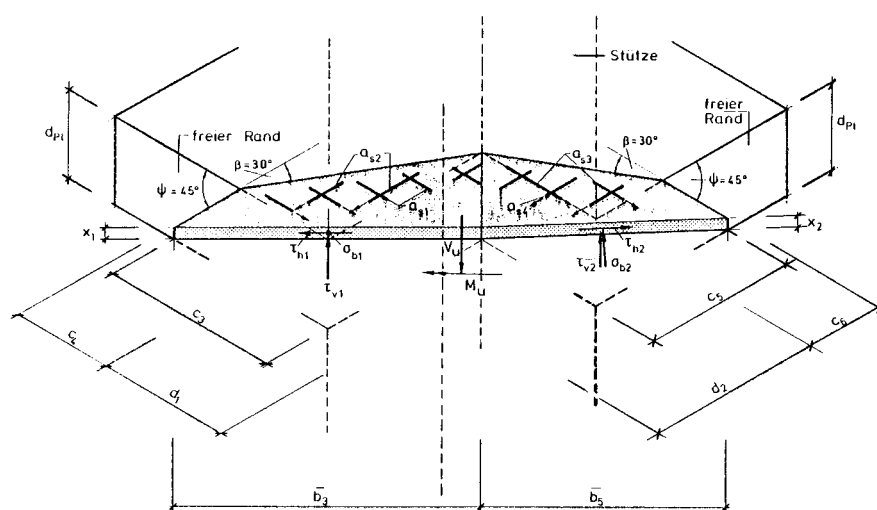


Bild 2.15 Idealisierter Bruchkörper einer Eckstützen-Plattenverbindung bei der Versagensart Biegetorsionsbruch nach Pöllet (1984)

Weiterhin erhält Pöllet (1984) durch Gleichsetzen der berechneten Schub- und Normalspannungen mit einem Festigkeitskriterium für Beton die von der Verbindung übertragbaren Schnittgrößen. Das verwendete Festigkeitskriterium ist in Bild 2.16 zusammen mit anderen Kriterien aus der Literatur dargestellt. Es definiert die bezogene Schubfestigkeit des Betons τ_{xy}/β_p (β_p = Betondruckfestigkeit) in Abhängigkeit von der bezogenen Normalspannung σ_x/β_p .

Das Nachweisverfahren für den Biegetorsionsbruch nach Pöllet (1984) gestaltet sich somit prinzipiell wie ein „herkömmlicher“ Biegenachweis, bei dem auf der Einwirkungsseite nicht nur Normal-, sondern auch Schubspannungen berücksichtigt werden, und auf der Widerstandsseite die Tragfähigkeit des Betons unter kombinierter Beanspruchung durch Normal- und Schubspannungen (Bruchkriterium) angesetzt wird.

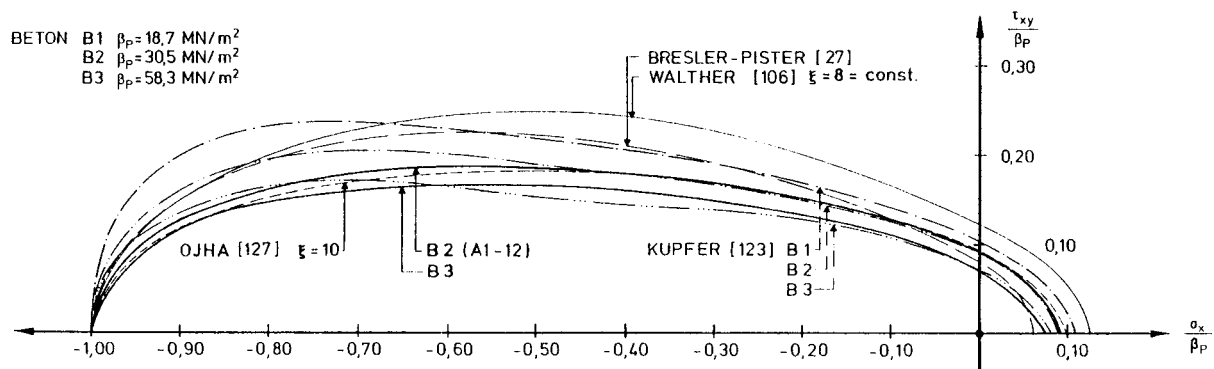


Bild 2.16 Bruchkriterium für Beton nach Pöllet (1984)

2.3.6 Rundschnittmodelle

Rundschnittmodelle sind dadurch gekennzeichnet, dass sie einen kritischen Rundschnitt um die Stütze herum definieren, in welchem eine konstant verteilte Schubspannung angenommen wird. Derartige Ansätze werden aufgrund ihrer einfachen Anwendbarkeit in erster Linie in Bemessungsnormen eingesetzt (vgl. Abschnitt 2.4). Darüber hinaus hat Regan (1981) ein ausführliches Rundschnittmodell für die Bemessung von Randstützen entwickelt. Die Grundidee des Bemessungsvorschlages von Regan (1981) besteht darin, die Länge des Rundschnittes um die Stütze in Abhängigkeit von der Ausmitte der Beanspruchung zu bestimmen. Basierend auf Versuchsbeobachtungen definiert Regan (1981) die drei in Bild 2.17 dargestellten Rundschnitte.

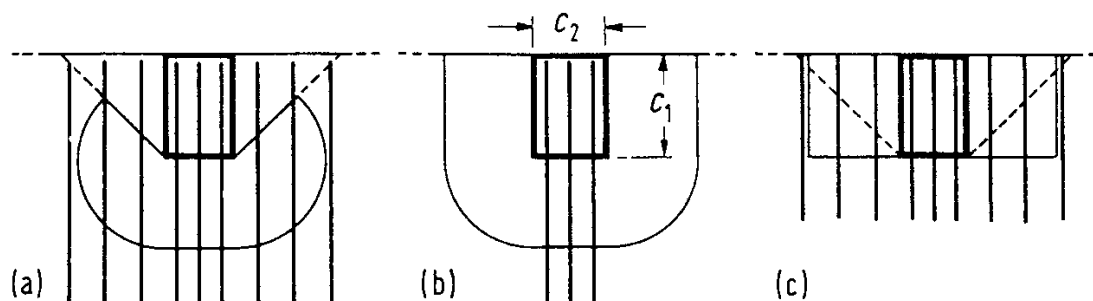


Bild 2.17 Rundschnitte nach Regan (1981) für unterschiedliche Ausmitten

Bei großen Ausmitten, d. h. starker Momentenbeanspruchung wird der Rundschnitt gemäß Bild 2.17a) angesetzt. Dieser besitzt eine reduzierte Länge, da nach Regan (1981) in den drei-

eckförmigen Bereichen am freien Plattenrand infolge der Torsionsschädigung keine Schubkräfte übertragen werden können. Bei kleinen Ausmitten geht Regan (1981) davon aus, dass der Bereich um die Stütze gleichmäßig auf Schub beansprucht wird und setzt den gesamten Rundschnitt um die Stütze gemäß Bild 2.17b) an. Bei sehr kleinen oder negativen Ausmitte schließlich erwartet Regan (1981), dass die Schubkräfte im wesentliche zur zwei „Balken“ entlang des freien Plattenrandes übertragen werden, so dass sich der Rundschnitt gemäß Bild 2.17c) ergibt.

2.4 Bemessungsnormen

Der Tragsicherheitsnachweis gegenüber dem Durchstanzen von Flachdecken wird in wichtigen internationalen Bemessungsnormen sehr unterschiedlich geführt. Daher werden nachfolgend die Durchstanznachweise ausgewählter internationaler Bemessungsnormen vorgestellt und hinsichtlich ihrer Besonderheiten beim Durchstanznachweis im Bereich von Rand- und Eckstützen beleuchtet. Dabei werden die Regelungen für Platten ohne Schubbewehrung sowie für den äußeren Rundschnitt von Platten mit Schubbewehrung behandelt. Tabelle 2.1 zeigt eine Zusammenstellung der betrachteten Normen sowie der Bemessungsparameter, die in den jeweiligen Normen Berücksichtigung finden.

	DIN 1045	Model Code 90	Eurocode 2 ¹⁾	DIN 1045-1	BS 8110-97	ACI 318-99
Betondruckfestigkeit	≈ linear	$\sqrt[3]{f_c}$	$\sqrt[3]{f_c}$	$\sqrt[3]{f_c}$	$\sqrt[3]{f_c}$	$\sqrt{f_c}$
Bewehrungsgrad	$\sqrt{\rho_1}$	$\sqrt[3]{\rho_1}$	1,2+40ρ ₁	$\sqrt[3]{\rho_1}$	$\sqrt[3]{\rho_1}$	-
Bewehrungsgüte	✓	-	-	-	-	-
Statische Höhe Maßstabsfaktor	linear	$1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$	1,6-d	$1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$	$\sqrt[4]{\frac{400}{d}}$	linear
Stützengeometrie	-	✓	-	-	-	✓
Abstand Rundschnitt	0,5d	2,0d	1,5d	1,5d	1,5d	0,5d
e = M/V	-	✓	-	-	✓ ⁴⁾	✓
Lasterhöhungsfaktor	1,4	✓ ²⁾	1,4/1,5	1,4/1,5	1,25	-
Regelungen außerhalb Schubbewehrung	- ³⁾	✓	✓	✓	✓	✓
Verbügelung freier Plattenrand	✓	✓	✓	✓	-	-

¹⁾ in Verbindung mit deutscher Anwendungsrichtlinie (DAfStb 1993)
²⁾ durch Verkleinerung des Rundschnitts, sofern nicht e/c berücksichtigt wird
³⁾ nur in Verbindung mit bauaufs. Zulassungen f. Kopfbolzenbewehrungen (u.a. DIBt 1997-2)
⁴⁾ Nur in Sonderfällen

Tabelle 2.4 Berücksichtigung wichtiger Parameter bei den Durchstanznachweisen verschiedener Normen

Eine wesentliche Gemeinsamkeit der Vorschriften besteht darin, dass alle den Nachweis in einem kritischen Schnitt um die Stütze herum führen, obgleich der Abstand des Rundschnittes von der Stütze jeweils unterschiedlich festgelegt wurde (vgl. Tabelle 2.4). Die Definition der Rundschnittführung ist grundsätzlich ohne mechanische Bedeutung, hat nichts mit der Nei-

gung des Durchstanzkegels zu tun und kann daher prinzipiell frei gewählt werden, sofern das Schubspannungsniveau entsprechend abgestimmt wird. Allerdings ist die Rundschnittführung maßgebend für den Einfluss der Stützenabmessungen auf die rechnerische Durchstanzlast. So wirkt sich eine Vergrößerung des Stützendurchmessers bei einem Rundschnitt im Abstand $0,5d$ von der Stütze (z. B. DIN 1045) deutlich stärker auf die rechnerische Durchstanzlast aus als bei einem Rundschnitt im Abstand $2,0d$ (z. B. Model Code 90). Dieser Zusammenhang wird in Abschnitt 7.2.3 weiter verfolgt.

Erhebliche Unterschiede zwischen den Bemessungsnormen sind auch bei der Berücksichtigung einer exzentrischen Beanspruchung der Platten-Stützenverbindungen zu verzeichnen. DIN 1045, DIN 1045-1 und Eurocode 2 vergrößern zu diesem Zweck rechnerisch die einwirkende Schubspannung mit pauschalen Lasterhöhungsfaktoren, ohne dass die vorhandene Exzentrizität e bzw. das Stützenanschlussmoment M bekannt sein muss. ACI 318-99 und Model Code 90 setzen auf der Einwirkungsseite lineare bzw. plastische Schubspannungsverteilungen im kritischen Rundschnitt an, die anhand der Stützenkraft V und des Stützenanschlussmomentes M berechnet werden. Schließlich wird bei BS 8110-97 der Einfluss der Exzentrizität auf die einwirkenden Schubspannungen in einigen Fällen durch eine Funktionsgleichung in Abhängigkeit vom Momenten-Querkraft-Verhältnis berücksichtigt.

2.4.1 DIN 1045

Nach DIN 1045 darf die rechnerische Schubspannung $\tau_r = Q_r/u \cdot d$, die in einem Rundschnitt im Abstand $d/2$ von der Stützenkante ermittelt wird, die zulässige Schubspannung gemäß (Gl. 2.10) nicht überschreiten. Bei Rand- und Eckstützen ist die einwirkende Schubspannung um 40 % zu erhöhen. Zwar erlaubt DIN 1045 anstelle der Erhöhung um 40 % auch eine anderweitige Berücksichtigung der exzentrischen Beanspruchung, ohne jedoch anzugeben, wie diese erfolgen soll, so dass die pauschale Lasterhöhung regelmäßig anzusetzen ist. Darüber hinaus wird bei Rand- und Eckstützen nicht der tatsächlich vorhandene Rundschnitt angesetzt, sondern es wird die 0,6-fache (Rand) bzw. 0,3-fache (Ecke) Rundschnittlänge einer flächengleichen runden Innenstütze verwendet, was zu relativ kurzen Rundschnitten führt.

$$\tau_r = 1,3 \cdot \alpha_s \sqrt{\mu_g} \tau_{011} \quad (\text{Gl. 2.10})$$

mit: τ_{011} = Grundwert der Schubspannung in Abhängigkeit von der Betondruckfestigkeit nach DIN 1045, Tabelle 13

μ_g = Längsbewehrungsgrad im inneren und äußeren Gurtstreifen

α_s = Faktor zur Berücksichtigung der Stahlsorte

Bei Platten mit Schubbewehrung fehlt in DIN 1045 eine Regelung für den Durchstanznachweis außerhalb des schubbewehrten Bereiches. Allerdings ist in den bauaufsichtlichen Zulassungen für Doppelkopfbolzen als Durchstanzbewehrung (u. a. DIBt 1997-2), die auf DIN 1045 basieren, (Gl. 2.11) für den Nachweis außerhalb des schubbewehrten Bereiches enthalten. (Gl. 2.11) beschreibt den Übergang der Tragfähigkeit vom Durchstanzen gemäß (Gl. 2.10) zum ebenen Platenschub (τ_{011}) mit zunehmender Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d (vgl. hierzu ausführlich Abschnitt 9.1).

$$\tau_{ra} = \frac{1,3 \cdot \alpha_s \sqrt{\mu_g} \tau_{011}}{1 + 0,25l_s/d} \geq \tau_{011} \quad (\text{Gl. 2.11})$$

2.4.2 CEB/FIP Model Code 90

Die Besonderheit des Model Code 90 beim Durchstanznachweis liegt in der Ermittlung der einwirkenden Schubspannung gemäß (Gl. 2.12). Danach wird angenommen, dass eine Momentenübertragung zwischen Stütze und Platte eine plastische, d. h. bereichsweise konstante Schubspannungsverteilung in dem betrachteten Rundschnitt u_1 (im Abstand $2d$ von der Stützenskante, vgl. Bild 2.19) erzeugt (Bild 2.18). Die maximale einwirkende Schubspannung berechnet sich durch Superposition mit den Schubspannungen infolge Querkraft gemäß (Gl. 2.12). Alternativ kann die einwirkende Schubspannung infolge reiner Schubbeanspruchung $\tau_{Sd} = V_{Sd}/u_1d$ auch mit dem Lasterhöhungsfaktor β multipliziert werden, der in (Gl. 2.13) für zweiachsige Momentenbeanspruchung gemäß Lucio et al. (2000) angegeben ist.

Der Ansatz einer plastischen Schubspannungsverteilung soll eine vergleichsweise einfache Berücksichtigung der Momentenwirkung ermöglichen, da die Ermittlung des statischen Momentes W_1 etwas weniger kompliziert ist als die Bestimmung einer linearen Schubspannungsverteilung sowie der entsprechenden Flächenmomente zweiter Ordnung. W_1 wird bei den Berechnungen nach Model Code 90 auf den Schwerpunkt der Stütze bezogen, was die Berechnung erheblich vereinfacht, da nicht zunächst der Schwerpunkt und die Hauptachsen des betrachteten Rundschnittes ermittelt werden müssen. Allerdings ist diese Vorgehensweise mechanisch nicht korrekt, da eine im Stützenschwerpunkt wirkende Querkraft bei Rand- und Eckstützen nicht wie in (Gl. 2.12) angesetzt eine konstante Schubspannungsverteilung in dem Rundschnitt erzeugt.

$$\tau_{Sd} = \frac{V_{Sd}}{u_1d} + \frac{kM_{Sd}}{W_1d} \quad (\text{Gl. 2.12})$$

$$\beta = 1 + u_1 \sqrt{\left(\frac{ke}{W_1}\right)_x^2 + \left(\frac{ke}{W_1}\right)_y^2} \quad (\text{Gl. 2.13})$$

- mit:
- τ_{Sd} = Bemessungswert der einwirkenden Schubspannung
 - V_{Sd} = Bemessungswert der einwirkenden Querkraft
 - u_1 = Länge des Rundschnitts
 - k = Momentenfaktor in Abhängigk. von der Stützengeometrie
 - M_{Sd} = Bemessungswert des Stützenanschlussmomentes
 - W_1 = Statisches Moment des Rundschnitts
 - $= \int_0^{u_1} |e| dl$
 - e = Abstand des betrachteten Rundschnittelementes von der Achse des Momentes M_{Sd}
 - β = Lasterhöhungsfaktor bei exzentrischer Beanspruchung
 - e_x, e_y = Ausmitten in x- und y-Richtung = $M_{Sdx}/V_{Sd}, M_{Sdy}/V_{Sd}$

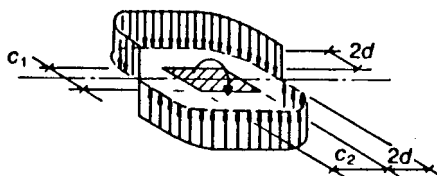


Bild 2.18 Plastische Schubspannungsverteilung infolge eines Anschlussmomentes

Darüber hinaus muss der Ansatz einer plastischen Schubspannungsverteilung als realitätsfremd betrachtet werden. Näherungsweise plastische Spannungsverteilungen sind bei Stahlbetonbauteilen unter Biegebeanspruchung zwar durch das Zusammenwirken mit duktilem Bewehrungsstahl möglich, plastische *Schubspannungsverteilungen* treten jedoch aufgrund des

spröden Betonverhaltens nicht auf. Dies gilt aufgrund des Maßstabeffektes insbesondere, wenn große Rundschnitte betrachtet werden, z. B. beim Schubnachweis außerhalb eines schubbewehrten Bereiches. Daher ist die Ermittlung der maximalen einwirkenden Schubspannung gemäß Model Code 90 insgesamt nicht schlüssig.

Sofern bei Rand- und Eckstützen das (Haupt-)Biegemoment nicht parallel zum freien Plattenrand verläuft, ermöglicht Model Code 90 eine vereinfachte Berechnung der einwirkenden Schubspannung. Dabei wird in (Gl. 2.12) M_{Sd} vernachlässigt und statt dessen mit einem verkleinerten Rundschnitt u_1^* gemäß Bild 2.19 gerechnet. Diese Vorgehensweise entspricht prinzipiell der Definition eines pauschalen, d. h. von der Exzentrizität der Beanspruchung unabhängigen, Lasterhöhungsfaktors bzw. Widerstandsabminderungsfaktors, wie z. B. in Eurocode 2 oder DIN 1045-1.

Der Bemessungswert der aufnehmbaren Schubspannung wird gemäß Model Code 90 mit (Gl. 2.14) bestimmt. Es handelt sich dabei grundsätzlich um dieselbe Gleichung wie in DIN 1045-1, die beim Durchstanzen lediglich einen höheren Vorfaktor ansetzt. Unterschiede zwischen beiden Normen ergeben sich daher nur aus der Rundschnittführung und der Bestimmung der einwirkenden Schubspannung.

Im äußeren Rundschnitt von Platten mit Schubbewehrung fordert Model Code 90 ebenfalls einen Schubnachweis mit (Gl. 2.14). Da (Gl. 2.14) aufgrund des relativ weiten Rundschnittführung im Abstand $2d$ von der Stütze auch für einachsige gespannte Platten verwendet wird, muss in Model Code 90 im Unterschied zu DIN 1045-1 kein Übergang der Tragfähigkeit mit zunehmender Länge des schubbewehrten Bereiches definiert werden.

$$\tau_{Rd} = 0,12\xi(100\rho f_{ck})^{1/3} \quad (\text{Gl. 2.14})$$

mit:

- τ_{Rd} = Bemessungswert der aufnehmbaren Schubspannung
- ξ = Maßstabsfaktor = $1 + \sqrt{200/d}$
- ρ = geometrischer Längsbewehrungsgrad = $\sqrt{\rho_x \rho_y}$
- f_{ck} = charakteristische Zylinderdruckfestigkeit

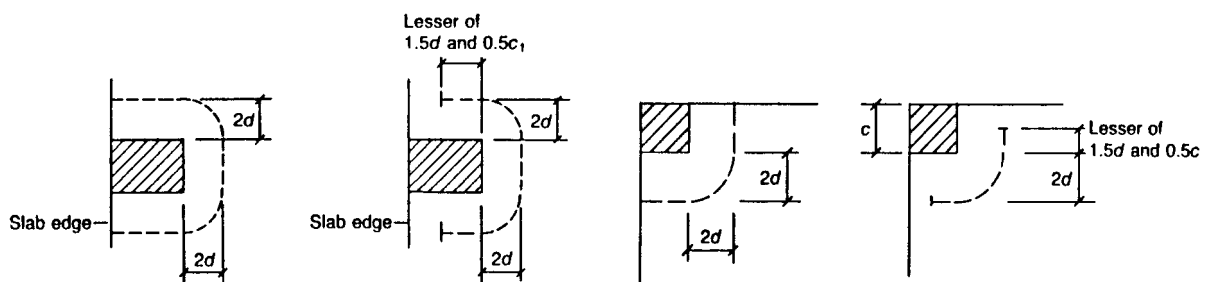


Bild 2.19 Rundschnitte bei Rand- und Eckstützen nach Model Code 90

2.4.3 Eurocode 2 und deutsche Anwendungsrichtlinie

Nach Eurocode 2 in Verbindung mit der deutschen Anwendungsrichtlinie (DAfStb 1993) darf der Bemessungswert der einwirkenden Querkraft pro Längeneinheit v_{Sd} (Gl. 2.15), der in einem Rundschnitt im Abstand $1,5d$ von der Stütze ermittelt wird, den Bemessungswert des Bauteilwiderstandes v_{Rd1} (Gl. 2.16) nicht überschreiten. Der Einfluss exzentrischer Beanspruchung wird auf der Einwirkungsseite berücksichtigt, indem die einwirkende Querkraft in (Gl. 2.17) mit den pauschalen Faktoren $\beta = 1,4$ (Randstützen) bzw. $\beta = 1,5$ (Eckstützen) zu multiplizieren ist.

Auf der Widerstandsseite ist der Bemessungswert der aufnehmbaren Querkraft τ_{Rd} von besonderer Bedeutung. Dieser bildet den Einfluss der charakteristischen Betondruckfestigkeit f_{ck} auf die aufnehmbare Querkraft beim Durchstanzen, aber auch beim Schubnachweis von nicht schubbewehrten Balken oder Platten ab. Walraven (1980) hat gezeigt, dass in Eurocode 2 infolge eines Umrechnungsfehlers beim Übergang von f_{cm} auf f_{ck} für τ_{Rd} bei hohen Betonfestigkeiten überhöhte Werte angegeben werden. Daher wurden in der deutschen Richtlinie zur Anwendung von Eurocode 2 (DAfStb 1993) neue Werte für τ_{Rd} definiert, die sich mit der Funktionsgleichung $0,09 \cdot f_{ck}^{1/3}$ berechnen lassen und gut mit den Ergebnissen von Schub- und Durchstanzversuchen übereinstimmen (Kordina 1994).

Weitere Versuchsauswertungen von deutscher Seite zeigten außerdem, dass bei der gewählten Rundschnittführung im Abstand $1,5d$ von der Stütze beim Durchstanzen ein höherer Grundwert der Bemessungsschubfestigkeit angesetzt werden kann als bei Balken und einachsig gespannten Platten (Kordina 1994). Daher erlaubt die deutsche Anwendungsrichtlinie (DAfStb 1993) beim Durchstanznachweis eine Erhöhung von τ_{Rd} um 20 % (Vorfaktor 1,2 in (Gl. 2.16)).

Im äußeren Rundschnitt von Platten mit Schubbewehrung wird in Eurocode 2 ebenfalls ein Schubnachweis gefordert. Die deutsche Anwendungsrichtlinie (DAfStb 1993) trifft jedoch keine Aussage darüber, ob die Erhöhung von τ_{Rd} um 20 % im äußeren Rundschnitt anzusetzen ist. Hier sollte die Regelung der neuen DIN 1045-1 sinngemäß angewendet werden, wonach der Bemessungswert der aufnehmbaren Schubspannung mit zunehmender Länge des schubbewehrten Bereiches von dem Wert für Durchstanzen auf den Wert für ebenen Plattenschub abnimmt (vgl. hierzu ausführlich Abschnitt 9.1).

$$v_{Sd} = \frac{\beta \cdot V_{Sd}}{u} \quad (\text{Gl. 2.15})$$

$$v_{Rd1} = 1,2 \cdot \tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_1) \cdot d \quad (\text{Gl. 2.16})$$

- mit:
- β = Faktor zur Berücksichtigung exzentrischer Beanspruchung
= 1,4 (Randstützen) bzw. 1,5 (Eckstützen)
 - v_{Rd1} = Bemessungswert der aufnehmbaren Querkraft [kN/m]
 - τ_{Rd} = Grundwert der Bemessungsschubfestigkeit = $0,09 \cdot f_{ck}^{1/3}$
 - k = Maßstabsfaktor = $(1,6 - d) \geq 1,0$ (d im m)
 - ρ_1 = geometrischer Längsbewehrungsgrad = $\sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq 0,015$
 - f_{ck} = charakteristische Zylinderdruckfestigkeit

2.4.4 DIN 1045-1

Nach DIN 1045-1 darf der Bemessungswert der einwirkenden Querkraft pro Längeneinheit v_{Sd} (Gl. 2.17), der in einem Rundschnitt im Abstand $1,5d$ von der Stütze ermittelt wird, den Bemessungswert des Bauteilwiderstandes $v_{Rd,ct}$ (Gl. 2.18) nicht überschreiten. Der Einfluss exzentrischer Beanspruchung wird auf der Einwirkungsseite berücksichtigt, indem die einwirkende Querkraft in (Gl. 2.17) mit den pauschalen Faktoren $\beta = 1,4$ (Randstützen) bzw. $\beta = 1,5$ (Eckstützen) zu multiplizieren ist. Die Widerstandsseite ist hingegen identisch mit Model Code 90, wobei der Vorfaktor in (Gl. 2.18) aufgrund der engeren Rundschnittführung von 0,12 auf 0,14 erhöht wurde.

$$v_{Sd} = \frac{\beta \cdot V_{Sd}}{u} \quad (\text{Gl. 2.17})$$

$$v_{Rd,ct} = 0,14 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot d \quad (\text{Gl. 2.18})$$

- mit:
- β = Faktor zur Berücksichtigung exzentrischer Beanspruchung
= 1,4 (Randstützen) bzw. 1,5 (Eckstützen)
 - $V_{Rd,ct}$ = Bemessungswert der aufnehmbaren Querkraft [kN/m]
 - κ = Maßstabsfaktor = $1 + \sqrt{200/d} \leq 2,0$
 - ρ_l = geometrischer Längsbewehrungsgrad = $\sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$
 - f_{ck} = charakteristische Zylinderdruckfestigkeit

Für den Durchstanznachweis außerhalb des schubbewehrten Bereiches von Flachdecken mit Schubbewehrung wurde die Regelung der bauaufsichtlichen Zulassungen für Doppelkopfbolzen (u. a. DIBt 1997-2) in leicht modifizierter Form übernommen. Gemäß (Gl. 2.19) ergibt sich der Bemessungswert der aufnehmbaren Querkraft pro Längeneinheit im äußeren Rundschnitt $V_{Rd,ct,a}$, indem derjenige von Platten ohne Schubbewehrung $V_{Rd,ct}$ mit dem Übergangsfaktor κ_a gemäß (Gl. 2.21) multipliziert wird. Dieser beschreibt den Übergang der aufnehmbaren Schubspannung vom Durchstanzen zum ebenen Plattenschub mit zunehmender Länge des schubbewehrten Bereiches (vgl. hierzu ausführlich Abschnitt 9.1).

$$V_{Rd,ct,a} = \kappa_a \cdot V_{Rd,ct} \quad (\text{Gl. 2.19})$$

$$\kappa_a = 1 - \frac{0,286l_s}{3,5d} \geq 0,714 \quad (\text{Gl. 2.20})$$

2.4.5 British Standard 8110-97

Die Berechnung der Widerstandsseite gemäß BS 8110-97 (Gl. 2.21) ist den Regelungen des Model Code 90, der DIN 1045-1 und in gewissem Umfang des Eurocode 2 sehr ähnlich, da der Bemessungswert der aufnehmbaren Schubspannung v_c von der dritten Wurzel der Betondruckfestigkeit und des Längsbewehrungsgrades abhängt und einen vergleichbaren Maßstabsfaktor enthält.

Die einwirkende Schubspannung wird in Rundschnitten im Abstand $1,5d$ von der Stützenkante berechnet, wobei die Ecken der Rundschnitte wie bei ACI 318-99 nicht ausgerundet werden. Die Besonderheit des BS 8110-97 liegt in der Berücksichtigung der Momentenübertragung zwischen Platte und Stütze bei der Berechnung des Bemessungswertes $v = V_{eff}/u \cdot d$ der einwirkenden Schubspannung. Dabei wird bei Innenstützen sowie bei Randstützen mit Momentenbeanspruchung um eine Achse *senkrecht* zum freien Plattenrand die einwirkende Querkraft V_t unter Berücksichtigung des einwirkenden Momentes M_t gemäß (Gl. 2.22) zu V_{eff} erhöht. In der Praxis dürfte (Gl. 2.22) jedoch relativ selten zur Anwendung kommen, da bei „näherungsweise konstanten“ Stützweiten pauschale Lasterhöhungsfaktoren 1,15 (Innenstützen) bzw. 1,40 (Randstützen mit Moment senkrecht zum freien Plattenrand) angesetzt werden dürfen. Darüber hinaus darf bei Randstützen mit Momentenbeanspruchung um eine Achse *parallel* zum freien Plattenrand sowie bei Eckstützen generell mit einem pauschalen Lasterhöhungsfaktor 1,25 gerechnet werden.

$$v_c = \frac{0,79}{\gamma_m} \left(\frac{400}{d} \right)^{1/4} \left(\rho_l \frac{f_{ck,c}}{25} \right)^{1/3} \quad (\text{Gl. 2.21})$$

- mit:
- v_c = Bemessungswert der aufnehmbaren Schubspannung
 - γ_m = Teilsicherheitsbeiwert für Beton = 1,25
 - ρ_l = geometrischer Längsbewehrungsgrad
 - $f_{ck,c}$ = charakteristische Würfeldruckfestigkeit

$$V_{\text{eff}} = \begin{cases} V_t \left(1,00 + \frac{1,5M_t}{V_t x} \right) & \text{(Innenstützen)} \\ V_t \left(1,25 + \frac{1,5M_t}{V_t x} \right) & \text{(Randstützen, wenn Achse } M_t \perp \text{ Plattenrand)} \end{cases} \quad (\text{Gl. 2.22})$$

mit: V_{eff} = effektiver Bemessungswert der einwirkenden Querkraft
 V_t = Bemessungswert der einwirkenden Querkraft
 M_t = Bemessungswert des Momentes
 x = Breite des Rundschn. parallel zur Achse des Momentes M_t

2.4.6 ACI 318-99

Der Bemessungsansatz der US-amerikanischen Norm ACI 318-99 ist durch eine aufwändige Ermittlung der einwirkenden Schubspannungsverteilung einerseits und eine sehr vereinfachte Bestimmung der aufnehmbaren Schubspannung andererseits gekennzeichnet.

Die Bestimmung der Schubspannungsverteilung geht auf Di Stasio, Van Buren (1960) sowie Moe (1961) zurück (vgl. Abschnitt 2.3.3.1). Danach wird ein Anschlussmoment nicht nur entsprechend der Biegetheorie über Biegedruck- und Biegezugspannungen, sondern auch über vertikale und horizontale Schubspannungen übertragen. Bild 2.7 in Abschnitt 2.2.2 veranschaulicht bereits eine lineare Schubspannungsverteilung infolge Momentenübertragung in einem Rundschnitt um eine Stütze. Danach sind die vertikalen Schubspannungen an den Stützensenkenflächen linear und an den Stirnflächen konstant verteilt (Bild 2.7a), während die horizontalen Schubspannungen nur an den Seitenflächen auftreten und linear verteilt sind (Bild 2.7b).

Superponiert man die vertikalen Schubspannungen infolge Momentenübertragung mit den vertikalen Schubspannungen infolge der vorhandenen Querkraft, ergeben sich die in ACI 318-99 angegebenen Schubspannungsverteilungen (Bild 2.20). Für diese Verteilung berechnet sich die maximale Schubspannung im Rundschnitt gemäß (Gl. 2.23), die grundsätzlich für Innen-, Rand- und Eckstützen anwendbar ist.

$$v_u = \frac{V_u}{A_c} + \gamma_v \cdot \frac{M_u \cdot c}{J_c} \quad (\text{Gl. 2.23})$$

mit: v_u = maximale Schubspannung im Rundschnitt (Bild 2.20)
 V_u = Querkraft im Rundschnitt
 A_c = Schnittfläche des Rundschnitts (Bild 2.20)
 γ_v = Anteil des Stützenmomentes, der über Schubspannungen übertragen wird
 $= 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{b_1 / b_2}}$ (= 0,4 für quadratische Stützen)
 b_1, b_2 = Seitenlängen des kritischen Rundschnitts
 M_u = Biegemoment um die Schwerachsen des Rundschnitts
 c = Abstand des betrachteten Rundschnittelementes vom Schwerpunkt des Rundschnitts (Bild 2.20)
 J_c = polares Moment des Rundschnitts
 $= \frac{d(c_1 + d)^3}{6} + \frac{d(c_2 + d)(c_1 + d)^2}{2} + \frac{d^3(c_1 + d)}{6}$ (Innenstütze)

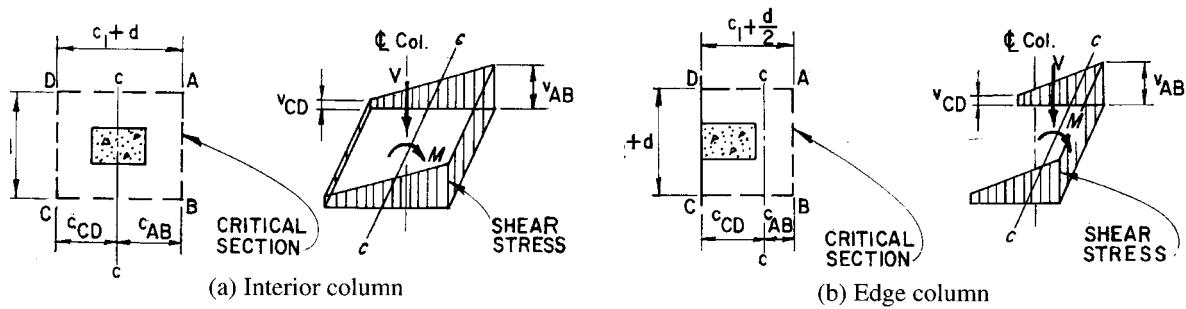


Bild 2.20 Schubspannungsverteilung gemäß ACI 318-99: a) Innenstütze, b) Randstütze

Die Größe γ_v in (Gl. 2.23) wird als Momentenfaktor bezeichnet und gibt an, welcher Anteil des Anschlussmomentes über vertikale Schubspannungen übertragen wird. Untersuchungen zur Quantifizierung des Momentenfaktors γ_v sind in Abschnitt 2.3.3.3 zusammengestellt und diskutiert. Das polare Moment J_c ist eine Kenngröße des Rundschnitts. Der für Innenstützen angegebene Term $d^3(c_1+d)/6$ berücksichtigt die Momentenübertragung durch horizontale Schubspannungen (vgl. Bild 2.7b) und ist sehr klein im Vergleich zu den anderen Termen. Nach Megally, Ghali (2000) beträgt dieser Term ca. 3 % von I_c . Vernachlässigt man den Term und damit die Tragwirkung der horizontalen Schubspannungen, entspricht I_c dem Flächenmoment zweiter Ordnung I_y (Flächenträgheitsmoment) des Rundschnitts, welches für allgemeine Fälle erheblich einfacher zu berechnen ist. Die Berechnung von I_y für Rand- und Eckstützen ohne und mit Schubbewehrung sowie für weitere Sonderfälle (z. B. zweiachsige Momentenbeanspruchung, äußerer Rundschnitt) ist in Ghali, Megally (1999) angegeben.

Im Unterschied zu der relativ aufwändigen Ermittlung der einwirkenden Schubspannung v_u , wird die aufnehmbare Schubspannung v_c gemäß (Gl. 2.24) im wesentlichen anhand der Betondruckfestigkeit f_c bestimmt. Für den Durchstanznachweis wird v_c mit dem Reduktionsfaktor $\phi = 0,85$ multipliziert.

Im äußeren Rundschnitt von Flachdecken mit Schubbewehrung ist die aufnehmbare Schubspannung deutlich geringer und beträgt $v_c = 0,167 \cdot \sqrt{f_c}$. Um einen Übergang der aufnehmbaren Schubspannung im äußeren Rundschnitt mit zunehmender Länge des schubbewehrten Bereiches zu ermöglichen, haben Elgabry, Ghali (1990) (Gl. 2.25) vorgeschlagen (vgl. hierzu ausführlich Abschnitt 9.1).

$$v_c = \min \begin{cases} 0,332 \left(2 + \frac{4}{\beta_c} \right) \sqrt{f_c} \\ 0,083 \left(\frac{\alpha_s d}{u} + 2 \right) \sqrt{f_c} \\ 0,332 \sqrt{f_c} \end{cases} \quad (\text{Gl. 2.24})$$

mit: β_c = längere Stützensseite/kürzere Stützensseite
 α_s = 40/30/20 für Innen-/Rand-/Eckstützen

$$v_c = 0,167 \cdot \sqrt{f_c} \cdot \left[1 + \frac{2 \cdot (4 - \alpha)}{\beta_c} \right] \geq 0,167 \cdot \sqrt{f_c} \quad (\text{Gl. 2.25})$$

mit: α = bez. Abstand des Rundschnitts von der Stütze = $(l_s + d/2)/d$

3 Versuchsdatenbank und Vergleich mit Bemessungsnormen und theoretischen Modellen

Seit den 50er-Jahren sind ca. 200 Durchstanzversuche an Rand- und Eckstützen ohne und mit Schubbewehrung veröffentlicht worden. Eine Zusammenstellung der Versuchsdaten bis Anfang der 80er Jahre ist bei Kordina, Nölting (1986) zu finden, während eine aktuelle Gesamtübersicht und Auswertung der Durchstanzversuche gegenwärtig nicht vorliegt. Für die Beurteilung der Einflussgrößen auf das Durchstanzverhalten sowie die Entwicklung und Überprüfung eines Bemessungsansatzes ist eine möglichst umfassende experimentelle Datenbasis jedoch von großer Bedeutung. Daher wurden alle in der Literatur auffindbaren Durchstanzversuche an Rand- und Eckstützen ausgewertet und die Versuchsparameter sowie Versuchsergebnisse wurden in einer Datenbank zusammengestellt. Darauf aufbauend werden nachfolgend die Versuchsergebnisse mit den Ansätzen aktueller Bemessungsnormen sowie ausgewählter theoretischer Modelle verglichen.

3.1 Erstellung der Datenbank

Die in der Datenbank gesammelten Informationen sowie die Definitionen und Bezeichnungen der erfassten Parameter sind in Anhang A zusammengestellt. Die Umrechnung von Materialkenngrößen (z. B. Betondruckfestigkeit) erfolgt nach Model Code 90. Aufbau und Struktur der Datenbank werden nachfolgend beschrieben.

3.1.1 Aufbau der Datenbank

Tabelle 3.1 zeigt den prinzipielle Aufbau der Datenbank, in der die gesammelten Versuchsdaten in Microsoft Excel-Tabellen zeilenweise zusammengestellt wurden. Je nach Versuchsart mussten je Versuch bis zu 40 Parameter der Literatur entnommen und erfasst werden. Neben der Geometrie und den Materialeigenschaften der Platte und der Stütze mussten insbesondere auch Art und Randbedingungen des Versuchsaufbaus sowie Details zum Versagenszustand aufgenommen werden. Insgesamt wurden 85/7 Versuche an Eckstützen ohne/mit Schubbewehrung und 109/25 Versuche an Randstützen ohne/mit Schubbewehrung gespeichert.

Quelle	Versuch						Platte						Stütze			Bewehrung					
	V. Nr.	Bez.	Versuchsaufbau			S.	F.	l_x	l_y	l_x/l_y	h	d	d_x	d_y	Q	c_x	c_y	ρ_1	ρ_1'		
Stützen/Felder	Ge-schoss	Ränder	Bela-stung	-	-															[m]	[m]
Schubbewehrung			Baustoffe			Versagenszustand															
d_s	s_1	s	n_c	n_{ges}	l_s	l_s/d	Art	f_c	f_y	f_{yw}	V_u	M_{uy}	e	e/c	Art						
[mm]	[mm]	[mm]	-	-	[m]	-	-	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[kN]	[kN]	[m]	-	-	-					

Tabelle 3.1 In der Datenbank erfasste Parameter der Durchstanzversuche

Diese Datenbasis wurde kritisch durchgesehen und für die weitere Auswertung anhand folgender Kriterien reduziert, um die Ergebnisse der Auswertung nicht zu verfälschen:

- Als minimale statische Höhe wurde bei Versuchen ohne Schubbewehrung ein Grenzwert $d = 50$ mm festgelegt, da dünnere Platten nur noch mit Mikrobeton und unrealistischer Bewehrung ausgeführt werden können.
- Bei Versuchen mit Schubbewehrung wurden statische Höhen $d < 80$ mm nicht berücksichtigt, da in dünneren Platten der Verankerungsschlupf der Schubbewehrung bezogen auf die statische Höhe übermäßig groß wird.

- Versuche mit geschlossenen Bügeln als *Torsionsbewehrung* am freien Plattenrand oder „deckengleichen Unterzügen“ wurden vernachlässigt, da diese Fälle von dem angestrebten Bemessungsmodell nicht erfasst werden sollen.
- Hingegen war eine Selektion von Versuchen mit Biegetorsionsversagen nicht erforderlich, da diese Versagensart durch die Berücksichtigung der bezogenen Ausmitte e/c weitgehend abgegrenzt und erfasst werden kann.

3.1.2 Struktur der Daten

Die Struktur der Datenbanken für Rand- und Eckstützen ohne Schubbewehrung ist in Bild 3.1 durch Häufigkeitsverteilungen in Abhängigkeit von der Art des Versuchsaufbaus, der bezogenen Ausmitte e/c , der statischen Höhe d und der Betondruckfestigkeit f_c aufgetragen. Man erkennt in Bild 3.1a), dass bei Eckstützen überwiegend Versuche an Deckensystemen (meist ein Feld mit vier Eckstützen) und Zwischengeschosdecken durchgeführt wurden, während dies bei Randstützen umgekehrt ist. Die Ursache hierfür liegt darin, dass die Abmessungen von Randstützenversuchskörpern deutlich größer sind als bei Eckstützen, so dass bei Randstützen die Versuchskapazitäten oft nur für Ausschnittversuche ausreichend sind.

Die bezogene Ausmitte e/c wurde in den erfassten Versuchen in einem sehr breitem Spektrum variiert, wobei die meisten Versuche im Bereich $0,5 < e/c < 1,5$ durchgeführt wurden (Bild 3.1b). Dieser Bereich deckt die üblichen Ausmitten bei horizontal ausgesteiften Flachdeckensystemen ab (vgl. Abschnitt 4).

Die geprüften statischen Höhen d waren in den meisten Versuchen kleiner als 15 cm und betragen in über 50 % der Versuche sogar weniger als 10 cm (Bild 3.1c). Lediglich 7 Randstützenversuche und kein Eckstützenversuch wurden mit einer praxisüblichen statischen Höhe $d \geq 20$ cm durchgeführt. Auch hier liegt die Ursache in beschränkten Versuchskapazitäten, die in den meisten Fällen eine maßstäbliche Verkleinerung der Versuchskörper erforderlich machen. Die Betondruckfestigkeiten f_c lagen hingegen mit Werten zwischen 20 MPa und 50 MPa überwiegend im praxisüblichen Bereich (Bild 3.1d).

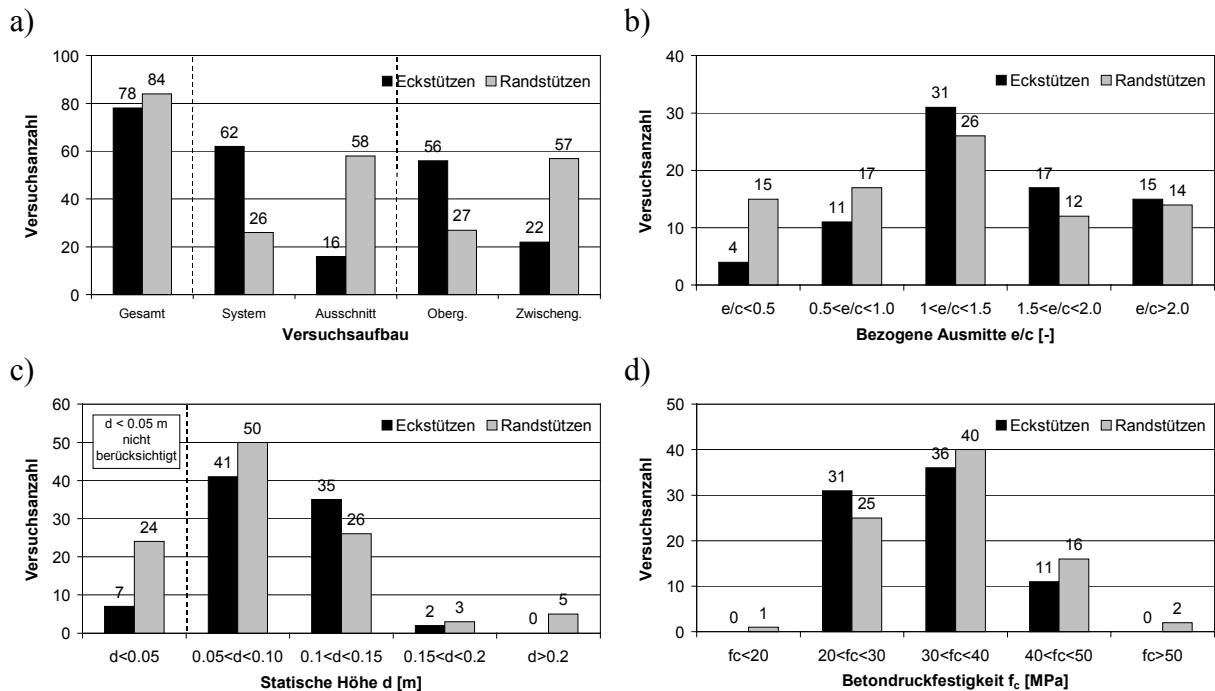


Bild 3.1 Struktur der Datenbanken Eckstützen und Randstützen ohne Schubbewehrung: a) Versuchsaufbau, b) bezogene Ausmitte e/c , c) statische Höhe d , d) Betondruckfestigkeit f_c

Die Struktur der Datenbanken für Rand- und Eckstützen *mit* Schubbewehrung ist in Bild 3.2 durch Häufigkeitsverteilungen in Abhängigkeit von der Art des Versuchsaufbaus, der bezogenen Ausmitte e/c , der statischen Höhe d und der Betondruckfestigkeit f_c aufgetragen. Die Gesamtanzahl an Versuchen mit Schubbewehrung ist mit 7 Eckstützen und 25 Randstützen sehr gering. Auffällig ist, dass alle erfassten Durchstanzversuche mit Schubbewehrung an Flachdeckenausschnitten durchgeführt wurden und kein einziger Versuch an einem Deckensystem vorliegt (Bild 3.2a). Die Ursache hierfür liegt darin, dass zur Überprüfung des Tragverhaltens mit Schubbewehrung größere Deckendicken erforderlich sind als ohne Schubbewehrung, so dass sich Systemabmessungen ergeben, welche die üblichen Versuchskapazitäten überschreiten. Wie bei den Versuchen ohne Schubbewehrung wurden die meisten Versuche mit bezogenen Ausmitten im Bereich $0,5 < e/c < 1,5$ durchgeführt (Bild 3.2b). Dieser Bereich deckt die üblichen Ausmitten bei horizontal ausgesteiften Flachdeckensystemen ab (vgl. Abschnitt 4). Die geprüften statischen Höhen d waren in den meisten Versuchen kleiner als 15 cm (Bild 3.2c), die 3 Eckstützen- und 5 Randstützenversuche im Bereich $15 \text{ cm} < d < 20 \text{ cm}$ stammen aus dem dieser Arbeit zugrunde liegenden DFG-Forschungsvorhaben zum Durchstanzen (vgl. Abschnitte 5 und 6). Die Betondruckfestigkeiten f_c lagen mit Werten zwischen 20 MPa und 50 MPa im praxisüblichen Bereich (Bild 3.2d).

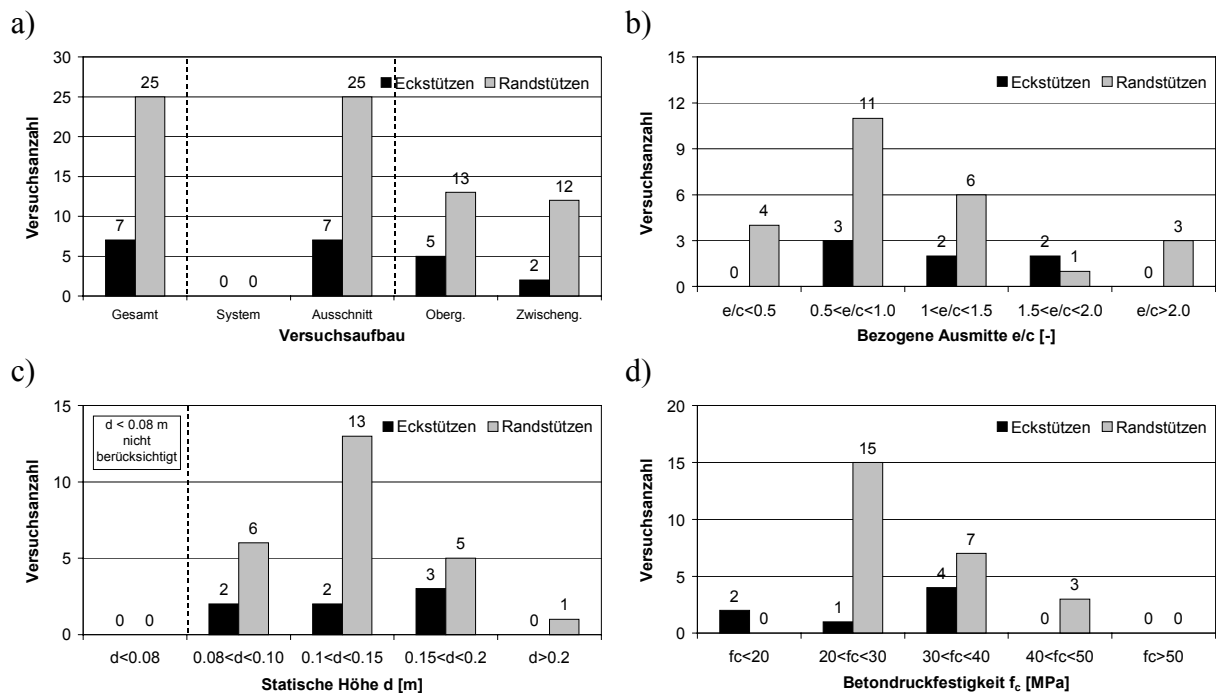


Bild 3.2 Struktur der Datenbanken Eckstützen und Randstützen mit Schubbewehrung: a) Versuchsaufbau, b) bezogene Ausmitte e/c , c) statische Höhe d , d) Betondruckfestigkeit f_c

3.2 Vergleich der Datenbank mit Bemessungsnormen

In diesem Abschnitt werden die in der Versuchsdatenbank gesammelten Ergebnisse mit den Berechnungsansätzen der in Abschnitt 2.4 dargestellten Bemessungsnormen anhand von statistischen Auswertungen verglichen. Um den Einfluss der wesentlichen Parameter auf das Durchstanzen zu analysieren, werden die Ergebnisse des Vergleiches in Diagrammen in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte e/c , dem Längsbewehrungsgrad ρ_l , der Betondruckfestigkeit f_c und der statischen Höhe d aufgetragen. Darauf aufbauend wird die Eignung der Normen zur wirklichkeitsnahen Abbildung des Durchstanzverhaltens von Rand- und Eckstützen diskutiert.

Der Vergleich erfolgt durch Gegenüberstellung der experimentellen Durchstanzlasten $V_{u,test}$ mit den rechnerischen Bruchlasten $V_{u,calc}$ gemäß den betrachteten Normen. Bei der Bestimmung der rechnerischen Bruchwerte $V_{u,calc}$ wurden folgende Grundsätze angewendet:

- Das Bruchniveau wurde als charakteristischer Widerstand berechnet, d. h. $V_{u,calc}$ wurde aus den Bemessungswerten V_{Rd} durch Multiplikation mit den Teilsicherheitsbeiwerten der Widerstandsseite für Beton γ_c bestimmt. Im Falle der DIN 1045 wurde die zulässige Last mit einem globalen Sicherheitsbeiwert $\gamma = 2,1$ multipliziert.
- In die Berechnungsgleichungen der Normen wurde die in den Versuchsberichten angegebene mittlere Betondruckfestigkeit f_c anstelle der charakteristischen Betondruckfestigkeit f_{ck} eingesetzt. Diese Vorgehensweise berücksichtigt die relativ geringe Streuung der unter Laborbedingungen hergestellten Betone und liefert konservative Ergebnisse.
- Die angegebene Betondruckfestigkeit wurde als Kurzzeitfestigkeit betrachtet, da die Versuche i. d. R. innerhalb eines oder weniger Tage durchgeführt wurden.
- Die in einigen Normen angegebene obere Begrenzung des rechnerischen Längsbewehrungsgrades ρ_l wurde nicht berücksichtigt, da diese Regelungen lediglich für Innenstützen entwickelt und auf Rand- und Eckstützen übertragen wurden.

3.2.1 Eckstützen ohne Schubbewehrung

Grundsätzlich wurde der Vergleich der Versuchsdatenbank mit den Normen für Eckstützen genau entsprechend den Vorgaben der Normen durchgeführt. Für Model Code 90 wurde die Auswertung zunächst sowohl unter Berücksichtigung der zweiachsigen Momentenbeanspruchung durch den Faktor β gemäß (Gl. 2.13) als auch mit einer pauschalen Reduzierung der Rundschnitlänge auf u_1^* erstellt. Es zeigte sich, dass die Verwendung des β -Faktors zwar zu einer etwas besseren Abbildung des Einflusses der bezogenen Ausmitte e/c führte, jedoch gleichzeitig eine erhöhte Streuung der Ergebnisse der Auswertung mit sich brachte. Dies deutet darauf hin, dass die Berücksichtigung des Momenteneinflusses durch eine konstante Schubspannungsverteilung gemäß Model Code 90 nur bedingt für die Abbildung des Tragverhaltens von Eckstützen geeignet ist. Daher wird die Auswertung nach Model Code 90 nachfolgend mit der pauschalen Reduzierung der Rundschnitlänge auf u_1^* durchgeführt.

3.2.1.1 Auswertung der statistischen Parameter

In Tabelle 3.2 sind die mit Hilfe der Datenbank berechneten Mittelwerte und Variationskoeffizienten des Quotienten $V_{u,test}/V_{u,calc}$ für die jeweiligen Bemessungsnormen zusammengestellt. Um einen möglichen Einfluss der Versuchsdurchführung auf das Ergebnis der Untersuchung herauszufiltern, wurden die statistischen Parameter auch getrennt für Versuche an Deckensystemen bzw. Deckenausschnitten ermittelt. Als Deckensystem wurden dabei auch Versuche an statisch unbestimmten Deckenausschnitten eingestuft, bei welchen z. B. durch Fixierung des freien Plattenrandes eine Umlagerung von Stütz- und Feldmomenten ermöglicht wurde. Weiterhin wurde unterschieden, ob die Versuchskörper eine Obergeschossdecke (einseitige Stütze) oder eine Zwischengeschossdecke (beidseitige Stütze) abbildeten.

Betrachtet man die Gesamtheit aller Versuche ist festzustellen, dass Model Code 90 mit einem Mittelwert für $V_{u,test}/V_{u,calc}$ von $m = 1,12$ und einem Variationskoeffizienten $\delta = 0,30$ im Vergleich die beste Abbildung der Durchstanzbruchlasten darstellt. Etwas größere Variationskoeffizienten zwischen $\delta = 0,32$ und $0,34$ ergeben sich mit Eurocode 2, DIN 1045-1, BS 8110-97 und ACI 318-99, am schlechtesten liegt DIN 1045 mit $\delta = 0,35$. Alle Mittelwerte liegen über $V_{u,test}/V_{u,calc} = 1,0$, d. h. die Bemessungsnormen unterschätzen die Tragfähigkeit von Eckstützen-Plattenverbindungen teilweise erheblich. Hervorzuheben ist in diesem Zusammenhang insbesondere der sehr hohe Mittelwert $m = 2,98$ bei Bemessung mit ACI 318-99.

Die Unterscheidung in System- und Ausschnittversuche lässt erkennen, dass ACI 318-99 bei Ausschnittversuchen einen höheren Mittelwert $m = 3,26$ liefert als bei Deckensystemen ($m = 2,92$), während dies bei den übrigen Normen umgekehrt ist. Analog hierzu ist der Mittelwert gemäß ACI 318-99 bei Zwischengeschossdecken ($m = 3,09$) größer als bei Obergeschossdecken ($m = 2,95$), was wiederum bei den übrigen Normen umgekehrt ist. Grundsätzlich ist zu erwarten, dass sich bei Deckensystemen höhere Durchstanzlasten ergeben, da das Deckensystem die Möglichkeit zur Momentenumlagerung bietet. Dies bedeutet jedoch nichts anderes, als dass bei Deckensystemen im Bruchzustand geringere Stützmomente bzw. Ausmitten auftreten als bei Ausschnittversuchen. In Tabelle 3.2 sind daher die Mittelwerte der in den Versuchen gemessenen bezogenen Ausmitten e/c angegeben. Man erkennt, dass e/c bei Deckensystemen im Mittel $e/c = 1,48$ betrug, während bei Ausschnittversuchen im Mittel $e/c = 2,33$ auftrat. Die höheren Exzentrizitäten führen dazu, dass sich mit den europäischen Normen bei Ausschnittversuchen relativ geringe Werte $V_{u,test}/V_{u,calc}$ ergeben, da diese Normen den Einfluss der Ausmitte nicht berücksichtigen (vgl. nachfolgender Abschnitt). Demgegenüber überschätzt ACI 318-99 den ungünstigen Einfluss der Ausmitte auf die Durchstanztragfähigkeit, so dass gerade bei hohen Ausmitten relativ große Werte $V_{u,test}/V_{u,calc}$ entstehen. Dieselben Überlegungen gelten analog für die Unterscheidung zwischen Obergeschoss- und Zwischengeschossdecken.

Beide Zusammenhänge lassen erkennen, dass die genaue Art der Versuchsdurchführung an Bedeutung verliert, sofern bei der Auswertung der Versuche die tatsächlich vorhandene Ausmitte im Bruchzustand berücksichtigt wird. Daher wird bei den nachfolgenden Auswertungen nicht primär an den Versuchsaufbau, sondern vielmehr an die bezogene Ausmitte e/c angeknüpft.

		n	$V_{u,test} / V_{u,calc}$					e/c	
			DIN 1045	Model Code 90	Euro-code 2	DIN 1045-1	BS 8110-97		ACI 318-99
Mittelwert	Gesamt	78	1,63	1,12	1,55	1,43	1,13	2,98	1,64
	Deckensystem	62	1,75	1,18	1,64	1,52	1,17	2,92	1,48
	Ausschnitt	16	1,18	0,90	1,18	1,08	0,95	3,26	2,33
	Obergeschoss	56	1,79	1,21	1,69	1,56	1,20	2,95	1,42
	Zwischeng.	22	1,22	0,91	1,19	1,10	0,93	3,09	2,26
Variationskoeffizient	Gesamt	78	0,35	0,30	0,33	0,33	0,32	0,34	0,87
	Deckensystem	62	0,31	0,25	0,29	0,29	0,29	0,36	0,29
	Ausschnitt	16	0,37	0,44	0,40	0,40	0,40	0,28	1,31
	Obergeschoss	56	0,31	0,25	0,29	0,28	0,28	0,36	0,33
	Zwischeng.	22	0,30	0,37	0,34	0,33	0,35	0,29	1,13

Tabelle 3.2 Vergleich der Datenbank Eckstützen mit Normen

3.2.1.2 Abbildung der geometrischen und Materialparameter

Die Qualität der Normenansätze hängt wesentlich davon ab, auf welche Weise die einzelnen Einflussgrößen auf das Durchstanzen durch die Bemessungsnormen abgebildet werden. Zur Veranschaulichung und Analyse dieser Parametereinflüsse sind in den Bildern B-1 bis B-6 (Anhang B) die Werte $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte e/c , dem Längsbewehrungsgrad ρ_l , der Betondruckfestigkeit f_c und der statischen Höhe d für die betrachteten Normen aufgetragen. Der Einfluss der bezogenen Ausmitte e/c wird jeweils in den Bildern a) veranschaulicht. Es zeigt sich, dass $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ gemäß ACI 318-99 mit wachsender Ausmitte e/c zunimmt (Bild 3.3a), während sich bei den europäischen Normen eine Abnahme ergibt (vgl. repräsentativ DIN 1045-1 in Bild 3.3b). Diese Verläufe sind primär auf die Einwirkungsseite, d. h. auf die Ermittlung der einwirkenden Schubspannung v_s zurückzuführen. Während ACI 318-99 die Ausmitte e/c bei der Bestimmung von v_s berücksichtigt (vgl. Abschnitt 2.4.6), wird e/c bei den europäischen Normen vernachlässigt. Der relativ steile Anstieg von $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ bei ACI 318-99 deutet jedoch darauf hin, dass der Momenteneinfluss bei Eckstützen durch ACI 318-99 überschätzt wird. Dies ist bei der Quantifizierung des γ_v -Faktors für Eckstützen zu berücksichtigen (vgl. Abschnitt 2.3.3.3).

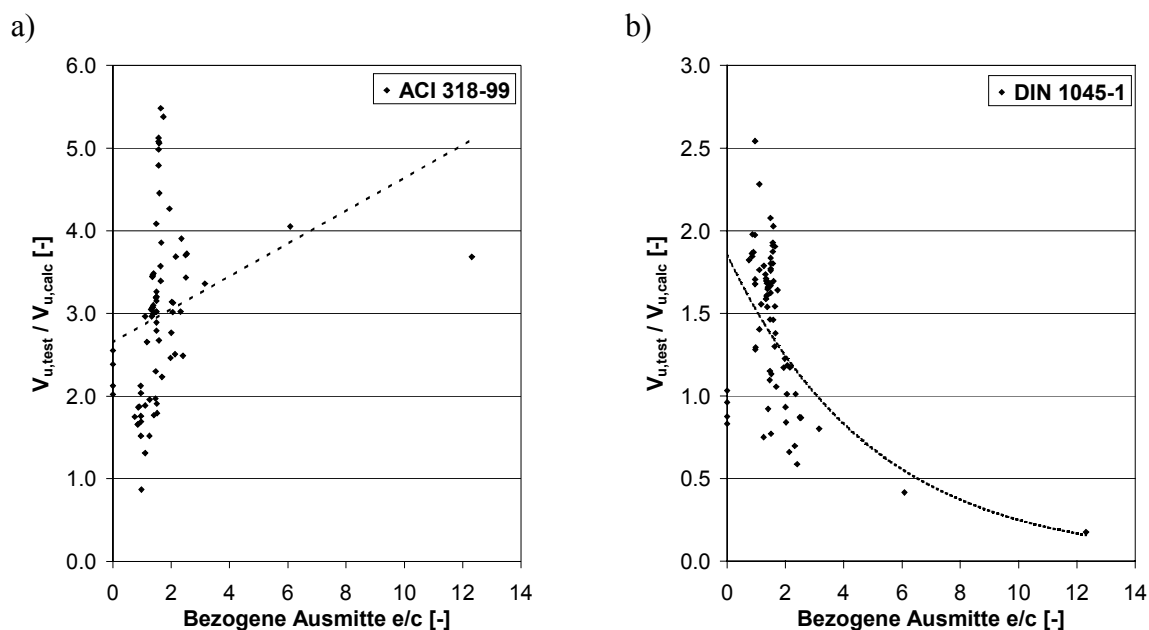


Bild 3.3 Vergleich der Datenbank Eckstützen mit Normen in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte e/c auf Basis von: a) ACI 318-99, b) DIN 1045-1 (weitere Diagramme in Anhang B)

Alle Normen zeigen einen Anstieg der $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ -Werte mit wachsendem Längsbewehrungsgrad ρ_l (Bilder B-1b bis B-6b). Fast horizontal ist die Regressionsgerade bei DIN 1045-1, Model Code 90 und BS 8110, welche den Bewehrungsgrad mit $\rho_l^{1/3}$ berücksichtigen, was entsprechend den jüngsten Untersuchungen durch Reineck (2001) dem Stand der Technik für Innenstützen entspricht. Bei ACI 318-99, welche ρ_l vollständig vernachlässigt, ergibt sich hingegen ein steiler Anstieg der Werte $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ mit ρ_l . Die Auswertung deutet darauf hin, dass der Einfluss des Längsbewehrungsgrades auf die Durchstanztragfähigkeit von Eckstützen mit dem Ansatz $\rho_l^{1/3}$ wirklichkeitsnah abgebildet wird.

Der Einfluss der Betondruckfestigkeit f_c auf den Quotienten $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ ist in den Bildern B-1c) bis B-6c) dargestellt. Die Auswertung nach ACI 318-99 führt zu einem Anstieg der Werte mit zunehmender Betondruckfestigkeit, während die Diagramme der europäischen Normen

eine Abnahme von $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ mit f_c aufweisen. Dies ist überraschend, da anhand der Bemessungsgleichungen tendenziell ein umgekehrtes Verhältnis zu erwarten war. Die Ursache hierfür liegt primär darin, dass die Auswertung der Betondruckfestigkeit durch den Einfluss der bezogenen Exzentrizität e/c verzerrt wird. Bild 3.4 veranschaulicht, dass die bezogenen Ausmitten e/c in den Versuchen mit der Betondruckfestigkeit f_c anwachsen. Hohe bezogene Ausmitten führen wie eingangs erläutert bei ACI 318-99 zu einer Zunahme und bei den übrigen Normen zu einer Abnahme der Werte $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$. Eine Bewertung der Bemessungsnormen hinsichtlich der Betondruckfestigkeit ist daher erst möglich, wenn der Einfluss von e/c durch den Bemessungsansatz in Abschnitt 10.2 eliminiert wird. Der abschließende Vergleich des neuen Bemessungsansatzes mit der Versuchsdatenbank in Abschnitt 10.3 wird zeigen, dass der Einfluss der Betondruckfestigkeit f_c auf die Durchstantragfähigkeit von Eckstützen mit dem Ansatz $f_c^{1/3}$, wie er in DIN 1045-1, Model Code 90 und BS 8110 enthalten ist, mit guter Näherung angegeben werden kann.

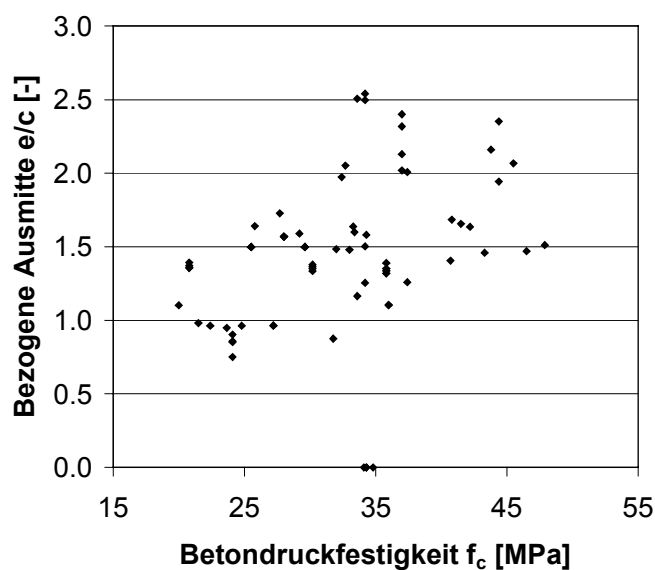


Bild 3.4 Bezogene Ausmitten e/c in Versuchen mit Eckstützen in Abhängigkeit von der Betondruckfestigkeit f_c

Schließlich ist in den Bildern B-1d) bis B-6d) der Quotient $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ in Abhängigkeit von der statischen Höhe d aufgetragen. Bei der Auswertung muss berücksichtigt werden, dass die bisher durchgeführten Versuche an Eckstützen im wesentlichen eine statische Höhe $6 \text{ cm} \leq d \leq 12 \text{ cm}$ besaßen und nur wenige Einzelversuche bis maximal $d = 19 \text{ cm}$ vorliegen, so dass der Maßstabeffekt in der Datenbasis gering ist. In diesem Bereich setzen alle Bemessungsnormen einen konstanten Maßstabsfaktor an. Dennoch ergeben sich unterschiedliche Anstiege der Werte $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ mit der statischen Höhe d . Dies ist offensichtlich auf den Einfluss anderer Parameter, insbesondere der bezogenen Ausmitte e/c zurückzuführen, so dass über den Einfluss der statischen Höhe d vorerst keine Aussage getroffen werden kann.

Insgesamt zeigt sich, dass die Auswertung wesentlich von der Ermittlung der einwirkenden Schubspannung und der Berücksichtigung der Momenteneinwirkung bzw. der bezogenen Ausmitte e/c beeinflusst wird. Unterschiedliche Ansätze auf der Widerstandsseite beeinflussen meist nur geringfügig den Verlauf bzw. die Steigung der Regressionsgeraden. Demgegenüber kann die unterschiedliche Ermittlung der einwirkenden Schubspannungen gemäß ACI 318-99 einerseits und den europäischen Normen andererseits zu vollständig entgegengesetzten Aussagen über den Einfluss einzelner Parameter führen.

3.2.2 Randstützen ohne Schubbewehrung

3.2.2.1 Auswertung der statistischen Parameter

In Tabelle 3.3 sind die mit Hilfe der Datenbank berechneten Mittelwerte und Variationskoeffizienten des Quotienten $V_{u,test}/V_{u,calc}$ für die jeweiligen Bemessungsnormen zusammengestellt. Um einen möglichen Einfluss der Versuchsdurchführung auf das Ergebnis der Untersuchung herauszufiltern, wurden die statistischen Parameter auch getrennt für Versuche an Deckensystemen bzw. Deckenausschnitten ermittelt. Als Deckensystem wurden dabei auch Versuche an statisch unbestimmten Deckenausschnitten eingestuft, bei welchen z. B. durch Fixierung des freien Plattenrandes eine Umlagerung von Stütz- und Feldmomenten ermöglicht wurde. Weiterhin wurde unterschieden, ob die Versuchskörper eine Obergeschossdecke (einseitige Stütze) oder eine Zwischengeschossdecke (beidseitige Stütze) abbildeten.

Betrachtet man die Gesamtheit aller Versuche, ist festzustellen, dass Model Code 90 und ACI 318-99 mit Mittelwerten für $V_{u,test}/V_{u,calc}$ von $m = 1,42$ bzw. $1,47$ und Variationskoeffizienten $\delta = 0,26$ bzw. $0,27$ die im Vergleich beste Abbildung der Durchstanzbruchlasten darstellen. Deutlich größere Variationskoeffizienten zwischen $\delta = 0,34$ und $0,35$ ergeben sich mit DIN 1045, Eurocode 2, DIN 1045-1 und BS 8110-97. Die Mittelwerte für $V_{u,test}/V_{u,calc}$ sind i. d. R. größer als $1,0$ und liegen somit auf der sicheren Seite, lediglich bei Bemessung gemäß BS 8110-97 liegen die Werte im Mittel auf der unsicheren Seite ($m = 0,95$). Der höchste Mittelwert $m = 1,47$ tritt wie bei Eckstützen mit ACI 318-99 auf.

		n	$V_{u,test} / V_{u,calc}$					e/c	
			DIN 1045	Model Code 90	Eurocode 2	DIN 1045-1	BS 8110-97		ACI 318-99
Mittelwert	Gesamt	84	1,21	1,42	1,23	1,16	0,95	1,47	1,37
	Deckensystem	26	1,23	1,40	1,20	1,17	0,90	1,27	1,15
	Ausschnitt	58	1,20	1,43	1,24	1,16	0,98	1,55	1,47
	Obergeschoss	27	1,21	1,52	1,19	1,11	0,94	1,53	1,54
	Zwischeng.	57	1,21	1,37	1,24	1,19	0,96	1,44	1,30
Variationskoeffizient	Gesamt	84	0,34	0,26	0,35	0,35	0,35	0,27	0,84
	Deckensystem	26	0,20	0,24	0,17	0,17	0,18	0,29	0,38
	Ausschnitt	58	0,39	0,27	0,40	0,41	0,39	0,24	0,92
	Obergeschoss	27	0,35	0,27	0,33	0,33	0,34	0,26	0,62
	Zwischeng.	57	0,34	0,25	0,36	0,36	0,35	0,27	0,96

Tabelle 3.3 Vergleich der Datenbank Randstützen mit Normen

Die Unterscheidung in System- und Ausschnittversuche lässt erkennen, dass DIN 1045, Eurocode 2, DIN 1045-1 und BS 8110-97 bei Deckensystemen sehr geringe Variationskoeffizienten im Bereich von $\delta \leq 0,20$ aufweisen, während bei Ausschnittversuchen etwa doppelt so hohe Variationskoeffizienten ($\delta \leq 0,41$) auftreten. Demgegenüber liegen die Variationskoeffizienten mit ACI 318-99 und Model Code 90 für Deckensysteme und Ausschnitte eng beieinander. Die Ursache hierfür liegt in den unterschiedlichen bezogenen Exzentrizitäten e/c in den Versuchen. In Tabelle 3.3 sind die Mittelwerte der in den Versuchen gemessenen bezogenen Ausmitten e/c angegeben. Man erkennt, dass e/c bei Deckensystemen im Mittel $e/c = 1,15$ betrug, während bei Ausschnittversuchen im Mittel $e/c = 1,47$ auftrat. Die höheren Exzentrizitäten führen dazu, dass sich mit DIN 1045, Eurocode 2, DIN 1045-1 und BS 8110-97 bei Ausschnittversuchen relativ große Streuungen ergeben, da diese Normen den Einfluss der

Ausmitte nicht berücksichtigen. Demgegenüber erzielen ACI 318-99 und Model Code 90 sowohl bei Deckensystemen als auch bei Ausschnitten brauchbare Ergebnisse, da sie die bezogene Ausmitte zur Berechnung der einwirkenden Schubspannung ansetzen. Die Unterscheidung in Obergeschoss- und Zwischengeschossdecken lässt hingegen keine wesentlichen Unterschiede erkennen.

Insgesamt zeigt sich, dass DIN 1045, Eurocode 2, DIN 1045-1 und BS 8110-97 bei niedrigen Exzentrizitäten gute Ergebnisse liefern, während sich bei hohen Exzentrizitäten sehr große Variationskoeffizienten ergeben. Eine brauchbare Vorhersage der experimentellen Durchstanzzlasten für die gesamte Bandbreite der Versuche liefern nur ACI 318-99 und Model Code 90, da diese Normen den Einfluss der bezogenen Exzentrizität e/c auf die maximale einwirkende Schubspannung näherungsweise berücksichtigen.

3.2.2.2 Abbildung der geometrischen und Materialparameter

Die Qualität der Normenansätze hängt wesentlich davon ab, auf welche Weise die einzelnen Einflussgrößen auf das Durchstanzen durch die Bemessungsnormen abgebildet werden. Zur Veranschaulichung und Analyse dieser Parametereinflüsse sind in den Bildern B-7 bis B-12 (Anhang B) die Werte $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte e/c , dem Längsbewehrungsgrad ρ_l , der Betondruckfestigkeit f_c und der statischen Höhe d für die betrachteten Normen aufgetragen.

Der Einfluss der bezogenen Ausmitte e/c wird jeweils in den Bildern a) veranschaulicht. Es zeigt sich, dass $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ gemäß ACI 318-99 mit wachsender Ausmitte e/c zunimmt (Bild 3.5a), während die Regressionsgerade bei Model Code 90 (Bild 3.5b) fast horizontal ist und bei den übrigen Normen eine starke Abnahme der Werte auftritt (vgl. repräsentativ DIN 1045-1 in Bild 3.5c). Diese Verläufe sind primär auf die Einwirkungsseite, d. h. auf die Ermittlung der einwirkenden Schubspannung v_S zurückzuführen. Während ACI 318-99 und Model Code 90 die Ausmitte e/c bei der Bestimmung von v_S berücksichtigen, wird e/c bei den übrigen Normen vernachlässigt. Der relativ steile Anstieg von $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ bei ACI 318-99 deutet jedoch darauf hin, dass der Momenteneinfluss bei Eckstützen durch ACI 318-99 überschätzt wird. Dies ist bei der Quantifizierung des γ_V -Faktors für Randstützen zu berücksichtigen (vgl. Abschnitt 2.3.3.3).

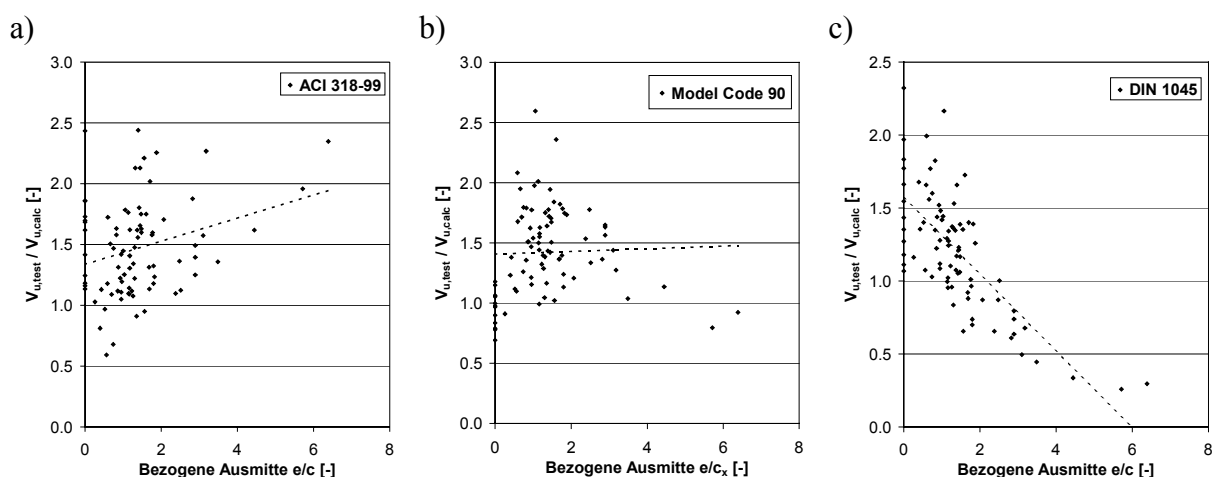


Bild 3.5 Vergleich der Datenbank Randstützen mit Normen in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte e/c auf Basis von: a) ACI 318-99, b) Model Code 90, c) DIN 1045-1 (weitere Diagramme in Anhang B)

Die Bilder B-7b) bis B-12b) veranschaulichen den Einfluss des Längsbewehrungsgrades auf die $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ -Werte. Leicht abfallend ist die Regressionsgerade bei DIN 1045, welche den Bewehrungsgrad mit dessen Wurzel berücksichtigt, am steilsten ist der Anstieg bei ACI 318-99, welche ρ_1 vollständig vernachlässigt. Dazwischen liegen die fast horizontalen Regressionsgeraden der übrigen Normen, die den Bewehrungsgrad mit $\rho_1^{1/3}$ bzw. mit $1,2+40\rho_1$ (Eurocode 2) ansetzen, was entsprechend den jüngsten Untersuchungen durch Reineck (2001) dem Stand der Technik für Innenstützen entspricht. Die Auswertung zeigt, dass der Einfluss des Längsbewehrungsgrades mit $\rho_1^{1/3}$ zutreffend beschrieben wird.

Der Einfluss der Betondruckfestigkeit f_c auf den Quotienten $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ ist in den Bildern B-7c) bis B-12c) dargestellt. Die Auswertung nach ACI 318-99 weist einen Abfall der Werte mit zunehmender Betondruckfestigkeit auf und lässt erkennen, dass ACI 318-99 den Einfluss der Betondruckfestigkeit mit $f_c^{1/2}$ überschätzt. Die Auswertung nach Model Code 90, der die Betondruckfestigkeit mit $f_c^{1/3}$ berücksichtigt, führt zu weitgehend konstanten Werten $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$. Die Diagramme von Eurocode 2, DIN 1045-1 und BS 8110-97 weisen hingegen eine leichte Zunahme von $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ mit f_c auf, obwohl der Betoneinfluss ebenso mit $f_c^{1/3}$ berücksichtigt wird. Die Ursache hierfür liegt, wie bereits in Abschnitt 3.2.1.2 (Eckstützen) erläutert, primär darin, dass die Auswertung der Betondruckfestigkeit durch den Einfluss der bezogenen Exzentrizität e/c verzerrt wird. Dieser Einfluss wird durch Model Code 90 bei Randstützen näherungsweise erfasst. Daher zeigt die Auswertung mit Model Code 90, dass der Einfluss des Längsbewehrungsgrades mit $f_c^{1/3}$ am besten beschrieben werden kann.

Schließlich ist in den Bildern B-7d) bis B-12d) der Quotient $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ in Abhängigkeit von der statischen Höhe d aufgetragen. Bei der Auswertung muss berücksichtigt werden, dass die bisher durchgeführten Versuche an Randstützen im wesentlichen eine statische Höhe $5 \text{ cm} \leq d \leq 15 \text{ cm}$ besaßen und nur wenige Einzelversuche mit $d > 20 \text{ cm}$ vorliegen, so dass der Maßstabeffekt in der Datenbasis gering ist. Für dünne Platten mit $d < 20 \text{ cm}$ setzen alle Bemessungsnormen einen konstanten Maßstabsfaktor an. Dennoch ergeben sich unterschiedliche Anstiege der Werte $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ mit der statischen Höhe d . Dies ist offensichtlich auf den Einfluss anderer Parameter, insbesondere der bezogenen Ausmitte e/c zurückzuführen. Betrachtet man die Auswertung nach Model Code 90 (Bild B-8d), der die Gesamtheit der Parameter im Vergleich am besten berücksichtigt, zeigt sich jedenfalls für die vorliegenden Versuche und begrenzten Plattendicken kein signifikanter Einfluss der statischen Höhe d auf die Werte $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$.

Insgesamt kann festgestellt werden, dass die Auswertung wesentlich von der Ermittlung der einwirkenden Schubspannung und der Berücksichtigung der Momenteneinwirkung beeinflusst wird. Unterschiedliche Ansätze auf der Widerstandsseite beeinflussen meist nur geringfügig den Verlauf bzw. die Steigung der Regressionsgeraden. Demgegenüber kann die unterschiedliche Ermittlung der einwirkenden Schubspannungen gemäß ACI 318-99 und Model Code 90 einerseits und DIN 1045, Eurocode 2, DIN 1045-1 und BS 8110-97 andererseits zu vollständig entgegengesetzten Aussagen über den Einfluss einzelner Parameter führen.

ACI 318-99 und Model Code 90, welche den Einfluss der bezogenen Ausmitte am besten erfassen, weisen auch die geringste Streuung der Werte $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ auf (vgl. Tabelle 3.3). Darüber hinaus wird mit Model Code 90 die Widerstandsseite am besten abgebildet, so dass die Streuung der Werte noch etwas geringer ist als bei ACI 318-99 (vgl. Tabelle 3.3).

3.2.3 Eckstützen mit Schubbewehrung

Bild 3.6 zeigt einen Vergleich der Datenbank Eckstützen mit Schubbewehrung mit den Regelungen im äußeren Rundschnitt gemäß den bauaufsichtlichen Zulassungen für Doppelkopfbolzen (z. B. DIBt 1997-2) sowie DIN 1045-1 und ACI 318-99 in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d . Diese Normen wurden ausgewählt, da sie wirklichkeitsnah eine Abnahme der aufnehmbaren Schubspannung im äußeren Rundschnitt mit wachsendem l_s/d angeben (DIBt 1997-2, DIN 1045-1) bzw. die Veränderung des Schubspannungszustandes im äußeren Rundschnitt mit wachsendem l_s/d wiedergeben (ACI 318-99). Man erkennt in den Bildern 3.6a) und 3.6b), dass die Werte $V_{u,test}/V_{u,calc}$ bei DIBt (1997-2) und DIN 1045-1 mit wachsender Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d zunehmen. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die Bemessungsschubspannung im äußeren Rundschnitt durchgängig unter Berücksichtigung der jeweiligen Lasterhöhungsfaktoren 1,4 (DIBt 1997-2) bzw. 1,5 (DIN 1045-1) bestimmt wurde. Der Anstieg der Regressionsgeraden deutet jedoch darauf hin, dass sich mit wachsender Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d ein günstigeres Tragverhalten einstellt als durch die Bemessungsvorschriften angenommen, d. h. die Lasterhöhungsfaktoren sind für große schubbewehrte Bereiche zunehmend konservativ.

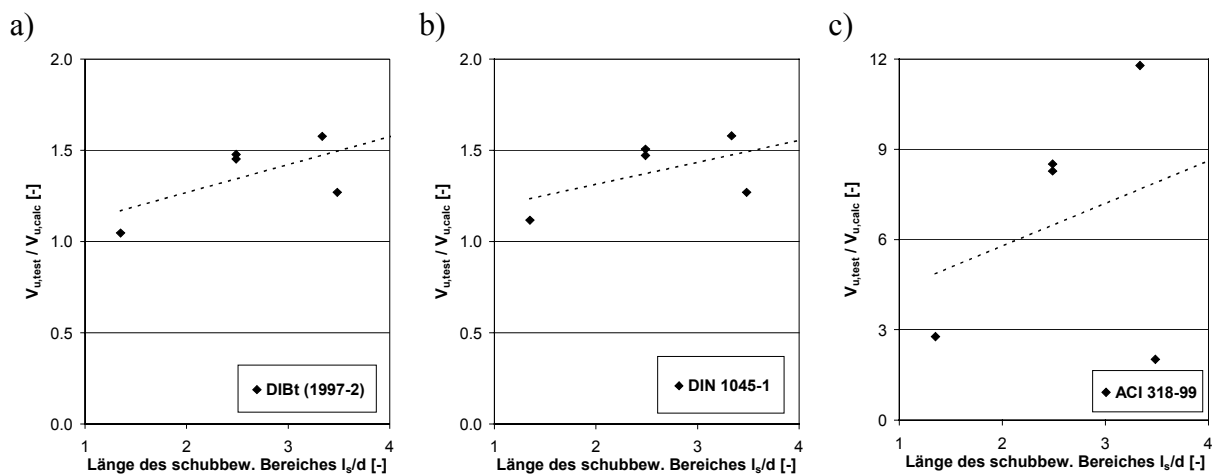


Bild 3.6 Vergleich der Datenbank Eckstützen mit Schubbewehrung mit Normen im äußeren Rundschnitt in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d auf Basis von: a) DIBt (1997-2), b) DIN 1045-1, c) ACI 318-99

Bei der Berechnung gemäß ACI 318-99 (Bild 3.6c) steigen die Werte $V_{u,test}/V_{u,calc}$ mit l_s/d stark an bei gleichzeitig sehr hoher Streuung der Werte. Dieser Verlauf ergibt sich aus der Ermittlung der maximalen einwirkenden Schubspannung v_u im äußeren Rundschnitt von Rand- und Eckstützen, deren besonderer Verlauf für ein Berechnungsbeispiel nach Hammill, Ghali (1994) in Bild 3.7a) in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d aufgetragen ist. Man erkennt, dass die maximale Schubspannung bei geringen l_s/d an der Rundschnittkante B-B auftritt und mit zunehmendem l_s/d abnimmt (durchgezogene Linie GE in Bild 3.7a). Ab dem Punkt E (im vorliegenden Beispiel bei $l_s/d \approx 3,4$) wird jedoch die Schubspannung an der Rundschnittecke A maßgebend, die mit zunehmendem l_s/d anwächst (durchgezogene Linie EF in Bild 3.7a). Dies bedeutet, dass eine Vergrößerung des schubbewehrten Bereiches ab $l_s/d = 3,4$ hier zu einer Verringerung der Durchstanzlast V_u führt. Diesen Widerspruch führt Elgabry (1991) darauf zurück, dass der Momentenfaktor γ_v , der gemäß ACI 318-99 den Anteil des Stützenmomentes angibt, welcher durch Schubspannungen übertragen wird, nicht unverändert auf den *äußeren* Rundschnitt von Rand- und Eckstützen angewendet werden könne. Zur Verbesserung der Bemessung mit ACI 318-99 schlug

Elgabry (1991) vor, γ_v gemäß (Gl. 2.7) (vgl. Abschnitt 2.3.3.3) unter Berücksichtigung der Geometrie des äußeren Rundschnitts zu bestimmen, um so eine Abnahme der rechnerisch einwirkenden Schubspannungen infolge Momentenwirkung mit zunehmender Ausdehnung des schubbewehrten Bereiches zu erreichen. Der Verlauf der maximalen einwirkenden Schubspannung im äußeren Rundschnitt gemäß dem Vorschlag von Elgabry (1991) ist in Bild 3.7a) gestrichelt eingetragen. Danach sind die einwirkenden Schubspannungswerte nun kleiner als nach ACI 318-99, insbesondere wird die Schubspannung v_u an der Ecke A nicht mehr maßgebend. Der Momenteneinfluss ist im vorliegenden Beispiel ab $l_s/d \approx 3,4$ abgeklungen, so dass v_u bei größeren Rundschnitten linear mit der Rundschnittlänge abnimmt.

Der Vergleich des Vorschlages von Elgabry (1991) in Verbindung mit ACI 318-99 mit der Versuchsdatenbank ist in Bild 3.7b) dargestellt. Man erkennt, dass die Werte $V_{u,test}/V_{u,calc}$ nun eng an einer Regressionsgerade liegen, die nur noch eine geringe Neigung aufweist, d. h. der Vorschlag von Elgabry (1991) stellt bei Eckstützen eine gute Abbildung der Versuchsergebnisse dar. Zu kritisieren ist allerdings, dass der Ansatz von Elgabry (1991) nicht mechanisch begründet ist, sondern mit Hilfe linearer Finite-Elemente-Berechnungen kalibriert wurde, so dass die Größe γ_v eher als empirischer Faktor zu betrachten ist und kaum noch das tatsächlich durch Schubspannungen übertragene Stützenmoment angibt.

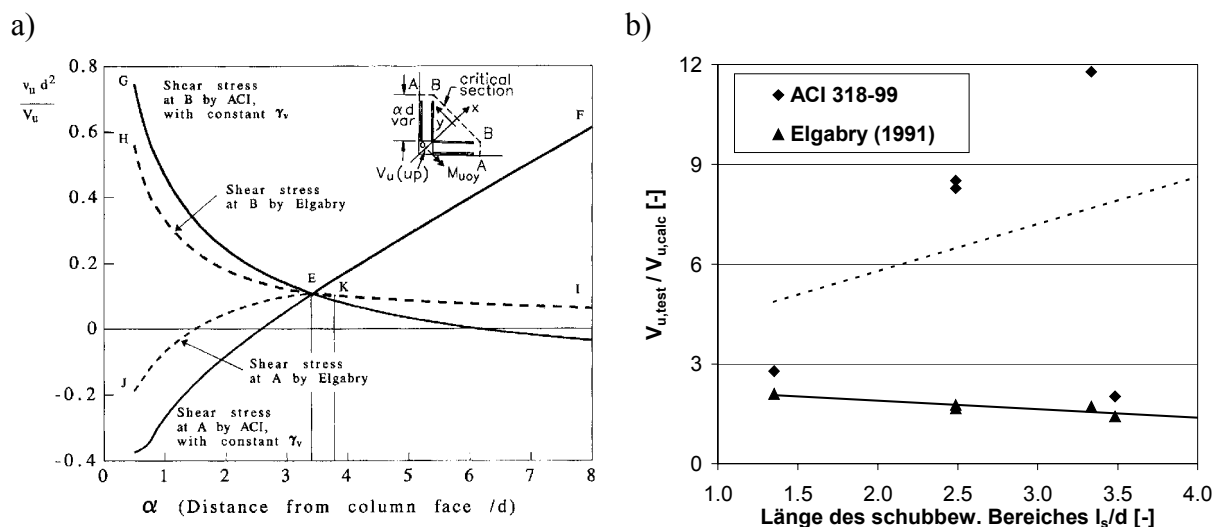


Bild 3.7 Äußerer Rundschnitt nach ACI 318-99: a) Schubspannungen im äußeren Rundschnitt nach Hammill, Ghali (1994), b) Vergleich der Datenbank Eckstützen mit Schubbewehrung mit dem Vorschlag von Elgabry (1991)

3.2.4 Randstützen mit Schubbewehrung

Bild 3.8 zeigt einen Vergleich der Datenbank Randstützen mit Schubbewehrung mit den Regelungen im äußeren Rundschnitt gemäß den bauaufsichtlichen Zulassungen für Doppelkopfbolzen (z. B. DIBt 1997-2) sowie DIN 1045-1 und ACI 318-99 in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d . Die in der Datenbank enthaltenen Versuche nach Sherif (1997) sind in Bild 3.8 besonders gekennzeichnet und werden nicht berücksichtigt, da in diesen Versuchen ein vorzeitiges Versagen innerhalb des schubbewehrten Bereiches auftrat. Die Versuche nach Lim, Rangan (1995) weisen einen sehr niedrigen Längsbewehrungsgrad $\rho_l \approx 0,43\%$ auf. Um auch diese Versuche wirklichkeitsnah abzubilden, wurde bei der Berechnung nach DIBt (1997-2) auf die untere Begrenzung der zulässigen Schubspannung τ_{ri} auf τ_{011} gemäß (Gl. 2.11) verzichtet. Bei der Auswertung nach ACI 318-99 werden die Versuche nach Lim, Rangan (1995) nicht berücksichtigt, da ACI 318-99 den Einfluss

des Bewehrungsgrades vernachlässigt und daher sehr niedrige Werte $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ entstehen, welche die Auswertung verzerren.

Man erkennt in den Bildern 18a) und 18b), dass die Werte $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ bei DIBt (1997-2) und DIN 1045-1 mit wachsender Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d etwas zunehmen. Dies entspricht prinzipiell der Auswertung der Versuche an Eckstützen mit Schubbewehrung (vgl. Abschnitt 3.2.3), der Trend ist bei Randstützen jedoch schwächer. Die Bemessungsschubspannung im äußeren Rundschnitt wurde unter Berücksichtigung des jeweiligen Lasterhöhungsfaktors $\beta = 1,4$ bestimmt. Der Anstieg der Regressionsgeraden deutet somit darauf hin, dass sich mit wachsender Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d ein günstigeres Tragverhalten einstellt als durch die Bemessungsvorschriften angenommen, d. h. die Lasterhöhungsfaktoren sind für große schubbewehrte Bereiche zunehmend konservativ. Bei kurzen schubbewehrten Bereichen werden die Sicherheiten geringer, bei DIBt (1997-2) liegt ein Versuch auf der unsicheren Seite ($V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}} < 1$).

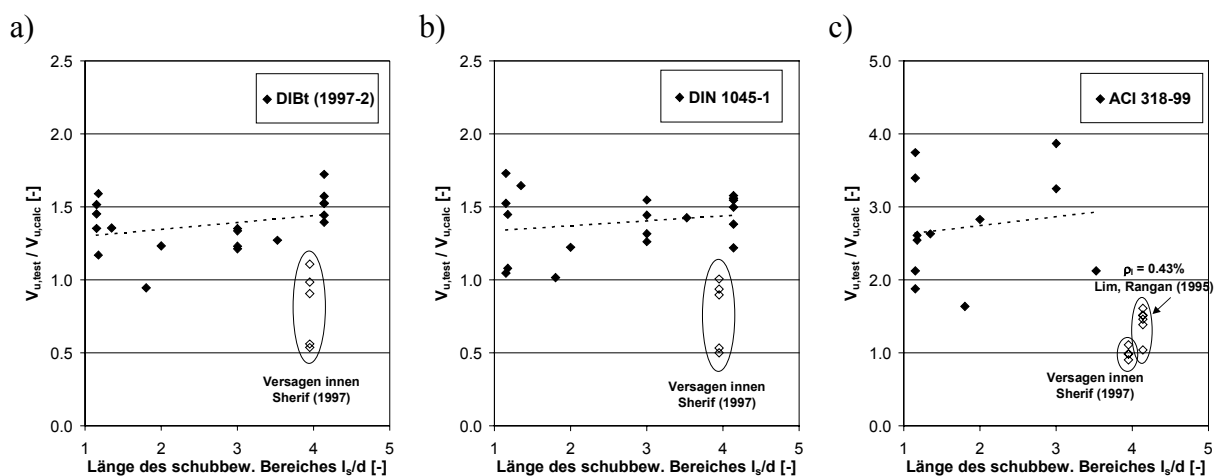


Bild 3.8 Vergleich der Datenbank Randstützen mit Schubbewehrung mit Normen im äußeren Rundschnitt in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d auf Basis von: a) DIBt (1997-2), b) DIN 1045-1, c) ACI 318-99

Bei der Berechnung gemäß ACI 318-99 (Bild 3.8c) steigen die Werte $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ wie bei der Auswertung der Eckstützen-Versuche mit l_s/d etwas stärker an bei gleichzeitig sehr hoher Streuung der Werte. Wie in Abschnitt 3.2.3 anhand von Bild 3.7a) ausgeführt, ergibt sich dieser Verlauf aus der Ermittlung der maximalen einwirkenden Schubspannung v_u im äußeren Rundschnitt von Rand- und Eckstützen. Diese Problematik wurde für Randstützen auch von Sherif (1997) untersucht, indem Vergleichsrechnungen mit dem Ansatz von Elgabry (1991) (γ_v gemäß (Gl. 2.7), vgl. Abschnitt 2.3.3.3) durchgeführt wurden. Sherif stellte dabei für die von ihm berechneten Bemessungsbeispiele fest, dass sich der Ansatz von Elgabry (1991) bei Randstützen praktisch nicht von ACI 318-99 unterscheidet. Zu demselben Ergebnis kommt man, wenn man die Datenbank Randstützen mit dem Ansatz von Elgabry (1991) vergleicht, die Verhältnisse $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ entsprechen praktisch den in Bild 3.8c) für ACI 318-99 angegebenen Werten. Dies bedeutet, dass weder ACI 318-99 noch der Ansatz von Elgabry (1991) das Tragverhalten im äußeren Rundschnitt von Rand- und Eckstützen zutreffend abbilden.

3.3 Vergleich der Datenbank mit theoretischen Modellen

In diesem Abschnitt werden die in der Versuchsdatenbank gesammelten Ergebnisse mit zwei der in Abschnitt 2.3 dargestellten theoretischen Modelle für das Durchstanzen ohne Schubbewehrung verglichen. Die Vorgehensweise bei der Auswertung ist identisch mit derjenigen beim Vergleich der Datenbank mit Bemessungsnormen (vgl. Abschnitt 3.2).

Ein großer Teil der theoretischen Modelle ist für die Nachrechnung einer umfangreichen Versuchsdatenbank aus folgenden Gründen nicht geeignet. Einige Modelle, insbesondere Stabwerkmodelle (z. B. Alexander, Simmonds 1987), erfordern eine genaue Kenntnis der Bewehrungsanordnung, während in vielen Versuchsberichten lediglich der Bewehrungsgrad angegeben ist. Bestimmte Modelle sind nur anwendbar, wenn die Verteilung der Reaktionen an den Plattenrändern genau bekannt ist (z. B. Hawkins, Corley 1971), was fast nie der Fall ist. Andere Modelle sind nur für Randstützen (z. B. Narasimhan 1971) bzw. Eckstützen (z. B. Ingvarsson 1978) geeignet und somit nicht universell anwendbar. Weiterhin erfordern einige Modelle mehrfache Iterationen (z. B. Pöllet 1983), was den Vergleich mit der Datenbank sehr kompliziert macht. Schließlich sind manche Modelle einer Bemessungsnorm sehr ähnlich (z. B. Hanson, Hanson 1968 und ACI 318-99), so dass ihre Grundaussagen bereits in Abschnitt 3.2 deutlich wurden.

Der nachfolgende Vergleich wird mit den theoretischen Modellen von Herzog (1974) und Desayi, Seshadri (1997-1) durchgeführt. Diese Modelle sind charakteristisch für die wichtigen Kategorien der Interaktionsmodelle und Balkenanalogien und können sowohl auf Randstützen als auch auf Eckstützen sinnvoll angewendet werden. Gleichzeitig sind sie für die Nachrechnung einer großen Anzahl von Versuchen in einer Datenbank geeignet.

3.3.1 Auswertung der statistischen Parameter

In Tabelle 3.4 sind die mit Hilfe der Datenbank berechneten Mittelwerte und Variationskoeffizienten des Quotienten $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ für die zwei theoretischen Modelle zusammengestellt. Um einen möglichen Einfluss der Versuchsdurchführung auf das Ergebnis der Untersuchung herauszufiltern, wurden die statistischen Parameter auch getrennt für Versuche an Deckensystemen bzw. Deckenausschnitten ermittelt. Als Deckensystem wurden dabei auch Versuche an statisch unbestimmten Deckenausschnitten eingestuft, bei welchen z. B. durch Fixierung des freien Plattenrandes eine Umlagerung von Stütz- und Feldmomenten ermöglicht wurde. Weiterhin wurde unterschieden, ob die Versuchskörper eine Obergeschossdecke (einseitige Stütze) oder eine Zwischengeschossdecke (beidseitige Stütze) abbildeten.

Betrachtet man die Gesamtheit aller Eckstützen-Versuche ist festzustellen, dass beide Modelle einen Variationskoeffizienten $\delta = 0,27$ aufweisen, der geringer ist als der Wert der besten Bemessungsnorm Model Code 90 ($\delta = 0,30$). Dies ist nicht selbstverständlich, nachdem von Reineck (2001) mit Hilfe einer Datenbank für Innenstützen festgestellt wurde, dass moderne Bemessungsnormen wie Model Code 90 oder BS 8110-97 mit $\delta = 0,16$ beim zentrischen Durchstanzen geringere Streuungen liefern als alle ausgewerteten theoretischen Modelle. Die berechneten Mittelwerte liegen mit $m = 1,23$ (Herzog) und $m = 0,76$ (Desayi, Seshadri) knapp 25 % oberhalb bzw. unterhalb des Zielwertes $m = 1,0$. Die Unterscheidung in System- und Ausschnittversuche bzw. in Obergeschoss- und Zwischengeschossdecken lässt nur geringe Schwankungen der statistischen Parameter erkennen, was auf eine relativ gute Abbildung der bezogenen Exzentrizität e/c schließen lässt. Wie bei der Auswertung der Bemessungsnormen (vgl. Abschnitt 3.2) werden die geringsten Variationskoeffizienten jedoch wieder bei Versuchen mit Deckensystemen erreicht, welche im Mittel die geringsten Exzentrizitäten aufweisen.

Bei der Auswertung der Randstützen-Versuche ist festzustellen, dass die Mittelwerte beider Modelle mit $m = 1,02$ (Herzog) und $m = 0,84$ (Desayi, Seshadri) näher am Sollwert $m = 1,0$ liegen als bei Eckstützen. Demgegenüber sind die Variationskoeffizienten mit $\delta = 0,30$ (Her-

zog) und $\delta = 0,28$ (Desayi, Seshadri) etwas größer als bei Eckstützen sowie als bei Randstützen mit der besten Bemessungsnorm Model Code 90 ($\delta = 0,26$). Auffällig ist, dass mit dem Modell von Desayi, Seshadri bei Deckensystemen ein sehr niedriger Variationskoeffizient $\delta = 0,19$ erreicht wird, was erneut auf die relativ niedrigen Exzentrizitäten dieser Versuche zurückzuführen ist. Demgegenüber hat die Unterscheidung in System- und Ausschnittversuche bzw. in Obergeschoss- und Zwischengeschossdecken bei dem Modell von Herzog nur geringen Einfluss auf die Ergebnisse.

		$V_{u,test} / V_{u,calc}$							
		Eckstützen				Randstützen			
		n	Herzog	Desayi Seshadri	e/c	n	Herzog	Desayi Seshadri	e/c
Mittelwert	Gesamt	78	1,23	0,76	1,16	84	1,02	0,84	1,37
	Deckensystem	62	1,27	0,74	1,05	26	1,06	0,83	1,15
	Ausschnitt	16	1,10	0,84	1,65	58	1,00	0,84	1,47
	Obergeschoss	56	1,23	0,74	1,00	27	1,11	0,85	1,54
	Zwischeng.	22	1,23	0,81	1,60	57	0,98	0,83	1,30
Variations- koeffizient	Gesamt	78	0,27	0,27	0,87	84	0,30	0,28	0,84
	Deckensystem	62	0,26	0,24	0,29	26	0,32	0,19	0,38
	Ausschnitt	16	0,30	0,31	1,31	58	0,29	0,31	0,92
	Obergeschoss	56	0,27	0,26	0,33	27	0,33	0,31	0,62
	Zwischeng.	22	0,26	0,28	1,13	57	0,26	0,26	0,96

Tabelle 3.4 Vergleich der Datenbanken Eckstützen und Randstützen mit theoretischen Modellen

3.3.2 Abbildung der geometrischen und Materialparameter

Zur Veranschaulichung und Analyse der Parametereinflüsse sind in den Bildern B-13 bis B-16 (Anhang B) die Werte $V_{u,test}/V_{u,calc}$ in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte e/c , dem Längsbewehrungsgrad ρ_l , der Betondruckfestigkeit f_c und der statischen Höhe d für die betrachteten Normen aufgetragen. Der Einfluss der bezogenen Ausmitte e/c wird jeweils in den Bildern a) veranschaulicht. Es zeigt sich anhand der Regressionsgeraden, dass dieser Parameter von beiden Modellen für Eckstützen besser vorhergesagt wird als für Randstützen, was auch die niedrigeren Variationskoeffizienten bei Eckstützen erklärt (vgl. Tabelle 3.4). Während das Modell von Herzog den Einfluss der bezogenen Ausmitte e/c bei Eckstützen sehr gut abbildet und bei Randstützen etwas unterschätzt (ansteigende Regressionsgerade), liefert das Modell von Desayi, Seshadri für beide Fälle eine mäßig bis stark abfallende Regressionsgerade.

Die Bilder B-13b) bis B-16b) veranschaulichen den Einfluss des Längsbewehrungsgrades auf die $V_{u,test}/V_{u,calc}$ -Werte. Leicht abfallend ist die Regressionsgerade bei dem Modell von Herzog sowohl bei Randstützen als auch bei Eckstützen, was darauf hindeutet, dass der (nicht explizit angegebene) Einfluss des Längsbewehrungsgrades etwas überschätzt wird. Demgegenüber ist das Bild bei dem Modell von Desayi, Seshadri uneinheitlich, wobei die Auswertung bei Randstützen vermutlich durch die mäßige Erfassung der Exzentrizität verzerrt wird. Diese Tendenz setzt sich bei der Auswertung der Betondruckfestigkeit und der statischen Höhe fort. Das Modell von Herzog liefert insgesamt eine einheitliche Abbildung der Parameter für Rand- und Eckstützen mit vergleichsweise horizontalen Regressionsgeraden, während das Modell von Desayi, Seshadri stets unterschiedliche Ergebnisse für Rand- und Eckstützen liefert. Als Hauptursache hierfür ist wiederum der Einfluss der bezogenen Ausmitte auf die Er-

gebnisse zu nennen. Das Modell von Herzog ist in dieser Hinsicht ausgewogener. Dies erklärt auch, dass die statistischen Parameter in Tabelle 3.4 mit dem Modell von Herzog weniger von einer Unterscheidung in System- und Ausschnittversuche bzw. in Obergeschoss- und Zwischengeschossdecken abhängig sind als mit dem Modell von Desayi, Seshadri.

3.4 Zusammenfassung und Verbesserungsbedarf

Der Vergleich der Versuchsdatenbanken mit aktuellen Bemessungsnormen und theoretischen Modellen hat gezeigt, dass das Tragverhalten im Bereich von Randstützen und insbesondere von Eckstützen maßgeblich von der Ausmitte der Beanspruchung $e = M/V$ bestimmt wird. Gleichzeitig wurde jedoch deutlich, dass keiner dieser Ansätze den Einfluss der bezogenen Ausmitte e/c auf das Tragverhalten zufriedenstellend abbildet.

Bei Verbindungen ohne Schubbewehrung unterschätzen Normenansätze mit pauschalen Lasterhöhungsfaktoren (DIN 1045, Eurocode 2, DIN 1045-1, BS 8110-97) den Einfluss der Ausmitte e und werden für große bezogene Ausmitten e/c zunehmend unsicher. ACI 318-99 wendet mit der linearen Schubspannungsverteilung ein vergleichsweise aufwändiges Verfahren zur Berücksichtigung der bezogenen Ausmitte e/c an, überschätzt damit jedoch diesen Einfluss und ist insgesamt übermäßig konservativ. Die im Verhältnis beste Abbildung von e/c wird mit Model Code 90 bei Randstützen erreicht, so dass hier mit 26 % insgesamt der geringste Variationskoeffizient der Werte $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ erreicht wird. Vergleicht man die Streuungen der berechneten Vergleichswerte $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ der Normen mit denjenigen bei Innenstützen (Reineck 2001), zeigt sich, dass die Streuungen bei Eckstützen um 60 % bis 90 % und bei Randstützen um 30 % bis 80 % höher sind als bei Innenstützen.

