

**Aus den Arbeiten des Instituts für Massivbau
Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing.E.h. Jörg Schlaich**

WERNER SOBEK

**AUF PNEUMATISCH GESTÜTZTEN
SCHALUNGEN HERGESTELLTE
BETONSCHALEN**

Verlag Ursula Sobek · Stuttgart

1. Auflage 1987

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Sobek, Werner:

Auf pneumatisch gestützten Schalungen hergestellte
Betonschalen / Werner Sobek. - 1. Aufl. - Stuttgart : Sobek,
1987

(Aus den Arbeiten des Instituts für Massivbau)

Zugl.: Stuttgart, Univ., Diss., 1987

ISBN 3-9801085-1-1

Diese Schrift wurde unter gleichem Titel dem Promotionsprüfungsaus-
schuß der Fakultät Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität
Stuttgart als Doktorarbeit vorgelegt. Die mündliche
Prüfung fand am 18. Februar 1987 statt.

Hauptberichter: Professor Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h. Jörg Schlaich

Mitberichter: Professor Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h. Gallus Rehm

© Verlag Ursula Sobek Stuttgart 1987

Printed in Germany

Alle Rechte, auch das der Übersetzung, vorbehalten.

Ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlags ist es auch nicht gestat-
tet, dieses Buch oder Teile daraus zu vervielfältigen.

Zahlenangaben ohne Gewähr.

Vorwort

Schalen sind gekrümmte Flächentragwerke, die aufgrund ihrer Form ein besonders günstiges Tragverhalten haben, das sich in einem geringen Materialverbrauch ausdrückt. Darüberhinaus zeichnen sie sich durch die natürliche Eleganz von Tragkonstruktionen aus, deren Form sich logisch aus dem Kraftfluß entwickelt.

Zu den freien räumlichen Formen der Schalen gehört ein Werkstoff, der auf der Baustelle gegossen werden kann, in kurzer Zeit erhärtet und dazu billig und beständig ist. Das geht nur mit Beton. Wenn irgendwo materialgerechtes Bauen mit Beton in reinster Form praktiziert wird, dann im Schalenbau.

Wer schöne und materialgerechte Bauten will, muß bedauern, daß immer weniger Betonschalen gebaut werden.

Am Institut für Massivbau der Universität Stuttgart wird dieser Tatbestand nicht nur bedauert, sondern es werden seit Jahren Anstrengungen unternommen, den Schalenbau wiederzubeleben. Weil der Niedergang des Schalenbaus vor allem darauf zurückzuführen ist, daß die Gußformen, d.h. die Schalung für die Schalen, sehr teuer sind und so die Schalen gegenüber fertigungstechnisch einfacheren Tragwerken im Kostenwettbewerb unterliegen, war der Ansatzpunkt klar. Zunächst wurden die Möglichkeiten erkundet, die der Glasfaserbeton bietet, um die Dicke und damit das Gewicht der Schalen mit dem Ziel zu minimieren, leicht transportierbare Großfertigteile beim Schalenbau einzusetzen. Bereits 1977 wurde so ein Versuchsschalendach mit 31 m Durchmesser und nur 12 mm Schalendicke gebaut. Aus der Beschäftigung mit leichten Flächentragwerken aus Seilnetzen und Membranen und mit konkreten Projekten für weitgespannte Betonschalendächern entstand dann der Wunsch,

den bekannten aber bisher nur in sehr engen Grenzen verwirklichten Gedanken, Pneus als Schalung für Betonschalen zu verwenden, zu vertiefen. Klar war nämlich, daß Pneus diesbezüglich nicht nur kostengünstig sind, sondern daß ihre mögliche Formenvielfalt im Hinblick auf günstige und schöne Schalen bei weitem noch nicht ausgeschöpft ist.

Herr Sobek hat sich in seiner Dissertation sehr gründlich und einfallsreich mit - soweit dies im Rahmen eines Universitätsinstituts sinnvoll und möglich ist - allen wichtigen Fragen auseinandergesetzt, die sich im Zusammenhang mit pneumatisch gestützten Schalungen für Betonschalen ergeben, von der Formgebung über das Tragverhalten einschließlich des Zusammenwirkens des erhärteten Betons mit dem Pneu bis hin zur praktischen Durchführung.

Ich bin sicher, daß er damit einen wichtigen Beitrag zur Wiederbelebung der Betonschalen und damit zur Baukultur geleistet hat und hoffe, daß die Baupraxis dies auch so sieht und von dieser Schrift regen Gebrauch macht.

Diese Arbeit wurde von der Deutschen Forschungsgesellschaft im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 64 gefördert. Dafür möchte ich mich hier herzlich bedanken.

Jörg Schlaich

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter im Sonderforschungsbereich 64 "Weitgespannte Flächentragwerke" an der Universität Stuttgart.

Ich danke Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h. Jörg Schlaich, dem Leiter des Projektbereichs "Konstruktiver Ingenieurbau" im SFB 64, für die Förderung und Unterstützung meiner Arbeit sowie für die wertvollen Gespräche und Anregungen.

Herr Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing.E.h. Gallus Rehm hat den Mitbericht für meine Arbeit übernommen. Hierfür möchte ich mich recht herzlich bedanken.

Herrn Dr.-Ing. Switbert Greiner danke ich für die Durchsicht der Arbeit und für die sorgfältige Prüfung aller angegebenen Formeln.

Herrn Dr.-Ing. habil. Werner Kolbe danke ich für die instruktiven Gespräche, die wir über die Behandlung der in Kapitel 3 formulierten nichtlinearen Optimierungsprobleme zusammen geführt haben.

Herr Prof. Dr.-Ing. Ekkehard Ramm stellte das am Institut für Bau- statik der Universität Stuttgart entwickelte Programmsystem NISA 80 für die Finite-Elemente-Berechnungen zu Verfügung. Hierfür möchte ich mich recht herzlich bedanken.

Ulrike Wagner und Matthias Kintscher halfen als Hilfsassistenten bei den Programmierarbeiten, Frau Jung und Frau Zatrieb fertigten die Zeichnungen an. Auch bei ihnen möchte ich mich bedanken.

Werner Sobek

Inhaltsverzeichnis:

	Seite
1. Einleitung	5
2. Die bisherige Entwicklung der Baumethode und daraus abgeleitete Problemstellungen	7
2.1 Zu den Begriffen "pneumatisch gestützte Schalung" und "innerer Überdruck"	7
2.2 Die bisherige Entwicklung der Baumethode	7
2.3 Aus der bisherigen Entwicklung der Baumethode für die vorliegende Arbeit abgeleitete Problemstellungen	34
3. Zum Entwerfen von Schalentragerwerken aus Beton, die auf einer pneumatisch gestützten Schalung hergestellt werden sollen. Untersuchungen über Schalensformen	35
3.1 Zum Entwurfsprozess	35
3.2 Pneumatisch gestützte Schalungen mit besonderen Eigenschaften und das Tragverhalten von Betonschalen, die die Form dieser Pneus besitzen	40
3.2.1 Zur Formfindung von Schalungsmembranen mit einem vorgegebenen Spannungszustand	40
3.2.1.1 Herleitung der Bedingungsgleichungen	40
3.2.1.2 Lösung der Bedingungsgleichungen	42
3.2.2 Der Übergang von der Formfindung zum Bauwerk	45
3.2.2.1 Besonderheiten im Hinblick auf die pneumatisch gestützte Schalung. Begriff der Kompensation	45
3.2.2.2 Zur Frage der Kompensation von Betonschalen	48

	Seite		Seite
3.2.2.3		Betonschalen mit der Form pneumatisch aufgespannter Seifenhäute	48
3.2.3		Der Sonderfall der Rotationssymmetrie	55
3.3		Zur Formfindung von Betonschalen mit vorgegebenen Eigenschaften und die pneumatische Bildbarkeit der zu ihrer Herstellung benötigten Schalungsmembranen	61
3.3.1		Zur Formfindung von Betonschalen, die einem vorgegebenen Spannungszustand unterliegen	61
3.3.2		Der Nachweis der pneumatischen Bildbarkeit einer vorgegebenen Form	62
3.3.2.1		Zum Begriff der pneumatischen Bildbarkeit	62
3.3.2.2		Aufstellen der Bedingungsgleichungen	62
3.3.2.3		Lösung der Bedingungsgleichungen	65
3.3.2.4		Beispiele	67
3.3.4		Der Sonderfall der Rotationssymmetrie	69
4.		Zu speziellen bautechnischen Problemen	71
4.1		Geeignete Membranwerkstoffe	71
4.2		Betontechnologische Aspekte	72
4.2.1		Die mechanischen Eigenschaften von Beton in den ersten Stunden nach dem Einbau	72
4.2.2		Der Einfluß von Verformungen und Erschütterungen in den ersten Stunden nach dem Einbau auf die Eigenschaften des Festbetons und auf den Verbund Beton-Stahl	83
4.2.3		Die Reibung zwischen Frischbeton und einer gespannten Schalungsmembrane	85
4.3		Ein Verfahren zur Berechnung des Tragverhaltens von rotationsymmetrischen, pneumatisch gestützten Schalungen unter rotationssymmetrischer Belastung	87
4.3.1		Vorbemerkungen	87
4.3.2		Beziehungen am Membranelement und Beschreibung der wesentlichen Schritte des Rechenverfahrens	89
4.3.3		Materialgesetze	90
4.3.3.1		Materialgesetz von Mooney-Rivlin	90
4.3.3.2		Materialgesetz von Prandtl-Reuß	92
4.3.3.3		Materialgesetz von Losch	94
4.3.4		Betonauflast auf der pneumatisch gestützten Schalung	96
4.4		Der Betoniervorgang: Deformationen der pneumatisch gestützten Schalung und des Betons. Frage der Innendrucksteuerung	99
4.4.1		In die Problemstellung eingehende Parameter	99
4.4.2		Zur Höhe des inneren Überdrucks	101
4.4.3		Die Betonierarbeiten erfolgen in einer Zeitspanne, während der der Beton noch keine mittragende Wirkung besitzt	103
4.4.4		Der Beton entwickelt bereits während der Betonierarbeiten eine mittragende Wirkung	110
4.5		Nach Abschluß der Betonierarbeiten: Einfluß einer Änderung des inneren Überdrucks	113
4.6		Zur Notwendigkeit einer Steuerung des inneren Überdrucks nach Abschluß der Betonierarbeiten	115
5.		Zusammenfassung und Anregungen für weitere Arbeiten	119
6.		Literaturverzeichnis	121

Verzeichnis der Abkürzungen

Nachfolgend werden die wichtigsten der verwendeten Abkürzungen wiedergegeben.

a	Schalenspannweite
d	Dicke der Betonschale
E	Elastizitätsmodul
f	Bruchfestigkeit
h	Höhe der Schalung
n	Membrankraft
p	Druck
t	Zeit
T	Temperatur
x, y, z	Koordinaten eines kartesischen Koordinatensystems
ϵ	Dehnung
λ	Verstreckungsverhältnis
μ	Reibungsbeiwert
ν	Querdehnzahl
σ	Spannung

S	Schubrichtung
u	Bruch-/Versagenszustand
x y z	Bezug auf kartesisches Koordinatensystem
φ ϑ	Bezug auf Polarkoordinaten
I, II	Hauptachsen

Sonstige

A	Matrix
b	Vektor
$f _{x=1}$	Wert der Funktion f an der Stelle x = 1

Indizes

c	Beton
cc	Beton unter Druckbeanspruchung
ct	Beton unter Zugbeanspruchung
el	elastisch
i	im Innenraum der Schalung
K	Kettrichtung
pl	plastisch

1. Einleitung

In den zwanziger und dreißiger Jahren dieses Jahrhunderts wurden die faszinierenden Eigenschaften der Betonschalen durch Bauersfeld, Dischinger, Freysinnet, Baroni, Maillart, Torroja erstmals aufgezeigt:

Die Schalen: Räumlich gekrümmte Kontinua geringer Querschnittsdicke, mit dem Ziel entworfen, alle Lasten möglichst nur über Membranspannungen abzutragen. Der Materialaufwand wird damit gering gehalten, was nicht nur die Herstellung sehr effizienter Strukturen für kleine Spannweiten, sondern auch das Überspannen sehr weiter Räume auf wirtschaftliche Weise möglich macht.

Andererseits Beton: Der einzige preiswert in großen Mengen herstellbare Baustoff hoher Druckfestigkeit, der sich auf der Baustelle in beliebige Formen gießen lässt.

Schalen aus Beton: Eine ideale Kombination von Konstruktionsform und Konstruktionsmaterial!

Waren die Schalen zum Zeitpunkt der ersten Blüte des Betonschalensbaus noch kein Bestandteil der Architektur, so setzte hier nach dem zweiten Weltkrieg eine Änderung ein. Der durch diese zunehmende Akzeptanz ermöglichten Verbreitung der Bauweise wirkte nun aber ein gleichzeitig einsetzender Anstieg der Lohnkosten entgegen: Die in bezug auf ihren Materialbedarf "billige" Schalenbauweise wurde durch die hohen Lohnkosten zur Herstellung der Schalung unbezahlbar.

Betonschalen können heute nur noch gebaut werden, wenn sich das Problem der teuren Schalungen umgehen lässt. Eine Reihe von Überlegungen wurde bisher hierzu angestellt. Die wichtigsten sind, /1/:

Herstellung der Schale auf einem eigens dafür angeschütteten Erdhügel

- Herstellung von Schalen aus Fertigteilen
- Freivorbau von Schalen
- Torkretieren gegen ein feinmaschiges, über ein filigranes Stahlskelett gespanntes Bewehrungsnetz
- Herstellung der Schale auf einer pneumatisch gestützten Schalung.

Alle genannten Methoden unterliegen Einschränkungen bezüglich der wirtschaftlich herstellbaren Schalenformen und/oder Größen - mit Ausnahme der pneumatisch gestützten Schalungen. Andererseits wurde diese Schalungsmethode bisher weder umfassend untersucht noch scheinen ihre Möglichkeiten auch nur annähernd ausgeschöpft. Die vorliegende Arbeit setzt hier an. Sie soll dazu dienen, dem Betonschalensbau durch Analyse und Weiterentwicklung der Methode der pneumatisch gestützten Schalungen neue Impulse zu geben.

Im nachfolgenden ersten Kapitel wird der technische Stand der Bauweise erstmals umfassend definiert. Die hierdurch mögliche Synopsis zeigt zwei interessante Aspekte:

Bis auf wenige Ausnahmen haben alle bisher verwendeten Schalungen eine rotationssymmetrische Form. Dies ist offensichtlich auf eine Unsicherheit bei der Arbeit mit allgemeinen, beliebig gekrümmten Schalenformen zurückzuführen. Gerade in ihrer nahezu unbegrenzten Formenvielfalt liegt jedoch einer der Vorteile der pneumatisch gestützten Schalungen. Der zweite Teil der vorliegenden Arbeit ist deshalb einer Untersuchung über Schalenformen und einer Untersuchung des mit pneumatisch gestützten Schalungen herstellbaren Formenspektrums gewidmet. Überlegungen zu Fragen des procedere im Entwurfsprozeß gehören hier hinzu.

Ein zweiter, sich aus der Synopsis ergebender Aspekt ist das völlige Fehlen publizierter Informationen zu wichtigen Fragen der bautechnischen Realisation. Hierzu gehören zum Beispiel Fragen zur

- Materialwahl
- Druckregelung
- Betontechnologie
- Deformation der Schalung unter der Betonauflast.

Zur weiteren Verbreitung der Baumethode sind diese Informationen erforderlich. Im dritten Teil der vorliegenden Arbeit werden deshalb die benötigten Grundlagen erarbeitet und, darauf aufbauend, wesentliche Fragestellungen bezüglich der bautechnischen Realisation näher untersucht.

2 Die bisherige Entwicklung der Baumethode und daraus abgeleitete Problemstellungen

2.1 Zu den Begriffen "pneumatisch gestützte Schalung" und "innerer Überdruck"

Eine "pneumatisch gestützte Schalung" besteht aus einer dünnen, biegeweichen, nur durch Zugkräfte beanspruchbaren Membrane, die entweder selbst oder durch Abdichten gegen den Untergrund eine (oder mehrere) in sich abgeschlossene Hülle(n) bildet. Eine derartige Hülle ist mit einem (Stütz-) Medium gefüllt. Gase, Flüssigkeiten, Granulate oder Kombinationen davon kommen hierfür in Frage. Die Hülle steht unter innerem Überdruck. Dadurch wird die Schalungsmembrane vorgespannt und nimmt eine bestimmte Form ein.

Als "innerer Überdruck" wird in der vorliegenden Arbeit der Differenzdruck zwischen dem atmosphärischen Luftdruck und dem innerhalb der Schalung herrschenden Druck bezeichnet.

2.2 Die bisherige Entwicklung der Baumethode

Im folgenden wird durch eine Beschreibung der wichtigsten der bisher ausgeführten oder vorgeschlagenen Bauwerke die bisherige Entwicklung der Baumethode nachgezeichnet. Dabei erfolgt eine Unterscheidung einzelner, durch bestimmte Herstellungsverfahren gekennzeichneter Varianten. Es werden folgende Unterscheidungen getroffen, vgl. Abb.2-1:

- a.) Um eine möglichst steife Schalung zu erhalten kann das Füllmedium versteift werden. Dies kann beispielsweise durch zeitweises Verfestigen einer Flüssigkeitsfüllung oder auch durch Evakuieren einer Fluid / Granulatfüllung geschehen.
- b.) Die gespannte Schalungsmembrane selbst kann stabilisiert oder

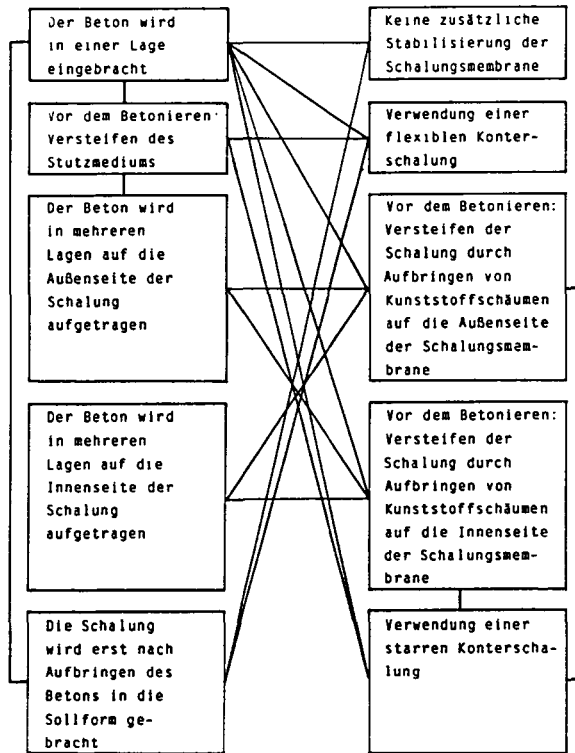


Abb.2-1: Übersicht über die unterschiedlichen Möglichkeiten zur Herstellung von Betonschalen mit Hilfe einer pneumatisch gestützten Schalung.

versteift werden. Dies wird beispielsweise durch Seile, Seilnetze oder auf die Schalungsmembrane aufgebrachte Kunststoffschäume erreicht.

- c.) Der Beton kann in einer Schicht oder in mehreren dünnen Einzelschichten auf die gespannte Schalungsmembrane aufgebracht werden. Die letztgenannte Möglichkeit wird beim Torkretieren häufig genutzt. Sie führt eine schrittweise Versteifung der Hülle herbei.
- d.) Der Beton kann auf die gespannte oder eine schlaffe Schalungsmembrane aufgebracht werden.
- e.) Der Beton kann auf die Innen- oder die Außenseite der Schalungsmembrane aufgebracht werden.

Zwar können pneumatisch gestützte Schalungen auch zur Herstellung von Schalen aus Kunststoff, Mauerwerk, Lehm etc. verwendet werden, hierzu werden aber nur entsprechende Literaturangaben angegeben.

Die erste Veröffentlichung einer Anwendung des Prinzips der pneumatisch gestützten Schalung stammt aus dem Bereich des Rohrleitungsbaus, also mehr aus dem Bereich der "dicken Schalen". Bereits 1938 wird in /106/ die Anwendung eines von der Societa Anonima Canalizzazioni Acquedotti Fognature entwickelten Systems zur Herstellung von Rohrleitungen mit Hilfe luftgefüllter, vulkanisierter Gewebesläuche beschrieben. Die Schläuche mit Längen von ca. 45,72m und 91,44m wurden auf eine bereits betonierte Sohle aufgelegt und mit einem inneren Überdruck von ca. 21-35 kN/m² aufgepumpt. Sie wurden nach Erhärten des Betons wieder entfernt, Abb.2-2.

Über eine 1947 bereits ca. 20 Jahre währende Anwendung desselben Verfahrens in Adelaide, Australien, wird in /95/ berichtet. Als Schalungsmembrane wurden dabei dreischichtige Schläuche (innerer Gummischlauch, Gewebemanschette, äußerer Gummischlauch) mit Durch-

messern von ca. 0,30-1,52m und Längen von ca. 7,32m und 10,06m verwendet. Der innere Überdruck betrug ca. 35 kN/m². Die Schläuche wurden vor dem Betonieren in ihrer Lage fixiert (Auftriebsicherung). Es wurden "sehr feuchte" /95/ Betone mit schnellhärtendem Zement verwendet.

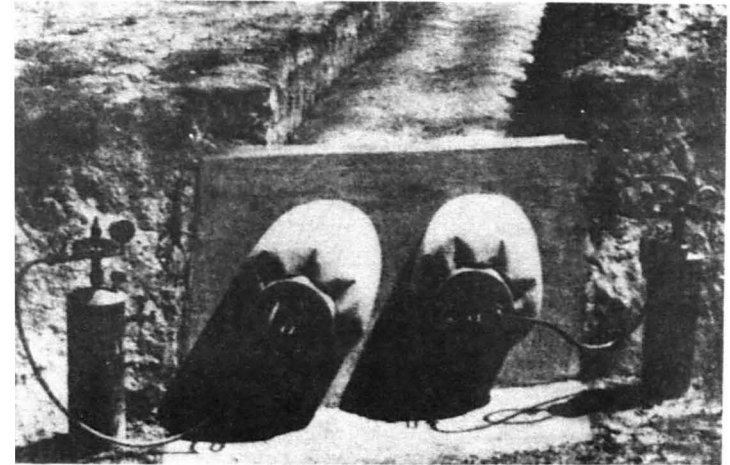


Abb.2-2: Herstellung von zwei Rohrleitungen mit Hilfe pneumatisch gestützter Schalungen, 1938. /106/.

Seit diesen ersten Anwendungen erfolgte im Bereich der Schlauchschalungen eine Erweiterung des Einsatzgebietes auf

- Spannkanäle
- Kabelkanäle
- Innenschalungen für gekrümmte Lichtmasten
- Hohlraumchalungen für Hohlplattendecken
- Entwässerungskanäle etc.

Heute sind Schlauchschalungsdurchmesser bis zu 3,0m /109/ handelsüblich. Bei den verfügbaren Längen muß zwischen der Art der Schlauchbewehrung unterschieden werden: Schlauche, deren Gewebearmierung in Schlauchlängsachse beziehungsweise in Schlauchumfangsrichtung orientiert ist, sind in beliebigen Längen herstellbar. Demgegenüber wird beim sogenannten Ductube-Verfahren für die Schlaucharmierung ein Spezialgewebe mit spiralartiger Orientierung der Gewebefäden verwendet. Dadurch verkleinert der Schalungsschlauch beim Ablassen des inneren Überdrucks seinen Durchmesser um ca. 10 % und dreht sich zusätzlich um seine Längsachse. Das Ausschalen wird dadurch erleichtert. Dem steht der Nachteil gegenüber, daß die herstellbare Länge derartiger Schläuche zur Zeit auf ca. 18m begrenzt ist /52/.

Die heute für Schlauchschalungen verwendeten Membranen bestehen größtenteils aus sehr widerstandsfähigen, mit Synthekautschuk beschichteten Kunstfasergeweben. Dies erlaubt bis zu 350 Einsätze einer Schalung /109/. Für Membranen mit einer Beschichtung aus Kautschuk wird in /109/ die Anwendung eines Trennmittels empfohlen. Der verwendete innere Überdruck liegt bei bis zu 30 kN/m^2 /109/.

Ein interessanter Sonderfall soll die Schilderung der Anwendung von Schlauchschalungen abschließen: Koerner und Welsh /103/ stellen betongefüllte Schläuche (Kissen) oder Schlauchsysteme für Küstenbefestigungen, Dammbau, permanentes Anheben von Brückenpfeilern etc. vor. Die Schlauchschalung agiert hier gleichzeitig als verlorene Schalung.

Offensichtlich war Wallace Neff der erste, der dünne Betonschalen auf einer pneumatisch gestützten Schalung herzustellen versuchte. Er experimentierte bereits 1940, wobei aber anscheinend infolge eines zu niedrigen inneren Überdruckes und infolge von Schwankungen des inneren Überdruckes Risse in den Schalen auftraten /48//50//52//70/. 1942 erfolgte die Zuteilung des Patents in den USA, und noch im gleichen Jahr wurde eine Schale mit 45 m Spannweite errichtet. Neff arbeitete nun mit einem inneren Überdruck von $0,5\text{-}2,0 \text{ kN/m}^2$. /50//67/. In der Folgezeit wurden weltweit nach seinem Verfahren mehr als 1200 Schalen errichtet. Hierzu gehörten Lagerhallen, Öl-, Wasser- und Weintanks. Auch Wohnhäuser, wie zum Beispiel die Igloo-Häuser von Noyes und Salvadori, wurden nach seinem Verfahren hergestellt. Als Schalungsmembrane verwendete Neff neoprenebeschichtete Nylongewebe /52/, als Bewehrung wurden Stabstahl und Betonstahlmatten, teilweise auch einfache Maschendrahtbewehrung verwendet. In der deutschen Patentschrift /67/ wird hierzu unter anderem die Mo-

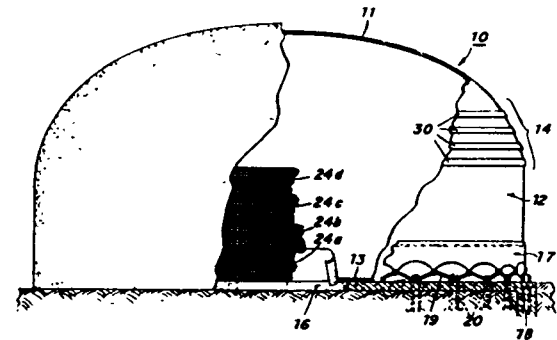


Abb.2-3: Aus der deutschen Patentschrift /67/ von Wallace Neff entnommene Schemazeichnung.

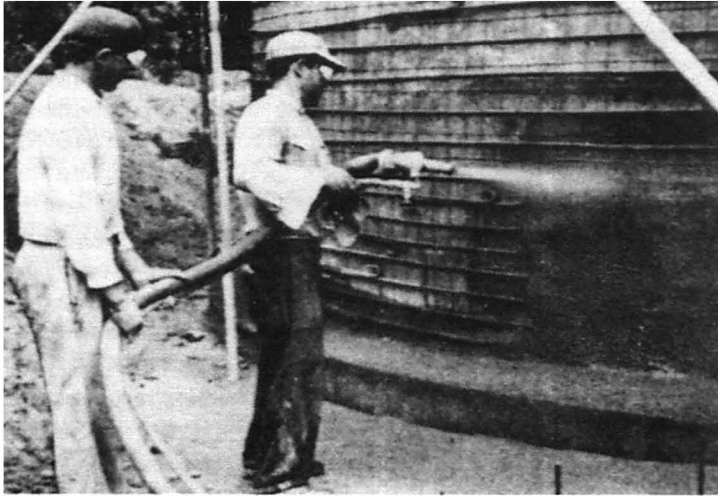


Abb.2-4: Eine der von W. Neff hergestellten Schalen während der Betonierarbeiten.

glichkeit erläutert, die Bewehrung mit Hilfe der Schalungsmembrane vorzuspannen. Dadurch tritt eine gewisse Stabilisierung der Schalung ein. Zusätzlich wird die Betonschale auf diese Weise beim Ausschalen ohne großen Aufwand vorgespannt. Der Beton wurde bei Neff's Schalen üblicherweise durch Torkretieren aufgebracht. Einer eventuell erforderlichen Wärmedämmung wurde durch einen Sandwichaufbau der Schale Rechnung getragen, wobei als Zwischenschicht Glasfaserwolle, Polystyrol- oder Polyurethanschaumplatten /52/ eingelegt wurden.

Abb.2-3,4. Vgl. auch: /66/ sowie die Patentschriften:

USA 2 270 229, 2 335 300, 2 388 701, 3 319 464;

CA 419 655; GB 605 938; F 55 911, 990 132; BRD 1 052 103.

1943, also ebenfalls zu einem sehr frühen Zeitpunkt, wurde R.W.Baily in den USA ein Patent für ein Verfahren zur Herstellung von Betonbauteilen mit Hilfe einer pneumatisch gestützten Schalung erteilt. Bei Baily's Methode wird eine unter Druck stehende Flüssigkeit als Stützmedium für die Schalungsmembrane verwendet. Der Beton wird in den von der Schalungsmembrane und einer zweiten, äußeren Konterschaltung gebildeten Hohlraum eingebracht. Abb.2-5. /149/. Über eine Anwendung des Verfahrens wurde nichts bekannt.

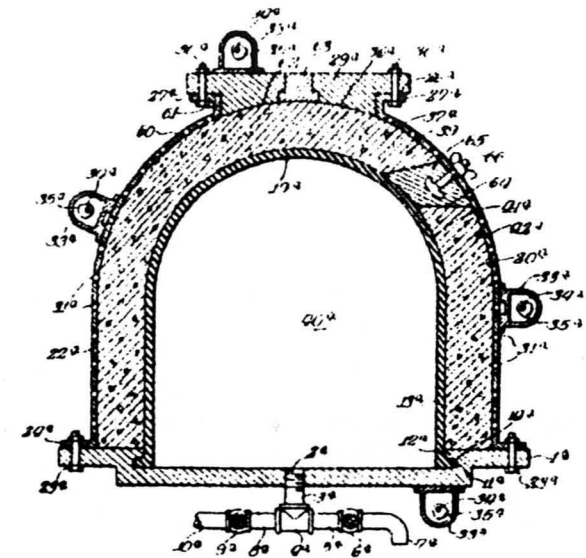


Abb.2-5: Der Patentschrift /149/ von R.W.Baily entnommene Skizze.

In den Jahren 1960 bis 1965 untersuchte Haim Heifetz in Haifa, Israel, die Herstellung von Schalen auf einer pneumatisch gestützten Schalung. Um die Deformationen der Schalung klein zu halten benutzte Heifetz einen inneren Überdruck von ca. $4.0-10.0 \text{ kN/m}^2$, also deutlich höher als Neff, /50//70/ /108/. Die zu verankernden Kräfte wurden dadurch allerdings sehr groß. Um die Wirtschaftlichkeit der Bauweise trotzdem zu gewährleisten entwickelte Heifetz deshalb eine Reihe leicht montierbarer Bodenkonstruktionen. Diese bilden mit dem Schalungspneu ein geschlossenes Kraftsystem, so daß am eigentlichen Bauwerk keine zusätzlichen Maßnahmen zur Verankerung der Schalung erforderlich werden /68/, Abb.2.-6. Bei dem von Heifetz verwendeten inneren Überdruck sind derartige Konstruktionen besonders bei kleineren und bei in großen Serien hergestellten Schalenträgwerken wirtschaftlich, insbesondere, wenn zusätzlich kurze Herstellungszeiten gefordert sind /70/. Die Erteilung des israelischen Patents

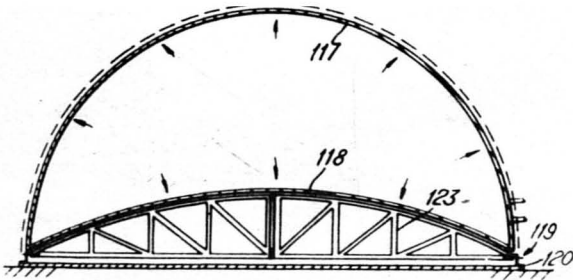


Abb.2-6: Aus der deutschen Patentschrift /68/ von Haim Heifetz entnommene Skizze. Radial angeordnete Fachwerkträger bilden eine steife Bodenkonstruktion. Die Schalungsmembrane ist an dieser Bodenkonstruktion befestigt.



Abb.2-7: Nach dem "Domecrete"-Verfahren von Haim Heifetz errichtete Siedlung. /48/.

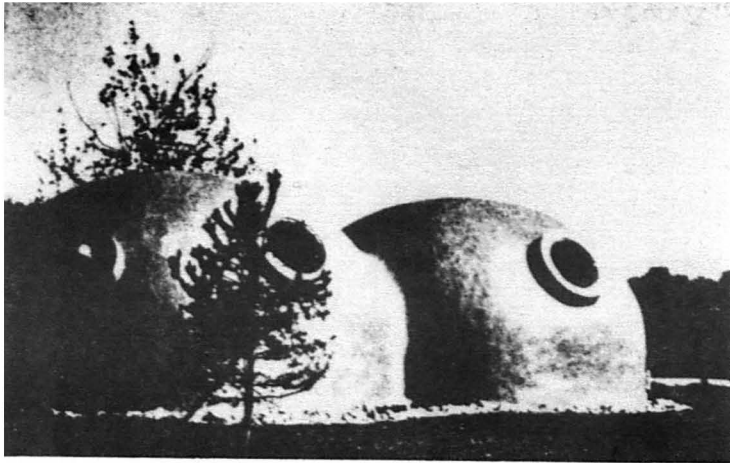


Abb.2-9: Bürogebäude in Langenthal, Schweiz. Ingenieur: Heinz Isler.
/83/.

In Europa erfolgte die Fortsetzung der Arbeiten von W. Neff bisher hauptsächlich durch Heinz Isler. Er experimentierte einerseits mit einer Reihe von Versuchsschalen, bei denen er pneumatisch gestützte Schalungen mit Lehm, Gips, Beton, Mörtel, Wasser (Eis) oder Kunststoffen besprühte, andererseits erstellte er einige später auch genutzte Schalen aus Beton unter Verwendung pneumatisch gestützter Schalungen. Hierzu gehören die zwölf Schalen für das Clause Garden Center in Ponthierry (dreischaliger Aufbau: Innere Gipsschicht, darauf Isolierplatten, die fest mit der äußeren Schicht aus bewehrtem Beton verbunden sind) und ein Bürogebäude in Langenthal, Schweiz, das aus zwei sich verschneidenden Kuppeln mit je 7,6 m Durchmesser besteht /83/, Abb.2-9.

Wie Neff, Heifetz oder Isler stellt auch Horrall Harrington, USA, Schalen durch Aufspritzen von Beton auf die pneumatisch gestützte Schalung her. Er hat bis heute über 65 Schalen nach diesem System errichtet, darunter, als die bisherige Rekordspannweite, eine Schale mit 57,30 m Durchmesser bei 8,9 cm Wandstärke, Abb.2-10,11,12,13. Für Schalen großer Spannweite ist nach Harrington's Erfahrungen eine Stabilisierung der Schalungsmembrane durch aufgelegte Seile unerlässlich. Diese Seile dienen gleichzeitig zur Befestigung der üblicherweise aus Betonstahlmatten und gebogenen Bewehrungsstäben bestehenden Armierung. Harrington verwendet als Schalungsmembranen vinylbeschichtete Polyestergewebe. Der innere Überdruck beträgt je nach Bauwerk bis zu $2,5 \text{ kN/m}^2$. Der Beton wird durch Torkretieren in zwei Lagen aufgebracht. Dadurch wird eine schrittweise Stabilisierung der Schalungsform bewirkt. Infolge der trommelartig gespannten Schalungsmembrane treten beim Torkretieren üblicherweise Materialverluste durch zurückgefederte Zuschlagsteile auf. Durch eine spezielle Betonmischung kann dieser Effekt abgemindert werden. /100/.

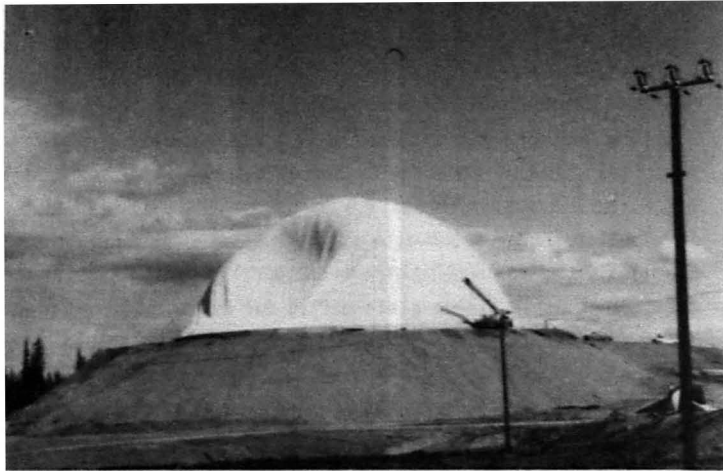


Abb.2-10: Errichten einer Kuppel mit 57.30 m Durchmesser über einem teilweise unterirdischen Speicherbehälter: Aufblasen der Schalung. /100/.



Abb.2-11: Die erste Betonschicht wird torkretiert. /100/.

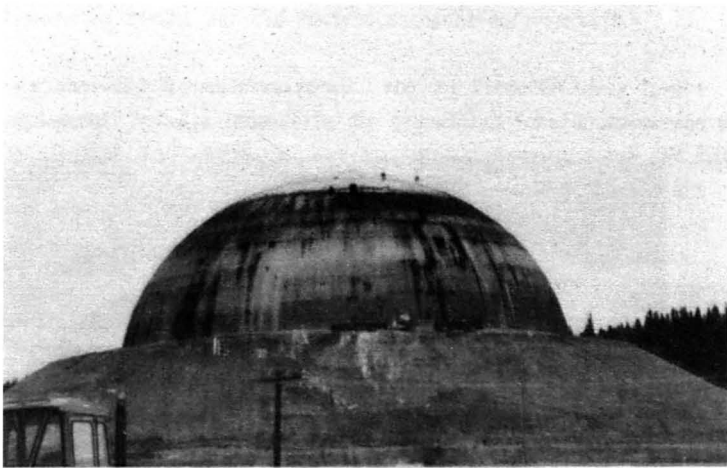


Abb.2-12: Ansicht der Schale während der Betonierarbeiten. /100/.



Abb.2-13: Ansicht der fertigen Schale. /100/.

Über zwei kleine Versuchsbauten berichtet W.P.White in /93/: Eine Schale mit Quadratgrundriß (1.22 m x 1.22 m) und eine einseitig apsisartig geschlossene Tonnenschale (Grundriß: 3.66 m x 4.27 m) wurden auf einer pneumatisch gestützten Schalung aus Polyethylenfolie hergestellt. Kleinmaschiges Drahtgewebe wurde auf die Schalung aufgelegt. Der Beton wurde (mit zeitlichem Abstand) in zwei beziehungsweise drei dünnen Schichten aufgetragen.

Soll die Schalungsmembrane zur Erhöhung der Wasserdichtigkeit permanent auf der Schale verbleiben, so kann der Beton auch von innen auf die pneumatisch gestützte Schalung aufgespritzt werden. Die einzigen bisher nach diesem System gebauten Schalen wurden ebenfalls von Harrington entworfen. 1962 kam es dabei beim Bau einer Schale über quadratischem Grundriß (30,48 m x 30,48 m) und 7,01 m Stichhöhe in Cincinnati zu einem Einsturz während der Bauphase, Abb.2.-14,15. Als Grund hierfür wurde eine Verletzung der Schalungsmembrane während

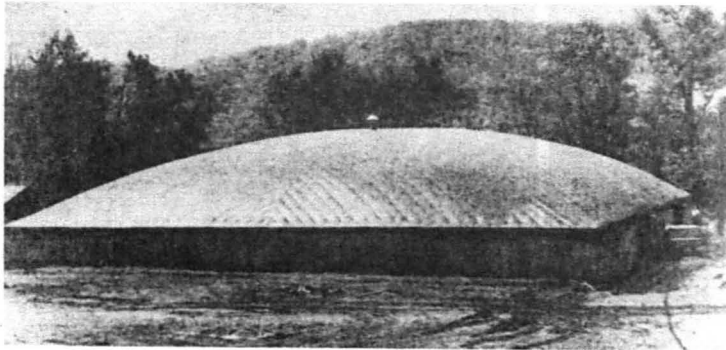


Abb.2-14: Pneumatisch gestützte Schalung zur Herstellung eines Salzspeicherbehälters in Cincinnati. /94/.

der Torkretierarbeiten sowie eine unzureichende Kapazität des Druckerzeugers (um die Hülle trotz der Leckage hochzuhalten) angeben. Ein vergleichbares Projekt konnte in Chicago ohne Probleme realisiert werden. Zur Erhöhung der Haftung des Betons auf der Schalungsmembrane war hier allerdings die Innenseite der Schalungsmembrane mit einem Baumwollgewebe versehen worden /94/.

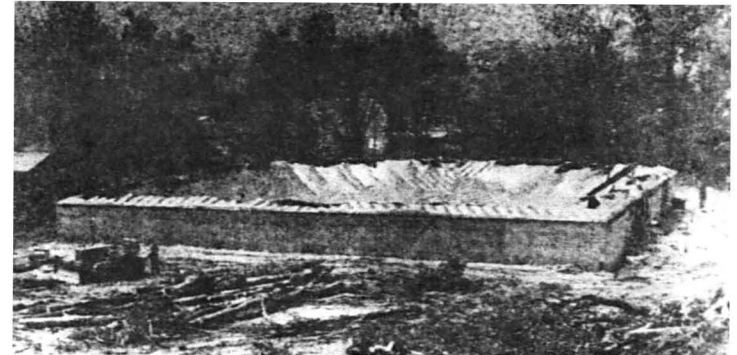


Abb.2-15: Dasselbe Schalung nach dem Einsturz. /94/.

Anstatt durch einen schichtweisen Aufbau der Betonschale mittels Torkretieren kann eine Stabilisierung oder Versteifung der Schalung auch durch das Aufspritzen von Kunststoffen bewirkt werden. Besonders bewährt haben sich hierbei nach dem Aufspritzen aufschäumende und danach sofort verfestigende Polyurethane, nicht zuletzt wegen ihrer gleichzeitig sehr guten Wärmedämmeigenschaften.

In /99/ wird über Untersuchungen zur Anwendbarkeit der Methode für militärische Zwecke durch das US-Army "Construction Engineering Research Laboratory" (CERL) berichtet. Dabei wurden fünf Gebäude in Kuppelform mit Durchmessern von 4,60-8,50 m bei Höhen von 2,10-4,30 m errichtet. Auf die Schalungsmembrane aus gewebeverstärkten Polyurethan wurde zuerst ein feuerfester Putz (PU ist nicht feuerfest) aufgetragen, bevor die Versteifung der Schalung durch PU-Schäume mit Schichtdicken von insgesamt 9,9-22,8 cm erfolgte. Anschließend wurde entweder ein Bewehrungsnetz auf der PU-Schaumschicht befestigt und die Schale torkretiert, oder es wurde Stahlfaserbeton direkt auf die PU-Schaumschicht aufgespritzt.

Eine ähnliche Vorgehensweise wird von der Firma Garteway Towers angewendet: Auf die Innenseite der gespannten Schalungsmembrane wird Polyurethan-Hartschaum aufgebracht. Anschließend wird auf der Außenseite der Schalung Bewehrung verlegt und die Schale torkretiert /48/. Die Schalungsmembrane verbleibt also in der Schale.

Eine weitere Variante der Bauweise entsteht durch das Aufbringen des versteifenden Kunststoffschäumens wie auch des Betons vom Innenraum der Schalung aus. Nach dieser Methode wurden bisher eine Vielzahl von Gebäuden, insbesondere für Wohnzwecke, errichtet. Das vom kalifornischen Architekten Lloyd Turner entwickelte Verfahren wurde von der Tecton Corp. in Colorado Springs übernommen und bisher für die Errichtung von mehr als einem Dutzend Gebäuden (alle mit Halbkugel- oder Kugelabschnittsform) angewandt /78/, das größte davon mit 36,58 m Durchmesser und 13,56 m Höhe bei 6,4 cm Wandstärke /107/. Im PU-Schaum (Gesamtdicke üblicherweise ca. 7,6-15,2 cm) werden Ausspa-

rungen für Fenster und Türen freigelassen sowie die erforderliche Installation verlegt. Anschließend wird Stahlfaserbeton in einzelnen Lagen /105/ mit einer Gesamtdicke von üblicherweise ca. 6,4 cm aufgespritzt, oder es wird nach vorherigem Verlegen einer Bewehrung torkretiert. Nach Demontage der Schalungsmembrane wird die jetzt außenliegende, glatte PU-Schaumoberfläche durch einen aufgespritzten Kunststoff auf Elastomerbasis /78/ gegen Witterungseinflüsse geschützt. Abb.2.-16,17,18,19. Vgl. auch das Patent USA 28 689.



Abb.2-16: Aufspritzen von PU-Schaum auf die Innenseite der pneumatisch gestützten Schalung. /78/.



Abb.2-17: Torkretierarbeiten im Inneren der Schalung. /78/.

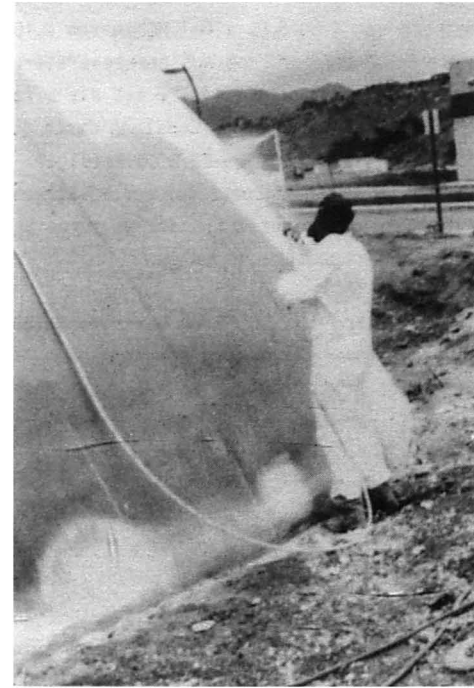


Abb.2-18: Nachdem die Schalungsmembrane entfernt wurde wird auf die Außenseite des PU-Schaums eine Schutzschicht auf Elastomerbasis aufgesprüht. /78/.

Ein vergleichbares Vorgehen wird von der Firma Monolithic Structures Inc. angewandt. Die Verfahren unterscheiden sich lediglich darin, daß zur Stabilisierung der Schalungsform zusätzlich Seile über die Schalungsmembrane aus PVC-beschichtetem Polyestergewebe gespannt werden, und daß, nach der Demontage der Schalungsmembrane, auf den jetzt außenliegenden PU-Schaum zuerst eine Asphaltsschicht und danach eine ca. 1,27 cm dicke Betonschicht aufgebracht wird. Die größte von Monolithic Structures hergestellte Schale war ein Kartoffelspeicher mit 32 m Durchmesser /101//152/.

In /104/ wird wiederum über eine nach dem System der Tecton Corp. errichtete Schale für ein Einfamilienhaus berichtet, wobei jetzt auf die außenliegende Oberfläche des PU-Schaums Glasfaserbeton von ca. 0,6 cm Stärke aufgespritzt wurde.

