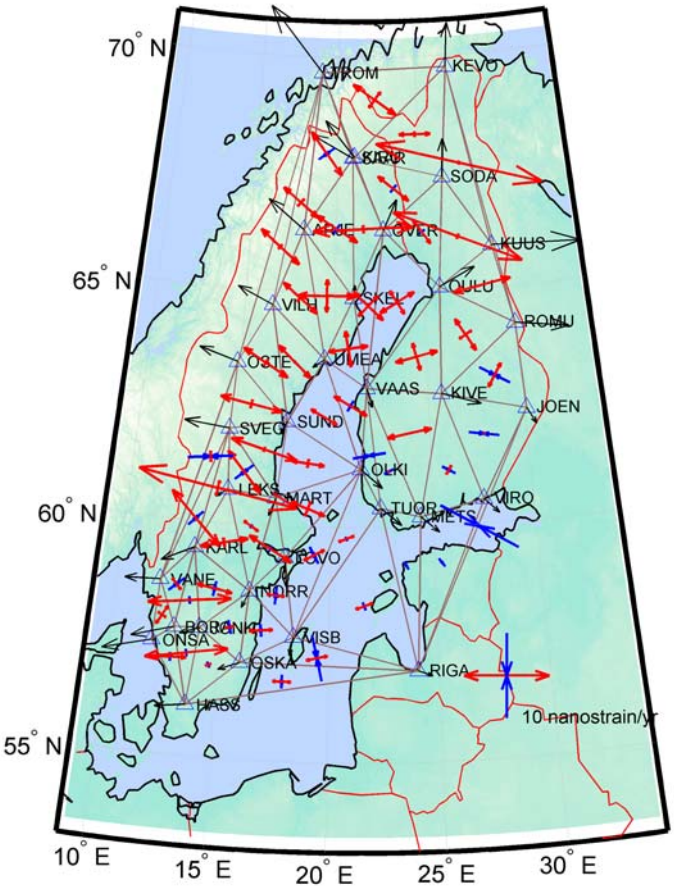
Universität Stuttgart

Geodätisches Institut

Statistische Analyse für die Eigenraumkomponenten der Strain-Rate-Tensoren in Fennoskandien



Studienarbeit im Studiengang
Geodäsie und Geoinformatik
an der Universität Stuttgart

Thomas Fuchs

Stuttgart, Juli 2006

Betreuer:

Dr.-Ing. Jianqing Cai
Universität Stuttgart

Prof. Dr.-Ing. habil. Dr.techn.h.c mult. Erik W. Grafarend,
Universität Stuttgart

Selbständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die von mir eingereichte Studienarbeit zum Thema

„Statistische Analyse für Eigenraumkomponenten der Strain-Rate-Tensoren in Fennoskandien“

Selbständig und nur unter Benutzung der in der Arbeit angegebenen Literatur angefertigt habe.

Ort, Datum	Unterschrift

Persönliche Danksagungen

Ich möchte mich zunächst bei Herrn Professor Grafarend bedanken, der durch sein außerordentliches wissenschaftliches Engagement, mir, wie auch vielen weiteren Studenten, einen Aufenthalt am Finnischen Geodätischen Institut (FGI) in Masala bei Helsinki ermöglicht hat. Hier konnte ich das BIFROST-GPS Projekt und dessen Mitarbeiter persönlich kennen lernen. Ein ganz besonderer Dank geht an Herrn Dr. Jianqing Cai, der mich über viele Jahre meines Studiums an der Universität Stuttgart begleitet und mir jederzeit mit seinem Expertenwissen zur Seite steht. Zuletzt möchte ich meiner Familie danken, die mich während meines Studiums jederzeit umfangreich unterstützt.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis: ... 5

1 Einleitung ... 6
1.1 Motivation ... 6
1.2 Aufgabenstellung und Vorgehensweise ... 7
1.2.1 Aufgabenstellung ... 7
1.2.2 Vorgehensweise ... 7

2 Grundlagen ... 8
2.1 Geodynamische Einführung in der Region des BIFROST Projekts ... 8
2.2 Das BIFROST-GPS-Projekt ... 9

3 Datenaufbereitung ... 12
3.1 Vorstellung der BIFROST Lösung 2001 ... 12
3.1.1 Die Residualgeschwindingkeit ... 13
3.1.2 Die Realisierung des ITRF ... 13
3.1.3 Bestimmung der Residualgeschwindigkeit der BIFROST Stationen ... 14
3.2 Die Delaunay-Triangulation ... 15
3.2.1 Algorithmus zur Generierung einer Delaunay-Triangulation ... 15
3.3 Einbinden von Topographiedaten in die matlab® Kartendarstellung ... 17

4 Der Strain-Rate-Tensor ... 18
4.1 Die Berechnung des zweidimensionalen geodätischen Strain Rate Tensors ... 18

5 Schätzverfahren für Eigenkomponenten eines zweidimensionalen, symmetrischen Zufallsdeformationstensors ... 20
5.1 Die Eigenraumanalye und Eigenraumsythese eines zweidimensionalen, symmetrischen Zufallstensor ... 20
5.2 Das linearisierte multivariate Gauss-Markov-Modell zur Schätzung der Eigenraumkomponenten eines symmetrischen Zufallstensor vom Rang zwei ... 21

6 Die Analyse der Eigenraumkomponenten des Strain-Rate-Tensors in Fennoskandien ... 24
6.1 Die Darstellung der Numerischen Ergebnisse der 2D geodätischen Strain-Rate ... 24

7 Statistische Inferenz der Eigenraum-Komponenten des 2D Strain-Rate-Tensors ... 26
7.1 Die Schätzungen der Eigenraumkomponenten aus den Strain-Rate-Beobachtungen ... 26

8 Schlussfolgerungen und weitere Studien ... 28

9 Literatur: ... 29

Anhang I - Eingangsdaten ... 32
Tabelle 2 der Geschwindigkeit in Ost-Richtung ... 32
Tabelle 3 der Geschwindigkeit in Nord-Richtung ... 33

Anhang II - Berechnungsergebnisse ... 34
Tabelle 4 Die Residualgeschwindigkeit, Strain-Rate und ihre Eigenraumkomponenten der BIFROST Stationen für 36 Stationen ... 34
Tabelle 5 Die Residualgeschwindigkeit, Strain-Rate und ihre Eigenraumkomponenten der BIFROST Stationen für 9 Stationen ... 54

Anhang III - Berechnungsprogramm 57
Hauptprogramm 57
Funktion zur Einfügung des DEM 65
Funktion zur Berechnung der Stain-Rate 66

Abbildungsverzeichnis:

Abbildung 1 Vegleich von beobachteten Geschwindikeiten und Vorhersagen aus GIA-Modell von Milne. 9
Abbildung 2 Karte der Region mit Verteilungsmuster der Beobachtungsstationen 10
Abbildung 3 Detailaufnahme einer im Projekt verwendeten GPS-Antenne und Aufnahme eines Beobachtungsmasts 11
Abbildung 4 BIFROST Lösung 2001: Darstellung der Stationsbewegungen 12
Abbildung 5 Punktfelds mit Delaunay-Triangulation und Dreiecksumkreisen 15
Abbildung 6 Darstellung des Suchstrahlen Algorithmus 15
Abbildung 7 Darstellung eines konvexen Vierecks mit Diagonalen 15
Abbildung 8 Delaunay-Triangulation der BIFROST Punkte 16
Abbildung 9 Topographiedaten des NGDC 17
Abbildung 10 a) Strain-Ellipse, $\operatorname{sign}\lambda_1 = \operatorname{sign}\lambda_1$, Ausdehnung oder Kontraktion in beide Richtungen. 21
Abbildung 11 b) Strainhyperbel, $\operatorname{sign}\lambda_1 \neq \operatorname{sign}\lambda_1$, Ausdehnung in einer Richtung, Kontraktion in die andere Richtung nach Cai et al. 2005 21
Abbildung 12 Muster der Haupt-Strain-Rates von 36 Dreiecken und der dazugehörigen Restgeschwindigkeiten der BIFROST Standorte in Fennoskandien 25
Abbildung 13 Muster der Hauptstrainraten mit 2σ Konfidenzbereich für jedes Dreieck und den dazugehörigen Restgeschwindigkeiten der 36 Stationen in Fennoskandien 27

1 Einleitung

1.1 Motivation

In der Deformationsanalyse der Geowissenschaften (Geodäsie, Geophysik und Geologie), sind wir oft mit dem Problem des zweidimensionalen (oder horizontal und ebenen), symmetrischen Deformationstensors von Rang zwei konfrontiert. Seine Eigenraum-Komponenten (Eigenwerte, Eigenrichtung) spielen eine wichtige Rolle in der Interpretation von Geodätischen Phänomenen

Mit den satellitengestützten Techniken wie GPS, VLBI, SLR und DORIS können dreidimensionale Positionen und Bewegungen der Beobachtungsstandorte aus einer regelmäßigen Messung genau bestimmt werden. Diese Verfahren sind als eine akkurate und verlässliche Informationsquelle in der Deformationsuntersuchung des Erdkörpers anerkannt. So können Komponenten der Deformationsmaße (wie den Stress- oder den Straintensor, etc.) aus diesen hoch präzisen geodätischen Daten geschätzt und durch geeignete statistische Tests analysiert werden.

In den neusten Veröffentlichungen über die Statistische Analyse des zufälligen Deformationstensors (Cai et al. 2005, Cai and Grafarend 2005) wurde die vollständige Lösung für die Statistische Inferenz der Eigenraumkomponenten eines Zufallstensors vom Rang zwei erreicht, dies beinhaltet die BLUUE (Best Linear Uniformly Unbiased Estimation) eines Eigenraumelements und die BIQUUE (Best Invariant Quadratic Uniformly Unbiased Estimates) der Varianz-Kovarianz-Matrix zusammen mit dem Design eines linearen Hypothesentests. Mit diesen Modellen konnte ich erfolgreich die Statistische Analyse der Eigenraumkomponenten-Vektor und der Varianz-Kovarianz-Matrix der Gauss-Laplace-normalverteilten Beobachtungen eines zufälligen Deformationstensors durchführen.

Durch hoch genaue Messungen in der Satellitengeodäsie und durch die kontinuierlichen Beobachtungen der Festpunktfelder kann der Strainrate-Tensor aus Beobachtungen hergeleitet werden und die Eigenraumkomponenten Parameter aus diesen Zufallstensor-Mustern mit dieser neu entwickelten Theorie die gegenwärtigen Deformationsmuster abgeleitet werden. Die Daten für diese Arbeit stammen vom permanenten GPS Netzwerk Projekt BIFROST (Baseline Inferences from Fennoscandian Rebound Observations, Sealevel and Tectonics) in Fennoskandien.

Während Stationsgeschwindigkeitsdiagramme den relativen Bewegungen zwischen den Stationen zeigen, zeigen Strain-Rate-Diagramme die insitu Strainrate-Konzentration, die direkt mit der örtlichen Stress-Konzentration verknüpft ist und möglicher Weise auch mit dem seismischen Gefahrenpotential (Ward et al. 1994). In der Strain-Analyse werden die Verschiebungen bezüglich der Oberflächenkoordinaten als stetig differenzierbar angesehen. Die aus dem Positionsänderugen der Beobachtungsstationen berechneten Strain-Tensorkomponenten können zur Berechnung der Komponenten des Stresstensors benutzt werden, wenn man die Materialeigenschaften des Untersuchungsgebiets mit in die Berechnung einfließen lässt. Darum kann die Strain-Analyse als Grundlage eines dynamischen Modells angesehen werden, wohingegen die klassisch Deformationsanalyse vergleichbar mit einem kinematischen Modell ist (s. e.g. Flügge 1972, Means 1976, Grafarend 1977, Brunner 1979 und Altiner 1999).

1.2 Aufgabenstellung und Vorgehensweise

1.2.1 Aufgabenstellung

Hauptgegenstand der Studienarbeit ist das Aufzeigen geeigneter mathematisch-statistischer Verfahren zur Schätzung der Eigenkomponenten eines Deformationstensors (Strain-Tensors). Dieses Verfahren soll auf die Daten des BIFROST-GPS Projekts angewendet werden. Im Anschluss werden die Daten in geeigneter Form visualisiert.

1.2.2 Vorgehensweise

Zu Beginn wird die geologische Situation in der untersuchten Region vorgestellt und das beobachtete geodynamische Verhalten erläutert. Die benötigten Informationen werden durch das BIFROST-GPS Projekt zur Verfügung gestellt. Hierbei wird die Erzeugung der in den veröffentlichten Daten vorkommenden Residualgeschwindigkeiten aufgezeigt, die im weiteren Verlauf Verwendung finden. Im Anschluss werden die bereitgestellten Daten aufgearbeitet. Um Strain-Rate-Tensoren zu berechen werden die Stationskoordinaten zur Erzeugung eines Dreiecksnetzes verwendet. Nicht geeignete Dreiecke werden von den nachfolgenden Berechnungen ausgenommen. Zusätzlich wird zur anschaulichen Visualisierung ein Topographiemodell mit 1km Auflösung bereitgestellt.

Im nächsten Abschnitt wird die Erzeugung von Strain-Tensoren vorgestellt. Im zentralen fünften Abschnitt wird das Verfahren zur Analyse der Strain-Tensoren aufgezeigt. Danach wird die vollständige statistische Analyse auf die bereitgestellten Daten angewendet. Für jede geeignete Dreiecksmasche wird ein Strain-Rate-Tensor mit dazugehöriger statistischer Information erzeugt. Die Tensoren können nun in einer Kartendarstellung anschaulich präsentiert werden.

2 Grundlagen

2.1 Geodynamische Einführung in der Region des BIFROST Projekts

Die Lithosphäre Europas ist aus globaler Perspektive gesehen Stress durch äußere Prozesse mit der Hauptkompressionskomponente entlang einer NW-SO Hauptrichtung, wie aus z.B. der World Stress Map Projekt (*Müller et al.* 1992) ersichtlich ausgesetzt. Ein großes Stück des europäischen Kontinents ist durch eine homogene NW bis NNW Kompression charakterisiert. Die räumliche Ausdehnung dieser Stressausrichtung ist in Übereinstimmung mit der Richtung des „Ridge Push“ und der Relativbewegung Afrikas, dies deutet an, dass der Stress größtenteils durch die Kräfte der Plattenbewegung hervorgerufen wird.

Europa und das Mittelmeergebiet können in drei Hauptregionen mit verschiedenen geodynamischen Merkmalen unterteilt werden, diese sind Westeuropa, Nordeuropa und die alpinen und mediterranen Unterregionen. In Nordeuropa liegt das Untersuchungsgebiet dieser Studienarbeit, das im Folgenden immer *Fennoskandien* genannt wird. Es erstreckt sich über die Territorien von Finnland, Schweden und Norwegen, sowie einen Teil der Kola Halbinsel und Russisch Karelien. Der Fennoscandische Schild befindet sich seit den letzten 100 Jahren unter intensiver wissenschaftlicher Beobachtung. Die gesammelten Daten bestehen aus einer großen Anzahl von seismischen sowie geodätischen, geodynamischen, geoelektrischen, geologischen, geomagnetischen, gravimetrischen, reologischen Beobachtungen. Durch die Auswertung dieser Daten, sind die allgemeinen geologischen und geophysischen Merkmale des Schilds gut bekannt. Mehr Information zu den geologischen und geophysikalischen Merkmalen in Fennoscandia kann bei *Kakkuri* (1992), *Erkman* (1992), *Wang* (1998), *Mitrovica et al.* (1994, 2001), *Lambeck et al.* (1998) und *Wu et al.* (1999) erlangt werden.

In Fennoskandien hebt sich die Kruste kontinuierlich seit dem Abschmelzen der Eisdecke zum Ende der Eiszeit vor ca. 10.000 Jahren; ein geringerer Beitrag kommt auch durch das Abfliesen von Meereswasser, ausgelöst durch den Hebungsprozess selbst. Dieses Phänomen wird als isostatische Ausgleichsbewegung der Kruste und des oberen Mantels bis zum Gleichgewichtszustand angesehen, (egl. *G*lacial *I*sostatic *A*djustment *GIA*). Die viskosen Eigenschaften des Mantels ermöglichen eine isostatische Rückbewegung, in geringem Umfang überlagert durch die elastische Bewegung der Kruste. Die Hebung in Fennoskandien wird durch geodätische Beobachtungen seit 1858 bestimmt.

Die geodätischen dreidimensionalen Krustenbewegungs-Ergebnisse sind analysiert und mit dem GIA Modellvorhersagen in Fennoskandien verglichen. Scherneck (2001) vergleicht das GIA-Modell für diese Region mit den tatsächlichen Beobachtungen und findet eine deutliche Übereinstimmung. Somit sind tektonische Effekte als dominate Faktoren für die beobachteten Bewegungen auszuschließen. In der folgenden Abbildung 1 ist der Vergleich zwischen den beobachteten vertikalen und horizontalen Geschwindikeiten mit den aus dem GIA-Modell hervorgesagten Werten dargestellt. Beim betrachten der beiden Abbildungen zeigt sich je eine deutliche Übereinstimmung. Für genauere Informationen siehe *Milne et al.* (2001, 2004), *Johnsson et al.* (2002), *Scherneck et al.* (2001, 2002a) und *Wahr and Davis* (2002).

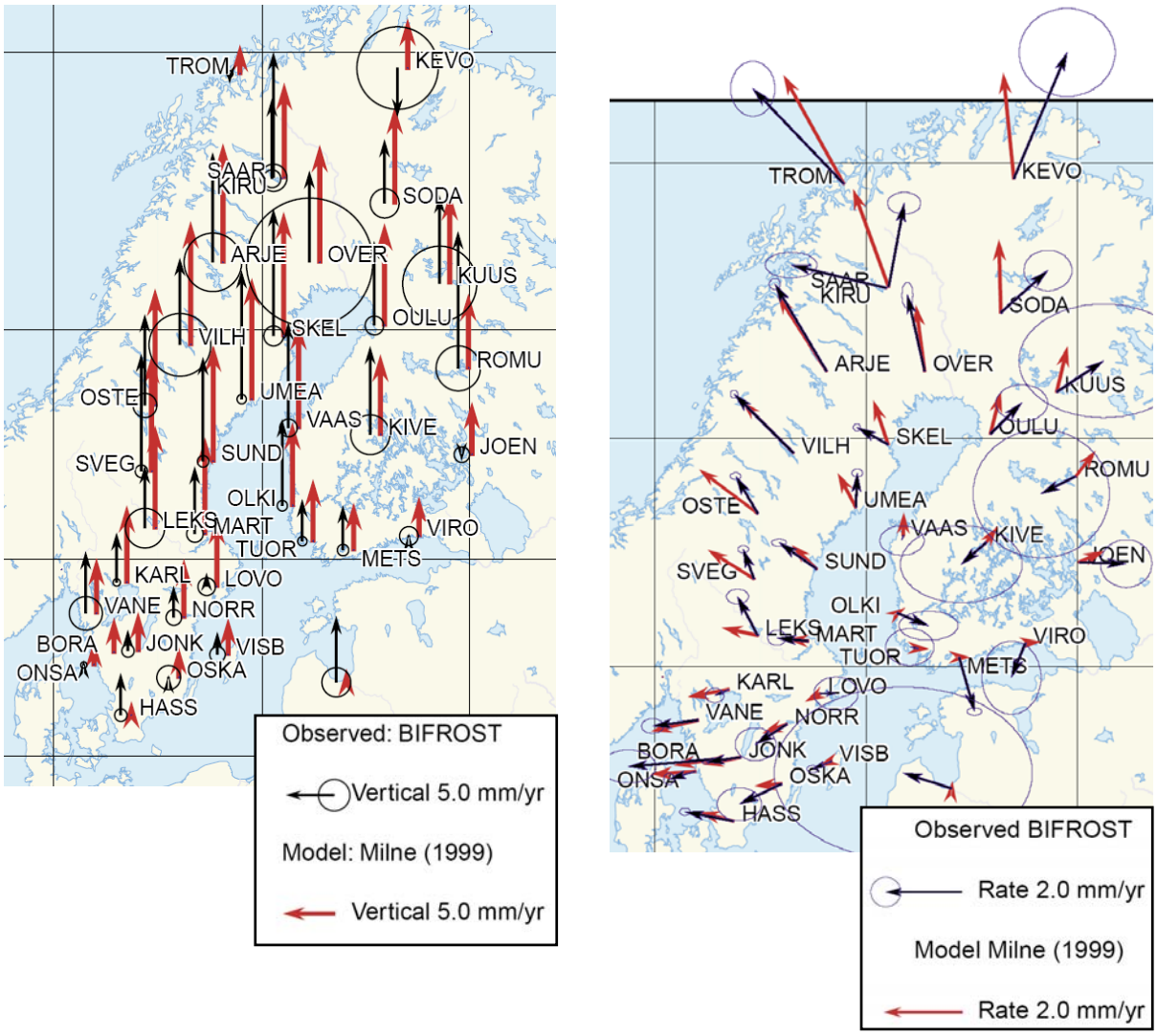


Abbildung 1 Vegleich von beobachteten Geschwindikeiten und Vorhersagen aus GIA-Modell von Milne.
links: Vertikalgschwindigkeit; rechts: Horzontalgeschwindigkeit

2.2 Das BIFROST-GPS-Projekt

Durch die Vorzüge der Entwicklung in der Satellitengeodäsie, besonders in der GPS Technik, eröffnen sich neue Möglichkeiten die postglazialen Rückbewegung der Kruste in Fennoskandien in allen drei Raumdimensionen gleichzeitig zu beobachten. Ein erfolgreiches Beispiel dafür ist das BIFROST-GPS Projekt, das 1993 initiiert wurde, es verbindet die Netzwerke der kontinuierlich beobachtenden GPS-Empfänger Schwedens SWEPOS und Finnlands FINREF zur Messung der anhaltenden Krustendeformation bedingt durch den glazialen isostatischen Ausgleich (GIA) und zielt darauf den Absolutbetrag der Meeresspiegelveränderung durch Kombination der vertikalen Bewegungen mit aus Mariographenstationen erlangten relativen Meeresspiegelveränderungen abzuleiten und horizontale Bewegungen aufzuzeigen, und mögliche Störungen aufgrund anderer Quellen von Stress, die allgemein unter dem Bergriff Neotektonik oder Intraplattentektonik bekannt sind aufzudecken. Die Detailkarte des BIFROST GPS Netzwerks wird in Abbildung 2 gezeigt.

Horizontale Veränderungen über mittlere bis lange Distanzen mit einer Genauigkeit von 10 ppm (0,1 mm/yr bei 1000 km Stationsentfernung) können mit keiner anderen bodenbasierten Messtechnik erlangt werden. Weder VLBI noch SLR Netzwerke sind dafür ausgelegt ein

radiales Muster horizontaler Bewegung um das Landhebungszentrum von der tektonischen Plattenbewegung zu trennen. GPS bietet durch die Verhältnismäßig geringen Kosten für den Aufbau einer permanent beobachtenden GPS Station und der daraus resultierenden Möglichkeit ein dichtes Messnetz aufzubauen, die effizienteste Möglichkeit ein Beobachtungsnetzwerk für das BIFROST Projekt zu erstellen (Scherneck 2001).