Bei Verbindungen mit Schubbewehrung lassen die ausgewerteten Normen (DIBt 1997-2, DIN 1045-1, ACI 318-99) im äußeren Rundschnitt eine Zunahme der Werte $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ mit wachsender Länge l_s/d des schubbewehrten Bereiches erkennen. Dies bedeutet, dass die Normen den abklingenden Einfluss der Ausmitte e mit wachsendem Abstand von der Stütze nicht zutreffend abbilden und zunehmend konservativ werden. Insbesondere ACI 318-99 liefert im äußeren Rundschnitt mit l_s/d stark anwachsende und streuende Werte $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$, die sich vor allem bei Randstützen auch durch komplizierte Gleichungen (Elgabry 1991) nicht nachhaltig verbessern lassen. Insgesamt scheint der hohe Berechnungsaufwand mit ACI 318-99 durch die Ergebnisse der Vergleiche insbesondere im äußeren Rundschnitt nicht gerechtfertigt zu sein.

Die betrachteten theoretischen Modelle von Herzog (1974) und Desayi, Seshadri (1997-1) sind zumindest bei Eckstützen realistischer als die Bemessungsnormen. Dies ist nicht selbstverständlich, nachdem von Reineck (2001) mit Hilfe einer Datenbank für Innenstützen festgestellt wurde, dass moderne Bemessungsnormen wie Model Code 90 oder BS 8110-97 beim zentrischen Durchstanzen geringere Streuungen liefern als alle ausgewerteten theoretischen Modelle. Bei Randstützen verschlechtert sich die Eignung der Modelle jedoch erheblich.

Als Ergebnis der vorgelegten Auswertung ist festzuhalten, dass das Tragverhalten im Bereich von Rand- und Eckstützen durch die bestehenden Bemessungsnormen und theoretischen Modelle deutlich schlechter vorhergesagt wird als bei Innenstützen. Es wurde gezeigt, dass dies primär mit der unpräzisen Abbildung der Momenten-Querkraft-Interaktion auf das Tragverhalten zu begründen ist. Darüber hinaus wird der vorhandene Einfluss der Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d auf das Tragverhalten von den betrachteten Bemessungsnormen weitgehend ignoriert. Daher besteht beim Nachweis des Durchstanzens im Bereich von Rand- und Eckstützen ein hoher Verbesserungsbedarf. Die Untersuchungen dieser Arbeit zur Optimierung der Bemessung müssen folglich primär an der Berücksichtigung der (bezogenen) Ausmitte e/c und der (bezogenen) Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d auf das Tragverhalten beim Durchstanzen ansetzen.

4 Schnittgrößen typischer Flachdeckensysteme

Die vorstehende Auswertung der Versuchsdatenbank hat gezeigt, dass das Tragverhalten von Flachdecken im Bereich von Rand- und Eckstützen maßgeblich durch das vorhandene Momenten-Querkraft-Verhältnis, d. h. durch die Ausmitte $e = M/V$ bestimmt wird. Daher ist es für die Entwicklung eines verbesserten Bemessungsmodells erforderlich, die Größenordnung der Schnittgrößen, die bei typischen Flachdeckensystemen im Bereich von Rand- und Eckstützen auftreten, zu kennen. Zu diesem Zweck werden im folgenden Abschnitt ausgewählte Flachdeckensysteme mit Hilfe einer dreidimensionalen linear-elastischen Finite-Elemente-Analyse berechnet und hinsichtlich der Schnittgrößen im Bereich von Rand- und Eckstützen ausgewertet.

Die Momentenübertragung von der Platte in der Stütze hängt primär von den Steifigkeitsverhältnissen, der Verkehrslastanordnung sowie (in horizontal nicht ausgesteiften Systemen) von der horizontalen Belastung (Wind, Erdbeben) ab. In letzteren Systemen sind im Bereich von Rand- und Eckstützen alle beliebigen Momenten-Querkraft-Kombinationen möglich. Fraglich ist jedoch, welche Ausmitten in horizontal ausgesteiften Flachdeckensystemen unter praxisnahen Bedingungen auftreten können. Daher fokussiert die nachfolgende Analyse den Einfluss ungünstiger Verkehrslastanordnungen sowie unterschiedlicher Steifigkeitsverhältnisse auf die Schnittgrößen in horizontal ausgesteiften Flachdeckensystemen.

4.1 Statische Systeme

Es werden drei statische Grundsysteme betrachtet, die sich in der Anzahl der Felder unterscheiden und in Tabelle 4.1 zusammengestellt sind. Die Feldanzahl beträgt 2x2 Felder (System I), 2x4 Felder (System II) und 4x4 Felder (System III). Alle Felder sind quadratisch und weisen eine Stützweite $l = 4,8$ m auf. Die Plattendicke liegt bei $h = 23$ cm, so dass sich eine Deckenschlankheit $a = l/h \approx 21$ ergibt, die ohne den Einsatz von Durchstanzbewehrung noch ausführbar ist. Die Stützen besitzen eine Länge $l_c = 300$ cm und einen quadratischen Querschnitt mit einer Seitenlänge $c = 30$ cm.

Die Abmessungen der Systeme sind in Bild 4.1 anhand des 4x4-Deckensystems zeichnerisch dargestellt. Man erkennt, dass das System zwei Symmetrie- bzw. Antimetrieebenen aufweist. Daher konnte die numerische Simulation des 4x4-Deckensystems auf ein Viertel des Gesamtsystems beschränkt werden. Bild 4.2 zeigt das in der Berechnung verwendete Finite-Elemente-Netz, das im Bereich der Stützstreifen verfeinert wurde. Um den Einfluss der Stützensteifigkeit auf die Schnittgrößen abbilden zu können, wurden nicht nur die Platte, sondern auch die Stützen durch 8-knotige linear-elastische Volumenelemente modelliert. Auf diese Weise wird die Einspannwirkung der Stützen deutlich besser abgebildet, als durch das in der Praxis übliche Ansetzen von Ersatzfedern an einzelnen Auflagerknoten. Der Elastizitätsmodul und die Querdehnzahl der Volumenelemente betragen $E = 25000$ MPa und $\mu = 0,18$.

Die Stützenfüße wurden eingespannt gelagert, die Knoten auf den Symmetrieebenen wurden senkrecht zu diesen Ebenen unverschieblich gehalten. Die vertikale Belastung wurde feldweise auf alle Knoten der Plattenoberseite aufgebracht. Die Finite-Elemente-Netze für das 2x2- und das 2x4-Deckensystem wurden analog zu demjenigen in Bild 4.2 unter Ausnutzung der Symmetriebedingungen erstellt.

System	Feldanzahl	Abmessungen
I	2x2 Felder	Stützweite $l = 480 \text{ cm}$ Plattendicke $h = 23 \text{ cm}$ Stützenbreite $c = 30 \text{ cm}$ Länge der Stützen $l_c = 300 \text{ cm}$
II	2x4 Felder	
III	4x4 Felder	

Tabelle 4.1 Parameter der untersuchten Flachdeckensysteme

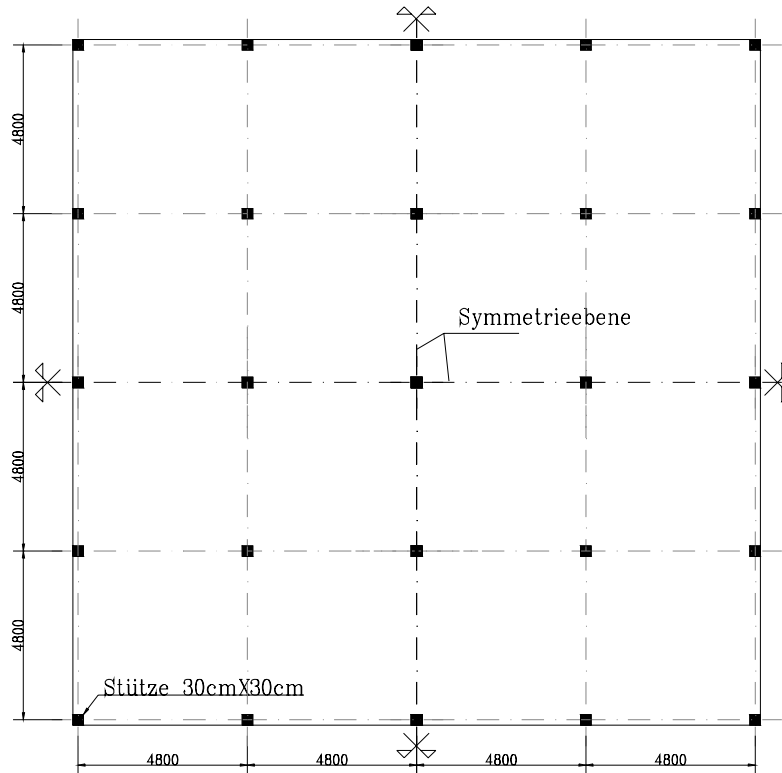


Bild 4.1 Abmessungen des 4x4-Deckensystems

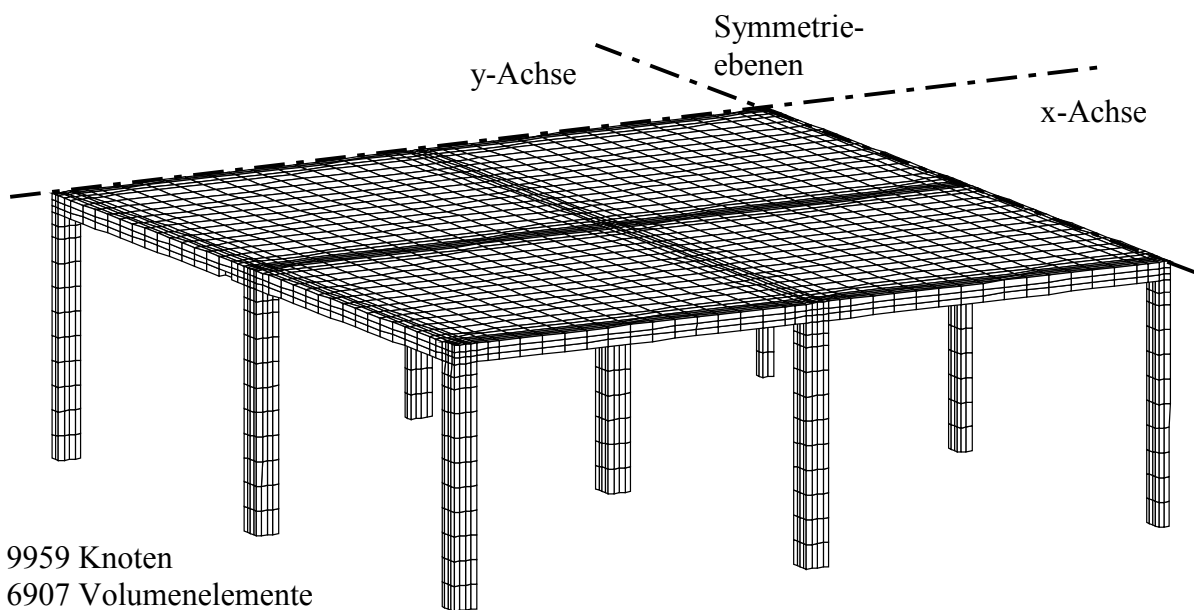


Bild 4.2 Elementierung des 4x4-Deckensystems

4.2 Belastung

Die in der Berechnung angenommenen Belastungen sind in Tabelle 4.2 zusammengestellt. Neben dem Eigengewicht der Platte wurde feldweise eine Verkehrslast $p = 5,0 \text{ kN/m}^2$ aufgebracht, die in DIN 1055 für Versammlungsräume u. ä. angegeben ist.

An dem 4x4-Deckensystem wurden vier Verkehrslastanordnungen (Bild 4.3) und an dem 2x4-System zwei Verkehrslastanordnungen (Bild 4.4) berechnet, das 2x2-System wurde nur für Volllast untersucht.

Eigengewicht der Platte $25 \cdot 0,23 =$		$5,75 \text{ kN/m}^2$
Bodenbelag		$0,80 \text{ kN/m}^2$
Ständig wirkende Belastung g		$6,56 \text{ kN/m}^2$
Verkehrslast p		$5,00 \text{ kN/m}^2$
Gesamtlast q		$11,56 \text{ kN/m}^2$

Tabelle 4.2 Belastung der Flachdeckensysteme

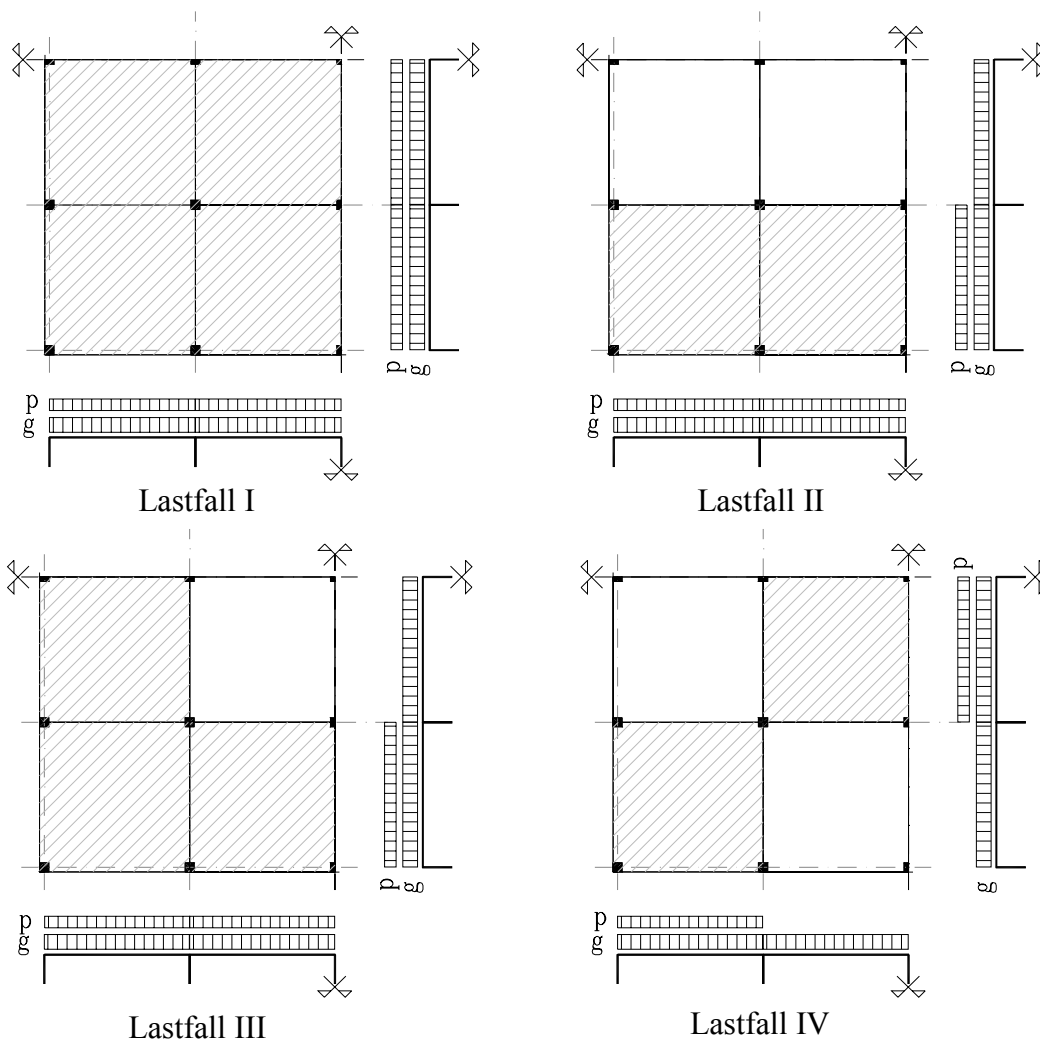


Bild 4.3 Lastfälle für das 4x4-Deckensystem

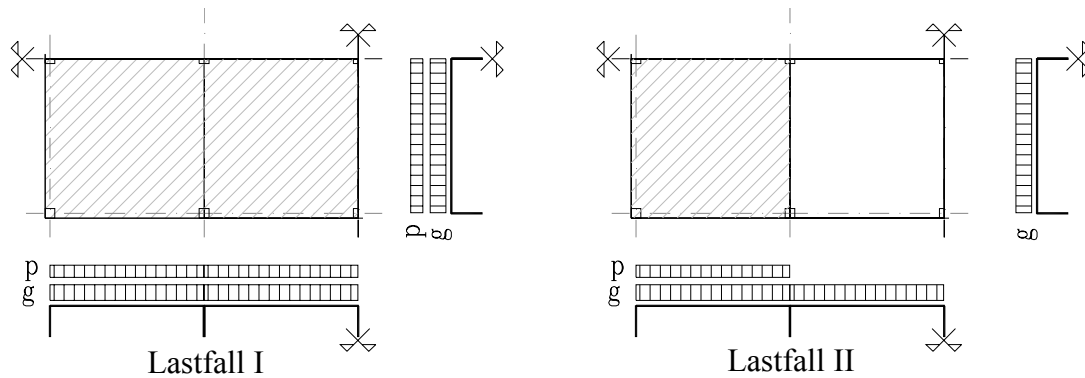


Bild 4.4 Lastfälle für das 4x2-Deckensystem

4.3 Verformungen und Dehnungsverteilung

Bild 4.5 zeigt das verformte Finite-Elemente-Netz des 4x4-Deckensystems unter Vollast (die Verformungen sind in überhöhtem Maßstab dargestellt). Es zeigt sich das für Flachdecken charakteristische Verformungsbild mit relativ großen Durchbiegungen, insbesondere in den Feldstreifen. Das Verformungsbild veranschaulicht sehr gut die Verformung der Stützen infolge des biegesteifen Anschlusses und der Momentenübertragung mit der Platte. Die Randstützen übertragen dabei im wesentlichen ein Biegemoment mit einer Achse parallel zum freien Plattenrand, während sich entlang des Randes eine deutliche Durchlaufwirkung einstellt. Die Eckstützen werden zweiachsig auf Biegung beansprucht. Die Verformung der Innenstützen bleibt vergleichsweise gering.

Die Verteilung der Hauptzugdehnungen ε_{11} auf der Plattenoberseite ist in Bild 4.6 für das 4x4-Deckensystem und die Lastfälle I bis IV dargestellt. Der Einfluss der Lastanordnung auf die Spannungsverteilung ist insgesamt relativ schwach. Unter gleichmäßig verteilter Belastung (Lastfall I) sind die Zugdehnungen erwartungsgemäß im wesentlichen gleichmäßig um die Stützen herum verteilt (Bild 4.6a). Bei den übrigen Lastfällen ist eine gewisse Veränderung der Dehnungsverteilung zu erkennen, die jedoch im Bereich von Rand- und Eckstützen nicht sehr groß ist.

Auffällig ist, dass die Zugdehnungen bei Innenstützen deutlich langsamer abklingen als bei Rand- und insbesondere Eckstützen. Dies wird auch bei der in Tabelle 4.3 dargestellten Auswertung der Dehnungsnulllinien in Richtung der Hauptachsen x und y deutlich. Bei Innenstützen liegt die Dehnungsnulllinie etwa 70 cm von der Stützenkante entfernt, d. h. der Radius des Bereiches negativer Plattenmomente um die Stützenachse beträgt ca. 85 cm $\approx 0,18 \cdot l$ (Stützweite $l = 480$ cm). Bei Eckstützen ist dieser Radius erheblich kleiner und beträgt ca. 60 cm $\approx 0,13 \cdot l$. Bei Randstützen liegt die Dehnungsnulllinie senkrecht zum freien Plattenrand deutlich näher an der Stütze als parallel zu diesem. Dies liegt an der ausgeprägten Durchlaufwirkung parallel zum freien Plattenrand und den relativ geringen Anschlussmomenten senkrecht zum freien Plattenrand (vgl. nachfolgender Abschnitt).

	Innenstütze	Randstütze	Eckstütze
Abstand($\varepsilon_x = 0$)	85 cm $\approx 0,18 \cdot l$	35 cm $\approx 0,07 \cdot l$ ¹⁾	60 cm $\approx 0,13 \cdot l$
Abstand($\varepsilon_y = 0$)	85 cm $\approx 0,18 \cdot l$	85 cm $\approx 0,18 \cdot l$ ²⁾	60 cm $\approx 0,13 \cdot l$

¹⁾ senkrecht zum freien Plattenrand

²⁾ parallel zum freien Plattenrand

Tabelle 4.3 Abstände der Dehnungsnulllinien von der Stützenachse, gemessen in vertikaler Plattenmittelebene unter gleichmäßig verteilter Belastung

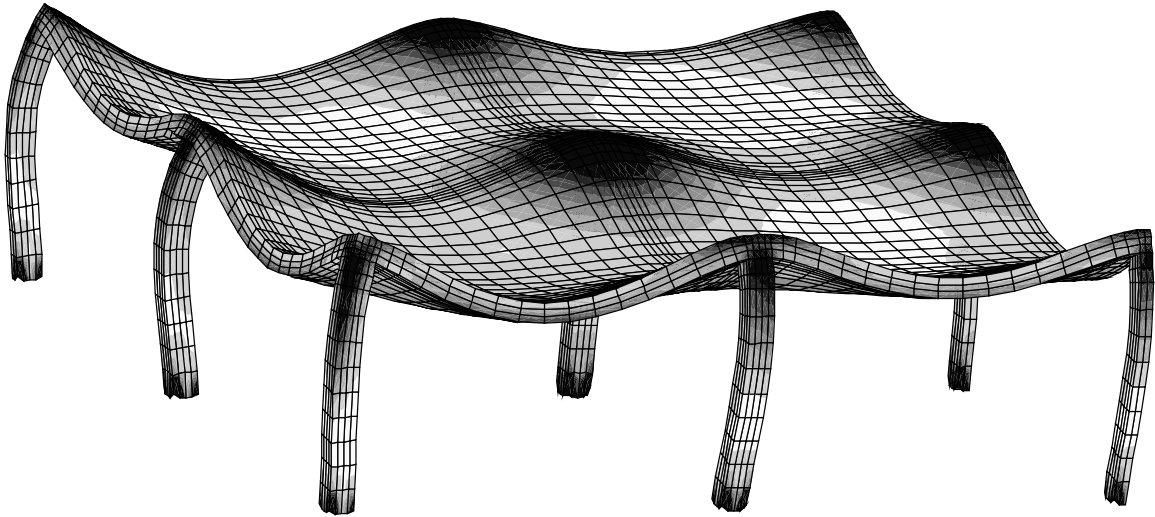
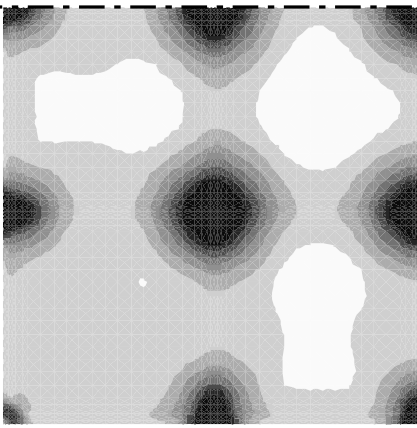
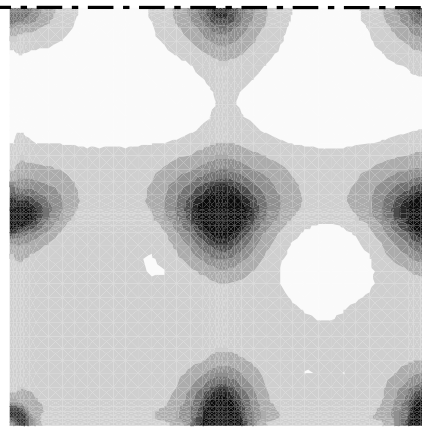


Bild 4.5 Verformtes Finite-Elemente-Netz unter Volllast mit Hauptzugdehnungen ε_{11}

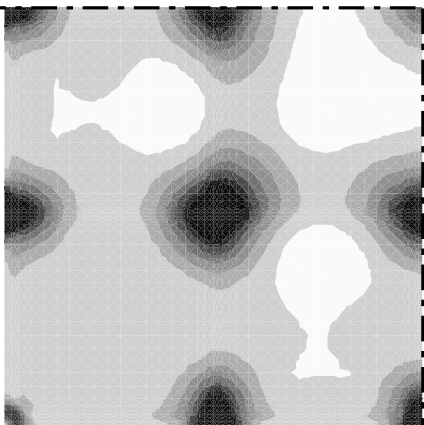
a) Lastfall I



b) Lastfall II



c) Lastfall III



d) Lastfall IV

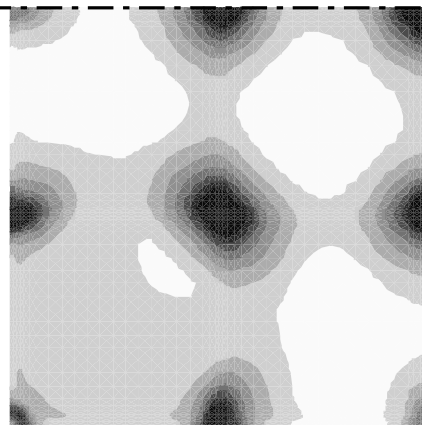


Bild 4.6 Hauptzugdehnungen ε_{11} auf der Plattenoberseite

4.4 Berechnete Schnittgrößen und praktische Aspekte

Die berechneten Schnittgrößen sind Tabelle 4.4 für die höchstbelastete Innenstütze, die erste Randstütze auf der x-Achse sowie eine Eckstütze zusammengestellt. Aus den berechneten Schnittgrößen bzw. Lagerreaktionen ergeben sich die angegebenen bezogenen Ausmitten e/c . Diese sind bei Innenstützen mit Werten unter $e/c = 0,15$ gering und erreichen bei Randstützen mit $e/c \leq 0,84$ ebenfalls nur mäßige Werte. Am größten sind die bezogenen Ausmitten bei Eckstützen und betragen bis zu $e/c = 1,21$.

Die Anordnung der Verkehrslasten (Lastfälle I bis IV im 4x4-Deckensystem) wird häufig als maßgeblich für auf die Höhe der bezogenen Ausmitte e/c betrachtet. Die in Tabelle 4.4 angegebenen Berechnungsergebnisse weisen jedoch für die hier untersuchten Systemen nur einen vernachlässigbaren Einfluss der Verkehrslastanordnung auf die bezogene Ausmitte e/c aus. Die Ursache hierfür ist die geringe Steifigkeit der unterzugslosen Platte, die dazu führt, dass sich Verkehrslasten im wesentlichen in dem Deckenfeld auswirken, in welchem sie aufgebracht werden. Dieser Zusammenhang wurde bereits durch die in Bild 4.6 dargestellten Dehnungsverteilungen veranschaulicht, die nur lokal eine Abhängigkeit von der Verkehrslastanordnung erkennen ließen, während die Dehnungen im Bereich von Rand- und Eckstützen weitgehend unverändert blieben.

System			4x4						2x4		2x2
Lastfall			I	II	II	IV	IV c=40cm	IV l _c =210cm	I	II	I
Eckstütze	R _z	[kN]	75.9	78.1	76.0	80.2	81.9	81.5	75.3	85.4	58.4
	R _x	[kN]	7.91	8.12	7.94	8.34	12.1	12.9	7.85	8.90	0.00
	R _y	[kN]	7.91	8.20	7.95	8.34	12.1	12.9	7.78	8.82	6.62
	R _h	[kN]	11.2	11.5	11.2	11.8	17.2	18.2	11.1	12.5	6.62
	M ₀	[kNm]	8.84	9.13	8.89	9.33	12.0	9.27	8.74	9.92	6.89
	M _S	[kNm]	-24.7	-25.5	-24.8	-26.1	-39.5	-29.0	-24.4	-27.7	-13.0
	e	[m]	0.33	0.33	0.33	0.33	0.48	0.36	0.32	0.32	0.22
	e/c	[-]	1.08	1.09	1.09	1.08	1.21	1.19	1.08	1.08	0.74
Randstütze (X)	R _z	[kN]	157.6	162.2	160.1	126.0	127.2	126.9	155.8	176.7	137.2
	R _x	[kN]	-0.96	-0.95	-0.85	-3.25	-5.21	-5.17	-0.98	-1.11	0.00
	R _y	[kN]	12.2	12.6	12.5	9.7	16.3	15.7	12.0	13.6	11.3
	R _h	[kN]	12.3	12.6	12.5	10.2	17.1	16.6	12.1	13.7	11.3
	M ₀	[kNm]	9.65	9.95	9.84	7.66	11.4	7.97	9.49	10.8	8.27
	M _S	[kNm]	-27.1	-28.0	-27.6	-23.1	-40.0	-26.8	-26.7	-30.3	-25.5
	e	[m]	0.17	0.17	0.17	0.18	0.31	0.21	0.17	0.17	0.19
	e/c	[-]	0.57	0.57	0.58	0.61	0.79	0.70	0.57	0.57	0.62
Innenstütze	R _z	[kN]	365.6	294.0	333.8	288.2	283.3	287.5	397.1	450.4	365.8
	R _x	[kN]	-1.33	-1.03	-2.54	-1.12	-1.85	-1.86	-1.32	-1.50	0.00
	R _y	[kN]	-1.33	-3.88	-2.54	-1.12	-1.85	-1.86	0.00	0.00	0.00
	R _h	[kN]	1.87	4.02	3.59	1.58	2.62	2.63	1.32	1.50	0.00
	M ₀	[kNm]	<1.0	<1.0	<1.0	<1.0	<1.0	<1.0	<1.0	<1.0	0.00
	M _S	[kNm]	5.62	12.05	10.78	4.74	7.85	5.53	3.95	4.49	0.00
	e	[m]	0.02	0.04	0.03	0.02	0.03	0.02	0.01	0.01	0.00
	e/c	[-]	0.05	0.14	0.11	0.05	0.07	0.06	0.03	0.03	0.00

R_x, R_y, R_z, R_h = Kräfte am Stützenfuß im x-, y-, z-Richtung und in Richtung der horizontalen Resultierenden
M₀ = Einspannmoment am Stützenfuß, M_S = Stützenanschlussmoment

Tabelle 4.4 Berechnete Schnittgrößen der Flachdeckensysteme

Um den Einfluss der Stützensteifigkeit bzw. der Einspannwirkung (z. B. bei Zwischengeschossdecken mit unterer und oberer Stütze) auf die Schnittgrößen zu untersuchen, wurden zwei zusätzliche Berechnungen mit dem 4x4-Deckensystem durchgeführt, bei denen der Stüt-

zenquerschnitt auf $c = 40$ cm vergrößert bzw. die Länge der Stütze auf $l_c = 210$ cm verringert wurde. Man erkennt in Tabelle 4.4, dass eine Erhöhung der Stützensteifigkeit bei Rand- und Eckstützen zu einem signifikanten Anstieg der bezogenen Ausmitten e/c führt. Die steiferen Stützen erhöhen deren Einspannwirkung, so dass sich die Stützenanschlussmomente deutlich vergrößern. Gleichzeitig nehmen die Stützenkräfte nur geringfügig zu, da sich die Steigung der Momentenlinie kaum ändert.

Die Analyse zeigt somit, dass die bezogenen Ausmitten in horizontal ausgesteiften Flachdecken weniger von der Verkehrslastanordnung, sondern primär von der Steifigkeit des Stützenanschlusses abhängig sind. Insgesamt ist festzustellen, dass die bezogenen Ausmitten bei Rand- und Eckstützen in horizontal ausgesteiften Flachdecken auch mit zunehmender Stützensteifigkeit nur mäßige Werte erreichen, die deutlich unter denjenigen von horizontal nicht ausgesteiften Systemen liegen. Darüber hinaus ist zu berücksichtigen, dass die Stützenanschlussmomente in horizontal ausgesteiften Systemen durch Verträglichkeitsbedingungen zwischen Platte und Stütze entstehen und nicht für das Gleichgewicht des Deckensystems erforderlich sind. Mit fortschreitender Rissbildung des Beton im Bereich des Stützenanschlusses baut sich daher die Steifigkeit der Verbindung ab, so dass oberhalb des Gebrauchszustandes mit einer weiteren Abnahme der bezogenen Ausmitten e/c zu rechnen ist.

Die praktische Bestimmung der Schnittgrößen in Flachdecken kann vereinfacht nach Heft 240 des DAfStb (DAfStb 1978) erfolgen. Dort wird in Abschnitt 3.1 ausgeführt: „Entsprechend DIN 1045, Abschnitt 15.4.2 dürfen in Hochbauten, bei denen unter Gebrauchslast alle horizontalen Kräfte von aussteifenden Scheiben aufgenommen werden können, die aus lotrechter Last resultierenden Biegemomente infolge Rahmenwirkung bei Innenstützen, die biegefest mit Stahlbetonplatten verbunden sind, im allgemeinen vernachlässigt werden. Randstützen [Anm.: und Eckstützen] sind jedoch stets als Rahmenstiele in biegefesten Verbindung mit Platten zu berechnen.“ Dies bedeutet, dass auch in der Praxis die Anschlussmomente von Rand- und Eckstützen zu bestimmen und bei der Bemessung zu berücksichtigen sind. Zur Bestimmung der Anschlussmomente sind in DAfStb (1978), Abschnitt 3.5 Näherungslösungen angegeben. Dabei wird die Höhe der Anschlussmomente maßgeblich von der Steifigkeit c_o bzw. c_u der Stützen gemäß (Gl. 4.1) beeinflusst. Dies stimmt prinzipiell mit obigen Berechnungsergebnissen überein.

$$c_o = \frac{l}{h_o} \cdot \frac{I_{So}}{I_R}, \quad c_u = \frac{l}{h_u} \cdot \frac{I_{Su}}{I_R} \quad (\text{Gl. 4.1})$$

mit: l = Stützweite in der betrachteten Richtung
 h = Länge der oberen (h_o) bzw. unteren (h_u) Stütze
 I = Trägheitsmoment des oberen (I_o) bzw. unteren (I_u) Stütze sowie des mitwirkenden Plattenstreifens (I_R)

In der Baupraxis hat sich die Berechnung der Schnittgrößen von Flachdecken mit Hilfe linear-elastischer Finite-Elemente-Programmen durchgesetzt. Diese liefern bei sachgemäßer Anwendung im Bereich von Rand- und Eckstützen Stützenanschlussmomente und Stützenkräfte, welche die tatsächlichen Werte auf der sicheren Seite liegend überschätzen, da die Momentenumlagerung infolge Rissbildung des Betons oder Fließens der Anschlussbewehrung nicht berücksichtigt wird. Wichtigste Voraussetzung für wirklichkeitsnahe Berechnungsergebnisse ist eine zutreffende Berücksichtigung der Einspannwirkung der Stützen, da diese in den meisten Fällen nicht explizit in der Berechnung modelliert werden. Dies ist auch gar nicht erforderlich, da die Stützen durch geeignete Ersatz-Drehfedern unter Berücksichtigung der Stützenlänge, des Stützenquerschnitts und der Lagerungsbedingungen ersetzt werden können. Dabei ist darauf zu achten, dass die Einspannwirkung nicht auf einzelne Knoten beschränkt bleibt (Spannungsspitzen), sondern den tatsächlichen Bereich der modellierten Stütze abdeckt.

5 Eigene Durchstanzversuche an Eckstützen

Die Zusammenstellung der veröffentlichten Durchstanzversuche in der Versuchsdatenbank (Abschnitt 3) hat gezeigt, dass die bisherigen Versuche an Eckstützen-Plattenverbindungen überwiegend mit sehr geringen Deckendicken im Bereich $h \approx 10$ cm bis höchstens $h = 15$ cm durchgeführt wurden. Darüber hinaus liegen für Eckstützen mit Schubbewehrung insgesamt nur vier Durchstanzversuche vor, die ebenfalls sehr geringe Deckenstärken $h \leq 15$ cm aufweisen. Die Übertragung der vorhandenen Durchstanzversuche auf wirklichkeitsnahe Deckendicken $h > 20$ cm wird durch den Maßstabseffekt (vgl. Abschnitt 7.1.2) beeinflusst, so dass die Durchstanztragfähigkeit dickerer Platten nur schwierig extrapoliert werden kann. Dies führt dazu, dass die Nachweisgleichungen wichtiger Bemessungsnormen wie DIN 1045, Eurocode 2, DIN 1045-1 und ACI 318-99 für das Durchstanzen von Eckstützen konservativ sind (vgl. Auswertung in Abschnitt 3.2). Weiterhin besitzt die Plattendicke einen wesentlichen Einfluss auf das Tragverhalten einer Schubbewehrung aus Bügeln oder Doppelkopfbolzen, da bei dünnen Platten der Verankerungsschlupf bezogen auf die Plattendicke zunimmt und die Wirksamkeit der Schubbewehrung nachlässt.

Diese Ausführungen zeigen, dass im Bereich der Eckstützen mit wirklichkeitsnahen Deckendicken erheblicher experimenteller Forschungsbedarf besteht. Als Grundlage für die Entwicklung eines Bemessungsmodells sowie zur Verbreiterung der Datenbasis wurden daher am Institut für Werkstoffe im Bauwesen fünf Durchstanzversuche an Eckstützen-Plattenverbindungen mit einer Plattendicke $h = 23$ cm durchgeführt. Zwei Versuche wurden ohne Schubbewehrung ausgelegt, um die Betontragfähigkeit sowie den Einfluss der Betongüte auf die Tragfähigkeit zu untersuchen. Ein Versuch wurde mit Bügeln als Schubbewehrung geprüft, zwei weitere Versuche enthielten Doppelkopfbolzen als Schubbewehrung. Neben der Tragfähigkeit innerhalb des schubbewehrten Bereiches dienten diese drei Versuche insbesondere zur Analyse des Tragverhaltens außerhalb des schubbewehrten Bereiches. Nachfolgend werden die Versuchsdurchführung und die Versuchsergebnisse in ihren Grundzügen dargestellt und diskutiert. Details der Durchstanzversuche sind in Anhang C sowie in Eligehausen, Vocke (2001-1, 2001-2, 2001-3) zu finden.

5.1 *Ausbildung und Herstellung der Versuchskörper*

5.1.1 **Abmessungen und Bewehrung der Versuchsplatten**

In den Durchstanzversuchen wurden quadratische Stahlbetonplatten mit einer Seitenlänge $l = 2,55$ m und einer Plattendicke $h = 23$ cm geprüft. Die Versuchskörper waren in einer Ecke mit einer 100 cm langen quadratischen Stütze (Seitenlänge $c = 30$ cm) versehen, die zur Lasteinleitung und zur Aufbringung eines Stützenanschlussmomentes diente. Die Hauptparameter der Durchstanzversuche sind in Tabelle 5.1 zusammengestellt. Bild 5.1 zeigt exemplarisch den Bewehrungsplan von Versuch E1, die übrigen Bewehrungspläne sind in Anhang C angegeben. Die Platten wurden auf der Ober- und Unterseite mit einer Grundbewehrung $d_s = 16$ mm / Stababstand $s = 15$ cm je Richtung versehen. Zusätzlich wurden im Stützenstreifen Einzelstäbe eingelegt, die in die Stütze abgebogen wurden, um die planmäßige Einleitung von Stützenanschlussmomenten in die Platte zu ermöglichen. Der Längsbewehrungsgrad nach DIN 1045-1 lag zwischen $\rho_l = 1,07$ und $\rho_l = 1,56$ %. Der freie Plattenrand wurde entsprechend den Vorgaben in DIN 1045 mit u-förmigen Steckbügeln ($d_s = 8$ mm / Stababstand $s = 15$ cm) gesichert. Die Anordnung der Schubbewehrung bei den Versuchen E2, E4 und E5 ist in Bild 5.2 dargestellt. Da das Versagen außerhalb des schubbewehrten Bereiches untersucht werden sollte, wurden mittlere bezogene Längen des schubbewehrten Bereiches $l_s/d = 2,5$ (Versuche E2 und E5) und $l_s/d = 3,33$ (Versuch E4) geprüft.

		E1	E2	E3	E4	E5	
Bauteildicke h	[cm]	23	23	23	23	23	
Betondeckung c	[cm]	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	
Statische Höhe d	[cm]	18,9	18,9	18,9	18,9	18,9	
Seitenlänge l	[cm]	255	255	255	255	255	
Stützenbreite $c_x = c_y$	[cm]	30	30	30	30	30	
Betondruckfestigkeit $f_{c,c}$	[MPa]	27,9	23,4	37,5	23,0	28,0	
Biegezugfestigkeit $f_{ct,b}$	[MPa]	4,0	2,6	3,6	2,4	2,2	
Spaltzugfestigkeit $f_{ct,sp}$	[MPa]	2,6	2,4	1,6	2,4	2,3	
Bruchenergie G_f	[N/mm]	$\approx 0,1$	4)	4)	4)	4)	
Stützbew. Gurtstreifen	Durchmesser	[mm]	16	16	16	16	16
	Stababstand	[cm]	15	15	15	15	15
	Anschlussbew.	[-]	2 \emptyset 16	2 \emptyset 20	2 \emptyset 20	3 \emptyset 20	3 \emptyset 20
	Streckgr. f_y /Zugfest. f_t	[MPa]	540/650 ⁵⁾	540/650 ⁵⁾	540/650 ⁵⁾	540/650 ⁵⁾	540/650 ⁵⁾
	ρ_l [DIN 1045-1 (2000)]	[%]	1,07 ¹⁾	1,28 ¹⁾	1,28 ¹⁾	1,56 ¹⁾	1,56 ¹⁾
	μ_g [DIN 1045 (1988)]	[%]	0,92 ²⁾	1,04 ²⁾	1,04 ²⁾	1,21 ²⁾	1,21 ²⁾
Stützbew. Feldstreifen	Durchmesser	[mm]	10	10	10	16	16
	Stababstand	[cm]	15	15	15	15	15
	ρ_l [DIN 1045-1 (2000)]	[%]	0,28	0,28	0,28	0,71	0,71
	μ_g [DIN 1045 (1988)]	[%]	0,28	0,28	0,28	0,71	0,71
Feld- bewehrung	Durchmesser	[mm]	16	16	16	16	16
	Stababstand	[cm]	15	15	15	15	15
	ρ_l [DIN 1045-1 (2000)]	[%]	0,71	0,71	0,71	0,71	0,71
	μ_g [DIN 1045 (1988)]	[%]	0,71	0,71	0,71	0,71	0,71
Durchstanz- bewehrung	Typ	[-]		geschl. Bügel		Halfen HDB-N	Schöck BOLE
	Stahlsorte	[-]		BSt 500 S		BSt 500 S	BSt 500 S
	Streckgr. f_y /Zugfest. f_t	[MPa]		569/610		608/716	580/662
	Durchmesser	[mm]		8		16	16
	Länge	[mm]		190		185	180
	l_s/d	[cm]		2,5		3,3	2,5
	n_{gesamt}	[-]		24		3x5=15	3x4=12
	n_c ³⁾	[-]		10		3x2=6	3x2=6
	Stababstände	[cm]		9,5/9,5/14/14		7/14/14/14/14	7/12/14/14

¹⁾ innerhalb des kritischen Rundschnitts einschl. der Anschlussbewehrung

²⁾ innerhalb des Gurtstreifens einschl. der Anschlussbewehrung

³⁾ im Bereich c im Abstand d von der Stützenkante

⁴⁾ nicht bestimmt

⁵⁾ etwa einheitlich für alle Stäbe $d_s = 10, 16, 20$ mm

Tabelle 5.1 Hauptparameter der Durchstanzversuche an Eckstützen

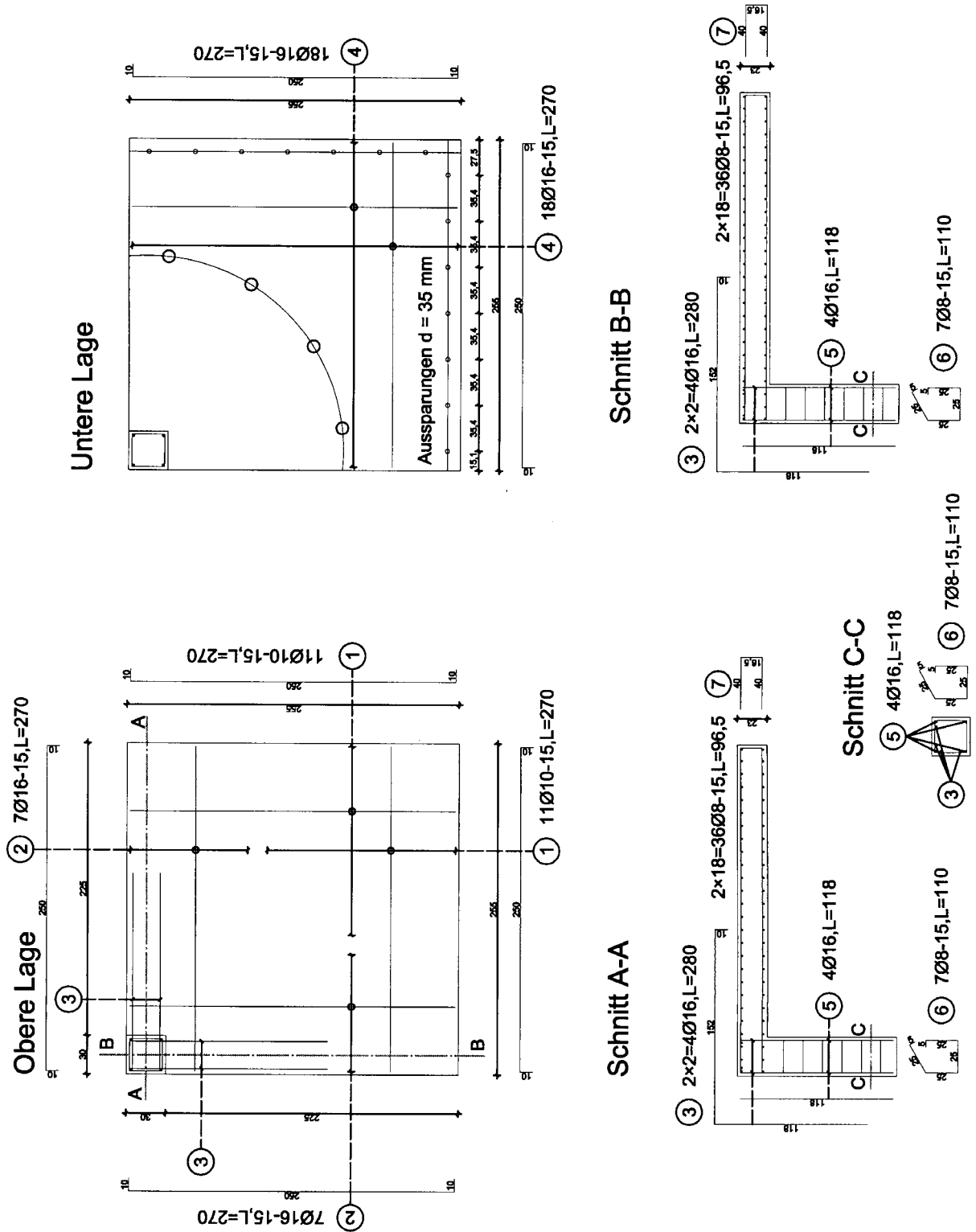


Bild 5.1 Bewehrungsplan des Durchstanzversuches E1

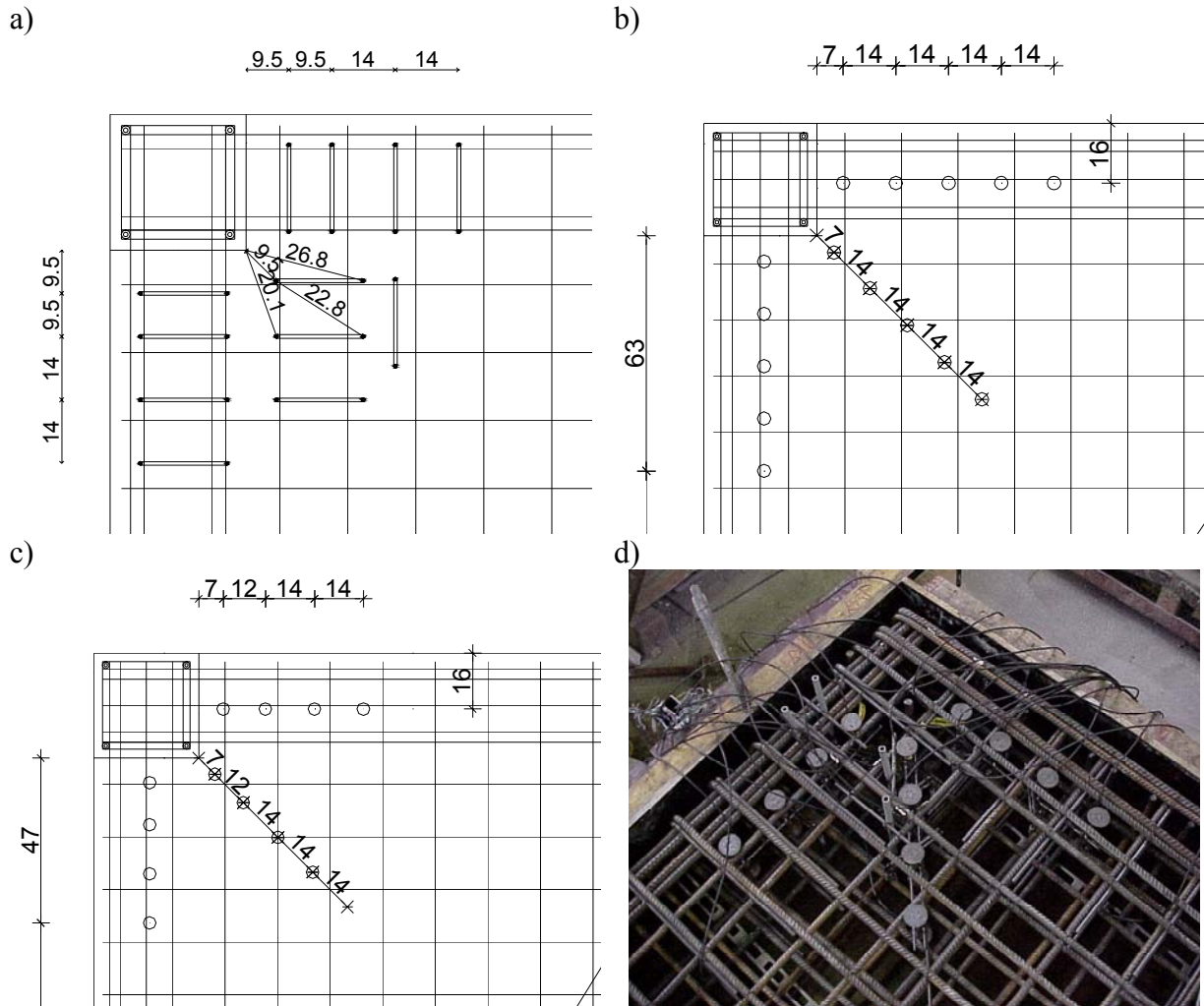


Bild 5.2 Anordnung der Schubbewehrung: a) Bügel bei Versuch E2, b) Doppelkopfbolzen Halben HDB-N bei Versuch E4, c) Doppelkopfbolzen Schöck BOLE bei Versuch E5, d) Einbaufoto Versuch E5

5.1.2 Betoneigenschaften

Die Versuchsplatten wurden mit jeweils sechs Betonwürfeln (200 mm) sowie drei Biegezugbalken (100 x 100 x 800 mm) aus einer Charge gefertigt. Die Zusammensetzung des Betons sowie das Betonierdatum sind in Tabelle 5.2 angegeben. Der Beton besaß die Konsistenz KP. Die Sieblinie lag zwischen den Regelsieblinien A16 und B16 in der Nähe der Sieblinie A 16 nach DIN 1045. Bei den Versuchen E2 bis E5 wurde die Stütze aus höherfestem Beton ($f_{c,c} \approx 55$ MPa) hergestellt, um ein Biegeversagen der Stütze auszuschließen.

Die Festbetoneigenschaften der Versuchsplatten sind in Tabelle 5.1 angegeben. Die Betondruckfestigkeit wurde nach DN 1048, Teil 5 an jeweils drei Betonwürfeln (200 mm) bestimmt. Die Biegezugfestigkeit wurde analog zu DIN 1048 Teil 5 an Balken mit einem Querschnitt $b/h = 100/100$ mm in Vierpunktbiegeversuchen gemessen. Die Stützweite l der Balken betrug 600 mm, die beiden Einzellasten wurden in den Drittelpunkten der Balken aufgebracht. Die Spaltzugfestigkeit wurde gemäß 1048 Teil 5 jeweils an den beiden Hälften der Biegezugbalken nach Durchführung der Biegezugprüfung ermittelt.

	Zement		Zuschlag			Wasser		Betonier- datum
	Art	Menge	0-2	2-8	8-16	Menge	w/z	
	[-]	[kg/m ³]	[kg/m ³]	[kg/m ³]	[kg/m ³]	[kg/m ³]	[-]	
E1	CEM I 32,5 R	240	754	471	741	160	0,67	31.07.00
E2 Platte	CEM I 32,5 R	240	754	471	741	160	0,67	05.10.00
E2 Stütze	CEM I 42,5 R	365	696	457	659	170	0,46	05.10.00
E3 Platte	CEM I 32,5 R	280	726	471	695	170	0,61	12.10.00
E3 Stütze	CEM I 42,5 R	365	705	451	655	170	0,46	11.10.00
E4 Platte	CEM I 32,5 R	240	772	481	763	160	0,67	16.11.00
E4 Stütze	CEM I 52,5 R	365	720	500	650	170	0,46	15.11.00
E5 Platte	CEM I 32,5 R	240	772	481	763	160	0,67	21.11.00
E5 Stütze	CEM I 52,5 R	365	720	500	650	170	0,46	20.11.00

Tabelle 5.2 Zusammensetzung und Betonierdatum des Betons für die Versuchsplatten

Zur Bestimmung der Bruchenergie des Betons wurden bei Versuch E1 zentrische Zugversuche an Betonzyindern durchgeführt. Der Versuchsaufbau ist in Bild 5.3 dargestellt. Die Betonzyindern ($\varnothing = 100 \text{ mm}$, $h \approx 200 \text{ mm}$) wurden nach dem Durchstanzversuch mit einem Diamantbohrgerät aus der Platte entnommen und mittig mit einer umlaufenden Kerbe ($t = 10 \text{ mm}$) zur Risslokalisierung versehen. Die Zylinderflächen wurden plan geschliffen und mit geklebten Lasteinleitungsplatten versehen. Im Bereich der Kerbe wurden zwei Wegaufnehmer zur Messung der Rissbreite angebracht und die Zylinder wurden in eine servohydraulische Prüfmaschine eingespannt. Anschließend wurde weggeregelt eine zentrische Zugbelastung aufgebracht. Als Regelungsgröße diente der Mittelwert der beiden Rissaufnehmer, d. h. in den Versuchen wurde kontinuierlich die Breite des Risses gesteigert. Die Verformung wurde so lange erhöht, bis der Zylinder in zwei Hälften zerteilt war. Aus den Versuchsergebnissen berechnet sich die Bruchenergie G_F als Fläche unter der Zugspannungs-Rissöffnungskurve.



Bild 5.3 Zentrische Zugversuche zur Bestimmung der Bruchenergie

5.1.3 Herstellung der Versuchsplatten

Die Herstellung der Versuchsplatten und der Stütze erfolgte in einer starren Schalung aus glatten Schaltafeln (Bild 5.4). Nach dem Verlegen der Bewehrung wurde bei den Versuchen E2 bis E5 zunächst die Stütze und am darauffolgenden Tag die Platte betoniert. Beim Versuch E1 wurden die Stütze und die Platte in einem Vorgang betoniert. Der Transportbeton wurde in einem Fahr-mischer in die Betonierhalle transportiert, mit einem Krankübel in die Schalung gegossen und mit einem Innenrüttler verdichtet. Die Anschlusskabel der Dehnungsmessstellen auf der Bewehrung wurden beim Betonieren nach oben gebunden. Nach etwa drei Tagen wurden die Betonplatten ausgeschalt und in einer geschlossenen Halle gelagert.

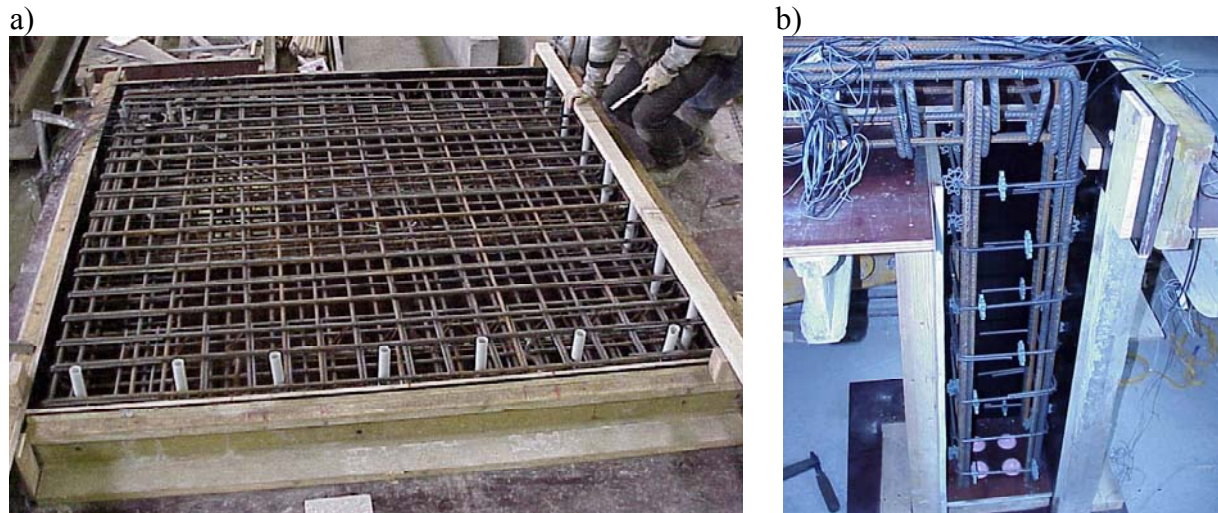


Bild 5.4 Schalung der Versuchsplatten: a) Gesamtansicht, b) Stützenfuß

5.2 Versuchsaufbau

5.2.1 Mögliche Versuchsstände

Die wesentlichen Anforderungen an einen geeigneten Aufbau für Durchstanzversuche mit Rand- und Eckstützen sind einerseits eine möglichst gute Abbildung der Momenten-Querkraftverhältnisse im Bereich der Stütze und andererseits die Ermöglichung von Momentenumlagerungen zwischen dem Stützbereich (negative Momente) und dem Feldbereich (positive Momente).

Eine weitreichende Zusammenstellung von Aufbauten für Durchstanzversuche im Bereich von Rand- und Eckstützen ist bei Narui (1977) zu finden. Prinzipiell können Versuche an statisch bestimmten Deckenausschnitten (vgl. exemplarisch Bild 5.5a) und an statisch unbestimmten Deckensystemen bzw. Teilsystemen (vgl. exemplarisch Bild 5.5b) unterschieden werden. Ausschnittversuche sind wirtschaftlich durchzuführen und ermöglichen größere Plattendicken bei begrenzten Plattenabmessungen. Allerdings treten in Ausschnittversuchen aufgrund der kragarmartigen Lasteinleitung sehr hohe Stützenanschlussmomente auf, die höher sind als die Anschlussmomente in horizontal ausgesteiften Flachdeckensystemen. So betrug die bezogene Ausmitte e/c bei den in der Versuchsdatenbank erfassten Ausschnittversuchen an Eckstützen im Mittel $e/c \approx 2,33$ (vgl. Abschnitt 3.1.2), während die Exzentrizitäten in der Praxis bei horizontal ausgesteiften Flachdeckensystemen in der Größenordnung $e/c \approx 1,1$ liegen (vgl. Abschnitt 4.4). Hinzu kommt, dass bei statisch bestimmten Deckenausschnitten keine Umlagerung der Stützmomente in den Feldbereich möglich ist, so dass Versagen eintritt, sobald die Biegekapazität der Stützen-Plattenverbindung durch Fließen der Anschluss-

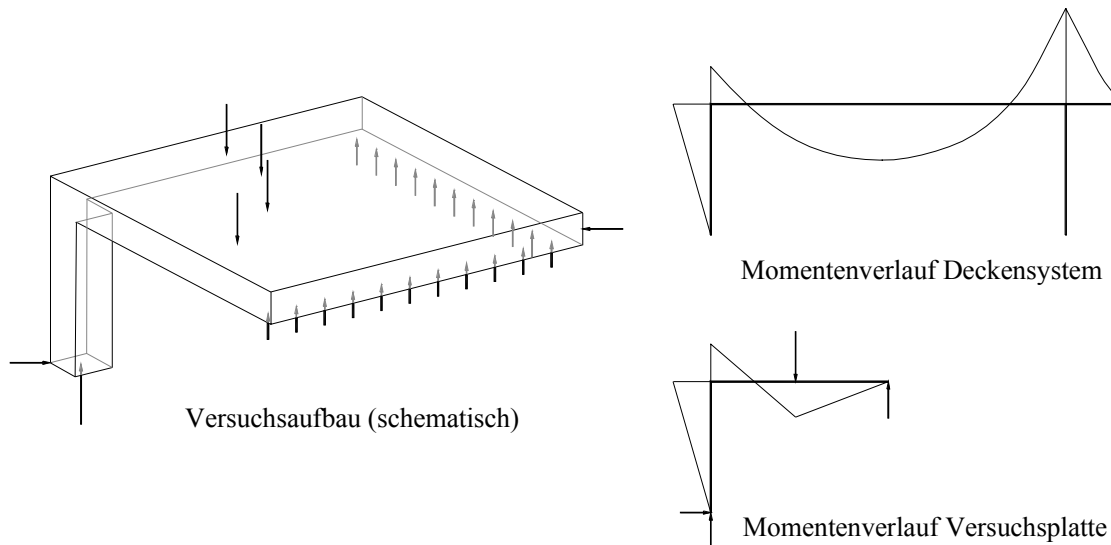


Bild 5.6 Schematische Darstellung des entwickelten Versuchsaufbaus

5.2.2 Umsetzung des Versuchsaufbaus

Der Versuchsaufbau ist in Bild 5.9 skizziert und in den Bildern 5.7 und 5.8 durch Fotos dargestellt. Der Versuchskörper wurde in umgekehrter Lage, d. h. mit der Stütze nach oben geprüft. Die Platte wurde statisch unbestimmt gelagert, um die Verhältnisse in einer Flachdecke möglichst wirklichkeitsnah abzubilden und eine Umlagerung der Stütz- und Feldmomente zu ermöglichen.

Die vertikale Belastung wurde von oben durch einen servohydraulischen Prüfzylinder (Walter & Bai 630 kN), welcher in einem Portal auf dem Spannfeld aufgebaut war, weggesteuert auf den Stützenfuß aufgebracht. Auf den Stützenfuß war eine Stahlplatte aufgeschraubt und zwischen Stahlplatte und Druckplatte des Prüfzylinders wurden zwei Teflonschichten eingelegt.

Darüber hinaus wurde der Stützenfuß durch einen am Portal angeschraubten Querträger horizontal unverschieblich gelagert. Die vertikale Verschieblichkeit zwischen Stützenfuß und Querträger wurde durch zwei weitere Teflonschichten erreicht, die zwischen Stützenfuß und Querträger eingelegt wurden (Bild 5.8d). Zur Messung der Horizontalkraft am Stützenfuß wurde der Querträger über zwei Kraftmessdosen am Portal befestigt, so dass durch die Abnahme der Vorspannkraft an den Kraftmessdosen die Horizontalkraft gemessen werden konnte. Die horizontale Lagerung am Stützenfuß war über zwei Gewindestangen M30 verstellbar, so dass die Horizontalkraft bzw. das Stützenmoment reguliert werden konnte.

Um eine möglichst rotationssymmetrische Verteilung der Lagerkräfte zu gewährleisten, wurde die Platte auf vier hydraulische Einzelprüfzylinder (Lukas 500 kN) vertikal aufgelagert, die auf einem Viertelkreis mit einem Radius $r = 150$ cm um die Stützenachse herum auf dem Spannfeld angeordnet wurden. Der Winkel zwischen den Prüfzylindern betrug jeweils ca. $90^\circ/4 = 22,5^\circ$, der Winkel der Prüfzylinder zum freien Plattenrand betrug ca. $90^\circ/8 = 11,25^\circ$. Die vier Prüfzylinder waren untereinander zu einem Ölkreislauf verbunden. Dadurch wurde gewährleistet, dass alle vier Einzellasten stets gleich groß waren, unabhängig von einer eventuellen Verschiebung der Belastungskonstruktion und von unsymmetrischen Verformungen der Versuchsplatte, wie sie durch Rissbildung entstehen können. Auf der Oberseite der Prüfzylinder waren bewehrte Neoprenlager mit den Abmessungen $150 \times 200 \times 20$ mm angeordnet, um die Schädigung des Versuchskörpers im Lasteinleitungsbereich zu minimieren. Die zwei feldseitigen freien Plattenränder wurden über 14 Gewindestangen M30 vertikal im Spannfeld verankert. Die Plattenecke gegenüber der Stütze wurde durch einen Aufspannwinkel horizontal unverschieblich gelagert.



Bild 5.7 Gesamtansicht des Versuchsaufbaus

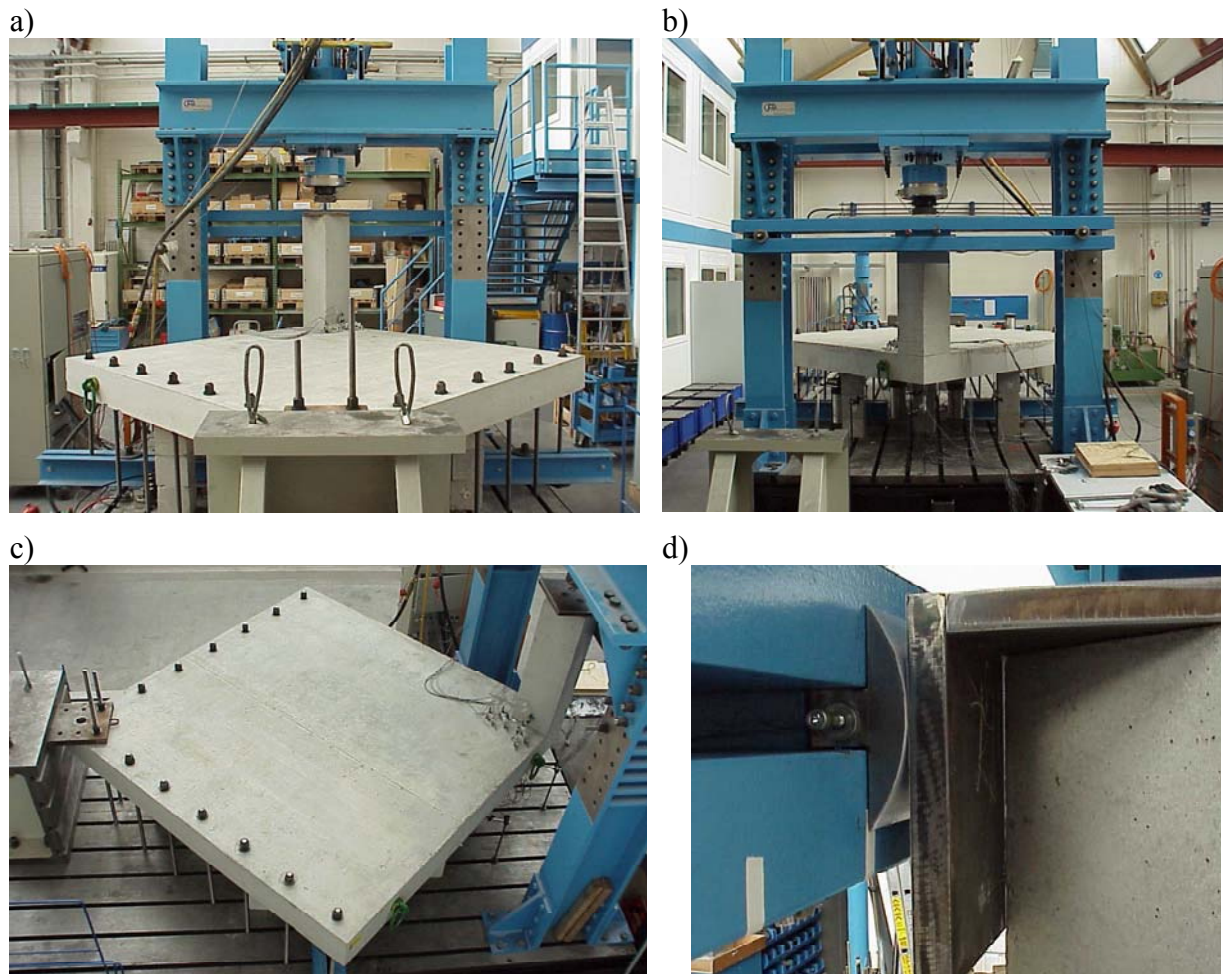
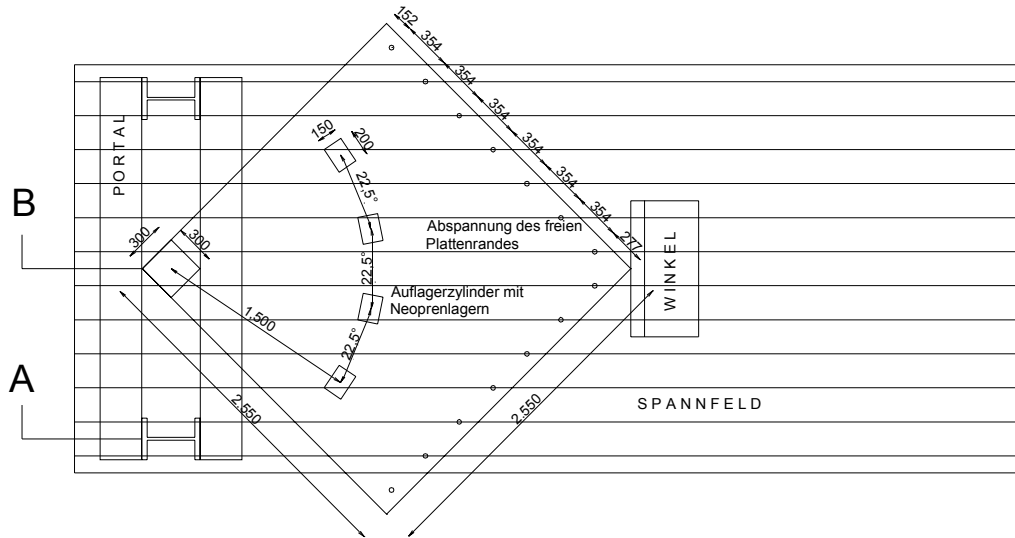
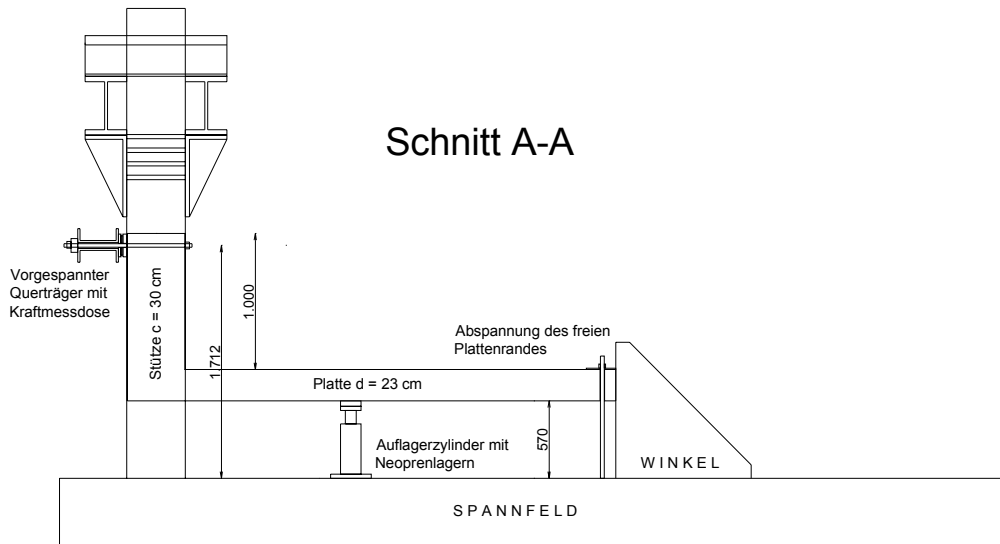


Bild 5.8 Teilansichten des Versuchsaufbaus: a) Feldbereich, b) Stützbereich, c) Grundriss, d) verstellbare horizontale Lagerung mit Teflonschichten



Schnitt A-A



Schnitt B-B

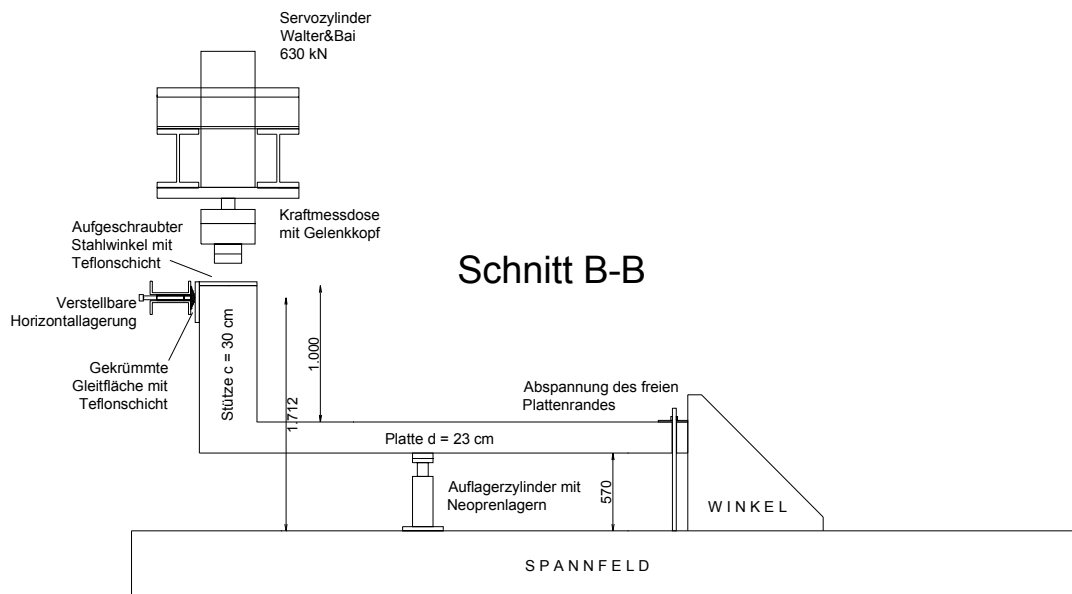


Bild 5.9 Skizze des Versuchsaufbaus

5.3 Versuchsdurchführung

5.3.1 Versuchsablauf

Nach der Anlieferung der Platte wurden zunächst auf der Plattenoberseite alle Messungen vorbereitet. Dann wurde der Versuchskörper umgedreht und unter dem Prüfrahmen auf dem Spannungsfeld auf eine provisorische Stützkonstruktion aus Betonwürfeln so abgesetzt, dass der Stützenfuß mittig unter dem servohydraulischen Zylinder zum Liegen kam. Anschließend wurden 14 Gewindestangen durch die Öffnungen am freien Rand der Versuchsplatte geführt und im Spannungsfeld verankert und ein massiver Stahlwinkel wurde an der freien Plattenecke zur Aufnahme der Horizontalkräfte angeordnet. Weiterhin wurde der Stützenfuß mit einem angeschraubten Stahlwinkel, der zur Lasteinleitung diente, versehen und die horizontale Lagerung des Stützenfußes (Bild 5.8d) wurde auf Kontakt gefahren, damit der Versuchskörper in einer stabilen waagerechten Position lag.

An der nun oberliegenden Plattenunterseite wurden ebenfalls alle Messvorrichtungen angebracht (Bild 5.10d). Anschließend wurden alle Messeinrichtungen an das zentrale Datenerfassungsgerät angeschlossen und eine erste Ablesung aller Messstellen vorgenommen. Am Versuchstag wurden alle vier hydraulischen Pressen über einen zentralen Steuerstand soweit ausgefahren, so dass die provisorische Unterstützung entfernt werden konnte. Die Platte war nun auf den vier Zylindern gelagert. Um mögliche Unebenheiten auf der Betonoberfläche auszugleichen erfolgte die Einleitung der Auflagerlasten aus den Kopfplatten der vier Zylinder über bewehrte Neoprenplatten (150 x 200 x 20 mm). In diesem Zustand wurde der Ölkreislauf der Auflagerzylinder geschlossen.

Anschließend wurden die Abspannungen des freien Plattenrandes sowie die horizontale Lagerung des Stützenfußes so eingestellt, dass sich die Platte zwängungsfrei in einer waagerechten Position befand. Nach dem Starten der Messung wurde die vertikale Belastung durch den zentralen Servoprüfzylinder (Walter & Bai 630 kN) auf den Stützenfuß aufgebracht. Die Last wurde wegkontrolliert gesteigert, wobei als Steuerungsgröße der Kolbenweg des Servoprüfzylinders diente. Die Belastungsgeschwindigkeit betrug 0,01 mm/s. Nach Erreichen der Gebrauchslast nach DIN 1045 wurden 10 Lastzyklen zwischen 100 % und 50 % der Gebrauchslast gefahren. Die Belastungsgeschwindigkeit betrug während der Lastzyklen 0,04 mm/s. Im Anschluss daran wurde die Kraft wegkontrolliert gesteigert, bis – trotz fortschreitender Verformung der Platte – kein Lastzuwachs mehr möglich war, sondern ein Abfall der Last beobachtet werden konnte. Nach Überschreiten der Höchstlast wurde der Kolbenweg weitergesteigert, bis ein starker Abfall der aufnehmbaren Last zu erkennen war. Danach wurde entlastet. Zum Schluss wurde die Hilfsunterstützung wieder eingebaut und die Auflagerzylinder wurden zurückgefahren.

5.3.2 Messungen

Während der Versuchsdurchführung wurden an der Platte insgesamt bis zu 63 Messstellen mit elektronischen Trägerfrequenzmessverstärkern (HBM Spider 8) erfasst und mit einem PC aufgezeichnet. Die Aufzeichnungsrate betrug 0,5 Hz. Prinzipiell wurden folgende Messungen durchgeführt:

- Die Durchbiegungen der Platte senkrecht zu ihrer Ebene wurden mit sieben potentiometrischen Wegaufnehmern Novotechnik TRS 75/25 gemessen (Bild 5.10a).
- Die Stauchung der Betondruckzone in radialer und tangentialer Richtung wurde mit acht speziellen Beton-Dehnmessstreifen (Messlänge 60 mm) gemessen, jeweils 4 DMS wurden auf der Plattendiagonalen bzw. einer Plattenhauptachse angeordnet. Die Anordnung der Messstellen ist in Bild 5.10c) dargestellt.
- Die Änderung der Plattendicke wurde an jeweils vier Stellen gemessen, um daraus Rückschlüsse auf die Entwicklung des Durchstanzrisses und Ausbildung des Durchstanzkegels

zu ziehen. Zur Durchführung dieser Messung wurde an jeder Messstelle ein Kunststoffrohr ($d = 10 \text{ mm}$) einbetoniert, durch welches ein Wegaufnehmer eingesteckt wurde, der auf der Betonoberfläche befestigt war (Bild 5.10d). Der Wegaufnehmer tastete auf ein Stahlplättchen, welches auf der gegenüberliegenden Seite der Kunststoffrohres auf die Betonplatte geklebt war.

- Die Eindrückung der Platte in die Stütze wurde mit einem elektronischen Wegaufnehmer gemessen, der an der Stütze befestigt war und auf die Plattenoberfläche tastete (Bild 5.10d).
- Die Stauchung der Stütze wurde mit einem speziellen Beton-Dehnmessstreifen (Messlänge 60 mm) gemessen, der auf der Stützenoberfläche in der Druckzone der Stütze (ca. 3 cm von der Stützenkante) angeordnet war (Bild 5.10d).
- Die Dehnung der Biegezugbewehrung im Feld- und Stützbereich sowie der Stützenanschlussbewehrung wurde mit Dehnmessstreifen (Messlänge 5 mm) gemessen (Bild 5.10b).
- Die Dehnung der stützennahen Steckbügel am freien Plattenrand wurde mit Dehnmessstreifen (Messlänge 5 mm) gemessen.
- Die Dehnung der Schubbewehrung wurde mit Dehnmessstreifen (Messlänge 5 mm) gemessen.

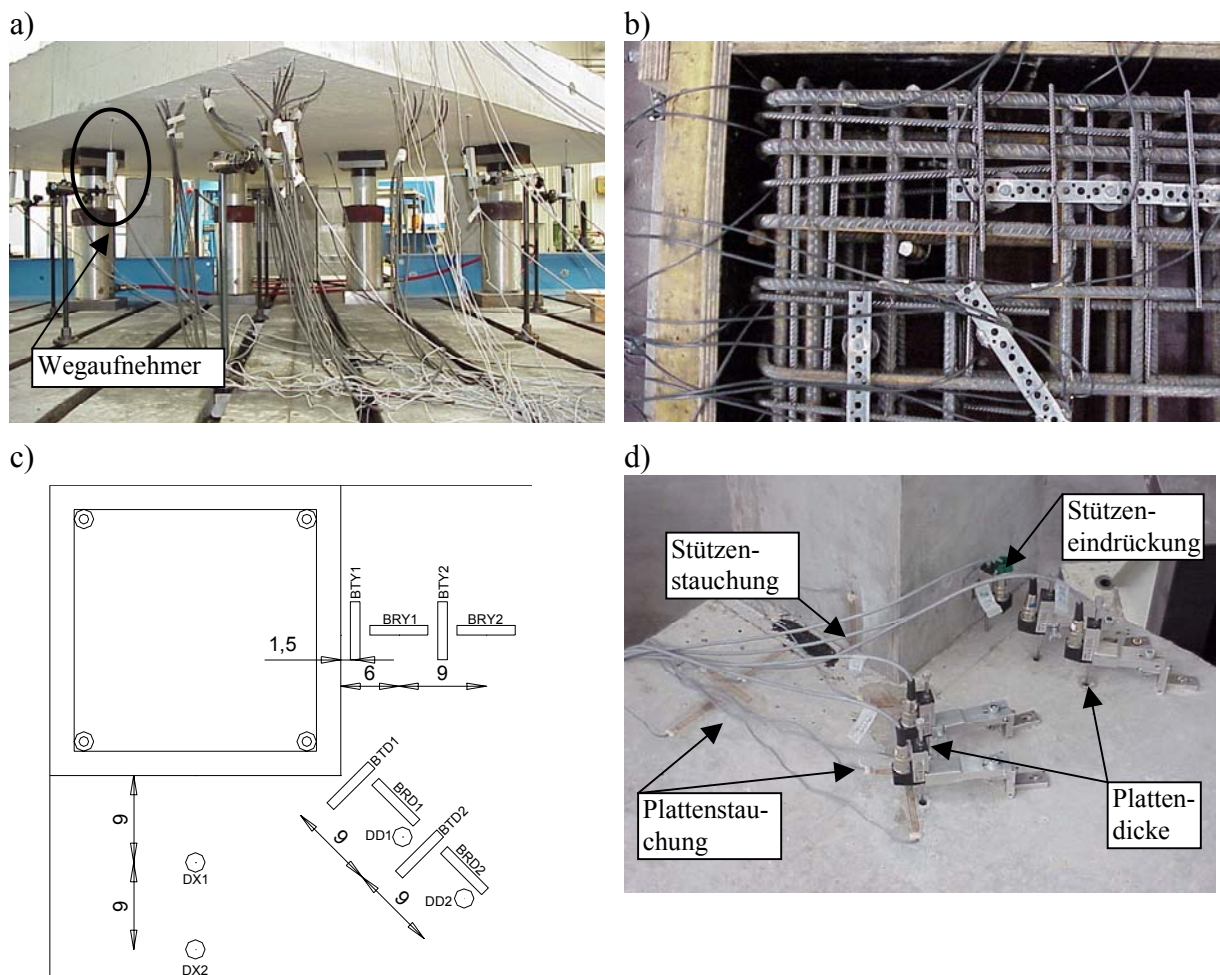


Bild 5.10 Durchgeführte Messungen: a) Wegaufnehmer und Verkabelung unter der Platte, b) Verkabelung der DMS auf der Bewehrung, c) Lage der Messstellen in der Druckzone, d) Bestückung der Druckzone

5.4 Auswertung der Versuchsergebnisse

Die Hauptergebnisse der Durchstanzversuche sind in Tabelle 5.3 zusammengestellt. Angegeben sind neben Betondruckfestigkeit, Bewehrungsgrad und ggf. Art der Schubbewehrung die Versagensart sowie Stützenkraft V_u , Stützmoment M_u und Stützenverschiebung w_u bei Höchstlast. Tabelle 5.4 zeigt einen Vergleich der Versuchsbruchlasten mit den rechnerischen Bruchlasten $V_{u,DIN}$ nach DIN 1045-1 im inneren und äußeren Rundschnitt, die als 1,5-fache Bemessungslast ($V_u \approx V_{Rk} = \gamma_c \cdot V_{Rd} = 1,5 \cdot V_{Rd}$) mit $f_{ck} = f_{cm}$ und den Gleichungen gemäß Abschnitt 2.4 berechnet wurden. Die Versuchsbruchlasten liegen gemäß Tabelle 5.4 um den Faktor 1,98 (Versuche ohne Schubbewehrung) bzw. den Faktor 1,47 bis 1,58 (Versuche mit Schubbewehrung) über den maßgebenden Bruchlasten nach DIN 1045-1. Dass DIN 1045-1 wie auch andere internationale Bemessungsnormen nicht nur bei diesen Versuchen konservative Ergebnisse liefern, wird im Rahmen der Versuchsdatenbank (Abschnitt 3) ausführlich dargestellt und diskutiert.

Nachfolgend werden das Tragverhalten, die Rissentwicklung sowie die gemessenen Stahldehnungen und Betonstauchungen getrennt für Versuche ohne Schubbewehrung (E1, E3) und mit Schubbewehrung (E2, E4, E5) ausgewertet. Die bei der Auswertung verwendete Definition der Plattenbereiche und Achsen ist in Bild 2 im Abschnitt „Definitionen und Bezeichnungen“ dargestellt. Weitere Bilder für die Auswertung sind, sofern nicht im Text enthalten, in Anhang C zusammengefasst. Darüber hinaus ist eine umfassende Beschreibung der Messungen mit Abdruck der Rohdaten in Eligehausen, Vocke (2001-1, 2001-2, 2001-3) zu finden.

Ver-such	f_c	ρ_l	Schub-bew.	l_s/d	V_u	M_u	w_u	$e=M/V$	Versagens-art ¹⁾
	[MPa]	[%]		[%]	[kN]	[kNm]	[mm]	[m]	
E1	27,9	1,07	-	-	305	86,8	32,0	0,28	innen
E2	23,4	1,28	Bügel	2,5	330	86,2	34,7	0,26	außen
E3	37,5	1,28	-	-	351	92,0	34,6	0,26	innen
E4	23,0	1,56	HDB-N	3,3	392	110,8	33,8	0,28	außen
E5	28,0	1,56	BOLE	2,5	383	104,8	30,0	0,27	außen

¹⁾ „innen“ = Durchstanzen im stütznahen Bereich
 „außen“ = Durchstanzen außerhalb des schubbewehrten Bereiches

Alle Versuche:
d = 23 cm

Tabelle 5.3 Hauptergebnisse der Durchstanzversuche

Ver-such	Innerer Rundschnitt				Äußerer Rundschnitt			
	$V_{Rd,ct}$	u_i	$V_{u,DIN}$	$V_u/V_{u,DIN}$	$V_{Rd,ct,a}$	u_a	$V_{u,DIN,a}$	$V_u/V_{u,DIN,a}$
	[kN/m]	[m]	[kN]	[-]	[kN/m]	[m]	[kN]	[-]
E1	147,7	1,045	154,4	<u>1,98</u>	-	-	-	-
E2	1,6·135,2	1,045	225,1	1,56	125,7	1,784	224,2	<u>1,47</u>
E3	169,8	1,045	177,5	<u>1,98</u>	-	-	-	-
E4	2,1·143,6	1,045	315,2	1,24	121,9	2,035	248,1	<u>1,58</u>
E5	2,1·153,3	1,045	336,6	1,14	142,5	1,784	254,2	<u>1,51</u>

Tabelle 5.4 Vergleich der Versuchsergebnisse mit DIN 1045-1

5.4.1 Durchstanzversuche ohne Schubbewehrung

Die Versuche E1 und E3 unterschieden sich nur geringfügig in Betondruckfestigkeit f_c und Längsbewehrungsgrad ρ_l bei annähernd konstantem Verhältnis ρ_l/f_c , so dass sie im wesentlichen ein gleichartiges Tragverhalten aufwiesen. Ausführungen, die nicht besonders gekennzeichnet sind, gelten daher für beide Durchstanzversuche.

5.4.1.1 Last-Verformungsverhalten

Die Bilder 5.11a) und 5.11b) zeigen die Stützenkraft und das Stützmoment in Abhängigkeit von der Stützenfußverschiebung für die Versuche E1 und E3. Man erkennt, dass bei beiden Versuchen nach Überschreiten der Höchstlast (trotz der weggesteuerten Belastung) ein sehr sprödes Versagen eintrat. Bild 5.11c) veranschaulicht, dass das Tragverhalten der beiden Versuche praktisch parallel verläuft, was eine hohe Reproduzierbarkeit der Versuche in dem Versuchsstand bedeutet. Die Stützenkraft wächst bis kurz vor Höchstlast kontinuierlich an. Demgegenüber weisen die gemessenen Stützmomente im Bereich der Höchstlast ein Plateau auf, d. h. die Momentenkapazität der Verbindung war vor Erreichen der Durchstanzlast erschöpft. In einem statisch bestimmten Versuchsaufbau wäre daher ein vorzeitiger Bruch auf einem Lastniveau $V \approx 280$ kN (E1) bzw. $V \approx 310$ kN (E3) entsprechend etwa 90 % der gemessenen Durchstanzlast eingetreten. Bild 5.11d) belegt die Momentenumlagerung im Bereich der Höchstlast. Die Ausmitte $e = M/V$ beträgt für beide Versuche zunächst konstant etwa $e = 0,31$ m. Ab den genannten Lastniveaus fällt die Ausmitte infolge der erschöpften Momentenkapazität im Stützbereich kontinuierlich ab, d. h. die Stützmomente lagern sich in den Feldbereich um. Bei Erreichen der Höchstlast beträgt die Ausmitte nur noch $e = 0,27$ (E1) bzw. $e = 0,26$ (E3) und liegt somit ca. 15 % unter der anfänglichen Ausmitte.

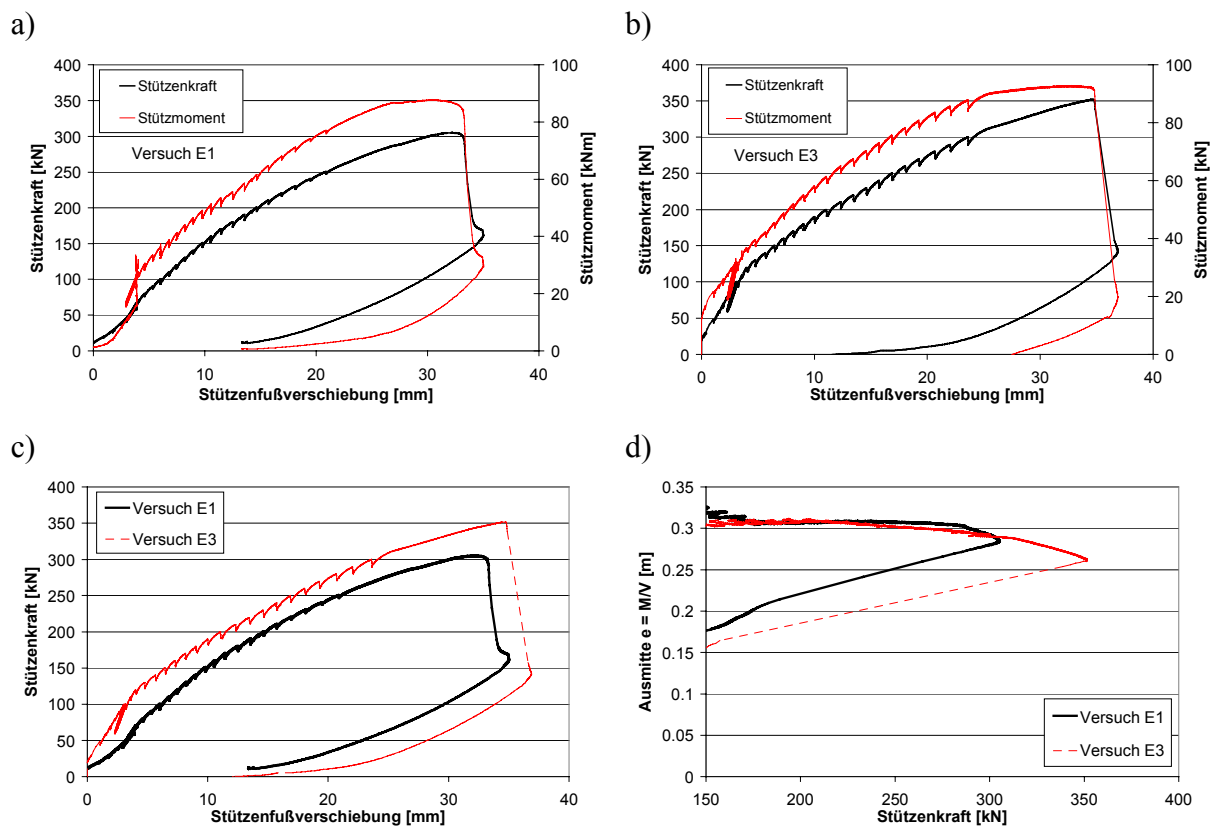


Bild 5.11 Tragverhalten der Durchstanzversuche: a) Stützenkraft und Stützmoment in Abhängigkeit von der Stützenfußverschiebung für Versuch E1, b) dto. für Versuch E3, c) direkter Vergleich der Stützenkräfte, d) direkter Vergleich der Ausmitten

5.4.1.2 Rissentwicklung und Versagensart

Die Rissentwicklung der Durchstanzversuche E1 und E3 ohne Schubbewehrung ist in Bild 5.13 anhand der Ergebnisse von Versuch E3 dargestellt. Die prinzipiell gleichartigen Rissbilder von Versuch E1 sind in Anhang C enthalten. Man erkennt in Bild 5.13a), dass sich ausgehend von der Stützenskante in der Betondruckzone ein geneigter Durchstanzriss ausgebildet hat, der im Abstand $a \approx 60$ cm viertelkreisförmig an die Plattenoberfläche tritt (Bild 5.13b). Der Rissverlauf im Platteninneren ist in Bild 5.13e) anhand eines Sägeschnittes entlang einer Stützensseitenfläche und der Plattendiagonalen veranschaulicht. Im Unterschied zu Innenstützen verläuft der Riss infolge der Torsionsbeanspruchung an den Stützensseitenflächen nicht horizontal sondern geneigt. Am Übergang zur Plattendiagonalen, d. h. an der einspringenden Stützenecke, befindet sich der Riss bereits im mittleren Plattendrittel und verläuft von hier weiter an die Plattenoberseite. Daher ist die Ausdehnung des Durchstanzkegels auf der Plattendiagonalen etwas geringer als auf den Hauptachsen.

Die Entwicklung der Biegezug-, Torsions- und Durchstanzrisse an den freien Plattenrändern im Stützbereich ist in den Bildern 5.13c) und 5.13d) dargestellt. Die ersten Biegezugrisse am Übergang zwischen Stütze und Platte bildeten sich bei ca. $V = 80$ kN. Diese Risse pflanzten sich mit steigender Belastung kontinuierlich fort und nahmen in ihrer Zahl zu, wurden jedoch durch die Stützenanschlussbewehrung wirksam zusammengehalten (vgl. Abschnitt 5.4.1.4). Ab einem Lastniveau von ca. $V = 100$ kN bildeten sich am freien Plattenrand von der Plattenoberseite her Torsionsrisse, die sich diagonal zur Plattenunterseite hin fortpflanzten und diese bei ca. $V = 200$ kN erreichten. Ab ca. 200 kN zeigten sich erste Risse im Beton in der Druckzone der Stütze, aus denen sich zunehmend Betonabplatzungen entwickelten. Bis zum Erreichen der Höchstlast wurde die Betondeckung der Stützendruckzone stark beschädigt, ohne jedoch zu einem Stützenversagen zu führen.

Die Ausbildung von Durchstanzrissen, welche etwa senkrecht zu den Torsionsrissen verlaufen, war am freien Plattenrand erst ab ca. 290 kN (E1) bzw. erst unmittelbar vor Höchstlast (E3) zu beobachten. Die Messungen der Plattendicke zeigen jedoch (Bild 5.12 für Versuch E3), dass sich im Platteninneren auf der x-Achse bereits ab ca. $V = 220$ kN (E1) bzw. $V = 240$ kN (E3) und auf der Diagonalen ab ca. $V = 250$ kN (E1) bzw. $V = 320$ kN (E3) Durchstanzrisse gebildet haben. Trotz der vorhandenen Durchstanzrisse ließ sich die Stützenkraft unter stabilen Verformungen weiter steigern, wobei die Rissbreite kontinuierlich zunahm und bei Höchstlast ca. 1 mm bis 2 mm (E1) bzw. ca. 1 mm (E3, vgl. Bild 5.12) betrug. Nach Überschreiten der Höchstlast stiegen die Durchstanzrissbreiten schlagartig an (Bild 5.12), was die Ausbildung des Durchstanzkegels im abfallenden Ast sichtbar werden lässt. Hervorzuheben ist, dass die Schubrissbildung bei dem höher bewehrten und höherfesten Versuch E3 später einsetzte, dann aber deutlich spröder verlief.

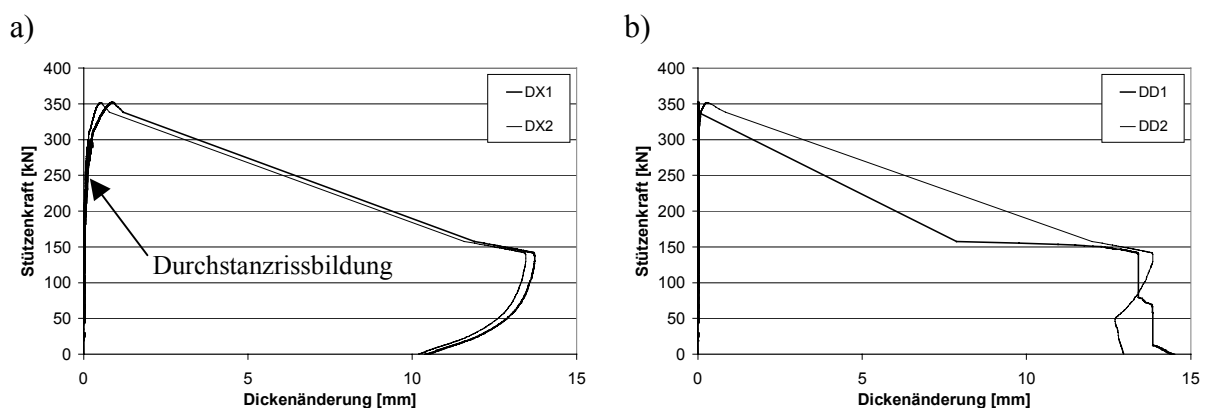


Bild 5.12 Zunahme der Plattendicke als Messgröße für innere Rissbildung bei Versuch E3: a) x-Achse, b) Plattendiagonale

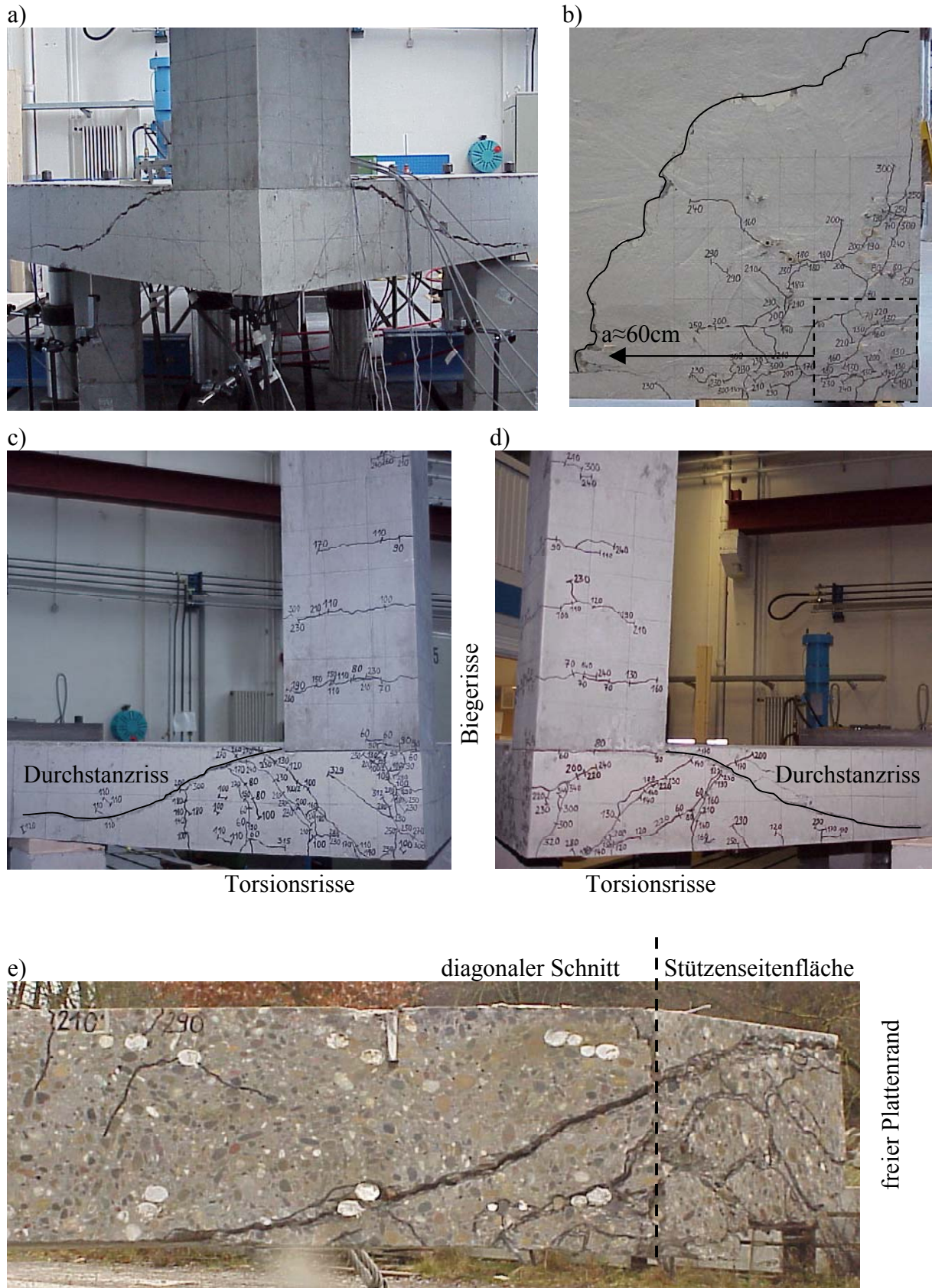


Bild 5.13 Rissbild des Durchstanzversuches E3: a) Ansicht des Durchstanzkegels, b) Grundriss des Durchstanzkegels, c), d) Rissentwicklung an den freien Plattenrändern, e) Durchstanzkegel in einem Sägeschnitt

5.4.1.3 Stauchungen in der Betondruckzone

Die radialen (auf die Stütze zulaufenden) und tangentialen (ringförmigen) Stauchungen in der Betondruckzone um die Stütze der Durchstanzversuche ohne Schubbewehrung sind in Bild 5.14 anhand der Ergebnisse von Versuch E3 dargestellt. Die Bezeichnung und Anordnung der Messstellen ist in Bild 5.10c) angegeben. Zum Vergleich ist in Bild 5.14c) der qualitative Verlauf der Betonstauchungen bei Innenstützen nach Kordina, Nölting (1986) aufgetragen.

Man erkennt in Bild 5.14a), dass insbesondere auf der y-Achse direkt neben der Stütze hohe radiale Stauchungen bis $\varepsilon_r \approx -1,5\text{‰}$ auftreten (BRY1), während auf der Plattendiagonalen deutlich geringere radiale Stauchungen bis höchstens $\varepsilon_r \approx -0,25\text{‰}$ gemessen wurden (BRD1, BRD2). Dies bedeutet, dass die radialen Plattenmomente primär parallel zum freien Plattenrand verlaufen, was auch den Richtungen der orthogonalen Bewehrungslagen entspricht. Der Vergleich mit Linie 2 in Bild 5.14c) lässt erkennen, dass die radialen Stauchungen wie bei Innenstützen ab $V/V_u = 0,6$ bis $0,8$ erst nur schwächer ansteigen und sich dann sogar rückläufig bewegen, bis schließlich Zugdehnungen im Beton auftreten können (BRD1, BRD2). Als Hauptursache für diesen Verlauf sehen Kordina, Nölting (1986) weniger Umlagerungen zwischen Radial- und Tangentialmomenten, sondern das stark ausmittige Angreifen der schiefen Druckstrebe in einem durch Risse begrenzten Betonsegment vor dem Stützenanschluss (Bild 5.14d).

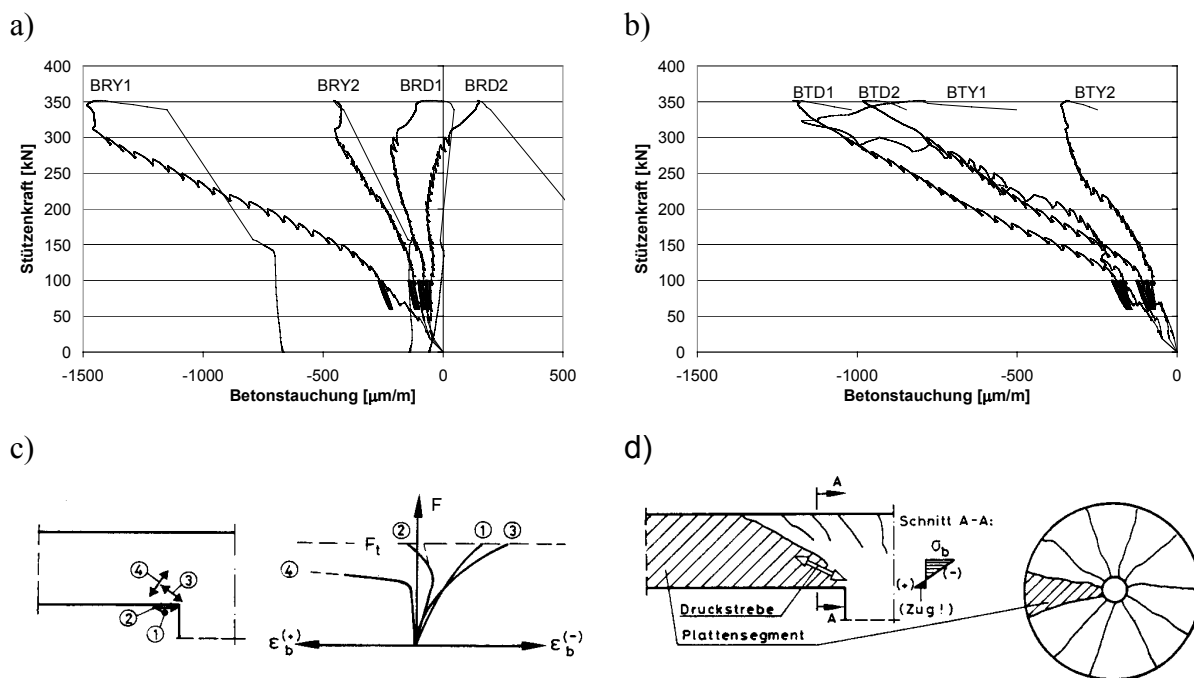


Bild 5.14 Stauchungen in der Betondruckzone: a) radial (Versuch E3), b) tangential (Versuch E3), c) qualitativer Verlauf bei Innenstützen nach Kordina, Nölting (1986), d) Erklärung radialer Zugspannungen nach Kordina, Nölting (1986)

Die tangentialen Stauchungen erreichen Werte bis $\varepsilon_t \approx -1,25\text{‰}$ (Bild 5.14b) und belegen, dass auch im Bereich der Eckstützen ein konzentrierter Spannungszustand vorhanden ist, der für das Durchstanzen bei Innenstützen charakteristisch ist. Dieser mehrachsiale Spannungszustand ermöglicht die erhöhte bezogene Tragfähigkeit bei punktförmiger Lagerung (Durchstanzen) gegenüber linienförmiger Lagerung (ebener Schub). Auf der Plattendiagonalen sind die tangentialen Stauchungen (Bild 5.14b) größer als die radialen Stauchungen (Bild 5.14a), was dem qualitativen Verlauf bei Innenstützen nach Bild 5.14c) entspricht. Entlang des freien

Plattenrandes (y-Achse) sind die tangentialen Betonstauchungen hingegen etwas kleiner als die radialen Stauchungen. Hier zeigt sich, dass die Intensität des Ringspannungszustandes in der Betondruckzone zum freien Plattenrand hin abnimmt. Die absoluten Werte der Betonstauchungen bis maximal $\varepsilon \approx -1,5\%$ sind relativ gering, so dass ein Biegeversagen der Betondruckzone ausgeschlossen werden kann.