Ist eine Schaumstoffschicht auf der Schale nicht erforderlich und ist die Anwendung des Torkretierverfahrens nicht erwünscht, so kann der Beton natürlich auch direkt auf die pneumatisch gestützte Schalung aufgebracht werden. Die ersten hierzu bekannt gewordenen Anwendungen erfolgten 1963 und 1964 bei der Herstellung von drei Kugelschalendächern für zylindrische Wasserbehälter in Uhersky Brod, CSSR. Die Dächer wurden auf der Behältersohle hergestellt, indem ein "Silonmantel" /49//82/ in einem auf dem Behälterboden hergestellten Betonring verankert und anschließend ein zwischen Behälterboden und der Schalungsmembrane aus Silon befindlicher Zylinder aus PVC-Folie auf einen inneren Überdruck von $1,47 \text{ kN/m}^2$ aufgeblasen wurde, Abb.2-20. Nach dem Verlegen der Bewehrung wurde bei der ersten Schale mit 15,45 m Durchmesser noch eine Torkretschicht von 3 cm Stärke aufgebracht. Der innere Überdruck wurde dabei laufend erhöht. Erst nach 7 Tagen wurde dann die eigentliche Betonschale auf die Torkretschicht aufbetoniert. Dieses umständliche Vorgehen wurde mit einem zuvor fehlgeschlagenen Versuch, bei dem ohne eine versteifende Torkretschicht gearbeitet wurde, begründet. Anschließend wurde jedoch bei zwei weiteren Behälterdächern mit je 12 m Durchmesser erfolgreich ohne Torkretschicht gearbeitet /49//65/. Die Kugelschalen-

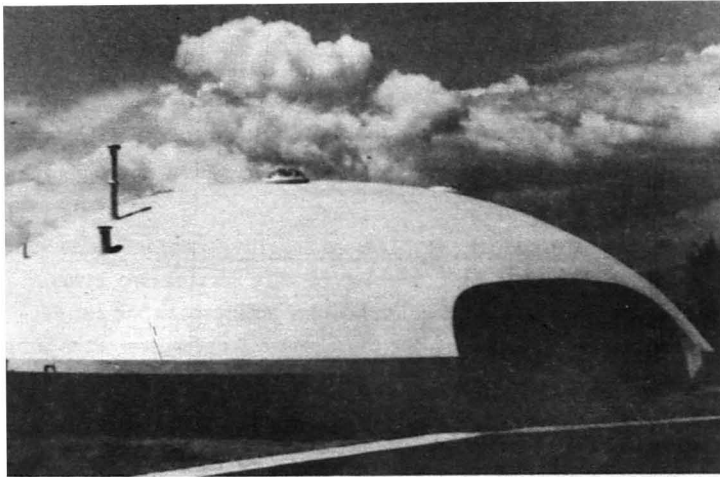


Abb.2-19; Eine nach dem System der Tecton Corp. hergestellte Schale. /78/.

dächer wurden nach dem Erhärten des Betons hochgehoben. Anschließend wurde die Zylinderwand hergestellt /82/.

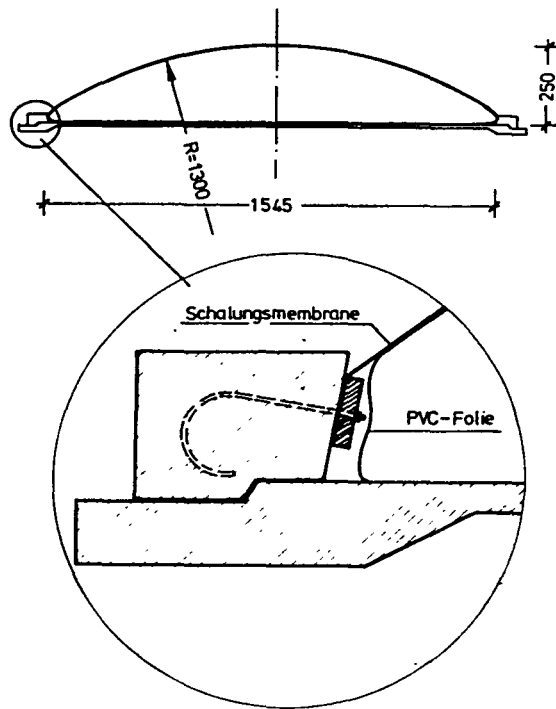


Abb.2-20: Herstellung von Betonschalen als Abdeckung für zylindrische Wasserbehälter in Uhersky Brod, CSSR. Die Schalungsmembrane ist an einem Kreisring aus Beton verankert. /133/.

Einen mit Luft und/oder Wasser gefüllten, unter innerem Überdruck stehenden "Schalungssack" /84/ auf eine bereits fertiggestellte Unterlage aufzulegen und, nach erfolgtem Verlegen der Bewehrung, "Beton in gewünschtem Ausmaß" /84/ aufzubringen, wurde 1977 von Harryson und Asklöf vorgeschlagen /84/. Abb.2-21. Leider unterlief Harryson und Asklöf in ihrer Offenlegungsschrift /84/ der Fehler, daß die von ihnen dargestellten Schalungsformen größtenteils mit der von ihnen genannten Möglichkeit, Luft als Stützmedium zu verwenden, nicht realisierbar sind, vgl. Kap.3.

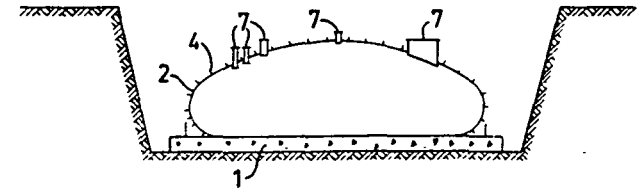


Abb.2-21: Unter innerem Überdruck stehender "Schalungssack" zur Herstellung von Betonschalen, nach Harryson und Asklöf, /84/

Ebenfalls eine in sich geschlossene Schalungsmembrane wurde von J.Schlaich, F.Bacher und vom Autor für die Herstellung eines selbstreinigenden Regenüberlaufbeckens entwickelt. Der aus PVC-beschichtetem Polyestergewebe bestehenden Schalungsmembrane wurde hierbei

- zur zusätzlichen Versteifung der Schalung
- um in der Betonschale zur Verbesserung des Tragverhaltens eine Rippenstruktur zu erzielen
- da die hydraulisch erforderliche Schalungsform pneumatisch nicht bildbar war, vgl. Kap.3

durch 12 Seile, die an einer Stahlplatte im Scheitel sowie am Umfang der Fundamentplatte verankert waren, die in Abb.2-24 erkennbare Geometrie gegeben. Als Stützmedium wurde Luft verwendet. Die Einleitung des Regenwasserkanals in die spätere Schale erfolgt tangential. Seine Einlaufgeometrie geht von dem in Abb.2-22 erkennbaren Querschnitt in den Kreisquerschnitt des Zuleitungskanals über. Dieser Einlauf wurde mit einem, ebenfalls pneumatisch gestützten, Fortsatz der Hauptschalung geschalt. Bis auf eine Ringzugbewehrung in Höhe des größten Schalendurchmessers sowie eine geringfügige Bewehrung in den Graten der Schale besteht die obere Hälfte der Schale aus unbewehrtem Beton. Der innere Überdruck betrug bei Betonierbeginn 10 kN/m^2 . Er wurde während der Betonierarbeiten auf 12 kN/m^2 gesteigert und anschließend bis zum Ausschalen, das ca. 24 Stunden nach Betonierende erfolgte, mit Hilfe einer vom Autor entwickelten Drucksteuerungsanlage bei Abweichungen von kleiner 2 ‰ annähernd konstant gehalten.

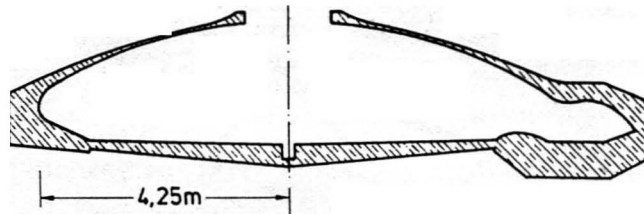


Abb.2-22: Schnittzeichnung des mit einer pneumatisch gestützten Schalung hergestellten Regenüberlaufbeckens. Der Schnitt durch den Regenwasserzuleitungskanal ist auf der rechten Seite der Abbildung zu erkennen.

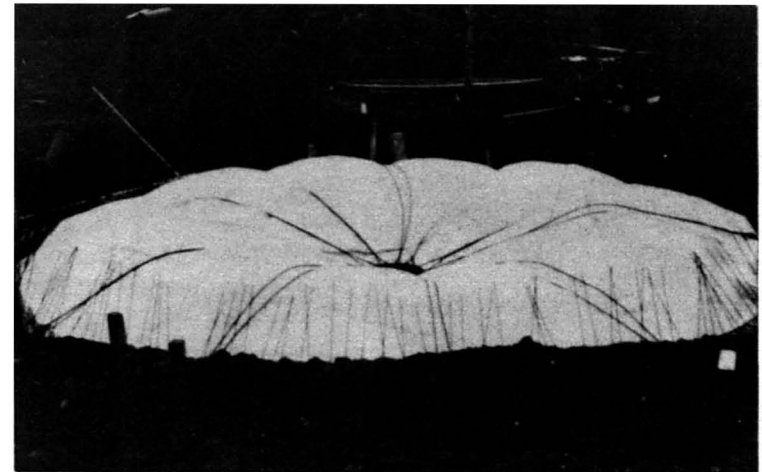


Abb.2-23: Die Schalung für das Regenwasserüberlaufbecken während des Aufblasens.



Abb.2-24: Die Schalung hat ihre endgültige Form erreicht. Die kreisrunde Abschaltung am Pol der Schalung stellt eine spätere Einstiegsöffnung her.

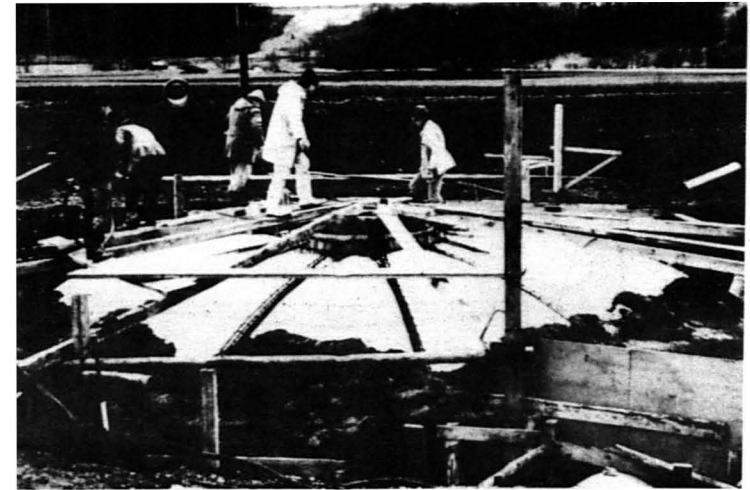


Abb.2-25: Herstellung des Regenüberlaufbeckens: Während der Betonierarbeiten.

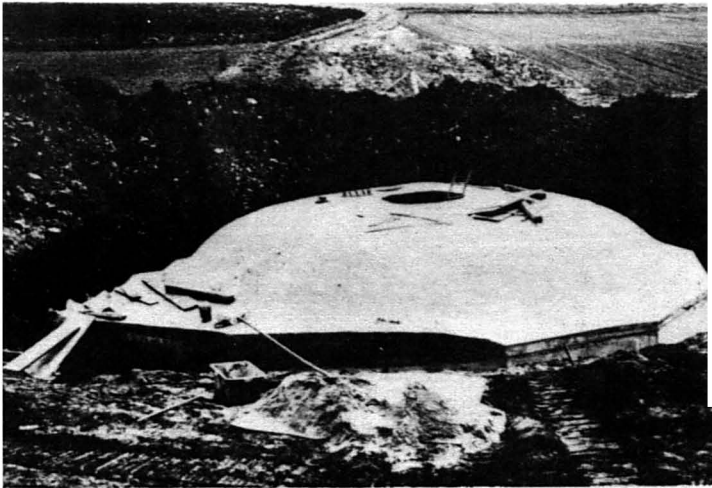


Abb.2-26: Die fertige Schale. Auf der linken Seite der Abbildung ist das Anschlußdetail für den Wasserzulauf zu erkennen.

Bei den bisher beschriebenen Baumethoden wurde der Beton auf die durch inneren Überdruck gespannte, zum Teil zusätzlich versteifte Schalungsmembrane aufgebracht. Ein davon abweichendes Herstellungsprinzip wurde 1965 von dem italienischen Architekten Dante Bini entwickelt /45/: Bei Bini's Verfahren wird der Beton auf die auf einer ebenen Unterlage ausgelegte, am Rand eingespannte, aber noch nicht vorgespannte Schalungsmembrane aufgetragen und anschließend mit einer zweiten Membrane abgedeckt. Erst danach wird die Schalung unter inneren Überdruck gesetzt. Das Stützmedium ist Luft. Die von Bini vorgeschlagene Vorgehensweise erforderte die zusätzliche Entwicklung einiger konstruktiver Details, die größtenteils Bestandteil der erteilten Patente sind. Im einzelnen findet der Bauablauf wie folgt statt: Ein kreisringförmiges Fundament wird hergestellt. Es besitzt eine umlaufende Nut. Diese Nut wird mit Hilfe einer speziell dafür entwickelten Schlauchschalung hergestellt, Abb.2-27. Anschließend wird die Schalungsmembrane ausgelegt. Ein an ihrem Rand befestigter umlaufender Schlauch wird in die Fundamentnut eingeführt und aufgeblasen. Er verankert so die Schalungsmembrane in der Fundamentnut. Die Schalungsmembrane, die üblicherweise aus neoprenebeschichtetem Nylongewebe besteht /48/, wird regelmäßig gefaltet und mit PVC-Folie /132/ abgedeckt. Diese PVC-Folie soll einerseits die Schalungsmembrane während der Bewehrungs- und Betonierarbeiten schützen, andererseits erleichtert sie das Entfalten der Schalungsmembrane während dem Aufblasvorgang. Die Bewehrung wird verlegt. Da die Bewehrung der Verlängerung der Schalung während des Aufblasens folgen können muß, besteht sie aus Stahlschrauben (St1050/1300), die am Fundament verankert werden und in die von jeder Seite je ein Bewehrungsstab (BST III, $d_s=6$ mm; /131/) eingefädelt wird. Ein Bewehrungsstab ist mit jeweils einem Ende am Fundament verankert, Abb.2.2-27,28. Während dem späteren Aufblasen kann so jeder Bewehrungsstab eine definierte Strecke aus der zugehörigen Spirale herausgleiten. Die Abb.2.2-29,30 zeigen Verlegearbeiten der Bewehrung und ein fertiges Bewehrungsnetz. Anschließend wird der Beton (Größtkorndurchmesser kleiner 15 mm; W/Z-Wert = 0,5; Zugabe von

Verflüssiger sowie Verzögerer /148/) auf die Schalungsmembrane aufgebracht. Die Schichtdicke des Betons nimmt dabei vom Rand zum Viertelpunkt hin zu, zur Schalenmitte hin wieder ab /132/. Die Einhaltung der Schichtdicke kann mit einer Schablone sichergestellt werden. Danach wird eine äußere PVC-Folie aufgelegt und am Fundament verankert. Diese Folie hat die Aufgaben

- den Beton vor Witterungseinflüssen sowie Austrocknen zu schützen
- ein Abrutschen des Betons während und nach dem Aufblasvorgang zu verhindern
- das einfache Verfahren von Außenrüttlern zu ermöglichen.

Das anschließende Aufblasen auf einen inneren Überdruck von 3,66-5,27 kN/m^2 /44//124//125//132/ erfordert ca. 30-40 Minuten. Der in /124/ angegebene innere Mindestüberdruck von 1,05 kN/m^2 erscheint als zu niedrig. Das abschließende Verdichten des Betons erfolgt durch an Seilen geführte Außenrüttler. Das Abrutschen des Betons während des Verdichtungs Vorgangs wird dabei neben der äußeren PVC-Hülle hauptsächlich durch das sehr engmaschige Netz von Spiralfedern verhindert /132/. Die Spiralfedern sollen außerdem die Einhaltung der gewünschten Schalendicke gewährleisten /132/. Immer wieder auftretende Fälle von unzureichender Verdichtung in Teilbereichen der Schale werden allerdings gerade auf das engmaschige Netz der Spiralfedern zurückgeführt.

Seit der ersten, 1966 in Italien errichteten Schale mit 15 m Durchmesser /44/ wurden bisher über 500 /44//148/ weitere Schalen nach Bini's Herstellungsmethode errichtet.

Vgl. auch: /44//45//46//47//124//125//126//127//128//129//130//131//132//148/ sowie die Patentschriften: BRD 1 684 163, 1 684 178 C2, USA 3 462 521.



Abb.2-27: Bini-Verfahren: Mit Hilfe einer Schlauchschalung wird eine Nut im Betonfundament hergestellt. /148/.

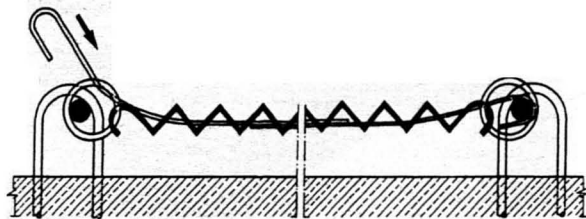


Abb.2-28: Für die Bini-Schalen verwendete Bewehrung, Prinzipskizze.

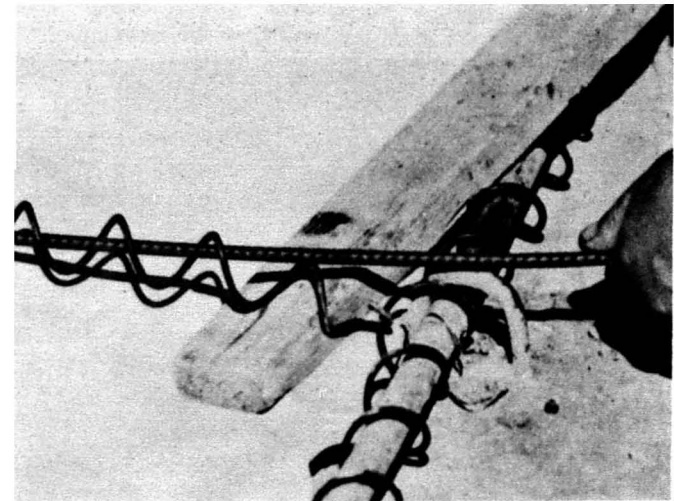


Abb.2-29: Verlegen der Bewehrung: Randdetail. /148/.

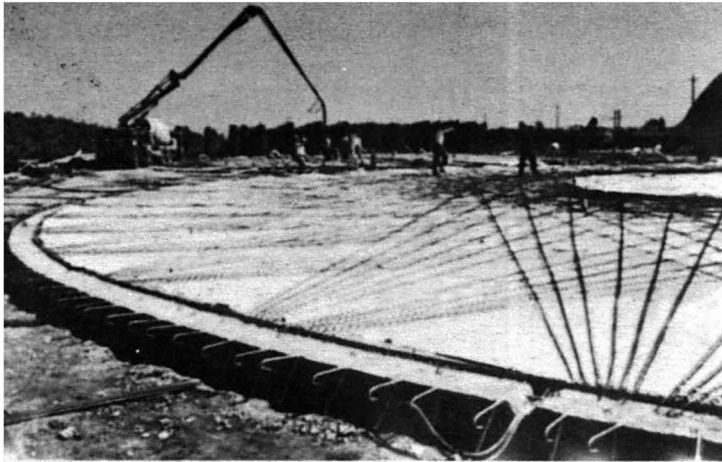


Abb.2-30: Ein Teil der Bewehrung ist ausgelegt. /148/.

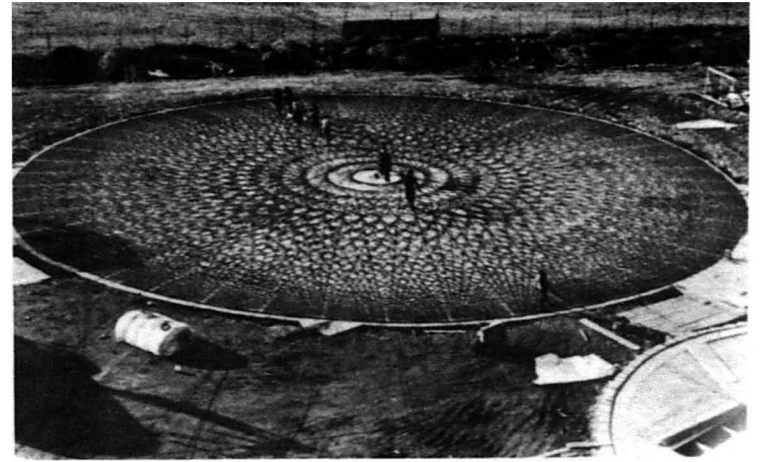


Abb.2-31: Das Bewehrungsnetz ist fertiggestellt. /148/.



Abb.2-32: Aufbringen des Betons. /148/.



Abb.2-33: Aufbringen der oberen Membrane. /148/.



Abb.2-34: Die Schalung während dem Aufpumpen. /148/.

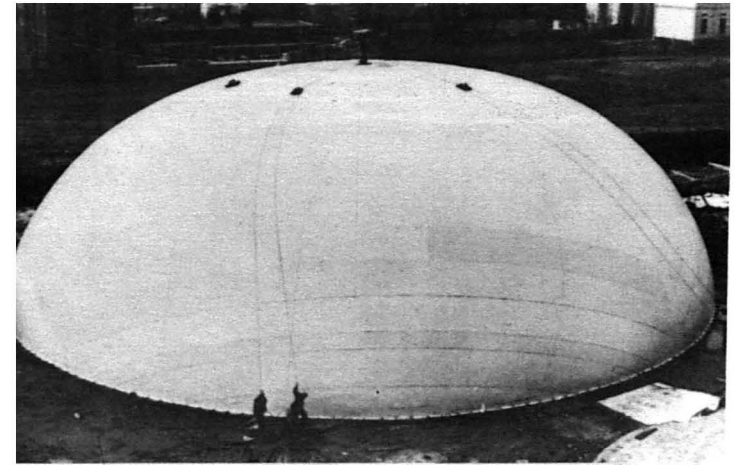


Abb.2-35: Auf der Oberseite der fertig aufgepumpten Schalung werden Außenrüttler entlanggezogen. /148/.

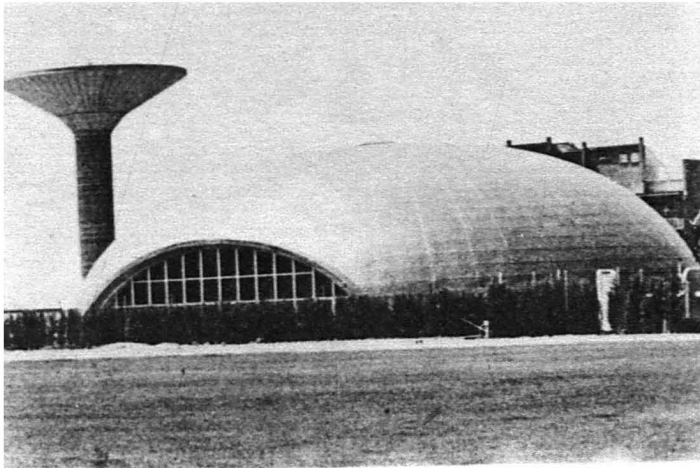


Abb.2-36: Eine fertiggestellte Bini-Schale. /148/.

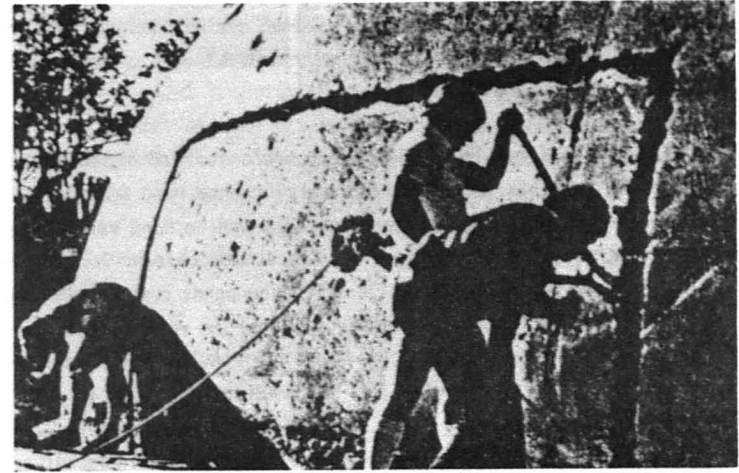


Abb.2-37: Öffnungen für Türen oder Fenster werden beim Bini-Verfahren durch Ausbrechen der jeweiligen Schalenteile hergestellt. Dieses wenig elegante Vorgehen ist zeit- und deshalb kostenintensiv. Das gewählte System der Schalenbewehrung erlaubt allerdings keine bessere Lösung. /129/.

In einer Modifikation des Bini-Verfahrens wurden ca. 1975 von der US-Army zehn Kugelkalottenschalen mit je 2,75 m Durchmesser und 0,9m Stichhöhe hergestellt. Dabei wurde anstatt der teuren Spezialbewehrung der Bini-Methode, deren Verlegen zudem sehr zeitintensiv ist, lediglich Stahlfaserbeton auf eine ebene, unbewehrte Neoprenemembrane aufgebracht. Die Dicke dieser Neoprenemembrane betrug anfänglich 1,6 mm, wurde jedoch später auf 3,2 mm erhöht. Der innere Überdruck betrug je nach Schale 1,5-3,3 kN/m². Als äußere Membrane diente anfänglich eine 0,8 mm dicke Neoprenefolie, die später gegen

eine 0,2 mm dicke Polyurethanfolie ausgetauscht wurde. Die Schalen dienten als Versuchsbauten. Sie sollten die Realisierbarkeit nach dieser Methode hergestellter Schalen von 8,5-36,6 m Durchmesser zeigen /120/.

Eine weitere Variante des Bini-Verfahrens stellen die Arbeiten von Robert L. Nicholls, USA, dar. Nicholls brachte beim Bau einer Reihe von Schalen auf in der Ebene ausgelegte und am Rand verankerte Kunststofffolien mehrere Lagen mit Trockenmörtel oder Portlandzement durchsetzter Polypropylenevliese (PP-Spunbonds bzw. Needle-Punched PP) auf. Abb.2-38. Die Vliese dienten dabei im wesentlichen zur Rissebeschränkung. Zwei abschließend aufgelegte dünne Lagen PP-Vlies dienten dazu, ein Wegblasen der Trockenmischung durch Wind zu vermeiden. Für Schalen mit einem Stich/Spannweitenverhältnis kleiner 0.2 war es nicht erforderlich, die Vliese mit einem Zuschnitt zu versehen. Für steilere Schalen wurden einzelne, am Rand befestigte Vliese vor dem Aufblasen der Hülle einfach überlappend auf der Schalungsmembrane ausgelegt. Die Schalungen wurden durch Einblasen von Luft hochgedrückt und anschließend mit Wasser besprüht. Die Verdichtung erfolgte mit elektrischen Rüttlern, zum Teil auch mit einem innerhalb der Schalung montierten Lautsprecher. Da nur ein sehr geringer innerer Überdruck (max. das 1,5-fache der Auflast) gehalten wurde, zeigten die Schalen bereits infolge einer ungleichmäßigen Wasserbenetzung deutliche Formabweichungen. Außerdem konnte selbst bei sorgfältiger Verarbeitung eine Variation der Schalendicke von 30 % nicht unterschritten werden. Nicholls stellte nach der soeben beschriebenen Methode eine Reihe von Experimentalschalen mit Durchmessern bis zu 17 m her. Die Vorteile seiner Bauweise sieht er einerseits in den extrem niedrigen Herstellungskosten sowie andererseits darin, daß während der Montage am Boden keine Abbindezeiten beachtet werden müßen. /63//64/. Abb.2.-39.

Sehr große pneumatisch gestützte Schalungen durchlaufen während des Betoniervorgangs zum Teil erhebliche Verformungen. Insbesondere durch die beschränkte Deformierbarkeit von Beton in jungem Alter



Abb.2-38: Methode von Nicholls zur Herstellung von Betonschalen: Das auf der Schalungsmembrane befindliche Faservlies wird mit Trockenmörtel getränkt /64/.

werden dadurch die Grenzen des Baubaren definiert, siehe Kap.4.3. Die Grenzspanweiten lassen sich weit hinausschieben, wenn auf der pneumatisch gestützten Schalung Betonfertigteile verlegt und anschließend durch Ortbeton zu einer homogenen Gesamtschale verbunden werden. Dieser Gedanke stammt von J.Schlaich. Er fand Anwendung bei einem noch nicht realisierten Entwurf für eine Sporthalle mit 100 m Spannweite. Zur zusätzlichen Stabilisierung der Schalung, aus architektonischen Überlegungen sowie zur Verbesserung des Tragverhaltens der Betonschale besitzt das Tragwerk eine Rippenstruktur, Abb.2-40,41.



Abb.2-39: Eine der von Nicholls gebauten Schalen.

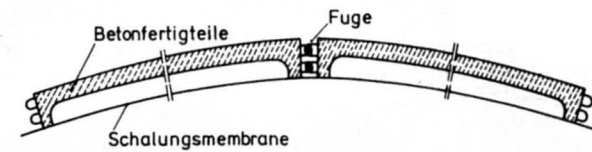


Abb.2-40: Herstellung der Sporthalle am Max-Eyth-See: Betonfertigteile werden auf die Schalungsmembrane aufgelegt, die entstehenden Fugen werden bewehrt und abschließend zubetoniert.

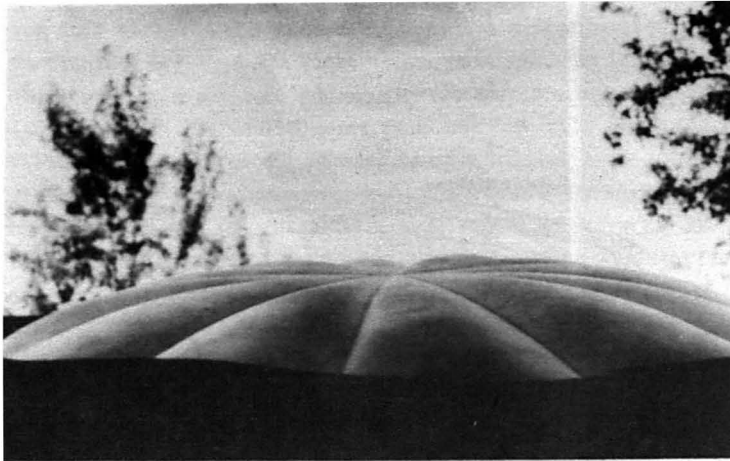


Abb.2-41: Entwurfsmodell für eine Sporthalle am Max-Eyth-See in Stuttgart.

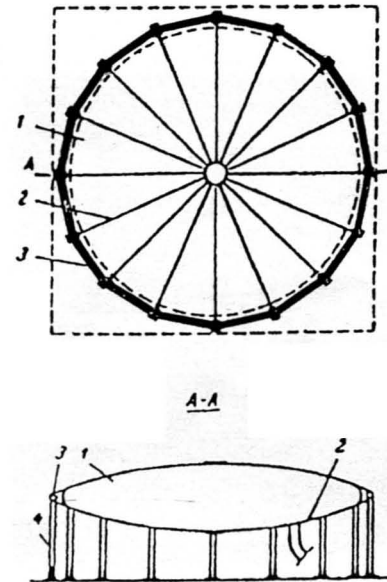


Abb.2-42: Zwischen Radialseilen befindliches Membrankissen als Schalung zur Herstellung von Betonschalen. Kisin und Yarin, /133/.

Ist es bei derartigen Projekten nicht möglich oder nicht erwünscht, die unterhalb der Schalungsmembrane befindlichen Bauwerksteile luftdicht abzuschließen, so kann die Schalung auch als ein Membrankissen ausgebildet werden. Diese Überlegung liegt auch der in Abb.2-42 dargestellten sowjetischen Erfindung von B.Kisin und L.Yarin /102//133/ zugrunde. Ausführungsvorschläge für kissenförmige Schalungsmembranen wurden auch von Harrington bekannt /100/.

Die Wirkung von Windlasten auf die fertigbetonierte, noch nicht vollständig erhärtete Schale stellt ein besonderes Problem dar. Für Bauvorhaben, bei denen infolge einer zu erwartenden Windbelastung mit einer Schädigung der Betonschale zu rechnen ist, schlägt der Autor die Herstellung der Schale auf einem "Pneu im Pneu" vor, Abb.2-43.

Üblicherweise wird die Schalungsmembrane aus vorher zugeschnittenen Membranstreifen zusammengefügt. Es kann jedoch auch sehr wirtschaftlich sein, der Schalungsmembrane durch einen sogenannten "Formgebenden Lastfall" ihre Form zu geben. Voraussetzung ist eine entsprechende Verformbarkeit des Membranmaterials. Interessant kann ein derartiges Vorgehen zum Beispiel beim Bau von Chemikalienbehältern sein, bei denen zwischen Lagergut und Betonschale noch eine resistente und abdichtende Auskleidung erforderlich ist. Die durch einen formgebenden Lastfall in die Sollform deformierte Schalungsmembrane dient hier sowohl als Schalung wie auch als spätere Auskleidung. Vgl. auch /96/.

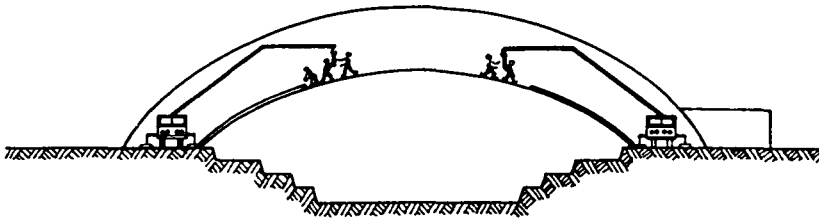


Abb.2-43: "Pneu im Pneu": Das gesamte Schalenbauwerk wird während der Herstellung von einer zweiten, ebenfalls pneumatisch gestützten Membrane überdacht. Dadurch können Schädigungen des Betons infolge von Verformungen durch lokal unterschiedliche Windbelastungen der Schalung vermieden werden.

Die Tatsache, daß nicht jede beliebige Form durch eine pneumatisch gestützte Schalung realisiert werden kann, siehe Kap.3, ist als Hintergrund für die Patentanmeldung /87/ zu sehen: Es werden unterschiedliche Möglichkeiten erörtert, an der Außenseite der pneumatisch gestützten Schalung verschiedene "Formkörper" /87/ anzubringen. Diese Formkörper können nach dem Erhärten des Betons wieder entfernt werden und erlauben so, in letzter Konsequenz, die Herstellung jeder beliebigen Schalengeometrie. Abb.2-44.

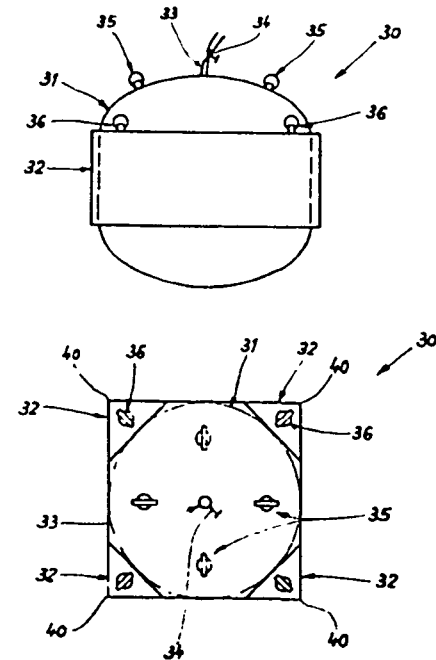


Abb.2-44: An einer pneumatisch gestützten Schalung angebrachte "Formkörper" erlauben die Herstellung jeder beliebigen Schalengeometrie. /87/.

2.3 Aus der bisherigen Entwicklung der Baumethode für die vorliegende Arbeit abgeleitete Problemstellungen

Aus der im vorangegangenen Kapitel gegebenen Übersicht über die wichtigsten der bisher auf einer pneumatisch gestützten Schalung hergestellten Betonschalen, sowie aus der zu diesem Thema bekanntgewordenen Überlegungen und Entwürfen ergeben sich zwei interessante Aspekte:

Der erste Gesichtspunkt ist das, von wenigen Ausnahmen abgesehen, völlige Fehlen von Schalen mit einer allgemeinen, beliebig gekrümmten Schalen(mittel)fläche. Mit pneumatisch gestützten Schalungen wurden bisher nahezu ausschließlich rotationssymmetrische Betonschalen gebaut. Kugelabschnittsschalen und Ellipsoidschalen überwiegen hierbei. Das Formenspektrum wurde also mit der Einführung der Baumethode nicht erweitert, sondern es wurde den alten Baumethoden, die ja hauptsächlich aufgrund von Wirtschaftlichkeitsüberlegungen bereits zu einer Einschränkung des Formenspektrums geführt hatten, lediglich eine neue, wirtschaftlichere Baumethode zur Seite gestellt. Damit wurde aber eine der wesentlichen Eigenschaften pneumatisch gestützter Schalungen überhaupt nicht gewürdigt: das nahezu beliebig große Spektrum der mit pneumatisch gestützten Schalungen auf wirtschaftliche Weise herstellbaren Betonschalenformen. Der Grund hierfür liegt offensichtlich in einer Unsicherheit beim Entwurf und bei der Arbeit mit allgemeinen, beliebig gekrümmten Schalenformen, beziehungsweise in der geringen Verbreitung der zugehörigen, zumeist rechnergestützten Methoden für die architektonische und ingenieurmäßige Bearbeitung.

Für den Entwerfenden wirft das große verfügbare Formenspektrum die Frage nach den möglichen und nach den sinnvollen Tragwerksformen auf, wobei jetzt, da die pneumatisch gestützte Schalung ja selbst als Tragwerk (dessen Eigenschaften die Anwendbarkeit der Baumethode ganz wesentlich bestimmen!) angesehen werden muß, diese Frage bezüglich der S c h a l u n g wie auch bezüglich der darauf hergestellten

S c h a l e gestellt werden muß. Die Frage nach den einseitigen beziehungsweise nach den beidseitigen Grenzen des Baubaren stellt sich in diesem Zusammenhang genauso wie das Problem, inwieweit beide Tragwerke zusammen optimierbar sind. Eng mit diesen Überlegungen sind Fragen zum Procedere im Entwurfsprozeß verbunden.

Im dritten Kapitel der vorliegenden Arbeit wird dieser Problemkreis näher untersucht.

Der zweite sich aus Kap.2.2 ergebende Aspekt betrifft das Fehlen ausreichender Informationen für die bautechnische Realisation. Die bisher publizierten Fakten sind entweder unvollständig oder sie lassen, da sie in engem Zusammenhang mit erteilten Patenten stehen, keine direkte Nutzung zu.

Für eine weitere Verbreitung der Baumethode sind ausreichende Informationen zu vier Bereichen von Fragestellungen erforderlich:

- Welche Membranqualitäten können verwendet werden?
- Auf was ist in bezug auf die Betontechnologie zu achten?
- Wie muß der Bauablauf gesteuert werden?
- Wie können die Deformationen der Schalung unter der Auflast des Betons sowie bei Änderungen des inneren Überdrucks berechnet und welche Grenzwerte müssen hierbei eingehalten werden?

Das vierte Kapitel der vorliegenden Arbeit stellt hierzu Informationen bereit. Aufgrund der komplexen Problemstellung wurde dabei der Schwerpunkt auf die Beschreibung der eingehenden Größen sowie eine Untersuchung der wichtigsten durch sie bedingten Auswirkungen gelegt.

3 Zum Entwerfen von Schalenträgwerken aus Beton, die auf einer pneumatisch gestützten Schalung hergestellt werden sollen Untersuchungen über Schalenformen

3.1 Zum Entwurfsprozeß

Wie jeder Bauwerksentwurf hat auch der Entwurf für ein Schalenträgwerk aus Beton vier Gruppen von Anforderungen zu genügen. Im Einzelnen sind dies:

- Anforderungen an die Gestaltqualität
- Anforderungen aus der Nutzung
- Anforderungen an das Tragverhalten
- Anforderungen bezüglich der Herstellung

Nachfolgend wird auf die beiden letztgenannten Kriterien näher eingegangen.

Schalenträgwerke zeichnen sich wie alle hocheffizienten Tragwerke dadurch aus, daß "gunstiger" Kraftfluß und Schalenform sich in ausgeprägter Weise gegenseitig bedingen. Da das Verhältnis von Schalendicke zu Schalenspannweite klein sein soll, ist im allgemeinen die "Baubarkeit" einer dünnen Schale erst mit der Entwicklung einer geeigneten Schalenform gegeben. Die Entwurfsaufgabe erhält hierdurch einen besonderen Schwierigkeitsgrad.

Die Forderung nach einem wirtschaftlich vertretbarem Herstellungsaufwand für die Schalung schränkte das bisher im Schalenbau verwendete Formenspektrum im Wesentlichen auf Rotationsschalen, hyperbolische Paraboloidschalen und Konoidschalen ein. Der Entwurfsprozeß wurde hierdurch zwar wesentlich vereinfacht - die wenigen verwendeten Tragwerksformen waren in ihrer Geometrie definiert und relativ einfach zu beschreiben, was auch die Analyse des Tragverhaltens dieser Schalenträgwerke vereinfachte - die Beschränkung des Entwurfsrepertoires auf derart wenige Formen konnte allerdings nicht

zufriedenstellen. Aus dieser Unzulänglichkeit heraus, und aufgrund der Schwierigkeiten, den Entwurf allgemeiner Schalenformen durch eine zeichnerische Entwicklung "von Hand" durchzuführen, wurden schon sehr früh sogenannte Formfindungsprozesse in den Entwurfsprozeß von Schalen eingeführt.

Zwei Gruppen können bei den Formfindungsmethoden unterschieden werden:

a) Experimentelle Methoden /24//25//66/.

Man unterscheidet

- Hängemodelle
- pneumatisch gebildete Formen
- Fließformen

Gegenüber dem Vorteil großer Anschaulichkeit besitzen experimentell erzeugte Formen den Nachteil, daß sie für die Übertragung auf die Hauptausführung vermessen werden müssen. Die hierzu erforderlichen Verfahren sind aufwendig, zum Teil fehleranfällig, und erfordern teilweise die Nachschaltung einer Ausgleichsrechnung.

b) Rechnergestützte Methoden.

Man unterscheidet zum Beispiel

- die Kraftdichtemethode, wie sie von Linkwitz, Preuss und Schek /28//29/ entwickelt wurde;
- Verfahren auf der Basis der Vektoranalysis, wie sie zum Beispiel von Brinkmann /30//31/ entwickelt wurden;
- Verfahren auf der Basis der FEM, zum Beispiel Angelopoulos /32/ und Haug /33//34/;
- Verfahren zur Formfindung durch Einführung einer geometrischen Restriktion für die Flächenform, zum Beispiel Schwenkel /26/.

Mit rechnergestützten Methoden erzeugte Schalenformen besitzen den Vorteil einer hohen Genauigkeit der Resultate. Dem steht der

Nachteil einer häufig geringeren Anschaulichkeit gegenüber. Beim Entwerfen stellt man deshalb üblicherweise die experimentellen Methoden an den Anfang der Arbeit und geht erst nach Abklärung der wesentlichen Randbedingungen zu den rechnergestützten Methoden über.

Allen genannten Formfindungsmethoden (außer /26/) ist gemeinsam, daß mit ihnen durch Vorgabe

- der Geometrie des Schalenrandes
- eines "Entwurfs-" oder "formbestimmenden Lastfalles"
- eines auch durch das zugrundegelegte physikalische oder rechnerische Modell bestimmten Kräfteverlaufs in der Schale unter dem formbestimmenden Lastfall

eine Schalenform entwickelt wird.

Üblicherweise hat innerhalb des Entwurfsprozesses auf eine derartige Form-Synthese eine Form-Analyse, zum Beispiel bezüglich des Tragverhaltens der Struktur unter verschiedenen Lastfällen, zu erfolgen. Die anschließende Bewertungsphase, also der Vergleich der Ergebnisse dieser Analyse mit einer Reihe von Zielbedingungen, die untereinander zu gewichten sind, führt gegebenenfalls zu einer Modifikation der für die Formfindung gemachten Vorgaben. Hier tritt der iterative Charakter des Entwurfsprozesses hervor.

Mit den beschriebenen Formfindungsmethoden stehen für den Entwurf von Schalenträgwerken ausreichende Hilfsmittel zur Verfügung. Das Zurückgehen des Betonschalensbaus in den letzten Jahrzehnten könnte dadurch allerdings nicht aufgehalten werden: Es fehlte an geeigneten und vor allem preiswerten Schalungsmethoden. Pneumatisch gestützte Schalungen können hier vielfach eine Lösung darstellen, allerdings ist beim Entwerfen von Betonschalen, die auf einer pneumatisch gestützten Schalung hergestellt werden sollen, ein zusätzliches Problem zu beachten: es kann nicht jede beliebige Schalenform mit einer pneumatisch gestützten Schalung hergestellt werden. Wurde das

"entwerfbare" Formenspektrum also durch die Entwicklung der Formfindungsmethoden erweitert, so wird es durch die Wahl der Baumethode wieder eingeschränkt:

Soll eine pneumatisch gestützte Schalung verwendet werden, so muß die Schalungsfläche "pneumatisch bildbar" sein.

Das Kriterium der pneumatischen Bildbarkeit wird in Kap.3.3.2 definiert und anschließend ausführlich untersucht.

Als Einschub soll an dieser Stelle vorweggenommen werden, daß die Forderung nach pneumatischer Bildbarkeit keine Einschränkung für die Gauß'sche Krümmung der Schalungsfläche bedeutet: Schalenformen wie die in Abb.3-1 gezeigten sind also auf einer pneumatisch gestützten Schalung herstellbar.