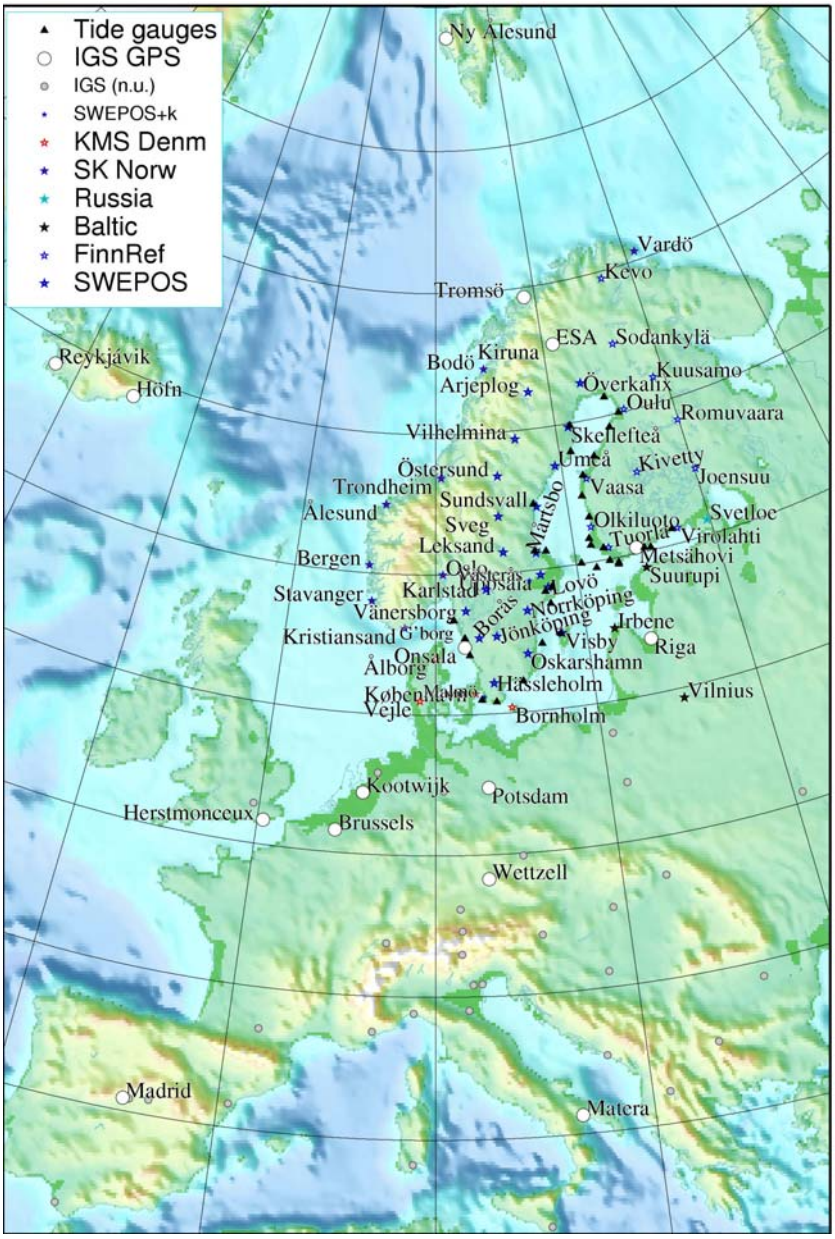


Abbildung 2 Karte der Region mit Verteilungsmuster der Beobachtungsstationen
Die 21 SWEPOS und 12 FinnRef GPS Empfänger sind durch Sterne gekennzeichnet

Weite Teile dieses Netzwerkes liegen in subpolaren Regionen. Es sind folglich besondere Maßnahmen zu treffen, um die Messungen robust gegen die extremen klimatischen Verhältnisse zu machen. Abbildung 3 zeigt eine permanente GPS-Station.

Abbildung 3 Detailaufnahme einer im Projekt verwendeten GPS-Antenne und Aufnahme eines Beobachtungsmasts

Bis jetzt sind die meisten Veröffentlichungen auf die *kinematische Analyse* aus Stationsgeschwindigkeits-Ergebnissen in diesem Gebiet konzentriert. Die *dynamische Analyse* mit Strain oder Strain-Rates-Ergebnissen wurde von *Scherneck et al.* (2002b) untersucht, in dem die statistische Analyse der Strain Rate noch nicht durchgeführt wurde. Aus diesem Grund wurde von Cai 2005 Fennoskandien gewählt um die Statistische Analyse der Eigenkomponenten des Strain Rate Tensor-Beobachtungen durchzuführen. Dazu wurden 9 der 36 Stationen ausgewählt. In meiner Untersuchung werde ich alle 36 Stationen analysieren. Vor dem Beginn der Strain-Analyse werden die verwendeten Daten genauer vorstellt.

3 Datenaufbereitung

3.1 Vorstellung der BIFROST Lösung 2001

Es existiert derzeit nur ein veröffentlichter Datensatz mit Krustenbewegungsergebnissen, die so genannte „offizielle“ BIFROST Lösung 2001

(Johansson et al. 2002, http://www.oso.chalmers.se/%7Ehgs/Bifrost_01/),

diese liefert die Restgeschwindigkeit in den drei Komponenten Ost, Nord und vertikal in mm/yr; die Varianz der Geschwindigkeit; und den Faktor „sigmascale“, der mit der Geschwindigkeits-Varianz multipliziert werden muss um ein realistisches posteriori Maß zu erhalten. Die verbesserte Lösung ohne die Wintermonate, um Effekte ausgelöst durch Schnee auf der Antenne zu elliminieren und die EOF (empirical orthogonal function) Lösung sind ebenfalls auf dieser Webseite erhältlich. In diesem Abschnitt werde ich zum besseren Verständnis die verwendeten Eingangsdaten und deren Erzeugung vorstellen.

Es wurden alle Stationen der BIFROST Lösung 2001 ausgewählt, die gleichmäßig diese Region abdecken und daraus die Strain-Rate aus den Restgeschwindigkeiten berechnet. Abb. 4 visualisiert die für alle folgenden Berechnungen zu Grunde liegenden Eingangsdaten aus Anhang I. Gezeigt wird das Muster der horizontalen Restgeschwindigkeiten der Stationen. Die Topographie ist farbig codiert unterlegt.

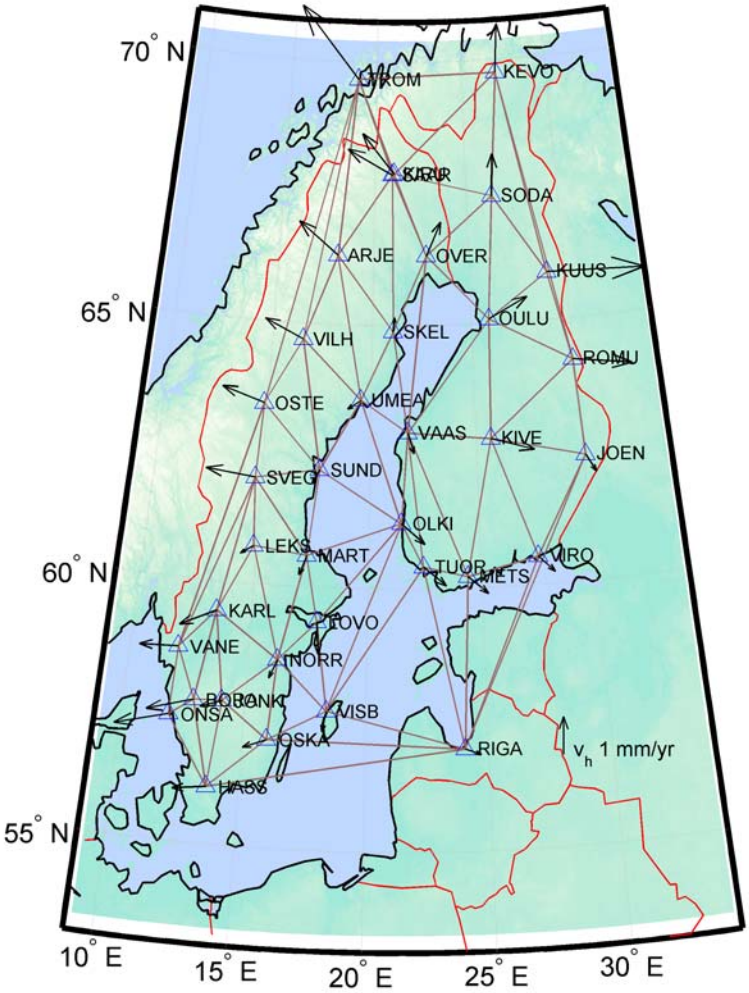


Abbildung 4 BIFROST Lösung 2001: Darstellung der Stationsbewegungen

3.1.1 Die Residualgeschwindingkeit

Bevor die Geschwindigkeiten der BIFROST Stationen zur weiteren Analyse, wie beispielsweise der Berechnung der Strain-Rate-Tensoren benutzt werden können, wurden diese in Residualgeschwindingkeiten oder engl. residual velocities umgewandelt.

Die Koordinaten der Stationen auf der Erdoberfläche ändern sich aufgrund der Bewegung der Tektonischen Platten langsam (bis zu 10cm pro Jahr) – eine Komponente, die allgemein „Kontinentaldrift“ genannt wird. Die Geschwindigkeit $\mathbf{V}_0$ der Station sollte hier als

$$\mathbf{V}_0 = \mathbf{V}_{plate} + \mathbf{V}_{ice} + \mathbf{V}_r \tag{1}$$

ausgedrückt werden, wobei

- $\mathbf{V}_{plate}$: die horizontale Geschwindigkeit aufgrund den plattentektonischen Bewegung beschreibt, die durch den geophysischen oder geologischen Winkelgeschwindigkeitsvektor $\boldsymbol{\omega}_{YY}$ (ein kartesischer Rotationsvektor mit Komponenten ω_X, ω_Y, ω_Z) beschrieben wird, der aus absoluten Plattenbewegungsmodellen wie dem aktuellen NNR-NUVEL-1A entnommen wird;
- $\mathbf{V}_{ice}$: der vertikale Geschwindigkeit aufgrund der postglazialen Rückbewegung, berechnet aus den ICE-4G (*Peltier* 1995) ist;
- $\mathbf{V}_r$: die Residualgeschwindingkeit repräsentiert.

Um $\mathbf{V}_r$ zu erhalten müssen die BIFROST-GPS Stationsgeschwindigkeiten um die Plattenbewegung $\mathbf{V}_{plate}$ korrigiert werden. Zur Bestimmung der Bewegung der tektonischen Platte werden hochgenaue Stationsgeschwindigkeiten, die über den gesamten Mittel- und Nordeuropäischen Raum verteilt sind, benötigt. Der IERS (International Earth Rotation Service) stellt diese Information zur Verfügung. Hier folgt eine genauere Betrachtung des IERS und der Realisierung des ITRF Referenzsystems.

3.1.2 Die Realisierung des ITRF

Der IERS wurde als der International Earth Rotation Service 1987 von der Internationalen Astronomischen Union und der der Internationalen Vereinigung der Geodäsie und Geophysik eingerichtet und nahm am 1. Januar 1988 seine Arbeit auf. 2003 wurde der Dienst in *International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS, 2003)* umbenannt. Bis heute wurden 10 erfolgreiche Realisierungen des ITRF veröffentlicht, angefangen mit ITRF 88 bis zum ITRF 2000. Das ITRF Netzwerk hat sich mit der Zeit in Hinblick auf die Anzahl der Standorte und Kollokationen, als auch auf die Verteilung über den Globus verbessert.

Der ITRF basiert auf der Kombination von Stationskoordinaten und Bewegungen, hergeleitet aus Beobachtungen mit geodätischen Raumverfahren wie VLBI, SLR, GPS und DORIS und ist durch ein Vielzahl von Auswertezentren gestützt. Für die Bestimmung der Stationspositionen in einem ITRF, wird die Station einer spezifischen tektonischen Platte zugewiesen.

Die Position einer Station zur Zeit *t*, auf der festen Erdoberfläche, wird ausgedrückt durch (*Boucher and Altimini* 1993):

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}_0 + \mathbf{V}_0(t - t_0) + \sum_i \Delta\mathbf{X}_i(t) \tag{2}$$

mit

- $\Delta\mathbf{X}_i$: Korrekturen von zeitabhängigen Effekten
- $\mathbf{X}_0$: Position zur Epoche t_0

$\mathbf{V}_0$: Geschwindigkeit zur Epoche t_0

t_0 : Referenzepoche (d.h. 1988.0)

In der Datenanalyse wurden die Parameter $\mathbf{X}_0$ und $\mathbf{V}_r$ geschätzt. In der Ausgleichung im Besonderen von Geschwindigkeiten sollte die IERS Orientierung in allen Epochen fest sein, das bedeutet das festlegen einer Referenzepoche und die Berücksichtigung der zeitlichen Veränderung der gesamten Erde.

3.1.3 Bestimmung der Residualgeschwindigkeit der BIFROST Stationen

Da zur Bestimmung der Strain-Rates die Residualgeschwindigkeit benötigt wird, sollte jede veröffentlichte BIFROST Geschwindigkeit $\mathbf{V}_0$ in eine Restgeschwindigkeit $\mathbf{V}_r$ konvertiert werden. In Bezug auf die feste Eurasische Platte durch Subtraktion der starren Bewegung Eurasiens, die durch den Winkelgeschwindigkeitsvektor $\boldsymbol{\omega}_{YY}$ der Eurasischen Platte, aus einem Modell für die absolute Plattenbewegung der ITRF Realisierung berechnet wird:

$$\mathbf{V}_r = \mathbf{V}_0 - \mathbf{V}_{Platte} = \mathbf{V}_0 - \boldsymbol{\omega}_{YY} \times \mathbf{X} = \begin{bmatrix} V_{X0} \\ V_{Y0} \\ V_{Z0} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & Z & -Y \\ -Z & 0 & X \\ Y & -X & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_X \\ \omega_Y \\ \omega_Z \end{bmatrix} \tag{3}$$

Tabelle 1 enthält komponentenweise die Werte von $\boldsymbol{\omega}_{YY}$ in Bezug auf die ITRF Realisierung die zur Korrektur der BIFROST Stationsgeschwindigkeiten Verwendung fanden.

Tabelle 1 Winkelgeschwindigkeitsvektor der Eurasischen Platte im Untersuchungsgebiet

$\boldsymbol{\omega}_{YY}$	ω_x	ω_y	ω_z
Mittlere Rotation [rad/yr]	5.3328×10^{-10}	8.8303×10^{-11}	5.7723×10^{-10}
Mittlere Rotation [mm/yr]	3.3976	5.6258×10^{-1}	3.6775

Im zweidimensionalen Fall benötigen wir die Restgeschwindigkeit an der Oberfläche (horizontal). Da die Restgeschwindigkeit aus (3) relativ klein ist, können sie näherungsweise aus dem globalen geozentrischen kartesischen Koordinatensystem in das lokale geodätische System mittels

$$\begin{bmatrix} V_{Er} \\ V_{Nr} \\ V_{Ur} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin L & \cos L & 0 \\ -\sin B \cos L & -\sin B \cos L & \cos B \\ \cos B \cos L & \cos B \sin L & \sin B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{Xr} \\ V_{Yr} \\ V_{Zr} \end{bmatrix} \tag{4}$$

transformiert werden (*Seeber* 2003), wobei (B, L) die geodätischen ellipsoidischen Koordinaten eines bekannten BIFROST Standorts sind, die für jede Station in Bezug auf das GRS80 Referenzellipsoid gegeben sind. Das lokale geodätische System ist wie folgt definiert (*Vanicek* und *Krakiwsky* 1986): es ist im Massenmittelpunkt gelagert (*T*); die *U*-Achse ist die nach außen gerichtete Ellipsoidnormale, die durch *T* verläuft; die *E*-Achse ist nach geodätisch Ost orientiert; Die *N*-Achse ist nach geodätisch Nord orientiert; Die zweidimensionalen Oberflächen (horizontal) Geschwindigkeiten sind die ersten beiden Elemente von (V_E, V_N).

Basierend auf den oben gezeigten Beziehungen (3) und (4) wurde das horizontale Geschwindigkeitsfeld der BIFROST-GPS Stationen in Bezug auf das platttenfeste Bewegungsmodell (siehe Tabelle 1) berechnet. Diese sind im Anhang I in den Tabellen 1 und 2 aufgeführt. Die Restgeschwindigkeiten werden benutzt um die Strain-Rates in nächsten Abschnitt zu berechnen.

Als weiterer Vorbereitungsschritt um Strain-Rate-Tensoren zu erzeugen sind alle Stationen in ein Dreiecksnetz einzubinden. Hierzu eignet sich die Delaunay-Triangulation.

3.2 Die Delaunay-Triangulation

Die charakteristischen Merkmale einer Delaunay-Triangulation sind: (1) Kein Dreieck ist durch ein anders durchschnitten; und (2) es existieren keine Punkte innerhalb des Umkreises eines Dreiecks. Abbildung 5 zeigt ein einfaches Beispiel.

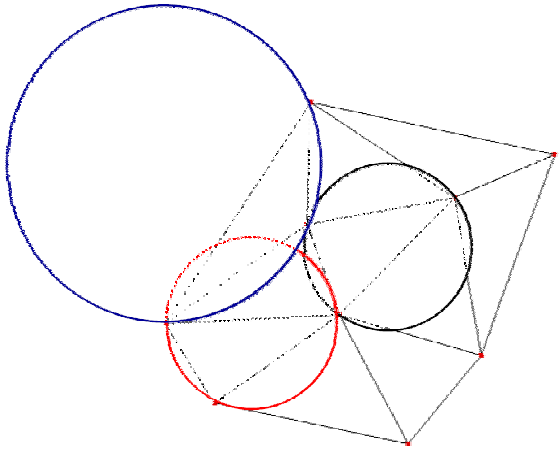


Abbildung 5 Punktfelds mit Delaunay-Triangulation und Dreiecksumkreisen

3.2.1 Algorithmus zur Generierung einer Delaunay-Triangulation

Hier wird der vierstufige Suchstrahlen Algorithmus zur Triangulation der Einzelpunkte nach Haala (2004) vorgestellt.

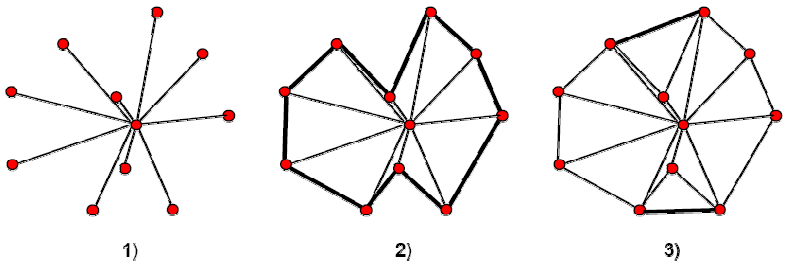


Abbildung 6 Darstellung des Suchstrahlen Algorithmus

1) Der Algorithmus beginnt mit der Wahl eines Punktes in der Mitte des Feldes. Von diesem Punkt werden Strahlen zu allen Punkten des Feldes erzeugt. Man ordnet die Strahlen nach ihrem Polarwinkel.
2) Benachbarte Strahlen werden durch verbinden der äußeren Punkte zu Dreiecken geschlossen.
3) Einfügen von zusätzlichen Kanten ohne Überschneidung
4) Das entstandene Dreiecksnetzwerk genügt nicht der Definition einer Delaunay-Triangulation. Dazu ist eine iterative Reorganisation notwendig.

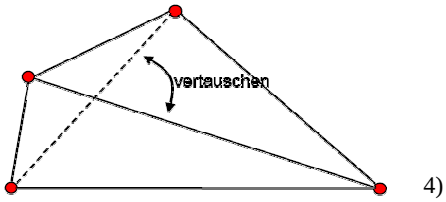


Abbildung 7 Darstellung eines konvexen Vierecks mit Diagonalen

I. Wahl von zwei Dreiecken mit gemeinsamer Kante, die zusammen ein konvexes Viereck bilden.
II. Vergleich der Länge der gemeinsamen Kante mit der anderen Diagonale des Vierecks. Falls diese kürzer ist, wird diese als Kante der beiden Dreiecke gewählt.
III. An Stelle I fortfahren, bis keine Veränderung mehr erfolgt.

Die Delaunay-Triangulation der ausgewählten BIFROST Punkte ist in Abb. 8 dargestellt. Auffällig sind sehr lang gezogene Dreiecke and den Rändern des Netzwerkes, die aus der Eigenschaft resultieren, dass Delaunay-Triangulationen immer eine konvexe Hülle bilden, zu erklären sind. Diese Rand-Dreiecke sind für die Berechnung von Deformationen nicht geeignet, da sie ein ungünstiges Verhältnis von Basis zu Höhe besitzen. Aus diesem Grund ist als weiterer Schritt eine Optimierung der Dreieckstruktur erforderlich. Hierzu wird das Verhältnis von Basis zu Höhe für alle Dreiecke berechnet und ungünstige Dreiecke von der Berechnung der Strain-Rates ausgenommen. Zur Berechnung der Fläche und der Seitenlänge wird eine sphärische Approximation der Erdoberfläche verwendet.

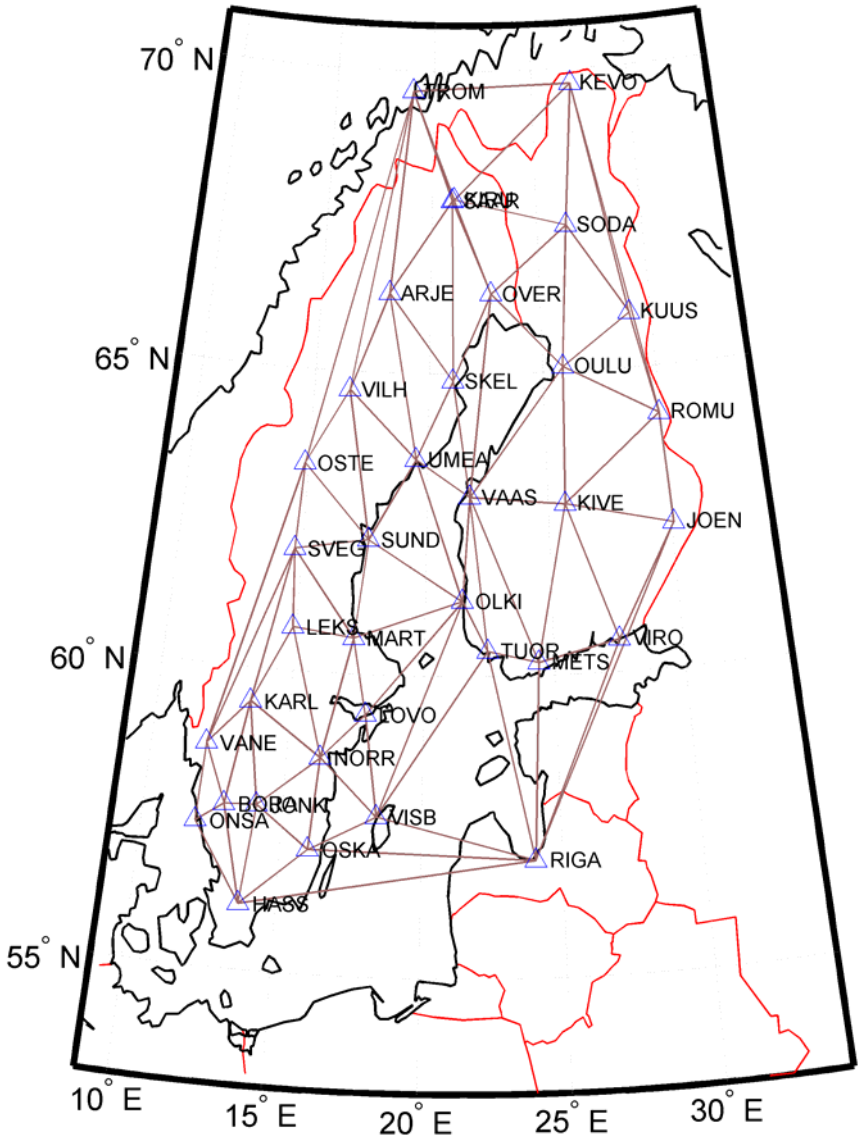


Abbildung 8 Delaunay-Triangulation der BIFROST Punkte

3.3 Einbinden von Topographiedaten in die matlab® Kartendarstellung

In der Studienarbeit wird zur Verbesserung der Anschaulichkeit den Kartendarstellungen der Strain-Rates die Topographie Fennoskandiens unterlegt. In der matlab® mapping toolbox ist nur ein sehr nieder aufgelöstes Topographiemodell der Erdoberfläche vorhanden. Möchte man ein hoch aufgelöstes Modell verwenden stehen aus mehren Quellen hoch aufgelöste Daten zum kostenlosen Download zur Verfügung. Die matlab® mapping toolbox bietet mit der Funktion „globedem“ die Möglichkeit Topographiedaten des National Geophysical Date Center (NGDC) zu benutzen. Das NGDC ist Teil des US Department of Commerce (USDOC), des National Oceanic & Atmospheric Administration (NOAA) und des National Environmental Satellite, Data and Information Service (NESDIS). Das NGDC stellt seine Daten im Internet frei zur Verfügung. Das weltweites Topographiemodell mit einer Auflösung von 30“ oder 1km wird unterteilt in 16 Kacheln komprimiert zum freien Download unter

http://www.ngdc.noaa.gov/mgg/topo/gltiles.html

durch das NGDC (2006) bereitgestellt. Die entpackte Größe jeder Kachel beträgt ca. 100MB. Abbildung 9 zeigt einen Überblick über die verfügbaren Daten.