5.4.1.4 Dehnungen in der Bewehrung

Die gemessenen Dehnungen in der Biegezugbewehrung der Durchstanzversuche ohne Schubbewehrung sind in Bild 5.15a) anhand der Messwerte bei Höchstlast von Versuch E3 dargestellt, die Anordnung der Messstellen ist in Bild 5.15b) angegeben. An jedem der sechs dargestellten Stäbe wurden jeweils drei DMS in einem Abstand von 15 cm gemessen, um die Gradiente der Stahldehnungen im Stützbereich zu erfassen. Aufgetragen sind drei Arten von Bewehrungsstäben:

- Stützenanschlussbewehrung, die von der Platte in die Stütze abgebogen wurde (Messstellen SAX).
- Gurtbewehrung, die *im* Stützstreifen verlief und am freien Plattenrand durch Steckbügel verankert wurde (Messstellen SGX).
- Biegezugbewehrung, die *neben* dem Stützstreifen verlief und am freien Plattenrand durch Steckbügel verankert wurde (Messstellen SOX).

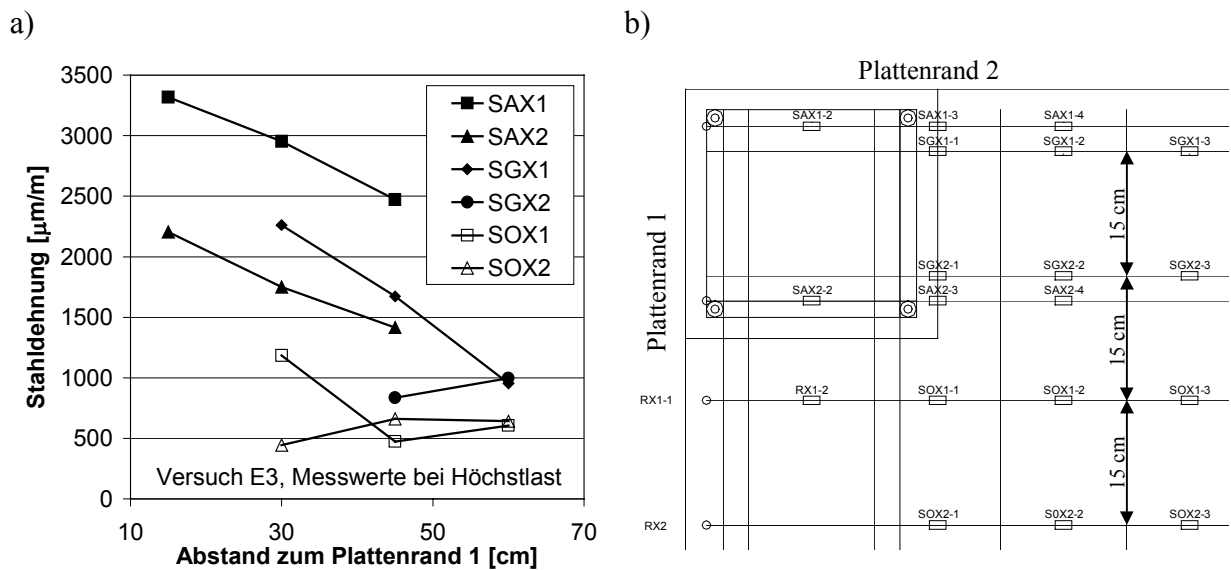


Bild 5.15 Dehnungen der Biegezugbewehrung bei Versuch E3: a) Messwerte bei Höchstlast in Abhängigkeit vom Abstand zum Plattenrand, b) Anordnung der Messstellen

In Bild 5.15a) sind zwei Dehnungsgradienten zu erkennen, einerseits die Gradiente entlang der einzelnen Stäbe mit wachsendem Abstand vom Plattenrand 1, welche die Abnahme des Plattenmomentes veranschaulicht, andererseits die Gradiente von Stab zu Stab mit wachsendem Abstand vom Plattenrand 2, welche die Beteiligung der einzelnen Stäbe an der Übertragung des Stützenanschlussmomentes in die Platte sichtbar werden lässt.

Die höchsten Dehnungen traten in der Stützenanschlussbewehrung SAX auf, wobei der Stab SAX1 die Streckgrenze des Stahles $\varepsilon_y \approx 2,6\%$ mit Werten bis $\varepsilon_s \approx 3,3\%$ deutlich überschritten hat. Die geringsten Dehnungen traten in der Zugbewehrung SOX neben dem Stützstreifen auf, dazwischen liegen die Werte der Gurtbewehrung SGX im Stützstreifen. Diese Unterschiede werden durch die Verankerung der Stäbe und die Lage der Stäbe verursacht. Die Stä-

be SAX1/SGX1 bzw. SAX2/SGX2 liegen jeweils relativ nahe beieinander. Die stärkere Aktivierung der Stäbe SAX ist indes auf deren bessere Verankerung und Kraftweiterleitung zurückzuführen, da diese in die Stütze abgebogen sind.

Die Stäbe SGX und SOX sind gleichartig verankert, die Aktivierung der Stäbe nimmt jedoch mit wachsendem Abstand vom Plattenrand 2 ab. Wie das Fachwerkmodell in Bild 8.1 (Abschnitt 8.2) zeigen wird, wirken die Stäbe SGX im Stützenstreifen als echte Biegebewehrung, d. h. sie können ihre Zugkraft über eine vertikal geneigte Druckstrebe direkt in die Stütze ableiten. Demgegenüber erfolgt die Weiterleitung der Verankerungskräfte der Bewehrungsstäbe SOX neben dem Stützstreifen zunächst über horizontale Druckstreben in den Stützstreifen, bevor dort eine Kraftweiterleitung in die Stütze erfolgt. Bei der horizontalen Weiterleitung der Verankerungskräfte in den Stützstreifen handelt es sich um einen Torsionsmechanismus, bei der vertikalen Kraftweiterleitung im Stützstreifen um einen Biegemechanismus. Die gemessenen Stahldehnungen geben daher Aufschluss darüber, welcher Anteil des Stützenanschlussmomentes über Biegung bzw. Torsion in der Platte abgetragen wird. Dabei stellt sich die Höhe der Stahldehnungen nach der Steifigkeit der Kraftweiterleitung ein, die wiederum durch die angeführten Parameter Verankerung und Lage des Stabes beeinflusst wird. Im vorliegenden Versuch zeigt sich, dass die Stäbe SOX neben dem Stützstreifen deutlich weniger Kräfte übertragen haben als die Stäbe SGX im Stützstreifen (Bild 5.15a), so dass die Übertragung des Stützenmomentes überwiegend durch Biegung in der Platte erfolgte. Diese Zusammenhänge werden in Abschnitt 9.2 ausführlich weiter verfolgt.

Die Gradienten des Biegemomentes kann wiederum anhand der Dehnungsgradienten entlang der Bewehrungsstäbe mit wachsendem Abstand vom Plattenrand 1 veranschaulicht werden. Entsprechend der hohen Querkraftbeanspruchung zeigen die Kurven einen zügigen Abfall der Dehnungen und des Plattenmomentes.

Die Dehnungen in zwei Steckbügeln RX am freien Plattenrand neben der Stütze sind in Bild 5.16 dargestellt. Die Bügel dienen zur Sicherung des freien Plattenrandes sowie zur Verankerung der Stäbe SOX1 und SOX2. Die Anordnung der Messstellen ist in Bild 5.15b) dargestellt. Der stützennähere Bügel RX1-1 wird ab einem Lastniveau $V \approx 100$ kN kontinuierlich aktiviert. Der Prozess der Aktivierung fällt mit der Bildung von Torsionsrissen am freien Plattenrand ab $V \approx 100$ kN zusammen (vgl. Abschnitt 5.4.1.2), d. h. der Bügel wirkt als Torsionsbewehrung. Deutlich später ab $V \approx 190$ kN wird auch der weiter von der Stütze entfernt liegende Bügel RX2 aktiviert. Dies deutet auf eine Ausbreitung der Torsionsrisse mit zunehmender Beanspruchung hin. Die Bügeldehnungen bei Höchstlast von etwa $\varepsilon \approx 1\%$ unterstreichen die Bedeutung einer Verbügelung zur Sicherung des freien Plattenrandes, wie sie in zahlreichen Bemessungsnormen gefordert wird (vgl. Abschnitt 2.4). Gleichzeitig wird deutlich, dass die Bügel als versteckte Schubbewehrung wirken, die bei der Bemessung i. d. R. nicht berücksichtigt wird.

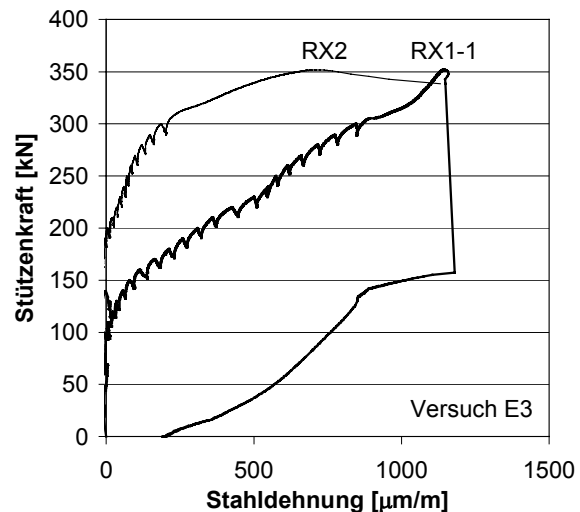


Bild 5.16 Dehnungen in den Randbügeln (Versuch E3)

5.4.2 Durchstanzversuche mit Schubbewehrung

Die nachfolgende Auswertung bezieht sich auf die Versuche E2, E4 und E5 mit Schubbewehrung, deren Hauptergebnisse in Tabelle 5.3 zusammengestellt sind. Ausführungen, die nicht besonders gekennzeichnet sind, gelten für alle drei Durchstanzversuche.

5.4.2.1 Last-Verformungsverhalten

Die Bilder 5.17a) bis 5.17c) zeigen die Stützenkraft und das Stützmoment in Abhängigkeit von der Stützenfußverschiebung für die Versuche E2, E4 und E5. Die Stützenkraftverläufe der Versuche sind in Bild 5.17d) direkt einander gegenübergestellt. Man erkennt in Bild 5.17d), dass die Versuche E4 und E5, die sich nur in der Länge des schubbewehrten Bereiches l_s unterscheiden, bis $V \approx 380$ kN ein praktisch identisches Tragverhalten aufweisen, was erneut die hohe Reproduzierbarkeit der Versuche in dem Versuchsstand belegt. Während in Versuch E5 ($l_s/d = 2,5$) bei $V = 383$ kN ein sprödes Durchstanzversagen eintrat, ließ sich die Belastung bei Versuch E4 dank des längeren schubbewehrten Bereiches ($l_s/d = 3,3$) weiter steigern. Auffällig ist, dass das Versagen bei Versuch E4 weniger spröde eintrat, was durch die Art der Rissbildung erklärt werden kann (Abschnitt 5.4.2.2). Bei Versuch E2 verläuft die Last-Verschiebungskurve aufgrund des geringeren Bewehrungsgrades im Stützbereich ($\rho_1 = 1,28\%$) weniger steil als bei den Versuchen E4 und E5 ($\rho_1 = 1,56\%$). Das gemessene Stützmoment weist bei Versuch E2 im Bereich der Höchstlast ein Plateau auf, d. h. die Momentenkapazität der Verbindung war vor Erreichen der Durchstanzlast erschöpft und das Stützmoment lagerte sich in den Feldbereich um. In einem statisch bestimmten Versuchsaufbau wäre daher ein vorzeitiger Bruch auf einem Lastniveau $V \approx 310$ kN entsprechend etwa 94 % der gemessenen Durchstanzlast eingetreten. Bei den Versuchen E4/E5 war aufgrund der kräftigen Anschlussbewehrung (je 2×3 Stäbe $d_s = 20$ mm) kein Momentenplateau zu verzeichnen.

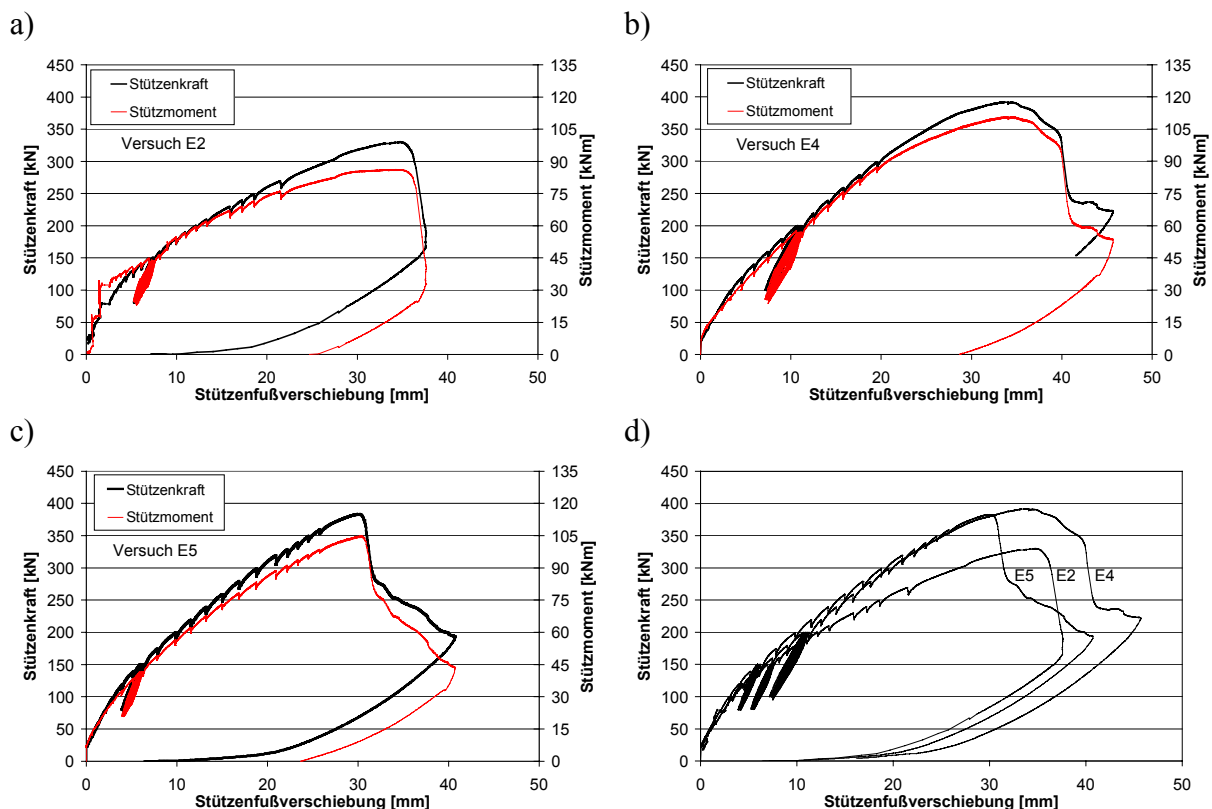


Bild 5.17 Tragverhalten der Durchstanzversuche: a) Stützenkraft und Stützmoment in Abhängigkeit von der Stützenfußverschiebung für Versuch E2, b) dto. für Versuch E4, c) dto. für Versuch E5, d) direkter Vergleich der Stützenkräfte

5.4.2.2 Rissentwicklung und Versagensart

Die Rissentwicklung der Durchstanzversuche E2, E4 und E5 mit Schubbewehrung ist in Bild 5.18 anhand der Ergebnisse von Versuch E4 dargestellt. Die prinzipiell gleichartigen Rissbilder der Versuche E2 und E5 sind in Anhang C enthalten. Man erkennt in Bild 5.18c), dass sich am freien Plattenrand ausgehend vom letzten Schubbewehrungselement in der Betondruckzone ein geneigter Schubriss ausgebildet hat. Die Versagensart in den Versuchen mit Schubbewehrung war somit nicht Durchstanzen im stützennahen Bereich, sondern Schubversagen außerhalb des schubbewehrten Bereiches.

Bild 5.18b) veranschaulicht den Verlauf des Schubrisses in der Druckzone, der nicht vollständig viertelkreisförmig ist. Vielmehr verläuft der Riss in der Druckzone nur leicht gekrümmt, so dass sein Abstand zur Stützenkante an den freien Plattenrändern etwas größer ist als auf der Diagonalen, wo er auch etwas in den schubbewehrten Bereich hineinläuft. In der Zugzone zeigte sich hingegen ein im wesentlichen viertelkreisförmiger Verlauf des Schubrisses (Bild 5.18a).

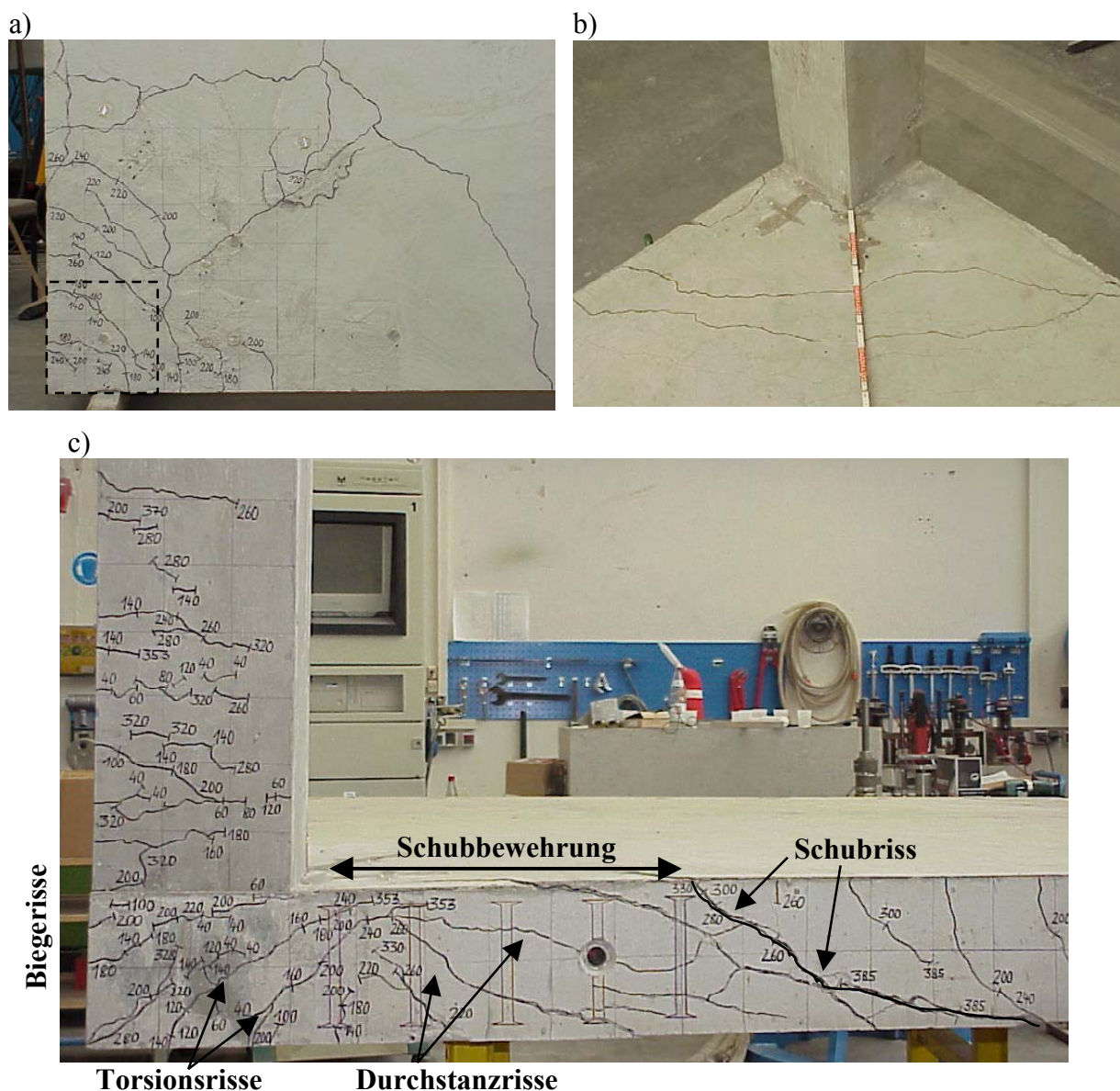


Bild 5.18 Rissbild des Durchstanzversuches E4: a) Ansicht des Durchstanzkegels, b) Risse Biegedruckzone, c) Rissentwicklung am freien Plattenrand

Die Entwicklung der Risse an den freien Plattenrändern im Stützbereich ist in Bild 5.18c) dargestellt. Aufgrund der komplexen Lastübertragung bildeten sich in der Eckstützen-Plattenverbindung vier Arten von Rissen, nämlich Biegezug-, Torsions-, Durchstanz- und Schubrisse. Die Torsionsrisse laufen ab $V \approx 120$ kN von der freien Plattenecke diagonal in den schubbewehrten Bereich hinein und reichen bei Höchstlast fast über die gesamte Querschnittshöhe. Die konstruktive Ausbildung der Verbindung mit Randverbügelung, gut verankerter Längsbewehrung und Schubbewehrung verhindert jedoch ein Torsionsversagen. Darüber hinaus klingen die Torsionsrisse mit wachsendem Abstand von der Stütze zügig ab und sind nur bis zum zweiten Doppelkopfbolzen auszumachen. Weiterhin treten ab $V \approx 330$ kN im schubbewehrten Bereich Durchstanzrisse auf, die etwa senkrecht zu den Torsionsrissen verlaufen und wirksam durch die Schubbewehrung zusammengehalten werden.

Schließlich ist außerhalb der Schubbewehrung der für das Versagen maßgebende Schubriss zu erkennen. Die Entwicklung der maßgebenden Schubrisse am freien Plattenrand war bei den Versuchen mit $l_s/d = 2,5$ (E2, E5) bzw. $l_s/d = 3,3$ (E4) unterschiedlich. Bei Versuch E4 war ab ca. 80 % der Höchstlast bereits der spätere Versagensriss am freien Plattenrand sichtbar und pflanzte sich schräg zum Inneren der Platte fort. Das Risswachstum setzte sich auch nach Überschreiten der Höchstlast fort und war mit einer stabilen Abnahme der aufnehmbaren Last verbunden, bevor schließlich ein sprödes Versagen eintrat. Bei den Versuchen E2 und E5 war der spätere Versagensriss am freien Plattenrand hingegen erst unmittelbar vor Erreichen der Höchstlast zu erkennen und führte zügig zu einem spröden Versagen. Der Riss bildete sich hierbei offenbar fast gleichzeitig entlang der gesamten späteren Versagensfläche. Dies war bei Versuch E4 aufgrund des größeren schubbewehrten Bereiches nicht möglich, so dass bei Erreichen der Höchstlast bereits einige Bereiche der Versagensfläche durch Rissbildung lokal entfestigt waren, d. h. der gedachte „Rundschnitt“ außerhalb des schubbewehrten Bereiches konnte nicht vollständig aktiviert werden.

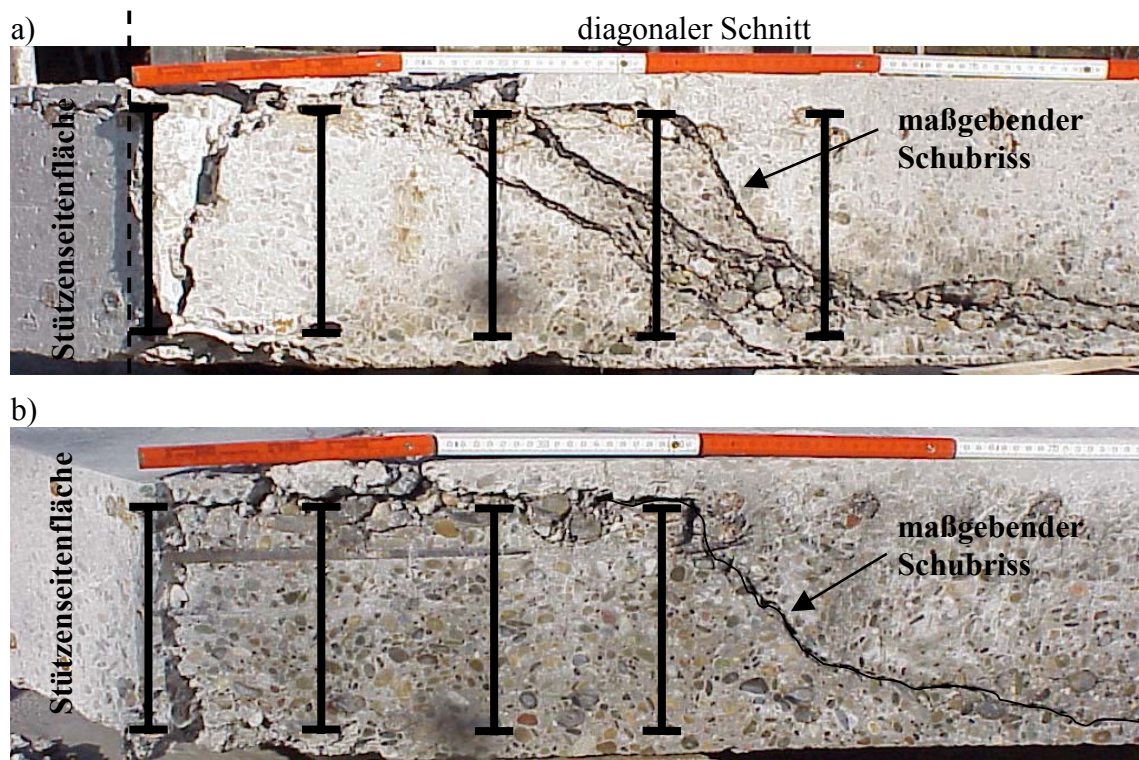


Bild 5.19 Diagonaler Sägeschnitt: a) Versuch E4, b) Versuch E5

Bild 5.19 zeigt einen Sägeschnitt durch die Platten E4 und E5 entlang einer Stützensseitenfläche und der Plattendiagonalen. Bei Versuch E4 ($l_s = 3,3d$) sind innerhalb des bolzenbewehrten

Bereiches drei Schubrisse zu erkennen, von denen der außen liegende zum Versagen führte, bei Versuch E5 ($l_s = 2,5d$) treten im bolzenbewehrten Bereich keine Schubrisse auf, sondern der Versagensriss läuft bis zum oberen Bolzenkopf des vierten, äußersten Bolzens. Auffällig ist, dass der Versagensriss bei Versuch E4 ebenfalls am oberen Bolzenkopf des vierten Bolzens endet, obwohl bei E4 ein weiterer, fünfter Bolzen vorhanden ist, der den Versagensriss kreuzt. Die Ursache hierfür ist wiederum in der Entwicklung des Versagensrisses zu suchen. Während sich dieser bei Versuch E5 praktisch simultan entlang der gesamten Versagensfläche ausbildete, trat bei E4 ein Risswachstum mit geringer Krümmung vom freien Plattenrand zur Plattendiagonalen auf. Dabei war der fünfte Bolzen auf der Diagonalen nicht in der Lage, den Rissfortschritt umzulenken, so dass der Versagensriss bei Versuch E4 die Bolzen auf der Diagonalen kreuzt.

5.4.2.3 Dehnungen in der Schubbewehrung

Da das Versagen bei den Durchstanzversuchen E2, E4 und E5 mit Schubbewehrung außerhalb des schubbewehrten Bereiches auftrat, können die Dehnungen der Schubbewehrung nur bedingt Auskunft über das Tragverhalten geben. Insbesondere bei den Versuchen E4 und E5, deren Doppelkopfbolzen für eine gegenüber der gemessenen Versagenslast ca. 20 % höhere Durchstanzlast im inneren Rundschnitt bemessen waren, traten bei Höchstlast nur mäßige Bolzendehnungen bis ca. 1,0 ‰ auf, da der Beton innerhalb des schubbewehrten Bereiches relativ geringe Schubrisse bildete (vgl. Abschnitt 5.4.2.2).

Interessanter als die absolute Höhe der Dehnungen ist die unterschiedliche Entwicklung der Dehnungen im stütznahen bzw. stützenfernen Bereich. Bild 5.20 zeigt eine Gegenüberstellung der Dehnungen des ersten und des letzten Bolzens auf der y-Achse in Abhängigkeit von der Stützenlast bei den Versuchen E4 und E5. Der erste (stütznah) Bolzen wird ab $V \approx 150$ kN aktiviert und nimmt ab $V \approx 200$ kN zunehmend und kontinuierlich Kräfte auf, bis er bei Höchstlast eine Dehnung $\varepsilon \approx 0,9$ ‰ erreicht. Nach Überschreiten der Höchstlast geht seine Dehnung zurück, d. h. die Risse im stütznahen Bereich schließen sich wieder. Der letzte Bolzen am Ende des schubbewehrten Bereiches wird hingegen erst ab $V \approx 250$ kN aktiviert, wobei die Dehnungszunahme zunächst gering bleibt. Kurz vor Erreichen der Höchstlast tritt jedoch eine schlagartige Dehnungszunahme ein, an deren Ende der letzte Bolzen etwa genauso beansprucht ist wie der erste Bolzen. In dieser Phase dringen die Schubrisse, die sich am Ende des schubbewehrten Bereiches gebildet haben, in den schubbewehrten Bereich ein und die Schubrisse öffnen sich, so dass die Bolzenbeanspruchung auch nach Überschreiten der Höchstlast weiter zunimmt.

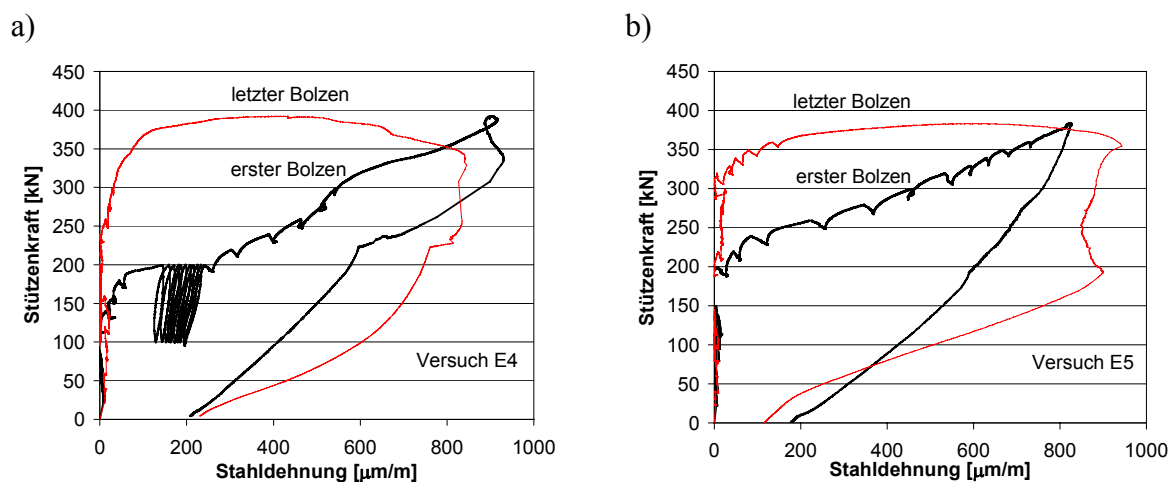


Bild 5.20 Vergleich der Dehnungen des ersten (stütznahen) und des letzten Bolzens auf der y-Achse: a) Versuche E4, b) Versuch E5

Die Gegenüberstellung belegt, dass die Bolzen unterschiedliche Tragmechanismen aufweisen. Während der erste Bolzen in einem breiten Last- und Verformungsbereich die Ausbreitung von Schubrisen verhindert, ist die Beanspruchung des letzten Bolzens eine Begleiterscheinung des Schubversagens außerhalb, das der Bolzen nicht wirksam beeinflussen kann.

Bild 5.21a) zeigt die Dehnungen der stütznahen Schubbügel im Abstand $0,5d$ von der Stütze bei Versuch E2 für verschiedene Laststufen, die Anordnung der Bügelmessstellen ist in Bild 5.21b) dargestellt. Die Bügelquerschnitte ($d_s = 8$ mm) waren bei diesem Versuch relativ schwach bemessen, so dass im Bereich der Höchstlast hohe Dehnungswerte bis zur Fließdehnung $\varepsilon_y \approx 2,6$ ‰ auftraten. Da die Fließgrenze jedoch nur lokal an der einspringenden Stützenecke (Stab BD1) erreicht wurde, war die Tragkapazität im stütznahen Bereich noch nicht ausgeschöpft, so dass schließlich ein Versagen außerhalb des schubbewehrten Bereiches auftrat. Interessant ist die Dehnungsverteilung der Bügel, da sie im gerissenen Beton Aufschluss über die Verteilung der Schubspannungen um die Stütze herum gibt. Man erkennt in Bild 5.21a), dass in den Laststufen ab $V = 300$ kN eine deutliche Dehnungsgradiente auftritt. Die maximale Bügeldehnung tritt an der einspringenden Stützenecke auf der Plattendiagonalen (Stab BD1) auf, die minimalen Bügeldehnungen wurden an den Stäben nahe des freien Plattenrandes (Stäbe BY1 und BX1) gemessen, dazwischen liegen die Werte der auch geometrisch in der Mitte liegenden Stäbe BY2 und BX2. Es liegt somit eine Gradiente der Dehnungen von der einspringenden Stützenecke zum freien Plattenrand hin vor. Dieser Verlauf stimmt näherungsweise mit dem Ansatz einer linearen Schubspannungsverteilung im stütznahen Bereich überein (vgl. Abschnitt 2.3.3).

Dieses Ergebnis ist insbesondere für die Bemessung der Schubbewehrung bei Rand- und Eckstützen von Bedeutung. Aufgrund der ungleichmäßigen Dehnungsverteilung, die sich aus der ungleichmäßigen Verteilung der Schubspannungen bei Momentenübertragung ergibt, können nicht alle Stäbe der Schubbewehrung vollständig zur Übertragung der vertikalen Stützenkraft angesetzt werden. Technisch sinnvoll wäre daher eine Staffelung der Schubbewehrung von der einspringenden Stützenecke zum freien Plattenrand hin, was in der Praxis jedoch kaum Anwendung finden wird. Daher ist bei einheitlichen Stabdurchmessern der maßgebende Durchmesser anhand des Stabes an der einspringenden Stützenecke (hier: BD1) unter Berücksichtigung der Momentenbeanspruchung oder zumindest unter Ansatz eines Lasterhöhungsfaktors zu ermitteln, was jedoch zu einer Überbemessung der übrigen Stäbe führt. Die Bemessung der Schubbewehrung wird in Abschnitt 8.4.3 weiter behandelt.

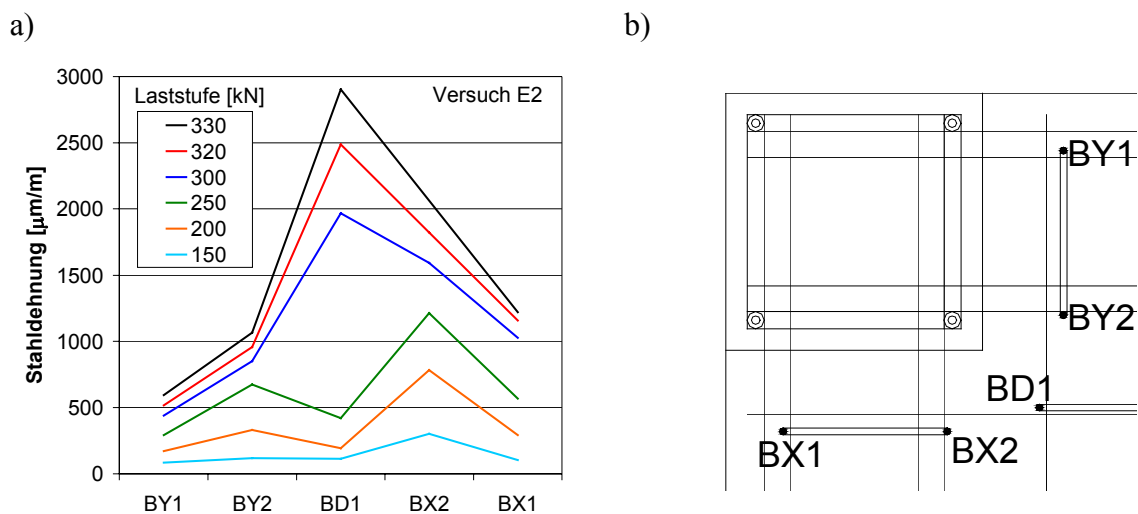


Bild 5.21 Versuch E2: a) Dehnungsgradiente in den stütznahen Bügeln bei verschiedenen Laststufen, b) Anordnung der Messstellen

5.4.2.4 Dehnungen in der Längsbewehrung

Die gemessenen Dehnungen in der Biegezugbewehrung der Durchstanzversuche E2, E4 und E5 mit Schubbewehrung sind in Bild 5.22 anhand der Messwerte bei Höchstlast dargestellt, die Anordnung der Messstellen ist in Bild 5.22d) angegeben. An jedem der drei dargestellten Stäbe wurden jeweils zwei bzw. drei DMS in einem Abstand von 15 cm gemessen. Aufgetragen sind zwei Arten von Bewehrungsstäben:

- Stützenanschlussbewehrung, die von der Platte in die Stütze abgebogen wurde (Messstellen SAX).
- Biegezugbewehrung, die neben dem Stützstreifen verlief und am freien Plattenrand durch Steckbügel verankert wurde (Messstellen SOX).

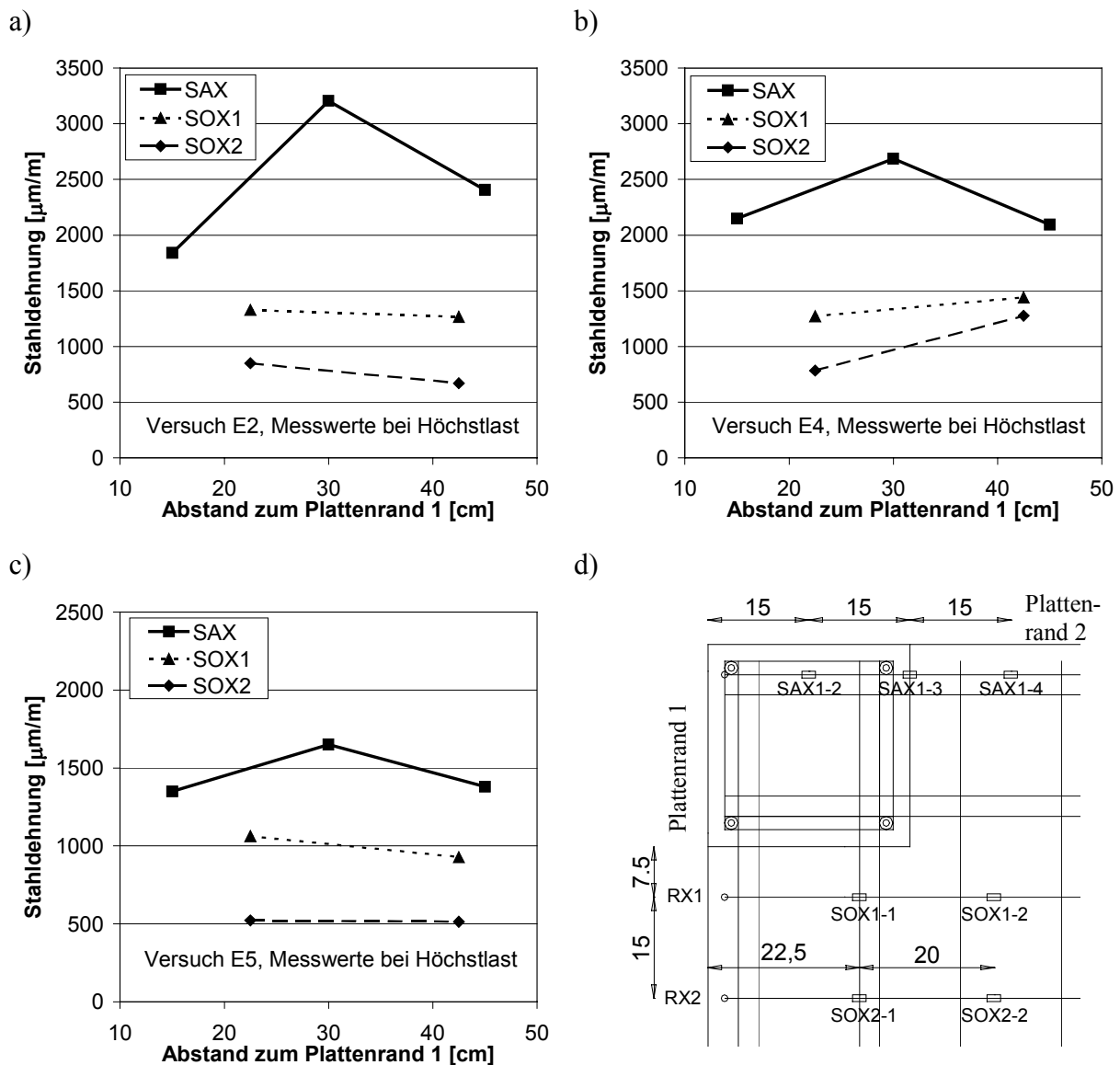


Bild 5.22 Dehnungen der Biegezugbewehrung bei Höchstlast in Abhängigkeit vom Abstand zum Plattenrand 1: a) Versuch E2, b) Versuch E4, c) Versuch E5, d) Anordnung der Messstellen

Die Messstellen SAX an der Stützenanschlussbewehrung zeigen eine Dehnungsgradient in Stablängsrichtung. Bei allen drei Versuchen tritt die maximale Stahldehnung im Abstand $a = 30$ cm vom Plattenrand 1, d. h. an der Stützenkante auf (Messstelle SAX1-3). Bei Versuch E2

kam die Anschlussbewehrung an dieser Stelle ins Fließen, was die Ausbildung des Momentenplateaus bei Versuch E2 im Bereich der Höchstlast erklärt (vgl. Abschnitt 5.4.2.1). Mit wachsendem Abstand vom Plattenrand 1 nimmt die Stahldehnung zügig ab, was auf eine relativ steile Momentengradiente und hohe Querkräfte in der Platte hindeutet.

Darüber hinaus ist bei allen Versuchen eine Dehnungsgradiente von Stab zu Stab mit wachsendem Abstand vom Plattenrand 2 zu erkennen, welche die Beteiligung der einzelnen Stäbe an der Übertragung des Stützenanschlussmomentes in die Platte sichtbar werden lässt. Dabei ist festzustellen, dass sich die mittleren Dehnungen von Stab SAX zu Stab SOX1 und von Stab SOX1 zu Stab SOX2 jeweils näherungsweise halbieren, so dass das Dehnungsniveau von Stab SOX2 nur noch etwa 25 % dessen der Anschlussbewehrung SAX beträgt. Die Ursache für diese Gradienten ist zunächst die bessere Verankerung der abgebogenen Stäbe SAX gegenüber den Stäben neben der Stütze SOX1 und SOX2. Darüber hinaus wurde in Abschnitt 5.4.1.4 gezeigt, dass die Weiterleitung der Verankerungskräfte der Bewehrungsstäbe SOX neben dem Stützstreifen zunächst über horizontale Druckstreben in den Stützstreifen erfolgt (Torsionsmechanismus), bevor dort eine vertikale Kraftweiterleitung in die Stütze einsetzt. Insoweit ist die Abnahme der Stahldehnungen mit wachsendem Abstand von der Stütze auch eine Folge der abnehmenden Steifigkeit der Weiterleitung der Verankerungskräfte in die Stütze. Der Zusammenhang zwischen der Lage und Aktivierung der Längsbewehrung einerseits und der Torsionsbeanspruchung der Platte andererseits wird in Abschnitt 9.2 weiter verfolgt.

5.4.2.5 Dehnungen in den Randbügeln

Die Dehnungen in zwei Steckbügeln RX am freien Plattenrand neben der Stütze sind in Bild 5.23 dargestellt. Die Bügel dienen zur Sicherung des freien Plattenrandes sowie zur Verankerung der Stäbe SOX, die Anordnung der Messstellen ist in Bild 5.22d) dargestellt. Der stützennähere Bügel RX1 wird ab einem Lastniveau $V \approx 120$ kN kontinuierlich aktiviert. Der Prozess der Aktivierung fällt mit der Bildung von Torsionsrissen am freien Plattenrand ab $V \approx 120$ kN zusammen (vgl. Abschnitt 5.4.2.2), d. h. der Bügel wirkt als Torsionsbewehrung. Die hohen Bügeldehnungen bis etwa $\varepsilon \approx 1,6$ ‰ unterstreichen die Bedeutung einer Verbügelung zur Sicherung des freien Plattenrandes, wie sie in zahlreichen Bemessungsnormen gefordert wird (vgl. Abschnitt 2.4).

Deutlich später ab $V \approx 270$ kN wird auch der weiter von der Stütze entfernt liegende Bügel RX2 aktiviert, dessen Dehnungen jedoch deutlich kleiner bleiben als bei RX1. Dies deutet auf eine rasche Abnahme der Torsionsbeanspruchung mit wachsendem Abstand von der Stütze hin, wie sie auch aus den Dehnungen der Längsbewehrung erkennbar war.

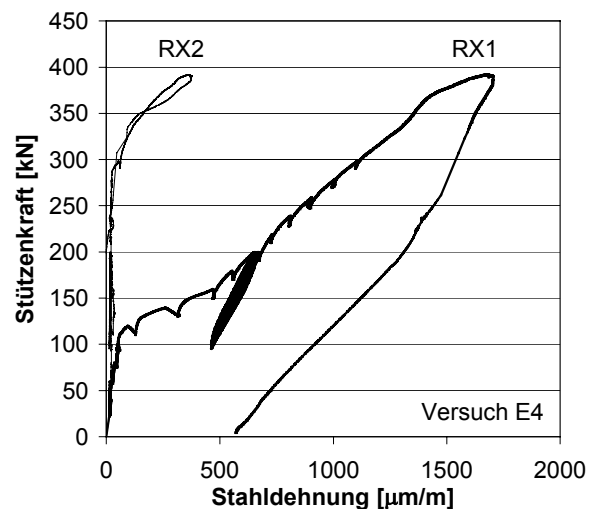


Bild 5.23 Dehnungen in den Randbügeln (Versuch E4)

6 Durchstanzversuche der RWTH Aachen an Randstützen

Im Rahmen des gemeinsamen DFG-Forschungsprojektes zum Durchstanzen im Bereich von Rand- und Eckstützen sowie eines entsprechenden AiF-Projektes wurden am Institut für Masivbau der RWTH Aachen Durchstanzversuche an Randstützen-Plattenverbindungen durchgeführt. Die Versuche an Randstützen in Aachen und an Eckstützen in Stuttgart (vgl. Abschnitt 5) wurden so aufeinander abgestimmt, dass sie möglichst miteinander vergleichbar waren. Wie in Stuttgart wurde in Aachen eine Plattendicke $h = 23$ cm und eine quadratische Stütze mit einer Seitenlänge $c = 30$ cm geprüft. Der statisch unbestimmte Versuchsaufbau wurde ebenfalls analog zu demjenigen für Eckstützen (vgl. Bild 5.7 in Abschnitt 5) ausgelegt und ist in Bild 6.1 für einen Versuch an einer Zwischengeschossdecke (Stütze nach oben und nach unten) dargestellt. Die Belastung wurde zwar nicht weggesteuert auf den Stützenfuß, sondern kraftgesteuert auf die Plattenoberseite aufgebracht, die Lastverteilung um die Stütze herum war jedoch identisch.

Tabelle 6.1 zeigt die Hauptparameter und die Ergebnisse der für diese Arbeit relevanten Durchstanzversuche der RWTH Aachen an Randstützen, darüber hinaus wurden noch weitere Durchstanzversuche mit Vorspannung ohne Verbund durchgeführt. Durchführung und Ergebnisse der Durchstanzversuche sind ausführlich in Hegger, Tuchlinski (2001) beschrieben, die relevanten Daten der Versuche sind in der Versuchsdatenbank (vgl. Abschnitt 3 und Anhang A) enthalten.

Nachfolgend werden jeweils für einen Versuch ohne und mit Schubbewehrung die Entwicklung bzw. die Besonderheiten des Durchstanzversagens bei Randstützen vorgestellt und diskutiert.

Versuch	f_c	ρ_l	Schub- bew.	l_s/d	V_u	M_u	$e=M/V$	Versagens- art ⁵⁾
	[MPa]	[%]		[%]	[kN]	[kNm]	[m]	
P1	35,1	0,85	-	-	425	67	0,157	innen
P2	25,7	1,09	Bügel	2,0	501	81	0,162	außen
P3 ¹⁾	31,4	1,09	Bügel	3,0	598	114	0,191	innen
P4 ²⁾	20,7	1,25	Bügel	3,0	568	113	0,199	innen
P5 ³⁾	35,3	1,26	Bügel	3,0	1006	138	0,137	innen
P6 ⁴⁾	29,1	1,52	Bügel	3,0	1128	95	0,084	innen
¹⁾ Anschlussbewehrung durch vertikale Schlaufen ²⁾ Anschlussbewehrung durch horizontale Schlaufen ³⁾ Deckenüberstand am freien Plattenrand 45 cm ⁴⁾ Deckenüberstand am freien Plattenrand 90 cm ⁵⁾ „innen“ = Durchstanzen im stützennahen Bereich „außen“ = Durchstanzen außerhalb des schubbewehrten Bereiches							Alle Versuche: d = 23 cm	

Tabelle 6.1 Hauptparameter und Ergebnisse der Durchstanzversuche

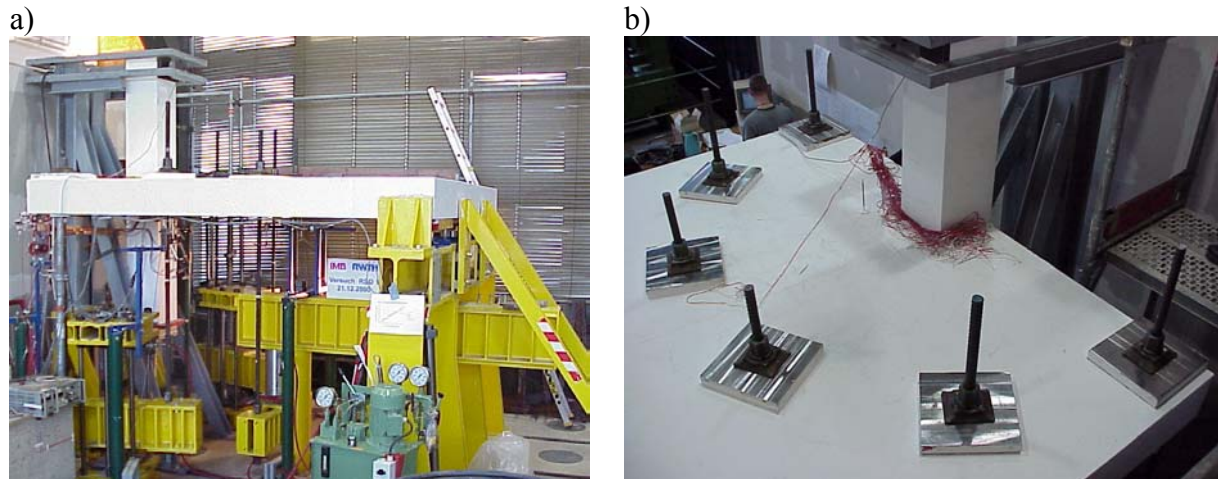


Bild 6.1 Aufbau für Durchstanzversuche an Randstützen (Hegger, Tuchlinski 2001)

6.1 Durchstanzversagen ohne Schubbewehrung

Im Durchstanzversuch P1, der ohne Schubbewehrung ausgeführt wurde, trat ein Durchstanzversagen mit Ausbildung des in Bild 6.3 dargestellten typischen Bruchkegels auf. Die Bruchlast sowie die Entwicklung ausgewählter Betonstauchungen und Stahldehnungen werden in Abschnitt 7.5 einer nichtlinearen Finite-Elemente-Analyse gegenübergestellt und analysiert.

An dieser Stelle soll jedoch auf den Bruchprozess, d. h. auf die Entwicklung des Durchstanzrisses mit zunehmender Belastung eingegangen werden. Zu diesem Zweck ist in Bild 6.2 die während des Versuches gemessene Änderung (Zunahme) der Plattendicke in Abhängigkeit von der Stützenkraft V aufgetragen. Die Messstelle befand sich an der inneren Stützenecke wenige Zentimeter neben der Stützenkante. Man erkennt in Bild 6.2, dass bereits ab einer Stützenkraft $V \approx 70$ kN eine Zunahme der Plattendicke zu verzeichnen war, die sich bis zu einer Last $V \approx 350$ kN kontinuierlich fortsetzte. In dieser Phase sorgte die Bildung von Biegerissen für eine gewisse Aufweitung der Platte. Bei einer Stützenkraft $V \approx 350$ kN (≈ 80 % der Höchstlast) trat eine schlagartige Zunahme der Plattendicke um etwa 0,05 mm auf. Dieses Ereignis ist ein klares Indiz für das Entstehen des Durchstanzkegels im Bereich der Stützenecke. Im weiteren Verlauf nahm die Plattendicke deutlich schneller zu, wobei jedoch die Belastung trotz des vorhandenen Durchstanzrisses weiter gesteigert werden konnte. In dieser Phase stellte sich im Inneren der Platte ein stabiles Risswachstum ein, in dessen Verlauf sich der Durchstanzriss zur Biegedruckzone sowie zum freien Plattenrand hin fortpflanzte. Mit dem Durchdringen des Risses durch die Biegedruckzone sowie an den freien Plattenrand bei $V \approx 430$ kN wurde die Zunahme der Plattendicke instabil und nahm unter kaum ansteigender Belastung sehr stark zu, bis kurz darauf das Durchstanzversagen ($V_u = 436$ kN) eintrat.

Diese Messungen und Beobachtungen während des Versuches verdeutlichen den Charakter des Durchstanzversagens, der durch ein stabiles Wachstum des Durchstanzrisses bereits deutlich vor Erreichen des Höchstlast gekennzeichnet ist. Die Analyse des Versagensprozesses wird für Eckstützen in Abschnitt 7.3.2 weitergeführt, um darauf aufbauend den Zusammenhang zwischen dem Risswachstum und dem Maßstabeffekt (Abschnitt 7.2.2) bzw. der Bruchenergie des Betons (Abschnitt 7.3.3.1) beim Durchstanz zu diskutieren.

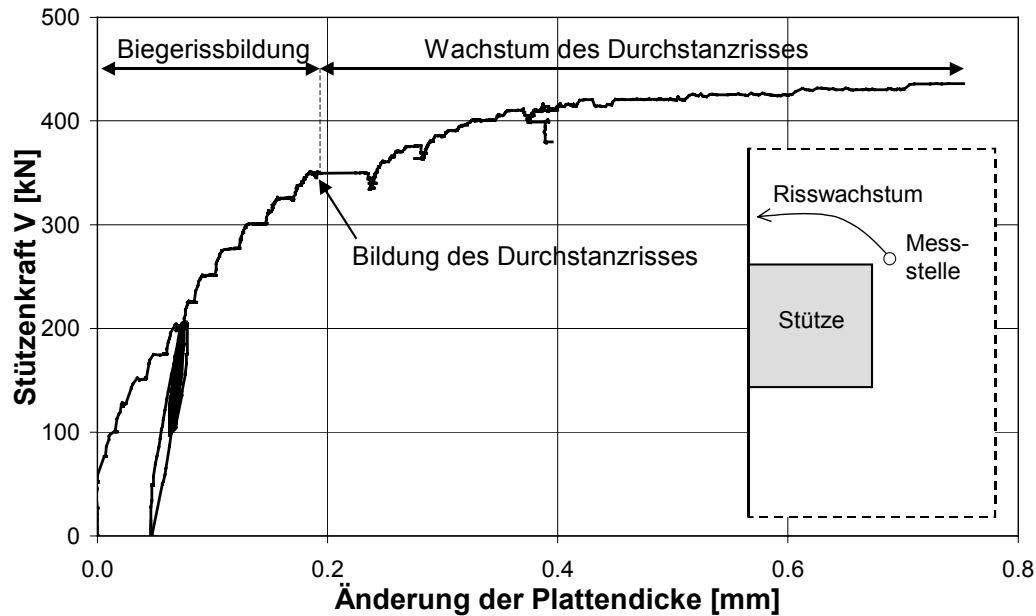


Bild 6.2 Entwicklung der Plattendicke bei zunehmender Stützenkraft



Bild 6.3 Durchstanzriss in einem Sageschnitt senkrecht zum freien Plattenrand

6.2 Durchstanzversagen außerhalb des schubbewehrten Bereiches

Der Durchstanzversuch P2 wurde mit Bügeln als Schubbewehrung ausgeführt, die bezogene Länge des schubbewehrten Bereiches betrug $l_s/d = 2,0$. Fotos der Versagensbilder dieses Versuchs sind in Bild 6.4 dargestellt. Man erkennt in Bild 6.4a), dass das Versagen in Versuch P2 außerhalb des schubbewehrten Bereiches eingetreten ist, obwohl die Schubbewehrung über einen größeren Bereich verteilt wurde als bisher nach DIN 1045 ($l_s/d = 1,5$) erforderlich ist. Der schubbewehrte Bereich wurde wirksam durch die vorhandene Bügelbewehrung gesichert. Dieses Versuchsergebnis verdeutlicht, dass der Tragfähigkeitsnachweis außerhalb des schubbewehrten Bereiches in vielen Fällen maßgebend für die Bemessung der Platten-Stützenverbindung sein kann. Allerdings wurden die bestehenden Ansätze für den Schubnachweis im äußeren Rundschnitt (vgl. Abschnitt 2.4) aus Untersuchungen an Innenstützen abgeleitet und auf Rand- und Eckstützen extrapoliert. Daher wird in Abschnitt 9.1 anhand theoretischer und numerischer Untersuchungen sowie unter Berücksichtigung von Versuchsergebnissen das Tragverhalten außerhalb des schubbewehrten Bereiches bei Rand- und Eckstützen analysiert.

Bild 6.4b) veranschaulicht, dass bei Durchstanzversuchen das Tragverhalten außerhalb des schubbewehrten Bereiches durch die Lasteinleitung beeinflusst werden kann, da die Abmessungen der Versuchskörper häufig begrenzt sind. In diesem Fall unterschätzt die im Versuch ermittelte Bruchlast die tatsächliche Bruchlast, d. h. die Versuchsergebnisse liegen auf der sicheren Seite. Dies ist bei der Beurteilung von Durchstanzversuchen mit Versagen außerhalb des schubbewehrten Bereiches zu berücksichtigen.

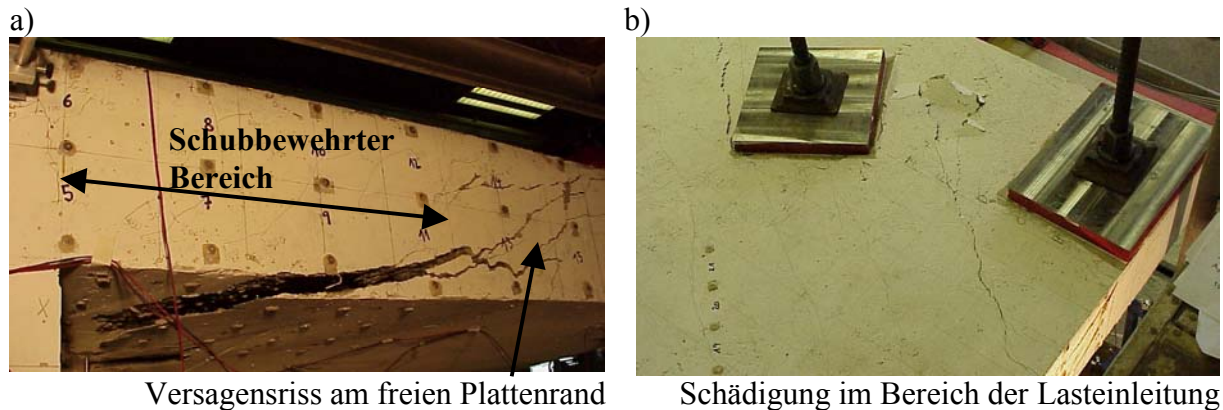


Bild 6.4 Versagen außerhalb des schubbewehrten Bereiches

6.3 Beurteilung der Durchstanzversuche in Stuttgart und Aachen

Die vorgestellten Durchstanzversuche an Eckstützen (Universität Stuttgart) und an Randstützen (RWTH Aachen) wurden in abgestimmten, prinzipiell gleichartigen Versuchsständen durchgeführt. Als Versuchskörper wurden Flachdeckenausschnitte entwickelt und geprüft, die statisch unbestimmt gelagert bzw. belastet wurden (vgl. Abschnitt 5.2). Auf diese Weise wurde ein optimaler Kompromiss zwischen aufwändigen Versuchen an Deckensystemen und vereinfachten Versuchen an statisch bestimmt gelagerten Deckenausschnitten erreicht, da:

- der Verlauf der Schnittgrößen im Stützbereich wirklichkeitsnah erfasst wurde;
- Schnittgrößenumlagerungen zwischen dem Stützbereich und dem Feldbereich ermöglicht wurden;
- praxisnahe Deckendicken ($h = 23 \text{ cm}$) bei begrenzten Plattenabmessungen geprüft wurden;
- in allen Versuchen ein Durchstanzversagen eintrat;
- die Versuche eine hohe Reproduzierbarkeit besitzen, was sich in einer geringen Streuung der Versuchsergebnisse äußert.

Die Durchstanzversuche schließen wesentliche Lücken in der bestehenden experimentellen Datenbasis (vgl. Abschnitt 3), insbesondere hinsichtlich des Tragverhaltens bei wirklichkeitsnahen Deckendicken sowie beim Durchstanzen im inneren und äußeren Rundschnitt von Flachdecken mit Schubbewehrung.

Darüber hinaus liefern die Durchstanzversuche wertvolle Informationen und Messwerte über den zeitlich-räumlichen Verlauf des Durchstanzversagens, die Entwicklung der Biege-, Schub- und Torsionsrisse sowie die Beteiligung der einzelnen Tragwerksbereiche an der Übertragung der Querkraft- und Momentenbeanspruchungen. Diese Detailinformationen dienen auch als wichtige Referenzwerte für die nachfolgenden numerischen Untersuchungen mit einem nichtlinearen Finite-Elemente-Programm.

7 Numerische Studie

Seit Ende der 80er Jahre wurden zum Durchstanzen von Flachdecken im Bereich von Rand- und Eckstützen keine grundsätzlich neuen oder wesentlich verbesserten Bemessungsmodelle entwickelt. Dies kann unter anderem damit begründet werden, dass die klassischen Methoden zur Entwicklung der Modelle weitgehend ausgereizt sind. Da die Auswertung von Versuchsergebnissen mit mehreren Problemen verbunden ist, ist die Entwicklung eines realistischen Modells ausschließlich anhand experimenteller Untersuchungen wenig erfolgversprechend. Daher sind für die Entwicklung eines Berechnungsmodells neben Versuchsergebnissen auch numerische Untersuchungen erforderlich.

Die Schwierigkeiten bei der Auswertung der Ergebnisse von Durchstanzversuchen können wie folgt zusammengefasst werden: (1) Die Gesamtheit der veröffentlichten Durchstanzversuche weist hinsichtlich der Versuchsdurchführung und der Versuchsergebnisse eine sehr hohe Bandbreite auf, (2) innerhalb direkt vergleichbarer Versuchsserien konnten nur relativ wenige Parameter variiert werden, (3) die geprüften Deckendicken und Stützenabmessungen sind relativ gering (Maßstabseffekt), (4) wichtige Betoneigenschaften wie z. B. Bruchenergie und Zugfestigkeit können nicht gezielt variiert und analysiert werden, (5) der Versagensverlauf und die Rissbildung innerhalb der Platte können nur indirekt abgeschätzt werden und (6) Durchstanzversuche sind mit hohen Kosten verbunden.

Demgegenüber wurden in den letzten Jahren bei der numerischen Modellierung quasispröder Materialien, wie z. B. Beton, sowie im Bereich der Computerhard- und -software wesentliche Fortschritte erzielt. Am Institut für Werkstoffe im Bauwesen wurde das nichtlineare Finite-Elemente-Programm MASA entwickelt, welches auf dem Mikroplane-Materialmodell für Beton basiert. Das Programm ermöglicht eine dreidimensionale nichtlineare Analyse von Tragwerken aus Beton oder Stahlbeton. In zahlreichen numerischen Untersuchungen wurde nachgewiesen, dass das Programm in der Lage ist das Verhalten von Beton- und Stahlbetonbauteilen wirklichkeitsnah vorherzusagen (u. a. Ožbolt et al. 1999). Im folgenden Abschnitt wird die Eignung des Programms MASA zur Modellierung des Durchstanzens von Flachdecken im Bereich von Rand- und Eckstützen ohne und mit Schubbewehrung gezeigt. Darüber hinaus wird im Rahmen einer numerischen Studie der Einfluss wesentlicher geometrischer und Materialparameter auf das Durchstanzen analysiert.

7.1 Grundlagen des verwendeten Finite-Elemente-Modells

Das verwendete Finite-Elemente-Programm basiert auf dem Mikroplane-Materialmodell für Beton und einer verschmierten Rissmodellierung. Als Lokalisierungsbegrenzer, die gewährleisten, dass die numerischen Ergebnisse nicht wesentlich von der Elementierung abhängen, kommen wahlweise die verbesserte Rissbandmethode (Stress Relaxation Method) oder die nichtlokale Integralmethode zum Einsatz (Ožbolt et al. 1999). Das quasispröde Material (Beton) wird im Programm durch quaderförmige 8-knotige (räumliche) Elemente diskretisiert. Die Bewehrung wird mit Stabelementen oder verschmiert innerhalb der Betonelemente modelliert. Neben diesen standardisierten finiten Elementen stehen auch spezielle Kontaktelemente zur Verfügung (Reibungs- und Federelemente), die Kräfte in beide oder nur in eine Richtung übertragen können. Die Berechnung wird inkrementell durchgeführt, d. h. die Beanspruchung wird in mehreren Last- bzw. Verschiebungsstufen aufgebracht. Die grafische Erstellung der Eingabedateien und die Analyse der Berechnungsergebnisse erfolgt mit dem kommerziellen Pre- und Postprozessor FEMAP. Der Datenaustausch zwischen FEMAP und MASA wird sowohl für die Eingabe (Knoten, Elemente, Randbedingungen und Lasten) als auch für die Ausgabe (Elementspannungen und -dehnungen, Knotenkräfte und Verschiebungen) automatisiert durch ein sogenanntes „Interface-Programm“ durchgeführt.

7.1.1 Konstitutives Gesetz – Mikroplane-Modell

Im Mikroplane-Modell (Ožbolt, Bažant 1992, Ožbolt et al. 2001-2) sind die Materialeigenschaften getrennt auf Mikroebenen unterschiedlicher Ausrichtung innerhalb des Materials definiert (Bild 7.1). Auf diesen Mikroebenen liegen nur wenige einachsige Spannungs- und Dehnungskomponenten vor und es müssen keine Anforderungen im Hinblick auf die Tensorinvarianz beachtet werden. Den Beschränkungen der Tensorinvarianz wird automatisch entsprochen, da die Mikroebenen bis zu einem gewissen Grad direkt das Verhalten auf verschiedenen schwachen Ebenen im Material simulieren (Berührungsflächen zwischen Teilchen, Grenzflächen, Mikrorissebenen etc.). Die Materialeigenschaften sind vollständig durch eine eindimensionale Beziehung zwischen den Spannungs- und Dehnungskomponenten auf jeder Mikroebene sowohl in Normal- als auch in Schubspannungsrichtung gekennzeichnet (Bild 7.1b). Von den Dehnungskomponenten auf der Mikroebene wird angenommen, dass es sich um Projektionen des makroskopischen Dehnungstensors handelt (Methode der kinematischen Bindung). Wenn man das Spannungs-Dehnungsgesetz jeder Komponente der Mikroebene kennt, werden aus bekannten Dehnungen der Mikroebene die makroskopische Steifigkeit und der Spannungstensor berechnet. Dafür bedient man sich der Integration der Spannungskomponenten auf der Mikroebene über alle Richtungen. Diese Integration erfolgt numerisch auf der Grundlage der Methode der virtuellen Arbeit.

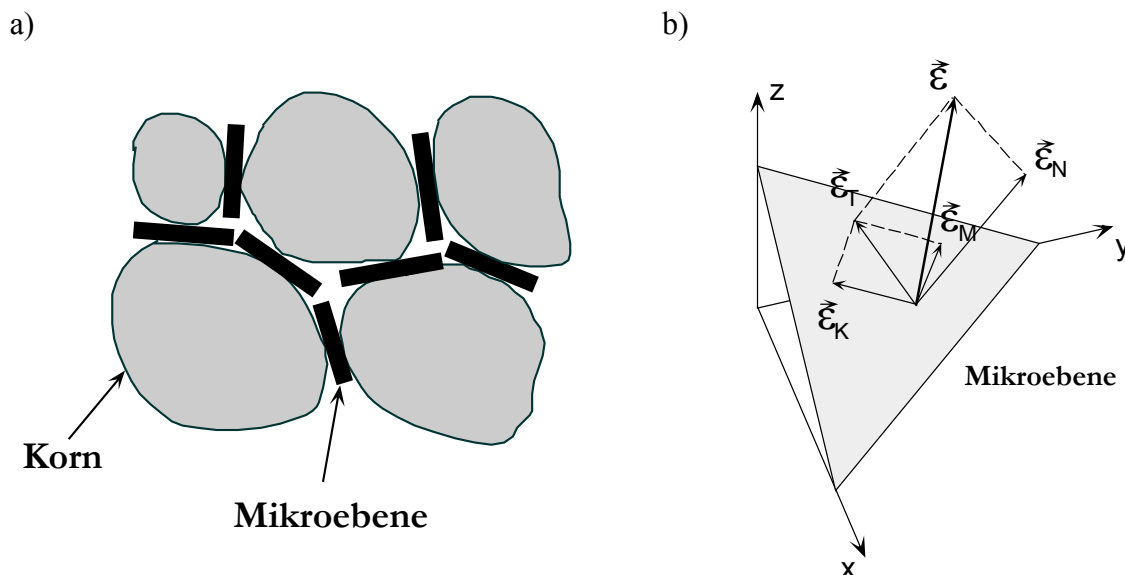


Bild 7.1 Das Konzept des Mikroplane-Modells: a) Kontaktflächen (Mikroebenen) im Material, b) Dehnungskomponenten

Die Einfachheit des Modells ist auf die Tatsache zurückzuführen, dass für jede Komponente der Mikroebenen nur einachsige Spannungs-Dehnungsgesetze erforderlich sind und dass sich daraus das makroskopische Verhalten automatisch ergibt. Zunächst wurden die Spannungs-Dehnungsgesetze für die Mikroebenen so eingeführt, dass nur eine Belastung und Entlastung darstellbar waren. Um Entlastung, Wiederbelastung und zyklische Belastungen erfassen zu können, wurden in der Folge komplexere Ansätze auf der Mikroebene sowie die Anfangsanisotropie eingeführt (Ožbolt, Bažant 1992, Ožbolt et al. 2001-2).

Das konstitutive Mikroplane-Gesetz wurde für verschiedene Lastkombinationen überprüft (Ožbolt et al. 2001-2). Es zeigte sich, dass die aktuelle Version des Modells in der Lage ist, das Verhalten von Beton für allgemeine dreidimensionale Spannungs-Dehnungs-Zustände zutreffend vorherzusagen.

7.1.2 Lokalisierungsbegrenzer

Der klassische lokale Kontinuumansatz führt bei der FE-Berechnung von quasispröden Materialien, die eine Entfestigung infolge Schädigung und Rissbildung zeigen, i. a. zu netzabhängigen Ergebnissen (Bažant, Cedolin 1979, Ožbolt 1995). Dies ist auf die Lokalisierung der Schädigung in einem begrenzten Bereich zurückzuführen, dessen Größe von den Elementabmessungen abhängt. Dies bedeutet, dass z. B. in einem groben Netz das Schädigungsvolumen (-fläche) und damit die verbrauchte Energieaufnahme infolge Rissbildung größer ist als in einem feinen Netz. Theoretisch führt eine Verringerung der Elementgröße auf Null dazu, dass der Energieverbrauch bei Rissbildung ebenfalls Null wird, was aber physikalisch nicht möglich ist. Daher ist es notwendig ein Verfahren mit einem sogenannten Lokalisierungsbegrenzer einzuführen, welches eine Lokalisierung der Schädigung in einem elementgrößenunabhängigen Volumen (bzw. Fläche bei zweidimensionaler Berechnung) gewährleistet. Derzeit werden bei numerischen Untersuchungen im Rahmen der Kontinuumsmechanik primär die Rissbandmethode und die nichtlokale Integralmethode als Lokalisierungsbegrenzer angewendet.

7.1.2.1 Rissband-Methode

Die grundlegende Annahme der Rissband-Methode (Bažant, Oh 1983) ist die Lokalisierung der Schädigung in einer Reihe (Linie) von finiten Elementen. Um nun die Energiedissipation infolge Rissbildung konstant und gleich groß wie die Bruchenergie des Betons G_f zu halten, muss das konstitutive Entfestigungsgesetz derart modifiziert werden, dass gilt:

$$G_f = A_F \cdot h = \text{konstant}$$

mit: A_F = Fläche unter der lokalen (konstitutiven) Spannungs-Dehnungslinie für zentrischen Zug
 h = Elementgröße bzw. angenommene Breite des Rissbandes

Der gleiche Ansatz wird auch für die Entfestigung unter Druckbeanspruchung verwendet mit der Annahme, dass die Bruchenergie für die einachsige Druckbeanspruchung G_C ca. 100mal größer ist als für Zugbeanspruchung, d.h. $G_C = 100 \cdot G_f$. Dies bedeutet, dass das Materialgesetz sowohl für die einachsige Zugentfestigung als auch für die Druckentfestigung an die Elementgröße angepasst wird.

Obwohl bei der Rissband-Methode das Energieaufnahmevermögen des Betons, welches als Materialkonstante anzusehen ist, richtig an die Elementgröße angepasst wird, können die Berechnungsergebnisse von der Form und der Ausrichtung der Elemente abhängig sein (Ožbolt 1999). Um diese Abhängigkeit zu reduzieren und gleichzeitig den numerischen Aufwand der Rissband-Methode nicht deutlich zu erhöhen, wurde die sogenannte „Stress Relaxation Method“ entwickelt (Ožbolt 1999). Diese neue Methode ist eine Kombination der Rissband-Methode und der nichtlokalen Integralmethode. Sie ist für praktische Anwendungen sehr gut geeignet (Ožbolt et al. 1999).

7.1.2.2 Nichtlokale Integralmethode

Zur Vermeidung einer Netzempfindlichkeit und einer übermäßigen Lokalisierung bei der Modellierung des Bruchprozesses in quasispröden Materialien wurde vor mehr als einem Jahrzehnt das Konzept des nichtlokalen Kontinuums als ein allgemeiner Lösungsansatz vorgeschlagen. Eine effektive Form des nichtlokalen Konzeptes bei der alle Variablen, die von der Dehnungsentfestigung abhängen nichtlokal und alle übrigen lokal sind, wurde von Pijaudier-Cabot, Bažant (1987) eingeführt. Der maßgebliche Parameter dieses Konzeptes ist die sogenannte charakteristische Länge l_{ch} , über der die Dehnungen gemittelt werden. Weiterhin wurde durch theoretische Untersuchungen gezeigt (Bažant 1991), dass die Nichtlokalität eine notwendige Folge der Mikrorisswechselwirkung ist. Daraufhin wurde ein neues nichtlokales

Konzept entwickelt, das aus der Wechselwirkung zwischen sich öffnenden Mikrorissen folgt (Ožbolt, Bažant 1996).

Im Finite-Elemente-Programm MASA wurden beide nichtlokale Methoden implementiert. Theoretisch sind die Ergebnisse der nichtlokalen Ansätze der relativ einfachen Rissband-Methode überlegen und liefern netzunabhängige Lösungen. Allerdings zeigen die Erfahrungen in den letzten Jahren, dass sich bei Verwendung dieser Verfahren für die Berechnung von dreidimensionalen bewehrten Bauteilen Probleme ergeben. Die Lösung ist nur dann realistisch, wenn das Netz im Schädigungsbereich sowie im Bereich von Diskontinuitäten (D-Bereichen) fein genug ist. Der numerische Aufwand ist aufgrund der nichtlokalen Interaktion und der aufwändigen Netze sehr groß. Daher werden die Berechnungen in der vorliegenden Arbeit mit der verbesserten Rissband-Methode (Stress Relaxation Method) durchgeführt.

7.2 *Numerische Untersuchungen zum zentrischen Durchstanzen*

Seit 1997 wurden am Institut für Werkstoffe im Bauwesen mit dem Finite-Elemente-Programm MASA, welches auf dem Mikroplane-Modell für Beton basiert, bereits zahlreiche Untersuchungen zum Durchstanzen im Bereich von Innenstützen ohne und mit Schubbewehrung durchgeführt (Kopka 1998, Ožbolt, Vocke 1999, Ožbolt et al. 2000). Es zeigte sich, dass das FE-Programm MASA in der Lage ist, die Versagensart, die Höchstlast und das Verformungsverhalten von Flachdecken zutreffend vorherzusagen.

Darüber hinaus wurden im Rahmen einer Zusammenarbeit an der RWTH Aachen mit dem Programm MASA numerische Untersuchungen zum Durchstanzen von Innenstützen insbesondere mit Schubbewehrung angestellt (Landauer 1998, Schmidt 1999, Beutel et al. 2000), die ebenfalls die Eignung des numerischen Modells für die Simulation des Durchstanzversagens belegen.

Aufbauend auf diese Vergleichsrechnungen wurde vom Verfasser eine numerische Studie durchgeführt, um den Einfluss der wichtigsten Materialparameter (Betoneigenschaften, Längsbewehrungsgrad) und geometrischen Parameter (Plattendicke, Stützenabmessungen) auf das zentrische Durchstanzen zu analysieren. Die Ergebnisse werden nachfolgend kurz zusammengefasst, weitere Einzelheiten sind Ožbolt et al. (2001) zu entnehmen.

7.2.1 **Einfluss wesentlicher Materialparameter**

In der numerischen Studie wurden die Betondruckfestigkeit ($20 \text{ MPa} \leq f_c \leq 50 \text{ MPa}$), die Betonzugfestigkeit ($1,73 \text{ MPa} \leq f_{ct} \leq 4,00 \text{ MPa}$), die Bruchenergie des Betons ($0,05 \text{ N/mm} \leq G_F \leq 0,20 \text{ N/mm}$) und der Längsbewehrungsgrad ($0,8 \% \leq \rho_l \leq 1,6 \%$) jeweils unabhängig voneinander variiert. Die Einflüsse der einzelnen, bezogenen Parameter auf die bezogene Durchstanzlast sind in Bild 7.2 zusammengefasst (die Größen wurde stets auf den mittleren von jeweils drei Parameterwerten normiert). Das Bild verdeutlicht den maßgeblichen Einfluss der Bruchenergie G_F und des Längsbewehrungsgrades ρ_l auf die Durchstanzlast. Sie wächst etwa mit der dritten Wurzel von G_F bzw. ρ_l an. Prinzipiell führen hohe Werte dieser Parameter zu einem stabileren Risswachstum der Biegezugzone. Dadurch nimmt die Größe der Druckzone zu, was sowohl zu einer höheren Bruchlast als auch zu einer spröderen Versagensart führt. Umgekehrt entsteht bei geringer Bruchenergie G_F bzw. geringem Bewehrungsgrad ρ_l ein deutlich größerer Bereich, der durch Biegezugspannungen geschädigt ist. Dies führt zu einer verminderten Druckzonenhöhe sowie zu flacheren Ausbruchkegeln und dadurch zu geringeren Höchstlasten.

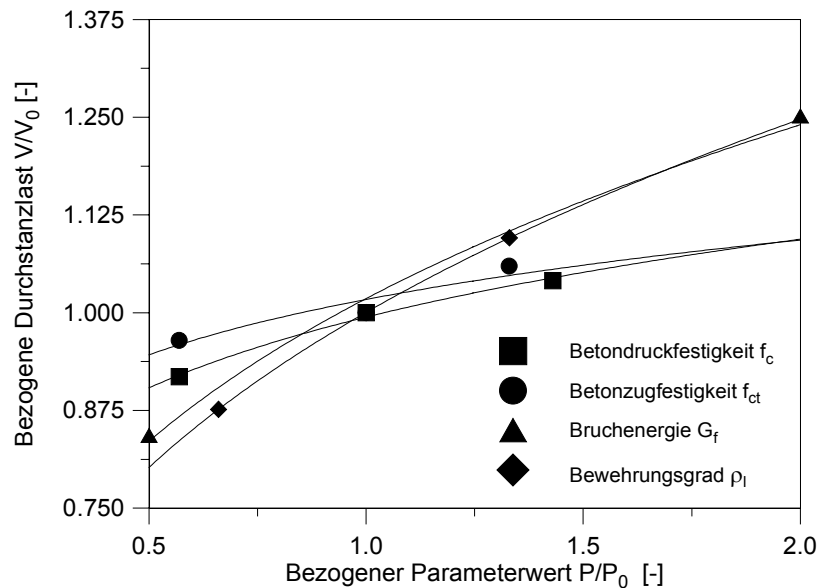


Bild 7.2 Einfluss wesentlicher Materialparameter auf das zentrische Durchstanzen

Im Gegensatz zum Einfluss der Bruchenergie und des Längsbewehrungsgrades zeigen die Berechnungen einen deutlich kleineren Einfluss der Zug- bzw. Druckfestigkeit des Betons auf die Tragfähigkeit (Bild 7.2). Eine Zunahme der Zugfestigkeit führt bei konstanter Bruchenergie nicht zu einer insgesamt stabileren Rissbildung, welche das Tragverhalten und den Tragwiderstand von Flachdecken wesentlich beeinflusst (vgl. Abschnitt 7.3.3.1). Demzufolge nimmt mit zunehmender Zugfestigkeit die Höchstlast nur unwesentlich zu, während das Gesamttragverhalten spröder wird. Unter der Voraussetzung eines ausreichenden Längsbewehrungsgrades ρ_l führt auch eine Steigerung der (mikroskopischen, auf den einzelnen Mikroebenen definierten) Druckfestigkeit f_c zu einer mäßigen Zunahme der Bruchlast. In Bemessungsgleichungen ist in der Regel eine makroskopische, d. h. an Würfeln oder Zylindern ermittelte, Betondruckfestigkeit enthalten. Diese hängt von der mikroskopischen Betondruckfestigkeit f_c , der Betonzugfestigkeit f_{ct} und der Bruchenergie G_f ab. Die vorliegende Analyse hat gezeigt, dass eine Zunahme der Durchstanstragfähigkeit mit ansteigender makroskopische Betondruckfestigkeit letztlich primär auf den Einfluss der Bruchenergie zurückzuführen ist. Die Bedeutung der Zugfestigkeit f_{ct} und der Bruchenergie G_f für die Rissentwicklung und die Tragfähigkeit beim Durchstanzen wird in Abschnitt 7.3.3.1 weiter verfolgt.

7.2.2 Einfluss der statischen Höhe - Maßstabeffekt

Das Phänomen, dass die nominelle Festigkeit $\sigma_N = V_u/A_N$ (mit V_u = Bruchlast, A_N = Bruchfläche) quasispröder Materialien wie Beton mit zunehmender Tragwerksgröße abnimmt, wird als Maßstabeffekt bezeichnet (Bažant 1984). Bevor der Einfluss des Maßstabeffektes auf das Durchstanzen von Flachdecken numerisch analysiert wird, werden zunächst die bruchmechanischen Grundlagen, die den Maßstabeffekt verursachen, betrachtet.

7.2.2.1 Ursachen des Maßstabeffektes

Ob und in welchem Maße die Nennfestigkeit eines Bauteils von dessen Abmessungen beeinflusst wird, hängt primär von der Art des Versagens bzw. dem Bruchprozess ab. Nach Karihaloo (1994) kann dieser Zusammenhang für das Durchstanzen anhand von Bild 7.3 erläutert werden, in welchem mögliche Spannungsverteilungen entlang eines Durchstanzkegels für unterschiedliche Materialeigenschaften und Plattendicken schematisch dargestellt sind. Nimmt man ein elastisch-idealplastisches Materialverhalten an, wächst die Völligkeit der

Spannungsverteilung mit zunehmender Belastung kontinuierlich an (Bild 7.3b), bis entlang des gesamten Durchstanzkegels die Fließgrenze des Materials und damit die Höchstlast des Bauteils erreicht ist.

Andere Verhältnisse liegen bei quasispröden Materialien wie Beton vor, die durch die Ausbildung von Risszonen und eine lokale Abnahme der übertragbaren Zugspannung nach Erreichen der Zugfestigkeit gekennzeichnet sind („Tension-Softening“). In diesem Fall entsteht in dem Bauteil eine ungleichmäßige Spannungsverteilung, deren Maximum mit zunehmender Belastung entlang der Versagensfläche wandert und im gerissenen Bereich abnehmende Zugspannungen aufweist (Bild 7.3c, d). Bei dünnen Bauteilen ist die Spannungsverteilung derjenigen bei elastisch-idealplastischem Materialverhalten ähnlich, wie der Vergleich der Bilder 7.3b) und 7.3c) verdeutlicht. Demgegenüber nehmen die übertragbaren Zugspannungen in dicken Bauteilen nur noch einen geringen Teil der gesamten Bruchfläche ein (Bild 7.3d), so dass die Summe der Zugspannungen deutlich geringer ist als bei elastisch-idealplastischem Materialverhalten. Diese Veränderung der Spannungsverteilung mit zunehmender Plattendicke ist die Ursache des Maßstabeffektes. Dabei ist der Maßstabeffekt offensichtlich umso ausgeprägter, je spröder das Materialverhalten ist, d. h. je geringer die Fläche unter der Zugspannungsrissöffnungskurve bzw. die Bruchenergie G_f ist.

Gleichzeitig veranschaulicht Bild 7.3 den Einfluss der Bruchenergie G_f auf das Durchstanztragverhalten bei konstanter Plattendicke. Eine Erhöhung der Bruchenergie führt zu einer größeren Völligkeit der Spannungsverteilung in der Bruchfläche, so dass die Summe der Zugspannungen und damit die Tragfähigkeit zunimmt.

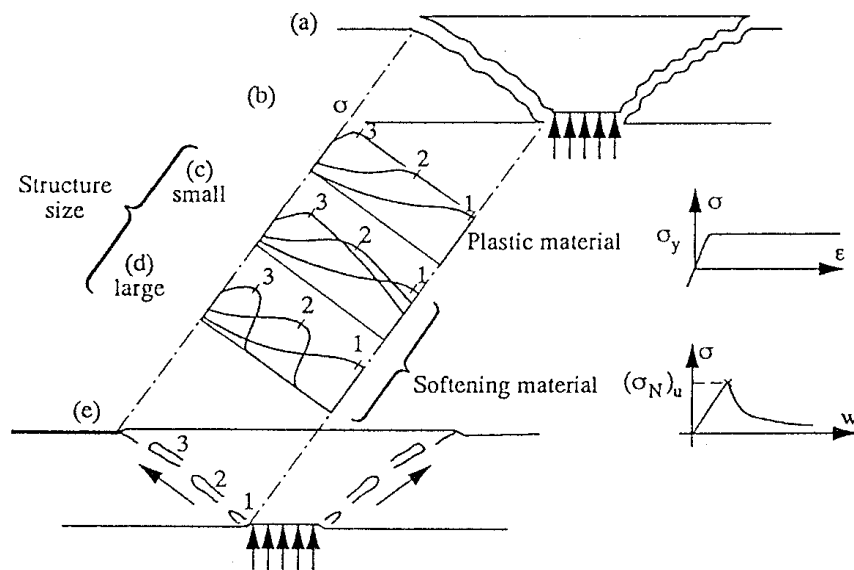


Bild 7.3 Spannungsverteilungen beim Durchstanzen nach ACI 446-91, entnommen aus Karihaloo (1994)

7.2.2.2 Numerische Analyse

Um den Einfluss der Plattendicke bzw. statischen Höhe sowie der Stützenabmessungen (vgl. Abschnitt 7.2.3) auf das Durchstanzen von rotationssymmetrisch beanspruchten Flachdecken zu untersuchen, wurde das Tragverhalten bei vier unterschiedlichen statischen Höhen $d = 90 / 205 / 435 / 860$ mm und sechs unterschiedlichen Stützenbreiten $c = 100 / 200 / 300 / 400 / 500 / 600$ mm numerisch simuliert. Die Stützweite der Platte wurde durch geometrische Skalierung an die statische Höhe angepasst, der Längsbewehrungsgrad ρ_l und die Betoneigenschaften f_c , f_{ct} , G_f wurden jeweils unverändert beibehalten.

Nach Bažant (1984) kann die nominelle Festigkeit (Bruchschubspannung) σ_N eines Bauteils

bei proportionaler Skalierung der Bauteilabmessungen durch (Gl. 7.1) beschrieben werden. Die Anwendbarkeit von (Gl. 7.1) auf das Durchstanzen von Flachdecken wurde von Bazant, Cao (1987) gezeigt.

$$\sigma_N = B \cdot f_{ct} \cdot (1 + d/d_0)^{-1/2} \quad (\text{Gl. 7.1})$$

mit: d = charakteristische Bauteilgröße, hier: statische Höhe
 b, d_0 = freie Konstanten, die experimentell oder numerisch zu bestimmen sind

Die in der Finite-Elemente-Simulation berechneten nominellen Festigkeiten (Bruchschubspannungen) σ_N in einem Rundschnitt im Abstand $1,5d$ von der Stütze sind in Bild 7.4 in normierter Form in Abhängigkeit von der statischen Höhe d aufgetragen. Dargestellt sind die Ergebnisse bei proportionaler Skalierung, d. h. bei einem etwa konstanten Verhältnis zwischen statischer Höhe und Stützenbreite $d/c \approx 1$. Darüber hinaus ist in Bild 7.4 das Maßstabsgesetz von Bazant (1984) gemäß (Gl. 7.1) eingetragen. Die Parameter B und d_0 wurden in einer Regressionsanalyse aus den Berechnungsergebnissen gewonnen ($B = 0,735$, $d_0 = 174$ mm). Die Berechnungsergebnisse sowie das Maßstabsgesetz nach (Gl. 7.1) wurden in Bild 7.4 mit der Betonzugfestigkeit ($f_{ct} = 1,73$ MPa) und dem Parameter $B = 0,735$ normiert.

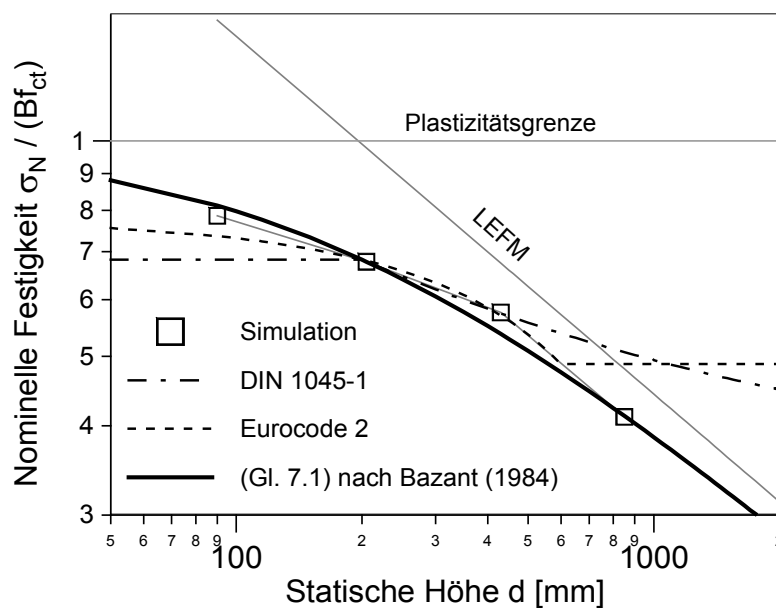


Bild 7.4 Einfluss der statische Höhe d auf die bezogene Bruchschubspannung

Man erkennt in Bild 7.4, dass die Berechnungsergebnisse einen ausgeprägten Einfluss der statischen Höhe auf die nominelle Festigkeit σ_N aufweisen und sehr gut durch die nichtlineare Bruchmechanik gemäß (Gl. 7.1) angenähert werden können. Danach findet mit zunehmender statischer Höhe ein Übergang der nominellen Festigkeit σ_N von dem Wert entsprechend der Plastizitätstheorie ($d \rightarrow 0$) zu dem Verlauf entsprechend der linear-elastischen Bruchmechanik (LEFM, $d \rightarrow \infty$) statt.

Weiterhin sind in Bild 7.4 die Maßstabsgesetze nach DIN 1045-1 und Eurocode 2 (vgl. Abschnitt 2.4) eingetragen. Der Vergleich mit den Berechnungsergebnissen zeigt, dass beide Normen den berechneten Maßstabeffekt im Bereich praxisnaher statischer Höhen $200 \text{ mm} \leq d \leq 400 \text{ mm}$ zutreffend abbilden. Bei sehr großen statischen Höhen unterschätzen jedoch beide Vorschriften die Abnahme der aufnehmbaren Schubspannung.

7.2.2.3 Übertragung auf Rand- und Eckstützen

In Abschnitt 7.3.2 wird gezeigt, dass das Durchstanzen bei Rand- und Eckstützen wie das zentrische Durchstanzen durch ein stabiles Wachstum des Durchstanzrisses vor Erreichen der Höchstlast gekennzeichnet ist. Darüber hinaus zeigt die Parameterstudie mit Eckstützen ohne Schubbewehrung in Abschnitt 7.3.3.1, dass der Einfluss der Bruchenergie G_f auf die Durchstanzlast näherungsweise demjenigen beim zentrischen Durchstanzen ($G_f^{1/3}$) entspricht. Da der Maßstabeffekt gemäß Abschnitt 7.2.2.1 von der Art des Rissfortschrittes und dem Einfluss der Bruchenergie abhängig ist, kann das für Innenstützen gefundene Maßstabsgesetz mit guter Näherung auf Rand- und Eckstützen übertragen werden.

7.2.3 Einfluss der Stützenabmessungen

Das Durchstanzversagen ist durch einen ausgeprägten Zustand radialer und insbesondere tangentialer Betonstauchungen im Bereich der Stütze gekennzeichnet, der im Vergleich zum einachsigen Schubversagen eine erhöhte Schubtragfähigkeit ermöglicht (vgl. Abschnitt 9.1). Mit zunehmender Größe der Stütze lassen die günstig wirkenden tangentialen Stauchungen jedoch nach, so dass mit einer Abnahme der Schubtragfähigkeit zu rechnen ist. Dieser Zusammenhang wurde bereits von Marti, Thürlimann (1977) angegeben und ist in Bild 7.5 grafisch aufgetragen.

Die in der Finite-Elemente-Analyse berechneten Bruchschubspannungen v_u sind in Bild 7.6 in Abhängigkeit von der Stützengröße für zwei statische Höhen $d = 90 / 205$ mm aufgetragen. Betrachtet man einen Rundschnitt im Abstand $0,5d$ von der Stütze gemäß DIN 1045 (Bild 7.6a), wird eine kontinuierliche Abnahme der berechneten Bruchschubspannungen mit zunehmender Stützenbreite c deutlich. Zum Vergleich sind in Bild 7.6a) die rechnerischen Bruchschubspannungen nach DIN 1045 für Durchstanzen und ebenen Plattenschub mit eingetragen. Man erkennt, dass mit zunehmender Stützenbreite ein Übergang der berechneten Bruchschubspannung vom Durchstanzen zum ebenen Plattenschub stattfindet. Dieser Übergang wird in DIN 1045 nicht berücksichtigt.

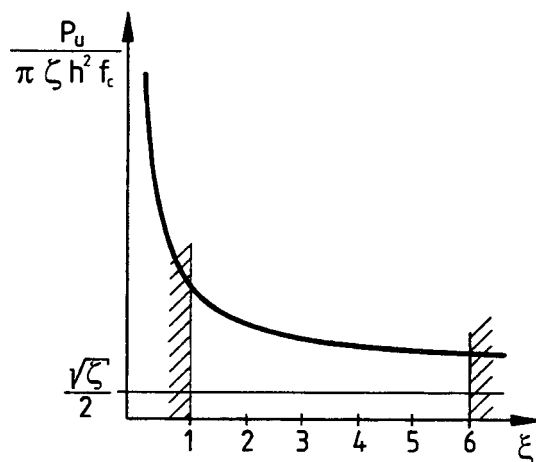


Bild 7.5 Bezogene Durchstanzlast in Abhängigkeit von der bezogenen Stützengröße nach Marti, Thürlimann (1977), entnommen aus Staller (2000)

Dieselben Berechnungsergebnisse sind Bild 7.6b) in einem Rundschnitt im Abstand $1,5d$ von der Stütze gemäß DIN 1045-1 aufgetragen. Infolge der veränderten Rundschnittführung wird die Länge des Rundschnittes durch die Stützenabmessungen schwächer beeinflusst als nach DIN 1045. Daher nehmen die berechneten Bruchschubspannungen in Bild 7.6b) mit der Stützenbreite c zunächst etwas zu, bevor sie bei großen Stützenbreiten $c > 400$ mm wiederum abnehmen. Allerdings ist der Einfluss des Stützendurchmessers bei einem Rundschnitt im Abstand $1,5d$ deutlich geringer als bei einem Rundschnitt im Abstand $0,5d$.

Insgesamt zeigt die Analyse, dass die Bruchschubspannungen beim Durchstanzen von Flachdecken mit zunehmender Stützenbreite tendenziell abnehmen, dieser Einfluss jedoch stark von der Führung des kritischen Rundschnittes um die Stütze abhängig ist. Möchte man bei der Bemessung, d. h. bei der Bestimmung der aufnehmbaren Schubspannung auf die explizite Berücksichtigung der Stützenabmessungen verzichten, empfiehlt sich die Verwendung eines relativ weiten Rundschnitts, z. B. im Abstand $1,5d$ von der Stütze entsprechend DIN 1045-1. In diesem Fall wird die aufnehmbare Schubspannung im Bereich üblicher Stützenabmessungen durch diese nur geringfügig beeinflusst.

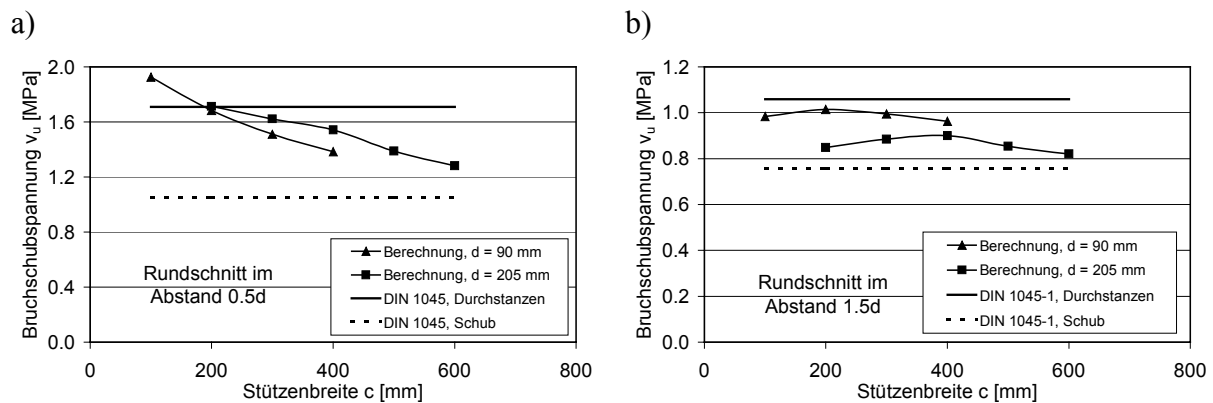


Bild 7.6 Einfluss der Stützengröße auf die berechnete Bruchschubspannung

7.3 Simulation von Eckstützen ohne Schubbewehrung

Im vorliegenden Abschnitt wird zunächst der Durchstanzversuch E1 numerisch simuliert und die Berechnungsergebnisse werden mit den Versuchsergebnissen verglichen. Darauf aufbauend wird eine numerische Parameterstudie durchgeführt, in welcher der Einfluss der wichtigsten geometrischen und Materialgrößen auf das Durchstanztragverhalten im Bereich der Eckstützen analysiert wird.

7.3.1 Vergleichsrechnung mit dem Durchstanzversuch E1

Um die Eignung des Finite-Elemente-Programms MASA zur Simulation des Durchstanzversagens von Flachdecken ohne Schubbewehrung im Bereich von Eckstützen zu verifizieren, wird nachfolgend der Durchstanzversuch E1 (vgl. Abschnitt 5) berechnet und die Berechnungsergebnisse werden mit den Versuchsergebnissen verglichen.

7.3.1.1 Materialeigenschaften, räumliche Diskretisierung und Randbedingungen

Die räumliche Diskretisierung der Stahlbetonplatte erfolgte durch 8-knotige Volumenelemente für den Beton und 2-knotige Stabelemente für die Bewehrung. Als Werkstoffgesetze wurden für den Beton das Mikroplane-Modell (vgl. Abschnitt 7.1.1) und für den Stahl elastisch-idealplastische Eigenschaften angesetzt. Die Beton- und Stahlfestigkeitswerte sowie Stabdurchmesser wurden entsprechend den Werten der Versuchsplatte E1 (vgl. Anhang C) definiert. Als Lokalisierungsbegrenzer wurde die verbesserte Rissband-Methode (vgl. Abschnitt 7.1.2) verwendet.

Bild 7.7 zeigt die Aufteilung der Volumenelemente sowie die Lagerungsbedingungen des in der Berechnung verwendeten FE-Netzes. Das Netz wurde durch lokale Verfeinerung der Elementabmessungen im Durchstanzbereich optimiert. Die Elementabmessungen im Durchstanzbereich betragen ca. $5/5/3$ cm, im Bereich überwiegender Biegebeanspruchung wurden

die Elementabmessungen schrittweise auf maximal 20/20/3 cm vergrößert. Als Betondeckung wurde eine unbewehrte Elementschicht mit einer Dicke von 2,5 cm verwendet.

Die Belastung wurde verschiebungsgesteuert auf zwei Knoten am Stützenfuß aufgebracht. Die Knoten waren so angeordnet, dass der Stützenfuß um die Achse des Hauptanschlussmomentes frei drehbar war. Darüber hinaus war der Stützenfuß horizontal unverschieblich gehalten. Weiterhin wurden auf der Plattenoberseite vier vertikale Einzellager angeordnet, welche die im Versuch verwendeten Auflagerzylinder modellieren. Ein zuvor durchgeführte Studie hatte gezeigt, dass die Anordnung starrer Lager anstelle der Zylinder keinen wesentlichen Einfluss auf das Berechnungsergebnis besitzt (vgl. Abschnitt 7.3.3.3). Schließlich wurde entsprechend den Versuchsbedingungen der gesamte freie Plattenrand vertikal festgehalten und die der Stütze gegenüberliegende Ecke wurde horizontal fixiert. Die Elemente im Bereich der Lasteinleitung am Stützenfuß sowie im Bereich der Lager auf der Plattenoberseite wurden linear-elastisch angenommen, um ungewollte lokale Schädigungen auszuschließen.

Bild 7.8 zeigt die Anordnung der Stabelemente, welche die Bewehrung des Versuchskörpers modellieren. Sämtliche Bewehrungsstäbe der Versuchsplatte wurden diskret, d. h. durch Einzelstäbe modelliert. Die Ausbildung der Stützenanschlussbewehrung ist in Bild 7.8b) dargestellt. Um eine Umlenkung der Zugkräfte im Übergang von der Platte in die Stütze zu ermöglichen, wurden im Eckbereich diagonale Zugstäbe eingesetzt.

Die Knoten der Stabelemente sind starr mit den Knoten der Volumenelemente verbunden. Sofern die Stabelemente überwiegend Zugkräfte aufnehmen, insbesondere im Bereich überwiegender Biegebeanspruchung, erfolge der Stabanschluss gelenkig. Im Durchstanzbereich wurden die Stützenanschlussbewehrung und die obere Bewehrung biegesteif angeschlossen, um die Dübelwirkung der Bewehrung zu simulieren (vgl. hierzu auch Abschnitt 7.3.3.2).

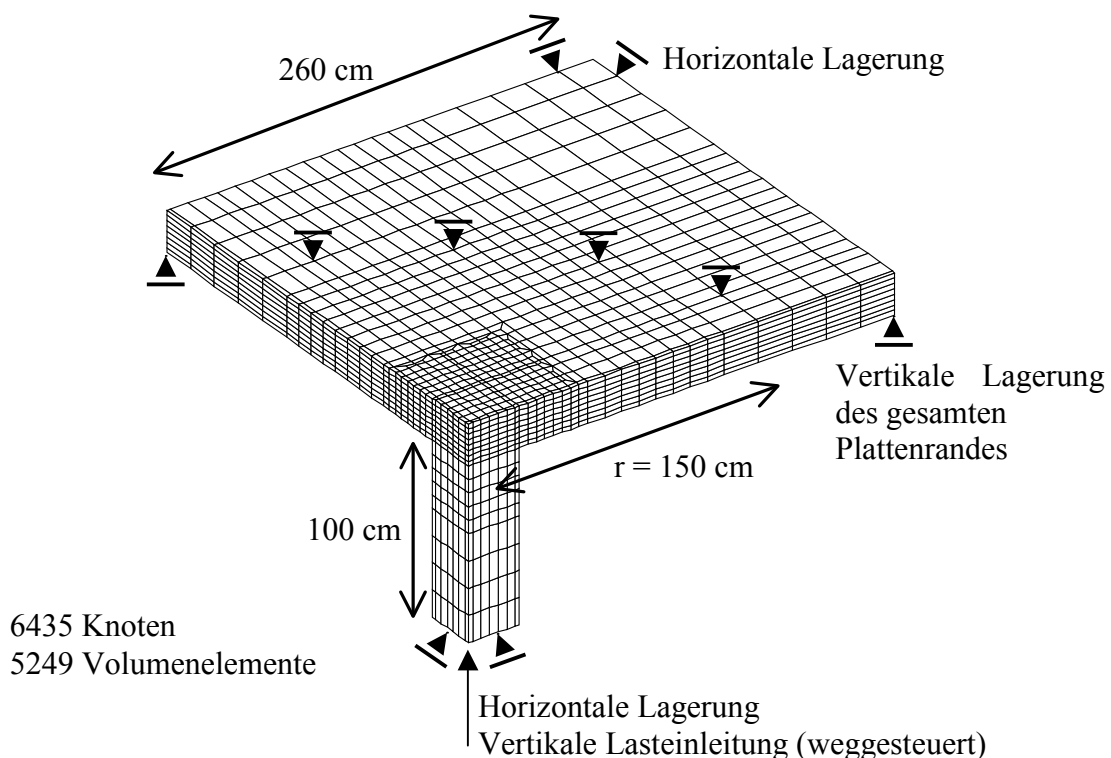


Bild 7.7 Elementierung des FE-Netzes - Volumenelemente

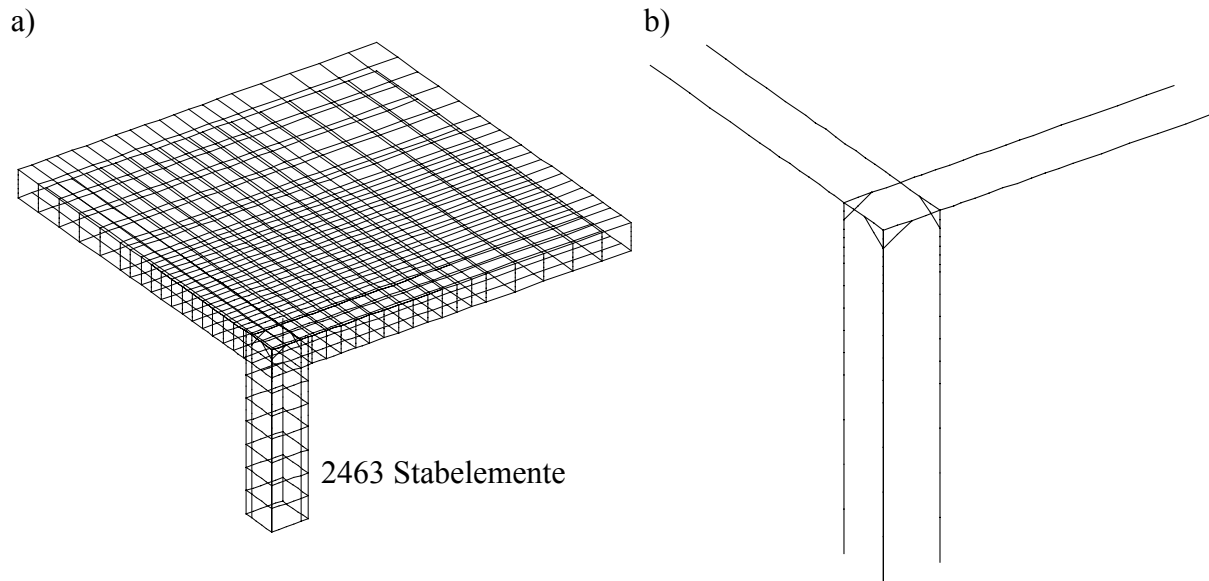


Bild 7.8 Elementierung des FE-Netzes – Stabelemente: a) gesamtes Bewehrungsnetz, b) Stützenanschlussbewehrung

7.3.1.2 Ergebnisse der Analyse und Vergleich mit den Versuchsergebnissen

Sowohl in der Berechnung als auch im Versuch konnte ein Durchstanzversagen mit der Ausbildung des charakteristischen Durchstanzkegels beobachtet werden. Bild 7.9 zeigt eine Gesamtansicht des verformten FE-Netzes im abfallenden Ast der Last-Verschiebungskurve. Die mit Graustufen gekennzeichneten Bereiche stellen die berechneten Hauptzugdehnungen ε_{11} dar. Lokale Zonen mit großen Dehnungen sind als Risszonen im Beton zu interpretieren. Man erkennt, dass die Stütze unter ausgeprägter Bildung von Risszonen durch die Platte hindurchgedrückt wird.