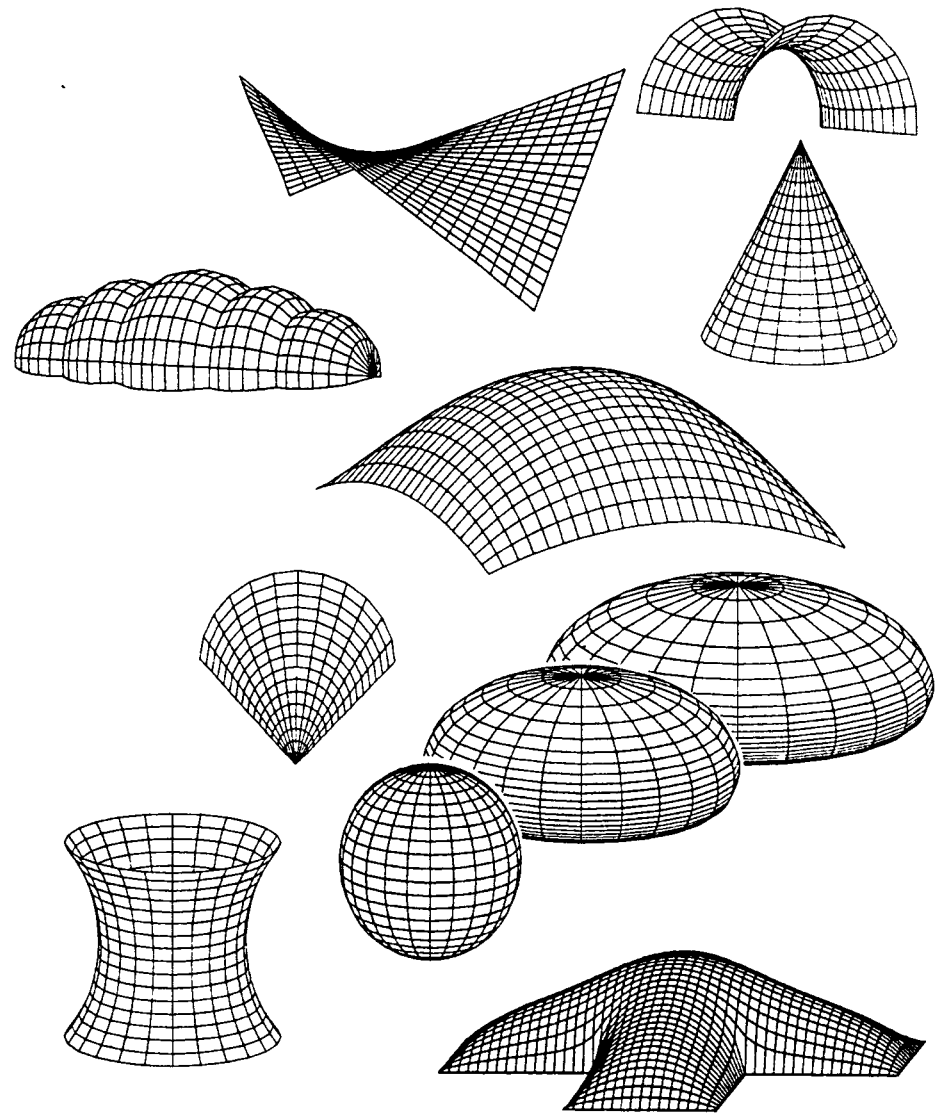


Abb.3-1: Auszug aus dem Spektrum derjenigen Schalenformen, die unter Verwendung einer pneumatisch gestützten Schalung herstellbar sind

Sei nun B die Menge aller über einer vorgegebenen Grundrißkonfiguration möglichen Betonschalenformen, die vom Entwerfenden als mögliche Formen für das Bauwerk akzeptiert werden, und ist P die Menge der über derselben Grundrißkonfiguration pneumatisch bildbaren Flächen, so existiert in vielen Fällen eine nichtleere Schnittmenge S. Abb.3-2. Beim Entwurf von Betonschalen, die auf einer pneumatisch gestützten Schalung hergestellt werden sollen, müssen "Elemente" dieser Schnittmenge S entwickelt werden.

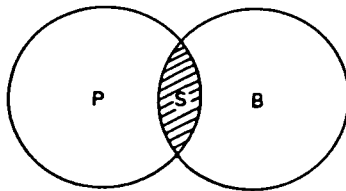


Abb.3-2.

Für das Vorgehen beim Entwerfen liegen damit drei Möglichkeiten vor:

1. Möglichkeit:

Es wird in einem Formfindungsprozeß die Form einer pneumatisch gestützten Schalungsmembrane entwickelt. Vorgaben aus der Nutzung sowie formale Überlegungen werden bei der Festlegung dieser Form bereits berücksichtigt. Anschließend wird das Tragverhalten der damit herstellbaren Betonschale untersucht.

Da die Analyse des Tragverhaltens üblicherweise mit rechnerischen

Methoden erfolgt, empfiehlt sich auch bei der Formfindung ein Abgehen von den Modellmethoden.

Ein nicht zufriedenstellendes Tragverhalten - dies äußert sich zum Beispiel durch hohen Bewehrungsaufwand, Beulgefahr oder zu große Verformungen unter Last - führt zu einer Modifikation der Form der Schalungsmembrane.

Es sind zwei Überlegungen, die die Entwurfsmethode als vorteilhaft erscheinen lassen:

- a.) Der komplizierte Nachweis der pneumatischen Bildbarkeit der Schalung entfällt.
- b.) "Betonschalen mit der Form pneumatisch aufgespannter Membranen stehen - bei hinreichender Flachheit der Form - infolge Eigengewichtsbelastung unter einem reinen Druckspannungszustand."

Schließt man sich dieser Auffassung an liegt mit der Methode ein ideales Entwurfswerkzeug vor:

Durch Vorgabe eines homogenen Zugspannungszustandes für die Schalungsmembrane entwirft man gleichzeitig die Form einer unter Eigengewicht homogen druckbeanspruchten Schale.

Bei dem geschilderten Vorgehen ergibt sich das Problem, daß sich infolge der Betonauflast die Schalungsform deformiert. Art und Größe dieser Deformationen sind von einer ganzen Reihe von Parametern abhängig, das heißt man muß an der pneumatisch gestützten Schalungsmembrane den Bauvorgang simulieren und gegebenenfalls den inneren Überdruck entsprechend der Betonauflast regulieren, um so die Formabweichungen der Schalungsmembrane unter Betonauflast von der Entwurfsform klein zu halten.

Das als "1.Möglichkeit" geschilderte Vorgehen wird in Kap.3.2 näher erläutert.

2. Möglichkeit:

Es wird eine Formfindung für eine Betonschale durchgeführt. Üblicherweise wählt man dabei das Schaleneigengewicht als formbestimmenden Lastfall. Anschließend wird die Betonschalenform auf ihre pneumatische Bildbarkeit hin untersucht.

Dieses Vorgehen geschieht am effektivsten mit rechnerischen Methoden, so daß auch hier im Formfindungsprozeß ein Abgehen von den Modellmethoden sinnvoll erscheint.

Die Vorgehensweise wird in Kap.3.3 näher erläutert.

3. Möglichkeit:

Es wird eine "kombinierte Formfindung" durchgeführt, das heißt man entwickelt eine Form, die unter Innendruckbelastung einem Zugspannungszustand, unter Eigengewichtsbelastung einem Druckspannungszustand unterliegt.

Ein derartiges Vorgehen kann nur auf rechnerischem Weg erfolgen.

Es wurde bereits gezeigt, daß durch den Vorgabesatz: Berandung plus formbestimmender Lastfall plus Spannungsfeld eine Form eindeutig bestimmt wird. Soll ein und dieselbe Form zwei Sätzen von Vorgaben genügen, dann können die Spannungsfelder nicht mehr eindeutig, sondern nur noch durch Vorgabe unterer und oberer Grenzwerte definiert werden. Die damit entstehenden Ungleichungssysteme besitzen genau dann nur eine Lösung, - eine Form - , wenn die Grenzwerte dementsprechend manipuliert oder wenn zusätzliche Vorgaben in Form von Optimalitätsbedingungen gemacht werden.

Das beschriebene Verfahren wurde bisher noch nicht angewandt. Ursache hierfür ist sicherlich der programmiertechnische Aufwand.

In Kap.3 der vorliegenden Arbeit wird ein Effekt aufgezeigt werden,

durch den die Brauchbarkeit bisher verwendeter Formfindungsmethoden für Betonschalen deutlich eingeschränkt wird. Da der Effekt auch bei der soeben beschriebenen Entwurfsmethode auftritt, wird auf eine weitere Untersuchung dieser "3.Möglichkeit" verzichtet.

Nachfolgend wird auf die beiden erstgenannten Entwurfsmethoden näher eingegangen.

3.2 Pneumatisch gestützte Schalungen mit besonderen Eigenschaften und das Tragverhalten von Betonschalungen, die die Form dieser Pneus besitzen

Vor der Untersuchung der Entwurfsmethoden selbst wird eine geeignete rechnerische Methode für die Formfindung von Membrantragwerken formuliert.

3.2.1 Zur Formfindung von Schalungsmembranen mit einem vorgegebenen Spannungszustand

3.2.1.1 Herleitung der Bedingungsgleichungen

Es wird ein Flächenelement durch Parallelprojektion in z-Richtung so auf die x-y-Ebene projiziert, daß seine Seiten parallel zur x- beziehungsweise y-Achse eines globalen kartesischen Koordinatensystems xyz liegen. Die z-Achse dieses Koordinatensystems zeigt in Richtung der Gravitationswirkung. Abb.3-3.

X,Y,Z sind die in den Richtungen des globalen Koordinatensystems wirkenden Komponenten der am betrachteten Schalenelement angreifenden äußeren Lasten.

Es werden die Abkürzungen

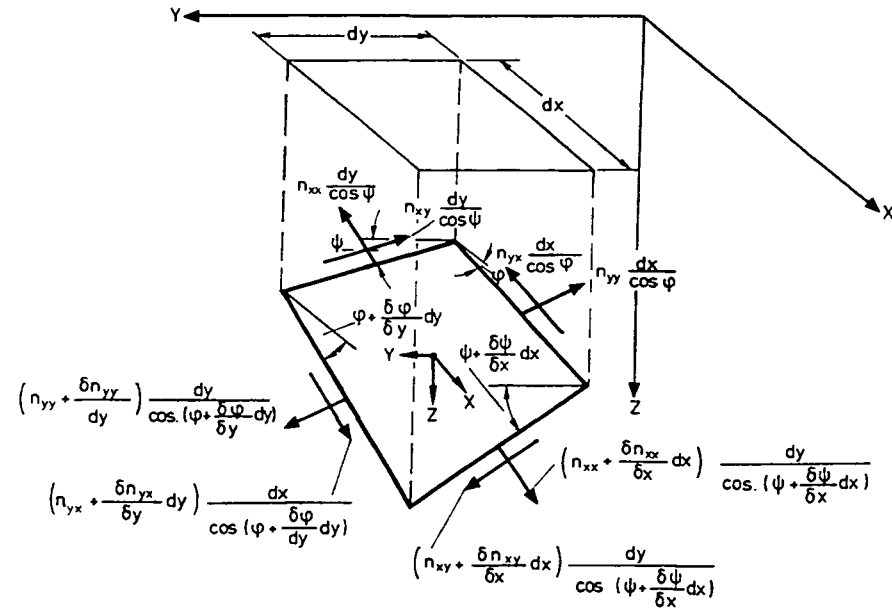


Abb.3-3:
Bezeichnungen am Membranelement.

$$\frac{\delta f}{\delta x} = f' \quad (3.1)$$

$$\frac{\delta f}{\delta y} = f' \quad (3.2)$$

eingeführt.

Die drei Gleichgewichtsbedingungen in den drei Richtungen des globalen Koordinatensystems lauten unter Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung, vgl./35/:

In x-Richtung:

$$(n_{xx} \frac{\cos \varphi}{\cos \psi})' + n_{xy}' + X = 0 \quad (3.3)$$

In y-Richtung:

$$(n_{yy} \frac{\cos \psi}{\cos \varphi})' + n_{xy}' + Y = 0 \quad (3.4)$$

In z-Richtung:

$$(n_{xx} \frac{\sin \varphi}{\cos \psi})' + (n_{yy} \frac{\sin \psi}{\cos \varphi})' + (n_{xy} \operatorname{tg} \varphi)' + (n_{xy} \operatorname{tg} \psi)' + Z = 0 \quad (3.5)$$

Es sind:

$$\cos \varphi = (1+z'^2)^{-0,5} \quad (3.6)$$

$$\cos \psi = (1+z''^2)^{-0,5} \quad (3.7)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = z' \quad (3.8)$$

$$\operatorname{tg} \psi = z'' \quad (3.9)$$

Damit werden die Gleichgewichtsbedingungen vgl./66/ zu

$$[n_{xx} (\frac{1+z'^2}{1+z''^2})^{0,5}]' + n_{xy}' + X = 0 \quad (3.10)$$

$$[n_{yy} (\frac{1+z''^2}{1+z'^2})^{0,5}]' + n_{xy}' + Y = 0 \quad (3.11)$$

$$[n_{xx} (\frac{1+z'^2}{1+z''^2})^{0,5} z']' + [n_{yy} (\frac{1+z''^2}{1+z'^2})^{0,5} z']' + (n_{xy} z')' + (n_{xy} z'')' + Z = 0 \quad (3.12)$$

Die am Membranelement angreifenden Lastvektoren aus den Lastfällen innerer Überdruck und Eigengewicht sind für die vorliegende Arbeit von besonderem Interesse:

Der innere Überdruck p_i wirkt stets normal zur Schalenoberfläche. Der Normalenvektor hat die Länge p_i . Nach Aufspaltung des Vektors p_i in seine Komponenten parallel zu den Achsen des globalen Koordinatensystems ergeben sich die auf die Einheitsfläche der Grundrißprojektion bezogenen, am Membranelement angreifenden Kräfte aus der Innendruckbelastung zu:

$$X_{(p_i)} = -p_i z' \quad (3.13)$$

$$Y_{(p_i)} = -p_i z'' \quad (3.14)$$

$$Z_{(p_i)} = p_i \quad (3.15)$$

Die Dicke der Betonschale wird mit $d=d(x,y)$ bezeichnet.

Das auf die Einheitsfläche der Grundrißprojektion bezogene Gewicht des betrachteten (Beton)Schalenelements ist

$$Z_{(G)} = \frac{1}{dx dy} \int Y d(x,y) dF \quad (3.16)$$

Für den Sonderfall der konstanten Schalendicke erhält man

$$z_{(c)} = \gamma d (1 + z'^2 + z''^2)^{0,5} \quad (3.17)$$

Zur Aufstellung der für die Formfindung benötigten Bedingungsgleichungen wird von den Gleichgewichtsbedingungen (3.3)(3.4)(3.5) ausgegangen. Mit

$$\bar{a} = \left(\frac{1+z'^2}{1+z''^2} \right)^{0,5} \quad (3.18)$$

$$\bar{b} = \left(\frac{1+z''^2}{1+z'^2} \right)^{0,5} \quad (3.19)$$

lässt sich (3.10) schreiben als

$$n'_{xx} = - \frac{n_{xx} \bar{a}' + n'_{xy} + X}{\bar{a}} \quad (3.20)$$

(3.11) wird zu

$$n'_{yy} = - \frac{n_{yy} \bar{b}' + n'_{xy} + Y}{\bar{b}} \quad (3.21)$$

(3.20)(3.21) in (3.12) eingesetzt und aufgelöst ergibt:

$$n_{xx} z'' \bar{a} + n_{yy} z'' \bar{b} + 2n_{xy} z'' = -Z + X z' + Y z' \quad (3.22)$$

Dies ist die allgemeine Gleichung für die Form von Schalenträgwerken, die für einen gegebenen "formbestimmenden Lastfall" einen vorgegebenen Verlauf der Membrankräfte

$$n_{ij} = n_{ij}(x,y) \quad (3.23)$$

besitzen.

Setzt man

$$n_{xx} = n_{yy} = n; \quad n_{xy} = 0 \quad (3.24)$$

so erhält man in der Formfindung Flächen mit besonders interessanten Eigenschaften: Unter dem formbestimmenden Lastfall stehen diese Tragwerke unter einem gradientenfreien Membranspannungszustand, die Membrankräfte sind also an jedem Punkt des Tragwerks in jeder Richtung gleich groß. Für $n < 0$ erhält man dabei die Form von Schalen unter völlig homogener Druckbeanspruchung, hinsichtlich der Werkstoffeigenschaften also des Idealfalles für die Verwendung von Beton als Baustoff. Für $n > 0$ und innerem Überdruck als formbestimmendem Lastfall liegt bei der Formfindung einer pneumatisch aufgespannten Struktur die entsprechend optimale Werkstoffausnutzung der (Schalungs)Membrane vor. Die Membranen nehmen dabei die Form pneumatisch aufgespannter Seifenhäute ein, weswegen bei ihnen häufig auch von Seifenhautflächen oder Flächen mit einem Seifenhautspannungszustand gesprochen wird.

3.2.1.2 Lösung der Bedingungsgleichungen

Aufgabe einer Formfindungsberechnung sei hier die Ermittlung der Form einer Schale oder einer Membrane bei gegebenen äusseren Lasten, gewählten Schnittkräften und einer gegebenen Berandung.

Zur Lösung der als Differentialgleichung vorliegenden Gleichung (3.22) wird die Differenzenmethode verwendet, das heißt die Bedingungsgleichungen werden auf der zu findenden Fläche punktweise erfüllt.

Es wird ein in der x-y- Ebene des globalen Koordinatensystems liegendes Stützstellenraster verwendet. Abb.3-4.

Die Ableitungen von z ergeben sich zu :

$$z'_{m,n} = \frac{1}{2\Delta x} (z_{m+1,n} - z_{m-1,n}) \quad (3.25)$$

$$z'_{m,n} = \frac{1}{2\Delta y} (z_{m,n+1} - z_{m,n-1}) \quad (3.26)$$

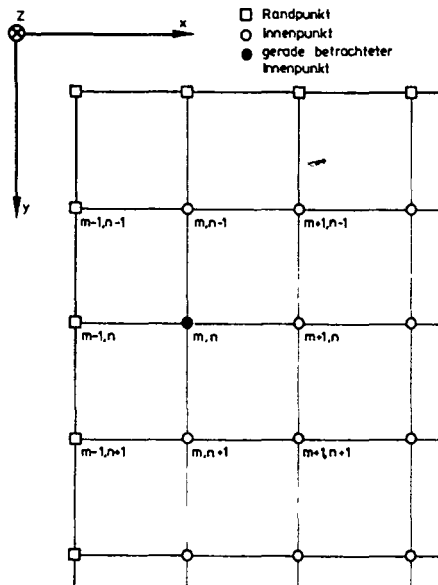


Abb.3-4:
In der x-y-Ebene liegendes Stützstellenraster. Bezeichnungen.

$$z''_{m,n} = \frac{1}{\Delta x^2} (z_{m+1,n} - 2z_{m,n} + z_{m-1,n}) \quad (3.27)$$

$$z''_{m,n} = \frac{1}{\Delta y^2} (z_{m,n+1} - 2z_{m,n} + z_{m,n-1}) \quad (3.28)$$

$$z^+_{m,n} = \frac{1}{4 \Delta x \Delta y} (z_{m+1,n+1} - z_{m-1,n+1} - z_{m+1,n-1} - z_{m-1,n-1}) \quad (3.29)$$

Da die Geometrie des Schalenrandes vorgegeben ist, sind die Beziehungen (3.25)(3.26)(3.27)(3.28)(3.29) in allen q Innenpunkten aufstellbar.

(3.22) explizit für einen Innenpunkt m,n angeschrieben lautet in Differenzschreibweise

$$\begin{aligned} & n_{xx} \frac{1}{\Delta x^2} (z_{m+1,n} - 2z_{m,n} + z_{m-1,n}) \left(\frac{1 + \frac{1}{4\Delta y^2} (z_{m,n+1}^2 - 2z_{m,n+1}z_{m,n-1} + z_{m,n-1}^2)}{1 + \frac{1}{4\Delta x^2} (z_{m+1,n}^2 - 2z_{m,n}z_{m-1,n} + z_{m-1,n}^2)} \right)^{0.5} \\ & + n_{yy} \frac{1}{\Delta y^2} (z_{m,n+1} - 2z_{m,n} + z_{m,n-1}) \left(\frac{1 + \frac{1}{4\Delta x^2} (z_{m+1,n}^2 - 2z_{m+1,n}z_{m-1,n} + z_{m-1,n}^2)}{1 + \frac{1}{4\Delta y^2} (z_{m,n+1}^2 - 2z_{m,n+1}z_{m,n-1} + z_{m,n-1}^2)} \right)^{0.5} \\ & + 2n_{xy} \frac{1}{4\Delta x \Delta y} (z_{m+1,n+1} - z_{m-1,n+1} - z_{m+1,n-1} + z_{m-1,n-1}) \\ & = -Z \cdot X \frac{1}{2\Delta x} (z_{m+1,n} - z_{m-1,n}) + Y \frac{1}{2\Delta y} (z_{m,n+1} - z_{m,n-1}) \end{aligned} \quad (3.30)$$

(3.30) in allen q Innenpunkten angewendet ergibt ein nichtlineares Gleichungssystem $B(\mathbf{z})\mathbf{z} = \mathbf{b}$ mit q Gleichungen zur Bestimmung der q Komponenten des Vektors \mathbf{z} . Dieses Gleichungssystem wird iterativ gelöst. Dazu wird ein Vektor \mathbf{f} so eingeführt, daß in den Innenpunkten gilt:

$$\mathbf{f}(\mathbf{z}) = B\mathbf{z} - \mathbf{b} = 0 \quad (3.31)$$

wobei \mathbf{z} der, zunächst unbekannte, Lösungsvektor des Gleichungssystems ist.

Über Annahme eines Startvektors z_1 wird zunächst ein Verbesserungsvektor Δz_1 so bestimmt, dass gilt:

$$f(z_1) + \left. \frac{df}{dz} \right|_{z_1} \cdot \Delta z_1 = 0 \quad (3.32)$$

Hierbei ist $\frac{df}{dz}$ die (qxq) Jacobi-Matrix J . Aus (3.32) ergibt sich der Verbesserungsvektor zu

$$\Delta z_1 = -J^{-1} f(z_1) \quad (3.33)$$

Der verbesserte z-Vektor

$$z_2 = z_1 + \Delta z_1 \quad (3.34)$$

wird nun wiederum auf (3.32) angewendet und das Verfahren wird solange wiederholt, bis f hinreichend klein, das heißt bis die Beträge der Koeffizienten von f kleiner als eine vorgegebene Abbruchsschranke sind:

$$|f_k| \leq \eta \quad k = 1, \dots, q \quad (3.35)$$

Die Erfüllung von (3.35) bedeutet das Vorliegen einer hinreichend genau bestimmten Lösung des Formfindungsproblems.

Zur Absicherung der mit dem vorgestellten Algorithmus und dem darauf aufgebauten Computerprogramm erzielten Ergebnisse wurden einige Berechnungen zum Vergleich mit bereits bekannten Lösungen durchgeführt. Abb.3-5 zeigt als Beispiel die Formfindung einer Scherk-Plateau'schen Minimalfläche. Abb.3-6 zeigt den zugehörigen Vergleich der erzielten numerischen mit der bereits bekannten analytischen Lösung.

Das Aufstellen und Invertieren der Jacobi-Matrix in jedem einzelnen Iterationsschritt (Standard-Newton-Raphson-Verfahren) erfordert für große Probleme einen relativ hohen Rechenaufwand. Es hat sich

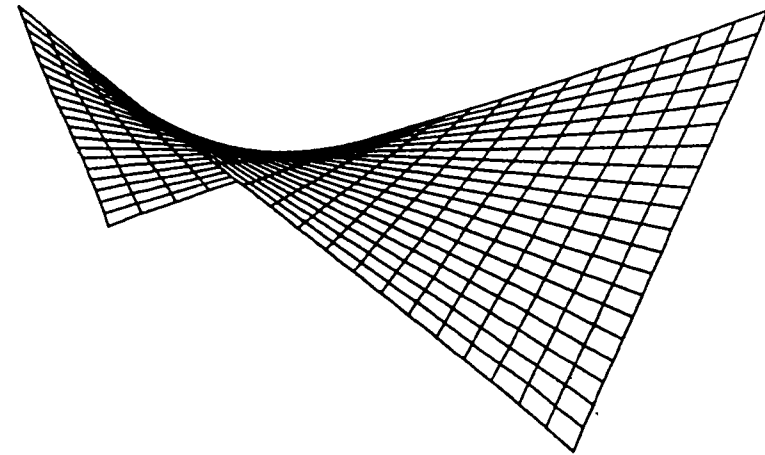


Abb.3-5:
Scherk-Plateau'sche Minimalfläche.

bei den hier durchgeführten Untersuchungen gezeigt, daß mit einer nur in jedem i -ten Iterationsschritt neu aufgebauten und invertierten Jacobi-Matrix die Zahl der erforderlichen Iterationsschritte zwar zu, die insgesamt zur Lösung eines Problems benötigte Rechenzeit jedoch gleichzeitig abnahm.

3.2.2 Der Übergang von der Formfindung zum Bauwerk

3.2.2.1 Besonderheiten im Hinblick auf die pneumatisch gestützte Schalung. Begriff der Kompensation

Beim Entwurf einer pneumatisch gestützten Schalung erhält man aus der Formfindung die Geometrie der durch inneren Überdruck beanspruchten Struktur.

Zur Herstellung der Schalung sind nun neben anderen die folgenden zwei Zwischenschritte notwendig: Um die räumliche Krümmung der Schalungsfläche zu erhalten, müssen die einzelnen Gewebbahnen, aus denen die Schalung zusammengefügt wird, zugeschnitten werden. Im allgemeinen sind die Ränder der ebenen Zuschnittsbahnen also gekrümmt. Außerdem müssen diese Bahnen, deren Geometrie ja durch Abwicklung von der Entwurfsform in die Ebene erhalten wurde, noch "entspannt" werden, denn unmittelbar nach der Abwicklung stehen die Bahnen ja noch unter dem der Formfindung vorgegebenen Spannungszustand. Die Geometrieänderung der Bahnen, die durch dieses "Entspannen" entsteht, bezeichnet man als Kompensation. Im Membranbau bedeutet die Kompensation üblicherweise eine Verkürzung der Zuschnittsmaße.

Wird eine Kompensation nicht durchgeführt, so stimmen die in der Formfindung erhaltene Geometrie und die Geometrie des Bauwerks unter dem formbestimmenden Lastfall nicht überein. Damit einher geht eine Abweichung vom vorgegebenen Spannungszustand und eine Änderung des Tragverhaltens.

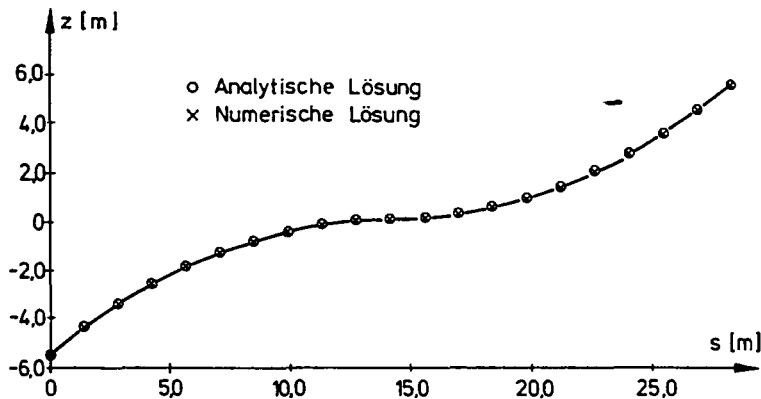


Abb.3-6:
Scherk-Plateau'sche Minimalfläche:
Vergleich der numerisch erzielten mit bereits bekannten, analytisch erzielten Werten entlang eines Kontrollschnittes vom Tiefpunkt über den Mittelpunkt zum Hochpunkt der Fläche.

Die Kompensation ist somit ein grundlegender und zwingend notwendiger Vorgang, um die der Formfindung zugrundegelegten Eigenschaften des Tragwerkes am Bauwerk auch tatsächlich einzustellen.

Während eine Verkürzung der Zuschnittsbahnen im Membranbau generell kein Problem darstellt, tritt am Rande der Schalungsmembrane noch eine kleine Besonderheit auf: Die aufgrund der Kompensation entlang der Randkurve "zu kurze" Schalungsmembrane muß bei der Montage entlang ihres Randes in die Soll-Geometrie hineingespannt und dort mit geeigneten konstruktiven Details fixiert werden. Es wird also bei der Montage eine randparallele Vorspannung eingebracht. Damit wird die Einhaltung der Soll-Geometrie unter dem anschließend eingebrachten formbestimmenden Lastfall garantiert.

Ein Zahlenbeispiel soll die Wichtigkeit der Kompensation und der Vorspannung des Randes während der Montage verdeutlichen. Dazu werden zwei durch inneren Überdruck aufgespannte Seifenhautflächen über quadratischem Grundriß betrachtet, Abb.3-7. Der Kräfteverlauf in Membranen derselben Form, die weder kompensiert noch am Rand vorgespannt und fixiert, sondern lediglich mit einer Membranlagerung versehen wurden, ist in Abb.3-8 dargestellt. Es ist zu erkennen, daß die Abweichungen vom Seifenhautspannungszustand besonders im Randbereich der Membrane erheblich sind: Am Membranrand liegen jetzt geometrische Randbedingungen vor. (Unter geometrischen Randbedingungen werden dabei Vorschriften über die Bewegungsmöglichkeiten der Lagerung verstanden). Kompensation und Randvorspannung hingegen erzwingen einen Kräfteverlauf am Rand, der den Krafterandbedingungen der Formfindung entspricht! Vgl.auch /153/. (Unter Krafterandbedingungen werden dabei Vorschriften über Art und Größe am Rand angreifender Kräfte verstanden).

Die Frage der Kompensation wurde soeben in bezug auf die Schalungsmembrane diskutiert. Sie muß aber auch hinsichtlich der Betonschale gestellt werden:

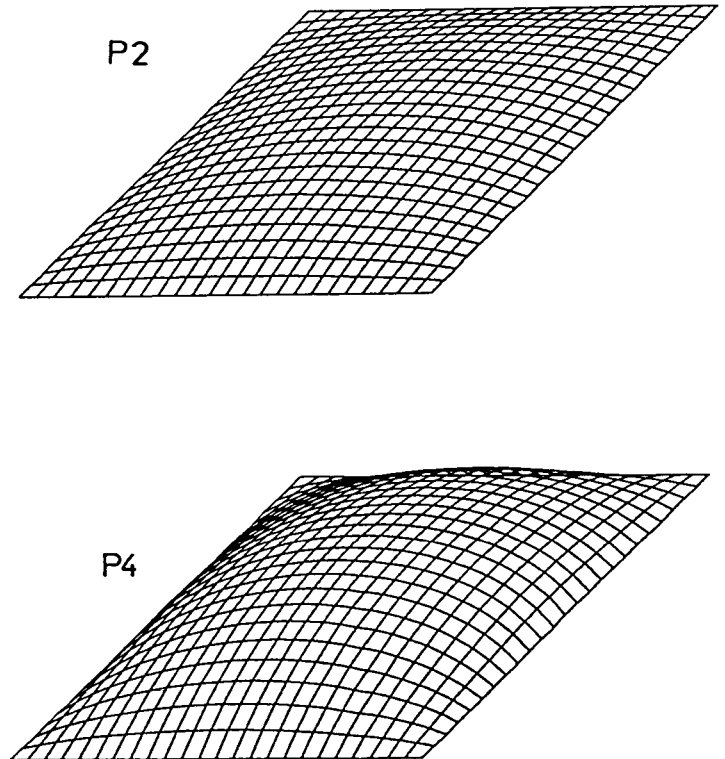


Abb.3-7: Durch inneren Überdruck über einem quadratischem Grundriß aufgespannte Seifenhäute.

3.2.2.2 Zur Frage der Kompensation von Betonschalen

Für die nachfolgende Überlegung werden die Einflüsse aus der üblicherweise nicht vorhandenen Koinzidenz der Wirkungslinien von Innendruckvektor und Lastvektor außer Betracht gelassen.

Wenn eine Betonschale den lediglich um das Vorzeichen veränderten Spannungszustand einer Schalungsmembrane derselben Form besitzen soll, dann muß sie ebenfalls kompensiert werden. Entsprechend der Verkürzung der Gewebbahnen kann nun zwar die Schalenform überhöht oder insgesamt "zu groß" hergestellt werden - mit dem Ablassen der Schalung deformiert sie sich dann in die Sollform und baut dabei den gewünschten Spannungszustand auf - die zur Herstellung der Kraft- randbedingungen am Schalenrand erforderlichen Maßnahmen lassen sich im Schalenbau - im Gegensatz zum Membranbau - aber nicht mit sinnvollem Aufwand durchführen: Die Lagerung müßte so beschaffen sein, daß einzelnen Punkten am Schalenrand gezielte Verschiebungen aufgezwungen werden.

Sieht man von derartigen Maßnahmen ab treten die bereits beschriebenen Randstörungen der Membrankraftfelder auf. Sie machen eine Kompensation der restlichen Schalenfläche überflüssig.

Der der Formfindung zugrunde gelegte Spannungszustand wird also bei Betonschalen mit kontinuierlicher Randstützung üblicherweise nicht herbeigeführt.

Damit sind noch zwei Fragenkreise zu beantworten: Wenn die Formfindung für eine Schalungsmembrane durchgeführt wurde, inwieweit weicht dann der Spannungszustand in der damit hergestellten Betonschale von dem der Membrane ab:

1. Aufgrund der Abweichung der Wirkungslinien von Innendruck - und Eigengewichtsvektor
2. Aufgrund der nicht durchgeführten Kompensation der Betonschale

Im nachfolgenden Kapitel werden diese Fragen näher untersucht. Weitergehende Untersuchungen zum Tragverhalten der Betonschalen, zum Beispiel Stabilitätsuntersuchungen, sind dabei nicht Gegenstand der Betrachtung.

3.2.2.3 Betonschalen mit der Form pneumatisch aufgespannter Seifenhäute

Es werden exemplarisch drei Schalen betrachtet. Diese Schalen haben die Form pneumatisch aufgespannter Seifenhäute über quadratischem Grundriß. Die Seitenlänge a beträgt 12m. Die Schalen unterscheiden sich durch eine unterschiedliche Stichhöhe. Abb.3-9.

Weil man aufgrund der vollkommen homogenen Spannungsverteilung in einer Seifenhaut ein ähnlich günstiges Tragverhalten der Betonschale derselben Form erwarten wird, eignen sich die gewählten Formen besonders für die nachfolgenden Untersuchungen: Abweichungen vom gradientenfreien Spannungszustand sind leicht zu erkennen.

Die Formfindung für die Schalungsmembranen wurde wie in Kap.3.2.1 dargestellt durchgeführt. Mit

$$n_{xx} = n_{yy} = n, \quad n_{xy} = 0 \quad (3.36)$$

lautete die Bedingungsgleichung für die Schalungsform

$$(\bar{a}z'' + \bar{b}z''') (1 + z'^2 + z \cdot z'')^{-1} = -p_1/n \quad (3.37)$$

Man erkennt in (3.37), daß die Form der Seifenhäute durch den Quotient p_1/n bestimmt wird. Dieser Quotient ist für die betrachteten Formen:

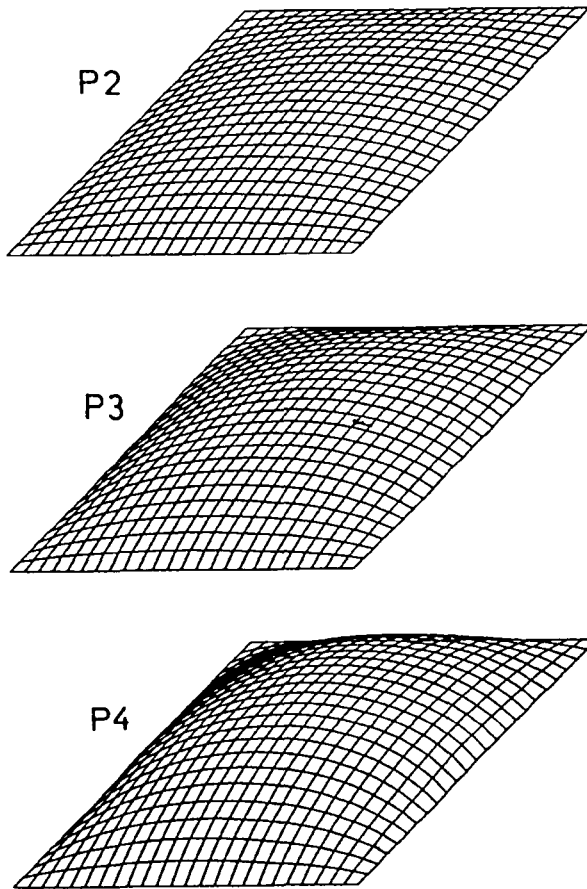


Abb.3-9: Durch inneren Überdruck über einem quadratischen Grundriss aufgespannte Seifenhäute.

Form P2: $p_i/n = 0.10$
 Form P3: $p_i/n = 0.15$
 Form P4: $p_i/n = 0.20$

Die Stich/Spannweitenverhältnisse waren damit:

Form P2: $h_0/a = 0.091$
 Form P3: $h_0/a = 0.143$
 Form P4: $h_0/a = 0.203$

Die Betonschalen sind 5 cm dick. Damit ist das Verhältnis von Spannweite zu Schalendicke $a/d = 240$.

Die in der Formfindung ermittelten Geometriedaten wurden mit einem hierfür erstellten Prozessor aufbereitet und an ein Finite-Elemente-Programm weitergegeben. Mit diesem Programm erfolgte die Schnittkraftermittlung.

Aus Symmetriegründen wurde lediglich ein Viertelausschnitt der Schalen untersucht. In der Berechnung wurden die Schalen in diesem Bereich durch 16 16-knotige Schalenelemente simuliert. Die Schalendicke wurde als konstant angesetzt.

Als Erstes soll die durch die Nicht-Koinzidenz der Lastvektoren (Innendruck - Eigengewicht) bedingte Veränderung des Spannungszustandes in den Betonschalen betrachtet werden. Um dabei Einflüsse aus der Art der Schalenlagerung auszuschließen sind an der Betonschale Krastrandbedingungen anzusetzen. Da durch Seifenhäute gebildete Formen untersucht werden, werden diese Krastrandbedingungen durch eine am Schalenrand angreifende Gleichstreckenlast repräsentiert. Die lokale Wirkungsrichtung dieser Last steht senkrecht zur Berandungskurve und senkrecht zur Schalennormalen.

Abb.3-10 zeigt die Ergebnisse der FE-Analyse im Vergleich: Dargestellt sind die Membrankräfte in den einzelnen Schalen unter Innendruckbelastung (gleichzeitige Kontrolle der Formfindung) und unter

INNERER ÜBERDRUCK

EIGENGEWICHT

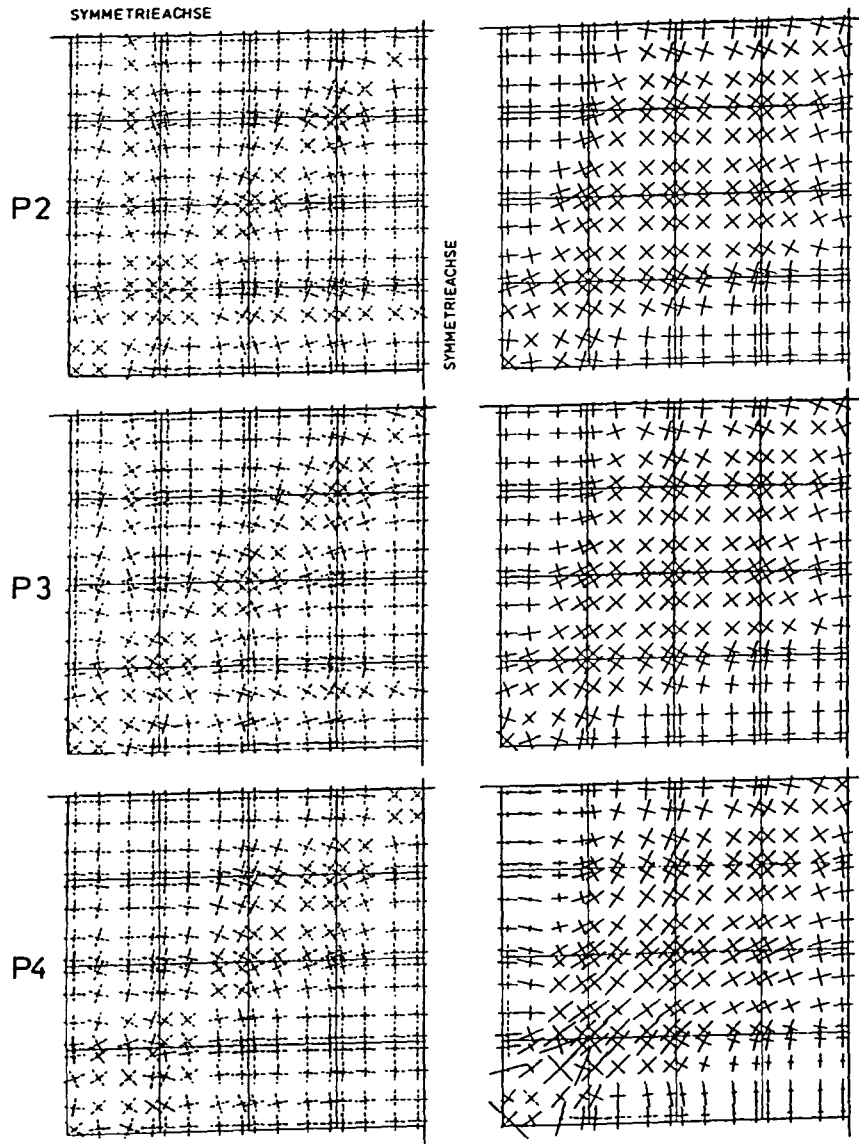


Abb.3-10: Kraftrandbedingungen: Verlauf der Hauptmembrankräfte in den Schalen P2, P3, P4 bei Belastung durch inneren Überdruck bzw. Eigengewicht. $d = 5 \text{ cm}$, $E = 37000 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0,2$ /154/. Es ist jeweils ein Viertel der Schalenfläche dargestellt.

Belastung durch Eigengewicht. Der Einfluß der zunehmenden Schalensteilheit und damit der Einfluß der unterschiedlichen Richtungen von Eigengewichts- und Innendruckvektor auf den Spannungszustand ist deutlich zu erkennen.

Der maximale Neigungswinkel der Schalen gegenüber der Horizontalen betrug

24° bei der Form P2 ($p_i/n=0.10$)

37° bei der Form P3 ($p_i/n=0.15$)

50° bei der Form P4 ($p_i/n=0.20$)

Während die flache Schale eine relativ homogene Membrankraftverteilung aufweist, stellt sich bei der steilen Schale ein deutlich gerichtetes Lastabtragungsverhalten ein. Diese Störung des homogenen Spannungszustandes reicht bis fast in die Schalenmitte hinein. Am Schalenrand treten dabei bereichsweise erhebliche Zugkräfte in der Betonschale auf.

Der Charakter der Lastabtragung unter Eigengewichtsbelastung ist bei allen drei Schalen derselbe, er tritt lediglich mit zunehmendem Stich-Spanweitenverhältnis der Schalen immer ausgeprägter in Erscheinung, Abb.3-11.

Setzt man voraus, daß die der Formfindung zugrundegelegten Kraft-randbedingungen am realen Bauwerk tatsächlich eingestellt werden können, so treten bei den hier untersuchten Seifenhautformen bereits bei sehr kleinem Stich-Spanweitenverhältnis (Form P3: $h_0/a=0.203$) Zugkräfte in der Betonschale konstanter Dicke unter Eigengewichtsbelastung auf. Spätestens, oder bereits schon hier geht also die beabsichtigte positive Auswirkung einer Formfindung der Betonschale auf der Basis einer Formfindung von Seifenhautpneus verloren!

Als Nächstes wird untersucht, wie sich eine nicht durchgeführte Kompensation der Betonschale auf den Spannungszustand in einer Betonschale auswirkt und welchen Einfluß verschiedene geometrische

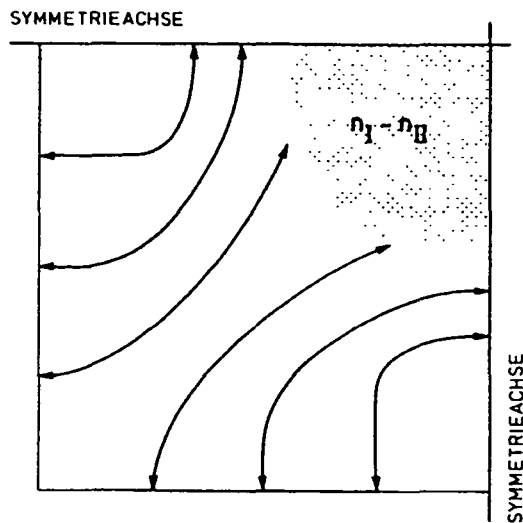


Abb.3-11: Schematisiertes Lastabtragungsverhalten, wie es bei den Schalen P2, P3, P4 unter Eigengewichtsbelastung und Krafrandbedingungen auftritt.

Randbedingungen dabei haben.

Die Überlegungen werden wieder an den Schalen P2, P3, P4 erläutert.
Abb.3-9.

Die Betonschalen besitzen eine konstante Schalendicke von 8 cm. Sie werden mit dem Lastfall Eigengewicht beansprucht.

Es ist zu erwarten, daß der Spannungszustand in den Betonschalen durch die Steilheit der Schale und durch die Art der Schalenlagerung bestimmt wird. Es wurden deshalb Größen und Verläufe der Schnittkräfte unter Variation dieser Parameter berechnet /154/,
Abb.3-12.

Es lassen sich folgende Aussagen herleiten:

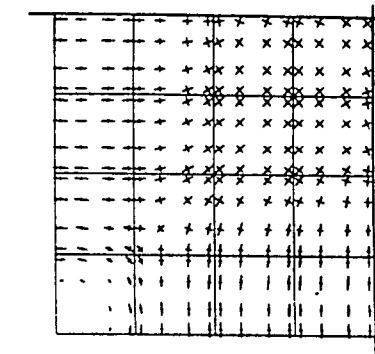
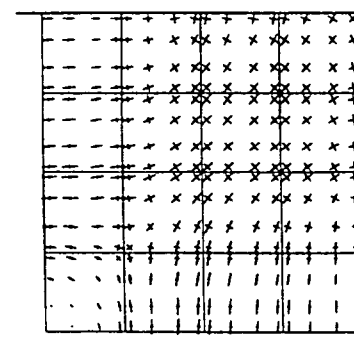
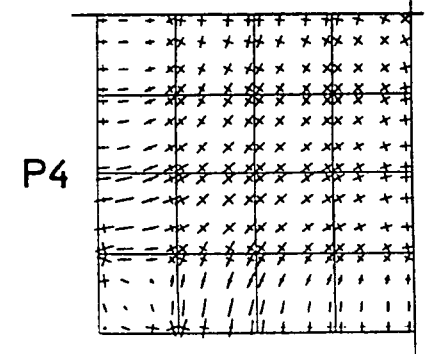
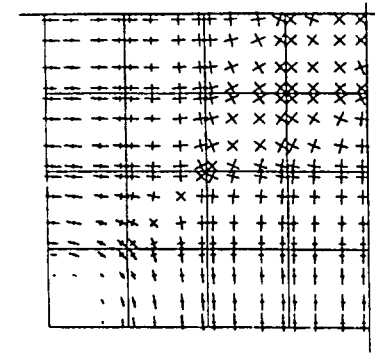
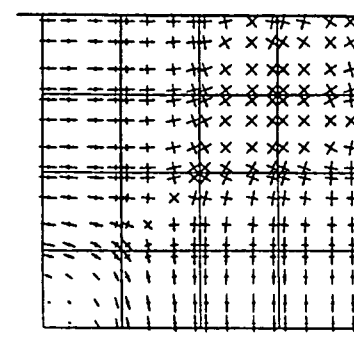
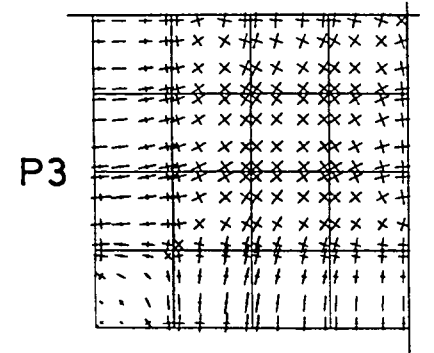
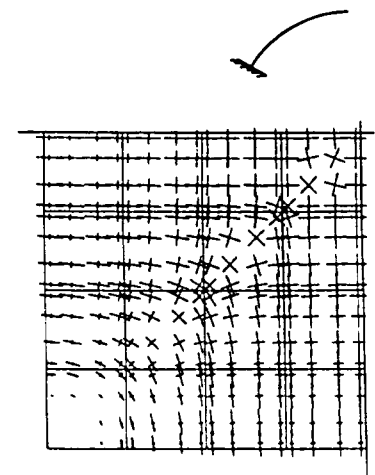
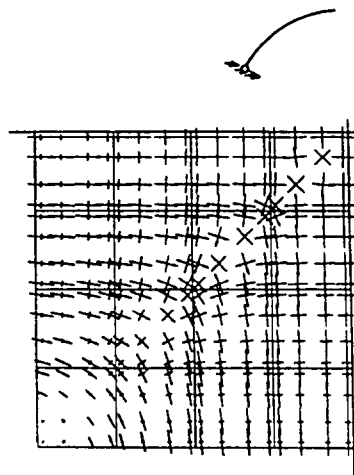
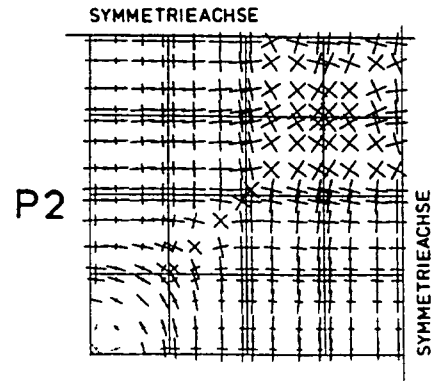
1. Bei Vorliegen geometrischer Randbedingungen weichen Größe und Verlauf der Hauptmembrankräfte in den Betonschalen erheblich von dem aufgrund der Formfindung erwarteten Spannungszustand (mit negativem Vorzeichen versehen) ab. Die "Störung" des erwarteten Membrankraftzustandes erstreckt sich dabei nahezu über die gesamte Schalenfläche, zeigt also kein ausgeprägtes Abklingverhalten, wie man es zum Beispiel bei Biegestörungen an Schalenrändern kennt.
2. In Teilbereichen der Schalen können, abhängig von der Art der Lagerung und der Schalenform, Zugspannungen auftreten.
3. Der Membranbeanspruchung der Schalen überlagert sich eine Biegebeanspruchung. Diese ist in Auflagernähe besonders ausgeprägt, zeigt jedoch zur Schalenmitte hin ein deutliches Abklingverhalten. Die durch die Biegebeanspruchung bewirkten Spannungen können (bei den hier untersuchten Schalen) bis ca. 80% der aus der (mittleren) Membranbeanspruchung herrührenden Betonspannungen betragen. Abb.3-13.