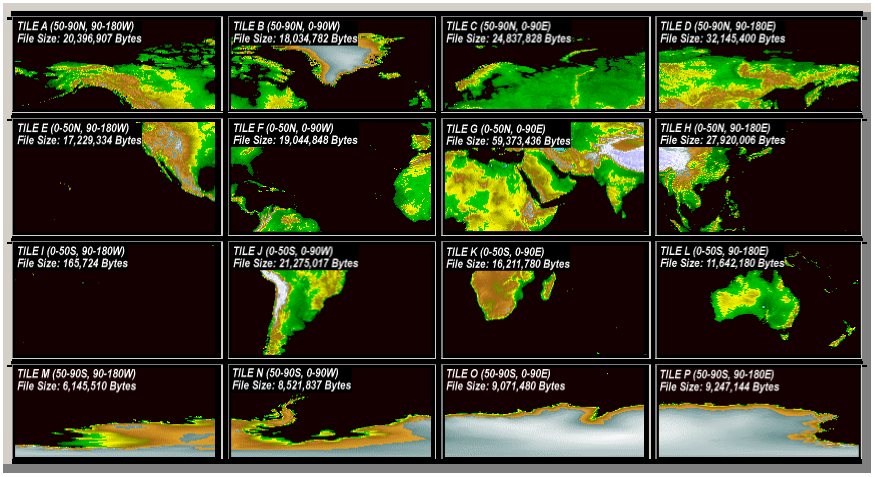


Abbildung 9 Topographiedaten des NGDC

4 Der Strain-Rate-Tensor

Die deutsche Übersetzung von Strain ist Spannung. Deformationen entstehen durch Spannungen in Festkörpern. Spannungen verändern die Abstände zwischen den Elementarteilchen eines Festkörpers. Jede lineare Transformation nahe der Idendität lässt sich nach Grafarend (2001) in drei einzelne Elemente zerlegen. Der erste Summand ist eine Rotation der zweite eine Dilatation und der Dritte eine reine Scherung. Da bei Rotation und Dilatation keine Volumen oder Flächenänderungen auftreten sind sie für die Erzeugung von Strain-Rate-Tensoren nicht von Interesse.

$$\mathbf{A} = \underbrace{\frac{1}{2}\left(\mathbf{A} - \mathbf{A}^T\right)}_{\text{Rotation}} + \underbrace{\frac{\text{spur}(\mathbf{A})}{3}\mathbf{I}}_{\text{Dilatation}} + \underbrace{\frac{1}{2}\left(\mathbf{A} + \mathbf{A}^T - 2\frac{\text{spur}(\mathbf{A})}{3}\mathbf{I}\right)}_{\text{reine Scherung}} \tag{5}$$

4.1 Die Berechnung des zweidimensionalen geodätischen Strain Rate Tensors

Die Hauptaufgabe dieser Studienarbeit ist die Analyse der Eigenraumkomponenten Parameter der zweidimensionalen Strain Rate Tensoren, die aus den zweidimensionalen (ebenen) Restgeschwindigkeiten der BIFROST-GPS Daten an den ausgewählten Standorten in Fennoskandien erzeugt werden, durch Methoden, die im Folgenden vorgestellt werden.

Bei der Auswahl geodätischer Standorte als Eckpunkte komplexer Polygone, kann der Strain Tensor des Polygons durch Verwendung der Horizontalegeschwindigkeit interpretiert werden. $[V_{E_B} V_{N_B}]'$ist der horizontale Restgeschwindigkeitsvektor (4) eins Polygonpunktes „*i*“ entlang der Ost- und Nordrichtung im lokalen Geodätischen Koordinatensystem; dieser kann in folgender Approximation geschrieben werden (*Devoti* et al. 2002)

$$\begin{bmatrix} V_{E_i} \\ V_{N_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{E_B} \\ V_{N_B} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial V_E}{\partial E} & \frac{\partial V_E}{\partial N} \\ \frac{\partial V_N}{\partial E} & \frac{\partial V_N}{\partial N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E_i \\ \Delta N_i \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \tag{6}$$

$$\mathbf{V}_{EN_i} = \mathbf{V}_{EN_B} + \mathbf{L}\Delta\mathbf{X}_{EN}$$

wobei $[V_{E_B} V_{N_B}]'$ der unbekannte Geschwindigkeitsvektor für einen internen Referenzpunkt *B*, $\mathbf{L}$ der Geschwindigkeits-Gradienten-Tensor, $[\Delta E_i\ \Delta N_i]'$ die Koordinatendifferenz zwischen der Station *i* und dem Referenzpunkt *B*, berechnet im Bezug auf Parallelkreis- und Meridianbogenlänge, darstellen. Aus $\mathbf{L}$ lässt sich nun der Strain-Rate-Tensor zu $\mathbf{T} = (\mathbf{L} + \mathbf{L}^T)/2$ und ebenfalls den Rotations-Rate-Tensor $\mathbf{R} = (\mathbf{L} - \mathbf{L}^T)/2$ bestimmen. (*Dermanis* und *Liveratos* 1983).

Die Näherung setzt eine lineare Änderung der Geschwindigkeitskomponenten in Bezug auf die Koordinatendifferenzen voraus. Dies bleibt richtig so lange die Polygone sorgfältig ausgewählt wurden, nicht nur bezogen auf das Gebiet, ebenfalls nach erwarteten tektonischen Verhalten. Die Annahme von konstanten Raumgradienten ist nur eine Annäherung 1. Ordnung der zugrunde liegenden tektonischen Verhältnisse. *Savage* et al. (2001) geben die Formulierung zur Schätzung von Strain- und Rotation-Rate in einem sphärischen Koordinatensystem. Die sphärische Lösung ergibt unsignifikant unterschiedliche Ergebnisse verglichen zur kartesischen Näherung (6) für Netzwerke, wie Triangulationen, mit einigen hundert Kilometer Ausdehnung.

Da das kontinuierliche Geschwindigkeitsfeld $\mathbf{V}_r$ unbekannt ist, aber die diskreten Werte an den Punkten *i* bekannt sind, müssen wir eine Interpolationsmethode anwenden um das Geschwindigkeitsfeld $\mathbf{V}_r$ an einem beliebigen Punkt zu erhalten. Es existieren zahlreiche

Interpolationsmethoden. Hier wird die finite Elemente Methode angewendet, um die lineare Interpolation innerhalb jeder Dreiecksmasche durchzuführen, die durch die Delaunay-Triangulation optimal erzeugt wird.

Für jedes Dreieck wählen wir den Schwerpunkt als Bezugspunkt, am dem es sehr einfach ist den Geschwindigkeitsgradiententensor zu berechnen. Tatsächlich wird um mit 3 Geschwindigkeitsvektoren umzugehen das Problem durch Invertierung eines linearen Gleichungssystems (LGS) mit sechs Unbekannten (vier Tensorkomponenten plus zwei Geschwindigkeitskomponenten) gelöst

$$\begin{bmatrix} V_{E_1} \\ V_{N_1} \\ V_{E_2} \\ V_{N_2} \\ V_{E_3} \\ V_{N_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta E_1 & \Delta N_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta E_1 & \Delta N_1 \\ 1 & 0 & \Delta E_2 & \Delta N_2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta E_2 & \Delta N_2 \\ 1 & 0 & \Delta E_3 & \Delta N_3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta E_3 & \Delta N_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{E_B} \\ V_{N_B} \\ \frac{\partial V_E}{\partial E} \\ \frac{\partial V_E}{\partial N} \\ \frac{\partial V_N}{\partial E} \\ \frac{\partial V_N}{\partial N} \end{bmatrix} \tag{7}$$

Dieser Ansatz wurde as erstes von *Terada und Miyabe* (1929) vorgeschlagen. Durch den Geschwindigkeitskomponenten-Tensor kann man den zweidimensionalen symmetrischen Strain-Rate-Tensor **T** und en antisymmetrischen Rotation-Rate-Tensor **R** im Schwerpunkt des Dreiecks im Delaunay-Netzwerks herleiten.

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}') = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_E}{\partial E} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_E}{\partial N} + \frac{\partial V_N}{\partial E}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_N}{\partial E} + \frac{\partial V_E}{\partial N}\right) & \frac{\partial V_N}{\partial N} \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$\mathbf{R} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} - \mathbf{L}') = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_E}{\partial N} - \frac{\partial V_N}{\partial E}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_N}{\partial E} - \frac{\partial V_E}{\partial N}\right) & 0 \end{bmatrix} \tag{9}$$

Mittels (7), (8) wird die geodätische Strain-Rate von jedem Delaunay-Dreieck berechnet, und erfolgreich die Eigenraumkomponenten (Eigenwerte und Eigenrichtung) zusammen mit der maximalen Scherungs-Strain-Rate $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ und der zweiten Strain-Rate-Invarianten $(\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2)^{1/2}$. Die Ergebnisse der Fallstudie für Fennoskandien für die Strain-Rates sind im Anhang II zu finden.

5 Schätzverfahren für Eigenkomponenten eines zweidimensionalen, symmetrischen Zufallsdeformationstensors

5.1 Die Eigenraumanalye und Eigenraumsythese eines zweidimensionalen, symmetrischen Zufallstensor

Hier werde ich die von Cai (2004) entwickelte Schätzverfahren für die Eigenkomponenten eines zweidimensionalen symmetrischen und zufälligen Deformationstensor vorstellen. Gegeben sei der zweidimensionale Strain-Tensor $\mathbf{T} \in \mathbb{T}_0^2$ vom Rang zwei, der die kommutative orthonormale Basis $\{\mathbf{e}^1, \mathbf{e}^2\}$ besitzt, kurz $\mathbf{e}^i \otimes \mathbf{e}^j$ für alle $i,j \in \{1,2\}$. „$\otimes$“ bezeichnet das Tensorprodukt. Entsprechend $T = [t_{ij}] \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ ist die Matrix Darstellung des zweidimensionalen symmetrischen Tensors vom Rang zwei.

i) Eigenwert-Eigenvektor Analyse

Für einen symmetrischen Tensor $\mathbf{T} \in \mathbb{T}_0^2$ sind die Eigenwerte λ_1 und λ_2, die eine orthonormale Matrix $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ der Eigenvektoren bilden, so wie der Orientierungsparameter α, analytisch dargestellt durch die Matrixelemente von $\mathbf{T}$

$$
\begin{aligned}
0 &:= \det(\mathbf{T} - \lambda \mathbf{E}) = \det \begin{bmatrix} t_{11} - \lambda & t_{12} \\ t_{12} & t_{22} - \lambda \end{bmatrix} \\
&= (t_{11} - \lambda)(t_{22} - \lambda) - t_{12}^2 = \lambda^2 - (t_{11} + t_{22})\lambda + (t_{11}t_{22} - t_{12}^2) \\
\lambda_{1,2} &= \frac{1}{2}\left(t_{11} + t_{22} \pm \sqrt{(t_{11} + t_{22})^2 - 4t_{11}t_{22} + 4t_{12}^2}\right) \\
&\lambda_1 \in \mathbb{R}, \quad \lambda_1 = \frac{1}{2}(t_{11} + t_{22} + \sqrt{(t_{11} - t_{22})^2 + 4t_{12}^2}), \\
&\lambda_2 \in \mathbb{R}, \quad \lambda_2 = \frac{1}{2}(t_{11} + t_{22} - \sqrt{(t_{11} - t_{22})^2 + 4t_{12}^2}), \\
&\alpha \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}], \quad \alpha = \frac{1}{2}\arctan 2t_{12}/(t_{11} - t_{22}).
\end{aligned}
\tag{10}
$$

$\mathbf{E} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ stellt die Einheitsmatrix dar.

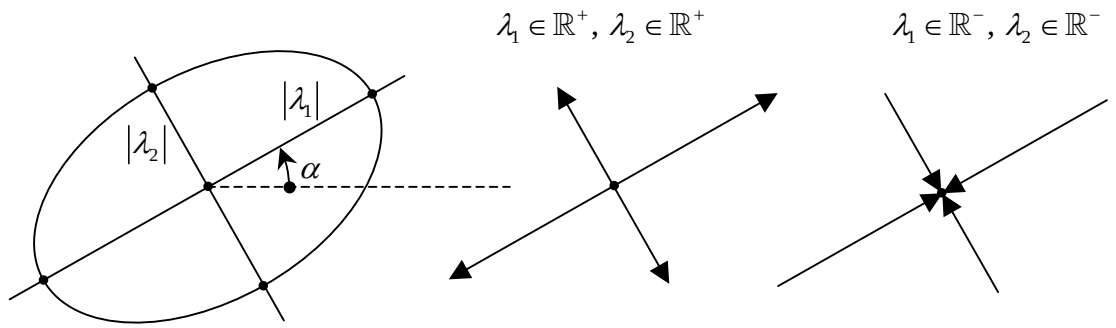
ii) Eigenwert-Eigenvektor Synthese

Sind die Eigenwerte λ_1 und λ_2 so wie der Orientierungsparameter α, die eine orthonormale Matrix $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ erzeugen, gegeben können die Elemente

$$
\begin{aligned}
t_{11} &= \lambda_1 \cos^2 \alpha + \lambda_2 \sin^2 \alpha, \\
t_{12} &= t_{21} = \frac{1}{2}(\lambda_1 - \lambda_2)\sin 2\alpha, \\
t_{22} &= \lambda_1 \sin^2 \alpha + \lambda_2 \cos^2 \alpha
\end{aligned}
\tag{11}
$$

des symmetrischen Tensors $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ angegeben werden. Auf Grundlage von i) wird der symmetrische 2D-Strain-Tensor graphisch dargestellt, der im Fall $\lambda_1 = \operatorname{sign} \lambda_2$ als Strainellipse Abb. 10 a) und im Fall $\lambda_1 \neq \operatorname{sign} \lambda_2$ als Strainhyperbel Abb. 10 b) visualisiert werden kann. Im *ersten Fall* sind die Achsen der Ellipse den Richtungen der entsprechenden Eigenvektoren des Deformationstensors zugeordnet. Die Länge der großen Halbachse ist der maximale Strain, die Länge der kleinen Halbachse entspricht dem Wert des minimalen Strain. Für $\operatorname{sign} \lambda_1 = \operatorname{sign} \lambda_2 = +1$ spricht man von *Ausdehnung*, ist $\operatorname{sign} \lambda_1 = \operatorname{sign} \lambda_2 = -1$ von *Kontraktion*. Im zweiten Fall weisen die Achsen der Strainhyperbel in die Richtung der Eigenvektoren des Strain-Tensors, die reale Achse bildet λ_1 ab, die Imaginäre $|\lambda_2|$.

Abbildung 10 a) Strain-Ellipse, $\operatorname{sign}\lambda_1 = \operatorname{sign}\lambda_1$, Ausdehnung oder Kontraktion in beide Richtungen.



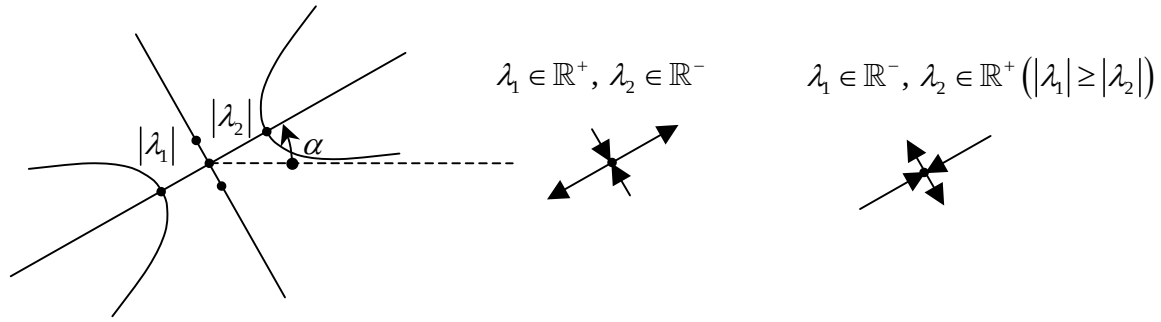


Abbildung 11 b) Strainhyperbel, $\operatorname{sign}\lambda_1 \neq \operatorname{sign}\lambda_1$, Ausdehnung in einer Richtung, Kontraktion in die andere Richtung nach Cai et al. 2005

5.2 Das linearisierte multivariate Gauss-Markov-Modell zur Schätzung der Eigenraumkomponenten eines symmetrischen Zufallstensor vom Rang zwei

Abschnitt 5.1 hat gezeigt, dass die Eigenraumsynthese eines symmetrischen Tensors nichtlinear in Bezug auf tensorwertige Beobachtungen ist und das keine einfache Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion von zufälligen Eigenraumkomponenten existiert. Demzufolge kann die exakte Verteilungsfunktion nicht direkt hergeleitet werden. Hier wird das linearisierte Gegenstück zur Stichprobe der Parameter der Eingenraumsynthese aus den ursprünglich nichtlinearen Beobachtungsgleichungen hergeleitet. **Σ**-BLUUE der Eigenraumkomponenten und ihre Varianz-Kovarianz-Matrix Schätzung vom Typ BIQUUE werden mit Hilfe der Formeln von *Cai, Grafarend und Schaffrin* (2001) entwickelt.

$$\mathbf{T} = [t_{ij}] \in \mathbb{R}^{2\times 2},\ \operatorname{vech}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_{11} \\ t_{21} \\ t_{21} \end{bmatrix} =: \mathbf{y} \in \mathbb{R}^{3\times 1} \quad \text{(gelesen: vec half)},$$

Man nehme an n Beobachtungen von $\mathbf{T}$, hier $\mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2, \ldots, \mathbf{T}_n$ sind gegeben, deren vektorisierte Form $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \ldots, \mathbf{y}_n$ ist. Nun wird ein Feld von vektrorisierten Tensorkoordinaten erzeugt $y_1 := t_{11}, y_2 := t_{21}, y_3 := t_{22}$, indiziert durch die Nummer der Beobachtung. Zum Beispiel, $y_{2,3}$ beschreibt die Tensorkoordinate $y_2 = t_{21}$ in der dritten Beobachtung. Somit hat

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \cdots, \mathbf{y}_n] = \begin{bmatrix} y_{1,1} & \cdots & y_{1,n} \\ y_{1,1} & \cdots & y_{1,n} \\ y_{1,1} & \cdots & y_{1,n} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{3\times n} \tag{12}$$

folgende Varianz-Kovarianz-Matrix die sich ergibt, wenn $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \cdots, \mathbf{y}_n$ unabhängig, gleich verteilt (i.i.d.) 3×1 Zufallsvektoren sind, jeder mit derselben Varianz-Kovarianz-Matrix $\mathbf{\Sigma}_y$

$$D\{\operatorname{vec}\mathbf{Y}\} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_\mathbf{y} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{\Sigma}_\mathbf{y} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{\Sigma}_\mathbf{y} \end{bmatrix} = \mathbf{I}_n \otimes \mathbf{\Sigma}_\mathbf{y}, \quad D\{\operatorname{vec}\mathbf{Y}\} \in \mathbb{R}^{3n\times 3n}, \tag{13}$$

wobei „ $\otimes$ “ das Kronecker-Zehfuss-Produkt von Matrizen darstellt. (s. *Grafarend and Schaffrin* 1993).

Das nichtlineare Gauss-Markov-Modell kann jetzt durch (14), (15) und (13) beschrieben verwenden. **1** bezeichnet den $n\times 1$ „Summationsvektor“ mit allen Einträgen gleich 1.

Nichtlineares Modell: nichtlineares multivariates Gauss-Markov-Modell zur Eigenraumsynthese:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F}(\boldsymbol{\xi})\mathbf{1}' + \bar{\mathbf{E}} \tag{14}$$

erste Momente:

$$E\{\mathbf{Y}\} = E\{\begin{bmatrix} y_{1,1} & \cdots & y_{1,n} \\ y_{2,1} & \cdots & y_{2,n} \\ y_{3,1} & \cdots & y_{3,n} \end{bmatrix}\} = \mathbf{F}\mathbf{1}'$$

$$\mathbf{F} := \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \cos^2\alpha + \lambda_2 \sin^2\alpha \\ \frac{1}{2}(\lambda_1 - \lambda_2)\sin 2\alpha \\ \lambda_1 \sin^2\alpha + \lambda_2 \cos^2\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_1 \cos^2\xi_3 + \xi_2 \sin^2\xi_3 \\ \frac{1}{2}(\xi_1 - \xi_2)\sin 2\xi_3 \\ \xi_1 \sin^2\xi_3 + \xi_2 \cos^2\xi_3 \end{bmatrix} \tag{15}$$

$$\left.\begin{matrix} \xi_1 := \lambda_1 \\ \xi_2 := \lambda_2 \\ \xi_3 := \alpha \end{matrix}\right\} \text{und} \left\{\begin{matrix} f_1 := t_{11} \\ f_2 := t_{21} \\ f_3 := t_{22} \end{matrix}\right.$$

zweite Momente:

$$D\{\operatorname{vec}\mathbf{Y}\} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_\mathbf{y} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{\Sigma}_\mathbf{y} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{\Sigma}_\mathbf{y} \end{bmatrix} = \mathbf{I}_n \otimes \mathbf{\Sigma}_\mathbf{y} \tag{13}$$

$D\{\operatorname{vec}\mathbf{Y}\} = \mathbf{\Sigma} \in \mathbb{R}^{3n\times 3n}$, $\mathbf{\Sigma}$ positiv definit, $\operatorname{rk}\Sigma = 3n$

ξ, $E\{\mathbf{Y}\}$, $\mathbf{Y} - E\{\mathbf{Y}\} = \bar{\mathbf{E}}$ unbekannt, $\mathbf{\Sigma}$ unbekannt.

Um die Eigenraumkomponenten eines symmetrischen Zufallstensors zweiter Ordnung zu schätzen, werden Beobachtungsgleichungen linearisiert. Der Linearisierungsprozess nichtlinearer Beobachtungsgleichungen ist angewandt durch die nichtlineare Abbildung $\xi \mapsto \mathbf{F}(\xi)$. Diese hier beschriebene Taylorreihenentwicklung

$$\mathbf{F}(\xi) = \mathbf{F}(\xi_0) + \mathbf{J}(\xi_0)(\xi - \xi_0) + \mathbf{H}(\xi_0)(\xi - \xi_0)\otimes(\xi - \xi_0) + \mathcal{O}[(\xi - \xi_0)\otimes(\xi - \xi_0)\otimes(\xi - \xi_0)] \tag{16}$$

ist auf die Ordnung $\mathcal{O}[(\xi - \xi_0)\otimes(\xi - \xi_0)\otimes(\xi - \xi_0)]$; $\mathbf{J}(\xi_0)$ und $\mathbf{H}(\xi_0)$ beschränkt, dargestellt durch die Jacobi-Matrix der ersten partiellen Ableitungen, und der Hesse-Matrix der zweiten Ableitungen, der vektorwertigen Funktion $\mathbf{F}(\xi)$ bezogen auf die Komponenten des Vektors ξ, beide am Punkt ξ_0 ausgewertet. In dieser Studienarbeit wird das Nichtlineare Modell durch

abschneiden der vektorwertigen Funktion $\mathbf{F}(\xi)$ bei der Ordnung $\mathcal{O}[(\xi-\xi_0)\otimes(\xi-\xi_0)]$ erzeugt, daraus folgt

$$\mathbf{F}(\xi)-\mathbf{F}(\xi_0)=\mathbf{J}(\xi_0)(\xi-\xi_0)+\mathcal{O}[(\xi-\xi_0)\otimes(\xi-\xi_0)]\,. \tag{17}$$

Linearisierung der nichtlinearen Beobachtungsgleichungen:

Basierend auf der Taylorreihenentwicklung von $\mathbf{F}(\xi)$ wird das *Gauss-Newton-Integrationsshema* auf $\xi_0=[\lambda_1,\lambda_2,\alpha]_1'$ als Startpunkt angewandt. ξ_0 wird bestimmt durch einmaliges lösen der Eigenwertanalysegleichungen für die erste Messreihe wie in (18) gezeigt.

erster Satz von Beobachtungen $\begin{bmatrix} y_{1,1} \\ y_{2,1} \\ y_{3,1} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} t_{11,1} \\ t_{21,1} \\ t_{22,1} \end{bmatrix}.$

Definition:
$$\xi_0:=\begin{bmatrix} \lambda_{1,1} \\ \lambda_{2,1} \\ \alpha_1 \end{bmatrix}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} t_{11,1}+t_{22,1}+\sqrt{(t_{11,1}-t_{22,1})^2+4t_{21,1}{}^2} \\ t_{11,1}+t_{22,1}-\sqrt{(t_{11,1}-t_{22,1})^2+4t_{21,1}{}^2} \\ \arctan 2t_{21,1}/(t_{11,1}-t_{22,1}) \end{bmatrix},\Delta\xi:=\xi-\xi_0 \tag{18}$$

„Linearisiertes Modell“: $\mathbf{F}(\xi)-\mathbf{F}(\xi_0)=\mathbf{J}(\xi_0)\Delta\xi+\mathcal{O}(\Delta\xi\otimes\Delta\xi)$ (17)

Darstellung der Jacobi-Matrix:

$$\mathcal{A}:=\mathbf{J}(\xi_0)=\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial\lambda_1} & \frac{\partial f_1}{\partial\lambda_2} & \frac{\partial f_1}{\partial\alpha} \\ \frac{\partial f_2}{\partial\lambda_1} & \frac{\partial f_2}{\partial\lambda_2} & \frac{\partial f_2}{\partial\alpha} \\ \frac{\partial f_3}{\partial\lambda_1} & \frac{\partial f_3}{\partial\lambda_2} & \frac{\partial f_3}{\partial\alpha} \end{bmatrix}_{\xi=\xi_0}=\begin{bmatrix} \cos^2\alpha_1 & \sin^2\alpha_1 & (\lambda_{2,1}-\lambda_{1,1})\sin 2\alpha_1 \\ \frac{1}{2}\sin 2\alpha_1 & -\frac{1}{2}\sin 2\alpha_1 & -(\lambda_{2,1}-\lambda_{1,1})\cos 2\alpha_1 \\ \sin^2\alpha_1 & \cos^2\alpha_1 & -(\lambda_{2,1}-\lambda_{1,1})\sin 2\alpha_1 \end{bmatrix} \tag{19}$$

Auf diese Weise wird die Designmatrix der ersten Art $\mathcal{A}:=\mathbf{J}(\xi_0)$ als Jacobimatrix $\mathbf{J}$ am Punkt ξ_0 erzeugt. Das sphärisch linearisierte multivariate *Gauss-Markov-Modell* zur Darstellung des Eigenraums einer zwei-dimensionalen, symmetrischen Zufallsmatrix ist

$$\mathbf{Y}=\mathbf{F}(\xi_0)\mathbf{1}'+[\mathcal{A}(\xi-\xi_0)]\mathbf{1}'+\mathbf{E}\,. \tag{20}$$

Durch diese Definition und den Beobachtungen eines Zufallstensors können wir *erneut* die Eigenraumkomponenten ξ des Typs $\mathbf{\Sigma}$ -BLUUE (*Best Linear Uniformly Unbiased Estimation*) und $\hat{\mathbf{\Sigma}}_y$ als die BIQUUE (*Best Invariant Quadratische Uniformly Unbiased Estimation*) der Varianz-Kovarianz-Matrix $\mathbf{\Sigma}_y$ schätzen, wie in *Theorem 1 und 2 in Cai et al.* (2005) zusammengefasst.