Ein Vergleich der Rissbilder am freien Plattenrand sowie in einem (Säge-)Schnitt entlang der Plattendiagonalen nach Überschreiten der Durchstanzlast in Berechnung und Versuch ist in Bild 7.10 dargestellt. Die Gegenüberstellung verdeutlicht, dass sich in der Simulation ebenso wie im Versuch eine lokalisierte Durchstanzrisszone mit einer Neigung von ca. 35° einstellt. Die Simulation stellt somit eine gute Abbildung des im Versuch beobachteten Versagensmechanismus dar.

Die berechneten und experimentell ermittelten Last-Verformungskurven sind in Bild 7.11 aufgetragen. Als Verformung wird die vertikale Verschiebung des Stützenfußes angegeben. Bild 7.11a) zeigt einen Vergleich der gemessenen und berechneten Stützenkräfte in Abhängigkeit von der Stützenfußverschiebung. Die berechnete Höchstlast liegt mit $V_{u,calc} = 288$ kN nur geringfügig unter der gemessenen Bruchlast $V_{u,test} = 305$ kN. Die Steigung der Kurven stimmt ab einer Verschiebung von ca. 5 mm gut überein. Da in der Berechnung jedoch eine deutlich höhere Anfangssteifigkeit auftrat, sind die berechneten Verschiebungswerte insgesamt etwas geringer als im Versuch, wobei die höhere Anfangssteifigkeit der Berechnung darauf zurückzuführen ist, dass in der Berechnung keine lokalen Schwachstellen vorhanden sind, die wie im Versuch zu frühzeitiger Riabildung führen könnten.

Bild 7.11b) enthält einen Vergleich der gemessenen und berechneten Stützenanschlussmomente. Aufgrund der höheren Steifigkeit der Simulation stellen sich in der Berechnung auch etwas höhere Anschlussmomente ein, der Maximalwert liegt mit $M_{u,calc} = 92,2$ kNm jedoch nur geringfügig über dem Versuchswert $M_{u,test} = 86,8$ kNm. Durch die Momenten-Querkraft-Interaktion (vgl. Abschnitt 8.2) führen die höhere Steifigkeit und Momentenübertragung der Simulation zu dem etwas niedrigeren Bruchlastniveau gegenüber dem Versuch.

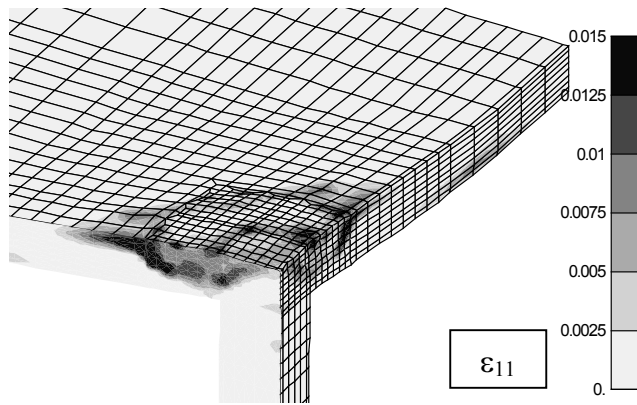


Bild 7.9 Verformungsbild und Hauptzugdehnungen ϵ_{11} der FE-Berechnung

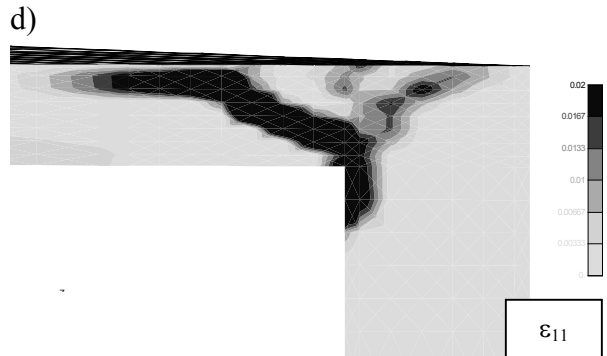
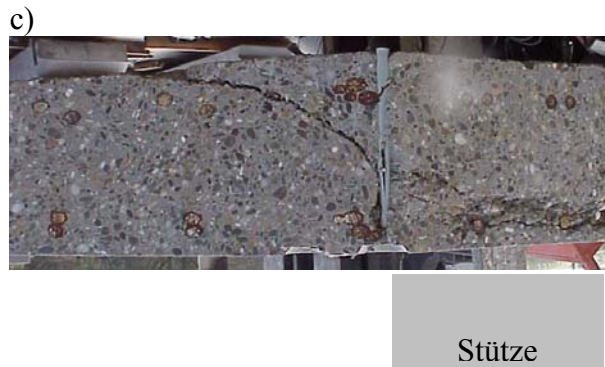


Bild 7.10 Vergleich der Rissbilder nach Überschreiten der Durchstanzlast:
 a), b) freier Platenrand in Versuch und Berechnung
 c), d) diagonaler Schnitt in Versuch und Berechnung

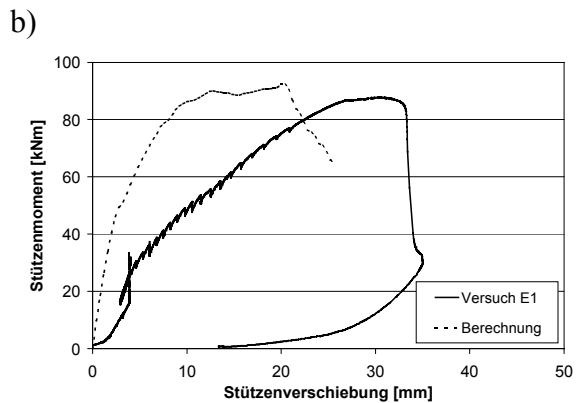
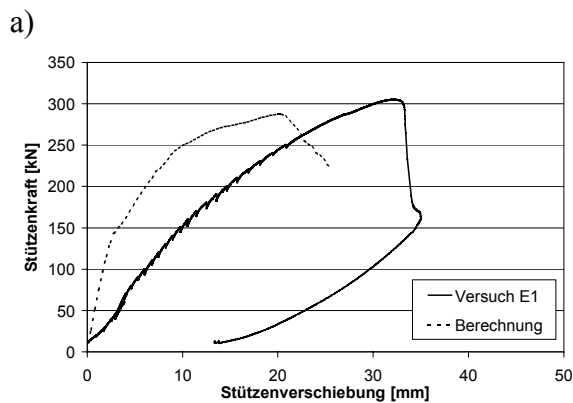


Bild 7.11 Vergleich der Last-Verformungskurven in Versuch und Berechnung:
 a) Stützenkraft in Abhängigkeit von der Stützenverschiebung
 b) Stützenmoment in Abhängigkeit von der Stützenverschiebung

Bild 7.12 zeigt einen Vergleich der gemessenen und berechneten radialen und tangentialen Stauchungen in der Betondruckzone auf der Hauptachse. Die genaue Lage der vier angegebenen Messstellen BRY1,2 und BTY1,2 kann Bild 5.10c) entnommen werden. Aufgetragen sind die Betonstauchungen in Abhängigkeit von der Entfernung von der Stützenkante für die Laststufen 100 kN, 200 kN und 250 kN. Man erkennt, dass die berechneten und gemessenen radialen Betonstauchungen ε_{br} im Abstand 25 mm von der Stütze bei allen Laststufen sehr gut übereinstimmen. Im Abstand 95 mm von der Stütze trifft dies nur für die Laststufe 100 kN zu, da die Messwerte für ε_{br} ab diesem Lastniveau kaum mehr zunehmen. Dies könnte jedoch auch auf einen Messfehler zurückzuführen sein. Die gemessenen und berechneten tangentialen (Ring-)Stauchungen ε_{bt} zeigen bei allen Laststufen dieselbe Tendenz bzw. Gradienten, wobei die berechneten Werte die gemessenen etwas unterschätzen. Insgesamt ist festzustellen, dass die Simulation einen plausiblen Verlauf der Stauchungen in der stützennahen Betondruckzone angibt, der nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ brauchbar mit den Versuchsergebnissen übereinstimmt.

Die gemessenen und berechneten Dehnungen ausgewählter Messstellen auf der Biegezugbewehrung und der Randverbügelung sind in Bild 7.13 gegenübergestellt. Die Lage der Messstellen ist in der Skizze in Bild 7.13 angegeben. Die Bilder 7.13a) und 7.13b) belegen, dass das Verformungsverhalten der Stützenanschlussbewehrung (SAY3 und SAY4) durch die Simulation hervorragend abgebildet wird. Fast im gesamten Lastbereich sind nur minimale Abweichungen zwischen Berechnung und Versuch zu erkennen. Dies deutet zusammen mit der Auswertung der Stützenmomente (vgl. Bild 7.11b) darauf hin, dass die Simulation die Momentenübertragung von der Stütze in die Platte zutreffend abbildet. In den Bildern 7.13c) und 7.13d) ist zu erkennen, dass die berechneten Dehnungen der Gurtbewehrung (SOY1-1 und SOY2-1) im Bereich der Höchstlast die gleich Größenordnung besitzen wie die gemessenen Dehnungen, jedoch starke Störungen aufweisen. Insbesondere der Stab SOY1-1 (Bild 7.13c) wurde im höheren Lastbereich nicht mehr kontinuierlich aktiviert. Dies dürfte darauf zurückzuführen sein, dass die Verankerungsqualität dieser randnahen Stäbe durch die Ausbildung des Durchstanzkegels übermäßig verschlechtert wurde. Weiterhin veranschaulichen die Bilder 7.13e) und 7.13f) die Tragwirkung der stützennahen Randbügel, die sich in Berechnung und Versuch wesentlich an der Lastabtragung beteiligen. Die Bügeldehnungen sind in der Simulation bei Höchstlast etwas größer als im Versuch, nehmen jedoch im abfallenden Ast kaum mehr zu.

Insgesamt ist festzustellen, dass der Versagensmechanismus sowie das Trag- und Verformungsverhalten von Eckstützen-Plattenverbindungen mit der vorgestellten Simulation wirklichkeitsnah vorhergesagt werden können.

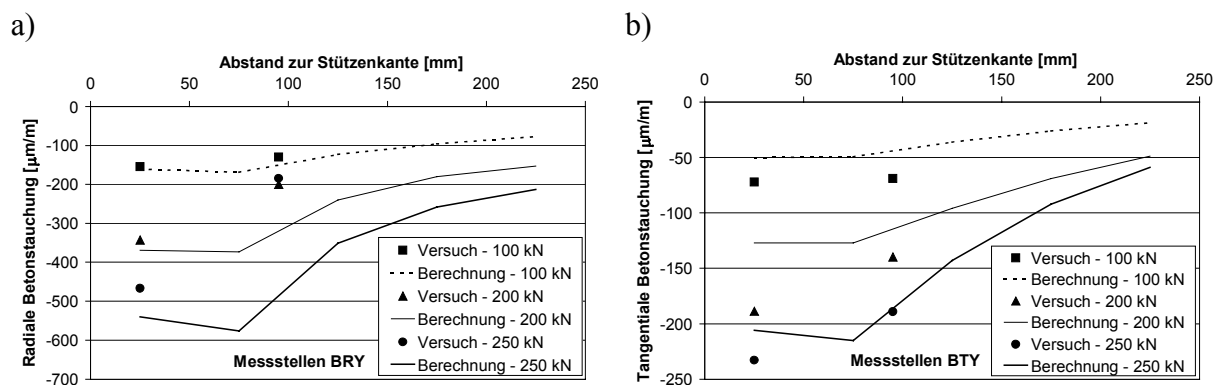


Bild 7.12 Vergleich der Betonstauchungen auf der Hauptachse in Versuch und Berechnung: a) radiale Stauchungen, b) tangentiale Stauchungen

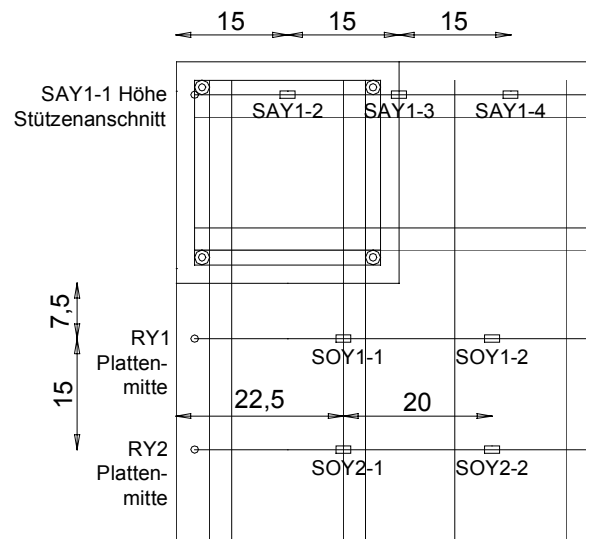
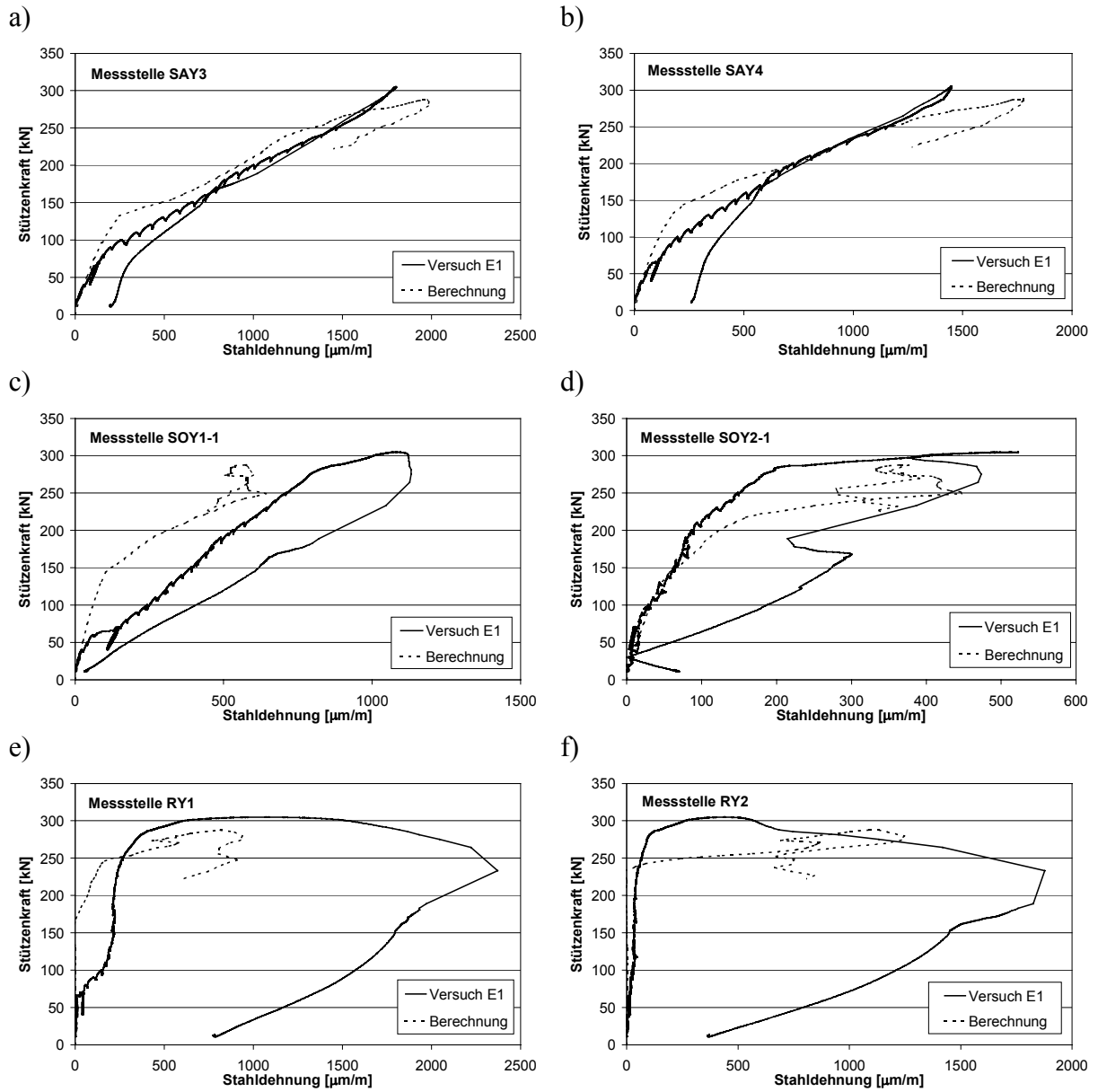


Bild 7.13 Vergleich der Stahldehnungen in Versuch und Berechnung:

- a) SAY3
- b) SAY4
- c) SOY1-1
- d) SOY2-1
- e) RY1
- f) RY2

7.3.2 Analyse des Versagensprozesses

Im Unterschied zu Schubversuchen an Balken oder einachsigen gespannten Plattenstreifen ist die Entwicklung der Durchstanzrisse in Durchstanzversuchen bei Rand- und Eckstützen nur teilweise und bei Innenstützen überhaupt nicht sichtbar. Rückschlüsse auf die Entstehung und Öffnung von Durchstanzrissen können bei Durchstanzversuchen zumindest durch eine Messung der Plattendicke entsprechend Abschnitt 5.3.2, deren Ergebnisse in Bild 7.14 für Versuch E1 dargestellt sind, gezogen werden.

Demgegenüber erlauben nichtlineare Finite-Elemente-Berechnungen eine kontinuierliche Beobachtung der Entwicklung von Rissen bzw. Risszonen in beliebigen Schnitten durch die Platte bei unterschiedlichen Laststufen und liefern somit wertvolle Erkenntnisse für die Analyse des Durchstanzversagens. Die Entwicklung der Durchstanzrisszonen (ausgedrückt durch die Hauptzugdehnungen ε_{11}) in der vorgestellten numerischen Simulation ist in Bild 7.15 in drei Schnitten durch die Platte (parallel zum freien Plattenrand sowie unter Schnittwinkeln von 30° und 45° zum freien Plattenrand) bei fünf Laststufen dargestellt. Um die Entstehung des Durchstanzrisses besser identifizieren zu können, sind die ersten Rissbilder bei $V = 249$ kN feiner skaliert ($\varepsilon_{11} \leq 0,005$) als die nachfolgenden Rissbilder ($\varepsilon_{11} \leq 0,015$). Man erkennt in Bild 7.15, dass sich in der Simulation die erste Durchstanzrisszone in dem Schnitt unter 30° bei $V = 249$ kN entsprechend ca. 86 % der Höchstlast bildet. Auf diesem Lastniveau sind in dem Schnitt unter 45° (Plattendiagonale) noch keine Schubrisschädigungen zu sehen, parallel zum freien Plattenrand befindet sich eine Biegerisszone im Übergang zu einer Durchstanzrisszone.

Der Vergleich mit den gemessenen Dickenänderungen (Bild 7.14) zeigt, dass sich bei Versuch E1 etwas früher ab ca. 78 % der Höchstlast erste Durchstanzrisse gebildet haben. Diese wuchsen zunächst mäßig auf ca. 0,4 mm (in vertikaler Richtung) an und nahmen ab ca. 94 % der Höchstlast zügig zu, um bei Höchstlast Rissbreiten zwischen 1,2 mm und 1,8 mm zu erreichen. Dabei waren die Rissbreiten auf der Plattendiagonalen (Messstellen DD1 und DD2) etwas größer als parallel zum freien Plattenrand (Messstellen DX1 und DX2).

Die Rissbilder der Simulation in Bild 7.15 lassen diese Messwerte anschaulich werden. Die Durchstanzrisszone pflanzt sich nach ihrer Entstehung zunächst bei einem Lastniveau $V = 259$ kN ($\approx 90\% V_u$) in den diagonalen Schnitt (45°) und schließlich bei $V = 271$ kN ($\approx 94\% V_u$) in den Schnitt parallel zum freien Plattenrand fort. Die Durchstanzrisszone ist nun in der gesamten Platte vorhanden, so dass ein beschleunigtes Risswachstum unter weiter ansteigender Last einsetzt. Bei $V = 279$ kN ($\approx 97\% V_u$) hat der Durchstanzriss auf der Plattendiagonalen (45°) bereits fast die Plattenunterseite erreicht und ist auch in den übrigen Schnitten sehr ausgeprägt. Die Höchstlast ist bei $V = 288$ kN mit dem Eindringen des Schubrisses in die Biegedruckzone auf der Plattendiagonalen erreicht.

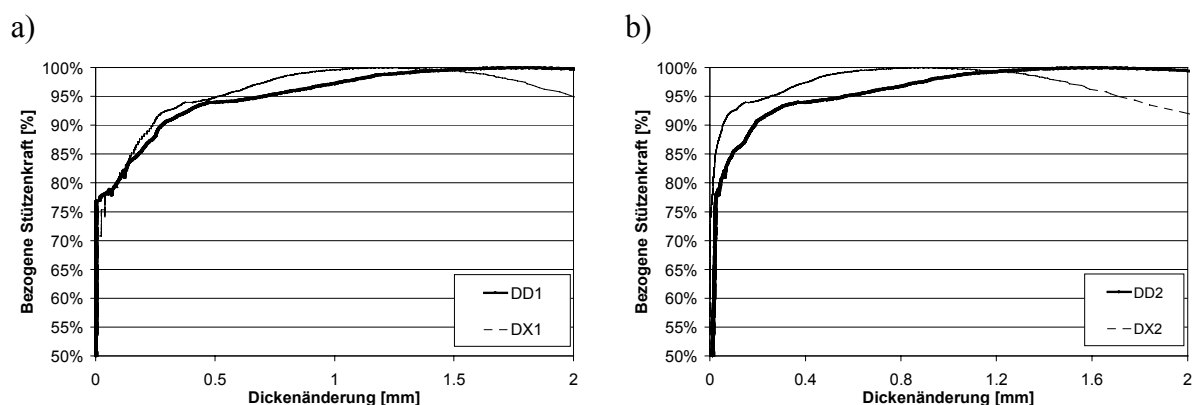


Bild 7.14 Gemessene Dickenänderung in Versuch E1 (Anordnung der Messstellen vgl. Bild 5.10c)

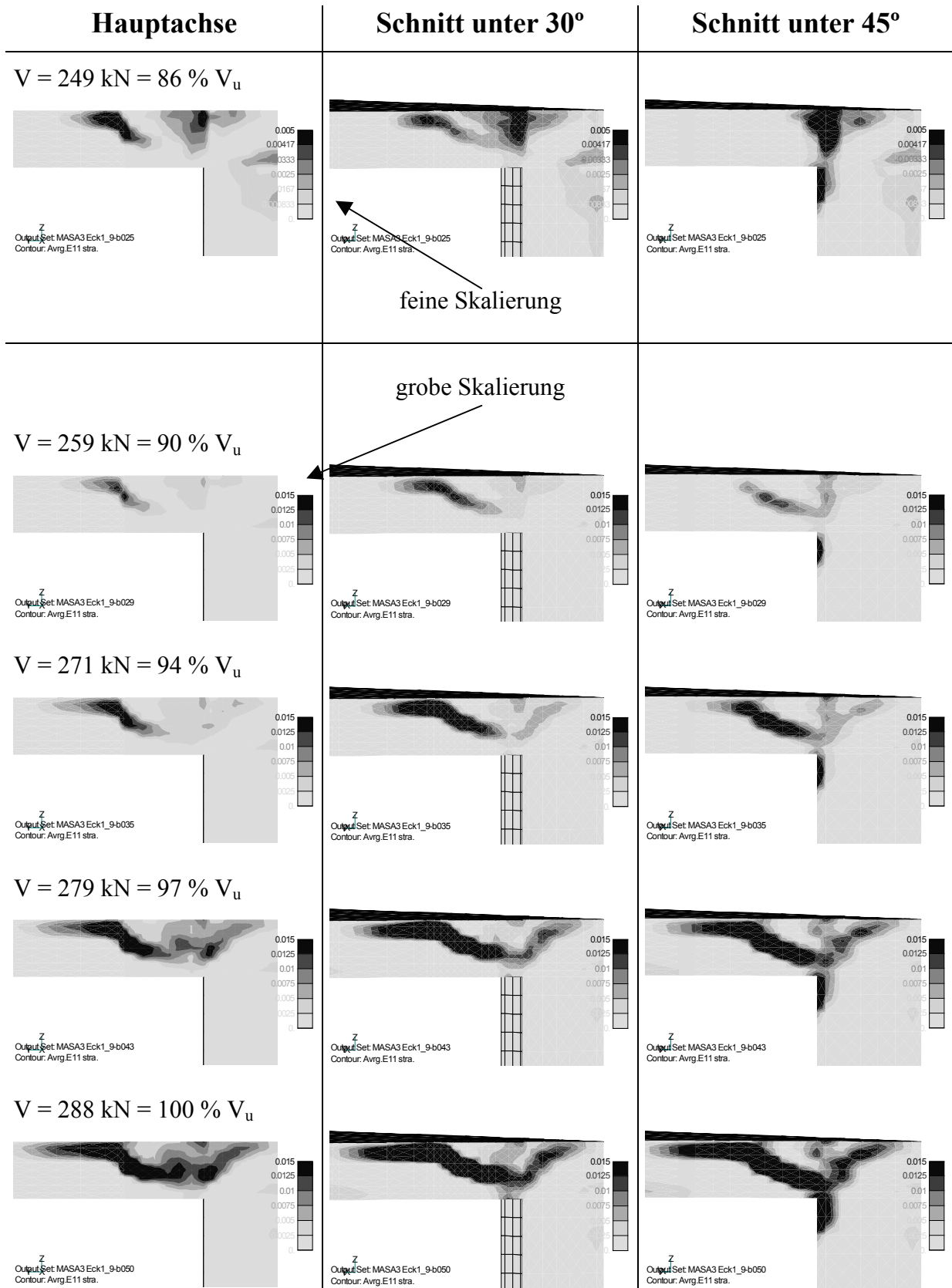


Bild 7.15 Entwicklung der Durchstanzrissezonen in drei Schnitten durch die Platte bei fünf Laststufen

Die dargestellte Entwicklung der Risse bzw. Risszonen im Durchstanzbereich lässt sich für kleinere bis mittlere Ausmitten wie folgt verallgemeinern. Der Durchstanzriss bildet sich bei ca. 80 % der Höchstlast unter dem Einfluss der Momentenübertragung zunächst lokal im Bereich der einspringenden Stützecke. Er entsteht aus vorhandenen Biegerissen und pflanzt sich mit zunehmender Belastung sowohl radial (schräg zur Betondruckzone hin) als auch tangential (zum freien Plattenrand hin) fort. Sobald der Riss zum freien Plattenrand durchdringt, setzt ein beschleunigtes Risswachstum ein, die Platte ist jedoch aufgrund der intakten Betondruckzone noch stabil. Das Durchstanzversagen tritt ein, sobald der Durchstanzriss auf der Plattendiagonalen die Betondruckzone durchtrennt.

Dieser Versagensverlauf ist dem u. a. von Kordina, Nölting (1986) beschriebenen Bruchmechanismus beim Durchstanzen von Innenstützen (vgl. Abschnitt 2.1) ähnlich, unterscheidet sich jedoch dadurch, dass die Schubrissbildung lokal (nicht in allen Schnitten gleichzeitig) und etwas später beginnt. Beim Durchstanzen von Flachdecken im Bereich der Eckstützen handelt es sich daher um eine Versagensart, bei welcher der Bruch durch die Ausbildung und das stabile Wachstum eines Risses im ansteigenden Ast der Last-Verschiebungskurve gekennzeichnet ist. Dieser Bruchmechanismus führt zu dem in Abschnitt 7.2.2 diskutierten Maßstabeffekt und ist maßgebend für den nachfolgend zu untersuchenden Einfluss der Materialparameter auf das Durchstanzen.

7.3.3 Parameterstudie

Mit Hilfe des überprüften Finite-Elemente-Modells wird nachfolgend der Einfluss der Betoneigenschaften, der Bewehrungsanordnung sowie des Versuchsaufbaus auf das Durchstanzen in einer numerischen Parameterstudie analysiert. Hauptziel der Untersuchung ist die Quantifizierung der Parametereinflüsse bei konstanter Ausmitte $e/c \approx 1,07$, welche in Abschnitt 4.4 für Eckstützen in üblichen ausgesteiften Deckensystemen näherungsweise ermittelt wurde. Der Einfluss unterschiedlicher bezogener Ausmitten auf das Tragverhalten wird ausführlich in Abschnitt 8.2 behandelt. Die Ergebnisse der Untersuchung sollen in den Bemessungsansatz (vgl. Abschnitt 10) einfließen.

7.3.3.1 Betoneigenschaften

Um den Einfluss der Betoneigenschaften auf das Tragverhalten zu bestimmen, wurde in den Berechnungen die Betonfestigkeitsklasse variiert. Für die Festigkeitsklassen C20, C30 und C40 wurden die Mittelwerte der Betondruckfestigkeit f_{cm} , Betonzugfestigkeit f_{ctm} und Bruchenergie G_f nach Model Code 90 verwendet (vgl. Tabelle 7.1), wobei $f_{cm} = f_{ck} + 5 \text{ MPa}$ angesetzt wurde und der Grundwert G_{f0} aus der bei Versuch E1 gemessenen Bruchenergie $G_f \approx 0,1 \text{ N/m}$ zu $G_{f0} = 0,05266 \text{ N/mm}$ bestimmt wurde. Der berechnete Einfluss der Betonfestigkeitsklasse auf das Tragverhalten wird durch die Last-Verschiebungskurven in Bild 7.16a) veranschaulicht, die berechneten Bruchlasten sind in Tabelle 7.1 angegeben. Man erkennt, dass die Bruchlasten erwartungsgemäß mit der Betonfestigkeit ansteigen. Trotz der höheren Anfangssteifigkeit treten mit wachsender Betonfestigkeit größere Verformungen auf, da die Bewehrung bei konstantem geometrischen Bewehrungsgrad ρ_1 stärker ausgenutzt wird. In der Berechnung mit Beton C40 beginnt die Biegezugbewehrung im Stützbereich teilweise zu fließen, was einen Übergang zum Biegeversagen ankündigt und den duktilen Verlauf der Last-Verschiebungskurve erklärt. Um den relativen Einfluss der Betonfestigkeit zu bestimmen, wurden die Bruchlasten in Anlehnung an Untersuchungen an Innenstützen (Ozbolt, Vocke 1999) mit $f_{ck}^{1/3}$ auf $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ normiert ($V_{u,N1}$ in Tabelle 7.1). Man erkennt, dass die normierten Bruchlasten $V_{u,N}$ sehr gut übereinstimmen, d. h. der Einfluss der Betonfestigkeitsklasse wird durch die Funktion $f_{ck}^{1/3}$ zutreffend beschrieben.

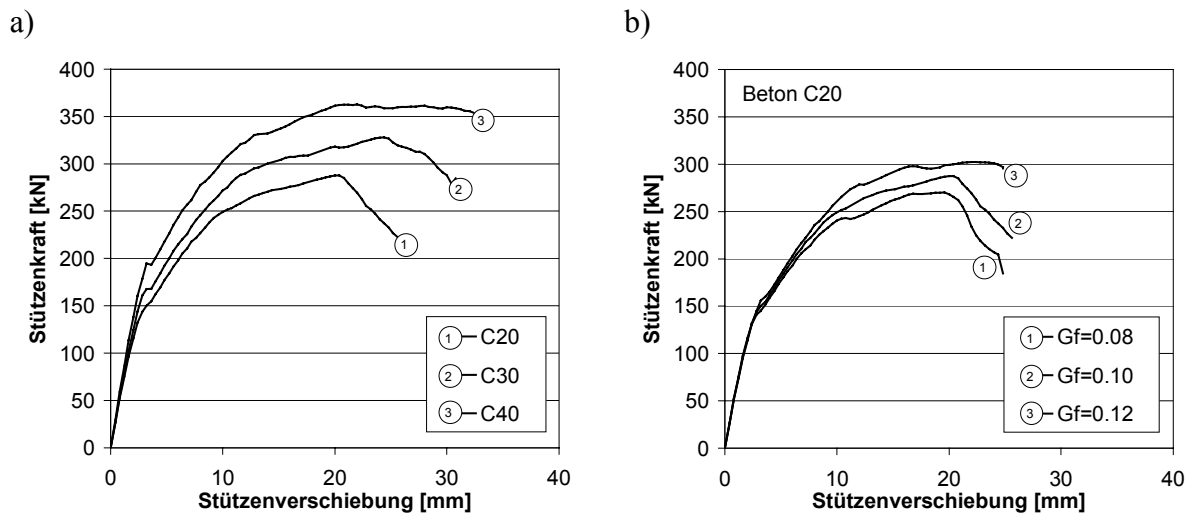


Bild 7.16 Berechnete Last-Verschiebungskurven in Abhängigkeit von: a) Betonfestigkeitsklassen nach Model Code 90, b) Bruchenergie

Numerische Untersuchungen zum Durchstanzen bei Innenstützen (u. a. Ozbolt, Vocke 1999) haben gezeigt, dass der Einfluss der Betonfestigkeitsklasse weniger auf die Betondruckfestigkeit f_c oder die Betonzugfestigkeit f_{ct} , sondern primär auf die Bruchenergie G_f des Betons zurückzuführen ist. Um diesen Zusammenhang zu überprüfen, wurde in den Berechnungen auch die Bruchenergie G_f um $\pm 20\%$ variiert. Die Berechnungsergebnisse sind in Tabelle 7.1 angegeben und die berechneten Last-Verschiebungskurven sind in Bild 7.16b) aufgetragen. Man erkennt, dass die Durchstanzlasten mit zunehmender Bruchenergie G_f deutlich anwachsen und die Sprödigkeit aufgrund der größeren Völligkeit der Zugspannungs-Rissöffnungsbeziehung gleichzeitig abnimmt. Durch Normierung der berechneten Bruchlasten V_u mit $G_f^{0,28}$ auf $G_f = 0,10$ N/m ($V_{u,N2}$ in Tabelle 7.1) erhält man ein einheitliches Lastniveau, d. h. der Einfluss der Betonfestigkeitsklasse ($f_{ck}^{0,33}$) auf die Durchstanzlasten ergibt sich überwiegend aus einer Zunahme der Bruchenergie ($G_f^{0,28}$).

	f_{cm}	f_{ctm}	G_f	V_u	$V_{u,N1}^{1)}$	$V_{u,N2}^{2)}$
	[MPa]	[MPa]	[N/m]	[kN]	[kN]	[kN]
C40	45	3,5	0,151	361	287	
C30	35	2,9	0,126	328	287	
C20	25	2,2	0,100	288	288	288
C20, $G_f=0,08$	25	2,2	0,080	270		287
C20, $G_f=0,12$	25	2,2	0,120	302		287

¹⁾ Normiert auf $f_{ck} = 20$ MPa mit $f_{ck}^{1/3}$

²⁾ Normiert auf $G_f = 0,10$ N/m mit $G_f^{0,28}$

Tabelle 7.1 Berechnungsergebnisse bei unterschiedlichen Betonparametern

Der starke Einfluss der Bruchenergie G_f auf die Bruchlasten ist auf den in Abschnitten 7.2.2.1 und 7.3.2 beschriebenen Bruchverlauf beim Durchstanzen zurückzuführen. Danach tritt der Durchstanzriss nicht gleichzeitig entlang der gesamten Versagensfläche auf, sondern entsteht lokal am Ort der maximalen Beanspruchung und pflanzt sich stabil unter zunehmender Stützenskraft in der Platte fort, bis schließlich Versagen eintritt.

Ein derartiges stabiles Risswachstum im ansteigenden Ast der Last-Verschiebungskurve kann auch bei Kopfbolzen unter zentrischer Zugbeanspruchung und der Versagensart Betonausbruch beobachtet werden. Eligehausen, Sawade (1989) haben die Rissentwicklung bei Kopfbolzen in zentrischen Ausziehversuchen mit Hilfe von Dehnmessstreifen verfolgt. Die Größe

der Rissoberfläche im Lasteinleitungsbereich bezogen auf die Gesamtfläche des späteren Bruchkegels ist in Bild 7.17a) in Abhängigkeit von der bezogenen Zugkraft N/N_u (N_u = Betonausbruchlast) für eine Verankerungstiefe $h_{ef} = 130$ mm aufgetragen. Man erkennt, dass sich der Riss in diesem Versuch bereits ab ca. 40 % der Höchstlast ausbildet. Bis zum Erreichen der Höchstlast pflanzt sich der Riss stabil fort und nimmt bei Höchstlast ca. 50 % der Bruchkegeloberfläche ein. Zu diesem Ergebnis kommen auch Ožbolt, Eligehausen (1990) in einer nichtlinearen Finite-Elemente-Berechnung (Bild 7.17a).

Die Verteilung der Betonzugspannungen entlang der Bruchkegeloberfläche senkrecht zu deren Neigung ist in Bild 7.17b) für eine Verankerungstiefe $h_{ef} = 520$ mm aufgetragen. Der Maximalwert der Verteilungen kennzeichnet den räumlichen Beginn der Mikrorissbildung. Man erkennt, dass sich die Mikrorisse mit zunehmender Belastung entlang der Bruchfläche fortpflanzen. Bei Erreichen der Höchstlast wird ein Großteil der Zugspannungen im gerissenen Bereich der Bruchkegeloberfläche (Rissprozesszone, $0 \leq x/l_c \leq \text{ca. } 0,4$) übertragen. Die Resultierende der Zugspannungen hängt dabei nicht primär vom Maximalwert der Verteilung, d. h. von der Betonzugfestigkeit f_{ct} , sondern von der Völligkeit der Verteilung ab. Diese wird in der Rissprozesszone durch die Bruchenergie G_f des Betons determiniert. Daher wirkt sich eine Veränderung der Bruchenergie G_f (bei konstanter Zugfestigkeit f_t) stärker auf die Höchstlast aus als eine Veränderung der Zugfestigkeit f_t (bei konstanter Bruchenergie G_f).

Diesen Zusammenhang konnte Sawade (1994) für Kopfbolzen auch experimentell belegen. Zu diesem Zweck führte er einen Ausziehversuch an einem in optischem Glas verankerten Kopfbolzen mit einer Verankerungstiefe $h_{ef} = 50$ mm durch. Glas besitzt eine ca. 25 mal höhere Zugfestigkeit als Beton, jedoch entspricht das Produkt $E \cdot G_f$ etwa dem Wert von Beton. Vor Erreichen der Höchstlast bildete sich ein Umfangsriss, der bis zum Erreichen der Höchstlast stabil anwuchs (Bild 7.17c). Trotz der extrem hohen Zugfestigkeit des Glaskörpers entsprach die Bruchlast mit $N_u = 19$ kN etwa derjenigen eines gleichartigen Kopfbolzens in Beton.

Da es sich beim Durchstanzen ebenso wie beim Betonausbruch von Kopfbolzen unter zentrischer Zugbeanspruchung um Versagensarten mit stabiler Rissentwicklung vor Erreichen der Höchstlast handelt, sind die an Kopfbolzen gefundenen Erkenntnisse näherungsweise auf das Durchstanzen übertragbar. Danach hängt die Versagenslast nicht primär von der Zugfestigkeit, sondern von der Bruchenergie des Beton ab. Dies stimmt mit den Ergebnissen der numerischen Analyse überein.

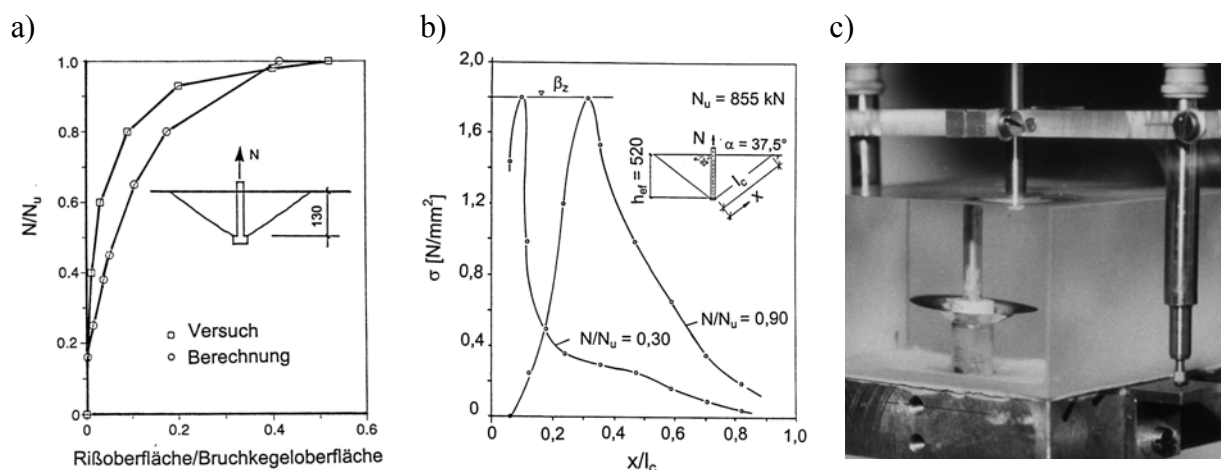


Bild 7.17 Kopfbolzen unter zentrischer Zugbeanspruchung: a) Bezogene Rissoberfläche nach Ožbolt, Eligehausen (1990), b) Bezogene Risslänge x/l nach Eligehausen, Sawade (1989), c) Umfangsriss im Lasteinleitungsbereich in optischem Glas bei $N = 0,93 \cdot N_u$ nach Sawade (1994)

7.3.3.2 Menge und Anordnung der Bewehrung

Um den Einfluss der Bewehrungsmenge und Bewehrungsanordnung auf das Tragverhalten zu untersuchen, wurde in den Berechnungen der Durchmesser der Stützenanschlussbewehrung und der Biegezugbewehrung (Grundbewehrung) variiert. Die Stützenanschlussbewehrung bestand wie in Versuch E1 je Hauptrichtung aus zwei von der Platte in die Stütze geführten Stäben mit einem je nach Berechnung unterschiedlichen Durchmesser von 10 mm, 16 mm und 20 mm. Als Biegezugbewehrung (Grundbewehrung Plattenoberseite) wurde in beiden Hauptrichtungen $d_s = 16 \text{ mm} / s = 15 \text{ cm}$ angeordnet und in den Berechnungen um $\pm 20 \%$ variiert. Der Längsbewehrungsgrad der Bewehrung innerhalb des kritischen Rundschnittes im Abstand $1,5d$ entsprechend DIN 1045-1 betrug im Ausgangsfall $\rho_l = 1,02 \%$ (Anschluss 16 mm, Grundbewehrung $\phi 16/15$) und wurde im Bereich $0,82 \% \leq \rho_l \leq 1,19 \%$ variiert.

Der Einfluss der Bewehrung auf das Tragverhalten der Eckstützen-Plattenverbindung ist in Bild 7.18 aufgetragen. Man erkennt in Bild 7.18a), dass sich die Verbindung mit einer Anschlussbewehrung $d_s = 10 \text{ mm}$ am Übergang zum Biegeversagen befindet, so dass ein relativ duktileres Verformungsverhalten zu beobachten ist. Bei einer Vergrößerung der Anschlussbewehrung auf $d_s = 16 \text{ mm}$ wächst die Durchstanzlast an und das Tragverhalten wird deutlich spröder, was auf einen reinen Durchstanzbruch hindeutet. Eine Erhöhung des Durchmessers auf $d_s = 20 \text{ mm}$ lässt die Bruchlast weiter anwachsen, wobei das Tragverhalten nach Überschreiten der Höchstlast durch einen verzögerten Abfall der aufnehmbaren Last gekennzeichnet ist. In dieser Phase zeigt das Rissbild der Berechnung eine Dübelwirkung der starken Anschlussbewehrung. Einen deutlich geringeren Einfluss auf das Tragverhalten besitzt die Biegezugbewehrung, die nicht in die Stütze geführt sondern am freien Plattenrand verankert wird. Bild 7.18b) belegt, dass sich eine Veränderung der Bewehrungsfläche um $\pm 20 \%$ nur minimal auf die Durchstanzlast und das Verformungsverhalten auswirkt.

Um die berechneten Abhängigkeiten direkt miteinander vergleichen zu können, sind in Bild 7.18c) die auf den Ausgangsfall (Anschluss 16 mm, Grundbewehrung $\phi 16/15$) normierten Bruchlasten in Abhängigkeit vom Längsbewehrungsgrad ρ_l aufgetragen. Die Darstellung veranschaulicht den wesentlich höheren Traglasteinfluss der Stützenanschlussbewehrung gegenüber der Grundbewehrung. Die Ursache hierfür ist die deutlich geringere Wirksamkeit der Grundbewehrung, die sich aus der schlechteren Verankerung am freien Plattenrand sowie der abnehmenden Aktivierung der Stäbe mit wachsendem Abstand von der Stütze ergibt (vgl. Abschnitt 5.4.2.4).

Darüber hinaus ist in Bild 7.18c) zum Vergleich ein Anstieg der Durchstanzlast mit $\rho_l^{1/3}$ als gestrichelte Linie eingezeichnet, deren Verlauf sich zwischen den Kurven der Anschlussbewehrung und der Biegezugbewehrung einpasst. Die Gegenüberstellung verdeutlicht, dass der Einfluss des Längsbewehrungsgrades etwa mit $\rho_l^{1/3}$ abgebildet werden kann, sofern das Verhältnis zwischen Anschlussbewehrung und Biegezugbewehrung im wesentlichen unverändert ist.

Der Einfluss einer Verbügelung des freien Plattenrandes ist in Bild 7.18d) dargestellt. Die Last-Verschiebungskurve lässt erkennen, dass die Durchstanzlast ohne Randbügel um 20 kN auf $V_u = 250 \text{ kN}$ abnimmt. In der Berechnung mit Randbügeln sowie in Versuch E1 wurden die stütznahen Randbügel bei Höchstlast bis zu einer Dehnung $\varepsilon \approx 1,2 \%$ aktiviert (vgl. Bild 7.13e). Bei zwei Bügeln $d_s = 8 \text{ mm}$ entspricht dies einer Vertikalkraft $V \approx 25 \text{ kN}$ und somit etwa der Differenz zwischen den beiden Berechnungen. Die Randbügel wirken somit wie eine versteckte Schubbewehrung, die jedoch aufgrund ihrer mäßigen Verankerung nicht vollständig aktiviert wird.

Weiterhin wurde in den Berechnungen der Einfluss der Verdübelungswirkung der Biegezugbewehrung untersucht. Zu diesem Zweck wurden die Stabelemente der Biegezugbewehrung vollständig gelenkig definiert, so dass diese nur Zugkräfte, jedoch keine Querkräfte (senkrecht zur Stabachse) übertragen können. Das Berechnungsergebnis ist in Bild 7.18e) aufgetragen und zeigt, dass die Versagenslast durch Eliminierung der Dübelwirkung in der Berechnung

um ca. 7 % abnimmt. Die Höhe der Verdübelungswirkung hängt von der Bewehrungsmenge, den Stabdurchmessern und -abständen sowie von der Betonfestigkeit und -deckung ab (Hallgren 1996). Bei üblichen Stabdurchmessern und Betondeckungen kann der Einfluss der Verdübelungswirkung jedoch ausreichend genau durch die Bewehrungsmenge bzw. den Bewehrungsgrad ρ_l und die Betonfestigkeit f_c berücksichtigt werden.

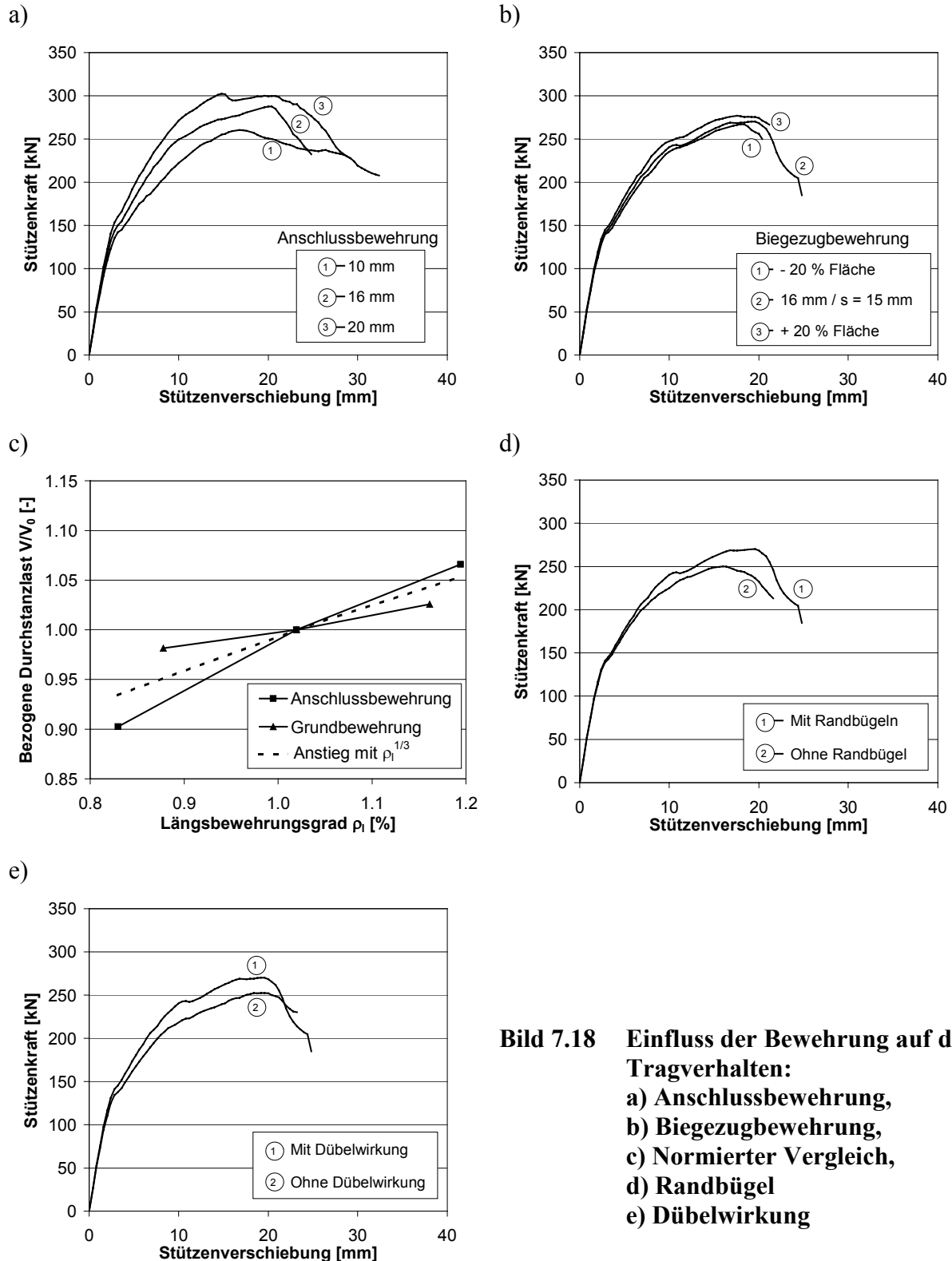


Bild 7.18 Einfluss der Bewehrung auf das Tragverhalten:
a) Anschlussbewehrung,
b) Biegezugbewehrung,
c) Normierter Vergleich,
d) Randbügel
e) Dübelwirkung

7.3.3.3 Einfluss des Versuchsaufbaus

Die in Abschnitt 5 diskutierten Durchstanzversuche wurden ebenso wie die vorstehenden numerischen Untersuchungen an einer Obergeschosdecke, d. h. mit nur einer Stütze durchgeführt. Um die Übertragbarkeit der experimentellen und numerischen Ergebnisse auf Zwischengeschosdecken sicherzustellen, wurden Vergleichsrechnungen durchgeführt. Zu diesem Zweck wurde das in Bild 7.7 dargestellte Finite-Elemente-Netz um eine zweite, nach oben gerichtete Stütze erweitert und mit identischen Randbedingungen und Materialparametern berechnet. Der Vergleich der Berechnungsergebnisse für eine Obergeschosdecke und eine Zwischengeschosdecke ist in Bild 7.19a) aufgetragen. Man erkennt, dass an der Zwischengeschosdecke eine etwas geringere Durchstanzlast bei gleichzeitig größeren Verformungen berechnet wurde. Dieser Unterschied ist darauf zurückzuführen, dass in der Obergeschosdecke eine geringe Längskraft in der Platte entsteht, welche die Tragfähigkeit günstig beeinflusst, jedoch die Sprödigkeit des Versagens erhöht. Die Plattenlängskraft nimmt mit anwachsender Ausmitte $e = M/V$ zu. Daher wird die Analyse der Momenten-Querkraft-Interaktion in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte e/c (Abschnitt 8) an Zwischengeschosdecken durchgeführt, um einen möglichen Einfluss der Plattenlängskraft auszuschließen.

Darüber hinaus kann das Tragverhalten bei der Durchführung von Durchstanzversuchen oder Finite-Elemente-Berechnungen durch die Höhe bzw. Verteilung der Lagerkräfte auf der Plattenoberfläche beeinflusst werden. In den vorgestellten Durchstanzversuchen an Eckstützen (vgl. Abschnitt 5) wurde die Platte im Feldbereich auf vier viertelkreisförmig angeordneten Prüfzylindern gelagert, welche durch hydraulische Koppelung stets eine identische Kraft aufbrachten, um eine möglichst rotationssymmetrische Belastung der Platte zu gewährleisten. In den Berechnungen wurden die Auflager i. d. R. vertikal unverschieblich gehalten, so dass sich die Lagerkräfte entsprechend den Plattensteifigkeiten einstellten und entlang den Hauptachsen etwas größer waren als auf der Plattendiagonalen. Um einen möglichen Einfluss unterschiedlicher Lagerkräfte zu untersuchen, wurden die Lagerungsbedingungen in einer numerischen Vorstudie variiert. Die berechneten Durchstanzlasten sind in Bild 7.19b) in Abhängigkeit von dem Lastanteil, der über die Hauptachsen (entlang des freien Plattenrandes) abgetragen wird, dargestellt. Es zeigt sich, dass die Durchstanzlast umso größer ist, je mehr Belastung über die Hauptachsen abgetragen wird, wobei der Einfluss der Lagerungsbedingungen im Extremfall etwa $\pm 6\%$ betragen kann. Die gewählte Versuchsdurchführung (Lastanteil Hauptachse = 50%) liefert Durchstanzlasten, die etwa in der Mitte dieser Bandbreite liegen, die Finite-Elemente-Berechnung mit vertikal unverschieblichen Auflagern führt zu Ergebnissen, die nur geringfügig um ca. 2% höher sind als bei rotationssymmetrischer Lagerung.

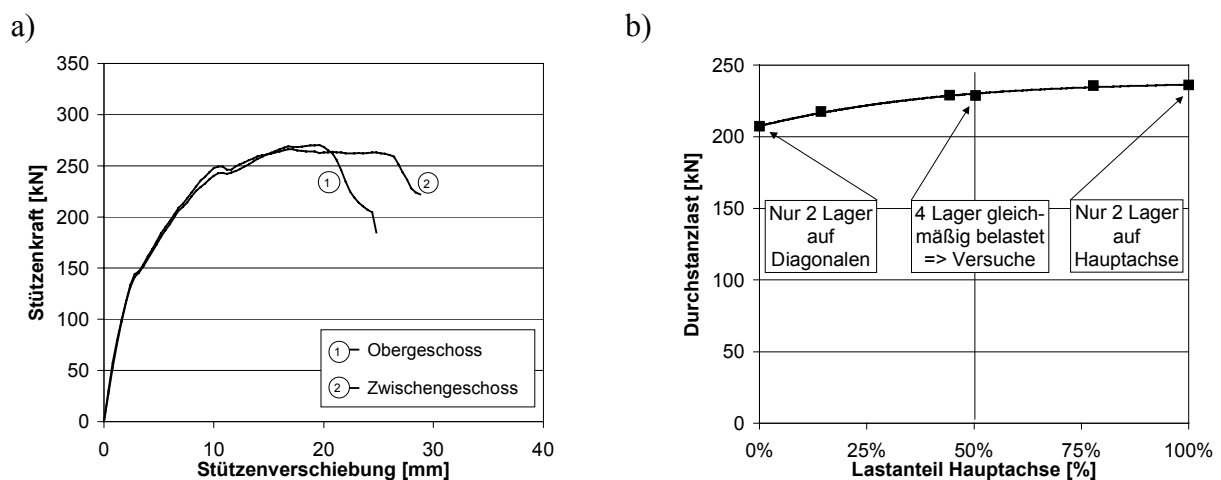


Bild 7.19 Einfluss des Versuchsaufbaus: a) Vergleich Zwischen-/Obergeschosdecke, b) Vergleich unterschiedlicher Lagerungsbedingungen

7.4 Simulation einer Eckstütze mit Schubbewehrung

Im folgenden Abschnitt wird der Durchstanzversuch E2 (vgl. Abschnitt 5) an einer Eckstütze mit Bügeln als Schubbewehrung numerisch simuliert und die Berechnungsergebnisse werden mit den Versuchsergebnissen verglichen. Die Vergleichsrechnung dient als Grundlage für die numerische Parameterstudie in Abschnitt 9, in welcher der Einfluss der Länge des schubbewehrten Bereiches sowie der Momentenübertragung auf das Durchstanzverhalten außerhalb der Schubbewehrung analysiert wird.

7.4.1 Materialeigenschaften, räumliche Diskretisierung und Randbedingungen

Die räumliche Diskretisierung der Stahlbetonplatte erfolgte prinzipiell mit dem Finite-Elemente-Netz sowie den Rand- und Belastungsbedingungen, welche in Abschnitt 7.3.1 für Eckstützen ohne Schubbewehrung verwendet wurden und in Bild 7.7 dargestellt sind. Zusätzlich wurden in das bestehende Netz Stabelemente zur Modellierung der Schubbewehrung eingefügt. Im Versuch E2 wurden geschlossene Bügel als Schubbewehrung verwendet, deren Anordnung in Bild 7.20b) angegeben ist, die Länge des schubbewehrten Bereiches betrug $l_s = 47$ cm. Die Ausbildung der Schubbewehrung in der Finite-Elemente-Simulation ist in Bild 7.20a) dargestellt. Die vertikalen Stäbe bilden die eigentliche Schubbewehrung ab und wurden mit dem im Versuch vorhandenen Stabdurchmesser $d_s = 8$ mm angesetzt, die horizontalen Stäbe dienen zur Verankerung der vertikalen Stäbe. Um das Schlupfverhalten an den Enden der vertikalen Stäbe wirklichkeitsnah zu erfassen, besitzen die horizontalen Verankerungsstäbe etwa die zehnfache Querschnittsfläche der vertikalen Stäbe. Die Stäbe der Schubbewehrung waren nicht gelenkig, sondern biegesteif miteinander verbunden. Die Beton- und Stahlkennwerte sowie Stabdurchmesser wurden entsprechend den Werten der Versuchsplatte E2 (vgl. Abschnitt 5) definiert, die Betonparameter betragen entsprechend $f_c = 20$ MPa, $f_{ct} = 2,2$ MPa und $G_f = 0,1$ N/mm bei einem Längsbewehrungsgrad $\rho_l \approx 1,28$ %. Im Bereich der Stützecke wurden einige Betonelemente linear-elastisch definiert, um eine übermäßige Schädigung dieses Rahmenknotens zu vermeiden, da diese zu numerischen Problemen führen kann.

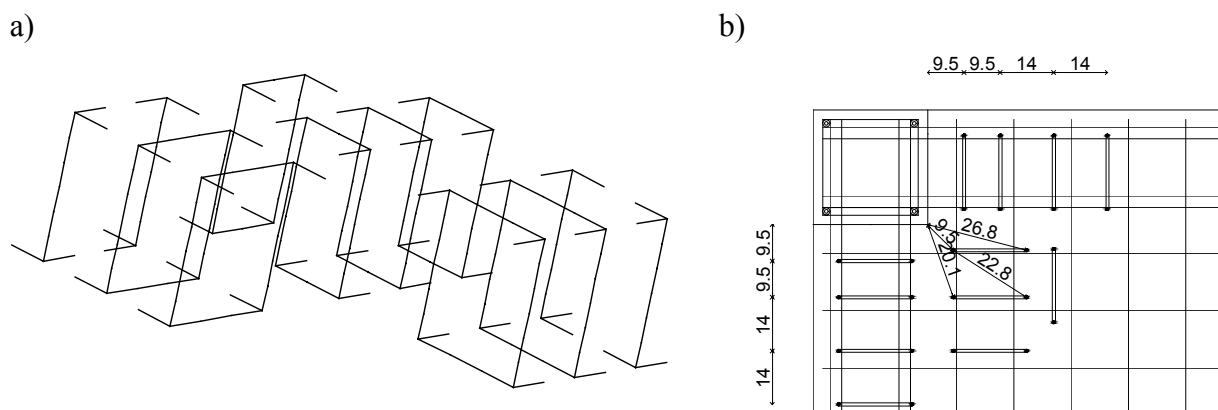


Bild 7.20 Anordnung der Schubbewehrung: a) Simulation, b) Versuch E2

7.4.2 Ergebnisse der Analyse und Vergleich mit Versuchsergebnissen

Sowohl in der Berechnung als auch im Versuch konnte ein Schubversagen mit der Ausbildung einer geneigten Risszone außerhalb des schubbewehrten Bereiches beobachtet werden. Ein Vergleich der Rissbilder in einem (Säge-)Schnitt entlang der Plattendiagonalen nach Überschreiten der Durchstanzlast in Berechnung und Versuch ist in Bild 7.21 dargestellt. Die Gegenüberstellung verdeutlicht, dass der stütznahere Bereich in der Simulation ebenso wie im Versuch gerissen, aber stabil war und nicht zum Versagen führte. Vielmehr bildete sich im Bereich der äußersten Schubbewehrungselemente eine schräge Versagensrisszone mit einer

Neigung von ca. 30° bis 35° . Die Simulation stellt somit eine gute Abbildung des im Versuch beobachteten Versagensmechanismus dar. Die berechneten und experimentell ermittelten Last-Verformungskurven sind in Bild 7.22 aufgetragen. Die berechnete Höchstlast liegt mit $V_{u,calc} = 337 \text{ kN}$ nur geringfügig über der gemessenen Bruchlast $V_{u,test} = 330 \text{ kN}$, das Verformungsverhalten ist in der Simulation allerdings etwas steifer als im Versuch (Bild 7.22a). Aufgrund der höheren Steifigkeit der Simulation stellen sich in der Berechnung auch etwas höhere Anschlussmomente ein, der Maximalwert liegt mit $M_{u,calc} = 96,3 \text{ kNm}$ jedoch nicht wesentlich über dem Versuchswert $M_{u,test} = 86,2 \text{ kNm}$. Insgesamt ist festzustellen, dass insbesondere der Versagensmechanismus und die Bruchlast außerhalb des schubbewehrten Bereiches von Eckstützen-Plattenverbindungen mit der vorgestellten Simulation wirklichkeitsnah vorhergesagt werden können.

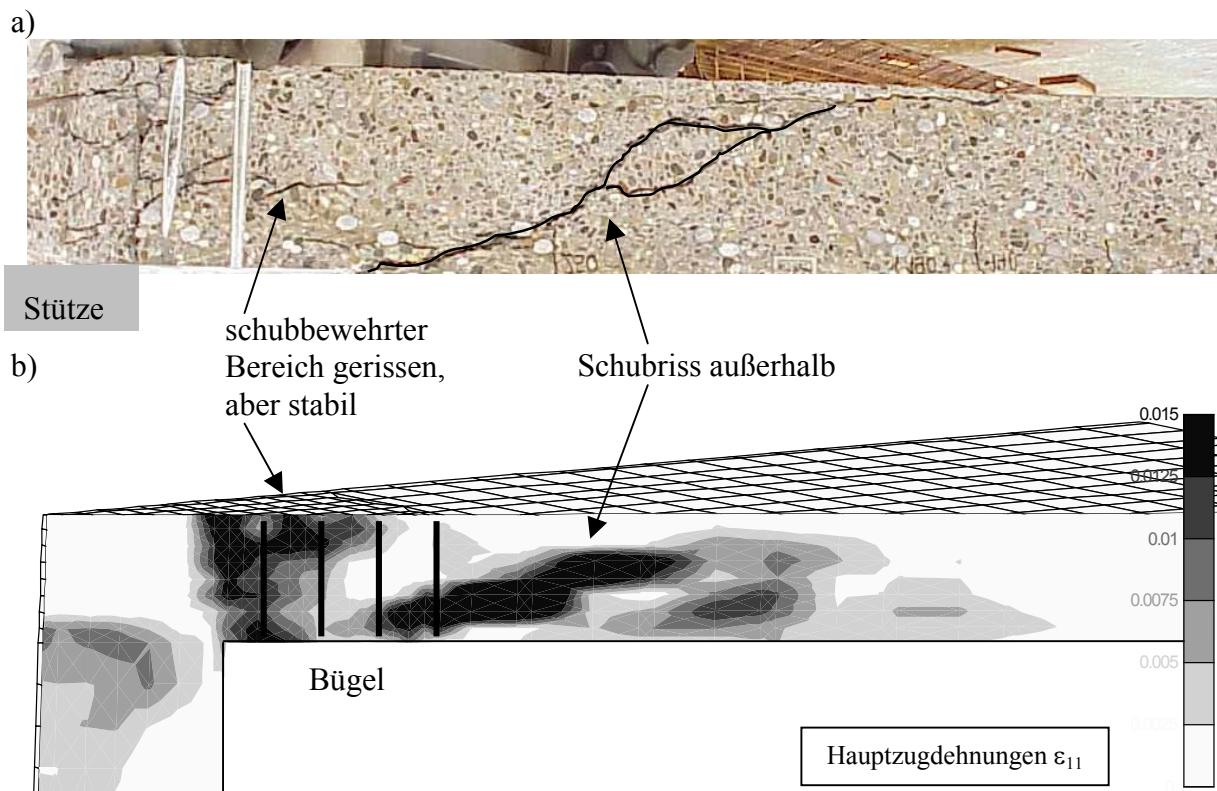


Bild 7.21 Vergleich der Rissbilder nach Überschreiten der Durchstanzlast in einem diagonalen Schnitt: a) Versuchsplatte, b) Simulation

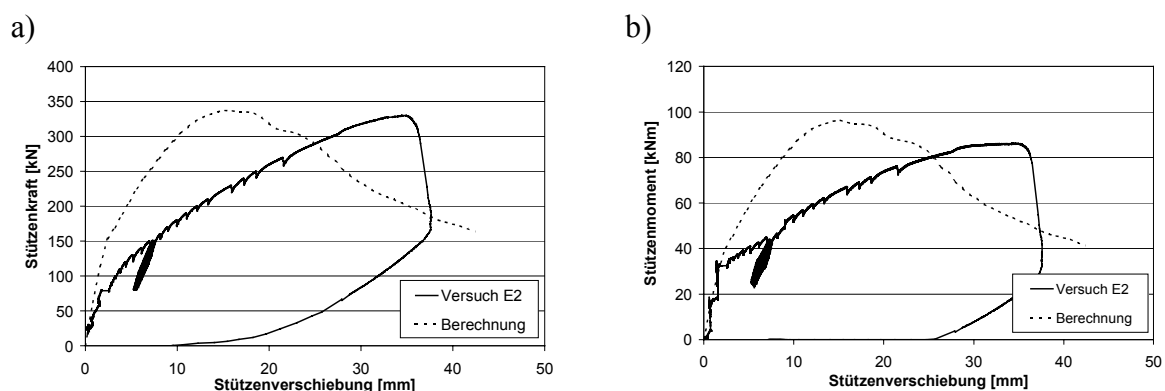


Bild 7.22 Vergleich der Last-Verformungskurven in Versuch und Berechnung:
a) Stützenkraft in Abhängigkeit von der Stützenverschiebung
b) Stützenmoment in Abhängigkeit von der Stützenverschiebung

7.5 Simulation einer Randstütze ohne Schubbewehrung

Im vorliegenden Abschnitt wird zunächst der Durchstanzversuch R1 (vgl. Abschnitt 6) an einer Randstütze ohne Schubbewehrung numerisch simuliert und die Berechnungsergebnisse werden mit den Versuchsergebnissen verglichen. Die Vergleichsrechnung dient als Grundlage für die numerische Parameterstudie in Abschnitt 8.2, in welcher der Einfluss der Momentenübertragung auf das Durchstanzen analysiert wird.

7.5.1 Materialeigenschaften, räumliche Diskretisierung und Randbedingungen

Bild 7.23 zeigt die Aufteilung der Volumenelemente sowie die Lagerungsbedingungen des in der Berechnung verwendeten FE-Netzes. Das Netz sowie die Definition der Volumen- und Stabelemente für Beton und Stahl wurden analog zu der Berechnung der Eckstützen in Abschnitt 7.3.1.1 festgelegt. Aufgrund der Symmetrie des Versuchskörpers konnte die Berechnung auf eine Plattenhälfte beschränkt werden, die Symmetrieebene verläuft senkrecht zum freien Plattenrand durch die Achse der Stütze. Die Knoten auf der Symmetrieebene wurden senkrecht zu dieser Ebene unverschieblich gehalten. Als Lokalisierungsbegrenzer wurde die verbesserte Rissband-Methode (vgl. Abschnitt 7.1.2) verwendet. Die Beton- und Stahlkennwerte sowie Stabdurchmesser wurden entsprechend den Werten der Versuchsplatte R1 (vgl. Abschnitt 6) definiert, die Betonparameter betragen entsprechend $f_c = 35 \text{ MPa}$, $f_{ct} = 2,2 \text{ MPa}$ und $G_f = 0,1 \text{ N/mm}$ bei einem Längsbewehrungsgrad $\rho_l \approx 0,85 \%$. Sämtliche Bewehrungsstäbe der Versuchsplatte wurden diskret, d. h. durch Einzelstäbe modelliert, die starr mit den Knoten der Betonelemente verbunden waren.

Die Belastung wurde wie im Versuch kraftgesteuert auf drei Knoten auf der Plattenoberseite aufgebracht, der Stützenfuß war horizontal und vertikal unverschieblich, jedoch frei drehbar gelagert. Darüber hinaus wurde entsprechend den Versuchsbedingungen der Plattenrand gegenüber der Stütze vertikal und horizontal festgehalten.

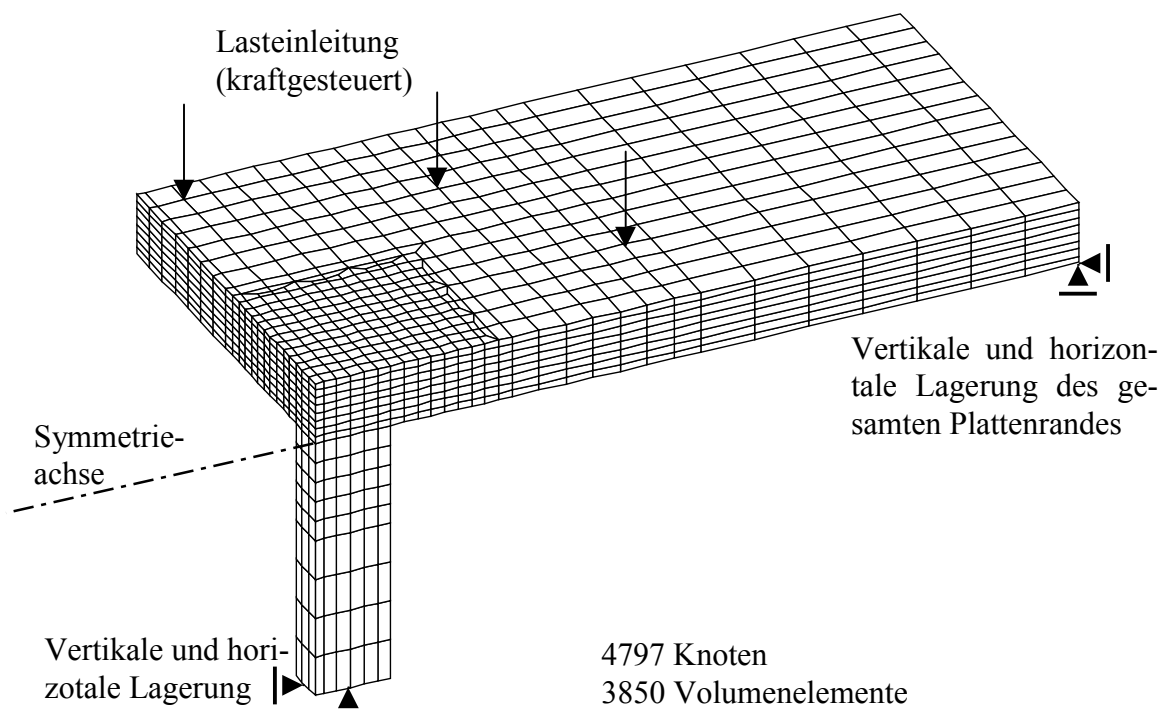


Bild 7.23 Elementierung des FE-Netzes - Volumenelemente

7.5.2 Ergebnisse der Analyse und Vergleich mit Versuchsergebnissen

Sowohl in der Berechnung als auch im Versuch konnte ein Durchstanzversagen mit der Ausbildung des charakteristischen Durchstanzkegels beobachtet werden. Bild 7.24 zeigt eine Gesamtansicht des verformten FE-Netzes bei Höchstlast, die dunklen Bereiche stellen die berechneten Hauptzugdehnungen ε_{11} dar. Lokale Zonen mit großen Dehnungen sind als Risszonen im Beton zu interpretieren. Man erkennt, dass sich bei Höchstlast auf der Symmetrieachse eine ausgeprägte geneigte Durchstanzrisszone ausgebildet hat, während am freien Plattenrand wie im Versuch (vgl. Abschnitt 6.2) zunächst noch kein Durchstanzriss hervortritt. Ein Vergleich der Rissbilder in einem (Säge-)Schnitt entlang der Plattendiagonalen nach Überschreiten der Durchstanzlast in Berechnung und Versuch ist in Bild 7.25 dargestellt. Die Gegenüberstellung verdeutlicht, dass sich in der Simulation ebenso wie im Versuch ein Durchstanzriss mit einer Neigung von ca. 30-35° einstellt. Die Simulation stellt somit eine gute Abbildung des im Versuch beobachteten Versagensmechanismus dar.

Die berechneten und experimentell ermittelten Last-Verformungskurven sind in Bild 7.26 aufgetragen. Als Verformung wird die vertikale Durchbiegung der Platte unter dem zweiten Lasteinleitungspunkt (vom freien Plattenrand aus) angegeben. Bild 7.26a) zeigt einen Vergleich der gemessenen und berechneten Stützenkräfte in Abhängigkeit von der Durchbiegung. Die berechnete Höchstlast entspricht mit $V_{u,calc} = 439$ kN praktisch der gemessenen Bruchlast $V_{u,test} = 436$ kN. Die Verschiebung bei Höchstlast stimmt mit ca. 12 mm gut überein, allerdings trat in der Berechnung eine höhere Anfangssteifigkeit auf als im Versuch. Bild 7.26b) enthält einen Vergleich der gemessenen und berechneten Stützenanschlussmomente. Aufgrund der höheren Steifigkeit der Simulation stellen sich in der Berechnung auch etwas höhere Anschlussmomente ein, der Maximalwert liegt mit $M_{u,calc} = 70,4$ kNm jedoch in der gleichen Größenordnung wie der Versuchswert $M_{u,test} = 61,2$ kNm.

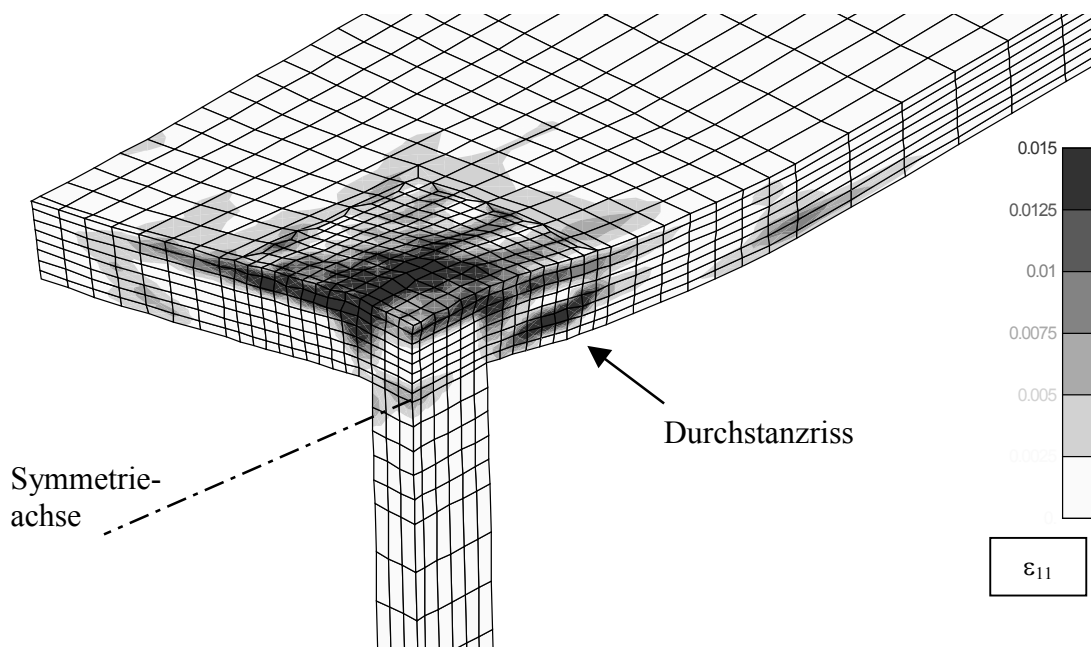


Bild 7.24 Verformungsbild und Hauptzugdehnungen ε_{11} der FE-Berechnung bei Höchstlast

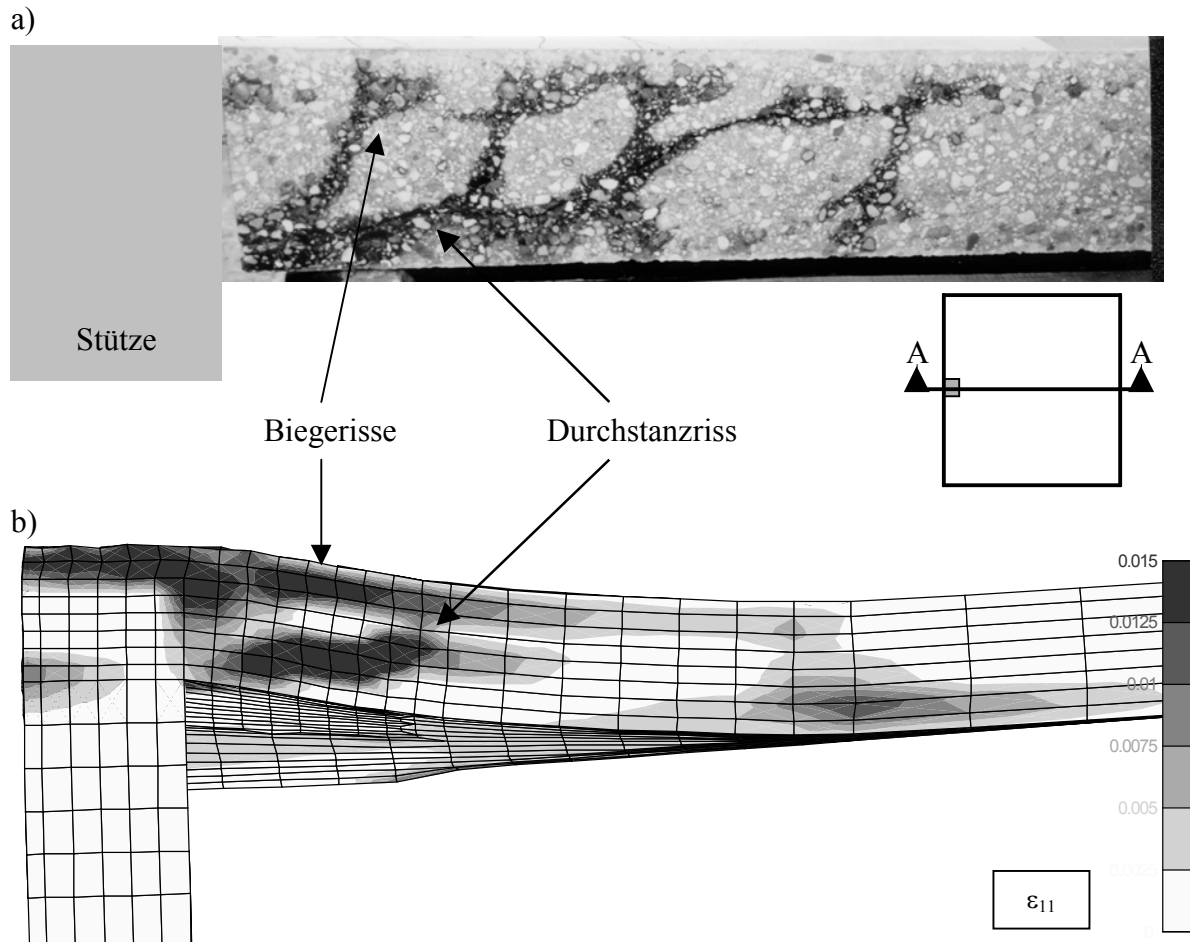


Bild 7.25 Vergleich der Rissbilder nach Überschreiten der Durchstanzzlast im Schnitt A-A: a) Versuchsplatte, b) Simulation (Hauptzugdehnungen ε_{11})

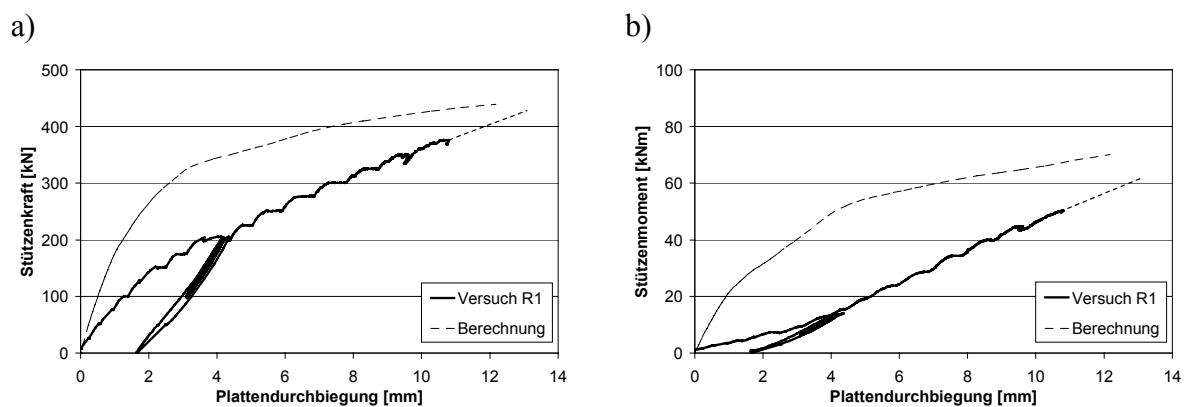


Bild 7.26 Vergleich der Last-Verformungskurven in Versuch und Berechnung:
a) Stützenkraft in Abhängigkeit von der Plattendurchbiegung
b) Stützenmoment in Abhängigkeit von der Plattendurchbiegung

Bild 7.27 zeigt einen Vergleich der gemessenen und berechneten Verformungen des Betons und der Bewehrung im stützennahen Bereich. Die Lage der Messstellen ist in den Diagrammen jeweils durch eine Skizze angegeben. In Bild 7.27a) sind die radialen und tangentialen Betonstauchungen an der Stützensenkenfläche aufgetragen. Man erkennt, dass die Berechnung eine sehr gute Abbildung der gemessenen Betonstauchungen darstellt. Die radialen Stauchungen sind jeweils deutlich größer als die tangentialen, d. h. der für das Durchstanzen charakteristische Druckring ist am freien Plattenrand von Randstützen kaum noch vorhanden. Demgegenüber sind die tangentialen Stauchungen an der Stützenfrontfläche in Berechnung und Versuch größer als die radialen (Bild 7.27b). Insgesamt ist festzustellen, dass die Simulation einen plausiblen Verlauf der Stauchungen in der stützennahen Betondruckzone angibt, der nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ gut mit den Versuchsergebnissen übereinstimmt.

Die gemessenen und berechneten Dehnungen der Biegezugbewehrung parallel zum freien Plattenrand sind in Bild 7.27c) gegenübergestellt. Das Verformungsverhalten der Bewehrung wird durch die Simulation hervorragend abgebildet, fast im gesamten Lastbereich sind nur minimale Abweichungen zwischen Berechnung und Versuch zu erkennen. Die Bewehrung parallel zum freien Plattenrand erreicht bei Höchstlast fast die Fließdehnung $\varepsilon_y \approx 2,6\%$. Die Ursache für diese hohen Dehnungswerte liegt in der kragarmartigen Ausbildung des Versuchskörpers parallel zum freien Plattenrand. Demgegenüber werden senkrecht zum freien Plattenrand in Berechnung und Versuch nur relativ geringe Dehnungen erreicht (Bild 7.27d), was mit dem vergleichsweise niedrigen Stützenanschlussmoment korrespondiert. Diese Bewehrung wird erst mit dem Auftreten des Durchstanzenrisse an der Stützenfrontfläche stärker aktiviert.

Insgesamt ist erneut festzustellen, dass der Versagensmechanismus sowie das Trag- und Verformungsverhalten von Randstützen-Plattenverbindungen mit der vorgestellten Simulation wirklichkeitsnah vorhergesagt werden können.

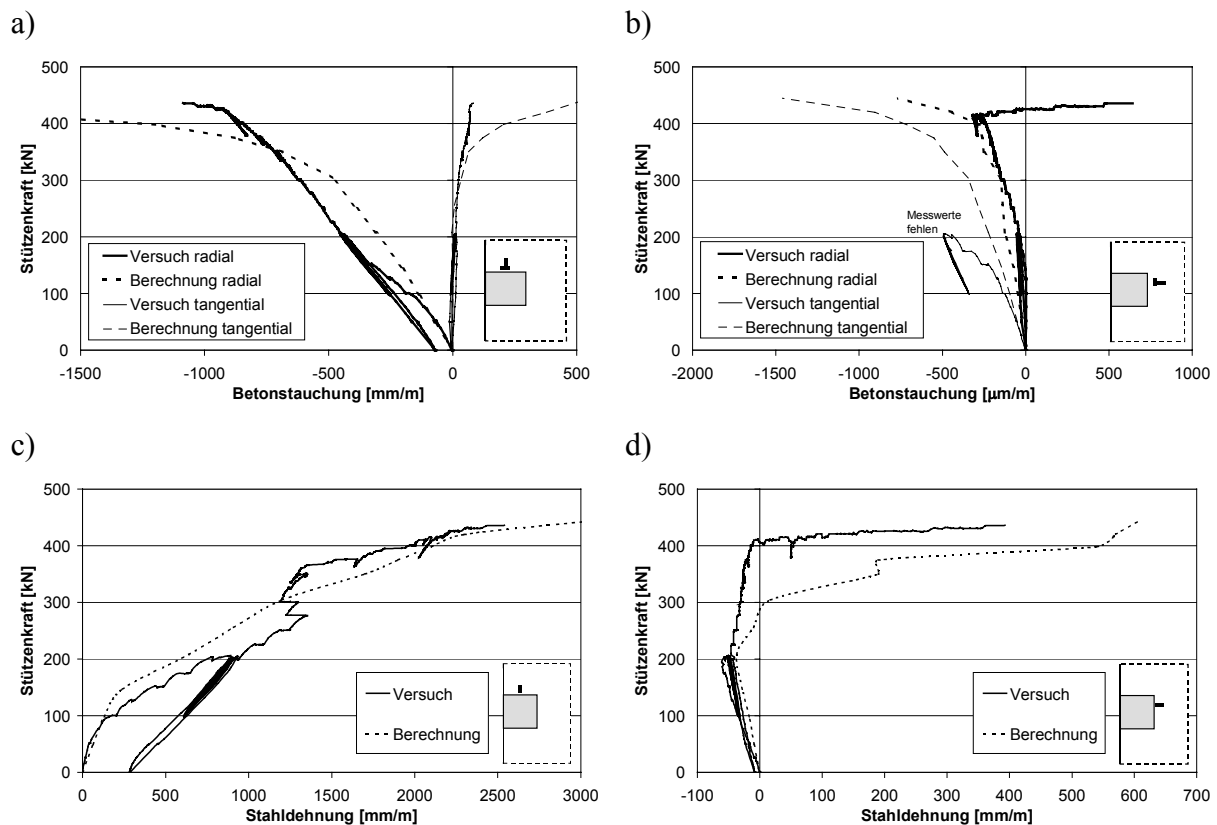


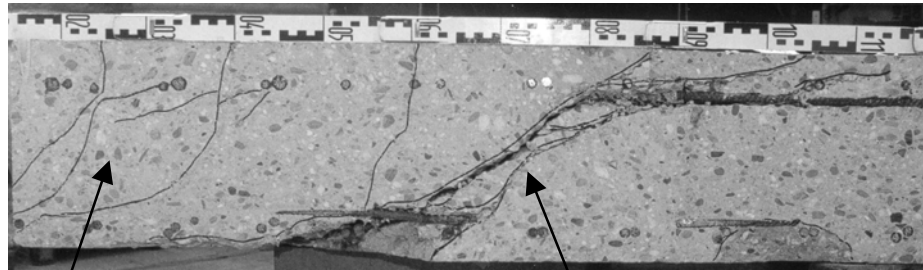
Bild 7.27 Vergleich der Verformungen in Versuch und Berechnung: a), b) Betonstauchungen, c), d) Stahldehnungen

7.6 Simulation einer Randstützen mit Schubbewehrung

Um die Eignung des Finite-Elemente-Modells auch für Randstützen mit Schubbewehrung zu überprüfen, wurde der Durchstanzversuch R2 (vgl. Abschnitt 6) an einer Randstütze mit Bügeln als Schubbewehrung numerisch simuliert. Dabei wurde wie bei der Eckstütze mit Schubbewehrung vorgegangen, d. h. das vorhandene Finite-Elemente-Netz aus Abschnitt 7.5 wurde mit einer Schubbewehrung analog Abschnitt 7.4 versehen. Nachfolgend werden die wesentlichen Ergebnisse der Simulation dargestellt.

In Bild 7.28 ist ein Vergleich des berechneten Rissbildes (Hauptzugdehnungen ε_{11}) nach Überschreiten der Höchstlast mit dem Rissbild im Durchstanzversuch in einem Sägeschnitt A-A durch die Platte (senkrecht zum freien Plattenrand, vgl. Skizze) dargestellt. Man erkennt sowohl in der Berechnung als auch im Versuch, dass sich der für das Versagen maßgebende Schubriss bzw. Schubrisszone außerhalb des schubbewehrten Bereiches gebildet hat und auf der Plattenunterseite in den schubbewehrten Bereich hineinreicht. Darüber hinaus hat sich innerhalb des schubbewehrten Bereiches ein Durchstanzriss gebildet, der jedoch wirksam durch die Schubbewehrung zusammengehalten wurde und daher nicht zum Versagen führte.

a)



b)

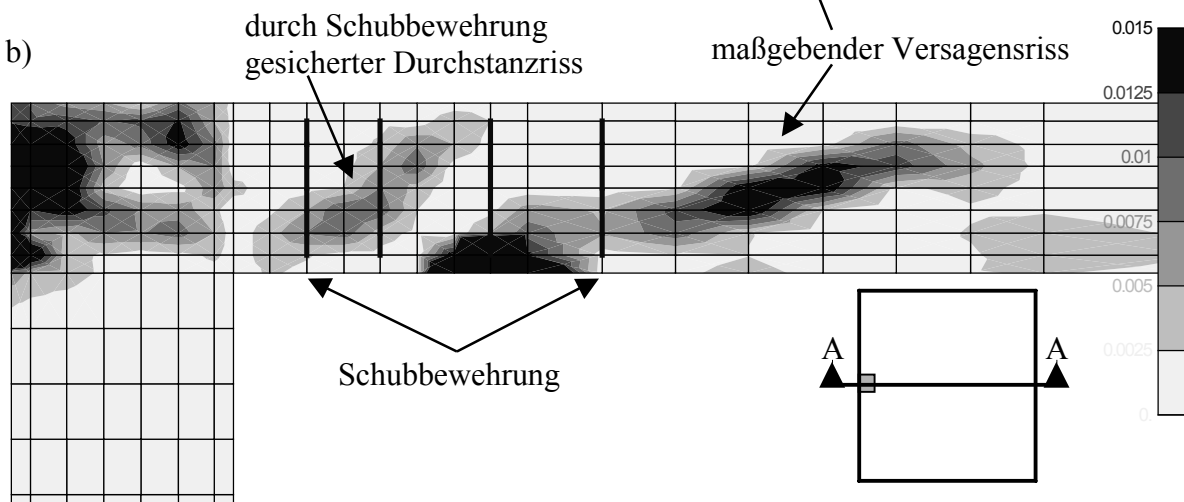


Bild 7.28 Vergleich der Rissbilder nach Überschreiten der Durchstanzlast im Schnitt A-A: a) Versuchsplatte, b) Simulation (Hauptzugdehnungen ε_{11})

Bild 7.29 zeigt einen Vergleich von Stützenkraft und Stützenmoment in Versuch R2 und Berechnung. Obwohl im Versuch zunächst ein Anfangsmoment $M \approx 30 \text{ kNm}$ aufgebracht wurde, nähert sich die Versuchskurve mit zunehmender Stützenkraft der berechneten Kurve an, so dass diese bis Erreichen der Höchstlast parallel verlaufen. Insgesamt ist in Bild 7.29 zu erkennen, dass die numerische Simulation nicht nur die Höchstlast ($V_u = 501 \text{ kN}$), sondern auch das Momenten-Querkraft-Verhältnis ($e = M/V \approx 0,15 \text{ m}$) mit sehr guter Näherung vor-

hersagt. Die wirklichkeitsnahe Modellierung des Momenten-Querkraft-Verhältnisses ist beim Durchstanzen im Bereich von Rand- und Eckstützen von besonderer Bedeutung, da sonst keine zutreffenden Aussagen über den Einfluss des Stützenmomentes auf die Durchstanzlast (Momenten-Querkraft-Interaktion) abgeleitet werden können.

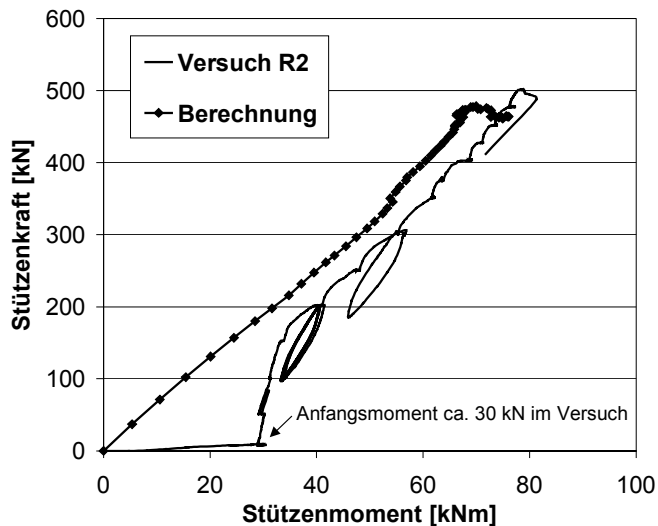


Bild 7.29 Vergleich von Stützenkraft und Stützenmoment in Versuch R2 und Berechnung

7.7 Zusammenfassung der numerischen Studie

In der vorliegenden numerischen Studie wurden nichtlineare, räumliche Finite-Elemente-Berechnungen unter Verwendung des Mikroplane-Materialmodells für Beton, eines verschmierten Risskonzeptes (Rissbandmethode) sowie diskreten Bewehrungselementen durchgeführt. Anhand von direkten Vergleichen mit Ergebnissen von Durchstanzversuchen wurde gezeigt, dass das Finite-Elemente-Modell geeignet ist, Versagensart, Höchstlast und Verformungsverhalten beim Durchstanzen von Flachdecken im Bereich von Innen-, Rand- und Eckstützen ohne und mit Schubbewehrung wirklichkeitsnah vorherzusagen. Darüber hinaus erlaubten die Berechnungen eine Analyse der Rissentwicklung innerhalb der Platte sowie des Versagensprozesses beim Durchstanzen (Abschnitt 7.3.2). Weiterhin wurde eine numerische Parameterstudie durchgeführt, um den Einfluss wesentlicher geometrischer und Materialparameter auf das Durchstanzen zu analysieren (Abschnitt 7.3.3).

Insgesamt steht mit dem überprüften numerischen Modell ein wichtiges Instrument für die nachfolgende Untersuchung der Momenten-Querkraft-Interaktion beim Durchstanzen zur Verfügung. Daher werden - basierend auf den Erkenntnissen und Erfahrungen dieses Abschnittes - in den nachfolgenden Abschnitten 8 und 9 weitere Finite-Elemente-Berechnungen durchgeführt, in welchen u. a. das Durchstanzen unter Momenten-Querkraft-Interaktion von Platten ohne und mit Schubbewehrung analysiert wird.

8 Analyse des exzentrischen Durchstanzens

Der Vergleich der Versuchsdatenbank mit wichtigen Bemessungsnormen und theoretischen Modellen in Abschnitt 3 hat gezeigt, dass das Tragverhalten im Bereich von Rand- und Eckstützen maßgeblich von dem Verhältnis zwischen Stützenkraft V und Anschlussmoment M bestimmt wird. Gleichzeitig wurde offenkundig, dass keiner der untersuchten Ansätze den Einfluss der Ausmitte $e = M/V$ auf die Versagenslasten zutreffend beschreibt. Dies gilt sowohl für das Tragverhalten im stütznahen Bereich von Platten ohne Schubbewehrung als auch für dasjenige außerhalb eines schubbewehrten Bereiches.

Eine verbesserte Durchstanzbemessung im Bereich von Rand- und Eckstützen kann daher primär durch eine vertiefte Kenntnis des Einflusses der Ausmitte e auf das Tragverhalten erreicht werden. Zu diesem Zweck wird nachfolgend das Durchstanztragverhalten in Abhängigkeit von der Ausmitte e für Platten ohne Schubbewehrung theoretisch untersucht und es werden Überlegungen zu Platten mit Schubbewehrung angestellt. Dabei ist zunächst der Kraftfluss in den Platten-Stützenverbindungen unter Momenten-Querkraft-Interaktion zu veranschaulichen. Darüber hinaus ist der Einfluss der Ausmitte auf die Durchstanzlast als Grundlage für das Bemessungsmodell in Abschnitt 10 zu quantifizieren.

8.1 Konzept und Vorgehensweise

Zur Beschreibung des Tragverhaltens im Bereich von Rand- und Eckstützen liegen einige theoretische Modelle vor (vgl. Abschnitt 2.3), wobei als wichtigste Kategorien Stabwerkmodelle, Balkenanalogien und Ansätze mit Schubspannungsverteilungen in Schnitten zu nennen sind. Einfache Modelle wie insbesondere Stabwerkmodelle besitzen den Vorteil, dass sie anschaulich sind und die Lastabtragung innerhalb des Bauteils sichtbar werden lassen. Nachteilig an diesen Modellen ist jedoch, dass sie zur Quantifizierung des nichtlinearen Verhaltens, wie beispielsweise des Maßstabeffektes, in ihrer Grundform nicht geeignet sind. Darüber hinaus sind relativ einfache Modelle oft auf die Beschreibung der Einwirkungsseite (z. B. maximale Stabkräfte) in Abhängigkeit von e beschränkt, während die Widerstandsseite (z. B. Druckstrebentragfähigkeit) als konstant angenommen wird. Zur Berücksichtigung solcher Einflüsse werden Stabwerkmodelle immer komplizierter und verlieren zunehmend den Vorteil der Anschaulichkeit bei gleichzeitig stark anwachsendem Berechnungsaufwand. Die detaillierteste Form eines theoretischen Modells, welches nichtlineare Effekte auf der Einwirkungsseite wie auf der Widerstandsseite berücksichtigt, ist ein nichtlineares Finite-Elemente-Modell, welches nur noch mit sehr aufwändigen numerischen Methoden gelöst werden kann und dessen Grundannahmen wenig anschaulich sind.

In der vorliegenden Arbeit sollen die jeweiligen Stärken einfacher theoretischer Modelle und aufwändiger Finite-Elemente-Ansätze parallel genutzt werden. Der erste Schritt der Analyse besteht darin, den Kraftfluss innerhalb des Bauteils mit einem *vereinfachten* und daher relativ übersichtlichen Stabwerkmodell zu veranschaulichen. Mit Hilfe des Stabwerkmodells lassen sich *qualitative Aussagen* über den Einfluss der Ausmitte auf das Tragverhalten im Bereich von Rand- und Eckstützen ableiten, die als wichtige Plausibilitätskontrollen dienen.

Im zweiten Schritt wird ein geeignetes Finite-Elemente-Modell zur Quantifizierung der Momenten-Querkraft-Interaktion herangezogen. In Abschnitt 7.3 wurde u. a. aufgezeigt, dass das nichtlineare Finite-Elemente-Programm MASA, welches auf dem Mikroplane-Materialmodell für Beton basiert, das Tragverhalten beim Durchstanz im Bereich von Rand- und Eckstützen wirklichkeitsnah vorhersagt, so dass dieser Finite-Elemente-Ansatz für die nachfolgende Analyse verwendet wird.

Im abschließenden dritten Schritt werden die Ergebnisse der theoretischen Analysen aus dem Stabwerkmodell und dem Finite-Elemente-Ansatz zur statistischen Absicherung mit Versuchsergebnissen aus der vorliegenden Datenbank verglichen.

8.2 Einfluss der Momenten-Querkraft-Interaktion

Das unterschiedliche Tragverhalten von Rand- und Eckstützen gegenüber rotationssymmetrischen Innenstützen resultiert vorwiegend daraus, dass bei Rand- und Eckstützen neben einer vertikalen Stützenkraft auch Stützenanschlussmomente in die Platte übertragen werden. Diese Einleitung von Momenten führt zu zusätzlichen Beanspruchungen in der Platte, die sich mit denjenigen aus der Stützenkraft überlagern. Zur *qualitativen* Analyse dieser Momenten-Querkraft-Interaktion wird nachfolgend der Kraftfluss im Stützbereich infolge Momentenübertragung anhand eines *vereinfachten* Stabwerkmodells veranschaulicht. Darüber hinaus wird die Veränderung der Querkrafttragfähigkeit mit zunehmender Momentenübertragung an der Stützen-Plattenverbindung mit Hilfe des verifizierten Finite-Elemente-Modells (vgl. Abschnitt 7) quantifiziert. Darauf aufbauend wird die abgeleitete Momenten-Querkraft-Interaktion mit den in der Versuchsdatenbank zusammengestellten Ergebnissen verglichen. Dabei wird zunächst der Grundfall behandelt, der als quadratische Stütze mit Momentenübertragung senkrecht zum freien Plattenrand (Randstütze) bzw. zwei gleichen Hauptmomenten (Eckstütze) und gleichmäßig verteilter Biegezugbewehrung sowie in die Stütze abgegebener Anschlussbewehrung definiert ist. Darauf aufbauend wird in Abschnitt 8.3 der Einfluss der Stützengeometrie auf die Momenten-Querkraft-Interaktion analysiert.

8.2.1 Vereinfachtes Stabwerkmodell für Momentenübertragung

8.2.1.1 Aufbau des vereinfachten Stabwerkmodells

Die Übertragung des Stützenanschlussmomentes in der Platte kann durch das in Bild 8.1 dargestellte vereinfachte Stabwerkmodell veranschaulicht werden. Zur Verdeutlichung des unterschiedlichen Tragverhaltens in den zwei Hauptrichtungen ist es sinnvoll, die Platte in einen Biegebalken senkrecht zur Achse des Stützenmomentes und einen Torsionsbalken parallel zur Achse des Stützenmomentes aufzuteilen. Die Lastweiterleitung auf der Plattendiagonalen erfolgt durch eine Kombination von Biegung und Torsion und ist für die qualitative Veranschaulichung der Tragmechanismen nicht erforderlich. Diese Vorgehensweise entspricht prinzipiell den theoretischen Modellen mit Balkenanalogien (vgl. Abschnitt 2.3.2).

Das Modell in Bild 8.1 zeigt eine Eckstützen-Plattenverbindung, ist jedoch durch Hinzufügen eines zweiten Torsionsbalkens bzw. geeigneter Symmetriebedingungen zu einer Randstütze erweiterbar, so dass die nachfolgenden Ausführungen für Rand- und Eckstützen gleichermaßen gelten. Der Torsionsbalken in Bild 8.1 wurde in Anlehnung an Leonhardt (1984) gebildet und besteht aus diagonal umlaufenden Betondruckstreben (dicke Linien) und orthogonalen Zugstreben in Längs- und Querrichtung, der Biegebalken besteht aus diagonal und horizontal auf die Stütze zulaufenden Betondruckstreben (dicke Linien) sowie horizontalen und vertikalen Zugstreben. Beide Balken sind an ihren freien Enden eingespannt. Die Geometrie des Systems wurde in Anlehnung an die Durchstanzversuche mit Eckstützen (vgl. Abschnitt 5.1) und die entsprechenden numerischen Simulationen (vgl. nachfolgend Abschnitt 8.2.2) festgelegt. Der Neigungswinkel der Druckstreben T1 des Torsionsbalkens am freien Plattenrand betrug in Anlehnung an Leonhardt (1984) ca. 45° , diejenigen der Druckstreben B1 des Biegebalkens ca. 35° . Dabei ist zu beachten, dass für die hier angestrebte *qualitative* Analyse des Tragverhaltens geringfügige Veränderungen der Druckstrebenwinkel nicht zu anderen Ergebnissen führen, wie in Voruntersuchungen festgestellt wurde.

Durch Bildung des Momentengleichgewichtes um die Achse des Stützenmomentes werden die Komponenten, die sich an der Momentenübertragung beteiligen, sichtbar. Im Schnitt A-A des Torsionsbalkens erzeugen die quer zur Balkenachse gerichteten Komponenten der Betondruckstreben ein (Torsions-)Moment um die Achse des Anschlussmomentes. Im Schnitt B-B des Biegebalkens besitzen einerseits die geneigten Betondruckstreben und andererseits die

horizontalen Zug- und Betondruckstreben einen Hebelarm zur Achse des Anschlussmomentes. Das Zusammenwirken horizontaler Zug- und Betondruckstreben stellt eine Biegetragwirkung dar, die Lastübertragung durch geneigte Betondruckstreben entspricht einer Schubtragwirkung. Das Modell veranschaulicht somit, dass das Stützenmoment in der Platte durch eine Kombination von Biege- und Schubkräften übertragen wird.