Abb.3-12: Verlauf der Hauptmembrankräfte in den Schalen P2, P3, P4 bei Belastung durch Eigengewicht: Abhängigkeit von den Randbedingungen. Dargestellt ist jeweils ein Viertelausschnitt der Schalen.
 $d = 8 \text{ cm}$, $E = 37000 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0,2$. /154/.

MEMBRANLAGERUNG

GELENKIGER ANSCHLUSS

EINGESPANNT



4. Das Ersetzen der Krafrandbedingungen durch geometrische Randbedingungen bewirkt (bei den hier untersuchten Lagerungsarten) insbesondere bei den flachen Schalen P2 und P3 eine wesentlich ausgeprägtere Veränderung der Membrankraftfelder in der Betonschale als der Übergang von Innendruck- zu Eigengewichtsbelastung bei Aufrechterhaltung von Krafrandbedingungen.

Für den Entwerfenden bedeutet dies in anderen Worten:

Die "Verfälschung" des ideal-gleichmäßigen Membrankraftzustandes der eigengewichtsbelasteten Betonschale dadurch, daß für die Formfindung der "falsche" Lastfall verwendet wird, ist insbesondere bei flachen Schalen klein gegenüber derjenigen Verfälschung, die durch die Nicht-Aufrechterhaltung der der Formfindung zugrundegelegten Krafrandbedingungen eintritt.

Damit kann festgestellt werden, daß die bisher häufig vertretene Auffassung:

"Erfolgt die Formfindung von Betonschalen mit pneumatisch aufgespannten Modellen, insbesondere Seifenhäuten, so steht, bei genügender Flachheit der Form, die Betonschale unter dem Lastfall Eigengewicht unter einem homogenen, biaxialen Druckspannungszustand."

im allgemeinen nicht richtig ist.

Es ist selbst bei flachen Schalen nicht auszuschließen, daß, in Abhängigkeit von der Schalenform, die Spannungsfelder in der Betonschale nicht mehr akzeptable Verläufe zeigen. Damit stellt sich folgende Frage: Gibt es überhaupt -flache- Schalungsformen, bei denen die damit hergestellten Betonschalen unter geometrischen Randbedingungen auch nur näherungsweise diejenigen Kräfte aufbauen, die bei der Formfindung als Krafrandbedingungen vorgegeben wurden? Die Rotationsformen mit Membranlagerung gehören zu dieser Formengruppe. Im nachfolgenden Kap.3.2.3 wird auf sie kurz eingegangen. Bei den

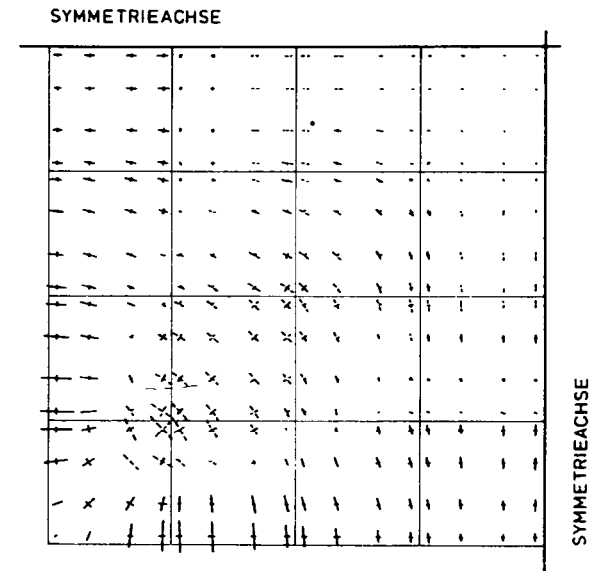


Abb.3-13: Hauptmomente in der Schale P2 bei Eigengewichtsbelastung und Einspannung des Schalenrandes. Dargestellt ist ein Viertelanschnitt der Schale. $-220 \leq m \leq 240 \text{ Nm/lfdm}$. $d = 8 \text{ cm}$, $E = 37000 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0.2$.

"freien" Formen sind es diejenigen, bei denen die Lagerung der Schale beim Aufbringen des Eigengewichts (durch Ablassen der Schalung) genau diejenigen Verformungen des Tragwerks ermöglicht, die den Aufbau des gewünschten Spannungszustandes -auch am Schalenrand- bewirken. Am Rand kommen aber, aus konstruktiven Überlegungen, nur Einspannung oder gelenkige Lagerung in Frage. Dies zu berücksichtigen beschreibt ein zukünftig näher zu untersuchendes Formfindungsproblem:

Finde eine Form so, daß die Betonschale bei Eigengewichtsbelastung den gleichen (negatives Vorzeichen !) Spannungszustand besitzt wie eine Schalungsmembrane unter Innendruckbelastung.

Man sieht sofort, daß für ein derartiges Vorgehen Annahmen über die Steifigkeitsverteilung in der Betonschale erforderlich sind: Das Formfindungsproblem lässt sich nicht mehr ausschließlich mit Gleichgewichtsbetrachtungen lösen, sondern es erfordert das Hinzuziehen von Verformungsbeziehungen.

Zieht man dieses Vorgehen nicht in Erwägung und verzichtet man auch darauf, in der Betonschale unter Eigengewicht den Spannungszustand (mit negativem Vorzeichen) der Schalungsmembrane zu erhalten, so bietet der in diesem Kapitel beschriebene Entwurf einer Schale durch den Entwurf der Schalungsform immerhin noch den enormen Vorteil, daß der Nachweis der pneumatischen Bildbarkeit der Schalung nicht geführt zu werden braucht.

3.2.3 Der Sonderfall der Rotationssymmetrie

Für den Sonderfall der Rotationssymmetrie gestaltet sich die Formfindung von pneumatisch gestützten Schalungen, die einem ausgezeichneten Spannungszustand unterliegen, besonders einfach. Von der Vielzahl interessanter Formen werden nachfolgend einige näher untersucht.

Es wird weiterhin vereinfachend davon ausgegangen, daß die Schalungsform unter alleiniger Innendruckbelastung und die Form der Betonschale identisch sind.

Stützmedium Luft:

(Schalungs-) Membranen mit Kugelabschnittsform besitzen bei Belastung durch inneren Überdruck einen Seifenhautspannungszustand; beim Zuschnitt muß also nicht auf die Abstimmung von Fadenlauf und Hauptspannungsrichtung geachtet werden. Die durch den Wechsel vom formbestimmenden Lastfall (innerer Überdruck) zum Lastfall Betonschale unter Eigengewicht bewirkte Änderung im Membrankraftverlauf ist in Abb.3-14 dargestellt. Wird aus konstruktiven Gründen auf eine Membranlagerung verzichtet, überlagert sich diesem Membrankraftzustand eine von der Art der Lagerung abhängige Biegestörung, Abb.3-15.

Kegelschalen sind ebenfalls mit einer pneumatisch gestützten Schalung herstellbar. Unter der Voraussetzung der Membranlagerung zeigt Abb.3-16 das Verhältnis der Membrankräfte aus Innendruck- und Eigengewichtsbelastung. Es ist zu erkennen, daß, insbesondere für kleine Öffnungswinkel (2α) des Kegels, der Unterschied der Wirkungslinien der Lastvektoren ein deutliches Abweichen der Membrankräfte in der Betonschale von denen der pneumatisch gebildeten Entwurfsform hervorruft.

Die für die Bini-Schalen verwendeten Ellipsoidformen weisen weder bezüglich des Tragverhaltens der Schalungsmembrane unter alleiniger Innendruckbelastung noch bezüglich des Tragverhaltens der Betonschale gleicher Form unter Eigengewichtsbelastung besondere Eigen-

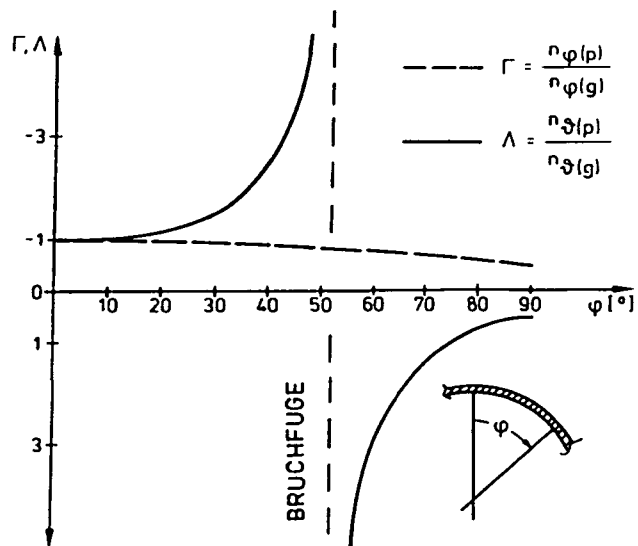


Abb.3-14: Kugelschalen: Verhältnis der Membrankräfte aus Innendruck (Luft)- und Eigengewichtsbelastung in Abhängigkeit von φ . Membranlagerung.

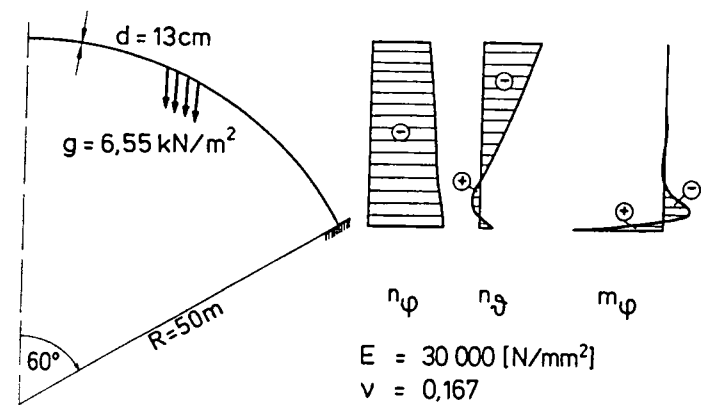


Abb.3-15: Membrankräfte und Biegemomente in einer Kugelschale unter Eigengewicht im Fall einer Einspannung des Schalenrandes. Aus /98/.

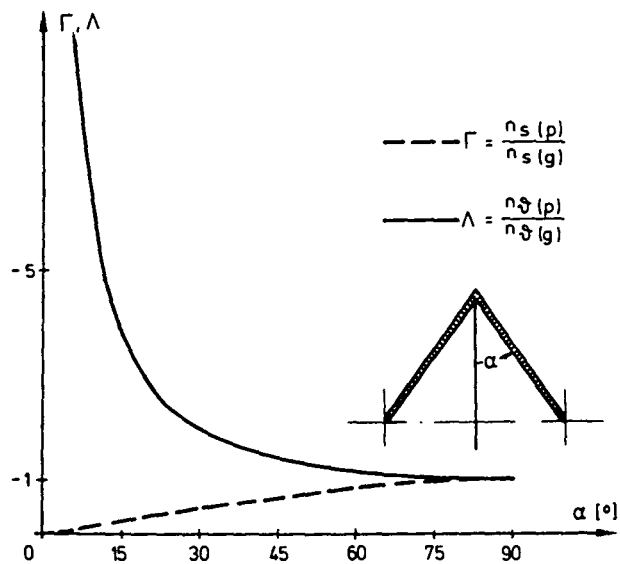


Abb.3-16: Kegelschalen: Verhältnis der Membrankräfte aus Innendruck- und Eigengewichtsbelastung in Abhängigkeit vom halben Öffnungswinkel. Membranlagerung.

schaften auf. Es kann deshalb davon ausgegangen werden, daß diese Formen wegen ihrer einfach zu beschreibenden Geometrie sowie wegen des für die meisten Zwecke relativ günstigen Nutzraumprofils für die Anwendung gewählt werden, Abb.3-17.

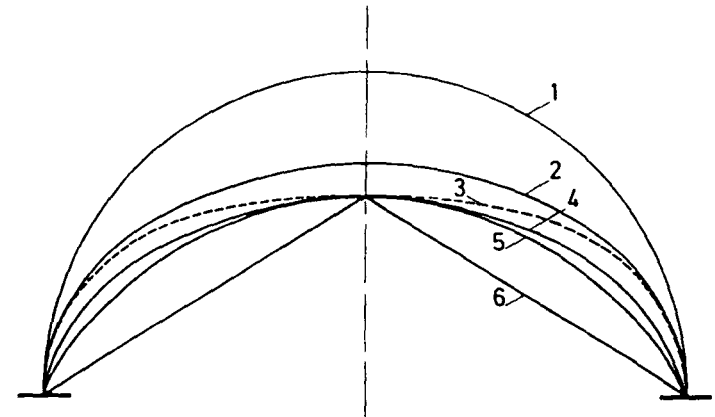


Abb.3-17: Vergleich der Meridianformen einiger gebräuchlicher Rotationsschalen. /52//91/. Die beschränkte Anpassbarkeit an vorgegebene Nutzraumprofile ist erkennbar.

- 1: Halbkugel
- 2: Kritisches Ellipsoid
- 3: Flachste pneumatisch bildbare Form
- 4: Ellipsoid-Abschnitt
- 5: Kugelabschnitt
- 6: Kegel

Bei

$$r_{\varphi} > 0 \quad (3.38)$$

und

$$r_{\vartheta} / r_{\varphi} = 2 \quad (3.39)$$

erhält man, im Vergleich zu Formen mit gleicher Neigung der Meridiantangente am Auflager, die sogenannten "flachsten pneumatisch bildbaren Formen" /91/, Luft als Stützmedium vorausgesetzt. Bei diesen Formen ist das Verhältnis von Schalenhöhe zu Schalenspannweite an der untersten Grenze des Möglichen: $h_0/a = 0.299$ /66//91/.

Schalungen mit der Geometrie der "shallowest possible pneumatic form" besitzen neben der für die meisten Nutzungsarten günstigen Querschnittsform den Vorteil, daß, bei Verwendung eines Radialzchnittes, die Schalungsmembrane (von einer Singularität am Pol abgesehen) keine Nahtfestigkeit besitzen muß. Dies kann bei Verwendung bestimmter Membranmaterialien von Vorteil sein. Dem steht der Nachteil gegenüber, daß Betonschalen dieser Form für den Lastfall Eigengewicht sehr ausgeprägte Spannungsgradienten und hohe Spannungskonzentrationen im Polbereich sowie in Auflagernähe besitzen. Ein weiterer Nachteil ist in der hohen Lage der Bruchfuge zu sehen: Die Ringbewehrung muß nahezu über die gesamte Schalenhöhe verteilt werden. Abb.3-18.

Die Betrachtung der "shallowest possible pneumatic form" zeigt weiterhin, daß eine eigengewichtslose, luftgestützte und in sich geschlossene Rotationsmembrane eine ebene Unterlage nur in einem Punkt berühren kann, wenn die Rotationsachse senkrecht zur Unterlage steht. Entwurfsideen, wie sie zum Beispiel von Harryson und Asklöf in /84/ dargestellt wurden, sind deshalb nur in Verbindung mit einer Flüssigkeitsfüllung der Schalung oder bei Verwendung von Abspannseilen oder nichtebenen Böden realisierbar. Vgl. Abb.2-21.

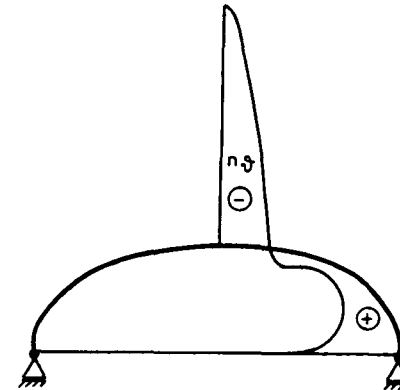
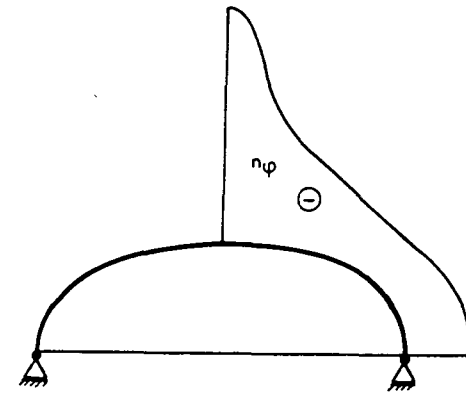


Abb.3-18: Verlauf der Membrankräfte bei einer Schale mit der Geometrie der flachsten pneumatisch bildbaren Form (Luftstützung) unter Eigengewichtsbelastung. $d = \text{const.}$ /52/.

Flüssigkeitsgefüllte Schalungen:

Als Stützmedium kommt jede Flüssigkeit, zum Beispiel Wasser, sowie jede Kombination von Flüssigkeits-/Luft-/ Granulatfüllungen in Frage.

Mit flüssigkeitsgefüllten Schalungen kann das mit luftgestützten Formen erreichbare Verhältnis von Polhöhe zu Spannweite deutlich unterschritten werden (hierauf wird in Kap.3.3.4 näher eingegangen). Der Begriff der "flachsten pneumatisch bildbaren Form" ist also, im Gegensatz zur bisherigen Praxis, nur bei gleichzeitiger Angabe des Stützmediums inhaltlich ausreichend präzisiert.

Vollständig mit Flüssigkeit gefüllte Schalungen können als "Membranen gleicher Festigkeit", also als an jedem Punkt in jeder Richtung gleich hoch beanspruchte Schalungen ausgebildet werden. Hierzu ist stets auch am Pol der Schalung ein innerer Überdruck erforderlich. Dieser kann beispielsweise auch durch Druckluft erzeugt werden. Die Höhe des Überdrucks am Pol sowie das spezifische Gewicht der Flüssigkeit bestimmen, bei gleicher Polhöhe, die Geometrie dieser "Tropfenschalen": Je höher der Druck am Pol, desto mehr nähert sich die Geometrie der Kugelform an. Bei extrem niedrigem Überdruck am Pol werden die Formen sehr flach. Es ergeben sich sehr große, nahezu ebene Flächen im Polbereich. Das Tragverhalten von Betonschalen dieser Form geht in diesem Bereich von der Membran- in die Biegetragwirkung über. Abb.3-19.

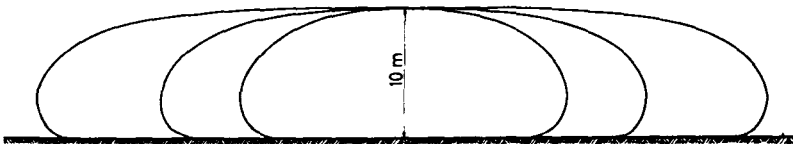


Abb.3-19: Tropfenbehälter: Bei gleicher Schalenhöhe lassen sich unterschiedliche Schalenformen durch Variation des inneren Überdrucks am Pol entwerfen.

Mit Flüssigkeit oder teilweise mit Flüssigkeit gefüllte Schalungen sind besonders dann vorteilhaft anwendbar, wenn mit einer großen hydrostatischen Druckhöhe des Betons während der Betonierarbeiten zu rechnen ist: Der innere Luftüberdruck braucht dann nicht mehr auf den Spitzenwert des Schalungsdrucks ausgelegt werden. Dadurch sind beträchtliche Einsparungen bei der Dimensionierung der Schalungsmembrane möglich, häufig kann dadurch erst die Baubarkeit herbeigeführt werden, Abb.3-20.

Bei flüssigkeitsgefüllten Schalungen kann eine Versteifung der Schalung durch eine (zeitweise) Versteifung des Stützmediums herbeigeführt werden:

- Bei wassergefüllten Schalungen durch Einfrieren
- Bei Verwendung eines Wasser-Granulatgemisches durch Wasserentzug
- Durch Verwendung thixotroper Flüssigkeiten

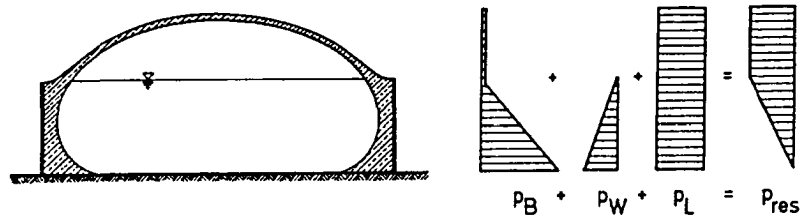


Abb.3-20: Methode zur Herstellung von Behältern in "einem Guß":
 Durch die Kombination von Wasser- und evtl. Luftdruck ist es möglich, derartige Behälter in einem Betonierabschnitt herzustellen. Als seitliche Abschaltung dient beispielsweise ein (zugbeanspruchter) Ring aus Rippenstreckmetall.

KRAFTRANDBEDINGUNGEN

KLEMMRAND

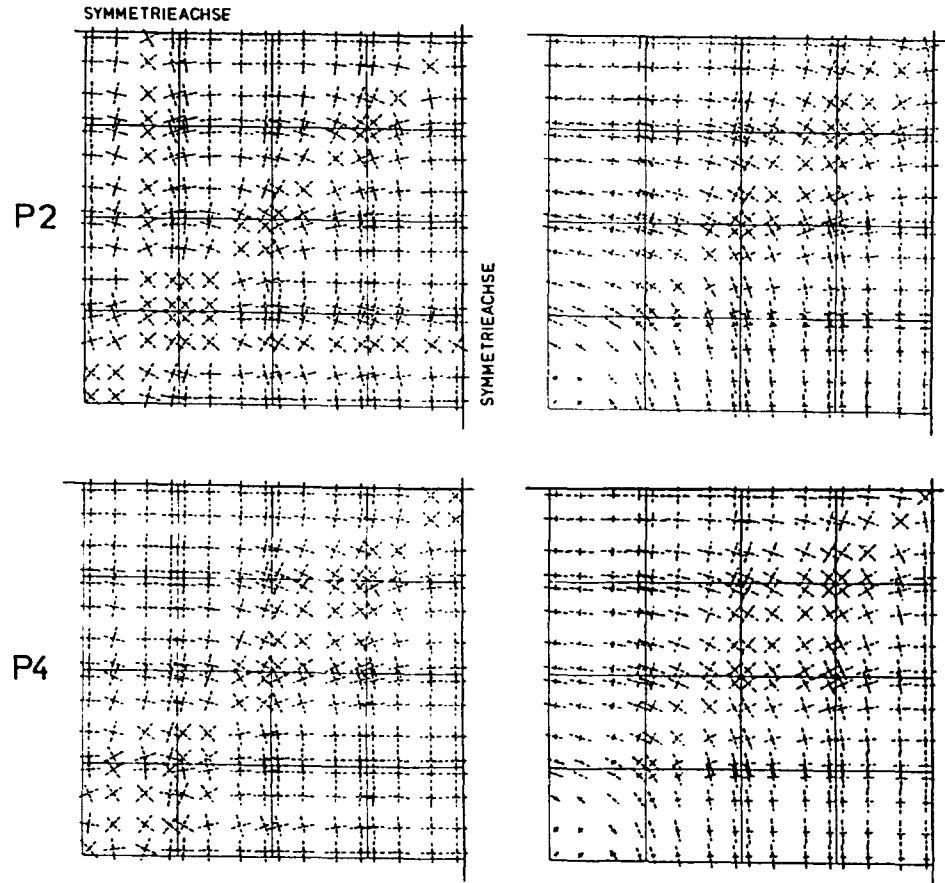
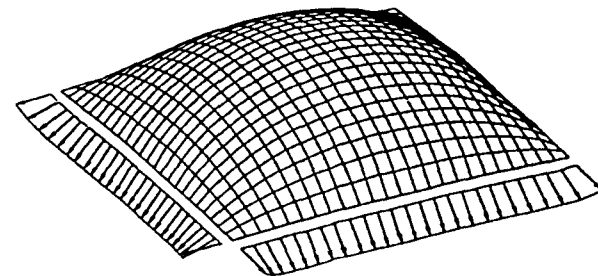


Abb.3-8: Draufsicht auf jeweils ein Viertel der in Abb.3-7 dargestellten Membranen: Dargestellt sind die sich bei Belastung durch inneren Überdruck unter verschiedenen Randbedingungen ergebenden Hauptmembrankräfte. $d = 5 \text{ cm}$, $E = 37000 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0.2$ /154/. Die Einteilung der (Viertel-) Fläche in 16 Finite Elemente ist zu erkennen.

KRAFTRANDBEDINGUNGEN:



Bei flüssigkeitsgefüllten Schalungen kann eine Versteifung der Schalung durch eine (zeitweise) Versteifung des Stützmediums herbeigeführt werden:

- Bei wassergefüllten Schalungen durch Einfrieren
- Bei Verwendung eines Wasser-Granulatgemisches durch Wasserentzug
- Durch Verwendung thixotroper Flüssigkeiten

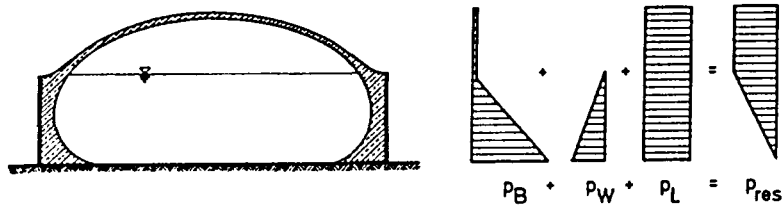


Abb.3-20: Methode zur Herstellung von Behältern in "einem Guß":
 Durch die Kombination von Wasser- und evtl. Luftdruck ist es möglich, derartige Behälter in einem Betonierabschnitt herzustellen. Als seitliche Abschalung dient beispielsweise ein (zugbeanspruchter) Ring aus Rippenstreckmetall.

3.3 Zur Formfindung von Betonschalen mit vorgegebenen Eigenschaften und die pneumatische Bildbarkeit der zu ihrer Herstellung benötigten Schalungsmembranen

3.3.1 Zur Formfindung von Betonschalen, die einem vorgegebenen Spannungszustand unterliegen

Anstatt die Form einer Schalungsmembrane unter innerem Überdruck zu entwerfen und anschliessend das Tragverhalten der damit herstellbaren Betonschale auf Eignung zu untersuchen kann auch umgekehrt vorgegangen werden: Es wird zuerst mit einer geeigneten Formfindungsmethode die Geometrie einer Betonschale entwickelt und anschliessend wird die pneumatische Bildbarkeit der Schalung überprüft.

Ein hierfür geeignetes Verfahren wird im nachfolgenden Kapitel hergeleitet.

Zuvor seien noch einige Bemerkungen gemacht:

1. Beim Entwurf von Betonschalen wählt man als formbestimmenden Lastfall üblicherweise das Schaleneigengewicht, nur in Sonderfällen wie zum Beispiel bei ständig vorhandenen Erdauflasten wird man Lastkombinationen einsetzen. Als Spannungszustand gibt man - dem Werkstoff Beton entsprechend - üblicherweise einen homogenen Druckspannungszustand für die Formfindung vor. Dadurch können alle aus einem "falschen" formbestimmenden Lastfall herrührenden Einflüsse auf den Spannungszustand in der Betonschale ausgeräumt werden. Dies bietet sich, wie in Kap.3.2.2.3 gezeigt wurde, insbesondere bei steilen Schalen an.

2. Da eine Kompensation von Betonschalen üblicherweise nicht erfolgt stellt sich erneut das Problem, die in der Formfindung der Schale zugrundegelegten Krastrandbedingungen am Bauwerk auch tatsächlich einzustellen. Gegenüber der Formfindung von Schalen auf der Basis pneumatisch aufgespannter Membranen besteht jetzt allerdings der Vorteil, daß bei den häufig gebauten freien Schalenträndern die Krastrandbedingungen der Formfindung automatisch erfüllt sind. Das Problem stellt sich damit nur noch bei den nicht-rotations-symmetrischen Schalen mit zumindest bereichsweise kontinuierlicher Randstützung. Dort läßt es sich allerdings nur auf die in Kap.3.2 diskutierte Weise lösen.

3.3.2 Der Nachweis der pneumatischen Bildbarkeit einer vorgegebenen Form

3.3.2.1 Zum Begriff der pneumatischen Bildbarkeit

Ist eine vorgegebene Flächenform mit einer pneumatisch gestützten Schalungsmembrane herstellbar, so soll diese Form als "pneumatisch bildbar" bezeichnet werden.

Eine vorgegebene Flächenform ist genau dann pneumatisch bildbar, wenn für eine durch inneren Überdruck belastete Schalungsmembrane derselben Form die beiden folgenden Forderungen erfüllbar sind:

Forderung 1:

Die Gleichgewichtsbedingungen müssen an jedem Punkt der Schalungsmembrane nur mit Hilfe von Membrankräften erfüllbar sein.

Diese Forderung beinhaltet, daß eine Schalungsmembrane als dünne, biegeunsteife Haut nur Membrankräfte abtragen kann.

Forderung 2:

An keinem Punkt der Schalungsmembrane darf bei der oben genannten Belastung die kleinere der beiden Hauptmembrankräfte kleiner als Null werden.

Diese Forderung ergibt sich daraus, daß eine Schalungsmembrane nur Zugkräfte aufnehmen kann.

3.3.2.2 Aufstellen der Bedingungsgleichungen

Zur Untersuchung über die Erfüllbarkeit der "Forderung 1" stehen die auf der Basis der Membrantheorie hergeleiteten Gleichgewichtsbedingungen in den q Innenpunkten, also insgesamt $3q$ Gleichungen, zur Verfügung.

Die Gleichgewichtsbedingungen enthalten neben den jetzt unbekanntem Membrankräften n_{xx} , n_{yy} , n_{xy} auch die partiellen Ableitungen der Membrankräfte. Diese werden wieder in Differenzenschreibweise ausgedrückt:

$$n'_{xx_{m,n}} = \frac{1}{2\Delta x} (n_{xx_{m+1,n}} - n_{xx_{m-1,n}}) \quad (3.40)$$

$$n'_{yy_{m,n}} = \frac{1}{2\Delta y} (n_{yy_{m,n+1}} - n_{yy_{m,n-1}}) \quad (3.41)$$

$$n'_{xy_{m,n}} = \frac{1}{2\Delta x} (n_{xy_{m+1,n}} - n_{xy_{m-1,n}}) \quad (3.42)$$

$$n_{xy_{m,n}} = \frac{1}{2\Delta y} (n_{xy_{m,n+1}} - n_{xy_{m,n-1}}) \quad (3.43)$$

Es ist ersichtlich, daß beim vorliegenden Problem mehr Unbekannte als Gleichungen vorliegen, denn in die Ableitungen der Membrankräfte

gehen die ebenfalls unbekanntes Auflagerkräfte in den Randpunkten der Schalungsmembrane ein. Es werden vier verschiedene partielle Ableitungen von n_{ij} benötigt: n'_{xx} , n'_{yy} , n'_{xy} , n'_{yx} . Ist also ζ die Zahl der Randpunkte, die in x-Richtung einem Innenpunkt benachbart sind und ist η die Zahl der Randpunkte, die in y-Richtung einem Innenpunkt benachbart sind, so liegen mit

$$\rho = \zeta + \eta \quad (3.44)$$

insgesamt $(2p+3q)$ unbekanntes Werte für die Membrankräfte n_{ij} vor.

Die Bedingungsgleichungen lauten in allgemeiner Form:

$$A n = b \quad (3.45)$$

mit **A** $(3q \times (2p+3q))$ Matrix, deren Koeffizienten von der Geometrie der gegebenen Form abhängen

n Vektor der unbekanntes Membrankräfte in den einzelnen betrachteten Punkten. **n** hat $(2p+3q)$ Koeffizienten

b Vektor der Komponenten der äußeren Lasten in den betrachteten Punkten. **b** hat $3q$ Koeffizienten. **b** beinhaltet die Belastung aus innerem Überdruck und, gegebenenfalls, aus der Auflast des Betons

Explizit für einen Innenpunkt angeschrieben lauten die zugehörigen drei Bedingungsgleichungen:

Gleichgewicht in x-Richtung:

$$n'_{xx m,n} \frac{(1+z'^2)z'z'' - (1+z'^2)z'z''}{(1+z'^2)^{0,5} (1+z'^2)^{1,5}} + \frac{1}{2 \Delta x} \left[\frac{1+z'^2}{1+z'^2} \right]^{0,5} n'_{xx m+1,n} - \frac{1}{2 \Delta x} \left[\frac{1+z'^2}{1+z'^2} \right]^{0,5} n'_{xx m-1,n} + \frac{1}{2 \Delta y} n'_{xy m,n+1} - \frac{1}{2 \Delta y} n'_{xy m,n-1} - p_i z' = 0 \quad (3.46)$$

Gleichgewicht in y-Richtung:

$$n'_{yy m,n} \frac{(1+z'^2)z'z'' - (1+z'^2)z'z''}{(1+z'^2)^{0,5} (1+z'^2)^{1,5}} + \frac{1}{2 \Delta y} \left[\frac{1+z'^2}{1+z'^2} \right]^{0,5} n'_{yy m,n+1} - \frac{1}{2 \Delta y} \left[\frac{1+z'^2}{1+z'^2} \right]^{0,5} n'_{yy m,n-1} + \frac{1}{2 \Delta x} n'_{xy m+1,n} - \frac{1}{2 \Delta x} n'_{xy m-1,n} - p_i z' = 0 \quad (3.47)$$

Gleichgewicht in z-Richtung:

$$n'_{xx m,n} \left[\frac{(1+z'^2)z'z'' - (1+z'^2)z'z''}{(1+z'^2)^{0,5} (1+z'^2)^{1,5}} z' + \left(\frac{1+z'^2}{1+z'^2} \right)^{0,5} z'' \right] + \frac{1}{2 \Delta x} n'_{xx m+1,n} z' \left(\frac{1+z'^2}{1+z'^2} \right)^{0,5} - \frac{1}{2 \Delta x} n'_{xx m-1,n} z' \left(\frac{1+z'^2}{1+z'^2} \right)^{0,5} + n'_{yy m,n} \left[\frac{(1+z'^2)z'z'' - (1+z'^2)z'z''}{(1+z'^2)^{0,5} (1+z'^2)^{1,5}} z' + \left(\frac{1+z'^2}{1+z'^2} \right)^{0,5} z'' \right] + \frac{1}{2 \Delta y} n'_{yy m,n+1} z' \left(\frac{1+z'^2}{1+z'^2} \right)^{0,5} - \frac{1}{2 \Delta y} n'_{yy m,n-1} z' \left(\frac{1+z'^2}{1+z'^2} \right)^{0,5} + \frac{1}{2 \Delta y} z' n'_{xy m,n+1} - \frac{1}{2 \Delta y} z' n'_{xy m,n-1} + n'_{xy m,n} 2 z' + \frac{1}{2 \Delta x} z' n'_{xy m+1,n} - \frac{1}{2 \Delta x} z' n'_{xy m-1,n} + p_i = 0 \quad (3.48)$$

Die "Forderung 1" ist nun genau dann erfüllt, wenn für das lineare Gleichungssystem (3.45) mindestens eine Lösung existiert, also wenn gilt:

$$Rg(A) = Rg(A/b) = r \quad (3.49)$$

Die Rangbestimmung erfolgte in den für die vorliegende Arbeit entwickelten Programmen mit vorheriger Gauß'scher Transformation der Matrizen A beziehungsweise (A/b) . Damit konnte die Ranguntersuchung nichtquadratischer Matrizen mit vorhandenen Programmen zur Ranguntersuchung quadratischer Matrizen durchgeführt werden.

Ist (3.49) erfüllt, so liegt für das Gleichungssystem (3.45) eine $(3q+2p-r)$ -fache Mannigfaltigkeit der Lösung vor. Dies bedeutet, daß für eine gegebene Flächenform und eine gegebene Belastung die Gleichgewichtsbedingungen an der Struktur mit unterschiedlichen Membrankraftfeldern erfüllt werden können. Die Erklärung hierfür ist anschaulich: Die sich einstellenden Membrankraftfelder hängen von den am Schalenrand angreifenden (Auflager-)Kräften ab. Diese können aber, je nach Schalenform, in gewissen Grenzen manipuliert werden.

Eine Kreiszylinderschale unter Innendruckbelastung soll hierfür als Beispiel dienen:

Die Membrankraft in Ringrichtung ist

$$n_{\phi} = p_1 r \quad (3.50)$$

Die in der Zylinderlängsrichtung wirkende Membrankraft kann beliebig groß angesetzt werden, da sie die n_{ϕ} nicht beeinflusst. Die bekannten Lösungen

$$n_s = 0 \quad (3.51)$$

für das offene Rohr und

$$n_s = p_1 r / 2 \quad (3.52)$$

für den Zylinder mit Endscheiben stellen also nur Sonderfälle dar.

Das Aufzeigen der Gültigkeit von (3.49) kann als erste Stufe des

Nachweises der pneumatischen Bildbarkeit einer gegebenen Flächenform angesehen werden. Das in der darauf aufbauenden zweiten Stufe der Überprüfung der "Forderung 2" zu lösende Problem lautet:

Gibt es einen Vektor n so, daß in allen Schalenpunkten gilt:

$$0 \leq n_{II} = \frac{1}{2} [n_{xx} + n_{yy} - (n_{xx}^2 - 2n_{xx}n_{yy} + n_{yy}^2 + 4n_{xy}^2)^{0.5}] \quad (3.53)$$

Für den Sonderfall des Kreiszylinders unter innerem Überdruck (Luft) wurde bereits gezeigt, daß es unendlich viele Vektoren n gibt, die (3.53) erfüllen.

Für eine allgemeine Untersuchung des Problems wird die Ungleichung (3.53) weiter aufgelöst: Die Forderung nach der Nicht-Negativität des Terms unter der Wurzel führt auf die stets erfüllte und damit unbrauchbare Bedingung

$$(n_{xx} - n_{yy})^2 \geq -4n_{xy}^2 \quad (3.54)$$

Für

$$(n_{xx} - n_{yy})^2 + 4n_{xy}^2 = 0 \quad (3.55)$$

folgt aus (3.53)

$$n_{xx} + n_{yy} \geq 0 \quad (3.56)$$

eine Forderung, die durch das Betrachten des Mohr'schen Spannungskreises sofort schärfer gefaßt werden kann in:

$$n_{xx} \geq 0 \quad (3.57)$$

$$n_{yy} \geq 0 \quad (3.58)$$

Aus (3.53) folgt schließlich

$$n_{xx} n_{yy} \geq n_{xy}^2 \quad (3.59)$$

Vgl./66/. Erfülltsein der letzten drei Bedingungen bedeutet Erfülltsein der "Forderung 2".

3.3.2.3 Lösung der Bedingungsgleichungen

Es wird im folgenden davon ausgegangen, daß für eine gegebene Geometrie die einfach zu überprüfende "Forderung 1" bereits erfüllt sein soll, also daß (3.49) gilt.

Da das die Gleichgewichtsbedingungen repräsentierende Gleichungssystem (3.45) im allgemeinen keine eindeutige Lösung besitzt, kann über $(3q+2p-r)$ Koeffizienten des Vektors n frei verfügt werden. Die Aufgabe besteht nun darin, diese Koeffizienten so zu bestimmen, daß möglichst auch die "Forderung 2" erfüllt werden kann, das heißt daß die Ungleichungen (3.57)(3.58)(3.59) befriedigt werden. Dabei ist nun aber nicht von vornherein bekannt, ob es keine, eine oder mehrere Lösungen des Problems gibt. Es werden also Algorithmen benötigt, die sowohl mögliche Lösungsvektoren als auch die Nicht-Existenz von Lösungen aufzeigen.

Für die Behandlung verwandter Fragestellungen wurden derartige Algorithmen in der mathematischen Optimierung bereits entwickelt. Um diese Algorithmen benutzen zu können wird das vorliegende Problem in eine Optimierungsaufgabe umgeschrieben. /138/.

Die Nebenbedingungen der Optimierungsaufgabe sind die Bedingungen der pneumatischen Bildbarkeit:

Die Gleichgewichtsbedingungen:

$$A n = b \quad (3.45)$$

erfolgen: Aus (3.61)(3.62)(3.63)folgt direkt das Erfülltsein der nichtlinearen Nebenbedingung (3.59).

Mit der Größe ϑ wurde eine, vom jeweils zur Anwendung kommenden Membranmaterial abhängige, sinnvolle obere Schranke für die Membrankräfte n_{xx} und n_{yy} eingeführt. Die maximale in den nachfolgend dargestellten Algorithmen zugelassene Hauptmembrankraft ist daher

$$n_{I\max} \leq \vartheta \cdot \omega \quad (3.64)$$

Durch Einführung der Größe μ werden die n_{xx} und die n_{yy} nach unten limitiert. Durch ω wird ein zulässiger Bereich für n_{xy} definiert. Abb.3-21.

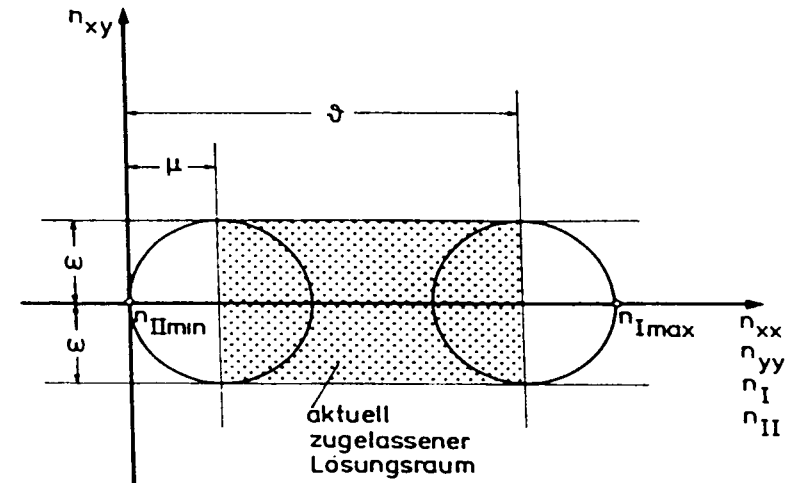


Abb.3-21: Spannungsebene: Der durch die Vorgabe der Parameter μ, ϑ und ω aktuell zugelassener Lösungsraum für die Membrankräfte n_{ij} .

Einige Optimierungsalgorithmen benötigen constraints mit positiver rechter Seite. Die entsprechenden Zeilen von (3.45) werden deshalb mit (-1.0) multipliziert. Das System (3.45) geht dann über in

$$\hat{A}n = \hat{b} \quad (3.65)$$

mit

$$\hat{b}_i \geq 0 \quad (3.66)$$

Das lineare Optimierungsproblem vollständig angeschrieben lautet damit:

Minimiere

$$\Gamma = \sum_{j=1}^{3q \cdot 2p} \left(\sum_{i=1}^{3q} \hat{a}_{ij} \right) n_j \quad (3.67)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\mu \leq n_{xx} \leq \vartheta \quad (3.61)$$

$$\mu \leq n_{yy} \leq \vartheta \quad (3.62)$$

$$-\omega \leq n_{xy} \leq \omega \quad (3.63)$$

$$\sum_{j=1}^{3q \cdot 2p} \hat{a}_{ij} n_j = \hat{b}_i, \quad i = 1, \dots, 3q \quad (3.65)$$

Unter Zuhilfenahme geeigneter Programme zur linearen Optimierung kann nun für vorgegebene μ, ϑ, ω eine Lösung des gegebenen Problems gesucht werden. Dazu werden diese Parameter in einem ersten Schritt so gewählt, daß der zugelassene Lösungsraum ausreichend groß ist. Durch schrittweise Verkleinerung des Lösungsraumes wird anschließend eine Homogenisierung des Membrankraftverlaufes herbeigeführt.

In allen Fällen dient hierbei die Anwendung der Optimierungsalgorithmen ausschließlich zur Berechnung einer Lösung des vorgegebenen Gleichungs-/Ungleichungsproblems, also zur Berechnung des Vektors der Membrankräfte. Die Homogenisierung des Membrankraftverlaufes durch schrittweise Verkleinerung des Lösungsraumes wird vom entwerfenden Ingenieur gesteuert, ist also nicht Bestandteil des beschriebenen Optimierungsproblems.

Je mehr der Lösungsraum eingeschränkt werden kann, desto günstiger ist die Materialbeanspruchung der Membrane. Dieses Ziel wird jeder Entwerfende anstreben. Die Einführung der verschärften Nebenbedingungen (3.61)(3.62)(3.63) erweist sich also nicht nur hinsichtlich des Berechnungsaufwandes, sondern auch hinsichtlich der Auswirkungen auf die bautechnische Realisation als sinnvoll.

Das soeben geschilderte Verfahren besitzt den Nachteil, daß durch die Einführung der verschärften Nebenbedingungen nur noch ein Teil der von der ursprünglichen Problemstellung her zulässigen Vektoren n untersucht werden kann. Falls mit dem beschriebenen Verfahren also kein die Forderungen (3.61)(3.62)(3.63) erfüllender Vektor n ermittelt werden kann ist noch keine Aussage über die Existenz einer Lösung des gegebenen Problems möglich. Es wird dann die Anwendung nichtlinearer Optimierungsmethoden oder anderer geeigneter Verfahren erforderlich.

Das soeben geschilderte Verfahren besitzt den Nachteil, daß durch die Einführung der verschärften Nebenbedingungen nur noch ein Teil der von der ursprünglichen Problemstellung her zulässigen Vektoren n untersucht werden kann. Falls mit dem beschriebenen Verfahren also kein die Forderungen (3.61)(3.62)(3.63) erfüllender Vektor n ermittelt werden kann ist noch keine Aussage über die Existenz einer Lösung des gegebenen Problems möglich. Es wird dann die Anwendung nichtlinearer Optimierungsmethoden oder anderer geeigneter Verfahren erforderlich.