6 Die Analyse der Eigenraumkomponenten des Strain-Rate-Tensors in Fennoskandien

6.1 Die Darstellung der Numerischen Ergebnisse der 2D geodätischen Strain-Rate

An dieser Stelle sollen als erste Fallstudie die Ergebnisse die horizontalen Restgeschwindigkeiten und die Haupt-Strain-Rates jedes Dreiecks für die spätere Interpretation und Vergleiche in einer geeigneten Art präsentiert werden. Ich habe die MATLAB Mapping Toolbox (Math-Workd 2000) benutzt um die Oberflächendeformation darzustellen. Alle Berechnungsergebnisse sind auch in Anhang II in numerischer Form nachzulesen.

Zur Kartierung von nördlichen Gebieten wird die äquidistante Kegelprojektion verwendet. Diese wurde zum ersten Mal durch den Alexandrinischen Astronom, Mathematiker und Geographen *Claudius Ptolemäus* ungefähr 150 n. Chr. Beschrieben. Verbesserungen wurden von *Johannes Ruysch* im Jahr 1508, *Geradus Mercator* im späten 16. Jahrhundert und *Nicolas de l'Isle* 1745 entwickelt. Diese ist auch als einfache Konische oder Zylinderprojektion bekannt. Entlang der Meridiane und den Standardparallelen ist diese längentreu. Der Maßstab ist entlang den Parallelen konstant. Die Abbildung ist entlang den zwei Standardparallelkreisen Verzerrungsfrei. Die Verzerrung entlang anderer Parallelkreise ist konstant. Diese Abbildung bildet einen Kompromiss in der Verzerrung zwischen konformer und flächentreuer Kegelabbildung, von denen sie jeweils keine ist.

Als Verteilungsmuster der Hauptstrain-Rates (Eigenwerte und Eigenrichtungen des 2D Strain-Rate-Tensors) der Delauney-Dreiecke und der dazugehörigen Restgeschwindigkeiten der BIFROST Punkte in der untersuchten Region ist in der Abb. 10 dargestellt. *Ausdehnung* ist durch nach außen gerichtete Symmetrische Pfeile und *Kontraktion* ist durch nach innen gerichtete symmetrische Pfeile dargestellt. Die *Restgeschwingdigkeiten* sind durch einzelne Pfeile dargestellt.

Aus Abb. 11 sehen wir, dass das Strain-Rate-Feld im Zentralbereich durch die Ausdehnung in der Größe von 5 bis 8 nanostrain/yr dominant ist. Die Hauptcharakteristik des Musters der Haupt-Strain-Raten ist die zweiachsige Ausdehnung mit der Hauptausdehnungsrichtung von WNW. Im umgebenden Gebiet, besonders im Süd-Ost Teil von Fennoskandien ist das Hauptmerkmal die die Kompression im der Höhe von -6 bis -1 nanostrain/yr. Diese verschiedenen Merkmale des Strain-Rate-Felds spiegeln die Tatsache wieder, dass die Hebungsgeschwindigkeit im Zentrum der postglazialen Hebung größer ist als im südlichen und östlichen Gebiet.

Postglaziale Hebung lässt die Erdoberfläche nicht nur heben und neigen, sondern auch krümmen. Die Krümmung erzeugt horizontalen und seitlichen Strain. Für eine weitere Betrachtung der Krümmung und des seitlichen Strain wird auf *Ekman* (1992) und *Turcotte und Schubert* (2002) verwiesen. Die Hebungsrate, oder die vertikale Komponente der Geschwindigkeit, ist aufgrund der Erdkrümmung von einem ausdehnenden seitlichen Strain begleitet. Zum Beispiel hat die Hebungsrate der Station Kuusamo im Zentrum Fennoskandiens einen Wert von $\Delta\dot{h} = 11{,}8$ mm/yr. Mit der Formel nach *Turcotte und Schubert* (2002) lässt sich daraus eine Strain-Rate von

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\Delta\dot{h}}{R_E} = \frac{11.8\,mm/yr}{6378140m} = 1.85\times10^{-9}/yr = 1.85\,nanostrain/yr \qquad (21)$$

ermitteln. Dies ist ungefähr dieselbe Größenordnung wie, die der Stain-Rate abgeleitet aus der Residualgeschwindigkeit der Kruste.

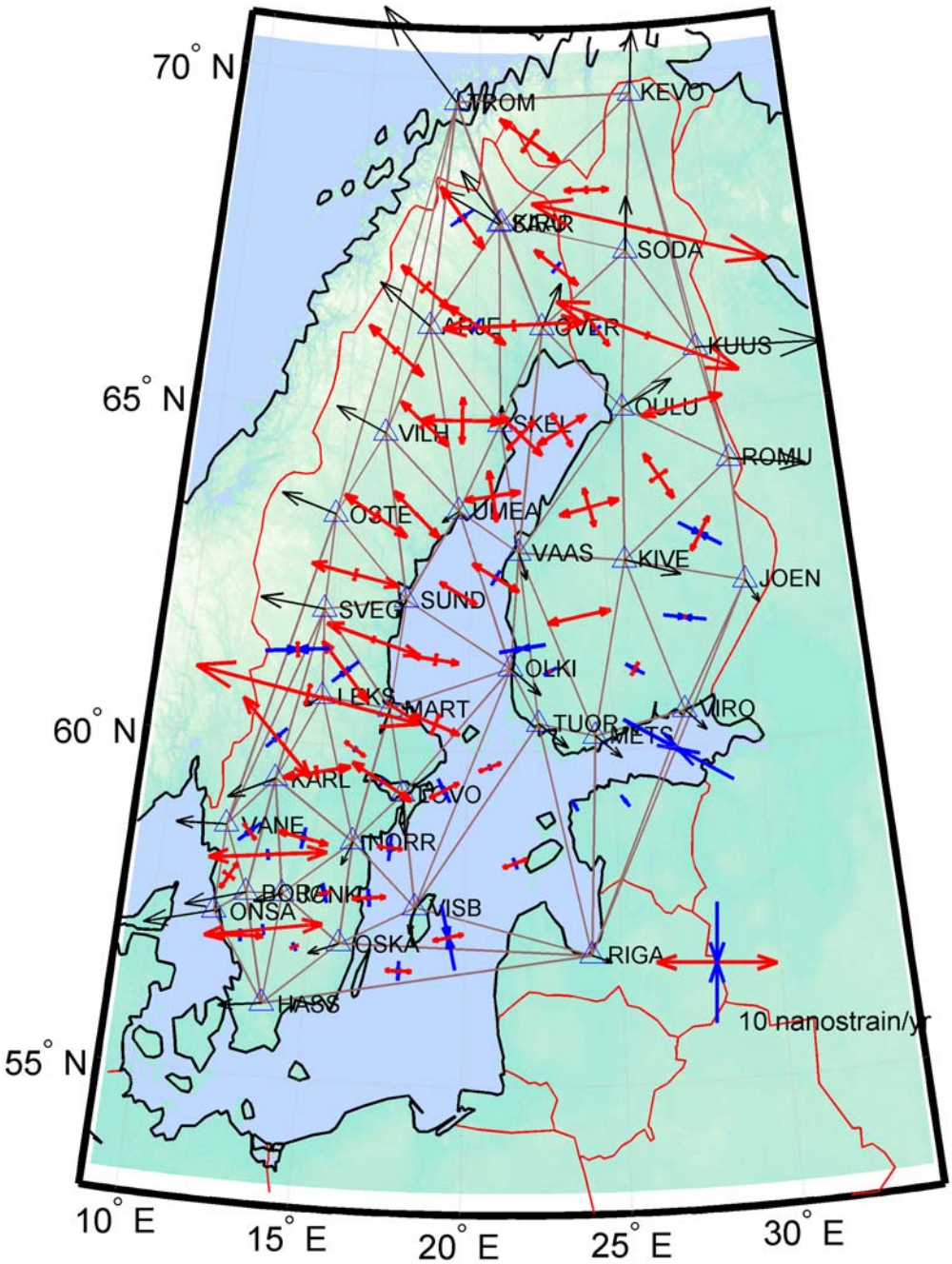


Abbildung 12 Muster der Haupt-Strain-Rates von 36 Dreiecken und der dazugehörigen Restgeschwindigkeiten der BIFROST Standorte in Fennoskandien *Ausdehnung* ist durch nach außen gerichtete Symmetrische Pfeile und *Kontraktion* ist durch nach innen gerichtete symmetrische Pfeile dargestellt. Die *Residualgeschwingdigkeiten* sind durch einzelne Pfeile dargestellt

7 Statistische Inferenz der Eigenraum-Komponenten des 2D Strain-Rate-Tensors

In Diesem Abschnitt, wird als weitere Fallstudie das in Abschnitt 5 vorgestellte Modell und Hypothesentest auf die Eigenraumkomponenten des Strain-Rate-Tensors angewandt, die zu für die ausgewählten Delaunay Dreiecke erlangt wurden.

7.1 Die Schätzungen der Eigenraumkomponenten aus den Strain-Rate-Beobachtungen

Mit den zweidimensionalen Strain-Rate-Tensor-Beobachtungen, berechnet aus den BIFROST Residualgeschwindigkeiten, konnten neben den Eigenraumkomponenten (Eigenwerte und Eigenrichtungen) der zweidimensionalen Strain-Rate-Tensoren auch die Varianz-Kovarianz-Komponentenmatrix vom Typ BIQUUE, und ihre geschätzte Dispersionsmatrix erhalten werden. Es wurden nun erfolgreich Hypothesentests durchgeführt. Die Ergebnisse von 9 Delaunay-Dreiecken in der untersuchten Region sind detailliert in Abb. 12 zusammen mit ihren 2σ oder 95% Konfidenzintervallen dargestellt. Für diese Abbildung wurden nur neun Stationen ausgewählt, die das Untersuchungsgebiet gleichmäßig abdecken, damit ist eine höhere Anschaulichkeit gegeben.

Die Schätzungen der Eigenraumkomponenten (Eigenwerte und Eigenrichtungen) und deren Standardabweichung zusammen mit der maximalen Scher-Strain-Rate und der zweiten Strain-Rate-Invarianten für diese Dreiecke sind im Anhang II in Tabelle 4 für 36 Stationen und wie in Abbildung 12 mit 9 Stationen in Tabelle 5 aufgelistet.

Die 95% Konfidenzintervalle für die Schätzungen der Eigenwerte $\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2$ und Eigenrichtungen $\hat{\alpha}_1$ dargestellt in Abbildung 12 liefern eine Darstellung der wahrscheinlichen Stärke und Richtung der Ausdehnung und Kompression der Strain-Rate. Dies ist wichtig für eine zuverlässige Vorhersage der Tektonischen Aktivität, einschließlich dem möglichen Deformationstrend und dessen Richtung.

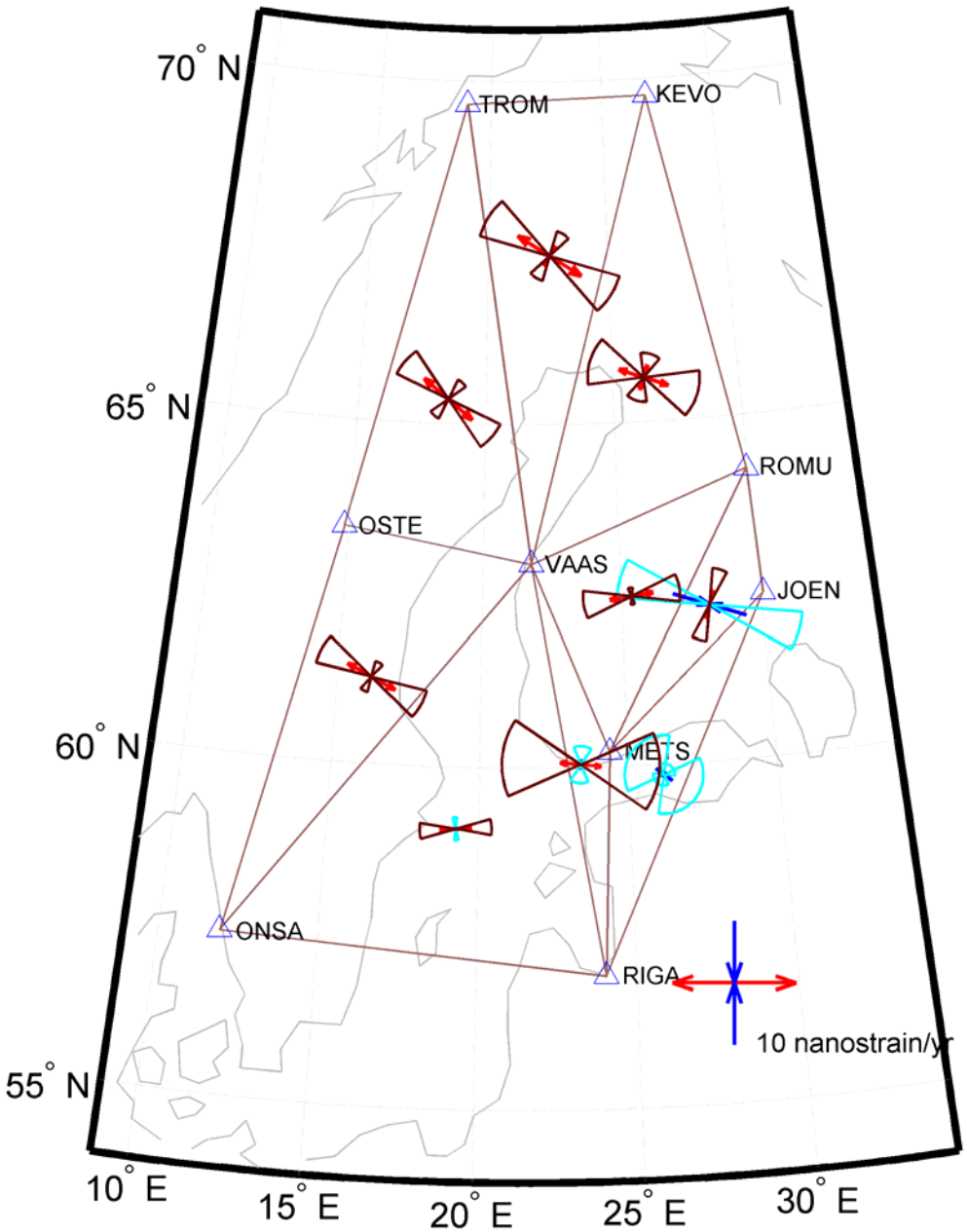


Abbildung 13 Muster der Hauptstrainraten mit 2σ Konfidenzbereich für jedes Dreieck und den dazugehörigen Restgeschwindigkeiten der 36 Stationen in Fennoskandien *Ausdehnung* ist durch nach außen gerichtete Symmetrische Pfeile und *Kontraktion* ist durch nach innen gerichtete symmetrische Pfeile dargestellt.

8 Schlussfolgerungen und weitere Studien

In dieser Studienarbeit wurde eine vollständige statistische Analyse der Eigenraumkomponenten des Deformationstensors durchgeführt. Die Modelle die hier vorgestellt wurden sind geschlossen und durchführbar. So lässt sich die erfolgreiche statistische Inferenz der Eigenraum Komponenten und der Varianz-Kovarianz-Matrix einer Gauß-Laplace normalverteilten Beobachtung eines zufälligen Deformationstensors (Fallstudie: zweidimensionaler, symmetrischer Stain-Rate-Tensor von Rang 2) durchführen.

In der Fallstudie mit der BIFROST Lösung 2001 wurde die anhaltenden Krustendeformationen aufgrund der postglazialen isostatischen Hebung in Fennoskandien im statistischen Sinne überprüft und analysiert. Die allgemeine Charakteristik des Musters der Haupt-Strain-Raten ist eine zweiachsige Ausdehnung in der Größenordnung von 5 nanostrain/yr in zentral Fennoskandien und Kompression im südöstlichen Umgebungsgebiet. Die Landhebung in Fennoskandien ist aufgrund der Krümmung der Erdoberfläche von einem lateralen Strain in der Höhe von 1~2 nanostrain/yr begleitet. Man profitiert von der statistischen Information hergeleitet aus dem Schätzungsverfahren. Die 95% Konfidenzintervalle für die Schätzungen der Eigenwerte $\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2$ und Eigenrichtungen $\hat{\alpha}_1$ dargestellt in Abb. 12, liefern uns eine graphische Darstellung der möglichen Größen und Richtungen der Ausdehnung und Kontraktion der Strain-Rate, was wichtig für die Vorhersage der tektonischen Aktivität einschließlich des möglichen Deformationstrend und dessen Richtung.

Für weitergehende Studien schlägt *Cai* 2005 vor (1) das geodätische Strain-Raten-Feld mit dem geodynamischen Aspekten in Fennoskandien vergleichen; (2) GPS Zeitserien der Krustenbewegung zu verwenden, wie zum Beispiel die jährlichen Lösungen des BIFROST Projekts um realistischere statistische Analysen des Strain-Rate-Tensorfelds durchzuführen; (3) die statistische Analyse der Eigenraumkomponenten der zwei- oder drei-dimensionalen Spannungs/Strain und seismischen Momententensoren mit Messungen vor Ort mit einem Strainmeter oder einem Seismometer, die von zentralem Interesse in der Geophysik und Seismologie sind, zu erzeugen.

9 Literatur:

Altiner Y. (1999): Analytical surface deformation theory for detection of the Earth's Crust Movement, Springer Berlin, Heidelberg, 1999

Boucher C. and Z. Altamimi(1993): Development of a Conventional Terrestrial Reference Frame, in Contributions of Space geodesy to geodynamics: Earth dynamics, D. E. Smith and D. L. Turcotte (Eds), AGU, 89-98

Brunner F.K. (1979): On the analysis of geodetic networks for the determination of the incremental strain tensor, Survey Review XXV 192 (1979) 56-67

Cai J., (2004): Statistical inference of the eigenspace components of a symmetric random deformation tensor, Doctoral thesis, Deutsche Geodätische Kommission (DGK) Reihe C, Heft Nr. 577, München 2004

Cai J., Grafarend E. and Schaffrin B. (2001): The Σ-BLUUE of eigenspace components of a symmetric random tensor of second order, Simulated case study: 2-dimensional strain, Geodetic Week, Köln, 18.-21. September 2001

Cai J., Grafarend E. and Schaffrin B. (2005): Statistical inference of the eigenspace components of a two-dimensional, symmetric rank-two random tensor, Journal of Geodesy, Vol. 78 (7/8), 425-436

Cai J. and E.W. Grafarend (2005): Statistical analysis of the eigenspace components of the two-dimensional, symmetric rank-two strain rate tensor derived from the space geodetic measurements (ITRF92-ITRF2000 data sets) in central Mediterranean and Western Europe, Submitted to the Geophysical Journal International, 2005

Cai J., Grafarend E. (2006): The statistical analysis of geodetic deformation (velocity and strain rate) derived from the space geodetic measurements of BIFROST project in Fennoscandia, Submitted to the Journal of Geodynamics; Geodätisches Institut der Universität Stuttgart

Dermanis A. and Liveratos E. (1983): Application of deformation analysis in Geodesy and geodynamics, Rev. of Geophysics and Space Physics Vol. 21 No. 1 (1983) 41-50

Devoti R., Ferraro C., ., Lanotte R., Luceri V., Nardi A., Pacione R., Rutigliano P., Sciarretta C. Gueguen E., Bianco G. and Vespe F. (2002): Geophysical interpretations of geodetic deformations in the central Mediterranean area, in Plate Boundary Zones, (Eds.) Stein S. and Freymuller J. T., Geodynamics Series Vol. 30, AGU, Washington D.C 57-66

Ekman, M. (1992): Postglacial rebound and sea level phenomena, with special reference to Fennoscandia and the Baltic Sea, in Lecture Note for NKG-Autumn School "Geodesy and Geophysics", J. Kakkuri (ed.), 1992, 7-70

Flügge W. (1972): Tensor Analysis and Continuum Mechanics, Springer-Verlag Berlin New York 1972

Grafarend E. (1977): Strain-stress relations in geodetic network, publ. Geodetic Inst. Uppsala Uni. No. 16, 1977

Grafarend E. (1986): Three Dimensional Deformation Analysis: Global Vector Spherical Harmonic and Local Element Representation, Tectonophysics 130 (1986) 337-359

Grafarend E. and Schaffrin B. (1993): Ausgleichungsrechnung in linear Modellen, Wissenschaftsverlag, Mannheim 1993

Grafarend, E.W.; (2001): Erdmessung und Physikalische Geodäsie Teil 2. Skriptum zur Vorlesung: Erdmessung und Physikalische Geodäsie, Geodätisches Institut der Universität Stuttgart

Grafarend E. and Voosoghi B. (2003): Intrinsic deformation analysis of the Earth's surface based on displacement fields derived from space geodetic measurements. Case studies: Present-day deformation patterns of Europe and of the Mediterranean area (ITRF data sets), Journal of Geodesy 77(2003) 303-326

Haala, Norbert. (2004): Modellgenerierung – Interpolation und Approximation Skriptum zur Vorlesung: Digitale GeländeModelle (DGM), Institut für Photogrammetrie der Universität Stuttgart

IERS (2003): from http://www.iers.org/iers/

Johansson, J.M., J.L. Davis, H.-G. Scherneck, G.A. Milne, M. Vermeer, J.X. Mitrovica, R.A. Bennett, G. Elgered, P. Elósegui, H. Koivula, M. Poutanen, B.O. Rönnäng, and I.I. Shapiro (2002):
Continuous GPS measurements of postglacial adjustment in Fennoscandia, 1. Geodetic results,
J. Geophys. Res., Vol. 107, No. B8, DOI 10.1029/2001JB000400, 2002

Kakkuri, J. (1992): The stress phenomenon in the fennoscandian Shield, in Lecture Note for NKG-Autumn School "Geodesy and Geophysics", J. Kakkuri (ed.), 1992, 71-86

Lambeck, K., C. Smither and M. Ekman (1998): Tests of glacial rebound models for Fennoscandiavia based on instrumented sea- and lake-level records, Geophys. J. Int. 135, 375-387

MathWorks (2000): Mapping Toolbox Ver. 1.2, MATLAB V 6.5, 2000

Marotta, A.M, Mitrovica, J.X, Sabadini, R and Milne, G.A (2004): Combined effects of tectonics and glacial isotatic adjustment on intraplate deformation in central and northern Europe: Applications to Geodetic Baseline Analyses. *J. Geophys. Res* 109: doi:10.1029/2002JB002337.