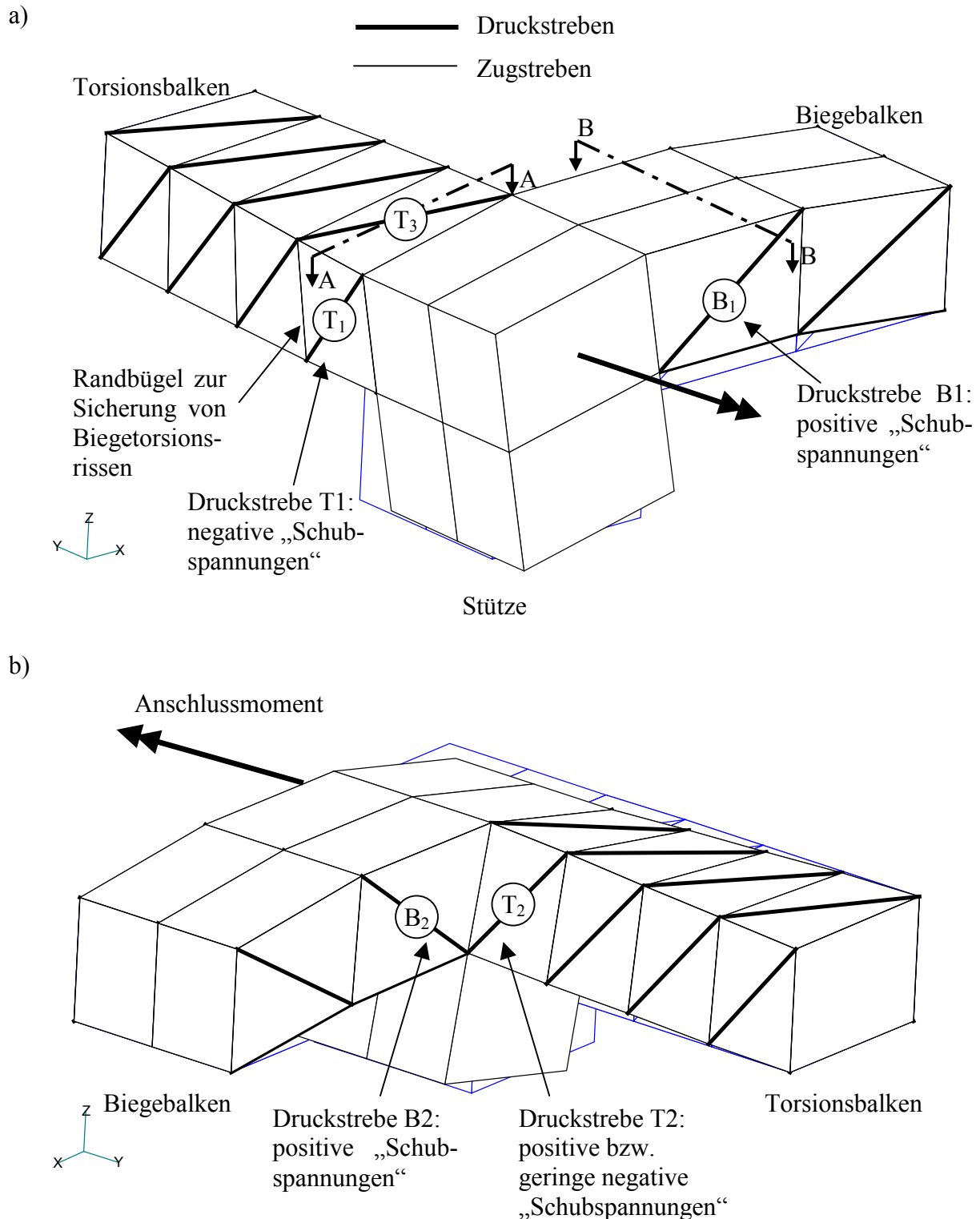


Bild 8.1 Verformtes Stabwerkmodell unter reiner Momentenbeanspruchung: a) Ansicht vom freien Plattenrand, b) Ansicht von der Platteninnenseite

8.2.1.2 Berechnung des Stabwerkmodells unter reiner Momentenbeanspruchung

Bild 8.1 zeigt das verformte Stabwerkmodell unter reiner Momentenbeanspruchung (Verdrehung des Stützenkopfes um die Achse des Anschlussmomentes) entsprechend einer linear-elastischen Berechnung mit einheitlichen Stabsteifigkeiten. Man erkennt eine Verdrehung des Torsionsbalkens und eine Krümmung des Biegebalkens. Die in Bild 8.1 gekennzeichnete Betonstrebe T1 am freien Rand des Torsionsbalkens überträgt Druckkräfte und somit negative (in Richtung der Stützenkraft wirkende) Querkräfte bzw. Schubspannungen, welche die für Rand- und Eckstützen charakteristischen Torsionsrisse am freien Plattenrand erzeugen (vgl. Abschnitt 2.2.2). Das Stabwerkmodell zeigt somit, dass zur Sicherung dieser Risse bzw. zur Aufnahme der Druckstrebe T1 eine Verbügelung des freien Plattenrandes erforderlich ist. Weiterhin dienen die Randbügel zur Verankerung der quer zur Achse der Torsionsbalken verlaufenden Zugbewehrung, damit die Kräfte der Druckstrebe T3 schädigungsfrei weitergeleitet werden können. Die Betonstrebe T2 an der Innenseite des Torsionsbalkens wird hingegen aus Gleichgewichtsgründen (die Summe der Vertikalkomponenten aller Streben $\Sigma(B_{zi} + T_{zi})$ in den Schnitten A-A und B-B muss bei reiner Momentenbeanspruchung Null ergeben) kaum beansprucht bzw. überträgt geringe Zugkräfte. Die in Bild 8.1 gekennzeichneten Betonstreben B1 und B2 werden auf Druck beansprucht und übertragen somit positive (der Stützenkraft entgegengerichtete) Querkräfte bzw. Schubspannungen von der Platte in die Stütze, die sich mit denjenigen bei reiner Querkraftübertragung von der Stütze in die Platte überlagern. Das Modell verdeutlicht somit, dass die Momentenbeanspruchung im Bereich der Betondruckstreben B1, B2 und T1, d. h. insbesondere entlang der parallel zur Momentenachse liegenden inneren Stützenkante, zu einer Erhöhung der Schubbeanspruchung der Platte führt, die von der Höhe und Verteilung der Druckstrebenkräfte abhängt. Letztere ergibt sich zunächst aus der Höhe des Stützmomentes bzw. dem Verhältnis zwischen Stützenmoment und Stützenquerkraft. Darüber hinaus sind jedoch auch die Steifigkeiten der Stabwerkstäbe für die Höhe der Druckstrebenkräfte maßgebend. Die Steifigkeitsverhältnisse in der Platte werden primär durch die Verteilung der Bewehrung sowie die Breite der Biege- und Torsionsbalken, d. h. die Stützengeometrie bestimmt.

Bevor in Abschnitt 8.3 der Einfluss der Stützengeometrie analysiert wird, ist zunächst der prinzipielle Einfluss des Verhältnisses zwischen Anschlussmoment M und Stützenkraft V auf die Durchstanztragfähigkeit zu untersuchen.

8.2.1.3 Berechnung des Stabwerks unter Momenten-Querkraft-Interaktion

Um den Einfluss verschiedener Verhältnisse zwischen Anschlussmoment M und Stützenkraft V auf die Druckstrebenkräfte zu untersuchen, wurde mit dem Stabwerkmodell eine schrittweise Berechnung durchgeführt. Im ersten Schritt wurde zunächst eine Stützenkraft V aufgebracht, in 50 weiteren Schritten wurde ein zusätzliches Stützenmoment M erzeugt und kontinuierlich gesteigert. Auf diese Weise wurde eine schrittweise Erhöhung der bezogenen Ausmitte $e/c = M/(V \cdot c)$ von $e/c = 0$ im ersten Lastschritt bis $e/c = 10$ im letzten Lastschritt simuliert (zur Definition von c vgl. Abschnitt „Definitionen und Bezeichnungen“). Die Entwicklung der Kräfte in den Druckstreben T1, T2 und B2 (vgl. Bild 8.1), die sich in einer linear elastischen Berechnung mit einheitlichen Stabsteifigkeiten ergeben, ist in Bild 8.2 in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte e/c dargestellt. Selbstverständlich sind die angegebenen Zahlenwerte nicht unmittelbar auf wirkliche Deckensysteme übertragbar, so dass für die Kräfte auch keine Einheit angegeben ist. Die Kurven veranschaulichen jedoch qualitativ die Lastabtragung im Stützbereich bei unterschiedlichen Ausmitten.

Man erkennt in Bild 8.2, dass die (betragsmäßig) größte Druckstrebenkraft unter reiner Querkraft ($e/c = 0$) zunächst an der Strebe T2 an der Innenkante des Torsionsbalkens auftritt. Bei Erhöhung der Ausmitte e/c nimmt T2 langsam ab (vgl. vorheriger Abschnitt), während die Druckstrebenkraft B2 im Biegebalken stark anwächst, so dass ab $e/c \approx 0,80$ die Strebe B2 die

größte Druckkraft aufweist. Mit weiterer Steigerung der Ausmitte e/c nähert sich die Druckstrebenkraft T1 am freien Rand des Torsionsbalkens zunehmend B2 an und wird schließlich ab $e/c \approx 6,0$ maßgebend.

Mit dem Bruchkriterium, dass beim Durchstanzen ein Versagen der Betondruckstreben auftritt, lassen sich folgende Phasen des Versagens der Platten-Stützenverbindung in Abhängigkeit von der Momenten-Querkraft-Interaktion unterscheiden, die sich prinzipiell auch mit den von Kordina, Nölting (1986) angegebenen Versagensarten (vgl. Abschnitt 2.2.2) verknüpfen lassen:

- I. *Schubbruch*: Zwischen den Punkten A und B in Bild 8.2 ist die Druckstrebe T2 an der Innenkante des Torsionsbalkens maßgebend. In dieser Phase mit nur geringen Biegemomenten senkrecht zum freien Plattenrand dominiert die Tragrichtung parallel zum freien Plattenrand. Im Extremfall $M = 0$ übernehmen die horizontalen Zugstreben senkrecht zum freien Plattenrand (Biegezugbewehrung) sogar Druckkräfte, wie dies auch von Simmonds, Alexander (1987) beschrieben wurde. Der Bereich zwischen den Punkten A und B in Bild 8.2 kann somit prinzipiell als Versagensart Schubbruch betrachtet werden. Eine Erhöhung des Stützenanschlussmomentes wirkt sich in dieser Phase günstig aus, da die Tragrichtung senkrecht zum freien Plattenrand stärker aktiviert und die Tragrichtung parallel zum freien Plattenrand entlastet wird. Die maximale Druckstrebenkraft T2 nimmt geringfügig ab.
- II. *Schubtorsionsbruch*: Durch die zunehmende Aktivierung der Tragrichtung senkrecht zum freien Plattenrand infolge der anwachsenden Momentenbeanspruchung tritt ab dem Punkt B in Bild 8.2 die maximale Beanspruchung an der Druckstrebe B2 im Biegebalken auf, die somit für das Versagen maßgebend ist bzw. das Versagen einleitet. Zwischen den Punkten B und C kann daher von der Versagensart Schubtorsionsbruch gesprochen werden. Das Versagen kündigt sich an der Stützenfrontfläche an und pflanzt sich zum freien Plattenrand hin fort, wie dies auch in Durchstanzversuchen mit mittleren Ausmitten beobachtet wurde (vgl. Abschnitt 6). Die maximale Beanspruchung der Druckstrebe B2 wächst mit der Ausmitte deutlich an. Gleichzeitig treten auch in der Druckstrebe T1 am freien Rand des Torsionsbalkens zunehmende Beanspruchungen auf, die für das Versagen jedoch noch nicht maßgebend sind.

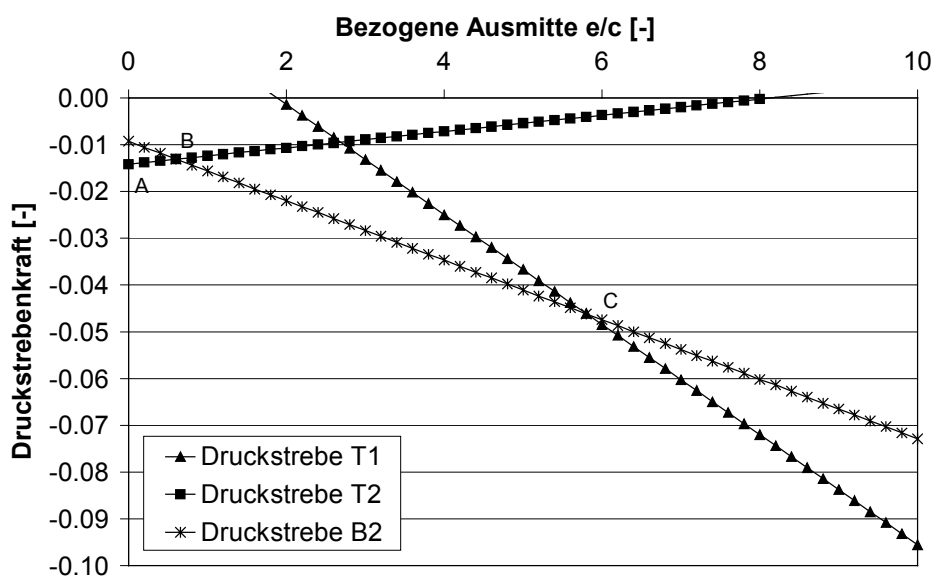


Bild 8.2 Druckstrebenkräfte des Stabwerkmodells in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte e/c

- III. *Biegetorsionsbruch*: Ab dem Punkt C in Bild 8.2 wird die Druckstrebe T1 am freien Rand des Torsionsbalkens maßgebend. Das Versagen kündigt sich somit am freien Plattenrand an, was für einen Biegetorsionsbruch, der bei hohen Ausmitten auftritt, charakteristisch ist (vgl. Abschnitt 2.2.2). Dabei ist zu beachten, dass die Orientierung der Druckstrebe T1 näherungsweise senkrecht ist zu derjenigen der Druckstreben T2 und B2. Dies ist eine anschauliche Erklärung dafür, dass die Versagensrisse am freien Plattenrand beim Biegetorsionsbruch näherungsweise senkrecht stehen zu denen beim Schubbruch oder Schubtorsionsbruch (vgl. Bild 2.5). Die maximale Druckstrebenkraft wächst nun sehr stark mit der Ausmitte an, d. h. es liegt eine sehr ausgeprägte Momenten-Querkraft-Interaktion vor.

Unter Ansatz einer konstanten Druckstreben Tragfähigkeit lässt sich aus den berechneten Druckstrebenkräften ein Interaktionsdiagramm herleiten, welches diejenigen Kombinationen von M und V darstellt, die zum Versagen führen. Definiert man als Druckstreben Tragfähigkeit die maximale Druckstrebenkraft unter reiner Stützenkraft V_0 , ergibt sich das in Bild 8.3 dargestellte Interaktionsdiagramm, welches entsprechend der Berechnung des Stabwerkmodells die bezogene Stützenkraft V/V_0 mit dem bezogenen Anschlussmoment M/M_0 verknüpft. V_0 und M_0 sind dabei die Tragfähigkeit der Platten-Stützenverbindung bei reiner Stützenkraft bzw. reinem Anschlussmoment. Bild 8.3 veranschaulicht erneut die beschriebenen, unterschiedlichen Versagensarten der Verbindung, die angegebenen Punkte A, B und C entsprechen denjenigen in Bild 8.2.

Zum Vergleich sind in Bild 8.3 auch bekannte Interaktionskurven mit eingetragen. Die horizontale gestrichelte Gerade zeigt die „Interaktionskurve“ nach DIN 1045-1 oder anderen Bemessungsnormen (vgl. Abschnitt 2.4), die mit pauschalen Faktoren zur Berücksichtigung des Momenteneinflusses arbeiten und somit keinerlei Interaktion ansetzen. Die geneigte Gerade bildet einen linearen Interaktionsansatz gemäß (Gl. 8.1) mit dem Exponenten $n=1$ ab, wie er u. a. von Kordina, Nölting (1986) in der Form $V = V_0/(1+e/c)$ vorgeschlagen wurde. Die Neigung der linearen Interaktionsgerade stimmt etwa mit derjenigen gemäß dem Fachwerkmodell zwischen den Punkten B und C überein. Dies ist plausibel, da die lineare Interaktionsgleichung aus Durchstanzversuchen mit mittleren Ausmitten abgeleitet wurde. Interaktionsgleichungen gemäß (Gl. 8.1) mit größeren Exponenten n fallen zunehmend ausgerundeter aus und nähern sich dem Polygonzug des Fachwerkmodells an, beispielhaft ist in Bild 8.3 eine Interaktionslinie in 5. Potenz ($n=5$) eingetragen. Man erkennt, dass sich diese Interaktionslinie dem Fachwerkmodell gut annähert, solange V dominiert ($V/V_0 > 0,7$).

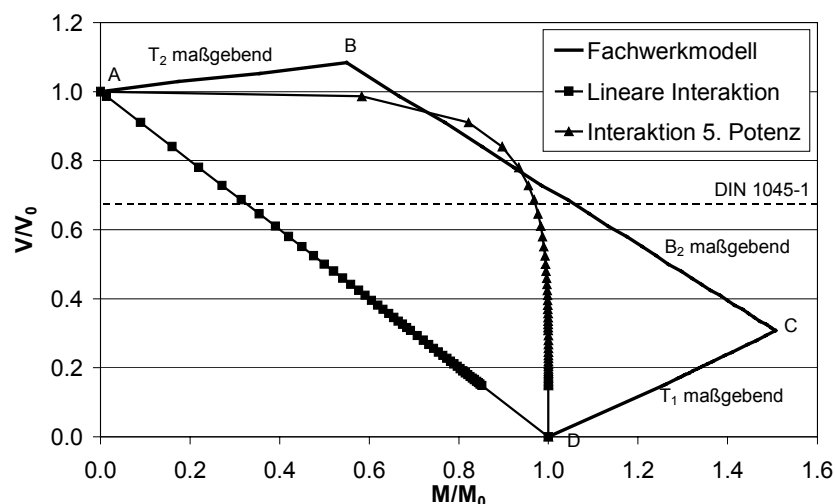


Bild 8.3 Interaktion zwischen bezog. Querkraft V/V_0 und bezog. Moment M/M_0

$$\left(\frac{V}{V_0}\right)^n + \left(\frac{M}{M_0}\right)^n = 1 \quad (\text{Gl. 8.1})$$

mit: V_0 = Durchstanzlast bei reiner Querkraft
 M_0 = Versagemoment bei reiner Momentenbeanspruchung

Darüber hinaus sind in Bild 8.4 die Interaktionsansätze nach Regan (1981) und Simmonds, Alexander (1987) dargestellt. Das Interaktionsdiagramm in Bild 8.4a) leitete Regan (1981) aus seinem in Abschnitt 2.3.6 beschriebenen Rundschnittmodell ab, dessen Rundschnittlänge sich aus der Momentenbeanspruchung ergibt. Man erkennt, dass Regan (1981) für geringe Stützenmomente M zunächst einen Anstieg der Durchstanzlast V und anschließend etwa konstante Werte V vorhersagt. Erst bei mittleren Stützenmomenten M ergibt sich eine spürbare Abnahme der Durchstanzlast bis schließlich bei hohen Momenten ein steiler Abfall von V auftritt. Dieser Verlauf stimmt qualitativ gut mit den Ergebnissen des Stabwerkmodells in Bild 8.3 überein. Simmonds, Alexander (1987) bestimmten den Verlauf des Interaktionsdiagramms in Bild 8.4b) anhand ihres in Abschnitt 2.3.1 beschriebenen Fachwerkmodells. Im Unterschied zu dem hier entwickelten Stabwerkmodell setzten Simmonds, Alexander (1987) als Versagenskriterium ein Fließen der Längsbewehrung senkrecht zum freien Plattenrand an, während ein Versagen der Druckstreben nicht berücksichtigt wurde. Man erkennt in Bild 8.4b), dass Simmonds, Alexander (1987) mit ihrem Fachwerkmodell einen Interaktionskurve angeben, die qualitativ den gleichen Verlauf wie das hier entwickelte Stabwerkmodell (Bild 8.3) sowie das Modell von Regan (1981) vorhersagt.

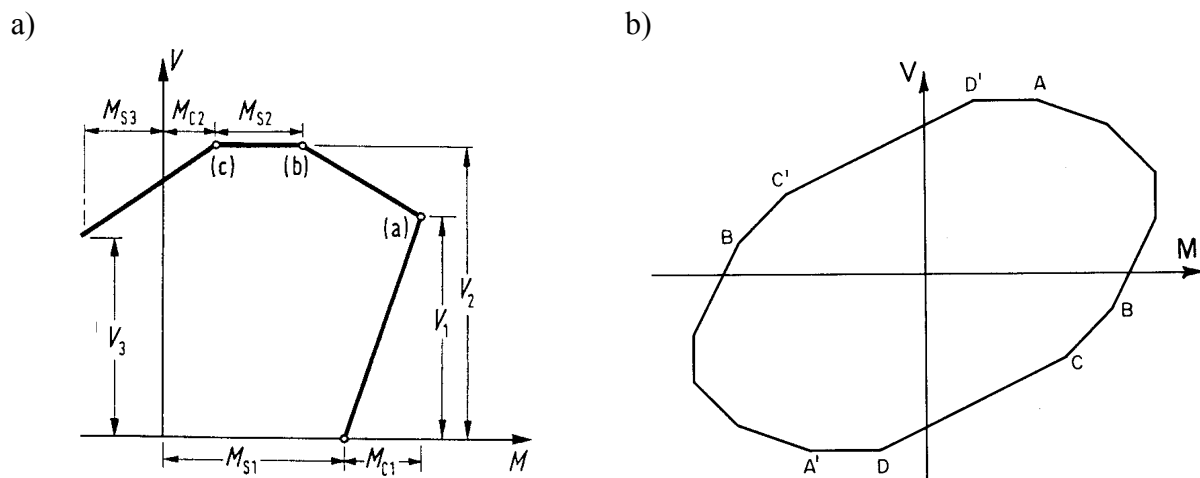


Bild 8.4 Interaktionsdiagramme: a) Regan (1981), b) Simmonds, Alexander (1987)

Die Auswertung des entwickelten Stabwerkmodells und der Vergleich mit bestehenden Interaktionsansätzen zeigen, dass der häufig angenommene lineare Zusammenhang (z. B. ACI 318-99, Model Code 90, Kordina, Nölting 1986) zwischen übertragbarer Querkraft V und aufnehmbarem Anschlussmoment M die Momenten-Querkraft-Interaktion vereinfacht und überschätzt. Entsprechend dem Stabwerkmodell vollzieht sich der Übergang zwischen reiner Querkraft und reiner Momentenbeanspruchung in mindestens drei oben beschriebenen Phasen mit unterschiedlichen Versagensursachen und somit unterschiedlich hoher Interaktion. Daraus ergibt sich ein nichtlinearer Zusammenhang, der durch die Interaktionsdiagramme in den Bildern 8.3 und 8.4 qualitativ beschrieben wird. Zur Quantifizierung der nichtlinearen Momenten-Querkraft-Interaktion bei Rand- und Eckstützen sind numerische Untersuchungen erforderlich, in welchen der Einfluss der Ausmitte e auf das Bruchverhalten und die Durchstanzlast systematisch analysiert wird.

8.2.2 Quantifizierung des Momenteneinflusses bei Eckstützen

Die Quantifizierung des Momenteneinflusses erfolgt mit dem nichtlinearen Finite-Elemente-Programm MASA des Instituts für Werkstoffe im Bauwesen, welches auf dem Mikroplane-Materialmodell für Beton basiert und dessen Eignung zur Simulation des Durchstanzversagens in Abschnitt 7.3 ff. dargelegt wurde. Die Grundlagen des Berechnungsmodells, des Risskonzeptes und der Elementdefinitionen sind in Abschnitt 7.1 erläutert.

8.2.2.1 Berechnungsparameter und Berechnungsergebnisse

Für die Analyse der Momenten-Querkraft-Interaktion wurde das in Bild 8.5 dargestellte Finite-Elemente-Netz erstellt, welches entsprechend Abschnitt 7.3.1.1 aufgebaut und gelagert wurde. Um unterschiedliche Momenten-Querkraft-Kombinationen optimal analysieren zu können, wurde eine Zwischengeschosdecke mit zwei Stützen modelliert. Die vertikale Belastung wurde auf die untere Stütze aufgebracht, das Anschlussmoment wurde durch zwei gleich große, jedoch entgegengerichtete Kräftepaare an der unteren und oberen Stütze erzeugt. Die Belastung erfolgte schrittweise und kraftgesteuert, so dass das Momenten-Querkraft-Verhältnis in allen Laststufen einer Berechnung konstant gehalten werden konnte.

Um ein Versagen der Stützen bei hohen Anschlussmomenten auszuschließen, wurde der Stützenquerschnitt gegenüber den Berechnungen in Abschnitt 7.3 auf 40 cm x 40 cm vergrößert und die Betonelemente der Stützen wurden linear elastisch definiert. Die Länge der Stützen und die Plattendicke blieben unverändert bei $l = 1,0$ m bzw. $h = 23$ cm, die Bewehrungsführung entsprach ebenfalls derjenigen gemäß Abschnitt 7.3. Die wesentlichen geometrischen und Materialparameter sind in Tabelle 8.1 zusammengestellt.

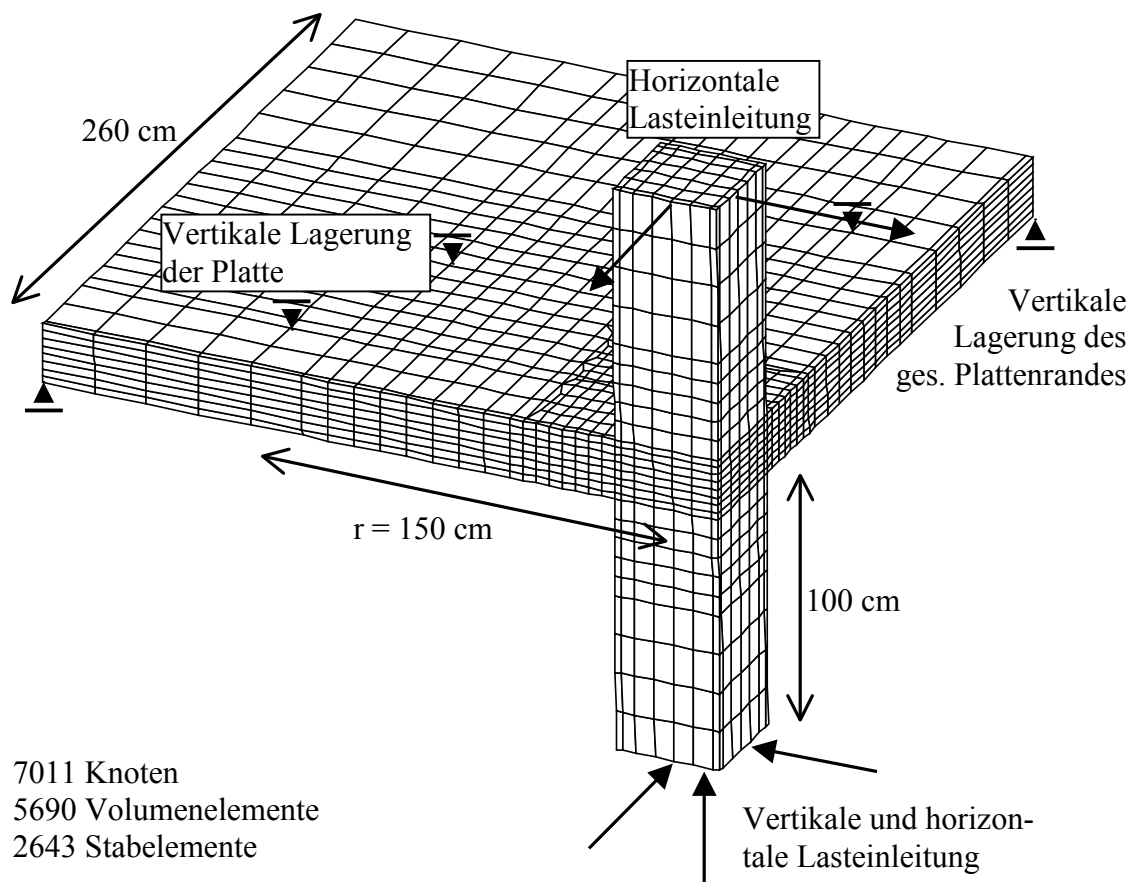


Bild 8.5 Elementierung des FE-Netzes - Volumenelemente

c_{st}	h	d	f_c	f_{ct}	G_f	ρ_l
[cm]	[cm]	[cm]	[MPa]	[MPa]	[N/mm]	[%]
40	23	19	25	2,2	0,08	1,07

Tabelle 8.1 Geometrische und Materialparameter der Simulation

Die bezogene Ausmitte wurde in der Simulation in acht Schritten zwischen $e/c = 0$ (nur V) und $e/c \rightarrow \infty$ (nur M) variiert, die berechneten Stützenkräfte und Anschlussmomente bei unterschiedlichen Ausmitten e/c sind in Tabelle 8.2 angegeben. Als Versagenskriterium bzw. Kriterium für Erreichen der Höchstlast wurde das sprunghafte Divergieren der Berechnung, d. h. die sprunghafte Anstieg des Fehlers bei der Gleichgewichtskontrolle, angesetzt. Dabei lag der Restfehler der Gleichgewichtskontrolle bei Höchstlast etwa im Bereich von 5 %. Man erkennt in Tabelle 8.2 zunächst eine leichte Zunahme und anschließend eine graduelle Abnahme der berechneten Bruchquerkräfte V_u mit wachsender Ausmitte. Bild 8.6 zeigt die berechneten Last-Verschiebungskurven bei unterschiedlichen Ausmitten, wobei auf der Abszisse die vertikale Verschiebung des unteren Stützenfußes und auf der Ordinate die Normalkraft in der unteren Stütze aufgetragen ist. Es zeigt sich, dass das Momenten-Querkraft-Verhältnis auch auf das Verformungsverhalten einen sehr hohen Einfluss besitzt. Bei geringen Ausmitten ergeben sich durch die starke Vertikalkraft große positive (nach oben gerichtete) Stützenfußverschiebungen. Mit zunehmender Ausmitte wird das Verformungsverhalten infolge des Stützenanschlussmomentes steifer und die Stützenfußverschiebungen nehmen ab. Ab $e/c = 1,61$ sind zunächst negative (nach unten gerichtete) Stützenfußverschiebungen zu beobachten, im Bereich der Höchstlast knickt die Kurve jedoch in positiver Richtung ab. Dieses Verhalten lässt erkennen, dass bei $e/c = 1,61$ im wesentlichen noch ein Durchstanzversagen maßgebend ist. Ab $e/c = 1,93$ ist hingegen ein Abknicken der Last-Verschiebungskurven in negativer Richtung zu verzeichnen. Dieses Verformungsverhalten ist kennzeichnend für ein Biegetorsionsversagen, welches durch die hohe Momentenbeanspruchung dominiert wird. Die negativen Verformungen nehmen mit wachsender Ausmitte weiter zu. Insgesamt veranschaulichen die Last-Verschiebungskurven den sehr ausgeprägten Einfluss der bezogenen Ausmitte e/c auf das Tragverhalten.

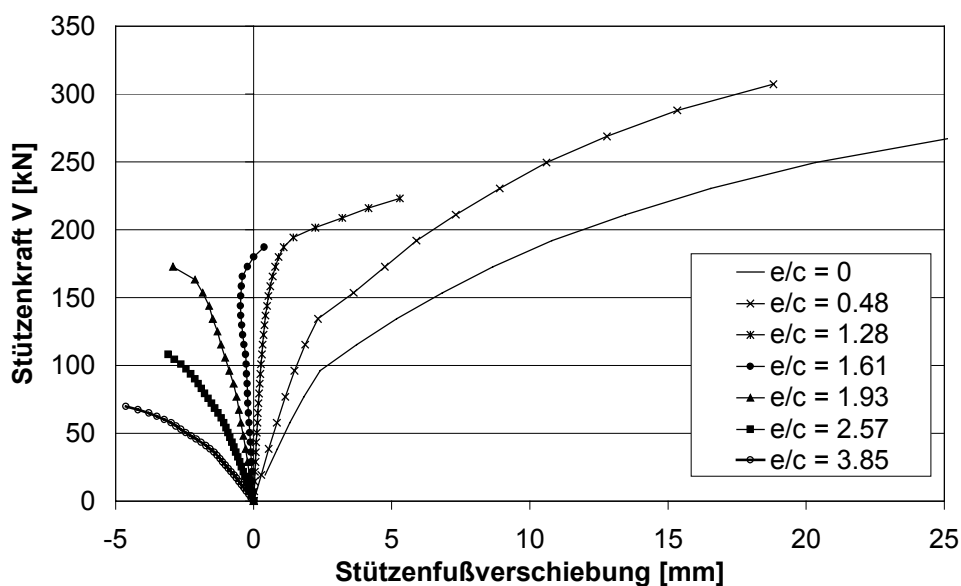


Bild 8.6 Berechnete Stützenkraft V in Abhängigkeit von der vertikalen Stützenfußverschiebung bei unterschiedlichen bezogenen Ausmitten e/c

V_u	[kN]	288,0	307,2	223,2	187,2	172,8	126,0	81,6	0
M_u	[kNm]	0	59,2	114,7	120,2	133,2	129,5	125,8	125,8
e/c	[-]	0	0,48	1,28	1,61	1,93	2,57	3,85	∞

Tabelle 8.2 Berechnete Bruchschnittgrößen der Finite-Elemente-Analyse

Bild 8.7 zeigt einen Vergleich der berechneten Rissbilder (Hauptzugdehnungen ε_{11}) bei Höchstlast in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte e/c , jeweils entlang der freien Plattenränder sowie in einem Schnitt durch die Platte. In Bild 8.7a) ist eine Berechnung mit geringer Ausmitte $e/c = 0,48$ dargestellt, in welcher die maximale Durchstanzlast ($V_u = 307$ kN) ermittelt wurde. Man erkennt, dass am freien Plattenrand und in dem schrägen Schnitt durch die Platte etwa gleichzeitig ein Durchstanzversagen auftritt. Auf diese Weise wird die Schubtragfähigkeit der Platte optimal ausgenutzt, was die hohe Durchstanzlast erklärt. Eine Steigerung der bezogenen Ausmitte auf $e/c = 1,28$ führt dazu, dass der freie Plattenrand durch die Momentenübertragung von Schubkräften entlastet, das Platteninnere jedoch zusätzlich belastet wird. So ist der freie Plattenrand in Bild 8.7b) zwar durch Biegetorsionsrisse geschädigt, hat jedoch bei Höchstlast noch nicht versagt. Die Versagensrisszone konzentriert sich auf das Platteninnere, wie der schräge Schnitt in Bild 8.7b) verdeutlicht. Trotz des niedrigeren Lastniveaus ($V_u = 223$ kN) liegt weiterhin ein Durchstanzversagen vor. Mit einer weiteren Erhöhung der bezogenen Ausmitte verändert sich der Versagensmechanismus zunehmend. In der Berechnung mit $e/c = 3,85$ tritt am freien Plattenrand ein Torsionsversagen und im Platteninneren ein Durchstanzversagen auf (Bild 8.7c). Dabei ist zu beachten, dass das Torsionsversagen am freien Plattenrand frühzeitig eintrat und das spätere Durchstanzversagen im Inneren der Platte eingeleitet hat. Aus diesem Versagensmechanismus ergibt sich die relativ niedrige Bruchlast der Berechnung ($V_u = 82$ kN).

Anhand der durchgeführten Berechnungen sowie der Analyse des Versagensprozesses in Abschnitt 7.3.2 lässt sich der Einfluss der bezogenen Ausmitte e/c auf den Bruchmechanismus und die Durchstanzlast wie folgt verallgemeinern. Bei geringen Ausmitten ist die Platte im Stützbereich relativ gleichmäßig auf Schub beansprucht. Obwohl der Durchstanzriss an der inneren Stützenkante entsteht, wird bei Höchstlast praktisch der gesamte Plattenbereich um die Stütze herum aktiviert. Mit zunehmender Ausmitte werden die Plattenbereiche nahe des freien Plattenrandes infolge der Momentenübertragung von Schubbeanspruchungen entlastet, während der innere Plattenbereich zusätzliche Schubkräfte übertragen muss. Der Durchstanzkegel beschränkt sich im Bereich der Höchstlast nun auf die an der Stützeninnenkante liegenden Plattenbereiche, während die Plattenränder erst im Nachbruchverhalten vollständig auf Schub aktiviert werden. Diese ungleichmäßige Verteilung der Schubbeanspruchung führt zu einer Abnahme der Gesamttragfähigkeit mit wachsender Ausmitte. Bei sehr hohen Ausmitten kehrt sich die Beanspruchung des freien Plattenrandes um, so dass am freien Plattenrand Torsionsrisse entstehen, die das Versagen einleiten. Diese zusätzliche Versagensart führt gemeinsam mit der ungleichmäßigen Verteilung der Schubbeanspruchungen zu einer weiteren Abnahme der Tragfähigkeit der Platten-Stützenverbindung.

8.2.2.2 Ableitung einer Interaktionsgleichung

Die durchgeführten Berechnungen ermöglichen nun die Ableitung eines Diagramms für die Momenten-Querkraft-Interaktion sowie einer entsprechenden Interaktionsgleichung. Die Auswertung des Stabwerkmodells in Abschnitt 8.2.1.3 hat gezeigt, dass grundsätzlich ein Interaktionsansatz gemäß (Gl. 8.2) sinnvoll angewendet werden kann.

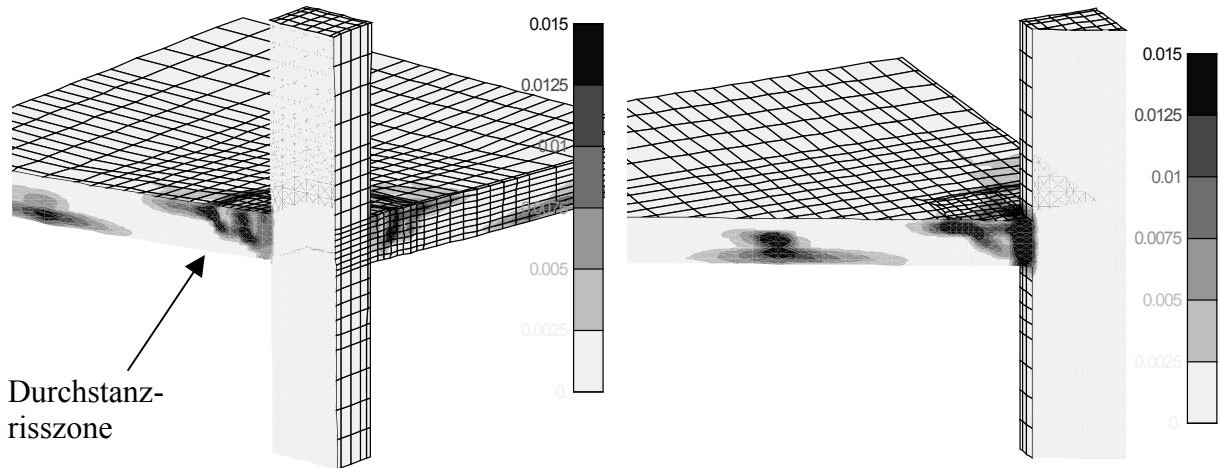
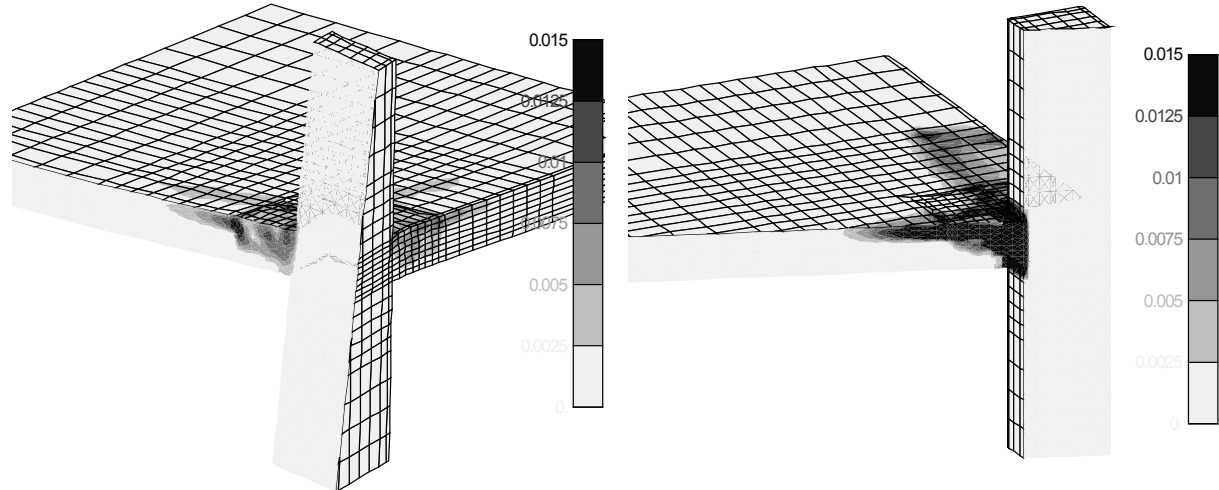
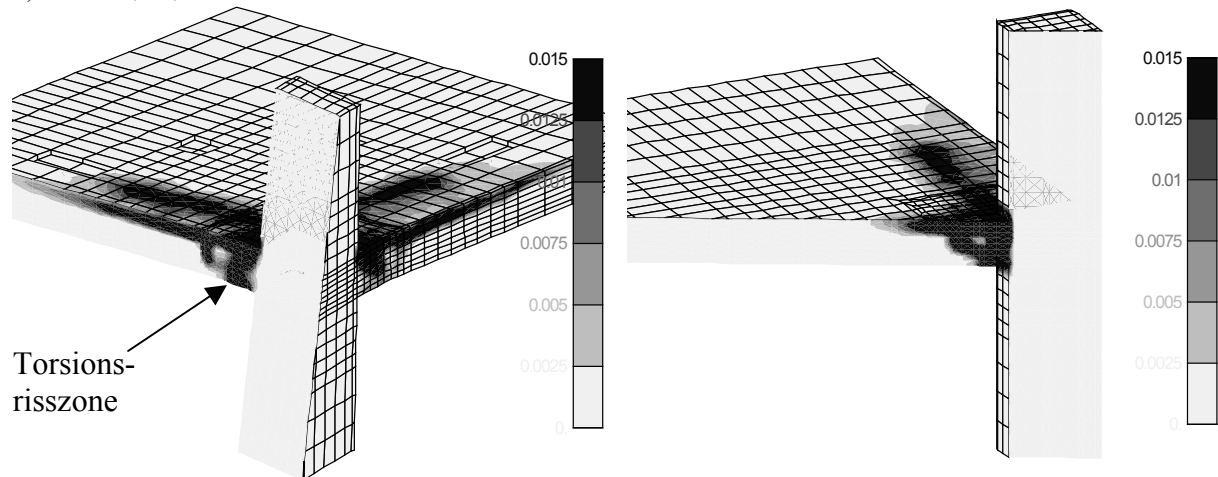
a) $e/c = 0,48$, $V_u = 307$ kNb) $e/c = 1,28$, $V_u = 223$ kNc) $e/c = 3,85$, $V_u = 82$ kN

Bild 8.7 Rissbilder (Hauptzugdehnungen ε_{11}) bei Höchstlast in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte: a) $e/c = 0,48$, b) $e/c = 1,28$, c) $e/c = 3,85$

$$\left(\frac{V}{V_0}\right)^n + \left(\frac{M}{M_0}\right)^n = 1 \quad (\text{Gl. 8.2})$$

mit: V_0 = Durchstanzlast bei reiner Querkraft
 M_0 = Versagemoment bei reiner Momentenbeanspruchung

In (Gl. 8.2) sind V_0 und M_0 die Tragfähigkeiten der Platten-Stützenverbindung bei reiner Querkraft- bzw. Momentenbeanspruchung. Das Moment M_0 ist jedoch nicht das Fließmoment der Anschlussbewehrung, sondern ein Ausdruck dafür, welches reine Moment bei Druckstrebenversagen in dem Stabwerkmodell gemäß Abschnitt 8.2.1.3 übertragen werden kann. Die Tragfähigkeit der Druckstreben kann für V_0 und M_0 auf die gleiche Weise bestimmt werden, so dass M_0 als Vielfaches von V_0 zu berechnen ist. Dieser Ansatz wird beispielweise von der US-Amerikanischen Bemessungsnorm ACI 318-99 (vgl. Abschnitt 2.4) verfolgt, welche implizit die lineare Interaktionsgleichung gemäß (Gl. 8.3) angibt. Danach hängt M_0 primär von der aufnehmbaren Schubspannung v_u und den Eigenschaften des Rundschnitts, ausgedrückt durch I_c und y ab und ist somit ein Vielfaches von V_0 .

$$\frac{V}{V_0} + \frac{M}{M_0} = \frac{V}{v_u \cdot A_c} + \frac{M}{v_u \cdot \frac{I_c}{k \cdot y}} = 1 \quad (\text{Gl. 8.3})$$

Bezeichnungen siehe Abschnitt 2.4.6

Die Berechnung von M_0 nach ACI 318-99 ist indes aufwändiger als erforderlich, da die Momententragfähigkeit M_0 neben V_0 primär von den Stützenabmessungen c abhängt. Wertet man die Bruchlasten V_0 und M_0 nach dem Stabwerkmodell in Abschnitt 8.2.1.3 und nach der Finite-Elemente-Analyse in Abschnitt 8.2.2.1 aus, ergibt sich $M_0 \approx 1,18 \cdot V_0 \cdot c$ (Stabwerkmodell) bzw. $M_0 \approx 1,09 \cdot V_0 \cdot c$ (FEM). Durch Einsetzen in (Gl. 8.2) erhält man (Gl. 8.4). Weiterhin führt Einsetzen von $M = e \cdot V$ in (Gl. 8.4) und Auflösen von (Gl. 8.4) nach V zu (Gl. 8.5).

(Gl. 8.5) gibt die Durchstanzlast in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte e/c sowie von der Durchstanzlast V_0 bei reiner Querkraftbeanspruchung ($e/c = 0$) an. Für $n = 1$ entspricht (Gl. 8.5) im wesentlichen dem Vorschlag von Kordina, Nölting (1986) in der Form $V = V_0/(1+e/c)$.

$$\left(\frac{V}{V_0}\right)^n + \left(\frac{M}{1,09 \cdot V_0 \cdot c}\right)^n = 1 \quad (\text{Gl. 8.4})$$

$$V = V_0 \cdot \sqrt[n]{\frac{1}{1 + (e/1,09c)^n}} = \frac{V_0}{\beta_0} \quad \text{mit: } \beta_0 = \sqrt[n]{1 + (e/1,09c)^n} \quad (\text{Gl. 8.5})$$

Bild 8.8a) zeigt einen Vergleich der berechneten Momenten-Querkraft-Interaktion mit dem Interaktionsansatz gemäß (Gl. 8.4) für $n = 1$ (lineare Interaktion), $n = 2$ (quadratische Interaktion) und $n = 5$ (Interaktion in 5. Potenz). Für die Wertepaare ($V=0; M=M_0$) und ($V=V_0; M=0$) fallen alle Kurven definitionsgemäß zusammen. Im Übergangsbereich werden die berechneten Werte insbesondere durch den linearen Interaktionsansatz deutlich unterschätzt. Eine verbesserte Annäherung der berechneten Werte wird durch den quadratischen Interaktionsansatz erreicht, der im gesamten Bereich auf der sicheren Seite liegt. Die beste Abbildung der berechneten Momenten-Querkraft-Interaktion stellt der Interaktionsansatz in 5. Potenz dar, obgleich dieser die berechneten Werte im Bereich mittlerer Ausmitten $1,0 \leq e/c \leq 1,7$ minimal überschätzt. Bild 8.8b) zeigt eine alternative Betrachtungsweise der Berechnungsergebnisse.

Dargestellt sind die berechneten Bruchquerkräfte im Vergleich zu den Interaktionsansätzen gemäß (Gl. 8.5) und in Abhängigkeit von der Ausmitte e/c . Diese Darstellung veranschaulicht die Veränderung der Bruchquerkraft V_u im Bereich praxisrelevanter Ausmitten und lässt ebenfalls erkennen, dass die Berechnungsergebnisse am besten durch den Interaktionsansatz in 5. Potenz abgebildet werden können.

Dieser Verlauf spiegelt die in den Abschnitten 8.2.1.3 und 8.2.2.1 beschriebenen Phasen des Versagens bzw. Versagensarten in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte e/c wider. Danach sind mit zunehmender Ausmitte e/c unterschiedliche Plattenbereiche und Mechanismen maßgebend für das Versagen, so dass die aufnehmbare Querkraft mit zunehmender Momentenbeanspruchung zunächst leicht ansteigt, anschließend kontinuierlich abnimmt und schließlich stark abfällt. Dieser Zusammenhang wird durch einen linearen Interaktionsansatz nicht zutreffend erfasst.

Insgesamt zeigen die numerischen Untersuchungen zusammen mit der Analyse des Stabwerkmodells in Abschnitt 8.2.1.3, dass die Momenten-Querkraft-Interaktion bei Eckstützen wirklichkeitsnah durch (Gl. 8.4) bzw. (Gl. 8.5) mit dem Exponenten $n = 5$ angegeben wird.

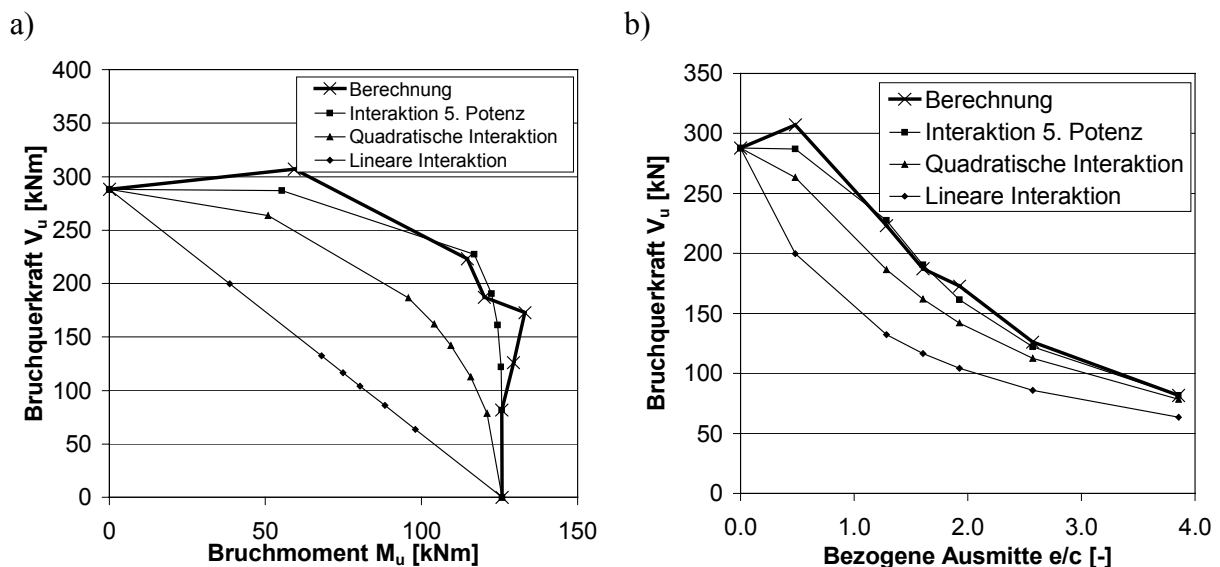


Bild 8.8 Vergleich der berechneten Momenten-Querkraft-Interaktion mit Interaktionsansätzen gemäß: a) (Gl. 8.4), b) (Gl. 8.5)

8.2.3 Quantifizierung des Momenteneinflusses bei Randstützen

Die Quantifizierung des Momenteneinflusses erfolgt wie bei Eckstützen mit dem nichtlinearen Finite-Elemente-Programm MASA des Instituts für Werkstoffe im Bauwesen, welches auf dem Mikroplane-Materialmodell für Beton basiert und dessen Eignung zur Simulation des Durchstanzversagens in Abschnitt 7.3 ff. dargelegt wurde. Die Grundlagen des Berechnungsmodells, des Risskonzeptes und der Elementdefinitionen sind in Abschnitt 7.1 erläutert.

8.2.3.1 Berechnungsparameter und Berechnungsergebnisse

Um eine möglichst gute Vergleichbarkeit der Berechnungsergebnisse zu gewährleisten, wurden das für Eckstützen verwendete Finite-Elemente-Netz (vgl. Bild 8.5 in Abschnitt 8.2.2.1) und die entsprechenden Randbedingungen als Grundlage verwendet. Durch Halbierung des Stützenquerschnitts und durch Einführen von Symmetriebedingungen entlang eines freien Plattenrandes (Festhaltung senkrecht zum freien Plattenrand) entstand daraus das in Bild 8.9

dargestellte Finite-Elemente-Netz für eine Randstütze. Die vertikale Belastung wurde wiederum auf die untere Stütze aufgebracht, das Anschlussmoment wurde durch zwei gleich große, jedoch entgegengerichtete Kräfte an der unteren und oberen Stütze erzeugt. Die Belastung erfolgte schrittweise und kraftgesteuert, wobei das Momenten-Querkraft-Verhältnis in allen Laststufen einer Berechnung konstant gehalten wurde.

Die Länge der Stützen und die Plattendicke blieben unverändert bei $l = 1,0$ m bzw. $h = 23$ cm, die Bewehrungsführung entsprach ebenfalls derjenigen gemäß Abschnitt 7.5. Die wesentlichen geometrischen und Materialparameter sind in Tabelle 8.3 zusammengestellt.

c_{st}	h	d	f_c	f_{ct}	G_f	ρ_l
[cm]	[cm]	[cm]	[MPa]	[MPa]	[N/mm]	[%]
40	23	19	25	2,2	0,08	1,09

Tabelle 8.3 Geometrische und Materialparameter der Simulation

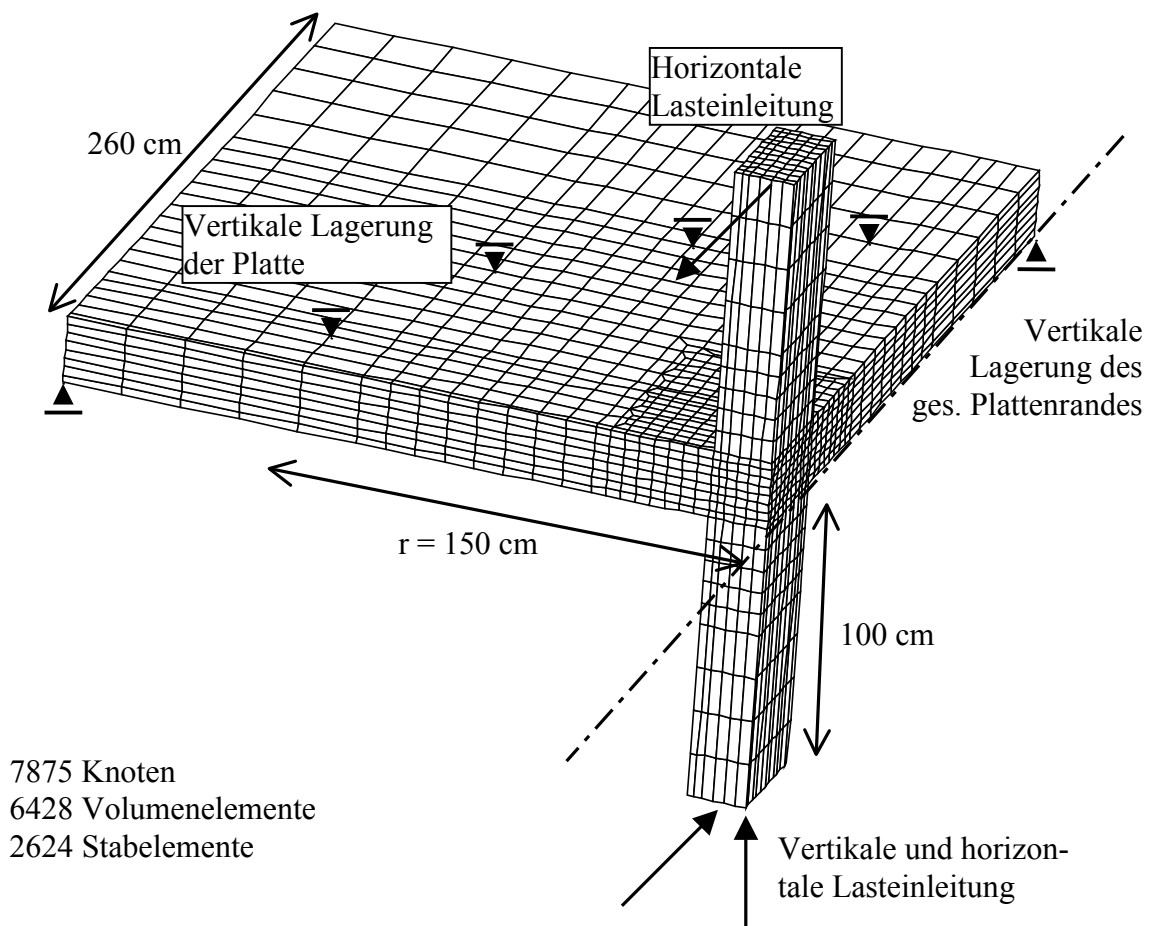


Bild 8.9 Elementierung des FE-Netzes – Volumenelemente

Die bezogene Ausmitte wurde in der Simulation in acht Schritten zwischen $e/c = 0$ (nur V) und $e/c \rightarrow \infty$ (nur M) variiert. Die berechneten Stützenkräfte und Anschlussmomente bei unterschiedlichen Ausmitten sind in Tabelle 8.4 angegeben, man erkennt zunächst eine leichte Zunahme und anschließend eine graduelle Abnahme der berechneten Bruchquerkraft V_u mit wachsender Ausmitte. Bild 8.10 zeigt die berechneten Last-Verschiebungskurven bei unterschiedlichen Ausmitten, wobei auf der Abszisse die vertikale Verschiebung des unteren Stützenfußes und auf der Ordinate die Kraft in der unteren Stütze aufgetragen ist. Es zeigt sich

wie bei Eckstützen, dass das Momenten-Querkraft-Verhältnis auch auf das Verformungsverhalten einen sehr hohen Einfluss besitzt. Bei geringen Ausmitten ergeben sich durch die starke Vertikalkraft große positive (nach oben gerichtete) Stützenfußverschiebungen. Mit zunehmender Ausmitte wird das Verformungsverhalten infolge des Stützenanschlussmomentes steifer und die Stützenfußverschiebungen nehmen ab. Ab $e/c = 4,36$ sind aufgrund der hohen Momentenbeanspruchung negative (nach unten gerichtete) Stützenfußverschiebungen zu beobachten. Dieses Verformungsverhalten ist kennzeichnend für ein Biegetorsionsversagen, welches durch die hohe Momentenbeanspruchung dominiert wird. Die negativen Verformungen nehmen mit wachsender Ausmitte weiter zu. Insgesamt veranschaulichen die Last-Verschiebungskurven den sehr ausgeprägten Einfluss der bezogenen Ausmitte e/c auf das Tragverhalten.

V_u	[kN]	520	540	480	400	340	220	90	0
M_u	[kNm]	0	118	209	262	297	384	314	262
e/c	[-]	0	0,55	1,09	1,64	2,18	4,36	8,72	∞

Tabelle 8.4 Berechnete Bruchschnittgrößen der Finite-Elemente-Analyse

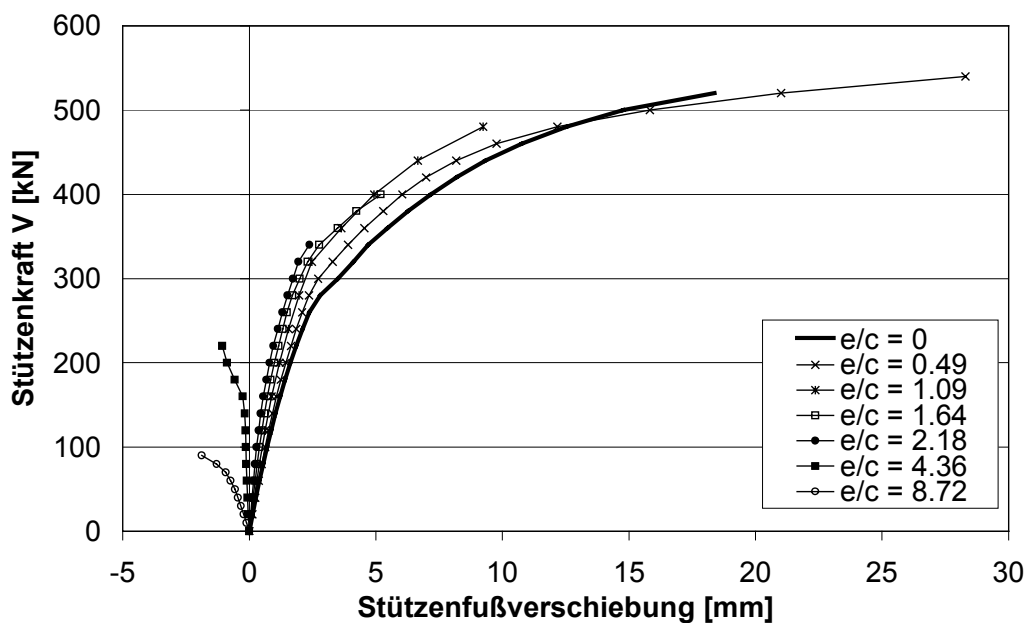


Bild 8.10 Berechnete Stützenkraft V in Abhängigkeit von der vertikalen Stützenfußverschiebung bei unterschiedlichen bezogenen Ausmitten e/c

Bild 8.12 zeigt einen Vergleich der berechneten Rissbilder (Hauptzugdehnungen ε_{11}) bei Höchstlast für sechs unterschiedliche Berechnungen in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte e/c . Die Berechnung mit $e/c = 0$, d. h. mit zentrischer Stützenkraft und ohne Stützenanschlussmoment ist in Bild 8.12a) dargestellt. Man erkennt, dass auf der Plattenoberseite senkrecht zum freien Plattenrand praktisch keine Biegeschädigungen auftreten. Vielmehr entstehen in dieser Richtung auf der Plattenunterseite Zugbeanspruchungen, d. h. die Platte verhält sich senkrecht zum freien Plattenrand aufgrund des fehlenden Anschlussmomentes ähnlich wie ein Einfeldträger. Daraus ergibt sich eine verminderte Tragfähigkeit senkrecht zum freien Plattenrand, wie die ausgeprägte Schubrissbildung verdeutlicht. Parallel zum freien Plattenrand ist die Platte infolge der Durchlaufwirkung stark auf Biegung und Schub bean-

spricht, ein Durchstanzriss hat sich jedoch noch nicht gebildet.

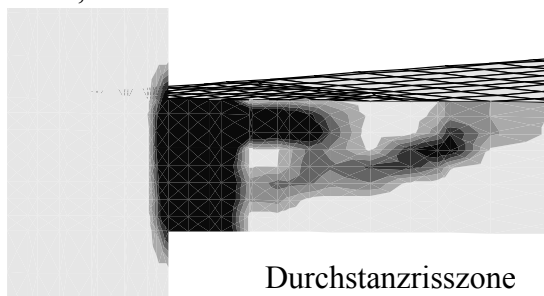
In Bild 8.12b) ist eine Berechnung mit geringer Ausmitte $e/c = 0,55$ dargestellt, in welcher die maximale Durchstanzlast ($V_u = 540$ kN) ermittelt wurde. Die Platte wird insgesamt gleichmäßiger auf Biegung und Schub beansprucht als bei $e/c = 0$, das Durchstanzversagen tritt etwa gleichzeitig um die Stütze herum auf (siehe auch Bild 8.11a). Auf diese Weise wird die Schubtragfähigkeit der Platte optimal ausgenutzt, was die hohe Durchstanzlast erklärt.

Eine Steigerung der bezogenen Ausmitte auf $e/c = 1,09$ führt dazu, dass der freie Plattenrand durch die Momentenübertragung von Schubkräften entlastet, das Platteninnere jedoch zusätzlich belastet wird. So ist der freie Plattenrand in Bild 8.12c) zwar durch leichte Biegetorsionsrisse geschädigt, hat jedoch bei Höchstlast noch nicht versagt. Die Versagensrisszone konzentriert sich auf die Tragrichtung senkrecht zum freien Plattenrand. Trotz des niedrigeren Lastniveaus ($V_u = 480$ kN) liegt weiterhin ein Durchstanzversagen vor. Mit einer weiteren Erhöhung der bezogenen Ausmitte verändert sich der Versagensmechanismus zunehmend. In der Berechnung mit $e/c = 2,18$ sind am freien Plattenrand bereits zwei Torsionsrisszonen zu sehen, während sich im Platteninneren das Durchstanzversagen weiter ausprägt und schließlich für das Versagen maßgebend wird (Bild 8.12d). Demgegenüber wird das Versagen bei der Berechnung mit $e/c = 4,36$ (Bild 8.12e) durch ein Torsionsversagen am freien Plattenrand eingeleitet, bevor senkrecht zum freien Plattenrand Durchstanzversagen auftritt. Aus diesem Versagensmechanismus ergibt sich die relativ niedrige Bruchlast der Berechnung ($V_u = 220$ kN).

Das Versagensbild bei reiner Momentenbeanspruchung ist in Bild 8.12f) dargestellt. Der Bruch tritt klar infolge Torsion am freien Plattenrand auf. Der Beton senkrecht zum freien Plattenrand ist zwar stark geschädigt, die Betondruckzone ist bei Höchstlast jedoch stabil und hat noch nicht versagt.

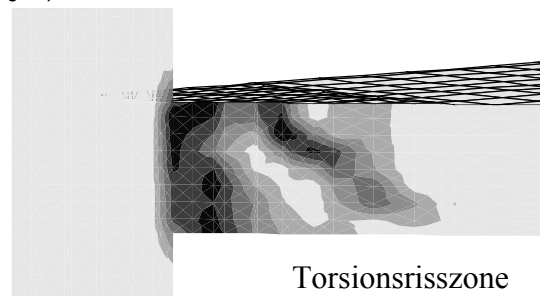
Die drastische Veränderung des Tragverhaltens durch eine Zunahme der bezogenen Ausmitte e/c wird auch durch die in Bild 8.11 dargestellten diagonalen Schnitte veranschaulicht. Bild 8.11a) zeigt die Berechnung mit geringer Ausmitte $e/c = 0,55$, in welcher sich eine deutliche Durchstanzrisszone gebildet hat. Demgegenüber tritt bei $e/c \rightarrow \infty$ (reine Momentenbeanspruchung) auf der Diagonalen eine Torsionsrisszone auf, dessen Neigung etwa senkrecht zu derjenigen der Durchstanzrisszone ist.

a) $e/c = 0,55$



Durchstanzrisszone

b) $e/c \rightarrow \infty$



Torsionsrisszone

Bild 8.11 Rissbilder in einem diagonalen Schnitt bei Höchstlast

Anhand der durchgeführten Berechnungen lässt sich der Einfluss der bezogenen Ausmitte auf den Bruchmechanismus und die Durchstanzlast wie folgt verallgemeinern. Tritt kein Anschlussmoment auf (Ausmitte $e/c = 0$), verhält sich die Platte senkrecht zum freien Plattenrand ähnlich einem Einfeldträger (Zug auf Plattenunterseite), während parallel zum freien Plattenrand eine ausgeprägte Durchlaufwirkung vorliegt. Die Tragfähigkeit der Verbindung, aufgrund der ungleichmäßigen Querkraftverteilung hoch, jedoch nicht maximal.

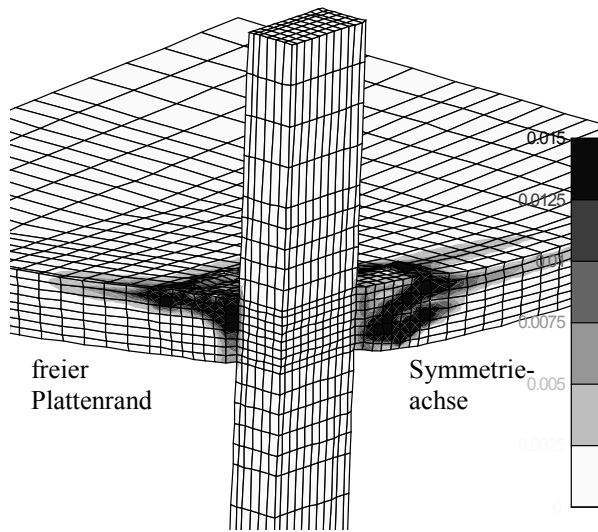
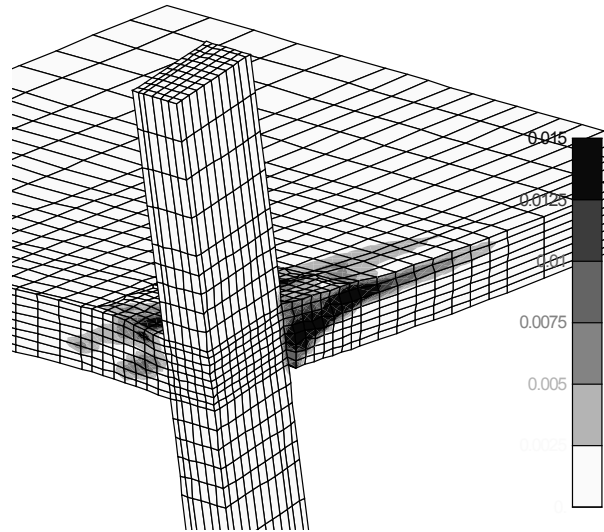
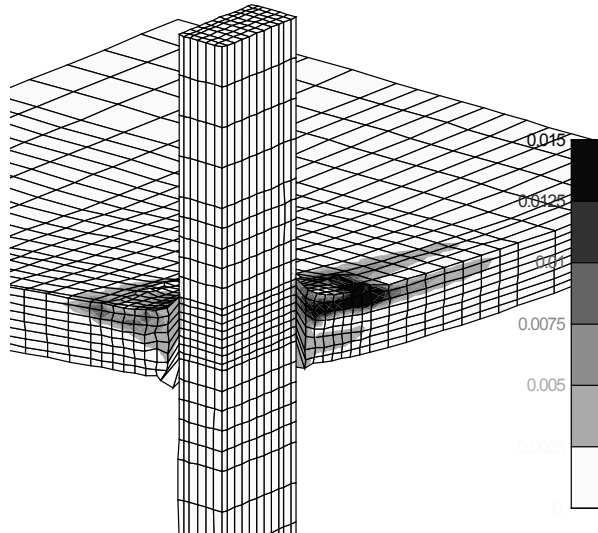
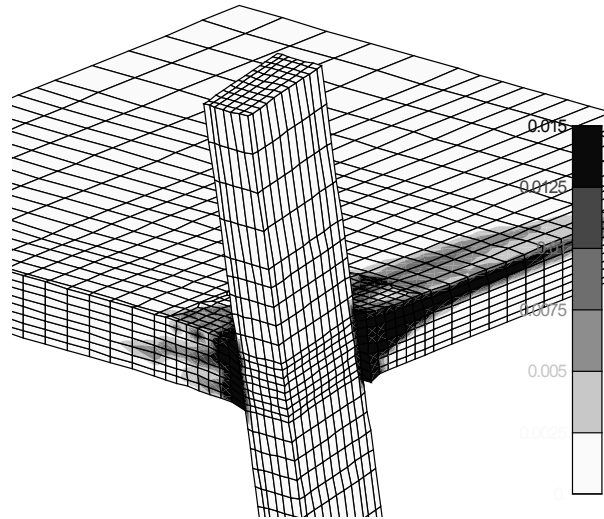
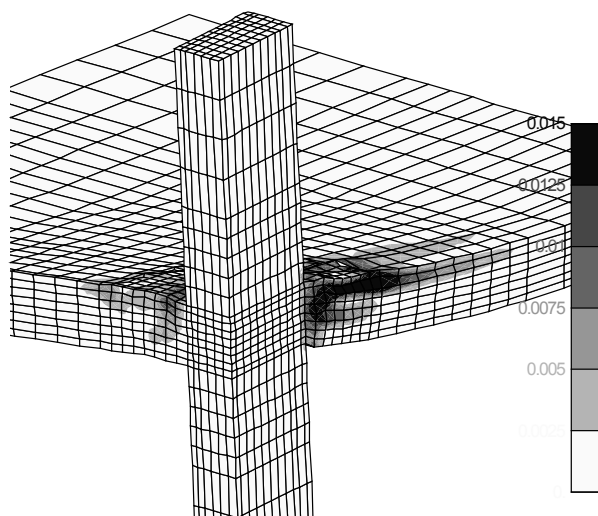
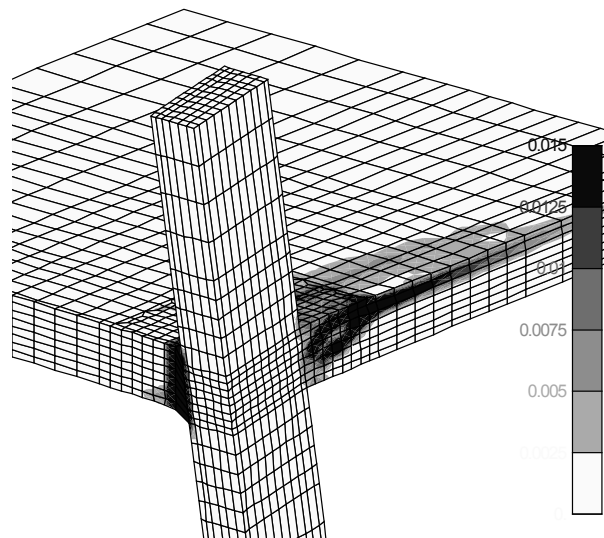
a) $e/c = 0$, $V_u = 520$ kNd) $e/c = 2,18$, $V_u = 340$ kNb) $e/c = 0,55$, $V_u = 540$ kNe) $e/c = 4,36$, $V_u = 220$ kNc) $e/c = 1,09$, $V_u = 480$ kNf) $e/c \rightarrow \infty$, $V_u = 0$ 

Bild 8.12 Rissbilder bei Höchstlast in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte

Bei geringen Ausmitten ist die Platte im Stützbereich relativ gleichmäßig auf Schub beansprucht. Obwohl der Durchstanzriss an der inneren Stützenkante entsteht, wird bei Höchstlast praktisch der gesamte Plattenbereich um die Stütze herum aktiviert. Mit zunehmender Ausmitte werden die Plattenbereiche nahe des freien Plattenrandes infolge der Momentenübertragung von Schubbeanspruchungen entlastet, während der innere Plattenbereich zusätzliche Schubkräfte übertragen muss. Der Durchstanzkegel beschränkt sich im Bereich der Höchstlast nun auf die an der Stützeninnenkante liegenden Plattenbereiche, während die Plattenränder erst im Nachbruchverhalten vollständig auf Schub aktiviert werden. Diese ungleichmäßige Verteilung der Schubbeanspruchung führt zu einer Abnahme der Gesamttragfähigkeit mit wachsender Ausmitte.

Bei sehr hohen Ausmitten kehrt sich die Beanspruchung des freien Plattenrandes um, so dass am freien Plattenrand Torsionsrisse entstehen, die das Versagen einleiten. Diese zusätzliche Versagensart führt gemeinsam mit der ungleichmäßigen Verteilung der Schubbeanspruchungen zu einer weiteren Abnahme der Querkrafttragfähigkeit. Dieses Verhalten stimmt prinzipiell mit demjenigen von Eckstützen-Plattenverbindungen (vgl. Abschnitt 8.2.2.1) überein.

8.2.3.2 Ableitung der Interaktionsgleichung

Für die Ableitung der Interaktionsgleichung gelten die für Eckstützen in Abschnitt 8.2.2.2 getroffenen Ausführungen, wonach (Gl. 8.2) als Grundform der Interaktionsgleichung gewählt wird und M_0 in (Gl. 8.2) primär von V_0 und der Stützenbreite c abhängt. Wertet man die Bruchlasten V_0 und M_0 nach dem Stabwerkmodell in Abschnitt 8.2.1.3 und nach der Finite-Elemente-Analyse in Abschnitt 8.2.3.1 aus, ergibt sich $M_0 \approx 1,18 \cdot V_0 \cdot c$ (Stabwerkmodell) bzw. $M_0 \approx 1,25 \cdot V_0 \cdot c$ (FEM). Durch Einsetzen in (Gl. 8.2) erhält man (Gl. 8.6). Weiterhin führt Einsetzen von $M = e \cdot V$ in (Gl. 8.6) und Auflösen von (Gl. 8.6) nach V zu (Gl. 8.7).

(Gl. 8.7) gibt die Durchstanzlast in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte e/c sowie von der Durchstanzlast V_0 bei reiner Querkraft an. Für $n = 1$ entspricht (Gl. 8.7) im wesentlichen dem Vorschlag von Kordina, Nölting (1986) in der Form $V = V_0 / (1 + e/c)$.

$$\left(\frac{V}{V_0}\right)^n + \left(\frac{M}{1,25 \cdot V_0 \cdot c}\right)^n = 1 \quad (\text{Gl. 8.6})$$

$$V = V_0 \cdot \sqrt[n]{\frac{1}{1 + (e/1,25c)^n}} = \frac{V_0}{\beta_0} \quad \text{mit: } \beta_0 = \sqrt[n]{1 + (e/1,25c)^n} \quad (\text{Gl. 8.7})$$

Bild 8.13a) zeigt einen Vergleich der berechneten Momenten-Querkraft-Interaktion mit dem Interaktionsansatz gemäß (Gl. 8.6) für $n = 1$ (lineare Interaktion), $n = 2$ (quadratische Interaktion) und $n = 5$ (Interaktion in 5. Potenz). Der Winkel α einer Geraden von den berechneten Punkten zum Ursprung des Koordinatensystems spiegelt die Ausmitte e wider. Alle Punkte auf einer Geraden besitzen dieselbe Ausmitte. Für die Wertepaare ($V=0; M=M_0$) und ($V=V_0; M=0$) fallen alle Kurven definitionsgemäß auf den Koordinatenachsen zusammen. Im Übergangsbereich werden die berechneten Werte insbesondere durch den linearen Interaktionsansatz deutlich unterschätzt. Eine verbesserte Annäherung der berechneten Werte wird durch den quadratischen Interaktionsansatz erreicht, der im gesamten Bereich auf der sicheren Seite liegt. Die beste Abbildung der berechneten Momenten-Querkraft-Interaktion stellt der Interaktionsansatz in 5. Potenz dar, der jedoch die berechneten Werte im Bereich $e/c \approx 1,0$ minimal überschätzt. Die relativ hohen berechneten Momente bei geringen Bruchquerkräften ($V_u < 300$ kN) werden von keinem der Ansätze zutreffend beschrieben. Dies könnte als Nachteil der Ansätze gesehen werden, liegt jedoch auf der sicheren Seite und besitzt für die praktische Bemessung nur begrenzte Bedeutung.

Bild 8.13b) zeigt eine alternative Betrachtungsweise der Berechnungsergebnisse, dargestellt sind die berechneten Bruchquerkräfte im Vergleich zu den Interaktionsansätzen gemäß (Gl. 8.7) und in Abhängigkeit von der Ausmitte e/c . Diese Darstellung veranschaulicht die Veränderung der Bruchquerkraft V_u im Bereich praxisrelevanter Ausmitten und lässt erkennen, dass V_u gemäß der Berechnung zunächst etwas anwächst und anschließend in Abhängigkeit von e/c deutlich abnimmt. Erneut wird deutlich, dass die Berechnungsergebnisse am besten durch den Interaktionsansatz in 5. Potenz abgebildet werden.

Dieser Verlauf spiegelt auch die in den Abschnitten 8.2.1.3 und 8.2.3.1 beschriebenen Phasen des Versagens bzw. Versagensarten in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte e/c wider. Danach sind mit zunehmender Ausmitte e/c unterschiedliche Plattenbereiche und Mechanismen maßgebend für das Versagen, so dass die aufnehmbare Querkraft mit zunehmender Momentenbeanspruchung zunächst leicht ansteigt, anschließend kontinuierlich abnimmt und schließlich stark abfällt.

Insgesamt zeigen die numerischen Untersuchungen zusammen mit der Analyse des Stabwerkmodells in Abschnitt 8.2.1.3, dass die Momenten-Querkraft-Interaktion bei Randstützen wirklichkeitsnah durch (Gl. 8.6) bzw. (Gl. 8.7) mit dem Exponenten $n = 5$ angegeben wird.

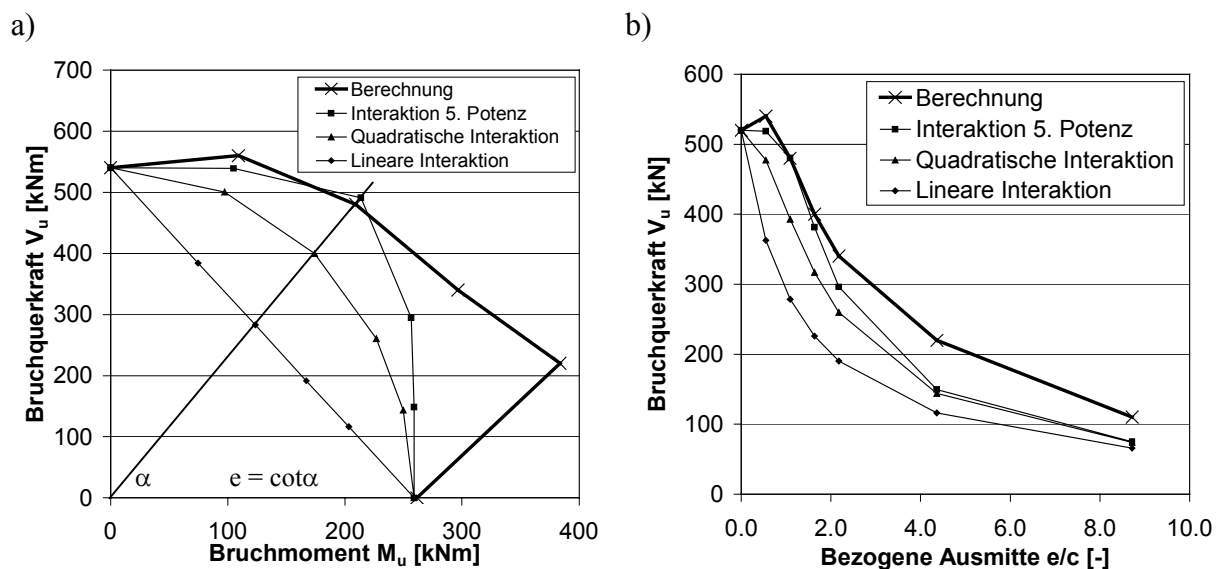


Bild 8.13 Vergleich der berechneten Momenten-Querkraft-Interaktion mit Interaktionsansätzen gemäß a) (Gl. 8.6), b) (Gl. 8.7)

8.2.4 Vergleich der Interaktionsansätze mit Versuchsergebnissen

Zur Überprüfung der mit Hilfe des Stabwerkmodells (Abschnitt 8.2.1.3) und der nichtlinearen Finite-Elemente-Analysen (Abschnitte 8.2.2 und 8.2.3) abgeleiteten Momenten-Querkraft-Interaktion werden die Interaktionsgleichungen für Eckstützen (Gl. 8.5) und Randstützen (Gl. 8.7) mit den Ergebnissen der in der Datenbank (Abschnitt 3) enthaltenen Durchstanzversuche verglichen. Um den Einfluss sonstiger Parameter wie Betondruckfestigkeit oder Längsbewehrungsgrad zu eliminieren, wurden die Versuchsergebnisse in normierte Bruchschubspannungen umgerechnet. Die Bruchschubspannungen wurden in Anlehnung an DIN 1045-1 und Eurocode 2 in Rundschnitten mit einem Abstand $1,5d$ von der Stützenkante berechnet. Diese Werte wurden mit $f_c^{1/3}$ auf eine Betondruckfestigkeit $f_c = 25$ MPa und mit $\rho_l^{1/3}$ auf einen Längsbewehrungsgrad $\rho_l = 1$ % normiert. Für die Interaktionsgleichungen wurde die Bruchschubspannung $v_{u(e/c=0)}$ entsprechend den Versuchsergebnissen zu 1,25 MPa angesetzt.

Der Vergleich der Ergebnisse von Versuchen an Eckstützen ohne Schubbewehrung (Datenbank Eckstützen) mit der Interaktionsgleichung (Gl. 8.5) für die Exponenten $n = 1, 2$ und 5 ist in Bild 8.14a) in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte e/c aufgetragen. Alle drei Interaktionsansätze bilden den Gesamteinfluss der bezogenen Ausmitte e/c auf die normierte Bruchschubspannung vernünftig ab. Der lineare Interaktionsansatz ($n = 1$) liegt jedoch deutlich auf der sicheren Seite und bildet eine Untergrenze der Versuchsergebnisse. Der quadratische Interaktionsansatz nähert sich den mittleren Bruchschubspannungen besser an. Beide Ansätze bilden jedoch die näherungsweise konstante bzw. ansteigende mittlere Bruchschubspannung im Bereich $0 \leq e/c \leq 1,0$ nicht zutreffend ab. Die beste Vorhersage der mittleren Bruchschubspannungen wird durch den Interaktionsansatz in fünfter Potenz getroffen, die Versuchsergebnisse bilden im gesamten Spektrum von e/c ein Streuband um diese Interaktionskurve. Diese empirische Beobachtung stimmt mit den Ergebnissen der Finite-Elemente-Analyse sowie des Fachwerkmodells überein, wonach der Interaktionsansatz in fünfter Potenz der Wirklichkeit am nächsten kommt.

Für Randstützen ohne Schubbewehrung ist der Vergleich der Ergebnisse von Versuchen aus der Datenbank mit dem Interaktionsansatz (Gl. 8.7) für die Exponenten $n = 1, 2$ und 5 in Bild 8.14b) in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte e/c dargestellt. Wie bei Eckstützen bilden alle drei Interaktionsansätze den Gesamteinfluss der bezogenen Ausmitte e/c auf die normierte Bruchschubspannung vernünftig ab. Der lineare Interaktionsansatz ($n = 1$) liegt wiederum im wesentlichen auf der sicheren Seite, wird jedoch auch von einigen Versuchsergebnissen unterschritten und kann daher nicht mehr als untere Grenze der Versuchsergebnisse betrachtet werden. Wie bei Eckstützen nähert sich der quadratische Interaktionsansatz den mittleren Bruchschubspannungen besser an, bildet jedoch die näherungsweise konstante Bruchschubspannung im Bereich $0 \leq e/c \leq 1,0$ nicht zutreffend ab. Daher wird die beste Vorhersage der mittleren Bruchschubspannungen analog zu Eckstützen durch den Interaktionsansatz in fünfter Potenz getroffen, die Versuchsergebnisse bilden im gesamten Spektrum von e/c ein Streuband um diese Interaktionskurve. Diese empirische Beobachtung stimmt mit den Ergebnissen der Finite-Elemente-Analyse sowie des Fachwerkmodells überein, wonach der Interaktionsansatz in fünfter Potenz der Wirklichkeit am nächsten kommt.

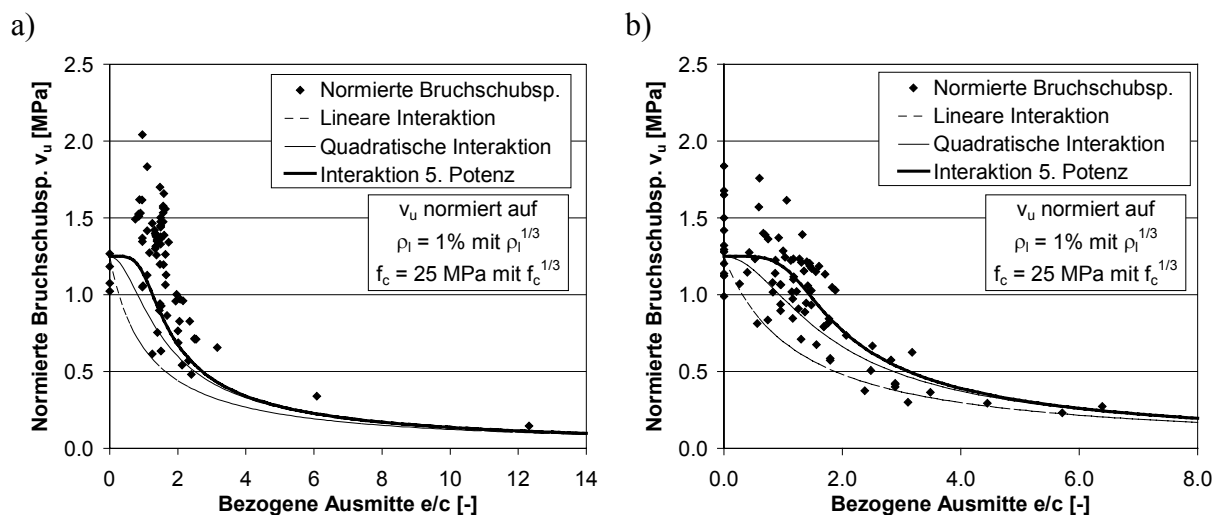


Bild 8.14 Vergleich der Interaktionsansätze mit der Versuchsdatenbank: a) Eckstützen (Gl. 8.5), b) Randstützen (Gl. 8.7)

8.3 Einfluss der Stützengeometrie

Die Stützengeometrie besitzt im wesentlichen zwei Einflüsse auf das Tragverhalten beim Durchstanzen von Flachdecken. Bei überwiegender Querkraftbeanspruchung werden durch eine Veränderung der Stützengeometrie die Verteilung und die Intensität der Schubspannungen um die Stütze herum beeinflusst, so dass die aufnehmbaren Schubspannungen mit zunehmender Stützengröße etwas abnehmen (vgl. Bild 7.6 in Abschnitt 7.2 sowie Ožbolt et al. 2001-1, Sherif 1996). Bei diesem Einfluss treten grundsätzlich vergleichbare Mechanismen auf wie bei einer Vergrößerung der Länge des schubbewehrten Bereiches, die ausführlich in Abschnitt 9.1 analysiert wird. Ebenso wirken sich stark unterschiedliche Seitenlängen der Stütze ungünstig auf die Spannungsverteilung und somit auf die aufnehmbare Schubspannung aus (Sherif 1996). Die Stützenform bzw. die Form des kritischen Rundchnitts wird in manchen Bemessungsnormen wie z. B. ACI 318-99 bereits berücksichtigt.

Der zweite Haupteinfluss der Stützengeometrie besteht darin, dass die Übertragung von Stützenmomenten in die Platte von dem Verhältnis der Seitenlängen der Stütze abhängig ist. Die im vorherigen Abschnitt quantifizierte Momenten-Querkraft-Interaktion gilt somit nur für annähernd quadratische Stützen. Daher wird nachfolgend der Einfluss des Seitenlängenverhältnisses c_x/c_y auf die Schubtragfähigkeit unter Momenten-Querkraft-Interaktion analysiert.

8.3.1 Vorüberlegungen

Der Einfluss des Seitenlängenverhältnisses c_x/c_y auf die Schubtragfähigkeit beim exzentrischen Durchstanzen wird bereits von ACI 318-99 und Model Code 90, die auf einer linearen bzw. plastischen Schubspannungsverteilung basieren (vgl. Abschnitt 2.4), berücksichtigt. Beide Normen gehen davon aus, dass der Anteil des Stützenmomentes γ_v (ACI 318-99) bzw. K (Model Code 90), der durch Schubspannungen in der Platte übertragen wird, mit zunehmender Schlankheit der Stütze (d. h. mit zunehmendem c_x/c_y) anwächst. Entsprechend ergeben sich bei konstanten Schnittgrößen und unveränderter Rundschnittlänge größere einwirkende Schubspannungen im kritischen Schnitt. Auch in dem theoretischen Modell nach Herzog (1974) ist ein Faktor $K = 0,6 + 0,4 \cdot c_y/c_x$ (vgl. Abschnitt 2.3.4) enthalten, der eine lineare Abnahme der Durchstanstragfähigkeit mit der Schlankheit der Stütze angibt.

In Abschnitt 2.2.3 wurden die Mechanismen der Momentenübertragung im Bereich von Rand- und Eckstützen behandelt, die in Bild 8.15 nochmals vereinfacht dargestellt sind. Danach wird ein Stützenanschlussmoment in einem vertikalen Schnitt um die Stütze sowohl durch Schubspannungen (Bild 8.15a) als auch durch Normalspannungen, d. h. durch Biegung (Bild 8.15b) übertragen. Megally, Ghali (2000) haben durch nichtlineare Finite-Elemente-Analysen gezeigt, dass das Verhältnis zwischen M_v (Anschlussmoment, das durch Schubspannungen übertragen wird) und M_{flex} (Anschlussmoment, das durch Normalspannungen übertragen wird) primär von der Geometrie der Stütze bzw. des kritischen Rundchnitts abhängt.

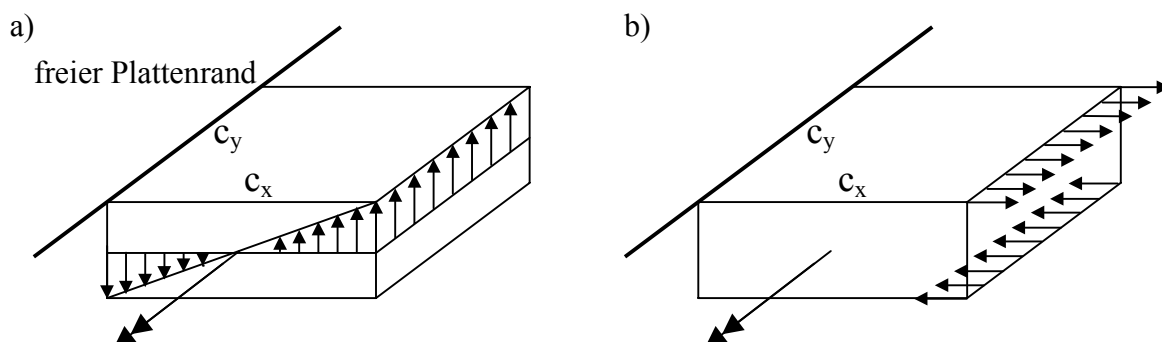


Bild 8.15 Übertragung des Anschlussmomentes bei einer Randstütze: a) Schubspannungen, b) Normalspannungen

In ihrer Analyse stellen Megally, Ghali (2000) fest, dass der Anteil von M_{flex} an der Übertragung des Stützenanschlussmomentes mit zunehmender Schlankheit der Stütze (zunehmendem c_x/c_y) abnimmt. Dieser Zusammenhang ergibt sich daraus, dass bei schlanken Stützen die Stützenfrontfläche (c_y), an welcher M_{flex} übertragen wird, klein ist im Verhältnis zum Umfang der Stütze bzw. zur Länge des Rundschnittes. Umgekehrt nehmen die Stützenseitenflächen (c_x), an welchen das Anschlussmoment durch Schubspannungen übertragen wird, einen Großteil des Stützenumfangs ein. Daher dominiert bei schlanken Stützen zunehmend die Übertragung des Stützenanschlussmomentes durch Schubspannungen. Lässt man gedanklich die Stützenbreite c_y gegen Null streben, wird das gesamte Anschlussmoment durch Schubspannungen an den Stützenseitenflächen übertragen.

Aus diesem Zusammenhang ergibt sich eine Zunahme der Schubbeanspruchung der Platte mit zunehmender Schlankheit der Stütze. Dies ist gleichbedeutend mit einer erhöhten Momenten-Querkraft-Interaktion, so dass bei konstanten Schnittgrößen und unveränderter Rundschnittlänge eine Abnahme der Durchstanzlast mit zunehmender Schlankheit der Stütze (zunehmendem c_x/c_y) der Stütze zu erwarten ist.

Bei gedungenen Stützen ($c_x/c_y < 1$) ist der Biegeanteil M_{flex} an der Übertragung des Stützenanschlussmomentes entsprechend obigen Überlegungen größer als bei quadratischen Stützen, so dass die Schubbeanspruchung der Platte und die Momenten-Querkraft-Interaktion nachlassen und die Durchstanzlast zunimmt.

Darüber hinaus hängt der Einfluss der Stützengeometrie von der bezogenen Ausmitte e/c ab. Im Grenzfall $e/c = 0$ (kein Stützenanschlussmoment) tritt auch der beschriebene Mechanismus der Momentenübertragung durch Schubspannungen nicht auf, so dass eine Veränderung der Stützengeometrie sich lediglich auf die eingangs angesprochene Intensität der Schubspannungszustandes auswirken kann. Bei geringen bezogenen Ausmitten e/c ist der Anteil der Schubspannungen infolge Momentenübertragung v_M gering im Vergleich zu denjenigen infolge Querkraft v_V . Daher wirkt sich eine Erhöhung von v_M infolge einer Verschlingung der Stützengeometrie nur in begrenztem Maße auf die Gesamtheit der Schubspannungen $v_{\text{tot}} = v_M + v_V$ aus. Bei hohen bezogenen Ausmitten, d. h. großen Anschlussmomenten bezogen auf die Stützenkraft, dominieren die Schubspannungen infolge Momentenübertragung v_M gegenüber v_V , so dass der Einfluss der Stützengeometrie immer weiter zunimmt. Insgesamt ist daher zu erwarten, dass der Einfluss der Stützengeometrie auf die Momenten-Querkraft-Interaktion und die Tragfähigkeit beim Durchstanzens mit zunehmender bezogener Ausmitte e/c anwächst.

Um die theoretisch zu erwartenden Einflüsse der Stützengeometrie c_x/c_y und der bezogenen Ausmitte e/c zu quantifizieren, wird nachfolgend eine nichtlineare Finite-Elemente-Analyse durchgeführt. Anschließend werden die Berechnungsergebnisse mit den in der Versuchsdatenbank (vgl. Abschnitt 3) enthaltenden Ergebnissen verglichen.

8.3.2 Quantifizierung durch Finite-Elemente-Analyse

Da stark unterschiedliche Seitenlängen in der Praxis fast nur bei Randstützen auftreten, konzentriert sich die Finite-Elemente-Analyse auf diesen Bereich. Für die Berechnung wurde das in Abschnitt 8.2.3 für die Analyse der Momenten-Querkraft-Interaktion verwendete Finite-Elemente-Netz übernommen und die Stützenabmessungen wurden durch Verschieben der Knoten im Stützbereich variiert. Die Materialparameter sowie die Belastungs- und Randbedingungen der Berechnung entsprechen ebenfalls denjenigen aus Abschnitt 8.2.3, wobei die Bewehrungsmenge im Stützstreifen an die veränderte Stützenbreite angepasst wurde, um einen konstanten Längsbewehrungsgrad ρ_l zu gewährleisten.

In den Berechnungen wurde das Durchstanzversagen für drei unterschiedliche Stützenbreiten $c_y = 28 / 40 / 56$ cm in Kombination mit zwei unterschiedlichen Stützenseitenlängen

$c_x = 28 / 40$ cm untersucht, die bezogene Ausmitte e/c wurde dabei mit $e/c = 1,09$ und $e/c = 2,18$ angesetzt (bei rechteckigen Randstützen entspricht c definitionsgemäß der Stützensenkenlänge c_x senkrecht zum freien Plattenrand, vgl. Abschnitt „Definitionen und Bezeichnungen“). Die Berechnungsergebnisse sind in Tabelle 8.5 zusammengestellt. Bild 8.16a) zeigt die bei einer Stützensenkenlänge $c_x = 28$ cm und einer bezogenen Ausmitte $e/c = 1,09$ berechneten Last-Verschiebungskurven, diejenigen mit $c_x = 40$ cm und/oder $e/c = 2,18$ weisen einen prinzipiell gleichartigen Verlauf auf. Man erkennt, dass das Verformungsverhalten der Verbindungen mit zunehmender Stützenbreite c_y steifer wird und die Bruchlasten zunehmen. Die Entwicklung der Tragfähigkeit lässt sich am besten anhand der in Bild 8.16b) aufgetragenen bezogenen Bruchschubspannungen in einem Rundschnitt im Abstand $1,5d$ von der Stütze in Abhängigkeit vom Verhältnis der Stützensenken c_x/c_y nachvollziehen. Man erkennt in Bild 8.16b), dass die bezogenen Bruchschubspannungen mit zunehmender Schlankheit der Stütze (mit zunehmendem c_x/c_y) kontinuierlich abnehmen. Dabei ist die Steigung der Kurven bei $e/c = 1,09$ deutlich geringer als bei $e/c = 2,18$, d. h. der Einfluss der Stützengeometrie nimmt mit in den Berechnungen wachsender bezogener Ausmitte e/c zu. Diese Verläufe entsprechen dem theoretisch zu erwartenden Verhalten.

Der Einfluss der Stützengeometrie auf die Schädigung des Betons wird anhand der in Bild 8.17 dargestellten berechneten Rissbilder (Hauptzugdehnungen ε_{11}) bei Höchstlast deutlich. Bei der schlankeren Stütze in Bild 8.17b) sind die Schädigungen am freien Plattenrand und auf der Plattenoberseite (Biegezugzone) deutlich ausgeprägter als bei der gedrungenen Stütze in Bild 8.17a). Dies bedeutet, dass die Momentenübertragung bei der schlanken Stütze höhere Schädigungen in der Platte induziert, so dass die bezogene Schubtragfähigkeit abnimmt.

	$e/c = 1,09$		$e/c = 2,18$	
	$c_x = 28$ cm	$c_x = 40$ cm	$c_x = 28$ cm	$c_x = 40$ cm
$c_y = 28$ cm	390 kN	440 kN	250 kN	280 kN
$c_y = 40$ cm	440 kN	480 kN	310 kN	340 kN
$c_y = 56$ cm	500 kN	530 kN	390 kN	420 kN

Tabelle 8.5 Berechnete Bruchquerkräfte V_u der Finite-Elemente-Analyse

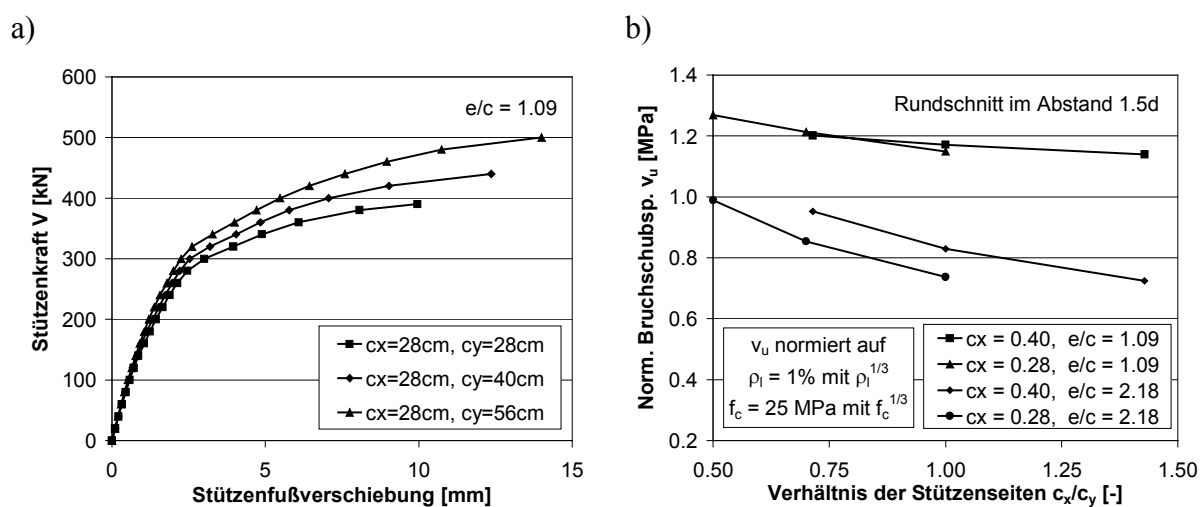


Bild 8.16 Einfluss der Stützengeometrie auf die Berechnungsergebnisse: a) Last-Verschiebungskurven für $c_x = 28$ cm und $e/c = 1,09$, b) normierte Bruchschubspannungen

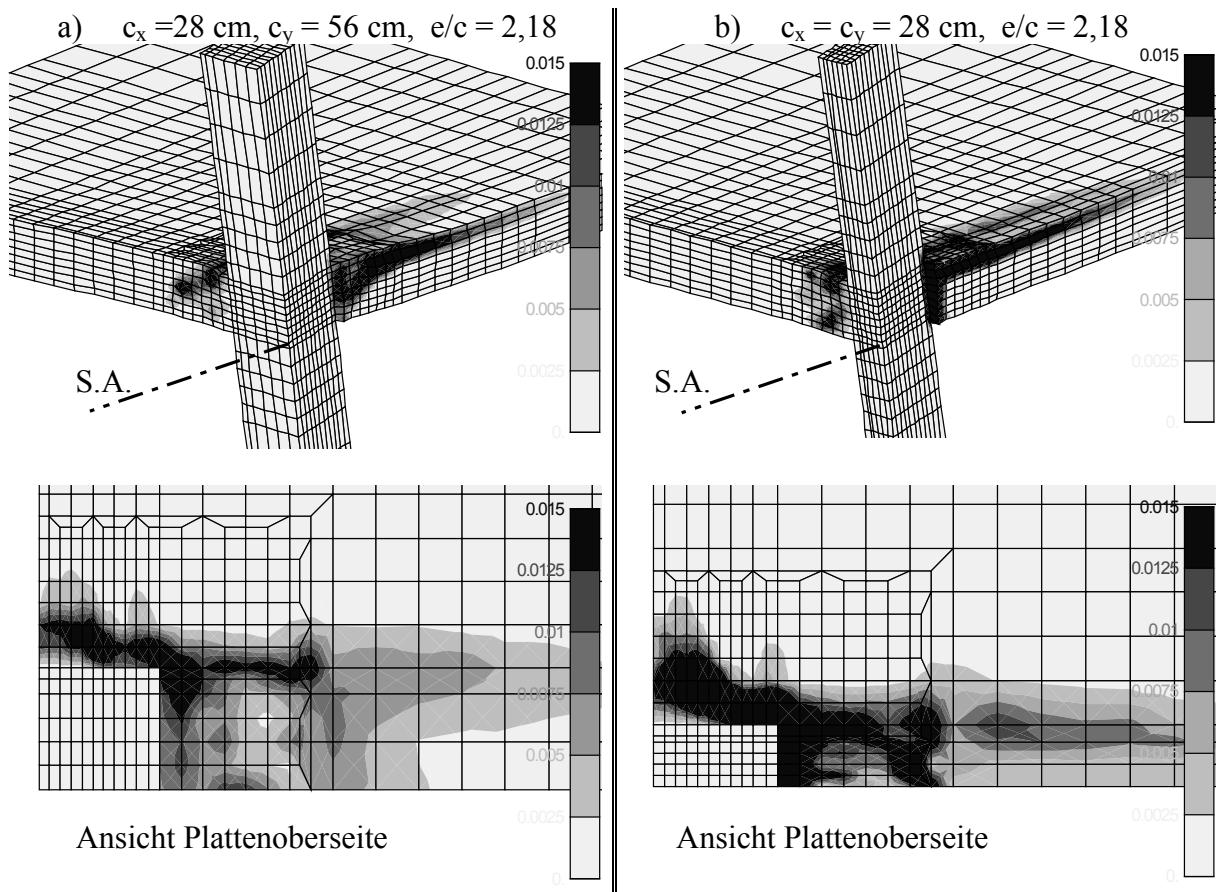


Bild 8.17 Berechnete Rissbilder (Hauptzugdehnungen ϵ_{11}) bei Höchstlast in Abhängigkeit von der Stützegeometrie

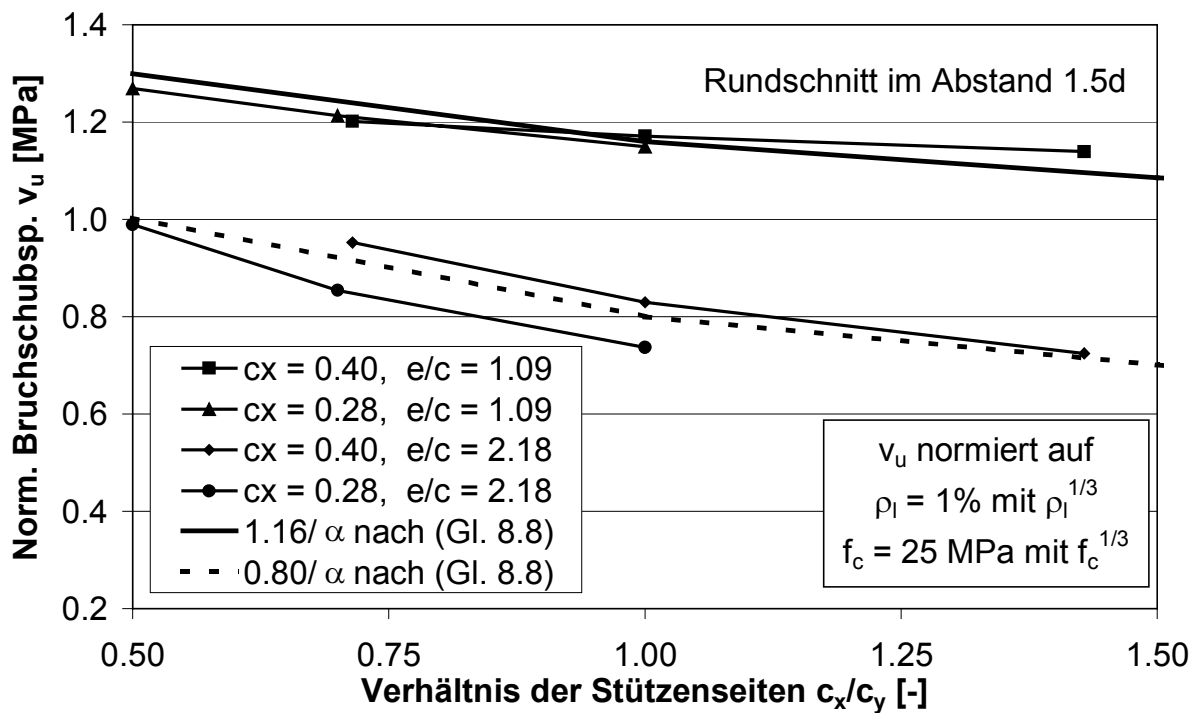


Bild 8.18 Vergleich der Berechnungsergebnisse mit (Gl. 8.8)

Der berechnete Einfluss der Stützengeometrie auf die Tragfähigkeit beim Durchstanzen kann mit dem Beiwert α gemäß (Gl. 8.8) beschrieben werden, durch den die aufnehmbare Schubspannung v zu dividieren ist (vgl. Abschnitt 10.2). Dieser besitzt bei quadratischen Stützen den Wert $\alpha = 1$ und wächst mit zunehmender Schlankheit der Stütze c_x/c_y sowie zunehmender bezogener Ausmitte e/c kontinuierlich an. Der Vergleich des Beiwertes $1/\alpha$ gemäß (Gl. 8.8) mit den Berechnungsergebnissen ist in Bild 8.18 dargestellt, wobei $1/\alpha$ mit einem geeigneten Vorfaktoren (0,80 bzw. 1,16) derart versehen wurde, dass die Kurven bei c_x/c_y etwa zusammentreffen. Man erkennt, dass (Gl. 8.8) den Verlauf der Bruchschubspannungen für unterschiedliche Stützengeometrien c_x/c_y und unterschiedliche Ausmitten e/c zutreffend vorhersagt. Zur Überprüfung und Absicherung dieses numerisch gefundenen Ergebnisses auch für Eckstützen wird (Gl. 8.8) nachfolgend mit den in der Versuchsdatenbank (vgl. Abschnitt 3) enthaltenen Ergebnissen verglichen.

$$\alpha = \left(\frac{c_x}{c_y} \right)^{0,15 \frac{e}{c}} \quad (\text{Gl. 8.8})$$

8.3.3 Vergleich mit Versuchsergebnissen

Um den Beiwert α gemäß (Gl. 8.8) möglichst unbeeinflusst von sonstigen Parametern mit den in der Versuchsdatenbank (vgl. Abschnitt 3) enthaltenen Ergebnissen vergleichen zu können, wird die Gegenüberstellung unter Vorgriff auf den neuen Bemessungsvorschlag gemäß (Gl. 10.3) aus Abschnitt 10.2 durchgeführt. Die Bilder 8.19a) und b) zeigen für Randstützen die Quotienten aus experimenteller Bruchlast $V_{u,\text{test}}$ und rechnerischer Bruchlast $V_{u,\text{calc}}$ gemäß (Gl. 10.3) in Abhängigkeit von dem Verhältnis der Stützenseiten c_x/c_y . Verwendet man (Gl. 10.3) ohne den Beiwert α gemäß (Gl. 8.8), d. h. ohne Berücksichtigung der Stützengeometrie, ist eine deutliche Abnahme der Quotienten $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ zunehmender Schlankheit der Stütze c_x/c_y zu verzeichnen (Bild 8.19a). Dieser Trend führt dazu, dass die Quotienten $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ bei großen Schlankheiten c_x/c_y überwiegend kleiner als 1,0 sind, d. h. die Sicherheit gegenüber Durchstanzen ist nicht ausreichend.