3.3.2.4 Beispiele

Für die Untersuchung der pneumatischen Bildbarkeit von vorgegebenen Flächen wurde für die vorliegende Arbeit ein Computerprogramm entwickelt, das die beschriebenen Ranguntersuchungen durchführt sowie die Daten für die in Kap.3.3.2.3 dargestellten Algorithmen aufbereitet und an ein Programmsystem zur linearen Optimierung übergibt. Dieses Optimierungsprogramm basiert auf der Revised Simplex Methode.

Die fehlerfreie Funktionsweise der Programme wurde an mehreren Beispielen überprüft. Es wurden dabei jeweils pneumatisch gebildete Formen als Testflächen eingegeben. Die pneumatische Bildbarkeit der Form sowie ein zulässiger Spannungszustand waren also bekannt. Eines der Testbeispiele war die in Abb.3-22 dargestellte Kugel(ausschnitts)fläche. Abb.3-23 zeigt die Reproduktion des der Formfindung zugrundegelegten Seifenhautspannungszustandes mit Hilfe der Optimierungsalgorithmen.

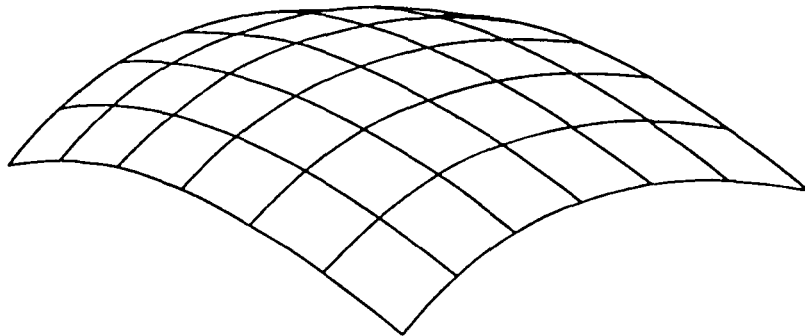


Abb.3-22: Durch 49 Stützstellen diskretisierte Kugel(ausschnitts)schale.

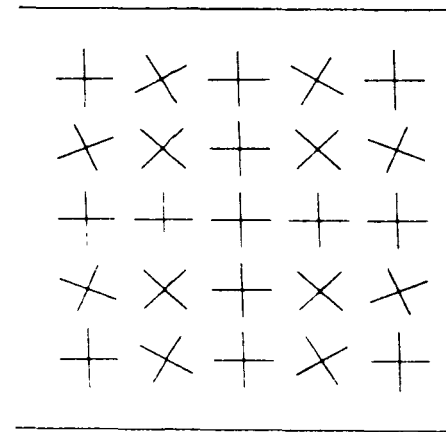


Abb.3-23: Durch geeignete Wahl der Lagerungskräfte erzwungener Verlauf der Hauptmembrankräfte in der in Abb.3-22 dargestellten Kugel(ausschnitts)schale.

Als Beispiel für die Untersuchung einer Fläche, deren pneumatische Bildbarkeit nicht a priori bekannt war, wird hier die Form einer Schale diskutiert, die unter einer Gleichflächenlast einen, an jedem Punkt der Schale gleich großen, biaxialen Druckspannungszustand besitzt. Abb.3-24 zeigt die Schale. Die Geometrie der Schale wurde mit Hilfe der in Kap.3.2.1 beschriebenen Algorithmen ermittelt.

Nachdem festgestellt wurde, daß der Rang der Matrix A und der Rang der erweiterten Matrix (A/b) gleich groß sind, wurden in einem ersten Schritt die Grenzen μ , ϕ und ω so gewählt, daß ein möglichst großer zulässiger Bereich für die Membrankräfte vorliegt. Die erstmalige Anwendung der Optimierungsalgorithmen ergab dann die Größenordnungen der auftretenden Kräfte und, wie im hier diskutierten Beispiel, erste Hinweise über die pneumatische Bildbarkeit. Abb.3-25 zeigt, daß bei diesem ersten Schritt die Größen der sich ergebenden Membrankräfte noch stark streuten. Durch systematische Einschränkung des Lösungsbereiches konnte in weiteren Schritten eine stärkere Homogenität des Spannungszustandes erzwungen werden. Abb.3-25.

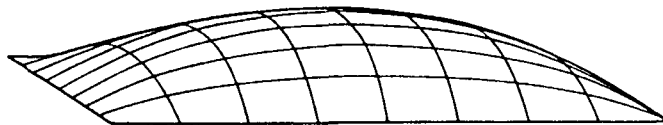
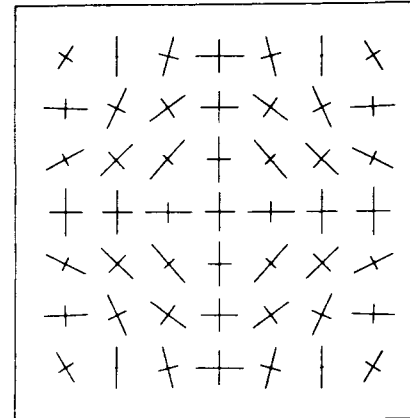


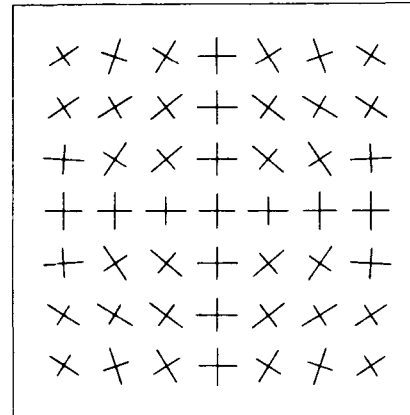
Abb.3-24: Form einer Schale, die unter einer vertikal wirkenden Gleichflächenbelastung an jedem Schalenpunkt unter gleich großer, biaxialer Druckbeanspruchung steht. $a=8$ m, $h_0=0.94$ m.



$$3.0 \leq n_{xx} \leq 9.0$$

$$3.0 \leq n_{yy} \leq 9.0$$

$$-2.9 \leq n_{xy} \leq 2.9$$



$$4.0 \leq n_{xx} \leq 6.0$$

$$4.0 \leq n_{yy} \leq 6.0$$

$$-1.0 \leq n_{xy} \leq 1.0$$

$$p_i = 1.0$$

Abb.3-25: Die in Abb.3-24 dargestellte Form: Sich einstellende Verläufe der Hauptmembrankräfte bei Belastung durch inneren Überdruck in Abhängigkeit vom jeweils zugelassenen Bereich für die Membrankräfte.

3.3.4 Der Sonderfall der Rotationssymmetrie

Für den Sonderfall der eigengewichtslosen, luftgestützten Rotationsmembranen lassen sich die Bedingungsgleichungen für die pneumatische Bildbarkeit sehr einfach darstellen. Aus der Forderung nach der Nicht-Negativität der Membrankräfte in Ringrichtung ergibt sich

$$r_{\vartheta} / r_{\varphi} \stackrel{!}{\leq} 2 \quad (3.68)$$

also eine von der Größe des inneren Überdruckes unabhängige, rein geometrische Bedingung.

Fordert man das Verschwinden der Membrankräfte in Ringrichtung, so erhält man mit

$$r_{\vartheta} / r_{\varphi} = 2 \quad (3.69)$$

die bereits in Kap.3.2.3 erwähnte Bedingungsgleichung für die flachsten (luftgestützten) pneumatisch bildbaren Rotationsformen, die "shallowest possible forms", /91/. Mit ihrer Hilfe ist eine anschauliche Methode zur Überprüfung der pneumatischen Bildbarkeit einer vorgegebenen Form gegeben: Lassen sie sich in eine vorgegebene Form einbeschreiben, so ist diese Form (für den Fall der Luftstützung) pneumatisch bildbar. Diese Bedingung ist einerseits schärfer gefasst und deshalb aussagekräftiger, andererseits allerdings umständlicher handhabbar als die Überprüfung der pneumatischen Bildbarkeit durch die Einbeschreibung von Kugeln, vgl./66/.

Es war bereits in Kap.3.2.3 angedeutet worden, daß sich mit einer Flüssigkeitsfüllung oder einer Kombination Luft- / Granulat- / Flüssigkeitsfüllung der Schalung wesentlich niedrigere Schalungen herstellen lassen als mit ausschließlicher Luftstützung: Aus den Gleichgewichtsbedingungen ergibt sich für die pneumatische Bildbarkeit bei Kombination von Luft- und Flüssigkeitsfüllung

$$n_{\vartheta} = \left(p_i - \frac{n_{\varphi}}{r_{\varphi}} \right) r_{\vartheta} \stackrel{!}{\geq} 0 \quad (3.70)$$

mit

$$n_{\varphi} = \frac{1}{2} r_{\vartheta} p_i - \frac{1}{2} \frac{V_{Fl} \gamma_{Fl}}{\pi r_{\vartheta} \sin^2 \varphi} \quad (3.71)$$

Hierin sind V_{Fl} das Volumen der oberhalb des betrachteten Schnittes befindlichen Flüssigkeit und γ_{Fl} das spez. Gewicht der Flüssigkeit. Aus (3.70) folgt

$$p_i - \frac{n_{\varphi}}{r_{\varphi}} \geq 0 \quad (3.72)$$

(3.71) in (3.72) eingesetzt und aufgelöst ergibt

$$\frac{r_{\vartheta}}{r_{\varphi}} \leq 2 + \frac{V_{Fl} \gamma_{Fl}}{\pi r_{\varphi} r_{\vartheta} \sin^2 \varphi p_i} \quad (3.73)$$

Mit

$$\theta = \frac{V_{Fl} \gamma_{Fl}}{\pi r_{\varphi} r_{\vartheta} \sin^2 \varphi p_i} \quad (3.74)$$

ergibt sich

$$r_{\vartheta} / r_{\varphi} \leq 2 + \theta \quad (3.75)$$

als Bedingungsgleichung für die pneumatische Bildbarkeit derartiger Konstruktionen. Der Vergleich von (3.68) mit (3.75) schließlich zeigt die gegenüber einer Luftfüllung vorliegende Erweiterung des Formenspektrums, insbesondere was den Bereich der flachen Formen angeht.

Rotationsschalen aus Beton, die unter einem rotationssymmetrischen Lastfall einen besonderen, in gewisser Hinsicht "idealen" Spannungszustand besitzen, lassen sich auf der Basis der Membrantheorie sehr einfach entwerfen. Aus der großen Zahl möglicher und interessanter Schalentypen seien nur zwei kurz angesprochen: Die Schalen gleicher Festigkeit und die Tropfenbehälter.

Rotationssymmetrische Schalen, die infolge einer Eigengewichtsbelastung an jedem Schalenpunkt der gleichen Materialbeanspruchung unterliegen, sind nur als Schalen veränderlicher Wandstärke herstellbar /57/. Das Verhältnis $f = \gamma / \sigma$ bestimmt die Form dieser Schalen. Der Wandstärkenverlauf ist linear von der für den Scheitel gewählten Schalendicke abhängig. Für baupraktische Belange ist interessant, daß die Schalendicke für große Winkel φ bei kleinem f sehr schnell sehr große, praktisch nicht mehr akzeptable Werte annimmt. Abb.3-26 zeigt, daß die Schalen im baupraktisch interessanten Bereich pneumatisch bildbar sind.

Die tropfenförmigen Behälter wurden bereits in Kap.3.2.3 angesprochen. Sie sind besonders interessante Lösungen, wenn Betonschalen in größeren Wassertiefen installiert werden sollen. Die pneumatische Bildbarkeit der zu ihrer Herstellung erforderlichen Schalungsmembrane ist gegeben. Vernachlässigt man das Schaleneigengewicht, so stehen diese Schalen, unter Wasser, an jedem Punkt der Schale unter gleich großer, biaxialer Druckbeanspruchung.

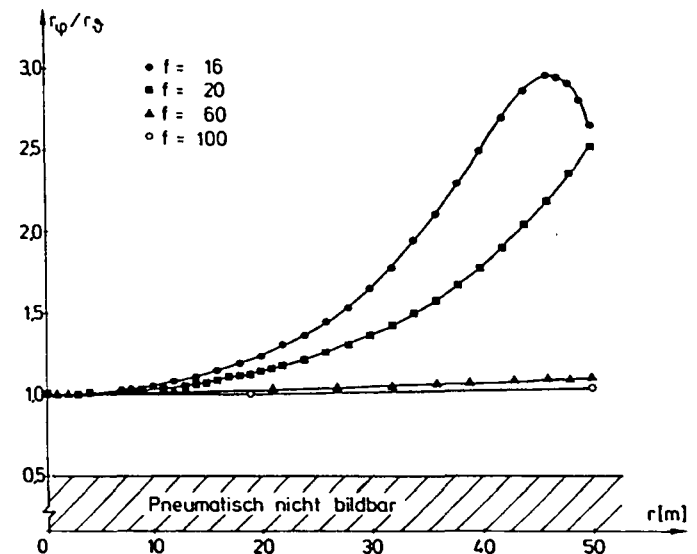


Abb.3-26: Pneumatische Bildbarkeit der Rotationsschalen gleicher Festigkeit: Abhängigkeit des Quotienten r_{φ} / r_0 von r für verschiedene Schalenformen. Die Schalenformen werden durch das Verhältnis $f = \sigma / \gamma$ bestimmt. Gewählte Schalenstärke am Pol: $t_0 = 6.0$ cm. Die Überprüfung der pneumatischen Bildbarkeit bezieht sich auf die Schaleninnenfläche.

4 Zu speziellen bautechnischen Problemen

4.1 Geeignete Membranwerkstoffe

Die als Schalungsmembranen verwendeten Werkstoffe haben folgende Anforderungen zu erfüllen:

- Unempfindlichkeit gegenüber Lösungen mit pH-Werten über 12, wie sie im frischen Beton auftreten können /74/
- Resistenz gegenüber Betonzusatzmitteln
- Leichtes Ablösen der Schalungsmembrane vom erhärteten Beton
- Luftdichtigkeit
- Robustheit gegenüber den Beanspruchungen des Baustellenbetriebes
- Ausreichende mechanische Festigkeit

Zur Herstellung von Betonschalen wurden bisher hauptsächlich

- Neoprenebeschichtete Polyamid 6.6-Gewebe /52//123//131/
- PVC-beschichtete Polyestergewebe /100/
- Polyurethanbeschichtete Gewebe /52/

verwendet. Negative Erfahrungen bei der Anwendung dieser Materialien wurden bisher keine bekanntgegeben.

Von einer Verwendung unbewehrter Folien, wie zum Beispiel PP- /64/, PES- /64//81/ oder PE- /64//93/ Folien, sollte, selbst für kleinere Bauwerke, wegen der geringen Festigkeit sowie der geringen Weiterreißfestigkeit dieser Materialien abgesehen werden.

4.2 Betontechnologische Aspekte

4.2.1 Die mechanischen Eigenschaften von Beton in den ersten Stunden nach dem Einbau

Wie bereits in Kap.2.3 dargestellt unterliegt der auf die pneumatisch gestützte Schalung aufgebraachte Beton teilweise schon während des Betoniervorgangs, teilweise auch nach Abschluß der Betonierarbeiten infolge der "Mittragenden Wirkung" der Betonschale einem instationären, ebenen Spannungszustand. Um die Beanspruchungen der Betonschale sowie die Interaktion zwischen Betonschale und Schalungsmembrane zutreffend erfassen zu können ist die Kenntnis beziehungsweise die Formulierung der zeitabhängigen werkstoffmechanischen Beziehungen von Beton in jungem Alter erforderlich. Der Stand des Wissens weist auf diesem Gebiet offenbar eine bemerkenswerte Lücke auf: Durch Versuche untermauerte wissenschaftliche Arbeiten, die das Problem auch nur annähernd vollständig beschreiben, liegen keine vor. Die wenigen Untersuchungen, die sich mit dem Verhalten von Beton im jungen Alter unter mehraxialer Beanspruchung beschäftigen, zum Beispiel /9//11//111/112//113//115//116/, lassen keine Formulierung eines Werkstoffgesetzes zu. Es wird deshalb im folgenden versucht, durch Heranziehen von, in größerer Anzahl vorliegenden, Ergebnissen aus einachsigen Werkstoffuntersuchungen ein Werkstoffgesetz und Versagenskriterien aufzustellen, die die hier untersuchten Fragestellungen aus der Sicht des konstruktiven Ingenieurs befriedigend genau zu beantworten helfen.

Vorab werden folgende Begriffsvereinbarungen getroffen /74/, Abb.4-1: Die zeitliche Entwicklung der Betonfestigkeit wird in drei Phasen eingeteilt: Ansteifen, Erstarren, Erhärten. Die Phase des Ansteifens ist durch thixotropes Verhalten des Betons gekennzeichnet. Mit der Beendigung des Ansteifens endet die Phase des Frischbetons. Der Beginn der anschließenden Erstarrungsphase kennzeichnet den Beginn der Phase des Festbetons. Der Beton hat jetzt eine meßbare Festigkeit erlangt. Der Erstarrungsphase schließt sich die Erhär-

tungsphase an. Weist der Beton bereits unmittelbar nach dem Anmachen eine meßbare Festigkeit auf, so wird diese als Grünfestigkeit bezeichnet. In der Zeitspanne, an deren Beginn eine meßbare Festigkeit des Betons steht und an deren Ende die Erhärtungsgeschwindigkeit ihr Maximum erreicht, wird der Beton als junger Beton bezeichnet.

Der Werkstoff Beton kann als ein Kornhaufwerk betrachtet werden, dessen Einzelkörner über eine Zementmatrix miteinander verbunden sind.

Eine dosierte Zugabe von Zementleim erhöht zunächst die Festigkeit des Gemisches durch den Aufbau von durch Kapillarspannungen bedingten Haftkräften (scheinbare Kohäsion). Bei Überschreitung eines Grenzwertes nimmt diese Grünfestigkeit des Betons jedoch wieder ab /2//4/.

Während die Frischbetoneigenschaften hauptsächlich von der Zuschlagszusammensetzung, der Zementleimmenge und der eingebrachten Verdichtungsenergie abhängen wird die zeitliche Entwicklung der mechanischen Eigenschaften hauptsächlich von der Zementleimzusammensetzung und den Expositionsbedingungen beeinflusst /4/.

Als maßgebender Parameter für die zeitliche Entwicklung der mechanischen Eigenschaften des Zementleims kann, abgesehen von Betonzusatzmitteln, der Zementart und den Expositionsbedingungen, der Wasser/Zementwert W/Z angesehen werden /4/.

Qualitativ verläuft die zeitliche Entwicklung der mechanischen Eigenschaften stets nach dem gleichen Muster, Abb.4-1. Durch die Hydratation des Zementleimes bedingt ist eine Zunahme der Druck- und Zugfestigkeit des Werkstoffes zu beobachten. Damit einher geht eine Zunahme des Elastizitätsmoduls, während das zugehörige, anfänglich sehr große Verformungsvermögen laufend abnimmt, um im Zeitraum von ca. 8-12 Stunden nach dem Anmachen ein Minimum zu erreichen. In diesem, durch Betonzusammensetzung, Zusatzmittel und Expositionsbe-

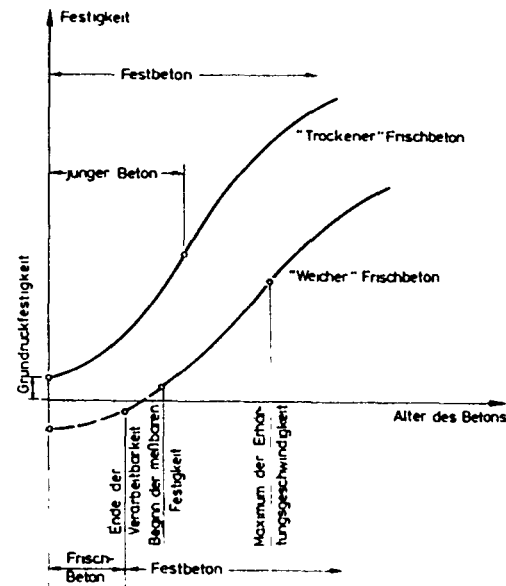
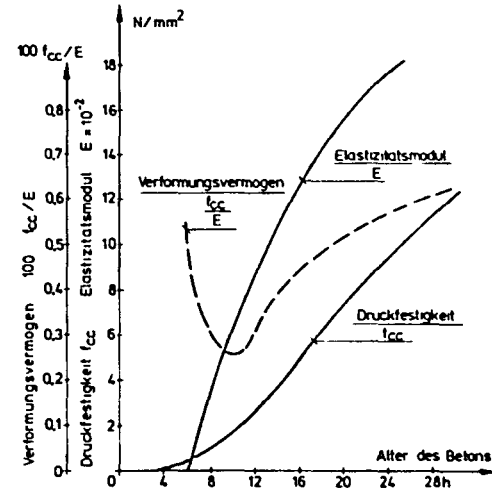


Abb.4-1:

- a.) Schematische Darstellung der zeitlichen Entwicklung der Betondruckfestigkeit. Vereinbarung der zugehörigen Begriffe. /4/
- b.) Schematische Darstellung der zeitlichen Entwicklung der Druckfestigkeit, der Druckbruchdehnung sowie des Elastizitätsmoduls von Beton. /4/.

dingungen bestimmten Zeitraum liegt eine kritische Phase des jungen Betons vor: Ein minimales Verformungsvermögen bei gleichzeitig noch relativ niedrigen Festigkeiten /4//38//111/. Nach Durchlaufen dieser kritischen Phase nehmen die Bruchdehnungen geringfügig, Bruchfestigkeiten und Materialsteifigkeiten jedoch noch wesentlich zu.

In /111/ wird gezeigt, daß die in der vorliegenden Untersuchung interessierenden Materialeigenschaften wie Zugfestigkeit, Zug- und Bruchdehnung sowie die elastischen Konstanten sich als Funktion der aktuellen Druckfestigkeit des Betons ausdrücken lassen. Hierdurch wird es möglich, den W/Z-Wert, die Expositionsbedingungen, den Einfluss der Zementart und die Zeit aus dem Materialgesetz herauszustrichen. Die Materialkennwerte werden damit nur noch eine Funktion der aktuellen Betondruckfestigkeit. Dies erlaubt eine spürbare Einschränkung der in die in Kap.4.4 durchgeführten Untersuchungen eingehenden Parameter.

Als erstes interessiert die zeitliche Entwicklung der Betondruckfestigkeit. Sie ist in Abb.4-2 beispielhaft für vier Betone mit verschiedenen W/Z-Werten aufgetragen: Der von Wierig /38/ untersuchte Beton mit einem W/Z-Wert von 0,34 weist eine Gründruckfestigkeit von $0,25 \text{ N/mm}^2$ auf. Die Betone mit $W/Z=0,4$, $0,58$ und $1,0$ zeigen erst ab einem Alter von ca.3 -5 Stunden meßbare Festigkeiten. Die theoretisch erreichbare Gründruckfestigkeit liegt nach Wierig /16/ bei $0,11 \text{ N/mm}^2$. Interessanterweise konnten aber bei in /38/ veröffentlichten Ergebnissen desselben Autors für W/Z-Werte von $0,28$ Gründruckfestigkeiten bis zu $0,4 \text{ N/mm}^2$ gemessen werden. Ähnlich hohe Werte geben auch Mamillan /7/ und Halasz /8/ aufgrund zum Teil umfangreicher Versuche bekannt.

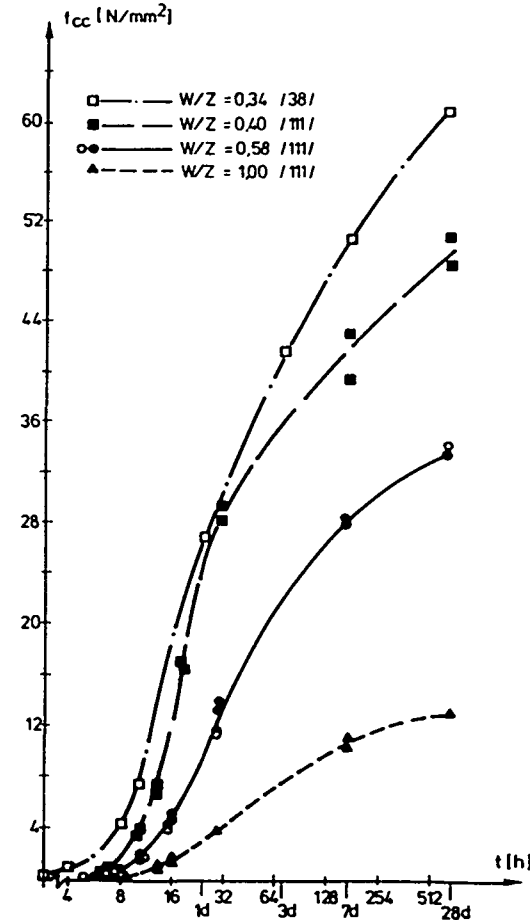


Abb.4-2: Zeitliche Entwicklung der Betondruckfestigkeit für vier ausgewählte Betone. Nach /38//111/.

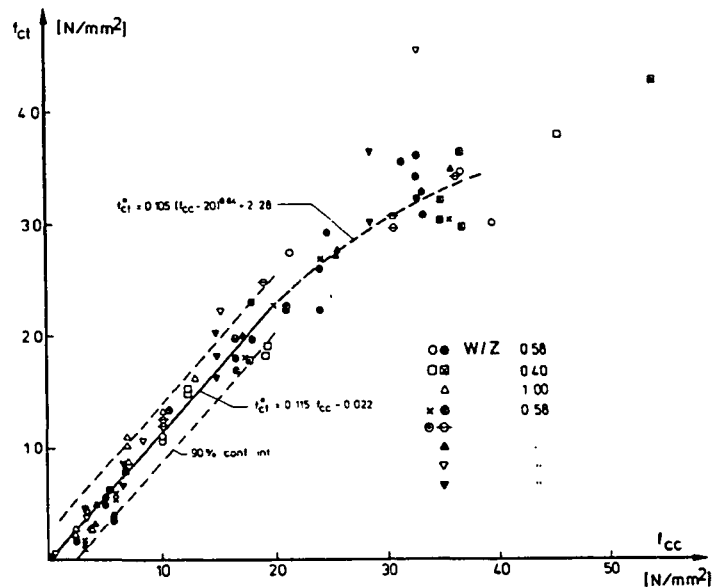


Abb.4-3: Zusammenhang zwischen der in einachsigen Versuchen ermittelten Betondruckfestigkeit und der zugehörigen Betonzugfestigkeit. Nach /111/.

Die Temperaturabhängigkeit der Druckfestigkeitsentwicklung kann über Reifefunktionen dargestellt werden /111/. Die Anwendung von

$$f_{(T)} = k \cdot \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \quad (4.1)$$

(Arrhenius, Freiesleben, Hansen)

mit (vgl. /111/):

- k Proportionalitätskonstante
- E Aktivierungsenergie in kJ/mol
- R universelle Gaskonstante
- T Temperatur in °K

erlaubt mit Kenntnis der zeitabhängigen Druckfestigkeitsentwicklung für eine (konstante) Temperatur die Voraussage der Druckfestigkeitsentwicklung beziehungsweise des äquivalenten Alters für unterschiedliche Temperaturen.

Die theoretisch erreichbare Grünzugfestigkeit liegt nach Wierig /16/ bei 0.01 N/mm^2 . Arbeiten von Mamillan /7/, Kasai und Okumala /43/, Wierig /16/ sowie Weigler und Karl /114/ ergaben im einachsigen Zugversuch gemessene Werte von $0.003\text{-}0.005 \text{ N/mm}^2$. Die zeitliche Entwicklung der Zugfestigkeit verläuft nach /114/ etwas schneller als die der Betondruckfestigkeit, nach ca. 24 Stunden "verlangsamt sich ihre Zunahme jedoch schneller als bei der Druckfestigkeit"/114/. Diese Aussage wird auch durch Kasai et al. /117/ bestätigt. Generell liegt die Zugfestigkeit von Beton im jungen Alter bei ca. 10% der zugehörigen Betondruckfestigkeit, vgl. Abb.4-3.

Die Abhängigkeit der Druckbruchdehnung von der aktuellen Betondruckfestigkeit zeigt Abb.4-4. Dem im Bereich geringer Druckfestigkeiten vorliegenden großen Verformungsvermögen schließt sich ein Bereich sehr geringer Druckbruchdehnungen mit Werten von $\epsilon_{CCU} = 0.1\text{-}0.2 \%$ bei zugehörigen Druckfestigkeiten f_{CC} von ca. $5\text{-}10 \text{ N/mm}^2$ an. Mit der weiteren Erhärtung des Betons ändert sich ϵ_{CCU} nur noch unwesentlich /3//38/, wobei Wierig /38/ eine leichte Zunahme der Druckbruchdehnung feststellte.

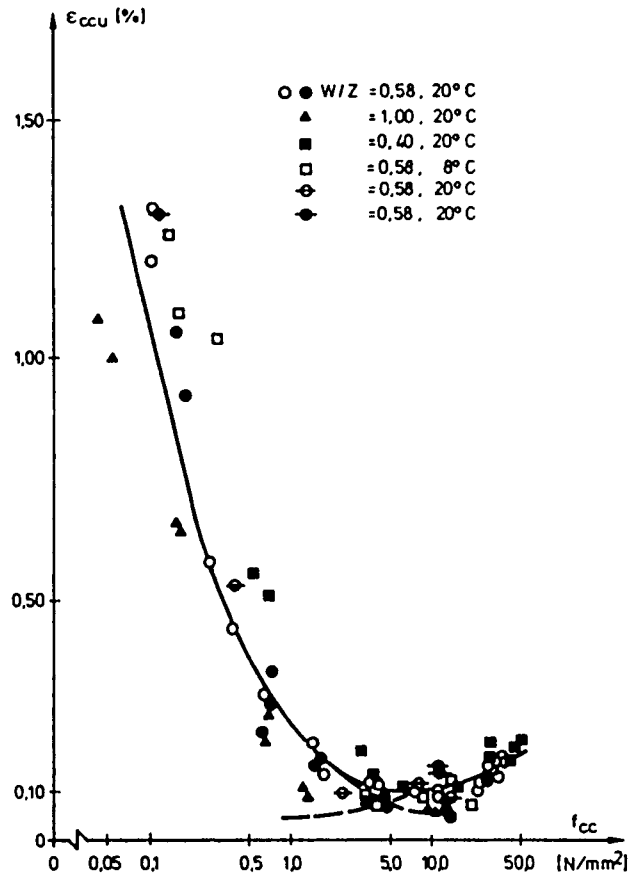


Abb.4-4: Zusammenhang zwischen der Druckbruchdehnung und der aktuellen Betondruckfestigkeit. Aus /118/.

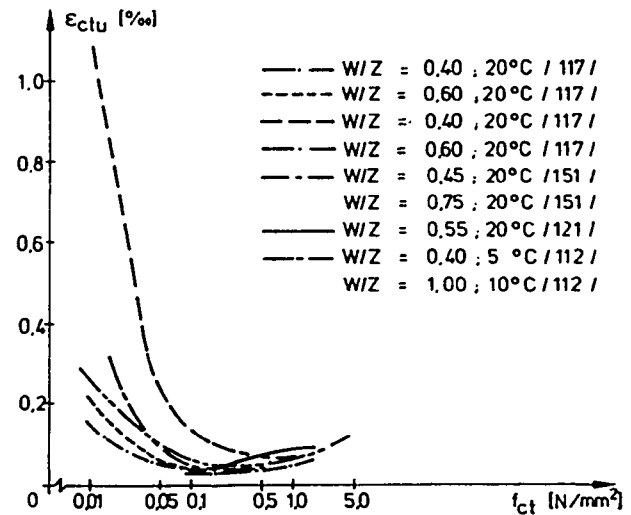


Abb.4-5: Abhängigkeit der Zugbruchdehnung von der aktuellen Betonzugfestigkeit. /111/.

Abb.4-5 zeigt die Abhängigkeit der Zugbruchdehnung von der aktuellen Betondruckfestigkeit. Deutlich zu erkennen ist, daß die Zugbruchdehnungen ein Minimum mit Werten von ca. 0.05 ‰ durchlaufen. Dieses Zugbruchdehnungsminimum tritt zeitlich vor dem Erreichen des Druckbruchdehnungsminimums auf /38//111/.

Es soll an dieser Stelle noch ein Hinweis von Weigler und Karl /114/ vermerkt werden, wonach die Zugbruchdehnung bei langsam aufbrachter Belastung wesentlich größere Werte annehmen kann als bei Kurzzeitbelastung. Untersuchungen von Wierig /38/ deuten darauf hin, daß hierbei die Bruchdehnungswerte mehr als verdoppelt werden können. Weigler und Karl /114/ geben als Ursachen hierfür die zeitlich zunehmende Erhärtung des Betons sowie Kriech- und Relaxationsvorgänge an. Demnach wäre also für die Druckbruchdehnung eine ähnliche Abhängigkeit von der Belastungsgeschwindigkeit zu erwarten.

Die Kenntnis des zeitlichen Verlaufs der Größe der Bruchdehnungen beziehungsweise der Bruchspannungen für einachsige Beanspruchungen erlaubt noch nicht die Formulierung von Versagenskriterien für beliebige zweiachsige Beanspruchungszustände. Die hierzu erforderlichen Forschungsarbeiten wurden noch nicht angestellt. Alle in der vorliegenden Arbeit verwendeten Bruchgrößen beziehen sich daher auf die im einachsigen Versuch ermittelten Werte.

Die Spannungs-Dehnungsbeziehung ist für den Fall einer einachsigen Druckbelastung in Abb.4-6 in Abhängigkeit vom Betonalter beispielhaft angegeben. Für $t_c < 3-4$ Stunden kann hier die $\sigma - \epsilon$ -Linie durch eine Gerade beschrieben werden /38//111/. Mit zunehmendem Betonalter geht die $\sigma - \epsilon$ -Linie dann immer mehr in die für erhärtete Betone typische gekrümmte Form über /38/.

Spannungs-Dehnungslinien für zentrischen Zug sind beispielhaft in Abb.4-7 dargestellt. Die bei einem Betonalter von 8 Stunden noch als lineare Beziehung vorliegende $\sigma - \epsilon$ -Linie geht auch hier mit zunehmendem Betonalter in eine nichtlineare Beziehung über.

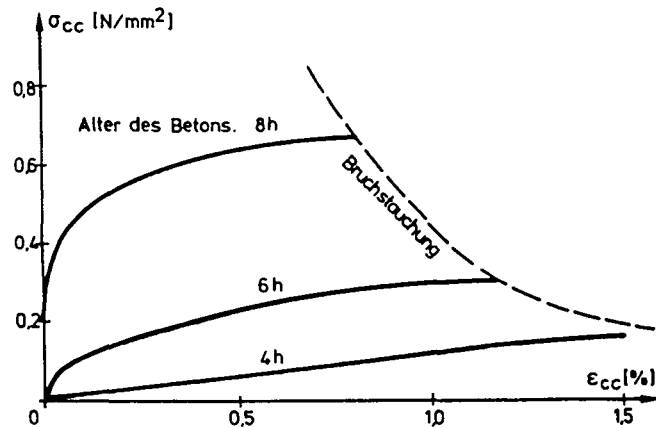


Abb.4-6: Spannungs-Dehnungslinien von Beton bei einachsiger Druckbeanspruchung in Abhängigkeit vom jeweiligen Betonalter /38/.

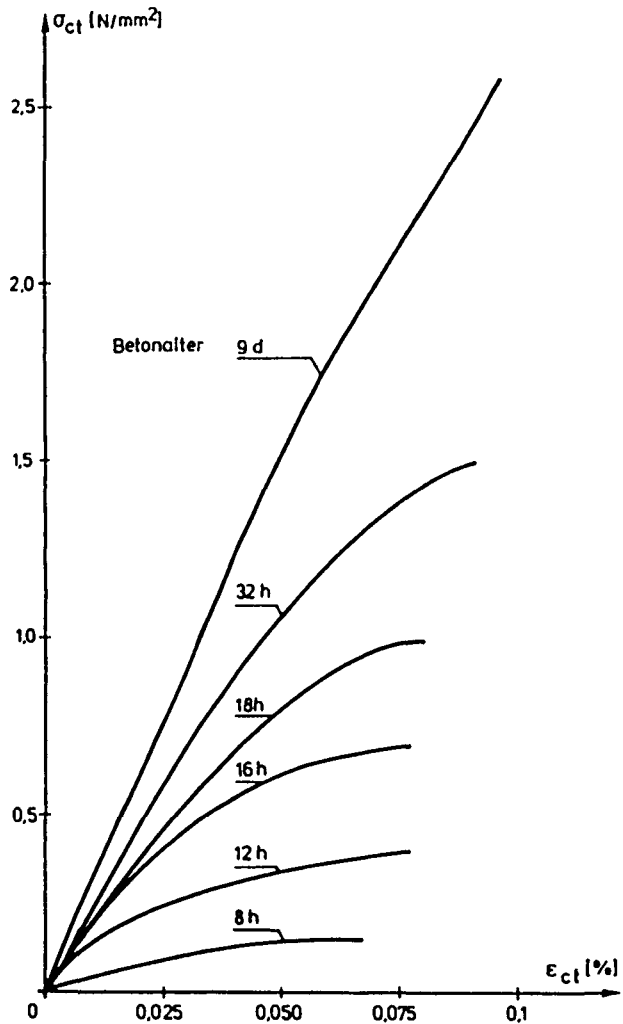


Abb.4-7: Spannungs-Dehnungslinien von Beton bei einachsiger Zugbeanspruchung in Abhängigkeit vom jeweiligen Betonalter /114/.

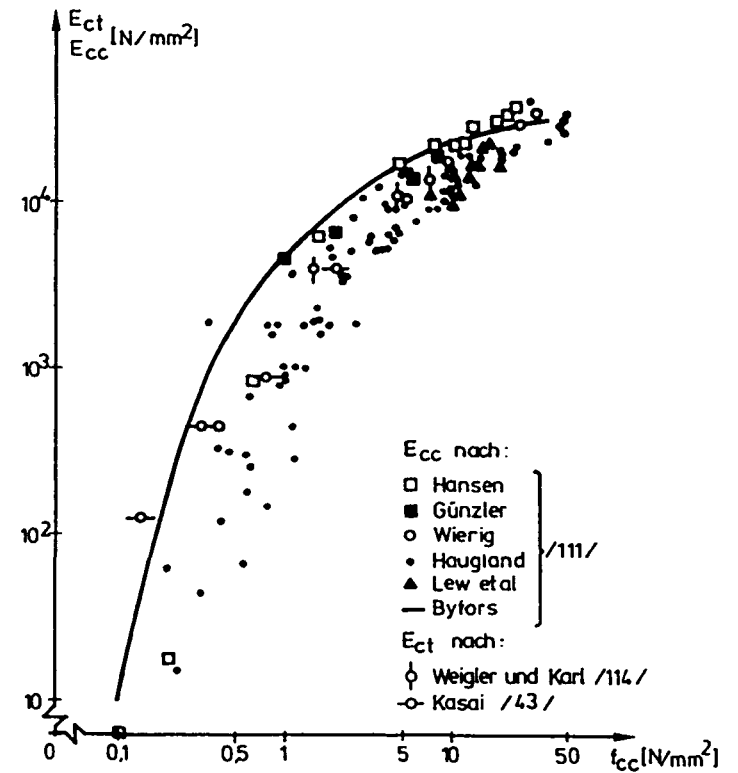


Abb.4-8: Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls von der aktuellen Betondruckfestigkeit /43//111//114/.

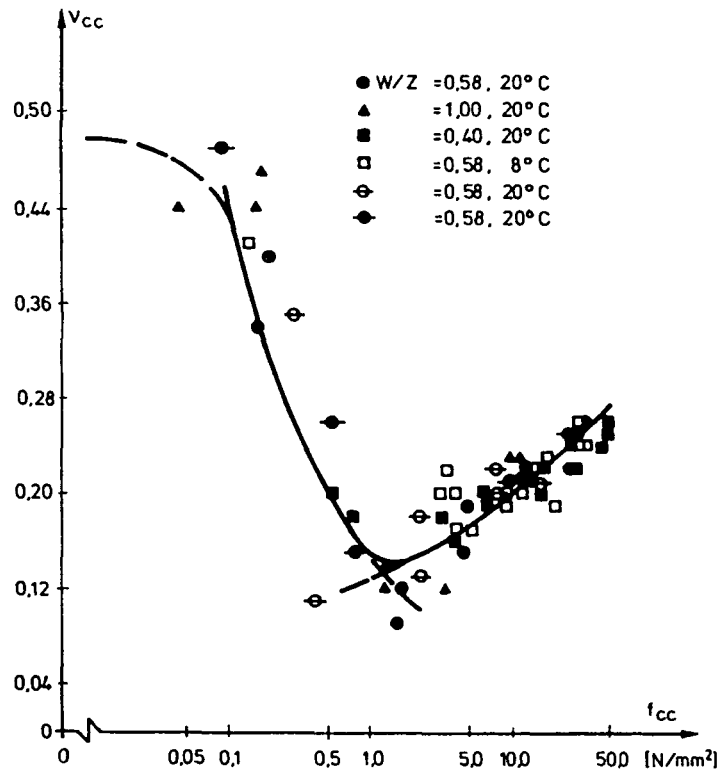


Abb.4-9: Abhängigkeit der Querdehnzahl von Beton im jungen Alter von der aktuellen Druckfestigkeit /111/.

Die den Werkstoff charakterisierenden Konstanten sind Funktionen der Zeit: Trägt man die Elastizitätsmoduli für die Erstbelastung in Abhängigkeit von der aktuellen Betondruckfestigkeit auf, so ergibt sich der in Abb.4-8 dargestellte Zusammenhang. Die von Kasai /43/ sowie Weigler und Karl /114/ ermittelten (Sekanten-) E-Moduli für Zugbelastung liegen dabei in der gleichen Größenordnung wie die in /111/ zusammengestellten E-Moduli für eine erstmalige Druckbelastung.

Einachsige Versuche, bei denen auch die Dehnung der Proben quer zur Prüfrichtung gemessen wurde, sind nur in den Arbeiten /9//112//113/ durchgeführt worden /111/. Plank /9/ stellte dabei an Versuchen mit Zementmörteln eine nichtlineare Beziehung zwischen der Querdehnung und der zugehörigen Längsdehnung der Probe fest. Die Auswertung eines in /113/ erwähnten Versuches bestätigt diese Ergebnisse. Auf der Basis umfangreicher Versuche mit Betonen verschiedener Zusammensetzungen ermittelte Byfors /111//112/ den in Abb.4-9 dargestellten Zusammenhang zwischen der Querdehnzahl und der aktuellen Betondruckfestigkeit. Während sich die Querdehnzahlen im Bereich einer geringen Betondruckfestigkeit nahe der die Volumenkonstanz beschreibenden Grenze von $\nu = 0.5$ bewegen, durchlaufen sie im Bereich $0.5 \leq f_{cc} \leq 5.0$ ein ausgeprägtes Minimum. Der zu diesem Minimum gehörende Bereich der aktuellen Betondruckfestigkeit fällt mit demjenigen Bereich zusammen, in dem die Bruchdehnungsminima im einachsigen Zugversuch liegen. Vgl. Abb.4-5.

Beton im Alter bis zu 3-4 Stunden weist bei einer der Erstbelastung folgenden Entlastung nahezu keine elastischen Rückverformungen auf /38//111/. Bei von Plank /5//9/ untersuchten Zementmörteln waren elastische Anteile der Deformation bei einem Belastungsbeginn ab der 6. Stunde feststellbar. Bei Beton sind elastische Anteile der Deformation im allgemeinen in einem Alter ab der 8.-10. Stunde nachweisbar /111/. Günzler /113/ untersuchte die plastischen Anteile der Gesamtdeformation infolge einer einmaligen Druckbelastung für Betone im Alter von 15-38 Stunden. Die in Abb.4-10 dargestellte Auswertung seiner Untersuchungen läßt zwar keine eindeutige Tendenz

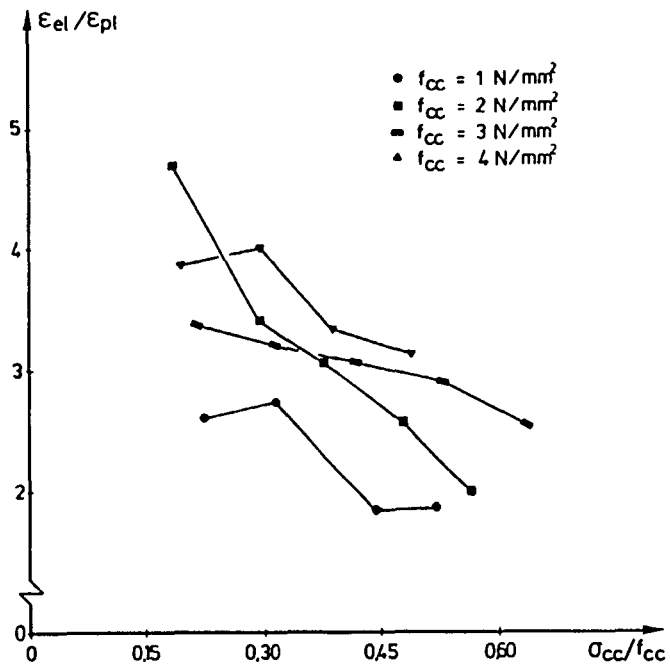


Abb.4-10: Verhältnis zwischen den elastischen und den plastischen Anteilen der Dehnung in Abhängigkeit von der auf die aktuelle Betondruckfestigkeit bezogenen Druckspannung. Nach /113/.

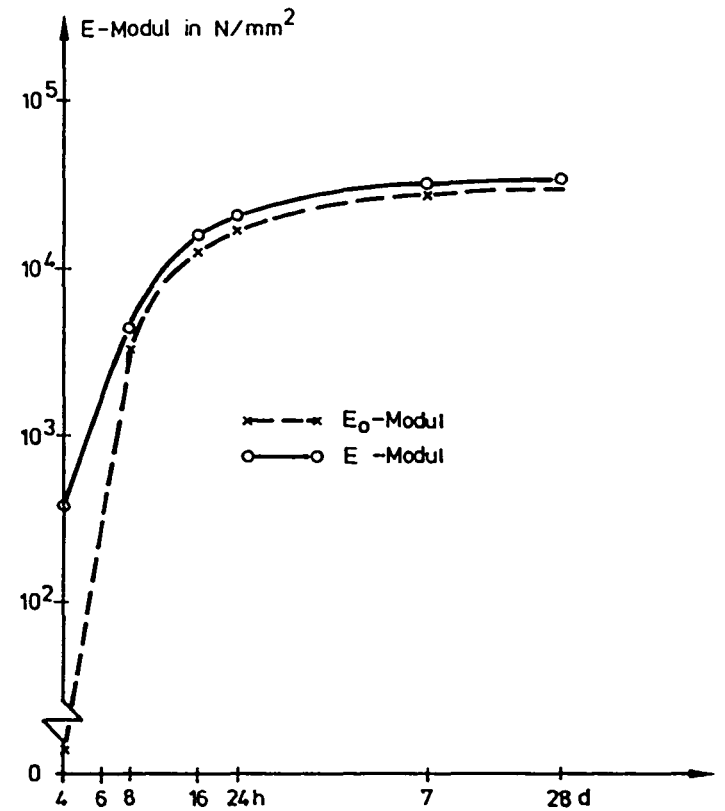


Abb.4-11: Elastizitätsmoduli in Abhängigkeit vom Betonalter /38/:
 E_0 : Erstbelastung
 E: Nach 10-facher Schwellbelastung gemessener E-Modul.

erkennen, zeigt jedoch, daß die plastischen Anteile der Deformation je nach Betonalter (hier: 15-30 Stunden) zwischen 18 und 33% der Gesamtdeformation betragen können.