Means W.D. (1976): Stress and Strain: Basic concepts of continuum mechanics for geologists. Springer-Verlag New York Heidlberg Berlin

Milne, G.M., J. L. Davis, Jerry X. Mitrovica, H.-G. Scherneck, J. M. Johansson, M. Vermeer, H. Koivula (2001): Space-Geodetic Constraints on Glacial Isostatic Adjustment in Fennoscandia,
Science, Vol. 291, 2001

Milne, G.M., Jerry X. Mitrovica, H.-G. Scherneck, J. L. Davis, J. M. Johansson, H. Koivula and M. Vermeer (2004): Continuous GPS measurements of postglacial adjustment in Fennoscandia, 2. Modeling results, J. Geophys. Res., Vol. 109, No. B2412, DOI 10.1029/2003JB002619, 2004

Mitrovica J. X., J. L. Davis and I.I. Shapiro (1994): A spectral formalism for computing three-dimensional deformations due to surface loads, 2. Present-day glacial isostatic adjustment, J. Geophys. Res., 99. 7075-7101

Mitrovica J. X., G.M. Milne and J. L. Davis (2001): Glacial isostatic adjustment on a rotating Earth, Geophys. J. Int. 147, 562-578

Mueller B, Zoback ML, Fuchs K, Mastin L, Gregersen S, Pavoni N, Stephansson O, Ljunggren C (1992) Regional patterns of tectonic stress in Europe, J. Geophys Res 97 (1992)11,783–11,803

Muirhead R. J. (1982): Aspects of multivariate statistical theory, Wiley , New York, 1982

Peltier WR (1995): VLBI baseline variations for the ICE-4G model of post glacial rebound, Geophys. Res. Lett. 22 (1995) 465-469

Rencher A. (1998) : Multivariate statistical inference and applications, Wiley, New York, 1998

Savage J.C. , Gan W. and Svarc J.L. (2001): Strain accumulation and rotation in the Eastern California Shear Zone, JGR 106 (2001) 21995-22007

Scherneck, H.-G., J.M. Johansson, M. Vermeer, J.L. Davis, G.A. Milne, J.X. Mitrovica (2001): BIFROST Project: 3-D Crustal Deformation Rates Derived from GPS Confirm Postglacial Rebound in Fennoscandia. Earth Planets Space, 53, 703-708, 2001.

Scherneck, H.-G., J.M. Johansson, G. Elgered, J.L. Davis, B. Jonsson, G. Hedling, H. Koivula, M. Ollikainen, M. Poutanen, M. Vermeer, J.X. Mitrovica, and G.A. Milne (2002a): BIFROST: Observing the Three-Dimensional Deformation of Fennoscandia, in: Ice Sheets, Sea Level and the Dynamic Earth, Mitrovica, J.X. and B.L.A. Vermeersen (eds), pp. 69-93 AGU Geodynamics Series, Vol. 29, American Geophysical Union, Washington, D.C., 2002.

Scherneck, H.-G., J.M. Johansson, R. Haas, S. Bergstrand, M. Lidberg and H. Koivula (2002b): BIFROST: Project: From geodetic positions to strain rates, in: Proceedings of the 14th Genreal Meeting of the Nordic Geodetic Commission, M. Poutanen and H. Suurmäki (eds), pp. 62-65, Nordic Geodetic Commission, Kirkkonummi 2002.

Seeber G. (2003): Satellite Geodesy, 2nd Edition, de Gruyter, Berlin New York 2003

Terada T and Miyabe N (1929): Deformation of earth crust in Kiransai District and its relation to the orographic feature, Bull. Earth Res. Inst. 7 (1929) 223–241

Turcotte, D. L. and G Schubert (2002): Geodynamics 2nd ed., Cambridge University Press, Cambridge 2002.

Vanicek P. and Krakiwsky E. (1986): Geodesy - The Concepts (Second Edition), Elsevier Science publishers, Amsterdam, 1986

Wahr, J. M. and J. L. Davis (2002): Geodetic Constraints on Glocial Isostatic Adjustment, in: Ice Sheets, Sea Level and the Dynamic Earth, Mitrovica, J.X. and B.L.A. Vermeersen (eds), pp. 3-32, AGU Geodynamics Series, Vol. 29, American Geophysical Union, Washington, D.C., 2002.

Ward S. N. (1994): Constraints on the seismotectonics of the central Mediterranean from Very Long Baseline Interferometry, Geophys. J. Int. 117(1994) 441-452

Wu, P., P. Johnston and K. Lambeck (1999): Postglacial rebound and fault instability in Fennoscandia, Geophys. J. Int. 139, 657-670

Anhang I - Eingangsdaten

Tabelle 2 der Geschwindigkeit in Ost-Richtung

Punktname	Länge	Breite	V_r	sigma	sigmascale
ARJE.ea:	18.1249	66.3180	-1.02	0.08	2.24
BORA.ea:	12.8913	57.7150	-1.26	0.07	1.74
BRUS.ea:	4.3592	50.7978	-0.48	0.08	2.15
HASS.ea:	13.7181	56.0922	-0.90	0.08	1.78
HERS.ea:	0.3363	50.8673	1.09	0.04	4.35
JOEN.ea:	30.0962	62.3912	0.29	0.06	2.73
JONK.ea:	14.0596	57.7455	-0.58	0.08	1.69
KARL.ea:	13.5056	59.4440	-0.99	0.08	1.78
KEVO.ea:	27.0071	69.7559	0.03	0.08	3.17
KIRU.ea:	21.0602	67.8776	-0.83	0.08	3.38
KIVE.ea:	25.7023	62.8199	1.16	0.10	2.38
KOSG.ea:	5.8096	52.1784	-0.36	0.04	1.75
KUUS.ea:	29.0335	65.9102	2.59	0.10	3.97
LEKS.ea:	14.8770	60.7221	-0.36	0.16	1.91
LOVO.ea:	17.8289	59.3378	0.04	0.08	1.65
MADR.ea:	-4.2497	40.4292	-0.92	0.13	1.77
MART.ea:	17.2585	60.5951	-0.21	0.07	1.81
METS.ea:	24.3953	60.2175	0.55	0.04	1.91
NORR.ea:	16.2464	58.5902	-0.24	0.08	1.69
NYAL.ea:	11.8651	78.9296	-0.66	0.07	1.62
OLKI.ea:	21.4727	61.2397	0.62	0.07	2.00
ONSA.ea:	11.9255	57.3953	-1.45	0.14	1.44
OSKA.ea:	15.9968	57.0656	-0.64	0.08	1.83
OSTE.ea:	14.8581	63.4428	-1.11	0.08	1.92
OULU.ea:	25.8928	65.0862	1.01	0.08	2.96
OVER.ea:	22.7734	66.3179	0.38	0.08	2.99
POTS.ea:	13.0661	52.3793	-0.26	0.08	2.92
RIGA.ea:	24.0588	56.9486	0.42	0.10	2.02
ROMU.ea:	29.9315	64.2170	1.58	0.10	2.62
SAAR.ea:	20.9684	67.8574	-1.18	0.05	3.83
SKEL.ea:	21.0483	64.8792	0.04	0.08	2.32
SODA.ea:	26.3890	67.4209	0.01	0.08	6.12
SUND.ea:	17.6599	62.2325	-0.20	0.08	1.90
SVEG.ea:	14.7000	62.0174	-1.31	0.08	1.75
TROM.ea:	18.9383	69.6628	-1.47	0.09	2.00
TUOR.ea:	22.4434	60.4158	0.61	0.06	2.18
UMEA.ea:	19.5096	63.5781	-0.35	0.08	1.93
VAAS.ea:	21.7706	62.9612	0.16	0.07	2.39
VANE.ea:	12.0350	58.6931	-1.04	0.08	1.68
VILH.ea:	16.5599	64.6978	-1.01	0.08	2.15
VIRO.ea:	27.5550	60.5388	0.45	0.07	2.42
VISB.ea:	18.3673	57.6539	-0.11	0.08	1.72
WETB.ea:	12.8789	49.1442	0.70	0.14	1.40
WETT.ea:	12.8789	49.1442	0.18	0.09	3.74
WTZR.ea:	12.8789	49.1442	0.07	0.09	4.45

Tabelle 3 der Geschwindigkeit in Nord-Richtung

Punktname	Länge	Breite	V_r	sigma	sigmascale
ARJE.no:	18.1249	66.3180	0.91	0.06	3.33
BORA.no:	12.8913	57.7150	-0.24	0.04	2.07
BRUS.no:	4.3592	50.7978	-1.31	0.04	2.27
HASS.no:	13.7181	56.0922	-0.04	0.05	2.10
HERS.no:	0.3363	50.8673	0.69	0.02	13.20
JOEN.no:	30.0962	62.3912	-0.45	0.04	3.12
JONK.no:	14.0596	57.7455	-0.16	0.05	2.06
KARL.no:	13.5056	59.4440	-0.37	0.05	2.17
KEVO.no:	27.0071	69.7559	1.28	0.06	4.15
KIRU.no:	21.0602	67.8776	1.07	0.06	3.85
KIVE.no:	25.7023	62.8199	-0.28	0.06	2.96
KOSG.no:	5.8096	52.1784	0.04	0.02	1.90
KUUS.no:	29.0335	65.9102	0.14	0.07	4.19
LEKS.no:	14.8770	60.7221	-0.20	0.09	2.29
LOVO.no:	17.8289	59.3378	-0.85	0.05	1.93
MADR.no:	-4.2497	40.4292	0.09	0.06	2.41
MART.no:	17.2585	60.5951	-0.51	0.05	2.15
METS.no:	24.3953	60.2175	-0.44	0.02	2.66
NORR.no:	16.2464	58.5902	-0.48	0.05	2.04
NYAL.no:	11.8651	78.9296	0.15	0.05	2.15
OLKI.no:	21.4727	61.2397	-0.54	0.04	2.33
ONSA.no:	11.9255	57.3953	-0.23	0.08	1.78
OSKA.no:	15.9968	57.0656	-0.20	0.05	2.89
OSTE.no:	14.8581	63.4428	0.45	0.05	2.64
OULU.no:	25.8928	65.0862	0.60	0.05	3.32
OVER.no:	22.7734	66.3179	0.90	0.06	3.99
POTS.no:	13.0661	52.3793	0.15	0.04	2.02
RIGA.no:	24.0588	56.9486	-0.14	0.06	3.16
ROMU.no:	29.9315	64.2170	-0.09	0.07	3.21
SAAR.no:	20.9684	67.8574	0.69	0.03	8.51
SKEL.no:	21.0483	64.8792	0.38	0.05	3.15
SODA.no:	26.3890	67.4209	1.11	0.06	4.43
SUND.no:	17.6599	62.2325	-0.33	0.05	2.45
SVEG.no:	14.7000	62.0174	0.26	0.05	2.25
TROM.no:	18.9383	69.6628	1.97	0.06	3.88
TUOR.no:	22.4434	60.4158	-0.49	0.04	2.86
UMEA.no:	19.5096	63.5781	-0.23	0.05	2.93
VAAS.no:	21.7706	62.9612	-0.54	0.05	2.61
VANE.no:	12.0350	58.6931	0.06	0.05	2.10
VILH.no:	16.5599	64.6978	0.56	0.05	3.50
VIRO.no:	27.5550	60.5388	-0.40	0.05	3.40
VISB.no:	18.3673	57.6539	-0.54	0.05	2.15
WETB.no:	12.8789	49.1442	-0.24	0.07	2.06
WETT.no:	12.8789	49.1442	0.16	0.05	2.14
WTZR.no:	12.8789	49.1442	-0.03	0.05	2.36

Anhang II - Berechnungsergebnisse

Tabelle 4 Die Residualgeschwindigkeit, Strain-Rate und ihre Eigenraumkomponenten der BIFROST Stationen für 36 Stationen

---

No. 1 35 - 22 - 4 (VIRO - RIGA - JOEN)

Site	Absolute Velocity [m] Ve0	Vn0	Vv0	Plate Velocity [m] Vep	Vnp	Vvp	Residual Velocity[m] Ve	Vn	Vv
035							+0.000450	-0.000400	+0.002970
022							+0.000420	-0.000140	+0.002260
004							+0.000290	-0.000450	+0.005060

Strain Rate(nanostrain/y)		Orthonormal Vector		Covariance of strain rate		
-8.1442	+4.1403	-0.8799	-0.4751	+37.762645	-10.688489	+0.000000
+4.1403	-2.7125	+0.4751	-0.8799	-10.688489	+7.508010	-5.046390
				+0.000000	-5.046390	+5.706713

Eigen Value(nanostrain/y)		Eigen Direction of E1,E2		Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1		
-10.3799		-28.3683		+43.921571	-0.238889	-0.509955
	-0.4769		+61.6317	-0.238889	+0.025565	+0.028132
				-0.509955	+0.028132	+0.074122

No. 2 1 - 34 - 31 (ARJE - VILH - UMEA)

Site	Absolute Velocity [m] Ve0	Vn0	Vv0	Plate Velocity [m] Vep	Vnp	Vvp	Residual Velocity[m] Ve	Vn	Vv
001							-0.001020	+0.000910	+0.008320
034							-0.001010	+0.000560	+0.008800
031							-0.000350	-0.000230	+0.011060

Strain Rate(nanostrain/y)		Orthonormal Vector		Covariance of strain rate		
+3.3489	-2.1236	-0.6858	-0.7278	+0.729698	+0.065882	+0.000000
-2.1236	+3.0963	-0.7278	+0.6858	+0.065882	+0.114572	+0.033673
				+0.000000	+0.033673	+0.080545

Eigen Value(nanostrain/y)		Eigen Direction of E1,E2		Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1		
+1.0952		+46.7020		+0.395642	+0.089587	+0.041303
	+5.3500		-43.2980	+0.089587	+0.235427	+0.036238
				+0.041303	+0.036238	+0.011278

No. 3 1 - 34 - 29 (ARJE - VILH - TROM)

Site	Absolute Velocity [m] Ve0	Vn0	Vv0	Plate Velocity [m] Vep	Vnp	Vvp	Residual Velocity[m] Ve	Vn	Vv
001							-0.001020	+0.000910	+0.008320
034							-0.001010	+0.000560	+0.008800
029							-0.001470	+0.001970	+0.003760

Strain Rate(nanostrain/y)		Orthonormal Vector		Covariance of strain rate		
+3.4992	-2.1172	-0.6698	-0.7425	+6.347570	-0.558371	+0.000000
-2.1172	+3.0622	-0.7425	+0.6698	-0.558371	+0.859517	-0.288526

```
                                                  +0.000000   -0.288526   +0.123944

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      +1.1522                +47.9460                  +1.351075   +0.722816   +0.304144
               +5.4091                  -42.0540       +0.722816   +3.674808   +0.402581
                                                       +0.304144   +0.402581   +0.087321

 No. 4    19 - 34 - 29 ( OSTE       - VILH       - TROM      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn          Vv

019                                                                   -0.001110  +0.000450  +0.008540
034                                                                   -0.001010  +0.000560  +0.008800
029                                                                   -0.001470  +0.001970  +0.003760

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +3.5091    -2.7116    -0.6884    -0.7253       +4.468163   -0.527870   +0.000000
      -2.7116    +3.2263    -0.7253    +0.6884       -0.527870   +0.507491   -0.208437
                                                      +0.000000   -0.208437   +0.111038

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      +0.6524                +46.4925                  +0.821876   +0.618969   +0.161428
               +6.0829                  -43.5075       +0.618969   +2.519387   +0.232137
                                                       +0.161428   +0.232137   +0.038197

 No. 6    23 - 10 - 20 ( ROMU       - KUUS       - OULU      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn          Vv

023                                                                   +0.001580  -0.000090  +0.007170
010                                                                   +0.002590  +0.000140  +0.011800
020                                                                   +0.001010  +0.000600  +0.011070

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +6.4441    +1.7642    +0.2610    -0.9653       +0.399727   +0.052692   +0.000000
      +1.7642    +0.3962    -0.9653    -0.2610       +0.052692   +0.190595   +0.023113
                                                      +0.000000   +0.023113   +0.287202

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -0.0808                -74.8699                  +0.274332   -0.017665   +0.000439
               +6.9211                  +15.1301       -0.017665   +0.447926   +0.004863
                                                       +0.000439   +0.004863   +0.003527

 No. 7    26 - 10 - 7 ( SODA       - KUUS       - KEVO      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn          Vv

026                                                                   +0.000010  +0.001110  +0.009770
010                                                                   +0.002590  +0.000140  +0.011800
007                                                                   +0.000030  +0.001280  +0.004920

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

     +19.0689    -4.1667    -0.2180    -0.9760       +1.624160   +0.118401   +0.000000
      -4.1667    +1.3442    -0.9760    +0.2180       +0.118401   +0.247957   +0.068744
                                                      +0.000000   +0.068744   +0.065596
```

```
 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      +0.4136                +77.4097                  +0.168570   +0.050706   +0.008549
              +19.9996                  -12.5903       +0.050706   +1.419774   +0.017027
                                                       +0.008549   +0.017027   +0.000779

 No. 8    26 - 10 - 20 ( SODA       - KUUS       - OULU      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn          Vv

026                                                                    +0.000010  +0.001110  +0.009770
010                                                                    +0.002590  +0.000140  +0.011800
020                                                                    +0.001010  +0.000600  +0.011070

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

     +14.2554    -5.0008     -0.3440    -0.9390       +0.733079   -0.010368   +0.000000
      -5.0008    +2.4359     -0.9390    +0.3440       -0.010368   +0.133353   -0.012656
                                                      +0.000000   -0.012656   +0.091559

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      +0.6040                +69.8812                  +0.121080   +0.031508   +0.003793
              +16.0873                  -20.1188       +0.031508   +0.640542   +0.008454
                                                       +0.003793   +0.008454   +0.000688

 No. 9    26 - 21 - 20 ( SODA       - OVER       - OULU      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn          Vv

026                                                                    +0.000010  +0.001110  +0.009770
021                                                                    +0.000380  +0.000900  +0.009170
020                                                                    +0.001010  +0.000600  +0.011070

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +0.6785    -2.0461     -0.8067    -0.5909       +0.421003   -0.009785   +0.000000
      -2.0461    +1.9728     -0.5909    +0.8067       -0.009785   +0.103906   +0.001468
                                                      +0.000000   +0.001468   +0.088564

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -0.8203                +36.2241                  +0.272395   +0.024585   +0.019256
               +3.4716                  -53.7759       +0.024585   +0.188001   +0.018254
                                                       +0.019256   +0.018254   +0.006975

 No. 10    25 - 1 - 31 ( SKEL       - ARJE       - UMEA      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn          Vv

025                                                                    +0.000040  +0.000380  +0.010680
001                                                                    -0.001020  +0.000910  +0.008320
031                                                                    -0.000350  -0.000230  +0.011060

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +6.9155    -0.0609     -0.0200    -0.9998       +0.916410   +0.097919   +0.000000
      -0.0609    +3.8678     -0.9998    +0.0200       +0.097919   +0.140131   +0.032295
                                                      +0.000000   +0.032295   +0.075881
```

```
 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      +3.8666                +88.8548                  +0.078628   +0.002793   +0.011946
               +6.9167                   -1.1452       +0.002793   +0.908077   +0.036219
                                                       +0.011946   +0.036219   +0.015363

 No. 11    2 - 5 - 6 ( BORA       - JONK       - KARL      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn          Vv

002                                                                    -0.001260  -0.000240  +0.002920
005                                                                    -0.000580  -0.000160  +0.003600
006                                                                    -0.000990  -0.000370  +0.005900

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +9.7918    +0.3684    +0.0344    -0.9994        +2.340635   -0.045165   +0.000000
      +0.3684    -0.9015    -0.9994    -0.0344        -0.045165   +0.276294   -0.023209
                                                      +0.000000   -0.023209   +0.097509

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -0.9142                -88.0294                  +0.101781   +0.003080   -0.003632
               +9.8045                   +1.9706       +0.003080   +2.330204   -0.009924
                                                       -0.003632   -0.009924   +0.002432

 No. 12    2 - 3 - 17 ( BORA       - HASS       - ONSA      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn          Vv

002                                                                    -0.001260  -0.000240  +0.002920
003                                                                    -0.000900  -0.000040  +0.000990
017                                                                    -0.001450  -0.000230  -0.000260

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +3.8255    -0.2345    -0.0486    -0.9988        +4.945039   +0.814266   +0.000000
      -0.2345    -0.9837    -0.9988    +0.0486        +0.814266   +0.622744   +0.263093
                                                      +0.000000   +0.263093   +0.294108

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -0.9951                +87.2151                  +0.349938   +0.059715   +0.064617
               +3.8369                   -2.7849       +0.059715   +4.769779   +0.204007
                                                       +0.064617   +0.204007   +0.029230

 No. 13    2 - 5 - 3 ( BORA       - JONK       - HASS      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn          Vv

002                                                                    -0.001260  -0.000240  +0.002920
005                                                                    -0.000580  -0.000160  +0.003600
003                                                                    -0.000900  -0.000040  +0.000990

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +9.7356    +0.9366    +0.0880    -0.9961        +2.308635   +0.116988   +0.000000
      +0.9366    -0.7802    -0.9961    -0.0880        +0.116988   +0.284099   +0.049239
                                                      +0.000000   +0.049239   +0.116459

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1
```

```
      -0.8629                -84.9500                    +0.106083   -0.001789   +0.000894
               +9.8183                   +5.0500         -0.001789   +2.322588   -0.003568
                                                         +0.000894   -0.003568   +0.002474

 No. 14    24 - 1 - 29 ( SAAR       - ARJE       - TROM      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

024                                                                    -0.001180  +0.000690  +0.007920
001                                                                    -0.001020  +0.000910  +0.008320
029                                                                    -0.001470  +0.001970  +0.003760

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +0.4477    -3.9932     -0.8251    -0.5650       +0.550378   -0.032177   +0.000000
      -3.9932    +3.5438     -0.5650    +0.8251       -0.032177   +0.089264   -0.009142
                                                      +0.000000   -0.009142   +0.052877

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -2.2870                +34.4053                  +0.291742   +0.061271   +0.015839
               +6.2786                  -55.5947        +0.061271   +0.188970   +0.012982
                                                        +0.015839   +0.012982   +0.002052

 No. 15    24 - 25 - 21 ( SAAR       - SKEL       - OVER      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

024                                                                    -0.001180  +0.000690  +0.007920
025                                                                    +0.000040  +0.000380  +0.010680
021                                                                    +0.000380  +0.000900  +0.009170

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

     +11.7674    +0.5157     +0.0475    -0.9989       +1.394198   +0.041011   +0.000000
      +0.5157    +0.9398     -0.9989    -0.0475       +0.041011   +0.199764   +0.016842
                                                      +0.000000   +0.016842   +0.030916

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      +0.9153                -87.2792                  +0.029376   -0.000874   -0.000057
              +11.7919                   +2.7208        -0.000874   +1.397486   -0.000591
                                                        -0.000057   -0.000591   +0.001681

 No. 16    24 - 25 - 1 ( SAAR       - SKEL       - ARJE      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

024                                                                    -0.001180  +0.000690  +0.007920
025                                                                    +0.000040  +0.000380  +0.010680
001                                                                    -0.001020  +0.000910  +0.008320

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +3.6365    -3.2581     -0.5512    -0.8344       +0.518867   -0.017660   +0.000000
      -3.2581    +0.8567     -0.8344    +0.5512       -0.017660   +0.086440   -0.006485
                                                      +0.000000   -0.006485   +0.029966

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1
```

```
     -1.2956              +56.5517                  +0.117370   +0.038918   +0.012068
              +5.7888                 -33.4483       +0.038918   +0.353627   +0.018333
                                                     +0.012068   +0.018333   +0.002498

 No. 17    33 - 2 - 17 ( VANE       - BORA       - ONSA      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn          Vv

033                                                                   -0.001040  +0.000060  +0.004250
002                                                                   -0.001260  -0.000240  +0.002920
017                                                                   -0.001450  -0.000230  -0.000260

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

     +1.5896    +0.6520    -0.8218    +0.5698       +5.236932   +0.686207   +0.000000
     +0.6520    +2.0778    +0.5698    +0.8218       +0.686207   +0.703617   +0.217631
                                                    +0.000000   +0.217631   +0.378926

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

     +1.1375              -34.7375                  +2.045004   +0.768113   -0.968903
              +2.5299                 +55.2625       +0.768113   +2.034627   -0.892374
                                                    -0.968903   -0.892374   +0.759063

 No. 18    33 - 2 - 6 ( VANE       - BORA       - KARL      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn          Vv

033                                                                   -0.001040  +0.000060  +0.004250
002                                                                   -0.001260  -0.000240  +0.002920
006                                                                   -0.000990  -0.000370  +0.005900

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

     -0.9699    -1.9043    -0.8108    +0.5853       +1.947800   -0.119240   +0.000000
     -1.9043    +0.2930    -0.5853    -0.8108       -0.119240   +0.269001   -0.040365
                                                    +0.000000   -0.040365   +0.115377

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

     -2.3447              +35.8276                  +0.922549   +0.245909   +0.125118
              +1.6678                 -54.1724       +0.245909   +0.648809   +0.104133
                                                    +0.125118   +0.104133   +0.031981

 No. 19    9 - 23 - 20 ( KIVE       - ROMU       - OULU      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn          Vv

009                                                                   +0.001160  -0.000280  +0.008140
023                                                                   +0.001580  -0.000090  +0.007170
020                                                                   +0.001010  +0.000600  +0.011070

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

     +2.5648    -1.2539    -0.8298    -0.5580       +0.348272   -0.011275   +0.000000
     -1.2539    +3.5866    -0.5580    +0.8298       -0.011275   +0.104552   -0.006264
                                                    +0.000000   -0.006264   +0.096493

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

     +1.7217              +33.9167                  +0.246193   +0.007445   +0.022943
```

```
              +4.4297                  -56.0833        +0.007445   +0.183682   +0.022553
                                                       +0.022943   +0.022553   +0.015273

 No. 20    9 - 35 - 4 ( KIVE       - VIRO       - JOEN      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

009                                                                   +0.001160  -0.000280  +0.008140
035                                                                   +0.000450  -0.000400  +0.002970
004                                                                   +0.000290  -0.000450  +0.005060

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      -3.5385    +0.3912    -0.9947    -0.1027        +0.239284   -0.023994   +0.000000
      +0.3912    +0.2113    +0.1027    -0.9947        -0.023994   +0.064152   -0.005928
                                                       +0.000000   -0.005928   +0.072973

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -3.5789               -5.8920                   +0.246674   -0.003031   +0.003042
              +0.2517                  +84.1080        -0.003031   +0.071646   +0.000171
                                                       +0.003042   +0.000171   +0.004165

 No. 21    9 - 23 - 4 ( KIVE       - ROMU       - JOEN      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

009                                                                   +0.001160  -0.000280  +0.008140
023                                                                   +0.001580  -0.000090  +0.007170
004                                                                   +0.000290  -0.000450  +0.005060

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      -2.5532    +2.8964    -0.8933    -0.4495        +0.256545   +0.003574   +0.000000
      +2.8964    +1.7446    +0.4495    -0.8933        +0.003574   +0.106410   +0.002248
                                                       +0.000000   +0.002248   +0.157108

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -4.0108               -26.7136                  +0.233073   -0.001298   -0.002783
              +3.2022                  +63.2864        -0.001298   +0.183176   -0.003234
                                                       -0.002783   -0.003234   +0.002020

 No. 22    27 - 34 - 31 ( SUND       - VILH       - UMEA      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

027                                                                   -0.000200  -0.000330  +0.009920
034                                                                   -0.001010  +0.000560  +0.008800
031                                                                   -0.000350  -0.000230  +0.011060

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +2.4234    -2.8474    -0.7204    -0.6935        +0.662906   +0.053166   +0.000000
      -2.8474    +2.6400    -0.6935    +0.7204        +0.053166   +0.111258   +0.020768
                                                       +0.000000   +0.020768   +0.072689

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -0.3178               +43.9113                  +0.381585   +0.071306   +0.028944
              +5.3812                  -46.0887        +0.071306   +0.211398   +0.022308
```

```
                                                  +0.028944   +0.022308   +0.005621

 No. 23    27 - 19 - 34 ( SUND       - OSTE       - VILH      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

027                                                                   -0.000200  -0.000330  +0.009920
019                                                                   -0.001110  +0.000450  +0.008540
034                                                                   -0.001010  +0.000560  +0.008800

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +4.4930    -2.5036    -0.5687    -0.8225       +0.738167   +0.076109   +0.000000
      -2.5036    +2.6030    -0.8225    +0.5687       +0.076109   +0.122304   +0.029730
                                                     +0.000000   +0.029730   +0.078464

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      +0.8720               +55.3400                 +0.303879   +0.086969   +0.030521
               +6.2240                 -34.6600      +0.086969   +0.338813   +0.034123
                                                     +0.030521   +0.034123   +0.007306

 No. 24    15 - 12 - 36 ( NORR       - LOVO       - VISB      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

015                                                                   -0.000240  -0.000480  +0.004920
012                                                                   +0.000040  -0.000850  +0.005920
036                                                                   -0.000110  -0.000540  +0.002850

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +2.0074    -0.5158    +0.1245    -0.9922       +0.853067   +0.093271   +0.000000
      -0.5158    -2.0387    +0.9922    +0.1245       +0.093271   +0.184089   +0.036434
                                                     +0.000000   +0.036434   +0.157471

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -2.1034               +82.8485                 +0.182505   +0.017790   +0.015434
               +2.0721                 -7.1515       +0.017790   +0.792453   +0.035244
                                                     +0.015434   +0.035244   +0.011579

 No. 25    15 - 6 - 11 ( NORR       - KARL       - LEKS      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

015                                                                   -0.000240  -0.000480  +0.004920
006                                                                   -0.000990  -0.000370  +0.005900
011                                                                   -0.000360  -0.000200  +0.008230

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +5.5907    +0.6932    +0.1518    -0.9884       +0.812296   +0.243718   +0.000000
      +0.6932    +1.1845    -0.9884    -0.1518       +0.243718   +0.275202   +0.079207
                                                     +0.000000   +0.079207   +0.260641

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      +1.0781               -81.2676                 +0.224165   -0.047725   +0.009351
               +5.6972                 +8.7324       -0.047725   +0.944222   +0.039414
                                                     +0.009351   +0.039414   +0.010661
```

```
 No. 26    15 - 5 - 6 ( NORR       - JONK       - KARL      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

015                                                                   -0.000240  -0.000480  +0.004920
005                                                                   -0.000580  -0.000160  +0.003600
006                                                                   -0.000990  -0.000370  +0.005900

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +3.8086    -1.5374    -0.2656    -0.9641       +0.470764   +0.037846   +0.000000
      -1.5374    -1.3485    -0.9641    +0.2656       +0.037846   +0.138416   +0.014784
                                                      +0.000000   +0.014784   +0.144442

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -1.7721              +74.5974                   +0.180234   +0.014180   +0.008682
               +4.2321                 -15.4026       +0.014180   +0.406612   +0.012763
                                                      +0.008682   +0.012763   +0.004233

 No. 27    15 - 13 - 11 ( NORR       - MART       - LEKS      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

015                                                                   -0.000240  -0.000480  +0.004920
013                                                                   -0.000210  -0.000510  +0.007140
011                                                                   -0.000360  -0.000200  +0.008230

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +1.1360    -1.2392    -0.6041    -0.7969       +1.743155   -0.120830   +0.000000
      -1.2392    +0.4407    -0.7969    +0.6041       -0.120830   +0.212864   -0.028237
                                                      +0.000000   -0.028237   +0.090906

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -0.4987              +52.8360                   +0.346701   +0.203644   +0.106503
               +2.0754                 -37.1640       +0.203644   +1.080072   +0.186868
                                                      +0.106503   +0.186868   +0.062863

 No. 28    15 - 12 - 13 ( NORR       - LOVO       - MART      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

015                                                                   -0.000240  -0.000480  +0.004920
012                                                                   +0.000040  -0.000850  +0.005920
013                                                                   -0.000210  -0.000510  +0.007140

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +3.8745    -3.0249    -0.5467    -0.8373       +1.994068   -0.189962   +0.000000
      -3.0249    +1.2171    -0.8373    +0.5467       -0.189962   +0.271187   -0.083463
                                                      +0.000000   -0.083463   +0.133118

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -0.7581              +56.8568                   +0.259803   +0.179244   +0.036168
               +5.8497                 -33.1432       +0.179244   +1.508894   +0.076116
                                                      +0.036168   +0.076116   +0.010316
```

```
 No. 29    8 - 29 - 7 ( KIRU       - TROM       - KEVO      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

008                                                                  -0.000830  +0.001070  +0.008710
029                                                                  -0.001470  +0.001970  +0.003760
007                                                                  +0.000030  +0.001280  +0.004920

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +4.8467    -1.8199     -0.5819    -0.8133       +0.153699  -0.040108  +0.000000
      -1.8199    +3.6050     -0.8133    +0.5819       -0.040108  +0.088715  -0.016652
                                                      +0.000000  -0.016652  +0.143722

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      +2.3029               +54.4184                  +0.113410  -0.020030  -0.003042
               +6.1488                 -35.5816       -0.020030  +0.224072  -0.000496
                                                      -0.003042  -0.000496  +0.004644

 No. 32    8 - 26 - 7 ( KIRU       - SODA       - KEVO      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

008                                                                  -0.000830  +0.001070  +0.008710
026                                                                  +0.000010  +0.001110  +0.009770
007                                                                  +0.000030  +0.001280  +0.004920

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +3.6901    +0.0764     +0.0250    -0.9997       +0.206234  -0.039535  +0.000000
      +0.0764    +0.6315     -0.9997    -0.0250       -0.039535  +0.078562  -0.022238
                                                      +0.000000  -0.022238  +0.111510

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      +0.6296               -88.5692                  +0.113788  +0.000865  -0.007635
               +3.6920                  +1.4308       +0.000865  +0.202227  -0.013283
                                                      -0.007635  -0.013283  +0.008469

 No. 33    8 - 26 - 21 ( KIRU       - SODA       - OVER      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

008                                                                  -0.000830  +0.001070  +0.008710
026                                                                  +0.000010  +0.001110  +0.009770
021                                                                  +0.000380  +0.000900  +0.009170

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +2.3585    -2.7839     -0.6279    -0.7783       +0.239369  +0.011325  +0.000000
      -2.7839    +1.1535     -0.7783    +0.6279       +0.011325  +0.134240  +0.006370
                                                      +0.000000  +0.006370  +0.226303

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -1.0924               +51.1062                  +0.264750  -0.016001  +0.001932
               +4.6043                 -38.8938       -0.016001  +0.232923  -0.000154
                                                      +0.001932  -0.000154  +0.003643

 No. 34    16 - 27 - 31 ( OLKI       - SUND       - UMEA      )
```

```
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn          Vv

016                                                                   +0.000620  -0.000540  +0.008420
027                                                                   -0.000200  -0.000330  +0.009920
031                                                                   -0.000350  -0.000230  +0.011060

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +2.6028    -1.5853    -0.5225    -0.8526       +0.372978  +0.074058  +0.000000
      -1.5853    +0.9876    -0.8526    +0.5225       +0.074058  +0.091658  +0.030286
                                                     +0.000000  +0.030286  +0.086214

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      +0.0161              +58.4985                  +0.221406  +0.036077  +0.025594
               +3.5743                -31.5015       +0.036077  +0.165633  +0.023623
                                                     +0.025594  +0.023623  +0.010089

 No. 35    16 - 12 - 36 ( OLKI       - LOVO       - VISB      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn          Vv

016                                                                   +0.000620  -0.000540  +0.008420
012                                                                   +0.000040  -0.000850  +0.005920
036                                                                   -0.000110  -0.000540  +0.002850

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +1.7688    +1.9558    +0.4429    -0.8966       +0.781891  -0.180807  +0.000000
      +1.9558    -1.2244    -0.8966    -0.4429       -0.180807  +0.134210  -0.071067
                                                     +0.000000  -0.071067  +0.092542

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -2.1905              -63.7114                  +0.321599  +0.106193  -0.037968
               +2.7349                +26.2886       +0.106193  +0.340448  -0.048683
                                                     -0.037968  -0.048683  +0.009910

 No. 36    16 - 12 - 13 ( OLKI       - LOVO       - MART      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn          Vv

016                                                                   +0.000620  -0.000540  +0.008420
012                                                                   +0.000040  -0.000850  +0.005920
013                                                                   -0.000210  -0.000510  +0.007140

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +3.9438    -0.9035    -0.3979    -0.9174       +0.301496  -0.125829  +0.000000
      -0.9035    +2.2527    -0.9174    +0.3979       -0.125829  +0.148403  -0.060369
                                                     +0.000000  -0.060369  +0.198878

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      +1.8608              +66.5515                  +0.124262  -0.045084  -0.014312
               +4.3357                -23.4485       -0.045084  +0.466280  -0.021960
                                                     -0.014312  -0.021960  +0.016868

 No. 37    16 - 27 - 13 ( OLKI       - SUND       - MART      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
```