Demgegenüber veranschaulicht Bild 8.19b), dass sich bei Verwendung des Beiwertes α gemäß (Gl. 8.8) bei allen Stützengeometrien c_x/c_y ein einheitliches Sicherheitsniveau mit im Mittel konstanten Quotienten $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ ergibt. Dies bedeutet, dass (Gl. 8.8) den Einfluss der Stützengeometrie auf das Tragverhalten beim Durchstanzen wirklichkeitsnah beschreibt.

In den Bildern 8.19c) und d) ist derselbe Vergleich für Durchstanzversuche an Eckstützen-Plattenverbindungen aufgetragen. Der Einfluss der Stützengeometrie auf das Durchstanzen bei Eckstützen wurde systematisch in Versuchen von Ingvarsson (1977) untersucht, darüber hinausgehend sind in der Versuchsdatenbank (vgl. Abschnitt 3) jedoch lediglich Versuche mit quadratischen Eckstützen enthalten. Daher sind in den Bildern 8.19c) und d) nur die Versuche von Ingvarsson (1977) angegeben. Man erkennt in Bild 8.19c), dass die Quotienten $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ mit zunehmender Schlankheit der Stütze c_x/c_y wie bei Randstützen deutlich abnehmen, wenn $V_{u,\text{calc}}$ ohne den Beiwert α gemäß (Gl. 8.8) berechnet wird. Demgegenüber zeigt sich in Bild 8.19d) erneut, dass die Verwendung des Beiwertes α wie bei Randstützen zu einer sehr guten Abbildung des Einflusses der Stützengeometrie auf die Durchstanzlasten führt und einheitliches Sicherheitsniveau ergibt.

Insgesamt kann anhand der Vergleiche mit den Ergebnissen der Durchstanzversuche festgestellt werden, dass (Gl. 8.8) den Einfluss der Stützengeometrie c_x/c_y auf die Durchstanztragfähigkeit von Rand- und Eckstützen wirklichkeitsnah vorhersagt.

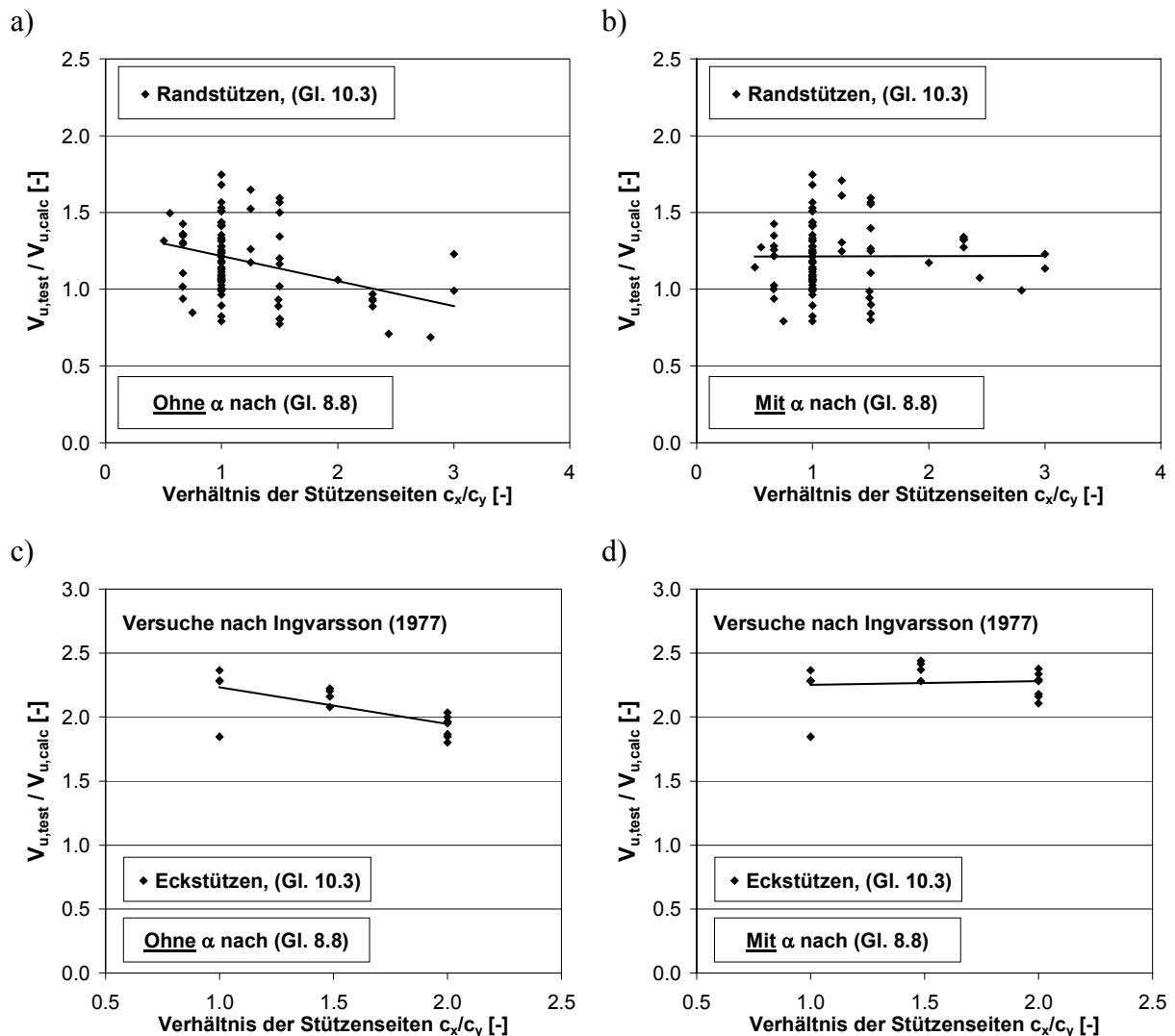


Bild 8.19 Vergleich der Versuchsdatenbank mit dem Bemessungsansatz (Gl. 10.5) in Verbindung mit dem Beiwert α gemäß (Gl. 8.8)

8.4 Betrachtungen zur Momenten-Querkraft-Interaktion mit Schubbewehrung

Das detaillierte Tragverhalten beim Durchstanzen von Flachdecken *innerhalb* eines schubbewehrten Bereiches („innerer Rundschnitt“) wurde zuletzt ausführlich von Beutel (2002) behandelt und fällt nicht in den Themenbereich dieser Arbeit. Dennoch wird nachfolgend der prinzipiellen Frage nachgegangen, ob die Erkenntnisse über die Momenten-Querkraft-Interaktion, die in Abschnitt 8.2 für Platten ohne Schubbewehrung abgeleitet wurden, näherungsweise auf den inneren Rundschnitt von Platten mit Schubbewehrung übertragen werden können. Darüber hinaus wird diskutiert, welche Konsequenzen sich daraus für die Bemessung der Schubbewehrung bei exzentrischer Beanspruchung ergeben.

8.4.1 Theoretische Überlegungen

In Abschnitt 8.2.1 wurde ein vereinfachtes Stabwerkmodell entwickelt, mit welchem der Kraftfluss in den Platten-Stützenverbindungen unter Momenten-Querkraft-Interaktion verfolgt wurde. Mit Hilfe des Stabwerkes wurden die Kräfte in den maßgebenden Druckstreben

berechnet, die über vertikale Betonzugstreben „hochhängt“ werden müssen. Das Fachwerkmodell bildete insoweit den Einfluss der Momenten-Querkraft-Interaktion auf die Einwirkungsseite, d. h. die aufzunehmenden Druck- und Zugstrebenkräfte qualitativ ab. Die Widerstandsseite, d. h. die aufnehmbaren Druck- und Zugstrebenkräfte wurden als konstant angenommen. Die gute Übereinstimmung der Ergebnisse des Fachwerkmodells mit der Finite-Elemente-Simulation und den Ergebnissen von Durchstanzversuchen bestätigt dieses Konzept.

Ersetzt man die vertikalen Betonzugstreben durch Zugstäbe aus Bewehrungsstahl (Schubbewehrung), können im dem Fachwerk höhere Zug- und Druckstrebenkräfte übertragen werden. Die absolute Höhe der aufnehmbaren Zug- und Druckstrebenkräfte hängt primär von der Anordnung, der Menge und den Verankerungseigenschaften der Schubbewehrung ab (Eligehausen et al. 1999, Beutel 2002) und ist nicht Gegenstand dieser Arbeit. Entscheidend ist vielmehr, dass der Tragwiderstand der Zug- und Druckstreben des Fachwerkes nicht wesentlich von dem Momenten-Querkraft-Verhältnis beeinflusst wird. Diese Annahme hat sich für Zug- und Druckstreben aus Beton bewährt (vgl. Abschnitt 8.2.1). Sie ist daher für Zugstreben aus Bewehrungsstahl erst recht anwendbar.

Demgegenüber wird die Einwirkungsseite des Fachwerkmodells, d. h. die aufzunehmenden Druck- und Zugstrebenkräfte, mit Schubbewehrung in gleichem Maße von der Momenten-Querkraft-Interaktion beeinflusst wie ohne Schubbewehrung. Das absolute Niveau der Strebenkräfte wächst zwar mit zunehmender Schubbewehrung an, das Verhältnis der Strebenkräfte untereinander entspricht bei einer linear-elastischen Berechnung des Stabwerkmodells jedoch demjenigen ohne Schubbewehrung.

Diese vereinfachten Betrachtungen an dem Stabwerkmodell aus Abschnitt 8.2.1 lassen erkennen, dass der Einfluss der Momenten-Querkraft-Interaktion, d. h. die Abnahme der Querkrafttragfähigkeit mit zunehmender Momentenbeanspruchung, bei Platten mit Schubbewehrung nicht grundsätzlich anders zu bewerten ist als bei Platten ohne Schubbewehrung. Zur Überprüfung dieser Schlussfolgerung wird nachfolgend die Interaktionsgleichung für Platten ohne Schubbewehrung (Gl. 8.7) aus Abschnitt 8.2 mit den Ergebnissen von Durchstanzversuchen mit Schubbewehrung verglichen.

8.4.2 Auswertung von Durchstanzversuchen

Die Anzahl an verfügbaren Durchstanzversuchen mit Rand- und Eckstützen und Schubbewehrung, bei denen ein Versagen innerhalb des schubbewehrten Bereiches auftrat, ist gering (Randstützen: 17 Versuche, Eckstützen: kein Versuch). Darüber hinaus wurden diese Versuche überwiegend bei kleinen bezogenen Ausmitten e/c durchgeführt, nur zwei der Randstützenversuche besaßen eine bezogene Ausmitte $e/c > 1,5$. Die Beurteilung der Momenten-Querkraft-Interaktion ist jedoch nur durch einen Vergleich von Versuchen mit unterschiedlichen bezogenen Ausmitten e/c möglich.

Lediglich Sherif (1996) hat in fünf Durchstanzversuchen an geometrisch identischen Randstützen-Plattenverbindungen mit Dübelleisten als Durchstanzbewehrung den Einfluss der bezogenen Ausmitte e/c auf die Durchstanzlast systematisch geprüft. Das Versagen trat in diesen Versuchen innerhalb des schubbewehrten Bereiches, direkt an der Stützenkante auf. Die in den Versuchen ermittelten normierten Durchstanzlasten V_u sind in Bild 8.20 in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte e/c aufgetragen. Die Werte wurden mit $\rho_1^{1/3}$ auf $\rho_1 = 1 \%$ und mit $f_c^{1/3}$ auf $f_c = 25 \text{ MPa}$ normiert. Man erkennt die deutliche Abnahme der Durchstanzlasten um ca. 45 % bei einer Erhöhung der Ausmitte von $e/c \approx 1,4$ auf $e/c \approx 3,1$. Zum Vergleich ist in Bild 8.20 der Verlauf der Interaktionsbeziehung für Randstützen ohne Schubbewehrung gemäß (Gl. 8.7) aus Abschnitt 8.2.3 in der Weise eingetragen, dass er bei $e/c \approx 1,4$

mit den Versuchsergebnissen zusammentrifft. Es wird deutlich, dass (Gl. 8.7) die Abnahme der Durchstanzlasten mit bei Erhöhung der Ausmitte auf $e/c \approx 3,1$ mit angemessener Genauigkeit beschreibt bzw. auf der sicheren Seite liegend etwas überschätzt.

Der in Bild 8.20 dargestellte Vergleich untermauert somit das theoretisch zu erwartende Ergebnis, wonach die Momenten-Querkraft-Interaktion bei Flachdecken mit Schubbewehrung näherungsweise derjenigen von Platten ohne Schubbewehrung entspricht.

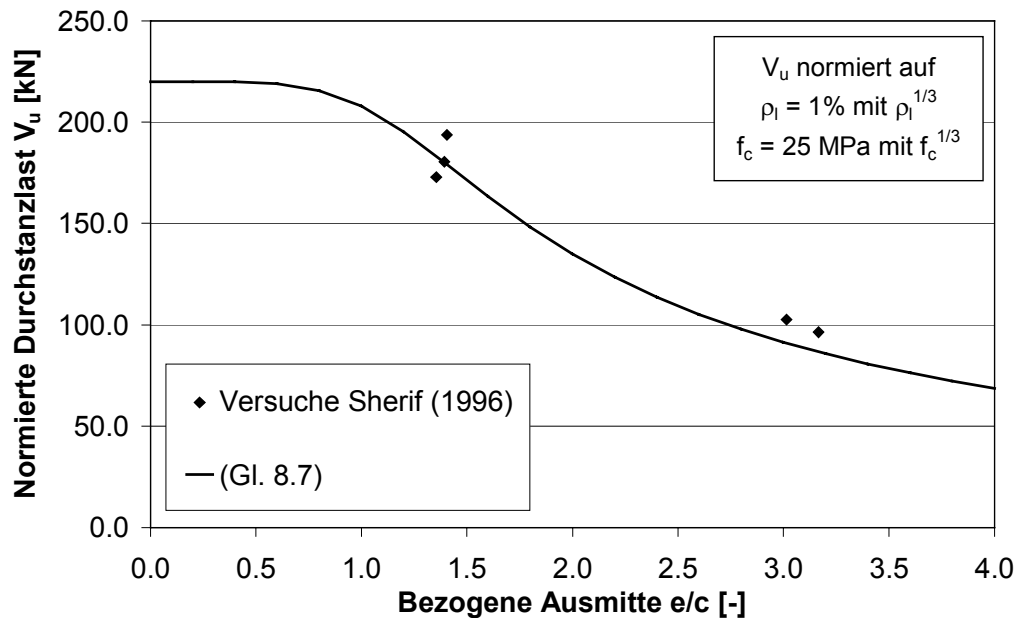


Bild 8.20 Vergleich der Versuchsergebnisse nach Sherif (1996) mit (Gl. 8.7)

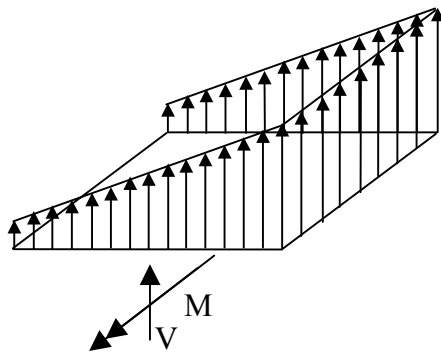
8.4.3 Bemessung der Schubbewehrung

Im Bereich von rotationssymmetrisch beanspruchten Innenstützen sind die Schubbeanspruchungen der Platte im wesentlichen gleichmäßig um die Stütze herum verteilt (Andrä et al. 1984-2). Daher ist es in Deutschland üblich, die Schubbewehrung gleichmäßig um die Stütze herum anzuordnen. Laut der neuen DIN 1045-1 sowie den bauaufsichtlichen Zulassungen für Doppelkopfbolzen (DIBt 1997-2) ist diese Vorgehensweise sogar vorgeschrieben.

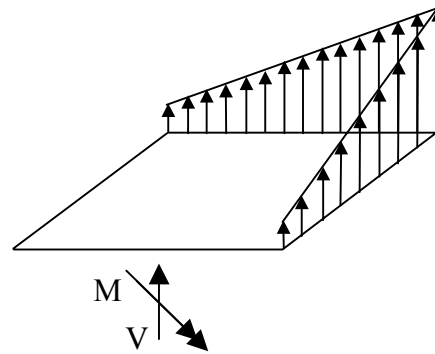
Im Bereich von Rand- und Eckstützen sind die Schubbeanspruchungen der Platte jedoch nur in Sonderfällen gleichmäßig um die Stütze herum verteilt. Im stütznahen Bereich hängt diese Verteilung primär vom Momenten-Querkraft-Verhältnis ab. Durch vereinfachte Überlegungen, wie z. B. den Ansatz einer linearen Schubspannungsverteilung nach ACI 318-99 (vgl. Bild 8.21) lässt sich zeigen, dass die Verteilung der Schubbeanspruchungen umso ungleichmäßiger wird, je höher die bezogene Ausmitte der Beanspruchung e/c ist (vgl. hierzu ausführlich Abschnitt 2.4.6). Die maximalen Schubbeanspruchungen treten dort auf, wo sich gleichgerichtete Schubbeanspruchungen infolge Querkraft und Moment überlagern, d. h. bei Randstützen an der inneren Stützenkante (Bild 8.21a) und bei Eckstützen an der einspringenden Stützenecke (Bild 8.21b).

Diese ungleichmäßige, d. h. lokal erhöhte Verteilung der Schubbeanspruchungen wird von Bemessungsnormen wie DIN 1045, Eurocode 2 oder DIN 1045-1 dadurch berücksichtigt, dass die Schubbewehrungsmenge unter Berücksichtigung der jeweiligen „Lasterhöhungsfaktoren“ zu ermitteln und gleichmäßig zu verteilen ist. Auf diese Weise werden die Spannungsspitzen infolge exzentrischer Beanspruchung je nach derer Höhe zumindest teilweise abgedeckt. Demgegenüber findet insbesondere im Bereich der freien Plattenränder regelmäßig eine Überbemessung statt.

a) Randstütze

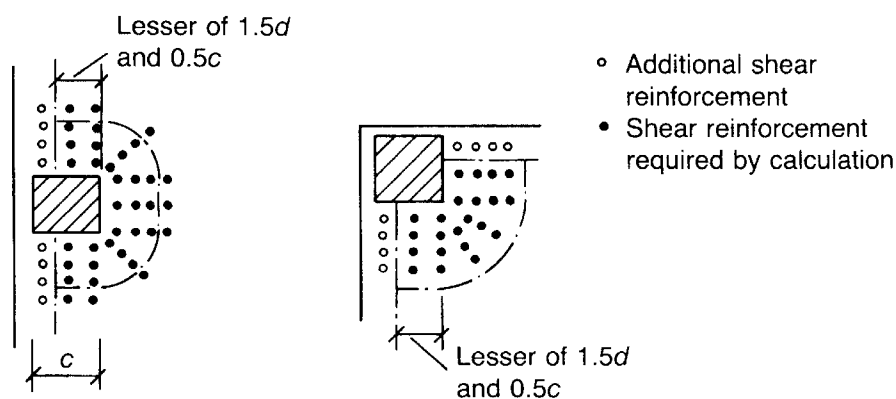


b) Eckstütze

**Bild 8.21 Idealisierte Verteilung der Schubspannungen nach ACI 318-99**

Noch einen Schritt weiter geht Model Code 90 mit den in Bild 8.22 veranschaulichten Regeln für die Anordnung der Schubbewehrung im Bereich von Rand- und Eckstützen. Danach wird die Schubbewehrungsmenge, die unter Berücksichtigung der Momenten-Querkraft-Interaktion (plastische Schubspannungsverteilung, vgl. Abschnitt 2.4) insgesamt erforderlich ist, innerhalb der in Bild 8.22 dargestellten Sektoren angeordnet. Zusätzlich sind entlang der freien Plattenränder konstruktive Schubbewehrungselemente vorzusehen, die beim Nachweis der Schubbewehrung nicht berücksichtigt werden.

In ACI 318-99 ist die Bemessung und Verteilung der Schubbewehrung nicht eindeutig geregelt. Grundsätzlich wird in Abschnitt 11.12.6.2 eine Berücksichtigung der in Bild 8.21 dargestellten idealisierten Schubspannungsverteilungen vorgesehen („If shear reinforcement is provided, the design shall take into account the variation of stresses around the column“). Diese Bedingung wird bereits durch die in Nordamerika übliche orthogonale Anordnung der Schubbewehrung nicht erfüllt. Darüber hinaus wird im Kommentar zu Abschnitt 11.12.3 des ACI 318-99 empfohlen, die Schubbewehrung auch bei exzentrischer Beanspruchung möglichst symmetrisch, d. h. gleichmäßig um die Stütze verteilt, anzuordnen („At edge columns or in the case of interior columns transferring moment, the shear reinforcement should be as symmetrical as possible“). Als Begründung wird angeführt, dass an den Stützensseitenflächen hohe Torsionsspannungen auftreten, die durch die Schubbewehrung aufgenommen werden sollen.

**Bild 8.22 Anordnung der Schubbewehrung nach Model Code 90**

Zur Beurteilung und Verbesserung der bestehenden Konzepte für die Bemessung und Anordnung können die Ergebnisse von Durchstanzversuchen und Finite-Elemente-Berechnungen hinsichtlich der Beanspruchung der Schubbewehrung ausgewertet werden. Die in dem Durchstanzversuch E2 an einer Eckstütze mit Bügeln als Schubbewehrung (vgl. Abschnitt 5) gemessenen Dehnungen der Bügelschenkel im Abstand $0,5d$ von der Stütze sind in Bild 5.21 bei

unterschiedlichen Laststufen dargestellt. Die bezogene Ausmitte der Beanspruchung betrug $e/c = 0,87$. Obwohl bei diesem Versuch das endgültige Versagen außerhalb des schubbewehrten Bereiches eintrat, wurde die Schubbewehrung teilweise bis zur Fließgrenze aktiviert. Man erkennt, dass die maximale Bügeldehnung an der einspringenden Stützenecke auftritt und die Dehnungen zum freien Plattenrand hin kontinuierlich abnehmen.

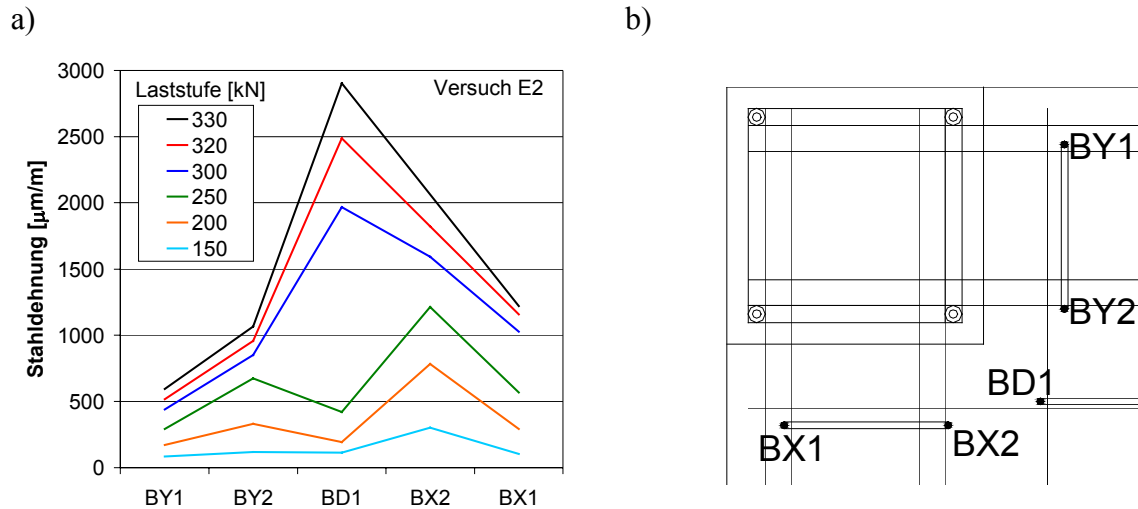


Bild 8.23 Versuch E2: a) Dehnungsgradient in den stütznahen Bügeln bei verschiedenen Laststufen, b) Anordnung der Messstellen

Diese Verteilung der Bügeldehnungen bestätigt grundsätzlich den Verlauf der Schubbeanspruchung nach Bild 8.21b). Allerdings ermöglichen die gemessenen Dehnungen keine Aussage über den Einfluss der bezogenen Ausmitte e/c auf die Verteilung der Stahldehnungen bzw. Schubbeanspruchungen.

Dieser Einfluss lässt sich jedoch anhand der Finite-Elemente-Berechnungen an Platten-Stützenverbindungen mit Schubbewehrung verfolgen, die in Abschnitt 9.2 für die Analyse des Tragverhaltens außerhalb des schubbewehrten Bereiches vorgestellt werden. In diesen Berechnungen wird neben der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d die bezogene Ausmitte e/c systematisch variiert. Die Berechnungsparameter und die Berechnungsergebnisse werden ausführlich in Abschnitt 9.2 beschrieben und diskutiert, die genaue Anordnung der Schubbewehrung ist in Bild 9.9 dargestellt.

Die berechneten Dehnungen der Schubbewehrungsstäbe im Abstand $0,5d$ von der Stütze sind in Bild 8.24 für vier unterschiedliche bezogene Ausmitten $e/c = 0 / 1,64 / 2,18 / 3,27$ bei einer konstanten Stützenkraft V zusammengefasst. In den Berechnungen trat das Versagen planmäßig außerhalb des schubbewehrten Bereiches ein. Daher ist das Niveau der Dehnungen in der Schubbewehrung vergleichsweise niedrig. Zunächst ist festzustellen, dass die maximale berechnete Dehnung stets an dem Bewehrungsstab 3 an der inneren Stützenecke auftritt. Bei $e/c = 0$ (kein Stützenanschlussmoment) sind die Dehnungen in der Schubbewehrung relativ gleichmäßig um die Stütze herum verteilt. Bei einer Erhöhung der Momentenbeanspruchung werden die im Platteninneren liegenden Bewehrungselemente 2 bis 4 belastet, während das Element 1 am freien Plattenrand entlastet wird. Dadurch wird die Verteilung der Dehnungen mit zunehmender bezogener Ausmitte e/c immer ungleichmäßiger.

Zur Bewertung dieser Dehnungszunahme im höchstbelasteten Schubbewehrungselement ist in Bild 8.25 ein Vergleich der Berechnungsergebnisse mit dem Interaktionsfaktor $1/\beta_0$ nach (Gl. 8.7) aufgetragen. Dargestellt ist das Verhältnis zwischen der berechneten maximalen Dehnung eines Schubbewehrungselementes und derjenigen bei $e/c = 0$ in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte e/c und im Vergleich mit dem Interaktionsfaktor $1/\beta_0$ nach (Gl. 8.7).

Man erkennt, dass (Gl. 8.7) den Verlauf der Berechnungsergebnisse bei mittleren Ausmitten wirklichkeitsnah vorhersagt und bei großen Ausmitten etwas unterschätzt. Darüber hinaus wird deutlich, dass pauschale Lasterhöhungsfaktoren, wie sie in DIN 1045, Eurocode 2 und DIN 1045-1 angesetzt werden, das Tragverhalten der Schubbewehrung unter Momenten-Querkraft-Interaktion nicht zutreffend beschreiben. Diese pauschalen Faktoren sind für geringe Ausmitten konservativ und für große Ausmitten unsicher.

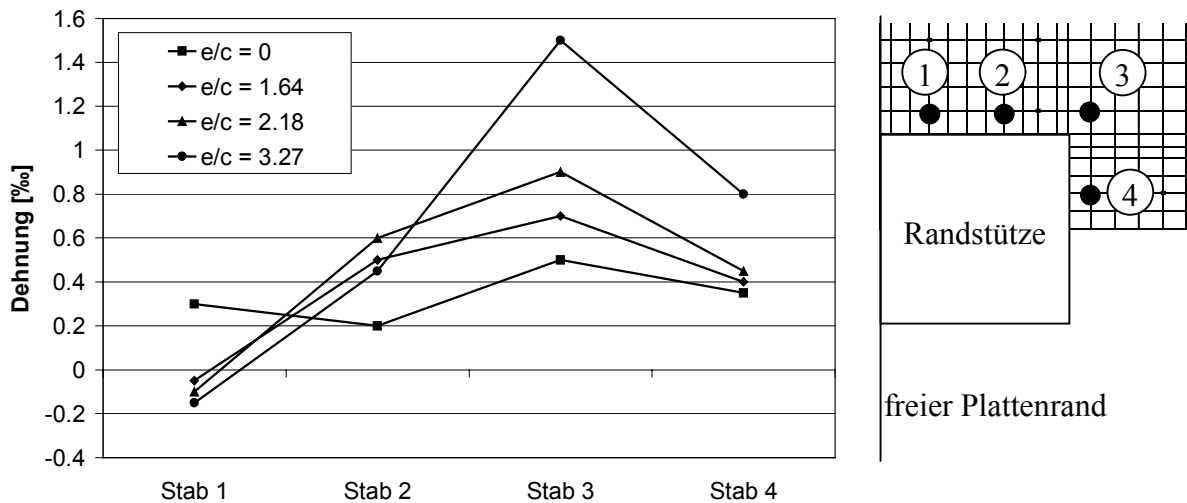


Bild 8.24 Berechnete Dehnungen der Schubbewehrung bei unterschiedlichen Ausmitten

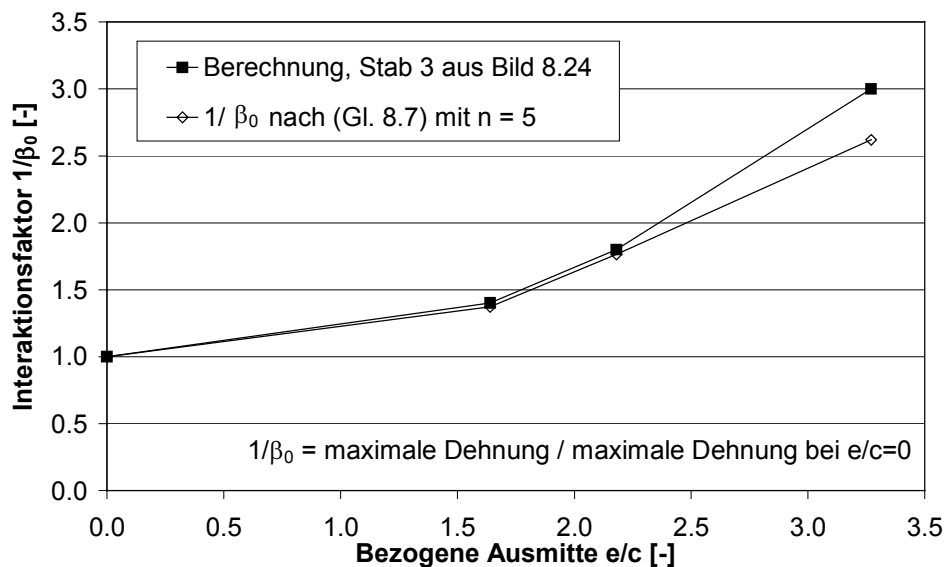


Bild 8.25 Vergleich der Berechnungsergebnisse mit (Gl. 8.7)

Die Ergebnisse der Betrachtungen zur Bemessung der Schubbewehrung bei Rand- und Eckstützen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

1. Die Bemessung der Schubbewehrung muss unter Berücksichtigung der Momenten-Querkraft-Interaktion erfolgen. Dabei sollte die Berechnung der zusätzlichen Beanspruchungen infolge des Anschlussmomentes nicht mit pauschalen Faktoren, sondern beispielsweise mit der Interaktionsgleichung (Gl. 8.7) durchgeführt werden.

2. Die Schubbewehrungselemente im Innenbereich der Platte werden durch die Momentenbeanspruchung zusätzlich belastet, während diejenigen am freien Plattenrand entlastet werden. Diese ungleichmäßige Verteilung der Beanspruchung kann bei der Bemessung der Schubbewehrungselemente berücksichtigt werden. Zu diesem Zweck kann beispielsweise die in Bild 8.26 dargestellte idealisierte Schubspannungsverteilung zugrunde gelegt werden, die durch Schubbewehrung abzudecken ist. Danach muss die Schubbewehrung an den hochbelasteten Stützeninnenkanten für die β -fache einwirkende Schubspannung $v_s = V_S/u \cdot d$ und am freien Plattenrand für die 1,0-fache einwirkende Schubspannung v_s ausgelegt werden. Dazwischen kann linear interpoliert werden. Darüber hinaus sind die Höchstabstände der Schubbewehrungselemente in tangentialer und radialer Richtung nach DIN 1045-1 bzw. DIBt (1997-2) zu beachten.

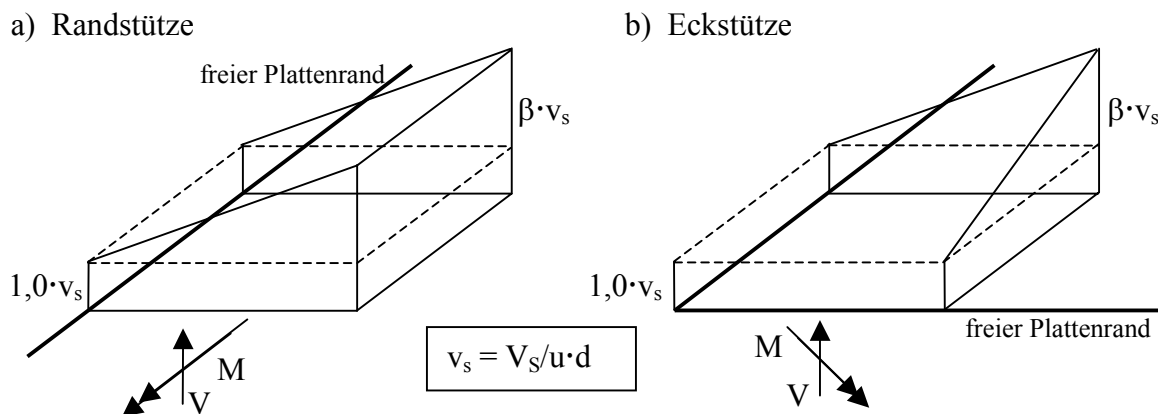


Bild 8.26 Idealisierte Verteilung der Schubspannungen für die Bemessung der Schubbewehrung

Für detailliertere Aussagen zur Bemessung der Schubbewehrung sind jedoch weitere experimentelle und numerische Untersuchungen erforderlich, in welchen der Einfluss der Bewehrungsanordnung und der bezogenen Ausmitte e/c auf das Tragverhalten bei Versagen innerhalb des schubbewehrten Bereiches analysiert wird.

9 Analyse des Durchstanzens außerhalb der Schubbewehrung

Im nachfolgenden Abschnitt wird das Tragverhalten von Flachdecken im „äußeren Rundschnitt“, d. h. außerhalb eines schubbewehrten Bereiches von Rand- und Eckstützen analysiert. In diesem Bereich wird das Tragverhalten zusätzlich zu den bisher diskutierten geometrischen und Materialparametern maßgeblich von der (bezogenen) Länge des schubbewehrten Bereiches l_s (l_s/d) beeinflusst. Bei einer Vergrößerung des schubbewehrten Bereiches treten zwei parallel verlaufende Mechanismen auf. Einerseits lassen mit zunehmender Länge des schubbewehrten Bereiches die günstig wirkenden tangentialen (ringförmigen) Stauchungen in der Betondruckzone nach, so dass mit einer Abnahme der nominellen Schubtragfähigkeit („Schubspannung“) zu rechnen ist. Andererseits klingen zusätzliche Schubbeanspruchungen infolge Momentenübertragung zwischen Platte und Stütze ab, was zu einer Abnahme der Momenten-Querkraft-Interaktion und insgesamt zu einer höheren Tragfähigkeit der Verbindung führen kann.

Diese Effekte werden von den vorliegenden Bemessungsnormen und theoretischen Modellen nicht erfasst oder wurden nur ansatzweise von Innenstützen abgeleitet. Die Folge ist, dass der äußere Rundschnitt bei Rand- und Eckstützen insgesamt konservativ behandelt werden muss und bei der Bemessung von Flachdecken mit Schubbewehrung in vielen Fällen maßgebend ist, was auch zu unwirtschaftlich großen schubbewehrten Bereichen führt. Ziel des nachfolgenden Abschnitts ist es daher, die Bruchschubspannung im äußeren Rundschnitt von Rand- und Eckstützen in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d sowie der bezogenen Ausmitte e/c zu analysieren und zu quantifizieren. Aufgrund der zwei genannten, parallel laufenden Mechanismen ist es sinnvoll, bei der Analyse in zwei Schritten vorzugehen:

- Im ersten Schritt wird die Veränderung der Bruchschubspannungen im äußeren Rundschnitt in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches ohne den Einfluss einer Momentenübertragung zwischen Platte und Stütze ($e = 0$) untersucht.
- Im zweiten Schritt wird die Momenten-Querkraft-Interaktion im äußeren Rundschnitt behandelt, indem der Einfluss der bezogenen Ausmitte e/c auf das Tragverhalten bei unterschiedlichen Längen des schubbewehrten Bereiches l_s/d analysiert wird.

9.1 *Tragverhalten bei zunehmender Länge des schubbewehrten Bereiches*

9.1.1 **Problemstellung**

In Abschnitt 2 wurde ausgeführt, dass der wesentliche Unterschied zwischen dem Durchstanzens von Flachdecken und einem ebenen Schubversagen darin besteht, dass beim Durchstanzens in der Betondruckzone ein konzentrierter Beanspruchungszustand aus radialen (auf die Stütze zulaufenden) und insbesondere auch tangentialen (ringförmigen) Betonstauchungen vorliegt, der sich günstig auf die Schubtragfähigkeit der Platte auswirkt. Die Ursache dieses in Bild 2.2a) (Abschnitt 2) dargestellten Beanspruchungszustandes ist primär die ausgeprägte zweiachsige Krümmung der Platte im Stützbereich.

Mit wachsendem Abstand von der Stütze nimmt die tangentiale (ringförmige) Krümmung der Platte kontinuierlich ab, so dass die günstig wirkenden tangentialen Stauchungen in der Betondruckzone ebenfalls nachlassen. Bild 9.1 zeigt die gemessene Verteilung der Stauchungen in der Betondruckzone bei einer Innenstütze nach Pralong et al. (1979). Man erkennt, dass die tangentialen Stauchungen bei Höchstlast ($V_u = 592$ kN) im stütznahen Bereich mehr als 3,0 ‰ betragen und im stützenfernen Bereich bis etwa zur Nulllinie der radialen Momente auf ca. 1,3 ‰ abnehmen. Vergleichbare Messungen derselben Versuchsanstalt (ETH Zürich) an

einer Randstütze mit Schubbewehrung nach Brändli et al. (1982) sind in Bild 9.2 dargestellt. Bild 9.2a) zeigt einen Schnitt entlang des freien Plattenrandes, in welchem die tangentialen Stauchungen bereits im stützennahen Bereich gering sind und sehr zügig vollständig verschwinden. In einem Schnitt senkrecht zum freien Plattenrand treten wie bei Innenstützen im stützennahen Bereich hohe tangentiale Stauchungen bis ca. 2,7 ‰ auf, die mit wachsendem Abstand von der Stütze auf ca. 1,3 ‰ abnehmen (Bild 9.2b).

Die Gradienten der Stauchungen in der Betondruckzone veranschaulichen einen Übergang des Schubtragverhaltens von punktförmiger Lagerung mit ausgeprägten tangentialen Stauchungen (Durchstanzen im stützennahen Bereich) zu linienförmiger Lagerung ohne bzw. mit geringen tangentialen Stauchungen (ebener Plattenschub). Aufgrund des günstigen Einflusses tangentialer Stauchungen nimmt der Tragwiderstand mit wachsendem Abstand zur Stütze von der Durchstanztragfähigkeit auf die ebene Schubtragfähigkeit von Platten ab. Dieser Einfluss ist in DIN 1045 nicht enthalten und wurde bis 1997 auch in den bauaufsichtlichen Zulassungen für Doppelkopfbolzen (z. B. DIBt 1997-2) vernachlässigt. Um den kontinuierlichen Übergang der Tragfähigkeit beim Schubnachweis im äußeren Rundschnitt (außerhalb des schubbewehrten Bereiches) von Flachdecken zu berücksichtigen, wurde von Eligehausen, Vocke (1997) sowie Eligehausen et al. (1999) für das Bemessungskonzept der DIN 1045 (Gl. 2.11) als zulässige Schubspannung τ_{ra} im äußeren Rundschnitt vorgeschlagen. (Gl. 2.11) wurde 1997 in die bauaufsichtlichen Zulassungen für Doppelkopfbolzen (z. B. DIBt 1997-2) aufgenommen und beschreibt den Übergang der zulässigen Schubspannung von $\tau_r = 1,82\sqrt{\mu_g}\tau_{011}$ (Durchstanzen) auf $\tau_r = \tau_{011}$ (ebener Plattenschub) mit zunehmender bezogener Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d . Der normierte Verlauf der Bemessungsschubspannung in Abhängigkeit von l_s/d gemäß (Gl. 2.11) ist in Bild 9.3 für einen Längsbewehrungsgrad $\mu_g = 1\%$ aufgetragen.

$$\tau_{ra} = \frac{1,82\sqrt{\mu_g}\tau_{011}}{1+0,25l_s/d} \geq \tau_{011} \quad (\text{Gl. 9.1})$$

$$\kappa_a = 1 - \frac{0,286l_s}{3,5d} \geq 0,714 \quad (\text{Gl. 9.2})$$

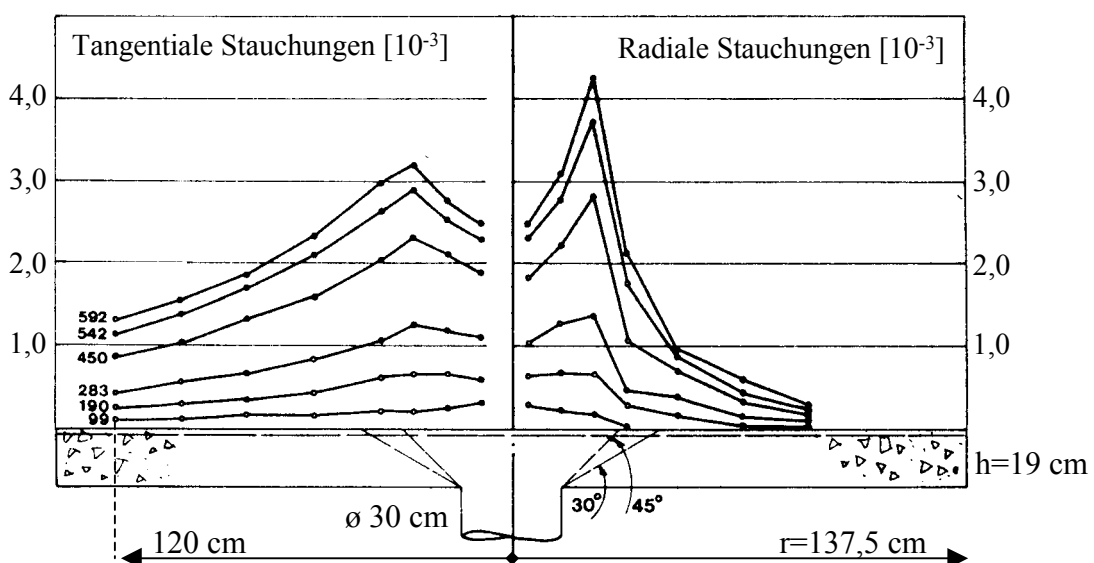


Bild 9.1 Verteilung der Stauchungen in der Betondruckzone bei einer Innenstütze nach Pralong et al. (1979)

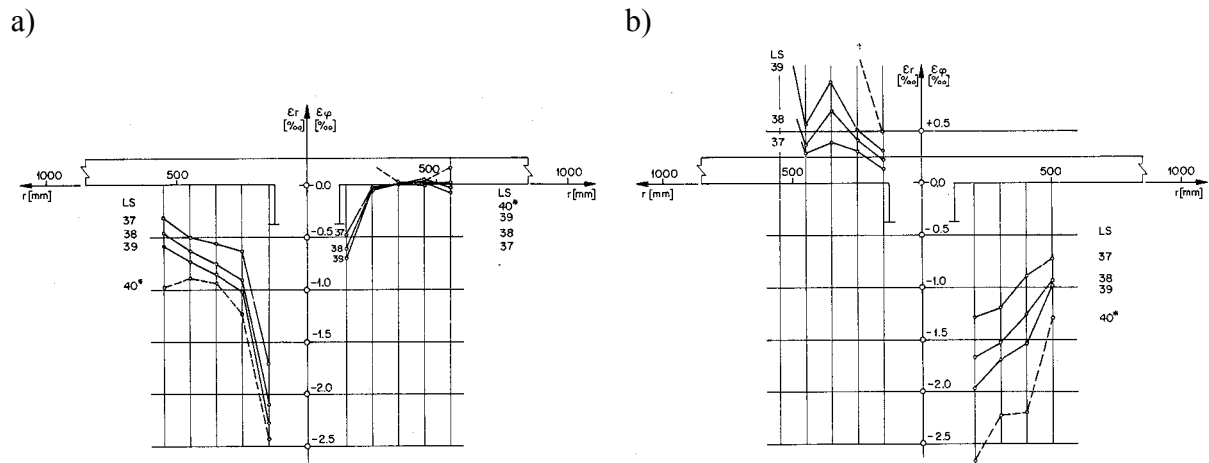


Bild 9.2 Verteilung der Stauchungen in der Betondruckzone bei Randstützen nach Brändli et al. (1982): a) Schnitt parallel zum freien Plattenrand, b) Schnitt senkrecht zum freien Plattenrand

Mittlerweile wurde (Gl. 2.11) auch in angepasster Form entsprechend (Gl. 9.2) in die neue DIN 1045-1 übernommen, dabei ist κ_a ein linearer Faktor zu Berücksichtigung der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches, mit welchem die Bemessungsschubspannung $v_{Rd,ct}$ im äußeren Rundschnitt multipliziert wird. Zum Vergleich ist in Bild 9.3 der normierte Verlauf der Bemessungsschubspannung gemäß (Gl. 9.2) derjenigen gemäß (Gl. 2.11) gegenübergestellt. Man erkennt, dass beide Gleichungen einen kontinuierlichen Übergang der Bemessungsschubspannung von dem Wert für Durchstanzen zu dem Wert für ebenen Plattenschub definieren.

Die unterschiedlichen Niveaus der Kurven bei großen l_s/d ergeben sich aus der Rundschnittführung und dem damit definierten Verhältnis zwischen den Bemessungsschubspannungen für Durchstanzen und Schub. Die auf DIN 1045 basierenden bauaufsichtlichen Zulassungen für Doppelkopfbolzen (z. B. DIBt 1997-2) führen den Durchstanznachweis in einem relativ kleinen Rundschnitt (im Abstand $0,5d$ von der Stütze). Daraus ergibt sich für den Durchstanznachweis ein hohes Schubspannungsniveau, welches deutlich über demjenigen bei Schubnachweis liegt. Demgegenüber wird in DIN 1045-1 ein relativ großer Rundschnitt (im Abstand $1,5d$ von der Stütze) verwendet, so dass das Schubspannungsniveau beim Durchstanzen nur 40 % über demjenigen beim Schubnachweis liegt. Dabei ist zu beachten, dass die Wahl eines Rundschnitts für den Durchstanznachweis ohne mechanische Bedeutung ist. Daher liefern DIBt (1997-2) mit (Gl. 2.11) und DIN 1045-1 mit (Gl. 9.2) hinsichtlich der Bemessungslasten V_{Rd} [kN] prinzipiell gleichartige Ergebnisse. Die Rundschnittführung steuert lediglich den Einfluss des Stützendurchmessers und der Länge des schubbewehrten Bereiches auf die Bemessungslasten. So wirkt sich eine Vergrößerung des Stützendurchmessers bei kleinen Rundschnitten stärker auf die Bemessungslasten V_{Rd} [kN] aus als bei großen Rundschnitten.

Beide Gleichungen wurden anhand von theoretischen Überlegungen und Versuchsergebnissen an Innenstützen abgeleitet und in DIBt (1997-2) und DIN 1045-1 unverändert auf Rand- und Eckstützen übertragen. Die günstig wirkenden tangentialen Stauchungen in der Betondruckzone sind bei Rand- und Eckstützen jedoch nicht näherungsweise gleichmäßig um die Stütze herum verteilt. Während sie im Platteninneren das Niveau rotationsymmetrischer Innenstützen erreichen, nehmen sie zum freien Plattenrand hin kontinuierlich auf Null ab. Dieser Verlauf wird durch Stauchungsmessungen an Randstützen (Bild 9.2) und Eckstützen (Bild 5.14) bestätigt. Aufgrund des weniger konzentrierten und homogenen Spannungszustandes ist aus

theoretischer Sicht zu erwarten, dass bei Rand- und Eckstützen der Übergang vom Durchstanzen zum Plattenschub weniger ausgeprägt ist als bei Innenstützen. Um diese theoretische Schlussfolgerung zu überprüfen und zu quantifizieren, wird nachfolgend eine numerische Parameterstudie durchgeführt, in welcher der Einfluss der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches auf die Bruchschubspannungen außerhalb des schubbewehrten Bereiches analysiert wird.

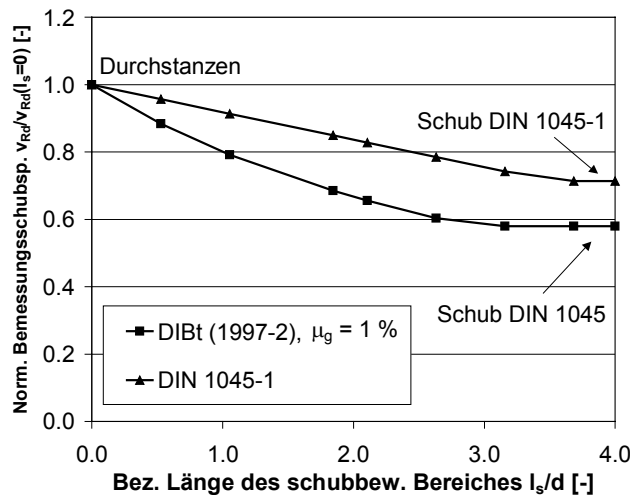


Bild 9.3 Vergleich der Bemessungsgleichungen (Gl. 2.11) und (Gl. 9.2) für den Schubnachweis im äußeren Rundschnitt

9.1.2 Quantifizierung bei Eckstützen

Die Quantifizierung der Schubtragfähigkeit außerhalb des schubbewehrten Bereiches in Abhängigkeit von dessen Länge erfolgt wie in Abschnitt 8 mit dem nichtlinearen Finite-Elemente-Programm MASA des Instituts für Werkstoffe im Bauwesen, welches auf dem Mikroplane-Materialmodell für Beton basiert und dessen Eignung zur Simulation des Durchstanzversagens in Abschnitt 7.4 ff. dargelegt wurde. Die Grundlagen des Berechnungsmodells, des Risskonzeptes und der Elementdefinitionen sind in Abschnitt 7.1 erläutert.

9.1.2.1 Berechnungsparameter und Berechnungsergebnisse

Für die Berechnung wurde das in Abschnitt 8.2.2 für die Analyse der Momenten-Querkraft-Interaktion verwendete Finite-Elemente-Netz (vgl. Bild 8.5) übernommen und mit Schubbewehrung versehen. Die Anordnung der Schubbewehrung aus geschlossenen Bügeln ist in Bild 9.4 dargestellt. Sie wurde durch vertikale Stabelemente modelliert, welche in der Zug- und Druckzone jeweils über einen biegesteif angeschlossenen Querstab im Beton verankert waren. Der Stabdurchmesser der vertikalen Bewehrungselemente betrug $d_s = 16$ mm, die Verankerungselemente besaßen wie bei der Vergleichsrechnung in Abschnitt 7.4 etwa die zehnfache Bewehrungsfläche, um die Verankerung der Stäbe wirklichkeitsnah zu simulieren. Alle übrigen Randbedingungen und Materialeigenschaften wurden mit dem Netz aus Abschnitt 8.2.2 übernommen und sind in Tabelle 9.1 nochmals kurz zusammengestellt.

In den ersten Berechnungen zeigte sich, dass innerhalb des schubbewehrten Bereiches, insbesondere im Bereich der Verankerung der Schubbewehrung, sehr hohe Schädigungen im Beton auftreten, die zwar nicht für das Versagen maßgebend sind, jedoch die Stabilität und Genauigkeit der Berechnungen erheblich verschlechtern. Um diese Störeinflüsse zu verringern, wurde in den nachfolgenden Berechnungen der Beton innerhalb des schubbewehrten Bereiches mit einer höheren Zugfestigkeit $f_{ct} = 4,0$ MPa und Bruchenergie $G_f = 0,15$ N/mm angesetzt. Diese Optimierung führt aufgrund der verminderten Rissanzahl und -breite im stützen nahen Bereich zu einem steiferen Verformungsverhalten, hat auf die Traglast außerhalb des schubbewehrten Bereiches jedoch keinen Einfluss.

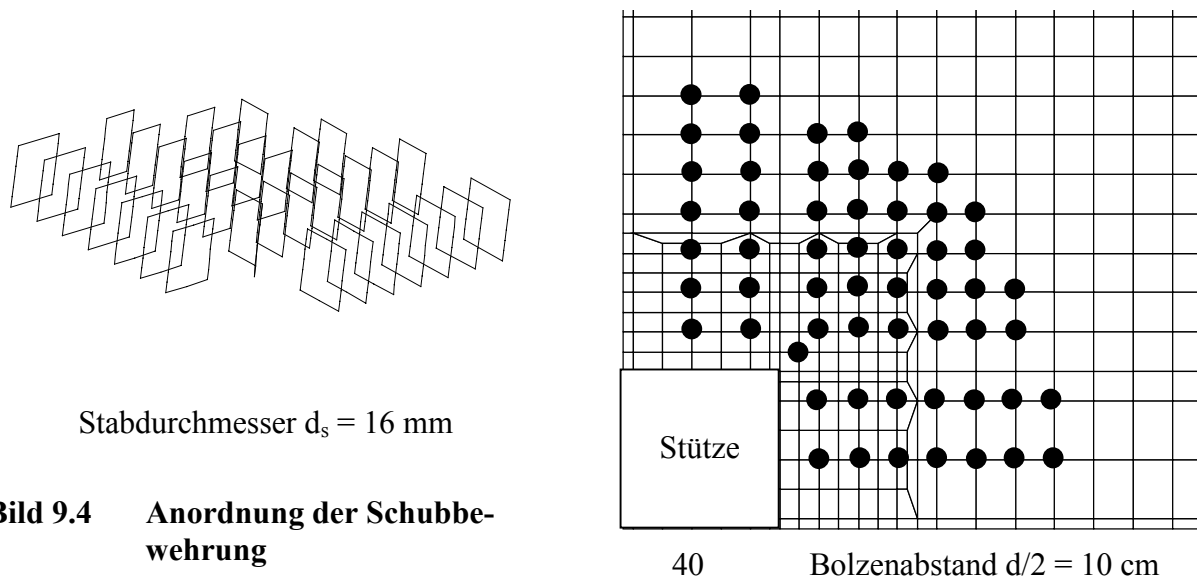


Bild 9.4 Anordnung der Schubbewehrung

c_{st}	h	d	f_c	f_{ct}	G_f	ρ_l
[cm]	[cm]	[cm]	[MPa]	[MPa]	[N/mm]	[%]
40	23	19	25	2,2	0,08	1,07

Tabelle 9.1 Geometrische und Materialparameter der Simulation

Die Länge des schubbewehrten Bereiches wurde in sechs Schritten von $l_s = 0$ bis $l_s = 70 \text{ cm}$ variiert. Die Ausmitte der Beanspruchung auf die Stütze betrug in allen Berechnungen $e = 0$, d. h. es wurde lediglich eine vertikale Stützenkraft aufgebracht. Die Berechnungsergebnisse sind in Tabelle 9.2 zusammengestellt und in Bild 9.5a) als Last-Verschiebungskurven aufgetragen. Darüber hinaus ist in Bild 9.5b) ein Vergleich der berechneten Bruchlasten mit den bauaufsichtlichen Zulassungen für Doppelkopfbolzen (DIBt 1997-2) sowie DIN 1045-1 in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d dargestellt. Dabei wurden die Werte der Normen ohne Lasterhöhungsfaktoren ($\beta_0 = 1,0$) berechnet, da in den Berechnungen kein Stützenanschlussmoment ($e = 0$) aufgebracht wurde. Man erkennt, dass DIBt 1997-2 und DIN 1045-1 näherungsweise denselben Verlauf der Bruchlasten vorhersagen, wobei DIN 1045-1 etwas unter DIBt 1997-2 liegt. Bei geringer Länge des schubbewehrten Bereiches liegen die Berechnungsergebnisse etwas unterhalb der Normen, der Anstieg der Bruchlasten stimmt gut überein. Ab $l_s/d \approx 1,75$ steigen die berechneten Bruchlasten jedoch stärker an als die rechnerischen Werte und liegen schließlich deutlich über diesen. Dies deutet darauf hin, dass die Faktoren κ_a der Normen den Übergang der Tragfähigkeit vom Durchstanzen zum ebenen Plattenschub bei Eckstützen überschätzen, was im nachfolgenden Abschnitt zu analysieren ist.

Zur Veranschaulichung des berechneten Bruchmechanismus sind in Bild 9.6 die Rissbilder am freien Plattenrand, in einem Schnitt parallel zum freien Plattenrand sowie in einem diagonalen Schnitt bei Höchstlast in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches gegenübergestellt. Bei allen Berechnungen bilden sich die Versagensrisse außerhalb des schubbewehrten Bereiches. Die Risse entstehen zunächst im Bereich der Plattendiagonalen, sind bei Höchstlast jedoch im wesentlichen gleichmäßig um die Stütze verteilt. Auf der Plattenunterseite laufen die Risse in den schubbewehrten Bereich hinein und kreuzen insbesondere auf der Plattendiagonalen die äußersten Bewehrungselemente. Dieses Verhalten wurde auch in Durchstanzversuchen (vgl. Abschnitt 5.4.2.2) beobachtet. Die Risse in der

Zugzone sind bei kurzen schubbewehrten Bereichen deutlich ausgeprägter als bei großen l_s/d . Dies kann dadurch erklärt werden, dass die Biegebeanspruchung mit wachsendem Abstand von der Stütze abnimmt.

l_s	[cm]	0	10	20	30	50	70
l_s/d	[-]	0	0,53	1,05	1,58	2,63	3,68
V_u	[kN]	288	307	326	346	403	461

Tabelle 9.2 Berechnete Bruchschnittgrößen der Finite-Elemente-Analyse

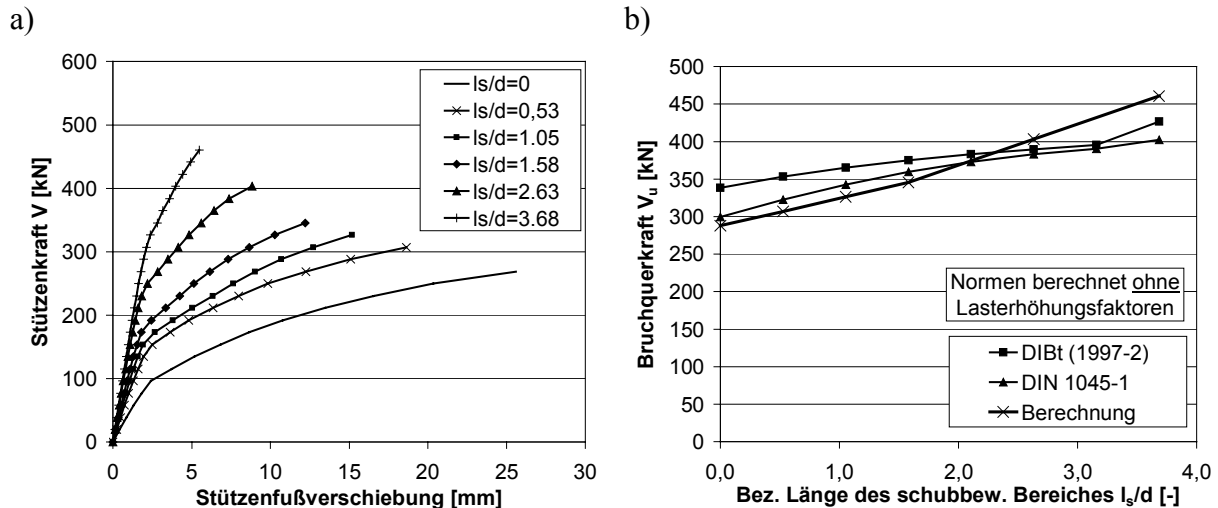


Bild 9.5 Ergebnisse der Simulation: a) Last-Verschiebungskurven, b) Vergleich der berechneten Bruchlasten mit DIBt (1997-2) und DIN 1045-1

9.1.2.2 Ableitung der Übergangsgleichung

Um die berechneten Bruchlasten besser mit den Werten nach DIN 1045-1 und nach den bauaufsichtlichen Zulassungen für Doppelkopfbolzen (z. B. DIBt 1997-2) vergleichen zu können, sind in Bild 9.7 die normierten Bruchschubspannungen $v_u/v_u(l_s=0)$ dargestellt, d. h. die jeweiligen Bruchschubspannungen v_u wurden auf diejenige von Platten ohne Schubbewehrung $v_u(l_s=0)$ bezogen. Bild 9.7a) zeigt den Vergleich der Berechnungsergebnisse mit DIN 1045-1 in einem Rundschnitt im Abstand $1,5d$ vom Ende des schubbewehrten Bereiches. Man erkennt, dass die lineare (Gl. 9.2) bis $l_s/d \approx 1,7$ mit den Berechnungsergebnissen übereinstimmt. Bei größeren schubbewehrten Bereichen bleiben die berechneten Bruchschubspannungen jedoch etwa konstant, während sie gemäß (Gl. 9.2) weiter abnehmen. Dies bedeutet, dass der berechnete Übergang vom Durchstanzen zum ebenen Plattenschub geringer ausfällt als durch (Gl. 9.2) angenommen, was in Abschnitt 9.1.5 diskutiert wird.

Der Vergleich der Berechnungsergebnisse mit DIBt (1997-2) in einem Rundschnitt $0,5d$ vom Ende des schubbewehrten Bereiches ist in Bild 9.7b) dargestellt und lässt prinzipiell denselben Zusammenhang erkennen wie Bild 9.7a). Danach weisen die Berechnungsergebnisse und (Gl. 2.11) bei kurzen schubbewehrten Bereichen $l_s/d < 1,7$ eine deutliche Abnahme der Bruchschubspannungen auf, während die Berechnungsergebnisse im weiteren Verlauf langsamer abnehmen als gemäß (Gl. 2.11). Insgesamt ist festzustellen, dass beide Normen den Übergang von Durchstanzen zum ebenen Plattenschub zu groß ansetzen.

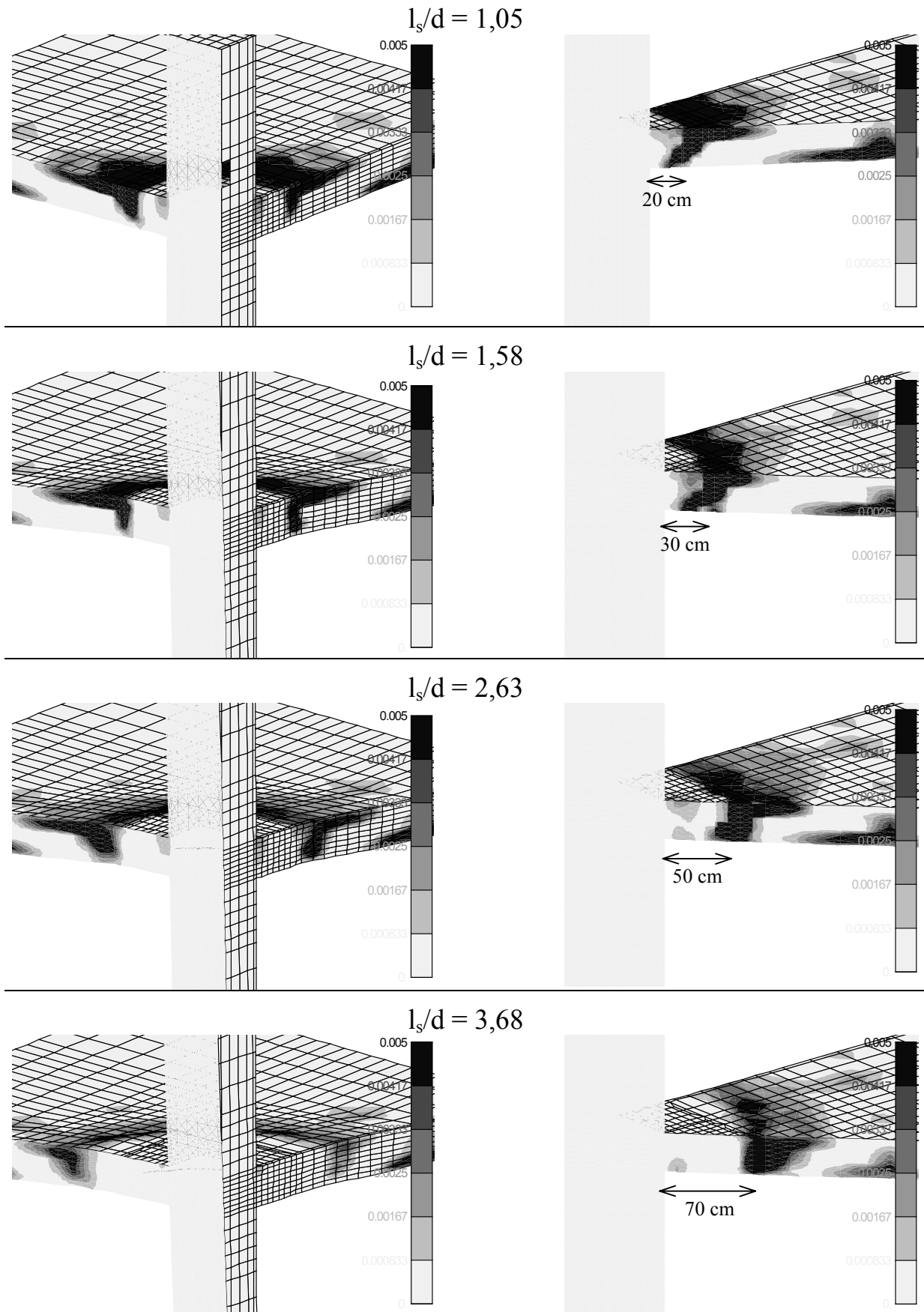


Bild 9.6 Rissbilder bei Höchstlast in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches

Eine deutlich verbesserte Abbildung der Berechnungsergebnisse in einem Rundschnitt im Abstand $1,5d$ wird mit (Gl. 9.3) erreicht, die in ihrer Grundform mit (Gl. 2.11) übereinstimmt, jedoch mit dem Faktor $0,15$ anstelle $0,25$ eine langsamere Abnahme der Bruchschubspannungen ansetzt. Darüber hinaus wird in (Gl. 9.3) die Abnahme der bezogenen Bruchschubspannung auf $0,83$ begrenzt. Bild 9.8a) belegt die gute Übereinstimmung von (Gl. 9.3) mit den Berechnungsergebnissen. In dem Rundschnitt im Abstand $0,5d$ kann die bestehende (Gl. 2.11) sinnvoll angewendet werden, wenn man die Abnahme der Bruchschubspannung entsprechend (Gl. 9.4) auf $0,70$ begrenzt. Der in Bild 9.8b) dargestellte Vergleich von (Gl. 9.4) mit den Berechnungsergebnissen zeigt eine gute Übereinstimmung, wobei (Gl. 9.4) im Bereich von $1,0 \leq l_s/d \leq 2,5$ etwas konservativ ist.

$$\kappa_a = \frac{1}{1 + 0,15l_s/d} \geq 0,83 \quad (\text{Rundschnitt im Abstand } 1,5d) \quad (\text{Gl. 9.3})$$

$$\kappa_a = \frac{1}{1 + 0,25l_s/d} \geq 0,70 \quad (\text{Rundschnitt im Abstand } 0,5d) \quad (\text{Gl. 9.4})$$

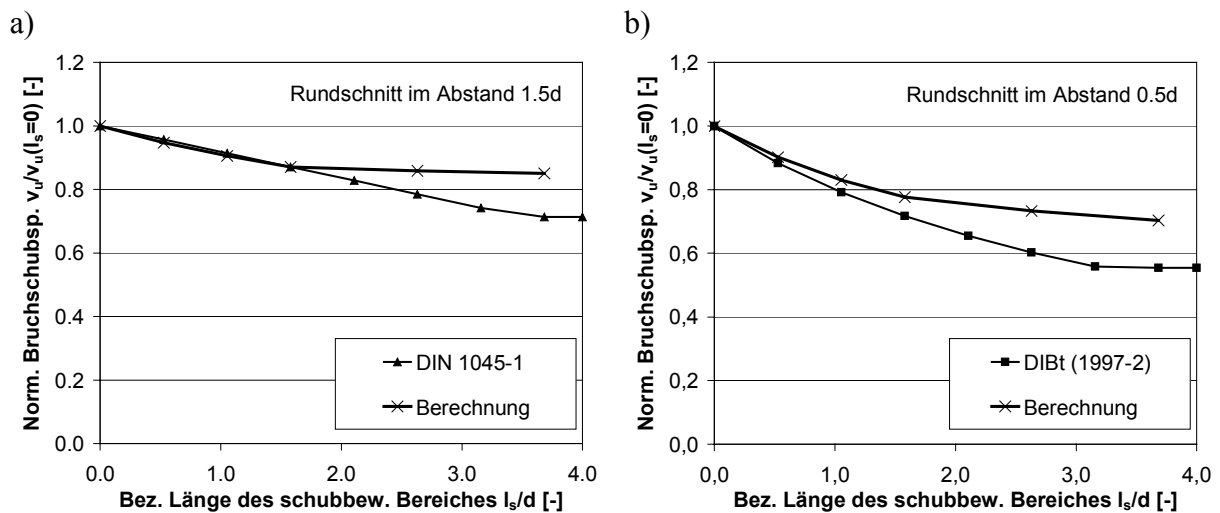


Bild 9.7 Vergleich der normierten Bruchschubspannungen in Abhängigkeit von der bez. Länge des schubbew. Bereiches mit: a) DIN 1045-1, b) DIBt (1997-2)

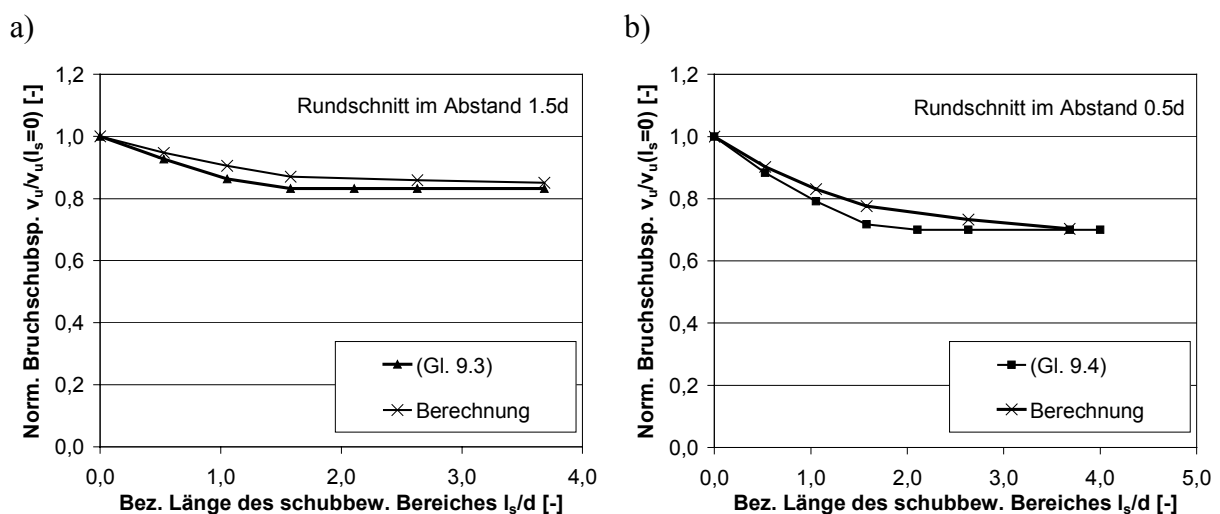


Bild 9.8 Vergleich der normierten Bruchschubspannungen in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches mit: a) (Gl. 9.3), b) (Gl. 9.4)

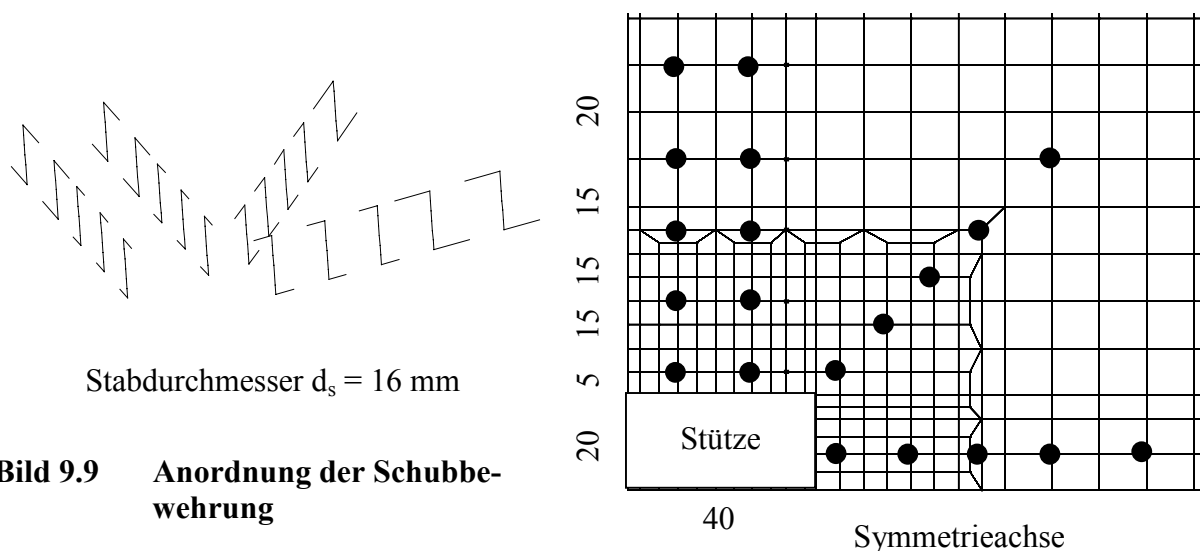
9.1.3 Quantifizierung bei Randstützen

Die Quantifizierung der Schubtragfähigkeit außerhalb des schubbewehrten Bereiches in Abhängigkeit von dessen Länge erfolgt wie in Abschnitt 8 mit dem nichtlinearen Finite-Elemente-Programm MASA des Instituts für Werkstoffe im Bauwesen, welches auf dem Mikroplane-Materialmodell für Beton basiert und dessen Eignung zur Simulation des Durchstanzversagens in Abschnitt 7.4 ff. dargelegt wurde. Die Grundlagen des Berechnungsmodells, des Risskonzeptes und der Elementdefinitionen sind in Abschnitt 7.1 erläutert.

9.1.3.1 Berechnungsparameter und Berechnungsergebnisse

Für die Berechnung wurde das in Abschnitt 8.2.3 für die Analyse der Momenten-Querkraft-Interaktion verwendete Finite-Elemente-Netz (vgl. Bild 8.9) übernommen und mit Schubbewehrung versehen. Die Anordnung der Schubbewehrung ist in Bild 9.9 dargestellt. Sie wurde durch vertikale Stabelemente modelliert, welche in der Zug- und Druckzone jeweils über einen biegesteif angeschlossenen Querstab im Beton verankert waren. Der Stabdurchmesser der vertikalen Bewehrungselemente betrug $d_s = 16$ mm, die Verankerungselemente besaßen wie bei der Vergleichsrechnung in Abschnitt 7.6 etwa die zehnfache Bewehrungsfläche, um die Verankerung der Stäbe wirklichkeitsnah zu simulieren. Alle übrigen Randbedingungen und Materialeigenschaften wurden mit dem Netz aus Abschnitt 8.2.3 übernommen und sind in Tabelle 9.3 nochmals kurz zusammengestellt.

In den ersten Berechnungen zeigte sich, dass innerhalb des schubbewehrten Bereiches, insbesondere im Bereich der Verankerung der Schubbewehrung, sehr hohe Schädigungen im Beton auftreten, die zwar nicht für das Versagen maßgebend sind, jedoch die Stabilität und Genauigkeit der Berechnungen erheblich verschlechtern. Um diese Störeinflüsse zu verringern, wurde in den nachfolgenden Berechnungen der Beton innerhalb des schubbewehrten Bereiches mit einer höheren Zugfestigkeit $f_{ct} = 4,0$ MPa und Bruchenergie $G_f = 0,15$ N/mm angesetzt. Diese Optimierung führt aufgrund der verminderten Rissanzahl und -breite im stützennahen Bereich zu einem steiferen Verformungsverhalten, hat auf die Traglast außerhalb des schubbewehrten Bereiches jedoch keinen Einfluss.



c_{st}	h	d	f_c	f_{ct}	G_f	ρ_l
[cm]	[cm]	[cm]	[MPa]	[MPa]	[N/mm]	[%]
40	23	19	25	2,2	0,08	1,09

Tabelle 9.3 Geometrische und Materialparameter der Simulation

Die Länge des schubbewehrten Bereiches wurde in sechs Schritten von $l_s = 0$ bis $l_s = 70$ cm variiert. Die Ausmitte der Beanspruchung auf die Stütze betrug in allen Berechnungen $e = 0$, d. h. es wurde lediglich eine vertikale Stützkraft aufgebracht. Die Berechnungsergebnisse sind in Tabelle 9.4 zusammengestellt und in Bild 9.10a) als Last-Verschiebungskurven aufgetragen. Darüber hinaus ist in Bild 9.10b) ein Vergleich der berechneten Bruchlasten mit den bauaufsichtlichen Zulassungen für Doppelkopfbolzen (DIBt 1997-2) sowie DIN 1045-1 in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d dargestellt. Dabei wurden die Werte der Normen ohne Lasterhöhungsfaktoren ($\beta = 1,0$) berechnet, da in den Berechnungen kein Stützenanschlussmoment ($e = 0$) aufgebracht wurde. Man erkennt, dass DIBt 1997-2 und DIN 1045-1 näherungsweise denselben Verlauf der Bruchlasten vorhersagen, wobei DIN 1045-1 etwas unter DIBt 1997-2 liegt. Bei geringer Länge des schubbewehrten Bereiches stimmen die Berechnungsergebnisse gut mit den Normen überein, ab $l_s/d \approx 1,75$ steigen die berechneten Bruchlasten jedoch stärker an als die rechnerischen Werte und liegen schließlich deutlich über letzteren. Dies deutet darauf hin, dass die Faktoren κ_a der Normen den Übergang der Tragfähigkeit vom Durchstanzen zum ebenen Plattenschub bei Randstützen überschätzen, was im nachfolgenden Abschnitt zu analysieren ist.

Zur Veranschaulichung des berechneten Bruchmechanismus sind in Bild 9.11 die Rissbilder am freien Plattenrand sowie in einem diagonalen Schnitt bei Höchstlast in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches gegenübergestellt. Bei allen Berechnungen bilden sich die Versagensrisse außerhalb des schubbewehrten Bereiches und sind im wesentlichen gleichmäßig um die Stütze verteilt. Auf der Plattenunterseite laufen die Risse in den schubbewehrten Bereich hinein und kreuzen insbesondere auf der Plattendiagonalen die äußersten Bewehrungselemente. Dieses Verhalten wurde auch in Durchstanzversuchen (vgl. Abschnitt 5.4.2.2) beobachtet. Die Neigung der Schubrisse ist am freien Plattenrand etwas flacher als auf der Diagonalen, was ebenfalls den Versuchsbeobachtungen (vgl. Abschnitt 5.4.2.2) entspricht. Am freien Plattenrand bilden sich außerdem mehrere Schubrisse aus, was durch die vorhandene Randverbügelung ermöglicht wird.

l_s	[cm]	0	10	20	35	50	70
l_s/d	[-]	0	0,53	1,05	1,84	2,63	3,68
V_u	[kN]	520	560	600	660	740	860

Tabelle 9.4 Berechnete Bruchschnittgrößen der Finite-Elemente-Analyse

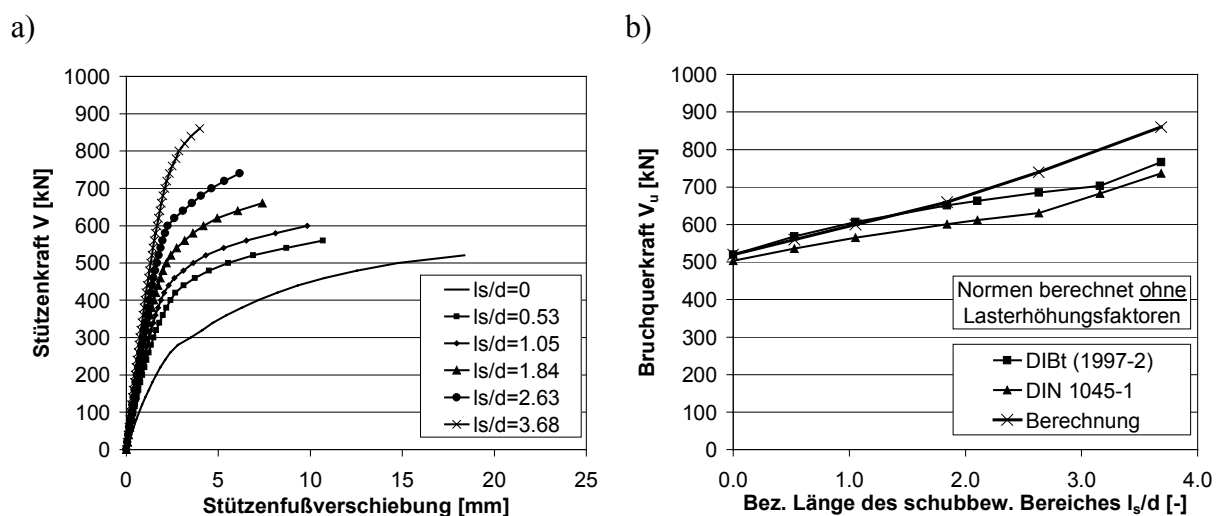


Bild 9.10 Ergebnisse der Simulation: a) Last-Verschiebungskurven, b) Vergleich der berechneten Bruchlasten mit DIBt (1997-2) und DIN 1045-1

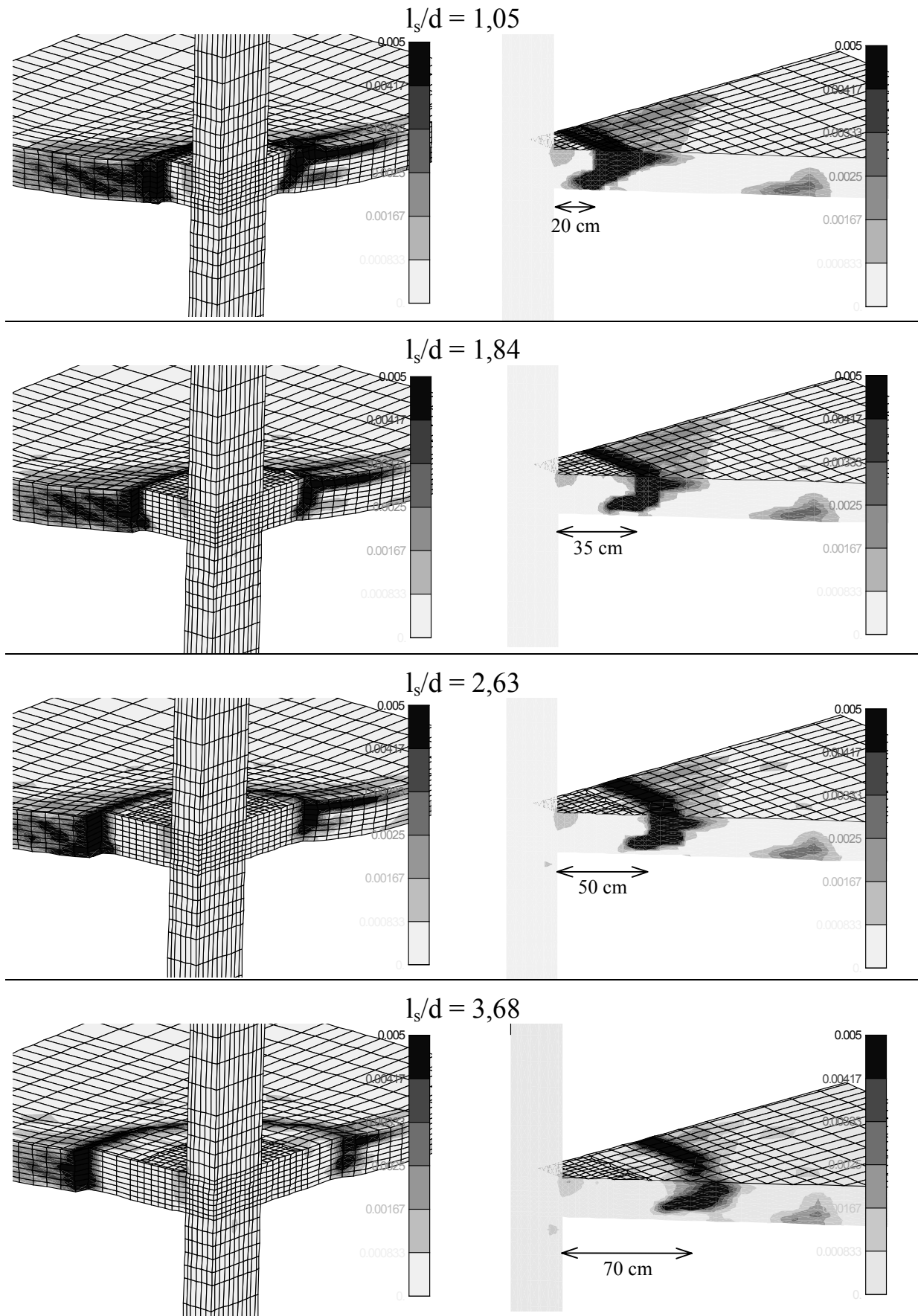


Bild 9.11 Rissbilder bei Höchstlast in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches

9.1.3.2 Ableitung der Übergangsgleichung

Um die berechneten Bruchlasten besser mit den Werten nach DIN 1045-1 und nach den bauaufsichtlichen Zulassungen für Doppelkopfbolzen (z. B. DIBt 1997-2) vergleichen zu können, sind in Bild 9.12 die normierten Bruchschubspannungen $v_u/v_u(l_s=0)$ dargestellt, d. h. die jeweiligen Bruchschubspannungen v_u wurden auf diejenige von Platten ohne Schubbewehrung $v_u(l_s=0)$ bezogen. Bild 9.12a) zeigt den Vergleich der Berechnungsergebnisse mit DIN 1045-1 in einem Rundschnitt im Abstand 1,5d. Man erkennt, dass die lineare (Gl. 9.2) bis $l_s/d \approx 1,0$ mit den Berechnungsergebnissen übereinstimmt. Bei größeren schubbewehrten Bereichen nehmen die berechneten Bruchschubspannungen jedoch deutlich langsamer ab als gemäß (Gl. 9.2). Ab $l_s/d \approx 2,5$ bleiben die Bruchschubspannungen in beiden Fällen etwa konstant, jedoch auf unterschiedlichen Niveaus. Der Vergleich der Berechnungsergebnisse mit DIBt (1997-2) in einem Rundschnitt im Abstand 0,5d veranschaulicht, dass (Gl. 2.11) die normierten Bruchschubspannungen bis $l_s/d \approx 1,5$ im wesentlichen zutreffend vorhersagt (Bild 9.12b), bei großen l_s/d jedoch unterschätzt. Insgesamt ist festzustellen, dass beide Normen den Übergang von Durchstanzen zum ebenen Plattenschub zu groß ansetzen.

Eine deutlich verbesserte Abbildung der Berechnungsergebnisse in einem Rundschnitt im Abstand 1,5d wird mit (Gl. 9.5) erreicht, die in ihrer Grundform mit (Gl. 2.11) übereinstimmt, jedoch mit dem Faktor 0,15 anstelle 0,25 eine langsamere Abnahme der Bruchschubspannungen ansetzt. Darüber hinaus wird in (Gl. 9.5) die Abnahme der bezogenen Bruchschubspannung auf 0,80 begrenzt. Bild 9.13a) belegt die sehr gute Übereinstimmung von (Gl. 9.5) mit den Berechnungsergebnissen. In dem Rundschnitt im Abstand 0,5d kann die bestehende (Gl. 2.11) sinnvoll angewendet werden, wenn man die Abnahme der Bruchschubspannung entsprechend (Gl. 9.6) auf 0,62 begrenzt. Der in Bild 9.13b) dargestellte Vergleich von (Gl. 9.6) mit den Berechnungsergebnissen zeigt eine gute Übereinstimmung.

Geht man davon aus, dass die behandelten Normen die Tragfähigkeit bei ebener Schubbeanspruchung zutreffend angeben, sind die Ergebnisse dieser Auswertung so zu interpretieren, dass die Bruchschubspannung beim Durchstanzen von Randstützen nicht so deutlich über derjenigen beim ebenen Schubversagen liegt, wie von den Normen angenommen. Dieser Sachverhalt wird in Abschnitt 9.1.5 für Innen-, Rand- und Eckstützen gemeinsam diskutiert.

$$\kappa_a = \frac{1}{1 + 0,15l_s/d} \geq 0,80 \quad (\text{Rundschnitt } 1,5d \text{ von der Stütze}) \quad (\text{Gl. 9.5})$$

$$\kappa_a = \frac{1}{1 + 0,25l_s/d} \geq 0,62 \quad (\text{Rundschnitt } 0,5d \text{ von der Stütze}) \quad (\text{Gl. 9.6})$$

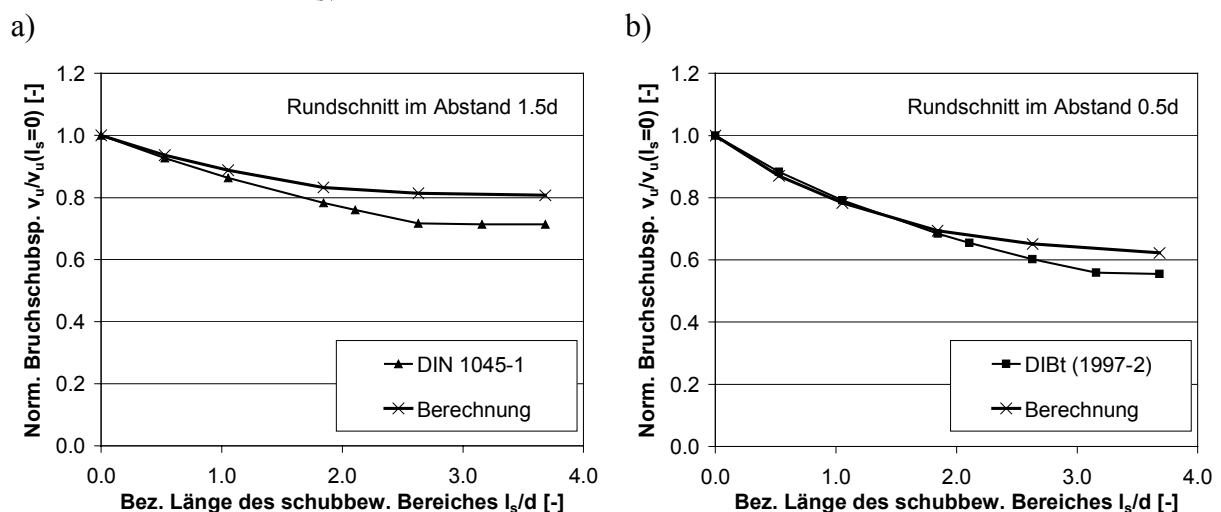


Bild 9.12 Vergleich der normierten Bruchschubspannungen in Abhängigkeit von der bez. Länge des schubbew. Bereiches mit: a) DIN 1045-1, b) DIBt (1997-2)

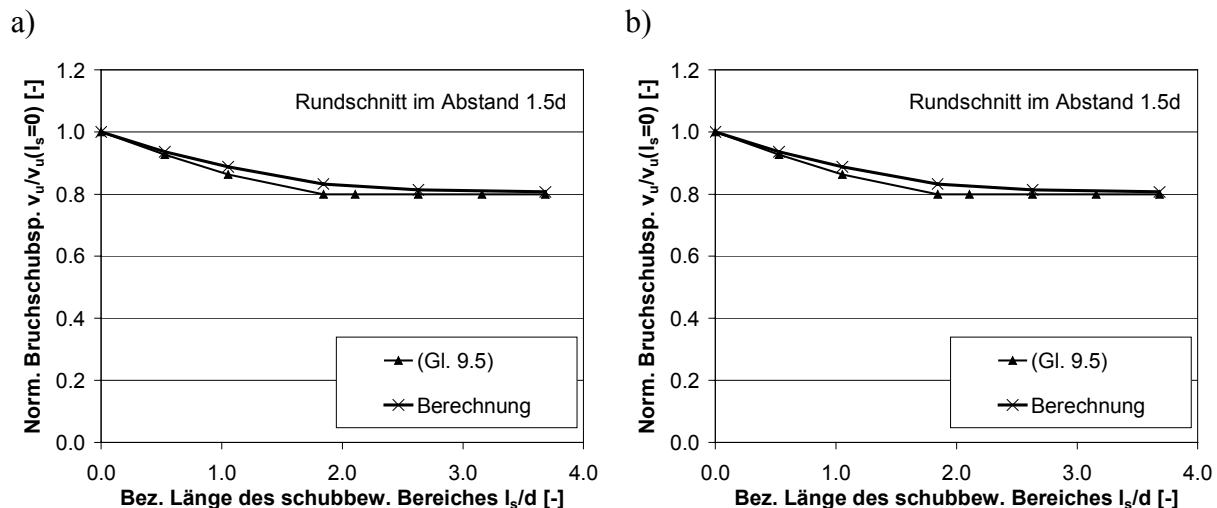


Bild 9.13 Vergleich der normierten Bruchschubspannungen in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches mit: a) (Gl. 9.5), b) (Gl. 9.6)

9.1.4 Vergleich mit Versuchsergebnissen

Zur Absicherung der mit Hilfe der Finite-Elemente-Analyse abgeleiteten Gleichungen sind in Bild 9.14 die berechneten Bruchschubspannungen v_u im äußeren Rundschnitt den in der Datenbank (vgl. Abschnitt 3) enthaltenen Versuchsergebnissen in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d gegenübergestellt. Sowohl die berechneten als auch die experimentell ermittelten Bruchschubspannungen wurden mit $\rho_l^{1/3}$ auf $\rho_l = 1,0 \%$ und mit $f_c^{1/3}$ auf $f_c = 25 \text{ MPa}$ normiert, um eine Vergleichbarkeit der Werte zu gewährleisten. Betrachtet werden wiederum Rundschnitte im Abstand 0,5d und 1,5d von der Stütze bzw. vom Ende des schubbewehrten Bereiches.

Die Versuchsergebnisse mit $l_s/d = 0$ stellen Versuche ohne Schubbewehrung mit einer Ausmitte $e = 0$, d. h. ohne Momentenübertragung dar. Bei den Versuchen mit Schubbewehrung ($l_s/d > 0$) wurden alle vorliegenden Versuchsergebnisse berücksichtigt, da der Einfluss der Ausmitte im äußeren Rundschnitt gering ist (vgl. Abschnitt 9.2). Zur Differenzierung der Versagensart (innerhalb/außerhalb des schubbewehrten Bereiches) wurden unterschiedliche Symbole verwendet.

Man erkennt in Bild 9.14a), dass die berechneten Bruchschubspannungen in dem Rundschnitt im Abstand 1,5d bei Eckstützen am oberen Rand des Streubandes der Versuchsergebnisse liegen. Entscheidend ist, dass die Berechnungsergebnisse den Verlauf der normierten Bruchschubspannungen mit guter Näherung vorhersagen. Dieser Zusammenhang gilt gleichermaßen für den Rundschnitt im Abstand 0,5d (Bild 9.14c). Bei Randstützen liegen die berechneten Bruchschubspannungen bis $l_s/d \approx 1,5$ im Streuband der Versuchsergebnisse (Bild 9.14b, d). Bei großen l_s/d liegen die Versuchsergebnisse etwas unterhalb der Berechnungsergebnisse. Dabei ist jedoch zu beachten, dass bei den meisten Randstützenversuchen mit großen l_s/d das Versagen innerhalb des schubbewehrten Bereiches eingetreten ist, so dass die Versuchsergebnisse die tatsächliche Tragfähigkeit im äußeren Rundschnitt unterschätzen.

Es kann daher zusammenfassend festgestellt werden, dass die aus den Berechnungsergebnissen abgeleiteten Gleichungen (Gl. 9.3) bis (Gl. 9.6) den Übergang vom Durchstanzen zum ebenen Plattenschub im äußeren Rundschnitt von Rand- und Eckstützen mit angemessener Genauigkeit beschreiben.

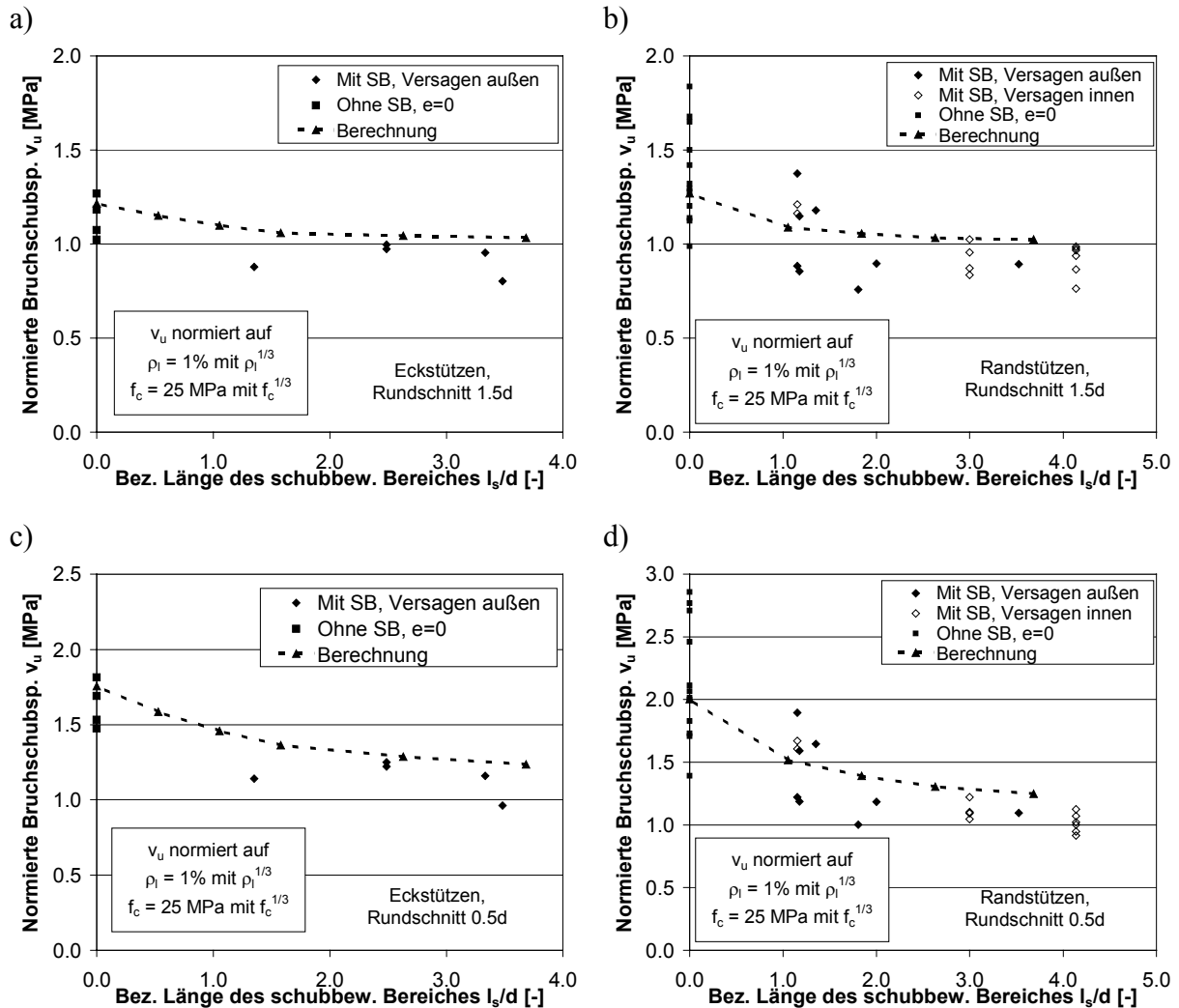


Bild 9.14 Vergleich der Gleichungen (Gl. 9.3) bis (Gl. 9.6) mit den Ergebnissen von Durchstanzversuchen: a) Eckstützen, Rundschnitt 1,5d, b) Randstützen, Rundschnitt 1,5d, c) Eckstützen, Rundschnitt 0,5d, d) Randstützen, Rundschnitt 0,5d

9.1.5 Verknüpfung des Durchstanzens bei Innen-, Rand- und Eckstützen

9.1.5.1 Vergleich der numerisch berechneten Bruchschubspannungen

Die vorstehende numerische Analyse hat gezeigt, dass der Übergang der aufnehmbaren Schubspannung im äußeren Rundschnitt vom Durchstanzen zum ebenen Plattenschub bei Innen-, Rand- und Eckstützen unterschiedlich ist. Um die Berechnungsergebnisse von Rand- und Eckstützen abschließend gemeinsam zu bewerten, sind in Bild 9.15 die berechneten Bruchschubspannungen im äußeren Rundschnitt von Rand- und Eckstützen direkt gegenübergestellt. Zum Vergleich ist in Bild 9.15 auch das Berechnungsergebnis einer entsprechenden Innenstütze ohne Schubbewehrung ($l_s/d = 0$) mit eingetragen. Anhand von Bild 9.15 können zwei wesentliche Feststellungen getroffen werden:

1. Sowohl bei einem Rundschnitt im Abstand 1,5d (Bild 9.15a) als auch bei einem Rundschnitt im Abstand 0,5d (Bild 9.15b) konvergieren die berechneten Bruchschubspannungen von Rand- und Eckstützen bei großen schubbewehrten Bereichen jeweils gegen einen

gemeinsamen Wert. Dieser stellt die Tragfähigkeit der Platte bei einachsiger Schubbeanspruchung dar.

- Bei einer Verkürzung des schubbewehrten Bereiches steigen die berechneten Bruchschubspannungen bei Randstützen schneller an als bei Eckstützen, so dass bei kurzen schubbewehrten Bereichen für Randstützen etwas höhere Bruchschubspannungen auftreten als für Eckstützen. Darüber hinaus ist in Bild 9.15 zu erkennen, dass sich in der Berechnung mit einer vergleichbaren Innenstütze Bruchschubspannungen ergeben, die noch etwas über denjenigen von Randstützen liegen.

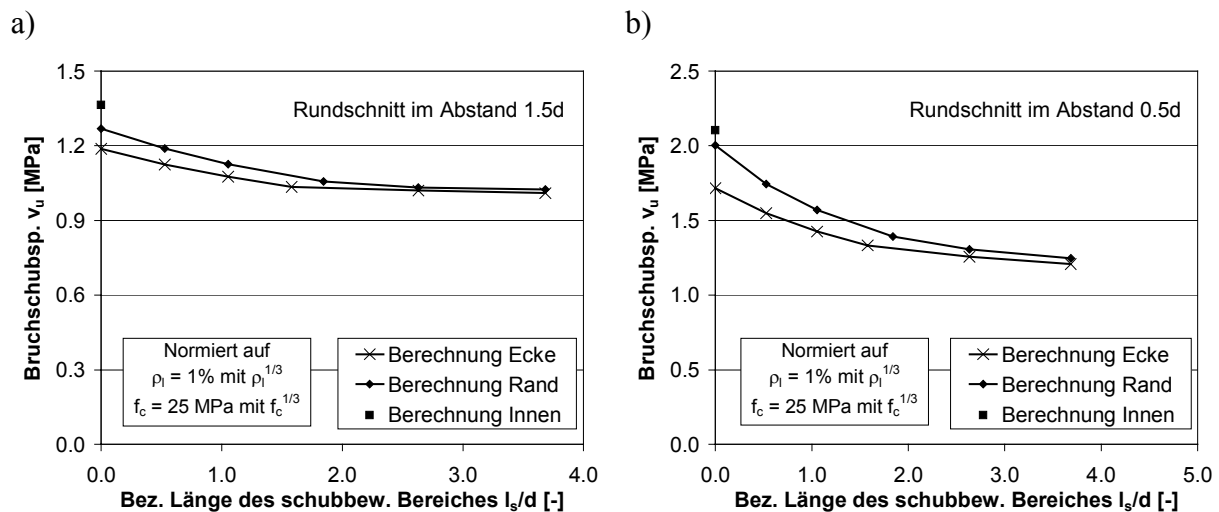


Bild 9.15 Vergleich der berechneten Bruchschubspannungen von Rand- und Eckstützen: a) Rundschnitt im Abstand 1,5d, b) Rundschnitt im Abstand 0,5d

Insbesondere aus der zweiten Feststellung ergeben sich wichtige Schlussfolgerungen, welche auch die Durchstanzbemessung von Platten *ohne Schubbewehrung* betreffen. Die behandelten Bemessungsnormen (vgl. Abschnitt 2.4) setzen beim Durchstanzen von Innen-, Rand- und Eckstützen unter zentrischer Beanspruchung jeweils dieselben Schubfestigkeiten an (etwaige Abminderungsfaktoren dienen nur zur Berücksichtigung exzentrischer Beanspruchung). Demgegenüber wurde anhand der durchgeführten Berechnungen deutlich, dass das Niveau der aufnehmbaren Schubspannungen bereits beim Durchstanzen ohne Schubbewehrung ($l_s/d = 0$) bei Innen-, Rand- und Eckstützen unterschiedlich ist.

Diese Abnahme der nominellen Tragfähigkeit ist wie in Abschnitt 9.1.1 erläutert darauf zurückzuführen, dass der für das Durchstanzen charakteristische tangentielle (ringförmige) Stauchungszustand der Betondruckzone bei Innenstützen deutlich stärker ausgeprägt ist als bei Rand- oder Eckstützen. Die günstig wirkenden tangentialen Stauchungen in der Betondruckzone sind bei Rand- und Eckstützen nicht näherungsweise gleichmäßig um die Stütze herum verteilt. Während sie im Platteninneren das Niveau rotationssymmetrischer Innenstützen erreichen, nehmen sie zum freien Plattenrand hin kontinuierlich auf Null ab. Dieser Verlauf wird durch Stauchungsmessungen an Innenstützen (Bild 9.1), Randstützen (Bild 9.2) und Eckstützen (Bild 5.14) bestätigt.

Der Zusammenhang zwischen der Rotationssymmetrie des Spannungszustandes und der Tragfähigkeit kann auch bei Kopfbolzen unter zentrischer Zugbeanspruchung und der Versagensart Betonausbruch verfolgt werden, dessen Tragverhalten nach Elfgren (2000) Analogien zum Durchstanzen aufweist. Der Kräfteverlauf im Bereich eines Kopfbolzens im ungerissenen Beton ist in Bild 9.16a) modellhaft nach Rehm, Eligehausen, Mallée (1988) dargestellt. Man erkennt, dass sich im Beton ein rotationssymmetrischer Spannungszustand um das Befesti-

gungselement herum einstellt. Das Gleichgewicht wird durch Ringzugkräfte im Beton gewährleistet (Eligehausen, Mallée 2000). Liegt der Kopfbolzen in einem breiten Riss, können keine Zugkräfte senkrecht zum Riss übertragen werden, so dass der rotationssymmetrische Spannungszustand gestört wird. Bild 9.16b) veranschaulicht, dass im gerissenen Beton zwei getrennte Spannungszustände vorliegen, deren Intensität im Riss zu Null wird. Der Einfluss des Risses ist mit demjenigen der freien Plattenränder bei Rand- und Eckstützen vergleichbar. Infolge der nicht rotationssymmetrischen Spannungsverteilung nimmt die Tragfähigkeit der Kopfbolzen bei der Versagensart Betonausbruch im gerissenen Beton bei einer Rissbreite $w = 0,3$ mm bis 0,4 mm im Mittel um ca. 25 % gegenüber dem Wert im ungerissenen Beton ab (Eligehausen, Mallée 2000).