Infolge einer vorausgegangenen Schwellbelastung ändern sich die σ - ϵ Linien. Ein Vergleich der E-Moduli für die Erstbelastung sowie der E-Moduli nach einer vorausgegangenen 10-fachen Schwellbelastung ist in Abb.4-11 gegeben. Während der Unterschied der Moduln bei einem Betonalter von 4 Stunden nahezu zwei Zehnerpotenzen beträgt nimmt er bis zur 8. Stunde laufend ab. Ab der 8. Stunde ist kaum noch ein Unterschied zwischen den beiden Moduln zu erkennen.

Im Zusammenhang mit der Existenz plastischer Anteile der Deformation beziehungsweise viskoser Effekte taucht im Rahmen der rechnerischen Simulation mehrmaliger, verschiedenartiger Beanspruchungen von Beton in jungem Alter die Frage nach der Superponierbarkeit einzelner Beanspruchungszustände auf. Das Studium der hierzu vorliegenden Literatur ergibt, daß diese Frage mit dem heutigen Erkenntnisstand der Wissenschaft nicht beantwortet werden kann.

Das Kriechverhalten von Beton in jungem Alter unter Druckbeanspruchung wird im wesentlichen vom Stand der Zementhydratation beeinflusst /111/. Es ist damit ebenfalls als Funktion der aktuellen Betondruckfestigkeit f_{CC} darstellbar. Abb.4-12 zeigt die Verknüpfung der Kriechzahl mit der auf die 28-Tage-Festigkeit bezogenen aktuellen Betondruckfestigkeit. Veröffentlichte Versuche zum Kriechverhalten von Beton unter Zugbeanspruchung wurden lediglich von Weigler und Karl /114/ durchgeführt. Für Beton im Alter von 16 Stunden erhalten die Autoren eine relativ gute Übereinstimmung der experimentell ermittelten Daten mit der Prognose auf der Basis des Superpositionsprinzips. Insbesondere aufgrund der ausgeprägt nichtlinearen Zusammenhänge zwischen Spannung und Dehnung im Kurzzeitzugversuch stellen sie jedoch die verallgemeinerte Anwendbarkeit des Superpositionsprinzips zumindest für Beton in ganz jungem Alter "sehr in Frage" /114/.

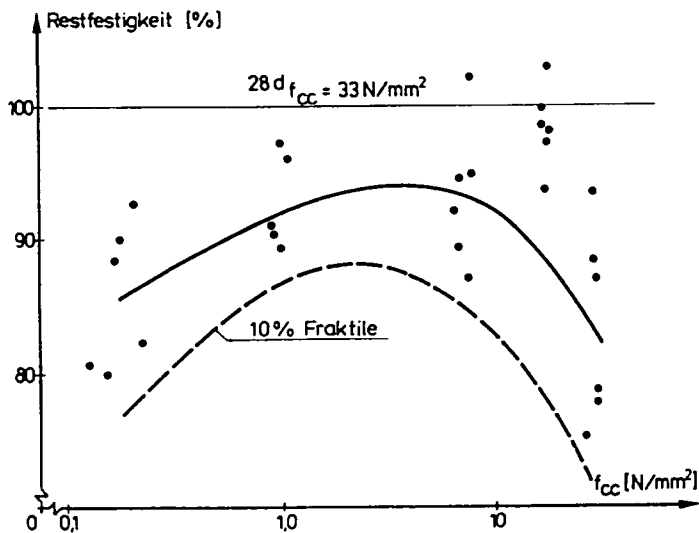


Abb.4-12: Die infolge einer Belastung bis zum Bruch bei verschiedenen f_{CC} nach 28 Tagen gemessene Restfestigkeit, bezogen auf die 28-Tage Festigkeit einer ungeschädigten Probe /111/.

Es muß deshalb an dieser Stelle festgestellt werden, daß die geringe Anzahl der vorliegenden Untersuchungen zum Kriechverhalten von Beton im jungen Alter keine über Abb.4-12 hinausgehenden Aussagen erlaubt. Damit sind Fragen der Superponierbarkeit verschieden hoher kriecherzeugender Lasten genauso wie die Frage der Bestimmung der plastischen Anteile der Kriechdeformation nicht beantwortbar.

Das Relaxationsverhalten von Beton in jungem Alter unter einer zu verschiedenen Zeitpunkten aufgebrauchten Stauchung wurde von Wierig /38/ untersucht. Als wesentliche Aussage ergab sich, daß der Druckspannungsabbau mit zunehmendem Betonalter langsamer erfolgt. Bei einer im Alter von 8 Stunden belasteten Probe nahmen die Druckspannungen beispielsweise innerhalb von 180 Minuten um ca. 60% ab. Das Relaxationsverhalten im Zugversuch lieferte ähnliche Zusammenhänge, wobei der Spannungsabbau noch schneller erfolgte und unter Umständen bereits nach kurzer Zeit vollständig war /38/. Weigler und Karl /114/ bestätigen diese Aussagen.

Die einzigen bisher vorliegenden Untersuchungen zur Bestimmung der Temperaturdehnzahl von Beton im Zeitraum unmittelbar nach dem Anmachen bis zum Alter von 24 Stunden wurden von Weigler und Karl /114/ durchgeführt /111/. Sie ermittelten auf theoretischem Weg eine Temperaturdehnzahl für Frischbeton von ca. $2.0 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$, für den Zeitraum von der 8. bis zur 24. Stunde nach dem Anmachen wurde experimentell ein Wert von ca. $1.5 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ ermittelt. Ausdrücklich muß hierzu aber vermerkt werden, daß eine exakte Bestimmung der Temperaturdehnzahl von jungem Beton nur näherungsweise möglich ist /114/. Insbesondere ergibt sich nach mehrmaligem vorausgegangenem Temperaturwechsel eine andere Temperaturdehnzahl als bei erstmaliger Temperaturänderung /121/. Ab der 24. Stunde nach dem Anmachen kann mit einem Wert von $1.2 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ gerechnet werden /111//114/. Dieser Wert kann aufgrund der größeren Zahl dazu vorliegender Untersuchungen als besser gesichert angesehen werden.

4.2.2 Der Einfluß von Verformungen und Erschütterungen des Betons in den ersten Stunden nach dem Einbau auf die Eigenschaften des Festbetons und auf den Verbund Beton-Stahl

"Im allgemeinen fordern die Verarbeitungsvorschriften, daß zementgebundene Massen während der Erstarrungszeit in völliger Ruhe verhärten müssen" /139/. Dies ist bei den hier besprochenen pneumatisch gestützten Schalungen nicht möglich. Zwar kann der Betoniervorgang beendet werden solange sich der Beton noch in der Phase des Ansteifens befindet, infolge von Schwankungen des inneren Überdrucks und infolge von äußeren Lasten wie zum Beispiel Wind ist aber stets mit Deformationen der Schalung und damit des Betons zu rechnen. Es interessiert hier deshalb der Einfluß von Deformationen des Betons im jungen Alter auf die späteren Eigenschaften des Festbetons und auf den Verbund Beton-Stahl.

Ofjord /145/ ermittelte einen Abfall der 7-Tage-Druckfestigkeit an Probekörpern, an denen im Alter zwischen der 1. bis zur 10. Stunde Dehnungen von 1,5 % und 2,5 % aufgebracht wurden, von maximal 15 %. Hierbei zeigten die zwischen der 4. und 6. Stunde belasteten Prüfkörper die größten Festigkeitsverluste. Ähnliche Untersuchungen von Odegaard /146/, der Prüfkörper zwischen der 7. und der 24. Stunde mit 70, 80 und 90 % der jeweils aktuellen Bruchlast belastete, ergaben einen Abfall der 7-Tage-Festigkeit von max. 20 % für eine Erstbelastung zwischen der 7. und der 9. Stunde /119/. Bei einer Belastung ab der 10. Stunde war eine Steigerung der 7-Tage-Festigkeit festzustellen /111/. Byfors /112/ belastete Prüfkörper bis zur Bruchlast und entlastete dann sofort wieder: Die nach 28 Tagen gemessenen Festigkeiten lagen maximal bis zu 15 % (Mittelwert) unter denen von nicht vorbelasteten Vergleichsproben. Der kleinste Festigkeitsabfall mit 6-8 % stellte sich dabei bei denjenigen Proben ein, deren Erstbelastung im Zeitraum $1,0 \leq f_{cc} \leq 10 \text{ N/mm}^2$ erfolgte. Eine Erhöhung der 28-Tage-Festigkeit infolge einer einmaligen Vorbelastung konnte Byfors nicht feststellen. Abb.4-12.

Es ist also festzuhalten, daß infolge von Belastungen, die innerhalb der ersten 24 Stunden auftreten, und die bis zur Bruchlast oder bis knapp an die Bruchgrenze gehen, der Abfall der 7- bzw. 28-Tage-Festigkeit maximal 20 % beträgt. Dieses zunächst überraschende Ergebnis ist darauf zurückzuführen, daß eine Ausheilung von entstandenen Rissen durch "Hineinkristallisieren" von Kalziumhydroxid in die Rissöffnung erfolgt /119/.

In den bisher zitierten Arbeiten wurden die Prüfkörper lediglich einer einmaligen Belastung unterworfen. Über den Einfluß von wiederholten Belastungen wird nur in sehr wenigen Untersuchungen berichtet. Eine Auswertung der betreffenden Arbeiten /14//15//18//19//21//29//42//141/ ergab, daß die Festbetoneigenschaften nicht verschlechtert werden, wenn Beton üblicher Zusammensetzung während seiner Abbindephase mit Schwinggeschwindigkeiten $v=20$ mm/s bei Amplituden $A=0,0007$ m beansprucht wird. Es treten sogar Festigkeitserhöhungen auf, wenn der Beton innerhalb der ersten 2-3 Stunden /18/ beziehungsweise 6 Stunden /19/ einer dynamischen Beanspruchung ausgesetzt wird, ein Effekt, der dem Nachrütteln vergleichbar ist. Czernin macht in /139/ die Aussage, daß während der Erstarrungsphase eintretende "verdichtende Bewegungen nicht von Nachteil" für den Beton sind. Fällt die Schwingungsbeanspruchung allerdings in einen Zeitraum, in dem der Beton durch die Einwirkung von Schwingungen nicht mehr nachverdichtet werden kann, so ist mit einer Wiederauflöckerung des Gefüges zu rechnen. Ein Abfall der 7- bzw. 28-Tage-Festigkeit ist dann die Folge. Untersuchungen über zulässige Amplituden bzw. Frequenzen während dieser kritischen Phase liegen allerdings nicht in dem Umfang vor, der zur Formulierung gesicherter Aussagen erforderlich ist. Nur beispielhaft sei deshalb an dieser Stelle eine Arbeit von Desserich /18/ erwähnt, in der infolge einer 30-minütigen Schwingungsbeanspruchung von ca. 5 Stunden altem Beton ein Abfall der 28-Tagefestigkeit von lediglich ca. 1 N/mm^2 festgestellt wurde.

Für Beanspruchungen in der "postkritischen" Phase ($f_{cc} \approx 5-6 \text{ N/mm}^2$)

kann davon ausgegangen werden, daß "... Beton üblicher Zusammensetzung auch durch Erschütterungen mit Schwinggeschwindigkeiten bis rund 100 mm/s nicht mehr beeinträchtigt wird, ..." /14/. Für Beton im Alter $t_c > 24$ Stunden wirken sich dynamische Beanspruchungen im allgemeinen nicht mehr schädigend aus /15/.

Über den Einfluß von Erschütterungen auf den Verbund Beton-Stahl wird unter anderem in /20//42//141/ berichtet. Im wesentlichen wurde festgestellt, daß bei sofort nach dem Betonieren einsetzenden Relativbewegungen Stahl-Beton mit kleiner Amplitude der spätere Verbund merklich verbessert werden kann. Gehen derartige Bewegungen allerdings über das Erstarrungsende hinaus oder setzen sie erst danach ein, so führen sie, insbesondere bei großen Amplituden, zu deutlichen Schädigungen des Verbundes /141/. Diese Schädigung des Verbundes äußert sich dadurch, daß der Stahl bei einer späteren Belastung um das Maß seiner anfänglichen Amplitude verschieblich im Beton liegt /42/.

4.2.3 Die Reibung zwischen Frischbeton und einer gespannten Schalungsmembrane

Die Kenntnis der in der Fuge zwischen Beton und Schalungsmembrane übertragbaren Kräfte ist sowohl zur jeweiligen Festlegung eines Grenzwinkels der Schalungsneigung wie auch zur Erfassung der Interaktion zwischen der pneumatisch gestützten Schalung und der Betonschale erforderlich.

Die wohl umfassendste Veröffentlichung über die Reibung zwischen Frischbeton und Schalung stammt von Specht /6/. Weitere Ergebnisse werden zum Beispiel in /12//13/ mitgeteilt. Specht verwendete in seinen Untersuchungen sowohl Betone unterschiedlicher Zusammensetzung wie auch verschiedene Schalungsmaterialien. Für die vorliegende Arbeit sind folgende Ergebnisse aus /6//10/ von Wichtigkeit:

- Bei ungerütteltem Beton ist der Haftreibungsbeiwert μ_H etwa gleich dem Gleitreibungsbeiwert μ_G .
- Bei gerütteltem Beton ist der Haftreibungsbeiwert etwa doppelt so groß wie der Gleitreibungsbeiwert.
- Die Gleitreibungsbeiwerte von gerütteltem und ungerütteltem Beton sind etwa gleich groß.
- Im Gegensatz zum Gleitreibungsbeiwert nimmt der Haftreibungsbeiwert von verdichtetem Beton mit der Zeit zu.
- Der Gleitreibungsbeiwert korreliert in folgender Weise mit dem wirksamen Wassergehalt W_w des Betons und der Rahtiefe R_t der Schalung (R_t in μm):

Bereich 1: $0 \leq W_w \leq 200 \text{ l/m}^3$:

$$\mu_G = 0.32 + R_t^{0.5} \quad (4.2)$$

Bereich 2: $200 \leq W_w \leq 300 \text{ l/m}^3$:

$$\mu_G = (0.32 + R_t^{0.5})(3 - W_w/100) \quad (4.3)$$

Bereich 3: $300 \text{ l/m}^3 \leq W_w$:

$$\mu_G = 0 \quad (4.4)$$

Diese Zusammenhänge gelten für eine Betondicke von 20 cm. Haft- und Gleitreibungsbeiwert nehmen mit zunehmender Betondicke, das heißt zunehmender Pressung in der Kontaktfuge, ab. /6/.

Eine Betrachtung, bei der der Gleitreibungsbeiwert zur Ermittlung der zulässigen Schalungsneigung herangezogen wird, liefert auf der sicheren Seite liegende Werte. Im direkten Einflußbereich von Rüttelschwingungen ist mit einem Absinken des Gleitreibungsbeiwertes auf Null zu rechnen.

Die Gültigkeit von (4.2)(4.3)(4.4) für sehr unterschiedliche Schalungsmaterialien wurde in /6/ gezeigt. Sie wird hier deshalb für die üblicherweise verwendeten Schalungsmembranen vorausgesetzt.

Die Rauhtiefe einer Schalungsmembrane ist abhängig von der gewählten Membranqualität und dem Verzerrungszustand der Membrane. Beispielsweise wurde vom Autor auf der Oberseite einer spannungslosen

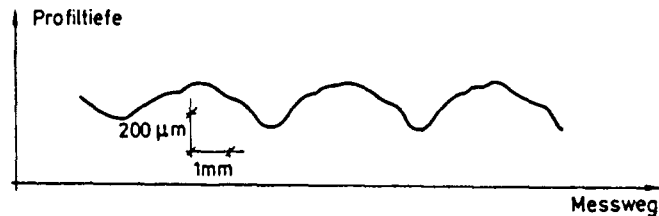


Abb.4-13: Ausschnitt aus dem Höhenprofil der Oberseite einer einachsigen vorgespannten Probe aus PVC-beschichtetem Polyestergewebe. Meßrichtung ist die Kettrichtung. Die Probe war mit $\epsilon_K=5\%$ vorgespannt. Prüfgerät: Hommel T20 DC.

Membrane aus PVC-beschichtetem Polyestergewebe Typ GÜWA III eine Rauhtiefe von $29 \mu\text{m}$ gemessen. Dem Betrachter erscheint die Oberfläche einer derartigen Probe als relativ glatt. Spannt man die Probe in einem ebenen Spannrahmen biaxial vor, so stellt sich ein sehr regelmäßiges, deutlich sichtbares "Waffelmuster" ein. Die Rauhtiefe kann dabei erheblich ansteigen. Für eine mit $\epsilon_K=7.6\%$ und $\epsilon_S=1.0\%$ vorgespannte Probe wurde eine Rauhtiefe von $R_t=186 \mu\text{m}$ gemessen, eine einachsige gezogene Probe hatte bei $\epsilon_K=5\%$ eine Rauhtiefe von $R_t=256 \mu\text{m}$, Abb.4-13. Bei Verwendung von Betonen mit $0 \leq W_w \leq 200 \text{ l/m}^3$ würde sich nach (4.2) mit $R_t = 256 \mu\text{m}$ ein Gleitreibungsbeiwert $\mu_G \approx 0.45$ ergeben, also ein relativ hoher Wert.

Reicht die Haftung oder die Reibung zwischen Schalungsmembrane und Beton nicht aus, so kann sie durch geeignete Maßnahmen erhöht werden. Hierzu gehört zum Beispiel das Aufbringen eines grobtexturierten Gewebes, Gewirkes oder vergleichbarer Strukturen auf die Schalungsmembrane. In /94/ wird von der Herstellung einer Schale in Chicago berichtet, bei der vom Innenraum aus auf die Innenseite der Schalungsmembrane torkretiert wurde: Zur Erhöhung der Haftung des Betons war die Oberfläche der Schalungsmembrane mit einem Baumwollgewebe versehen worden.

Die zulässige Schalungsneigung wird neben der Reibung zwischen Beton und Schalungsmembrane auch durch die Kohäsion und die innere Reibung im Beton selbst bestimmt. Die Größenordnung dieser Kenngrößen wurde durch Auswertung hierzu veröffentlichter Arbeiten /11//12//13//114//115//116/ bestimmt:

Frischer, unverdichteter Beton:

Kohäsion: bis ca. 0.007 N/mm^2

Winkel der inneren Reibung: bis ca. 30°

Frischer, verdichteter Beton:

Kohäsion: bis ca. 0.07 N/mm^2

Winkel der inneren Reibung: bis ca. 50°

4.3 Ein Verfahren zur Berechnung des Tragverhaltens von rotations-symmetrischen, pneumatisch gestützten Schalungen unter rotationssymmetrischer Belastung

4.3.1 Vorbemerkungen

Eines der Ziele der vorliegenden Arbeit waren Aussagen zum Tragverhalten pneumatisch gestützter Schalungen unter zeitlich veränderlicher Betonauflast (wandernde Betonierstelle) und Untersuchungen zu Drucksteuerungs- und Temperaturfragen während und nach Abschluss der Betonierarbeiten (Abbindephase des Betons).

Zur rechnerischen Simulation und somit zur Prognose der stattfindenden Vorgänge wurde hierzu für die vorliegende Arbeit ein geeigneter Algorithmus entwickelt und anschliessend programmiert.

Folgende Problemkreise waren bei der Entwicklung des Rechenverfahrens zu berücksichtigen:

a.) Die Forderung nach einer wirtschaftlichen Dimensionierung der Schalungsmembrane und ihrer Verankerung beschränkt die Höhe des zulässigen inneren Überdrucks. Zumindest vom Beginn bis zur Beendigung des Betoniervorgangs ist deshalb mit großen Deformationen der Schalungsmembrane zu rechnen. Eine Untersuchung des Tragverhaltens der Schalungsmembrane setzt deshalb eine geometrisch nichtlineare Betrachtungsweise voraus.

b.) Das Tragverhalten der bisher hauptsächlich als Schalungsmembranen verwendeten Werkstoffe wie Gewebemembranen, Kunststoffolien oder dünne Metallbleche im Fall der Anwendung sogenannter formgebender Lastfälle /54/ ist nicht durch lineare Beziehungen zwischen Spannungen und Verzerrungen beschreibbar. Die Untersuchungen hatten also auf der Basis einer physikalisch nichtlinearen Betrachtungsweise zu erfolgen.

c.) Besitzt der Beton noch keine hinreichende mechanische Festigkeit, so müssen alle aus dem Eigengewicht der Betonschale entstehenden (tangential zur Schalungsoberfläche wirkenden) Kräfte über Reibung auf die Schalungsmembrane übertragen werden. Ansonsten tritt Abrutschen des Betons ein.

Im Falle einer vorhandenen Betonfestigkeit tritt eine "mittragende Wirkung" der Betonschale ein. Dieser mittragenden Wirkung überlagern sich durch die Reibung zwischen Beton und Schalungsmembrane bedingte Kräfte. Dies mußte im Rechenverfahren Berücksichtigung finden.

d.) Die mechanischen Eigenschaften des auf die Schalung aufgetragenen Betons sind Funktionen der Zeit. Dadurch wird die Intensität der "mittragenden Wirkung" der Betonschale ebenfalls eine Funktion der Zeit. Die Untersuchungen hatten deshalb den instationären Charakter der Werkstoffeigenschaften des Betons zu berücksichtigen.

Das nachfolgend beschriebene Rechenverfahren ist auf die Untersuchung rotationssymmetrischer Probleme beschränkt. Es basiert auf der Unterteilung der Membranform in einzelne, durch Breitenkreise definierte Ringe, an deren Kanten Gleichgewichts- und Kompatibilitätsbedingungen erfüllt werden. Teile des vorgestellten Rechenverfahrens haben ihre Ursprünge im sogenannten Krümmungskreisverfahren /57/, in der Arbeit von Petersen/56/, die vom Verfasser in /53/ weiterentwickelt wurde, in der vom Verfasser betreuten Arbeit von Weisser /55/, und in der Arbeit von Greiner /54/.

die Geometrie des verformten Membranelements.

Mit Kenntnis der Ausgangslage des Membranelements sind die Dehnungen ϵ_φ und ϵ_ϑ des verformten Elements bestimmbar. Die Dehnung ϵ_φ kann konstant oder linear veränderlich über die Elementlänge angenommen werden. Die Dehnung des durch den Elementschwerpunkt gehenden Breitenkreises wird als für das gesamte Membranelement geltende Dehnung angesetzt. Mit den Dehnungen ϵ_φ und ϵ_ϑ folgen über die Materialgesetze direkt die Größen n_φ^{mat} und n_ϑ^{mat} . Diese können jetzt mit denjenigen Größen n_φ^{stat} und $n_\vartheta^{\text{stat}}$, die durch (4.5) und (4.6) bestimmt werden, verglichen werden:

$$\Delta n_\varphi = n_\varphi^{\text{stat}} - n_\varphi^{\text{mat}} \quad (4.7)$$

$$\Delta n_\vartheta = n_\vartheta^{\text{stat}} - n_\vartheta^{\text{mat}} \quad (4.8)$$

Die Größen r_φ und l_1 werden nun mit einem hierfür entwickelten Algorithmus solange variiert, bis die Differenzen Δn_φ und Δn_ϑ hinreichend klein, das heißt kleiner als eine vorgegebene Abbruchschranke sind.

Vom Pol der deformierten Membrane ausgehend werden so nacheinander die einzelnen Membranelemente bestimmt.

Bei der soeben angestellten Betrachtung wurde vorausgesetzt, daß alle geometrischen Größen der deformierten Membrane im Punkt ① bekannt waren. Dies ist im allgemeinen nicht der Fall. Im hier vorgestellten Verfahren wird in einem ersten Schritt der Krümmungsradius $r_\varphi = r_\vartheta$ im Pol der Membrane angenommen. Üblicherweise wird die nachfolgend elementweise errechnete Membranform die Randbedingungen am Außenrand der Schale nicht erfüllen. Dies bedingt eine Variation des Polradius. Diese (sehr effektiv steuerbare) Variation des Polradius kann als äußere, die jeweilige Findung der Geometrie des Einzelelementes als innere Iteration bezeichnet werden.

4.3.3 Materialgesetze

Es wurden drei verschiedene Typen von Materialgesetzen in das erstellte Computerprogramm eingebaut. Die Implementation der Werkstoffgesetze von Mooney-Rivlin und Prandtl-Reuß diente dabei hauptsächlich zur Genauigkeitskontrolle des Rechenverfahrens durch Vergleich der errechneten Ergebnisse mit verschiedenen bereits bekannten Lösungen.

4.3.3.1 Materialgesetz von Mooney-Rivlin

Dieses 1940 vorgeschlagene Materialgesetz wird sehr häufig zur Beschreibung von natürlichem und vulkanisiertem Gummi verwendet /60/.

Sind C_1 und C_2 die den Werkstoff beschreibenden Konstanten, so lautet das Materialgesetz:

$$\Phi = C_1 (I_1^\lambda - 3) + C_2 (I_2^\lambda - 3) \quad (4.9)$$

wobei Φ die Dehnungsenergie pro Einheitsvolumen des unverformten Materials und I_1^λ, I_2^λ die Invarianten des Verzerrungstensors sind:

$$I_1^\lambda = \lambda_\varphi^2 + \lambda_\vartheta^2 + \lambda_z^2 \quad (4.10)$$

$$I_2^\lambda = 1/\lambda_\varphi^2 + 1/\lambda_\vartheta^2 + 1/\lambda_z^2 \quad (4.11)$$

Hierin ist λ das Verstreckungsverhältnis:

$$\lambda_i = \frac{l_i \cdot \text{neu}}{l_i \cdot \text{alt}} = 1 + \epsilon_i \quad (4.12)$$

Unter Zugrundelegung der Inkompessibilität des Materials

$$\lambda_\varphi \lambda_\vartheta \lambda_z = 1 \quad (4.13)$$

lässt sich (4.9) umformen zu:

$$n_{\varphi} = (c_1 + c_2 \lambda_{\vartheta}^2) \left(\lambda_{\varphi}^2 - \frac{1}{\lambda_{\varphi}^2 \lambda_{\vartheta}^2} \right) \frac{2 t_0}{\lambda_{\varphi} \lambda_{\vartheta}} \quad (4.14)$$

$$n_{\vartheta} = (c_1 + c_2 \lambda_{\varphi}^2) \left(\lambda_{\vartheta}^2 - \frac{1}{\lambda_{\varphi}^2 \lambda_{\vartheta}^2} \right) \frac{2 t_0}{\lambda_{\varphi} \lambda_{\vartheta}} \quad (4.15)$$

Mit den Materialkonstanten

$$c_1 = 950 \text{ kN/m}$$

$$c_2 = 175 \text{ kN/m}$$

wurde das Aufblasen einer ursprünglich ebenen Kreismembrane rechnerisch simuliert. Den Vergleich der errechneten Ergebnisse mit vorhandenen Lösungen zeigt Abb.4-15. Die maximalen Dehnungen des Materials lagen bei ca. 2000%.

4.3.3.2 Materialgesetz von Prandtl-Reuß:

Das Materialgesetz wurde 1924 von Prandtl für den ebenen Zustand formuliert und 1930 von Reuß für den dreidimensionalen Fall verallgemeinert /92/. Es dient zur Beschreibung des elastisch-plastischen Verhaltens insbesondere von metallischen Werkstoffen.

Das Materialgesetz von Prandtl-Reuß lautet für den ebenen Fall:

$$d\varepsilon_{\varphi} = d\varepsilon_{\varphi}^e + d\varepsilon_{\varphi}^p = \frac{1}{E} (d\sigma_{\varphi} - \nu d\sigma_{\vartheta}) + \frac{2}{3} \left(\sigma_{\varphi} - \frac{1}{2} \sigma_{\vartheta} \right) d\eta \quad (4.15)$$

$$d\varepsilon_{\vartheta} = d\varepsilon_{\vartheta}^e + d\varepsilon_{\vartheta}^p = \frac{1}{E} (d\sigma_{\vartheta} - \nu d\sigma_{\varphi}) + \frac{2}{3} \left(\sigma_{\vartheta} - \frac{1}{2} \sigma_{\varphi} \right) d\eta \quad (4.16)$$

Für die Entlastung gilt das Hook'sche Gesetz. Dem Prandtl-Reuß-Gesetz liegt als Verfestigungsgesetz die Mises-Bedingung zugrunde.

Es ist:

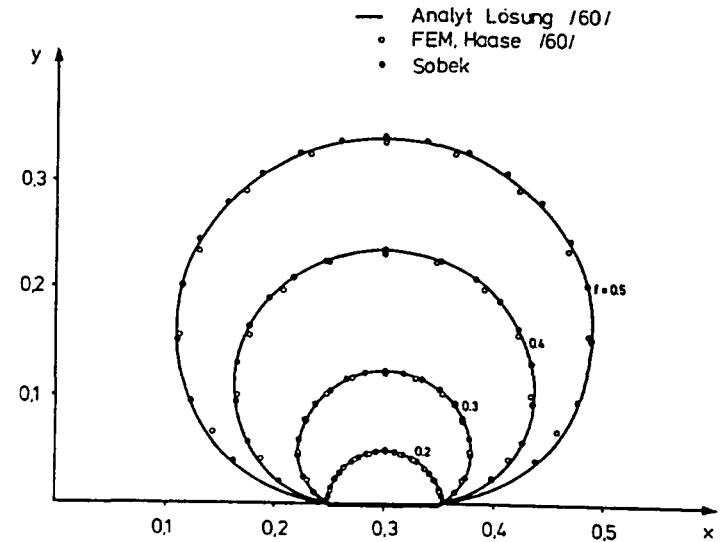


Abb.4-15: Aufblasen einer ebenen Kreismembrane aus Kautschuk.
 $p_i = 97 \cdot f \text{ kN/m}^2$
 $t_0 = 0,02 \text{ cm}$

$$\eta_1 = \sigma_1 t \quad (4.17)$$

wobei die aktuelle Materialdicke aus der Bedingung der Volumenkonstanz

$$(1 + \epsilon_\varphi) (1 + \epsilon_\vartheta) (1 + \epsilon_z) = 1 \quad (4.18)$$

ermittelt wird. Weiterhin ist

$$d\eta = \frac{3}{2} \frac{d\epsilon_v^p}{\sigma_v} \quad (4.19)$$

Hierin sind

$$d\epsilon_v^p = \left(\frac{4}{3}\right)^{0.5} \left(d\epsilon_\varphi^p + d\epsilon_\vartheta^p + d\epsilon_\varphi^p d\epsilon_\vartheta^p\right)^{0.5} \quad (4.20)$$

und die Vergleichsspannung ist

$$\sigma_v = \left(\sigma_\varphi^2 + \sigma_\vartheta^2 - \sigma_\varphi \sigma_\vartheta\right)^{0.5} \quad (4.21)$$

Als Fließkurve für die Vergleichsrechnungen wurde

$$\sigma_v = a_1 \epsilon_v^{\alpha_2} + a_3 \quad (4.22)$$

mit $a_1=800\ 000$

$a_2=0.55$

$a_3=200\ 000$

alle in kN/m

gewählt.

Abb.4-16 zeigt im Vergleich die errechnete Form einer ursprünglich ebenen Kreismembrane aus Blech unter Innendruckbelastung sowie eine bereits bekannte Lösung.

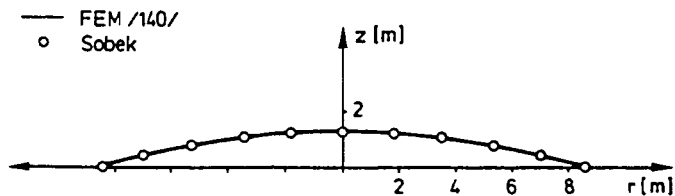


Abb.4-16: Aufblasen einer ebenen Kreismembrane aus Blech.

4.3.3.3 Materialgesetz von Losch

Aus den bisher entwickelten Materialgesetzen zur Beschreibung des Tragverhaltens von beschichteten Geweben nehmen die Arbeiten von Losch /58/ und Meffert /61/ eine herausragende Stellung ein, da sie in der Lage sind, das nichtlineare, anisotrope Verhalten des Werkstoffes wirklichkeitsnah zu beschreiben.

Weil im vorgestellten Rechenverfahren aus den Verzerrungen die Membranschnittkräfte errechnet werden, ist durch seinen Aufbau:

$$\sigma_{ij} = f(\epsilon_{kl}) \quad (4.23)$$

das Materialgesetz von Losch gegenüber dem Ansatz von Meffert für eine Anwendung im vorliegenden Rechenverfahren besser geeignet.

Das Materialgesetz von Losch lautet /58/:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{\det x'_{i,j}} \left(f_1 \frac{E_i E_j}{E_k E_k} + f_2 \frac{\bar{E}_i \bar{E}_j}{\bar{E}_k \bar{E}_k} + f_3 \frac{E_i \bar{E}_j + \bar{E}_i E_j}{(E_k E_k)^{0.5} (\bar{E}_k \bar{E}_k)^{0.5}} \right) \quad (4.24)$$

Hierbei ist (mit der Bezeichnungswise von /58/) $\det x'_{i,j}$ die Determinante des Deformationstensors $x'_{i,j}$:

$$\det x'_{i,j} = \begin{vmatrix} (1+u_{1,1}) & u_{1,2} \\ u_{2,1} & (1+u_{2,2}) \end{vmatrix} \quad (4.25)$$

Im vorgestellten Rechenverfahren werden nur rotationssymmetrische Probleme betrachtet. Die Kettrichtung soll aus Gründen der Einfachheit in Meridianrichtung liegen. Damit folgt für die Verschiebungsgradienten:

$$u_{1,2} = u_{2,1} = 0 \quad (4.26)$$

Die verbleibenden Verschiebungsgradienten werden mit den in dieser Arbeit verwendeten Termini zu

$$u_{1,1} = \epsilon_\varphi \quad (4.27)$$

$$u_{2,2} = \epsilon_\vartheta \quad (4.28)$$

Daraus folgt

$$\det x'_{i,j} = (1 + \epsilon_\varphi)(1 + \epsilon_\vartheta) \quad (4.29)$$

Die Größen f_1, f_2, f_3 sind Polynome in den drei Invarianten $\xi, \bar{\xi}, \xi^*$. Die zugehörigen Polynomkoeffizienten a_q sind die eigentlichen das jeweilige Material charakterisierenden Größen. Sie werden aus Versuchen ermittelt. Für die Invarianten gilt:

$$\xi = (2e_{ij} e_i e_j + 1)^{0.5} - 1 \quad (4.30)$$

$$\bar{\xi} = (2\bar{e}_{ij} \bar{e}_i \bar{e}_j + 1)^{0.5} - 1 \quad (4.31)$$

$$\xi^* = 2e_{ij} \bar{e}_i e_j \quad (4.32)$$

Hierbei ist e_{ij} der Green'sche Verzerrungstensor. Die von Losch aufgestellten Potenzreihen sind:

$$f_1 = a_1 \epsilon_\varphi + a_{10} \epsilon_\varphi^2 + a_{19} \epsilon_\varphi^3 + a_4 \epsilon_\vartheta + a_{13} \epsilon_\vartheta^2 + a_{22} \epsilon_\varphi \epsilon_\vartheta \quad (4.33)$$

$$f_2 = a_2 \epsilon_\vartheta + a_{11} \epsilon_\vartheta^2 + a_{20} \epsilon_\vartheta^3 + a_5 \epsilon_\varphi + a_{14} \epsilon_\varphi^2 + a_{25} \epsilon_\varphi \epsilon_\vartheta \quad (4.34)$$

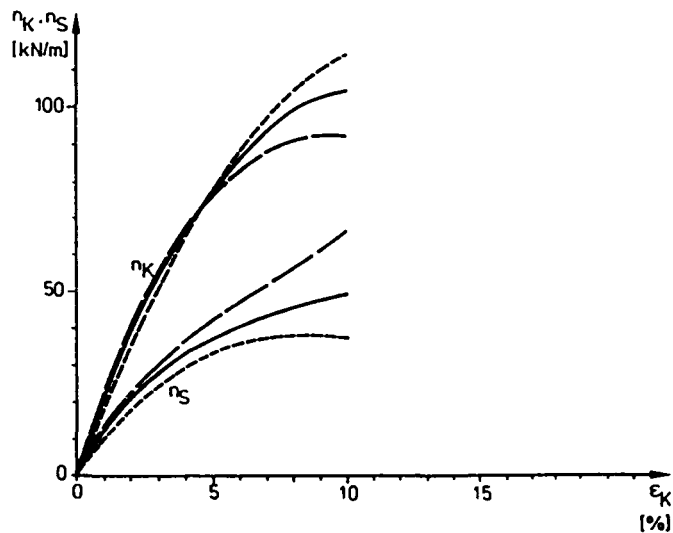


Abb.4-17: Membrankräfte in Abhängigkeit von der Dehnung in Kett-
richtung bei verschiedenen Verhältnissen von Kett- zu Schußdehnung.
Materialgesetz: Losch. /59/.

- $\epsilon_S = 1,0 \epsilon_K$
- $\epsilon_S = 0,8 \epsilon_K$
- $\epsilon_S = 1,2 \epsilon_K$

Die Funktion f_3 wird nicht mehr benötigt, denn für die Komponenten der Gittervektoren E und \bar{E} gilt:

$$\bar{E}_1 = E_2 = 0 \quad (4.35)$$

$$E_1 = 1 + \epsilon_\varphi \quad (4.36)$$

$$E_2 = 1 + \epsilon_\vartheta \quad (4.37)$$

Damit wird das Materialgesetz zu

$$n_\varphi = \frac{1}{(1 + \epsilon_\varphi)(1 + \epsilon_\vartheta)} f_1 \quad (4.38)$$

$$n_\vartheta = \frac{1}{(1 + \epsilon_\varphi)(1 + \epsilon_\vartheta)} f_2 \quad (4.39)$$

Dieses Materialgesetz wurde von Wagner /59/ in das bereits vorhandene Programmpaket eingebaut.

Die Koeffizienten der Potenzpolynome f_1 und f_2 wurden für die hier durchgeführten Berechnungen mit folgenden Werten belegt, (vgl. /59/):
 $a_1=1585.5$; $a_2=779.0$; $a_4=526.8$; $a_5=526.8$; $a_{10}=2199.8$; $a_{11}=3917.4$;
 $a_{13}=-2010.4$; $a_{14}=-3889.2$; $a_{19}=-14097.4$; $a_{20}=42535.8$; $a_{22}=-7251.6$;
 $a_{25}=-3494.0$ in (kN/m).

Zur Erläuterung veranschaulicht Abb.4-17 die Spannungs-Dehnungsbeziehung für bestimmte, ausgewählte Dehnungsverhältnisse.

4.3.4 Betonauflast auf der pneumatisch gestützten Schalung

Das in Kap.4.3.2 beschriebene Rechenverfahren basiert auf der Unterteilung der Struktur in einzelne, ringförmige Elemente. Zur Simulation einzelner Betonierzustände einer Schale ist es deshalb erforderlich, von einer rotationssymmetrisch wandernden Betonierstelle auszugehen.

Der Beton wird schrittweise auf jeweils ein einzelnes Schalungselement aufgebracht.

Ein auf der pneumatisch gestützten Schalung befindliches Betonelement übt lediglich tangential (Meridianrichtung) und normal zur Schalungsoberfläche wirkende Kräfte auf die Schalungsmembrane aus. (In diesem Abschnitt werden deshalb alle in Meridianrichtung tangential zur Schalungsoberfläche wirkenden Kräfte kurz als Tangentialkräfte bezeichnet.). Die Größe dieser Kräfte wird bestimmt durch das Betoneigengewicht, die Verformungszustände und die aktuellen Steifigkeiten der einzelnen Betonelemente, durch die Reibung zwischen Beton und Schalungsmembrane, die Höhe des Innendrucks und durch den Verformungszustand der Schalungsmembrane.

Der in dieser Arbeit benutzte Algorithmus zur Bestimmung der Schalungsform basiert auf der iterativen Annahme der verformten Geometrie des betrachteten Schalungselements. Aufgrund einer Kompatibilitätsbetrachtung ist also auch der Verformungszustand des zugehörigen Betonelements bekannt. Da die Dicke der hier untersuchten Betonschalen klein im Verhältnis zur Spannweite sein soll kann davon ausgegangen werden, daß der Beton nur Membrankräfte $n_{\varphi c}$ und $n_{\vartheta c}$ abtragen kann.

Für die erstmalige Verzerrung eines Betonelements sind die zugehörigen Materialspannungen beziehungsweise Membrankräfte im Beton unter Zuhilfenahme der in Kap.4.2 beschriebenen Materialgesetze für Beton im jungen Alter bestimmbar.

Im Fall einer mehrfachen Belastung bei gleichzeitig sich entwickelnder Betonfestigkeit soll die Gültigkeit des Superpositionsgesetzes angenommen werden. Dies ermöglicht Grenzwertbetrachtungen über das Verhalten des Tragwerkes.

Aus den Verzerrungsänderungen eines Betonelements sind dessen Membrankraftänderungen bestimmbar:

$$\Delta n_{ic} = f(\Delta \epsilon_{jc}, t, T \dots) \quad (4.40)$$

Der aktuelle Membrankraftzustand im betrachteten Betonelement ergibt sich nach mehrfacher Belastung zu:

$${}^{(t_2)}n_{ic} = {}^{(t_1)}n_{ic} + {}^{(t_2)}\Delta n_{ic} \quad (4.41)$$

Der Einfluß viskoser Effekte soll nicht berücksichtigt werden.

Die vom Betonelement auf die Schalungsmembrane übertragenen Kräfte $p_{\varphi m} dF$ und $p_{\vartheta m} dF$ werden ermittelt, indem die am Betonelement wirkenden, zur Umlenkung der Kräfte im Betonelement erforderlichen Kräfte bestimmt werden. Abb.4-18, 4-19, 4-20. Die normal zur Schalungsoberfläche erforderliche Kraft ist, vgl. /98/:

$$N_n = n_{\varphi c} r d\varphi d\vartheta + n_{\vartheta c} r_{\varphi} d\varphi d\vartheta \sin\varphi \quad (4.42)$$

Analog gilt für die Meridianrichtung:

$$N_t = -\frac{\delta}{\delta\varphi} (n_{\varphi c} r) d\varphi d\vartheta + n_{\vartheta c} r_{\varphi} d\varphi d\vartheta \cos\varphi \quad (4.43)$$

Mit den Kräften N_n und N_t ist die Konstruktion des in Abb.4-21 dargestellten Kraftecks möglich, das die Ermittlung der auf das betrachtete Schalungselement wirkenden Kräfte $p_{\varphi m} dF$ und $p_{\vartheta m} dF$ erlaubt.

Meridianschnitt, $\vartheta = \text{const}$

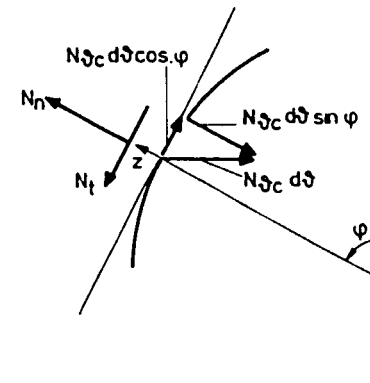
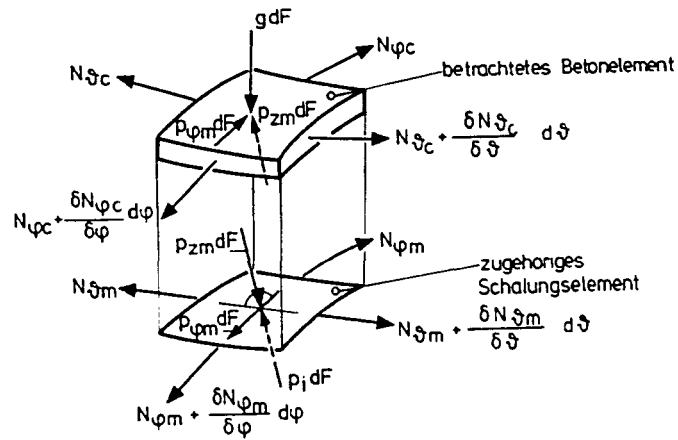
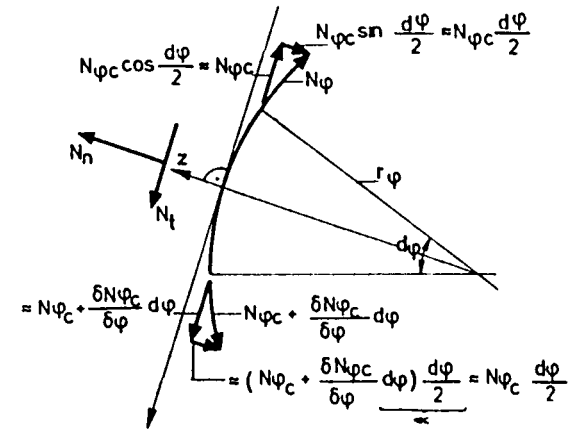


Abb.4-18: Bezeichnung der Kräfte am Betonelement und am Schalungselement.

Abb.4-19: Zerlegung der am Betonelement angreifenden Kräfte $N_{\vartheta c}$ /98/.

Mit (4.42)(4.43) ergeben sich

$$p_{zm} dF = -N_n + g dF \cos \varphi \quad \left. \vphantom{p_{zm} dF} \right\} \text{ für } \mu_{\text{erf}} < \mu_{\text{vorh}} \quad (4.44)$$

$$p_{\varphi m} dF = -N_t + g dF \sin \varphi \quad (4.45)$$

Mit diesen Kräften wird das betrachtete Schalungselement, zusätzlich zum Innendruck, belastet.

Unter der Bedingung, daß kein Gleiten zwischen Beton und Schalung auftritt, also stets

$$\mu_{\text{vorh}} > \mu_{\text{erf}} \quad (4.46)$$

gilt, werden die beiden Bedingungsgleichungen für das Kräftegleichgewicht am Schalungselement zu:

$$\frac{n_{\varphi m}^{\text{stat}}}{r \varphi} + \frac{n_{\varphi m}^{\text{stat}}}{r \vartheta} = p_i - p_{zm} \quad (4.47)$$

$$n_{\varphi m}^{\text{stat}} = \frac{G + \pi r^2 p_i}{2 \pi r \sin \varphi} - n_{\varphi c} \quad (4.48)$$

Hierin ist G das Eigengewicht der oberhalb des betrachteten Schnittes befindlichen Betonschale.

Für das gerade betonierte und frisch abgerüttelte Betonelement ist noch eine gesonderte Betrachtungsweise erforderlich, da es nicht durch den aktuellen Verformungszustand der Schalungsmembrane beeinflusst wird. Gilt für die Reibung zwischen dem frisch abgerüttelten Betonelement und der Schalungsmembrane (4.46), so wird dieses Betonelement als spannungsfrei angenommen. Es überträgt keine Kräfte auf den benachbarten, bereits in vorangegangenen Belastungsstufen aufgetragenen Beton. Ist (4.46) nicht erfüllt, so wird das der Betonier-

Ringkreisschnitt, $\varphi = \text{const}$

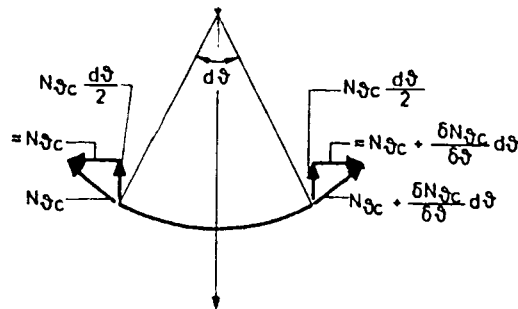


Abb.4-20: Zerlegung der am Betonelement angreifenden Kräfte N_{1c} . /98/.

stelle benachbarte Betonelement durch die in Meridianrichtung wirkende Kraft

$$p_{\varphi c} dF = \sin \varphi \cdot g dF - p_{\varphi m} dF \quad (4.49)$$

belastet. Vergleiche hierzu Abb.4-21.