Site	Ve0	Vn0	Vv0	Vep	Vnp	Vvp	Ve	Vn	Vv
016							+0.000620	-0.000540	+0.008420
027							-0.000200	-0.000330	+0.009920
013							-0.000210	-0.000510	+0.007140

Strain Rate(nanostrain/y)		Orthonormal Vector		Covariance of strain rate		
+3.7880	-0.4651	-0.1630	-0.9866	+0.161770	-0.005478	+0.000000
-0.4651	+1.0503	-0.9866	+0.1630	-0.005478	+0.100115	+0.002468
				+0.000000	+0.002468	+0.147652

Eigen Value(nanostrain/y)		Eigen Direction of E1,E2		Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1		
+0.9734		+80.6161		+0.151835	-0.004776	+0.003387
	+3.8648		-9.3839	-0.004776	+0.167139	-0.003588
				+0.003387	-0.003588	+0.011404

No. 38 28 - 13 - 11 (SVEG - MART - LEKS)

	Absolute Velocity [m]			Plate Velocity [m]			Residual Velocity[m]		
Site	Ve0	Vn0	Vv0	Vep	Vnp	Vvp	Ve	Vn	Vv
028							-0.001310	+0.000260	+0.008380
013							-0.000210	-0.000510	+0.007140
011							-0.000360	-0.000200	+0.008230

Strain Rate(nanostrain/y)		Orthonormal Vector		Covariance of strain rate		
+0.4389	-4.3012	-0.8042	-0.5944	+2.133463	+0.824632	+0.000000
-4.3012	+3.0785	-0.5944	+0.8042	+0.824632	+0.609088	+0.263668
				+0.000000	+0.263668	+0.562531

Eigen Value(nanostrain/y)		Eigen Direction of E1,E2		Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1		
-2.7404		+36.4708		+2.716825	-0.097992	+0.051815
	+6.2578		-53.5292	-0.097992	+0.175154	-0.003843
				+0.051815	-0.003843	+0.006312

No. 39 28 - 27 - 13 (SVEG - SUND - MART)

	Absolute Velocity [m]			Plate Velocity [m]			Residual Velocity[m]		
Site	Ve0	Vn0	Vv0	Vep	Vnp	Vvp	Ve	Vn	Vv
028							-0.001310	+0.000260	+0.008380
027							-0.000200	-0.000330	+0.009920
013							-0.000210	-0.000510	+0.007140

Strain Rate(nanostrain/y)		Orthonormal Vector		Covariance of strain rate		
+7.2886	-2.3664	-0.3322	-0.9432	+0.488942	+0.063277	+0.000000
-2.3664	+1.4035	-0.9432	+0.3322	+0.063277	+0.124867	+0.023308
				+0.000000	+0.023308	+0.138505

Eigen Value(nanostrain/y)		Eigen Direction of E1,E2		Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1		
+0.5700		+70.5966		+0.199359	+0.032085	+0.009101
	+8.1221		-19.4034	+0.032085	+0.363918	+0.014374
				+0.009101	+0.014374	+0.002752

No. 40 28 - 27 - 19 (SVEG - SUND - OSTE)

	Absolute Velocity [m]			Plate Velocity [m]			Residual Velocity[m]		
Site	Ve0	Vn0	Vv0	Vep	Vnp	Vvp	Ve	Vn	Vv

```
028                                                          -0.001310  +0.000260  +0.008380
027                                                          -0.000200  -0.000330  +0.009920
019                                                          -0.001110  +0.000450  +0.008540

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +7.0707    -1.6287    -0.2601    -0.9656       +0.478508  +0.076351  +0.000000
      -1.6287    +1.4624    -0.9656    +0.2601       +0.076351  +0.167966  +0.029825
                                                     +0.000000  +0.029825  +0.189432

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      +1.0237              +74.9259                  +0.242350  +0.019959  +0.010963
               +7.5094                 -15.0741      +0.019959  +0.385672  +0.014386
                                                     +0.010963  +0.014386  +0.004468

 No. 41    28 - 6 - 11 ( SVEG       - KARL       - LEKS      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

028                                                          -0.001310  +0.000260  +0.008380
006                                                          -0.000990  -0.000370  +0.005900
011                                                          -0.000360  -0.000200  +0.008230

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

     +18.0198    -4.2720    -0.2551    -0.9669      +15.026347  -1.734980  +0.000000
      -4.2720    +2.9513    -0.9669    +0.2551       -1.734980  +1.458833  -0.563151
                                                     +0.000000  -0.563151  +0.320850

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      +1.8244              +75.2232                  +0.068229  +0.075730  +0.005443
              +19.1467                 -14.7768      +0.075730 +15.127509  +0.088512
                                                     +0.005443  +0.088512  +0.005114

 No. 42    28 - 33 - 6 ( SVEG       - VANE       - KARL      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

028                                                          -0.001310  +0.000260  +0.008380
033                                                          -0.001040  +0.000060  +0.004250
006                                                          -0.000990  -0.000370  +0.005900

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +2.1381    -5.3674    -0.7704    -0.6376       +3.921573  -0.688493  +0.000000
      -5.3674    +4.1810    -0.6376    +0.7704       -0.688493  +0.525041  -0.268943
                                                     +0.000000  -0.268943  +0.221991

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -2.3042              +39.6125                  +0.907001  +0.570049  +0.082068
               +8.6233                 -50.3875      +0.570049  +2.096466  +0.100606
                                                     +0.082068  +0.100606  +0.009171

 No. 43    28 - 33 - 19 ( SVEG       - VANE       - OSTE      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv
```

```
028                                                          -0.001310  +0.000260  +0.008380
033                                                          -0.001040  +0.000060  +0.004250
019                                                          -0.001110  +0.000450  +0.008540

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      -5.4026    -0.1626    -0.9997    +0.0244       +6.041402  -0.947560  +0.000000
      -0.1626    +1.2611    -0.0244    -0.9997       -0.947560  +0.749448  -0.370141
                                                     +0.000000  -0.370141  +0.249168

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2  Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -5.4066               +1.3969                 +5.943669  +0.030066  +0.158291
               +1.2651                 -88.6031     +0.030066  +0.286769  +0.060140
                                                    +0.158291  +0.060140  +0.017513

 No.  44    18 - 15 - 36 ( OSKA       - NORR       - VISB      )
            Absolute Velocity [m]          Plate Velocity [m]           Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

018                                                          -0.000640  -0.000200  +0.002130
015                                                          -0.000240  -0.000480  +0.004920
036                                                          -0.000110  -0.000540  +0.002850

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +2.7639    +0.1885    +0.0443    -0.9990       +0.528679  +0.005656  +0.000000
      +0.1885    -1.4810    -0.9990    -0.0443       +0.005656  +0.160776  +0.002209
                                                     +0.000000  +0.002209  +0.170543

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2  Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -1.4894               -87.4621                +0.170743  -0.000194  -0.001047
               +2.7723                 +2.5379      -0.000194  +0.528867  -0.000832
                                                    -0.001047  -0.000832  +0.008842

 No.  45    18 - 22 - 3 ( OSKA       - RIGA       - HASS      )
            Absolute Velocity [m]          Plate Velocity [m]           Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

018                                                          -0.000640  -0.000200  +0.002130
022                                                          +0.000420  -0.000140  +0.002260
003                                                          -0.000900  -0.000040  +0.000990

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +2.1495    -0.1971    -0.0526    -0.9986       +0.058380  -0.083191  +0.000000
      -0.1971    -1.5835    -0.9986    +0.0526       -0.083191  +0.362913  -0.031702
                                                     +0.000000  -0.031702  +0.556484

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2  Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -1.5939               +86.9864                +0.550727  -0.007683  -0.006176
               +2.1599                 -3.0136      -0.007683  +0.079503  -0.031228
                                                    -0.006176  -0.031228  +0.025210

 No.  46    18 - 36 - 22 ( OSKA       - VISB       - RIGA      )
            Absolute Velocity [m]          Plate Velocity [m]           Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

018                                                          -0.000640  -0.000200  +0.002130
```

```
036                                                          -0.000110  -0.000540  +0.002850
022                                                          +0.000420  -0.000140  +0.002260

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +2.2465    +1.5537    -0.1974    -0.9803       +0.072279  +0.051683  +0.000000
      +1.5537    -5.1570    +0.9803    -0.1974       +0.051683  +0.549608  +0.021447
                                                     +0.000000  +0.021447  +0.842614

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2  Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -5.4698              -78.6158                  +0.843149  -0.058850  -0.002099
               +2.5593                 +11.3842      -0.058850  +0.189444  +0.029062
                                                     -0.002099  +0.029062  +0.007613

 No. 47    18 - 5 - 3 ( OSKA       - JONK       - HASS      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]           Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

018                                                          -0.000640  -0.000200  +0.002130
005                                                          -0.000580  -0.000160  +0.003600
003                                                          -0.000900  -0.000040  +0.000990

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +0.5672    +0.4803    +0.3446    -0.9387       +0.608513  -0.061915  +0.000000
      +0.4803    -0.5646    -0.9387    -0.3446       -0.061915  +0.159153  -0.024186
                                                     +0.000000  -0.024186  +0.155824

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2  Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -0.7409              -69.8401                  +0.233323  +0.031983  -0.058764
               +0.7435                 +20.1599      +0.031983  +0.467049  -0.084122
                                                     -0.058764  -0.084122  +0.086741

 No. 48    18 - 15 - 5 ( OSKA       - NORR       - JONK      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]           Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

018                                                          -0.000640  -0.000200  +0.002130
015                                                          -0.000240  -0.000480  +0.004920
005                                                          -0.000580  -0.000160  +0.003600

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +0.9715    +0.4638    -0.1757    -0.9844       +0.649277  -0.041793  +0.000000
      +0.4638    -1.5445    +0.9844    -0.1757       -0.041793  +0.176649  -0.016326
                                                     +0.000000  -0.016326  +0.176943

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2  Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -1.6273              -79.8808                  +0.199783  +0.011845  -0.018169
               +1.0542                 +10.1192      +0.011845  +0.602747  -0.032632
                                                     -0.018169  -0.032632  +0.026213

 No. 49    14 - 35 - 22 ( METS       - VIRO       - RIGA      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]           Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

014                                                          +0.000550  -0.000440  +0.005420
035                                                          +0.000450  -0.000400  +0.002970
```

```
022                                                          +0.000420  -0.000140  +0.002260

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      -0.6579    +0.4044     -0.6189    -0.7855       +0.235698   -0.030237   +0.000000
      +0.4044    -0.8525     +0.7855    -0.6189       -0.030237   +0.049379   -0.009963
                                                      +0.000000   -0.009963   +0.032470

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -1.1711               -51.7645                  +0.128089   +0.021307   -0.071062
               -0.3393                 +38.2355       +0.021307   +0.097464   -0.059015
                                                      -0.071062   -0.059015   +0.102164

 No. 50    14 - 9 - 35 ( METS       - KIVE       - VIRO      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

014                                                          +0.000550  -0.000440  +0.005420
009                                                          +0.001160  -0.000280  +0.008140
035                                                          +0.000450  -0.000400  +0.002970

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      -1.0610    +1.2470     -0.8762    -0.4819       +0.230167   -0.027314   +0.000000
      +1.2470    +0.5207     +0.4819    -0.8762       -0.027314   +0.063924   -0.014223
                                                      +0.000000   -0.014223   +0.055236

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -1.7468               -28.8077                  +0.225251   -0.000625   -0.010821
               +1.2065                 +61.1923       -0.000625   +0.061403   -0.006656
                                                      -0.010821   -0.006656   +0.007258

 No. 51    32 - 25 - 21 ( VAAS       - SKEL       - OVER      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

032                                                          +0.000160  -0.000540  +0.010690
025                                                          +0.000040  +0.000380  +0.010680
021                                                          +0.000380  +0.000900  +0.009170

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +4.1003    -0.7678     -0.6944    -0.7196       +2.615303   -0.124362   +0.000000
      -0.7678    +4.0456     -0.7196    +0.6944       -0.124362   +0.313525   -0.048073
                                                      +0.000000   -0.048073   +0.049910

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      +3.3047               +46.0204                  +0.764986   +0.349616   +0.382193
               +4.8412                 -43.9796       +0.349616   +1.200996   +0.448057
                                                      +0.382193   +0.448057   +0.280865

 No. 52    32 - 25 - 31 ( VAAS       - SKEL       - UMEA      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

032                                                          +0.000160  -0.000540  +0.010690
025                                                          +0.000040  +0.000380  +0.010680
031                                                          -0.000350  -0.000230  +0.011060
```

```
 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +4.6542    +0.0584    +0.1499    -0.9887       +0.908189   +0.050540   +0.000000
      +0.0584    +4.2783    -0.9887    -0.1499       +0.050540   +0.158928   +0.012873
                                                     +0.000000   +0.012873   +0.106656

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      +4.2694              -81.3768                  +0.108208   -0.002334   -0.045250
               +4.6631                  +8.6232       -0.002334   +0.911304   -0.102742
                                                     -0.045250   -0.102742   +1.010500

 No. 53    32 - 16 - 31 ( VAAS       - OLKI       - UMEA      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

032                                                                   +0.000160  -0.000540  +0.010690
016                                                                   +0.000620  -0.000540  +0.008420
031                                                                   -0.000350  -0.000230  +0.011060

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +2.9235    -2.6146    -0.5177    -0.8556       +1.153435   +0.145250   +0.000000
      -2.6146    +0.1844    -0.8556    +0.5177       +0.145250   +0.186263   +0.069204
                                                     +0.000000   +0.069204   +0.089371

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -1.3976              +58.8228                  +0.435607   +0.128904   +0.043350
               +4.5056                 -31.1772       +0.128904   +0.549391   +0.053343
                                                     +0.043350   +0.053343   +0.009044

 No. 54    32 - 14 - 9 ( VAAS       - METS       - KIVE      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

032                                                                   +0.000160  -0.000540  +0.010690
014                                                                   +0.000550  -0.000440  +0.005420
009                                                                   +0.001160  -0.000280  +0.008140

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +5.0784    +1.1458    +0.2200    -0.9755       +0.387102   +0.046923   +0.000000
      +1.1458    +0.2571    -0.9755    -0.2200       +0.046923   +0.058487   +0.014829
                                                     +0.000000   +0.014829   +0.026519

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -0.0013              -77.2892                  +0.021633   -0.004166   -0.000661
               +5.3369                 +12.7108       -0.004166   +0.400319   -0.003389
                                                     -0.000661   -0.003389   +0.001906

 No. 55    32 - 21 - 20 ( VAAS       - OVER       - OULU      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

032                                                                   +0.000160  -0.000540  +0.010690
021                                                                   +0.000380  +0.000900  +0.009170
020                                                                   +0.001010  +0.000600  +0.011070
```

```
 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +4.2985    +0.6689    +0.5296    -0.8483       +0.352020   -0.044091   +0.000000
      +0.6689    +3.6447    -0.8483    -0.5296       -0.044091   +0.063883   -0.022509
                                                     +0.000000   -0.022509   +0.053416

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2  Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      +3.2271              -58.0230                  +0.158233   +0.038765   -0.049386
               +4.7161                 +31.9770      +0.038765   +0.169674   -0.060339
                                                     -0.049386   -0.060339   +0.046297

 No. 56    32 - 9 - 20 ( VAAS       - KIVE       - OULU      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn          Vv

032                                                                   +0.000160  -0.000540  +0.010690
009                                                                   +0.001160  -0.000280  +0.008140
020                                                                   +0.001010  +0.000600  +0.011070

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +4.9520    +0.4507    +0.2681    -0.9634       +0.342756   -0.091539   +0.000000
      +0.4507    +3.4580    -0.9634    -0.2681       -0.091539   +0.101115   -0.032980
                                                     +0.000000   -0.032980   +0.097625

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2  Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      +3.3326              -74.4475                  +0.151276   +0.028299   -0.038596
               +5.0774                 +15.5525      +0.028299   +0.232506   -0.058797
                                                     -0.038596   -0.058797   +0.042508

 No. 57    30 - 32 - 16 ( TUOR       - VAAS       - OLKI      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn          Vv

030                                                                   +0.000610  -0.000490  +0.006320
032                                                                   +0.000160  -0.000540  +0.010690
016                                                                   +0.000620  -0.000540  +0.008420

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      -3.7889    -0.6254    -0.9869    +0.1615       +4.185133   +0.232992   +0.000000
      -0.6254    -0.0702    -0.1615    -0.9869       +0.232992   +0.423453   +0.087264
                                                     +0.000000   +0.087264   +0.070406

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2  Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -3.8913               +9.2955                  +4.158819   +0.021059   +0.079435
               +0.0321                 -80.7045      +0.021059   +0.054603   +0.010377
                                                     +0.079435   +0.010377   +0.028878

 No. 58    30 - 32 - 14 ( TUOR       - VAAS       - METS      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn          Vv

030                                                                   +0.000610  -0.000490  +0.006320
032                                                                   +0.000160  -0.000540  +0.010690
014                                                                   +0.000550  -0.000440  +0.005420

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate
```

```
      -0.9005     -0.6260     -0.8735     +0.4869       +0.521769   +0.100859   +0.000000
      -0.6260     -0.1265     -0.4869     -0.8735       +0.100859   +0.087230   +0.043666
                                                        +0.000000   +0.043666   +0.068179

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -1.2494                +29.1374                  +0.519149   +0.018015   +0.066711
               +0.2224                  -60.8626       +0.018015   +0.034770   +0.012720
                                                        +0.066711   +0.012720   +0.048582

 No. 59    30 - 14 - 22 ( TUOR       - METS       - RIGA      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

030                                                                   +0.000610  -0.000490  +0.006320
014                                                                   +0.000550  -0.000440  +0.005420
022                                                                   +0.000420  -0.000140  +0.002260

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      -0.4790     +0.3354     -0.5143     -0.8576       +0.459354   +0.018776   +0.000000
      +0.3354     -0.8371     +0.8576     -0.5143       +0.018776   +0.064384   +0.004202
                                                        +0.000000   +0.004202   +0.029071

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -1.0382                -59.0491                  +0.083752   +0.038863   -0.080807
               -0.2778                  +30.9509       +0.038863   +0.326947   -0.154547
                                                        -0.080807   -0.154547   +0.178564

 No. 60    30 - 36 - 22 ( TUOR       - VISB       - RIGA      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

030                                                                   +0.000610  -0.000490  +0.006320
036                                                                   -0.000110  -0.000540  +0.002850
022                                                                   +0.000420  -0.000140  +0.002260

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +1.7678     +0.9929     +0.3387     -0.9409       +0.124640   -0.012493   +0.000000
      +0.9929     -0.6335     -0.9409     -0.3387       -0.012493   +0.028964   -0.003980
                                                        +0.000000   -0.003980   +0.027276

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      -0.9909                -70.2050                  +0.041098   +0.007842   -0.005338
               +2.1252                  +19.7950       +0.007842   +0.095134   -0.008692
                                                        -0.005338   -0.008692   +0.003791

 No. 61    30 - 16 - 36 ( TUOR       - OLKI       - VISB      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

030                                                                   +0.000610  -0.000490  +0.006320
016                                                                   +0.000620  -0.000540  +0.008420
036                                                                   -0.000110  -0.000540  +0.002850

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate
```