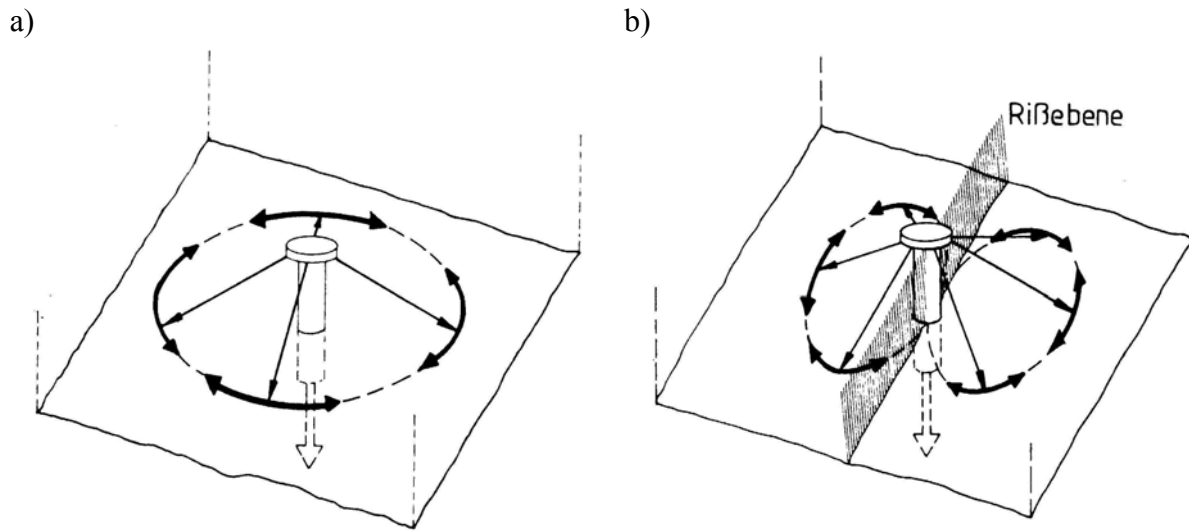


Bild 9.16 Einfluss von Rissen auf den Kräfteverlauf im Bereich eines Kopfbolzens unter zentrischer Zugbeanspruchung nach Rehm, Eligehausen, Mallée (1988): a) ungerissener Beton, b) gerissener Beton

Aus diesen Berechnungsergebnissen und theoretischen Überlegungen ergibt sich eine wichtige Konsequenz für die Bemessung von Flachdecken ohne Schubbewehrung gegenüber Durchstanzungen, die in Abschnitt 10 behandelt wird: der Grundwert der aufnehmbaren Schubspannung bei zentrischer Beanspruchung ($e = 0$) muss für Rand- und Eckstützen kleiner angesetzt werden als für Innenstützen.

9.1.5.2 Bruchschubspannungen von Durchstanzversuchen an Innen-, Rand- und Eckstützen

Zur Überprüfung des numerisch und theoretisch festgestellten Tragfähigkeitsunterschiedes zwischen Innen-, Rand- und Eckstützen werden nachfolgend die Ergebnisse von Durchstanzversuchen an Innen-, Rand- und Eckstützen ohne Schubbewehrung miteinander verglichen. Eine Datenbank mit über 200 Durchstanzversuchen an rotationssymmetrisch belasteten Innenstützen ohne Schubbewehrung wurde kürzlich von der Task Group 4.3 „Utilization of Concrete Tension in Design“ der Fédération Internationale du Béton (*fib*), in welcher der Verfasser Mitglied war, erarbeitet und veröffentlicht (Reineck 2001). Die Bruchschubspannungen der in dieser Datenbank enthaltenen Versuchsergebnisse in einem Rundschnitt im Abstand $1,5d$ von der Stütze sind in Bild 9.17a) in Abhängigkeit von der statischen Höhe d aufgetragen. Die Bruchschubspannungen wurden wiederum mit $\rho_1^{1/3}$ auf $\rho_1 = 1,0$ % und mit $f_c^{1/3}$ auf $f_c = 25$ MPa normiert, um eine Vergleichbarkeit der Werte zu gewährleisten. Der Mittelwert der normierten Bruchschubspannungen aller Versuche an Innenstützen beträgt $v_{u,m} = 1,44$.

Darüber hinaus sind in den Bildern 9.17b) und 9.17c) die normierten Bruchschubspannungen von Rand- und Eckstützen in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte e/c dargestellt. Für den Vergleich mit rotationssymmetrisch belasteten Innenstützen sind die Versuche mit $e/c = 0$ zu betrachten. Der Mittelwert der normierten Bruchschubspannungen beträgt für diese Versuche bei Randstützen $v_{u,m} = 1,36$ und bei Eckstützen $v_{u,m} = 1,14$. Der direkte Vergleich der experimentellen Bruchschubspannungen von Innen-, Rand- und Eckstützen bestätigt somit das theoretisch und numerisch gefundene Ergebnis, wonach der Grundwert der Bruchschubspannung bei Rand- und insbesondere bei Eckstützen niedriger ist als bei Innenstützen. Dieser Zusammenhang ist bei der Ableitung der Bemessungsgleichung in Abschnitt 10 zu berücksichtigen.

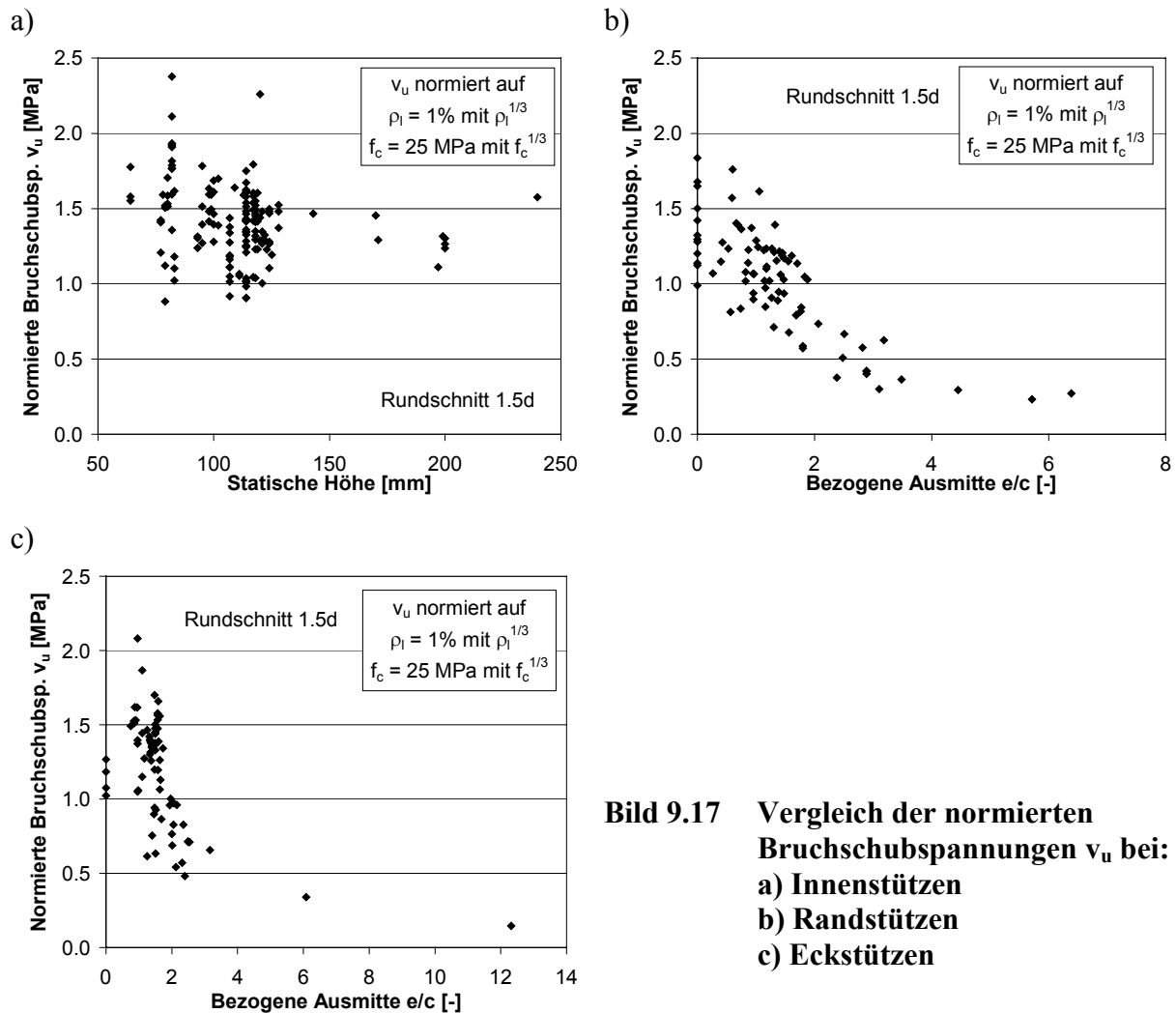


Bild 9.17 Vergleich der normierten Bruchschubspannungen v_u bei:
a) Innenstützen
b) Randstützen
c) Eckstützen

9.2 Momenten-Querkraft-Interaktion außerhalb des schubbewehrten Bereiches

9.2.1 Problemstellung und Lösungsansatz

Die in Abschnitt 2.4 behandelten Bemessungsnormen setzen außerhalb des schubbewehrten Bereiches („äußerer Rundschnitt“) zumindest implizit dieselben Faktoren zur Berücksichtigung der Momenten-Querkraft-Interaktion an wie im stützennahen Bereich („innerer Rundschnitt“). Gleichzeitig ist das Bemessungsniveau der aufnehmbaren Schubspannungen im äußeren Rundschnitt häufig deutlich niedriger als im inneren Rundschnitt von Flachdecken ohne Schubbewehrung (vgl. Abschnitt 9.1). Diese Bemessungsregeln führen dazu, dass bei Flachdecken mit Schubbewehrung in vielen Fällen der äußere Rundschnitt maßgebend für den Durchstanznachweis ist. Zur Veranschaulichung dieser Situation ist in Bild 9.18 ein Vergleich der zulässigen Stützenlasten gemäß den bauaufsichtlichen Zulassungen für Doppelkopfbolzen (z. B. DIBt 1997-2) im inneren und äußeren Rundschnitt von Rand- und Eckstützen in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches aufgetragen. Darüber hinaus ist in den Diagrammen das zulässige Lastniveau von Platten ohne Schubbewehrung gemäß DIN 1045 eingetragen. Man erkennt, dass die zulässigen Lasten im äußeren Rundschnitt für das dargestellte repräsentative Beispiel auch bei sehr weiten schubbewehrten Bereichen bis $l_s/d = 4$ deutlich geringer sind als diejenigen im inneren Rundschnitt. Diese Situation führt neben ausführungstechnischen Problemen, z. B. aufwändiger Verbügelung weiter Plattenbereiche, häufig zu wirtschaftlichen Nachteilen, wie z. B. große Deckendicken oder hohe Material- und Personalkosten. Ziel des nachfolgenden Abschnittes ist es daher, die Tragfähigkeit im äußeren Rundschnitt von Rand- und Eckstützen unter Berücksichtigung der Momenten-Querkraft-Interaktion zu analysieren, um zu einem verbesserten Bemessungskonzept zu gelangen.

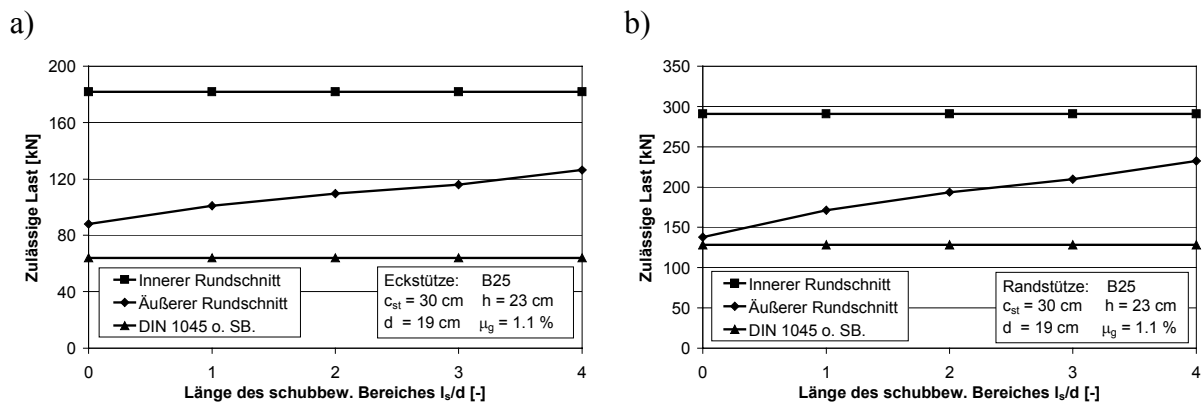


Bild 9.18 Vergleich der zulässigen Lasten im inneren und äußeren Rundschnitt nach DIBt (1997-2): a) Eckstütze, b) Randstütze

In Abschnitt 8 wurde aufgezeigt, dass beim Durchstanzen im Bereich von Rand- und Eckstützen im stützennahen Bereich ein sehr inhomogener Schubspannungszustand vorliegt. Dieser Spannungszustand resultiert aus der Interaktion von Querkraft und Stützenanschlussmoment und führt zu einer Abnahme der Querkrafttragfähigkeit mit wachsender Ausmitte der Beanspruchung (vgl. Abschnitt 8). Diese Momenten-Querkraft-Interaktion wird sehr gut durch das in Bild 9.19a) dargestellte Rissbild des Durchstanzversuchs E3 ohne Schubbewehrung (vgl. Abschnitt 5) veranschaulicht. Man erkennt, dass sich die Torsionsrisse (infolge Anschlussmoment) und der Durchstanzriss im stützennahen Bereich mehrfach kreuzen. Dadurch wird insbesondere die Betondruckzone geschwächt, was zu der Abnahme der Schubtragfähigkeit

mit anwachsender Momenten- bzw. Torsionsbeanspruchung führt. Bild 9.19a) macht jedoch auch deutlich, dass die schädlichen Torsionsrisse auf den stütznahen Bereich konzentriert sind und mit wachsendem Abstand von der Stütze zügig abklingen. Dies führt dazu, dass die Interaktion von Torsions- und Schubrisen immer geringer wird, je weiter von der Stütze entfernt der Versagensriss eintritt. In vielen Fällen sind im Bereich des Schubversagens überhaupt keine Torsionsrisse im Beton mehr vorhanden. Beispielhaft hierfür ist in Bild 9.19b) das Rissbild des Durchstanzversuches E5 (vgl. Abschnitt 5) dargestellt, bei dem die Länge des mit Doppelkopfbolzen bewehrten Bereiches $l_s/d = 2,5$ betrug. Man erkennt, dass bei diesem Versuch außerhalb des schubbewehrten Bereiches ein typischer Durchstanzriss ohne jegliche Beeinflussung durch Torsionsrisse aufgetreten ist.

Aufgrund der abklingenden Torsionsrisse bzw. Torsionsmomente mit wachsendem Abstand von der Stütze ist prinzipiell auch mit einer Abnahme der Momenten-Querkräfte-Interaktion zu rechnen. Diese Tendenz wurde bereits von Mast (1970-1) mit Hilfe der elastischen Platten-theorie (vgl. Abschnitt 2.3.3.2) angegeben, wonach die Spannungen infolge eines aufgebrachtten Stützenmomentes M mit wachsendem Abstand von der Stütze zügig abnehmen („[...] the stresses due to an applied column moment M decrease rapidly with increasing distance from the column [...]“). Darüber hinaus haben Hammill, Ghali (1994) in Durchstanzversuchen und numerischen Untersuchungen an Eckstützen festgestellt, dass der Ansatz einer linearen Schubspannungsverteilung (vgl. Abschnitt 2.3.3.1) die Momenten-Querkräfte-Interaktion im äußeren Rundschnitt bei weiten schubbewehrten Bereichen zunehmend überschätze. Dies wurde in der Auswertung der Versuchsdatenbank in Abschnitt 3.3.3 bestätigt. Die Autoren schlagen daher eine Abminderung des Momentenfaktors γ_v und damit des Momenteneinflusses mit zunehmender Länge des schubbewehrten Bereiches vor (vgl. Abschnitt 2.3.3.3). Als Begründung führen Hammill, Ghali (1994) an, dass das Anschlussmoment einen abnehmenden Einfluss auf die Schubspannungen habe, je weiter der Rundschnitt von der Stütze entfernt ist („[...] the moment has a diminishing influence on the shear stress as the critical section becomes further removed from the column face [...]“).

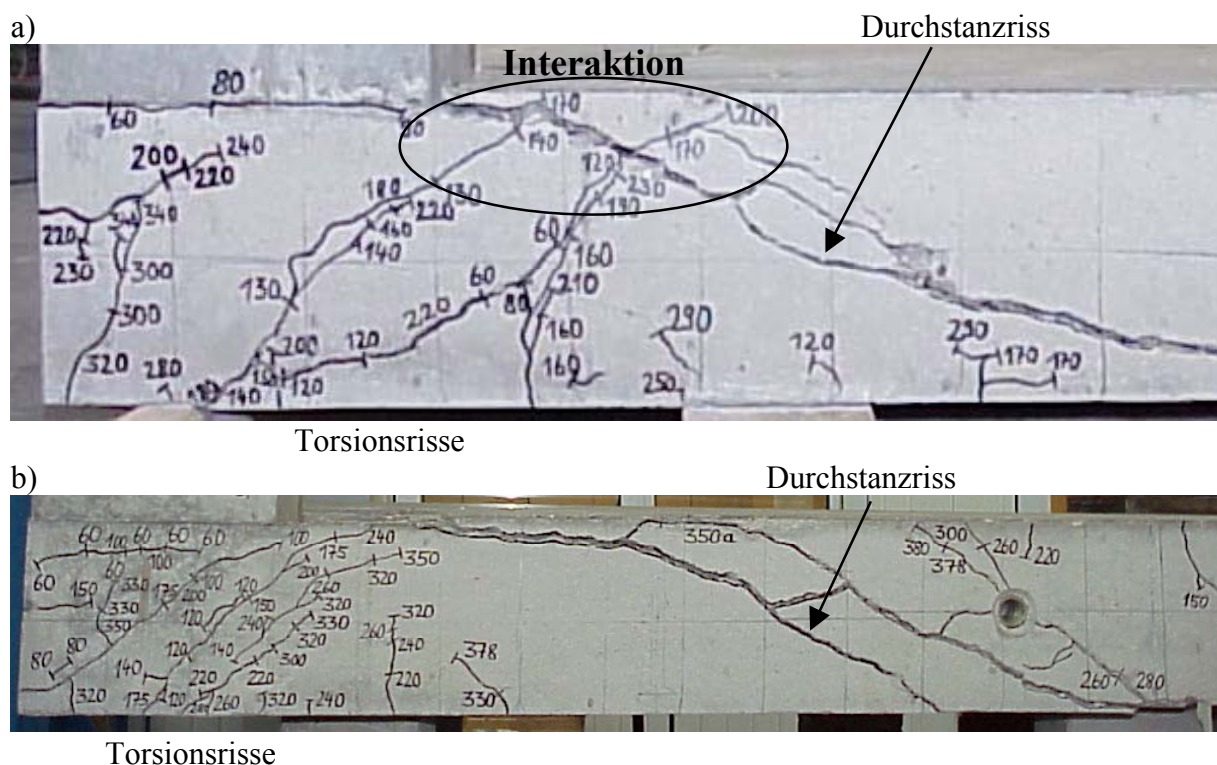


Bild 9.19 Vergleich der Rissbilder: a) Versagen im stütznahen Bereich, b) Versagen im stützenfernen Bereich

Ein sinnvoller Lösungsansatz muss daher darauf abstellen, durch welche Mechanismen und in welchem Maße die Torsionsbeanspruchungen in der Platte mit wachsendem Abstand von der Stütze abklingen und dadurch die Verteilung der Schubspannungen homogener wird. Um diese Mechanismen, d. h. den Kraftfluss und die Schubspannungsverteilung mit wachsendem Abstand von der Stütze zu verfolgen, werden nachfolgend die in Abschnitt 4 vorgestellten linear-elastischen Finite-Elemente-Berechnungen an realistischen Deckensystemen hinsichtlich der globalen Spannungsverläufe ausgewertet und mit den Ergebnissen von Durchstanzversuchen sowie nichtlinearen Finite-Elemente-Berechnungen verglichen. Darauf aufbauend wird die Veränderung der Momenten-Querkraft-Interaktion mit wachsendem Abstand von der Stütze durch nichtlineare Finite-Elemente-Berechnungen quantifiziert, um eine erweiterte Interaktionsgleichung für den äußeren Rundschnitt von Rand- und Eckstützen mit Schubbewehrung abzuleiten.

9.2.2 Globale Spannungsverläufe bei Eckstützen

In Bild 9.20a) sind für eine Eckstütze die an einen 4x4-Flachdeckensystem unter Gleichlast (vgl. Abschnitt 4.1) berechneten Biegezugspannungen σ_y in Richtung der y-Achse dargestellt. Die Grautöne sind wie Höhenlinien gleicher Spannung zu interpretieren. Man erkennt, dass die maximalen Biegezugspannungen σ_y an der Stützenseitenfläche auftreten und mit wachsendem Abstand von der Stütze senkrecht und parallel zum freien Plattenrand stark abnehmen. Aus dieser steilen Momentengradienten ergeben sich die hohen Schubspannungen τ_y im Stützbereich ($Q = dM/dy$), die in Bild 9.20b) in einem horizontalen Schnitt durch die Platte in Plattenmitte dargestellt sind.

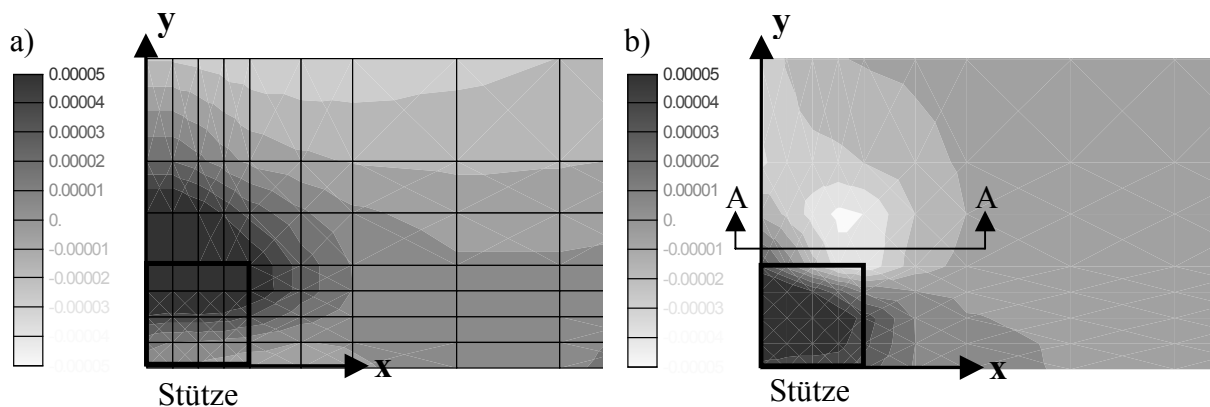


Bild 9.20 Spannungsverteilung im Bereich einer Eckstütze: a) σ_y , b) τ_y

Bei den Spannungsverteilungen in Bild 9.20 fällt auf, dass im stützennahen Bereich sehr inhomogene Spannungszustände vorliegen, die mit wachsendem Abstand von der Stütze gleichmäßiger werden. An den Stützenseitenflächen überlagern sich vertikale Schubspannungen infolge der Stützenkraft V mit ringförmig umlaufenden Schubspannungen (Torsion) infolge des Stützenanschlussmomentes M (vgl. Abschnitt 2.2.2). Diese Superposition führt dazu, dass der Spannungszustand an den Stützenseitenflächen sehr ungleichmäßig ist und einen Übergang von negativen (der Stützenkraft entgegenwirkenden) zu positiven vertikalen Spannungen aufweisen kann.

Um die Entwicklung dieses Schubspannungszustandes mit wachsendem Abstand von der Stützenseitenfläche zu verfolgen, sind in Bild 9.21 die in einem 4x4-Flachdeckensystem unter Gleichlast (vgl. Abschnitt 4.1) berechneten Schubspannungen τ_y in verschiedenen vertikalen Schnitten A-A gemäß Bild 9.20 aufgetragen. In dem ersten Schnitt direkt an der Stützenseitenfläche ($y = 0$, Bild 9.21a) ist der beschriebene inhomogene Spannungszustand infolge

Schub und Torsion deutlich zu erkennen. Die maximalen (negativen, der Stützenkraft entgegengerichteten) Schubspannungen τ_y treten an der inneren Stützenecke auf (helle Bereiche), zum freien Plattenrand hin nehmen die Schubspannungen ab und werden schließlich positiv (d. h. sie wirken in Richtung der Stützenkraft). Bereits in dem benachbarten Schnitt im Abstand $y = 75$ mm von der Stützensseitenfläche (Bild 9.21b) sind die positiven Schubspannungen abgeklungen und auch die Konzentration negativer Schubspannungen an der inneren Stützenecke hat nachgelassen. Diese Entwicklung setzt sich mit wachsendem Abstand von der Stütze weiter fort, so dass bereits im Abstand $y = 300$ mm (Bild 9.21d) ein verhältnismäßig gleichmäßiger Schubspannungszustand vorliegt.

Die Ursache für die Homogenisierung des Spannungszustandes ist die Abnahme der Torsionsbeanspruchung des freien Plattenrandes mit wachsendem Abstand von der Stütze. Dieser Mechanismus kann vereinfacht anhand des Stabwerkmodells aus Abschnitt 8.2.1 erläutert werden, das in Bild 9.22 nochmals dargestellt ist. Der parallel zum freien Plattenrand verlaufende „Torsionsbalken“ ist über die Biegezugbewehrung (und Betondruckstreben) mit dem Platteninneren verbunden. Über die Biegezugbewehrung findet infolge der Verträglichkeitsbedingungen eine teilweise Weiterleitung der Druckstrebenkräfte D_i des Torsionsbalkens in das Platteninnere statt, so dass die Druckstrebenkräfte D_i ebenso wie die Zugkräfte in der Biegezugbewehrung mit wachsendem Abstand von der Stütze schrittweise abnehmen. Diese Entwicklung ist gleichbedeutend mit einer Abnahme der Torsionsbeanspruchung des Torsionsbalkens, die anhand der Dehnungsgradienten in der (senkrecht zum freien Plattenrand verlaufenden) Biegezugbewehrung verfolgt werden kann.

Diese in einer nichtlinearen Berechnung einer Eckstütze unter Momenten-Querkraftbeanspruchung ($e/c = 1,07$, Details vgl. Abschnitt 7.3.1) ermittelte Dehnungsverteilung der Biegezugbewehrung im Stützbereich ist in Bild 9.23 grafisch aufgetragen. Man erkennt, dass sich die neben der Stütze verlaufenden Stäbe 5 bis 9 an der Übertragung des Stützenmomentes durch Torsion beteiligen. Die Aktivierung der Stäbe nimmt jedoch mit wachsendem Abstand von der Stütze zügig ab, so dass bereits im Stab 8 (im Abstand von ca. 400 mm von der Stützensseitenfläche) nur noch sehr geringe Dehnungen senkrecht zum freien Plattenrand auftreten. Die geringe Aktivierung des Stabes 8 lässt darauf schließen, dass die Torsionsbeanspruchung des freien Plattenrandes bis zu diesem Schnitt im wesentlichen abgeklungen ist. Dies korrespondiert mit den in Bild 9.21 aufgetragenen Schubspannungsverteilungen.

Vergleichbare Zusammenhänge können auch den in Abschnitt 5 beschriebenen Dehnungsmessungen von Durchstanzversuchen an Eckstützen ohne und mit Schubbewehrung entnommen werden. Die in den Versuchen gemessenen Dehnungsverteilungen in der Biegezugbewehrung sind in Bild 5.15 (Versuche E1 und E3 ohne Schubbewehrung) und in Bild 5.22 (Versuche E2, E4 und E5 mit Schubbewehrung) aufgetragen. Stellvertretend sind die Ergebnisse von Versuch E2 in Bild 5.22 aufgetragen. Man erkennt in den Versuchsmessungen deutlich die auch in den Berechnungen gefundene steile Dehnungsgradienten im Stützbereich. Die Dehnungen in der Bewehrung als Indikator für die Torsionsbeanspruchung des freien Plattenrandes nehmen mit wachsendem Abstand von der Stütze sehr zügig ab. Dies korrespondiert mit den Ergebnissen der Finite-Elemente-Berechnungen.

Die vorstehende Analyse der Spannungs- und Dehnungsverteilungen hat veranschaulicht, dass diese im stütznahen Bereich durch den Einfluss der Momentenübertragung zwischen Platte und Stütze sehr ungleichmäßig sind. Diese Inhomogenität ist die Ursache für die in Abschnitt 8 analysierte Abnahme der Schubtragfähigkeit der Platte im stütznahen Bereich unter Momenten-Querkraft-Interaktion. Gleichzeitig haben die Untersuchungen jedoch auch gezeigt, dass die Spannungs- und Dehnungsverteilungen in Schnitten mit wachsendem Abstand von der Stütze zügig gleichmäßiger werden, d. h. der Einfluss des Stützenanschlussmomentes insbesondere auf die Schubspannungsverteilung klingt mit wachsendem Abstand von der Stütze sehr schnell ab. Daher ist damit zu rechnen, dass die Schubtragfähigkeit der Platte

mit wachsendem Abstand von der Stütze zunimmt. Um diesen qualitativen Zusammenhang zu quantifizieren, wird nachfolgend eine nichtlineare Finite-Elemente-Analyse durchgeführt, in welcher die Schubtragfähigkeit der Platte mit wachsendem Abstand von der Stütze berechnet wird.

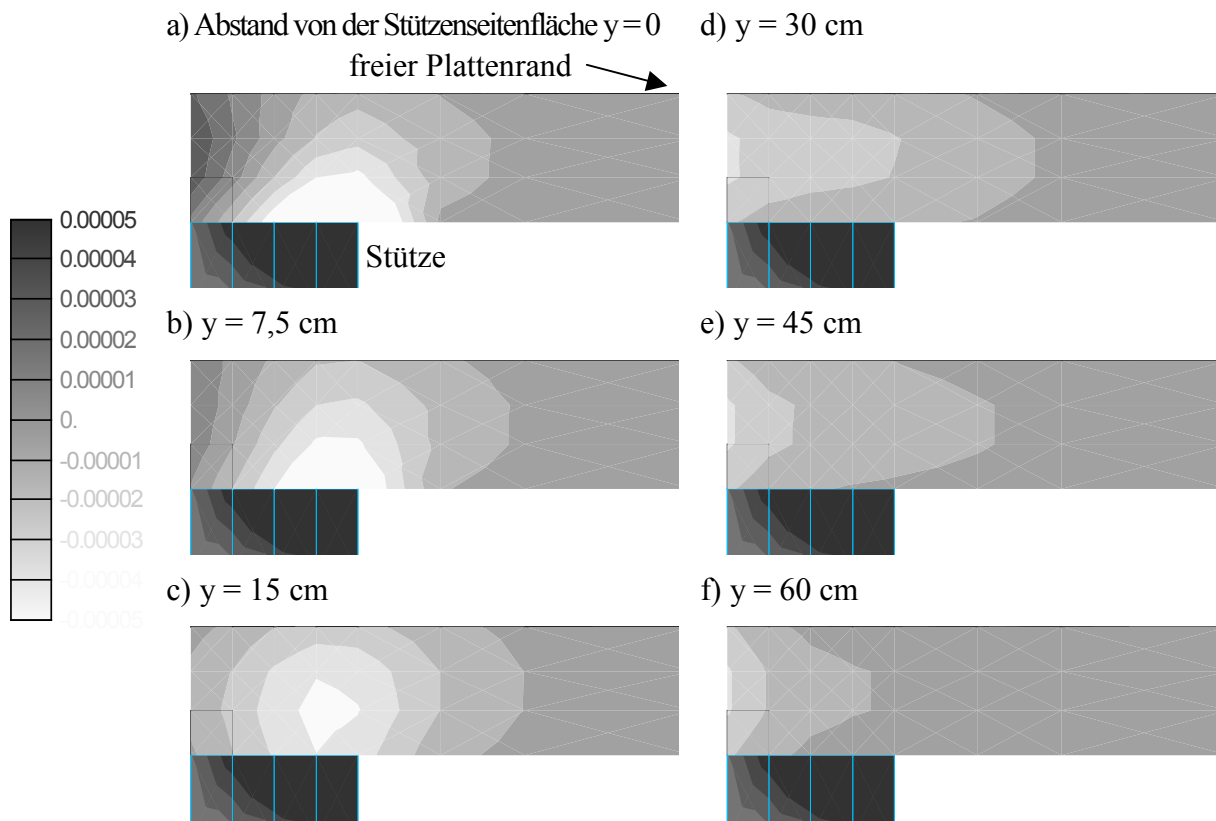


Bild 9.21 Schubspannungen τ_x in vertikalen Schnitten A-A senkrecht zum freien Plattenrand

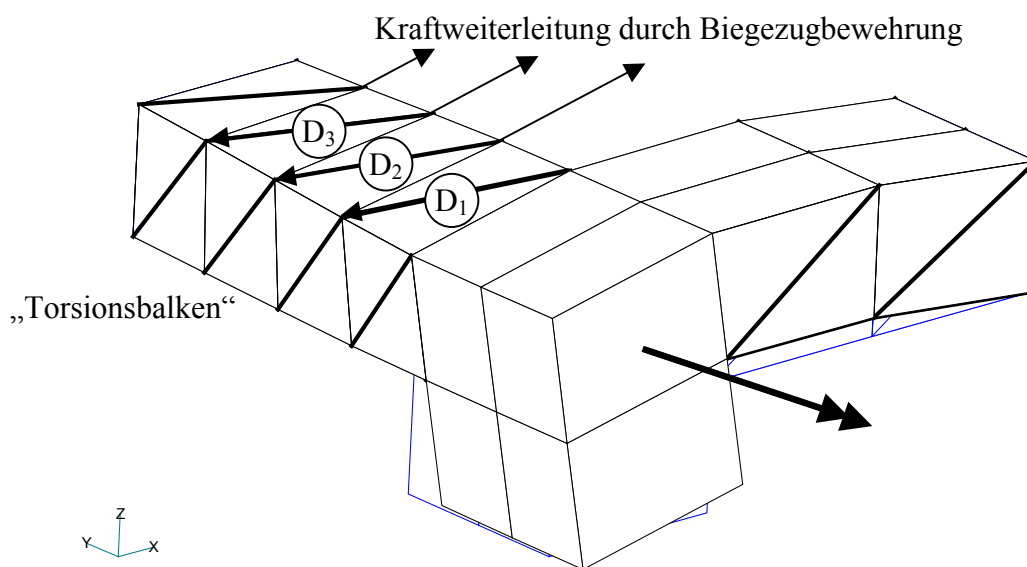


Bild 9.22 Abtragung des Torsionsmomentes

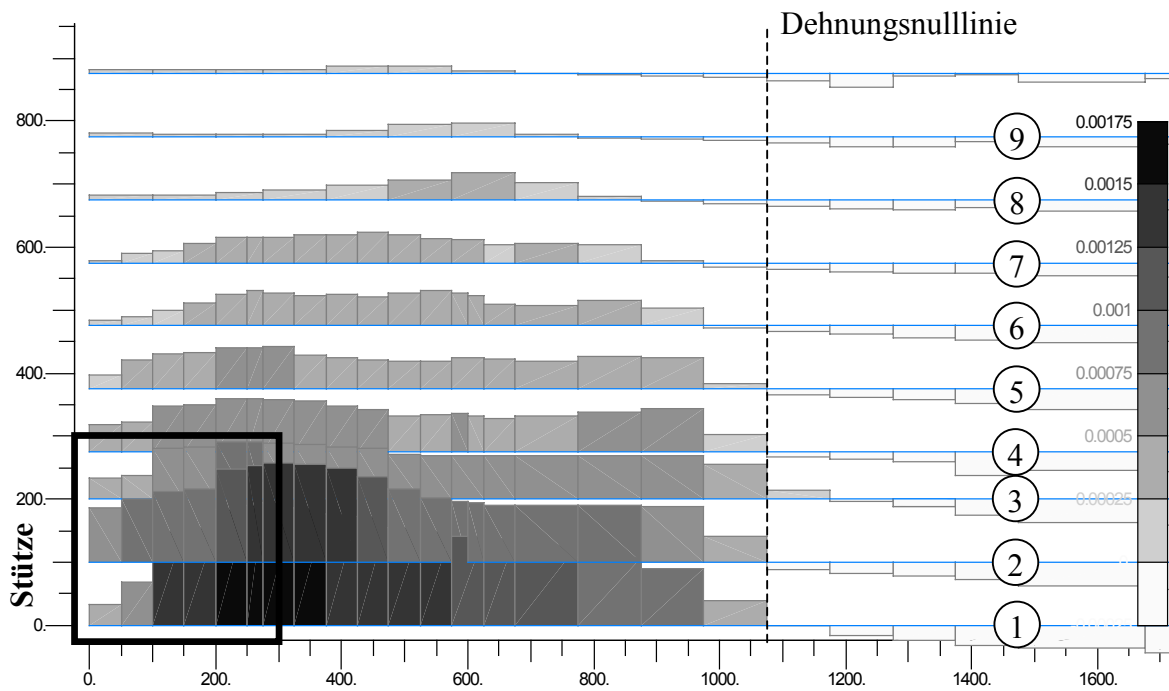


Bild 9.23 Dehnungsverteilung in der Biegezugbewehrung

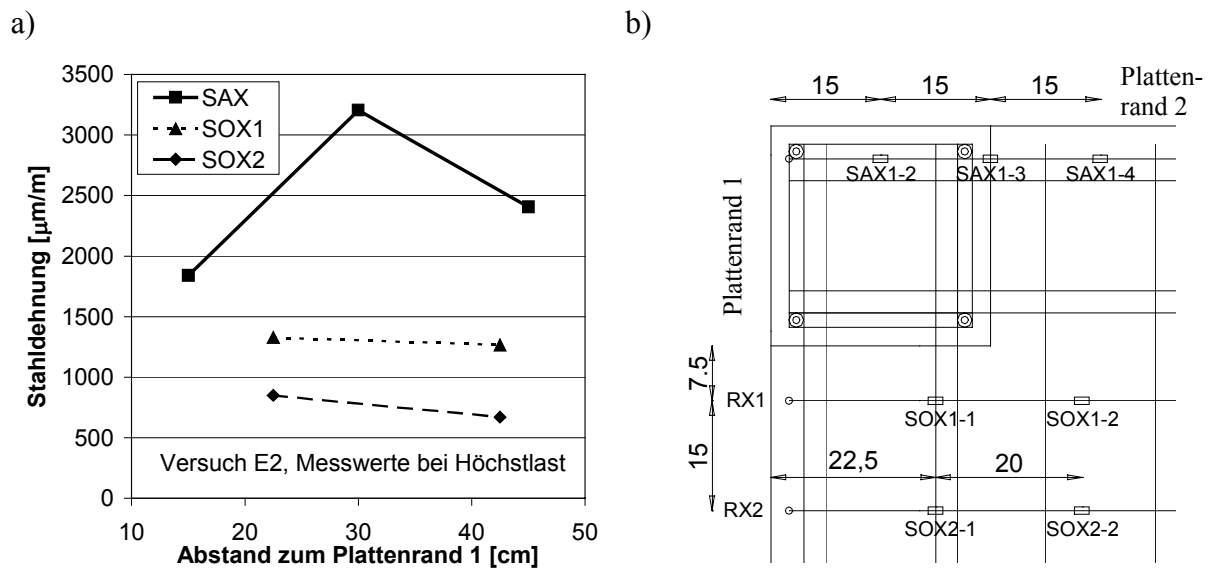


Bild 9.24 Dehnungen der Biegezugbewehrung bei Höchstlast in Abhängigkeit vom Abstand zum Plattenrand 1: a) Versuch E2, b) Anordnung der Messstellen

9.2.3 Quantifizierung des Momenteneinflusses bei Eckstützen

Die Quantifizierung der Schubtragfähigkeit außerhalb des schubbewehrten Bereiches in Abhängigkeit von dessen Länge sowie der bezogenen Ausmitte e/c erfolgt wie in Abschnitt 8 mit dem nichtlinearen Finite-Elemente-Programm MASA des Instituts für Werkstoffe im Bauwesen, welches auf dem Mikroplane-Materialmodell für Beton basiert und dessen Eignung zur Simulation des Durchstanzversagens in Abschnitt 7.4 ff. dargelegt wurde. Die Grundlagen des Berechnungsmodells, des Risskonzeptes und der Elementdefinitionen sind in Abschnitt 7.1 erläutert.

9.2.3.1 Berechnungsparameter und Berechnungsergebnisse

Für die Berechnung wurde das in Abschnitt 9.1.2 für die Analyse der Schubtragfähigkeit in Abhängigkeit von l_s/d verwendete Finite-Elemente-Netz mit Schubbewehrung (vgl. Bild 9.4) übernommen. Die Materialparameter sowie die Belastungs- und Randbedingungen der Berechnung entsprechen ebenfalls denjenigen aus Abschnitt 9.1.2.

In den Berechnungen wurde das Versagen außerhalb des schubbewehrten Bereiches für sechs unterschiedliche Längen des schubbewehrten Bereiches $0 \leq l_s/d \leq 3,68$ untersucht, die bezogene Ausmitte e/c wurde dabei in drei Schritten $e/c = 0 / 1,28 / 1,93$ variiert. Insbesondere bei längeren schubbewehrten Bereichen und höheren Ausmitten trat das Problem auf, dass das Versagen infolge der Momenten-Querkraft-Interaktion im stützennahen Bereich eintrat. Um diese Versagensart auszuschließen, wurde in den Berechnungen mit $l_s \geq 20$ cm ($l_s/d \geq 1,05$) die erste Reihe der Betonelemente bis $l_s = 10$ cm linear-elastisch definiert. Auf diese Weise konnte sichergestellt werden, dass das Versagen in allen Berechnungen außerhalb des schubbewehrten Bereiches eintrat.

Die Berechnungsergebnisse sind in Tabelle 9.5 zusammengestellt und in Bild 9.25 als Last-Verschiebungskurven aufgetragen. Die Kurven veranschaulichen, dass die Platten-Stützenverbindungen mit wachsender Ausmitte steifer werden, so dass die Stützenfußverschiebung mit e/c abnimmt. Die Kurven weisen nach einem linearen Anstieg ein Abknicken der Verformungen in positiver oder negativer Richtung auf. Ein Abknicken in negativer Richtung ist ein Kennzeichen für ein Torsionsversagen der Verbindung, welches infolge der Momenten-Querkraft-Interaktion (vgl. Abschnitt 8) entstehen kann. Dieses Versagen tritt in den Berechnungen jedoch nur bei kurzen schubbewehrten Bereichen ($l_s/d \leq 0,53$) und gleichzeitig hohen Ausmitten ($e/c = 1,93$) auf (Bild 9.25a und b). Bei den übrigen Berechnungen wird der prinzipielle Verlauf der Last-Verschiebungskurven von der Ausmitte e/c kaum noch beeinflusst, lediglich die Steifigkeit nimmt zu. Dies ist ein deutliches Anzeichen dafür, dass die Momenten-Querkraft-Interaktion mit zunehmender Länge des schubbewehrten Bereiches abnimmt.

Diese Tendenz wird auch durch die Entwicklung der in den Bildern D-1 bis D-5 (Anhang D) dargestellten Rissbilder der Berechnung mit zunehmender Länge des schubbewehrten Bereiches untermauert. Bei einem sehr kurzen schubbewehrten Bereich $l_s/d = 0,53$ ist zu erkennen (Bild D-1), dass sich im Versagensbereich bei der höheren Ausmitte $e/c = 1,93$ neben einem Schubriss auch ein ausgeprägter Torsionsriss gebildet hat, der für das Versagen maßgebend ist (Abknicken der Last-Verschiebungskurve in negativer Richtung, Bild 9.25a). Bei der geringeren Ausmitte $e/c = 1,28$ ist nur ansatzweise ein Torsionsriss auszumachen und das Versagen tritt durch Ausbildung eines Durchstanzkegels ein. Dieses Verhalten ist demjenigen beim Durchstanzen von Eckstützen ohne Schubbewehrung unter Momenten-Querkraft-Interaktion (vgl. Abschnitt 8.2.2) ähnlich.

Bei einer Vergrößerung des schubbewehrten Bereiches auf $l_s/d = 1,05$ (Bild D-2) nähern sich die Rissbilder bei unterschiedlichen Ausmitten weiter an und in beiden Fällen tritt ein Durchstanzversagen ein. Allerdings ist die Torsionsschädigung bei $e/c = 1,92$ immer noch etwas ausgeprägter als bei $e/c = 1,28$. Erst bei einer weiteren Ausdehnung des schubbewehrten Bereiches auf $l_s/d = 1,58$ (Bild D-3) und weiter auf $l_s/d = 2,63$ (Bild D-4) ist praktisch kein Un-

terschied zwischen den Rissbildern unterschiedlicher Ausmitten mehr zu erkennen. Sowohl die Rissbilder als auch die Last-Verschiebungskurven deuten somit darauf hin, dass die Momenten-Querkraft-Interaktion im äußeren Rundschnitt mit wachsender Länge des schubbewehrten Bereiches zügig abklingt.

Dieser Zusammenhang ist auch quantitativ den berechneten Bruchlasten zu entnehmen, die in Bild 9.26 in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches für $e/c = 0 / 1,82 / 1,93$ aufgetragen sind. Bei der Platte ohne Schubbewehrung ($l_s/d = 0$) liegen die berechneten Bruchlasten bei $e/c = 1,28$ ($V_u = 223$ kN) und $e/c = 1,93$ ($V_u = 173$ kN) deutlich unter derjenigen ohne Momentenbeanspruchung ($V_u = 288$ kN). Bei einer Vergrößerung des schubbewehrten Bereiches nehmen die berechneten Bruchlasten bei $e/c = 1,28$ und $e/c = 1,93$ jedoch deutlich schneller zu als ohne Momentenbeanspruchung. Die Ursache hierfür ist die nachlassende Momenten-Querkraft-Interaktion mit wachsendem Abstand von der Stütze. Die Kurve für $e/c = 1,28$ erreicht diejenige ohne Momentenbeanspruchung bei einer bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches $l_s/d \approx 1,58$ ($V_u = 346$ kN), d. h. bei einer Ausmitte $e/c = 1,28$ ist die Momenten-Querkraft-Interaktion in der Berechnung ab $l_s/d \approx 1,58$ abgeklungen. Demgegenüber ist in diesem Rundschnitt die Bruchlast in der Berechnung mit $e/c = 1,92$ noch etwas geringer ($V_u = 326$ kN) als ohne Momentenbeanspruchung ($V_u = 346$ kN), d. h. der Momenteneinfluss ist aufgrund der insgesamt höheren Momentenbeanspruchung noch nicht ganz entfallen. Erst ab $l_s/d = 2,63$ ergibt sich in der Berechnung auch für $e/c = 1,93$ dieselbe Bruchlast ($V_u = 403$ kN) wie ohne Momentenbeanspruchung.

Die Berechnungen lassen somit das kontinuierliche Abklingen der Momenten-Querkraft-Interaktion im äußeren Rundschnitt in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d und der bezogenen Ausmitte e/c sichtbar werden.

Zum Vergleich sind in Bild 9.26 die rechnerischen Bruchlasten im äußeren Rundschnitt gemäß den bauaufsichtlichen Zulassungen für Doppelkopfbolzen (DIBt 1997-2) sowie DIN 1045-1 in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d mit eingetragen. Dabei wurden die Werte der Normen mit den jeweiligen Lasterhöhungsfaktoren $\beta = 1,4$ (DIBt 1997-2) bzw. $\beta = 1,5$ (DIN 1045-1) berechnet. Man erkennt, dass die rechnerischen Bruchlasten nach DIBt (1997-2) und DIN 1045-1 bei kurzen schubbewehrten Bereichen ($l_s/d \approx 0,5$) in der Größenordnung der berechneten Werte liegen. Bei einer Vergrößerung des schubbewehrten Bereiches nehmen die rechnerischen Bruchlasten der Normen jedoch deutlich langsamer zu als die berechneten Werte. Die Ursache hierfür ist, dass die Vorschriften die kontinuierliche Abnahme der Momenten-Querkraft-Interaktion im äußeren Rundschnitt nicht berücksichtigen, sondern einen konstanten Lasterhöhungsfaktor ansetzen. Daher wird nachfolgend eine erweiterte Interaktionsgleichung für den äußeren Rundschnitt von Eckstützen abgeleitet.

l_s	[cm]	0	10	20	30	50	70
l_s/d	[-]	0	0,53	1,05	1,58	2,63	3,68
V_u ($e/c=0$)	[kN]	288	307	326	346	403	461
V_u ($e/c=1,28$)	[kN]	223	259	302	346	403	461
V_u ($e/c=1,93$)	[kN]	173	230	288	326	403	461

Tabelle 9.5 Berechnete Bruchschnittgrößen der Finite-Elemente-Analyse

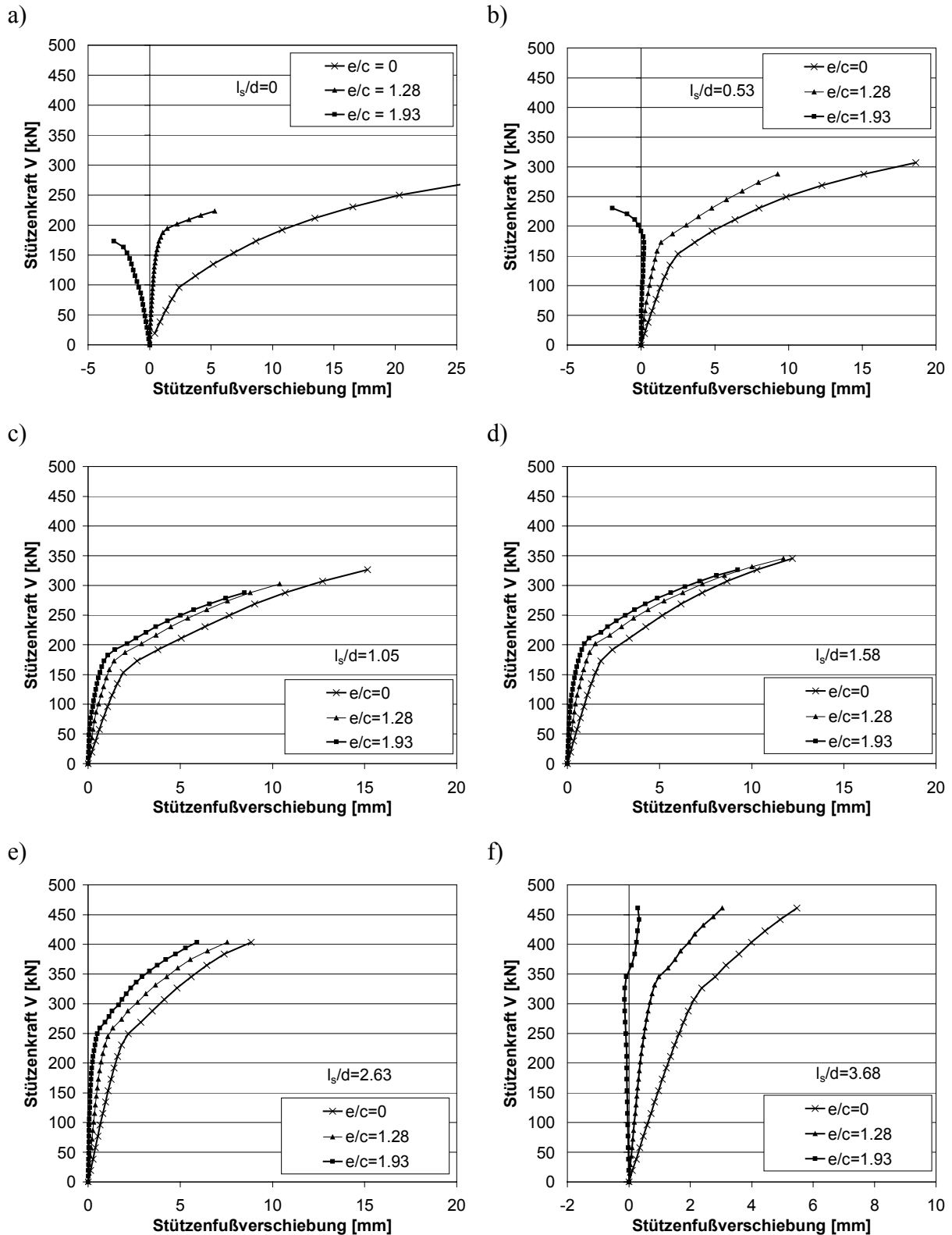


Bild 9.25 Berechnete Last-Verschiebungskurven bei unterschiedlichen schubbewehrten Bereichen $0 \leq l_s/d \leq 3,68$ und bezogenen Ausmitten $0 \leq e/c \leq 1,93$

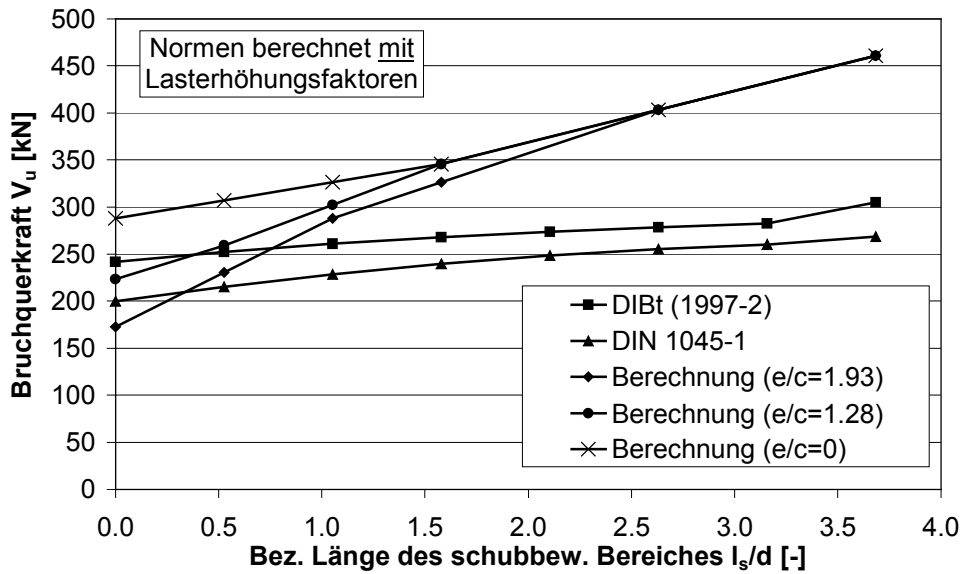


Bild 9.26 Vergleich der berechneten Bruchlasten mit DIBt (1997-2) und DIN 1045-1

9.2.3.2 Ableitung einer erweiterten Interaktionsgleichung

Um die unterschiedlichen Berechnungen besser miteinander vergleichen zu können, sind in Bild 9.27 die mit $\rho_l^{1/3}$ auf $\rho_l = 1,0 \%$ und mit $f_c^{1/3}$ auf $f_c = 25 \text{ MPa}$ normierten Bruchschubspannungen in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d aufgetragen. Bild 9.27a) zeigt die Berechnungsergebnisse in einem Rundschnitt im Abstand $1,5d$ vom Ende des schubbewehrten Bereiches. Die Kurve mit $e/c = 0$ dient als Referenzkurve für das Tragverhalten ohne Momenteneinfluss und zeigt den Übergang der Bruchschubspannungen vom Durchstanzen zum ebenen Plattenschub (vgl. Abschnitt 9.1). Der Einfluss der Momentenübertragung wird durch das Verhältnis der einzelnen Kurven zu derjenigen mit $e/c = 0$ ausgedrückt. Bei $l_s/d = 0$ (ohne Schubbewehrung) kann dieser am besten mit den in Abschnitt 8 abgeleiteten Gleichungen für die Momenten-Querkraft-Interaktion beschrieben werden. Bei großen schubbewehrten Bereichen liegen die Kurven aufeinander, d. h. der Momenteneinfluss ist abgeklungen. Dazwischen findet eine Annäherung der Kurven statt, welche die kontinuierliche Abnahme des Momenteneinflusses veranschaulicht.

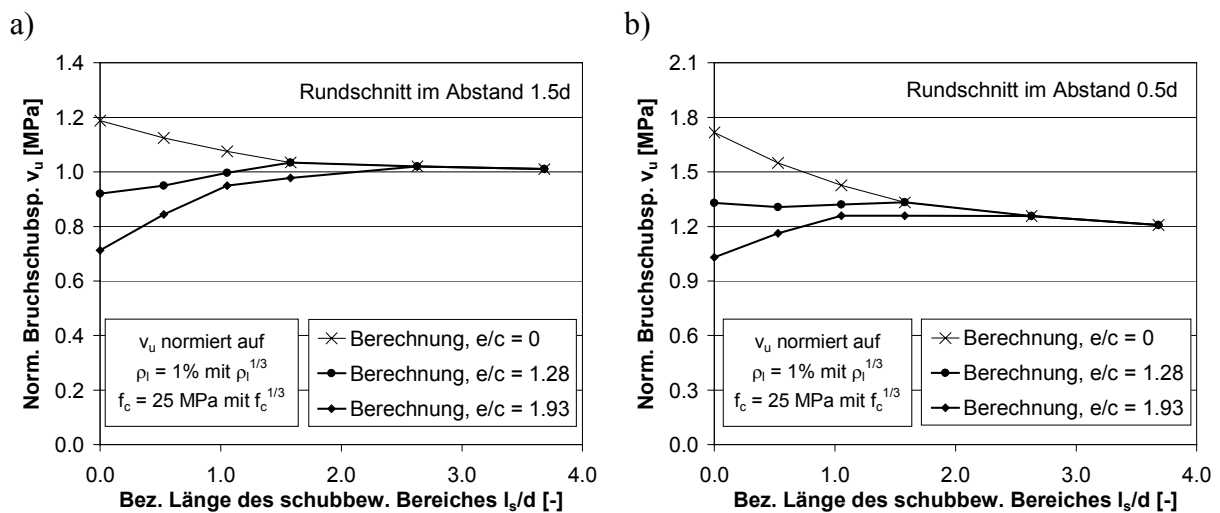


Bild 9.27 Vergleich der berechneten normierten Bruchschubspannungen: a) Rundschnitt im Abstand 1,5d, b) Rundschnitt im Abstand 0,5d

Prinzipiell dieselben Zusammenhänge können auch Bild 9.27b) für einen Rundschnitt im Abstand $0,5d$ vom Ende des schubbewehrten Bereiches entnommen werden.

Die berechnete Abnahme der Momenten-Querkraft-Interaktion mit zunehmender Länge des schubbewehrten Bereiches kann näherungsweise durch den Interaktionsfaktor β gemäß (Gl. 9.7) beschrieben werden. Bild 9.28a) zeigt den Verlauf des Interaktionsfaktors β für die bezogenen Ausmitten $e/c = 1,28 / 1,93$, der ausgehend von dem Wert ohne Schubbewehrung β_0 (vgl. Abschnitt 8.2.2) mit l_s/d auf $1,0$ abnimmt. Dabei wurde β_0 in Bild 9.28 entsprechend den Berechnungsergebnissen angesetzt, so dass die Kurven bei $l_s/d = 0$ jeweils zusammentreffen. Zum Vergleich sind in Bild 9.28a) die Berechnungsergebnisse für $e/c = 1,28 / 1,93$ mit eingetragen. Man erkennt, dass (Gl. 9.7) die Abnahme der Momenten-Querkraft-Interaktion mit wachsender Länge des schubbewehrten Bereiches für $e/c = 1,28$ sehr gut abbildet. Bei der größeren Ausmitte $e/c = 1,93$ sind die β -Werte nach (Gl. 9.7) im Bereich $0,5 \leq l_s/d \leq 3,0$ etwas größer als in den Berechnungen. Dies liegt jedoch auf der sicheren Seite. Insgesamt erhält man mit (Gl. 9.7) den in Bild 9.28b) dargestellten Verlauf der normierten Bruchschubspannungen (bezogen auf die Bruchschubspannungen bei $e/c = 0$). Danach liegen die Bruchschubspannungen bei Momenten-Querkraft-Interaktion ($e/c > 0$) und kurzen schubbewehrten Bereichen deutlich unterhalb der Werte bei reiner Querkraftbeanspruchung, bei langen schubbewehrten Bereichen sind die Werte jedoch identisch, da der Momenteneinfluss abgeklungen ist. (Gl. 9.7) ist ebenso wie die Gleichungen für die Momenten-Querkraft-Interaktion ohne Schubbewehrung aus Abschnitt 8 für beliebige Rundschnitte (z. B. auch im Abstand $0,5d$) anwendbar, da sie das Verhältnis der Schubtragfähigkeit bei unterschiedlichen Ausmitten jeweils in demselben Rundschnitt angibt.

$$V = \frac{V_0}{\beta}$$

$$\text{mit: } \beta = \frac{\beta_0}{1 + 0,20l_s/d} \geq 1,0 \quad (\text{Gl. 9.7})$$

V_0 = aufnehmbare Querkraft ohne Momenteneinfluss

β_0 = Momenten-Querkraft-Interaktion ohne Schubbew. ($l_s/d = 0$)

$$= \sqrt[5]{1 + (e/1,09c)^5} \quad (\text{vgl. Abschnitt 8.2.2})$$

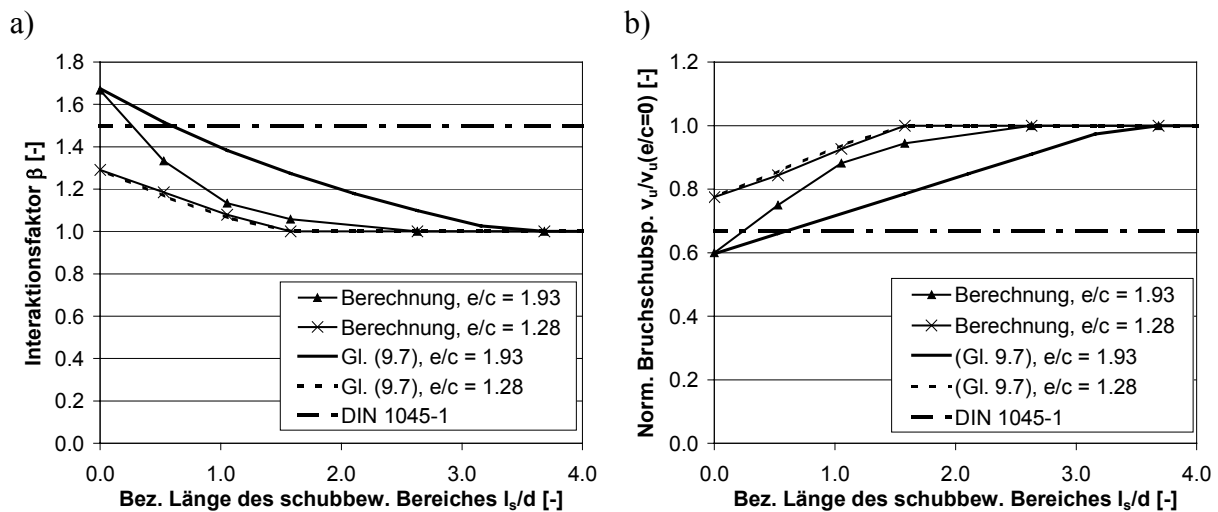


Bild 9.28 Einfluss der Momentenübertragung in Abhängigkeit von l_s/d : a) Interaktionsfaktor β , b) Normierte Bruchschubspannungen

9.2.4 Globale Spannungsverläufe bei Randstützen

Anknüpfend an Abschnitt 9.2.2 sind in Bild 9.29a) für eine Randstütze die an einen 4x4-Flachdeckensystem unter Gleichlast (vgl. Abschnitt 4.1) berechneten Biegezugspannungen σ_x senkrecht zum freien Plattenrand dargestellt. Die Grautöne sind wie Höhenlinien gleicher Spannung zu interpretieren. Man erkennt, dass die maximalen Biegezugspannungen σ_x an der Stützenfrontfläche auftreten und mit wachsendem Abstand von der Stütze senkrecht und parallel zum freien Plattenrand stark abnehmen. Aus dieser steilen Momentengradiente ergeben sich die hohen Schubspannungen τ_x im Stützbereich ($Q = dM/dx$), die in Bild 9.29b) in einem horizontalen Schnitt durch die Platte in Plattenmitte dargestellt sind. Darüber hinaus ist in Bild 9.29c) der berechnete Verlauf der Schubspannungen τ_y (parallel zum freien Plattenrand) in einem horizontalen Schnitt durch die Platte in Plattenmitte aufgetragen.

Bei allen Spannungsbildern fällt auf, dass im stützennahen Bereich an der Stützenfrontfläche (σ_x , τ_x) bzw. der Stützenseitenfläche (τ_y) sehr inhomogene Spannungszustände vorliegen, die mit wachsendem Abstand von der Stütze gleichmäßiger werden. Um die Entwicklung der Schubspannungen mit wachsendem Abstand von der Stütze zu verfolgen, werden nachfolgend die angegebenen vertikalen Schnitte A-A und B-B getrennt für die Richtungen senkrecht und parallel zum freien Plattenrand analysiert.

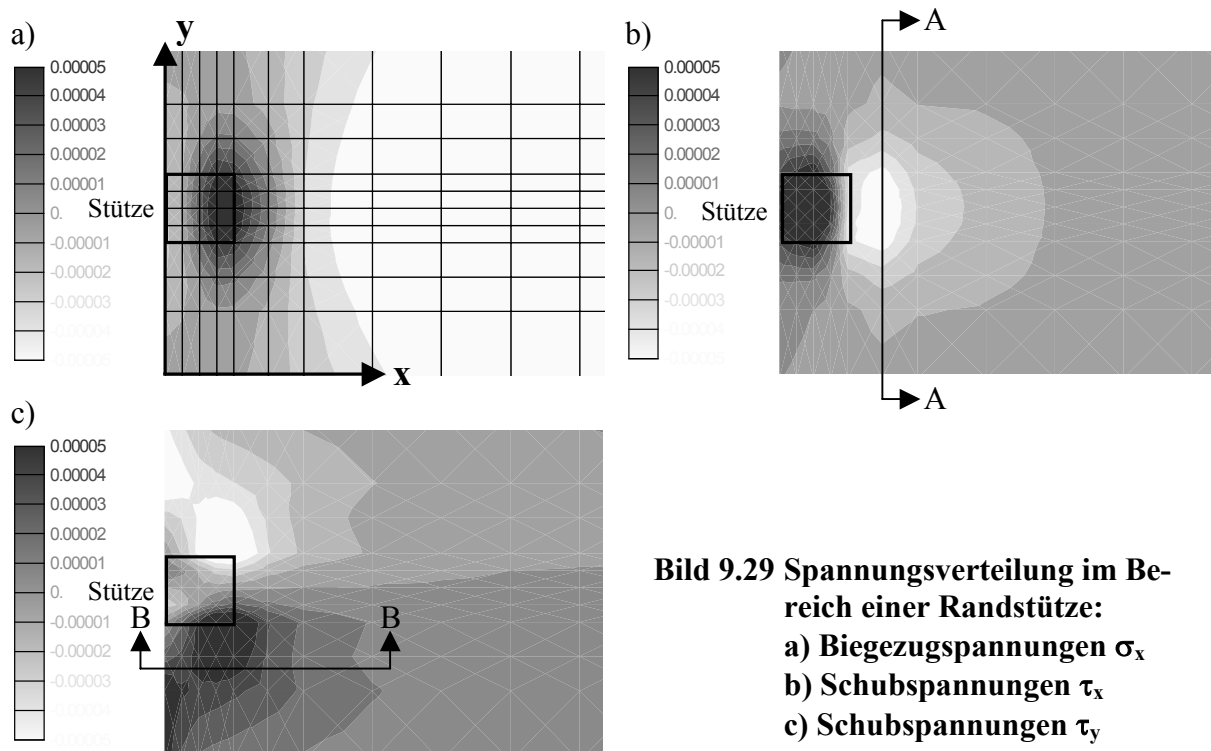


Bild 9.29 Spannungsverteilung im Bereich einer Randstütze:

- a) Biegezugspannungen σ_x
- b) Schubspannungen τ_x
- c) Schubspannungen τ_y

9.2.4.1 Spannungen senkrecht zum freien Plattenrand (Schnitte A-A)

Um die Entwicklung des Schubspannungszustandes mit wachsendem Abstand von der Stützenfrontfläche zu verfolgen, sind in Bild 9.30 die in einem 4x4-Flachdeckensystem unter Gleichlast (vgl. Abschnitt 4.1) berechneten Schubspannungen τ_x in verschiedenen Schnitten A-A parallel zum freien Plattenrand aufgetragen. In dem ersten Schnitt direkt an der Stützenfrontfläche ($x = 0$, Bild 9.30a) treten die maximalen Schubspannungen im Stützstreifen auf der Plattenunterseite auf. Die Schubspannungen sind in vertikaler und horizontaler Richtung stark nichtlinear über den Querschnitt verteilt. In den benachbarten Schnitten bei $x = 7,5$ cm (Bild 9.30b) und $x = 15$ cm (Bild 9.30c) bildet sich im Stützstreifen in vertikaler Richtung eine gleichmäßigere Spannungsverteilung aus, in horizontaler Richtung ist jedoch weiterhin

eine starke Spannungsgradienten vorhanden. In dem Schnitt bei $x = 30$ cm (Bild 9.30d) hat sich in vertikaler Richtung die typische Schubspannungsverteilung eingestellt, die durch einen Maximalwert in Plattenmitte und geringere Werte an der Plattenober- und -unterseite gekennzeichnet ist. Auch in horizontaler Richtung ist die Schubspannungsverteilung deutlich homogener als direkt an der Stützenfrontfläche. Diese Entwicklung setzt sich in den weiter entfernt liegenden Schnitten (Bild 9.30e und f) fort. Insgesamt ist anhand Bild 9.30 festzustellen, dass die Verteilung der Schubspannungen mit wachsendem Abstand von der Stütze deutlich homogener wird.

Die fortschreitende Homogenisierung der Schubspannungen lässt sich auch anhand der Gradienten der Momentenbeanspruchung verfolgen. Ausgangspunkt ist die Überlegung, dass die Gradienten der Biegemomente der Höhe der Querkräfte in dem betrachteten Schnitt durch das Bauteil entspricht ($Q = dM/dx$). Der Verlauf der Biegemomente im Stützbereich kann anhand der Biegezugdehnungen im Beton oder in der Bewehrung nachvollzogen werden. Um ein möglichst wirklichkeitsnahes Bild der Dehnungsverteilung zu erhalten, wurde eine nichtlineare Berechnung einer Randstütze unter Momenten-Querkraft-Belastung ($e/c = 2,18$) aus Abschnitt 8.2.3 hinsichtlich der Dehnungen in der Biegezugbewehrung ausgewertet. Die bei ca. 70 % der Höchstlast (kurz vor der Ausbildung von Schubrisen) berechnete Dehnungsverteilung der Biegezugbewehrung im Stützbereich ist in Bild 9.31 und Bild 9.32 grafisch aufgetragen. Man erkennt die hohen Dehnungsspitzen an den Stäben 1 und 2 im Bereich der Stützenfrontfläche und die zügige Abnahme der Dehnungen mit wachsendem Abstand von der Stütze. Die neben der Stütze verlaufenden Stäbe 3, 4 und 5 werden deutlich geringer aktiviert und weisen eine relativ flache Dehnungsgradienten auf. Diese unterschiedlichen Dehnungsverläufe korrespondieren mit der Schubspannungsverteilung in Bild 9.29b), wonach an der Stützenfrontfläche hohe Schubspannungen auftreten. Mit wachsendem Abstand von der Stütze nähern sich Steigung und absolute Höhe der Kurven zunehmend einander an, bis alle Dehnungen in einem Abstand von ca. 50 cm von der Stütze zu Null werden (Dehnungsnulllinie). Diese Annäherung der Dehnungsgradienten ist gleichbedeutend mit einer Vereinheitlichung des Schubspannungsniveaus in den Schnitten parallel zum freien Plattenrand.

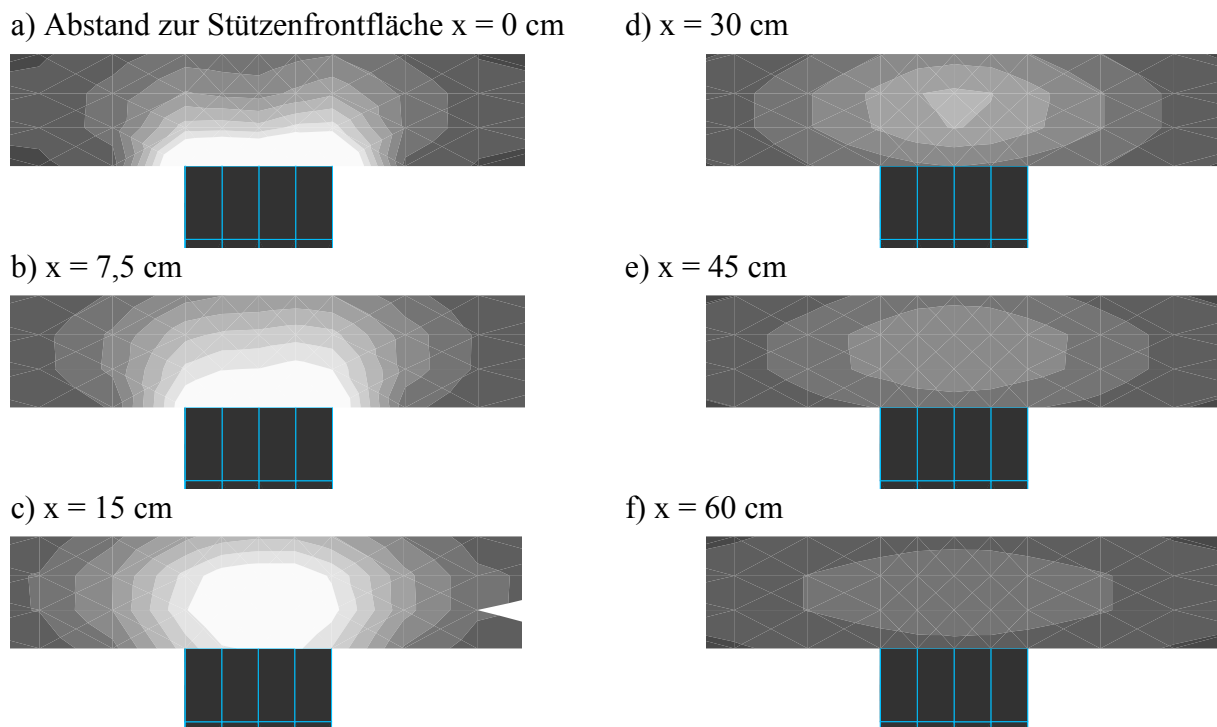


Bild 9.30 Schubspannungen τ_x in vertikalen Schnitten A-A parallel zum freien Plattenrand

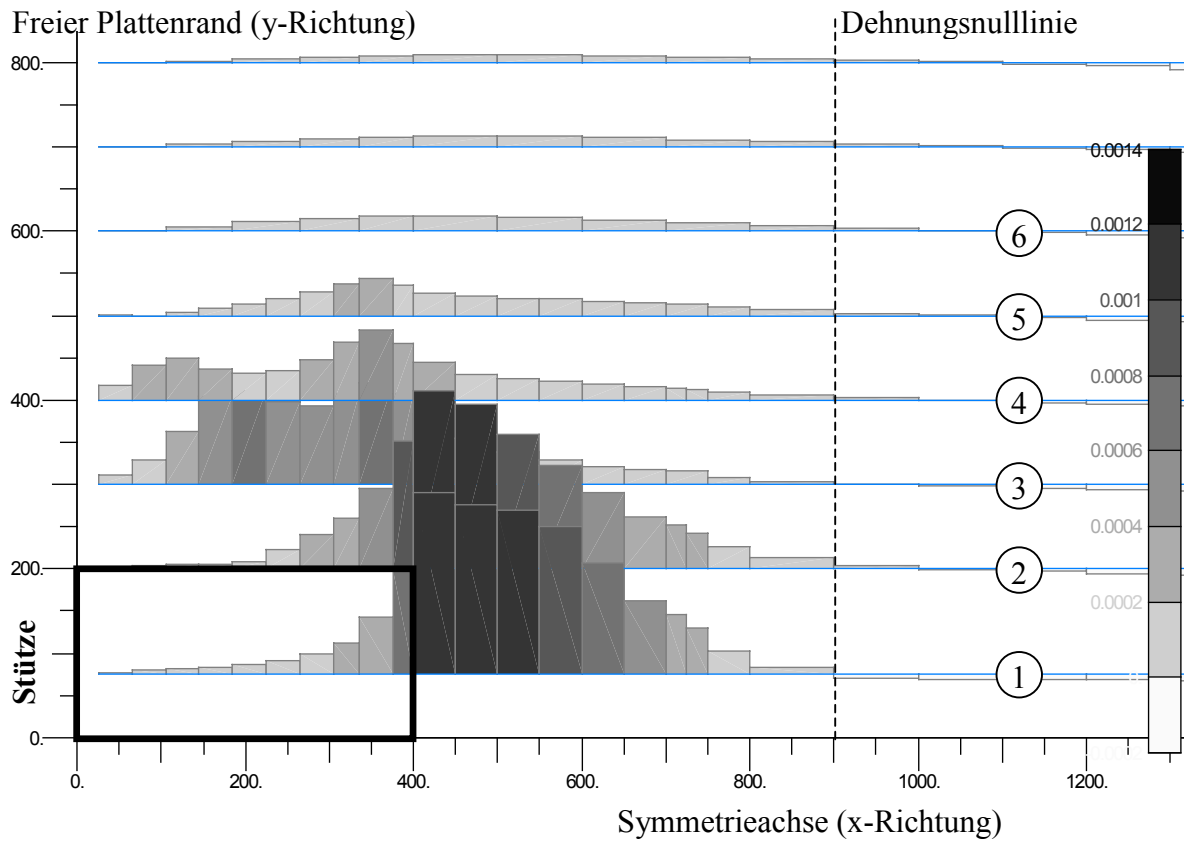


Bild 9.31 Dehnungsverteilung der Biegezugbewehrung, $e/c = 2,18$

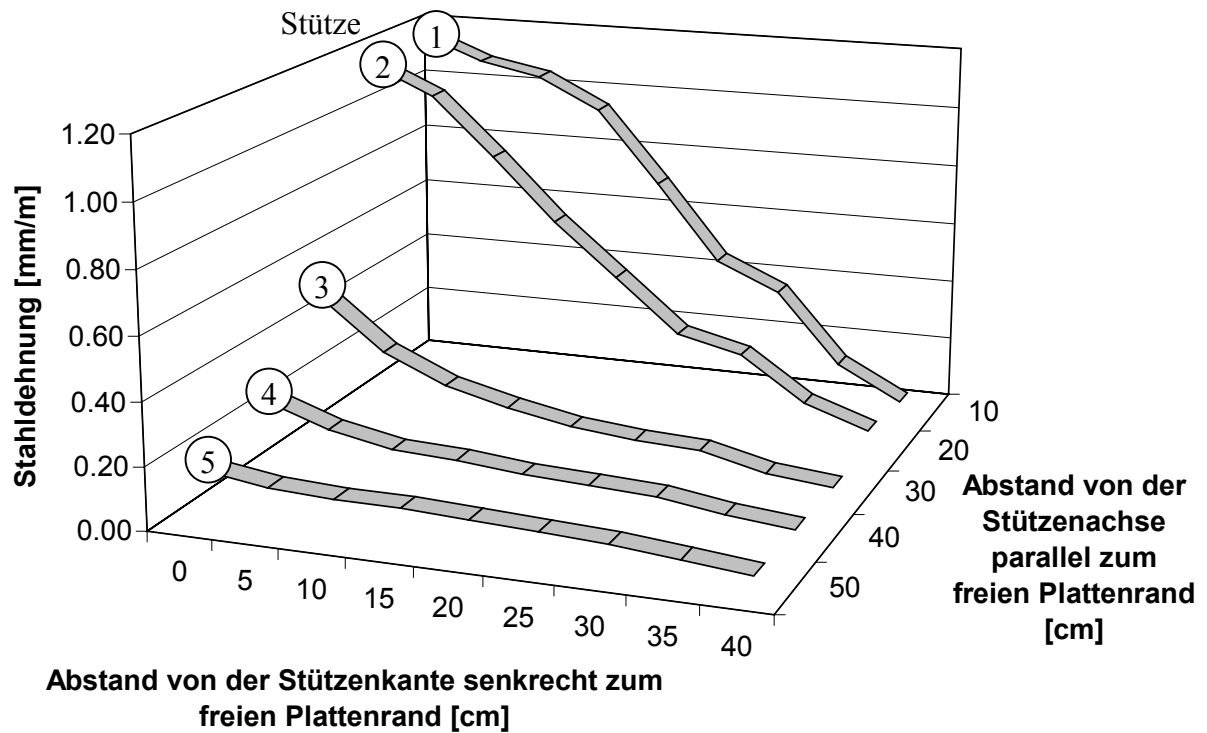


Bild 9.32 Dehnungsverteilung der Biegezugbewehrung, $e/c = 2,18$

9.2.4.2 Spannungen parallel zum freien Plattenrand (Schnitte B-B)

An den Stützenseitenflächen überlagern sich vertikale Schubspannungen infolge der Stützenkraft V mit ringförmig umlaufenden Schubspannungen (Torsion) infolge des Stützenanschlussmomentes M (vgl. Abschnitt 2.2.2). Diese Superposition führt dazu, dass der Spannungszustand an den Stützenseitenflächen sehr ungleichmäßig ist und einen Übergang von negativen (der Stützenkraft entgegenwirkenden) zu positiven vertikalen Schubspannungen aufweisen kann.

Um die Entwicklung dieses Schubspannungszustandes mit wachsendem Abstand von der Stützenseitenfläche zu verfolgen, sind in Bild 9.33 die in einem 4x4-Flachdeckensystem unter Gleichlast (vgl. Abschnitt 4.1) berechneten Schubspannungen τ_y in verschiedenen Schnitten B-B (vgl. Bild 9.29) senkrecht zum freien Plattenrand aufgetragen. In dem ersten Schnitt direkt an der Stützenseitenfläche ($y = 0$, Bild 9.33a) ist der beschriebene inhomogene Spannungszustand infolge Schub und Torsion deutlich zu erkennen. Die maximalen (negativen, der Stützenkraft entgegenwirkenden) Schubspannungen τ_y treten an der inneren Stützenkante auf (helle Bereiche), zum freien Plattenrand hin nehmen die Schubspannungen ab und werden schließlich negativ (dunkle Bereiche). Bereits in dem benachbarten Schnitt im Abstand $y = 75$ mm von der Stützenseitenfläche (Bild 9.33b) sind die negativen Schubspannungen abgeklungen und auch die Konzentration positiver Schubspannungen an der Stützeninnenkante hat nachgelassen. Diese Entwicklung setzt sich mit wachsendem Abstand von der Stütze weiter fort, so dass bereits im Abstand $y = 300$ mm (Bild 9.33d) ein verhältnismäßig gleichmäßiger Schubspannungszustand vorliegt.

Die Ursache für die Homogenisierung des Spannungszustandes ist die Abnahme der Torsionsbeanspruchung mit wachsendem Abstand von der Stütze. Dieser Mechanismus kann vereinfacht anhand des Stabwerkmodells aus Abschnitt 8.2.1 erläutert werden, das in Bild 9.22 (S. 182) nochmals dargestellt ist. Der parallel zum freien Plattenrand verlaufende „Torsionsbalken“ ist über die Biegezugbewehrung (und Betondruckstreben) mit dem Platteninneren verbunden. Über die Biegezugbewehrung findet infolge der Verträglichkeitsbedingungen eine teilweise Weiterleitung der Druckstrebenkräfte D_i des Torsionsbalkens in das Platteninnere statt, so dass die Druckstrebenkräfte D_i ebenso wie die Zugkräfte in der Biegezugbewehrung mit wachsendem Abstand von der Stütze schrittweise abnehmen. Diese Entwicklung ist gleichbedeutend mit einer Abnahme der Torsionsbeanspruchung des Torsionsbalkens, die anhand der Dehnungsgradienten in der (senkrecht zum freien Plattenrand verlaufenden) Biegezugbewehrung verfolgt werden kann.

Diese in einer nichtlinearen Berechnung einer Randstütze unter Momenten-Querkraftbeanspruchung ($e/c = 2,18$, Details vgl. Abschnitt 8.2.3) ermittelte Dehnungsverteilung der Biegezugbewehrung im Stützbereich ist in Bild 9.31 grafisch aufgetragen. Man erkennt, dass sich die neben der Stütze verlaufenden Stäbe 3, 4 und 5 an der Übertragung des Stützenmomentes durch Torsion beteiligen. Die Aktivierung der Stäbe nimmt jedoch mit wachsendem Abstand von der Stütze zügig ab, so dass bereits im Stab 6 (im Abstand von 400 mm von der Stützenseitenfläche) nur noch sehr geringe Dehnungen senkrecht zum freien Plattenrand auftreten. Die geringe Aktivierung des Stabes 6 lässt darauf schließen, dass die Torsionsbeanspruchung des freien Plattenrandes bis zu diesem Schnitt im wesentlichen abgeklungen sind. Dies korrespondiert mit den in Bild 9.33 aufgetragenen Schubspannungsverteilungen.

Vergleichbare Zusammenhänge können auch den Dehnungsmessungen von Durchstanzversuchen an Randstützen nach Dilger, Sherif (1995) entnommen werden. Bild 9.34 zeigt die gemessene Dehnungsverteilungen in der Biegezugbewehrung in Schnitten B-B entlang der Stützenfrontfläche. Man erkennt deutlich die auch in den Berechnungen gefundene steile Dehnungsgradienten im Stützbereich. Insbesondere bei dem Systemversuch (Bild 9.34a) nehmen die Dehnungen in der Bewehrung als Indikator für die Torsionsbeanspruchung des freien Plattenrandes mit wachsendem Abstand von der Stütze sehr zügig ab. Dies korrespondiert mit den Ergebnissen der Finite-Elemente-Analyse.

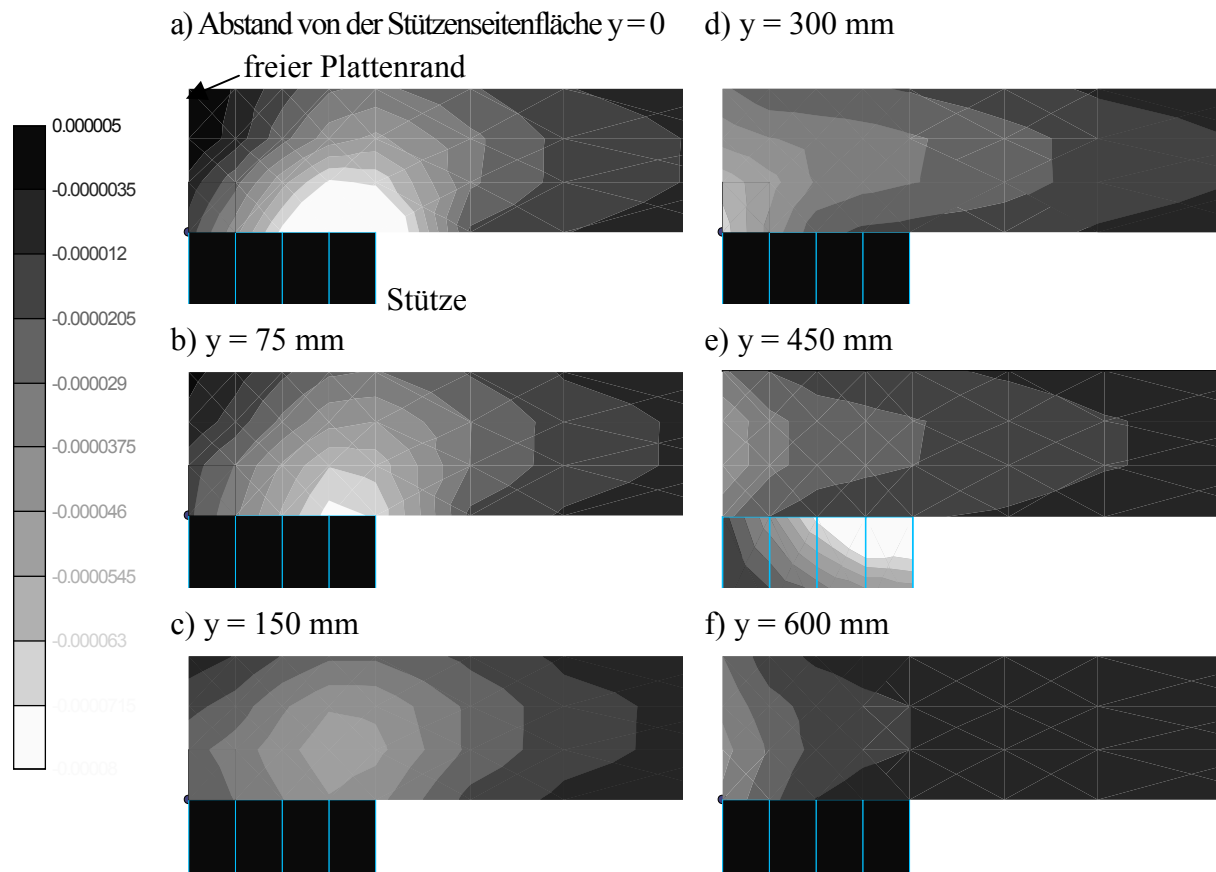


Bild 9.33 Schubspannungen τ_y in vertikalen Schnitten B-B senkrecht zum freien Plattenrand

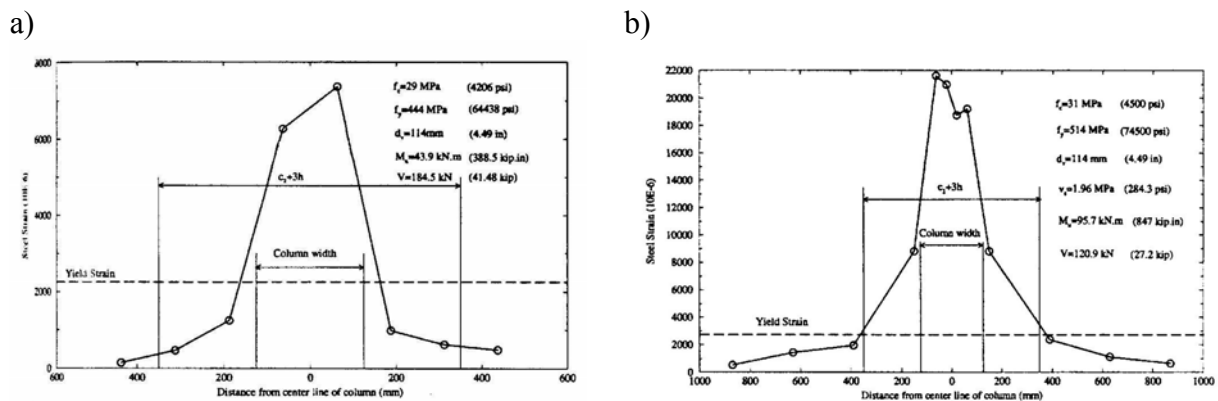


Bild 9.34 Dehnungsverteilung in der Biegezugbewehrung in Schnitten B-B entlang der Stützenfrontfläche nach Dilger, Sherif (1995): a) Deckensystemversuch, b) Ausschnittversuch

Die vorstehende Analyse der Spannungs- und Dehnungsverteilungen parallel und senkrecht zum freien Plattenrand hat veranschaulicht, dass diese im stützennahen Bereich durch den Einfluss der Momentenübertragung zwischen Platte und Stütze sehr ungleichmäßig sind. Diese Inhomogenität ist die Ursache für die in Abschnitt 8 analysierte Abnahme der Schubtragfähigkeit der Platte im stützennahen Bereich unter Momenten-Querkraft-Interaktion. Gleichzeitig haben die Untersuchung jedoch auch gezeigt, dass die Spannungs- und Dehnungsverteilungen in Schnitten mit wachsendem Abstand von der Stütze zügig gleichmäßiger werden, d. h. der Einfluss des Stützenanschlussmomentes insbesondere auf die Schubspannungsver-

teilung klingt mit wachsendem Abstand von der Stütze sehr schnell ab. Daher ist damit zu rechnen, dass die Schubtragfähigkeit der Platte mit wachsendem Abstand von der Stütze zunimmt. Um diesen qualitativen Zusammenhang zu quantifizieren, wird nachfolgend eine nichtlineare Finite-Elemente-Analyse durchgeführt, in welcher die Schubtragfähigkeit der Platte mit wachsendem Abstand von der Stütze analysiert wird.

9.2.5 Quantifizierung des Momenteneinflusses bei Randstützen

Die Quantifizierung der Schubtragfähigkeit außerhalb des schubbewehrten Bereiches in Abhängigkeit von dessen Länge sowie der bezogenen Ausmitte e/c erfolgt wie in Abschnitt 8 mit dem nichtlinearen Finite-Elemente-Programm MASA des Instituts für Werkstoffe im Bauwesen, welches auf dem Mikroplane-Materialmodell für Beton basiert und dessen Eignung zur Simulation des Durchstanzversagens in Abschnitt 7.4 ff. dargelegt wurde. Die Grundlagen des Berechnungsmodells, des Risskonzeptes und der Elementdefinitionen sind in Abschnitt 7.1 erläutert.

9.2.5.1 Berechnungsparameter und Berechnungsergebnisse

Für die Berechnung wurde das in Abschnitt 9.1.3 für die Analyse der Schubtragfähigkeit in Abhängigkeit von l_s/d verwendete Finite-Elemente-Netz mit Schubbewehrung (vgl. Bild 9.9) übernommen. Die Materialparameter sowie die Belastungs- und Randbedingungen der Berechnung entsprechen ebenfalls denjenigen aus Abschnitt 9.1.3.

In den Berechnungen wurde das Versagen außerhalb des schubbewehrten Bereiches für sechs unterschiedliche Längen des schubbewehrten Bereiches $0 \leq l_s/d \leq 3,68$ untersucht, die bezogene Ausmitte e/c wurde dabei in vier Schritten $e/c = 0 / 1,64 / 2,18 / 4,36$ variiert. Insbesondere bei längeren schubbewehrten Bereichen und höheren Ausmitten trat das Problem auf, dass das Versagen infolge der Momenten-Querkraft-Interaktion im stützennahen Bereich eintrat. Um diese Versagensart auszuschließen, wurde in den Berechnungen mit $l_s \geq 20$ cm ($l_s/d \geq 1,05$) die erste Reihe der Betonelemente bis $l_s = 10$ cm linear-elastisch definiert. Auf diese Weise konnte sichergestellt werden, dass das Versagen in den Berechnungen außerhalb des schubbewehrten Bereiches eintrat. Bei sehr großen Ausmitten $e/c = 4,36$ und gleichzeitig weiten schubbewehrten Bereichen $l_s/d \geq 2,63$ war dennoch ein Biegetorsionsversagen innerhalb des schubbewehrten Bereiches maßgebend, so dass für diese Parameter keine Aussagen für den äußeren Rundschnitt vorliegen.

Die Berechnungsergebnisse sind in Tabelle 9.6 zusammengestellt und in Bild 9.36 als Last-Verschiebungskurven aufgetragen. Die Diagramme veranschaulichen wie bei Eckstützen, dass die Platten-Stützenverbindungen mit wachsender Ausmitte steifer werden, so dass die Stützenfußverschiebung mit e/c abnimmt. Die Kurven weisen nach einem linearen Anstieg ein Abknicken der Verformungen in positiver oder negativer Richtung auf. Ein Abknicken in negativer Richtung ist ein Kennzeichen für ein Torsionsversagen der Verbindung, welches infolge der Momenten-Querkraft-Interaktion (vgl. Abschnitt 8) entstehen kann. Dieses Versagen tritt in den Berechnungen jedoch nur bei relativ kurzen schubbewehrten Bereichen ($l_s/d \leq 1,84$) und gleichzeitig sehr hohen Ausmitten ($e/c = 4,36$) auf (Bild 9.36a bis d). Bei den übrigen Berechnungen wird der prinzipielle Verlauf der Last-Verschiebungskurven von der Ausmitte e/c kaum noch beeinflusst, lediglich die Steifigkeit nimmt zu. Dies ist ein deutliches Anzeichen dafür, dass die Momenten-Querkraft-Interaktion mit zunehmender Länge des schubbewehrten Bereiches abnimmt.

Diese Tendenz wird auch durch die Entwicklung der in den Bildern D-6 bis D-10 (Anhang D) dargestellten Rissbilder der Berechnung mit zunehmender Länge des schubbewehrten Bereiches untermauert. Bei einem sehr kurzen schubbewehrten Bereich $l_s/d = 0,53$ ist zu erkennen (Bild D-6), dass sich das Versagen bei reiner Querkraftbeanspruchung ($e/c = 0$) primär entlang des freien Plattenrandes (Durchlaufwirkung) einstellt, während der Durchstanzriss an der

Stützenfrontfläche noch nicht voll ausgebildet ist. Bei zusätzlicher Momentenbeanspruchung ($e/c = 1,64$) wird der freie Plattenrand etwas entlastet, während die Platte im Bereich der Stützenfrontfläche durch zusätzliche Schubspannungen beansprucht wird und der Durchstanzriss hier maßgebend wird, so dass die Querkrafttragfähigkeit abnimmt. Mit zunehmender Ausmitte ($e/c = 2,18$) verstärkt sich diese Entwicklung und der freie Plattenrand wird zunehmend auf Torsion beansprucht. Bei einer sehr hohen bezogenen Ausmitte $e/c = 4,36$ tritt schließlich am freien Plattenrand Torsionsversagen auf. Dieses Verhalten ist demjenigen beim Durchstanz von Randstützen ohne Schubbewehrung unter Momenten-Querkraft-Interaktion (vgl. Abschnitt 8.2.2) ähnlich.

Bei einer Vergrößerung des schubbewehrten Bereiches auf $l_s/d = 1,05$ (Bild D-7) sind die Unterschiede in den Rissbildern bei kleinen und mittleren Ausmitten ($e/c \leq 2,18$) bereits geringer. Lediglich am freien Plattenrand sind bei $e/c = 2,18$ etwas größere Torsionsschädigungen zu erkennen. Die relativ geringen Unterschiede korrespondieren mit dem gleichmäßiger gewordenen Bruchlasten bei $l_s/d = 1,05$ (vgl. Tabelle 9.6). Ein signifikanter Einfluss der Momentenübertragung wird erst bei einer sehr hohen Ausmitte $e/c = 4,36$ durch ein Torsionsversagen am freien Plattenrand sichtbar. Daher ist die für diese Parameter berechnete Bruchlast $V_u = 420$ kN auch deutlich niedriger als ohne Momenteneinfluss ($V_u = 580$ kN, vgl. Tabelle 9.6).

Mit weiter zunehmender Länge des schubbewehrten Bereiches auf $l_s/d = 1,84$ (Bild D-8) nähern sich die Rissbilder bei unterschiedlichen Ausmitten weiter an. Bei kleinen und mittleren Ausmitten ($e/c \leq 2,18$) treten außerhalb des schubbewehrten Bereiches Schubrisse auf, die von der bezogenen Ausmitte weitgehend unabhängig sind. Dementsprechend sind die berechneten Bruchlasten für $e/c = 0 / 1,64 / 2,18$ fast identisch (vgl. Tabelle 9.6). Bei einer sehr hohen Ausmitte $e/c = 4,36$ tritt ein kombiniertes Versagen mit Torsionsrissen innerhalb und Schubrisse außerhalb des schubbewehrten Bereiches auf, d. h. der äußere Rundschnitt ist nicht mehr allein maßgebend.

Bei ausgedehnten schubbewehrten Bereichen mit $l_s/d = 2,63$ (Bild D-9) und $l_s/d = 3,68$ (Bild D-10) ist im äußeren Rundschnitt praktisch kein Unterschied zwischen den Rissbildern unterschiedlicher Ausmitten mehr zu erkennen. Interessant ist allerdings, dass bei größeren Ausmitten ($e/c = 2,18$) parallel zu dem Versagensprozess außerhalb des schubbewehrten Bereiches auch im stützennahen Bereich ausgeprägte Rissbildung zu beobachten ist (Bilder D-9 und D-10). Dabei ist zu beachten, dass die stützennahen Torsionsrisse keinerlei Wechselwirkung mit den Schubrisse im äußeren Rundschnitt mehr aufweisen. Dies zeigt anschaulich, dass die Momenten-Querkraft-Interaktion im äußeren Rundschnitt im wesentlichen abgeklungen ist. Dementsprechend weisen die Berechnungen für $e/c = 0 / 1,64 / 2,18$ identische Bruchlasten $V_u = 740$ kN ($l_s/d = 2,63$) bzw. $V_u = 860$ kN ($l_s/d = 3,68$) auf (vgl. Tabelle 9.6).

Insgesamt lassen die Rissbilder erkennen, dass die Momenten-Querkraft-Interaktion im äußeren Rundschnitt mit wachsender Länge des schubbewehrten Bereiches zügig abklingt. Dieser Zusammenhang ist auch quantitativ den berechneten Bruchlasten zu entnehmen, die in Bild 9.35 in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches für $e/c = 0 / 1,64 / 2,18$ aufgetragen sind. Bei der Platte ohne Schubbewehrung ($l_s/d = 0$) liegen die berechneten Bruchlasten bei $e/c = 1,64$ ($V_u = 400$ kN) und $e/c = 2,18$ ($V_u = 340$ kN) deutlich unter derjenigen ohne Momentenbeanspruchung ($V_u = 520$ kN). Bei einer Vergrößerung des schubbewehrten Bereiches nehmen die berechneten Bruchlasten bei $e/c = 1,64$ und $e/c = 2,18$ jedoch deutlich schneller zu als ohne Momentenbeanspruchung. Die Ursache hierfür ist die nachlassende Momenten-Querkraft-Interaktion mit wachsendem Abstand von der Stütze. Die Kurve für $e/c = 1,64$ erreicht diejenige ohne Momentenbeanspruchung bei einer bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches $l_s/d \approx 1,84$ ($V_u = 640$ kN), d. h. bei einer Ausmitte $e/c = 1,64$ ist die Momenten-Querkraft-Interaktion in der Berechnung ab $l_s/d \approx 1,84$ im wesentlichen abgeklungen.

Demgegenüber ist in diesem Rundschnitt die Bruchlast in der Berechnung mit $e/c = 2,18$ noch

etwas geringer ($V_u = 620$ kN) als ohne Momentenbeanspruchung ($V_u = 660$ kN), d. h. der Momenteneinfluss ist aufgrund der insgesamt höheren Momentenbeanspruchung noch nicht ganz entfallen. Erst ab $l_s/d = 2,63$ ergibt sich in der Berechnung auch für $e/c = 2,18$ dieselbe Bruchlast ($V_u = 740$ kN) wie ohne Momentenbeanspruchung. Die Berechnungen lassen somit das kontinuierliche Abklingen der Momenten-Querkraft-Interaktion im äußeren Rundschnitt in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d und der bezogenen Ausmitte e/c sichtbar werden.

Zum Vergleich sind in Bild 9.35 die rechnerischen Bruchlasten im äußeren Rundschnitt gemäß den bauaufsichtlichen Zulassungen für Doppelkopfbolzen (DIBt 1997-2) sowie DIN 1045-1 in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d mit eingetragen. Dabei wurden die Werte der Normen mit dem Lasterhöhungsfaktor $\beta = 1,4$ nach DIBt (1997-2) und DIN 1045-1 berechnet. Man erkennt, dass die rechnerischen Bruchlasten nach DIBt (1997-2) und DIN 1045-1 bei kurzen schubbewehrten Bereichen ($l_s/d \leq 0,5$) in der Größenordnung der berechneten Werte liegen. Bei einer Vergrößerung des schubbewehrten Bereiches nehmen die rechnerischen Bruchlasten der Normen jedoch deutlich langsamer zu als die berechneten Werte. Die Ursache hierfür ist, dass die Vorschriften die kontinuierliche Abnahme der Momenten-Querkraft-Interaktion im äußeren Rundschnitt nicht berücksichtigen, sondern einen konstanten Lasterhöhungsfaktor β ansetzen. Daher wird nachfolgend eine Interaktionsgleichung für den äußeren Rundschnitt von Randstützen abgeleitet.

l_s	[cm]	0	10	20	35	50	70
l_s/d	[-]	0	0,53	1,05	1,84	2,63	3,68
V_u ($e/c=0$)	[kN]	520	560	600	660	740	860
V_u ($e/c=1,64$)	[kN]	400	480	540	640	740	860
V_u ($e/c=2,18$)	[kN]	340	460	520	620	740	860
V_u ($e/c=4,36$)	[kN]	220	340	420 ¹⁾	500 ¹⁾	- ²⁾	- ²⁾

¹⁾ Versagen teilweise im stützennahen Bereich ²⁾ Versagen im stützennahen Bereich

Tabelle 9.6 Berechnete Bruchschnittgrößen der Finite-Elemente-Analyse

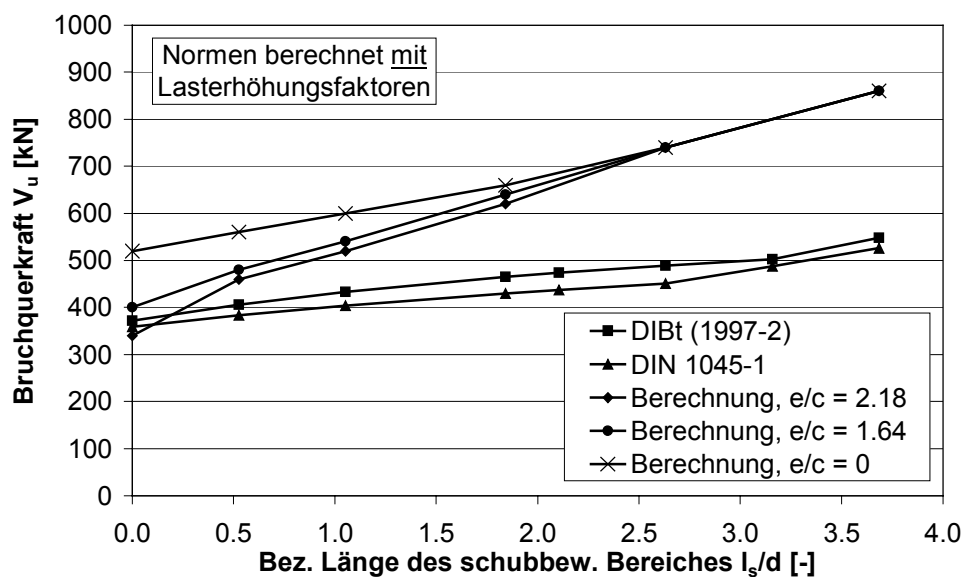


Bild 9.35 Vergleich der berechneten Bruchlasten mit DIBt (1997-2) und DIN 1045-1

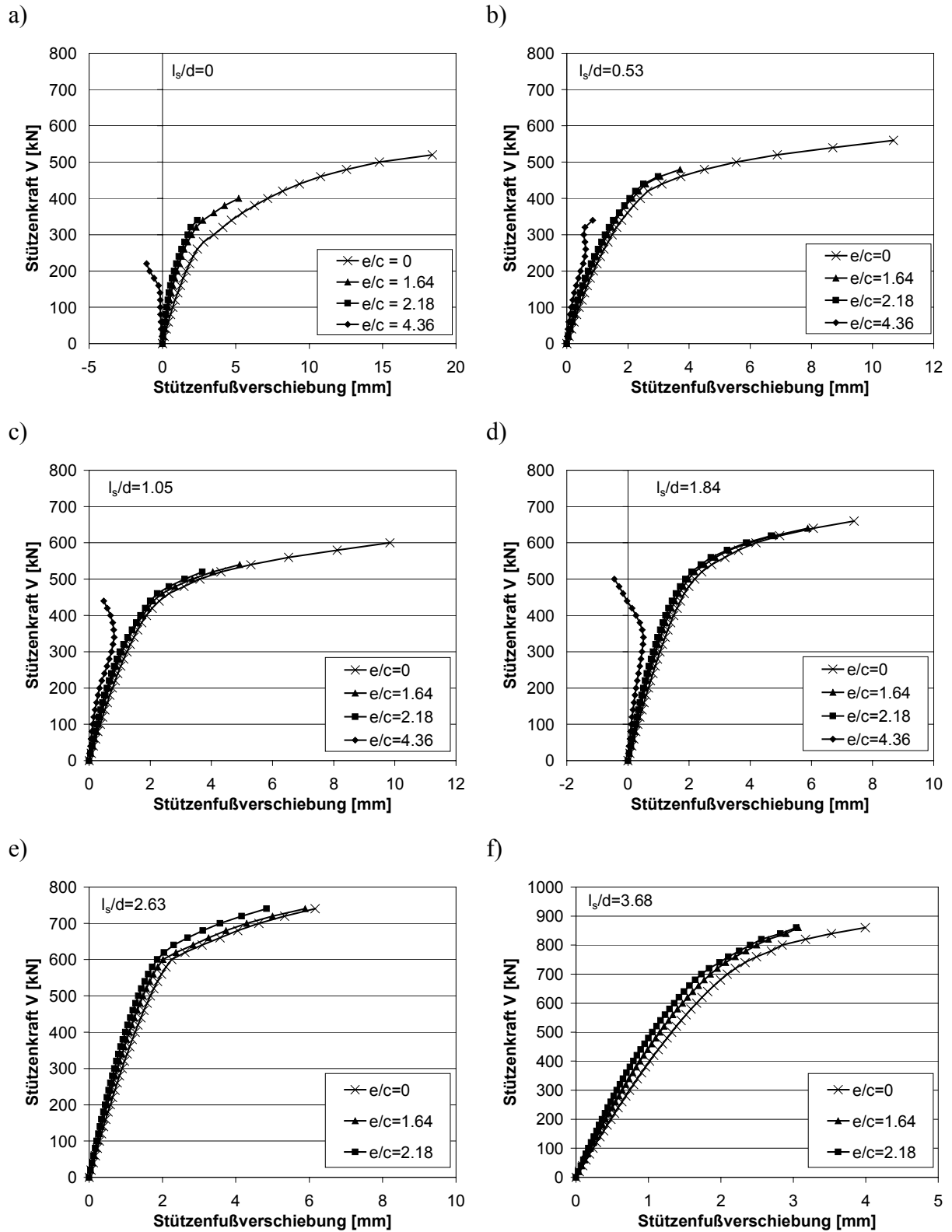


Bild 9.36 Berechnete Last-Verschiebungskurven bei unterschiedlichen schubbewehrten Bereichen $0 \leq l_s/d \leq 3,68$ und bezogenen Ausmitten $0 \leq e/c \leq 4,36$

9.2.5.2 Ableitung einer erweiterten Interaktionsgleichung

Um die unterschiedlichen Berechnungen besser miteinander vergleichen zu können, sind in Bild 9.37 die mit $\rho_l^{1/3}$ auf $\rho_l = 1,0 \%$ und mit $f_c^{1/3}$ auf $f_c = 25 \text{ MPa}$ normierten Bruchschubspannungen in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d aufgetragen. Bild 9.37a) zeigt die Berechnungsergebnisse in einem Rundschnitt im Abstand $1,5d$ vom Ende des schubbewehrten Bereiches. Die Kurve mit $e/c = 0$ dient als Referenzkurve für das Tragverhalten ohne Momenteneinfluss und zeigt den Übergang der Bruchschubspannungen vom Durchstanzen zum ebenen Plattenschub (vgl. Abschnitt 9.1). Der Einfluss der Momentenübertragung wird durch das Verhältnis der einzelnen Kurven zu derjenigen mit $e/c = 0$ ausgedrückt. Bei $l_s/d = 0$ (ohne Schubbewehrung) kann dieser am besten mit den in Abschnitt 8 abgeleiteten Gleichungen für die Momenten-Querkraft-Interaktion beschrieben werden. Bei großen schubbewehrten Bereichen liegen die Kurven aufeinander, d. h. der Momenteneinfluss ist abgeklungen. Dazwischen findet eine Annäherung der Kurven statt, welche die kontinuierliche Abnahme des Momenteneinflusses veranschaulicht. Prinzipiell dieselben Zusammenhänge können auch Bild 9.37b) für einen Rundschnitt im Abstand $0,5d$ vom Ende des schubbewehrten Bereiches entnommen werden.