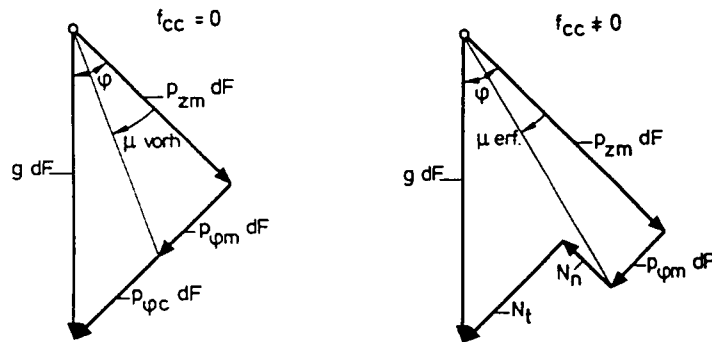


Abb.4-21: Kräfteck zur Ermittlung der vom Beton auf die Schalungsmembrane übertragenen Kräfte.

4.4 Der Betoniervorgang: Deformationen der pneumatisch gestützten Schalung und des Betons. Frage der Innendrucksteuerung

4.4.1 In die Problemstellung eingehende Parameter

Gegenüber konventionellen Schalungsmethoden sind die hier untersuchten pneumatisch gestützten Schalungen durch ausgeprägt große Verformungen bei Einwirkung äußerer Lasten gekennzeichnet. Diese Deformationen der Schalung werden durch folgende Parameter beeinflusst:

- Die Form der Schalung
- Die Höhe des inneren Überdrucks beziehungsweise die Schwankungen des inneren Überdrucks
- Die mechanischen Eigenschaften des für die Schalungsmembrane verwendeten Werkstoffes
- Eine eventuell vorhandene Versteifung oder Stabilisierung der Schalung, zum Beispiel durch eingezogene Seile, auf die Schalungsmembrane aufgebraute Kunststoffschäume oder durch Aufbringen des Betons in mehreren dünnen Einzelschichten, wie das zum Beispiel beim Torkretieren möglich ist
- Die Reibung zwischen Schalungsmembrane und Beton
- Die Größe und Verteilung der Betonauflast
- Die Werkstoffeigenschaften des Betons und deren zeitliche Entwicklung
- Eine auf der Schalungsmembrane befindliche Bewehrung
- Die Betoniergeschwindigkeit und die Betonierabfolge
- Die Einwirkung zusätzlicher äußerer Lasten, wie zum Beispiel Wind

Die auftretenden Deformationen der Schalung müssen begrenzt werden, um:

- ein Arbeiten auf der Schalung zu ermöglichen
- eine Schädigung der Schalungsmembrane durch Kontakt mit bereits fertiggestellten Anschlußbauteilen zu vermeiden

- eine Schädigung des bereits auf die Schalung aufgetragenen Betons infolge zu großer Deformationen auszuschließen
- ein Abrutschen des bereits auf die Schalung aufgetragenen Betons durch Überschreiten eines Grenzwertes der Schalungsneigung gegen die Horizontale auszuschließen. Ebenso ist eine "Betonackbildung", die zu einem Versagen des Gesamtsystems führen kann, zu vermeiden.

Nachfolgend werden der Grad der Beeinflussbarkeit der Deformationen der pneumatisch gestützten Schalung sowie die zugehörigen Auswirkungen auf die Schalung und den Beton näher untersucht.

Die Untersuchung muß in Anbetracht der vielen Parameter exemplarisch bleiben. Sie kann trotzdem auf wesentliche Zusammenhänge hinweisen sowie die auftretenden Größenordnungen verdeutlichen.

Die nachfolgende Untersuchung erfolgt unter folgenden Voraussetzungen:

- Die Schalungsmembranen haben im spannungslosen Zustand die Form von Kugelkalotten
- Das Stützmedium für die Schalung ist Luft
- Die Schalungsmembranen bestehen, wenn nicht anders vermerkt, aus PVC-beschichteten Polyestergeweben, deren Werkstoffeigenschaften durch ein von Losch /58/ entwickeltes Materialgesetz beschrieben werden können
- Die Betonauflast ist stets rotationssymmetrisch verteilt
- Der Einfluß einer Versteifung oder Stabilisierung der Schalungsmembrane, der Einfluß einer sich eventuell auf der Schalung befindlichen Bewehrung, sowie der Einfluß zusätzlicher äußerer Lasten wird nicht berücksichtigt.

Die den Untersuchungen zugrundegelegten Algorithmen wurden in Kap.4.3 beschrieben.

4.4.2 Zur Höhe des inneren Überdrucks

Die durchgreifendste Maßnahme zur Beeinflussung der Gesamtsteifigkeit der Schalung erfolgt durch die Wahl der Höhe des inneren Überdrucks.

Der mindestens erforderliche innere Überdruck in der Schalung kann abgeschätzt werden zu

$$\int p_i \, dF > \int d_{(x,y)} \gamma_c \, dF_{\text{Schale}} \quad (4.50)$$

wobei hierdurch allerdings große lokale Deformationen, die unter Umständen zum Versagen im Bauzustand führen, nicht ausgeschlossen werden können. Es empfiehlt sich daher,

$$p_i > d_{(x,y)} \gamma_c \quad (4.51)$$

zu wählen und durch eine anschließende Berechnung sicherzustellen, daß die während und nach dem Betoniervorgang auftretenden Deformationen der Schalung ausreichend klein bleiben.

Durch eine Steigerung des inneren Überdrucks wird die Steifigkeit der Schalung erhöht. Einer Druckerhöhung sind allerdings enge Grenzen gesetzt: Einerseits werden die Aufwendungen zur Verankerung der in der Schalungsmembrane wirkenden Kräfte unverträglich hoch, andererseits sind den durch die Schalungsmembrane aufnehmbaren Kräften sowohl wirtschaftliche als auch materialtechnische Grenzen gesetzt. Der in Abb.4-22 dargestellte Auszug aus der Palette marktüblicher Gewebemembranen zeigt, daß Bruchlasten im Kurzzeitzugversuch von ca. 180 kN/m, in Ausnahmefällen von ca. 600 kN/m (Sondergewebe) erreichbar sind. Diese Werte müssen allerdings mit Abminderungen für Nahtfestigkeiten, Festigkeiten der Verankerungen, Dauerbeanspruchung etc. sowie den erforderlichen Sicherheitsbeiwerten versehen werden. Dadurch ergeben sich bedeutend niedrigere ausnutzbare Festigkeiten der für die Schalung verwendeten Membranen.

Bezeichnung bzw. Markenname	Material Gewebe	Material Beschichtung	$n_u^{1)}$ kN/m	Quelle
GÜWA Typ 1	Polyester	PVC	52	/134/
GÜWA Typ 2	Polyester	PVC	84	/134/
GÜWA Typ 3	Polyester	PVC	102	/134/
GÜWA Typ 5	Polyester	PVC	184	/134/
	Glas	PTFE	174	/134/
Tolvar	Kevlar	PVC	600	

1) In Schußrichtung

Abb.4-22: Tabellarische Auflistung einiger der zur Zeit marktüblichen Gewebemembranen und Angabe der im einachsialen Kurzzeitzugversuch bei 23 °C gemessenen zugehörigen Materialfestigkeiten.

Für Schalungen mit der Form einer Kugelkalotte ist beispielhaft in Abb.4-23 der maximale innere Überdruck (ohne Betonauflast) in Abhängigkeit von der Stichhöhe der Kalotte und deren Spannweite für zwei unterschiedliche Gewebemembranen angegeben. Die hierbei dem Material "A"("B") zugewiesene zulässige Festigkeit von 65 (125) kN/m entspricht der von Minte /134/ ermittelten Nennfestigkeit einer HF-Kombinaht für den Gewebetyp GÜWA II (GÜWA V). Abb.4-23 zeigt, daß einer Realisierung sehr dünner Schalen mit Spannweiten bis ca. 100 m seitens der Festigkeiten der Schalungsmembranen noch keine Grenzen gesetzt sind, daß im Fall flacher Schalungen allerdings nur noch hochfeste Membranen verwendet werden können. Es ist weiterhin ersichtlich, daß selbst für ein Stich-Spannweitenverhältnis von $h_0/a=0.3$ bei $a=100$ m nur noch ein maximaler innerer Überdruck von 5 kN/m^2 angesteuert werden darf.

Der bisher bei der hier beschriebenen Bauweise verwendete innere Überdruck lag zwischen 0.5 und 30.0 kN/m^2 /48//49//50//65//67//70//82//93//95//106//109//120/.

Seitens der verfügbaren Ventilatoren und Kompressoren sind keine technischen Grenzen vorhanden. Es ist anzumerken, daß Ventilatoren eine hohe Förderleistung bei niedrigem Druckniveau aufweisen, Kompressoren geringere Luftmengen bei hohem Druck fördern. Für große Schalungen sind daher, zumindest zum Aufblasen, ausschließlich Ventilatoren geeignet.

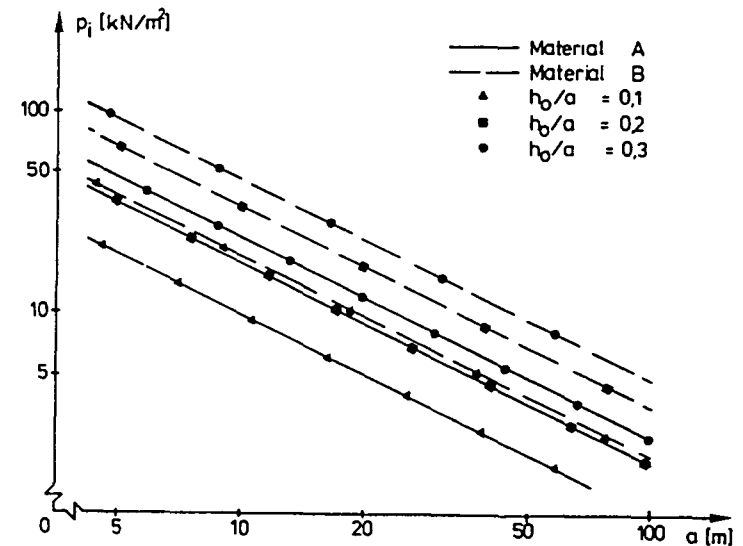


Abb.4-23: Maximaler zulässiger innerer Überdruck für kalottenförmige Schalungen in Abhängigkeit von der Spannweite a und dem Kalottenstich h_0 . Zugrundegelegte zulässige Festigkeiten:
Material A: 65 kN/m
Material B: 125 kN/m

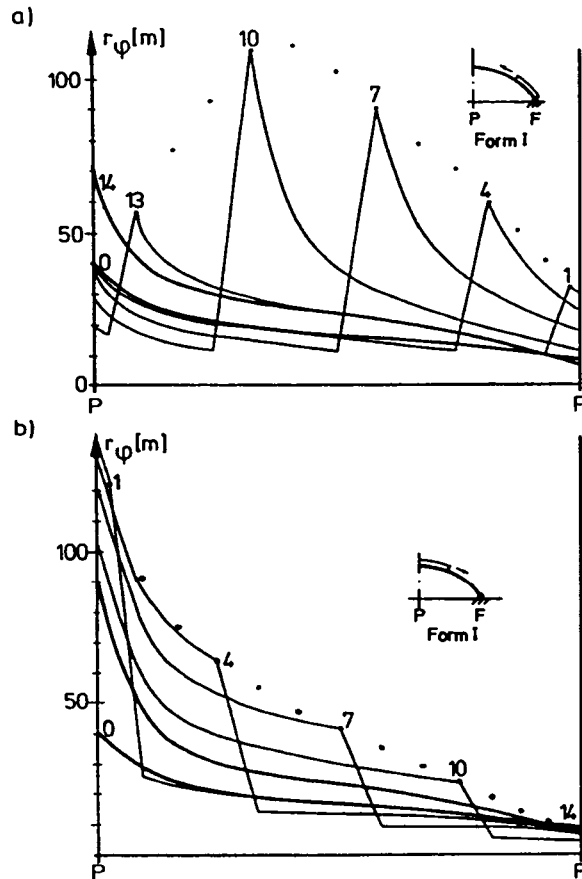


Abb.4-24: Verlauf der Meridiankrümmungsradien während des Betoniervorgangs in Abhängigkeit vom Betonierfortschritt.

$a=16$ m, $h_0=1$ m, $d=10$ cm, $p_1=3,5$ kN/m², $f_{CC}=0$.

Die den Kurven zugeordneten Ziffern geben die Zahl der bereits betonierten "Elemente" an.

a.) Betonierbeginn am Fundament /59/

b.) Betonierbeginn am Pol der Schalung

4.4.3 Die Betonierarbeiten erfolgen innerhalb einer Zeitspanne, während der der Beton noch keine mittragende Wirkung besitzt

Nachfolgend werden die Deformationen von Schalung und Beton während des Betoniervorgangs näher untersucht. Dies geschieht vorerst unter der Annahme, daß der Beton während des Betoniervorgangs noch keine mittragende Wirkung entwickelt. Eine derartige Annahme ist gerechtfertigt, wenn der Beton sich während der gesamten Betonierarbeiten stets noch in der Frischbetonphase befindet. Die Deformationen der Schalung nehmen in diesem Fall die größtmöglichen Werte an.

Zuerst interessieren die während des Betoniervorgangs auftretenden Deformationen der Schalung. Sie sind neben der Höhe des inneren Überdrucks ausgeprägt von der Betonierrichtung abhängig. In der Praxis wird man mit den Betonierarbeiten üblicherweise am Fundament beginnen - das Verdichten des Betons ist dann am einfachsten. Der Vollständigkeit wegen werden aber nachfolgend auch andere Betonierabläufe untersucht. Sie können beispielsweise beim Torkretieren sinnvoll sein.

Abb.4-24 zeigt am Beispiel einer flachen Schalung mit 16 m Durchmesser den Verlauf der Meridiankrümmungsradien r während einzelner Betonierzustände, einmal für den Betonierbeginn am Fundament und einmal für den Betonierbeginn am Pol der Schalung. Es ist deutlich zu erkennen, wie beim Betonieren vom Fundament aus die Schalung jeweils im Bereich der Betonierstelle flachgedrückt wird und wie diese charakteristische lokale Deformation mit der Betonierstelle nach oben wandert. Dieser Effekt ist bei allen hier untersuchten Kugelkalottenschalungen zu beobachten. Er ist bei flachen Schalungen ausgeprägter als bei steileren und er kann natürlich, wie später noch dargestellt, durch Steigerung des inneren Überdrucks abgemindert werden. Im Fall der am Pol startenden Betonierstelle ergibt sich ein deutlich anderer zeitlicher Verlauf der Meridiankrümmungsradien. Er ist durch ein anfänglich besonders ausgeprägtes "Flachdrücken" der Polzone gekennzeichnet. Abb.4.25.

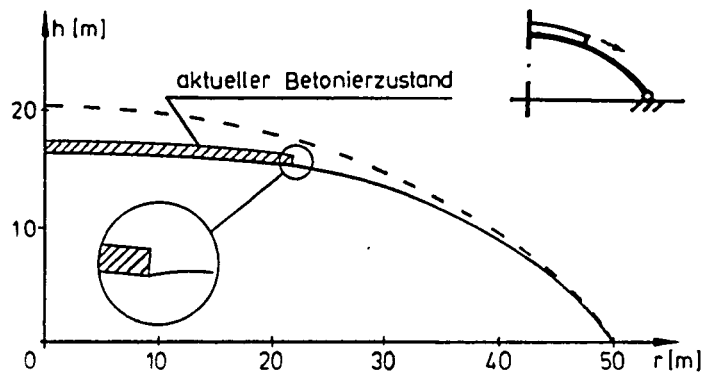


Abb.4-25: Betonieren einer Schale mit 100 m Spannweite, Betonierbeginn am Pol der Schalung: Es ist deutlich zu erkennen, wie die Schalung im bereits betonierten Bereich flachgedrückt wird. Der innere Überdruck wurde in der Berechnung als konstant angenommen. Die großen Deformationen der Schalung weisen bereits darauf hin, daß Schalungen dieser Größenordnung nur bei geeigneter Druckerhöhung während der Baumaßnahme oder anderen Versteifungsmaßnahmen baubar sind. $a=100$ m, $h_0=10$ m, $d=10$ cm, $p_i=3,5$ kN/m², $f_{cc}=0$. Membranwerkstoff mit isotropem, linear elastischem Werkstoffgesetz. — — — Ausgangsform der Schalung, Belastung durch inneren Überdruck ——— Form der Schalung unter der aktuellen Betonauflast
Aus Darstellungsgründen wurde die Dicke der Betonauflast verzerrt.

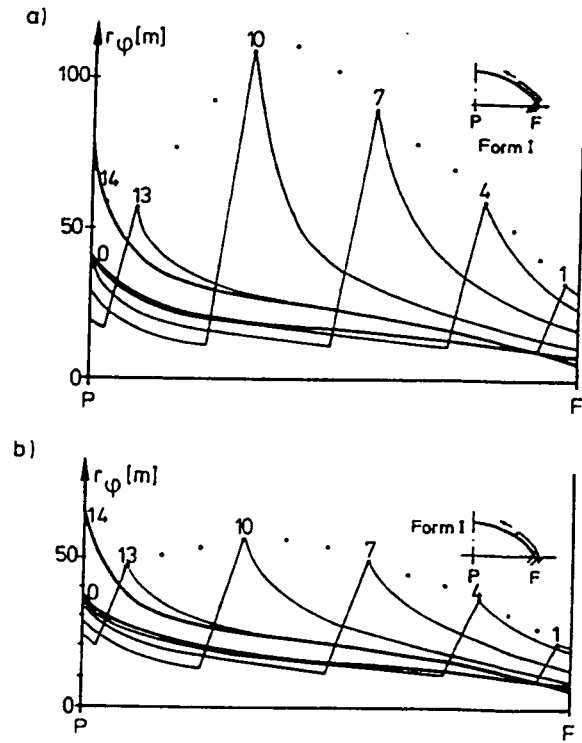


Abb.4-26: Verlauf der Meridiankrümmungsradien während des Betoniervorgangs (vom Fundament aus beginnend) in Abhängigkeit vom inneren Überdruck der Schalung /59/. $a=16$ m, $h_0=1$ m, $d=10$ cm, $f_{cc}=0$.
a.) $p_i=3,5$ kN/m²
b.) $p_i=4,0$ kN/m²

Wie zu erwarten werden die insgesamt auftretenden Deformationen der Schalung während des Betoniervorgangs kleiner, wenn ein höherer innerer Überdruck gewählt wird, Abb.4-26.

Die Art und Weise, in der der Verlauf der Schalungsdeformationen während des Betoniervorgangs durch einen höheren inneren Überdruck beeinflusst wird, ist zusätzlich abhängig von der Schalungsform. Die in Abb.4-27 dargestellten Ergebnisse stellen sich ein, wenn vom Fundament aus beginnend betoniert wird: Bei flachen Schalungen befindet sich der Beton während des gesamten Betoniervorgangs im Zustand biaxialer Stauchung. Eine Erhöhung des inneren Überdrucks verkleinert die auftretenden Stauchungen /59/ sowohl in Ring- wie auch in Meridianrichtung. Bei steileren Schalungen treten während des Betoniervorgangs im allgemeinen Zugdehnungen im Beton auf. Bei am Fundament beginnenden Betonierarbeiten treten diese Zugdehnungen in Ringrichtung auf. Ihr Betrag kann durch eine Erhöhung des inneren Überdrucks reduziert werden. Gleichzeitig werden dabei allerdings die maximalen auftretenden Druckstauchungen in Ringrichtung vergrößert. Beginnen bei den steileren Schalungen die Betonierarbeiten am Pol, so treten betragsmäßig kleine Zugdehnungen im Beton in Meridianrichtung auf.

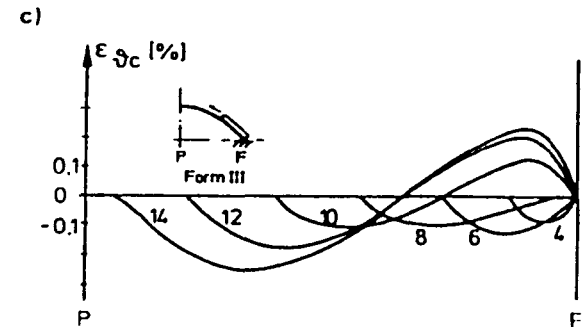
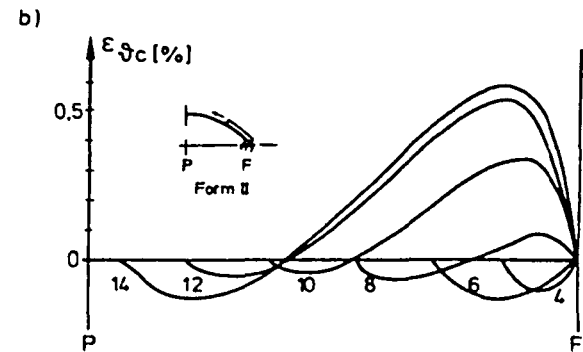
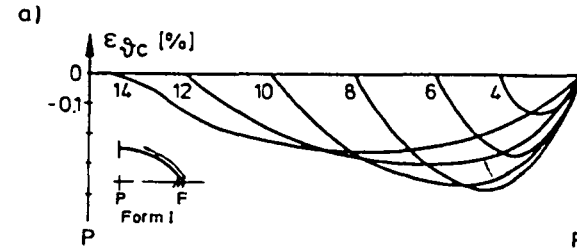


Abb.4-27: Verlauf der Ringdehnungen im Beton während einzelner Betonierphasen sowie die Abhängigkeit dieser Ringdehnungen von der Schalungsform und vom inneren Überdruck. /59/. $a=16$ m, $d=10$ cm, $f_{cc}=0$.

- a.) $h_0=1$ m, $p_i=3,5$ kN/m²
- b.) $h_0=3$ m, $p_i=5,0$ kN/m²
- c.) $h_0=3$ m, $p_i=8,0$ kN/m²

Es interessiert jetzt, wie die Parameter Schalenform, innerer Überdruck und die Betonierrichtung mit den auftretenden Maximaldeformationen des Betons zusammenhängen. Für zwei Schalen mit 16m Durchmesser sind die Zusammenhänge in Abb.4-28 dargestellt. Das Diagramm erlaubt einen schnellen Überblick über für den Entwurf wichtige Zusammenhänge.

Bei Schalungen mit großen Spannweiten wird infolge der großen Krümmungsradien der Schalungsmembrane der mögliche innere Überdruck im Verhältnis zur Betonauflast sehr klein. Dadurch bedingt werden die auftretenden Maximaldeformationen des Betons sehr groß. Dies, und vor allem die sehr langen Betonierzeiten, verlangt eine dementsprechend abgestimmte Betonrezeptur. Abb.4-29 stellt Ergebnisse einer kleinen Studie für eine Schale mit 100 m Spannweite dar. Der Einfluß verschiedener Betonierrichtungen ist zu erkennen.

Der am einzelnen (Membran-)Element einer Schalung angreifende, die Betonauflast repräsentierende Lastvektor und der am Membranelement wirkende Innendruckvektor sind, von der Ausnahme der ebenen, horizontalen Membranbereiche sowie ganz speziellen Ausnahmen bei den mit Flüssigkeit gefüllten Schalungen abgesehen, in keinem Fall richtungsgleich. Das bedeutet (vgl. Kap.3), daß sich unter einer Betonauflast stets eine andere Schalungsgeometrie als unter alleiniger Innendruckbelastung einstellt. Die Veränderungen der Schalungsform sowie die Größenordnungen der auftretenden Deformationen sind zum Teil beträchtlich: Abb.4-30 gibt als Beispiel einen Überblick über die auf die Polhöhe der Membrane im spannungslosen Zustand h_0 bezogene aktuelle Polhöhe für verschiedene Schalungsformen in Abhängigkeit vom inneren Überdruck für den Fall, daß der innere Überdruck in der Schalung konstant gehalten wird.

Die sich unter der Betonauflast einstellende Schalungsform ist natürlich auch von der Ausgangsform der Schalung abhängig, Abb.4-31.

Die zwischen Betonschale und Schalungsmembrane erforderliche Reibung

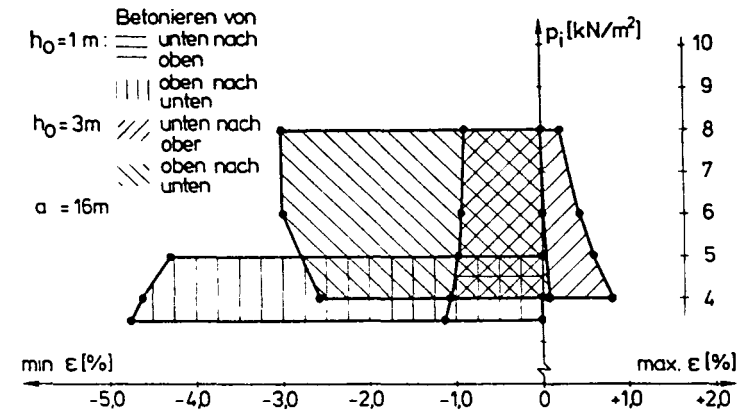


Abb.4-28: Während der Betonierarbeiten auftretende Maximaldeformationen des Betons, dargestellt für zwei verschiedene Schalungsformen. $d=10 \text{ cm}$, $f_{cc}=0$.

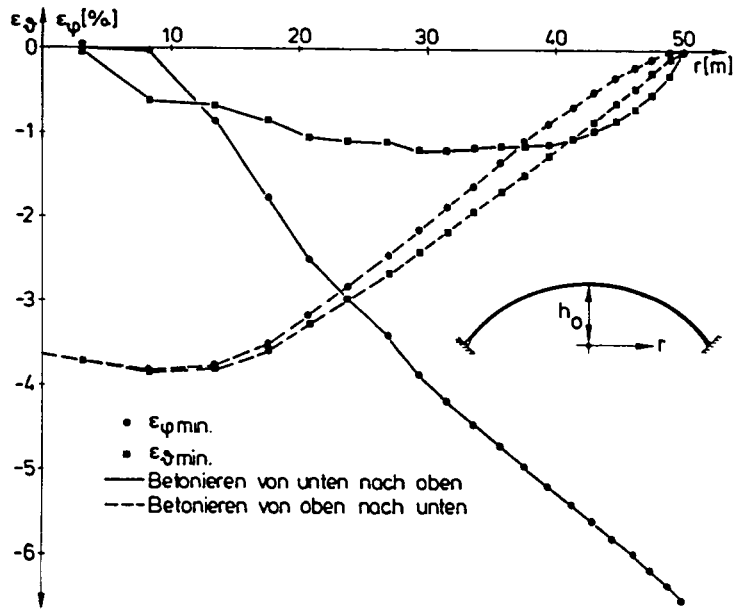


Abb.4-29: Die maximalen im Beton während dem Betonieren auftretenden Dehnungen in Abhängigkeit von der Betonierrichtung. $a=100 \text{ m}$, $h_0=10 \text{ m}$, $d=10 \text{ cm}$, $p_i=3,5 \text{ kN/m}^2$, $f_{cc}=0$, Membrane mit isotropen Werkstoffigenschaften.

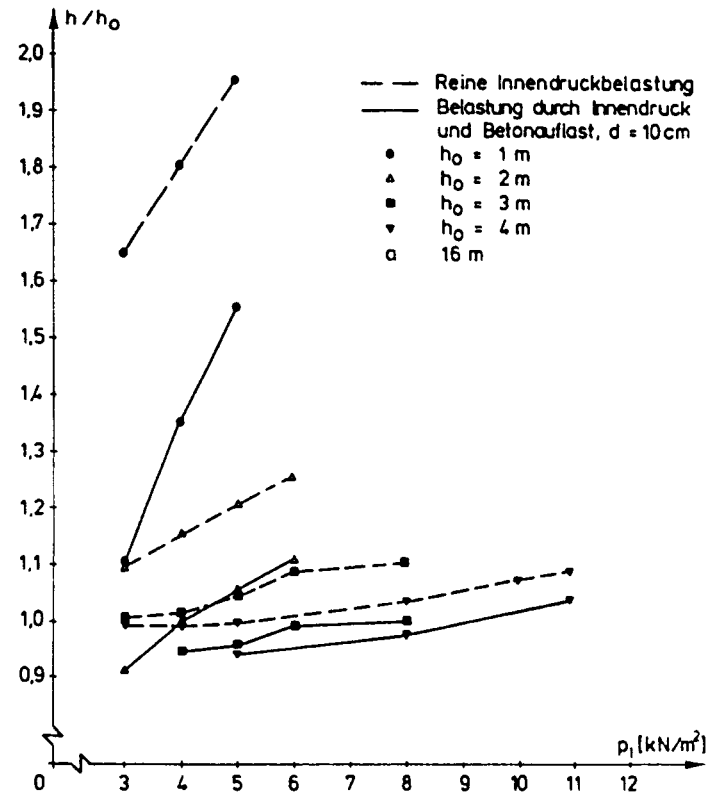


Abb.4-30: Gegenüberstellung der bezogenen Polverschiebungen unter Innendruck sowie unter Innendruck und Betonauflast für verschiedene Schalungsformen in Abhängigkeit vom inneren Überdruck. $a=16 \text{ m}$, $d=10 \text{ cm}$, $f_{cc}=0$.

kann bei flachen Schalungen durch eine geeignete Betonrezeptur gewährleistet werden, siehe Kap.4.2.3. Bei steileren Schalen werden teilweise Maßnahmen, die ein Abrutschen des Betons verhindern, erforderlich. Abb.4-32.

Falls während der gesamten Betonierarbeiten isobare Verhältnisse im Schalungsinneren herrschen sollen, müssen während des Betoniervorgangs zum Teil erhebliche Luftvolumina aus der Schalung ausströmen. Dies muß stets innerhalb derjenigen Zeitspanne geschehen, die durch die Betoniergeschwindigkeit vorgegeben ist. Die Drucksteuerungsanlage ist deshalb auch hierfür auszulegen. Abb.4-33 zeigt beispielhaft das aktuelle Volumen einer Schalung mit 100 m Spannweite in Abhängigkeit vom Betonierfortschritt und dem aktuell eingestellten inneren Überdruck.

In Abb.4-33 ist bereits die Möglichkeit angedeutet, während des Betoniervorgangs den inneren Überdruck in der Schalung zu erhöhen. Die Formabweichung der Betonschale von der nicht mit Beton belasteten Schalungsmembrane kann dadurch verringert werden.

Bei einer Erhöhung des inneren Überdrucks während der Betonierarbeiten müssen drei Aspekte beachtet werden:

- a.) Für eine Erhöhung des inneren Überdrucks während der Betonierarbeiten ist unter Umständen die Zuführung von Luft in die Schalung erforderlich. Diese Luftmengen müssen in der durch die Betoniergeschwindigkeit vorgegebenen Zeitspanne zugeführt werden können, das heißt die Drucksteuerungsanlage ist danach zu dimensionieren.
- b.) Die Erhöhung des inneren Überdrucks wird üblicherweise nach der maximal zulässigen Membrankraft in der Schalung ausgerichtet. Das bedeutet, daß der innere Überdruck nicht stetig, sondern je nach Schalungsform und Schalungsmembrane nur in Abhängigkeit vom aktuellen Betonierzustand erhöht werden kann.

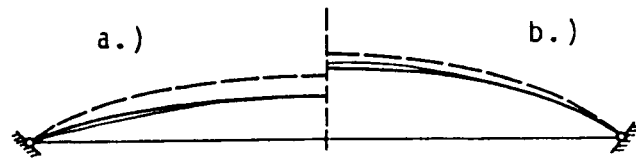


Abb.4-31: Meridianformen bei zwei verschiedenen Schalungen /59/.

$a=16$ m, $d=10$ cm, $p_i=3$ kN/m², $f_{CC}=0$.

a.) $h_0=1$ m

b.) $h_0=2$ m

— Kugelkalotte als Ausgangsgeometrie ($p_i=0$)

- - - Membrane unter innerem Überdruck

— Innendruck und Betonaufrost

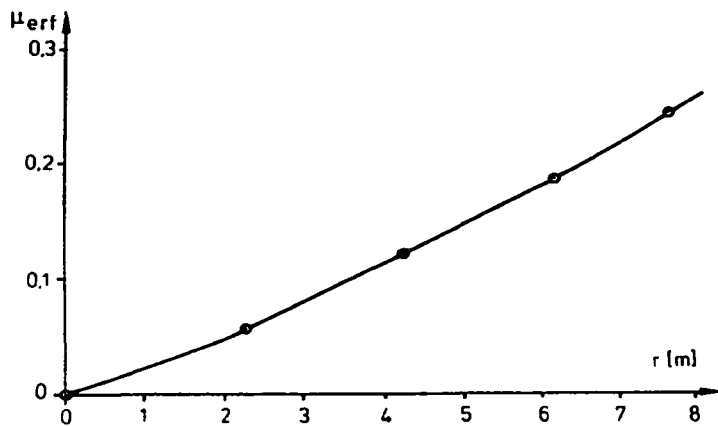


Abb.4-32: Der zwischen Schalungsmembrane und Beton maximal erforderliche Reibungsbeiwert in Abhängigkeit von r . $a=16$ m, $h_0=1$ m, $d=10$ cm, $p_i=3,5$ kN/m², $f_{CC}=0$. /59/.

c.) Bei einer Erhöhung des inneren Überdrucks ist im allgemeinen mit dem Auftreten von Zugdehnungen im Beton zu rechnen. Es ist deshalb sicherzustellen, daß bereits fertigbetonierte Teile der Schale durch eine derartige Maßnahme nicht geschädigt werden.

Der unter c.) genannte Aspekt leitet über auf diejenigen Fragestellungen, die mit einer Erhärtung des Betons während des Betoniervorgangs verbunden sind.

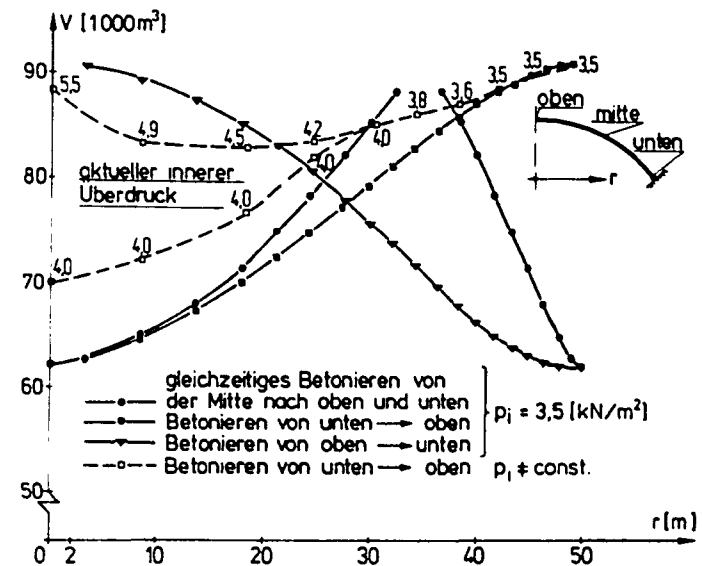


Abb.4-33: Das bei einer Schalung mit 100 m Spannweite vorhandene Innenvolumen in Abhängigkeit vom Betonierfortschritt und vom aktuell eingestellten inneren Überdruck. Zur Erhöhung der Anschaulichkeit wurden isotherme Verhältnisse vorausgesetzt. $a=100$ m, $h_0=10$ m, $d=10$ cm, $f_{CC}=0$. Membranmaterial mit isotropen Werkstoffeigenschaften.

4.4.4 Der Beton entwickelt bereits während der Betonierarbeiten eine mittragende Wirkung

Eine Erhärtung des Betons während des Betoniervorgangs

- kann absichtlich zugelassen werden, um die Deformationen des Gesamtsystems während der Betonierarbeiten zu verkleinern
- läßt sich bei sehr großen zu betonierenden Flächen häufig nicht umgehen.

Falls der Beton noch während der Betonierarbeiten seine mechanischen Eigenschaften verändert, werden alle bisher untersuchten Deformationen beziehungsweise Beanspruchungen der Schalung und des Betons Funktionen

- der Betoniergeschwindigkeit
- der zeitlichen Entwicklung der mechanischen Eigenschaften des Betons

Durch die versteifende Wirkung des sich verfestigenden Betons werden die Deformationen der Schalung infolge der wandernden Betonierstelle reduziert. Abb.4-34 zeigt beispielhaft den Einfluß einer sich entwickelnden Betonfestigkeit auf die im Beton während einzelner Betonierzustände vorhandenen Dehnungen im Vergleich zu einem Beton mit $f_{CC}=0$.

Die rechnerisch erforderlichen Reibungsbeiwerte zwischen Beton und Schalungsmembrane werden im Fall der vorhandenen Betonverfestigung manchmal negativ. Dies ist darauf zurückzuführen, daß

- die Wirkungsrichtung der zu übertragenden Reibungskraft sich geändert hat
- die Schalungsmembrane sich von der Betonschale lösen will.

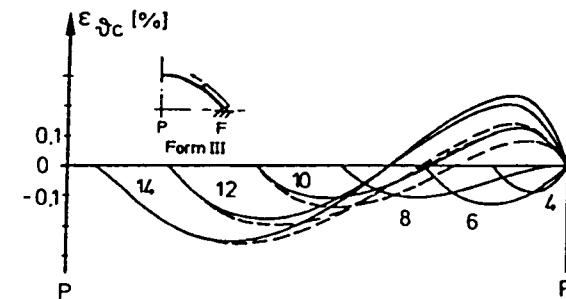


Abb.4-34: Verlauf der Dehnungen im Beton in Ringrichtung während einzelner Betonierphasen. /59/. $a=16$ m, $h_0=3$ m, $d=10$ cm, $p_i=8$ kN/m².
 ——— $f_{CC}=0$
 - - - Verfestigung des Betons während der Betonierarbeiten

Der mit fortschreitendem Betonalter zunehmenden Tragfähigkeit der Betonschale stehen gleichzeitig abnehmende Bruchdehnungen des Betons gegenüber. Insbesondere bei großen Schalungen werden durch diesen Effekt die Grenzen des Baubaren festgelegt.

Für eine Schale mit 100m Durchmesser wurde hierzu eine kleine Studie durchgeführt. Dabei wurde eine zeitliche Entwicklung der Betondruckfestigkeit von

$$f_{cc} = (t^{0.95} - 2)^2 \cdot 0.1 \text{ [N/mm}^2\text{]} \quad (t \text{ in Stunden}) \quad (4.52)$$

angenommen. Die gesamte Schalendicke von 10 cm sollte in einem Arbeitsgang aufgetragen werden. Die Betonierstellen arbeiteten gleichzeitig von oben und unten. Die Betonierzeit betrug 4,5 Stunden im ersten, 7,2 Stunden im zweiten Beispiel. In einem dritten Beispiel wurde, von der Mitte ausgehend, in 7,2 Stunden betoniert. In allen drei Fällen zeigte sich, daß die einsetzende Betonverfestigung zwar die durch den Betoniervorgang bedingten Deformationen der Schalung reduziert, die aktuell zulässigen Dehnungen des Betons nehmen aber so weit abnehmen, daß sie unter den tatsächlich auftretenden Deformationen liegen: Für die Schalen konnte kein Betonierplan entwickelt werden, bei dem nicht

- eine Überbeanspruchung des Betons und/oder
- ein Gleiten Beton-Schalungsmembrane und/oder
- ein Abheben der Schalungsmembrane von der Betonschale

eintrat.

Eine Schale derartiger Größenordnung läßt sich also offensichtlich nur dann herstellen, wenn

- durch Einsatz von Verzögerern die Entwicklung einer meßbaren Betondruckfestigkeit auf den Zeitpunkt nach dem Betonierende verschoben wird.

- zu dem Zeitpunkt, an dem die kritischen Belastungen des Betons auftreten, die Betonierarbeiten solange unterbrochen werden, bis der Beton eine ausreichende Festigkeit erreicht hat (Einfluß auf die Schalenform!).
- Maßnahmen vorgenommen werden, die die Schalungsmembrane versteifen.

Eine derartige Versteifung der Hülle kann, soll von

- Gewebeaufdopplungen und gleichzeitiger Erhöhung des inneren Überdrucks
- dem Einziehen von Seilen
- dem Aufbringen von Kunststoffen, insbesondere von Kunststoffschäumen

abgesehen werden, am einfachsten durch schichtweises Aufbringen des Betons (Torkretieren) erfolgen. Große Schalen können aber auch mit dem Torkretierverfahren nur bei präziser Abstimmung von Betoniergeschwindigkeit, Innendrucksteuerung und Betonrezeptur gebaut werden. Abb.4-35, 4-36.

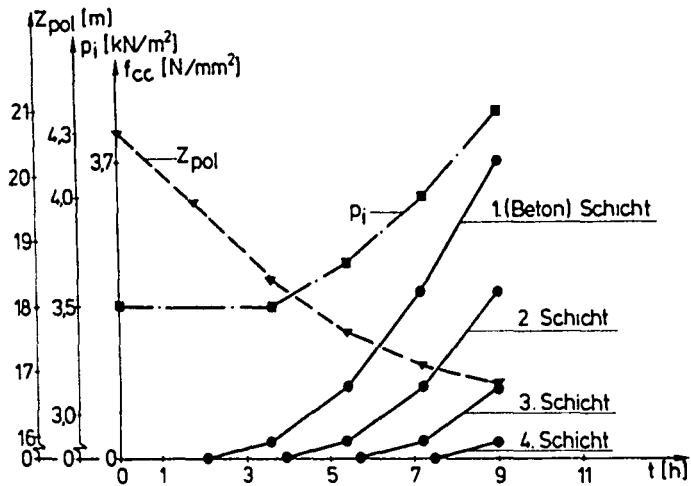


Abb.4-35: Herstellen einer Schale mit 100 m Spannweite durch Torkretieren in 5 einzelnen Schichten. Die Dauer der Torkretierarbeiten einer einzelnen Schicht wurde mit 1.8 Stunden angenommen, die Betonierarbeiten dauerten also insgesamt 9 Stunden. Die Abbildung zeigt die Absenkung des Pols der Schalung, trotz mehrfachem Erhöhen des inneren Überdrucks. Weiterhin ist die zeitliche Entwicklung der aktuellen Betondruckfestigkeit in den einzelnen Betonschichten dargestellt. Zugrundegelegte Zeitabhängigkeit der Betondruckfestigkeit: $f_{cc} = (t^{0.95} - 2)^2 \cdot 0.1 \text{ N/mm}^2$
Die Schalungsmembrane besitzt isotrope Werkstoffeigenschaften.
 $a=100 \text{ m}, h_0=20.70 \text{ m}, d=10 \text{ cm}$

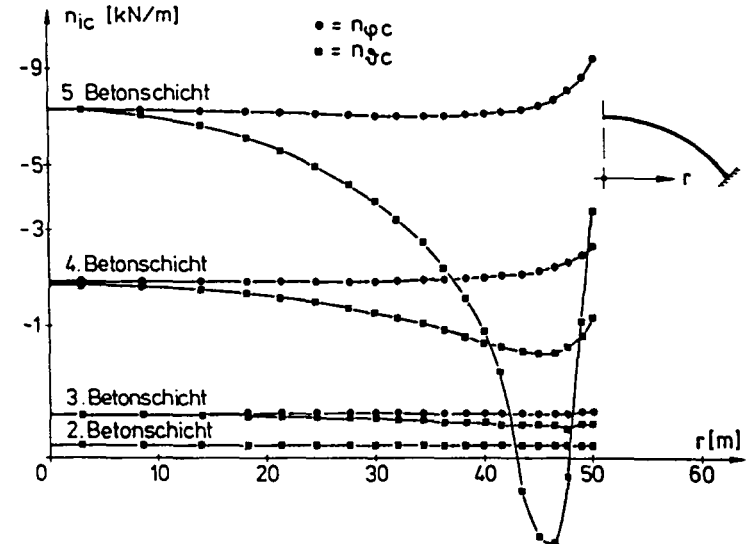


Abb.4-36: Herstellen einer Schale mit 100 m Spannweite durch Torkretieren in 5 einzelnen Schichten: Die im Beton wirkenden Membrankräfte nach Fertigstellung der einzelnen Betonschichten. Es ist deutlich zu erkennen, wie im äußeren Schalenbereich die Ringdruckkräfte im Beton mit zunehmender Betonauflast gegenüber den zugehörigen Meridiantdruckkräften kleiner werden und wie sie schließlich in Ringzugkräfte umschlagen. Zugrundegelegte Materialgesetze: Siehe Abb.4-35.

4.5 Nach Abschluß der Betonierarbeiten: Einfluß einer Änderung des inneren Überdrucks

Die Ursachen für Änderungen des inneren Überdrucks der Schalung nach Abschluß der Betonierarbeiten können in zwei Gruppen eingeteilt werden:

- a.) Planmäßig herbeigeführte Druckänderungen. Sie erfolgen, um zum Beispiel:
 - durch ein Absenken des inneren Überdrucks die Betonschale während der Erhärtungsphase des Betons "auf Druck" vorzuspannen
 - durch Erhöhen des inneren Überdrucks die Steifigkeit der Schalung gegenüber äußeren Lasten, wie zum Beispiel Wind, zu erhöhen

- b.) Unplanmäßig auftretende Druckänderungen. Mögliche Ursachen hierfür sind zum Beispiel:
 - Änderungen des atmosphärischen Luftdrucks (siehe Kap.4.6)
 - Regelungsungenauigkeiten der den inneren Überdruck der Schalung steuernden Drucksteuerungseinrichtung
 - Temperaturänderungen (siehe Kap.4.6)

Es soll in der folgenden Untersuchung davon ausgegangen werden, daß die Betonierarbeiten abgeschlossen wurden während sich der Beton noch in der Phase des Frischbetons befand, und daß die erforderliche Reibung zwischen Beton und Schalungsmembrane stets kleiner ist als die vorhandene Reibung. Bis zum Zeitpunkt der Änderung des inneren Überdrucks ist der Beton also als spannungsfrei anzusehen.

Eine Änderung des inneren Überdrucks ist stets mit einer Verformung der Schalung, also auch mit einer Deformation des Betons verbunden. Nach Erreichen der Festbetonphase ist der Beton mit zunehmender Zeit immer mehr in der Lage, Kräfte aufzunehmen. Die jeweilige Änderung der Schalungsform infolge einer Änderung des inneren Überdrucks ist damit eine Funktion der Zeit.

Zwar nehmen, wie in Kap.4.2.1 geschildert, die Bruchfestigkeiten des Betons mit zunehmendem Alter stetig zu, die Bruchdehnungen erreichen allerdings in einer bestimmten Zeitspanne ein Minimum. Wenn Ribbildung oder andere Gefügestörungen des Betons vermieden werden sollen ist also zu erwarten, daß, für eine gegebene Schalung, die Höhe einer zulässigen Innendruckänderung eine Funktion der Zeit und damit der aktuellen Betondruckfestigkeit ist.

Da die infolge einer Änderung des inneren Überdrucks eintretenden Verformungen des Betons von einer Vielzahl von Parametern, wie zum Beispiel der verwendeten Schalungsmembrane oder der Schalenform, abhängen, ist die zulässige Innendruckänderung für jede Schale neu zu ermitteln.