+1.6418	+0.8016	+0.3461	-0.9382	+0.740898	-0.197966	+0.000000
+0.8016	-0.2359	-0.9382	-0.3461	-0.197966	+0.141943	-0.074364
				+0.000000	-0.074364	+0.100903

Eigen Value(nanostrain/y)		Eigen Direction of E1,E2		Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1		
-0.5316		-69.7538		+0.264457	+0.089924	-0.066395
	+1.9375		+20.2462	+0.089924	+0.397496	-0.101643
				-0.066395	-0.101643	+0.038035

Tabelle 5 Die Residualgeschwindigkeit, Strain-Rate und ihre Eigenraumkomponenten der BIFROST Stationen für 9 Stationen

The residual velocity, the strain rate and their eigenspace components of ITRF9:

No. 1 9 - 7 - 2 (VAAS - ROMU - KEVO)

Site	Absolute Velocity [m] Ve0	Vn0	Vv0	Plate Velocity [m] Vep	Vnp	Vvp	Residual Velocity[m] Ve	Vn	Vv
009							+0.000160	-0.000540	+0.010690
007							+0.001580	-0.000090	+0.007170
002							+0.000030	+0.001280	+0.004920

Strain Rate(nanostrain/y)		Orthonormal Vector		Covariance of strain rate		
+4.0262	-0.6081	-0.3014	-0.9535	+0.104761	-0.012546	+0.000000
-0.6081	+2.2944	-0.9535	+0.3014	-0.012546	+0.019159	-0.006264
				+0.000000	-0.006264	+0.013153

Eigen Value(nanostrain/y)		Eigen Direction of E1,E2		Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1		
+2.1022		+72.4596		+0.010208	+0.000454	+0.000793
	+4.2184		-17.5404	+0.000454	+0.106797	+0.004373
				+0.000793	+0.004373	+0.004380

No. 2 9 - 6 - 4 (VAAS - RIGA - ONSA)

Site	Absolute Velocity [m] Ve0	Vn0	Vv0	Plate Velocity [m] Vep	Vnp	Vvp	Residual Velocity[m] Ve	Vn	Vv
009							+0.000160	-0.000540	+0.010690
006							+0.000420	-0.000140	+0.002260
004							-0.001450	-0.000230	-0.000260

Strain Rate(nanostrain/y)		Orthonormal Vector		Covariance of strain rate		
+2.5675	+0.1635	+0.0518	-0.9987	+0.054271	-0.002537	+0.000000
+0.1635	-0.5765	-0.9987	-0.0518	-0.002537	+0.011426	-0.001011
				+0.000000	-0.001011	+0.011491

Eigen Value(nanostrain/y)		Eigen Direction of E1,E2		Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1		
-0.5850		-87.0320		+0.011762	+0.000211	-0.000509
	+2.5760		+2.9680	+0.000211	+0.053579	-0.001307
				-0.000509	-0.001307	+0.001165

No. 3 9 - 5 - 4 (VAAS - OSTE - ONSA)

Site	Absolute Velocity [m] Ve0	Vn0	Vv0	Plate Velocity [m] Vep	Vnp	Vvp	Residual Velocity[m] Ve	Vn	Vv
009							+0.000160	-0.000540	+0.010690
005							-0.001110	+0.000450	+0.008540
004							-0.001450	-0.000230	-0.000260

Strain Rate(nanostrain/y)		Orthonormal Vector		Covariance of strain rate		
+3.5560	-1.5315	-0.4942	-0.8694	+0.078502	-0.019868	+0.000000
-1.5315	+1.7324	-0.8694	+0.4942	-0.019868	+0.027114	-0.008577
				+0.000000	-0.008577	+0.026497

```
 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      +0.8618                +60.3833                  +0.020357   -0.005601   +0.000445
               +4.4266                 -29.6167        -0.005601   +0.095843   +0.001741
                                                       +0.000445   +0.001741   +0.001693

 No. 4    8 - 9 - 2 ( TROM       - VAAS       - KEVO      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn          Vv

008                                                                    -0.001470  +0.001970  +0.003760
009                                                                    +0.000160  -0.000540  +0.010690
002                                                                    +0.000030  +0.001280  +0.004920

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +4.8534    -1.9202     -0.5361    -0.8442       +0.149629   -0.007616   +0.000000
      -1.9202    +3.0490     -0.8442    +0.5361       -0.007616   +0.022669   -0.002879
                                                      +0.000000   -0.002879   +0.008042

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      +1.8296                +57.5829                  +0.027335   +0.011897   +0.005149
               +6.0728                 -32.4171        +0.011897   +0.106542   +0.008900
                                                       +0.005149   +0.008900   +0.001920

 No. 5    8 - 9 - 5 ( TROM       - VAAS       - OSTE      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn          Vv

008                                                                    -0.001470  +0.001970  +0.003760
009                                                                    +0.000160  -0.000540  +0.010690
005                                                                    -0.001110  +0.000450  +0.008540

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate

      +3.4212    -1.9516     -0.6568    -0.7541       +0.093893   +0.001465   +0.000000
      -1.9516    +2.8804     -0.7541    +0.6568       +0.001465   +0.015466   -0.000001
                                                      +0.000000   -0.000001   +0.009291

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1
      +1.1805                +48.9445                  +0.036901   +0.010335   +0.005165
               +5.1211                 -41.0555        +0.010335   +0.045614   +0.005519
                                                       +0.005165   +0.005519   +0.001662

 No. 6    3 - 7 - 1 ( METS       - ROMU       - JOEN      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn          Vv

003                                                                    +0.000550  -0.000440  +0.005420
007                                                                    +0.001580  -0.000090  +0.007170
001                                                                    +0.000290  -0.000450  +0.005060

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate
      -5.5115    +2.3036     -0.9596    -0.2812       +0.311349   -0.138352   +0.000000
      +2.3036    +1.6747     +0.2812    -0.9596       -0.138352   +0.107415   -0.065469
                                                      +0.000000   -0.065469   +0.137930

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1
      -6.1865                -16.3321                  +0.439327   -0.031687   +0.008830
               +2.3498                 +73.6679        -0.031687   +0.073325   +0.005788
```

```
                                                        +0.008830   +0.005788   +0.001039

 No. 7    3 - 9 - 7 ( METS       - VAAS       - ROMU      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv
003                                                                   +0.000550  -0.000440  +0.005420
009                                                                   +0.000160  -0.000540  +0.010690
007                                                                   +0.001580  -0.000090  +0.007170

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate
      +3.4527    +0.6239    +0.1783    -0.9840        +0.096802   -0.007460   +0.000000
      +0.6239    +0.1234    -0.9840    -0.1783        -0.007460   +0.021974   -0.003417
                                                      +0.000000   -0.003417   +0.016775

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1

      +0.0104               -79.7272                  +0.021018   +0.002120   -0.002385
               +3.5658                 +10.2728       +0.002120   +0.088320   -0.004429
                                                      -0.002385   -0.004429   +0.001906

 No. 8    3 - 6 - 1 ( METS       - RIGA       - JOEN      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv

003                                                                   +0.000550  -0.000440  +0.005420
006                                                                   +0.000420  -0.000140  +0.002260
001                                                                   +0.000290  -0.000450  +0.005060

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate
      -1.2313    +0.5665    -0.8050    -0.5932        +0.157413   -0.052008   +0.000000
      +0.5665    -0.8799    +0.5932    -0.8050        -0.052008   +0.039509   -0.017196
                                                      +0.000000   -0.017196   +0.035511

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1
      -1.6487               -36.3862                  +0.182504   -0.001891   -0.030077
               -0.4625                 +53.6138       -0.001891   +0.014201   -0.001720
                                                      -0.030077   -0.001720   +0.026731

 No. 9    3 - 9 - 6 ( METS       - VAAS       - RIGA      )
            Absolute Velocity [m]           Plate Velocity [m]            Residual Velocity[m]
Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep       Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv
003                                                                   +0.000550  -0.000440  +0.005420
009                                                                   +0.000160  -0.000540  +0.010690
006                                                                   +0.000420  -0.000140  +0.002260

 Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal Vector       Covariance of strain rate
      +3.3167    -0.3954    -0.0951    -0.9955        +0.766939   +0.087595   +0.000000
      -0.3954    -0.7821    -0.9955    +0.0951        +0.087595   +0.088483   +0.028450
                                                      +0.000000   +0.028450   +0.024969

 Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1
      -0.8199               +84.5402                  +0.038738   +0.014930   +0.010611
               +3.3544                  -5.4598       +0.014930   +0.723310   +0.033520
                                                      +0.010611   +0.033520   +0.005935
```