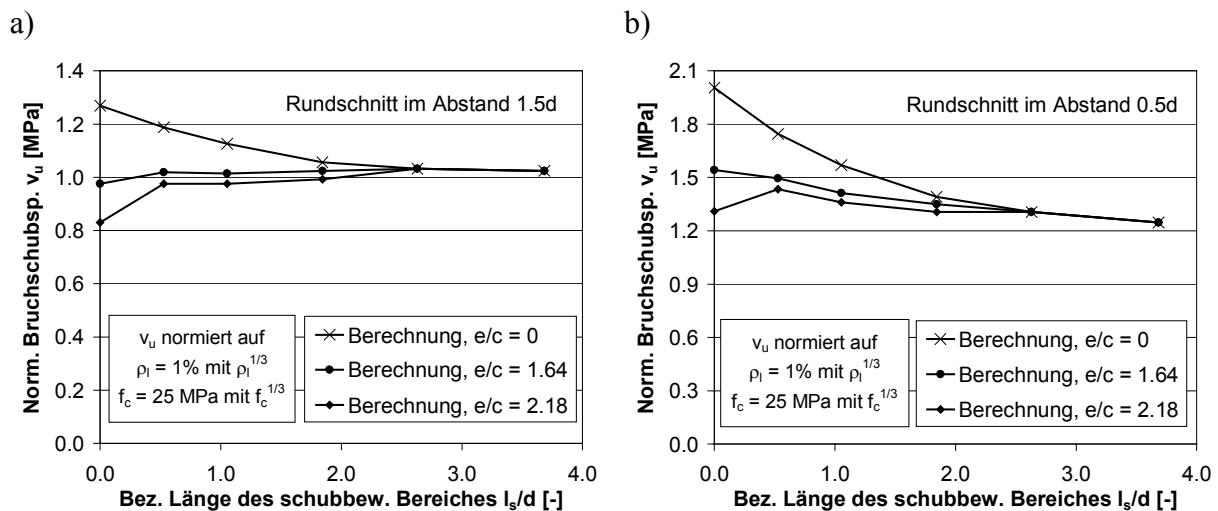


Bild 9.37 Vergleich der berechneten normierten Bruchschubspannungen: a) Rundschnitt im Abstand 1,5d, b) Rundschnitt im Abstand 0,5d

Die berechnete Abnahme der Momenten-Querkraft-Interaktion mit zunehmender Länge des schubbewehrten Bereiches kann näherungsweise durch den Interaktionsfaktor β gemäß (Gl. 9.8) beschrieben werden. Bild 9.38a) zeigt den Verlauf des Interaktionsfaktors β für die bezogenen Ausmitten $e/c = 1,64 / 2,18$, der ausgehend von dem Wert ohne Schubbewehrung β_0 (vgl. Abschnitt 8.2.3) mit l_s/d auf 1,0 abnimmt. Dabei wurde β_0 in Bild 9.38 entsprechend den Berechnungsergebnissen angesetzt, so dass die Kurven bei $l_s/d = 0$ jeweils zusammentreffen. Zum Vergleich sind in Bild 9.38a) die Berechnungsergebnisse für $e/c = 1,64 / 2,18$ mit eingetragen. Man erkennt, dass (Gl. 9.8) die Abnahme der Momenten-Querkraft-Interaktion mit wachsender Länge des schubbewehrten Bereiches für $e/c = 1,64$ sehr gut abbildet. Bei der größeren Ausmitte $e/c = 2,18$ sind die β -Werte im Bereich $0,5 \leq l_s/d \leq 2,0$ etwas größer als in den Berechnungen. Dies liegt jedoch auf der sicheren Seite. Insgesamt nimmt (Gl. 9.8) den in Bild 9.38b) dargestellten Verlauf der normierten Bruchschubspannungen (bezogen auf die Bruchschubspannungen bei $e/c = 0$) an. Danach liegen die Bruchschubspannungen bei Momenten-Querkraft-Interaktion ($e/c > 0$) und kurzen schubbewehrten Bereichen deutlich unterhalb der Werte bei reiner Querkraftbeanspruchung, bei langen schubbewehrten Bereichen sind

die Werte jedoch identisch, da der Momenteneinfluss abgeklungen ist. (Gl. 9.8) ist ebenso wie die Gleichungen für die Momenten-Querkraft-Interaktion ohne Schubbewehrung aus Abschnitt 8 für beliebige Rundschnitte anwendbar, da sie das Verhältnis der Schubtragfähigkeit bei unterschiedlichen Ausmitten *jeweils in demselben Rundschnitt* angibt.

$$V = \frac{V_0}{\beta}$$

mit:
$$\beta = \frac{\beta_0}{1 + 0,15l_s/d} \geq 1,0 \quad (\text{Gl. 9.8})$$

V_0 = aufnehmbare Querkraft ohne Momenteneinfluss

β_0 = Momenten-Querkraft-Interaktion ohne Schubbew. ($l_s/d = 0$)

$$= \sqrt[5]{1 + (e/1,25c)^5} \quad (\text{vgl. Abschnitt 8.2.2})$$

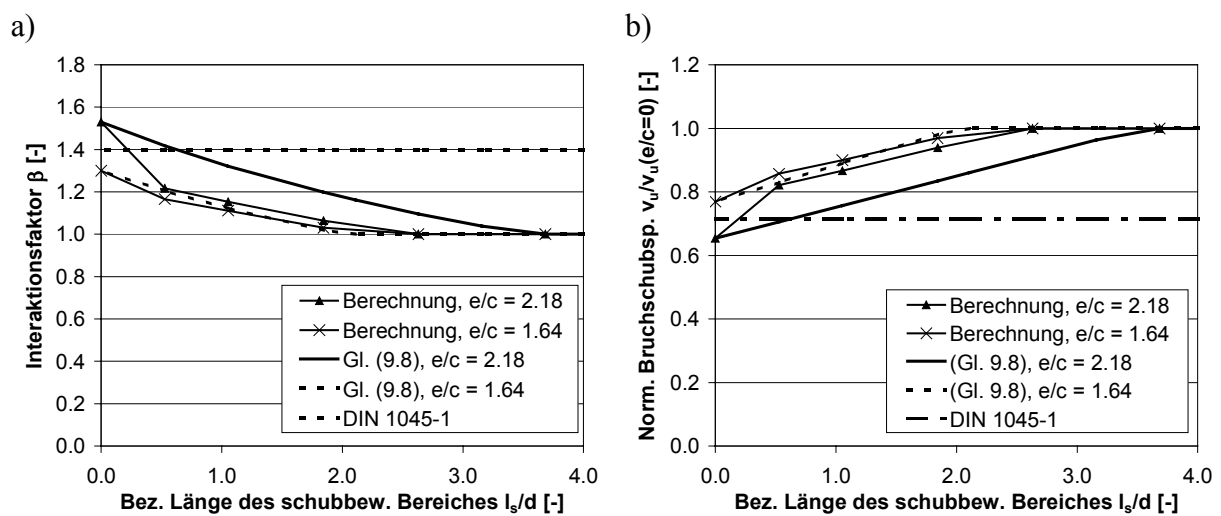


Bild 9.38 Einfluss der Momentenübertragung in Abhängigkeit von l_s/d : a) Interaktionsfaktor β , b) Normierte Bruchschubspannungen

10 Bemessungskonzept

Basierend auf den theoretischen, experimentellen und numerischen Untersuchungen dieser Arbeit wird nachfolgend ein Bemessungsansatz für das Durchstanzen im Bereich von Rand- und Eckstützen ohne und mit Schubbewehrung abgeleitet. Darüber hinaus wird der Bemessungsansatz mit den in den Versuchsdatenbanken (vgl. Abschnitt 3) enthaltenen Ergebnissen verglichen.

10.1 Zielsetzung und Grundansatz

Zielsetzung der vorliegenden Arbeit ist es, einen Bemessungsvorschlag für die Durchstanzlast von Rand- und Eckstützen ohne und mit Schubbewehrung unter Momenten-Querkraft-Interaktion zu entwickeln, der die Tragfähigkeit beim Durchstanzen – insbesondere auch außerhalb eines schubbewehrten Bereiches – wirklichkeitsnah beschreibt. Darüber hinaus soll der Ansatz jedoch auch nachvollziehbar und relativ einfach anwendbar sein, damit die Ergebnisse dieser Arbeit in nützlicher Weise Eingang in die Baupraxis finden.

Für die Beschreibung der Durchstanztragfähigkeit kommen insbesondere Stabwerkmodelle, Balkenanalogen, lineare oder vergleichbare Schubspannungsverteilungen, Interaktionsansätze und Rundschnittmodelle in Frage (vgl. Abschnitt 2.3). Stabwerkmodelle besitzen den Vorteil, dass sie anschaulich sind und den Kraftfluss innerhalb des Tragwerkes sichtbar werden lassen. Daher wurde in Abschnitt 8.2.1 ein vereinfachtes Stabwerkmodell vorgestellt, welches die Momenten-Querkraft-Übertragung im Bereich von Rand- und Eckstützen qualitativ beschreibt. Ein Stabwerkmodell, mit dem die Tragfähigkeit beliebiger Platten-Stützenverbindungen mit angemessener Genauigkeit quantifiziert werden kann, ist jedoch für Bemessungszwecke deutlich zu komplex. Darüber hinaus müsste das Stabwerkmodell zur Berücksichtigung besonderer Einflüsse (z. B. Maßstabeffekt) kalibriert werden.

Bemessungsverfahren mit linearen Schubspannungsverteilungen sind insbesondere in den USA und Kanada eingeführt. Diese Verfahren besitzen den Vorteil, dass sie dem Anwender die Zunahme der Schubbeanspruchung infolge Momentenübertragung anschaulich werden lassen. In Abschnitt 8.2.2.2 wurde jedoch gezeigt, dass es sich bei dem Ansatz einer linearen Schubspannungsverteilung letztlich um einen linearen Interaktionsansatz handelt, dessen Steigung von dem kalibrierten Momentenfaktor γ_v abhängig ist. Darüber hinaus ist zu berücksichtigen, dass das Verfahren nach ACI 318-99 bei allgemeinen Fällen, insbesondere wenn der Stützenschwerpunkt nicht dem Schwerpunkt des Rundschnitts entspricht (z. B. Rand- und Eckstützen), sehr kompliziert ist. Trotzdem wird im Vergleich zu der Versuchsdatenbank (vgl. Abschnitt 3) insbesondere im äußeren Rundschnitt nur eine mäßige Vorhersagegenauigkeit erreicht. Daher ist der hohe Aufwand bei Verwendung linearer Schubspannungsverteilungen insgesamt nicht gerechtfertigt.

Interaktionsansätze wie diejenigen von Herzog (1974) und Stamenkovic, Chapman (1972) besitzen den Vorteil, dass sie die Momenten-Querkraft-Interaktion in Abhängigkeit von der Beanspruchung angeben und mit beliebigen Grundansätzen für die reine Querkraft- und Momententragfähigkeit kombinierbar sind. So sind Balkenanalogen i. d. R. nichts anderes als ein Nachweismodell, bei dem der Biege-, Schub- und Torsionswiderstand von gedachten Balken durch eine Interaktionsbeziehung verknüpft wird (z. B. Stamenkovic, Chapman 1972).

Rundschnittmodelle wie DIN 1045-1, Model Code 90 oder BS 8110 haben sich für den Durchstanznachweis bei Innenstützen ohne Momentenübertragung als wirklichkeitsnah bei einfacher Anwendbarkeit erwiesen. Gemäß der sehr ausführlichen Untersuchung in Reineck (2001) ist die Vorhersagegenauigkeit dieser modernen Vorschriften im Vergleich mit einer umfangreichen Versuchsdatenbank deutlich besser als diejenige der besten theoretischen Modelle für das zentrische Durchstanzen.

Aufgrund der vorstehenden Überlegungen wird der Bemessungsansatz in der vorliegenden Arbeit durch eine *Kombination eines Rundschnittmodells mit einem Interaktionsansatz* zur Berücksichtigung der Momentenübertragung und der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches gebildet. Die Führung des Rundschnitts ist grundsätzlich ohne mechanische Bedeutung, sie steuert vielmehr den Einfluss der Stützenabmessungen auf die Durchstanzlast. In Abschnitt 7.1.3 wurde gezeigt, dass dieser Einfluss ohne weitere Maßnahmen für übliche quadratische bzw. runde Stützenabmessungen zutreffend beschrieben wird, wenn der Rundschnitt im Abstand $1,5d$ von der Stütze geführt wird. Daher wird diese Rundschnittführung für den Bemessungsansatz übernommen.

Weiterhin haben die Auswertung der theoretischen Modelle und Bemessungsnormen sowie die experimentellen und numerischen Untersuchungen in der vorliegenden Arbeit deutlich gemacht, dass beim Durchstanznachweis im Bereich von Rand- und Eckstützen folgende Einflussgrößen E_i bzw. Teilfunktionen $F(E_i)$ berücksichtigt werden müssen:

- Statische Höhe, Maßstabeffekt: $F(d, G_f)$
- Stützengeometrie: $F(c_x/c_y)$
- Längsbewehrungsgrad: $F(\rho_l)$
- Betoneigenschaften: $F(f_c, f_{ct}, G_f, E)$
- Bezogene Ausmitte der Beanspruchung: $F(e/c)$
- Bezogene Länge des schubbewehrten Bereiches: $F(l_s/d)$

Eine multiplikative Verknüpfung der Teilfunktionen $F(E_i)$ führt zu (Gl. 10.1), welche die aufnehmbare Schubspannung v_R in einem Rundschnitt um die Stütze in Abhängigkeit von den wesentlichen Bemessungsgrößen angibt. Der Einfluss der einzelnen Parameter wurde in der vorliegenden Arbeit analysiert und wird nachfolgend zusammengefasst.

$$v_R = C \cdot F(d, G_f) \cdot F(c_x, c_y) \cdot F(\rho_l) \cdot F(f_c, f_{ct}, G_f, E) \cdot F(e/c) \cdot F(l_s/d) \quad (\text{Gl. 10.1})$$

10.2 Ableitung der Gleichung für die mittlere Durchstanzlast

Die Teilfunktionen der Bemessungsgleichung (Gl. 10.1) lassen sich anhand der Untersuchungen der vorliegenden Arbeit quantifizieren. Der Einfluss der statischen Höhe d bzw. des Maßstabeffektes, des Längsbewehrungsgrades und der Betoneigenschaften wurde bei der Auswertung der Versuchsdatenbank (Abschnitt 3.3) sowie im Rahmen der numerische Parameterstudie (Abschnitt 7.3.3) untersucht. Dabei konnte festgestellt werden, dass der Einfluss dieser Parameter durch die Ansätze von Model Code 90 bzw. DIN 1045-1 mit angemessener Genauigkeit beschrieben werden. Darüber hinaus ist das Verbesserungspotenzial durch eine Veränderung dieser Parametereinflüsse marginal und täuscht eine Genauigkeit vor, die in Wirklichkeit nicht vorhanden ist.

Basierend auf einer ausführlichen theoretischen und numerischen Analyse wurde in Abschnitt 8.2 der Einfluss der bezogenen Ausmitte e/c auf das Tragverhalten von Platten ohne Schubbewehrung quantifiziert. Zur Beschreibung der Momenten-Querkraft-Interaktion wurden für Rand- und Eckstützen Interaktionsfaktoren β_0 gemäß Tabelle 10.1 abgeleitet, welche die Abnahme der Schubtragfähigkeit mit zunehmender bezogener Ausmitte e/c definieren. Der Vergleich der Interaktionsfaktoren β_0 mit den Ergebnissen der Versuche in der Versuchsdatenbank (vgl. Abschnitt 8.2.4) zeigte eine gute Übereinstimmung. Darüber hinaus wurde in Abschnitt 8.3 der Einfluss der Stützenabmessungen auf die Momenten-Querkraft-Interaktion theoretisch und numerisch untersucht. Als Ergebnis wurde ein Beiwert α definiert, der die Abnahme der Durchstanztragfähigkeit mit zunehmender Stützenschlankheit c_x/c_y beschreibt. Dieser ist ebenfalls in Tabelle 10.1 angegeben.

In Abschnitt 9.1 wurde der Übergang der Schubtragfähigkeit im äußeren Rundschnitt bei Flachdecken mit Schubbewehrung vom Durchstanzen zum ebenen Plattenschub durch theoretische und numerische Untersuchungen quantifiziert. Daraus ergaben sich Übergangsfaktoren κ_a gemäß Tabelle 10.1, welche die Abnahme der Schubtragfähigkeit mit zunehmender bezogener Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d beschreiben. Darüber hinaus ermöglichte die Analyse eine Anbindung des Traglastniveaus beim Durchstanzen ohne Schubbewehrung an dasjenige beim Schubversagen von einachsig gespannten Platten. Auf diese Weise müssen die Vorfaktoren C bzw. C_0 gemäß Tabelle 10.1 nicht alleine aus einer statistischen Auswertung gewonnen werden, sondern können so festgelegt werden, dass die Schubspannungsniveaus von einachsig gespannten Platten sowie von Flachdecken im Bereich der Innen-, Rand- und Eckstützen in einem wirklichkeitsnahen Verhältnis zueinander stehen. Der Vergleich der Übergangsfaktoren κ_a mit der Versuchsdatenbank (vgl. Abschnitt 9.1.5) zeigte eine zufriedenstellende Übereinstimmung.

Darauf aufbauend wurde in Abschnitt 9.2 die Momenten-Querkraft-Interaktion im äußeren Rundschnitt von Flachdecken mit Schubbewehrung durch theoretische und numerische Untersuchungen analysiert und es wurden erweiterte Interaktionsfaktoren β gemäß Tabelle 10.1 abgeleitet. Diese beschreiben das Abklingen der Momenten-Querkraft-Interaktion im äußeren Rundschnitt mit wachsender bezogener Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d . Ein erneuter Vergleich der erweiterten Interaktionsfaktoren β mit der Versuchsdatenbank (vgl. Abschnitt 10.3.3) sichert das theoretisch und numerisch gefundene Ergebnis ab.

Durch Einsetzen der beschriebenen Teilfunktionen in (Gl. 10.1) ergibt sich (Gl. 10.3) als Mittelwert der aufnehmbaren Schubspannung $v_{Rm,ct}$ im kritischen Rundschnitt. (Gl. 10.3) ist für den inneren Rundschnitt von Innen-, Rand- und Eckstützen ohne Schubbewehrung sowie den äußeren Rundschnitt von Innen-, Rand- und Eckstützen mit Schubbewehrung für beliebige Momenten-Querkraftverhältnisse und bezogene Längen des schubbewehrten Bereiches anwendbar. Es steht somit ein einheitliches Berechnungsmodell zur Verfügung, welches die Besonderheiten der unterschiedlichen Tragwerksbereiche wirklichkeitsnah berücksichtigt.

Darüber zeigt der Vergleich mit Versuchsergebnissen (vgl. Abschnitt 10.3), dass die Vorhersagegenauigkeit, ausgedrückt durch den Variationskoeffizienten der Quotienten $V_{u,test}/V_{Rm,ct}$, gegenüber DIN 1045-1 um ca. 47 % auf $\delta \approx 0,18$ (Randstützen) bzw. um 37 % auf $\delta \approx 0,22$ (Eckstützen) verbessert wird.

$$V_{Rm,ct} = v_{Rm,ct} \cdot d \cdot u \quad (\text{Gl. 10.2})$$

$$v_{Rm,ct} = C \cdot \kappa \cdot (\rho_l \cdot f_c)^{1/3} \cdot \frac{\kappa_a}{\beta \cdot \alpha} \quad (\text{Gl. 10.3})$$

- mit:
- $V_{Rm,ct}$ = Mittelwert der aufnehmbaren Querkraft
 - u = Rundschnitt im Abstand $1,5d$ von der Stütze
 - $v_{Rm,ct}$ = Mittelwert der aufnehmbaren Schubspannung
 - C = Vorfaktor zu Definition des Traglastniveaus (aus Versuchsergebnissen oder theoretischen Analysen zu bestimmen)
 - κ = Maßstabsfaktor = $1 + \sqrt{200/d} \leq 2,0$
 - κ_a = Faktor nach Tabelle 10.1 zur Beschreibung des Übergangs vom Durchstanzen zum ebenen Plattenschub
 - β = Faktor nach Tabelle 10.1 zur Beschreibung der Momenten-Querkraft-Interaktion
 - α = Faktor nach Tabelle 10.1 zur Berücksichtigung der Stützeengeometrie

Übrige Größen gemäß Abschnitt „Definitionen und Bezeichnungen“

	Eckstützen	Randstützen	Innenstützen
C	zu bestimmen		
κ_a	$\frac{1}{1+0,15l_s/d} \geq \frac{C_0}{C}$ mit $C_0 =$ Vorfaktor bei ebenem Plattenschub		
β	$\frac{\beta_0}{1+0,20l_s/d} \geq 1,0$	$\frac{\beta_0}{1+0,15l_s/d} \geq 1,0$	1,05 (DIN 1045-1)
β_0	$\sqrt[5]{1+(e/1,09c)^5}$	$\sqrt[5]{1+(e/1,25c)^5}$	1,05 (DIN 1045-1)
α	$(c_x/c_y)^{0,15e/c}$	$(c_x/c_y)^{0,15e/c}$	-

Tabelle 10.1 Bemessungsgrößen zu (Gl. 10.3)

10.3 Vergleich der Berechnungsgleichung mit Versuchsergebnissen

Zur Bestimmung des Vorfaktors C und zur Beurteilung der vorgeschlagenen Gleichung (Gl. 10.2) zur Berechnung der mittleren Durchstanzlast werden nachfolgend die in der Versuchsdatenbank (vgl. Abschnitt 3) enthaltenen Ergebnisse mit den rechnerischen Bruchlasten $V_{Rm,ct}$ gemäß (Gl. 10.2) für Rand- und Eckstützen ohne und mit Schubbewehrung verglichen.

10.3.1 Platten ohne Schubbewehrung - Mittelwertniveau

Die Bilder 10.1 und 10.2 zeigen einen Vergleich der mittleren rechnerischen Bruchlasten $V_{Rm,ct}$ gemäß (Gl. 10.2) mit den in der Datenbank enthaltenen experimentellen Durchstanzlasten $V_{u,test}$ für Rand- und Eckstützen ohne Schubbewehrung unter Berücksichtigung wesentlicher Einflussgrößen. Die Vorfaktoren C in (Gl. 10.2) wurden zu $C = 0,266$ (Eckstützen) bzw. $C = 0,218$ (Randstützen) festgelegt, so dass die Quotienten $V_{u,test}/V_{Rm,ct}$ im Mittel 1,0 betragen. Dabei fällt zunächst auf, dass der anhand der Versuche abgeleitete Vorfaktor C, d. h. die mittlere aufnehmbare Schubspannung, bei Eckstützen höher ist als bei Randstützen. Dies scheint dem theoretisch erwarteten Zusammenhang aus Abschnitt 9.1.5, wonach die Schubfestigkeit bei Eckstützen aufgrund des weniger ausgeprägten ringförmigen Spannungszustandes geringer ist als diejenige von Randstützen, zu widersprechen. Dieses theoretische Ergebnis wird jedoch von zwei weiteren Einflussgrößen überlagert. Einerseits ist bei Eckstützen regelmäßig eine enge Verbügelung des freien Plattenrandes vorhanden, die im Verhältnis zur Bruchfläche stärker ist als bei Randstützen. Die Durchstanzversuche der vorliegenden Arbeit haben gezeigt, dass diese Randbügel bei Eckstützen auch aktiviert werden, und somit als versteckte Schubbewehrung wirken (Abschnitt 5.4.1.4, Bild 5.16), was die Durchstanztragfähigkeit günstig beeinflusst und in den theoretischen Überlegungen nicht erfasst wird. Andererseits ist zu bedenken, dass die Rundschnittlänge bei Eckstützen im Verhältnis zu Randstützen relativ gering ist. So beträgt diese beispielsweise unter der realistischen Annahme $c_{st} = d$ lediglich 56,5 % der Rundschnittlänge von Randstützen. Insgesamt führen diese beiden Einflüsse zu dem relativ hohen Vorfaktor $C = 0,266$ bei Eckstützen.

In den Bildern 10.1a) und 10.2a) ist jeweils eine direkte Gegenüberstellung der berechneten und experimentellen Bruchlasten aufgetragen. Man erkennt, dass die Diagrammpunkte sowohl bei Eckstützen als auch bei Randstützen im gesamten Lastbereich ein Streuband um die Winkelhalbierende bilden. Dies bedeutet, dass (Gl. 10.2) den Mittelwert der Versuchsergebnisse für geringe Lastniveaus ebenso wie für hohe Lastniveaus wirklichkeitsnah vorhersagt.

Dabei ist der Variationskoeffizient der Vergleichswerte bei Randstützen mit $\delta \approx 0,18$ noch etwas geringer als bei Eckstützen mit $\delta \approx 0,22$.

Um die Modellierung der wichtigsten Einflussgrößen in (Gl. 10.2) zu überprüfen, sind in den Bildern 10.1b) bis 10.1e) und 10.2b) bis 10.2e) die Quotienten $V_{u,\text{test}}/V_{Rm,ct}$ in Abhängigkeit von der bezogenen Ausmitte e/c , dem Bewehrungsgrad ρ_l , der Betondruckfestigkeit f_c und der statischen Höhe d dargestellt. Die Berücksichtigung eines bestimmten Parameters durch (Gl. 10.2) ist zutreffend, wenn die Vergleichswerte $V_{u,\text{test}}/V_{Rm,ct}$ im gesamten Wertebereich des Parameters einen näherungsweise konstanten Mittelwert 1,0 aufweisen. Man erkennt in den Diagrammen, dass diese Bedingung bei Bemessung mit (Gl. 10.2) im wesentlichen erfüllt wird. Im Unterschied zu den Bemessungsnormen (vgl. Abschnitt 3.3) wird insbesondere der Einfluss der bezogenen Ausmitte e/c auf das Tragverhalten durch (Gl. 10.2) zutreffend vorhergesagt, wie die horizontalen Streubänder in den Bildern 10.1b) und 10.2b) verdeutlichen. Gleiches gilt bei Randstützen auch für die übrigen Parameter. Lediglich bei Eckstützen ist in Bild 10.1d) eine geringfügige Abnahme der Werte $V_{u,\text{test}}/V_{Rm,ct}$ mit anwachsender Betondruckfestigkeit f_c zu verzeichnen. Dies deutet darauf hin, dass der Ansatz $f_c^{1/3}$ den Einfluss der Betondruckfestigkeit auf die Tragfähigkeit bei Eckstützen etwas überschätzt. Im Bereich normalfester Betone bis $f_c = 55$ MPa ist diese Abweichung vernachlässigbar. Allerdings sollte (Gl. 10.2) nicht ohne weitere Untersuchungen auf höherfeste Betone mit $f_c > 55$ MPa extrapoliert werden.

Weiterhin fällt bei Eckstützen auf (Bild 10.1), dass die Versuche nach Ingvarsson (1977) zwar eine sehr geringe Streubreite aufweisen, jedoch im Mittel (Mittelwert 1,54) deutlich oberhalb der übrigen Versuchsergebnisse (Mittelwert 1,00) liegen. Dies ist vermutlich auf die sehr geringe Stützweite $l = 2,0$ m der Versuche an Deckenfeldern mit vier Eckstützen zurückzuführen, die einer Deckenschlankheit $l/h = 16,7$ entsprach. Trotz der sehr geringen Streuung der Versuche nach Ingvarsson - der Variationskoeffizient der Quotienten $V_{u,\text{test}}/V_{Rm,ct}$ gemäß (Gl. 10.2) beträgt 6,4 % - werden diese Versuche bei der weiteren Auswertung nicht berücksichtigt, da sie die tatsächliche Durchstantragfähigkeit überschätzen.

In Tabelle 10.2 sind die mit Hilfe der Datenbank berechneten Mittelwerte und Variationskoeffizienten der Quotienten $V_{u,\text{test}}/V_{Rm,ct}$ gemäß (Gl. 10.2) für Rand- und Eckstützen zusammengestellt. Zum Vergleich sind in Tabelle 10.2 auch die entsprechenden Größen bei Verwendung von DIN 1045-1 und Model Code 90 angegeben. Dabei wurde die rechnerische Bruchlast der Normen $V_{Rm,ct}$ als 1,5-facher Bemessungswert $V_{Rd,ct}$ angesetzt.

Maßgebend für die Vorhersagengenauigkeit eines Bemessungsansatzes ist ein geringer Variationskoeffizient der Quotienten $V_{u,\text{test}}/V_{Rm,ct}$. Dieser beträgt bei Verwendung von (Gl. 10.2) für Eckstützen 0,22 und für Randstützen 0,18 und ist somit deutlich geringer als bei Verwendung von DIN 1045-1 und Model Code 90. Darüber hinaus ergeben sich bei Verwendung von (Gl. 10.2) im Unterschied zu DIN 1045-1 und Model Code 90 für Deckensysteme und Ausschnittversuche sowie für Ober- und Zwischengeschossdecken einheitliche Variationskoeffizienten.

(Gl. 10.2) unterscheidet sich von DIN 1045-1 durch den Vorfaktor C sowie die Beiwerte β und α zur Berücksichtigung der Momenten-Querkraft-Interaktion und der Stützengeometrie. Diese Optimierungen in (Gl. 10.2) führen zu einer Verbesserung der Vorhersagengenauigkeit bzw. zu einer Reduktion der Streuung gegenüber DIN 1045-1 um 37% (Eckstützen) bzw. 47% (Randstützen). Insgesamt entspricht die Vorhersagengenauigkeit von (Gl. 10.2) etwa derjenigen der derzeit leistungsfähigsten Bemessungsansätze für das Durchstanzen bei Innenstützen, bei denen die Variationskoeffizienten der Werte $V_{u,\text{test}}/V_{u,\text{calc}}$ ca. 0,18 betragen (Reineck 2001). Auf die Mittel- und Fraktilwerte wird bei der nachfolgenden Betrachtung des Bemessungsniveaus (Abschnitt 10.3.2) eingegangen.

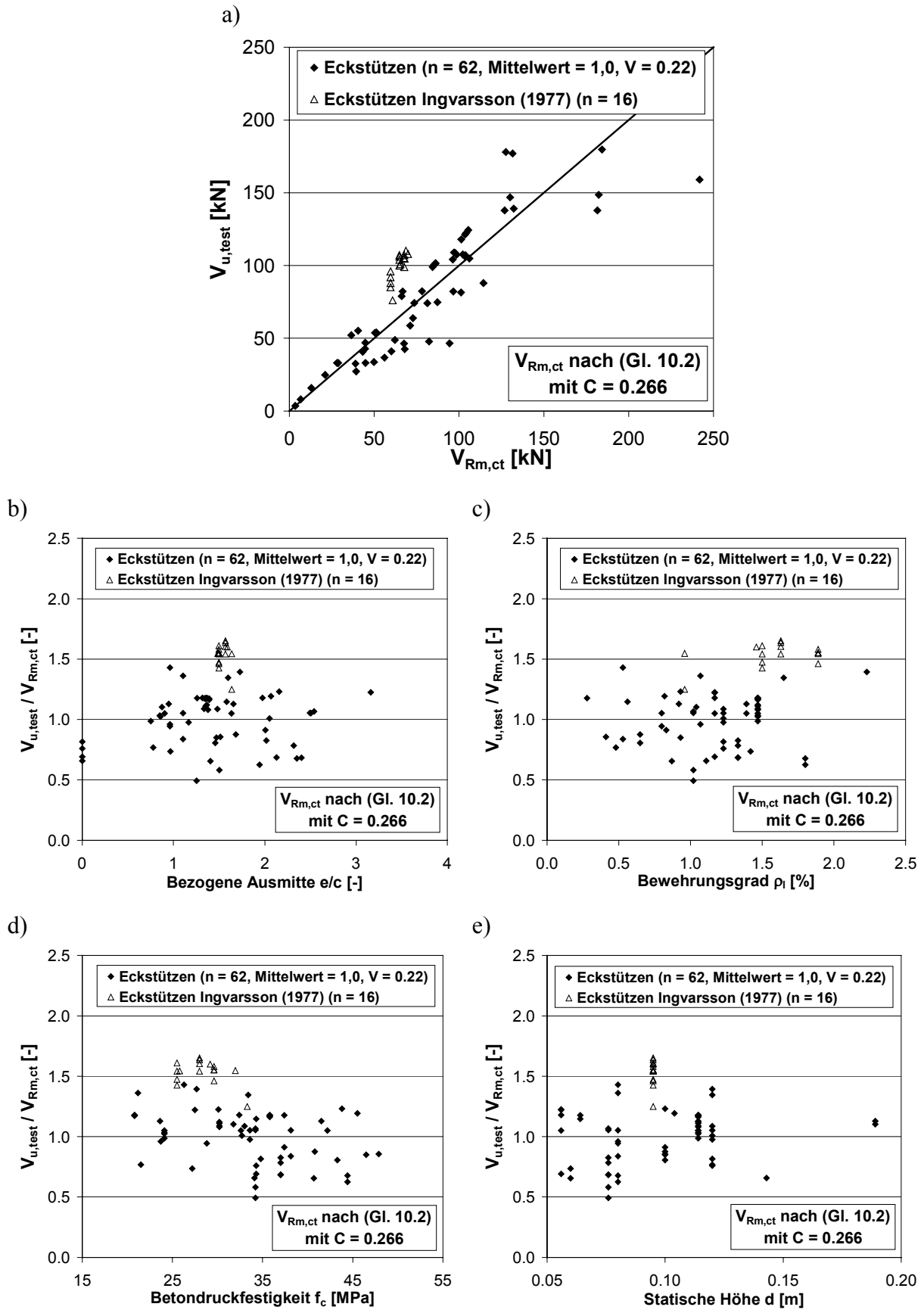


Bild 10.1 Vergleich des Bemessungsansatzes (Gl. 10.2) mit der Datenbank Eckstützen

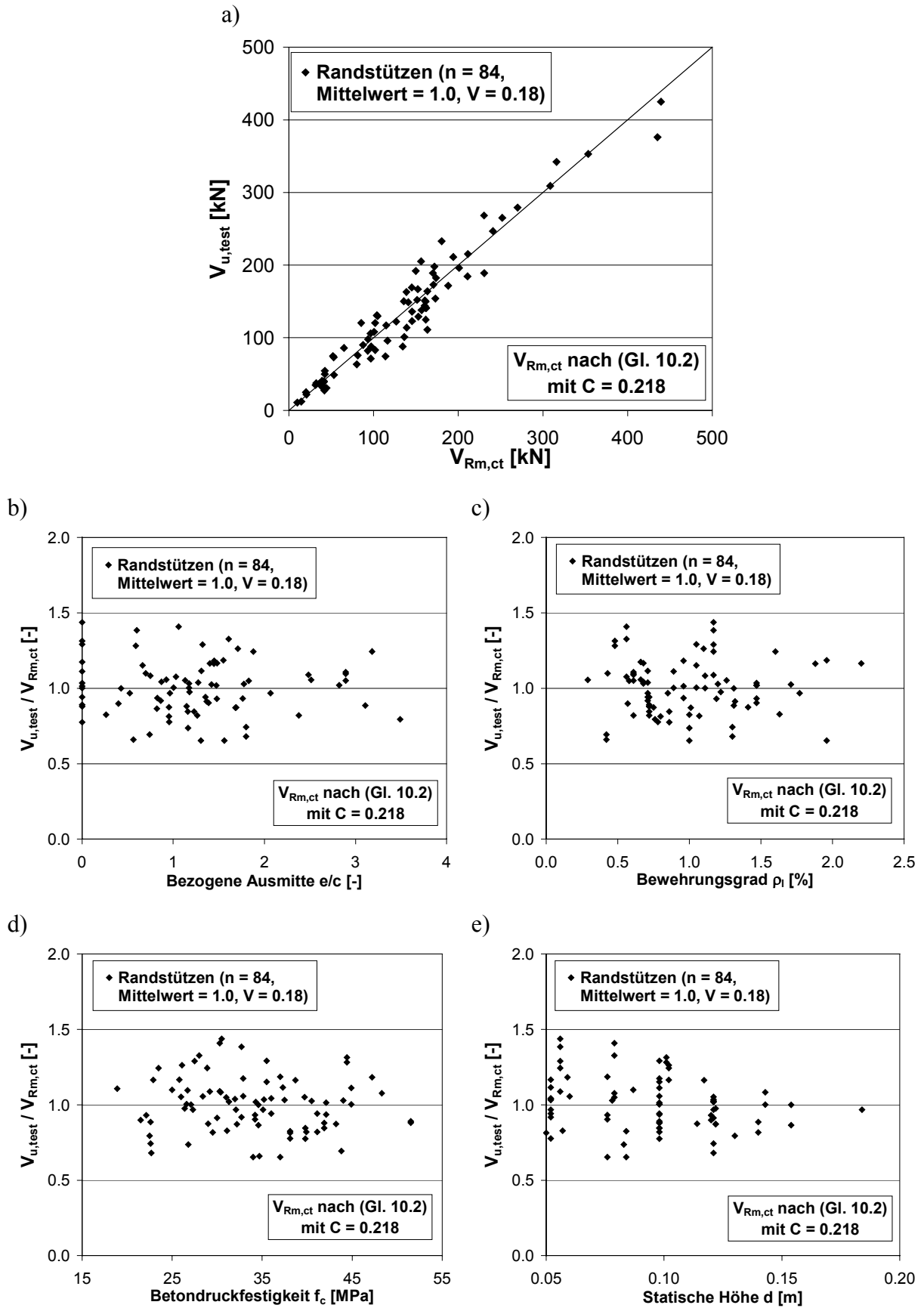


Bild 10.2 Vergleich des Bemessungsansatzes (Gl. 10.2) mit der Datenbank Randstützen

		$V_{u, \text{test}}/V_{Rm, ct}$					
		Eckstützen ¹⁾ (n = 62)			Randstützen (n = 84)		
		(Gl. 10.2) C = 0,266	Model Code 90 ²⁾	DIN 1045-1 ²⁾	(Gl. 10.2) C = 0,218	Model Code 90 ²⁾	DIN 1045-1 ²⁾
Mittelwert		1,00	1,05	1,33	1,00	1,42	1,21
Variations- koeffizient	Gesamt	0,22	0,32	0,35	0,18	0,26	0,34
	Deckensystem	0,22	0,27	0,32	0,19	0,24	0,20
	Ausschnitt	0,21	0,44	0,40	0,17	0,27	0,39
	Obergeschoss	0,23	0,28	0,32	0,19	0,27	0,35
	Zwischeng.	0,19	0,37	0,33	0,18	0,25	0,34

¹⁾ ohne Ingvarsson (1977), Erläuterung siehe Text

²⁾ $V_{Rm, ct} = 1,5 \cdot V_{Rd, ct}$

Tabelle 10.2 Vergleich der Bemessungsansätze mit der Versuchsdatenbank

10.3.2 Platten ohne Schubbewehrung – Ableitung des Bemessungsniveaus

(Gl. 10.2) ist bereits grundsätzlich für die Bemessung von Flachdecken gegenüber Durchstanzen geeignet, allerdings muss die mittlere rechnerische Bruchlast $V_{Rm, ct}$ in einen Bemessungswert umgerechnet werden. Diese Umrechnung erfolgt in Abhängigkeit von dem zugrunde gelegten Sicherheitskonzept. Bisher wurde in DIN 1045 bei spröden Versagensarten, wie z. B. Durchstanzen oder Betondruckversagen, eine „globale Bruchsicherheit“ $\gamma = 2,1$ zwischen der „zulässigen Last“ und der 5%-Fraktile der Versuchswerte gefordert. Moderne Bemessungsnormen wie Eurocode 2 oder DIN 1045-1 wenden ein Sicherheitskonzept mit getrennten Teilsicherheitsbeiwerten für die Widerstands- und Einwirkungsseite an, das in Eurocode 1 für den konstruktiven Ingenieurbau allgemein definiert ist. In diesem Konzept muss bei Betonversagen ein Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_c = 1,5$ zwischen dem Bemessungswert des Tragwiderstandes V_{Rd} und dem charakteristischen Tragwiderstand V_{Rk} eingehalten werden. Dabei entspricht der charakteristischen Tragwiderstand V_{Rk} wiederum der 5%-Fraktile der Versuchswerte bzw. der 5%-Fraktile der Verteilungsfunktion des tatsächlichen Tragwiderstandes R .

Hintergrund dieser Festlegungen ist die grundsätzliche Forderung, dass die rechnerische Versagenswahrscheinlichkeit p_f , d. h. die Wahrscheinlichkeit, dass die Einwirkung S größer ist als der Tragwiderstand R , einen bestimmten Wert nicht überschreitet. So ist in Eurocode 1, Tabelle A.2 für den Grenzzustand der Tragfähigkeit und die vorgesehene Nutzungsdauer ein Zuverlässigkeitsindex $\beta = 3,8$ angegeben, was einer rechnerischen Versagenswahrscheinlichkeit $p_f = \Phi(\beta) \approx 7,2 \cdot 10^{-5}$ entspricht (Φ = Verteilungsfunktion der Normalverteilung). Entsprechend diesen Ausführungen sind in Eurocode 1, Anhang D.3.2 zwei Verfahren für die praktische Ableitung des Bemessungsniveaus aus den Ergebnissen von Bauteilversuchen angegeben:

- Festlegung des Bemessungsniveaus über den charakteristischen Wert;
- Direkte Abschätzung des Bemessungswertes („Level-2-Verfahren“).

Nachfolgend werden beide Verfahren zur Ableitung des Bemessungsniveaus, d. h. eines geeigneten Vorfaktors C_{Rd} für (Gl. 10.3) anhand der Versuchsdatenbank angewendet und miteinander verglichen. Dabei werden zur Berücksichtigung praxisnaher Randbedingungen gegenüber Abschnitt 10.2 noch folgende Modifikationen vorgenommen:

- Bei der statistischen Auswertung werden nur Versuchsergebnisse mit einer statischen Höhe $d \geq 80$ mm berücksichtigt. Dies führt dazu, dass die Variationskoeffizienten der Ver-

gleichswerte $V_{u,\text{test}}/V_{Rm,ct}$ geringer sind als in Tabelle 10.2 und nur noch $\delta \approx 0,179$ (Eckstützen) bzw. $\delta \approx 0,160$ (Randstützen) betragen.

- Für Rand- und Eckstützen wird eine einheitliche Bemessungsgleichung verwendet, d. h. für den Tragwiderstand wird in (Gl. 10.3) ein einheitlicher Interaktionsfaktor $\beta_0 = \sqrt[5]{1 + (e/1,25c)^5}$ angesetzt.
- In der Bemessungsgleichung steht anstelle der mittleren Betondruckfestigkeit f_c die charakteristische Betondruckfestigkeit $f_{ck} = f_c - 8$ MPa (Model Code 90).

10.3.2.1 Verfahren a): Festlegung über den charakteristischen Wert

Bei diesem Verfahren wird der Bemessungswert nach (Gl. 10.4) bestimmt, indem der charakteristische Widerstand als 5%-Fraktile der Versuchswerte berechnet und durch einen Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_c = 1,5$ (Betonversagen) dividiert wird.

Die Ableitung eines geeigneten Vorfaktors C_{Rd} für (Gl. 10.3) nach diesem Verfahren ist in Tabelle 10.3 angegeben. Zunächst werden die Vorfaktoren C_{Rm} (Mittelwertniveau) so bestimmt, dass die Vergleichswerte $V_{u,\text{test}}/V_{Rm,ct}$ im Mittel 1,0 betragen. Aus dem mittleren Vorfaktor C_{Rm} und dem Variationskoeffizienten δ der Vergleichswerte $V_{u,\text{test}}/V_{Rm,ct}$ ergibt sich der Vorfaktor auf charakteristischem Niveau (5%-Fraktile) zu $C_{Rk} = C_{Rm} \cdot (1 - 1,64 \cdot \delta)$. Dabei wird angenommen, dass Mittelwert und Standardabweichung der Versuche denjenigen der Grundgesamtheit entsprechen (hohe Anzahl an Versuchen). Durch Division mit $\gamma_c = 1,5$ erhält man schließlich die Vorfaktoren auf Bemessungsniveau $C_{Rd} \approx 0,12$ (Eckstützen) und $C_{Rd} \approx 0,105$ (Randstützen).

$$V_{Rd,ct} = \frac{V_{Rm,ct} \cdot (1 - k_n \cdot \delta)}{\gamma_c} \quad (\text{Gl. 10.4})$$

- mit:
- $V_{Rd,ct}$ = Bemessungswert der aufnehmbaren Schubspannung
 - $V_{Rm,ct}$ = Mittelwert der aufnehmbaren Schubspannung
 - k_n = Faktor zu Bestimmung der 5%-Fraktile
= 1,64 für eine sehr hohe Anzahl an Versuchsergebnissen
 - δ = Variationskoeffizient der Vergleichswerte $V_{u,\text{test}}/V_{Rm,ct}$
 - γ_c = Teilsicherheitsbeiwert = 1,5 (Betonversagen)

	Eckstützen	Randstützen
Vorfaktor Mittelwertniveau C_{Rm}	0,254	0,214
Variationskoeffizient δ der Vergleichswerte $V_{u,\text{test}}/V_{Rm,ct}$	0,179	0,160
Vorfaktor charakteristisches Niveau $C_{Rk} = C_{Rm} \cdot (1 - 1,64 \cdot \delta)$ (5%-Fraktile)	0,179	0,158
Vorfaktor Bemessungsniveau $C_{Rd} = C_{Rk}/1,5$	0,120	0,105

Tabelle 10.3 Ableitung des Bemessungsniveaus über den charakteristischen Wert

10.3.2.2 Verfahren b): Direkte Abschätzung des Bemessungswertes (Level-2)

Bei dem sogenannten Level-2-Verfahren wird der Bemessungswert V_{Rd} gemäß (Gl. 10.5) direkt aus dem Mittelwert der Versuchsergebnisse V_{Rm} unter Berücksichtigung des Variationskoeffizienten δ der Vergleichswerte $V_{u,\text{test}}/V_{Rm}$ sowie der angestrebten Versagenswahr-

scheinlichkeit (ausgedrückt durch den Sicherheitsindex β) bestimmt.

Das Verfahren wurde von Walraven (2000) zur Ableitung des Bemessungsniveaus beim Durchstanzen von Innenstützen für den Entwurf der Neuausgabe von Eurocode 2 (2000) verwendet und erläutert. Walraven (2000) führt aus, dass sich ein übermäßig konservatives Bemessungsniveau ergebe, wenn man V_{Rd} nach dem Verfahren a) über den charakteristischen Widerstand bestimmt. Als Begründung gibt Walraven an, dass die Betondruckfestigkeit f_c zwar der dominierende Parameter hinsichtlich der Streuung der Versuchsergebnisse sei, jedoch die Durchstanztragfähigkeit nicht linear proportional von f_c abhängt. Vielmehr wachse die Tragfähigkeit mit $f_c^{1/3}$ an, so dass ein Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_c = 1,5$ für die Materialeigenschaften überhöht sei. Daher wendet Walraven das sogenannte Level-2-Verfahren gemäß (Gl. 10.5) an. Weitere Ausführungen zu dem Verfahren sind in Taerwe (1993) und König, Fischer (1995) zu finden. Darüber hinaus wurde das Level-2-Verfahren zuletzt auch in Deutschland verwendet, um das Bemessungsniveau beim zentrischen Durchstanzen für die neue DIN 1045-1 aus Versuchsergebnissen abzuleiten.

$$V_{Rd,ct} = V_{Rm,ct} \cdot (1 - \alpha_R \cdot \beta \cdot \delta) \quad (\text{Gl. 10.5})$$

mit:

- $V_{Rd,ct}$ = Bemessungswert der aufnehmbaren Schubspannung
- $V_{Rm,ct}$ = Mittelwert der aufnehmbaren Schubspannung (Gl. 10.3)
- α_R = Sensitivitätsfaktor für v_R , üblicherweise zu 0,8 angenommen (Dominanz eines Hauptparameters)
- β = angestrebter Sicherheitsindex, hier: $\beta = 3,8$ ($p_f \approx 7,2 \cdot 10^{-5}$)
- δ = Variationskoeffizient der Vergleichswerte $V_{u,test}/V_{Rm,ct}$

Die Bestimmung des Vorfaktors C_{Rd} (Bemessungsniveau) für (Gl. 10.3) mit Hilfe des Level-2-Verfahrens gemäß (Gl. 10.5) ist in Tabelle 10.4 zusammengestellt. Zunächst werden die Vorfaktoren C_{Rm} (Mittelwertniveau) so bestimmt, dass die Vergleichswerte $V_{u,test}/V_{Rm,ct}$ im Mittel 1,0 betragen. Daraus errechnen sich mit (Gl. 10.5) unter Berücksichtigung des Variationskoeffizienten der Vergleichswerte $V_{u,test}/V_{Rm,ct}$ die angegebenen Vorfaktoren C_{Rd} (Bemessungsniveau). Abschließend ist nach Walraven (2000) der Vorfaktor C_{Rd} für die Verwendung der charakteristischen Betondruckfestigkeit f_{ck} anstelle der mittleren Betondruckfestigkeit f_c in der Bemessungsgleichung umzurechnen. Dies kann für normalfeste Betone nach Walraven (2000) sowie König, Fischer (1995) durch eine Erhöhung des Vorfaktors C_{Rd} um ca. 5% erfolgen. Insgesamt ergeben sich somit die in Tabelle 10.4 angegebenen Vorfaktoren $C_{Rd} = 0,122$ (Eckstützen) und $C_{Rd} = 0,116$ (Randstützen).

	Eckstützen	Randstützen
Vorfaktor Mittelwertniveau C_{Rm}	0,254	0,214
Variationskoeffizient der Vergleichswerte $V_{u,test}/V_{Rm,ct}$	0,179	0,160
Vorfaktor Bemessungsniveau C_{Rd}	0,116	0,110
Vorfaktor Bemessungsniveau C_{Rd} für $f_{ck} = f_c - 8$ [MPa]	0,122	0,116

Tabelle 10.4 Direkte Abschätzung des Bemessungswertes gemäß (Gl. 10.5)

Für DIN 1045-1 wurde auf diesem Wege für den Durchstanznachweis bei Innenstützen ein Vorfaktor $C_{Rd} = 0,14$ abgeleitet, der etwas größer ist als diejenigen für Rand- und Eckstützen gemäß Tabelle 10.4. Die etwas geringere nominelle Schubtragfähigkeit von Rand- und Eckstützen gegenüber rotationssymmetrisch beanspruchten Innenstützen wurde bereits in den Abschnitten 9.1.1 und 9.1.5.2 theoretisch sowie anhand von Versuchsergebnissen aufgezeigt.

Danach liegt die nominelle Schubtragfähigkeit ca. 10% (Randstützen) bis 15% (Eckstützen) unter derjenigen von Innenstützen. Dies entspricht näherungsweise dem Verhältnis zwischen DIN 1045-1 und den Vorfaktoren C_{Rd} gemäß Tabelle 10.4.

10.3.2.3 Vergleich der Verfahren

Obige Auswertung hat gezeigt, dass die beiden Verfahren zur Bestimmung des Bemessungsniveaus nach Eurocode 1 zu unterschiedlichen Ergebnissen führen können. Um die vorhandenen Unterschiede zwischen beiden Verfahren transparent zu machen, ist in Bild 10.3 ein Vergleich der Verfahren aufgetragen. Dargestellt ist das Verhältnis V_{Rd}/V_{Rm} in Abhängigkeit vom Variationskoeffizienten Werte $V_{u,test}/V_{Rm}$. Man erkennt, dass das Level-2-Verfahren bei einem Variationskoeffizienten $\delta \approx 0,15$ ($\beta = 4,2$) bzw. bei $\delta \approx 0,17$ ($\beta = 3,8$) etwa dem Verfahren a) entspricht. Allerdings zeigt das Level-2-Verfahren eine deutlich größere Abhängigkeit vom Variationskoeffizienten δ , so dass die Ergebnisse beider Verfahren auseinander streben. Die Steigung der Geraden beträgt beim Verfahren a) „nur“ $-1,64$, während sie beim Level-2-Verfahren je nach geforderter Versagenswahrscheinlichkeit (β -Faktor) $3,04 \leq -\alpha_R \cdot \beta \leq 3,36$ erreicht.

Die relativ geringe Sensitivität des Verfahrens a) gegenüber dem Variationskoeffizienten entsteht dadurch, dass der Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_c = 1,5$ unabhängig von der Streuung der Vergleichswerte angesetzt wird. Diese Vorgehensweise ist im Vergleich zum Level-2-Verfahren bei geringen Variationskoeffizienten konservativ und bei großen Variationskoeffizienten deutlich zu unsicher.

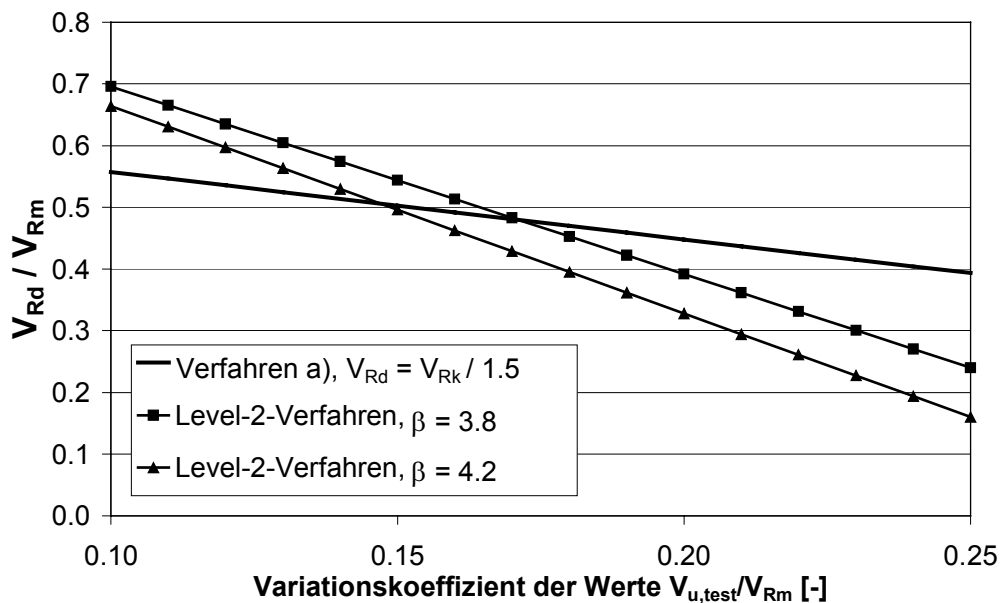


Bild 10.3 Vergleich der Verfahren nach Eurocode 1 zur Bestimmung des Bemessungsniveaus

10.3.2.4 Festlegung der Bemessungsgleichung

Rundet man die Vorfaktoren C_{Rd} nach dem genaueren Level-2-Verfahren gemäß Tabelle 10.4 wie üblich auf zwei Stellen nach dem Komma, erhält man für Rand- und Eckstützen einen einheitlicher Vorfaktor $C_{Rd} = 0,12$, der aus theoretischer und statistischer Sicht abgesichert ist. Zusammen mit den o. g. Modifikationen ergibt sich (Gl. 10.6) für die Berechnung des Bemessungswertes der aufnehmbaren Querkraft beim Durchstanzen von Flachdecken im Bereich

von Rand- und Eckstützen.

(Gl. 10.6) unterscheidet sich von DIN 1045-1 durch den Vorfaktor $C = 0,12$ sowie die Beiwerte β und α zur Berücksichtigung der Momenten-Querkraft-Interaktion und der Stützengeometrie. Diese Verbesserungen in (Gl. 10.6) ermöglichen bei minimalem Aufwand eine deutliche Erhöhung der Vorhersagegenauigkeit und damit gleichzeitig sichere und wirtschaftliche Bemessung von Flachdecken gegenüber Durchstanzen im Bereich von Rand- und Eckstützen.

$$V_{Rd,ct} = v_{Rd,ct} \cdot d \cdot u \quad (\text{Gl. 10.6})$$

$$v_{Rd,ct} = 0,12 \cdot \kappa \cdot (\rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot \frac{\kappa_a}{\beta \cdot \alpha} \quad (\text{Gl. 10.7})$$

mit: $V_{Rd,ct}$ = Bemessungswert der aufnehmbaren Querkraft

$v_{Rd,ct}$ = Bemessungswert der aufnehmbaren Schubspannung

Übrige Größen gemäß Tabelle 10.1, jedoch mit $\beta_0 = \sqrt[5]{1 + (e/1,25c)^5}$

10.3.3 Platten mit Schubbewehrung

Abschließend ist zu überprüfen, ob die Bemessungsgleichung (Gl. 10.6) auch auf den äußeren Rundschnitt von Platten mit Schubbewehrung anwendbar ist. Zu diesem Zweck sind in Bild 10.4 die mit Hilfe der Versuchsdatenbank (vgl. Abschnitt 3) berechneten Quotienten aus der experimentellen Durchstanzlast $V_{u,test}$ und der rechnerischen Bruchlast $V_{Rk,ct}$ im äußeren Rundschnitt gemäß (Gl. 10.6) für Rand- und Eckstützen in Abhängigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d aufgetragen. Dabei wurde $V_{Rk,ct}$ als 1,5-fache Bemessungslast $V_{Rd,ct}$ nach (Gl. 10.6) mit $f_c = f_{ck}$ berechnet. Zum Vergleich sind bei $l_s/d = 0$ die Ergebnisse der Durchstanzversuche ohne Schubbewehrung mit eingetragen.

Man erkennt in Bild 10.4a), dass bei Eckstützen die Versuche mit Schubbewehrung ein einheitliches Tragfähigkeitsniveau aufweisen. Lediglich ein Versuch bei $l_s/d = 3,5$ weist einen Quotienten $V_{u,test}/V_{Rk,ct} < 1,0$ auf. Bei diesem Versuch nach Hammill, Ghali (1994) war die Schubbewehrung aus Dübelleisten nur auf den Hauptachsen der Platte angeordnet, während die Plattendiagonalen nicht schubbewehrt waren. Diese Bewehrungsanordnung wirkt sich insbesondere bei großen schubbewehrten Bereichen ungünstig auf die Tragfähigkeit aus, so dass sich ein vergleichsweise niedriger Wert $V_{u,test}/V_{Rk,ct} = 0,85$ ergibt. Vergleicht man Bild 10.4a) mit dem entsprechenden Diagramm bei Berechnung nach DIN 1045-1 (Bild 3.6b), zeigt sich eine deutlich verbesserte Abbildung des Tragverhaltens im äußeren Rundschnitt durch (Gl. 10.6).

Bei Randstützen mit Schubbewehrung wird der Vergleich dadurch erschwert, dass nicht bei allen ausgewerteten Versuchen ein Versagen außerhalb des schubbewehrten Bereiches auftrat. Daher wird in Bild 10.4b) zwischen einem Versagen außerhalb bzw. innerhalb des schubbewehrten Bereiches unterschieden. Bei Versagen innerhalb des schubbewehrten Bereiches unterschätzen die angegebenen Werte $V_{u,test}/V_{Rk,ct}$ die Sicherheit gegenüber Versagen im äußeren Rundschnitt, da die Tragfähigkeit außerhalb des schubbewehrten Bereiches im Versuch noch nicht erschöpft war. Man erkennt in Bild 10.4b), dass alle Versuche mit Versagen außerhalb des schubbewehrten Bereiches oberhalb $V_{u,test}/V_{Rk,ct} = 1,0$ liegen und somit eine ausreichende Sicherheit gegenüber Versagen aufweisen. Zusammen mit den übrigen Versuchen ergibt sich ab $l_s/d = 1,5$ ein horizontales Streuband. Die Versuche bei $l_s/d \approx 1,25$ weisen hingegen etwas höhere Werte $V_{u,test}/V_{Rk,ct}$ auf. Dies deutet darauf hin, dass sich die Abnahme der Momenten-Querkraft-Interaktion mit wachsendem Abstand von der Stütze etwas schneller vollzieht als durch (Gl. 10.6) angenommen. Der Vergleich von Bild 10.4b) mit dem entsprechenden Diagramm bei Berechnung nach DIN 1045-1 (Bild 3.8b) zeigt eine verbesserte Abbildung des Tragverhaltens im äußeren Rundschnitt durch (Gl. 10.6).

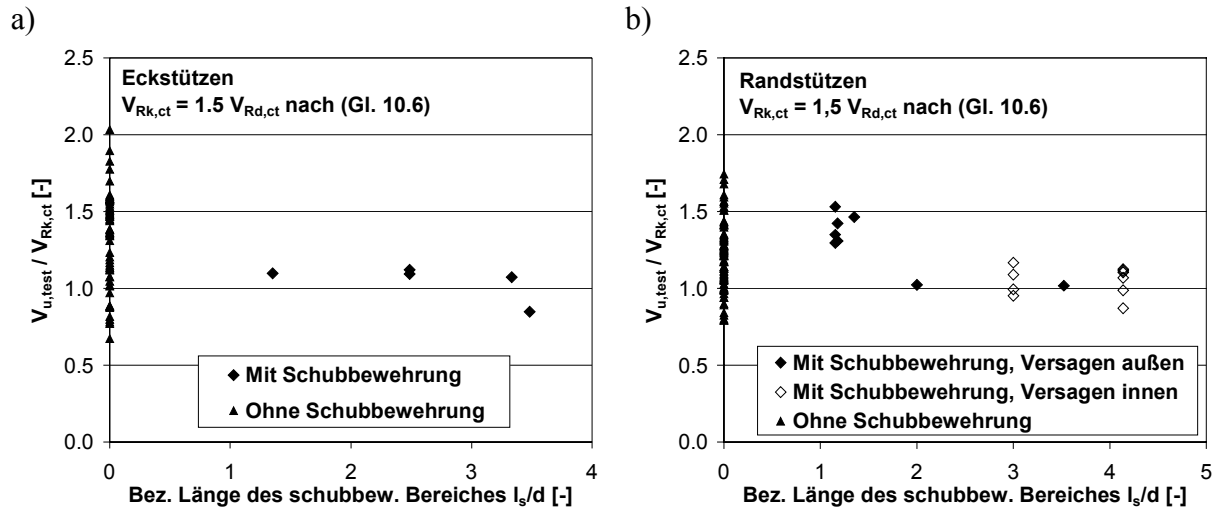


Bild 10.4 Vergleich des Bemessungsansatzes (Gl. 10.6) mit den Ergebnissen aus den Versuchsdatenbanken ohne und mit Schubbewehrung

11 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde das Tragverhalten von Flachdecken beim Durchstanzen im Bereich von Rand- und Eckstützen unter Momenten-Querkraft-Interaktion analysiert und durch ein Bemessungsmodell beschrieben. Anhand theoretischer, numerischer, experimenteller und statistischer Untersuchungen wurden primär Flachdecken ohne Schubbewehrung sowie Flachdecken mit Schubbewehrung bei Versagen außerhalb des schubbewehrten Bereiches behandelt.

Zunächst wurden in Abschnitt 2 als Grundlagen zum exzentrischen Durchstanzen die wesentlichen Tragmechanismen, theoretischen Modelle und internationalen Bemessungsnormen dargestellt und diskutiert. In Abschnitt 3 wurde durch eine ausführliche Literaturstudie eine umfangreiche Datenbank mit den Ergebnissen von ca. 200 Durchstanzversuchen erstellt, die im Anhang abgedruckt ist. Mit Hilfe der Versuchsdatenbank wurde die Eignung der Bemessungsnormen sowie ausgewählter theoretischer Modelle zur Vorhersage der Tragfähigkeit beim Durchstanzen von Flachdecken im Bereich von Rand- und Eckstützen überprüft. Dabei konnte ein erheblicher Verbesserungsbedarf festgestellt werden, da die Vorhersagegenauigkeit der Normen und Modelle bei Rand- und Eckstützen deutlich geringer ist als diejenige vergleichbarer Ansätze für Innenstützen. Als Hauptursache hierfür wurde die unzureichende Berücksichtigung der bezogenen Ausmitte e/c (Momenten-Querkraft-Interaktion) sowie der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d beim Durchstanznachweis identifiziert. Als weitere Vorarbeit wurden in Abschnitt 4 linear-elastische Finite-Elemente-Berechnungen an vollständigen Deckensystemen durchgeführt und ausgewertet, um die tatsächlichen Momenten-Querkraft-Verhältnisse horizontal ausgesteifter Flachdeckensysteme im Bereich von Rand- und Eckstützen zu quantifizieren.

In den Abschnitten 5 und 6 wurden die Durchführung und die Ergebnisse von eigenen Durchstanzversuchen an Eckstützen-Plattenverbindungen ohne und mit Schubbewehrung sowie von abgestimmten Durchstanzversuchen der RWTH Aachen an Randstützen-Plattenverbindungen vorgestellt und analysiert. Neben zahlreichen Messungen der Dehnungen des Betons und der Bewehrung wurde in den Versuchen insbesondere die Entwicklung der Biege-, Schub- und Torsionsrisse verfolgt. Dabei konnte festgestellt werden, dass der Versagensprozess ab ca. 70 % bis 80 % der Höchstlast durch ein stabiles Wachstum von geneigten Durchstanzrissen bis zum Erreichen der Höchstlast gekennzeichnet ist. Weiterhin gaben die Dehnungsmessungen Aufschluss über die Beteiligung der einzelnen Tragwerksbereiche an der Übertragung der Querkraft- und Momentenbeanspruchungen.

In Abschnitt 7 wurde eine numerische Studie mit dem nichtlinearen Finite-Elemente-Programm MASA durchgeführt, welches am Institut für Werkstoffe im Bauwesen entwickelt wurde und auf dem Mikroplane-Materialmodell für Beton sowie einer verschmierten Rissmodellierung (Rissbandmethode) basiert. Anhand von Vergleichsrechnungen zu Durchstanzversuchen konnte gezeigt werden, dass die numerische Methode die Versagensart sowie das Trag- und Verformungsverhalten beim Durchstanzen von Flachdecken wirklichkeitsnah vorhersagt. Darüber hinaus ermöglichte die Analyse eine Beschreibung der zeitlich-räumlichen Entwicklung der geneigten Durchstanzrisse und des gesamten Versagensverlaufes. Dabei konnte als Versagenskriterium das Eindringen der geneigten Risse in die Biegedruckzone herausgearbeitet werden. Darauf aufbauend wurde eine numerische Parameterstudie durchgeführt, in welcher u. a. der Einfluss der Betoneigenschaften, des Längsbewehrungsgrades, des Maßstabeffektes und des Versuchsaufbaus auf die Durchstanztragfähigkeit berechnet und diskutiert wurde.

Die Momenten-Querkraft-Interaktion bei Rand- und Eckstützen ohne Schubbewehrung wurde in Abschnitt 8 ausführlich untersucht. Zu diesem Zweck wurde ein vereinfachtes Stabwerkmodell vorgestellt, welches den Kraftfluss in den Platten-Stützenverbindungen sichtbar werden lässt und eine qualitative Beschreibung der Momenten-Querkraft-Interaktion ermöglicht. Anschließend wurde mit Hilfe des überprüften numerischen Modells die Veränderung des Versagensprozesses und der Querkrafttragfähigkeit mit zunehmender Momentenbeanspruchung berechnet. Als Ergebnis wurde eine Interaktionsgleichung abgeleitet, welche die Tragfähigkeit der Platten-Stützenverbindungen für beliebige Momenten-Querkraft-Verhältnisse angibt. Der abschließende Vergleich der Interaktionsgleichung mit den in der Versuchsdatenbank enthaltenen Ergebnissen zeigte eine gute Übereinstimmung.

Darüber hinaus wurde in Abschnitt 8 der Einfluss der Stützengeometrie auf die Momenten-Querkraft-Interaktion durch theoretische und numerische Untersuchungen bestimmt. Weiterhin wurde die Übertragbarkeit der gefundenen Ergebnisse auf den inneren Rundschnitt von Platten mit Schubbewehrung sowie auf die Bemessung der Schubbewehrung diskutiert.

In Abschnitt 9 wurde schließlich die Querkrafttragfähigkeit im äußeren Rundschnitt von Platten mit Schubbewehrung behandelt. Zunächst wurde die Abhängigkeit der nominellen Querkrafttragfähigkeit von der bezogenen Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d ohne Momentenbeanspruchung mit Hilfe des überprüften numerischen Modells analysiert. Dabei konnte festgestellt werden, dass mit zunehmender Länge des schubbewehrten Bereiches ein Übergang des Tragverhaltens vom (räumlichen) Durchstanzen zum (ebenen) Plattenschub stattfindet. Die hiermit verbundene Abnahme der nominellen Querkrafttragfähigkeit wurde durch geeignete Übergangsfaktoren beschrieben und durch einen Vergleich mit den in der Versuchsdatenbank enthaltenen Ergebnissen abgesichert. Gleichzeitig wurde aufgezeigt, dass die nominelle Querkrafttragfähigkeit von Rand- und Eckstützen (ohne Momentenübertragung) geringer ist als diejenige von zentrisch beanspruchten Innenstützen.

Darauf aufbauend wurde die Momenten-Querkraft-Interaktion im äußeren Rundschnitt von Platten mit Schubbewehrung analysiert. Anhand der Auswertung von Dehnungsmessungen an Bewehrungsstäben in Versuchen sowie anhand berechneter globaler Spannungsverläufe im Beton konnte gefolgert werden, dass die Momenten-Querkraft-Interaktion in der Platte mit zunehmendem Abstand von der Stütze kontinuierlich abklingt. Die Abnahme der Interaktion wurde mit Hilfe des überprüften numerischen Modells quantifiziert, um eine erweiterte Interaktionsgleichung für den äußeren Rundschnitt von Flachdecken mit Schubbewehrung abzuleiten.

In Abschnitt 10 wurden die gewonnenen Erkenntnisse in einem einheitlichen Bemessungsansatz gemäß (Gl. 11.1) und (Gl. 11.2) zusammengeführt. Dieser besitzt dieselbe Grundform und Rundschnittführung wie der Durchstanznachweis nach DIN 1045-1, berücksichtigt jedoch zusätzlich die bezogene Ausmitte e/c , die bezogene Länge des schubbewehrten Bereiches l_s/d , die Stützengeometrie c_x/c_y sowie das charakteristische Tragniveau von Rand- und Eckstützen. Der Vergleich mit der Versuchsdatenbank zeigt, dass der Bemessungsansatz den Einfluss der wesentlichen Parameter zutreffend vorhersagt und zu einer Verminderung des Variationskoeffizienten der Vergleichswerte $V_{u,test}/V_{u,calc}$ um ca. 37 % (Eckstützen) bzw. 47 % (Randstützen) gegenüber DIN 1045-1 führt. Darüber hinaus ist der Ansatz einfach anzuwenden und für praktische Bemessungszwecke geeignet.

$$V_{Rd,ct} = v_{Rd,ct} \cdot d \cdot u \quad (\text{Gl. 11.1})$$

$$v_{Rd,ct} = 0,12 \cdot \kappa \cdot (\rho_l \cdot f_c)^{1/3} \cdot \frac{\kappa_a}{\beta \cdot \alpha} \quad (\text{Gl. 11.2})$$

Empfehlungen für weitere Untersuchungen

Die vorliegende Arbeit behandelt den klassischen Einsatzbereich von Flachdecken, d. h. die monolithische Stahlbetonbauweise mit normalfestem Beton. In der Baupraxis kommen jedoch zunehmend auch Elementdecken zum Einsatz, bei denen ca. 5 cm dicke Halbfertigteile als verlorene Schalung verlegt und auf der Baustelle mit einer Ortbetonschicht versehen werden. Untersuchungen zum Durchstanzen von Elementdecken wurden bisher nur an Innenstützen durchgeführt (z. B. Eligehausen, Vocke 2000-2) und auf Rand- und Eckstützen übertragen. Der Einfluss der horizontalen und vertikalen Betonierfugen auf das Tragverhalten beim Durchstanzen im Bereich von Rand- und Eckstützen sollte jedoch in weiteren Durchstanzversuchen überprüft werden.

Darüber hinaus hat sich der Einsatz hochfester Betone in zahlreichen Einsatzgebieten des Hoch- und Ingenieurbaus etabliert. Allerdings nimmt bei hochfesten Betonen die Sprödigkeit des Versagens zu und die bestehenden Bemessungsgleichungen können häufig nicht von normalfestem auf hochfesten Beton extrapoliert werden (König, Grimm 1996). So wurde in Abschnitt 10.3.1 bei Eckstützen und mittleren Betondruckfestigkeiten bereits eine leichte Abnahme der Tragsicherheit mit zunehmender Betondruckfestigkeit festgestellt. Das zentrische Durchstanzen hochfester Flachdecken wurde u. a. von Hallgren (1996) ausführlich behandelt. Entsprechende experimentelle und numerische Untersuchungen sollten auch für das Durchstanzen im Bereich von Rand- und Eckstützen durchgeführt werden. Ähnliches gilt für weitere Fortschritte in der Betontechnologie, wie z. B. Faserbetone oder Betone mit rezyklierten Zuschlagstoffen.

Weiterhin bestehen offene Fragen hinsichtlich des Einflusses konstruktiver Details auf die Durchstanztragfähigkeit bei Rand- und Eckstützen, wie z. B. die Anordnung von Aussparungen im Stützbereich, die Anrechnung von Deckenüberständen am freien Plattenrand oder die Rationalisierung der Schub- und Stützenanschlussbewehrung. In diesem Zusammenhang ist beispielsweise die Frage von Bedeutung, ob die in den USA und Kanada übliche orthogonale Anordnung der Schubbewehrung in den Stützstreifen zu vergleichbaren Durchstanzlasten führt wie die in Europa übliche sternförmige Anordnung der Schubbewehrung.

Abschließend sind Flachdecken mit einer Stützstreifenvorspannung mit Monoliten ohne Verbund zu nennen, wie sie insbesondere in den USA und in der Schweiz häufig ausgeführt werden. Diese Bauweise wirkt sich besonders günstig auf die Biegetragfähigkeit und die Durchbiegungen der Flachdecke aus. Der Einfluss der Spannglieder auf die Durchstanztragfähigkeit im Bereich von Rand- und Eckstützen ist jedoch weder theoretisch noch experimentell abgesichert, so dass entsprechende Untersuchungen erforderlich sind.

Literaturverzeichnis

- ACI 318-99: Building code requirements for reinforced concrete. American Concrete Institute, Detroit, 1999
- ACI 446-91: Fracture mechanics of concrete: concepts, models and determination of material properties. ACI Committee 446 Report ACI 446-1R 91, American Concrete Institute, Detroit, 1989
- Alexander, S.; Simmonds, S. (1986): Shear-Moment transfer in slab-column connections. Structural Engineering Report No.141, Department of Civil Engineering, University of Alberta, Edmonton, 1986
- Alexander, S.; Simmonds, S. (1987): Ultimate strength of slab-column connections. ACI Structural Journal, Jg. 84, 1987, Nr. 3, S. 255-261
- Alexander, S.; Simmonds, S. (1992): Bond model for concentric punching shear. ACI Structural Journal, Jg. 89, 1992, Nr. 3, S. 325-334
- Andersson, J. L. (1966): Punching of slabs supported on columns at the free edge. Nordisk Betong, 1966, Nr. 2, S. 178-200
- Andrä, H. P. (1979): Dübelleisten zur Verhinderung des Durchstanzens bei hochbelasteten Flachdecken. Die Bautechnik, Jg. 56, 1979, Nr. 7, S. 244-247
- Andrä, H. P.; Dilger, W. A.; Ghali, A. (1979): Durchstanzbewehrung für Flachdecken. Beton- und Stahlbetonbau, Jg. 74, 1979, Nr. 5, S. 129-132
- Andrä, H. P. (1980): Bewehrungselement zur Übertragung von Querkräften in plattenartigen Traggliedern. Deutsches Patent DE0003015407C2, 1980
- Andrä, H.-P. (1981-1, 1981-2): Zum Tragverhalten von Flachdecken mit Dübelleisten-Bewehrung im Auflagerbereich. Beton- und Stahlbetonbau, Jg. 76, 1981, Nr. 3, Nr. 4, S. 53-57, S. 100-104
- Andrä, H.-P. (1982): Zum Tragverhalten des Auflagerbereichs von Flachdecken. Dissertation, Universität Stuttgart, 1982
- Andrä, H. P.; Baur, H.; Stiglat, K. (1984-1, 1984-2, 1984-3): Zum Tragverhalten, Konstruieren und Bemessen von Flachdecken. Beton- und Stahlbetonbau, Jg. 79, 1984, Nr. 11, Nr. 12, Nr. 13, S. 258-263, S. 303-310, S. 328-333
- Bažant, Z. P.; Cedolin, L. (1979): Blunt crack band propagation in finite element analysis. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Jg. 111, 1979, S. 381-389
- Bažant, Z. P.; Oh, B.-H. (1983): Crack band theory for fracture of concrete. Materials and Structures, Jg. 93, 1983, Nr. 16, S. 155-177
- Bažant, Z. P. (1984): Size effect in blunt fracture: concrete, rock, metal. Journal of Engineering Mechanics, Jg. 110, 1984, Nr. 4, S. 518-535
- Bažant, Z. P.; Cao, Z. (1987): Size effect in punching shear failure of slabs. ACI Structural Journal, Jg. 84, 1987, Nr. 1, S. 44-51
- Bažant, Z. P.; Sun, H. H. (1987): Size effect in diagonal shear failure: influence of aggregate size and stirrups. ACI Materials Journal, Jg. 84, 1987, Nr. 4, S. 259-272
- Bažant, Z. P. (1991): Why continuum damage is nonlocal: micromechanics arguments. Journal of Engineering Mechanics, Jg. 117, 1991, Nr. 5, S. 1070-1087

- Beresford, F. D. (1967): Tests on edge column connections of a flat-plate structure. Civil Engineering Transactions (Australien), Jg. CE9, 1967, S. 235-241
- Beukel, A. van den (1975): Shear capacity at locally supported slabs. TNO, Report BI 75-55, Delft, 1975
- Beukel, A. van den (1976): Punching shear at inner, edge and corner columns. Heron, Jg. 21, 1976, Nr. 3
- Beutel, R.; Schmidt, M.; Landauer, A. (2000): 3D numerical punching analysis of shear reinforced flat slabs: variation of quantity and arrangement of stirrups. International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs, Stockholm, 2000, S. 181-190
- Beutel, R. (2002): Zum Durchstanzen schubbewehrter Flachdecken im Bereich von Innenstützen. Dissertation, RWTH Aachen, 2002
- Brändli, W. (1984): Durchstanzen von Flachdecken bei Rand- und Eckstützen. Dissertation, ETH Zürich, 1984
- Brändli, W.; Müller, F. X.; Thürlimann, B. (1982): Bruchversuch an Stahlbeton- und Spannbetonplatten bei Rand- und Eckstützen. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Versuchsbericht Nr. 7305-4, Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart, 1982
- British Standard 8110-97: Structural use of concrete. British Standard Institution, London, 1997
- Broms, C. E. (1990): Punching of flat plates – a question of concrete properties in biaxial compression and size effect. ACI Structural Journal, Jg. 87, 1990, Nr. 3, S. 292-304
- Chana, P. S.; Desai, S. B. (1992): Design of shear reinforcement against punching. Structural Engineer, Jg. 70, 1992, Nr. 9, S. 159-164
- Clark, L. A. (1984): Punching shear near the free edges of slabs. Concrete, Jg. 18, 1984, Nr. 8, S. 15-17
- Cleland, D. J.; Gilbert, S.; Murray, K. A.; Scott, R. H. (2000): The Punching Capacity of RC Slabs at Edge Columns. International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs, Stockholm, 2000, S. 351-358
- DAfStb (1978): Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetontragwerken. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 240, Berlin, Beuth, 1978
- DAfStb (1993): Richtlinie zur Anwendung von Eurocode 2: Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken. Teil 1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Berlin, Beuth, 1993
- Dechka, D. C.; Loov, R. E.; Dilger, W. H. (2000): Prediction of punching shear capacity by shear friction. International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs, Stockholm, 2000, S. 285-292
- Desayi, P.; Seshadri, H. (1997-1): Punching shear strength of flat slab corner column connections, Part 1: Reinforced concrete connections. Proc. Civ. Engrs. Structures and Buildings, Jg. 122, 1997, Nr. 1, S. 10-20
- Desayi, P.; Seshadri, H. (1997-2): Punching shear strength of flat slab corner column connections, Part 2: Fibre-reinforced concrete connections. Proc. Civ. Engrs. Structures and Buildings, Jg. 122, 1997, Nr. 1, S. 21-26
- Di Stasio, J.; van Buren, M. P. (1960): Transfer of bending moment between flat-plate floor

- and column. Journal of the ACI, Jg. 57, 1960, Nr. 57-14, S. 299-314
- DIBt (1997-1): Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung Nr. Z 15.1-30 für Kopfbolzen-Dübelleisten als Schubbewehrung im Stützenbereich punktförmig gestützter Platten vom 24.11.1997. Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin, 1997
- DIBt (1997-2): Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung Nr. Z 15.1-94 für DEHA-Doppelkopfbolzen-Dübelleisten als Schubbewehrung im Stützenbereich punktförmig gestützter Platten vom 24.11.1997. Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin, 1997
- DIBt (1997-3): Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung Nr. Z 15.1-84 für Durchstanzbewehrung System HDB-N vom 24.11.1997. Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin, 1997
- DIBt (2000): Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung Nr. Z 15.1-178 für Schöck Doppelkopfbolzen-Element BOLE vom 18.08.2000. Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin, 2000
- DIBt (2001): Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung Nr. Z 15.1-172 für Jordahl Durchstanzbewehrung Typ JDA vom 15.05.2001. Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin, 2001
- Dilger, W. H.; Sherif, A. G. (1995): Discussion of proposed revisions to building code requirements for reinforced concrete ACI 318-89 (revised 1992). Concrete International, Jg. 17, 1995, Nr. 7, S. 70-73
- DIN 1045: Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung. Deutsche Norm, Berlin, Beuth, 1988
- DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Deutsche Norm (Entwurf), Berlin, Beuth, 2000
- DIN 1048: Prüfverfahren für Beton. Deutsche Norm, Berlin, Beuth, 1991
- Dragosavic, M.; van den Beukel, A. (1974): Punching shear. Heron, Jg. 20, 1972, No. 2
- Elfgren, L. (2000): Analogy between anchor bolt failure and punching shear. International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs, Stockholm, 2000, S. 495-502
- Elgabry, A.; Ghali, A. (1987): Tests on concrete slab-column connections with stud shear reinforcement subjected to shear-moment transfer. ACI Structural Journal, Jg. 84, 1987, Nr. 5, S. 433-442
- Elgabry, A.; Ghali, A. (1990): Design of stud shear reinforcement for slabs. ACI Structural Journal, Jg. 87, 1990, Nr. 3, S. 350-361
- Elgabry, A. (1991): Shear and moment transfer of concrete flat plates. Dissertation, University of Calgary, 1991
- Elgabry, A.; Ghali, A. (1996-1): Transfer of moments between columns and slabs: Proposed code revisions. ACI Structural Journal, Jg. 93, 1996, Nr. 1, S. 56-61
- Elgabry, A.; Ghali, A. (1996-2): Moment transfer by shear in slab-column connections. ACI Structural Journal, Jg. 93, 1996, Nr. 2, S. 187-196
- Eligehausen, R.; Sawade, G. (1989): A fracture mechanics based description of the pull-out behaviour of headed studs embedded in concrete. In: Elfgren, L. (Hrsg): Fracture mechanics of concrete structures, from theory to applications. Chapman and Hall, London, 1989, S. 281-299
- Eligehausen, R.; Gerster, R. (1993): Das Bewehren von Stahlbetonbauteilen. Deutscher Aus-

- schuss für Stahlbeton, Heft 399, Berlin, Beuth, 1993
- Eligehausen, R.; Vocke, H. (1997): Gutachtliche Stellungnahme zur Schubbemessung im inneren und äußeren Rundschnitt von punktförmig gestützten Platten, die mit DEHA Kopfbolzen-Dübelleisten bewehrt sind. Stuttgart, 1997 (unveröffentlicht).
- Eligehausen, R.; Hegger, J.; Beutel, R.; Vocke, H. (1999): Zum Tragverhalten von Flachdecken mit Dübelleisten oder Doppelkopfkankern im Auflagerbereich. Bauingenieur, Jg. 74, 1999, Nr. 4, S. 202-209
- Eligehausen, R.; Mallée, R. (2000): Befestigungstechnik im Beton- und Mauerwerksbau. Berlin, Ernst & Sohn, 2000
- Eligehausen, R.; Vocke, H. (2000-1): Durchstanzversuche mit der Schöck Durchstanzbewehrung BOLE. Prüfbericht Nr. AF 00/3 S 99430/1, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, 2000 (unveröffentlicht)
- Eligehausen, R.; Vocke, H. (2000-2): Durchstanzversuche mit Filigran Gitterträgern EQS in Elementdecken. Prüfbericht Nr. AF 00/11 99440/2, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, 2000 (unveröffentlicht)
- Eligehausen, R.; Vocke, H. (2001-1): Durchstanzversuche mit Eckstützen-Plattenverbindungen mit und ohne Schubbewehrung. Bericht Nr. AF 00/14 99440/3, Institut für Werkstoffe in Bauwesen, Universität Stuttgart, 2001 (unveröffentlicht)
- Eligehausen, R.; Vocke, H. (2001-2): Durchstanzversuch an einer Eckstützen-Plattenverbindung mit Halfen Doppelkopfbolzen HDB-N. Bericht Nr. AF 01/01 99440/4, Institut für Werkstoffe in Bauwesen, Universität Stuttgart, 2001 (unveröffentlicht)
- Eligehausen, R.; Vocke, H. (2001-3): Durchstanzversuch an einer Eckstützen-Plattenverbindung mit Schöck Doppelkopfbolzen BOLE. Bericht Nr. AF 01/02 99440/5, Institut für Werkstoffe in Bauwesen, Universität Stuttgart, 2001 (unveröffentlicht)
- Elstner, R. C.; Hognestad, E. (1956): Shearing strength of reinforced concrete slabs. Journal of the ACI, Jg. 53, 1956, Nr. 7, S. 29-58
- Eurocode 1: DIN V ENV 1991 Teil 1: Grundlagen der Tragwerksplanung und Einwirkungen auf Tragwerke. Berlin, Beuth 1991
- Eurocode 2: DIN V ENV 1992 Teil 1-1: Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken. Berlin, Beuth 1992
- FEMAP (1997): Finite Element Modeling and Postprocessing. Ver. 5.00a, Copyright © 1985-1997, Enterprise Software Products Inc.
- Franz, G.; Schäfer, K. (1988): Konstruktionslehre des Stahlbetons, Band II. Berlin, Springer, 1988
- Fuchssteiner, W. (1980): Gedanken über das Durchstanzen - folgen Risse den Trajektorien? Beton- und Stahlbetonbau, Jg. 75, 1980, Nr. 7, S. 163-166
- Fürst, A.; Marti, P. (1997): Robert Maillart's design approach for flat slabs. Journal of Structural Engineering, Jg. 123, 1997, Nr. 8, S. 1102-1110
- Gardner, N. J. (1990): Relationship of the punching shear capacity of reinforced concrete slabs with concrete strength. ACI Structural Journal, Jg. 87, 1990, Nr. 1, S. 66-71
- Gardner, N. J.; Shao, X. (1996): Punching shear of continuous flat reinforced concrete slabs. ACI Structural Journal, Jg. 93, 1996, Nr. 2, S. 218-228
- Gastmeyer, R. (1994): Untersuchung des Tragverhaltens punktförmig gestützter Stahlbeton-

- platten unter besonderer Berücksichtigung von Aussparungen in Stützennähe. Dissertation, Universität Kaiserslautern, 1994
- Georgopoulos, T. (1987): Durchstanzlast und Durchstanzwinkel über Innenstützen punktförmig gestützter Stahlbetonplatten und deren Sicherung gegen progressiven Kollaps. Dissertation, TU München, 1987
- Gerster, R. (1984): Schubsicherung bei punktförmig gestützten Platten. In: Eligehausen (Hrsg.): Werkstoff und Konstruktion – Prof. Dr.-Ing. Gallus Rehm zum 60. Geburtstag, Stuttgart, 1984, S. 47-58
- Ghali, A. (1989): An efficient solution to punching of slabs. *Concrete International*, Jg. 11, 1989, Nr. 6, S. 50-54
- Ghali, A.; Elgabry, A. (1990): Moment and shear transfer between columns and concrete slabs. *Canadian Journal of Civil Engineering*, Jg. 17, 1990, Nr. 4, S. 621-628
- Ghali, A.; Megally, S. (1999): Design for punching shear strength with ACI 318-95. *ACI Structural Journal*, Jg. 96, 1999, Nr. 4, S. 539-548
- Gilbert, S. G.; Long, A. E. (1980): Behavior of flat slab edge column joints. *Advances in Concrete Slab Technology*, 1980, S. 185-196
- Gilbert, S. G.; Glass, C. (1987): Punching failure of reinforced concrete flat slabs at edge columns. *The Structural Engineer*, Jg. 65B, 1987, Nr. 1, S. 16-21
- Hallgren, M. (1996): Punching shear capacity of reinforced high strength concrete slabs. Dissertation, Royal Institute of Technology, Stockholm, 1996
- Hammill, N.; Ghali, A. (1994): Punching shear resistance of corner slab-column connections. *ACI Structural Journal*, Jg. 91, 1994, Nr. 6, S. 697-707
- Hanson, N.; Hanson, J. (1968): Shear and moment transfer between concrete slabs and columns. *Journal of the Portland Cement Association Research and Development Laboratories*, Vol. 10, 1968, Nr. 1, S. 1-16
- Hawkins, N. M.; Corley, W. G. (1971): Transfer of unbalanced moment and shear from flat plates to columns. *ACI Special Publication*, SP-30, Detroit, 1971, S. 147-176
- Hawkins, N. W.; Corley, W. G. (1974): Moment transfer to columns in slabs with shearhead reinforcement. *ACI Special Publication*, SP-72 (2), Detroit, 1974, S. 847-880
- Hawkins, N. M.; Wong, C. F.; Yang, C. H. (1978): Slab-edge column connections transferring high intensity reversing moments normal to the edge of the slab. *Structures and Mechanics Report No. SM 78-1*, Department of Civil Engineering, University of Washington, Seattle, 1978
- Hegger, J.; Tuchlinski, D. (2001): Sicherheit gegen das Durchstanzen von schubbewehrten Flachdecken im Bereich der Rand- und Eckstützen. Bericht Nr. 67/2001, Lehrstuhl und Institut für Massivbau, RWTH Aachen, 2001 (unveröffentlicht)
- Herzog, M. (1974): Wichtige Sonderfälle des Durchstanzens von Stahlbeton- und Spannbetonplatten nach Versuchen. *Bauingenieur*, Jg. 49, 1974, Nr. 9, S. 333-342
- Herzog, M. (1982): Die Bemessungsregeln des Bauingenieurs zwischen Empirie und Theorie. *Bautechnik*, Jg. 59, 1982, Nr. 7, S. 218-227
- Herzog, M. (1986): Die Durchstanzfestigkeit von Stahlbeton- und Spannbetonplatten ohne und mit Schubbewehrung bei Innen-, Rand- und Eckstützen. *Beton- und Stahlbetonbau*, Jg. 81, 1986, Nr. 3, S. 68-73

- Hsu, T. (1968): Torsion of structural concrete – interaction surface for combined torsion, shear and bending in beams without stirrups. *Journal of the ACI*, Jg. 65, 1968, Nr. 1, S. 51-60
- Ingvarsson, H. (1977): Concrete slabs supported on corner columns. *Mitteilungen Nr. 129, Institutionen für Baustatik, Royal Institute of Technology, Stockholm, 1977*
- Kane, K. A.: Some model tests on the punching action of reinforced concrete slabs at edge columns. Honours Project, The Queen's University of Belfast, 1978
- Kanoh, Y.; Yoshizaki, S. (1979): Strength of slab-column connections transferring shear and moment. *Journal of the ACI*, Jg. 76, 1979, Nr. 3, S. 461-479
- Karihaloo, B. L. (1994): *Fracture mechanics and structural concrete*. Sydney, Longman Scientific & Technical, 1994
- Kinnunen, S.; Nylander, H. (1960): Punching of concrete slabs without shear reinforcement. *Transactions of the Royal Institute of Technology*, Nr. 158, Stockholm, 1960
- Kinnunen, S. (1971): Tests on concrete slabs supported on columns at free edges. *National Swedish Building Research R2, Stockholm, 1971*
- König, G.; Fischer, J. (1995): Model uncertainties concerning design equations for the shear capacity of concrete members without shear reinforcement. *CEB-Bulletin d'Information 224, Lausanne, 1995, S. 49-100*
- König, G.; Grimm, R. (1996): *Hochleistungsbeton*. *Betonkalender 1996*, Berlin, Ernst & Sohn, 1996, S. 441-546
- Kopka, S. (1998): *Numerische Untersuchungen zum Durchstanzen von Flachdecken*. Diplomarbeit, Universität Stuttgart, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, 1998
- Kordina, K. (1994): Zum Tragsicherheitsnachweis gegenüber Schub, Torsion und Durchstanzen nach EC 2 Teil 1 – Erläuterungen zur Neuauflage von Heft 425 und Anwendungsrichtlinie zu EC 2. *Beton- und Stahlbetonbau*, Jg. 89, 1994, Nr. 4, S. 97-100
- Kordina, K.; Nölting, D. (1986): *Tragfähigkeit durchstanzgefährdeter Stahlbetonplatten - Entwicklung von Bemessungsvorschlägen*. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 371*, Berlin, Beuth, 1986
- Ladner, M.; Schaeidt, W.; Gut, S. (1977): *Experimentelle Untersuchungen an Stahlbeton-Flachdecken*. Bericht Nr. 205 der EMPA, Dübendorf, 1977
- Landauer, A. (1998): *Numerische Untersuchungen zum Durchstanzen schubbewehrter Platten*. Diplomarbeit, RWTH Aachen, Institut für Massivbau, 1998
- Leonhardt, F. (1984): *Vorlesungen über Massivbau. Teil 1: Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau*. Berlin, Springer, 1984
- Lewe, V. (1920): Die Lösung des Pilzdeckenproblems durch Fouriersche Reihen. *Bauingenieur*, Jg. 1, 1920, Nr. 22, S. 631-636
- Lewe, V. (1922): Beitrag zur strengen Lösung des Pilzdeckenproblems durch Fouriersche Reihen, Streifenlast und Stützenkopfeinspannung. *Bauingenieur*, Jg. 3, 1922, Nr. 4, S. 111-112
- Lim, F.; Rangan, V. (1994): *Strength of concrete slabs with stud shear reinforcement in the vicinity of edge and corner columns*. Research Report Nr. 1/94, University of Perth, 1994
- Lim, F.; Rangan, V. (1995): *Studies on concrete slabs with stud shear reinforcement in vi-*

- cinity of edge and corner columns. *ACI Structural Journal*, Jg. 92, 1995, Nr. 5, S. 515-525
- Long, A. E.; Cleland, D. J.; Kirk, D. W. (1978): Moment transfer and the ultimate capacity of slab column structures. *The Structural Engineer*, Jg. 56A, 1978, Nr. 4, S. 95-102
- Lúcio, V.; Appleton, L.; Almeida, L. (2000): Ultimate limit state of punching in the (fib) FIP recommendations for the design of post-tensioned slabs and foundations. *Structural Concrete*, Jg. 1, 2000, Nr. 3, S. 143-149
- Luo, Y. H.; Durrani, A. J. (1995): Equivalent beam model for flat-slab buildings - part 2: exterior connections. *ACI Structural Journal*, Jg. 92, 1995, Nr. 2, S. 250-257
- Maillart, R. (1909): Konstruktion zur Raumabdeckung. Schweizer Patent Nr. 46928, Zürich, 1909
- Maillart, R. (1926): Zur Entwicklung der unterzugslosen Decke in der Schweiz und in Amerika. *Schweizerische Bauzeitung*, Jg. 44, 1926, Nr. 21, S. 263-265
- Marti, P.; Thürlimann, B. (1977): Fließbedingung für Stahlbeton mit Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit. *Beton- und Stahlbetonbau*, Jg. 72, 1977, Nr. 1, S. 7-12
- Marcus, H. (1924): Die Theorie elastischer Gewebe und ihre Anwendung auf die Berechnung biegsamer Platten. Berlin, Springer, 1924
- Mast, P. (1970-1): Stresses in flat plates near columns. *ACI Journal*, Jg. 67, 1970, Nr. 10, S. 761-768
- Mast, P. (1970-2): Plate stresses at columns near the free edge. *ACI Journal*, Jg. 67, 1970, Nr. 11, S. 898-902
- Matthaei, O. (2000): Durchstanzen nach DIN 1045-1: Stand Mai 2000 (Entwurf) – Erläuterungen und Hintergründe zu den Einflussparametern des Nachweises gegen Durchstanzen. *Frilo-Magazin*, 2000, Nr. 1, S. 63-72
- Mayer, M. (1912): Die trägerlose Eisenbetondecke. *Deutsche Bauzeitung*, Jg. 46, 1912, Nr. 21, S. 162-166
- McHarg, P.; Cook, W.; Mitchell, D.; Yoon, Y.-S. (2000): Benefits of concentrated slab reinforcement and steel fibers on performance of slab-column connections. *ACI Structural Journal*, Jg. 97, 2000, Nr. 2, S. 225-234
- Megally, S.; Ghali, A. (2000): Punching of concrete slabs due to column moment transfer. *Journal of Structural Engineering*, Jg. 126, 2000, Nr. 2, S. 180-189
- Menétrey, P. (1994): Numerical analysis of punching failure in reinforced concrete structures. Dissertation, ETH Lausanne, 1994
- Model Code 90: Model Code for concrete structures. Comité Euro-International du Béton et Fédération Internationale de la Précontrainte, Lausanne, 1990
- Moehle, J. P. (1988): Strength of slab-column edge connections. *ACI Structural Journal*, Jg. 85, 1988, Nr. 1, S. 89-98
- Moosecker, W. (1978): Durchstanzversuche an Stahlbetonflachdecken mit gleichzeitiger Horizontalbelastung. *Bauingenieur*, Jg. 53, 1978, Nr. 7, S. 267-268
- Mortin, J. D.; Ghali, A. (1991): Connection of flat plates to edge columns. *ACI Structural Journal*, Jg. 88, 1991, Nr. 2, S. 191-198
- Narasimhan, N. (1971): Shear reinforcement in reinforced concrete column heads. Dissertation, University of London, 1971

- Narui, S. (1977): Ultimate shear capacity of edge column-slab-connections. Dissertation, Stuttgart, 1977
- Neth, V. W. (1971): Model studies on punching of reinforced concrete flat slabs at edge columns. MSc thesis, Queen's University at Kingston, 1971
- Neth, V. W.; de Paiva, H. A. R.; Long, A. E. (1981): Behavior of models of a reinforced concrete flat plate edge-column connection. *ACI Structural Journal*, Jg. 78, 1981, Nr. 4, S. 269-275
- Nölting, D. (1984): Das Durchstanzen von Platten aus Stahlbeton – Tragverhalten, Berechnung, Bemessung. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1984
- Ochsner, J. (1981): Durchstanzen von Flachdecken mit Berücksichtigung der Momente. *Schweizer Ingenieur und Architekt*, Jg. 99, 1981, Nr. 30/31, S. 661-663
- Ozawa, M.; Uchida, Y.; Koyanagi, W. (2000): Study on the process of punching shear failure of reinforced concrete slabs. *International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs*, Stockholm, 2000, S. 277-284
- Ožbolt, J.; Eligehausen; R.: (1990): Numerical analysis of headed studs embedded in large plain concrete blocks. In: Bicanic, N.; Mang, H. (Hrsg.): *Computer aided analysis and design of concrete structures*. London, Pineridge Press, 1990
- Ožbolt, J.; Bažant, Z. P. (1992): Microplane model for cyclic triaxial behaviour of concrete. *Journal of Engineering Mechanics*, Jg. 118, 1992, Nr. 7, S. 1365-1386
- Ožbolt, J. (1995): Maßstabeffekt in Beton- und Stahlbetonkonstruktionen. Habilitationsschrift, Mitteilungen des Instituts für Werkstoffe im Bauwesen 1995/2, Universität Stuttgart, 1995
- Ožbolt, J.; Bažant, Z. P. (1996): Numerical smeared fracture analysis: Nonlocal microcrack interaction approach. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Jg. 39, 1996, Nr. 4, S. 635-661
- Ožbolt, J. (1999): Nonlocal fracture analysis - stress relaxation method. Bericht, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, 1999 (unveröffentlicht)
- Ožbolt, J.; Vocke, H. (1999): Numerische Untersuchungen zum Durchstanzen von Flachdecken. In Eligehausen, R. (Hrsg.): *Werkstoff und Konstruktion III*. Stuttgart, Ibidem Verlag, 1999, S. 213-224
- Ožbolt, J.; Mayer, U.; Vocke, H.; Eligehausen, R. (1999): Verschmierte Rissmethode. *Beton- und Stahlbetonbau*, Jg. 94, 1999, Nr. 10, S. 403-412
- Ožbolt, J.; Vocke, H.; Eligehausen, R. (2000): Three-dimensional numerical analysis of punching failure. *International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs*, Stockholm, 2000, S. 65-74
- Ožbolt, J., Li, Y.-J.; Kožar, I. (2001-2): Mixed constrained microplane model for concrete. Zur Veröffentlichung in *International Journal of Solids and Structures* (2001)
- Ožbolt, J.; Vocke, H.; Eligehausen, R. (2001-1): Punching failure – influence of material properties and size effect. *Fourth International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures (FraMCoS)*, Paris, 2001
- Pijaudier-Cabot, G.; Bažant, Z. P. (1987): Nonlocal damage theory. *Journal of Engineering Mechanics*, Jg. 113, 1987, Nr. 10, S. 1512-1533
- Pillai, U.; Kirk, W.; Scavuzzo, L. (1982): Shear reinforcement at slab column connections in a reinforced concrete flat plate structure. *Journal of the ACI*, Jg. 79, 1982, Nr. 1,

S. 36-42

- Pöllet, L. (1983): Untersuchung von Flachdecken auf Durchstanzen im Bereich von Eck- und Randstützen. Dissertation, RWTH Aachen, 1983
- Pralong, J., Brändli, W.; Thürlimann, B. (1979): Durchstanzversuche an Stahlbeton- und Spannbetonplatten. Versuchsbericht Nr. 7305-3, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart, 1979
- Pralong, J. (1982): Poinçonnement symétrique des planchers-dalles. Bericht Nr. 131, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, 1982
- Rangan, V. B.; Hall, A. S. (1983): Moment and shear transfer between slab and edge column. ACI Structural Journal, Jg. 80, 1983, Nr. 3, S. 183-191
- Rangan, V. B. (1987): Punching shear strength of reinforced concrete slabs. Civil Engineers Transactions (Barton), Institution of Engineers, Australia, Jg. CE 29, 1987, Nr. 2, S. 71-78
- Rangan, V. B. (1990): Test on slabs in the vicinity of edge columns. ACI Structural Journal, Jg. 87, 1990, Nr. 6, S. 623-629
- Regan, P. E. (1981): Behavior of reinforced concrete flat slabs. CIRIA Report 89, Construction Industry Research and Information Association, London, 1981
- Regan, P. E.; Braestrup, M. W. (1985): Punching shear in reinforced concrete: A state of the art report. Bulletin d'Information Nr. 168, Comité Euro-international du Béton, Lausanne, 1985
- Regan, P. E.; Walker, P. R.; Zakaria, K. A. (1979): Tests of reinforced concrete flat slabs. CIRIA Project 220, Construction Industry Research and Information Association, London, 1979
- Rehm, G.; Eligehausen, R.; Mällée, R. (1988): Befestigungstechnik. Betonkalender 1988, Berlin, Ernst & Sohn, 1988, S. 597-715
- Reineck, K.-H. (2001): Punching of structural concrete slabs. Bulletin d'Information Nr. 12, Fédération Internationale du Béton, Lausanne, 2001
- Sawade, G. (1994): Ein energetisches Materialmodell zur Berechnung des Tragverhaltens von zugbeanspruchtem Beton. Dissertation, Universität Stuttgart, 1994.
- Scavuzzo, L. (1978): Shear Reinforcement at slab-columns connections in a reinforced concrete flat slab structure. The Royal Military College, Kingston, 1978
- Schlaich, J.; Schäfer, K. (1998): Konstruieren im Stahlbetonbau. Betonkalender, Teil II, Berlin, Ernst & Sohn, 1998, S. 721-895
- Schmidt, M. (1999): 3D nichtlineare Simulationen des Durchstanzbereiches schubbewehrter Flachdecken. Diplomarbeit, RWTH Aachen, Institut für Massivbau, 1999
- Schnell, W.; Gross, D.; Hauger, W. (1987): Technische Mechanik – Band 2: Elastostatik. Berlin, Springer, 1987
- Shehata, I. (1985): Theory of punching in reinforced concrete slabs. Dissertation, Polytechnic of Central London, 1985
- Sherif, A. G. (1996): Behavior of reinforced concrete flat slabs. Dissertation, University of Calgary, 1996
- Siao, W. B. (1994): Punching shear resistance of flat slabs: a beam strip analogy. ACI Structural Journal, Jg. 91, 1994, Nr. 5, S. 594-604

- Silfwerbrand, J. (2000): Punching Shear Capacity of SFRC Slabs on Grade. International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs, Stockholm, 2000, S. 485-502
- Simmonds, S.; Alexander S. (1987): Truss model for edge column-slab connections. *ACI Structural Journal*, Jg. 84, 1987, Nr. 4, S. 296-303
- Staller, M. (2000): Analytische und numerische Untersuchungen des Durchstanztragverhaltens punktgestützter Stahlbetonplatten. Dissertation, Technische Universität München, 2000
- Stamenkovic, A.; Chapman, J. C. (1972): Local strength of flat slabs at column heads. CIRIA Report Nr. 39, Construction Industry Research and Information Association, London, 1972
- Stiglat, K.; Steiner, J. (1980): Durchstanzen von mit Dübelleisten verstärkten Flachdecken, die auf Stahlstützen aufliegen. *Beton- und Stahlbetonbau*, Jg. 75, 1980, Nr. 10, S. 239-246
- Taerwe, L. (1993): Towards a consistent treatment of model uncertainties in reliability formats for concrete structures. *CEB-Bulletin d'Information* 219, Lausanne, 1993, S. 5-61
- Tankut, T. (1969): The behavior of the reinforced concrete flat plate structures subjected to various combinations of vertical and horizontal loads. Dissertation, University of London, 1969
- Turner, C. (1909): Concrete steel construction. Minneapolis, Farnham Printing & Stationery Co, 1909
- Völkel, W. (1974): Biegesteife Verbindung von Flachdecken mit Randstützen. *Bauingenieur*, Jg. 49, 1974, Nr. 1, S. 27-31
- Walker, P. R.; Regan, P. E. (1987): Corner column-slab connections in concrete flat plates. *Journal of Structural Engineering*, Jg. 113, 1987, Nr. 4, S. 704-720
- Walraven, J. C. (1980): Shear in prestressed concrete. *Bulletin d'Information* Nr. 180, Comité Euro-International du Béton, Lausanne, 1980
- Walraven, J. C. (2000): Design of structures for punching – present status of revision of Eurocode 2. International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs, Stockholm, 2000, S. 211-224
- Zaghlool, E. R. F.; de Paiva, H. A. R.; Glockner, P. G. (1970): Tests of reinforced concrete flat plate floors. *ASCE Journal of the Structural Division*, Jg. 96, 1970, Nr. ST3, S. 487-506
- Zaghlool, E. R. F.; de Paiva, H. A. R. (1973-1): Strength analysis of corner column-slab connections. *ASCE Journal of the Structural Division*, Jg. 99, 1973, Nr. ST1, S. 53-71
- Zaghlool, E. R. F.; de Paiva, H. A. R. (1973-2): Tests of flat-plate corner column-slab connections. *ASCE Journal of the Structural Division*, Jg. 99, 1973, Nr. ST3, S. 551-572
- Zilch, K.; Staller, M.; Blaschko, M. (1995): Vergleichende Untersuchungen zur Tragfähigkeit durchstanzgefährdeter Platten anhand verschiedener theoretischer Berechnungsmodelle. Forschungsbericht, Lehrstuhl für Massivbau, Technische Universität München, 1995