Eine Schalung mit 16 m Spannweite und $h_0=3$ m soll als Beispiel dienen: Abb.4-37 zeigt die maximalen im Beton auftretenden Dehnungen infolge einer Änderung des inneren Überdrucks in Abhängigkeit von der aktuellen Betondruckfestigkeit. Da die in Abb.4-37 als Kurve "A" bezeichnete, von Byfors /111/ ermittelte Abhängigkeit der Zugbruchdehnung von der aktuellen Betondruckfestigkeit mit den von anderen Forschern veröffentlichten Werten wesentlich besser übereinstimmt (insbesondere für $f_{ct} < 0,5 \text{ N/mm}^2$) als die von Kasai /117/ ermittelte Kurve "C", sollte sie als Bruchkriterium für Beton auf Zug herangezogen werden. Damit wird aber deutlich, daß einer Erhöhung des inneren Überdruckes, insbesondere im Bereich noch niedriger Betondruckfestigkeiten, enge Grenzen gesetzt sind. Von einer Erhöhung des inneren Überdrucks nach Abschluß der Betonierarbeiten mit dem Ziel, die Gesamtsteifigkeit der Schalung zu erhöhen, muß also abgesehen werden falls nicht ein - bei großen Schalen kritisch zu bewertendes - Nachverdichten des Betons erfolgen soll. Aus der Empfindlichkeit der hier als Beispiel diskutierten Schale gegenüber einer Druckerhöhung läßt sich weiterhin ableiten, daß die Regelungsgenauigkeit der Drucksteuerungseinrichtung deutlich besser als 1 % sein sollte. Dies ist technisch möglich. Eine vom Autor entwickelte, in Abb.4-40 dargestellte Drucksteuerungseinrichtung für

eine Schale vergleichbarer Größenordnung besitzt eine Regelungsgenauigkeit von $\Delta p_i \pm 2 \text{ }^0/\text{oo}$.

Gegenüber einer einmaligen Absenkung des inneren Überdrucks, zum Beispiel um die Qualität des Betons durch ein "Vorspannen" während der Erhärtungsphase zu verbessern /147/, reagiert die hier untersuchte Schale wesentlich unkritischer, zum Zeitpunkt $f_{cc}=0$ treten bei $\Delta p_i = -5,0 \text{ } \%$ beziehungsweise $\Delta p_i = -10,0 \text{ } \%$ überhaupt keine Zugdehnungen im Beton auf, so daß ein derartiger Schritt hier empfehlenswert erscheint.

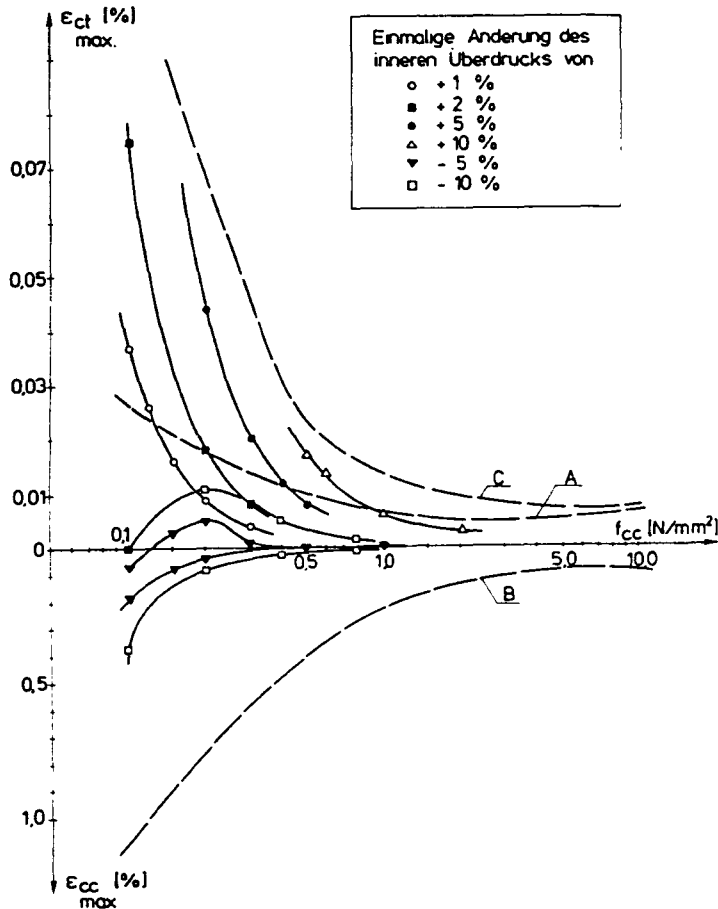
Abb.4-37: Einmalige Änderung des inneren Überdrucks: Vergleich der größten auftretenden Betondehnungen mit den vom Beton aktuell aufnehmbaren Dehnungen, dargestellt in Abhängigkeit von der aktuellen Betondruckfestigkeit für eine Schalung mit $a=16$ m, $h_0=3$ m, $d=10$ cm, $p_i=8,0 \text{ kN/m}^2$.

Kurve "A": Die von Byfors /111/ ermittelte Zugbruchdehnung für einen Beton mit $W/Z=0,4$, 5°C , hier dargestellt als Funktion der aktuellen Betondruckfestigkeit.

Kurve "B": Die von Byfors /111//118/ ermittelte Abhängigkeit der Druckbruchdehnung von der aktuellen Betondruckfestigkeit für Beton im jungen Alter.

Kurve "C": Von Kasai /111//117/ ermittelte zeitliche Abhängigkeit der Zugbruchdehnung, hier dargestellt als Funktion der aktuellen Betondruckfestigkeit, für einen Beton mit $W/Z=0,4$, 20°C .

4.6 Zur Notwendigkeit einer Steuerung des inneren Überdrucks nach Abschluß der Betonierarbeiten



In der bisherigen Darstellung wurde davon ausgegangen, daß in der pneumatisch gestützten Schalung nach Abschluß der Betonierarbeiten isobare Verhältnisse herrschen sollen. Hierzu ist die Installation einer Drucksteuerungseinrichtung erforderlich. Die Notwendigkeit einer derartigen Drucksteuerung wurde bereits mehrfach angedeutet. Sie wird im folgenden durch Betrachtung einer möglichen Temperaturdifferenz zwischen der Luft innerhalb der Schalung und der Umgebungsluft begründet. (Die Begründung könnte auch durch eine Betrachtung der Schwankungen des äußeren, atmosphärischen Luftdrucks erfolgen).

Die Schalung habe ein abgeschlossenes Volumen.

Mit Zuhilfenahme der allgemeinen Gaszustandsgleichung ergibt sich:

$$p_2 v_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 v_1 \quad (4.53)$$

mit p absoluter (innerer) Überdruck
 V Volumen der Schalung
 T absolute Temperatur im Inneren der Schalung
 Index 1: Ausgangszustand
 Index 2: Zustand nach Temperaturänderung

Der Term $p_2 v_2$ ist außerdem abhängig von

- der Schalenform
- den mechanischen Eigenschaften der Schalungsmembrane
- der Größe und Verteilung der Betonauflast
- der aktuellen Betondruckfestigkeit f_{cc}

Die infolge einer Temperaturänderung entstehende Änderung des inneren Überdrucks ist also für jede einzelne Schalung in Abhängigkeit von f_{cc} neu zu ermitteln.

An einer kleinen Schale mit 16 m Durchmesser werden die Zusammenhänge veranschaulicht: In Abb.4-38 ist zu erkennen, daß bereits geringfügige Erhöhungen der Innenlufttemperaturen zur Ribbildung und damit zur Schädigung der Betonschale führen. Die zulässige Erhöhung der Innenlufttemperatur nimmt zwar mit der laufend ansteigenden Betonfestigkeit zu, die zulässigen Temperaturänderungen liegen jedoch unterhalb tatsächlich auftretender, vom Autor gemessener Werte, Abb.4-39.

Die in Abb.4-39 dargestellten Messungen unterstützen auch die unter anderem in /52/ zitierte Vermutung, die Ribbildung bei den ersten von W.Neff auf einer pneumatisch gestützten Schalung hergestellten Betonschalen sei auch auf eine Änderung der in der Schalung herrschenden Temperatur und auf eine darauf ungenügend genau reagierende Drucksteuerungseinrichtung zurückzuführen.

Um eine Schädigung der Betonschale nach Abschluß der Betonierarbeiten zu vermeiden ist es also unumgänglich, eine Drucksteuerungseinrichtung vorzusehen.

In Abb.4-40 ist eine derartige, vom Autor entwickelte Einrichtung gezeigt.

Die von der Drucksteuerungseinrichtung zu gewährleistende Feinheit in der Regulierung des inneren Überdrucks wurde in Kap.4.5 untersucht. Die dort dargestellten zulässigen Änderungen des inneren Überdrucks lassen noch weitere grundlegende Rückschlüsse für die Bemessung der Druckluftsteuerung zu. Bei der Dimensionierung der die Druckluft erzeugenden Aggregate sowie der Drucksteuerungsventile muß auch ein Vergleich der Schwankungen des atmosphärischen Drucks (und der damit verbundenen Schwankungen des inneren Überdrucks) mit den zulässigen Schwankungen des inneren Überdrucks angestellt werden:

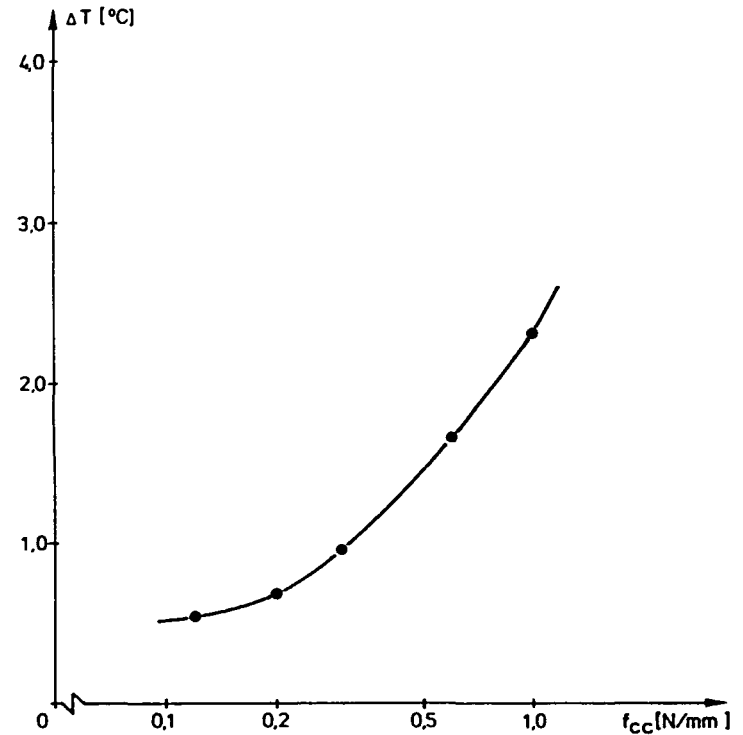


Abb.4-38: Der für das Hervorrufen von Rissen im Beton erforderliche Temperaturanstieg der Luft im Inneren der Schalung in Abhängigkeit von der aktuellen Betondruckfestigkeit. Kugelkalottenschalung, $a=16$ m, $h_0=3$ m, $d=10$ cm.

Ausgangstemperatur: $T=28^{\circ}\text{C}$, zugehöriger innerer Überdruck $p_i=8.0$ kN/m². Zugrundegelegte Abhängigkeit der Zugbruchdehnung von der aktuellen Betondruckfestigkeit: Die von Byfors ermittelte und in Abb.4.2-5 dargestellte Beziehung.

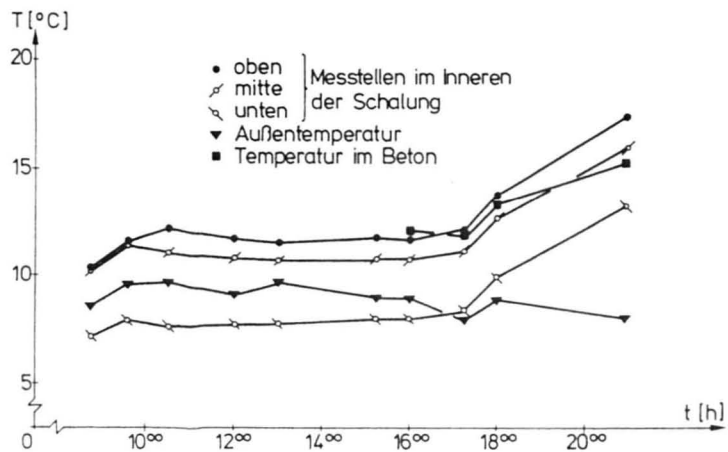


Abb.4-39: Außentemperatur, Temperaturen im Inneren der Schalung sowie Temperatur im Beton in Abhängigkeit von der Zeit. Bauwerk: Das in Kap.2.2 beschriebene Regenüberlaufbecken. Die Messungen erfolgten am 27.3.1985. Wetter: Bedeckt, windig, am Abend kurze Schauer.

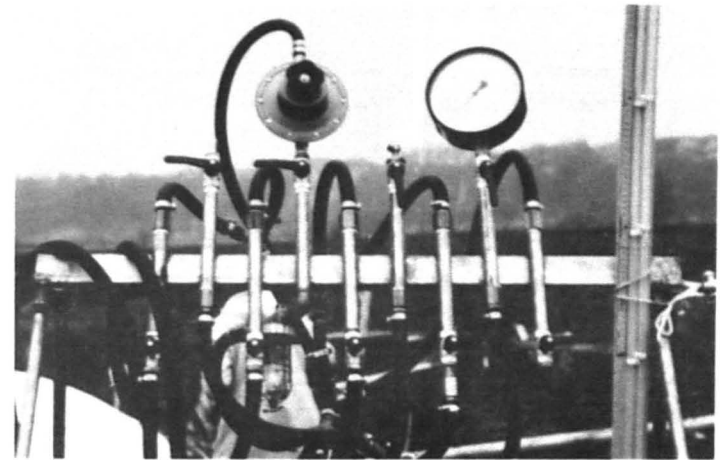


Abb.4-40: Vom Autor entwickelte Drucksteuerungseinrichtung hoher Regelungsgenauigkeit für kleinere pneumatisch gestützte Schalungen.

Es werden drei verschiedene Typen von Schwankungen des atmosphärischen Drucks unterschieden /135/:

- Jahreszeitliche Schwankungen. Sie sind für die vorliegende Problemstellung nicht von Interesse.
- Regelmäßige tägliche Schwankungen. Sie betragen in gemäßigten Zonen 0.5-1.0 mbar /135//136/, wobei täglich zwei Minima und zwei Maxima auftreten.
- Unregelmäßige Schwankungen. Sie betragen oft 10-20 mbar /136/ innerhalb weniger Stunden, in den Tropen sind Druckschwankungen von 25 mbar innerhalb einer Stunde beobachtet worden /137/.

Unter den Annahmen, daß:

- die pneumatisch gestützte Schalung keine Leckstellen besitzt
- der atmosphärische Druck innerhalb einer Stunde von p_a um Δp_a fällt
- isotherme Verhältnisse herrschen

ergibt sich die in einer Stunde von den Drucksteuerungsventilen abzugebende Luftmenge zu:

$$\Delta v = v_1 \left(\frac{p_a \cdot p_i}{p_a - \Delta p_a \cdot p_i + \Delta p_{zul}} - 1 \right) \left(\frac{p_a - \Delta p_a + p_i}{p_a - \Delta p_a} \right) \quad (4.54)$$

Diese Luftmenge steht unter dem atmosphärischen Druck.

In (4.54) sind:

v_1 : Ausgangsvolumen der Schalung in m^3

p_i : innerer Überdruck der Schalung in kN/m^2

Δp_{zul} : zulässiger zusätzlicher innerer Überdruck der Schalung in kN/m^2

Bei der Ermittlung der von den Druckluftaggregaten nachzuführenden Luftmenge infolge einer Erhöhung des atmosphärischen Luftdrucks kann analog vorgegangen werden.

5 Zusammenfassung und Anregungen für weitere Arbeiten

In der vorliegenden Arbeit wird die Herstellung von dünnen Betonschalen mittels pneumatisch gestützter Schalungen im Hinblick auf Entwurf, Konstruktion und Bauausführung untersucht.

Am Beginn der Arbeit steht eine Sammlung von Projekten, Versuchsbauten und Hauptausführungen. Sie zeigt den Stand der Baukunst auf diesem Gebiet auf und weist auf noch offene Fragestellungen hin. Letztere werden in zwei Gruppen eingeteilt: Fragen zum Entwurf und Fragen zur Bauausführung.

Beim Entwurf von Betonschalen, die auf einer pneumatisch gestützten Schalung hergestellt werden sollen, muß einerseits die pneumatische Bildbarkeit der Schalungsmembrane gewährleistet sein, andererseits muß auch das Tragverhalten der damit hergestellten Betonschale bestimmten Anforderungen genügen. Die Diskussion dieser Fragen gelingt bei rotationssymmetrischen Tragwerken - mit pneumatisch gestützten Schalungen wurden bisher nahezu ausschließlich Rotationsschalen gebaut - relativ einfach. In der vorliegenden Arbeit wird zusätzlich die Erweiterung auf "freie" Schalenformen vorgenommen. Diese Erweiterung bezieht sich auf die Untersuchung geeigneter Entwurfsmethoden, die Herleitung geeigneter Algorithmen zur Formfindung sowie die Formulierung eines Algorithmus zur Untersuchung der pneumatischen Bildbarkeit einer beliebigen, vorgegebenen Fläche. Damit sind alle Hilfsmittel für den Entwurf zukünftiger Betonschalen, die auf einer pneumatisch gestützten Schalung hergestellt werden sollen, bereitgestellt.

Im Rahmen der Untersuchungen zur Findung geeigneter (Betonschalen-) Formen wird die bisher häufig vertretene Auffassung: "Eine - hinreichend flache - pneumatisch aufgespannte, zugbeanspruchte Membrane steht beim Wechsel von Innendruck- zu Eigengewichtsbelastung unter einer ausschließlichen Druckbeanspruchung" widerlegt. Es wird in diesem Zusammenhang gezeigt, daß der bei der Formfindung vorlie-

gende Spannungszustand sich im Tragwerk nur dann einstellen kann, wenn

- eine Kompensation durchgeführt wird
- am Bauwerk auch die bei der Formfindung vorliegenden Kraftrandbedingungen eingestellt werden.

Im Membranbau stellt dies kein Problem dar, im Betonschalenbau ergeben sich aber insbesondere wegen der letztgenannten Forderung erhebliche Schwierigkeiten. Zumindest für Betonschalen mit - auch nur bereichsweise - kontinuierlicher Randstützung erscheint die Weiterentwicklung bisher angewandter Formfindungsmethoden deshalb als notwendig.

Zur Untersuchung bautechnischer Probleme werden alle relevanten Materialeigenschaften zusammengestellt. Hierzu gehören die mechanischen Eigenschaften von Beton in den ersten Stunden nach dem Anmachen, Aussagen zur Reibung zwischen Beton und einer gespannten Schalungsmembrane, Aussagen zum Einfluß von Erschütterungen auf den Verbund Beton-Stahl sowie das Bereitstellen von Daten über Schalungsmembranen. Zusammen mit einem für die Arbeit entwickelten Rechenprogramm wird anschließend der Bauvorgang an rotationssymmetrischen Schalungen unter rotationssymmetrischer Belastung simuliert. Der Einfluß einer Betonverfestigung während der Bauarbeiten, der Einfluß der Schalenform, Fragen der Drucksteuerung und das damit verwandte Problem von Temperaturschwankungen im Inneren der Schalung werden näher diskutiert.

Weist man dem Beton während der Betonierarbeiten keine Festigkeit und damit keine "mittragende Wirkung" zu, so liefert die Rechnung die größtmöglichen Werte der Deformationen der Schalung - und damit auf der sicheren Seite liegende Werte. Es wird gezeigt, wie und in welchen Grenzen man diese Deformationen durch den Entwurf der Schalungsform, durch die Steuerung des inneren Überdrucks und durch den Betoniervorgang beeinflussen kann. Weiterhin wird anhand von Beispielen gezeigt, wie der Schalung, je nach Art der Drucksteuerung, teilweise erhebliche Luftvolumina während der Bauarbeiten zu-

abgeführt werden müssen. Hieraus ergeben sich Vorgaben für die Dimensionierung der Drucksteuerungsanlage.

Berücksichtigung der sich zeitlich entwickelnden Betonfestigkeit: Zwar verringert jetzt der aufgebrachte Beton durch seine "mittragende Wirkung" die Deformationen der Schalung, der zeitlichen Zunahme der Betonfestigkeit steht jedoch eine gleichzeitige Abnahme der Betonbruchdehnungen gegenüber. Es gelingt gerade bei Schalen mit großen Spannweiten kaum noch, die dadurch beschriebene Schranke durch eine geeignete Schalenform, eine geeignete Steuerung von innerem Überdruck, Betonierfortgang sowie einer geeigneten Betonmischung einzuhalten. Es werden deshalb zusätzliche Maßnahmen zur Versteifung der Schalung erforderlich. Hierzu wird eine Reihe von Möglichkeiten aufgezeigt. Die schrittweise Versteifung der Schalung durch Aufbringen des Betons in einzelnen Lagen (Torkretieren) gehört beispielsweise hierzu.

Die Ursachen für Schwankungen des inneren Überdrucks in der Schalung nach Abschluß der Betonierarbeiten liegen nicht nur bei den druckerzeugenden Aggregaten oder eventuell vorhandenen Leckagen, sondern auch in Schwankungen des atmosphärischen Luftdrucks sowie in Temperaturschwankungen. Es wird gezeigt, daß eine Regelung des inneren Überdrucks in der Schalung zwingend erforderlich ist. Die zulässigen Schwankungen werden an Beispielen mit der zeitlichen Entwicklung der Betonfestigkeit verknüpft. Damit ist ein Weg zur Dimensionierung der Drucksteuerungsanlage aufgezeigt.

6 Literaturverzeichnis

- /1/ Schlaich, J.: Haben Betonschalen eine Zukunft?
Beton(1982), H.9, S.327-332.
- /2/ Wierig, H.-J.: Eigenschaften von "grünem jungem "
Beton. Beton(1968), H.3, S.94-101.
- /3/ Kasai, Y.: Initial strength of concrete.
Japan Cement Engineering Association, 15th General
Meeting(1961), p.p.188-198.
- /4/ Wierig, G.: Frischbeton und Bauwerksqualität.
Beton(1983), H.5, S.175-179.
- /5/ Plank, A.G.: Über das Verformungsverhalten jungen
Zementmörtels bei Druckbeanspruchung.
Betonstein-Zeitung(1971), H.12, S.741-751.
- /6/ Specht, M.: Die Belastung von Schalung und Rüstung
durch Frischbeton. Düsseldorf: Werner-Verlag (1973).
- /7/ Mamillan, M.: Die mechanischen Eigenschaften
des Frischbetons für Fertigteile.
Betonstein-Zeitung(1963), H.11, S.558-563.
- /8/ Halasz, R.: Industrialisierung der Bautechnik.
Düsseldorf: Werner-Verlag (1966).
- /9/ Plank, A.: Untersuchungen über die Auswirkungen
von Druckverformungen an jungen Zementmörteln.
Dissertation TU Berlin(1968).
- /10/ Specht, M.: Druck des Frischbetons gegen eine
geneigte Boden-oder Wandschalung.
Beton und Stahlbetonbau(1975), H.11, S.273-278.
- /11/ Ritchie, A.G.B.: The triaxial testing of fresh
concrete. Magazine of concrete research, Vol.14,
No.40, March 1962, p.p.37-42.
- /12/ L'Hermite, R.: La vibration du beton frais.
Annales de l'Institut Technique du Batiment et
des travaux Publics, Nr.11, Feb.1948, p.p.3-17.

- /13/ Ertingshausen,H.:Über den Schalungsdruck von Frischbeton.Mitteilungen des Instituts für Baustoffkunde und Stahlbeton der TU Braunschweig (1965),H.5.
- /14/ Bonzel,J.,Schmidt,M.:Einfluss von Erschütterungen auf frischen und jungen Beton.Beton(1980), H.9,S.333-378.
- /15/ König,G.,Weigler,H.,Stüb,J.:Nachträgliche Verstärkung von Spannbetonbrücken im Koppelfugenbereich durch bewehrte Betonlaschen. Einbringen und Erhärten des Betons unter rollendem Verkehr. Forschung Strassenbau und Strassenverkehrstechnik (1983),H.378.
- /16/ Wierig,H.J.:Zur Frage der Theorie und Technologie des grünen Betons.Habilitationsschrift,Eigenverlag Institut für Baustoffkunde und Materialprüfwesen TU Hannover (1971),H.19.
- /17/ Krenkler,K.:Vorlesungen über"Chemie der Baustoffe"an der Universität Stuttgart. Vorlesungsmanuskript und eigene Aufzeichnungen, Stuttgart(1975).
- /18/ Desserich,G.:Der Einfluss dynamischer Beanspruchung während des Abbindeprozesses auf die Druckfestigkeit von Beton.Schweizerische Bauzeitung 96 (1978),H.32,S.594-598.
- /19/ Back,G.:Der Einfluss von Erschütterungen und ähnlicher Störungen auf Beton während seines Erstarrens und seiner anfänglichen Erhärtung. Die Bauwirtschaft(1981),H.11,S.278-281.
- /20/ Steinert,J.:Untersuchung des Einflusses von Erschütterungen auf die Festigkeit von Beton und den Verbund von Bewehrungsstahl und Beton biegebeanspruchter Stahlbetonbauteile. Tonindustrie Zeitung 99(1975),H.6,S.133-139.
- /21/ Paulmann,K.,Steinert,J.:Untersuchung des Einflusses von Erschütterungen auf die Festigkeit von Kiesbeton und auf den Verbund von Bewehrungsstahl und Beton.Schlussbericht zum Forschungsauftrag des Bundesministeriums für Raumordnung,Bauwesen und Städtebau.AZ//5-800 175-44.Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der Universität Braunschweig,Braunschweig(1979).
- /22/ Spies,K.:Konstruktives Entwerfen,von der Grundrissdisposition zum Tragwerk. Institut für Entwerfen und Konstruieren der Universität Stuttgart(1981).
- /23/ Bertram,E.:Ein Beitrag zum methodischen Entwerfen von Tragwerken.Dissertation Universität Stuttgart (1975).
- /24/ Isler,H.:Schalenbau - Tendenzen und Grenzen. SFB 64 Internationales Symposion,Arbeitsunterlagen 2,Stuttgart(1976).
- /25/ Hennicke,J.:Building with grid shells. SFB 64 Internationales Symposion, Arbeitsunterlagen 2.Stuttgart(1976).
- /26/ Schwenkel,D.:Mathmatisch-numerische Methoden zur Approximation und Abbildung der Systemgeometrie weitgespannter Flächentragwerke.Mitteilung 46 des SFB 64 der Universität Stuttgart(1978).
- /27/ Beck,W.:Höhenlinien von Membrantragwerken durch Moire-Technik.Diplomarbeit am Institut für Modellstatik der Universität Stuttgart(1979).
- /28/ Schek,H-J.:The force density method for form-finding and computation of general networks. Comp. math. appl. mech. eng.(cmae) 3 (1974).

- /29/ Gründig, L., Hangleiter, U., Schek, H.-J.:
Numerische Erzeugung von weitgespannten Netzen.
Internationales Symposium "Weitgespannte
Flächentragwerke", Arbeitsunterlagen 1,
Stuttgart(1976).
- /30/ Brinkmann, G.: Statische Berechnung von
gleichmaschige Netzen und Membranen auf
speziellen Flächen mit Hilfe der Vektoranalysis.
Mitteilung 42 des SFB 64 der Universität
Stuttgart(1976).
- /31/ Brinkmann, G.: Die optimierte flache Schale:
Formfindung, Tragverhalten und Stabilität.
Ingenieur-Archiv 47(1978), S.197-206,
Springer-Verlag.
- /32/ Argyris, J.H., Angelopoulos, T., Bichat, B.: A General
Method for the Shape Finding of Lightweight
Tension Structures. ISD-Bericht No.146, Universität
Stuttgart, Dez.1973.
- /33/ Haug, E.: Engineering Contributions to the Design
of Lightweight Structures via Numerical
Experiments. Proceedings of the 2nd international
Symposium Weitgespannte Flächentragwerke,
Stuttgart(1979).
- /34/ Haug, E., Oelbermann, J.: Numerische Ermittlung von
Minimalflächen. Symposium Minimalstrukturen
März(1977), R.Müller, Köln-Braunsfeld.
- /35/ Pucher, A.: Über den Spannungszustand in gekrümmten
Flächen. Beton und Eisen(1934), H.33, S.298-304.
- /36/ Pucher, A.: Die Berechnung von doppelt gekrümmten
Schalen mittels Differenzgleichungen.
Der Bauingenieur 18(1937), H.9/10, S.118-123.
- /37/ Sauer, R.: Ingenieur-Mathematik., 3. Auflage, Band1:
Differential- und Integralrechnung.,
Berlin-Göttingen-Heidelberg, :Springer(1964).
- /38/ Wierig, H.-J.: Einige Beziehungen zwischen den
Eigenschaften von "grünen" und "jungen" Betonen
und denen des Festbetons. Beton(1971), H.11, S.445-
490.
- /39/ Wierig, H.-J.: Betone hoher Frühfestigkeit.
Zement und Boden(1973), H.72, S.1-7.
- /40/ Kral, S., Becker, F.: Zur Entwicklung mechanischer
Betoneigenschaften im Frühstadium der Erhärtung.
Beton(1976), H.9, S.315-320.
- /41/ Dahms, J.: Einfluss der Eigenfeuchtigkeit auf die
Druckfestigkeit des Betons. Beton(1968), H.9,
S.361-365.
- /42/ Paulmann, K., Steinert, J.: Untersuchung des
Einflusses von Erschütterungen auf die Festigkeit
von Kiesbeton und auf den Verbund von Bewehrungs-
stahl und Beton. Abschlussbericht zum Forschungs-
auftrag des Bundesministeriums für Raumordnung,
Bauwesen und Städtebau. AZ.: BII 5-8001 75-44,(1978).
- /43/ Kasai, Y., Okamura, K.: The initial tensile
strength of concrete. Japan Cement Engineering
Association, 22th General Meeting(1968),
p.p.172-177.
- /44/ Lawson, C.: Pneumatic formation of reinforced
concrete shells. Concrete(1977), april, p.p.18-21.
- /45/ N.N.: Bauen mit Luft, Gewebe und Beton. Beton(1978),
H.8, S.154.
- /46/ N.N.: Betonschale wurde "aufgepumpt". Beton(1982),
H.4, S.154.
- /47/ Godwin, M.: Malvern sportscenter - an architect's
adventure story. Concrete(1978), April, p.p.20-25.
- /48/ Herzog, T.: Pneumatische Konstruktionen. Stuttgart:
Gerd Hatje-Verlag(1976).
- /49/ N.N.: Aufblasbare Schalung für Stahlbetonkuppeln.
Bauplanung-Bautechnik 19(1965), H.6, S.310-311.

- /50/ Dent,R-N.:Principles of pneumatic architecture. The architectural press,London(1971).
- /51/ N.N.:Air structures.Department of environment, London(1971).
- /52/ Laichinger,H.:Auf einer pneumatischen Schalung hergestellte Schalentragwerke:Studie zur Entwicklung verschiedener Bauverfahren und Untersuchungen an ausgewählten Einzelformen. Diplomarbeit am Institut für Massivbau der Universität Stuttgart(1983).
- /53/ Sobek,W.:Untersuchungen zum Problem der Randausbildung mechanisch vorgespannter Membrankonstruktionen.Diplomarbeit am Institut für Massivbau der Universität Stuttgart, Betreuer:S.Greiner.
- /54/ Greiner,S.:Membrantragwerke aus dünnem Blech. Mitteilungen 64/1983 des Sonderforschungsbereichs 64 der Universität Stuttgart.Düsseldorf:Werner-Verlag (1983).
- /55/ Weisser,H-J.:Ein Beitrag zur Berechnung von Membrantragwerken mit viskoelastischem Werkstoffverhalten.Diplomarbeit am Institut für Massivbau der Universität Stuttgart(1983).
- /56/ Petersen,C.:Zur Sicherheit von Traglufthallen. Der Bauingenieur 50(1975),H.4,S.117-123.
- /57/ Girkmann,K.:Flächentragwerke:Einführung in die Elastostatik der Scheiben,Platten,Schalen und Falwerke.6.Aufl.Wien:Springer(1963).
- /58/ Losch,M.:Bestimmung der mechanischen Konstanten für einen zweidimensionalen,nichtlinearen, anisotropen,elastischen Stoff am Beispiel beschichteter Gewebe.Dissertation Universität Stuttgart(1971).
- /59/ Wagner,U.:Untersuchungen zum Tragverhalten von pneumatisch gestützten rotationssymmetrischen Membranschalungen unter Betonaufplast.Diplomarbeit am Institut für Massivbau der Universität Stuttgart(1985).
- /60/ Haase,M.:Zur natürlichen Formulierung von Simplexelementen höherer Ordnung für die Berechnung elastischer Membranschalen und Seilkostruktionen unter grossen Verformungen. - Dissertation Universität Stuttgart(1979).
- /61/ Meffert,B.:Mechanische Eigenschaften PVC-beschichteter Polyestergewebe. Institut für Kunststoffverarbeitung RWTH Aachen(1978).
- /62/ Sobek,W.:Program Pneu.Programmbeschreibung. Universität Stuttgart(1985).
- /63/ Nicholls,R.L.:Design,construction,and costs of inflated fabric-reinforced concrete shells. Bul.Int'l.Assoc. for Shell and spatial Structures. No.80(1983),p.p.17-28.
- /64/ Nicholls,R.L.:Persönliche Mitteilungen.Newmark (USA),April(1984).
- /65/ Gran,J.,Kadlc,Z.:Betonaz Klenby Vodojemu na nafukovacim bedneni.Inzenyrske Stavby 1,(1965), p.p.16-21.
- /66/ Otto,F.:Zugbeanspruchte Konstruktionen.Bd.1+2, Ullstein Fachverlag(1966).
- /67/ Neff,W.:Verfahren zur Herstellung von schalenformigen Baukonstruktionen auf einer innern,aufblasbaren Form.Auslegeschrift /052 103,Deutsches Patentamt März(1959).
- /68/ Heifetz,H.:Aufblasbare Schalung.Auslegeschrift /911 352,Deutsches Patentamt Januar(1975).
- /69/ Heifetz,H.:Progres realises dans le domaine des coffrages gonfiabiles. Batiment International Jan/Feb.(1970) Paris.

- /70/ Heifetz,H.,and Har'el,G.:Realisation of inflatable forms simplifies hastens and reduces cost of shell structures.Institute of Technology,Haifa(1971), Publication No.169,Technion-Israel.
- /71/ Isler,H.:Pneumatic shape for concrete shells. Proceedings of the 1st International Colloquium on pneumatic structures.University of Stuttgart(1967).
- /72/ Bini,D.:A new pneumatic technique for the construction of thin shells.Proceedings of the 1st International Colloquium on pneumatic structures.University of Stuttgart(1967).
- /73/ N.N.:Gummischläuche zur Herstellung von Betonkanälen.Bauwelt(1961),H.32,S.515-516.
- /74/ Wischers,G.:Ansteifen und Erstarren von Zement und Beton.Beton(1981),H.9,S.337-340,H.10,S.385-389.
- /75/ N.N.:Herstellung einer Betonkuppel über einem Erdkern.Beton(1964),H.8,S.338-340.
- /76/ Orth,F.:Bau einer Kuppel von der Spitze angefangen bis zum Fundament.Der Bauingenieur 36(1961),H.1, S.28-29.
- /77/ Pittendreigh,L.:Monolithic covers for water storage reservoirs.Civil engeneering,july(1983), p.p.14-15.
- /78/ N.N.:New building technology combines thermal resistant foam,thin-shell concrete in energy-saving dome structure.Published by Mobay Chemical Co.,Pittsburg(USA).
- /79/ Murata,Y.,Kawaguchi,M.:FRP sandwich domes shaped on the shallowest possible pneumatic forms. Proceedings of the IASS World Congress in Montreal(1976).
- /80/ Hofstadt,H.:Polyurethane domes in rotation spraying system.Proceedings of the IASS World Congress in Montreal(1976).
- /81/ Elms,D.,und Phillips,M.:Model study of pneumatically formed sandwich shell.
- /82/ Hampe,E.:Flüssigkeitsbehälter.Berlin,München: W.Ernst&Sohn,(1982).
- /83/ Isler,H.:New materials for shells and spatial structures.Proceedings of the IASS World Conference Madrid(1979).
- /84/ Harryson,L.,Asklöf,B.:Schalungsverfahren und -vorrichtung,insbesondere zum Betongießen. Offenlegungsschrift / 2701 855,Deutsches Patentamt July(1977).
- /85/ Bubble System AG.:Aufblasbare Schalung zum Bau von Häusern oder ähnlichen Gebäuden. Offenlegungsschrift /27 05 022,Deutsches Patentamt November(1977).
- /86/ Schnitzler,J.G.:Vorrichtung zum Errichten von kuppelförmigen Baukörpern.Offenlegungsschrift /3028192 A1,Deutsches Patentamt Februar(1982).
- /87/ Castan,J.:Pneumatische Verschalung.Offenlegungs-schrift /31 49 786 A1,Deutsches Patentamt Juni(1983).
- /88/ Flügge,W.:Statik und Dynamik der Schalen. 3.Aufl.Berlin,Göttingen,Heidelberg:Springer(1964).
- /89/ Federhofer,K.,und Krebitz,J.:Über die strenge Ermittlung der Form einer allseits gleich gespannten Rotationsmembran.Eisenbau 5(1914), H.6,S.187-194.
- /90/ Megareus,G.:Die Kuppel gleicher Festigkeit. Bauingenieur 20(1939),H.17/18,S.232-235.
- /91/ Kawaguchi,M.:The shallowest possible pneumatic forms.IASS-Bulletin(1977),No.63,p.p.3-11.
- /92/ Reckling,K.A.:Plastizitätstheorie und ihre Anwendung auf Festigkeitsprobleme.Berlin: Springer(1967).

- /93/ White,W.P.:Air supported membrane forms for concrete domes.IASS-Bulletin(1967),No.30. p.p.33-36.
- /94/ N.N.:Air supported vinyl form falls during concreting.Engineering news-record 21 june(1962), Vol.168,p.p.44.
- /95/ N.N.:Culverts constructed with pneumatic cores. Concrete and constructional engineering september(1947),p.p.279.
- /96/ Kowalski,P.:The explosive forms of Piotr Kowalski. Architectural forum 123(5),dec.(1965),p.p.30-35.
- /97/ Wischers,G.,und Manns,W.:Ursachen für das Entstehen von Rissen in jungem Beton. Beton(1973),H.4,S.167-171,H.5,S.222-228.
- /98/ Ramm,E.:Rotationsschalen. Vorlesungsmanuskript,Institut für Baustatik der Universität Stuttgart(1977).
- /99/ Williamson,G.R.,Smith,A.,Morse,D.,Woratzek,M., Barret,H.:Inflation/foam/shotcrete system for rapid shelter construction.Construction engineers research laboratory (army) report No.: Cerl-tr-m-215,may(1977).
- /100/ Harrington,H.:Persönliche Mitteilungen. Stuttgart/Pittsburg(USA),(1984 und 1985).
- /101/ N.N.:Construction technique lends hand to agriculture.Western construction 52(5) 31,May (1977),p.p.31.
- /102/ Kisin,B.,Yari,L.:Device for erecting reinforced concrete shells with double curvature (balloon).Soviet inventions illustrated,October(1965) Byull. izobreteniy i tovarnykh znak(3),1965.
- /103/ Koerner,R.,Welsh,J.:Fabric forms conform to any shape.Concrete construction 25(5) may(1980), p.p.401-409.
- /104/ N.N.:Single-family concrete homes in Iowa. Concrete construction oct(1983) vol.28 No.10, P.P.737-745.
- /105/ N.N.:Shotcrete and foam insulation shaped over inflated balloon form. Concrete construction june(1982),P.P.511-513.
- /106/ N.N.:Casting pipes around rubber core. Concrete and constructional engineering nov.(1938),P.P.568-569.
- /107/ Wilkinson,B.:Foam domes.Concrete construction July(1978).
- /108/ Har'el,G.;and Heifetz,H.:New developments in the use of inflatable forms for the construction of shells.Indian concrete journal dec.(1973), p.p.438-444.
- /109/ Firmenprospekt:Fa.Noë-Schalungstechnik,Süssen: Bautechnische Konstruktionen,Noë-Gummischalung für kreisrunde Kanäle und Aussparungen. Februar(1983).
- /110/ Leonard,J.:Use of pressurized membranes as a low-cost erection scheme for concrete structures. Proc.2nd Intern. Symp. on low-cost housing problems.University of Missouri-Rolla,April(1972).
- /111/ N.N.:Properties of set concrete at early ages. State-of-the-art-report.Materiaux et Constructions,Nov/Dec.(1981),p.p.399-450.
- /112/ Byfors,J.:Plain concrete at early ages. Swedish Cement and Concrete Research Institute, Fo.3,(1980).
- /113/ Gunzler,J.:Mechanische Eigenschaften von jungem Beton im Gleitbau. Bauplanung-Bautechnik 24(1970),H.8.,S.372-375.
- /114/ Weigler,H.,Karl,S.:Junger Beton.Betonwerk und Fertigteil-Technik(1974),H.6.S.392-401,H.7, S.481-484.

- /115/ Witte,A.M.:Les facteurs qui influent sur la pousse laterale exercee par le beton frais surles parois du coffrage.Beton arme,5.Jhg.1961,Nr.32,S.24-27.
- /116/ Uzomaka,O.:Some shear strength parameters of plastic concrete.Magazine of concrete research, Vol.23,No.75-76,June-September(1971).
- /117/ Kasai et al.:Tensile properties of early age concrete.Proc.of the 1971 International Conference on Mechanical Behavior of Materials,Vol.4, p.p.288-299.
- /118/ Byfors,J.:Verfahren zur Bestimmung der Frühfestigkeit von Betonbauteilen.Beton-und Stahlbetonbau(1984),H.9,S.247-250.
- /119/ Nischer,P.:Auswirkungen frühzeitiger Überlastung und mangelnder Nachbehandlung auf die Eigenschaften des Betons nach vollständiger Erhärtung.Betonwerk und Fertigteil-Technik (1983),H.7,S.443-448.
- /120/ Batson,G.B.,Naus,D.J.,Willamson,G.R.: Inflation forming of steel fibre reinforced concrete domes. Rilem Symposium 1975 on Fibre Reinforced Cement and Concrete,The Construction Press LTD.(1975),p.p.375-382.
- /121/ Weigler,H.,Karl,S.: Junger Beton,Beanspruchung-Festigkeit-Verformung. Forschungsberichte aus dem Institut für Massivbau der TH-Darmstadt(1974),No.20.
- /122/ Namiki et al.:Tensile deformation of concrete. Journal of research of the Onada Cement Company, Vol.15,No.55,1963,p.p.9-25.
- /123/ N.N.:Concrete wine vats in Portugal. Concrete and constructional engineering, Vol.53,July(1958).
- /124/ Peck,R.:Modern Concrete Dome.Modern Concrete May(1968),p.p.62-64.
- /125/ N.N.:Inflated concrete domes:A programmed system. Concrete and construction,August(1969), p.p.297-299.
- /126/ N.N.:Dr.Dante's Dome.Progressive Architecture, July(1976),p.p.166-167.
- /127/ N.N.:Instant dome is concrete bubble. Engineering News-Record,178(21),p.p.74-75, (May 25,1967).
- /128/ N.N.:Pneumatic building method.The architect and building news,233(11),(March 13,1968),p.p.410.
- /129/ Morelli,G.:Cassaforme pneumatiche per la costruzione di cupole in cemento armato. L'Industria Italiana del Cemento,Junì 1978, p.p.455-472.
- /130/ Faraggiana,G.,Perino,A.S.:Coperta ellissodica trona per attrezzature sportive:studio sperimentale su modello.L'Industria Italiana del Cemento,Januar 1977, p.p.55-62.
- /131/ N.N.:Stahlbeton-Schalen-Bauwerke.Industriebau 3/83,S.280-281.
- /132/ Derflinger,F.:Kuppelbau mit pneumatischer Schalung. Beton- und Stahlbetonbau 11/83,S.299-302.
- /133/ Kisin,B.S.,Yarin,L.I.:A device for erecting reinforced shells with double curvature. USSR Scientific Abstracts:Engineering and Equipment No.9.9 July 65,291p.JPRS-31005.
- /134/ Minte,J.:Das mechanische Verhalten von Verbindungen beschichteter Chemiefasergewebe. Dissertation am Inst.f.Kunststoffverarbeitung d. RWTH Aachen,(1981).
- /135/ Liljequist,G.H.,Cehak,K.:Allgemeine Meteorologie. 2.Aufl. Braunschweig,Wiesbaden:Vieweg&Sohn.
- /136/ Eichenberger,W.:Flugwetterkunde.Zurich:Schweizer Verlagshaus AG.
- /137/ Berth,W.,Keller,W.,Scharnow,U.:Wetterkunde. 5.Aufl. Berlin:VEB Verlag für Verkehrswesen.

- /138/ Best,M.B.,und Ritter,K.: Linear Programming. Englewood Cliffs, New Jersey:Prentice Hall Inc. (1985)
- /139/ Czernin,W.:Zementchemie für Bauingenieure. 3.Aufl. Wiesbaden,Berlin:Bau Verlag.
- /140/ Greiner,S.:Persönliche Mitteilungen,(1984).
- /141/ Paulmann,K.,Steinert,J.:Einfluß von Erschütterungen auf die Festigkeit von Beton und auf den Verbund Stahl-Beton.
- /142/ Bufler,H.:Einführung in die Elastizitätstheorie. Scriptum.Inst.f.Mechanik d.Universität Stuttgart, (1977/78).
- /143/ Joedicke,J.:Angewandte Entwurfsmethodik für Architekten.Stuttgart:Karl Krämer.
- /144/ Rittel,H. in :Joedicke,J.(HRSG):Arbeitsberichte zur Planungsmethodik 4.Stuttgart:Karl Krämer(1970).
- /145/ Ofjord,A.:En undersokelse av fasthetsutviklingen i mortel og beton frenstillet av norske cement de forste 10 timer etter stopningen.Beton Idag, 19(1954/3),S.57-63.
- /146/ Odegaard,E.:Undersökning av betongens tryckhallfasthetsegenskaper vid tidning alder.Nordisk Betong 6(1962) 2,S.147-158.
- /147/ Schlaich,J.:Persönliche Mitteilungen,(1985).
- /148/ Binishell SpA.,Firmenschrift,Mailand (1984).
- /149/ Baily,R.W.:Apperatus and method for molding concrete.Patentschrift 2 311 358 US Patent Office,Feb.(1943).
- /150/ Kusterle,W.,Lukas,W.:Festigkeitsentwicklung von Spritzbetonen mit flüssigen und pulverigen Erstarrungsbeschleunigern.Beton-und Stahlbetonbau (1985),H.3,S.71-73.
- /151/ Springenschmid,R.,NischerP.:Untersuchungen über die Ursache von Querszugrissen im jungen Beton. Beton-und Stahlbetonbau(1973),H.9,S.221-226.
- /152/ Monolithic Constructions,Idaho,USA.Persönliche Mitteilungen,(1985).
- /153/ Oelbermann,J.,Haug,E.:Berechnung des Zuschnitts einer Membrane mit Hilfe der Finiten-Element-Methode. 2. Internationales Symposium "Weitgespannte Flächentragwerke",Arbeitsunterlagen 1, Stuttgart(1979).
- /154/ Conzelmann,R.: Untersuchungen über die Formfindung seifenhautförmiger Betonschalen.Diplomarbeit am Institut für Massivbau der Universität Stuttgart(1985).