Anhang III - Berechnungsprogramm

Hauptprogramm

```
% Main program for the calculation of the strains in BIRFROST Project.
% Ver. 1 25.01.2005 J. Cai
% Modified by Thomas Fuchs
clear all
close all
clc

% Subfolders / Unterverzeichnisse
ddir=sprintf('%s\\Daten\\',cd)
tdir=sprintf('%s\\Tem_results\\',cd)

Plot_ITRFXX=1
Plot_ITRFXX_formal_error=1    % Plot the double formal error with k=2.44
wrt 95% see (Mikhail/Ackermann) P.50
% tinv(0.975,6)=2.4467, tinv(0.975,6-1)=2.5706 (JC, 04.2004) so we have
corrected it to
% 2.57 in function Strain_FEM_Delau
fig=0;
global  AG E2QG fix_min_L fix_max_L fix_min_B fix_max_B  ;
%****************** Anfang Bereitstellen der Ausgangsdaten
*****************
AG=6378137;
E2QG=6.739496742276434E-3;
%*****************************************************************************

Year=[92,93,94,96,97,2000];
V_ENV_ICE4G_mm=[-0.07 -0.40 -0.10 -0.07 -0.07 -0.12 -0.06 -0.08 -0.10;  %
East direction in mm/year, after Peltier JGR, Vol.22 1995
    -0.03 -0.87  0.05  0.01  0.05  0.03  0.09  0.07  0.10;  % Nord
direction in mm/year
    -0.08  1.33 -0.09 -0.12 -0.59 -0.29  0.51  0.14 -0.23]; % Up direction
in mm/year
V_ENV_ICE4G=V_ENV_ICE4G_mm/1000; % in m/year


%*************** Begin the loop of every epoches for ITRF Data
****************
for II=1:1
    %     ITRF=Year(II);
    %  fig=figure+1;
    if II==1
        %         localfile=strcat(ddir,'BIFROST_Primary_Sites_45.txt');
        %         fid=fopen(strcat(tdir,'BIFROST_Strain_45.txt'),'w');
        localfile=strcat(ddir,'BIFROST_Fennoscand_Sites_9.txt');
        fid=fopen(strcat(tdir,'BIFROST_Strain_9.txt'),'w');

    elseif II==2
        localfile=strcat(ddir,'ITRF93_Primary_Sites_9.txt');
        fid=fopen(strcat(tdir,'DFG_Strain_ITRF93.txt'),'w');
    elseif II==3
        localfile=strcat(ddir,'ITRF94_Primary_Sites_9.txt');
        fid=fopen(strcat(tdir,'DFG_Strain_ITRF94.txt'),'w');
    elseif II==4
        localfile=strcat(ddir,'ITRF96_Primary_Sites_9.txt');
        fid=fopen(strcat(tdir,'DFG_Strain_ITRF96.txt'),'w');
    elseif II==5
```

```
        localfile=strcat(ddir,'ITRF97_Primary_Sites_9.txt');
        fid=fopen(strcat(tdir,'DFG_Strain_ITRF97.txt'),'w');
    else
        localfile=strcat(ddir,'ITRF00_Primary_Sites_9.txt');
        fid=fopen(strcat(tdir,'DFG_Strain_ITRF2000.txt'),'w');
    end
    %

    %************************** 2D-Strain calculation for the discussed
net ****************************************************************
    %
    %  Reading the ellipsoidal coordinaten of ITRF92 Primary sites
    %[DOMES_Nr,NAME,Country,L,B,Plate,Site_degree]=textread(localfile,'%s
%s %s %f %f %s %s');
    %[DOMES_Nr,NAME,Country,L,B,Plate,Site_degree]=textread(globalfile,'%s
%s %s %f %f %s %s');
    %[DOMES_Nr,NAME,Tech,CDPID,X,Y,Z,Sx0, Sy0,Sz0, Vx, Vy, Vz, Svx0,
Svy0,Svz0,PSIT,Comb]=textread(localfile,'%s %10c %s %s %f %f %f %f %f %f %f
%f %f %f %f %f %4c %s');
    [NAME,L,B,Ve,Sve,Sve_Sca, Vn, Svn, Svn_Sca, Vr, Svr,
Svr_Sca]=textread(localfile,'%10c %f %f %f %f %f %f %f %f %f %f %f');
    Venv_re=[Ve,Vn,Vr]';  %in mm/y
    %NAME_Cell=cellstr(NAME);
    %  Transformation der Kartenkoordinaten in ellipsoidnormale Koordinaten
    %[B(:,i),L(:,i),h(:,i)]=Xyzbld(X(1,i), X(2,i),X(3,i),AG, E2QG);
    %[B,L,h]=xyzbld(X, Y, Z, AG, E2QG);
    %Vxyz=[Vx,Vy,Vz]';
    %
    %************************** Delaunay-Triangulation of the network
**************************************************
    %
    % providing suitable triangles:

    [tri] = triangle_test(L,B);


    %     tri = delaunay(L,B);
    ntri=size(tri,1);            % Anzahl der Dreiecke
    Btri=B(tri)';
    Ltri=L(tri)';
    %Pkttri=Pkt(tri)';
    npkte=size(L,1);
    ITRF=size(L,1);
    Pktstring=num2str((1:npkte)');

    %We calculate the site info wrt the distance and the standard deviation
    %     SD_XYZ_Series(:,:,:,II)=[Sx0,Sy0,Sz0];
    %     SVD_XYZ_Series(:,:,:,II)=[Svx0,Svy0,Svz0];
    %     if II==1
    %         Xtri=X(tri)';
    %         Ytri=Y(tri)';
    %         Ztri=Z(tri)';
    %         for i=1:ntri;
    %             Dist(1,i)=norm([(Xtri(1,i)-Xtri(2,i)) (Ytri(1,i)-
Ytri(2,i)) (Ztri(1,i)-Ztri(2,i))]);
    %             Dist(2,i)=norm([(Xtri(1,i)-Xtri(3,i)) (Ytri(1,i)-
Ytri(3,i)) (Ztri(1,i)-Ztri(3,i))]);
    %             Dist(3,i)=norm([(Xtri(2,i)-Xtri(3,i)) (Ytri(2,i)-
Ytri(3,i)) (Ztri(2,i)-Ztri(3,i))]);
    %             Dist(4,i)=(Dist(1,i)+Dist(2,i)+Dist(3,i))/3
    %         end
    %     end
```

```
    %         % Test the local coordinates with (6-1) (Zhu, 1987) with
Bologna-Matera-Noto (BMN)
    %         %
    %
    %         Xw1=mean([X(tri(10,:)), Y((tri(10,:))), Z((tri(10,:)))])'
    %         [Bw1,Lw1,hw1]=xyzbld(Xw1(1),Xw1(2), Xw1(3), AG, E2QG);
    %         Jw1=JXYZ2ENV(Bw1,Lw1)
    %         for mm=1:3
    %             ENV1(:,mm)=Jw1*[X(tri(10,mm))-Xw1(1); Y(tri(10,mm))-
Xw1(2);Z(tri(10,mm))-Xw1(3)]
    %         end

    % Calculation of the Absolute Velocity, Plate Velocity and Residual
Velocity [m].
    for i=1:npkte
        %         J=JXYZ2ENV(B(i),L(i));
        %         CovXYZ(:,:,i)=diag([Svx0(i)^2, Svy0(i)^2, Svz0(i)^2]);
        %          CovENV(:,:,i)=J*diag([Svx0(i)^2, Svy0(i)^2,Svz0(i)^2])*J';
% save in the format of i site's Cov(ENV)
        CovENV(:,:,i)=diag([Sve(i)^2, Svn(i)^2,Svr(i)^2])/1e6; % save in
the format of i site's Cov(ENV)

        %          if ITRF==92
        %
[Xp(:,i),Vxp0(:,i)]=ABSMOVE_NUVEL('EU92',1988.0,X(i),Y(i), Z(i),1988.0);
        % %                 if PSIT(i,:)=='AFRC'
        % %
[Xp(:,i),Vxp0(:,i)]=ABSMOVE_NUVEL('AF92',1988.0,X(i),Y(i), Z(i),1988.0);
        % %                 end
        %         elseif ITRF==93
        %
[Xp(:,i),Vxp0(:,i)]=ABSMOVE_NUVEL('EU93',1988.0,X(i),Y(i), Z(i),1988.0);
        %         elseif ITRF==94|ITRF==96|ITRF==97
        %
[Xp(:,i),Vxp0(:,i)]=ABSMOVE_NUVEL('EURA',1988.0,X(i),Y(i), Z(i), 1988.0);
        %         elseif ITRF==2000
        %
[Xp(:,i),Vxp0(:,i)]=ABSMOVE_NUVEL('EU00',1988.0,X(i),Y(i), Z(i), 1988.0);
        %         end
        %         Venv(:,i)=J*Vxyz(:,i);                  % the Absolute
Velocity
        %         Venv_p0(:,i)=J*Vxp0(:,i);               % the Plate
Velocity
        %         Vx_re(:,i)=Vxyz(:,i)-Vxp0(:,i);         % After the ETRF
results, it should be calculated with 3D
        %         Venv_re(:,i)=J*Vx_re(:,i);              % the Residual
Velocity
        %         %Venv_re(:,i)=J*(Vx_ETRF(:,i));         %just for ETRF
data with residual velocity!
    end
    %     Venv_ALL(:,:,II)=Venv;
    %     Venv_p0_ALL(:,:,II)=Venv_p0;
    %     Venv_re_ALL(:,:,II)=Venv_re;
    %     Vxyz_ALL(:,:,II)=Vxyz;
    %     Vxp0_ALL(:,:,II)=Vxp0;
    %     Vx_re_ALL(:,:,II)=Vx_re;

    for i=1:npkte
        if L(i)>=300
            L(i)=L(i)-360;
        end
    end
```

```
    for ii=1:2


        %************Plot the Delaunay-Triangulation and the absolute,
plate and residual velocity of related sites**********
        %
        if Plot_ITRFXX==1
            fig=fig+1;
            handle = figure(fig);

            % choice of map projection:    eqdconic or mercator
            axesm('eqdconic','FLatLimit',[min(B)-3
max(B)+1],'MapLonLimit',[min(L)-3 max(L)+4],...
                  'GLineStyle',':','GColor',[0.75 0.75
0.75],'MeridianLabel','on','ParallelLabel','on',...

'MLabelParallel','south','MLineLocation',5,'PLineLocation',5)
            framem; gridm

            % Plot of topography
            % plotDEM([min(B)-3 max(B)+1],[min(L)-3 max(L)+4],5,handle)

            % Plot Coastline
            plotVector([min(B)-3 max(B)+1],[min(L)-3 max(L)+4],handle);

            pj_scale = 0.5;
            %axesm giso; framem; gridm
            %patchesm([32.5 60],[-6 26],'FaceColor',[.75 .75 .75]);
            hold on;
            %plotm(coast,'color',[.75 .75 .75]);
            %hold on;
            h_tri=trimesh(tri,L,B,zeros(size(L))); %view(2),...
            set(h_tri,'FaceColor','none');
            set(h_tri,'EdgeColor',[0.6 0.4 0.4]);
            %h = trisurf(tri,L,B,zeros(size(L)));
            project(h_tri,'xy');
            hold on
            % Plot Point Triangles
            plotm(B,L,'^','LineWidth',0.25);
            % Just for the figure 6.13
            %plotm([B(1) B(4) B(9) B(8) B(1)], [L(1) L(4) L(9) L(8) L(1)],
'LineWidth',2, 'color', 'r');

            % Plot Coastline
            % plotm(coast,'color',[.5 .5 .5]);

            hold on
            textm(B,L+0.5, NAME,'Fontsize',6);
            % plot station names/numbers
            % textm(B,L-1.0, Pktstring,'Fontsize',7);
            set(fig,'RendererMode','auto');
            hold on
            % Set the coordinates to display the scale
            B_RV_Sc= 56.75;     %37.5; 36.40
            L_RV_Sc= 28;        %-3.25; ;+ 2.50
            B_rc=[B;B_RV_Sc];   % just for scale
            L_rc=[L;L_RV_Sc];
            %         u1=Venv(1,:);
            %         v1=Venv(2,:);
            %         u2=Venv_p0(1,:);
```

```
            %         v2=Venv_p0(2,:);
            u3=Venv_re(1,:);
            v3=Venv_re(2,:);
            % h1 = quiver(x,y,u1,v1,.3,'r'); %u...x, v...y!
            % %trimcart(h1);
            % h2 = quiver(x,y,u2,v2,.3,'b');
            % %trimcart(h2)
            arrow_Sc = 0;
%     pngname1=strcat('BIFROST','-',num2str(ITRF));
%     print('-dpng','-r600',pngname1);

            if ii==1
                %                 Plot the scale for residual velocity
vector in mm/yr
                arrow_Sc = 1; % in unit (1 mm/yr)
                B_RV_Sc= 56.75; % 37.5;
                L_RV_Sc= 28; % -3.25;
                Unit_RV_Sc='v_h 1 mm/yr';
                textm(B_RV_Sc,L_RV_Sc+0.40,strcat(Unit_RV_Sc),'Fontsize',7);

                u3_rv=[u3,0];
                v3_rv=[v3,arrow_Sc];    %just for scale
                %Here the B, L tranform to [x,y] with the x pointing to
East (right), y pointing to North (High)
                [xE,yN] = mfwdtran(B_rc,L_rc);

                h3 = quiver(xE, yN, u3_rv, v3_rv, 0.8,'k'); %   scale .3
            else
                %Here the B, L tranform to [x,y] with the x pointing to
East (right), y pointing to North (High)
                [xE,yN] = mfwdtran(B,L);

                h3 = quiver(xE, yN, u3, v3, 0.8 ,'k'); %   scale .3
            end
            %trimcart(h3);
            %Print out the plot in EPS file:
            %colormap jet;
            %print -depsc2 -tiff -r300 DFG_Strain_ITRF92_test;
            clear xE yN
        end
    end



    %***************Calculation and output of strain rate in every
Delaunay-Triangulation*****************
    %        fid=fopen(strcat(tdir,'DFG_Strain_ITRF92.txt'),'w');
    fprintf(fid,'The residual velocity, the strain rate and their
eigenspace components of ITRF%u:\n', ITRF);
    fprintf(fid,'\n-------------------------------------------------------
---------------------------------\n');
    for i=1:ntri
        %         Vabs=Venv(:,tri(i,:));
        %         Vpla=Venv_p0(:,tri(i,:));
        Vres=Venv_re(:,tri(i,:))/1000; %in m/y
        CovENV_tri=CovENV(:,:,tri(i,:));%in (m/y)^2
        % We use the local coordinates for every trigulations, whose
        % local original point is the weighting point of the three sites in
trigulation.
        %         Xw=mean([X(tri(i,:)), Y((tri(i,:))), Z((tri(i,:)))])';
        %         Lw=mean([X(tri(i,:)), Y((tri(i,:))), Z((tri(i,:)))])';
```

```
        %         [Bw,Lw,hw]=xyzbld(Xw(1),Xw(2), Xw(3), AG, E2QG);
        %         Jw=JXYZ2ENV(Bw,Lw);
        Bw=mean(Btri(:,i))';
        Lw=mean(Ltri(:,i))';
        ;
        for mm=1:3 % in the series of the tri
            %             ENV(:,mm)=Jw*[X(tri(i,mm))-Xw(1); Y(tri(i,mm))-
Xw(2);Z(tri(i,mm))-Xw(3)];
            ENV(:,mm)=[Ltri(mm,i)-Lw; Btri(mm,i)-Bw]; % Note the distance
in vertical is not included.
        end
        [ST_FEM, V, E_FEM, Alpha, CovST_FEM, Cov_E_FEM,
Xderr]=Strain_FEM_Delau(Btri(:,i), Ltri(:,i), ENV, Vres, CovENV_tri, AG,
E2QG);
        % We test with the absolute velocity Vabs!
        %[ST_FEM, V, E_FEM, Alpha, CovST_FEM, Cov_E_FEM,
Xderr]=Strain_FEM_Delau(Btri(:,i), Ltri(:,i), ENV, Vabs, CovENV_tri, AG,
E2QG);
        % End test
        %CovST_FEM is the covariance of the Strain Rate (nanostrain/year)^2;
        %E_FEM are eigenvalue of Strain Rate in nanostrain/year
        %Cov_E_FEM is the covariance of the eigenvalue and direction of
Strain Rate in (nanostrain/year)^2;
        %The there distinct elements of strain rate of every year and
        %every triangulation in the unit of nanostrain/year
        Strain_Obser(:,II,i)=ST_FEM([1 2 4]);
        Eigen_direction=Alpha;


        if abs(E_FEM(1,1)) <= 20 && abs(E_FEM(2,2)) <= 20

            if Plot_ITRFXX==1
                [u4, v4] = pol2cart(deg2rad(Alpha(1)), E_FEM(1,1)*0.0035);
%with scale of 0.005
                u5=-u4;
                v5=-v4;
                [u6, v6] = pol2cart(deg2rad(Alpha(2)), E_FEM(2,2)*0.0035);
                u7=-u6;
                v7=-v6;
                B_tri=mean(B(tri(i,:)));
                L_tri=mean(L(tri(i,:)));
                [x_tri,y_tri] = mfwdtran(B_tri,L_tri);
                %     plotm(B_tri,L_tri,'.','LineWidth',1, 'Color', 'r');

                if Plot_ITRFXX_formal_error==1
                    [xarcerr1,yarcerr1] =
pol2cart(deg2rad(Xderr(5):0.2:Xderr(6)), max(abs(Xderr([1 2])))*0.005*0.45);
                    xerr1=[x_tri;x_tri+xarcerr1';x_tri];
                    yerr1=[y_tri;y_tri+yarcerr1';y_tri];
                    xerr2=[x_tri;x_tri-xarcerr1';x_tri];
                    yerr2=[y_tri;y_tri-yarcerr1';y_tri];
                    %
                    [xarcerr3,yarcerr3] =
pol2cart(deg2rad(Xderr(7):0.2:Xderr(8)), max(abs(Xderr([3 4])))*0.005*0.45);
                    xerr3=[x_tri;x_tri+xarcerr3';x_tri];
                    yerr3=[y_tri;y_tri+yarcerr3';y_tri];
                    xerr4=[x_tri;x_tri-xarcerr3';x_tri];
                    yerr4=[y_tri;y_tri-yarcerr3';y_tri];
                end
                if E_FEM(1,1)>=0
                    h4 = quiver_posit(x_tri,y_tri,u4,v4,pj_scale,'r');
                    h5 = quiver_posit(x_tri,y_tri,u5,v5,pj_scale,'r');
```

```
                    if Plot_ITRFXX_formal_error==1
                        plot(xerr1,yerr1,xerr2,yerr2,'color', [100/255, 0,
0],'LineWidth',0.75) %für extension strain
                    end
                else
                    h4 = quiver_negat(x_tri,y_tri,u4,v4,pj_scale,'b');
                    h5 = quiver_negat(x_tri,y_tri,u5,v5,pj_scale,'b');
                    if Plot_ITRFXX_formal_error==1
                        plot(xerr1,yerr1, xerr2,yerr2,'color', [0, 1, 1],
'LineWidth', 0.75) %für contraction strain
                    end
                end
                if E_FEM(2,2)>=0
                    h6 = quiver_posit(x_tri,y_tri,u6,v6,pj_scale,'r');
                    %  h6 = quiver(x_tri,y_tri,u6,v6,.5,'.','r');
                    h7 = quiver_posit(x_tri,y_tri,u7,v7,pj_scale,'r');
                    if Plot_ITRFXX_formal_error==1
                        plot(xerr3,yerr3,xerr4,yerr4,'color', [100/255, 0,
0],'LineWidth',0.75) %für extension strain
                    end
                    %  h7 = quiver(x_tri,y_tri,u7,v7,.5,'-
','o','r','filled'); % filled one point
                    %  h7 = quiver(x_tri,y_tri,u7,v7,.5,'.','r');
% just plot the line without the arrow
                else
                    h6 = quiver_negat(x_tri,y_tri,u6,v6,pj_scale,'b');
                    h7 = quiver_negat(x_tri,y_tri,u7,v7,pj_scale,'b');
                    if Plot_ITRFXX_formal_error==1
                        plot(xerr3,yerr3,xerr4,yerr4,'color', [0, 1,
1],'LineWidth',0.75) %für constract strain
                    end
                end
            end


            NAME_abs=NAME(tri(i,:),:);
            % fprintf(fid,'\n No. %u    %u - %u - %u ( %c - %c -
%c)\n',i,tri(i,:), NAME(tri(i,:)));
            fprintf(fid,'\n No. %u    %u - %u - %u ( %s - %s -
%s)\n',i,tri(i,:), NAME_abs(1,:),NAME_abs(2,:),NAME_abs(3,:));
            fprintf(fid,'            Absolute Velocity [m]           Plate
Velocity [m]            Residual Velocity[m]   \n');
            fprintf(fid,'Site      Ve0       Vn0       Vv0       Vep
Vnp       Vvp       Ve          Vn         Vv \n');
            for j=1:3
                %             fprintf(fid,'\n%03u   %+8.6f  %+8.6f  %+8.6f
%+8.6f  %+8.6f  %+8.6f  %+8.6f  %+8.6f
%+8.6f\',tri(i,j),Vabs(1,j),Vabs(2,j),Vabs(3,j),Vpla(1,j),Vpla(2,j),Vpla(3,
j),Vres(1,j),Vres(2,j),Vres(3,j));
                fprintf(fid,'\n%03u
%+8.6f  %+8.6f  %+8.6f',tri(i,j),Vres(1,j),Vres(2,j),Vres(3,j));

            end
            fprintf(fid,'\n\n Strain Rate(nanostrain/y)   Orthonormal
Vector       Covariance of strain rate \n');
            fprintf(fid,'\n     %+8.4f   %+8.4f    %+8.4f   %+8.4f
%+10.6f  %+10.6f  %+10.6f',ST_FEM(1,1),ST_FEM(1,2),V(1,1), V(1,2),
CovST_FEM(1,:));
            fprintf(fid,'\n     %+8.4f   %+8.4f    %+8.4f   %+8.4f
%+10.6f  %+10.6f  %+10.6f',ST_FEM(2,1),ST_FEM(2,2),V(2,1), V(2,2),
CovST_FEM(2,:));
```

```
            fprintf(fid,'\n
%+10.6f  %+10.6f  %+10.6f',
CovST_FEM(3,:));
            fprintf(fid,'\n\n Eigen Value(nanostrain/y) Eigen Direction of
E1,E2   Covariance of parameters E1,E2 and Alpha_1\n');
            fprintf(fid,'\n     %+8.4f               %+8.4f
%+10.6f  %+10.6f  %+10.6f', E_FEM(1,1), Alpha(1), Cov_E_FEM(1,:));
            fprintf(fid,'\n              %+8.4f                 %+8.4f
%+10.6f  %+10.6f  %+10.6f', E_FEM(2,2), Alpha(2), Cov_E_FEM(2,:));
            fprintf(fid,'\n
%+10.6f  %+10.6f  %+10.6f\n'                     , Cov_E_FEM(3,:));
        end
    end
    Venv_res_Obser(:,:,II)=Venv_re; % The 3x9 residual velocity!
    fclose(fid);



    %************************ Here we plot the
scale*****************************

    [u4_s, v4_s] = pol2cart(deg2rad(0), 10*0.0035);   %with scale of 0.005
    u5_s=-u4_s;
    v5_s=-v4_s;
    [u6_s, v6_s] = pol2cart(deg2rad(90), -10*0.0035);
    u7_s=-u6_s;
    v7_s=-v6_s;
    %         B_Sc=37.25;%37.5;
    %         L_Sc=-3.5; %-3.25;
    B_Sc=56.75;%37.5;
    L_Sc=28; %-3.25;
    [x_Sc,y_Sc] = mfwdtran(B_Sc,L_Sc);

    h4_s = quiver_posit(x_Sc,y_Sc,u4_s,v4_s,pj_scale,'r');
    h5_s = quiver_posit(x_Sc,y_Sc,u5_s,v5_s,pj_scale,'r');

    h6_s = quiver_negat(x_Sc,y_Sc,u6_s,v6_s,pj_scale,'b');
    h7_s = quiver_negat(x_Sc,y_Sc,u7_s,v7_s,pj_scale,'b');
    Unit_Sc='10 nanostrain/yr';
    textm(B_Sc-0.90,L_Sc+0.50,strcat(Unit_Sc),'Fontsize',7);
    %textm(B_Sc,L_Sc+0.5, num2str(10),'Fontsize',7);

%*************************************************************************

    if Plot_ITRFXX==1

        %     titletext=strcat('Residual velocity and Strain rate of
ITRF',num2str(ITRF));
        %     title(titletext)
    end
    pngname2=strcat('Stain-BIFROST','-',num2str(ITRF));
    %epsname=strcat('BIFROST','-',num2str(ITRF));
    %             colormap jet;
    %print('-depsc','-r600',epsname);
    pngname2=strcat('Stain-BIFROST','-',num2str(ITRF));
    %print('-dpng','-r600',pngname2);
    pngname1=strcat('BIFROST','-',num2str(ITRF));
    %print('-dpng','-r600',pngname1);

end
```

Funktion zur Einfügung des DEM

```
function    plotDEM(latlim,lonlim,resolution,handle);

% plots the GLOBE DEM
%
%
% HOW     plotDEM(latlim,lonlim,handle)
%
% IN  latlim   - vector with minimal and maximal latitude
%     lonlim   - vector with minimal and maximal longditude
%     resolution - resolution in km
%     handle   - handle of the figure
% OUT
%
% NB  The NaN's in matrix datagrid should be plotted in light blue color.
%     The digital elevation model and the ESRI header
%     should be provided in the DEM subfolder
%
% by Thomas Fuchs

% Plot into the specified figure
figure(handle)

% Reading topography
[datagrid,refvec] = globedem('DEM/c10g',resolution,latlim,lonlim);

% Size of datagrid
size_d = size(datagrid);
% for i=1:size_d(1)
%     for j=1:size(2)
%         if datagrid(i,j) > 0
%         else
%             datagrid(i,j) = -10;
%         end
%     end
% end

% Plot of topography
meshm(datagrid, refvec);

% Altering the colors
[cmap,caxis] = demcmap(datagrid);
seacolor = [0.75 0.85 1];
cmap(1,:) = []; %seacolor;
cmap(1,:) = [];
demcmap('inc',datagrid,50,seacolor,brighten(cmap,.9))
```

Funktion zur Berechnung der Stain-Rate

```
function [ST_FEM,V, E_FEM, Alpha, CovST_FEM, Cov_E_FEM,
Xderr]=Strain_FEM_Delau(B, L, ENV, Venv, CovENV, AG, E2QG)

% Strain_FEM_Delau: The calculation of strain in the orthogonal curvilinear
coordinate
% system with FEM from the displacement vectors (05.2003)
% Input:       B, L    -- in deg
%              Venv    -- the residual velocity (m/y) of the three sites)
%              CovENV  -- the covariance of Venv in (m/y)^2
%              AG      -- the half axis of GRS80
%              E2QG    -- GRS80
%
% Output:     ST_FEM   -- the three distint elements of strain rate tensor
in nanostrain/yr;
%             E_FEM    -- the eigenvalues of the strain rate tensor in
nanostrain/yr;
%             Alpha    -- the eigen directions wrt. E_FEM1 and E_FEM2 in
deg;
%             CovST_FEM-- the covariance of strain elements in
unit(nanostrain/y)^2;
%             Cov_E_FEM-- the covariance of eigen value in unit
(nanostrain/y)^2;
%             Xerr     -- the double formal error with k=2.44
%-------------------------------------------------------------------------
LA=deg2rad(L);
BA=deg2rad(B);
LAW=mean(LA);
BAW=mean(BA);
%dL=[ 0.3 0.1 1.0 0.9 -0.3 -0.8 0.6 0.0]';
%dB=[-0.8 0.0 2.8 1.7  3.1 -0.5 0.5 0.0]';
%(I) with exact convention of de, dn to dLA and dBA
   %Radius of curvature in the prime vertical
   RN=nkr(B, AG, E2QG);
   RM=mkr(B, AG, E2QG);
   RN_LA=RN.*cos(BA);
   RNW=nkr(BAW, AG, E2QG);
   RMW=mkr(BAW, AG, E2QG);
   RNW_LA=RNW.*cos(BAW);
   %Venv(1,:)
%   RN=AG/sqrt((1-e2*(sin(BA)).^2));
   %Radius of curvature in the meridian
   %  RM=AG*(1-e2)/(1-e2*(sin(BA).*sin(BA))^(3/2);
   %
%   VLA=Venv(1,:)./(RN.*cos(BA)); % in rad/y
%   VBA=Venv(2,:)./RM;            % in rad/y
    VLA=Venv(1,:); %in m/y
    VBA=Venv(2,:); %in m/y
    CovEN1=CovENV([1 2],[1 2],:);
    z2=zeros(2);
    CovEN=[CovEN1(:,:,1) z2 z2 ; z2 CovEN1(:,:,2) z2 ;z2  z2 CovEN1(:,:,3)];

%The displacement field y=EA, in which A are the three coordinates of the
triangle
% in rad
%A=[1 0 LA(1) 0 BA(1) 0;0 1 0 LA(1) 0 BA(1);
%   1 0 LA(2) 0 BA(2) 0; 0 1 0 LA(2) 0 BA(2);
%   1 0 LA(3) 0 BA(3) 0; 0 1 0 LA(3) 0 BA(3)];
%in arc length m  11.2003 JC  ref. Devito (2002)
```

```
A=[1 0 (LA(1)-LAW)*RN_LA(1) 0 (BA(1)-BAW)*RM(1) 0; 0 1 0 (LA(1)-
LAW)*RN_LA(1)  0 (BA(1)-BAW)*RM(1);
   1 0 (LA(2)-LAW)*RN_LA(2) 0 (BA(2)-BAW)*RM(2) 0; 0 1 0 (LA(2)-
LAW)*RN_LA(2)  0 (BA(2)-BAW)*RM(2);
   1 0 (LA(3)-LAW)*RN_LA(3) 0 (BA(3)-BAW)*RM(3) 0; 0 1 0 (LA(3)-
LAW)*RN_LA(3)  0 (BA(3)-BAW)*RM(3)];

% Note: Here we have used the Radius of curvature in the prime vertical in
% the weighting points (LAW, BAW): 12.2003 JC
% A=[1 0 (LA(1)-LAW)*RNW_LA  0 (BA(1)-BAW)*RMW 0; 0 1 0 (LA(1)-LAW)*RNW_LA
0 (BA(1)-BAW)*RMW;
%    1 0 (LA(2)-LAW)*RNW_LA  0 (BA(2)-BAW)*RMW 0; 0 1 0 (LA(2)-LAW)*RNW_LA
0 (BA(2)-BAW)*RMW;
%    1 0 (LA(3)-LAW)*RNW_LA  0 (BA(3)-BAW)*RMW 0; 0 1 0 (LA(3)-LAW)*RNW_LA
0 (BA(3)-BAW)*RMW];

% We use here directly the local Tanget coordinates ENV
% % with E=Ei-Ew wrt (LA(i)-LAW)*RN_LA(i), % N=Ni-Nw wrt BA(i)-BAW)*RMW
%  A=[1  0  ENV(1,1)   0  ENV(2,1)  0; 0  1  0  ENV(1,1)  0  ENV(2,1) ;
%     1  0  ENV(1,2)   0  ENV(2,2)  0; 0  1  0  ENV(1,2)  0  ENV(2,2) ;
%     1  0  ENV(1,3)   0  ENV(2,3)  0; 0  1  0  ENV(1,3)  0  ENV(2,3) ];

%The displacement vectors (Observations)
y=[VLA(1) VBA(1) VLA(2) VBA(2) VLA(3) VBA(3)]';
%y=[dE(I) dN(I) dE(J) dN(J) dE(K) dN(K)]';
%The estimates of E=[e1 e2 E11 E21 E12 E22]'
AE=(A'*A)\A'*y;
%Since that the A is full rank (there are six observations from three sites
%and six unknown parameters so inv(A'A)A'=A so we have :
%AE=A\y
% The covariance of the AE:
CovAE=inv(A)*CovEN*(inv(A))';

%The strain elements are:
Strain_FEM=[AE(3) (AE(4)+AE(5))/2;(AE(4)+AE(5))/2 AE(6)];
% Just for the case of using weighting point without the translations
%Strain_FEM=[AE(1) (AE(2)+AE(3))/2;(AE(2)+AE(3))/2 AE(4)];
ST=Strain_FEM;
ST_FEM=ST*1e9; % Just for output in the unit of nanostrain/yr
AST=[1 0 0 0; 0 0.5 0.5 0;0 0 0 1];
%CovST=AST*CovAE([3 4 5 6],[ 3 4 5 6])*AST';
CovST=AST*CovAE([3 4 5 6],[ 3 4 5 6])*AST';
CovST_FEM=CovST*1e18; % Convert to the unit of (nanostrain/yr)^2
[V E]=eig(Strain_FEM);
E_FEM=E*1e9;
%Alpha=rad2deg(1/2*atan(2*ST(1,2)/(ST(1,1)-ST(2,2))));
Alpha=[rad2deg(atan(V(2,1)/V(1,1))), rad2deg(atan(V(2,2)/V(1,2)))];   %
with respect to the first column of orthonomal matrix V, which is the
eigenvector of E(1,1)!
                                                                      %
there is no relation between the maxim eigenvalues and this vector!! (JC
11.2003 )
%The variance and covariance of E_FEM and Alpha(1)
% J_S2E=JST2EIG(E(1,1), E(2,2), deg2rad(Alpha(1))); % with the eigenvalue
in unit strain/y;
% J_E2S=inv(J_S2E);
% Cov_E=J_E2S*CovST*J_E2S';
% the eigenvalues with the unit of nanostrain/y
J_S2E_FEM=JST2EIG(E_FEM(1,1), E_FEM(2,2), deg2rad(Alpha(1))); % with the
eigenvalue in unit nanostrain/y;
J_E2S_FEM=inv(J_S2E_FEM);
Cov_E_FEM=J_E2S_FEM*CovST_FEM*J_E2S_FEM';
```

```
%Output ST_FEM, E_FEM in nanostrain/yr, CovST_FEM, Cov_E_FEM in
(nanostrain/yr)^2

% Here we are ready to plot the double formal error with k=2.44  wrt 95%
see (Mikhail/Ackermann) P.50
%k=2.44;
                              % tinv(0.975,6)=2.4467, tinv(0.975,6-
1)=2.5706 (JC, 04.2004)
                              %so we have corrected it to 2.57 in function
Strain_FEM_Delau
k=2.57 *2.57; % *2.57 Anpassung an Veroeffentlichung!!!
Xderr1 = [E_FEM(1,1)-k*sqrt(Cov_E_FEM(1,1)),
E_FEM(1,1)+k*sqrt(Cov_E_FEM(1,1))];
Xderr2 = [E_FEM(2,2)-k*sqrt(Cov_E_FEM(2,2)),
E_FEM(2,2)+k*sqrt(Cov_E_FEM(2,2))];
X3=deg2rad(Alpha);
Xderr3 = [X3(1)-k*sqrt(Cov_E_FEM(3,3)), X3(1)+k*sqrt(Cov_E_FEM(3,3))];
Xderr4 = [X3(2)-k*sqrt(Cov_E_FEM(3,3)), X3(2)+k*sqrt(Cov_E_FEM(3,3))];
Xderr=[Xderr1, Xderr2, rad2deg(Xderr3), rad2deg(Xderr4)];
```